

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère des Universités  
et de la  
Recherche Scientifique

Université de Constantine

**THESE**

Présentée :

à l'Institut de Physique pour l'obtention du grade de

**MAGISTER**

en

**ENERGETIQUE**

Par

Mourad ZAABAT



ZAA/2263

**Etude des lignes Coplanaires  
sur Substrats  
Diélectrique et Semiconducteur  
en Contact Schottky**

levant le jury:

Présidente:	Mme C. KENZAI	Prof U. de Constantine
Rapporteur:	Mr A. BENGHALIA	C.C. U. de Constantine
Examineurs	{	Mr B. MANALLAH C.C. U. de Sétif
		Mr M. RAMRAM M.C. U. de Constantine
		Mr M. S. AIDA C.C. U. de Constantine

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué à l'institut de physique de l'Université de Constantine, sous la direction de A. BENGHALIA chargé de cours à l'Université de Constantine. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour m'avoir orientée et fait bénéficier de son expérience le long de ce travail. Je le remercie encore d'avoir accepté de participer au Jury de ma thèse en tant que rapporteur.

Je tiens à remercier M<sup>me</sup> C. KENZAI professeur à l'Université de Constantine, pour ses conseils et pour l'honneur qu'elle me fait en acceptant de présider le Jury.

Je tiens également à exprimer ma gratitude à M. RAMRAM maître de conférence à l'Université de Constantine, et à M<sup>me</sup> S. AIDA chargé de cours à l'Université de Constantine, et B. MANALAH chargé de cours à l'Université de Sétif pour l'honneur qu'ils m'accordent en participant au Jury.

Enfin, je voudrais remercier tous les gens de l'institut de physique de Constantine: enseignants, collègues et corps administratif, qui à un moment ou un autre m'ont apporté leur aide.

# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

## ملخص

درسنا في هذا البحث تأثير بعض الوسائط ( سمك المسند العازل ، نمط التزاوج ( couplage)) من جهة على ابنىات المکرومستوية (microcoplanaires) المرسبة على مسند ، و من جهة أخرى تأثير أحد السطوح المصولة بالأرض ( plan de masse ) على الخطوط المیکرومستوية المرسبة بالتحام شوتکي (Schottky) على مسند نصف ناقل .

من أجل هذه الدراسة قمنا بتقريب في بعدين اعتماداً على دالة من دالات قرين (Greer.) تحصلنا عليها بتحويل ملائم . إيجابية هذا التقريب تكمن في كونها تأخذ بعين الإعتبار الوضعية الحقيقية للسطوح الموصولة بالأرض بالنسبة للبنىات المرسبة على مساند عازلة ، دالة قرين تأتي لقلب مؤثر لاتلاس حيث يؤدي هذا إلى جملة معادلات غير خطية ، حلها في بعدين يعطي شكل المنطقة الناضبة ( Zone dépeuplée ) و توزيع الشحنات على الناقل .

تمت دراسة إنتشار الأمواج البطيئة في النمط الشبه - TEM بوضع الرسم المكافئ

## RESUME

Ce travail est consacré à l'étude de l'influence de certains paramètres (épaisseur du substrat diélectrique, modes de couplage) sur les structures microcoplanaires sur substrat diélectrique d'une part, et l'influence de l'un des plans de masse sur une lignes microcoplanaire déposée en contact Schottky sur substrat semiconducteur d'autre part.

Pour cette étude nous avons utilisé une approche bidimensionnelle basée sur une fonction de Green obtenue par transformation conforme, l'avantage de cette approche est qu'elle tient compte de la position réelle des plans de masses. Dans le cas des structures sur substrat diélectrique, l'étude est basée sur la résolution d'un système d'équations linéaires qui donne l'impédance caractéristique, la capacité quasi-statique... Dans le cas d'une lignes microcoplanaire déposée en contact Schottky sur substrat semiconducteur, la fonction de Green intervient dans l'inversion de l'opérateur Laplacien conduisant ainsi à un système équations non linéaires, dont la résolution bidimensionnelle conduit au calcul du profil de la zone dépeuplée et la distribution des charges sur le conducteur. L'étude de la propagation des ondes lentes en mode quasi-TEM est faite par l'établissement d'un schéma équivalent.

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
I DIFFERENTS TYPES DE LIGNES.....	4
I-1 INTRODUCTION.....	4
I-2-1 STRUCTURES OUVERTES .....	5
2-1-1 LIGNE TRIPLAQUE OU LIGNE RUBAN .....	5
2-1-2 LIGNE A FENTE .....	6
2-1-3 LIGNES A RUBUNS COPLANAIRES .....	9
2-1-4 GUIDES DIELECTRIQUES.....	10
2-1-5 GUIDE DIELECTRIQUE RUBAN INVERSE .....	12
2-1-6 LIGNE SANS PERTES .....	13
2-1-7 LIGNES AVEC PERTES .....	13
II PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUE.....	15
1 TYPES DE SOLUTIONS.....	16
2 APPLICATIONS AUX LIGNES DE TRANSMISSION .....	20
3 LIGNE TEM.....	22
III CONCLUSION .....	24
II LES FONCTIONS DE GREEN.....	25
II-1 DEFINITION.....	25
II-2 CALCUL DE LA FONCTION DE GREEN.....	26
II-3 STRUCTURE A DEUX PLANS DE MASSE.....	
HORIZONTAUX SEMI-INFINIS.....	27
II-4 FONCTION DE GREEN POUR UN INHOMOGENE.....	
POUR LA STRUCTURE SUIVANTE.....	28
III ETUDE D'UNE LIGNE COPLANAIRE SUR SUBSTRAT DIELECTRIQUE .....	29
III-1 INTRODUCTION.....	29
III-2 THEORIE .....	30
III-2-1 MODELE MATHEMATIQUE .....	30
III-2-2 CALCUL DU POTENTIEL.....	31
III-2-3 CHARGE TOTALE.....	32
III-2-4 CAPACITE QUASI-STATIQUE .....	32
III-2-5 IMPEDANCE CARACTERSTIQUE .....	34
III-2-6 LES PERTES.....	36
III 4 CONCLUSION.....	38

IV	ETUDE DE DEUX LIGNES COPLANAIRES COUPLEES .....	39
IV-1	INTRODUCTION.....	39
IV-2	THEORIE .....	40
IV-2-1	CALCUL DU POTENTIEL.....	40
IV-2-2	DENSITES DE CHARGE .....	42
IV-2-3	CAPACITES QUASI-STATIQUES .....	43
IV-2-4	IMPEDANCES CARACTERISTIQUES .....	46
IV-2-4	IMPEDANCES EQUIVALENTES... ..	50
IV-3	CONCLUSION.....	51
V	ETUDE D'UNE LIGNE COPLANAIRE AVEC PLAN DE MASSE EN DESSOUS.....	52
V-1	INTRODUCTION.....	52
V-2	THEORIE .....	53
V-2-1	MODELE MATHEMATIQUE .....	53
V-2-2	CALCUL DU POTENTIEL.....	54
V-2-3	CHARGE TOTALE.....	56
V-2-4	CAPACITE QUASI-STATIQUE .....	56
V-2-5	IMPEDANCE CARACTERSTIQUE .....	59
V-2-6	PERTES.....	60
V-3	CONCLUSION.....	62
VI	ETUDE DE DEUX LIGNES COPLANAIRES COUPLEES AVEC PLAN DE MASSE EN DESSOUS.....	63
VI-1	INTRODUCTION.....	63
VI-2	THEORIE .....	64
VI-2-1	CALCUL DU POTENTIEL.....	66
VI-2-2	DENSITES DE CHARGE .....	68
VI-2-3	CHARGE TOTALE.....	68
VI-2-4	CAPACITES QUASI-STATIQUES .....	69
VI-2-5	IMPEDANCE CARACTERSTIQUE .....	72
VI-2-6	IMPEDANCES EQUIVALENTE .....	74
VI-3	CONCLUSION.....	75

VII	ETUDE BIDIMENSIONNELLE DES LIGNES MICROCOPLANAIRES DISSYMETRIQUE SUR SUBSTRAT SEMICONDUCTEUR A CONTACT SCHOTTKY.....	76
VII-1	INTRODUCTION.....	76
2	LE MODELE MATHEMATIQUE.....	78
3	LE CALCUL DU POTENTIEL.....	78
4	CALCUL DU PROFIL DE LA ZONE DEPEUPLEE ET REPARTITION DES DENSITES DE CHARGE SUR LE METAL .....	79
5	SCHEMA DISCRETISE DE LA LIGNE COPLANAIRE....	80
6	CALCUL DE LA CAPACITE QUASI-STATIQUE .....	85
7	ETUDE QUASI T.E.M .....	87
8	CONCLUSION .....	96
	CONCLUSION GENERALE .....	100
	REERENCES .....	103
	ANNEXES .....	106

VII	ETUDE BIDIMENSIONNELLE DES LIGNES MICROCOPLANAIRES DISSYMETRIQUE SUR SUBSTRAT SEMICONDUCTEUR A CONTACT SCHOTTKY.....	76
VII-1	INTRODUCTION.....	76
2	LE MODELE MATHEMATIQUE.....	78
3	LE CALCUL DU POTENTIEL.....	78
4	CALCUL DU PROFIL DE LA ZONE DEPEUPLEE ET REPARTITION DES DENSITES DE CHARGE SUR LE METAL .....	79
5	SCHEMA DISCRETISE DE LA LIGNE COPLANAIRE....	80
6	CALCUL DE LA CAPACITE QUASI-STATIQUE .....	85
7	ETUDE QUASI T.E.M .....	87
8	CONCLUSION .....	96
	CONCLUSION GENERALE .....	100
	REERENCES .....	103
	ANNEXES .....	106

# **INTRODUCTION GENERALE**

## INTRODUCTION :

Le développement des microlignes va de pair avec celui des circuits actifs à microondes pour les faibles puissances dans ce cas en effet les composants sont déposés sur un substrat diélectrique à structure plane et il fallait pour les circuits passifs associés à ces composants, des lignes présentant également une structure à symétrie plane sur un substrat de diélectrique.

les circuits passifs comportent des résistances, des inductances et des capacités. En basse fréquence, ce sont des éléments à constantes localisées qui sont reliés aux autres composants par des tronçons de lignes dont le comportement électrique est neutre. Mais en haute fréquence la moindre connexion est une ligne qui présente une impédance. C'est pourquoi les circuits passifs associés aux composants à haute fréquence jouent à la fois le rôle d'élément passifs ( résistance, inductance, capacité ) et de liaison entre les composants.

Ces éléments passifs sont constitués par des lignes en court circuit ou en circuit ouvert ou par des éléments à constantes localisées.

Quand aux composants actifs, ce sont des puces comportant la partie utile de l'élément actif, dépouillé de tout boîtier et avec des connexions aussi réduites que possible.

De même qu'en électronique classique, le développement des circuits actifs à hautes fréquences s'est effectué dans le sens d'une intégration de plus en plus poussée . Mais alors qu'en basse fréquences ,on en est arrivé à une intégration totale des éléments actifs et passifs en un circuit intégré monolithique, en hautes fréquences on en est encore au stade du circuit intégré hybride, dans lequel il est possible de distinguer les éléments actifs d'une part et les éléments passifs d'autre part.

Plusieurs analyses théoriques ont été effectuées au moyen de différentes méthodes, telles que la méthode de la résonance transverse [1], ou la méthode des éléments finis.

Ces études ont cherché à prévoir le comportement des lignes de transmission microbande ou coplanaires en contact Schottky ou en structure MIS, afin de proposer un modèle analytique permettant d'en connaître les performances, en fonction des différents paramètres (dimensions, dopage, tension).

Dans le chapitre II nous présentons le modèle analytique que nous allons utiliser pour l'étude des performances des lignes microcoplanaires, sur substrat diélectrique et semiconducteur en contact Schottky, c'est la technique des fonctions de Green.

Dans le chapitre III et IV la ligne coplanaire et les lignes coplanaires couplées déposées sur substrat diélectrique sont

étudiées, il s'agit là de déterminer la capacité quasi-statique, l'impédance caractéristique pour une ligne coplanaire, et la capacité et l'impédance en mode paire et impaire pour deux lignes coplanaires couplées, ainsi que les permittivités effectives des deux modes. Le mode de propagation est supposé quasi-TEM vu les dimensions de la structure.

Dans les deux chapîtres qui suivent notre étude sera consacrée à la détermination de l'influence de l'épaisseur du substrat diélectrique sur les caractéristiques des lignes coplanaires simples et couplées, pour ça on a métallisé l'autre face du substrat diélectrique.

Dans le dernier chapitre l'effort le plus important a été consacré à la détermination de la limite de la zone dépeuplée créée par la polarisation en inverse du contact Schottky, pour des structures coplanaires symétrique et dissymétrique, l'équation de Poisson est donc résolu à deux dimensions en utilisant les fonctions de Green.

**CHAPITRE I**

**Rappels Histroques**

**&**

**Theoriques**

## DIFFERENTS TYPES DE LIGNES

### I-1 INTRODUCTION :

Les différentes structures de guidage employées dans les systèmes à hautes fréquences peuvent être classées en deux catégories , les structures ouvertes (ou planaires) et les structures fermées (ou blindées). Par structures fermées, on entend traditionnellement celles qui sont totalement isolées de l'extérieur par des parois métalliques . Pour ces dernières, on peut parler de domaines intérieur et extérieur, les différents signaux se propageant dans le domaine intérieur.

Il n'y a pas, pour les structures ouvertes, de distinction claire entre domaine intérieur et domaine extérieur, l'espace tout entier étant, à priori, le milieu de propagation.

L'utilisation pratique des structures ouvertes, du point de vue de leur intégration sur circuit, est plus souple car on peut adjoindre sur leurs surfaces des composants actifs ou passifs et

elles admettent, en principe, la possibilité de réglage.

Cependant, à côté de ces avantages les structures ouvertes comportent des interfaces air diélectrique qui modifient les modes de propagation ce sont en général des modes hybrides qui ne sont réellement ni TE ou TM ni TEM.

## 2-1 STRUCTURES OUVERTES

### 2-1-1 LIGNE TRIPLAQUE OU LIGNE RUBAN

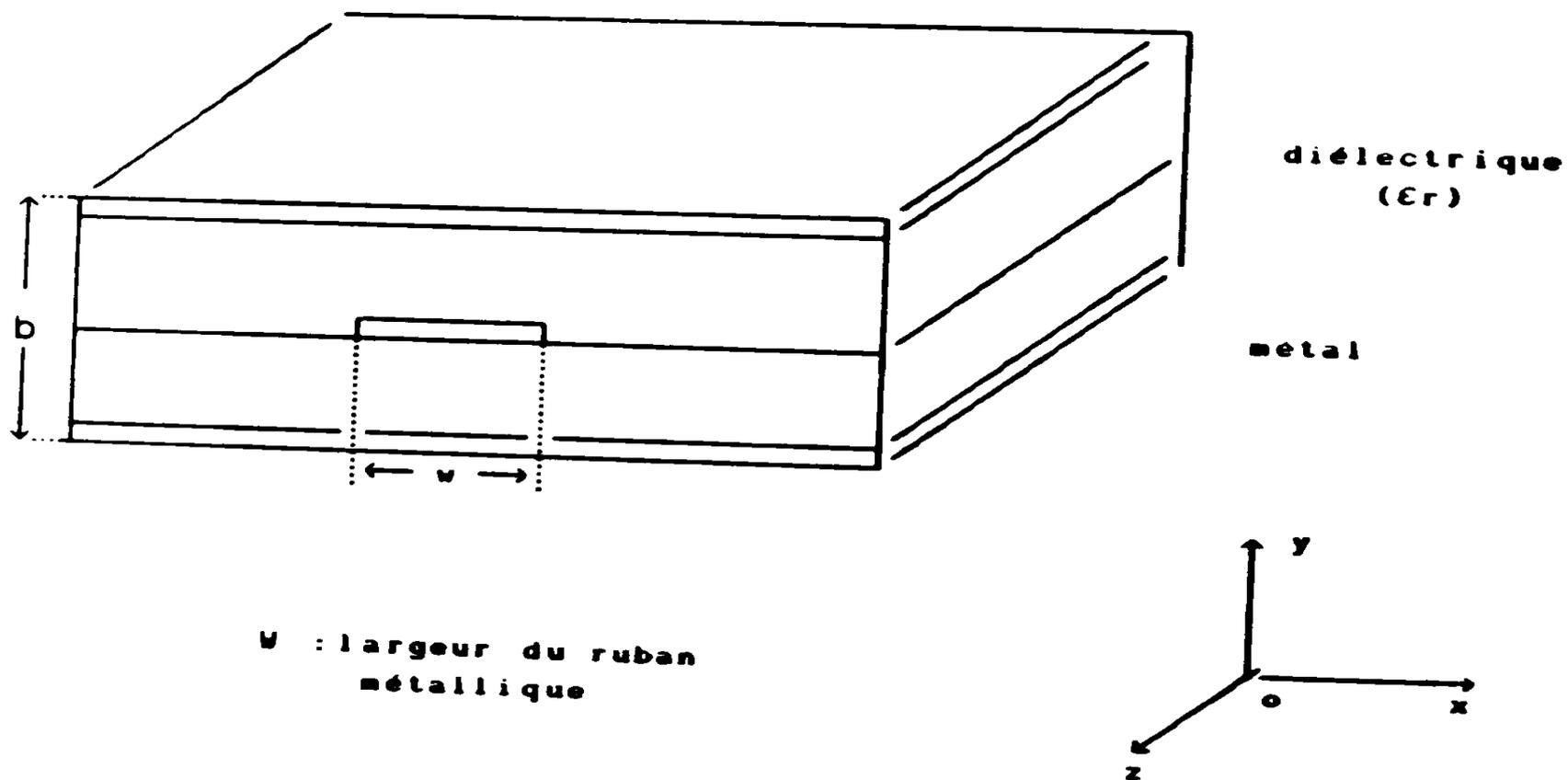


Fig. 1

La ligne triplaque (triplatée line) (Fig. 1) encore appelée ligne ruban (stripline), fut la première microligne développée (par Barret et Barnes en 1951) et la seule microligne homogène (un

seul diélectrique) supportant un mode fondamental réellement TEM. Sa conception peut donc s'obtenir avec une analyse de type électrostatique. Celle-ci est considérablement simplifiée si l'épaisseur  $T$  du ruban central est négligée

## 2-1-2 LIGNE A FENTE

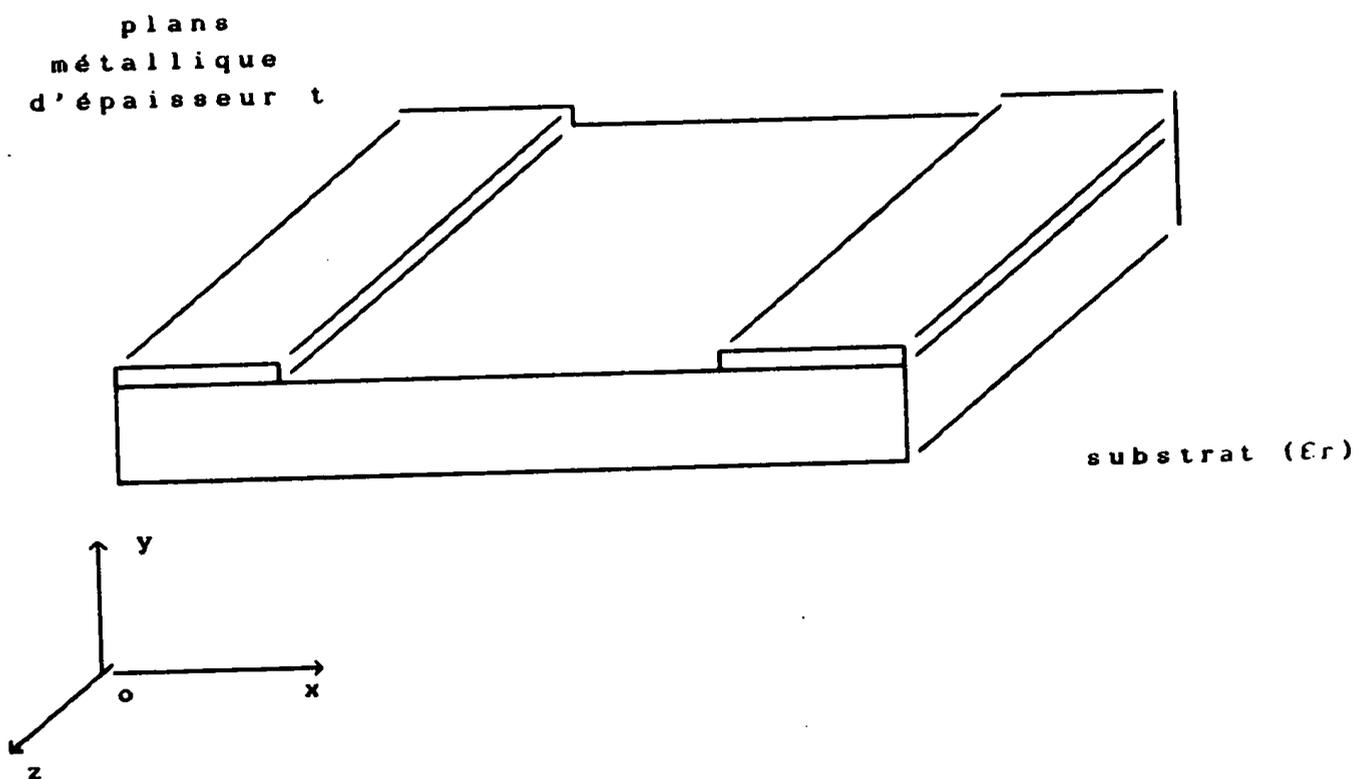


Fig 2

La ligne à fente (slot line) (fig 2), encore appelée ligne à encoche proposée par Cohn en 1968, est une structure constituée d'un substrat diélectrique métallisé sur une seule surface. La

face métallisée comporte une fente ou encoche de séparation étroite gravée qui constitue la ligne. Cette structure est particulièrement utile dans les circuits intégrés nécessitant des lignes à haute impédance (car il est difficile d'obtenir des impédances caractéristiques inférieures à  $60 \Omega$  pour les lignes à fentes).

Des courts circuits ou des combinaisons hybrides avec des lignes à microruban la propagation n'est pas du tout du type T.E.M mais plus proche d'une propagation du type TE. Du fait de l'aspect hybride de ce mode de propagation, seule une analyse basée sur les méthodes numériques, comme la méthode spectrale, peut convenir. Cependant, il est possible d'obtenir des expressions analytiques approchées par interpolation des courbes calculées numériquement.

Du fait du mode de propagation non T.E.M, la définition de l'impédance caractéristique  $Z_c$  d'une ligne à fente ne peut être faite que de façon équivoque et discutable. Malgré tout, cette notion peut être utile pour les expérimentateurs.

Il s'ensuit qu'un choix possible consiste dans la définition suivante :

$$Z_c = \frac{V^2}{2P}$$

Avec  $P$  : puissance transmise ou flux du vecteur de Poyting

$U$  : tension de la ligne à fente , c'est à dire circulation de la composante transverse  $E_x$  du champ électrique d'un

conducteur a l'autre.

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-}^{+} dx \int_{-}^{+} E_x H^* e_z dy$$

Avec  $H^*$  : Complexe conjugué

$\operatorname{Re}$  : Partie réelle

$e_z$  : Vecteur unitaire le long de l'axe OZ

## 2-1-3 LIGNES A RUBUNS COPLANAIRES

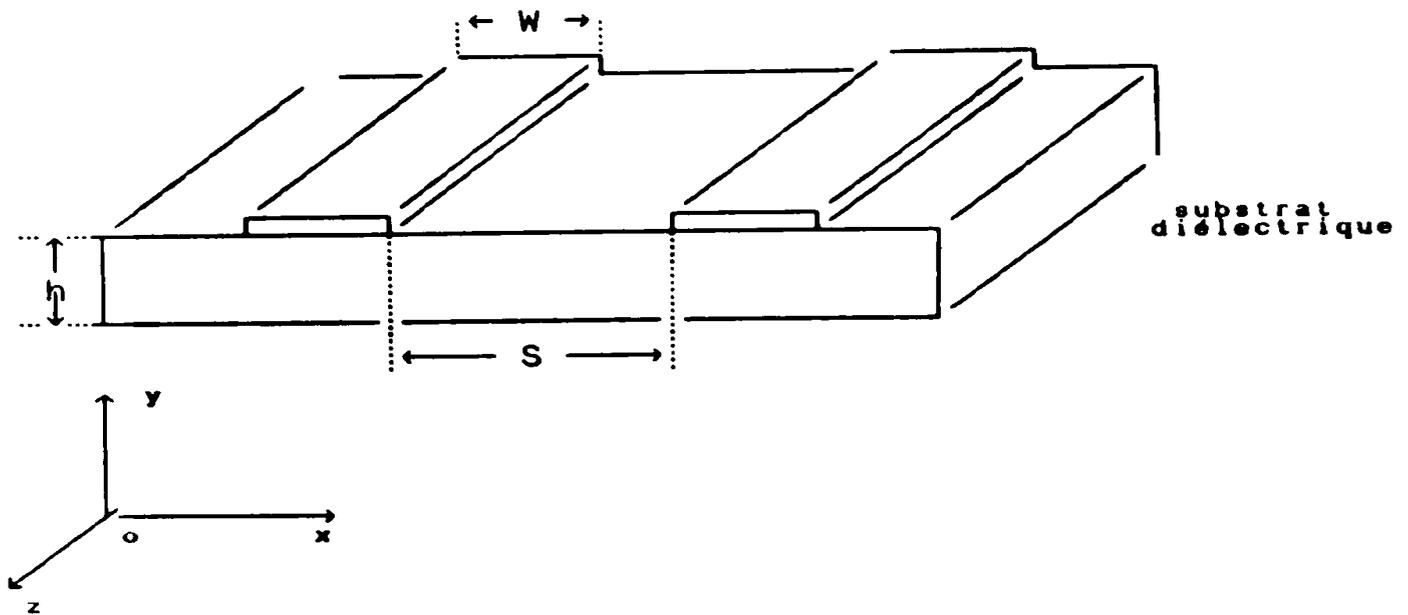


Fig 3

$h$  : épaisseur du substrat

$S$  : espacement entre les rubans

$W$  : largeur des rubans métalliques

La structure de la ligne à rubans coplanaires ( coplanar strip) (fig 3) est constituée de rubans métalliques déposés sur la même face d'un diélectrique, elle ressemble à la ligne coplanaire ( chapitreIII ).

L'étude de ce type de ligne utilise une approche basée sur l'approximation quasi-TEM ce qui permet de trouver une expression de l'impédance caractéristique  $Z_c$ .

#### 2-1-4 GUIDES DIELECTRIQUES

De nombreux circuits passifs ou actifs, dans le domaine millimétrique ont utilisé ces dernières années, une technologie à base de guides diélectriques. La raison de cet intérêt est simple.

Les parois métalliques des structures fermées provoquent de fortes atténuations dues à l'effet de peau. Les pertes dans le conducteur sont directement proportionnelles à la racine carrée de la fréquence. Les guides diélectriques ne possèdent pas de parois métalliques, les pertes dans le conducteur sont uniquement dues à un seul plan métallique.

Dans les guides diélectriques, la majeure partie de l'énergie se propage dans la région ayant la plus forte permittivité. Dans le guide ruban, deux cas peuvent se présenter, le substrat une permittivité plus faible ou plus forte que celle du ruban. Dans ce dernier cas, la plus grande partie de l'énergie se propage dans le substrat diélectrique. Il s'ensuit une diminution des pertes dues aux imperfections des parois diélectriques du ruban. Par contre, dans le cas inverse, la plus grande partie de l'énergie se propage

dans le ruban, diminuant ainsi les pertes dans le conducteur.

Dans les guides diélectriques se propagent des modes que l'on désigne par  $E_{pq}^x$  et  $E_{pq}^y$  suivant une nomenclature communément admise, où les indices  $p$  et  $q$  indiquent le nombre d'extrémums respectivement dans les directions  $x$  et  $y$  du champ électrique.

Ces modes sont hybrides, c'est à dire qu'ils ne possèdent pas une distribution de champ de type TE ou TM. Pour les modes  $E_{pq}^x$ , la composante transversale principale du champ électrique se trouve dans la direction  $x$  et pour les modes  $E_{pq}^y$  dans la direction  $y$ .

Une analyse approchée, appelée méthode de l'indice effectif a été développée par Knox et Toullos en 1970 pour le guide image. Elle fut ensuite appliquée au guide ruban et au guide ruban inverse.

Au delà de 100 GHz, les lignes à ailettes ainsi que les lignes ruban posent de nombreuses difficultés du fait de leur tolérances mécaniques. Les guides diélectriques intégrés offrent une solution possible avec de plus faibles pertes et des tolérances moins fortes. Le domaine de fréquences pour une utilisation pratique des guides diélectriques s'étend de 40 à 140 GHz.

Ce type de guide diélectrique (inversted strip dielectric guide) (fig.5), inventé par Itoh en 1976, est une extention naturelle du guide diélectrique ruban. Il consiste en une couche diélectrique (de permittivité  $\epsilon r_2$ ) placée sur un ruban diélectrique (de permittivité  $\epsilon r_1$ ) reposant sur un plan métallique.

En choisissant  $\epsilon r_2 > \epsilon r_1$ , la couche diélectrique guide la plus grande partie de l'énergie. Par rapport aux avantages déjà cités du guide ruban diélectrique à deux couches, le guide diélectrique ruban utilise seulement une seule couche, ce qui permet de réduire les pertes diélectriques dans la deuxième couche (ou substrat). Cette configuration évite aussi de coller deux diélectriques (pertes inherentes a la colle). La méthode de l'indice effectif s'applique aussi a ce type de configuration.

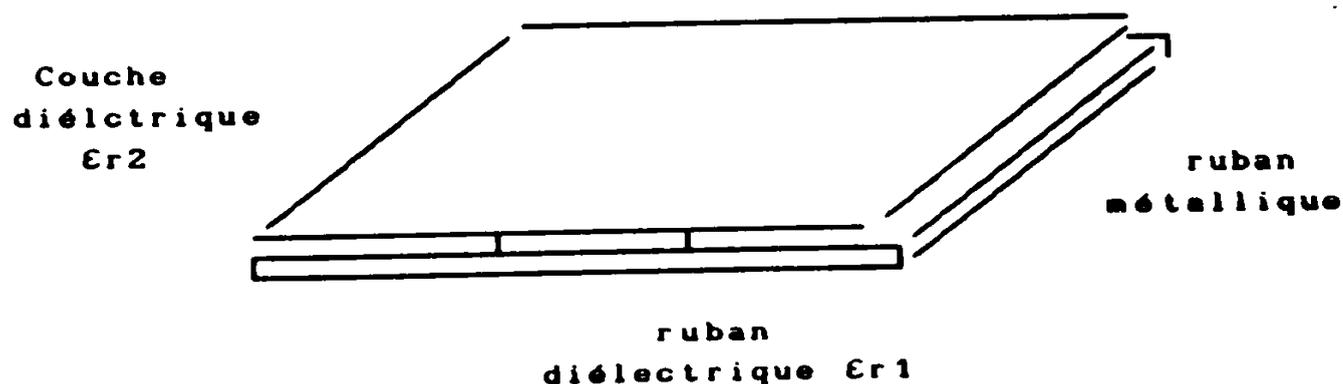


Fig. 4

## 2-1-6 LIGNE SANS PERTES

Lorsque le guide d'ondes fonctionne comme une ligne, c'est à dire lorsque le mode de propagation est de type TEM, l'impédance caractéristique et la vitesse de phase  $V_p$  sont données, dans le cas d'un diélectrique sans pertes ( $\text{tg}\delta = 0$ ) non magnétique et pour des parois parfaitement conductrices ( $\sigma = \infty$ ).

## 2-1-7 LIGNES AVEC PERTES

Une analyse de la ligne coaxiale reste possible dans le cas générale de conducteurs de conductivité  $\sigma$  finie et avec des pertes dans le diélectrique ( $\text{tg} \delta \neq 0$ ). la solution n'est plus de type TEM (composante du champ électrique à la surface des conducteurs non nulle) et devient amortie .

Cependant, lorsque les matériaux sont de bonne qualité et la fréquence n'est pas trop élevée, les pertes sont faibles. En supposant le mode de propagation toujours TEM, on obtient les expressions suivantes pour l'impédance caractéristique  $Z_c$  et la constante de propagation complexe  $\gamma$ .

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

où  $R$  ,  $L$  ,  $G$  et  $C$  représentent respectivement la résistance linéique , l'inductance linéique , la conductance linéique et la capacité linéique de la ligne.

## II PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Des ondes peuvent se propager dans les milieux matériels le phénomène, généralement moins simple que dans le vide, dépend de la constitution de ces milieux et de leurs propriétés électromagnétiques.

Les ondes susceptibles de s'y propager sont des solutions des équations de Maxwell.

$$\text{rot } E = \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\text{rot } H = 4 \pi \sigma E + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\epsilon \text{ Div } E = 4 \pi \rho$$

$$\text{Div } H = 0$$

Pour les structures de guidage traditionnelles et qui comportent deux conducteurs au moins les solutions des équations de Maxwell, pour une propagation dans la direction OZ s'écrivent :

$$E_0 (X, Y, Z) = E (X, Y) \exp (- \gamma Z) = E (X, Y) \exp (- J \beta Z)$$

$$H_0 (X, Y, Z) = H (X, Y) \exp (- \gamma Z) = H (X, Y) \exp (- J \beta Z)$$

où  $\beta = -j\gamma$  est la constante de propagation d'un mode se propageant dans la direction des  $Z > 0$ .

On décompose usuellement les champs en composantes transversale (plan de section droite) et longitudinale (suivant la direction OZ).

$$E = E_z + E_{z_n}$$

$$H = H_z + H_{z_n}$$

En reportant ces expressions dans les équations de Maxwell, il est possible de séparer les composantes longitudinales et transversales des champs. On parvient de cette façon à mettre en évidence deux types de solutions différentes : l'une qui correspond à une propagation avec une vitesse différente de celle des ondes libres dans le diélectrique (modes TE (transverse électrique), TM (transverse magnetic), et hybrides), l'autre qui est associée à la propagation d'ondes ayant pour vitesse celle des ondes libres (mode TEM transverse électromagnetic).

### 1 Types de solutions

On rappelle les résultats fondamentaux de la propagation guidée qui se traduisent par l'énoncé de 2 principaux théorèmes :

1er théorème:

Lorsque la constante de propagation diffère de celle des ondes libres, les champs les plus généraux se propageant par ondes planes s'expriment entièrement en fonction des composantes longitudinales  $E_z$  et  $H_z$ , composantes qui vérifient une équation de Helmholtz à deux dimensions du type :

$$\Delta E_z + (\gamma^2 + k^2) E_z = 0$$

ou

$$\Delta H_z + (\gamma^2 + k^2) H_z = 0$$

où  $k = \omega / v$  est le module du vecteur d'onde en espace libre,  $v$  vitesse de la lumière dans le milieu diélectrique.

Dans ce cas, on met en évidence, en ce qui concerne les guides d'ondes, deux types de modes transportés, les modes T<sub>E</sub> et T<sub>M</sub>, correspondant à des champs physiquement indépendants définis par les relations :

En mode T<sub>M</sub>

$$E = - \frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \text{grad } E_z + E_z n$$

$$H = \frac{j \omega \epsilon}{\gamma^2 + k^2} (\text{grad } E_z * n)$$

$$H_z = 0$$

En mode TE

$$E = - \frac{j \omega \mu}{\gamma^2 + k^2} (\text{grad Hz} * n)$$

$$H = - \frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \text{grad Hz} + \text{Hz}_n$$

$$E_z = 0$$

De plus les modes TE et TM sont corrélatifs et on a les relations :

$$H = \frac{-jk}{\gamma} E x_n \quad (\text{cas du mode TM})$$

$$E = \frac{j\kappa}{\gamma} H x_n \quad (\text{cas du mode TE})$$

avec  $\epsilon$  permittivité absolue

$\mu$  perméabilité absolue du diélectrique .

Le théorème s'applique également pour les de structures non homogènes (mettant en oeuvre plus d'un diélectrique) à deux conducteurs, à la différence près qu'il n'y a plus forcément séparation physique des modes TE et TM. On qualifie de modes hybrides de telles solutions qui correspondent aux conditions  $E_z \neq 0$  et  $H_z \neq 0$  vérifiées simultanément . Les modes des microlignes sont de ce type .

Si l'on cherche maintenant les solutions se propageant à la vitesse des ondes libres, on a le résultat suivant, qui ne

s'applique qu'à des structures de guidage homogènes (à un seul diélectrique) .

### 2ème Théorème

A toute fonction harmonique  $\phi$  de  $\mathbb{R}^2$  ( $\Delta \phi (x_1, x_2) = 0$ ) correspond, dans un milieu sans pertes, deux champs  $E$  et  $H$  transversaux, non nuls si la structure de guidage comprend au moins deux conducteurs .

Leur constante de propagation est celle des ondes libres ( $\gamma = jk$ ) de plus , en chaque point et à chaque instant, les champs réels sont orthogonaux entre eux et dans le rapport de l'impédance d'onde .

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

On appelle mode TEM le mode associé. On montre alors que le champ électromagnétique se déduit directement de la fonction  $\phi$  par les expressions :

$$E = \text{grad } \phi = E_t$$

$$H = \frac{1}{Z_c} \text{grad } \phi * n = \frac{-\gamma}{j \omega \mu} E_t * n = \frac{1}{Z_c} n * E = H_t$$

Remarque : on peut appliquer cette théorie à des structures fermées comme les guides d'ondes, ainsi que pour les structures ouvertes comme les lignes de transmissions.

## 2 APPLICATIONS AUX LIGNES DE TRANSMISSION

Il s'agit de structure de guidage homogènes à deux conducteurs au moins. Compte tenu de ces hypothèses, la propagation des ondes s'effectue sans dispersion pour une constante de propagation des ondes libres dans le diélectrique (mode TEM); tant que la fréquence de travail reste inférieure à la fréquence de coupure du 1<sup>er</sup> mode TE ou TM de la ligne, on peut exprimer les vitesse de phase et vitesse de groupe pour le mode TEM, qui sont par ailleurs égales et indépendantes de la fréquence de travail :

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$V_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = V_p$$

on peut alors définir de façon générale les éléments linéiques du schéma de circuit équivalent d'un tronçon de ligne de longueur dz fig.5

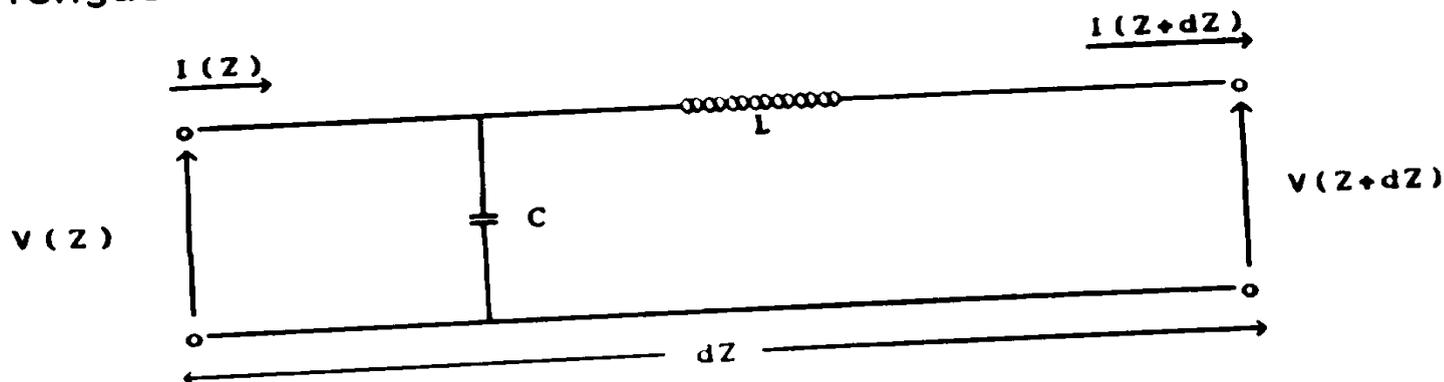


Fig.5 : Circuit équivalent d'un tronçon de ligne

Inductance linéique :

$$L = \frac{k}{\omega} Z_c = \sqrt{\epsilon \mu} Z_c = \frac{Z_c}{V_p}$$

Capacité linéique

$$C = \frac{k}{\omega} \frac{1}{Z_c} = \sqrt{\epsilon \mu} \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{V_p Z_c}$$

Il est illicite de définir tension, courant et impédance compte tenu du type de propagation par mode TEM puisque le champ électrique dérive d'une fonction potentiel et possède une circulation entre les deux conducteurs et indépendante du chemin suivi. On utilise ainsi la notion d'impédance caractéristique  $Z_c$  rapport de la tension au courant sur une ligne infinie ou adaptée à son extrémité. On doit noter les relations importantes :

$$L C = \frac{1}{V_p^2} = \epsilon \mu$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Dans le cas des microlignes ouvertes, l'existence de composantes longitudinales des champs a pour conséquence l'impossibilité de définir une impédance caractéristique sur le plan théorique. En pratique, ces composantes longitudinales sont souvent faibles. On qualifie de mode quasi-TEM le champ électromagnétique correspondant. Il est alors possible d'employer la notion d'impédance caractéristique à partir de considérations

la notion d'impédance caractéristique à partir de considérations énergétiques en utilisant par exemple , la relation :

$$Z_c = \frac{V^2}{2P}$$

Avec P puissance transportée par le mode fondamental, V tension définie par la circulation de la composante transversale du champ électrique calculé entre les conducteurs .

Il ne faut cependant pas oublier que l'emploi de cette notion constitue une approximation d'autant plus grossière que la fréquence est élevée . Si l'on cherche une plus grande précision, il est préférable de raisonner directement en termes de modes transportés et de renoncer à la notion de circuit à constantes réparties .

On pourra alors avoir recours à la méthode des modes couplés qui permet la détermination du coefficient de réflexion d'un circuit à microligne sans passer par la définition d'une impédance caractéristique .

### 3 LIGNE TEM

Les lignes TEM sont des lignes pour lesquelles les champs électrique et magnétique sont dans des plans perpendiculaires aux conducteurs qui les constituent et, par conséquent, à la direction de propagation .

d'où l'abréviation TEM ( de l'anglais tansversal electri and magnetic fields ) les lignes bifilaires et coaxiales , qui sont très employées en télécommunication, représentent un excellent exemple d'un tel type de lignes .

L'étude d'une ligne à l'aide des concepts tension et courant n'est valable que s'il s'agit précisément d'une ligne TEM.

### III CONCLUSION

On constate après cette étude que pour les hyper-fréquences (microondes) les structures traditionnelle de guidage ne sont plus fiable, et que l'utilisation des lignes de transmission à structure fermée (guides d'ondes) ou structure ouverte (les lignes à microruban) est indispensable.

D'autre part les lignes des transmission les plus utilisées sont les lignes à microrubans parcequ'elles présentent des avantages par rapport aux strutures fermées ,surtout pour les connexion entre composant actifs (circuit intégré).

**CHAPITRE II**

**DETREMINATION**

**DE LA**

**FONCTION DE GREEN**

vérifier la condition de réciprocité c'est à dire

$$G(r/r_0) = G(r_0/r)$$

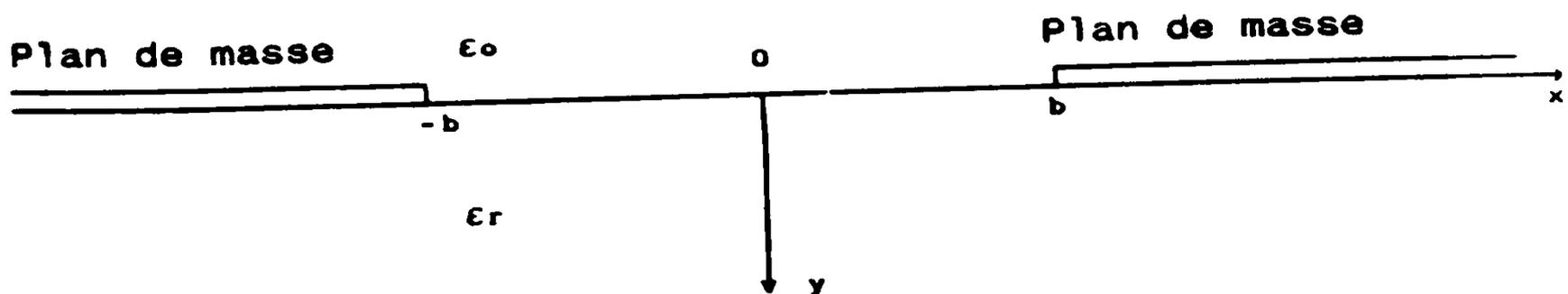
donc on peut interchanger les positions de la source et le point de l'observateur .

Pour l'équation de POISSON (  $\hat{L} = \Delta$  ) , la condition de réciprocité est toujours vérifiée pour un milieu homogène , on parle alors de fonction de Green ceci n'est pas évident dans le cas contraire , KOBAYASHI [3] montre que cette propriété est également vérifiée pour des milieux non homogènes isotropes [4] ou anisotropes [5], ce qui rend très souple la mise en équation des problèmes complexes.

Pour un milieu à plusieurs milieux diélectriques on utilise la méthode des images.

## II-2 CALCUL DE LA FONCTION DE GREEN

Le calcul de la fonction de green de l'équation de poisson (i).



## II-3 STRUCTURE A DEUX PLANS DE MASSE HORIZONTAUX SEMI-INFINIS

Pour un milieu homogène ( i )

$$\text{s'écrit} \quad : \quad \Delta V = \frac{\rho(x,y)}{\epsilon_h}$$

où  $\epsilon_h$  est la permittivité du milieu

la fonction de green vérifie l'équation :

$$\Delta G = - \delta(x-x_0) \cdot \delta(y-y_0)$$

La fonction de green a été déterminée par [6] , pour milieu homogène :

$$G(x/x_0, y/y_0) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{Sin}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T)}{\text{Sin}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T)} \right]$$

$$\text{Avec} \quad R^\pm = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cos}^{-1} \left( \frac{x}{b} - \frac{1}{Z} \right) \pm \text{Cos}^{-1} \left( \frac{x_0}{b} - \frac{1}{Z_0} \right) \right\}$$

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cosh}^{-1}(Z) - \text{Cosh}^{-1}(Z_0) \right\}$$

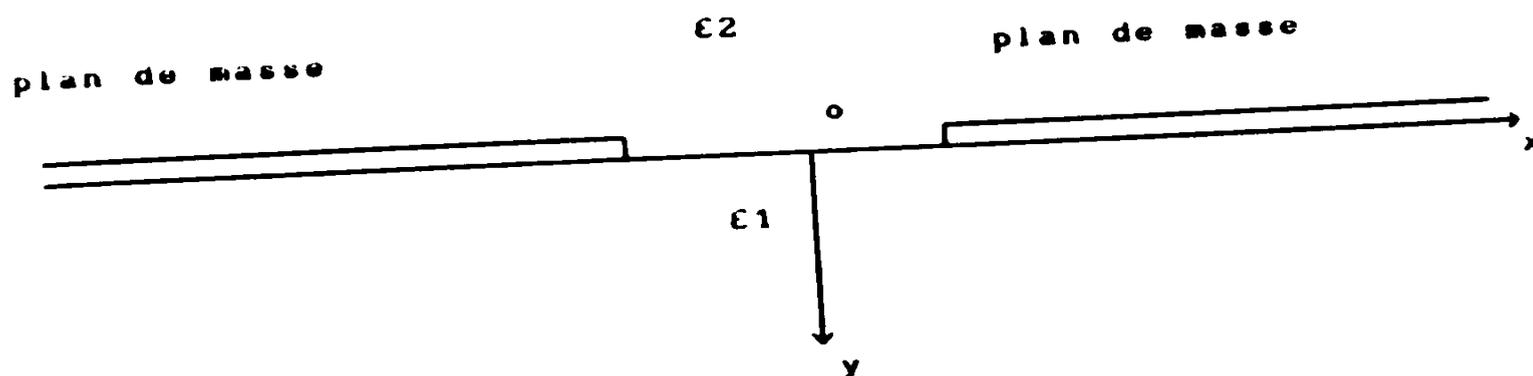
$$Z = \left\{ \frac{\alpha + \beta}{2} \right\} \quad \text{et} \quad Z_0 = \left\{ \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} \right\}$$

$$\alpha = \left( \frac{x}{b} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 + 1 \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 + \left( \frac{y_0}{b} \right)^2 + 1$$

$$\beta = \left[ \alpha^2 - 4 \left( \frac{\hat{a}}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{et} \quad \beta_0 = \left[ \alpha_0^2 - 4 \left( \frac{\hat{a}_0}{b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

avec  $\phi(x, y)$  point d'observation  
 $\phi_0(x_0, y_0)$  point observe

II-4 FONCTION DE GREEN POUR UN MILIEU INHOMOGENE  
 POUR LA STRUCTURE SUIVANTE



la fonction de Green s'écrit sous la forme suivante :

$$G = - \frac{1}{4\pi} \left[ \text{LOG} \left( \frac{\text{Sin}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T)}{\text{Sin}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T)} \right) + R \cdot \text{LOG} \left( \frac{\text{Sin}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T_1)}{\text{Sin}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T_1)} \right) \right]$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cosh}^{-1}(Z) + \text{Cosh}^{-1}(Z_0) \right\}$$

## **CHAPITRE III**

# **ETUDE D'UNE LIGNE COPLANAIRE**

## **SUR SUBSTRAT**

## **DIELECTRIQUE**

# ETUDE DES LIGNES COPLANAIRE SUR SUBSTRAT DIELECTRIQUE

## III-1 INTRODUCTION :

La ligne coplanaire est constituée par un ruban de largeur  $2W$  séparée par deux fentes de largeur  $S$  (fig. 1), elle n'occupe qu'un seul côté du substrat, c'est une ligne inhomogène, mais elle peut être utilisée en mode quasi T.E.M , elle se prête bien à la mise en place d'éléments localisés en parallèles sans pincement du substrat et à la réalisation de stubs série .

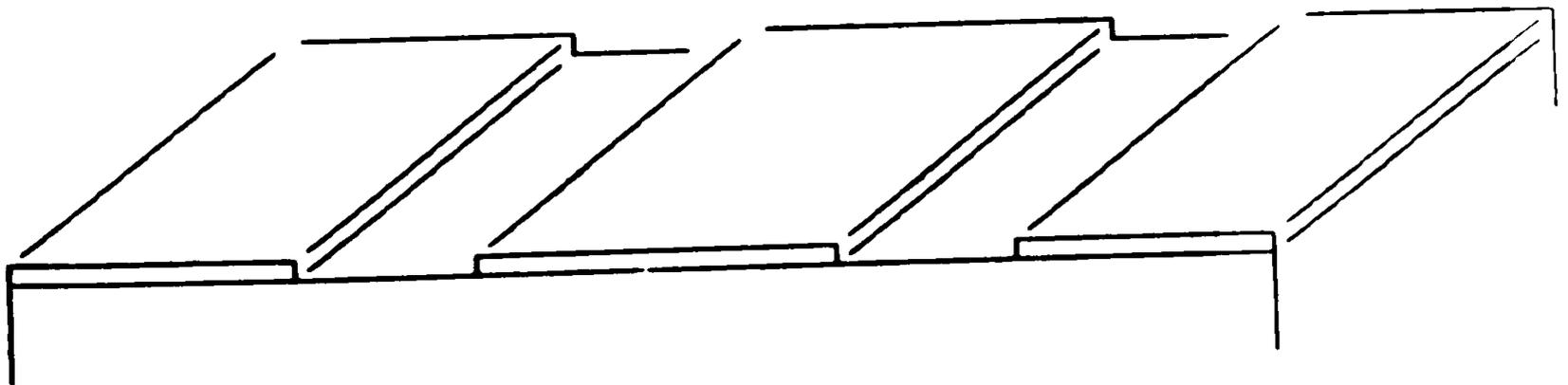


Fig. 1

Plusieurs méthodes quasi-statiques [6] ont été utilisés pour étudier ce type de ligne ,ces méthodes utilisent des transformations conformes qui permettent de calculer les différentes caractéristiques de la ligne ,comme la capacité quasi-statique ,l'impédance caractéristique en fonction du rapport  $( W / B )$  pour différents  $( \epsilon_r )$ . Notre methode qui permet de faire les mêmes calculs consiste à utiliser la fonction de Green déterminée dans le chapitre précédent permet de connaitre la répartition des charges sur la section droite de la ligne et par conséquent un calcul précis de capacité quasi-statique et de l'impédance caractéristique en fonction de  $W / B$  pour différents  $\epsilon_r$ .

### III-2 THEORIE

#### III-2-1 MODELE MATHEMATQUEE

La fonction de Green se réduit à la forme suivante :

$$G(x/x_0, 0/0) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{SIN}^2(R^-)}{\text{SIN}^2(R^+)} \right] \quad (1)$$

$$R^\pm = \frac{1}{2} \left\{ \text{COS}^{-1}(x/b) \pm \text{COS}^{-1}(x_0/b) \right\}$$

$$Z = \left\{ \frac{\alpha + \beta}{2} \right\}^{1/2} \quad , \quad Z_0 = \left\{ \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} \right\}^{1/2}$$

$$\text{avec} \quad \alpha = \left( \frac{x}{b} \right)^2 + 1 \quad , \quad \alpha_0 = \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 + 1$$

$$\beta = \left\{ \alpha^2 - 4 \left( \frac{x}{b} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad \beta_0 = \left\{ \alpha_0^2 - 4 \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

### III-2-2 CALCUL DU POTENTIEL

le potentiel sur la ligne s'écrit .

$$V = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho G(x/x_0, 0/0) dx_0 \quad (2)$$

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_0 + \epsilon_0 \epsilon_r}{2} \quad (3)$$

$\epsilon_0$ : permittivité équivalente de la ligne

$\rho$  : Densité de la charge

le potentiel appliqué à la grille est connu

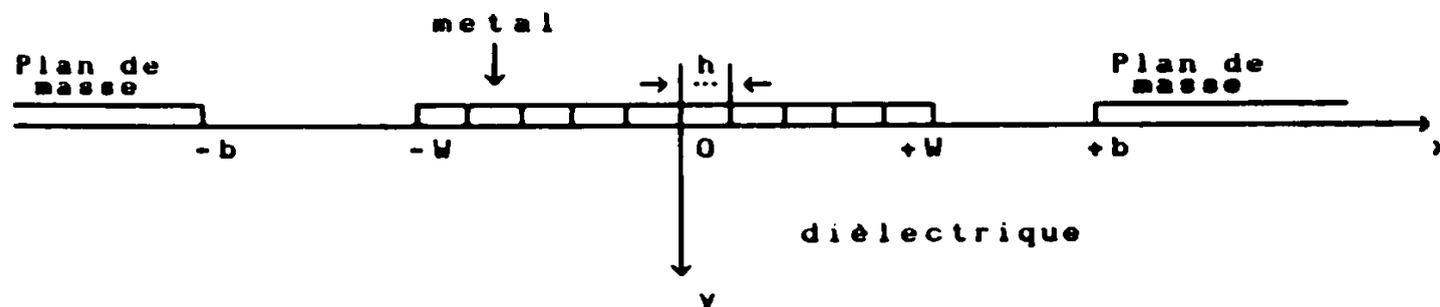


Fig. 2

Pour déterminer la répartition de la densité de charge on doit partager la section droite de la grille Fig (2) en N échantillons de pas (h).

On suppose que pour chaque échantillon le potentiel reste constant et il est égal au potentiel appliqué à la grille, et que

la densité de charge surfacique reste constante. On a donc des densités de charge à déterminer.

Le potentiel de chaque échantillon s'écrit :

$$V_i(x_i, 0) = \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_0} \int_{x_{j-h/2}}^{x_{j+h/2}} G(x_i/x_0, 0/0) dx_0 \quad (4)$$

On a donc un système d'équations linéaires de N équations dont la résolution est faite par la méthode de Gauss (Annexe 1)

### III-2-3 CHARGE TOTALE

Après avoir déterminé la répartition de la densité de charge les  $\rho_j$  on calcule la charge totale Q par la relation :

$$Q = \sum_{j=1}^N \rho_j \cdot h \quad (5)$$

### III-2-4 CAPACITE QUASI-STATIQUE

La capacité quasi-statique est le rapport entre la variation de la charge totale  $\Delta Q$  sur la variation de la tension de polarisation  $\Delta V_G$  correspondante :

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V_G} \quad (6)$$

La connaissance de la variation de la charge totale permet

tracer la variation de capacité quasi-statique en fonction de  $W/B$  pour différents  $\epsilon_r$  Fig 3 .

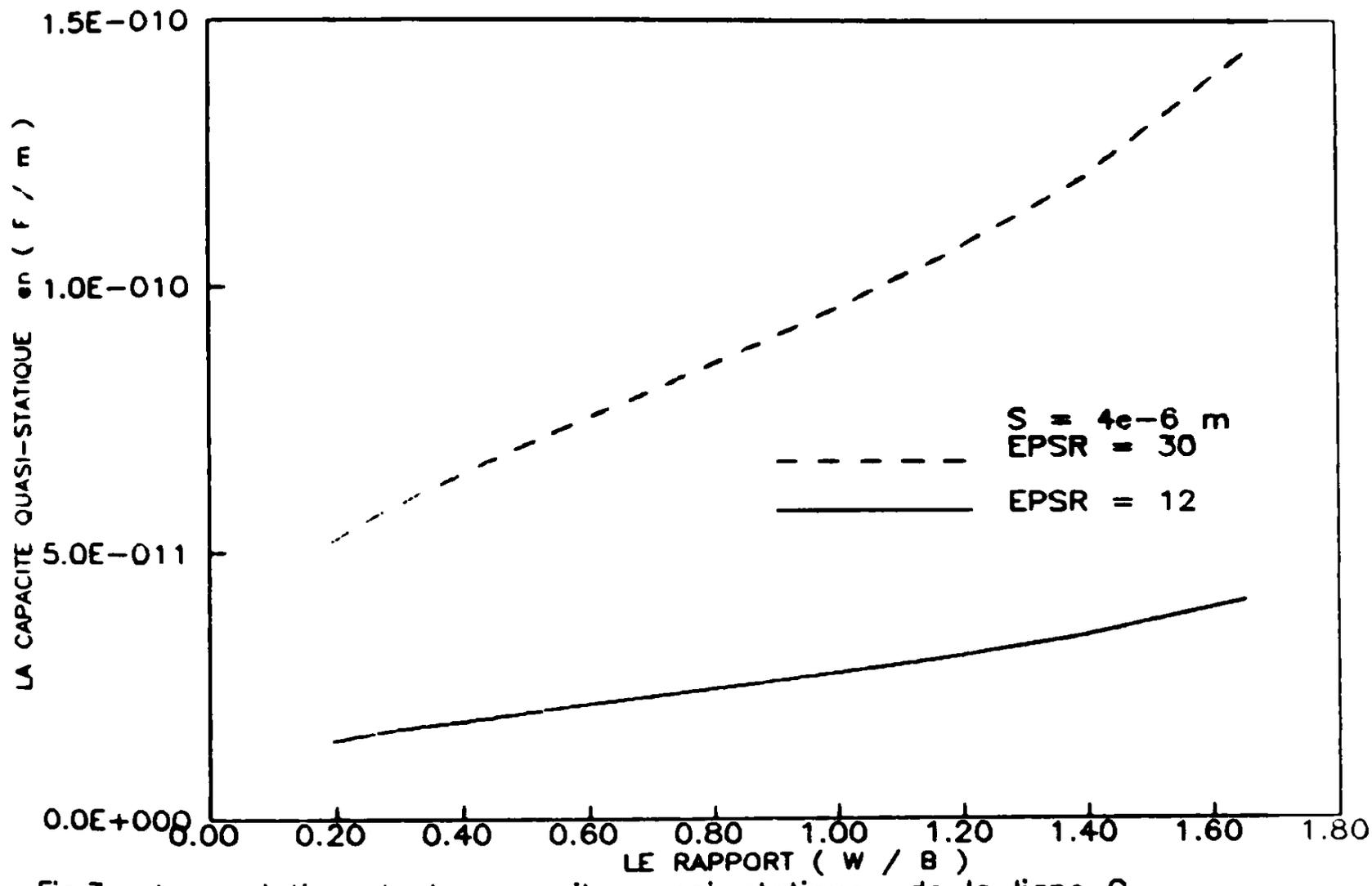


Fig.3 : La variation de la capacité quasi-statique de la ligne C en fonction de la permittivité du substrat diélectrique

III-2-5 IMPEDANCE CARACTERSTIQUE :

L'impédance caractéristique est donnée par la relation [6] :

$$Z_c = 60 \pi \epsilon_0 \sqrt{2(\epsilon_r+1)} \frac{1}{C} \quad (7)$$

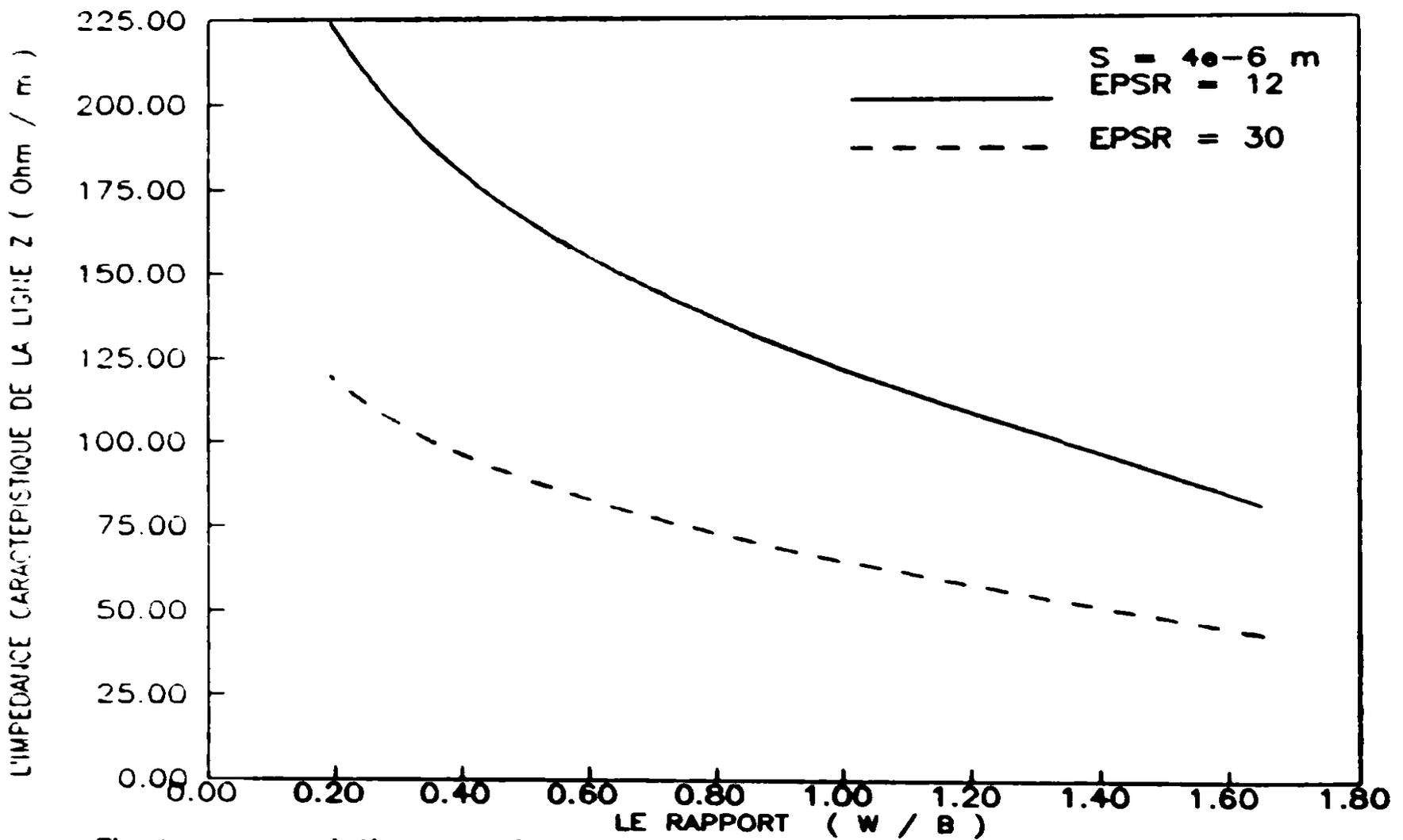
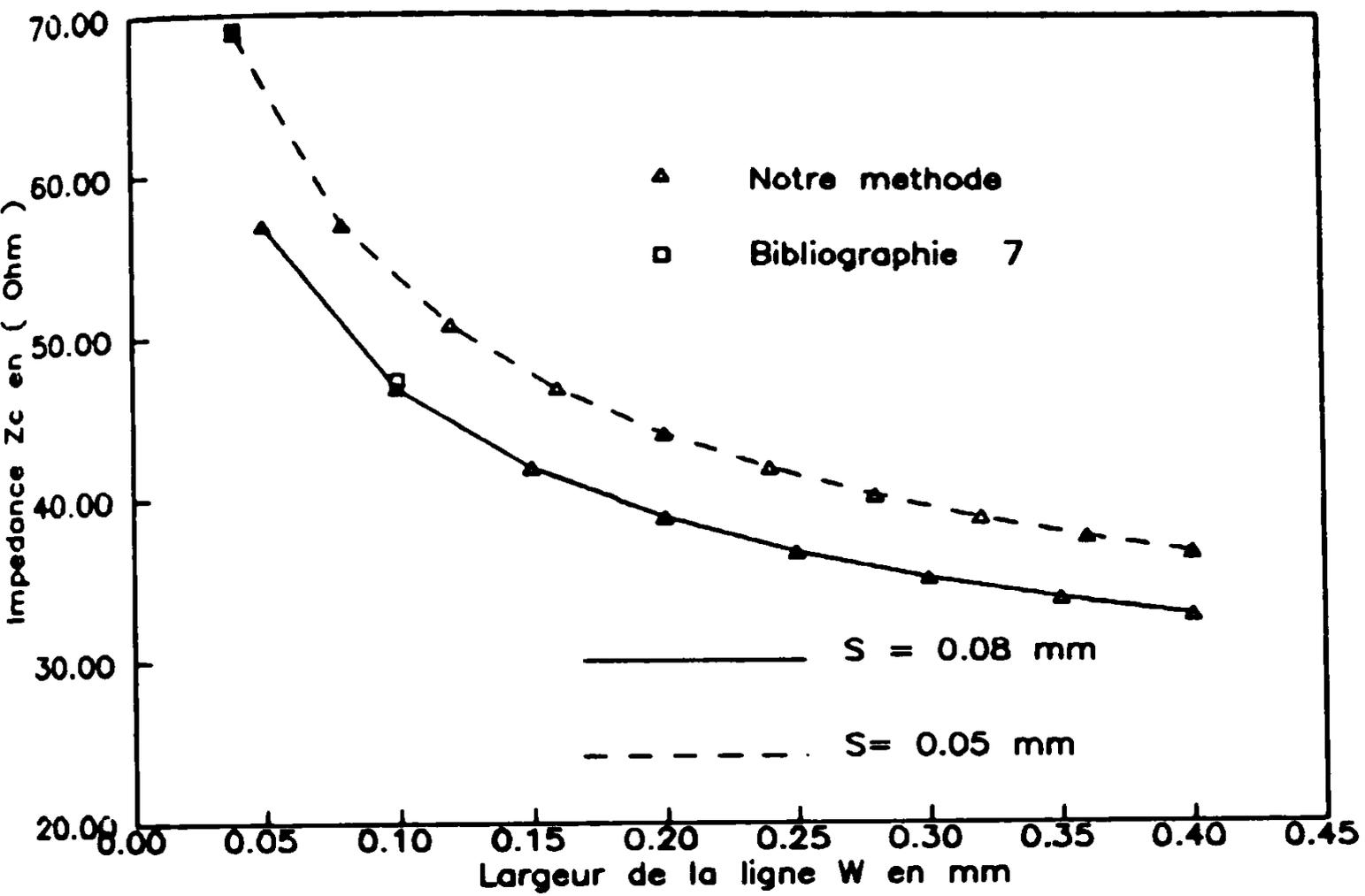


Fig.4 : La variation de l'impédance caractéristique de la ligne  $Z_c$  en fonction de la permittivité du substrat diélectrique



III-2-6 PERTES

La propagation d'une onde dans le substrat diélectrique d'une ligne microcoplanaire provoque l'affaiblissement de l'onde propagée, la constante d'atténuation est donnée par la relation [7] :

$$\alpha = f(\epsilon_r) \frac{1}{(\lambda_d)^2} \frac{(W + 2G)}{K(k) \cdot K(k')} \quad (8)$$

$$\text{Avec } k = \frac{W}{B} \quad (9)$$

$$\text{et } f(\epsilon_r) = \left[ \frac{\pi}{2} \right]^5 \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(1 - 1/\epsilon_r)^2}{(1 + 1/\epsilon_r)^{1/2}} \quad (10)$$

et  $K(k)$  et  $K(k')$  sont les intégrales de la fonction elliptique de première et seconde espèce .

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} d\phi \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\phi)} \quad (11)$$

$$\text{Avec } k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (12)$$

### III 4 CONCLUSION :

Dans ce chapitre on a utilisé la technique des fonctions de Green pour déterminer la capacité quasi-statique et l'impédance caractéristique, cette méthode s'avère précise et rapide puisque les résultats obtenus comparés à ceux de la littérature [6] sont satisfaisants .

## CHAPITRE IV

**ETUDE DE DEUX LIGNES COPLANAIRES**

**SUR SUBSTRAT**

**DIELECTRIQUE**

# DEUX LIGNES COPLANAIRES COUPLEES

## IV-1 INTRODUCTION :

Cette structure est constituée de deux lignes coplanaires couplées, les deux plans de masses sont sur les côtés et les deux autres plans ont la même largeur  $W$  et sont séparés des plans de masses par deux fentes de largeur  $S$  et séparés entre eux par une fente de largeur  $2W$  Fig.1, sont soumis à deux tensions de même phase pour le mode paire et en opposition de phase pour le mode impair.

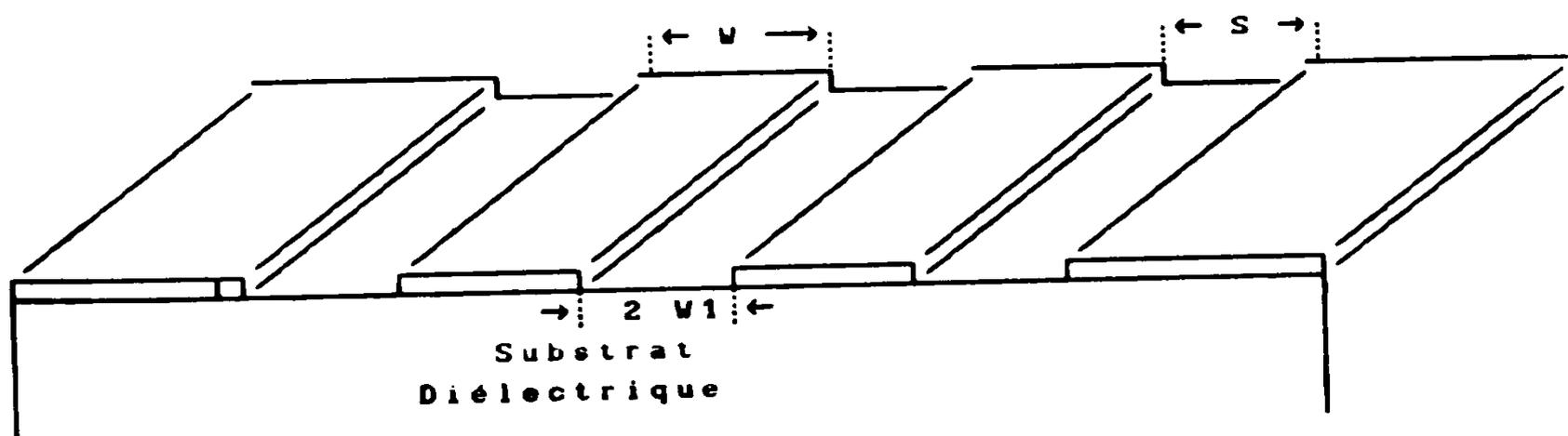


Fig. 1

Dans ce chapitre nous étudions l'influence de l'une des grilles sur l'autre et par conséquent déterminer la variation de la capacité quasi-statique et de l'impédance caractéristique pour les deux modes paire et impaire en fonction du rapport  $W/B$ ,  $W_1$  pour différents  $\epsilon_r$

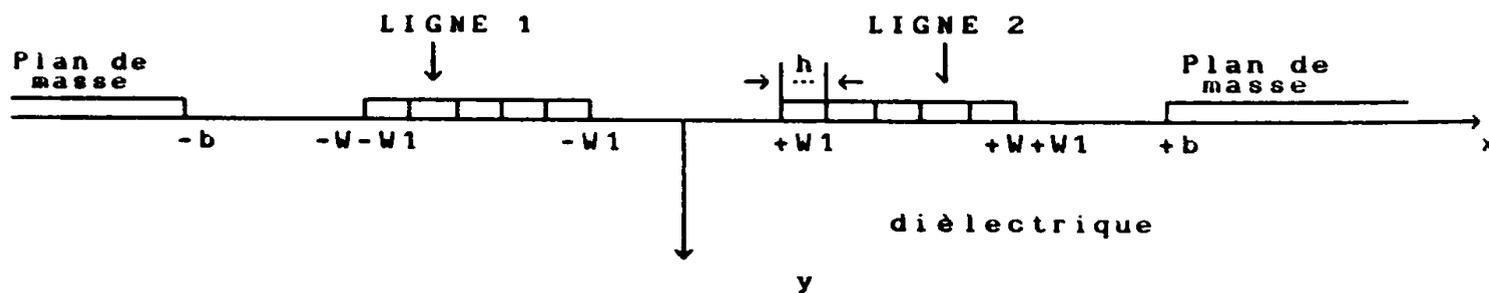
$S$  : est la distance entre le plan de masse et la grille

$2W_1$  : est la distance entre les deux grilles

la structure étudiée est symétrique

## IV-2 LA THEORIE

### IV-2-1 LE CALCUL DU POTENTIEL



L'équation de la fonction de Green reste inchangée pour une ligne coplanaire sans plan de masse c'est pour cette raison que l'on procède de la même manière que dans la partie 1

Le nombre d'échantillons sur la ligne 1 :  $N_1$

Le nombre d'échantillons sur la ligne 2 :  $N - N_1$

Le nombre d'échantillons totale :  $N$

Pour la même ligne le potentiel appliqué est supposé constant pour chaque échantillon

**LA LIGNE 1**

$$V_i^{(1)}(x_i, 0) = \sum_{j=1}^{N1} \frac{\rho_j}{\epsilon_0} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_i/x_0, 0/0) dx_0 + \sum_{j=N1+1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_0} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_i/x_0, 0/0) dx_0 \quad (1)$$

le pas d'échantillonnage  $h=W/N1$  .

Dans l'expression (1) le deuxième terme de la somme représente la contribution des charges de la deuxième ligne .

Comme le potentiel appliqué à chaque échantillon est le même on a donc :

$$V_1^{(1)} = V_2^{(1)} = V_3^{(1)} = V_4^{(1)} \dots \dots \dots = V_{N1}^{(1)} \quad (2)$$

**LA LIGNE 2 :**

le potentiel pour les échantillons de la 2<sup>ème</sup> ligne s'écrit de la même façon que pour la 1<sup>ère</sup> ligne ,et en tenant compte de la contribution des charges de la première ligne .

$$V_i^{(2)}(x_i, 0) = \sum_{j=1}^{N1} \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_{j-h/2}}^{x_{j+h/2}} G(x_i/x_0, 0/0) dx_0 + \sum_{j=N1+1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_{j-h/2}}^{x_{j+h/2}} G(x_i/x_0, 0/0) dx_0 \quad (3)$$

Le potentiel appliqué aux échantillons de la ligne (2) étant constant on a donc :

$$V_{N1+1}^{(2)} = V_{N1+2}^{(2)} = V_{N1+3}^{(2)} = V_{N1+4}^{(2)} \dots \dots \dots = V_N^{(2)} \quad (4)$$

#### IV-2-2 CALCUL DES DENSITES DE CHARGE

Les équations (1) et (3) conduisent à un système de N équations linéaires dont la résolution donne la répartition des densités de charges de la ligne (1) et (2) .

Remarque : La résolution du système d'équations sera faite par la méthode de Gauss (Annexe 1) .

#### IV-2-3 CALCUL DES CHARGES

Après avoir déterminé la répartition de la densité de charges on calcule la charge totale :

de la ligne (1) :  $Q1 = \sum_{j=1}^{N1} \rho_j \cdot h$  (5)

et puis

de la Ligne (2) :  $Q2 = \sum_{j=N1+1}^M \rho_j \cdot h$  (6)

#### IV-2-4 CALCUL DES CAPACITES

On a deux modes différents pour le **couplage des lignes coplanaires** .

Les équations des charges s'écrivent :

$$\begin{cases} Q1 = C V^{(1)} + C_{12} V^{(2)} & (7) \\ Q2 = C_{21} V^{(1)} + C V^{(2)} & (8) \end{cases}$$

Pour l'équation (7) le premier terme de la somme représente la contribution de la ligne(1) et le deuxième terme représente l'influence de la ligne (2) sur la ligne (1).

Pour l'équation (8) le premier terme de la somme représente la contribution de la ligne(2) et le premier terme représente l'influence de la ligne (1) sur la ligne (2).

C : représente la capacité propre à la ligne .

$C_{12}$ ,  $C_{21}$  : représentent les capacités entre les deux lignes .

Remarque : comme la structure est symétrique et les deux lignes ont la même largeur et soumissent à des potentiels égaux on a :

$$C_{12} = C_{21} \quad (9)$$

Pour le mode paire (EVEN) c'est à dire lorsque les potentiels appliqués aux deux lignes sont égaux et en phase .

$$V^{(1)} = V^{(2)} = V \quad (10)$$

Les équations (7) et (8) deviennent :

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_2 = Q &= ( C_{12} + C ) V \\ \Rightarrow Q &= C_e V \quad \text{avec } C_e : \text{capacite en mode "EVEN"} \\ \text{D'où } C_e &= \frac{Q}{V} \quad (11) \end{aligned}$$

Pour le mode impaire (Odd) c'est à dire lorsque les potentiels appliqués aux deux lignes sont égaux et en opposition de phase .

$$V^{(2)} = -V^{(1)} = -V \quad (12)$$

Les équations (7) et (8) deviennent :

$$\begin{aligned} Q = Q_1 &= ( C - C_{12} ) V & Q_2 &= ( C_{12} - C ) V \\ \Rightarrow Q &= C_o V & C_o &: \text{capacite en mode "odd"} \\ \text{D'où } C_o &= \frac{Q}{V} \quad (13) \end{aligned}$$

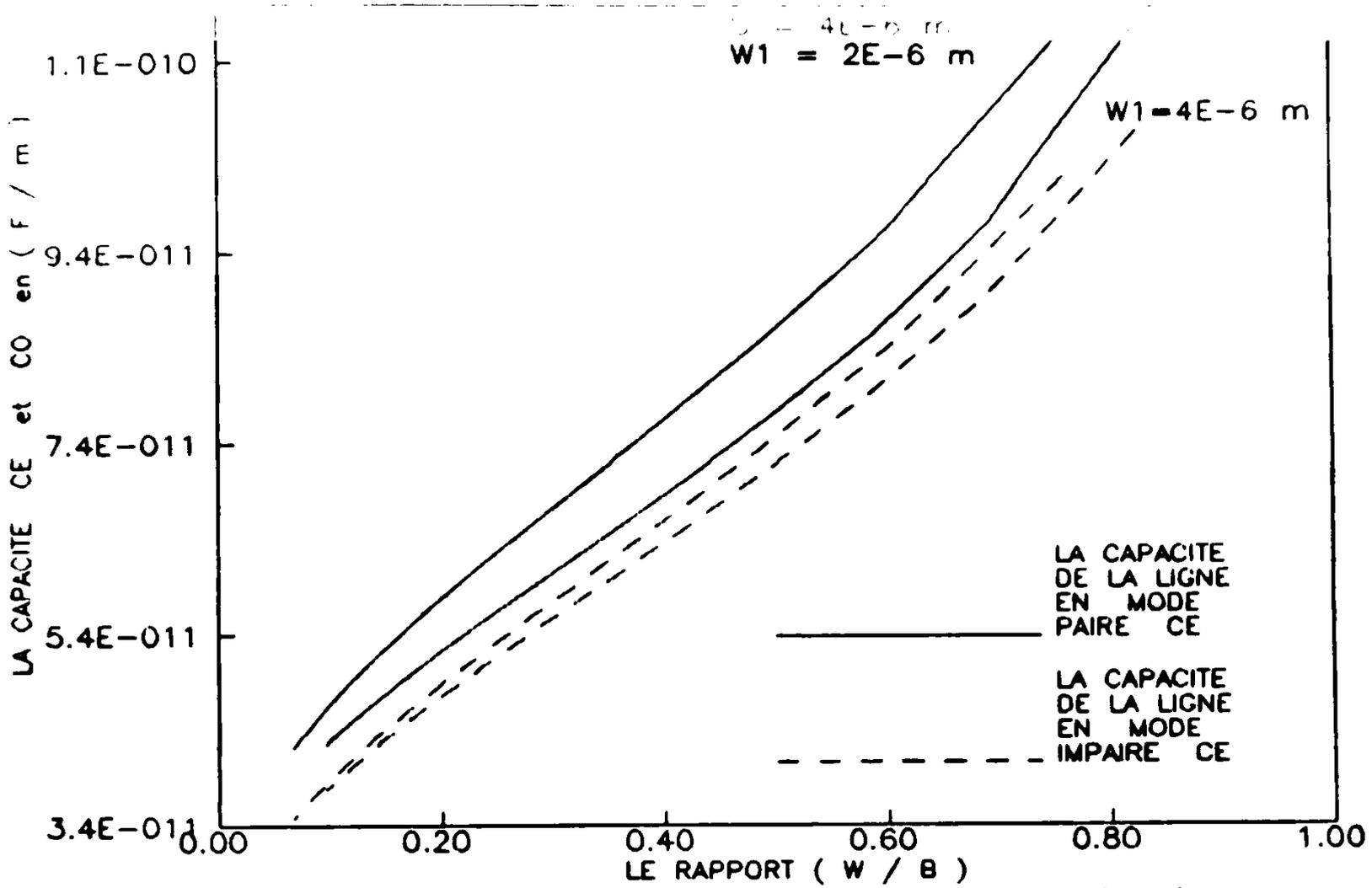


Fig.3 : La variation de la capacite en mode paire et impaire en fonction de la distance  $W1$  entre les deux lignes

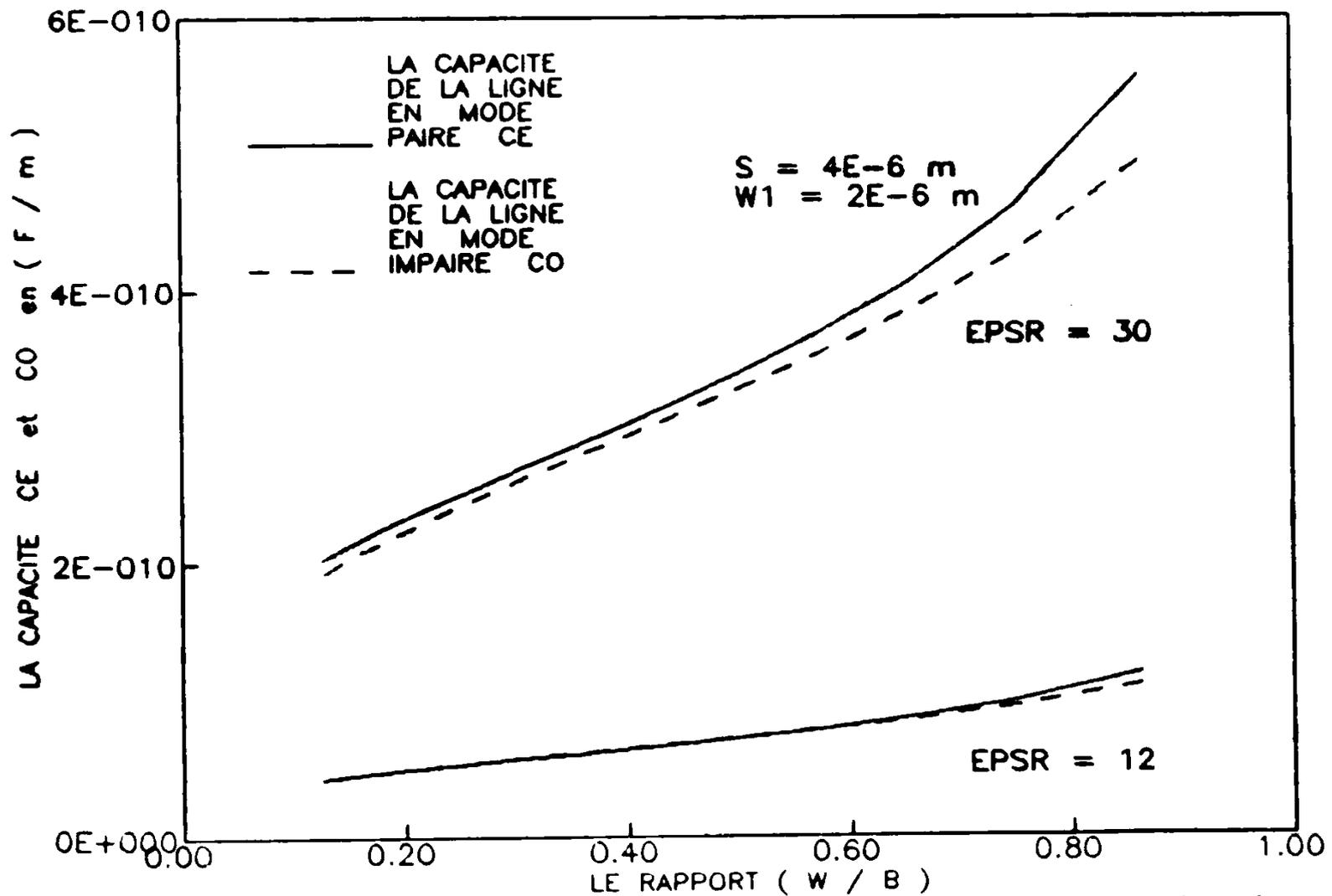


Fig.4 : La variation de la capacite quasi-statique en mode paire et impaire en fonction de la permittivite du substrat dielectrique

#### IV-2-5 CALCULS DES IMPEDANCES CARACTERISTIQUE :

Pour calculer l'impédance caractéristique on doit d'abord calculer la capacité quasi-statique de la même structure on prend l'air comme diélectrique et pour les deux modes .

L'impédance caractéristique pour le mode pair est donnée par la relation suivante :

$$Z_{oe} = \left[ v_c (C_o \cdot C_o^a)^{1/2} \right]^{-1} \quad (15)$$

La permittivité électrique effective du milieu pour le mode pair est :

$$\epsilon_{eff}^e = C_e / C_o^a \quad (16)$$

$C_o^a$  est la capacité totale en mode pair avec l'air comme diélectrique

$v_c$  : La vitesse de la lumière

L'impédance caractéristique pour le mode impair est donnée par la relation suivante :

$$Z_{oo} = \left[ v_c (C_o \cdot C_o^a)^{1/2} \right]^{-1} \quad (17)$$

La permittivité électrique effective du milieu pour le mode impair est :

C'est la capacité totale en mode impair avec l'air comme diélectrique

$V_c$  : La vitesse de la lumière

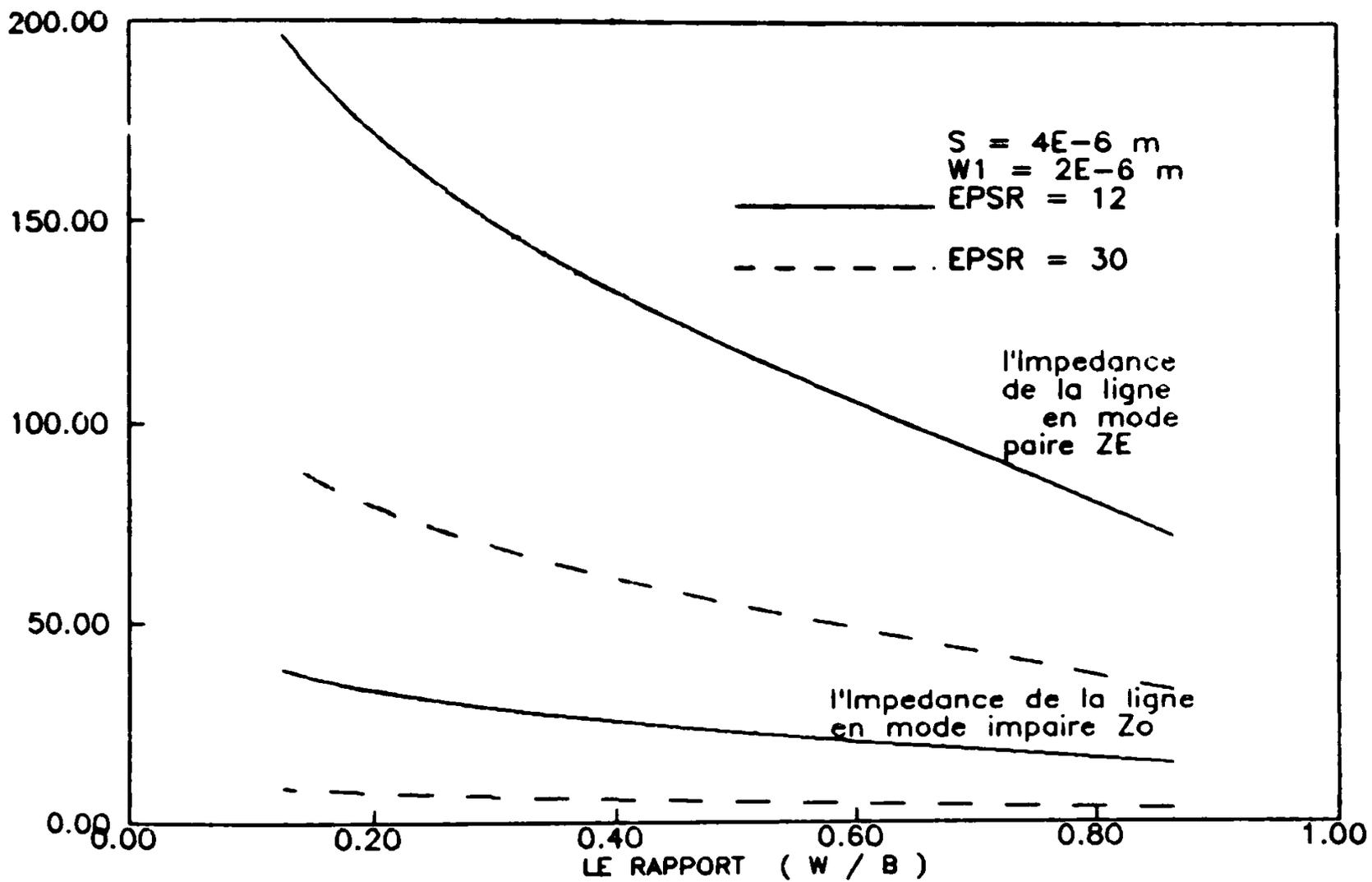


Fig. : La variation de l'impédance caractéristique en mode paire et impaire en fonction de la permittivité du substrat diélectrique

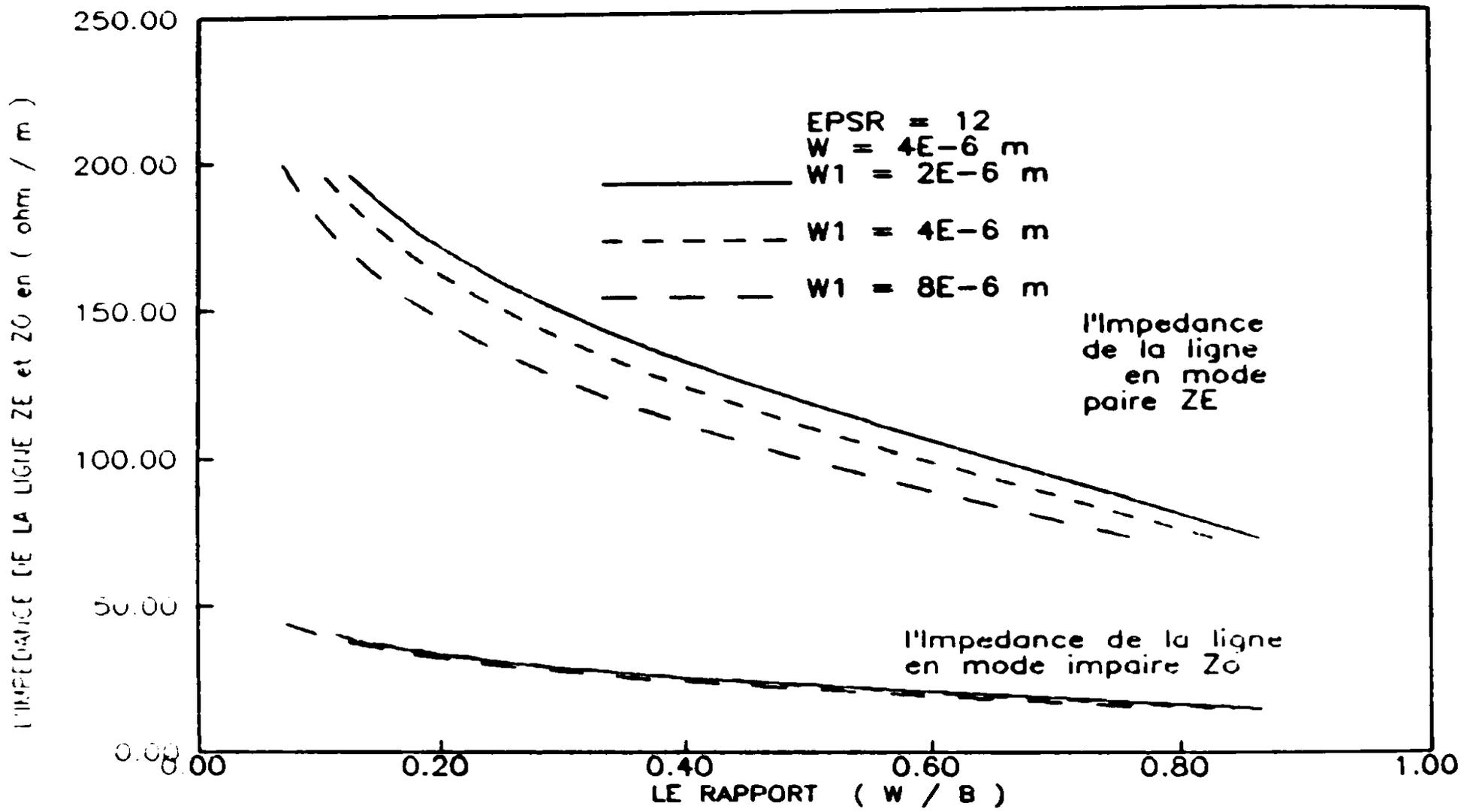


Fig.6 : La variation de l'impedance caracteristique en mode paire et impaire en fonction de la distance W1 entre les deux lianes

#### IV 2-6 IMPEDANCE EQUIVALENTE :

L'impédance caractéristique équivalente de la ligne est donnée par la relation suivante :

$$Z_c = \sqrt{Z_{00} \cdot Z_{\infty}} \quad (19)$$

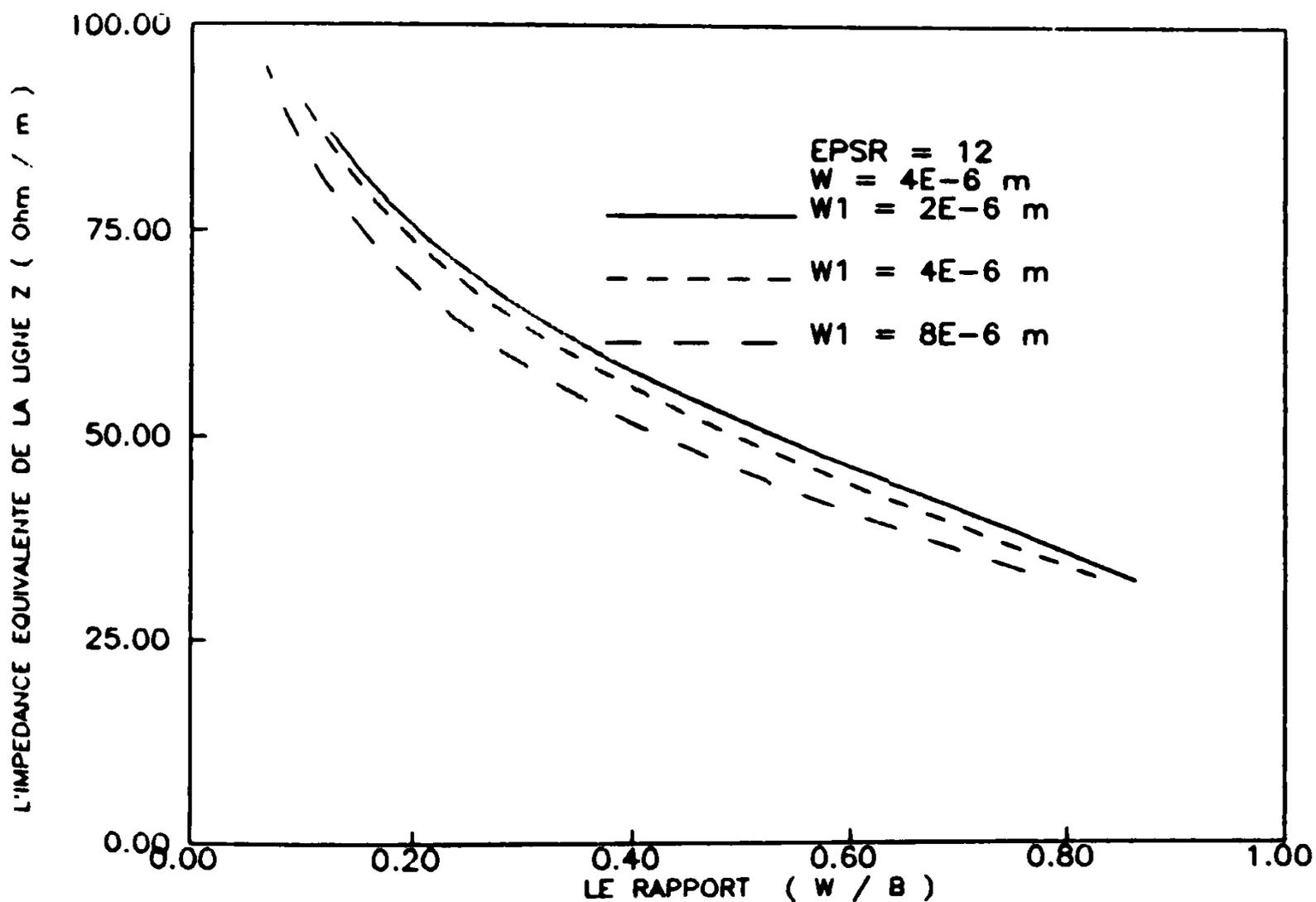


Fig.7 : La variation de l'impédance caractéristique équivalente en fonction de la distance W1 entre les deux lignes

#### IV 3 CONCLUSION

Nous avons déterminé l'influence de la distance entre les deux lignes et la permittivité électrique du substrat diélectrique, ainsi que le mode de couplage sur la variation de la capacité quasi-statique et l'impédance caractéristique pour les modes pair et impair. Nous avons trouvé que pour le mode impair la variation de la capacité et de l'impédance sont très faibles par rapport au mode pair lorsque on fait varier la distance entre les deux lignes.

## CHAPITRE V

ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR

DU DIELECTRIQUE SUR

LES PERFORMANCES D'UNE LIGNE

# LIGNE COPLANAIRE AVEC PLAN DE MASSE EN DESSOUS

## V-1 INTRODUCTION :

C'est une structure qui ressemble à la première structure, seulement on ajoute pour cette dernière un plan de masse en dessous figure (1) .

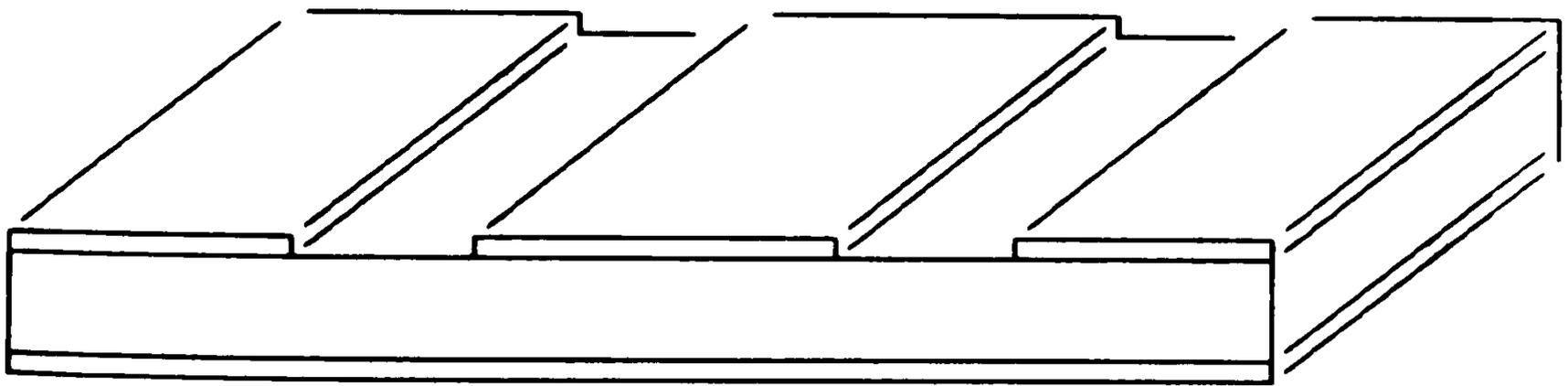


Fig.1

$h$ : la hauteur du diélectrique

Le but de cette étude est de déterminer l'influence de l'épaisseur du diélectrique sur la capacité quasi-statique et sur l'impédance caractéristique et tracer la variation de ces paramètres en fonction de l'épaisseur  $h$  et le rapport  $W / B$  pour différents  $\epsilon_r$

## V-2 THEORIE

En ajoutant le troisième plan de masse la fonction de Green change, parceque ce dernier fait apparaître des charges images .

### V-2-1 LA FONCTION DE GREEN

On utilise la fonction de Green pour un milieu non homogène donnée dans le chapitre II :

$$G(x/x_0, y/y_0) = G(x/x_0, 0/0) + R \cdot G(x/x_0, h/h) \quad (1)$$

$$R = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (2)$$

$\epsilon_1 = \epsilon_0$  permittivite du vide

$\epsilon_2 = (1 + \epsilon_r)\epsilon_0$  permittivite du diélectrique

$$R = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_r \epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_r \epsilon_0} = \frac{1 - \epsilon_r}{1 + \epsilon_r} \quad (3)$$

Le premier terme  $G(x/x_0, 0/0)$  est identique à la fonction de Green définie dans le chapitre III (structure sans plan de masse) .

$$G(x/x_0, 0/0) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{SIN}^2(R^-)}{\text{SIN}^2(R^+)} \right] \quad (4)$$

Le deuxième  $G(x/x_0, h/h)$  terme représente la contribution des charges images donné par la relation suivante :

$$G(x/x_0, h/h) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{SIN}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T_1)}{\text{SIN}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T_1)} \right] \quad (5)$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cosh}^{-1}(Z) + \text{Cosh}^{-1}(Z_0) \right\}$$

$$Z = 1$$

$$Z_0 = \left\{ \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} \right\}^{1/2}$$

$$\text{avec } \alpha_0 = \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 + 1$$

$$\text{et } \beta_0 = \left\{ \alpha_0^2 - 4 \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

#### V-2-2 CALCUL DU POTENTIEL

On procède de la même façon que dans le paragraphe (III-2-2).

Le potentiel sur la ligne s'écrit .

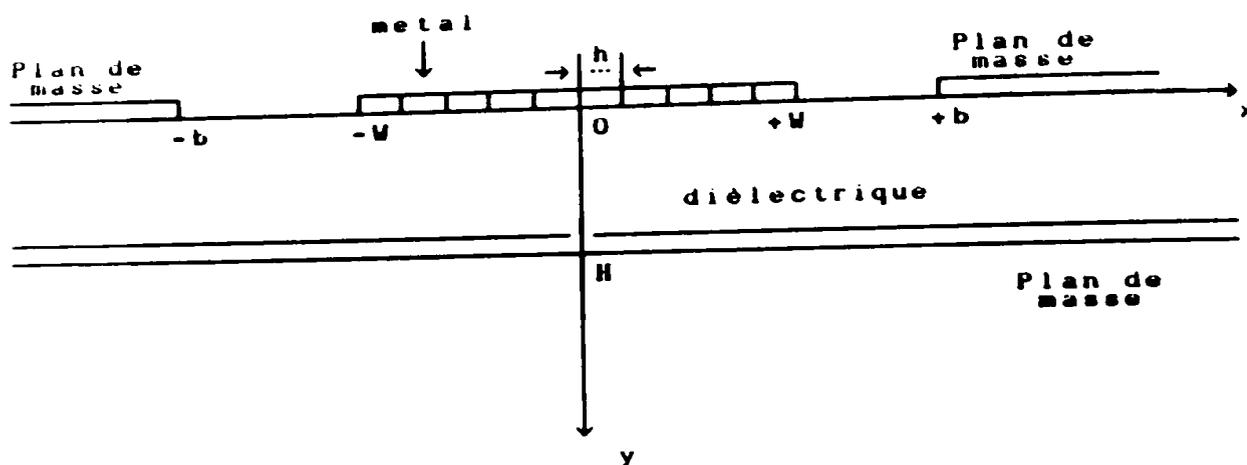
$$V = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho G(x/x_0, y/y_0) dx_0 \quad (6)$$

(7)

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_0 + \epsilon_0 \epsilon}{2}$$

$\rho$  : Densité de la charge

Le potentiel appliqué à la grille est connue et pour déterminer la répartition de la densité de charge on procède de la manière suivante :



La grille est divisée en  $N$  échantillons de pas ( $h$ ) on suppose que pour chaque échantillon le potentiel reste constant et que la densité de charge surfacique reste constante. On a donc  $N$  densités de charge à déterminer :

$$V_i(x_i, 0) = \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_{j-h/2}}^{x_{j+h/2}} G(x_i/x_0, y/y_0) dx_0 \quad (8)$$

$\rho_j$  : à déterminer .

L'équation (8) conduit à un système de N équations linéaires dont la résolution est faite par la méthode de Gauss ( Annexe 1 ) et qui donne les  $\rho_j$  .

Remarque : l'intégrale du premier terme de la fonction de Green ( équation (4) ) est faite analytiquement, par contre l'intégrale du deuxième terme ( équation (5) ) est faite numériquement et par la méthode de Gauss ( Annexe 2 ) .

#### V-2-3 LA CHARGE TOTALE

Après avoir déterminé la répartition de la densité de charge on calcule la charge totale par la relation :

$$Q = \sum_{j=1}^N \rho_j . h \quad (8)$$

#### V-2-4 LA CAPACITE QUASI-STATIQUE

La capacité quasi-statique est calculée de la même façon que dans le paragraphe ( III-2-5 )

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta V_G} \quad (9)$$

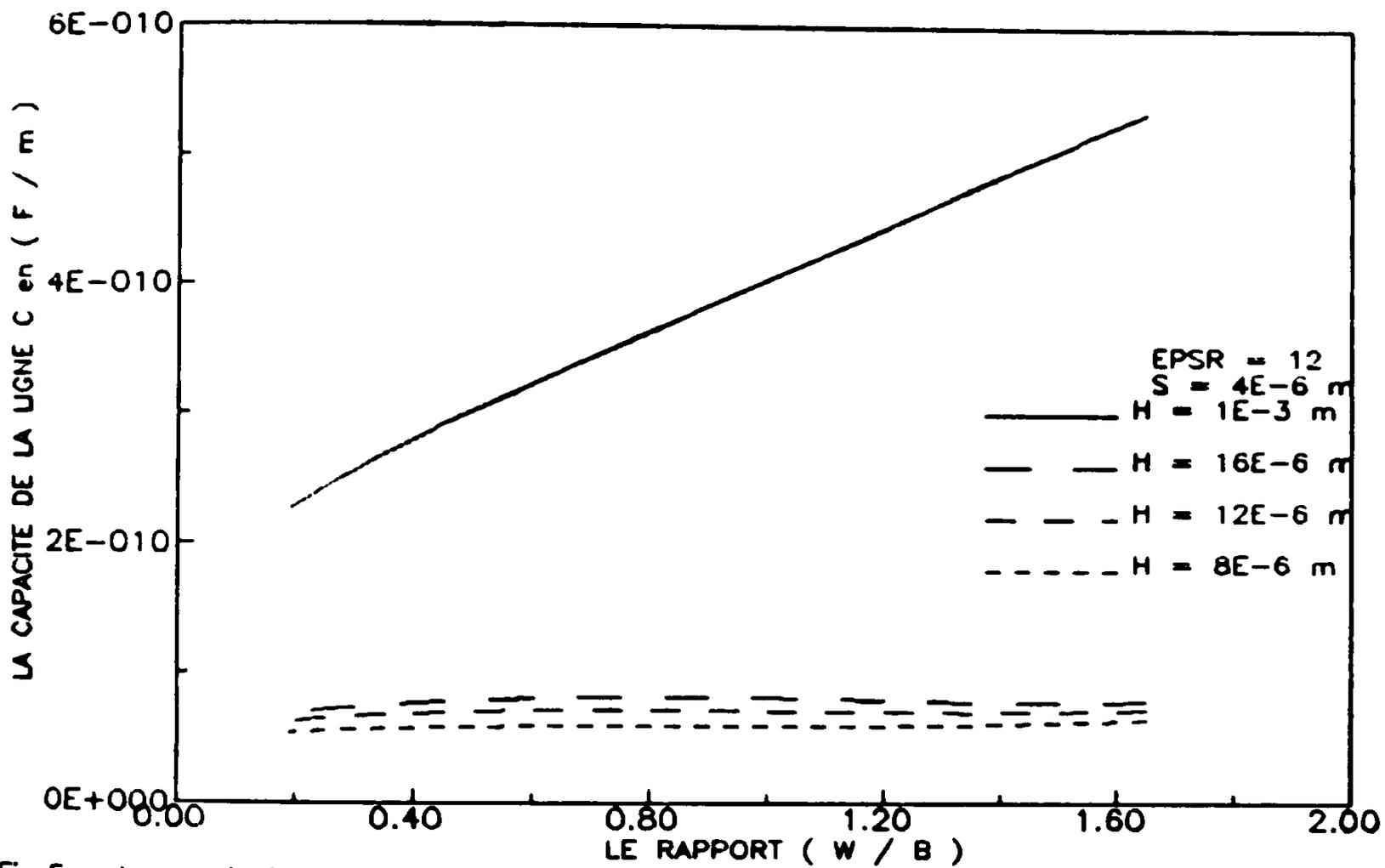


Fig.5 : La variation de la capacite quasi-statique  $C$  en fonction de l'epaisseur du substrat dielectrique

V-2-5 L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE :

L'impedance caratéristique de la ligne de la meme façon qu  
dans le paragraphe ( III-2-6 ) .

$$Z_c = 60 \pi \epsilon_0 \sqrt{2(\epsilon_r+1)} \frac{1}{C} \quad (10)$$

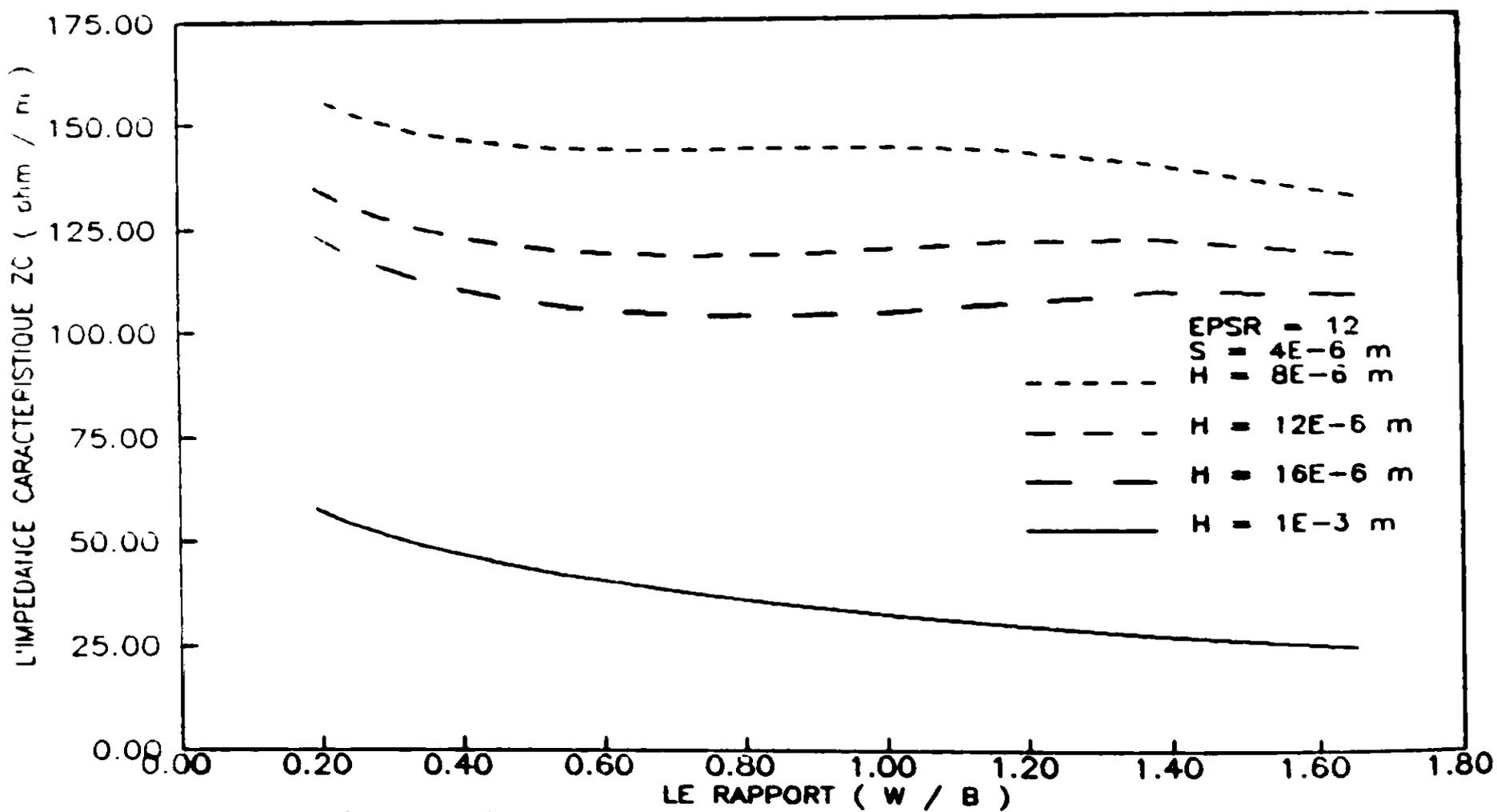


Fig.7 : La variation de l'impedance caracteristique  $Z_c$   
en fonction de l'epaisseur du substrat dielectrique

V-2-6 LES PERTES :

La constante d'atténuation pour les lignes microcoplanaires avec métallisation de la face d'en dessous est donnée par la relation suivante [7] :

$$\alpha = \frac{\pi^2}{2h} \frac{Z_c}{\eta_d} \frac{b^2}{\lambda_d^2} \sqrt{1 - \epsilon_{eff}/\epsilon_r} \quad (11)$$

$Z_c$  : étant l'impédance caractéristique de ligne coplanaire .

$\eta_d = \frac{377}{\sqrt{\epsilon_r}}$  : est l'impédance du diélectrique .

$\lambda_d$  : longueur d'onde de la ligne coplanaire .

Constante de propagation :

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

Longueur d'onde de la ligne coplanaire :

$$C = f \lambda_0$$

$C$  : Vitesse de la lumière

$f$  : la fréquence de l'onde propagée

$\lambda_0$  : la longueur d'onde

## 7.5 CONCLUSION

Dans cette partie on a montré l'influence de l'épaisseur du diélectrique sur la capacité quasi statique et sur l'impédance caractéristique de la ligne par la métallisation de la face d'en dessous du diélectrique . On constate que cette influence diminue de plus en plus que l'épaisseur du diélectrique augmente et pour une épaisseur  $H > 50 W$  le plan de masse ajouté n'a aucune influence.

## CHAPITRE VI

ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR

DU DIELECTRIQUE SUR LES PERFORMANCES

DE DEUX LIGNES COUPLÉES

# DEUX LIGNES COPLANAIRES COUPLEES

## AVEC PLAN DE MASSE

### VI-1 INTRODUCTION :

Dans ce chapitre nous étudions une structure constituée de deux lignes coplanaires déposées sur la même face d'un substrat diélectrique et avec la métallisation de l'autre face .cette structure comprend trois plans de masse deux sur la première face et le troisième sur l'autre face figure (1).

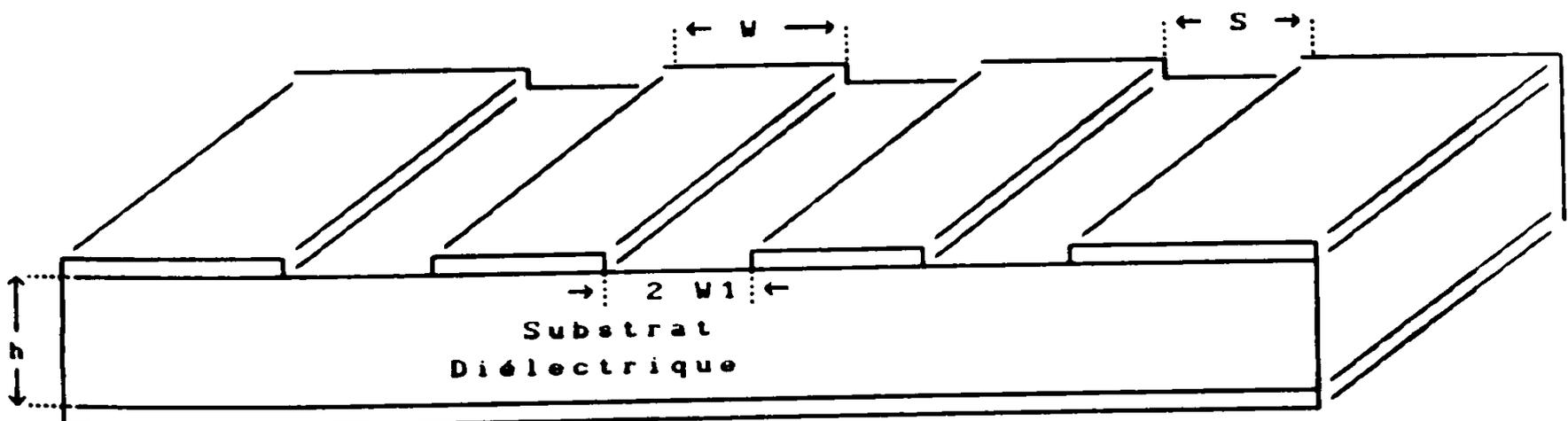


Fig 1.

$W$  : la distance entre les deux grilles  
 $S$  : la distance entre la grille et le plan de masse  
 $H$  : l'épaisseur du diélectrique

Notre étude consiste à montrer l'influence de l'épaisseur  $H$  du diélectrique sur le couplage des deux lignes coplanaires, et par conséquent déterminer la variation de la capacité quasi-statique et de l'impédance caractéristique pour les deux modes de couplage pair et impair en fonction de l'épaisseur  $H$  et le rapport  $W / B$  pour différents  $\epsilon_r$ .

## VI-2 LA THEORIE

On rajoutant à la structure précédente ( chapitre IV ) un plan de masse en dessous la fonction de Green change car le plan de masse fait apparaitre des charges images .

### VI-2-1 LA FONCTION DE GREEN

On utilise la fonction de green pour un milieu non homogène ( chapitre V § V-2-1 )

$$G(x/x_0, y/y_0) = G(x/x_0, 0/0) + R \cdot G(x/x_0, H/H) \quad (1)$$

$$R = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (2)$$

$\epsilon_1 = \epsilon_0$  permittivité du vide

$\epsilon_2 = \epsilon_r \epsilon_0$  permittivité du diélectrique

$$R = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_r \epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_r \epsilon_0} = - \frac{1 - \epsilon_r}{1 + \epsilon_r} \quad (3)$$

Le premier terme  $G(x/x_0, 0/0)$  est identique à la fonction de Green définie dans le chapitre III (structure sans plan de masse).

$$G(x/x_0, 0/0) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{SIN}^2(R^-)}{\text{SIN}^2(R^+)} \right] \quad (4)$$

Le deuxième  $G(x/x_0, h/h)$  terme représente la contribution des charges images donné par la relation suivante :

$$G(x/x_0, h/h) = - \frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{SIN}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T_1)}{\text{SIN}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T_1)} \right] \quad (5)$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cosh}^{-1}(Z) + \text{Cosh}^{-1}(Z_0) \right\}$$

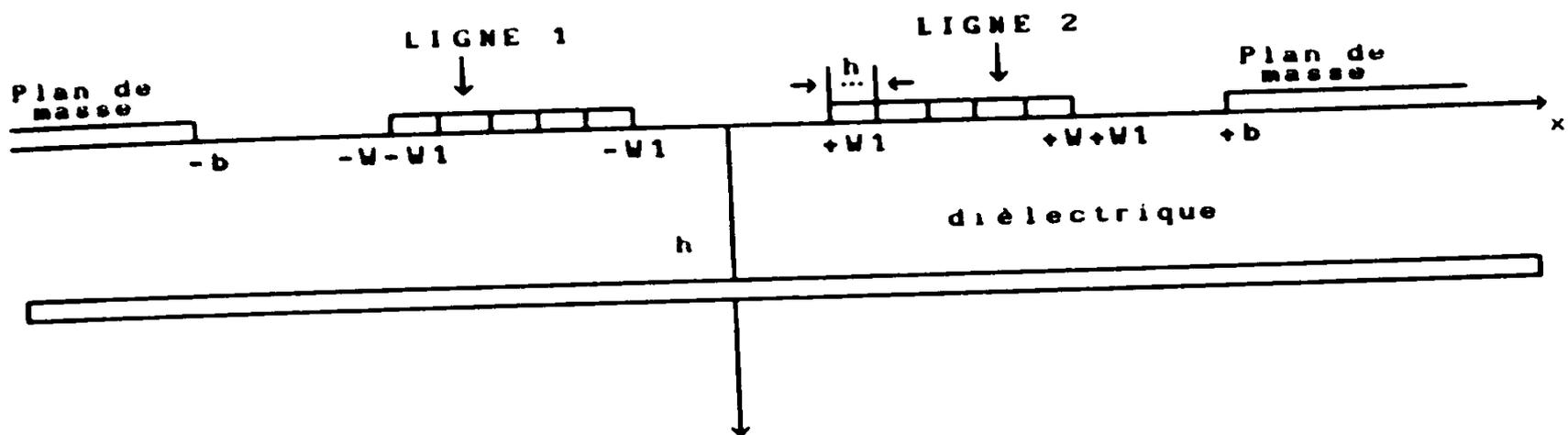
$$Z = 1$$

$$Z_0 = \left\{ \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} \right\}^{1/2}$$

$$\text{avec } \alpha_0 = \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 + 1$$

$$\text{et } \beta_0 = \left\{ \alpha_0^2 - 4 \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

Les tensions de polarisation appliquées aux deux lignes étants connues, on procède de la manière suivante pour déterminer la répartition des densités de charge sur les deux lignes :



on divise les deux lignes en plusieurs échantillons.

Le nombre d'échantillons sur la ligne 1 :  $N_1$

Le nombre d'échantillons sur la ligne 2 :  $N - N_1$

Le nombre d'échantillons totale :  $N$

les tensions de polarisation appliquées aux deux lignes sont supposées constantes pour chaque échantillon

**LA LIGNE 1 :**

Le potentiel pour les échantillons de la ligne 1 s'écrit :

$$V_i^{(1)}(x_1, 0) = \sum_{j=1}^{N_1} \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_1/x_0, Y/Y_0) dx_0 + \sum_{j=N_1+1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_1/x_0, Y/Y_0) dx_0 \quad (6)$$

le pas d'échantillonnage  $h = w/N_1$  .

Dans l'expression (6) le deuxième terme de la somme représente la contribution des charges de la deuxième ligne .

Comme le potentiel appliqué à chaque échantillon est le même on a donc :

$$V_1^{(1)} = V_2^{(1)} = V_3^{(1)} = V_4^{(1)} \dots \dots \dots = V_{N_1}^{(1)} \quad (7)$$

LA LIGNE 2 :

le potentiel pour les échantillons de la 2<sup>ème</sup> ligne s'écrit de la même façon que pour la 1<sup>ère</sup> ligne , et en tenant compte de la contribution des charges de la première ligne .

$$V_i^{(2)}(x_1, 0) = \sum_{j=1}^{N_1} \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_1/x_0, Y/Y_0) dx_0 + \sum_{j=N_1+1}^N \frac{\rho_j}{\epsilon_e} \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_1/x_0, Y/Y_0) dx_0 \quad (8)$$

Le potentiel appliqué aux échantillons de la ligne (2) étant constant on a donc :

$$V_{N1+1} = V_{N1+2} = V_{N1+3} = V_{N1+4} = \dots = V_N^{(1)} \quad (9)$$

#### IV-2-2 CALCUL DES DENSITES DE CHARGE

Les équations (6) et (8) conduisent à un système de N équations linéaires dont la résolution donne la répartition des densités de charge de la ligne (1) et (2).

Remarque : l'intégrale du premier terme de la fonction de Green  $G(x/x_0, 0/0)$  ( équation (4) ) est faite analytiquement par contre l'intégrale du deuxième terme  $G(x/x_0, H/H)$  ( équation (5) ) est faite numériquement et par la méthode de Gauss ( Annexe 2 ).

#### IV-2-3 CALCUL DES CHARGES

Après avoir déterminé la répartition de la densité de charge on calcule la charge totale :

de la Ligne (1) : 
$$Q1 = \sum_{j=1}^{N1} \rho_j \cdot h \quad (10)$$

et puis

de la Ligne (2) : 
$$Q2 = \sum_{j=N1+1}^N \rho_j \cdot h \quad (11)$$

#### IV-2-4 CALCUL DES CAPACITES

On a deux modes différents pour le couplage des lignes coplanaires .

Les équations des charges s'écrivent :

$$\begin{cases} Q_1 = C V^{(1)} + C_{12} V^{(2)} & (12) \\ Q_2 = C_{21} V^{(1)} + C V^{(2)} & (13) \end{cases}$$

Pour l'équation (12) le premier terme de la somme représente la contribution de la ligne(1) et le deuxième terme représente l'influence de la ligne (2) sur la ligne (1).

Pour l'équation (13) le premier terme de la somme représente la contribution de la ligne(2) et le premier terme représente l'influence de la ligne (1) sur la ligne (2).

$C$  : représente la capacité propre à la ligne .

$C_{12}, C_{21}$  : représentent les capacités entre les deux lignes.

Remarque : comme la structure est symétrique et les deux lignes ont la même largeur et soumis à des potentiels égaux on a :

$$C_{12} = C_{21}$$

(14)

Pour le mode pair (EVEN) c'est à dire lorsque les potentiels appliqués aux deux lignes sont égaux et en phase .

$$V^{(1)} = V^{(2)} = V \quad (15)$$

Les équations (12) et (13) deviennent :

$$Q_1 = Q_2 = Q = ( C_{12} + C ) V$$

$$\Rightarrow Q = C_e V \quad \text{avec } C_e : \text{capacite en mode "EVEN"}$$

$$\text{D'où } C_e = \frac{Q}{V} \quad (16)$$

Pour le mode impair (Odd) c'est à dire lorsque les potentiel appliqués aux deux lignes sont égaux et en opposition de phase .

$$V^{(2)} = -V^{(1)} = -V \quad (17)$$

Les équations (7) et (8) deviennent :

$$Q = Q_1 = ( C - C_{12} ) V \quad Q_2 = ( C_{12} - C ) V$$

$$\Rightarrow Q = C_o V \quad C_o : \text{capacite en mode "odd"}$$

$$\text{D'où } C_o = \frac{Q}{V} \quad (18)$$

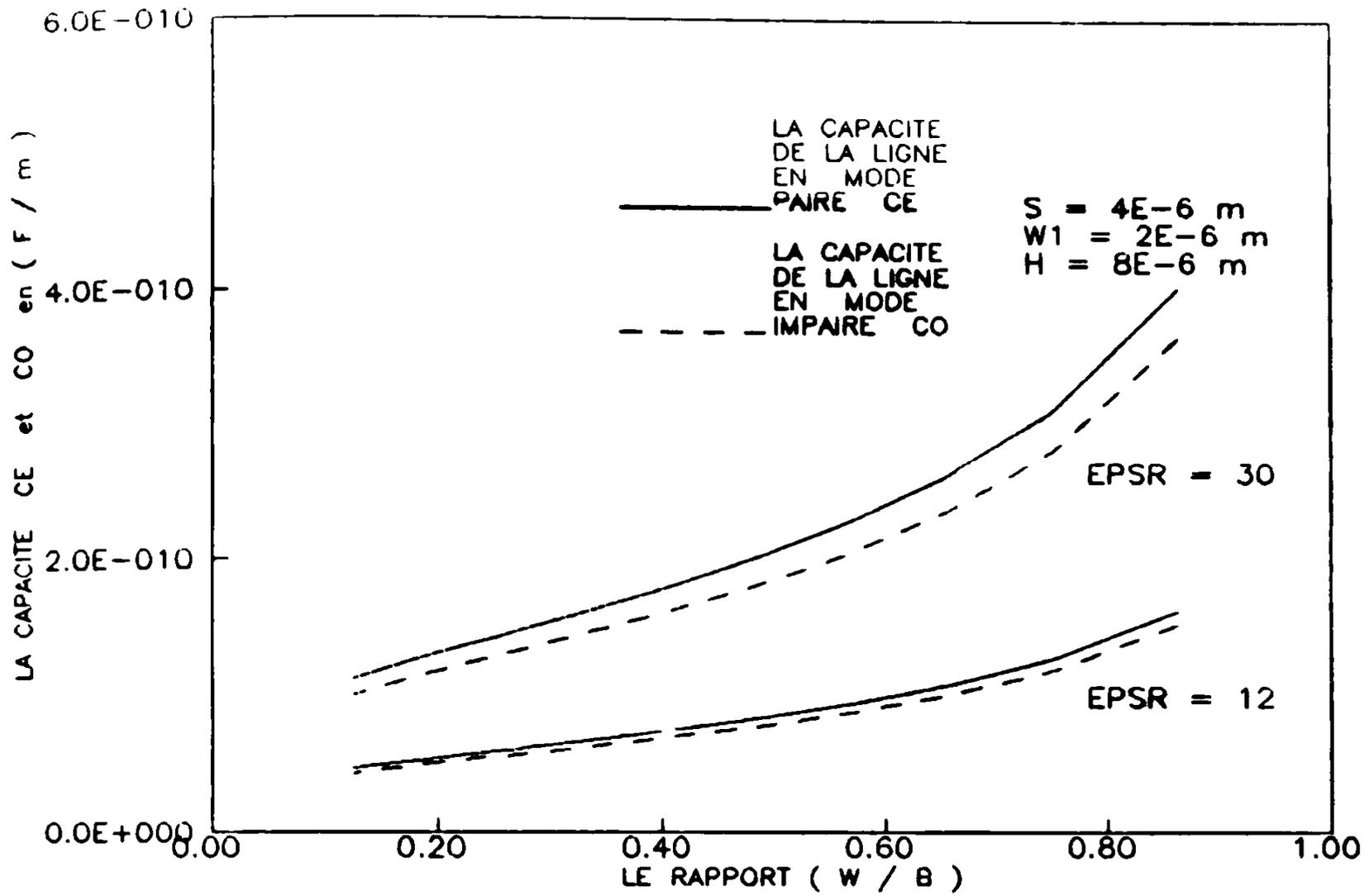


Fig.4 : La variation de la capacite quasi-statique en mode paire et impaire en fonction de la permittivite du substrat dielectrique

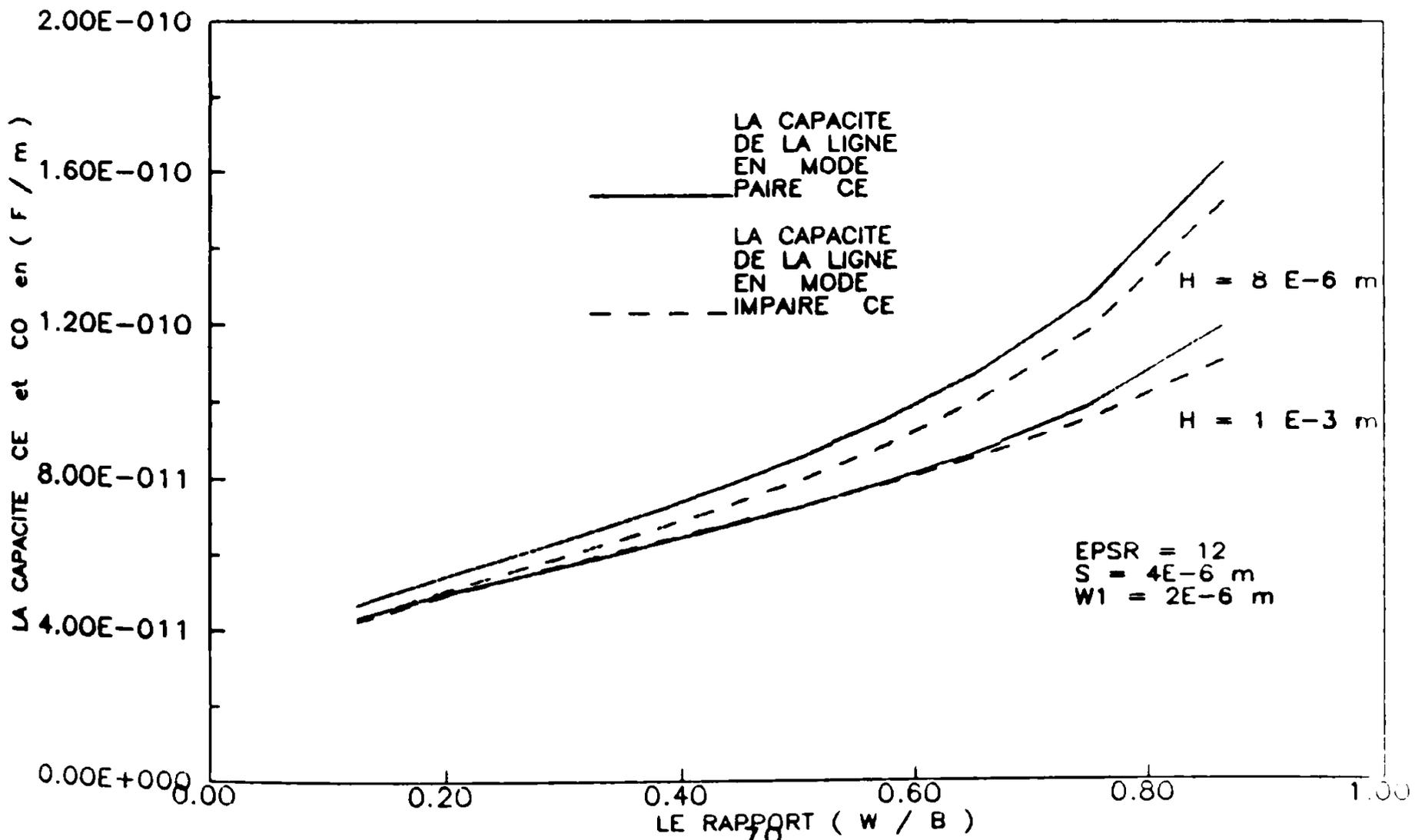


Fig. : La variation de la capacite quasi-statique en mode paire et impaire en fonction de l'epaisseur du substrat dielectrique

Pour calculer l'impédance caractéristique on doit d'abord calculer la capacité quasi-statique de la même structure on prend l'air comme diélectrique et pour les deux modes.

L'impédance caractéristique pour le mode pair est donnée par la relation suivante :

$$Z_{oe} = \left[ V_c(C_o.C_o^a)^{1/2} \right]^{-1} \quad (19)$$

La permittivité électrique effective du milieu pour le mode pair est :

$$\epsilon_{eff}^e = C_o/C_o^a \quad (20)$$

$C_o^a$  est la capacité totale en mode pair avec l'air comme diélectrique

$V_c$  : La vitesse de la lumière

L'impédance caractéristique pour le mode impair est donnée par la relation suivante :

$$Z_{oo} = \left[ V_c(C_o.C_o^a)^{1/2} \right]^{-1} \quad (21)$$

La permittivité électrique effective du milieu pour le mode impair est :

$$\epsilon_{eff}^o = C_o/C_o^a \quad (22)$$

$C_0$  est la capacite total en mode impair avec  $\epsilon_r$  diélectrique

$V_c$  : La vitesse de la lumière

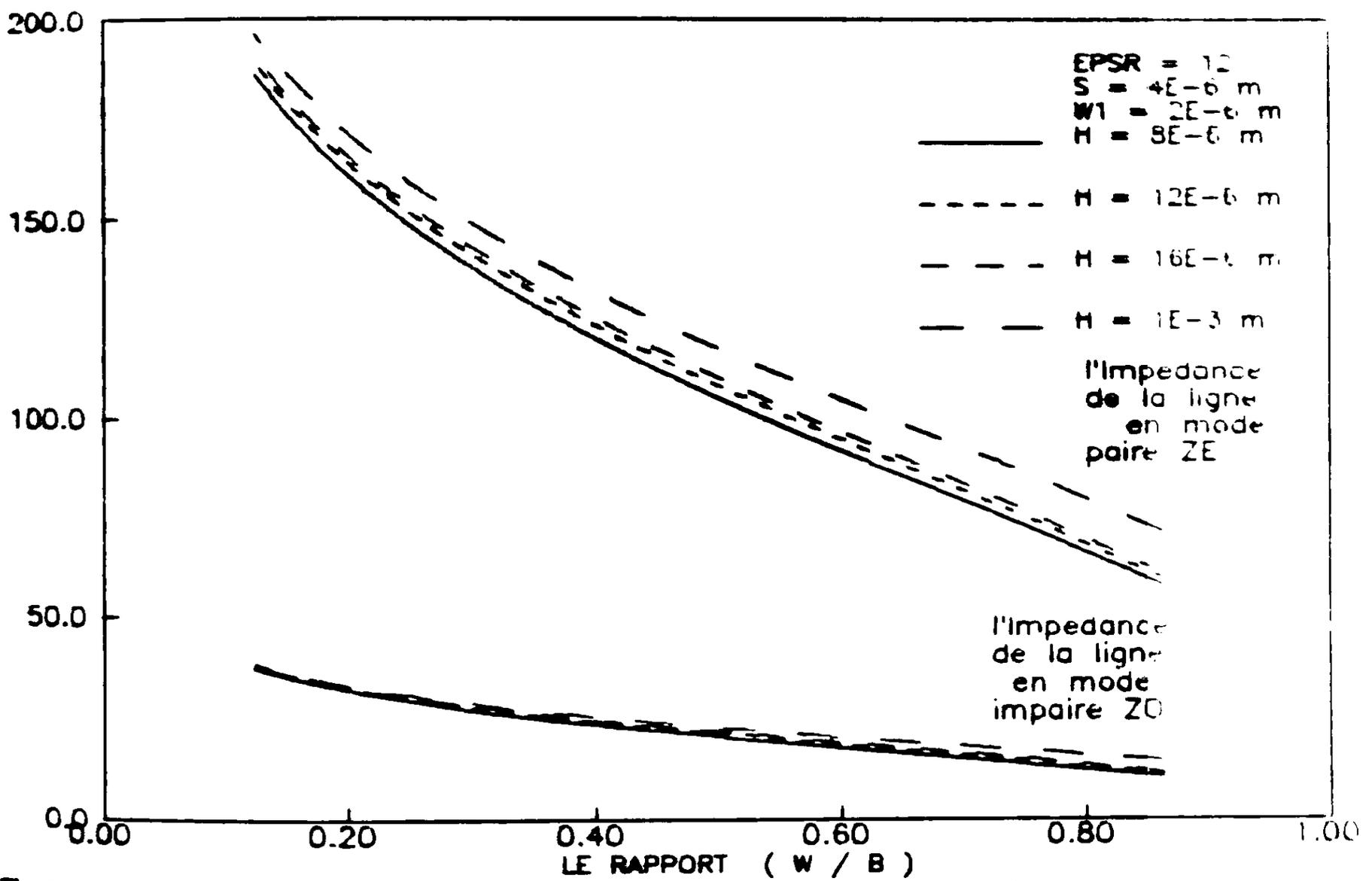


Fig.6 : La variation de l'impedance caracteristique en mode paire et impair en fonction de l'epaisseur du substrat dielectrique

IV-2-6 IMPEDANCE EQUIVALENTE :

L'impédance caractéristique équivalente de la ligne est donnée par la relation suivante :

$$Z_c = \sqrt{Z_{oe} \cdot Z_{oo}} \quad (23)$$

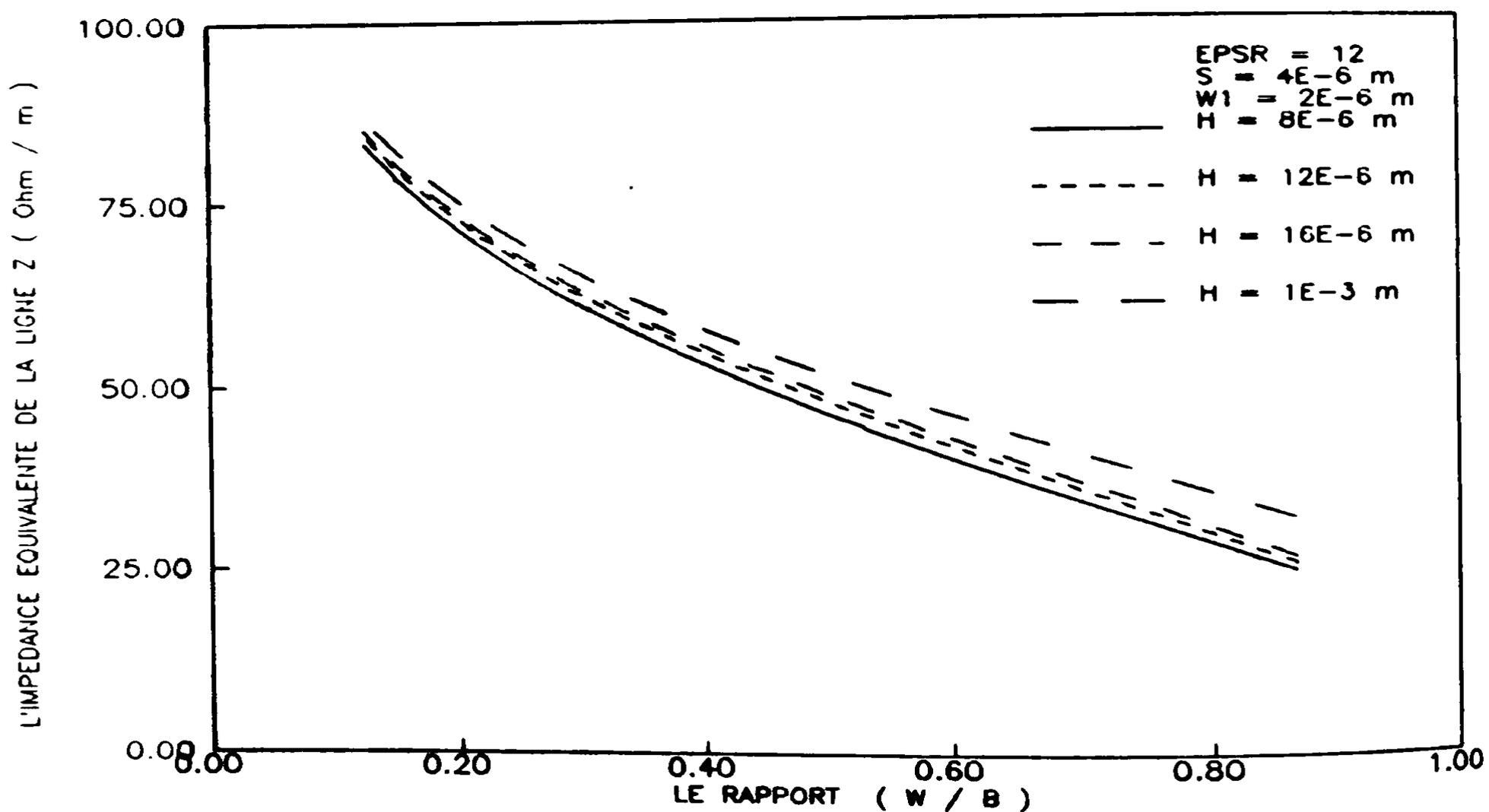


Fig. : La variation de l'impédance caractéristique équivalente en fonction de l'épaisseur du substrat diélectrique

#### IV-3 CONCLUSION :

Nous avons déterminé l'influence de l'épaisseur du substrat diélectrique, ainsi que le mode de couplage sur la variation de la capacité quasi-statique et l'impédance caractéristique pour les modes pair et impair. Nous avons trouvé que pour le mode impair la variation de la capacité et de l'impédance sont très faible par rapport au mode pair, de même de l'influence de l'épaisseur du substrat diélectrique devient négligeable, lorsque la dimension de  $h$  augmente.

# ETUDE BIDIMENSIONNELLE DES LIGNES MICROCOPLANAIRES DISSYMETRIQUE SUR SUBSTRAT SEMICONDUCTEUR A CONTACT SCHOTTKY

## 1 INTRODUCTION :

Les lignes coplanaires déposés sur substrat semiconducteur en contact Schottky font apparaître une zone dépeuplée sous le conducteur .La plupart des études effectuées [8] considèrent cette zone comme étant une couche d'isolant ( Fig 1) cette approximation reste valable pour les cas où  $W \gg Y_d$  ,mais pour les microstructures cette approximation n'est plus valable ,car les effets de bords sont loin d'être négligeables .

D'autre part lorsque la longueur du conducteur est faible devant la longueur d'onde l'analyse de la propagation ou mode hybride n'est plus nécessaire, l'analyse quasi.T.E.M donne de bons résultat [9] .

La technique de la fonction de Green est également utilisée dans le cas de la ligne microstrip [10] pour évaluer les effets de bords, ainsi que pour des structures périodique à contact Schottky [11], afin d'évaluer les profils de la zone dépeuplée .

Nous utiliserons une méthode bidimensionnelle basée sur les fonctions de Green modifiées et qui satisfait les conditions imposées par les plans de masse, c'est une méthode qui tient compte des effets de bords [12]. Elle consiste à déterminer le profil de la zone dépeuplée et par conséquent un calcul exact de la capacité de charge d'espace. [13] a fait les mêmes calculs en utilisant les fonctions de Green en espace libre.

L'analyse de la propagation d'onde en mode quasi T.E.M est faite par l'établissement d'un schéma équivalent semblable au modèle utilisé dans d'autres analyses des lignes coplanaires en contact Schottky [14]

Dans le calcul de l'atténuation nous avons tenu compte des pertes métalliques qui s'avèrent non négligeable [9].

Dans ce chapitre nous présentons une étude comparative entre les lignes microcoplanaires symétrique et dissymétrique sur substrat semiconducteur en contact Schottky [15].

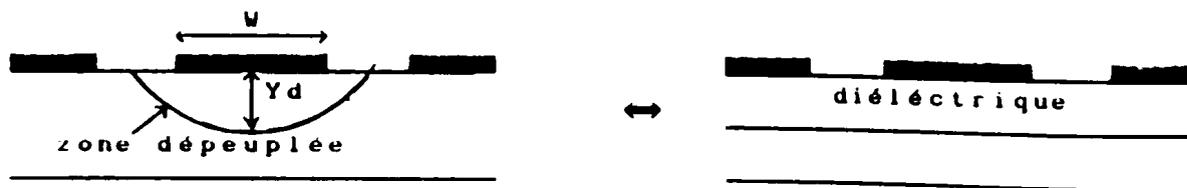


Fig. 1

On utilise la fonction de green dans un milieu homogène qui s'écrit [2] :

$$G(x/x_0, y/y_0) = -\frac{1}{4\pi} \text{LOG} \left[ \frac{\text{Sin}^2(R^-) + \text{Sinh}^2(T)}{\text{Sin}^2(R^+) + \text{Sinh}^2(T)} \right] \quad (1)$$

$$\text{Avec } R^\pm = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cos}^{-1} \left( \frac{x}{b} - \frac{1}{Z} \right) \pm \text{Cos}^{-1} \left( \frac{x_0}{b} - \frac{1}{Z_0} \right) \right\}$$

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \text{Cosh}^{-1}(Z) - \text{Cosh}^{-1}(Z_0) \right\}$$

$$Z = \left\{ \frac{\alpha + \beta}{2} \right\} \quad \text{et} \quad Z_0 = \left\{ \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} \right\}$$

$$\alpha = \left( \frac{x}{b} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 + 1 \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 + \left( \frac{y_0}{b} \right)^2 + 1$$

$$\beta = \left[ \alpha^2 - 4 \left( \frac{x}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{et} \quad \beta_0 = \left[ \alpha_0^2 - 4 \left( \frac{x_0}{b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

avec  $\phi(x, y)$  point d'observation

$\phi_0(x_0, y_0)$  point observé

- Remarque : la méthode des images est utilisée pour tenir compte de la non homogénéité du milieu .

### 3 LE CALCUL DU POTENTIEL :

- En régime quasi statique le potentiel électrique vérifie l'équation de Poisson dans tout l'espace .

$$\text{div} \left[ \epsilon(x, y) \cdot \vec{\text{grad}} \left( V(x, y) \right) \right] = - \rho(x, y) \quad (2)$$

avec

$$\rho(x,y) = \begin{cases} \rho_s & \text{sur le métal} \\ \rho_0 & \text{dans la zone dépeuplée} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\epsilon(x,y) = \begin{cases} \epsilon_0 & \text{dans le vide} \\ \epsilon_s & \text{dans le semiconducteur} \end{cases}$$

- Pour une section droite de la structure dissymétrique le potentiel calculé dans la région positive s'écrit :

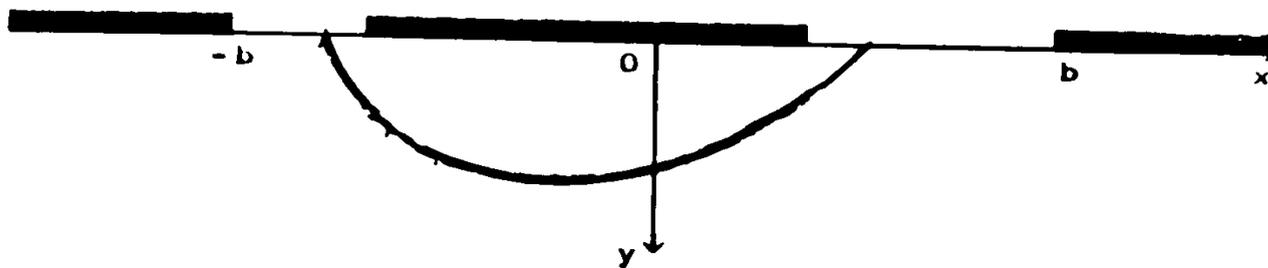


Fig. 2

$$V(x,y) = \frac{1}{\epsilon_s} \iint_{z_d} \left[ (-\rho_0) G(x/x_0, y/y_0) + R G(x/x_0, y/-y_0) \right] dx_0 dy_0 + V_a(x,y) . \quad (3)$$

$$V_a(x,y) = \frac{2}{\epsilon_0 + \epsilon_s} \int_{\text{métal}} \rho_s(x) G(x/x_0, y/y_0) dx_0 \quad (4)$$

Avec  $R = \frac{\epsilon_s - \epsilon_0}{\epsilon_s + \epsilon_0}$  et  $z_d = \text{zone dépeuplée}$  .

#### 4 CALCUL DU PROFIL DE LA ZONE DEPEUPLEE

##### ET REPARTITION DES DENSITES DE CHARGE SUR LE METAL

- Le calcul de la limite de la zone dépeuplée est fait en combinant l'équation ( 3 ) aux hypothèses suivantes :

$$V = V_G \text{ sur le conducteur métallique}$$

$$V = 0 \text{ sur le profil de la zone dépeuplée .}$$

- On aboutit à un système d'équation non linéaire dont la résolution par la méthode des moments [18] permet de connaître sous forme discrétisée le profil de la zone dépeuplée , ainsi que les

répartition des densités de charge sur le conducteur .

## 5 SCHEMA DISCRETISE DE LA LIGNE COPLANAIRE

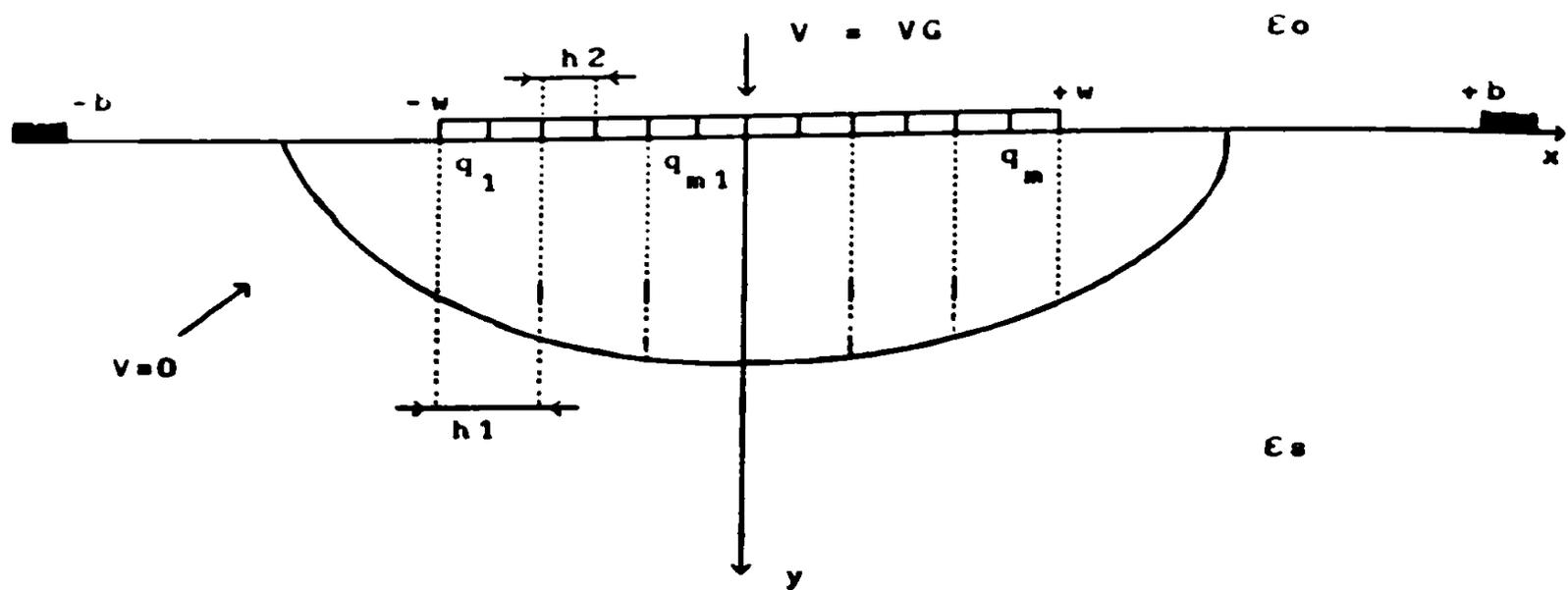


Fig. 3

Le grille est divisée en  $M$  échantillon dont  $M_1$  échantillons sont à gauche de l'origine  $0$  et  $M_2$  échantillons à droite de l'origine (Fig. 3).

La partie de la limite de la zone dépeuplée sous la grille est partagé de la même façon que la grille.

Les bords de la zone dépeuplée sont échantillonnés de la même façon à droite et à gauche de la grille .

### Remarque

Pour déplacer la grille à droite ou à gauche vers l'un des plan de masse on joue sur les nombres d'échantillons à droite et à gauche  $M_1$  et  $M_2$ .

Lorsque  $M_1 = M_2$  la structure est symétrique et, lorsque  $M_1 \neq M_2$  la structure est dissymétrique.

### EQUATION NORMALISEES

Pour  $Y \geq 0$

$$V(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^M \iint_{I_j} \left[ G(x_i/x_o, y_i/y_o) + R G(x_i/x_o, y_i/-y_o) \right] dx_o dy_o + V_a(x_i, y_i) . \quad (3)$$

$$\text{avec } V_a(x_i, y_i) = \frac{2\epsilon_s}{\epsilon_o + \epsilon_s} \sum_{j=1}^M q_j \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_i/x_o, y_i/y_o) dx_o \quad (4)$$

$$\text{et } I_j = \left( x_j - h/2 , x_j + h/2 \right) \times \left( 0 , Y_j \right)$$

Nous avons comme inconnues  $(Y_1, \dots, Y_n)$  qui représente la limite de la zone dépeuplée et  $(q_1, \dots, q_m)$  la répartition de charge .

Dans ces équations

le potentiel est normalisé par rapport à  $|U_1|$  ,

les longueurs par rapport à la longueur de Debye  $\lambda_D$  ,

$$\text{et } q(x_o) = \frac{\rho_s(x)}{\lambda_D(-\rho_o)}$$

Remarque

Le calcul des intégrales simples et doubles est effectuée

numériquement en utilisant la méthode de Gauss (Annexe 3) .  
 une méthode simple et précise qui permet d'avoir un temps  
 calcul très réduit par rapport aux autres méthodes

- Le potentiel  $V = VG$  représente le potentiel appliqué  $Vg$  plus  
 potentiel de barrière  $Vb$  .

En combinant l'équation ( 3 ) aux hypothèses précédente  
 aboutit à un système d'équations non linéaires dont la résolution  
 donne les différentes inconnues (annexe3 )

Le système d'équations

le système d'équations non linéaires à résoudre s'écrit sous  
 forme suivante :

$$S_i = \sum_{j=1}^M \iint_{I_j} \left[ G(x_i/x_o, y_i/y_o) + R G(x_i/x_o, y_i/-y_o) \right] dx_o dy_o +$$

$$+ \frac{2\epsilon_s}{\epsilon_o + \epsilon_s} \sum_{j=1}^M q_j \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_i/x_o, y_i/y_o) dx_o \quad (4)$$

$$I_j = \left( x_j - h/2 , x_j + h/2 \right) \times \left( 0 , y_j \right)$$

et 
$$S_i = \begin{cases} 0 & \text{pour } (x_i , y_i) \text{ sur la zone dépeuplée} \\ VG & \text{pour } y_i = 0 \text{ et } x_i \text{ sur le métal} \end{cases}$$

ce qui peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$F_i = \sum_{j=1}^M \iint_{I_j} \left[ G(x_i/x_o, y_i/y_o) + R G(x_i/x_o, y_i/-y_o) \right] dx_o dy_o +$$

$$+ \frac{2\epsilon_s}{\epsilon_0 + \epsilon_s} \sum_{j=1}^M q_j \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} G(x_i/x_0, y_i/y_0) dx_0 + \alpha VG \quad (5)$$

Avec  $\alpha = 1$  si  $Y_i = 0$

et  $\alpha = 0$  si  $Y \neq 0$

Matrice jacobienne :

pour la matrice jacobienne on doit calculer les dérivées suivantes

$$\frac{\partial F_i}{\partial Y_k} \quad \text{pour } i = 1, N \quad \text{et } k = 1, N + M \quad (6)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial q_k} \quad \text{pour } i = N + 1, N + M \quad \text{et } k = 1, N + M \quad (7)$$

Sur les figures (4) et (5) on donne les profils de la zone dépeuplée pour différentes tensions de polarisation pour les structures dissymétrique et symétrique, où nous faisons apparaître l'influence de l'un des plans de masse

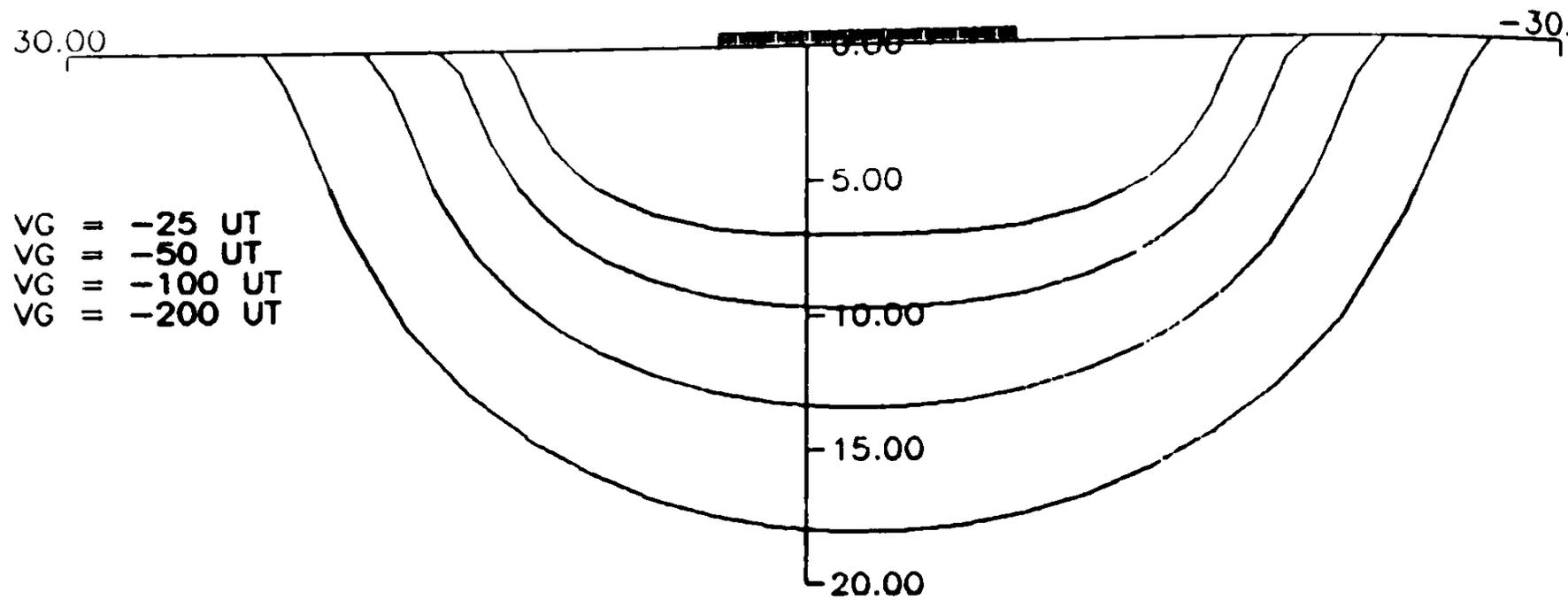


Fig.4 :les profils de la zone depuelee pour differentes tensions de polarisation VG  
 Avec  $B = 80 \text{ LD}$  ,  $W = 10 \text{ LD}$   
 LD : longueur de Debye

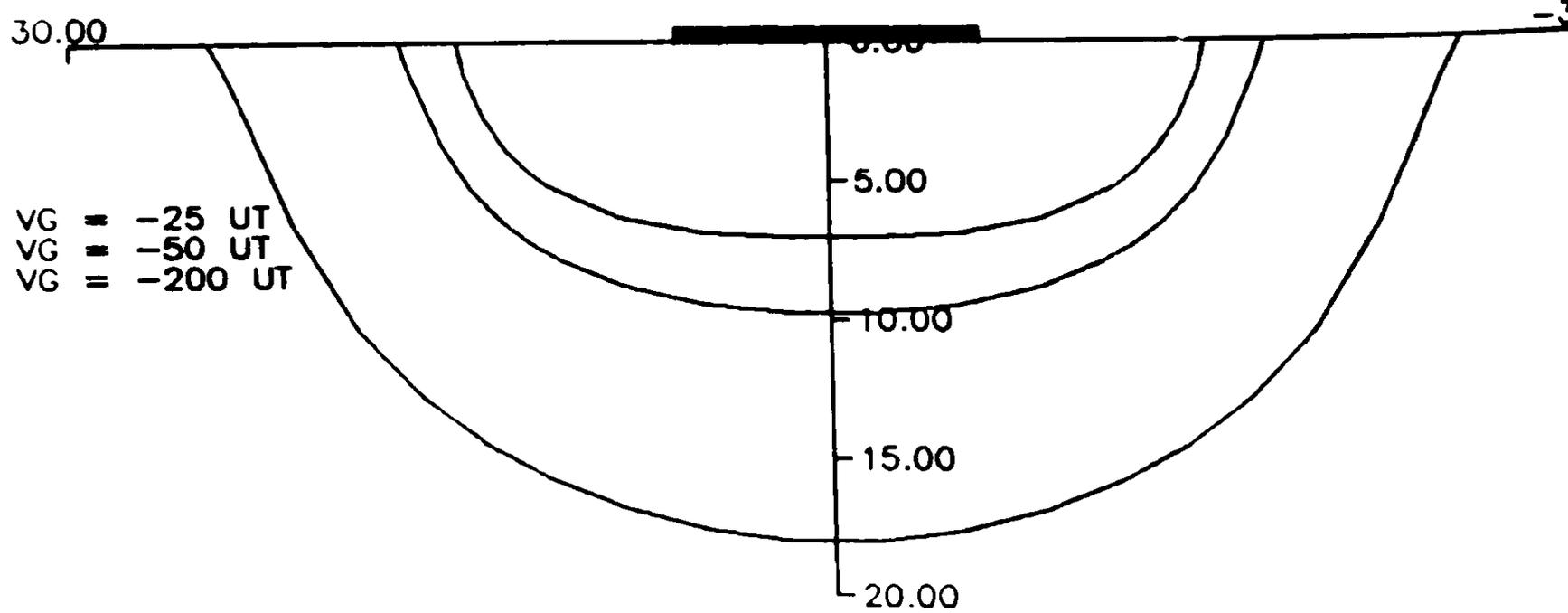


Fig.5 :les profils de la zone depuelee pour differentes tensions de polarisation VG  
 Avec  $B = 80 \text{ LD}$  ,  $W = 10 \text{ LD}$   
 LD : longueur de Debye

6 Calcul de la capacité quasi-statique : Pour chaque valeur de la tension de polarisation  $V_G$  on calculera la distribution de charge ( $q_j$ ) et en suite on calcule la charge totale  $Q$ .

$$Q = \sum_{j=1}^M h q_j \quad (8)$$

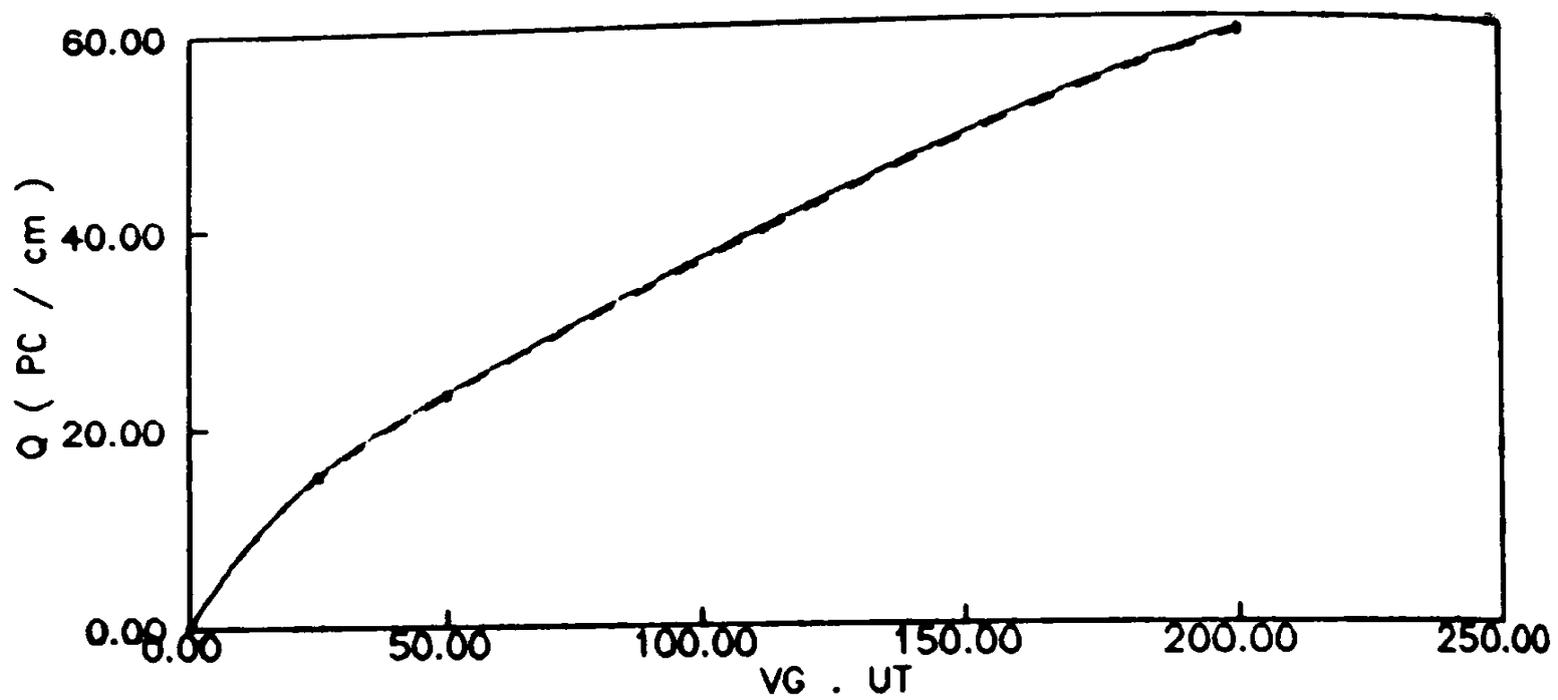
$h$  : le pas d'échantillonge

Le calcul de la capacité quasi-statique  $C$  est donné par :

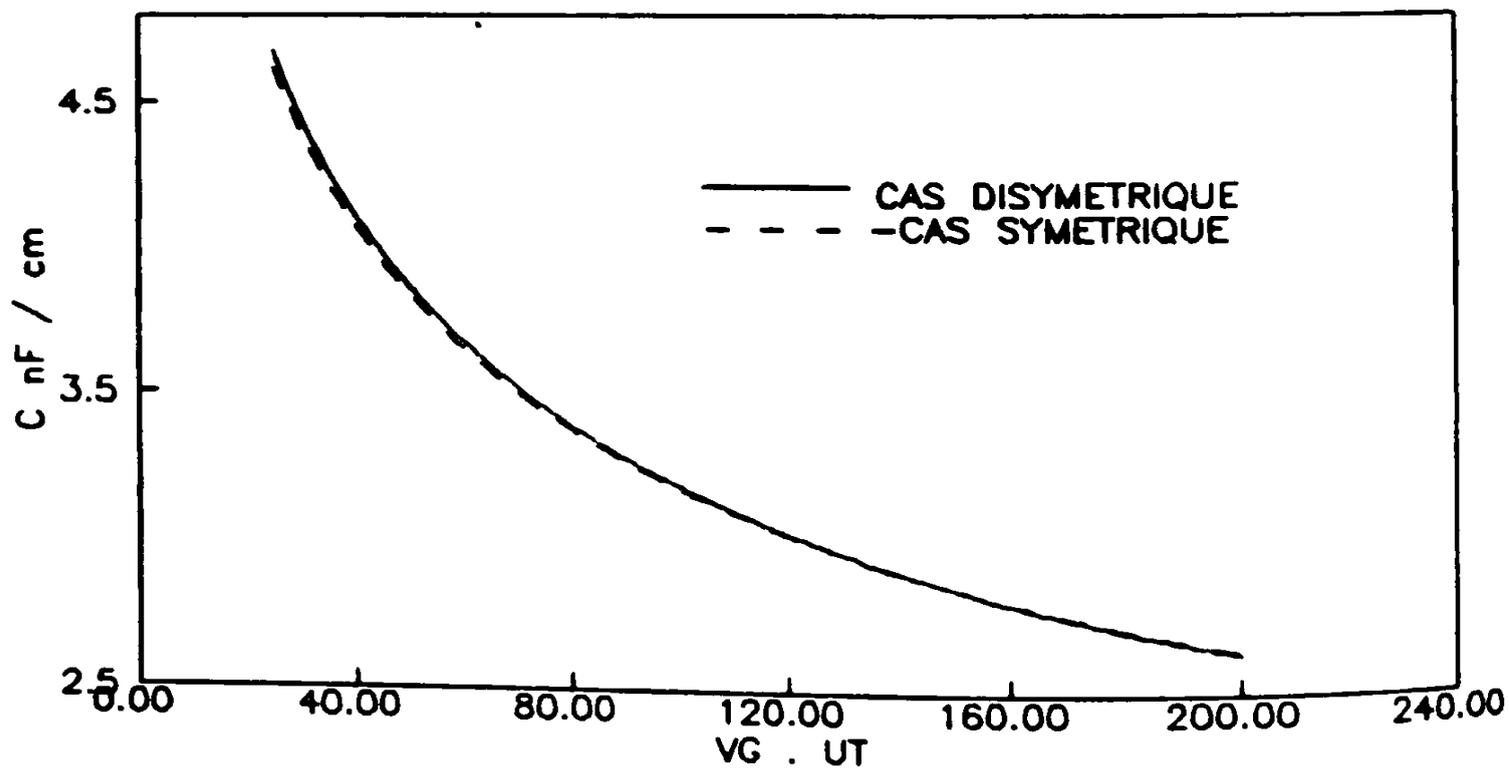
$$C = \frac{dQ}{dV_G} \quad (9)$$

Pour les structures dissymétrique et symétrique on donne les courbes variations de la charge  $Q$  et la capacité  $C$ .

On donne sur la figure (6) la variation de la charge  $Q$  pour différentes tensions de polarisation et sur la figure (7) on donne la variation de la capacité  $C$  en fonction de la tension de polarisation.



Variation de la charge Q  
en fonction de la polarisation  
Fig. 6



Variation de la capacite de la zone depuelee  
en fonction de la polarisation  
Fig. 7

## 7 Etude quasi T.E.M

### 7-1 Schéma équivalent :

On considère qu'en première approximation la limite de la zone dépeuplée constitue une équipotentielle on a alors le schéma équivalent suivant (Fig. 8 et Fig. 9).

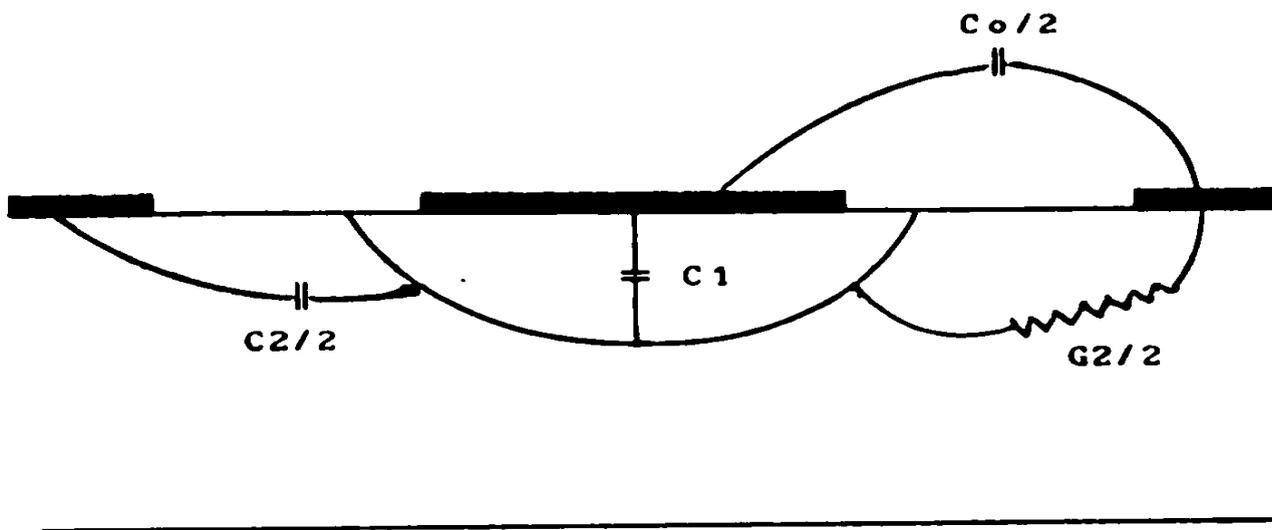


Fig. 8

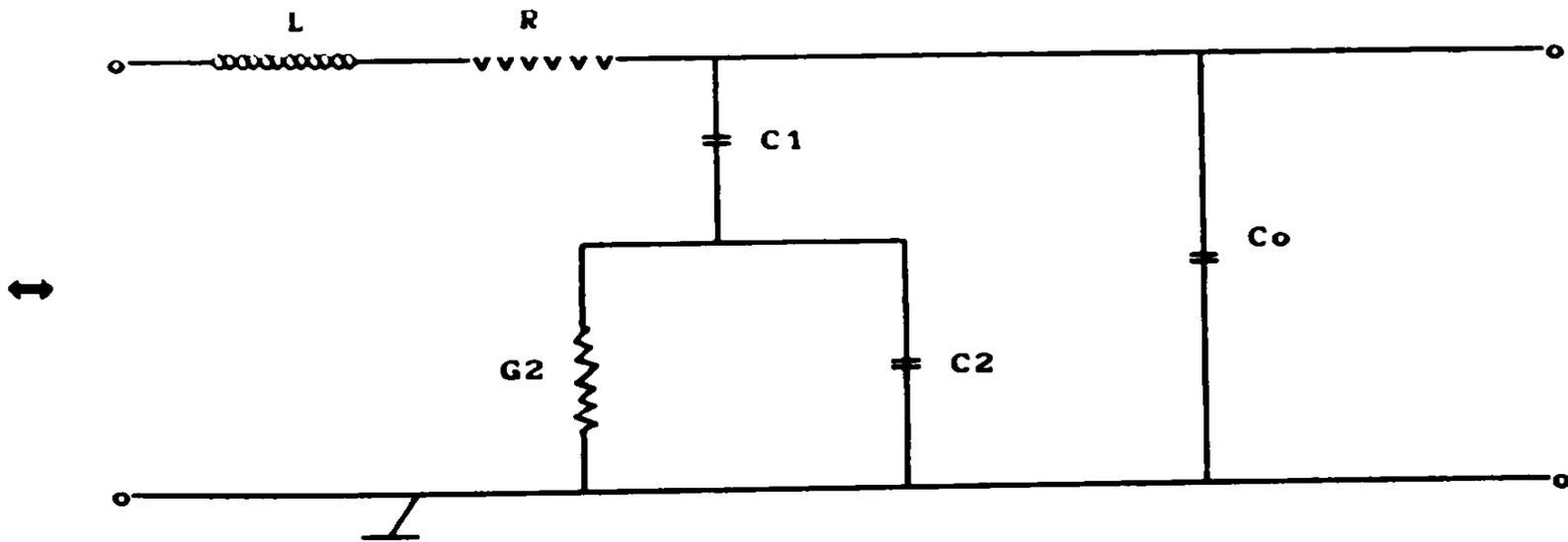


Fig. 9

### 7-2 Calcul de L

Pour calculer l'inductance L, on suppose qu'elle aura la même valeur que si le milieu était le vide, la capacité totale est alors  $C_0$  et L est donnée par :

$$L = \frac{1}{V^2 C_0} \quad (10)$$

V : Vitesse de la lumière

$C_0$  est calculée par la méthode exposée dans les chapitres précédent tout en supposant que  $\epsilon_r = 1$  pour le milieu (2).

La résistance R tient compte des pertes dans le conducteur. [16] a montré que ces pertes étaient aussi importantes que celles dans le semiconducteur. Elle en série avec L et exprimée en Ohms par unité de longueur, elle donnée par :

$$R = \frac{1}{\sigma_m t (2W)} \quad (11)$$

$\sigma_m$  : Conductivité du métal

t : Epaisseur du conduteur

2W : Largeur de la ligne

(  $\frac{1}{\sigma_m} = 2.67 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$  pour l'aluminuim )

t l'epaisseur de la couche métallique pour les applications numérique est de l'ordre de  $0.7 \mu\text{m}$

### 7-3 Calcul de C1 , C2

La capacité C1 étant celle de la zone dépeuplée elle donnée par :

$$C1 = dQ/dV - C0 \quad (12)$$

Pour le calcul de C2 on considère qu'en régime dynamique la limite de la zone dépeuplée constitue en première approximation une équipotentielle, soit Cs la capacité du milieu semiconducteur en supposant que celui-ci complètement dépeuplée, que nous calculons également par notre méthode, elle s'écrit sous la forme suivante :

$$Cs = \frac{C1 C2}{C1 + C2} \quad (13)$$

d'où C2 :

$$C2 = \frac{C1 Cs}{C1 - Cs} \quad (13)$$

### 7-4 Calcul de G2

On fait intervenir G2 pour tenir compte des pertes dans le semiconducteur, de constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  et de conductivité  $\sigma_s$ . La densité de courant dans ce milieu s'écrit :

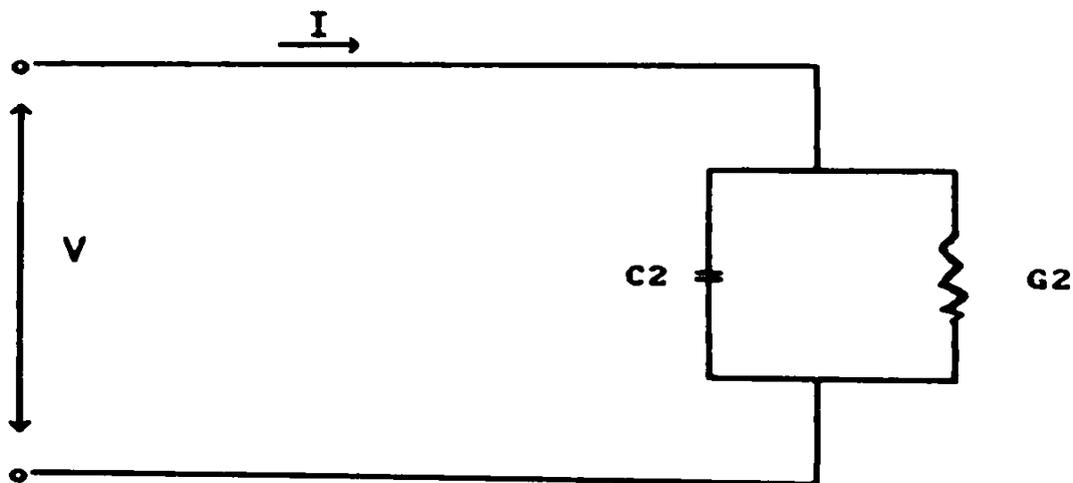
$$\vec{J} = (\sigma_s + j\omega \epsilon_0 \epsilon_r) \vec{E}$$

$\vec{E}$  : le champ électrique

Le courant est donné alors par :

$$I = (\sigma_s + j\omega \epsilon_0 \epsilon_r) \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds$$

d'autre part on a :



$$\Rightarrow I = j\omega \cdot C2 \cdot V + G2 \cdot V$$

et comme on a

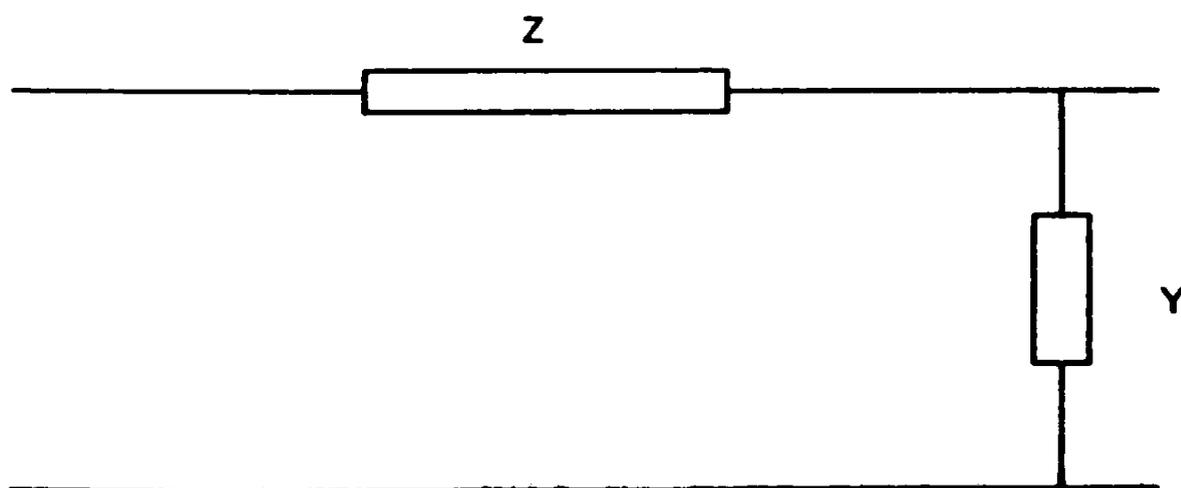
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s \int \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = G2 \cdot V \\ \epsilon_0 \epsilon_r \int \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = C2 \cdot V \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow G2 = \frac{C2 \sigma_s}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$(\sigma_s = 7.12 \, \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1})$$

#### 7-5 Impédance caractéristique et Constante de propagation

Le schéma de la Fig. 9 s'écrit encore :



$$Z = R + j L \omega$$

$$Y = j \omega \left[ C3 + C1 \frac{G2 + j C2 \omega}{G2 + j \omega ( C1 + C2 )} \right]$$

- Impédance caractéristique

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

- Constante de propagation

$$\gamma = \sqrt{Z Y}$$

$$\gamma = \alpha + j \beta$$

$\alpha$  : le facteur d'atténuation

$\beta$  : la constante de phase

le rapport  $\left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)$  appelé facteur de ralentissement est par :

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide  
 $\lambda_g$  la longueur d'onde guidée .

On donne respectivement sur les figures (10) et (11) les courbes de variations de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'impédance caractéristique pour différentes tensions de polarisation ,et pour les structures symétrique et dissymétrique.

Sur les figures (12) et (13) on donne la variation de l'atténuation et du facteur de ralentissement en fonction de la tension de polarisation pour les deux structures.

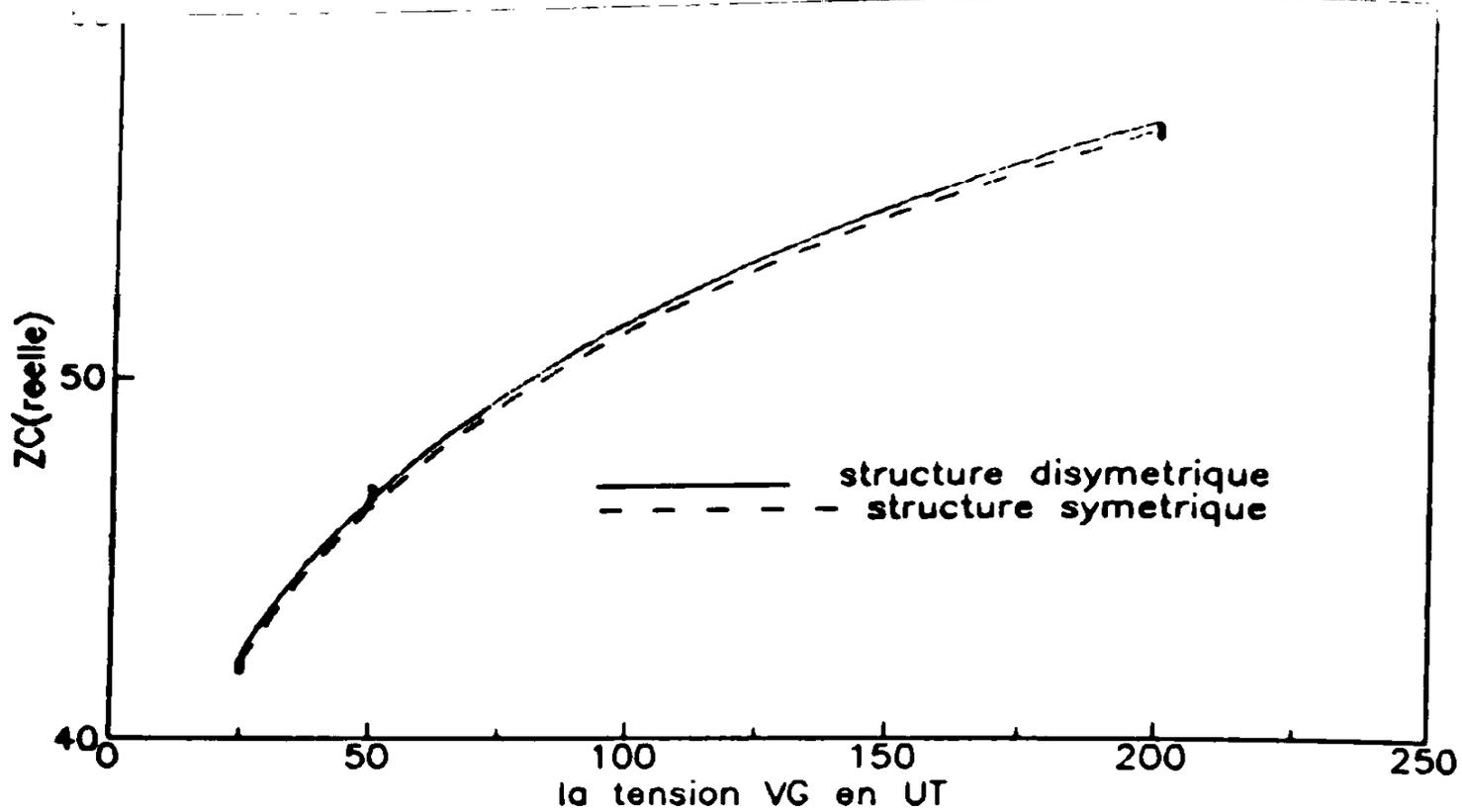


Fig. 10

Variation de la partie réelle de l'impédance caractéristique en fonction de la tension de polarisation

$W = 10 \text{ LD}$      $B = 80 \text{ LD}$      $ND = 10 \text{ cm}$

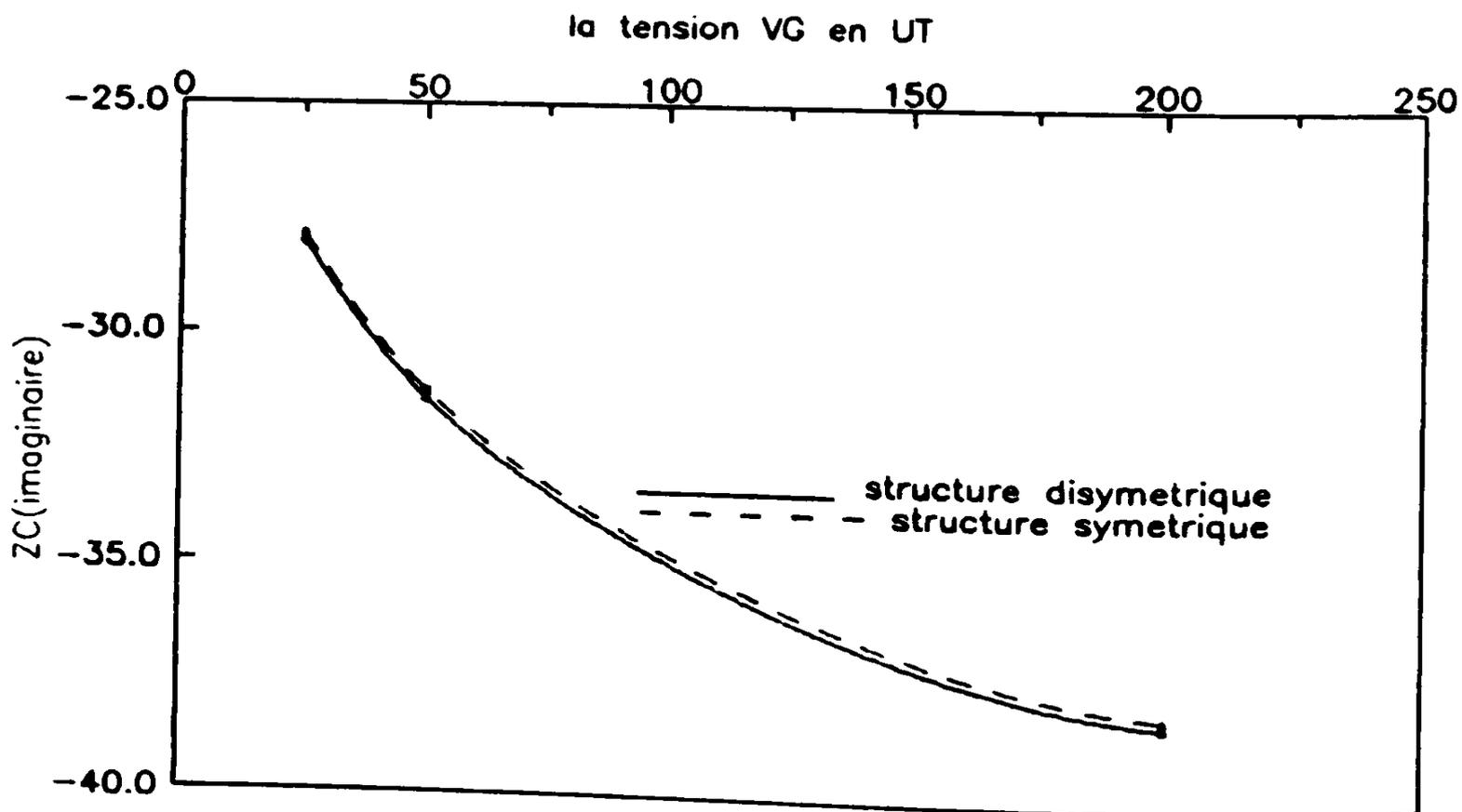


Fig. 11

Variation de la partie imaginaire de l'impédance caractéristique en fonction de la tension de polarisation

$W = 10 \text{ LD}$      $B = 80 \text{ LD}$      $ND = 10 \text{ cm}$

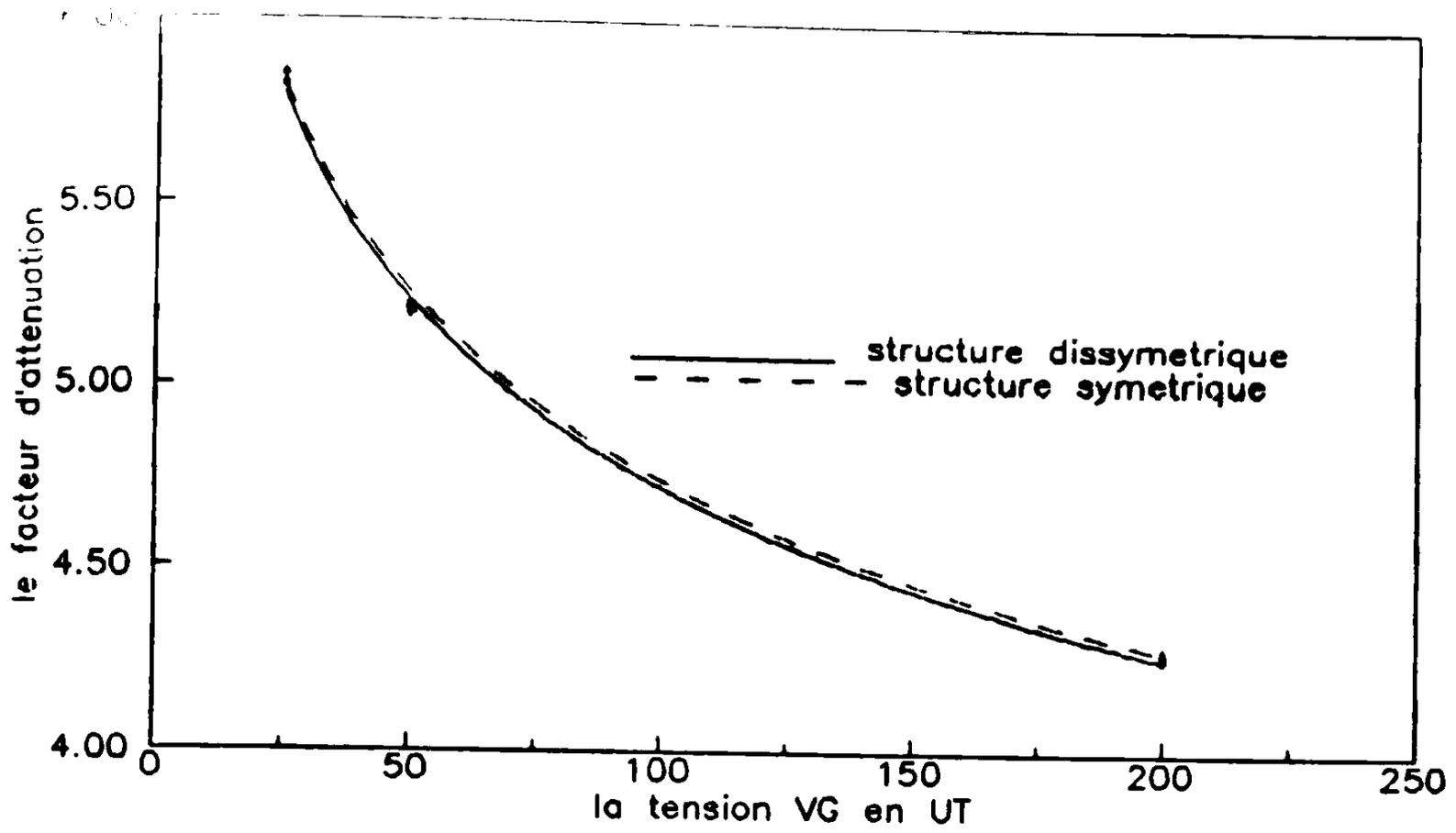


Fig. 12

Variation du facteur d'attenuation en fonction  
de la tension de polarisation

$W = 10 \text{ LD}$      $B = 80 \text{ LD}$      $ND = 10 \text{ cm}$

## CONCLUSION :

L'étude comparative entre la structure symétrique et dissymétrique des lignes microcoplanaires sur substrat semiconducteur en contact Schottky , montre l'influence de l'un des plans de masse sur la zone dépeuplée, et sur la variation de la capacité quasi-statique, de l'impédance caractéristique , du facteur d'atténuation .Les résultats trouvés sont comparés à la littérature [10],[19],[20].

Nous pensons que nos résultats peuvent contribuer à l'étude et à la conception du transistor à effets de champs en technologie planaire .

**CONCLUSION GENERALE**

## CONCLUSION

Dans ce travail nous avons utilisé le modèle analytique des fonctions de Green, obtenues en utilisant des transformations conforme. La fonction de Green intervient pour inverser l'opérateur Laplacien, ce qui permet la résolution bidimensionnelle de l'équation de Poisson, par conséquent une analyse rigoureuse de la propagation d'onde quasi-TEM le long des lignes microcoplanaires sur substrats diélectrique et semiconducteur.

L'originalité de notre méthode réside dans la prise en compte de la position réelle des plans de masse pour la structure coplanaire, alors que dans les méthodes de modélisation classique, les murs électriques ou magnétiques constituent les limites de la structure.

Ceci nous a permis au début d'étudier la propagation des ondes quasi-TEM le long des lignes coplanaires sur substrat diélectrique, et par conséquent déterminer la capacité quasi-statique et l'impédance caractéristique pour une ligne, et l'influence du mode de couplage sur ces paramètres pour les lignes couplées.

Nous avons aussi déterminé l'influence de l'épaisseur du substrat diélectrique, pour une ligne microcoplanaire et deux

lignes coplanaires sur les performances de ces lignes dessous. Nous avons ainsi montré que pour des largeurs de ligne proche de l'épaisseur du substrat les courbes de variations de la capacité quasi-statique et de l'impédance caractéristique sont différentes de celles trouver dans le chapitre I, mais lorsque la largeur de la ligne est très faible devant l'épaisseur du substrat on retrouve les mêmes résultats.

Nous avons utilisé également cette méthode pour étudier les lignes microcoplanaires sur substrat semiconducteur en contact Schottky, pour des structures symétriques et dissymétriques, ce qui permet de connaître sous forme discrétisée le profil de la limite de la zone dépeuplée, ainsi que la répartition des densités de charge sur le conducteur.

Nous avons alors calculé la capacité de la zone de charge d'espace et par la suite l'impédance caractéristique, le facteur de ralentissement et le coefficient d'atténuation de l'onde, où la comparaison avec les résultats apparus dans la littérature s'avère satisfaisante.

La comparaison entre les résultats trouvés pour les deux types de lignes coplanaires symétrique et dissymétrique étudiées, nous permet de mettre en évidence l'influence de l'un des plans de masse sur les performances de la ligne. Nous avons constaté que la limite de la zone dépeuplée se déplace, lorsqu'on déplace la grille vers l'un des plans de masse et dans le même sens.

Nous pensons que ces résultats peuvent contribuer à l'étude et la conception des transistors à effets de champs en technologie planaire, on calculera alors une zone dépeuplée en tenant compte du courant source-drain.

# ANNEXES

Méthode de résolution des systèmes linéairesMéthodes de GaussPrincipe

soit le système d'équations linéaires qui s'écrit de la façon suivante :

$$A x = b$$

où bien sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

La méthode de Gauss consiste à transformer le système  $A x = b$  à matrice  $A$  quelconque en un système équivalent  $C x = d$  où  $C$  est une matrice triangulaire supérieure [ ]

on a

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = d_i \quad i = 1, n$$

ou  $c_{ij} = 0$  si  $j < i$

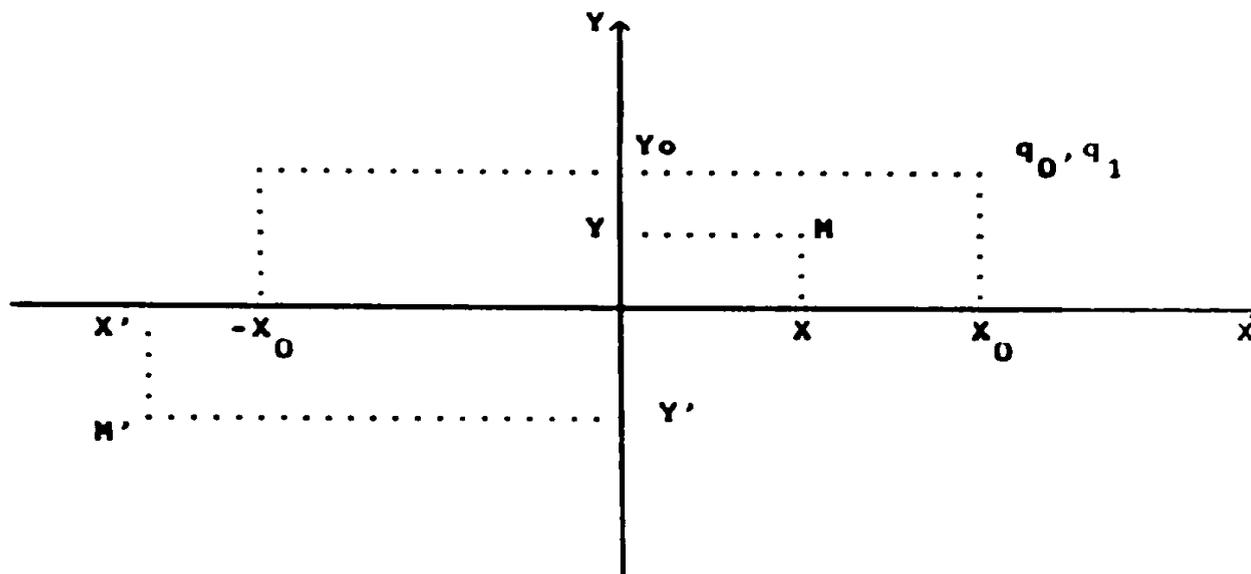
ce qui équivaut aussi à écrire :

$$d_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_j + c_{ii} x_i \quad i = 1, n$$

## ANNEXE 1

### Méthode des images

On considère deux milieux semi-infinis de permittivités  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ .



soit  $q_0$  une charge ponctuelle et  $q_1$  sa charge image .

Selon la position de la charge l'observateur ,deux cas peuvent se présenter .

Un observateur placé au point  $M'$  voit au point  $(x_0, y_0)$  une charge  $q_2$  différente de  $q_0$ .

Les potentiels en  $M$  et  $M'$  s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_M(x, y) = \frac{q_0}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_0} + \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_2} \cdot \frac{1}{R_1} \\ V_{M'}(x, y) = \frac{q_2}{4 \pi \epsilon_1} \cdot \frac{1}{R_2} \end{array} \right. \quad (1)$$

La condition de continuité du potentiel au point  $x=0$  donne :

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot q_2 - q_1 = q_0 \quad (2)$$

et la condition aux limites pour la composante normale du champ électrique pour  $x=0$  donne :

$$q_2 + q_1 = 0 \quad (3)$$

de ces deux dernières relations on tire :

$$q_1 = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} q_0 \quad (4)$$

$$\text{et } q_2 = \frac{2 \epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1} q_0 \quad (5)$$

Donc pour une fonction de Green donnée elle s'écrit dans un milieu non homogène :

Pour  $x \geq 0$  :

$$G(x/x_0, y/y_0) = G_0(x/x_0, y/y_0) + R G_0(x/x_0, y/y_0) \quad (6)$$

et  $x \leq 0$  :

$$G(x/x_0, y/y_0) = T G_0(x/x_0, y/y_0) \quad (7)$$

$$\text{avec } R = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \quad \text{et } T = \frac{2 \epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1}$$

ANNEXE 3

Intégration numérique par la méthode de Gauss

Soit l'intégrale suivante :

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (1)$$

$f(x)$  étant une fonction continue dans l'intervalle  $[a, b]$

Si on pose le changement de variable suivant :

$$U = \frac{2x}{b-a} - \frac{b+a}{b-a} = \alpha x + \beta$$

L'équation (1) devient :  $I = \frac{2}{b-a} J$  (2)

Avec  $J = \int_{-1}^{+1} G(U) dx$  (3)

et  $G(U) = f\left(\frac{U - \beta}{\alpha}\right)$  (4)

On cherche à mettre  $J$  sous la forme suivante :

$$J = \sum_{k=1}^n \alpha_k G(U_k) \quad (5)$$

En remplaçant  $G(U)$  par un polynôme de degré  $2^{n-1}$ , ceci permet de déterminer les  $2^n$  inconnues  $\alpha_1, \dots, \alpha_n, U_1, \dots, U_n$

Les  $U_k$  étant continues dans l'intervalle  $[-1, +1]$  on remplace  $G(U)$  par le polynôme d'interpolation de LAGRANGE .

$$\text{On a : } G(U) = L(U) + r(U) \quad (6)$$

$$\text{et } G(U_k) = L(U_k) \quad (7)$$

Avec :

$$L(U) = \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1, k \neq i}^n (U - U_k)}{\prod_{j=1, j \neq i}^n (U_i - U_j)} G(U_i) \quad (8)$$

$$r(U) = \prod_{i=1}^n (U - U_i) \cdot \sum_{k=1}^n \beta_{k-1} U^{k-1} \quad (9)$$

L'intégrale  $J$  se met alors sous la forme suivante :

$$J = \int_{-1}^{+1} L(U) du + R \quad (10)$$

Avec :

$$R = \int_{-1}^{+1} \left[ \prod_{i=1}^n (U - U_i) \cdot \sum_{k=1}^n \beta_{k-1} U^{k-1} \right] du \quad (11)$$

On constate , que si les  $U_i$  avec les  $i$  allant de 1 à  $n$  sont les racines d'un polynôme de Legendre de degré  $n$  et d'après les propriétés d'orthogonalité de ces derniers ,  $R$  est égal à zéro d'où l'intérêt de la méthode .

$$J = \int_{-1}^{+1} L(U) du = \sum_{k=1}^n \alpha_k G(U_k) \quad (12)$$

et on en déduit par comparaison :

$$\alpha_k = \int_{-1}^{+1} \frac{\prod_{i=1}^n (u - u_i)}{\prod_{j \neq k} (u_k - u_j)} du \quad (13)$$

On rappelle que les polynômes de Legendre sont donnés sous la forme suivante :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{dx^n} \left[ (x^2 - 1)^n \right] \quad (14)$$

Méthodes de résolution des systèmes non linéaires

La résolution des systèmes non linéaires a été faite en combinant la méthode de Newton et la méthode du Gradient . Cette combinaison s'avère très efficace dans la mesure où la convergence est assurée par la méthode du Gradient et la vitesse de convergence par la méthode de Newton [21], [22] .

a/-Méthodes de résolution des systèmes non linéaires  
par optimisation

Résoudre un système d'équations non linéaire par optimisation c'est ramener la résolution de ce système à la recherche du minimum d'une fonction de plusieurs variable :

$$\text{soit } f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, n \quad (1)$$

est équivalent à rechercher le minimum - égal à zéro - de la fonction :

$$\psi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

Pour trouver ce minimum , on doit utiliser une méthode d'optimisation appropriée .

Méthode du Gradient

Soit la condition initiale suivante :

$$X^n = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

Le développement en série de Taylor, en supposant  $\psi$  suffisamment dérivable, permet d'écrire l'approximation suivante :

$$X^{n+1} = X^n - \lambda_n (\text{grad}\psi)_{X^n} \quad (4)$$

où  $\psi$  est la fonctionnelle définie ci-dessus.

$\lambda_n$  est obtenue par la condition de :

$$\min_{\lambda_n} \psi (X^n - \lambda_n (\text{grad}\psi)_{X^n}) \quad (5)$$

Nous aurons donc à minimiser la fonction d'une variable ( $\lambda_n$ ) :

$$\varphi(\lambda_n) = \sum_{i=1}^n \left[ f_i (X^n - \lambda_n (\text{grad}\psi)_{X^n}) \right]^2 \quad (6)$$

En faisant un développement limité aux termes linéaires en  $\lambda_n$  des fonctions  $f_i$  nous aurons :

$$f_i (X^n - \lambda_n (\text{grad}\psi)_{X^n}) = f_i (X^n) - \lambda_n \left( \frac{\partial f_i}{\partial X} \right)_{X^n} (\text{grad}\psi)_{X^n} \quad (7)$$

Soit alors :

$$\varphi(\lambda_n) = \sum_{i=1}^n \left[ f_i (X^n) - \lambda_n \left( \frac{\partial f_i}{\partial X} \right)_{X^n} (\text{grad}\psi)_{X^n} \right]^2 \quad (8)$$

Pour déterminer  $\lambda_n$  il faut alors:  $\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_n} = 0 \quad (9)$

Ce qui implique :

$$\sum_{i=1}^n \left[ f_i(x^n) \left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \right)_{x^n} (\text{grad} \psi)_{x^n} \right] - \lambda_n \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \right)_{x^n} (\text{grad} \psi)_{x^n} \right]^2 = 0 \quad (10)$$

$$\lambda_n = \sum_{i=1}^n \left[ f_i(x^n) \left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \right)_{x^n} (\text{grad} \psi)_{x^n} \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \right)_{x^n} (\text{grad} \psi)_{x^n} \right]^2 \right]^{-1} \quad (11)$$

Avec  $\text{grad}(\psi)_{x^n} = \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right)_{x^n} \\ \vdots \\ \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_n} \right)_{x^n} \end{bmatrix}$  (12)

$$= \left[ \sum_{i=1}^n 2 f_i(x^n) \left( \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \right)_{x^n} \dots \sum_{i=1}^n 2 f_i(x^n) \left( \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \right)_{x^n} \right]^T \quad (13)$$

Avec  $\sum_{i=1}^n f_i(x^n) \left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \right)_{x^n} = F^T \cdot J$  (14)

où  $F = \left[ f_1(x^n), f_2(x^n), \dots, f_n(x^n) \right]$  (15)

et  $J = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial X_1}\right)_{X^n} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial X_1}\right)_{X^n} \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial X_n}\right)_{X^n} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial X_n}\right)_{X^n} \end{bmatrix}$  (16)

J étant le jacobien du système d'équations non linéaire .

Ce qui permet d'écrire :

$$\text{grad}(\psi)_{X^n} = 2 J^T F \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[ \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_i}\right)_{X^n} (\text{grad}\psi)_{X^n} \right]^2 = 4 F^T J J^T J J^T F \quad (18)$$

Ce qui permet d'écrire la valeur de  $\lambda_n$  :

$$\lambda_n = \frac{1}{2} \frac{F_n J_n J_n^T F_n}{F_n^T J_n J_n^T J_n J_n^T F_n} \quad (19)$$

et finalement :

$$X^{n+1} = X^n - \lambda_n J_n^T F_n \quad (20)$$

Principe

Soit  $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$  le vecteur solution du système d'équations non linéaires :

$$f_i(X) = 0 \quad i = 1, n \quad (21)$$

Si chaque fonction  $f_i$  est continue et continument différentiable alors par développement en série de Taylor dans le voisinage d'un estimate  $X^{(k)}$  (obtenu à la  $k^{\text{ème}}$  itération proche de  $X^*$ , on obtient :

$$f_i(X^*) = f_i \left[ X^{(k)} + (X^* - X^{(k)}) \right] \quad (22)$$

$$f_i(X^*) = f_i(X^{(k)}) + \sum (X^* - X^{(k)}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j} (X^{(k)}) + \dots \quad (23)$$

ou bien en raisonnant de la façon suivante :

La méthode de Newton consiste à linéariser le système d'équations non linéaires et à former une suite de vecteurs  $X^n$  qui doit converger vers la solution  $X$  si les conditions initiales ne sont pas très loin de cette solution car si ce n'est pas le cas elle risque de diverger et c'est le principal inconvénient de cette méthode .

Donc il s'agit de mettre au point la relation suivante :

$$X^{n+1} = X^n + \Delta X^n \quad (24)$$

Avec  $\Delta X^n$  sera obtenu en faisant un développement en série de Taylor de chaque fonction  $f_i(X)$  tout en négligeant les termes d'ordre supérieur à un , on obtient le système suivant :

$$\left[ \begin{array}{l}
 f_1(X^n) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_{X^n} (x_1^* - x_1^n) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{X^n} (x_2^* - x_2^n) + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_{X^n} (x_n^* - x_n^n) \\
 \dots\dots\dots \\
 f_1(X^n) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)_{X^n} (x_1^* - x_1^n) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)_{X^n} (x_2^* - x_2^n) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)_{X^n} (x_n^* - x_n^n) = 0
 \end{array} \right.$$

Ce système peut se mettre sous la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f_i(X)}{\partial x_j}\right)_{X^n} (x_j^* - x_j^n) = - f_i(X^n) \tag{25}$$

Si on définit  $J^n$  la matrice des dérivées premières telles que :

$$J_{ij}^n = \left(\frac{\partial f_i(X)}{\partial x_j}\right)_{X^n} \tag{26}$$

avec  $i = 1, \dots, n$   
 $j = 1, \dots, n$

Le vecteur d'erreur  $\Delta X^n$  par :

$$\Delta X^n = x_j^* - x_j^n \tag{27}$$

puis le vecteur  $F^n$  par :

$$F_i^n = - f_i(X^n) \tag{28}$$

Alors la relation matricielle précédente s'écrit :

$$J^n \cdot \Delta X^n = F^n \quad (29)$$

dans cette dernière équation toutes les quantités sont connues sauf les  $\Delta X^n$ . Calculer  $\Delta X^n$  revient donc à résoudre un système d'équations linéaires.

$\Delta X$  est un estimé de l'erreur commise en approximant  $X^*$  par  $X^n$ . On peut donc obtenir un meilleur estimé  $X^{n+1}$  de  $X^n$  par :

$$X^{n+1} = X^n + \Delta X^n \quad (30)$$

On continue jusqu'à ce que :

$$| X^* - X^n | \rightarrow 0 \quad (31)$$

## Références bibliographiques

- [1] FUKUOKA, Y., SHIH, Y-C. and ITOH, T. :  
"Analyse of Slow-Wave coplanar Waveguide for Monolithic Integrated circuit", IEEE. vol MTT-31, N° 17, July 1983.
- [2] A. BENGHALIA : "CONTRIBUTION A LA MODELISATION BIDIMENSIONNELLE DE LIGNES MICROCOPLANAIRES SUR SUBSTRAT SEMICONDUCTEUR APPLICATION AU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP"  
Thèse de docteur de l'I.N.P.T. de TOULOUSE, juin 1989
- [3] J.R MODIG : Les structures microruban  
"Analyses au moyen des équations Intégrales", Thèse de doctorat d'Etat, Polytechnique Fédérale de Lausanne 1983.
- [4] MASANORI KOBAYACHI :  
"Analysis of the Microstrip and Electrooptic light Modulator ", IEEE trans, on MTT vol, MTT-26 N° 2 February 1978 pp 119-126.
- [5] MASANORI KOBAYACHI :  
"Green's Function Technique for Solving Anisotropic Electrostatic Field Problems". IEEE trans, on MTT vol, MTT-26 N° 7 July 1978 pp 510-512.
- [6] K.C.GUPTA et al :  
"Microstrip lines and slotlines" Artech house Washington 1979
- [7] T. KITAZAWA and T. ITOH :  
"Propagation Characteristics of Coplanar-type Transmission Lines With Lossy Media". IEEE trans, on MTT vol, MTT-39 N° 10 OCTOBER 1991, pp 1694-1700.

- [8] M. RAZIAT, R. MAJIDI AHT, I-JAUNG FEND :  
"Propagation Modes and Dispersion Characteristics of Coplanar Waveguides" IEEE, vol MTT-38, N° 3, MARCH 1990.
- [9] P. KENNIS and L.FAUCON :  
"Rigorous Analysis of Planar MIS Transmission Lines Layered Lossy Media". Electronic Letters 8 July 1982, vol 18 N° 14.
- [10] A.BENGHALIA , D.BAJON ,H.BAUDRAN :  
"Modélisation uni et bi-dimensionnelles des capacités interélectrodes des TEC" 6 ème Journées Microonde, Montpellier , Juin 1989 .
- [11] Y.R.KWON , V.M.HIETAALA , K.S.CHAMPLIN :  
"Quasi-TEM Analysis of "slow-wave" Mode propagation on Coplanar Microstructure MIS Transmission lines" ,IEEE Trans.on MTT ,vol. MTT-35 ,N° 6 ,June 1987 ,pp 545-551.
- [12] H.BAUDRAND, F.BRITO , M.AHMADPANA :  
"Accurate calculation of depletion-layer profile in a periodic Metal-Semiconductor array" ,Elec.Letters ,vol.22 ,N° 23 , Nov.1986 pp 1263-1265 .
- [13] POSTOYALKO :  
"Green's function in a region with Inhomogeneous ,Isotropic Dielectric Media" IEEE Vol. MTT-34 ,Nov.1986, pp 1092-1095 .
- [14] D.W.KAMMLER :  
"Calculation of Characteristic Admittance and Coupling Coefficients for Strip Transmission lines",IEEE Vol.MTT-16 ,N° 11, Nov.1986
- [15] A.BENGHALIA , M.AHMADPANA , H.BAUDRAND :  
"Accurate Two-Dimensional Approach for Capacitance Calculation Microcoplanar MES Transmission lines" ,Elec.letters ,vol.24 , N° 16, August 1988 , pp 996-998.

[16] F.BRITO, H.BAUDRAN , M.AHMADPANAHA :

"Capacitance Calculation in Coplanar lines on Semiconductor Substrates" ,Electron Lett.,1977 ,vol.13 , pp 663-664 .

[17] C.SEGUINOT ,P.KENNIS , PRIBETICH :

"Desktop Computer Appraisal of Potential Slow-Wave Propagation Characteristics for Schottky Coplanar lines" ,Elec.letters ,vol.19 N° 25/26 , December 1983 ,pp 1065-1067 .

[18] HARRINGTON , R.F. :

"Computation by moment methods" (McMillan company ,New York,1986)

[19] M.ZAABAT, A.BENGHALIA :

"Etude Bidimensionnelle des Lignes Microcoplanaires sur Substrat Semiconducteur en Contact Schottky".

I.C.E.A' 92 Tizi-Ouzou Mai 1992, ALGERIE.

[20] A.BENGHALIA ,D.BAJON , H.BAUDRAND :

"Two-Dimensional Analysis of Slow-Wave Propagation in Submicronic MESFET". 18 Eu.M.C. Stockholm 1988, SUEDE.

[21] M.BOUMAH RAT , A.GOURDIN :

"Méthodes Numériques Appliquées"

Office de publication Universitaire Alger . 1983

[22] DEMIDOVITCH :

"Elements de calcul numérique"

Tome II Editions de Moscou.