

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

N° de Série :.....

N° d'ordre :.....

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme

MAGISTER EN PHYSIQUE

Spécialité : ENERGIES RENOUVELABLES

THEME

**SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE
SERRE AGRICOLE SEMI CYLINDRIQUE FERMEE
CHAUFFEE PAR LE BAS**

Par

SLATNI YASSINE

Soutenue le : / / 2012

Devant le jury :

Présidente	: A. CHAKER	Professeur	Univ. Mentouri Cne
Rapporteur	: M. DJEZZAR	M.C.A	Univ. Mentouri Cne
Examineur	: N. BELLEL	Professeur	Univ. Mentouri Cne
Examineur	: S. LAOUAR	M.C.A	Univ. 20 Aout 55 Skikda

REMERCIEMENTS

Ce travail n'aurait pu se dérouler dans les meilleures conditions sans l'aide précieuse et nécessaire de Monsieur Djeddar Mahfoud, Maître de conférences à l'université Mentouri Constantine, qui a toujours encadré mon travail avec à propos et m'a fait partager son savoir et son enthousiasme. Un énorme merci pour sa disponibilité sans bornes, et surtout sa grande patience, qu'il veuille bien trouver ici mes vifs remerciements, l'expression de ma profonde reconnaissance et de ma sincère considération.

Je tiens à remercier Madame CHAKER Abla, professeur à l'université Mentouri de Constantine, pour avoir accepté d'évaluer ce travail, et qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de mon jury d'examen malgré ses nombreuses occupations, qu'elle trouve ici mes hommages respectueux.

Mes vifs remerciements vont aussi à LAOUAR .Salah, Maître de conférences à l'université 20 Aout 55 Skikda, qui a accepté d'examiner ce travail, qu'il trouve ici ma respectueuse reconnaissance.

Je ne saurais oublier Monsieur BELLEL Nadir, Professeur à l'université Mentouri de Constantine, que je remercie beaucoup également pour avoir accepté de participer à mon jury d'examen.

Mes sincères remerciements à toute personne m'ayant aidé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail, surtout mon ami Messai Tarek.

DéDicaces

Je dédie cet humble travail

À mes parents qui me sont les plus chers

À mes sœurs, mes frères

À ma fiancée

À tous les membres de ma famille, grands et petits.

À tous mes amis.

SLATNI.Y

SOMMAIRE

Nomenclature i

Introduction générale 1

Chapitre 1 :

Synthèse bibliographique

I. Introduction	4
I. Caractéristiques d'une serre	5
I.1. Climat sous la serre	5
I.1.1. Lumière	5
I.1.2. Température	5
I.1.3. Humidité	5
I.1.4. Teneur en gaz carbonique	6
I.2. Orientation de la serre	6
I.3. Aspects spécifiques d'une serre	6
I.3.1. Photosynthèse	6
I.3.2. Respiration	7
I.3.3. Evapotranspiration	5
I.4. Source d'énergies dans les serres	7
I.4.1. Géothermie	7
I.4.2. Énergie solaire	7
I.5. Conditions climatiques d'une serre	8
I.5.1. Échanges thermiques	8
- Les échanges radiatifs	8
- Les échanges convectifs	8
- Les échanges conductifs	8
I.6. Mouvements de l'air	10
I.7. Aération	11
I.8. Hétérogénéité climatique	13
II. Description de la serre	13
II.1. Les serres tunnels	13
II.2. Les serres d'horticultures	14
II.3. Composantes d'un abri serre	15
II.4. Les différents types de serre	18
III. Synthèses des travaux de recherche	21
III.1. travaux expérimentaux	22
III.2. travaux numériques	23

Chapitre 2 :

Modèle physique

I. Introduction	
II. Description du problème	25
III. Equations en régime laminaire	26
III.1. Equations générales	26
- Equation de continuité	26
- Equation de quantité de mouvement	27
- Equation de conservation d'énergie	27
VI. Simplification du système d'équations	28
VI.1. Approximation de Boussinesq	28
VI.2. Système d'équations retenues	29
VI.3. Formulation indicelle	30
VI.4. Formulation des équations en coordonnées cartésiennes	30
VI.5. Elimination du terme de pression des équations de mouvement	31
V. Formulation des équations en coordonnées bicylindriques	32
V.1. Les équations Adimensionnelles	34
V.2. Les conditions aux limites adimensionnelles	35
IV. Généralisation du modèle mathématique	36

Chapitre 3 :

Modèle numérique

I. Introduction	38
II. Rappel sur la méthode des volumes finis	38
II.1. Maillage	39
II.2. La discrétisation	40
III. Formulation généralisée du problème	44
III.1. Discrétisation de l'équation d'énergie	47
III.1.1. Discrétisation des conditions aux limites	51
III.2. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	52
III.2.1. Discrétisation des conditions aux limites	53
III.3. Discrétisation de l'équation de la fonction de courant	54
III.3.1. Discrétisation des conditions aux limites	55
III.4. Discrétisation des composantes de la vitesse	55
VI. Processus de calcul	56

Chapitre 4 :

Résultats et interprétation

I. Introduction	58
II. Effet du maillage	58
III. Validation du code de calcul	60
VI. Discussion des résultats	62
VI.1. Les isothermes et les lignes de courant	62
VI. 1.1. Première géométrie	62
VI.2. L'effet de la hauteur de la serre	72
VI.2.1. Deuxième géométrie	73
VI.2.2. Troisième géométrie	74
VI.2.3. Quatrième géométrie	76
VI.3. Distribution de la température dans la serre agricole	79
Conclusions	83
Annexes	
ANNEXE I	85
ANNEXE II	96
Références bibliographiques	110

NOMENCLATURE

Lettres Latines

- a : Distance focale dans le système de coordonnées bicylindrique [m].
 b : Terme de source dans le système d'équations algébriques discrétisées.
 c_p : Chaleur massique à pression constante [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$].
 D_h : La longueur caractéristique [m].
 f : Facteur de forme.
 \vec{f} : Forces de volume [$\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$].
 \vec{g} : Accélération de la pesanteur [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$].
 h : Coefficient métrique dimensionnel [m].
 H : Coefficient métrique adimensionnel.
 K : Tenseur des contraintes.
 NI : Le nombre total des nœuds suivant η .
 NN : Le nombre total des nœuds suivant θ .
 P : Pression [$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$].
 q : Production interne de chaleur [$\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$].
 S_ϕ : Terme de source.
 t : Temps [s].
 T : Température de l'air [K].
 T_0 : Température de référence [K].
 T_d : Ecart de Température. [K].
 T_c : Température du sol [K].
 T_f : Température du toit de la serre [K].
 u, v : Composantes des vitesses en coordonnée cartésiennes [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$].
 \vec{V} : Vecteur vitesse [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$].
 V_θ, V_η : Composantes des vitesses suivant θ, η [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$].
 x, y, z : Coordonnées cartésiennes [m].

Lettres grecques :

- α : Diffusivité thermique $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$.
 β : Dilatation thermique $[\text{K}^{-1}]$.
 γ : Angle d'inclinaison $[\text{°}]$.
 ΔT : Ecart de température dimensionnel $[\text{K}]$.
 λ : Conductivité thermique $[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$.
 μ : Viscosité dynamique $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$.
 ν : Viscosité cinématique $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$.
 ρ : Masse volumique $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$.
 ρ_0 : Masse volumique de référence $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$.
 Φ : Dissipation visqueuse massique $[\text{j} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}]$.
 Γ_Φ : Coefficient de diffusion de Φ $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$.
 τ : Contrainte tangentielle $[\text{N} \cdot \text{m}^{-2}]$.
 η, θ : Coordonnées bicylindrique.
 ω : Vorticité $[\text{s}^{-1}]$.
 ψ : Fonction de courant $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$.

Nombres adimensionnels :

- Gr : Nombre de Grashof $Gr = g\beta\Delta TD_h^3/\nu^2$
 Pr : Nombre de Prandtl $Pr = \nu/a$.
 Ra : Nombre de Rayleigh $Ra = Gr \cdot Pr$

Indice :

- I : indice des nœuds suivant η .
 J : indice des nœuds suivant θ .
 η : suivant la coordonnée η .
 θ : suivant la coordonnée θ .
 i : Intérieur.
 e : Extérieur.

Exposant :

- $*$: Paramètres adimensionnels.

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale :

La *serre* est un outil de production permettant de créer artificiellement un microclimat destiné à favoriser la croissance et le développement de culture. Par sa présence, elle protège la végétation des coups dus aux variations des facteurs du climat.

Les principaux facteurs climatiques du milieu interne à une serre, qui sont différents par rapport à l'extérieur, sont : *la température, la lumière et l'humidité*. Chacun de ces facteurs est conditionné dans la serre, par son niveau à l'extérieur de l'enceinte, par les propriétés du matériau de couverture et par les caractéristiques propres à cette serre.

Les serres plastiques du *type tunnel* sont largement utilisées dans le monde entier, surtout dans les pays du bassin méditerranéen, du fait de leur faible coût d'investissement. Celles-ci sont performantes en hiver et au printemps où, l'énergie solaire est utile et suffisante à la production sous serre. Par contre, ces serres perdent leur efficacité en été où, le climat est très chaud, ce qui provoque des surchauffes excessives et de fortes hygrométries à l'intérieur. Ces conditions climatiques extrêmes influent sur la qualité et la quantité du produit et favorise le développement de certaines maladies.

Sur le plan physique, la serre est un *système énergétique* complexe dans lequel tous les différents modes d'échange thermique et massique interviennent. S'ils sont relativement simples et bien connus, leur couplage entraîne des difficultés dans la modélisation du système.

Dans ce système, la convection naturelle est un mécanisme particulièrement important pour l'échange de chaleur entre l'air intérieur et toutes les autres surfaces solides (sol, parois, toit, culture, systèmes de climatisation et de chauffage). L'interaction entre ces échanges convectifs et le rayonnement incident donne naissance au climat sous serres.

La compréhension du phénomène de la convection dans les serres agricoles est indispensable pour maîtriser le climat à l'intérieur et assurer une bonne gestion des moyens de contrôle climatique.

De nombreux modèles physiques destinés à appréhender les phénomènes énergétiques du système-serre, ont été élaborés. Le développement de ces modèles a été rapide, poussé à la fois par le développement de nouveaux moyens informatiques et par une conjonction où la compréhension et le contrôle des phénomènes énergétiques devenaient nécessaires.

La majorité de ces modèles, s'articulent autour de la formulation des bilans d'énergie instantanés des différents composants de la serre (air intérieur, sol, plante, couverture et systèmes de chauffage). Un tel modèle, permet globalement d'optimiser le climat des serres à partir de la prévision quantitative des échanges entre l'intérieur et l'extérieur, mais il ne renseigne pas sur le détail des échanges internes de température, d'humidité et de CO_2 dans la serre. L'étude de ces champs internes nécessite la mise en œuvre de caractérisation et de simulation du transfert de chaleur à l'intérieur de la serre.

Ces dernières années plusieurs études sur le climat et l'écoulement d'air sous serre ont été réalisées et des résultats significatifs ont été obtenus. Cette étude est une suite des travaux réalisés. Pour cela, Nous avons considéré le cas des serres chauffées par le bas, où le chauffage a une influence sur le transfert de chaleur, ainsi que l'influence de l'hauteur sur ce transfert. Nous avons simulé numériquement le mouvement d'air sous serre, où nous avons déterminé les profils de température, les lignes de courant et de vitesse pour différentes configurations.

Notre étude est organisée de la façon suivante :

Nous avons jugé utile, dans le but d'améliorer la clarté de ce travail, de structurer ce mémoire en quatre chapitres complété par deux annexes.

Dans le premier chapitre, nous avons exposé une synthèse bibliographique sur les travaux effectués dans le domaine des serres.

Le deuxième chapitre est consacré au modèle physique utilisé pour décrire les phénomènes de convection-diffusion. Pour cela, nous avons rappelé les différentes équations qui décrivent le phénomène de la convection utilisant la formulation vorticité-fonction de courant. Des hypothèses simplificatrices ont été introduites pour faciliter le traitement de nos

équations, et pour permettre l'écriture des conditions aux limites, nous utilisons une transformation des coordonnées.

Après avoir décrit les phénomènes physiques à étudier, le troisième chapitre traite d'une part la méthode numérique basée sur des intégrales locales sur des volumes finis et d'autre part les principes de la discrétisation des équations de bilan.

Nous avons rassemblé dans le quatrième chapitre les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyse des divers résultats sont présentés à partir des distributions de certaines grandeurs paramétriques.

Enfin nous avons terminé ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques recommandations pour les études futures ont été suggérées.

Nous terminons enfin par deux annexes contenant les détails des coordonnées bicylindriques et la discrétisation spatiale et temporelle pour la méthode des volumes finis.

Chapitre 1 :

SYNTHÈSE
BIBLIOGRAPHIQUE

I. Introduction :

La serre vient du verbe « serrer », on peut donc en déduire, logiquement, qu'il s'agit d'un espace réduit, où on essaiera de faire tenir le plus grand nombre de plantes possibles. Ce n'est sans doute là qu'un aspect très partiel du rôle de la serre moderne. La serre est conçue à l'origine comme un simple abri, ou une enceinte destinée à la culture ou à la protection des plantes en exploitant le rayonnement solaire, elle est devenue un local industriel de production de la matière végétale où l'on tente d'adapter l'environnement immédiat de la plante, de façon à améliorer sa productivité et sa qualité, en l'affranchissant du climat extérieur, du sol local et même des saisons.

Les facteurs climatiques qui influencent le climat intérieur de la serre sont la température, l'humidité de l'air, le rayonnement solaire, le vent extérieur...etc. En réalité, chacun de ces facteurs engendre une combinaison d'effets qui peuvent être favorables ou non au fonctionnement de la serre selon les conditions locales qui prévalent. La température intervient de façon prépondérante dans la croissance et le développement de la végétation ; Les concentrations de CO₂ et de vapeur d'eau, jouent un rôle déterminant dans la transpiration et dans la photosynthèse des plantes ainsi que dans le développement des maladies fongiques ; Le rayonnement solaire intervient également dans la photosynthèse. Certains matériaux de couverture comme le verre, transparents au rayonnement de courtes longueurs d'ondes et opaques au rayonnement infrarouge, créent un effet de serre qui provoque lui-même une augmentation de température sous l'abri. Le vent génère des différences de pression sur la serre qui peuvent l'endommager dans les cas extrêmes. Il provoque également des pertes par convection et contribue de façon déterminante à l'aération naturelle. Un contrôle bien maîtrisé du bilan énergétique du climat permet donc de gérer ces paramètres et d'améliorer le fonctionnement physiologique des plantes.

Dans cette étude bibliographique, nous exposerons les caractéristiques et les conditions climatiques d'une serre ainsi qu'une synthèse des travaux de recherche dans ce sens.

II. Caractéristiques d'une serre :

II.1. Climat sous la serre :

Le climat spontané à l'intérieur de la serre dépend essentiellement du climat extérieur, des caractéristiques physiques de l'air intérieur, de la forme de la serre, du volume de l'abri, son orientation et des qualités physico-chimiques des matériaux de la couverture utilisée.

Les principaux facteurs du milieu interne d'une serre, qui sont modifiés par rapport à l'extérieur sont: la lumière, la température, l'humidité et les concentrations des gaz (CO_2 , O_2).

II.1.1. Lumière :

Les conditions d'éclairement à l'intérieur de la serre sont sous l'étroite dépendance du climat lumineux naturel, la meilleure utilisation de ce climat naturel sera liée au choix des matériaux de couverture et aux conditions de leur mise en œuvre (structure, forme et orientation des serres) qui ont une grande influence sur l'utilisation raisonnable de ce climat naturel [1].

II.1.2. Température :

La température de l'air, prise comme caractéristique du climat de la serre, est la résultante du bilan d'énergie établi sous la serre. L'effet de serre se présente généralement de la façon suivante:

- ✓ L'abaissement de la température pendant la nuit est dû à la diminution des déperditions d'énergie par rayonnement infrarouge à travers la paroi limite le refroidissement nocturne; on parle alors d'inversement de température.
- ✓ L'élévation de température de l'air pendant le jour qui devient rapidement excessive lorsque le rayonnement solaire est intense, est dû aux effets conjugués des piégeages des apports radiatifs solaires et à la réduction d'échanges convectifs. Il est alors nécessaire d'intervenir en augmentant la vitesse de renouvellement de l'air par aération statique ou par ventilation dynamique.

II.1.3. Humidité :

Le confinement et l'étanchéité de la serre favorisent l'augmentation de l'humidité absolue tandis que l'élévation de la température de l'air tend à accroître le déficit de la saturation. Les conséquences de l'humidité sont:

- ✓ *Pendant le jour*: L'élévation de la température de l'air peut entraîner un abaissement exagéré de son humidité relative et provoquer un véritable "stress hydrique" au niveau de la végétation d'où la nécessité de prévoir un système de ventilation de la serre [1].
- ✓ *Pendant la nuit*: Les serres étant généralement fermées, l'humidité relative est élevée. Au cours de la nuit, la température baisse. Il se produit fréquemment des condensations sur les parois et les gouttes condensées peuvent tomber sur la végétation (Conditions favorables au développement des certaines maladies...).

II.1.4. Teneur en gaz carbonique :

Dans le cas des serres très étanches peu aérées, il est souhaitable de pouvoir réaliser un enrichissement en CO₂ qui peut être très bénéfique, aussi bien pour le rendement que pour la précocité s'il est judicieusement utilisé. Dans les régions méridionales, où le besoin de la ventilation est important dès le début de la saison de culture et où les serres sont donc ouvertes pendant la majeure partie de la journée, l'enrichissement en CO₂ est plus difficilement applicable.

II.2. Orientation de la serre :

Le réglage de l'orientation de la serre selon la course du soleil ainsi que selon la direction des vents a causé des difficultés pour éviter l'hétérogénéité de certaines conditions climatiques à l'intérieure de la serre.

Dans la région méditerranéenne, où le soleil s'élève sur l'horizon, les vérifications ont montré que l'éclairement solaire satisfaisant pouvait s'obtenir par l'adaptation d'une orientation nord-sud. La comparaison entre le matin et le soir a montré que cette orientation permet d'avoir une meilleure homogénéité du flux lumineux. Compte tenu de la direction générale Nord-sud des vents dominants, cette orientation a l'avantage de réduire les effets néfastes des vents tant sur la structure que sur les déperditions énergétiques de la serre [1].

II.3. Aspects spécifiques d'une serre :

II.3.1. Photosynthèse :

La photosynthèse est un processus de conversion d'énergie radiative en énergie chimique, transportable et réutilisable. Elle repose sur la transformation de l'oxyde, du carbone et d'hydrogène à faible énergie potentielle chimique, en hydrates de carbone à énergie potentielle chimique élevée [2].

II.3.2. Respiration :

Les hydrates de carbone formés par photosynthèse sont distribués dans tout l'organisme et peuvent alors être soit polymérisés en macromolécules destinées à l'élaboration des parois cellulaires, soit mis en réserve sous forme de sucre ou de graisse, soit finalement utilisés comme source d'énergie lors de synthèse d'autres substances organiques. La récupération de l'énergie chimique emmagasinée dans les hydrates de carbone s'effectue par un processus de dégradation oxydative, dénommé respiration, qui peut être considéré dans une certaine mesure comme la réaction inverse de la photosynthèse [2].

II.3.3. Evapotranspiration :

Les transferts d'eau du système sol-végétation dans la serre peuvent s'effectuer selon deux canaux. Soit par évaporation directe de l'eau du sol soit par transpiration des végétaux préalablement prélevée dans le sol par leurs systèmes racinaux. L'évaporation directe se produit essentiellement dans une zone de faible épaisseur située immédiatement sous la surface du sol. Les deux processus se produisent simultanément et de telle manière qu'il est difficile de les distinguer. Ils sont englobés sous le terme général d'évapotranspiration [3].

II.4. Source d'énergies dans les serres :

II.4.1. Géothermie :

Il s'agit d'exploiter des poches d'eau situées dans les couches profondes du sous-sol; vers 1000 à 2000 [m] de profondeur. L'eau contenue dans ces poches se distingue par des températures de l'ordre de 50 à 70 °C. Cette énergie géothermique est utilisée dans plusieurs pays dans le domaine de l'agriculture pour le chauffage des serres agricoles en vue d'amélioration des cultures sous serre. En Algérie les puits d'eau chaude qui étaient destinés depuis plusieurs décennies pour la consommation humaine et pour l'irrigation, ne furent exploités pour le chauffage des serres qu'à partir de l'année 1974 [1].

II.4.2.Énergie solaire :

La serre elle-même est un capteur solaire à la fois biologique (photosynthèse) et thermique. Le capteur thermique est même souvent trop efficace puisqu'il faut fréquemment aérer la serre et donc rejeter la chaleur à l'extérieur par ventilation. Un système de stockage de cette chaleur doit être prévu au vu non seulement des rapports d'ensoleillement jour/nuit mais aussi des rapports hiver/été ce qui représente un obstacle majeur [1].

II.5. Conditions climatiques d'une serre :

II.5.1. Échanges thermiques :

Les conditions climatiques au voisinage du sol résultent des échanges de chaleurs et de masse entre le sol, la végétation et l'atmosphère. Ainsi nous considérerons, dans cette étude que l'agro système serre peut être décrit à partir des transferts d'énergie et de masse. Ces transferts peuvent s'effectuer sous trois formes différentes par rayonnement, convection et conductions [3].

- **Les échanges radiatifs** : Le rayonnement solaire constitue une source d'énergie naturelle faisant chauffer le système terrestre. La partie qui nous parvient se situe dans une bande spectrale grossièrement comprise entre 0.3 et 2.5 μm de longueur d'onde.
- **Les échanges convectifs** : La convection est le mécanisme le plus important dans le transfert de chaleur sous serres. Il est évident que les transferts convectifs dans ce système s'effectuent entre leurs composantes solides (sol, parois) et l'air [3].
- **Les échanges conductifs** : concernent essentiellement les transferts thermiques entre la surface du sol et les déperditions thermiques à travers les parois ou les vitres.

La modélisation et l'établissement du modèle mathématique, traduisant les phénomènes considérés, aboutissent alors à la résolution d'un système d'équations, ici par des méthodes numériques considérées.

a) Échanges radiatifs :

- ✓ **Courtes longueurs d'onde** : La propriété de transparence de la couverture des serres vis-à-vis de certains rayonnements permet de pénétrer une grande partie du rayonnement solaire et plus précisément celui qui est compris entre 0.4 et 0.7 [μm] (rayonnement visible) et qui contribue au processus de la photosynthèse. [2]. Sur un plan quantitatif, la portion du rayonnement extérieur transmis dans la serre a été estimée d'environ 60%, le reste étant absorbé ou réfléchi par les parois et les différentes structures. La grande partie du rayonnement pénétrant est interceptée ou absorbée par la culture surtout lorsque la culture est bien développée. La partie qui contribue à la photosynthèse peut être négligée car elle ne représente que 1 à 2 [%] du rayonnement global incident au sommet de la culture, mais la part du rayonnement réfléchi vers l'extérieur n'est pas négligeable dans certains cas, notamment le cas de cultures hors sol [2].

- ✓ **Grandes longueurs d'onde** : Les échanges se produisent essentiellement en grande partie entre le sol, les plantes, les parois, et l'extérieur. La nature de couverture (Nisen, 1969). joue un rôle très important dans ce genre d'échange car les propriétés de transmission dans l'infrarouge thermique varient suivant la nature du matériau. Les matériaux utilisés pour la couverture doivent être le plus transparent possible dans le domaine du visible et bloque les infrarouges et donnent naissance à ce que l'on appelle (l'effet de serre) c'est le cas du verre opaque aux grandes longueurs d'onde. Du fait de son importance, les échanges radiatifs entre les différents constituants de la serre ont été profondément étudiés par nombreux auteurs, où la simulation du rayonnement était l'objectif principal de ces études. Par conséquent, ces travaux ont conduit à élaborer des modèles très détaillés qui prennent en compte l'ensemble des échanges radiatifs en fonction de facteurs caractéristiques [1].

b) Échanges conductifs :

Les échanges de chaleur par conduction concernent essentiellement les transferts thermiques dans le sol et à travers les parois. Compte tenu de la faible épaisseur des parois, on considère que les échanges sont stationnaires et on les intègre dans un coefficient global de transfert. Le sol n'est pas homogène verticalement. Il peut être constitué par différentes couches qui ont des propriétés thermiques différentes (composition, humidité). De plus, les propriétés thermiques du sol peuvent varier en fonction du temps. C'est pourquoi on utilise des modèles numériques complexes, dans lesquels le sol peut être représenté comme l'empilement de couches homogènes ou les équations de base, régissant le phénomène de conduction, peuvent être appliquées [3].

c) Échanges convectifs :

Les échanges convectifs sous serre ont lieu entre l'air et les parois, entre l'air et les cultures et entre l'air et le sol. On a l'habitude de distinguer trois types de convection: libre, forcée ou mixte et l'écoulement peut être laminaire ou turbulent. On détermine chaque régime d'écoulement en faisant intervenir les nombres sans dimensions tel que le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof [1].

- ✓ **Convection libre** : La convection est dite libre lorsque le mouvement du fluide est dû à l'action simultanée des différences de température qui existent dans le milieu et d'un champ de force massique. Par exemple, au cours de la journée, la surface du sol s'échauffe car son bilan radiatif est positif. La température de l'air croît et sa masse

volumique décroît. Une particule d'air chaud reçoit ainsi de la part de l'air environnant plus froid, une poussée d'Archimède. Cette particule d'air s'élève donc est remplacée par de l'air plus froid qui s'échauffe à son tour et le processus continue. Cet exemple ne fait intervenir que des forces de pesanteur et la convection libre est alors qualifiée de convection naturelle.

- ✓ **Convection forcée** : La convection est dite forcée lorsque le mouvement du fluide est provoqué par un champ de force extérieur. Le coefficient de convection forcée entre une paroi et l'air dépend de la vitesse du vent qui est lui-même la résultante du gradient local de la pression atmosphérique.
- ✓ **Convection mixte** : Ce cas se rencontre souvent, quand la vitesse du vent est faible. Les mouvements de l'air sont alors produits à la fois par les facteurs qui entretiennent le vent et par les gradients verticaux de température. Les transferts de chaleur et de masse sont alors dus en partie à la convection naturelle et en partie à la convection forcée.

D'après les études de la convection illustrées dans la littérature, le flux convectif est proportionnel à la différence de la température ' ΔT ' entre les surfaces solides et l'air. La proportionnalité est donnée généralement par le coefficient d'échange ' h ' [4].

L'estimation expérimentale de ce flux est extrêmement compliquée et parfois impossible de l'effectuer pour certaines formes de surfaces, telle que la feuille. La plupart des auteurs ont utilisé des approches empiriques qui assimilent les surfaces d'échanges à des formes géométriques simples pour lesquelles les coefficients d'échange sont connus, par exemple les plaques planes ou leurs coefficients d'échange ont été estimés en fonction des nombres adimensionnels.

II.6. Mouvements de l'air :

L'une des différences majeures entre les conditions climatiques à l'intérieur de la serre et celles qui règnent à l'extérieur concerne les vitesses du vent qui entrent en jeu. La vitesse moyenne du vent est de l'ordre de $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à l'extérieur tandis qu'elle est nettement plus faible à l'intérieure. Le rôle d'abri joué par la structure de la serre est essentiel car la croissance des plantes est sensiblement réduite lorsqu'elles sont soumises à des vitesses de l'air très supérieures à $0.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Néanmoins, le mouvement d'air est nécessaire car il facilite les échanges de chaleur, de vapeur d'eau et du dioxyde de carbone entre les plantes et l'air environnant [2]. Même dans le cas d'une serre fermée, l'air à l'intérieur n'est pas complètement au repos du fait qu'il existe des gradients thermiques (différence de

températures). Ces gradients créent des mouvements d'air convectifs. Par ailleurs, la serre n'étant pas complètement étanche, des mouvements d'air peuvent être induits par le vent extérieur. Parfois également, les mouvements d'air sont créés par l'utilisation du chauffage ou de ventilateurs pour contrôler le microclimat à l'intérieure de la serre [4].

Nous distinguons donc deux mécanismes prépondérants qui mettent en mouvement l'air dans la serre:

- ✓ Les forces de flottabilité qui correspondent à la poussée d'Archimède. Elles sont fonction de la densité de l'air. Elle même dépend de la température.
- ✓ La force motrice générée par le vent extérieur (ou par les ventilateurs). Elle met en action les masses d'air dans la serre et crée des zones de surpression ou de dépression.

II.7. Aération :

L'aération ou ventilation est l'échange d'air entre la serre et l'extérieur, ce mécanisme permet : d'évacuer la chaleur en excès et diminuer la température de l'air ambiant ; de modifier l'humidité en évacuant plus ou moins rapidement l'air intérieur enrichi en eau par la transpiration des plantes; durant le, jour, l'eau transpirée doit être éliminée pour éviter une humidité trop forte, proche de la saturation, propice aux maladies et nuisibles à la croissance des végétaux. L'importance de l'aération d'une serre peut être exprimée par le débit d'air échangé (volume d'air entrant ou sortant pendant l'unité de temps). Il est plus commode, pour comparer des serres, d'utiliser le taux de renouvellement d'air qui est le rapport du débit d'air sur le volume de la serre.

Le problème de refroidissement des serres lorsque la température intérieure dépasse les limites supérieures admissibles pour les cultures, reste entièrement posé pour les abris plastiques, en général, on assure l'aération par ouverture d'une des deux portes de la serre au sens opposé du vent et par l'écartement des bâches plastiques tous les quatre mètres de façon intercalée des deux cotés de la serre. L'aération se fait pour les modèles les plus simples en soulevant le film sur les côtés figure. 1.3. Pour les autres modèles on utilise des ouvrants situés au milieu des montants et proche de plus en plus du faîtage, créant alors des parties à toit ouvrant ce qui permet une largeur d'aération importante, mais le plus important inconvénient climatique est le confinement de l'air et la condensation de l'humidité de l'air dans cette partie de la serre. Les figures ci dessous montrent les différentes combinaisons utilisées dan l'aération des serre commençant par l'aération par un seul versant figure.1.1 ; L'aération par deux versants figure.1.2 ; aération latérale figure. 1.3, et aération automatiser (avec des équipements : écran thermique, filet d'insectes) [4].



Figure.1.1 : Aération par un seul versant.



Figure.1.2 : Aération par double versant.



*Aération latérale par
Enroulement mécanisme
Central*

*Aération latérale par
enroulement avec tube
de maintien*

*Aération latérale par
enroulement avec filet brise
vent et mécanisme d'extrémité*



Ouverture latérale

Aération latérale par gravité

Ouverture latérale 1.30 m

Figure. 1.3: *Les différents modes d'aération latérale des serres.*

II.8. Hétérogénéité climatique :

L'hétérogénéité climatique des serres a un effet important sur la variabilité de l'activité des cultures, notamment sur la transpiration et la photosynthèse. Cette hétérogénéité pourrait être particulièrement forte dans les serres plastiques de type tunnel. Les transferts radiatifs et convectifs contribuent principalement à cette hétérogénéité. Quelques études [4], et [6], ont mis en évidence cet aspect et ont comparé des données mesurées et simulées. Aussi bien sous ciel dégagé que sous ciel nuageux.

III. Description de la serre :

Il existe deux types de serre : les serres d'horticulture (pour les cultures ornementales) et les serres tunnels.

III.1. Les serres tunnels :

En général, la serre tunnel se compose d'une série d'éléments juxtaposés constitués chacun par une armature en tube d'acier et en profilés assemblés par des boulons. La largeur est de (3 à 9) m. Le film plastique se fixe par divers systèmes de clips qui coincent le film contre le profil ou entre deux baguettes tout au long de la serre. La serre tunnel classique est arrondie, mais il existe également des modèles à pieds droits comme pour les serres en verre, Certaines d'entre elles sont d'ailleurs convertibles pour leurs couvertures.



Figure.1.4: Photos d'une serre tunnel.

III.2. Les serres d'horticultures :

La chapelle est l'unité de construction de la serre formée par deux parois latérales verticales (ou très légèrement penchées) et un toit à deux pentes, généralement symétriques, La chapelle est caractérisée par sa largeur, les dimensions courantes sont approximativement entre (3, 6, 9,12 et 16m). Quand deux chapelles consécutives ne sont pas séparées par une paroi verticale interne, on parle de serre multi- chapelles ou chapelles jumelées. La ferme est l'élément de structure porteuse principale de la chapelle répétée à intervalles réguliers. La longueur entre les fermes est caractéristique du type de la serre. Le module est une surface caractéristique de la serre obtenue en réalisant le produit de la largeur de la chapelle par la longueur de l'entre ferme ; Les pignons sont les parois verticales formant les deux extrémités d'une chapelle ; Le faîtage est la ligne constituée par le sommet de la chapelle ; Le portique est la structure porteuse constituée dans les serres anciennes par le pied ferme et par une poutre joignant les sommets des piédroits, il y a de moins en moins de serres à portique ; Les pieds droits sont les parois verticales latérales d'une chapelle ; la figure ci-dessous, figure. 1.5 permettra de retrouver en volume ces différents éléments.

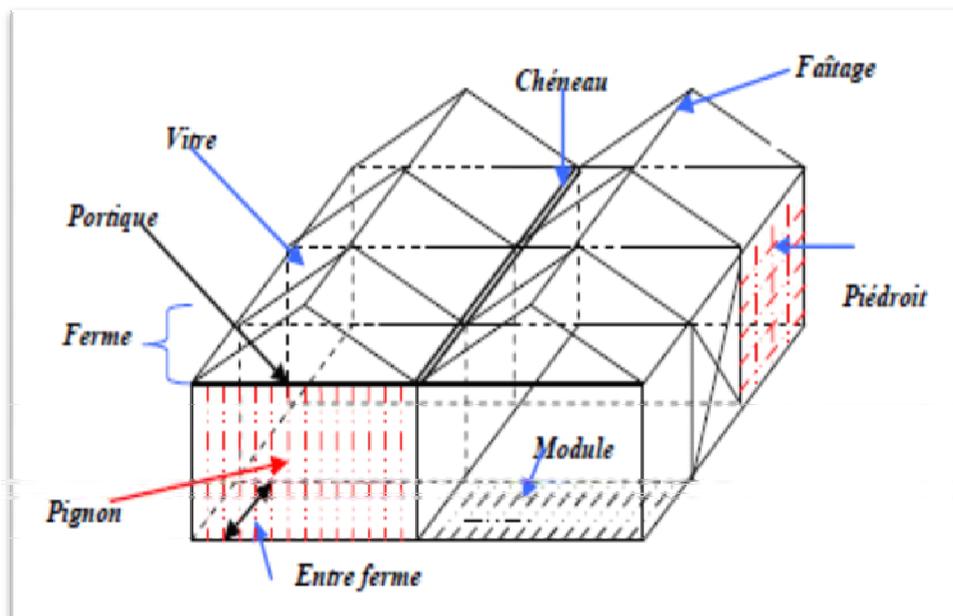


Figure.1.5 : Structure d'une Serre d'horticulture constituée de deux chapelles et de trois modules chacune, Waquant (2000).

III.3. Composantes d'un abri serre :

D'une manière générale, la serre est composée de deux structures : une armature (ossature) qui constitue le squelette de l'abri, et une couverture (enveloppe) qui réalise l'écran nécessaire à la création d'un microclimat spécifique à la serre.

- **L'ossature (armature) :**

C'est la charpente de la serre, elle est un assemblage de cadres porteurs reliés par des pannes et des pièces de triangulation, les éléments porteurs peuvent être constitués par des profils différents, plus ou moins lourds, suivant le type de serre. La charpente, doit être constituée de matériaux résistants aux intempéries notamment aux vents forts. Les matériaux utilisés pour l'ossature sont : l'aluminium, le béton, le bois et l'acier galvanisé, Ceux-ci ne doivent pas constituer le moindre obstacle à la lumière solaire, voire la figure.



Figure.1.6 : Armature d'une serre.

- ✓ *L'acier* : Est largement utilisé dans l'ossature de la serre : poteaux, fermes, arceaux, poutres, pannes, chéneaux. L'acier est parfois utilisé pour les barres à vitrage.
- ✓ *L'aluminium* : Les alliages d'aluminium sont très utilisés aujourd'hui dans la construction des serres. Cependant, dans la pratique, l'aluminium est surtout utilisé en association avec une ossature à base d'acier, Les alliages d'aluminium ont différents avantages : Ils résistent, à la corrosion grâce à la formation par oxydation de l'aluminium, d'une fine couche superficielle d'alumine.
- ✓ *le béton* : Le béton est utilisé dans la réalisation des fondations, des murets situés à la base des parois et pour le recouvrement des allées. Malgré sa résistance (mécanique) cet élément présente plusieurs inconvénients : constituer un obstacle à la lumière solaire ; Très coûteux pour les serres en verre.
- ✓ *le bois* : Ne sert plus que pour quelques constructions artisanales. Très utilisé aussi bien pour les serres à couverture de verre que pour les serres à couverture de matière plastique. Ses avantages peuvent être résumés en: bonne qualité d'isolation thermique son prix modéré et sa facilité d'emploi ; Ces inconvénients sont : une mauvaise adaptation à des structures étanches (ouvrant) ; un entretien non négligeable.

- **Les matériaux de couverture ou de l'enveloppe :**

Leurs performances doivent être appréciées à plusieurs niveaux : au niveau de leurs propriétés optiques ; de jour : il s'agit avant tout de présenter la meilleure transmission au rayonnement visible utile à la photosynthèse ; de nuit : il faut que leur émissivité dans l'infrarouge thermique soit la plus faible possible, de manière à limiter les pertes radiatives. Autrement dit au niveau de leurs propriétés thermiques, leurs coefficients de conductibilité et de pertes par conduction doivent être les plus faibles possibles, de même, leur coefficient de dilatation, pour des problèmes d'étanchéité, doit être faible. Concernant leurs durées de vie et de leur résistance aux intempéries : si on connaît les propriétés optiques et mécaniques des matériaux de couverture lorsqu'ils sont neufs, il est souvent difficile de porter un jugement lorsque ces matériaux ont subi plusieurs années d'exposition à l'air libre.

- ❖ **Le Verre :**

Le verre minéral plat transparent ou translucide est un silicate de chaux et soude (silice 71 à 74 % chaux 10 à 15 %. soude 13 à 17 %). Les différents types de verre utilisés dans les cultures sous serre sont : Le verre transparent ou claire (appelé verre horticole) ; Le verre martelé ou cathédrale (verre horticole coulé), le verre horticole à faible émissivité, le double vitrage, le verre isolant, le verre trempé, le verre armé, et le verre feuilleté.

- ✓ Le verre horticole clair est très transparent à l'ensemble du rayonnement solaire, entre 380 et 2500 nm, sa transmission dans le visible est particulièrement élevée, comprise généralement entre 89 et 91 % en incidence normale.
- ✓ Le verre martelé ou cathédrale, est très utilisé durant les années 60, il présente une face plane et l'autre volontairement ondulée. La face plane est dirigée vers l'extérieur. Il est beaucoup moins utilisé actuellement. Ses avantages sont : Ce verre diffuse fortement la lumière, ce qui est avantageux dans l'éclairage des plantes. Ses inconvénients les pertes par réflexion sont très élevés.
- ✓ Le verre horticole à faible émissivité, il peut diminuer les pertes d'origine radiative grâce à une fine couche d'oxyde d'étain, cette couche est toujours mise sur la face dirigée vers l'extérieur,
- ✓ Le double vitrage est conçu pour réduire les pertes thermiques, on utilise souvent, sur les parois latérales, un double vitrage constitué de deux vitres posées de (6 à 20 mm) l'une de l'autre. Les vitres peuvent avoir la même épaisseur (4mm). L'espace entre les vitres contient de l'air (sec de préférence).

- ✓ Le verre isolant, est un ensemble préfabriqué de deux feuilles de verre espacées l'une de l'autre de façon définitive et étanche, emprisonnant un gaz déshydraté (mélange riche en CO₂, par exemple), ce type de vitrage est bien performant en isolation thermique, en revanche il présente une réduction de la transmission lumineuse; et un coût d'investissement plus élevé.
- ✓ Verre trempé, verre armé, verre feuilleté, ils sont plus solides que les verres précédents, ces matériaux sont utilisables dans des zones à fort risque de grêle ou sur des serres recevant du public (jardineries). Ils sont alors en concurrence avec des matières plastiques. Ils sont caractérisés par leur résistance à la flexion et au choc suivant certaines directions. Lorsque le verre trempé est brisé, il se réduit en miettes. Leur inconvénient le surcoût élevé par rapport à un verre normal.

❖ Les matériaux plastiques :

- ✓ Les matériaux plastiques rigides, ces matériaux appelés également verres organiques, se présentent soit sous forme de plaques rigides d'une épaisseur de l'ordre de 4 mm (PVC, Polyester), soit sous forme de plaques à double ou triple paroi (polycarbonate, poly-méthacrylate de méthyle). On peut citer quatre type principaux de ce type de plastique rigide : Le polyester armé de fibres de verre (PRV), le chlorure de polyvinyle biorienté (PVC biorienté), le polycarbonate (PC), le poly méthacrylate de méthyle (PMMA).
- ✓ Les matériaux plastiques souples (films), ce sont des matériaux plastiques souples ou films souples utilisés sur des structures simples et économiques de type tunnel ou sur des constructions plus élaborées, mais à charpente plus légère que celles des serres vitrées. Le choix de l'utilisation se fait généralement à partir des caractéristiques de ces matériaux qui dépendent en grande partie de leur composition chimique. Les films les plus utilisés sont à base de polyéthylène ou plus exactement de polyéthylène à basse densité (PE bd) avec de nombreux produits dérivés, (PE thermique). Le polychlorure de vinyle (PVC) plastique est peu employer en couverture de serre dans notre pays.

III.4. Les différents types de serre :

La classification des serres est très complexe est plus difficile, elle est souvent faite selon les formes données par les cadres porteurs qui constituent l'assemblage, on distingue deux principaux types appartenant à deux grandes familles de serres : Les serres chapelles et les serres tunnels. Comme on peut les distinguer aussi suivant les formes de leurs toits : chapelles à versants plats et à poteaux verticaux, les chapelles dissymétriques, les chapelles sans poteaux verticaux, les chapelles à piédroits inclinés....etc. [4].

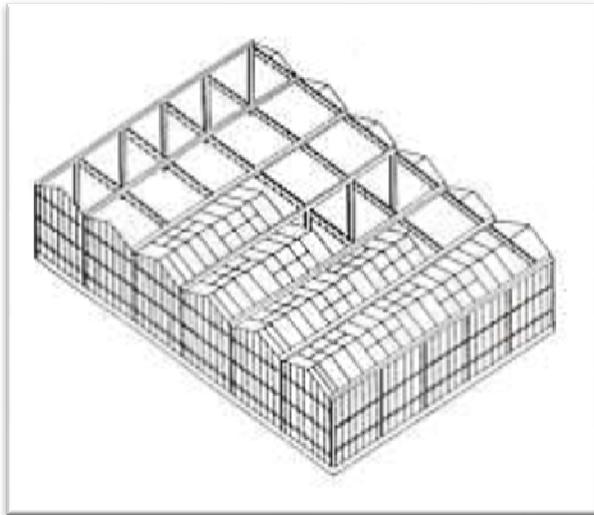


Figure.1.7 : serres multi chapelles.

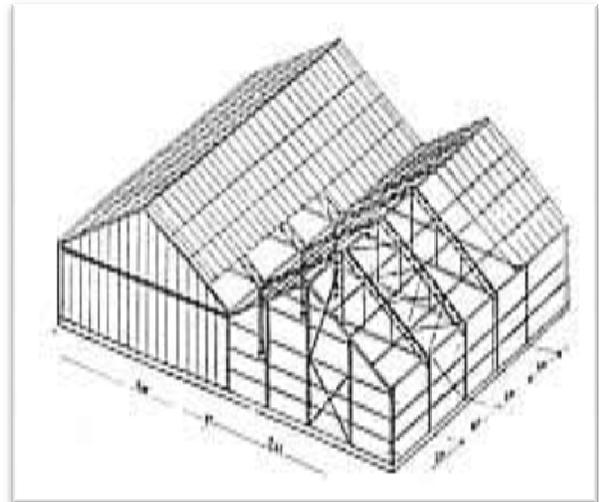


Figure.1.8 : serre doubles chapelles.



Figure.1.9 : serres multi chapelles.

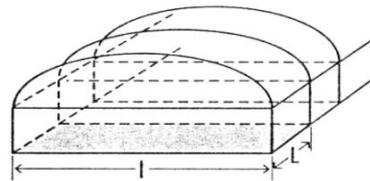
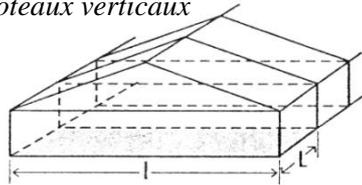


Figure.1.10 : serre de multiplication.

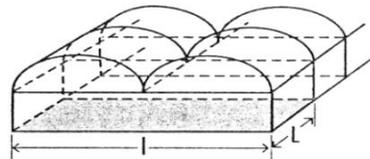
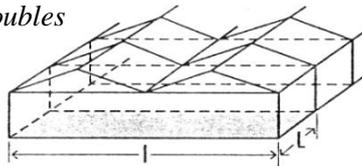
A- Chapelles à versants plats

B- Chapelles à toit courbe

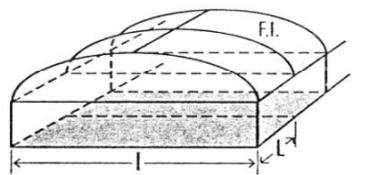
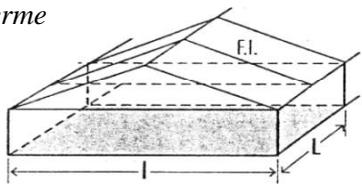
Chapelles à poteaux verticaux



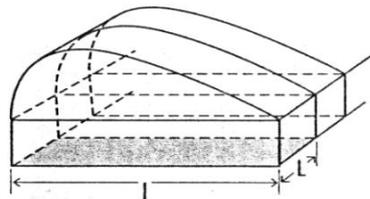
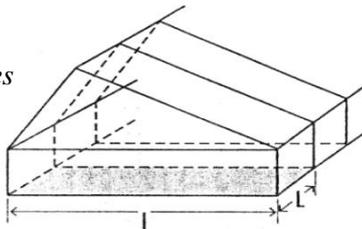
Chapelles doubles



Chapelles à ferme Intermédiaire



Chapelles Dissymétriques



Chapelles à pénédroits Inclinés

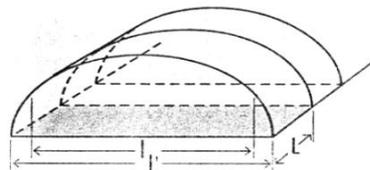
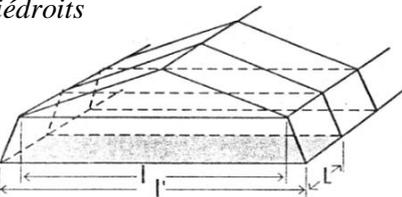


Figure.1.11 : Schéma de la classification des serres agricoles.

Il existe aussi d'autres types de serres plus petite appelée petit tunnel figure.1.12, ce type s'est rapidement développé dans les pays méditerranéens en raison de leur faible coût de revient. Sa largeur à la base des arceaux est de 1,5 mètre et sa hauteur est de 0,45 mètre, sa longueur ne dépasse pas les 20 mètres. Le classement des serres peut se faire aussi suivant leur domaine d'utilisation :



Figure.1.12 : petit tunnel.



Figure.1.13 : petit tunnel.

- ✓ *Les serres enterrées*, qui sont surtout orientées vers la multiplication figure. 1.10 où les cultures en pots. Elles reposent sur des murettes, le niveau des tablettes est presque au niveau du sol. Par contre les couloirs sont creusés dans les terrains puis maçonnés.
- ✓ *les serres maraîchères*, Elles sont généralement souvent dénommées serres de type Hollandais, dénomination aujourd'hui inexacte. La largeur est de 3 mètres. On en rencontre dans l'ancien établissement d'horticulture florale, et utilisé surtout en maraîchage.
- ✓ *la serre de multiplication*, Elle est étroite et traque, bien isolée de façon à pouvoir maintenir des températures élevées. La hauteur est basse et les largeurs de chapelles sont de l'ordre de 3 mètres. figure.1.10.
- ✓ *la serre horticole et la serre florale* figure.1.13. Elles sont aérées. Elles peuvent être simples ou multi-chapelles, les largeurs de chapelle varient de 6 à 20 m. Pour la serre florale utilisée pour la production des fleurs coupées, elle est souvent très large.
- ✓ les serres horticoles utilisées pour les plantes en pots figure.1.14, leurs largeurs est de 15 à 20 m.
- ✓ *les serres roulantes*, qui sont assez particulières, elles sont utilisées pour le forçage sur des plantes vivaces ou des arbustes qui restent en place durant de longue période.



Figure.1.13 : Serre Horticole.



Figure.1.14 : serre Florale.

VI. Synthèses des travaux de recherche:

Cette partie est consacrée à la revue des principales investigations effectuées par le passé sur la convection dans les serres et qui sont en relation directe avec notre étude.

F. Lebbal [1], a fait une étude du comportement dynamique et thermique d'une serre fermée mono chapelle de type Venlo non chauffée et sans couvert végétal dans le cas de la convection naturelle, à l'aide du logiciel commercial "fluent ". Les résultats donnant la variation de la température de l'air intérieur de la serre [2010].

C. Lebbal [2], a fait un travail qui a porté sur l'étude de la convection dans deux types de serres tunnels, le tunnel de forme classique et celui de côtés verticaux à l'aide d'un CFD2000. Les résultats de la simulation ont été donnés sous forme, de champs de température et de vitesse [2008].

F.Z. Azil [3], a fait une étude du mouvement d'air sous serres, avec et sans chauffage, fermées et ouvertes. Elle a déterminé le champ dynamique et thermique, pour différentes positions d'organes du chauffage, à l'aide d'un CFD2000 [2008].

K. Mesmoudi [4], a fait un travail qui contribue à l'analyse et à la modélisation de quelques mécanismes physiques intervenant dans la variation de ce micro climat. Les serres expérimentées sont deux serres de type Venlo, les résultats montrent que les nouvelles corrélations pourraient être employés dans le calcul des échanges de chaleur convectifs à

l'intérieur et à l'extérieur d'une serre de type Venlo sous des conditions climatiques semblables à celles du climat aride et semi aride [2010].

Zacharia Kabdi et al [5], ont étudié la convection thermique naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle dans des lunules cylindriques d'axe horizontal. Utilisant un repère bicylindrique, la fonction de courant et la vorticité, la lunule peut être remplie d'un fluide newtonien ou d'un matériau poreux saturé d'un tel fluide. Les équations de transfert sont r solv es par la méthode numérique des volumes finis. Ils ont trouvé que leurs résultats sont en bon accord avec les données de la littérature relatives à d'autres géométries, et ont montré qu'en choisissant convenablement les paramètres, il est possible de contrôler la convection naturelle en privilégiant tel mode de transfert (conductif ou convectif dans telle zone de l'enceinte) [1997].

C.L Chen et C.H Cheng [6], ont fait des tests numériques et expérimentaux pour étudier le transfert thermique convectif naturel et le modèle de flux dans une enceinte en forme d'arc inclinée. Une technique de visualisation de flux utilisant la fumée est employée pour observer le modèle de flux, et une comparaison entre les prédiction numériques et les modèles de flux visualisés a été faite. Dans cette étude, le nombre de *Grashof* est compris entre 10^4 et 10^7 et l'angle d'inclinaison θ l'est entre 0 et π . Les résultats montrent que si le nombre de Grashof est supérieur à 10^5 , la convection naturelle devient significative. Ils ont aussi montré que l'intensité du vortex et le modèle dépendent de l'angle d'inclinaison [2002].

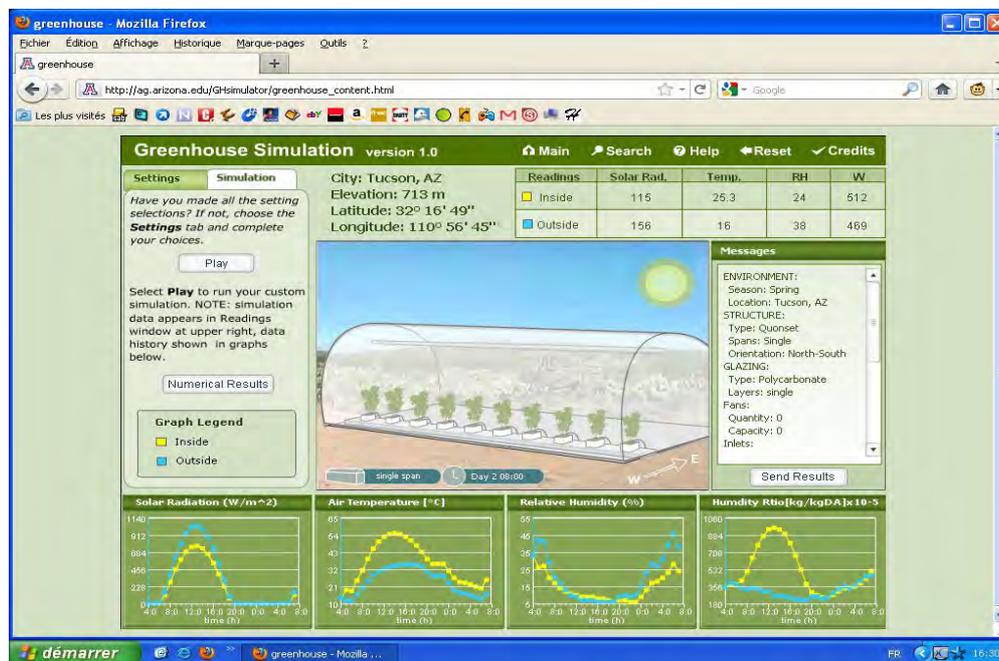
T. Bartzanas et al [7], ont étudié la simulation numérique du flux d'air et de la distribution de température dans une serre tunnel équipée d'écrans pare-insectes dans les ouvertures en utilisant un CFD. Le but de l'étude était d'examiner comment l'écran influence le flux d'air et des modèles de température à l'intérieur de la serre. Les écrans sur les admissions de la serre et les sorties, aussi bien que la culture ont été simulés en utilisant l'approche moyenne poreuse. Les résultats de simulation ont indiqué que l'écran avait un effet considérable sur le climat de serre. La vitesse d'air fortement réduite par l'écran à l'intérieur de la serre (particulierement à l'intérieur du secteur de culture) et le taux de flux d'air (réduction de 50 %) aboutissant à une augmentation significative de température [2002].

I. Impron et al [8], ont étudié un modèle climatique dynamique simple permettant le calcul de trois variables d'état : température moyenne de l'air ; la pression moyenne de vapeur d'eau et la température moyenne de la toiture. Le modèle a été paramétré et validé. Une performance cohérente du modèle a été observée, Cependant, la taille et la géométrie des

ouvertures de ventilation réalisant la ventilation conçue doivent être déterminées par la suite par la modélisation de CFD [2007].

Serm Janjai et al [9], ont étudié une sécheuse de serre solaire à grande échelle et des tests de niveau de terrain ont démontré ses potentiels de séchage de piment, de café et de banane. Un accord raisonnable a été trouvé entre le taux d'humidité expérimental et celui simulé de banane, de piment et de café pendant le séchage [2011].

Efrén Fitz-Rodríguez et al [10], ont mis au point un simulateur d'environnement pour serres qui est un logiciel destiné à être utilisé comme étant un outil pédagogique pour la visualisation des phénomènes physiques intervenant dans l'environnement propre à la serre. [2010]. Il est disponible en accès libre sur le web : <http://ag.arizona.edu/ceac/wge/simulator/>



T.Boulard et al [11] montrent qu'en absence de sporulation dans la serre, les mécanismes aériens d'échange entre l'intérieur et l'extérieur de la serre sont cruciaux pour déterminer le transport intérieur et la distribution du *Botrytis inocolum* et la distribution du climat intérieur. La validation par la comparaison avec des valeurs expérimentales montre une crise raisonnable pour le taux de change aérien et à l'intérieur de la température de l'air [2010].

D.Jain, G.N.Tiwari [12] ont étudié l'effet de serre sur culture séchant sous convection naturelle et forcée pour évaluer le coefficient de transfert massif convectif [2004].

T. Bartzanas et al [13], ont étudié l'influence d'arrangement de conduit sur la ventilation au vent d'une serre tunnel numériquement en utilisant un CFD. Le modèle numérique a été d'abord validé par des données expérimentales. Quatre configurations différentes de ventilateurs ont été examinées aboutissant aux taux de ventilation différents et le flux d'air différent et des modèles de températures. Ces résultats indiquent que les taux de ventilation les plus hauts ne sont pas toujours le meilleur critère pour évaluer la performance de systèmes de ventilation différents dans des serres [2004].

A partir de la revue bibliographique précédente. La convection naturelle est le mécanisme le plus important dans l'échange de chaleur à l'intérieur des serres. Elle est l'origine des mouvements d'air sous serres fermées et l'origine des échanges entre l'intérieur et l'extérieur sous serres ouvertes. Notre travail porte donc sur la simulation numérique de la convection naturelle sous serre agricole chauffée par le bas en utilisant une transformation conforme « coordonnées bicylindriques » pour la transformation de notre domaine physique en un domaine numérique ainsi que la formulation vorticité-fonction de courant et la méthode des volumes finis pour contribuer à la compréhension du mécanisme physique de ce phénomène sous serres.

Chapitre 2 :

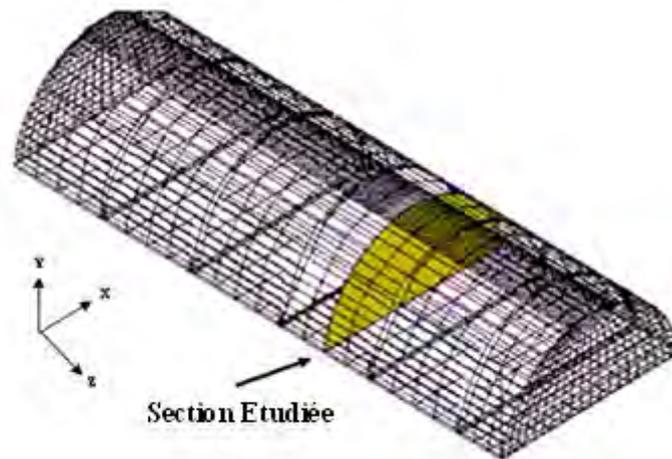
MODÈLE
PHYSIQUE

I. Introduction :

Pour étudier le phénomène de la convection sous serres, on utilise souvent des modèles physiques qui consistent à la résolution numérique des équations de transport (équations de la mécanique des fluides). Ces modèles nous permettent de caractériser le climat interne des serres en déterminent les champs de ces paramètres, comme : la température, les lignes de courants, la vorticité.

Dans ce chapitre, nous avons exposé le modèle physique complet qui simule les mouvements d'air sous serre et qui s'appuie sur les équations de base ou ce qu'on appelle : *équations de Navier-Stokes*.

II. Description du problème :



Résoudre complètement un problème de convection naturelle de notre domaine physique revient à déterminer en tout point de domaine physique, les grandeurs caractéristique du fluide étudié (ici, l'air), -figure ci-dessus :

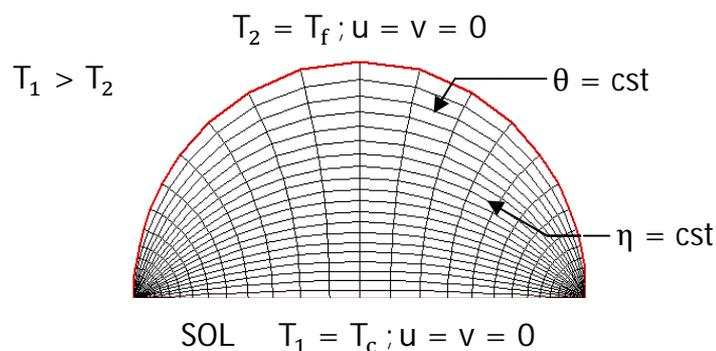


Figure.2.1 : Présentation physique du problème et conditions aux limites.

La modélisation numérique des écoulements de fluide, qui est en réalité une représentation mathématique du phénomène étudié, consiste à déterminer en tout point et à chaque instant les variables d'état représentatives de l'écoulement (vitesse, pression, température,...), par la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, avec un ensemble de conditions aux limites et initiales tirées du problème. Ce système d'équations gouvernant le phénomène est déduit en général, de l'application des principes de conservation de la mécanique et de la thermodynamique, pour arriver à la fin et après l'introduction d'un nombre d'hypothèses simplificatrices, au système d'équations de base : **équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie.**

III. Equations en régime laminaire :

On appelle ainsi des écoulements dans lesquels les lignes de courant ont un aspect régulier. Les différentes couches du fluide glissent alors les unes sur les autres sans échanger de matière. Ce sont les plus faciles à étudier car l'exploitation des symétries permet de prévoir l'orientation du champ de vitesse.

III.1. Equations générales :

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles de dérivées des lois physiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Dans notre étude, on suppose que le milieu est continu et isotrope et pas de source ou de puits de matière de sorte que les équations dont nous disposons soient les suivantes :

a) Equation de continuité :

Elle traduit le principe de conservation de la masse dans tous les points d'un fluide continu. Dans le cas d'un milieu dépourvu de source ou de puits de matière, l'équation de continuité prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

b) Equation de quantité de mouvement :

Elle est déduite de la deuxième loi de la mécanique classique (le principe fondamental de la dynamique), soit :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla}P + \vec{\nabla}\tau \quad (2.2)$$

Cette équation exprime l'équilibre entre le taux de variation de quantité de mouvement par unité de volume et les forces extérieures appliquées à l'unité de volume : les forces de volume $\rho \vec{f}$, la force de pression $\vec{\nabla}P$, et la force de viscosité $\vec{\nabla}\tau$.

Dans le cas des fluides newtoniens, l'équation (2.2) prend la forme simplifiée des équations de *Navier-Stokes* :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{f} - \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \frac{\mu}{3} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \quad (2.3)$$

Où : μ est la viscosité dynamique de l'air. Elle caractérise ses propriétés visqueuses.

c) Equation de conservation d'énergie :

Pour établir l'équation d'énergie, on applique le premier principe de la thermodynamique sur un élément de volume et on obtient à la fin, le bilan énergétique du système considéré, soit:

$$\frac{d}{dt}(\rho c_p T) = \underbrace{\vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T)}_{(a)} + \underbrace{T \beta \frac{dP}{dt}}_{(b)} + \underbrace{\mu \phi}_{(c)} + \underbrace{q}_{(d)} \quad (2.4)$$

Les quatre termes du membre de droite équilibrent la variation totale d'énergie du système $\rho c_p T$. Il s'agit de la variation due à la conduction **(a)**, de la variation d'énergie due à la compressibilité **(b)**, de l'énergie de dissipation visqueuse **(c)** et de la production interne de chaleur **(d)**.

VI. Simplification du système d'équations :

On a abouti à un système d'équations aux dérivées partielles, couplées et non linéaires. La résolution d'un tel système avec un ensemble de conditions initiales et aux limites est très complexe. En vue de réduire ce système et faciliter sa résolution, nous posons certaines approximations et hypothèses simplificatrices :

- Le fluide (ici, l'air) est visqueux et newtonien.
- Le fluide est supposé incompressible.
- Les propriétés thermophysiques du fluide sont supposées constantes.

- La dissipation visqueuse est négligeable en raison des faibles vitesses mises en jeu.
- La puissance d'échauffement par compression $\beta T \frac{\partial P}{\partial t}$ est négligeable devant les autres termes d'énergie.
- Les forces volumiques sont limitées aux forces de gravitation.

VI.1. Approximation de Boussinesq :

Pour des configurations d'écoulements dans une serre, la résultante des forces externes est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de la température soit évidente. Quand les forces de flottabilité se produisent dans l'écoulement, la conception des propriétés physiques fixes n'assortit plus le comportement de l'écoulement du fluide [29]. L'effet de la convection naturelle est pris en considération dans l'équation de quantité de mouvement par la variation de la masse volumique. Si en prenant un état thermodynamique de référence (masse volumique ρ_0 et une température T_0), l'équation d'état pour la masse volumique ρ devient en utilisant le développement de Taylor.

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{T - T_0}{T_0} + \dots \right) \quad (2.5)$$

En se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho(P, T) = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \quad (2.6)$$

Le terme β de l'équation (2.6) est le coefficient de dilatation isobare du fluide, soit :

$$\beta = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P=cte} \quad (2.7)$$

En effet, c'est la variation de la masse volumique du fluide qui est à l'origine du phénomène de convection naturelle, créant une force motrice volumique (Archimède) à laquelle s'oppose notamment une force de frottement visqueux.

L'approximation de Boussinesq consiste à négliger les variations de la masse volumique dans les équations de conservation, sauf son implication comme force motrice

dans le terme f de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.3).

On peut exprimer la force volumique f , moteur de la convection naturelle par :

$$f = \rho g \beta (T - T_0) \quad (2.8)$$

On admet que dans les autres termes des équations de conservation (2.3) et (2.4), la masse ρ peut être considérée comme constante (approximation de Boussinesq)

VI.2. Système d'équations retenues :

Après introduction des hypothèses données ci-dessus, on peut considérer que les équations suivantes décrivent le phénomène de la convection naturelle à l'intérieur de la serre:

- Equation de continuité :

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (2.9)$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{V} = \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} + \frac{\Delta K}{\rho_0} \quad (2.10)$$

- Equation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) T = \frac{\lambda}{\rho C_p} \nabla^2 T \quad (2.11)$$

Avec: \vec{V} : vitesse du fluide.

\vec{g} : accélération de la pesanteur.

K : tenseur des contraintes.

λ : conductivité thermique du fluide.

C_p : capacité calorifique massique à pression constante du fluide.

T : température du fluide.

t : temps

VI.3. Formulation indicielle :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad (2.12)$$

- Equation du mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 V_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] g_i \quad (2.13)$$

- Equation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (T V_j) = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \right) \quad (2.14)$$

Avec P : la pression du fluide.

τ_{ij} : tenseur des contraintes visqueuses.

VI.4. Formulation des équations en coordonnées cartésiennes :

Exprimons les équations en coordonnées cartésiennes telles qu'elles sont définies sur la figure (2.1).

Le problème étant bidimensionnel et permanent donc les équations s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin(\gamma) \beta T_d + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.16.a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + g \cos(\gamma) \beta T_d + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.16.b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

VI.5. Elimination du terme de pression des équations de mouvement :

Pour obtenir les équations en fonction de la vorticité il faut éliminer le terme de pression dans les équations de mouvement. En dérivant (2.16.a) et (2.16.b) respectivement par rapport à y et à x , il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (g \sin(\gamma) \beta T_d) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.18.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (g \cos(\gamma) \beta T_d) + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.18.b)$$

En soustrayant l'équation (2.18.a) de l'équation (2.18.b), nous obtenons :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = g\beta \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos(\gamma) - \frac{\partial T}{\partial y} \sin(\gamma) \right) + v \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.19.a)$$

Dans notre cas d'étude pas d'inclinaison ($\gamma = 0^\circ \Rightarrow \sin(\gamma) = 0$), alors l'équation (2.19.a) s'écrit

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = g\beta \frac{\partial T}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.20)$$

Avec:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} = \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \\ \frac{\partial \omega}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \end{cases} \quad (2.21)$$

V. Formulation des équations en coordonnées bicylindriques :

Pour résoudre ces problèmes, la solution généralement adoptée consiste à effectuer un changement de coordonnées tel que les limites du système se traduisent par des valeurs constantes des coordonnées.

Dans ce travail nous utilisons une transformation pour le passage des coordonnées cartésiennes (x, y) aux coordonnées bicylindrique (η, θ) , avec $\gamma = 0^\circ$

Ce passage s'effectue à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{cases} x = \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ y = \frac{a \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ z = z \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec : $a = r_1 \sinh(\eta_1) = r_2 \sinh(\eta_2)$

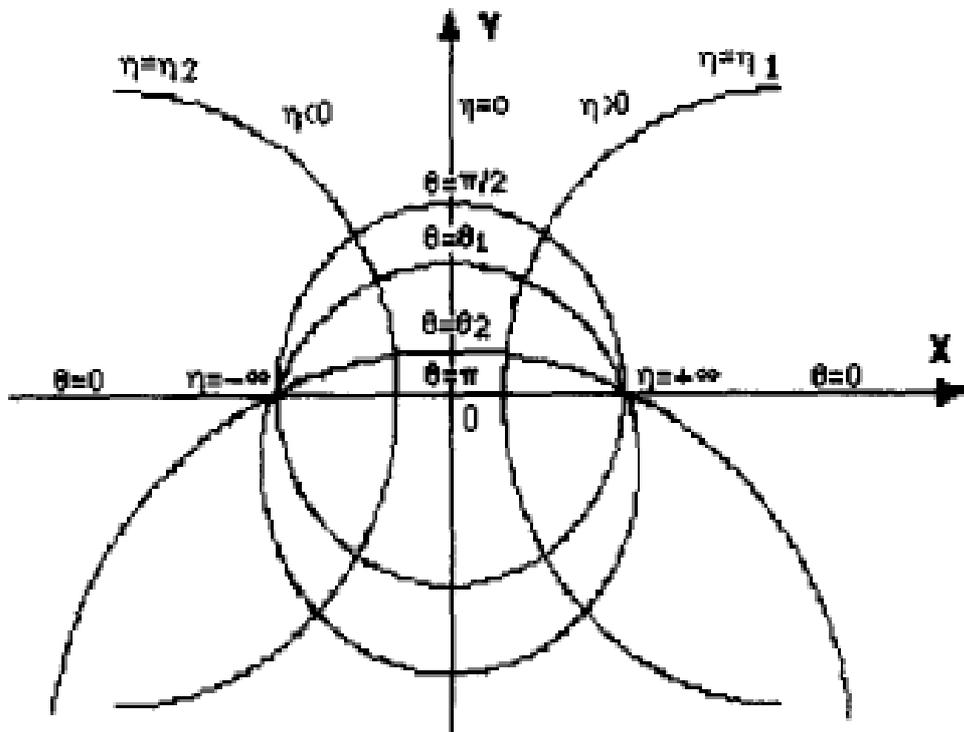


Figure.2.2 : Représentation schématique des coordonnées bicylindrique.

Les équations (2.15), (2.17) et (2.20) s'écrivent alors respectivement :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (hV_\theta) = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta} + V_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{h} \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{V_\eta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} = \frac{v}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) + \frac{g\beta}{h} \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (2.25)$$

Où:

$$\begin{cases} h = \frac{a}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ F(\eta, \theta) = \frac{(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ G(\eta, \theta) = \frac{\sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases}$$

V_η et V_θ : sont les composantes de la vitesse suivant les directions η, θ .

h : coefficient métrique dimensionnel.

En introduisant la fonction de courant ψ de façon à vérifier identiquement l'équation de continuité, il vient :

$$\begin{cases} V_\eta = \frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ V_\theta = -\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \end{cases} \quad (2.26)$$

Nous en déduisons :

$$\omega = -\frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.27)$$

V.1. Les équations Adimensionnelles :

L'adimensionnalisation a pour avantage de faciliter la simplification des équations et de généraliser les résultats.

En posant les quantités adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned}
 D_h &= a & H &= \frac{h}{D_h} \\
 V_\eta^* &= V_\eta \frac{D_h}{\alpha} & V_\theta^* &= V_\theta \frac{D_h}{\alpha} \\
 \psi^* &= \frac{\psi}{\alpha} & \omega^* &= \omega \frac{D_h^2}{\alpha} \\
 T^* &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \text{ (paroi isotherme)} & t^* &= t \frac{\alpha}{H \cdot D_h^2}
 \end{aligned}$$

Avec:

a : distance entre les pôles apparaissant dans la relation des coordonnées (η, θ) .

$\frac{\alpha}{D_h}$: vitesse caractéristique.

$\frac{D_h^2}{\alpha}$: temps caractéristique.

En portant les quantités adimensionnelles définies précédemment dans les équations (2.23), (2.24) et (2.25), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^*) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^*) = 0 \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + V_\eta^* \frac{\partial T^*}{\partial \eta} + V_\theta^* \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial \theta^2} \right) \tag{2.29}$$

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + V_\eta^* \frac{\partial \omega^*}{\partial \eta} + V_\theta^* \frac{\partial \omega^*}{\partial \theta} = \frac{P_r}{H} \left(\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial \theta^2} \right) + P_r R_a \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \tag{2.30}$$

L'équation de la chaleur (2.29) et l'équation de mouvement (2.30), s'écrivent aussi compte tenu de l'équation de continuité (2.29) :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(H V_\eta^* T^* - \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H V_\theta^* T^* - \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(H V_\eta^* \omega^* - P_r \frac{\partial \omega^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H V_\theta^* \omega^* - P_r \frac{\partial \omega^*}{\partial \theta} \right) = \\ P_r R_a H \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Où:

$$V_\eta^* = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \quad (2.33.a)$$

$$V_\theta^* = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \quad (2.33.b)$$

$$\omega^* = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.34)$$

$R_a = \frac{g \beta \Delta T D_h^3}{\nu \alpha}$: est le nombre de **Rayleigh**.

$P_r = \frac{\nu}{\alpha}$: est le nombre de **Prandtl**.

V.2. Les conditions aux limites adimensionnelles :

➤ **Conditions de la paroi intérieure** ($\theta = \theta_i = \text{constant}$) :

$$V_\eta^* = V_\theta^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} = 0$$

$$\omega^* = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \theta^2} \right) = 0$$

$$T^* = 1$$

➤ **Conditions de la paroi extérieure** ($\theta = \theta_e = \text{constant}$) :

$$V_\eta^* = V_\theta^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} = 0$$

$$\omega^* = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \theta^2} \right) = 0$$

$$T^* = 0$$

IV. Généralisation du modèle mathématique :

L'équation de transport d'une grandeur intensive ϕ telle que T^* , ω^* est d'abord mise sous une forme générale de convection-diffusion. Cette équation générale de transport s'écrit pour un écoulement d'un fluide incompressible et bidimensionnel comme suit:

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t^*}}_{(a)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \eta} \left(H V_\eta^* \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H V_\theta^* \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)}_{(b)} = \underbrace{S_\phi}_{(c)} \quad (2.35)$$

Où:

ϕ : est la variable transportée.

Γ_ϕ : le coefficient de diffusion.

S_ϕ : le terme de source de la grandeur considérée.

Les termes de l'équation (2.36) sont respectivement:

(a) : le terme transitoire.

(b) : le taux de transport de ϕ par *convection* et par *diffusion*.

(c) : le terme de source.

Dans le tableau (2.1), chaque terme ϕ permet de décrire les équations de conservation.

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
(2-29)	T^*	1	0
(2-30)	ω^*	P_r	$P_r R_a H \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right)$

Tableau 2.1 : Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée.

Chapitre 3 :

MODÈLE
NUMÉRIQUE

I. Introduction :

La résolution des équations d'un phénomène physique de convection naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- La méthode des éléments finis,
- La méthode des différences finies,
- La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôles quadrilatéraux et un maillage structuré. Sa grande simplicité de mise en œuvre a fait qu'elle a connu un essor depuis les années 1970-1980. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs (Phoenics, Fluent, CFD,...). La méthode des volumes finis se distingue par sa fiabilité quand aux résultats, son adaptation au problème physique, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

II. Rappel sur la méthode des volumes finis :

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit "nœud principal", comme indiqué dans la figure (3.1).

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- Le choix d'un schéma représentant la variation de la quantité physique et l'assemblage des diverses équations ;
- Le modèle doit être stable et convergent.

II.1. Maillage :

Le volume de contrôle est illustré par la figure (3.1). Pour un nœud principal P, les points E et W (E = Est, W = Ouest) sont pris dans la direction θ , tandis que N et S (N = Nord, S = Sud) sont pris dans la direction η . Le volume de contrôle entourant P est représenté par des lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction θ , n et s dans la direction η .

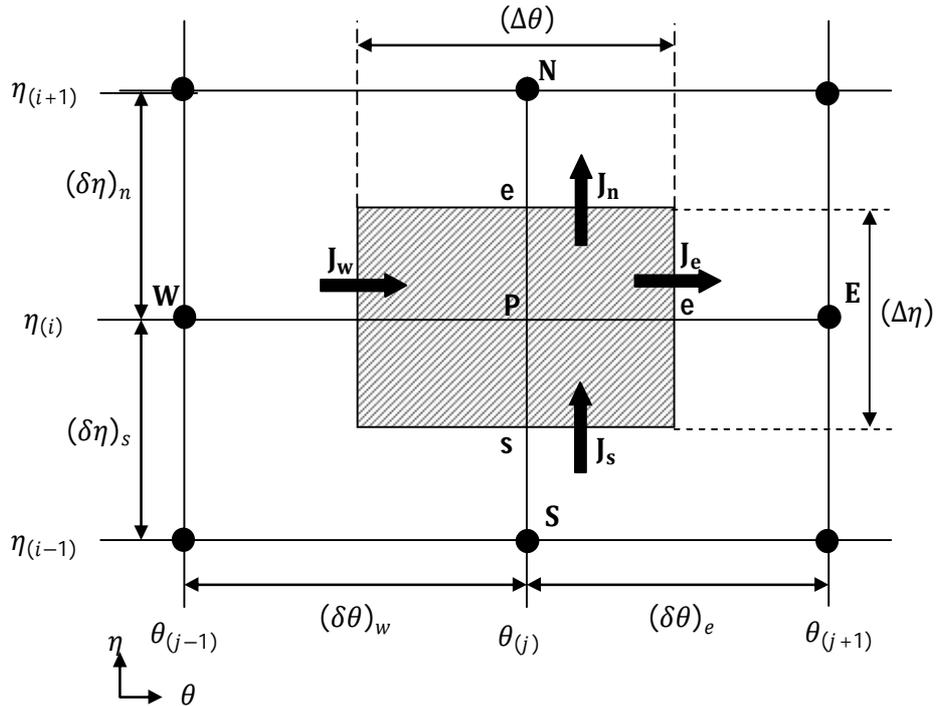


Figure.3.1 : Volume de contrôle principal bidimensionnel.

Soit:

i: indice des nœuds suivant η

j: indice des nœuds suivant θ

$$\Delta\eta = \frac{\eta_{NI} - \eta_1}{NI - 1}$$

$$\Delta\theta = \frac{\theta_{NN} - \theta_1}{NN - 1}$$

NI : le nombre de nœuds suivant η

NN : le nombre de nœuds suivant θ

La figure (3.2) représente le domaine physique et le domaine de calcul :

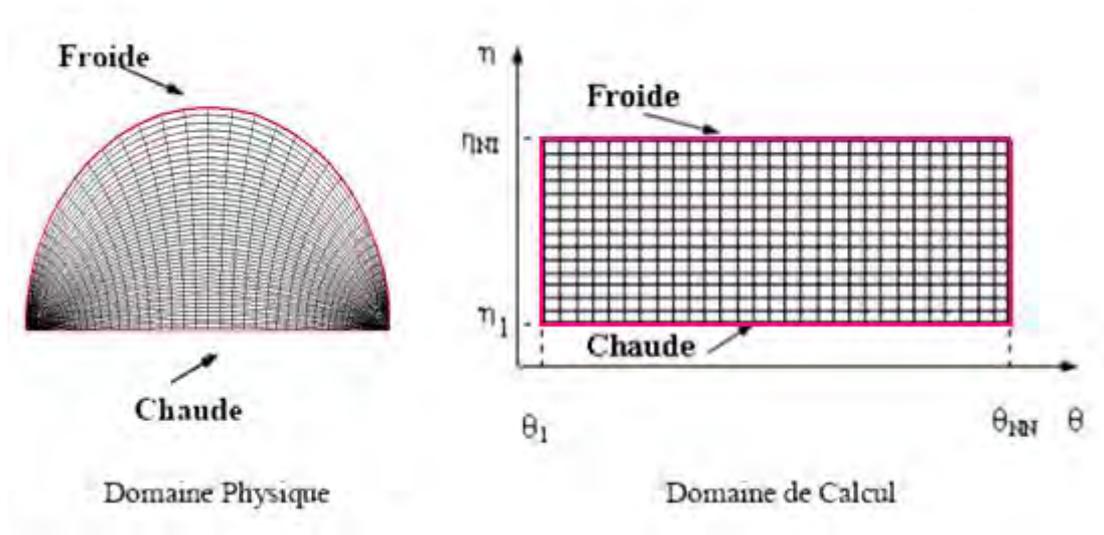


Figure.3.2 : Le domaine physique et le domaine de calcul.

II.2. La discrétisation :

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation, si on note Φ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées bicylindriques, selon la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho H u_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{S_\phi}_S \quad (3.1)$$

T : terme transitoire ;

C : terme de convection ;

D : terme de diffusion ;

S : terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable Φ , l'équation de transport s'écrit dans le cas de fluide incompressible, instationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta \phi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta \phi) = \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + S_\phi \quad (3.2)$$

Où Φ est la propriété transportée, Γ indique le coefficient de diffusion et S le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau (3.1) au chapitre précédent. Seule cette équation (3.2) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de Φ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée.

L'équation (3.2) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (J_\theta) = S_\phi \quad (3.3)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} J_\eta &= HV_\eta \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \\ J_\theta &= HV_\theta \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

J_η et J_θ sont le flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions η et θ . La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équation algébrique. L'équation (3.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle et entre deux temps successifs t et $t+\Delta t$:

$$\underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} d\eta d\theta dt}_I + \underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e \left(\frac{\partial J_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} \right) d\eta d\theta dt}_{II} = \underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e S_\phi d\eta d\theta dt}_{III} \quad (3.5)$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée Φ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions ;
- Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes ;
- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

a) Intégration du flux total :

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme(II)) de l'équation (3.5)) entre t et $t+\Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$II = \iint_{t s}^{t+\Delta t n e} \int_w \left(\frac{\partial J_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} \right) d\eta d\theta dt \quad (3.6)$$

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial \eta} (J_\eta) d\eta d\theta + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial \theta} (J_\theta) d\eta d\theta \right] dt \quad (3.7)$$

$$II = \left[((J_\eta)_n - (J_\eta)_s) \int_w^e d\theta \right] + \left[((J_\theta)_e - (J_\theta)_w) \int_s^n d\eta \right] \Delta t \quad (3.8)$$

$$II = (J_\eta)_n \Delta\theta \Delta t - (J_\eta)_s \Delta\theta \Delta t + (J_\theta)_e \Delta\eta \Delta t - (J_\theta)_w \Delta\eta \Delta t \quad (3.9)$$

Si on pose :

$$j_n = (J_\eta)_n \Delta\theta \quad j_s = (J_\eta)_s \Delta\theta$$

$$j_e = (J_\theta)_e \Delta\eta \quad j_w = (J_\theta)_w \Delta\eta$$

Donc l'expression de terme II devient:

$$II = (j_e - j_w + j_n - j_s) \Delta t \quad (3.10)$$

b) Intégration du terme source :

L'intégration du terme source (terme (III)) de l'équation (3.5)) entre t et $t+\Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$III = \iint_{t s}^{t+\Delta t n e} \int_w S_\phi d\eta d\theta dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n S_\phi d\eta d\theta \right] dt \quad (3.11)$$

En utilisant la troisième supposition, on peut écrire :

$$III = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^n \int_w^e d\eta d\theta dt = \overline{S_\phi} \Delta V \Delta t \quad (3.12)$$

Où $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur ce volume, ΔV est le volume de contrôle.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p \quad (3.13)$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p , S_p est la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

c) Discrétisation temporelle :

Dans l'équation (3.5) le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre l'instant t et $t+\Delta t$, pour tout le volume de contrôle :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e d\eta d\theta = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dx \Delta V = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta V \quad (3.14)$$

Les exposants 0 et 1 indiquent les temps t et $t+\Delta t$.

Les autres termes (II) et (III) de l'équation (3.5) font appel à des suppositions dans le cas où ϕ_i ($i = E, W, N, S, P$) varie entre l'instant t et $t+\Delta t$. Plusieurs suppositions sont possibles et un grand nombre de celle-ci peut être généralisé par la proposition :

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_i dt = (f \phi_i^1 + (1 - f) \phi_i^0) \Delta t \quad (3.15)$$

Où f est un facteur compris entre 0 et 1.

Dans notre travail nous avons choisi le schéma totalement implicite ($f=1$).

III. Formulation généralisée du problème :

L'intégration de l'équation générale de transport (3.2) donne :

$$(\phi_P^1 - \phi_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (j_e^1 - j_w^1 + j_n^1 - j_s^1) = (S_c + S_P \phi_P) \Delta V \quad (3.16)$$

Où :

$$j_i^1 = V_j \phi_i^1 - \Gamma_i \frac{\partial \phi_i^1}{\partial x_j} \quad , \text{ avec } \begin{cases} \text{si } i = e, w \text{ alors } V_j = V_\theta \text{ et } x_j = \theta \\ \text{si } i = n, s \text{ alors } V_j = V_\eta \text{ et } x_j = \eta \end{cases} \quad (3.17)$$

Pour simplifier l'écriture, l'exposant 1 sera omis, on obtient :

$$(\phi_P - \phi_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (j_e - j_w + j_n - j_s) = (S_c + S_P \phi_P) \Delta V \quad (3.18)$$

L'intégration de l'équation entre t et $t + \Delta t$, sur le volume de contrôle donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.19)$$

Où $F_i (i = e, w, n, s)$ sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (3.19) par ϕ_P et on la retranche de l'équation (3.18), on obtient :

$$\begin{aligned} (\phi_P - \phi_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (j_e - F_e \phi_P) - (j_w - F_w \phi_P) + (j_n - F_n \phi_P) - (j_s - F_s \phi_P) \\ = (S_c + S_P \phi_P) \Delta V \end{aligned} \quad (3.20)$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (3.20) comme suit :

$$\begin{aligned} j_e - F_e \phi_P &= a_E (\phi_P - \phi_E) & j_w - F_w \phi_P &= a_W (\phi_W - \phi_P) \\ j_n - F_n \phi_P &= a_N (\phi_P - \phi_N) & j_s - F_s \phi_P &= a_S (\phi_S - \phi_P) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e A(|Pe_e|) + \|0, -F_e\| \\ a_W = D_w A(|Pe_w|) + \|0, F_w\| \\ a_N = D_n A(|Pe_n|) + \|0, -F_n\| \\ a_S = D_s A(|Pe_s|) + \|0, F_s\| \end{cases} \quad (3.22)$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.23)$$

Avec :

$$a_P^0 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$b = S_C \Delta V + a_P^0 \phi_P^0$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V;$$

Dans notre travail on suppose que l'écoulement de l'air est stationnaire implique

$$\Delta t \rightarrow \infty \text{ alors que } a_P^0 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0.$$

La fonction $A(|Pe|)$ est choisie d'après le tableau suivant :

Schéma	La fonction $A(P)$
Différences centrées	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybride	$\ 0, 1 - 0.5 P \ $
Exponentiel	$\frac{ P }{e^{ P } - 1}$
Loi de puissance	$\ 0, (1 - 0.1 P)^5\ $

Tableau 3.1 : La fonction $A(|P|)$ pour différents schémas.

Une meilleure approximation de la solution exacte est donnée par le schéma de puissance "Power Law" développé par Patankar, et aussi présente l'avantage d'être inconditionnellement stable, et de plus ne coûte pas cher comparé aux autres schémas. C'est pour quoi notre choix basé sur ce schéma, qui s'écrit pour les coefficients comme suit:

$$\left. \begin{aligned}
 a_N &= D_n \|0, (1 - 0.1|P_n|)^5\| + \|-F_n, 0\| \\
 a_S &= D_s \|0, (1 - 0.1|P_s|)^5\| + \|F_s, 0\| \\
 a_E &= D_e \|0, (1 - 0.1|P_e|)^5\| + \|-F_e, 0\| \\
 a_W &= D_w \|0, (1 - 0.1|P_w|)^5\| + \|F_w, 0\|
 \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Où:

$$\left. \begin{aligned} D_n &= \frac{(\Gamma_\phi)_n \Delta\theta}{(\delta\eta)_n} \\ D_s &= \frac{(\Gamma_\phi)_s \Delta\theta}{(\delta\eta)_s} \\ D_e &= \frac{(\Gamma_\phi)_e \Delta\eta}{(\delta\theta)_e} \\ D_w &= \frac{(\Gamma_\phi)_w \Delta\eta}{(\delta\theta)_w} \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

P_n, P_s, P_e, P_w sont les nombres de **Péclet** définis par :

$$\left. \begin{aligned} P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \\ P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

Nous considérons que les interfaces e, w, n et s sont les milieux de $(P, E), (P, W), (P, N)$ et (P, S) respectivement, et les pas d'intégration $(\delta\eta)_e, (\delta\eta)_w, (\delta\eta)_s$ et $(\delta\eta)_n$ sont choisis constants et égaux aux $\Delta\eta, \Delta\theta$. Dans ces conditions les grandeurs précédentes s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} D_n &= \frac{(\Gamma_\phi)_n \Delta\theta}{\Delta\eta} \\ D_s &= \frac{(\Gamma_\phi)_s \Delta\theta}{\Delta\eta} \\ D_e &= \frac{(\Gamma_\phi)_e \Delta\eta}{\Delta\theta} \\ D_w &= \frac{(\Gamma_\phi)_w \Delta\eta}{\Delta\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

III.1. Discrétisation de l'équation d'énergie :

Remplaçons la variable ϕ aux nœuds P, E, W, N, S dans l'équation (3.23) par la température adimensionnelle, il vient :

$$a_P T_P^* = a_N T_N^* + a_S T_S^* + a_E T_E^* + a_W T_W^* + b \quad (3.28)$$

Le coefficient a_P devient:

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W \quad (3.29)$$

Où a_N, a_S, a_E et a_W sont respectivement les mêmes expressions que celles données dans le système (3.24).

En introduisant la fonction de courant adimensionnelle dans le système (3.8), il vient:

$$\left. \begin{aligned} F_e &= \left(-\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \right)_e \Delta \eta \\ F_w &= \left(-\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \right)_w \Delta \eta \\ F_n &= \left(+\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \right)_n \Delta \theta \\ F_s &= \left(+\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \right)_s \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

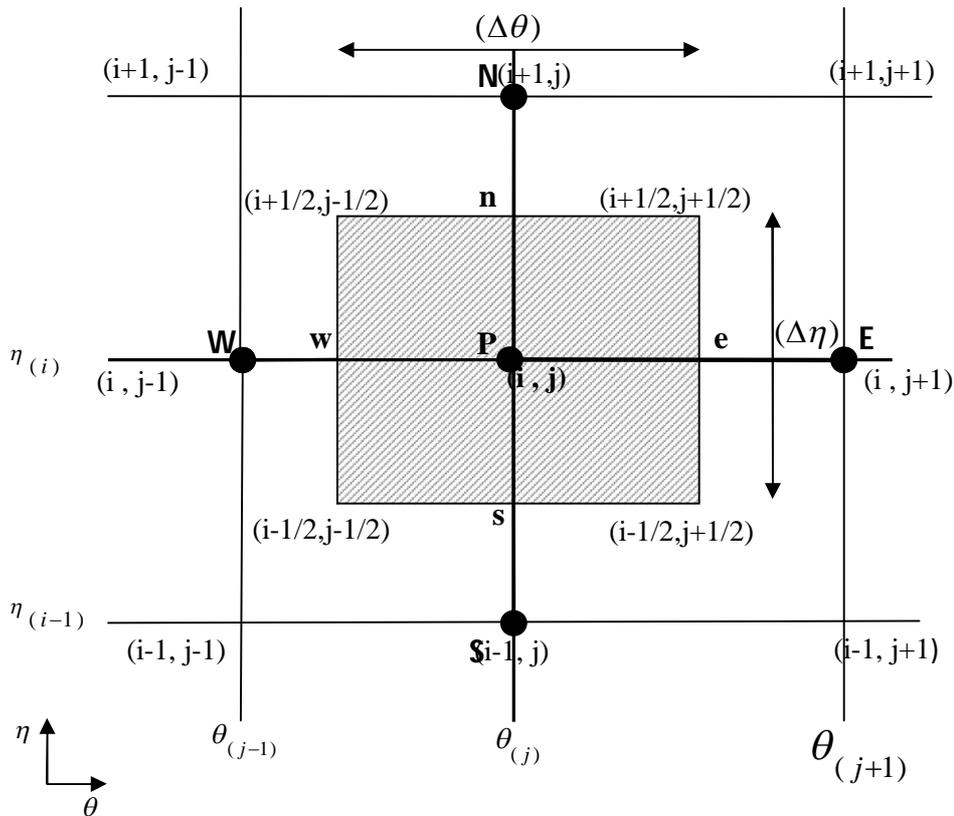


Figure.3.3 : Représentation des nœuds dans le maillage.

L'équation (3.28) peut s'écrire sous la forme :

$$a_p T^*(i, j) = a_N T^*(i + 1, j) + a_S T^*(i - 1, j) + a_E T^*(i, j + 1) + a_W T^*(i, j - 1) + S_T \quad (3.31)$$

Les fonctions ψ^* s'écrivent :

$$\psi_n^* = \frac{\psi^*(i + 1, j) + \psi^*(i, j)}{2}$$

$$\psi_s^* = \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i - 1, j)}{2}$$

$$\psi_e^* = \frac{\psi^*(i, j + 1) + \psi^*(i, j)}{2}$$

$$\psi_w^* = \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i, j - 1)}{2}$$

Le développement du gradient de la fonction de courant est établi d'après la démarche d'E.F. Nogotov, comme suit :

➤ **A l'interface « e »**

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_e = \frac{\psi^*\left(i + \frac{1}{2}, j + 1/2\right) - \psi^*\left(i - \frac{1}{2}, j + 1/2\right)}{\Delta \eta}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_e &= \frac{1}{2\Delta \eta} \left[\frac{\psi^*(i + 1, j + 1) + \psi^*(i + 1, j)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i, j + 1)}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Delta \eta} \left[\frac{\psi^*(i - 1, j + 1) + \psi^*(i - 1, j)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i, j - 1)}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_e = \frac{\psi^*(i + 1, j + 1) + \psi^*(i + 1, j) - \psi^*(i - 1, j + 1) - \psi^*(i - 1, j)}{4\Delta \eta}$$

➤ **A l'interface « w »**

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_w = \frac{\psi^*\left(i + \frac{1}{2}, j - 1/2\right) - \psi^*\left(i - \frac{1}{2}, j - 1/2\right)}{\Delta \eta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_w = \frac{1}{2\Delta\eta} \left[\frac{\psi^*(i+1, j-1) + \psi^*(i+1, j)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i, j-1)}{2} \right] - \frac{1}{2\Delta\eta} \left[\frac{\psi^*(i-1, j-1) + \psi^*(i-1, j)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i, j-1)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta}\right)_w = \frac{\psi^*(i+1, j-1) + \psi^*(i+1, j) - \psi^*(i-1, j-1) - \psi^*(i-1, j)}{4\Delta\eta}$$

➤ **A l'interface « n »**

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_n = \frac{\psi^*\left(i + \frac{1}{2}, j + 1/2\right) - \psi^*\left(i + \frac{1}{2}, j - 1/2\right)}{\Delta\theta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_n = \frac{1}{2\Delta\theta} \left[\frac{\psi^*(i+1, j+1) + \psi^*(i, j+1)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i+1, j)}{2} \right] - \frac{1}{2\Delta\theta} \left[\frac{\psi^*(i+1, j-1) + \psi^*(i, j-1)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i+1, j)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_n = \frac{\psi^*(i+1, j+1) + \psi^*(i, j+1) - \psi^*(i+1, j-1) - \psi^*(i, j-1)}{4\Delta\theta}$$

➤ **A l'interface « s »**

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_s = \frac{\psi^*\left(i - \frac{1}{2}, j + 1/2\right) - \psi^*\left(i - \frac{1}{2}, j - 1/2\right)}{\Delta\theta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_s = \frac{1}{2\Delta\theta} \left[\frac{\psi^*(i-1, j+1) + \psi^*(i, j+1)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i-1, j)}{2} \right] - \frac{1}{2\Delta\theta} \left[\frac{\psi^*(i+1, j-1) + \psi^*(i, j-1)}{2} + \frac{\psi^*(i, j) + \psi^*(i-1, j)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta}\right)_s = \frac{\psi^*(i-1, j+1) + \psi^*(i, j+1) - \psi^*(i+1, j-1) - \psi^*(i, j-1)}{4\Delta\theta}$$

Et les expressions F_e, F_w, F_n, F_s deviennent :

$$F_e = \frac{1}{4} [\psi^*(i-1, j+1) + \psi^*(i-1, j) - \psi^*(i+1, j+1) - \psi^*(i+1, j)] \quad (3.32.a)$$

$$F_w = \frac{1}{4} [\psi^*(i-1, j-1) + \psi^*(i-1, j) - \psi^*(i+1, j-1) - \psi^*(i+1, j)] \quad (3.32.b)$$

$$F_n = \frac{1}{4} [\psi^*(i+1, j+1) + \psi^*(i, j+1) - \psi^*(i+1, j-1) - \psi^*(i, j-1)] \quad (3.32.c)$$

$$F_s = \frac{1}{4} [\psi^*(i-1, j+1) + \psi^*(i, j+1) - \psi^*(i-1, j-1) - \psi^*(i, j-1)] \quad (3.32.d)$$

Lorsque le coefficient Γ_ϕ est égal à l'unité comme nous l'avons montré précédemment dans

Le tableau (2.1), les coefficients D_n, D_s, D_e, D_w dans le système d'équations (3.27) s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} D_n = D_s &= \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta} \\ D_e = D_w &= \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

Et les nombres de **Péclet** P_n, P_s, P_e, P_w dans le système (3.26) deviennent :

$$\left. \begin{aligned} P_n &= F_n \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta} \\ P_s &= F_s \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta} \\ P_e &= F_e \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta} \\ P_w &= F_w \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta} \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

III.1.1. Discrétisation des conditions aux limites :

➤ Sur la paroi intérieure (sol) :

$$a_p = 1$$

$$a_n = a_s = a_n = a_s = 0$$

$$S_T = 1$$

➤ Sur la paroi extérieure (**toit**) :

$$a_p = 1$$

$$a_n = a_s = a_n = a_s = 0$$

$$S_T = 0$$

III.2. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement :

Remplaçons la variable ϕ dans l'équation (3.23) par ω^* , il vient :

$$a_p \omega_p^* = a_N \omega_N^* + a_S \omega_S^* + a_E \omega_E^* + a_W \omega_W^* + b \quad (3.35)$$

$$a_p = a_N + a_S + a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta V$$

$$S_p \Delta V = 0$$

Les coefficients D_n, D_s, D_e, D_w dans le système d'équations (3.27) en posant $\Gamma_\phi = Pr$ s'écrivent:

$$\left. \begin{aligned} D_n = D_s = P_r \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} \\ D_e = D_w = P_r \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

Par la suite, les nombres de **Peclet** P_n, P_s, P_e, P_w s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} P_n = \frac{1}{P_r} F_n \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \\ P_s = \frac{1}{P_r} F_s \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \\ P_e = \frac{1}{P_r} F_e \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} \\ P_w = \frac{1}{P_r} F_w \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

L'équation de mouvement discrétisée s'écrit finalement :

$$a_p \omega^*(i, j) = a_N \omega^*(i + 1, j) + a_S \omega^*(i - 1, j) + a_E \omega^*(i, j + 1) + a_W \omega^*(i, j - 1) + b \quad (3.38)$$

Le terme constante S_0 du terme source est donnée par :

$$S_0 = P_r R_a H \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \quad (3.39)$$

Par conséquent, le coefficient b devient:

$$b = S_0 \cdot \Delta V$$

Puisque le problème est bidimensionnel, on prend l'unité comme épaisseur dans la 3^{ème} direction, le volume de contrôle ΔV s'écrit :

$$\Delta V = H^2 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta \theta$$

$$b = H^3 \left(F(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \cdot \Delta \eta \cdot \Delta \theta \quad (3.40)$$

Avec :

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right)_{i,j} = \frac{T^*(i+1,j) - T^*(i-1,j)}{2\Delta \eta} \quad (3.41.a)$$

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right)_{i,j} = \frac{T^*(i,j+1) - T^*(i,j-1)}{2\Delta \theta} \quad (3.41.b)$$

III.2.1. Discrétisation des conditions aux limites :

En déterminant la vorticité ω^* sur les parois, nous utilisons la méthode élaborée par ROACHE, qui a exprimé ω^* en fonction de ψ^* et utilisée un développement de Taylor:

➤ condition sur la paroi intérieure ($i=1$) :

$$\omega_1^* = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_1}$$

Développons en série de Taylor la fonction de courant au voisinage de la paroi interne

($i=1, j$) :

$$\psi^*(2,j) = \psi^*(1,j) + \frac{\Delta \eta}{1!} \frac{\partial \psi^*(1,j)}{\partial \eta} + \frac{(\Delta \eta)^2}{2!} \frac{\partial^2 \psi^*(1,j)}{\partial \eta^2} + \dots$$

✓ La vorticité sur cette paroi s'écrit :

$$\omega^*(1,j) = -\frac{1}{H^2} \left[\frac{\psi^*(1,j+1) - 2\psi^*(1,j) + \psi^*(1,j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} (\psi^*(2,j) - \psi^*(1,j)) \right]$$

➤ condition sur la paroi extérieur ($i=NI$) :

($i=NI, j$) :

$$\omega_2^* = -\frac{1}{H^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_2}$$

✓ La vorticité sur cette paroi s'écrit :

$$\omega^*(NI,j) = -\frac{1}{H^2} \left[\frac{\psi^*(NI,j+1) - 2\psi^*(NI,j) + \psi^*(NI,j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} (\psi^*(NI-1,j) - \psi^*(NI,j)) \right]$$

III.3. Discrétisation de l'équation de la fonction de courant :

$$-H^2 \omega^* = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \right)$$

La discrétisation de cette équation en utilisant les différences centrées donne:

$$-H^2(i,j)\omega^*(i,j) = \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \eta^2} \right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \theta^2} \right)_{i,j}$$

$$-H^2(i,j)\omega^*(i,j) = \left[\frac{\psi^*(i+1,j) - 2\psi^*(i,j) + \psi^*(i-1,j)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\psi^*(i,j+1) - 2\psi^*(i,j) + \psi^*(i,j-1)}{(\Delta\theta)^2} \right]$$

La fonction de courant au nœud P sera donc exprimée en fonction de celle aux nœuds W,N, E et S et s'écrit:

$$\psi^*(i, j) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\Delta\eta)^2} + \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\psi^*(i+1, j) + \psi^*(i-1, j)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\psi^*(i, j+1) + \psi^*(i, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + H^2(i, j)\omega^*(i, j) \right]$$

III.3.1. Discrétisation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites associées aux parois, que nous avons déterminées dans les équations (2.29) au (2.33), deviennent:

- condition sur la paroi intérieure ($i=1$) :

$$\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \right)_{1,j} = \frac{-3\psi^*(1, j) + 4\psi^*(2, j) - \psi^*(3, j)}{2\Delta\eta}$$

$$\psi^*(1, j) = \frac{4\psi^*(2, j) - \psi^*(3, j)}{3}$$

- condition sur la paroi extérieure ($i=NI$) :

$$\psi^*(NI, j) = \frac{4\psi^*(NI-1, j) - \psi^*(NI-2, j)}{3}$$

Nous obtenons donc un système d'équations linéaires que nous résolvons par la méthode itérative de "relaxations successives".

III.4. Discrétisation des composantes de la vitesse :

L'expression discrétisée des composantes de la vitesse présentent dans les équations

(2.34.a) et (2.34.b), en utilisant les différences centrées, est donnée par:

$$V_{\eta}^*(i, j) = \frac{1}{H(i, j)} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \right)_{i, j} = \frac{1}{H(i, j)} \left[\frac{\psi^*(i, j + 1) + \psi^*(i, j - 1)}{2\Delta\theta} \right]$$

$$V_{\theta}^*(i, j) = \frac{-1}{H(i, j)} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \right)_{i, j} = \frac{-1}{H(i, j)} \left[\frac{\psi^*(i + 1, j) + \psi^*(i - 1, j)}{2\Delta\eta} \right]$$

$$i = 2, NI - 1$$

$$j = 2, NN - 1$$

VI. Processus de calcul :

Pour résoudre le système d'équations (3.23), (3.30) et (3.34) nous utilisons une méthode proposée par E.F.NGOTOV. Dans les méthodes itératives pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires nous utilisons des procédés de relaxation, la sous-relaxation est très pratique pour les problèmes non-linéaires car elle permet d'éviter la divergence des méthodes itératives utilisées pour les résoudre. Les équations discrétisées peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} T^{n+1}(i, j) &= (1 - \delta_T)T^n(i, j) \\ &+ \left(\frac{\delta_T}{a_p} \right) [a_N T^n(i + 1, j) + a_S T^{n+1}(i - 1, j) + a_E T^n(i, j + 1) \\ &+ a_W T^{n+1}(i, j - 1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega^{n+1}(i, j) &= (1 - \delta_{\omega})\omega^n(i, j) \\ &+ \left(\frac{\delta_{\omega}}{a_p} \right) [a_N \omega^n(i + 1, j) + a_S \omega^{n+1}(i - 1, j) + a_E \omega^n(i, j + 1) + a_W \omega^{n+1}(i, j - 1)] \end{aligned}$$

$$\psi^{n+1}(i, j) = (1 - \delta_\psi)\psi^n(i, j) + \frac{\delta_p}{2} \left[\frac{1}{(\Delta\eta)^2} + \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \right]^{-1} \left[\frac{\psi^n(i+1, j) + \psi^{n+1}(i-1, j)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\psi^n(i, j+1) + \psi^{n+1}(i, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + H^2(i, j)\omega^{n+1}(i, j) \right]$$

Avec:

n : ordre de l'intégration.

$\delta_T, \delta_\omega, \delta_p$: sont les **facteurs de relaxation**. Leurs valeurs dépendent, en principe, de la valeur du nombre de Rayleigh (Ra).

Le code de calcul permet de résoudre les équations de la façon suivante :

- 1 - Initialisation des valeurs de chaque variable au sein du maillage.
- 2 - Calcul de la distribution de la température.
- 3 - Calcul de la vorticité.
- 4 - Calcul de la distribution de la fonction de courant.
- 5 - Le processus itératif répète jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement significatif de la valeur de ψ par rapport au critère de convergence suivant :

$$\left| \frac{\max\psi^{n+1} - \max\psi^n}{\max\psi^{n+1}} \right| \leq 10^{-8}$$

- 6 - Le même critère est utilisé pour la température.
- 7 - Le même critère est utilisé pour la vorticité.
- 8 - Calcul des composantes de la vitesse.
- 9 - Stockage des valeurs de T, ω et ψ .

Chapitre 4 :

RÉSULTATS
ET
DISCUSSIONS

I. Introduction :

Après la représentation des phénomènes physiques, et la résolution numérique du système d'équations qui s'est réduit aux équations de Navier- Stokes et l'équation de la chaleur, les équations qui les gouvernent et les méthodes de résolution de ces équations, nous avons élaboré un code de calcul en langage FORTRAN afin de simuler le processus de la convection naturelle sous serres agricoles. A l'aide de ce dernier nous avons obtenu des résultats que nous avons comparés à des résultats existant dans la littérature [6] et [11], dans le but de valider les modèles utilisés.

Nous avons présenté nos résultats pour des nombres de Rayleigh (Ra) variant de 500 à 10^6 ainsi que pour des facteurs de forme $0 < f < 1$. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques et de champs d'écoulements et de température.

II. Effet du maillage :

Dans ce travail plusieurs maillages ont été utilisés pour des nombres de Rayleigh (Ra) variant de 500 à $1.4 \cdot 10^6$, et $\gamma = 0^\circ$, pour voir leur effet sur les résultats. Le tableau 4.1 et la figure 4.1 illustrent la variation de la valeur maximale de la fonction de courant en fonction du nombre des nœuds pour différents Rayleigh, nous remarquons que la solution de ψ_{max} ne change pas de manière significative au-delà du nombre de nœuds (109x51), nous pouvons donc conclure que la solution est indépendante du maillage, et opter pour le maillage (119x55) pour avoir un bon compromis entre précision et temps de calculs.

Maillage		29x11	39x15	49x21	59x25	69x31	79x35	89x41	99x45	109x51	119x55
Ra											
500	E_r %	--	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ψ_{max}	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
1000	E_r %	--	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ψ_{max}	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
7000	E_r %	--	5.88	7.93	0	5.14	0.70	2.11	0.69	0	0.68
	ψ_{max}	1.19	1.26	1.36	1.36	1.43	1.42	1.45	1.46	1.46	1.47
10^4	E_r %	--	4.48	10	1.30	5.26	0	1.25	0.41	0.41	0.81
	ψ_{max}	2.01	2.10	2.31	2.28	2.40	2.40	2.43	2.44	2.45	2.47
10^5	E_r %	--	6.15	2.83	2.92	1.32	0.29	1.60	0.07	0.93	0.14
	ψ_{max}	12.14	12.59	13.13	13.30	13.57	13.61	13.83	13.84	13.97	13.95
$5 \cdot 10^5$	E_r %	--	6.15	2.83	2.92	1.32	1.60	0.64	0.96	0.47	0.62
	ψ_{max}	26.96	28.62	29.43	30.29	30.69	31.18	31.38	31.68	31.83	32.03
10^6	E_r %	--	6.52	2.34	3.22	1.41	1.95	0.67	1.28	0.41	1.08
	ψ_{max}	37.26	39.69	40.62	41.93	42.52	43.35	43.64	44.20	44.38	44.86
$14 \cdot 10^5$	E_r %	--	0.07	2.11	3.31	1.49	2.15	0.75	1.46	0.48	0.97
	ψ_{max}	43.50	46.37	47.35	48.92	49.65	50.72	51.10	51.85	52.10	52.61

Tableau 4.1 Variation de la valeur maximale de la fonction de courant en fonction du nombre des nœuds pour différents Rayleigh

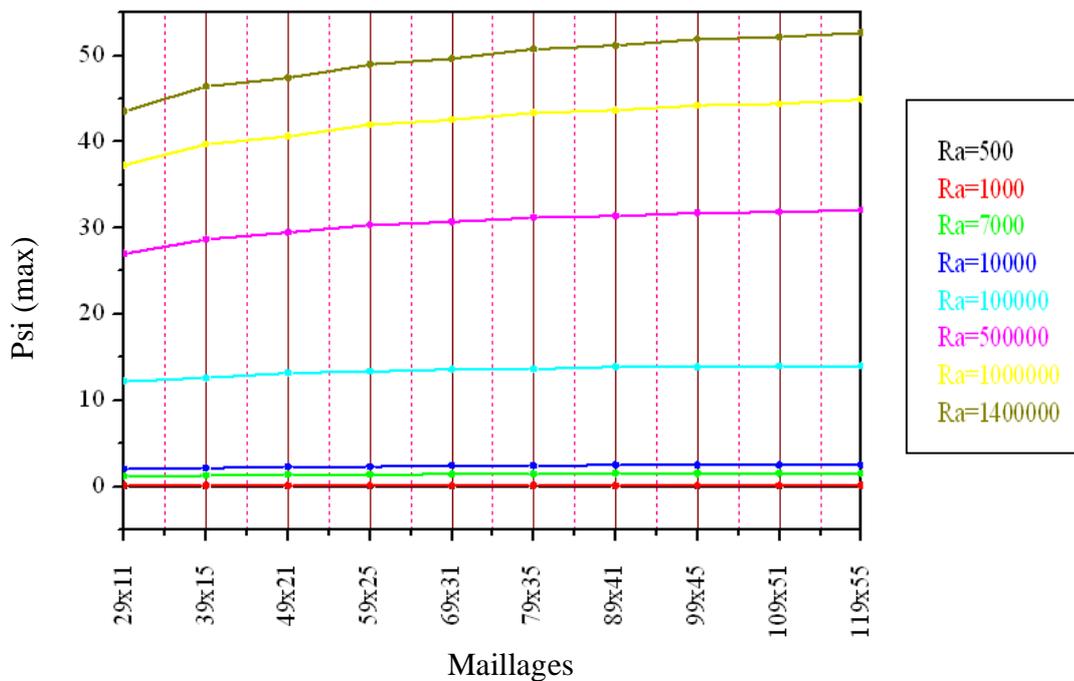


Figure 4.1 : Variation de la valeur maximale de la fonction de courant en fonction du nombre des nœuds pour différents Rayleigh

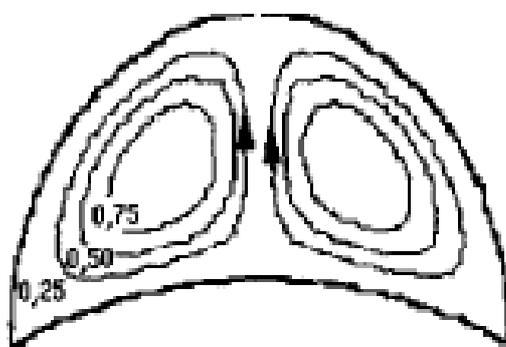
III. Validation du code de calcul :

Le programme numérique développé dans la présente étude a été validé en comparant les résultats obtenus avec deux références.

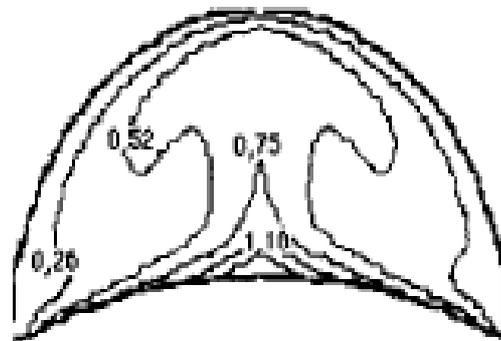
III.1. Première validation:

Zacharia. K, U-Cheul. S, Cheikh. M, Michel .D [5], qui ont étudié la Convection thermique naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle dans des lunules cylindriques d'axe horizontal. Nous avons comparé le profil des isothermes et des lignes de courant issu de nos calculs dans la serre avec leurs résultats.

- Pour $Gr=2.10^6$; $Pr=0.7$ \longrightarrow $Ra= 1,4.10^6$; $\gamma = 0^\circ$

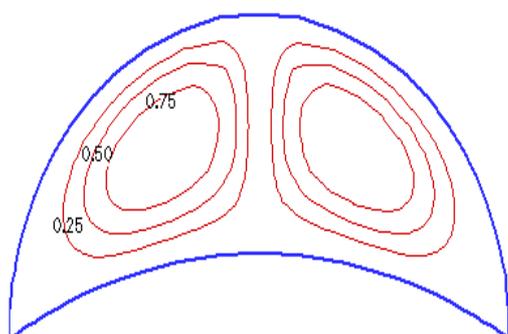


Lignes de courant

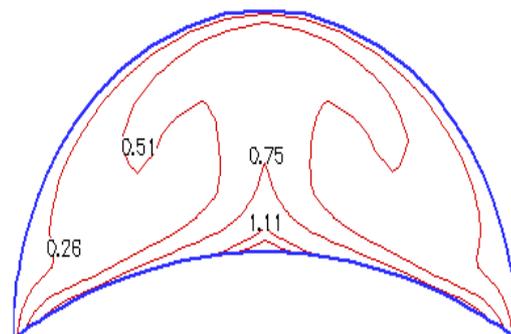


Isothermes

$$\psi_{max} = 38.19$$



Lignes de courant



Isothermes

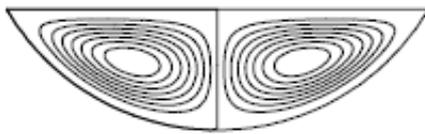
$$\psi_{max} = 38.002$$

Figure 4.2 Comparaisons des lignes des courants et des isothermes issues de nos calculs avec ceux Zacharia.K [5].

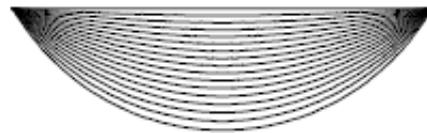
III.2. Deuxième validation:

C.L Chen et C.H Cheng [6], Ont fait une étude numérique et expérimentale sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'un fluide dans une enceinte en forme d'arc. Nous avons comparé le profil des isothermes et des lignes de courant issu de nos calculs dans la serre avec leurs résultats.

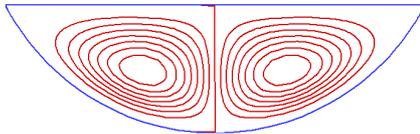
- Pour $Gr=10^4$; $Pr=0.7$ \longrightarrow $Ra= 7.10^3$; $\gamma = \pi$



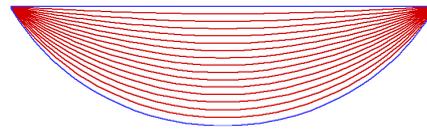
Min. = -0.0714811
Max. = 0.0714811



Min. = 0
Max. = 1



$\psi_{MIN} = -0.072$
 $\psi_{MAX} = 0.072$



Max = 0
Max = 1

Figure 4.3 Comparaisons des lignes de courant et des isothermes issues de nos calculs avec ceux de *Chen et Cheng* [6].

VI. Discussion des résultats :

Nous rappelons que notre objectif est d'analyser l'effet du nombre de Rayleigh et la géométrie, sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'air dans la serre agricole. Pour cette raison, nous avons présenté les isothermes et les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh pour un facteur de forme constant, quand $\gamma=0^\circ$. Ainsi que l'effet de la géométrie de la serre pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^6$.

VI.1. Les isothermes et les lignes de courant :

VI. 1.1. Première géométrie :

❖ *Isothermes :*

Les figures (4.4) et (4.5), représentent les isothermes pour $Ra=5.10^2$ et $Ra=10^3$, qui sont des courbes presque parallèles et épousent assez bien les profils des parois. Dans ce cas la distribution des températures est simplement décroissante du sol vers le toit à l'intérieur de la serre. Nous pouvons dire que les transferts thermiques se font par pseudo-conduction.

Pour la valeur $Ra=10^4$, figure (4.6), les lignes isothermes se modifient sensiblement, ce qui traduit la dominance du transfert convectif.

Cependant pour les valeurs $Ra=10^5$, $Ra=5.10^5$ et $Ra=10^6$ représentées, respectivement par les figures (4.7), (4.8) et (4.9), les lignes isothermes se modifient et finissent par adopter la forme d'un champignon. La distribution de la température est décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide. Le sens de la déformation des isothermes est conforme au sens de rotation des lignes de courant. En régime laminaire, nous pouvons dire que, sous l'action du mouvement des particules qui quittent le bas de la serre, les lignes isothermes se « voûtent » et s'éloignent du sol à cet endroit, ce qui signifie que la convection s'intensifie.

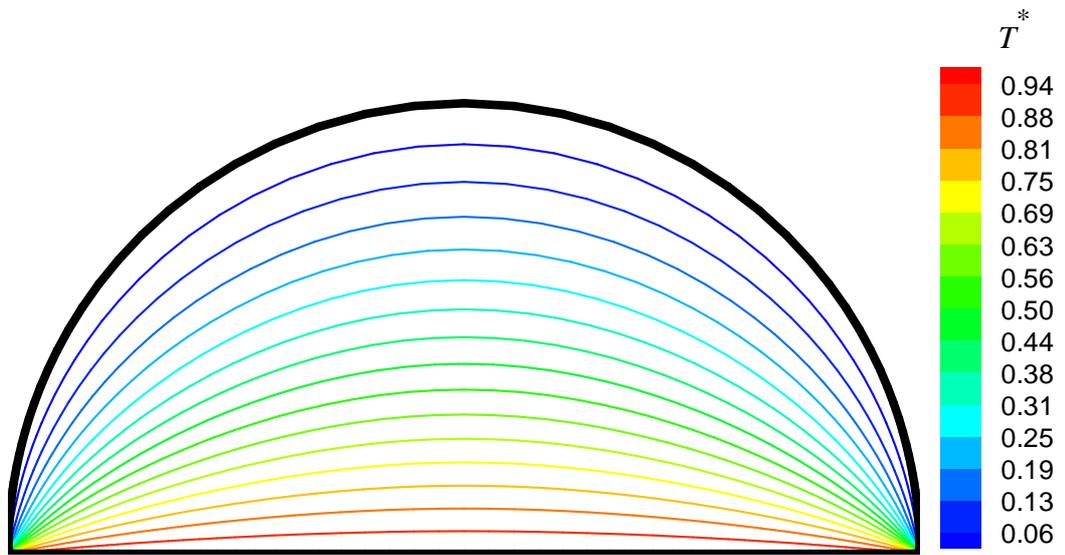


Figure 4.4 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=5.10^2$

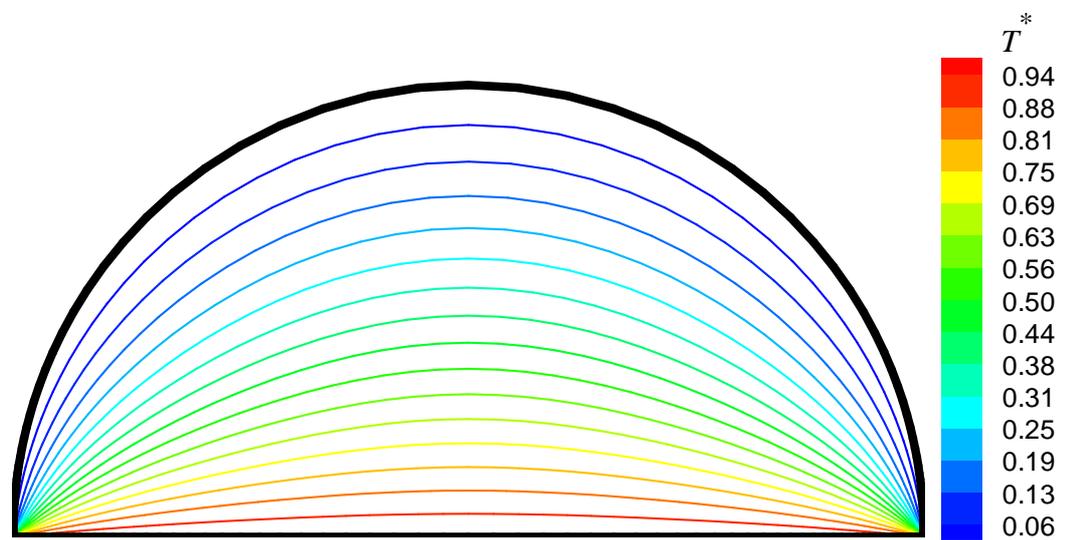


Figure 4.5 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^3$

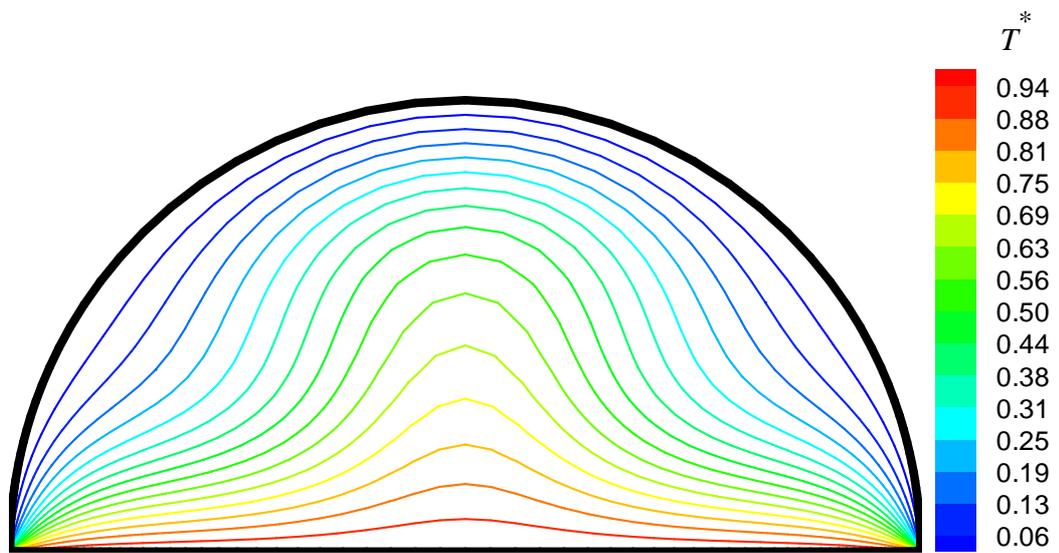


Figure 4.6 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^4$

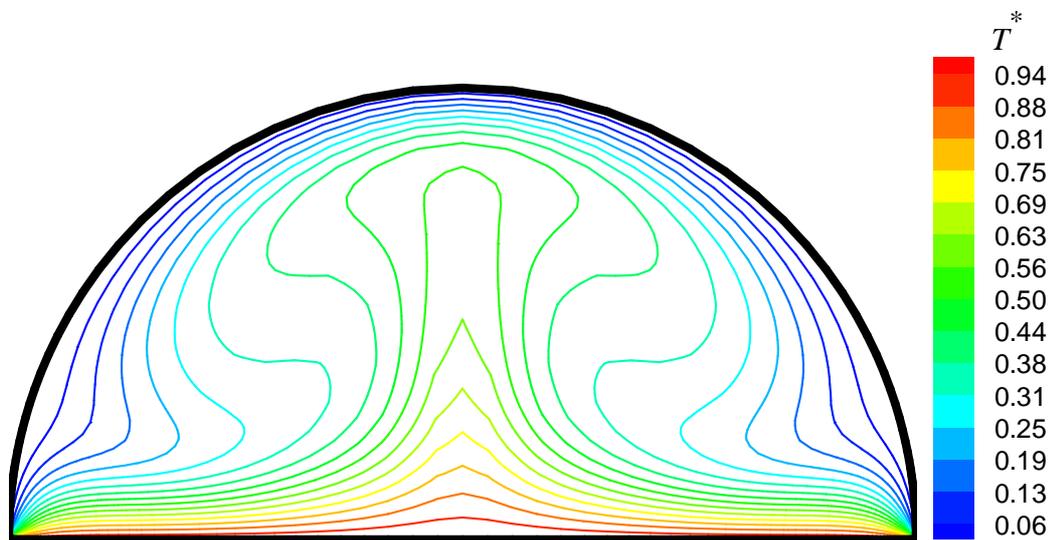


Figure 4.7 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^5$

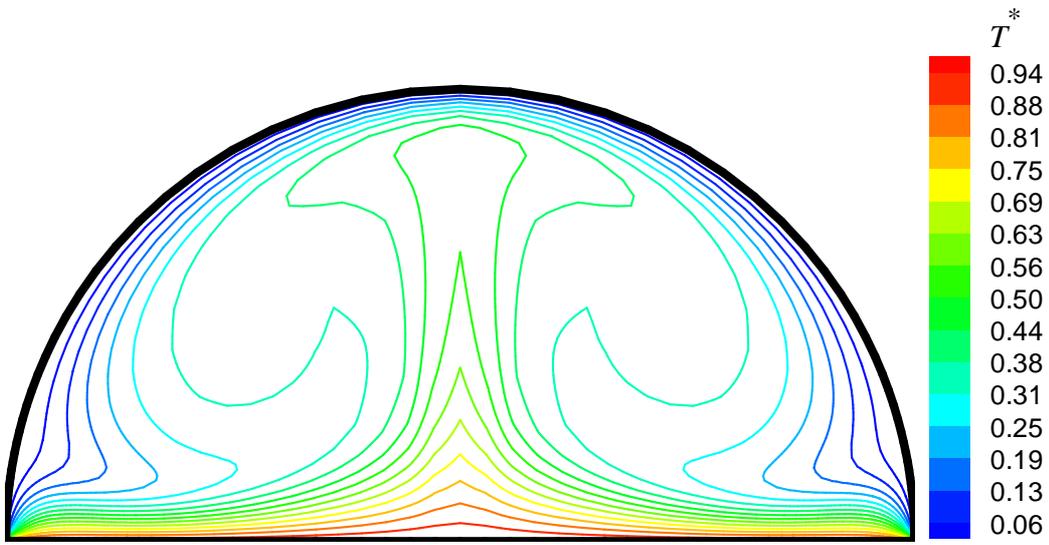


Figure 4.8 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=5 \cdot 10^5$

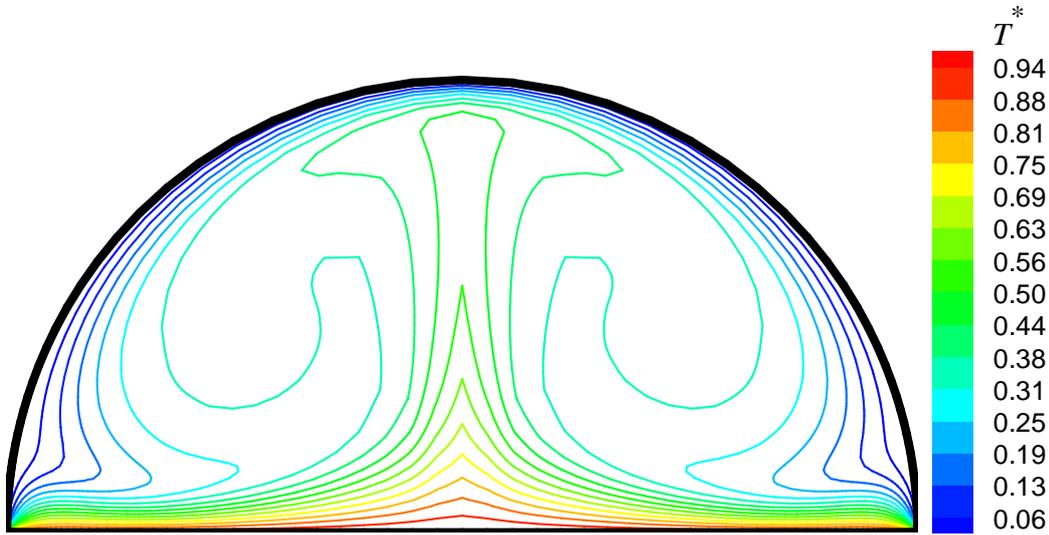


Figure 4.9 : Isothermes pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^6$

❖ *lignes de courants :*

Les figures (4.10), (4.11), (4.12), (4.13), (4.14) et (4.15), représentent les lignes de courant où l'écoulement s'organise en deux cellules principales qui tournent dans des sens opposés, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et pour un facteur de forme f donné.

Pour $Ra=5.10^2$ (cf. figure 4.10), et $Ra=10^3$ (cf. figure 4.11), nous remarquons la présence de deux vortex contrarotatifs, de grandes tailles situés de part et d'autre du plan vertical médian, du côté gauche l'écoulement tourne dans le sens horaire et du côté droit, il est de sens contraire à cause de la structure symétrique de la serre, où les particules du fluide se déplacent vers le haut sous l'action des forces de la poussée d'Archimède. Nous pouvons dire que les transferts thermiques se font par pseudo conduction car les champs des vitesses sont différents de zéro. Les valeurs de la fonction de courant qui sont données sur ces figures sont très petites.

Pour $Ra=10^4$, la figure (4.12) montre que les lignes de courant se modifient sensiblement car les centres des deux vortex se déplacent légèrement vers le milieu de la serre et les valeurs de la fonction de courant mentionnées sur la même figure augmentent aussi sensiblement, ce qui traduit une transformation du transfert conductif au transfert convectif, mais il reste relativement faible,

Quand $Ra=10^5$, 5.10^5 et 10^6 , les figures (4,13), (4,14) et (4,15) illustrent un écoulement caractérisé par deux vortex, qui se déplacent vers le centre en occupant presque la totalité de la serre, ceci montre que l'échange est convectif. En plus, cette structure est expliquée par le fait que l'air froid qui s'échauffe près du sol monte vers le haut et s'écoule le long de la serre. Les valeurs de la fonction de courant sur ces figures augmentent d'une manière significative.

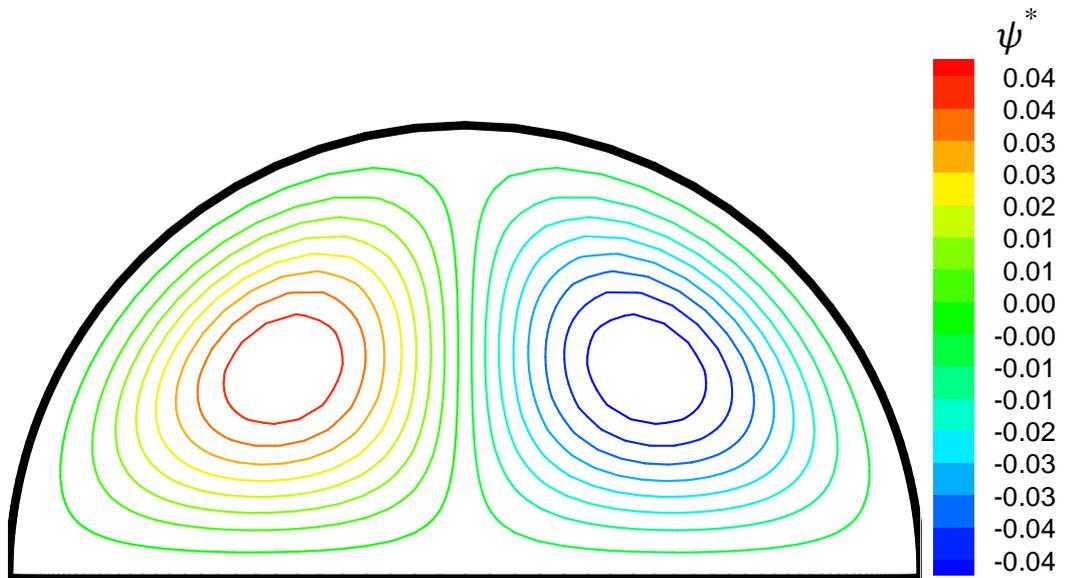


Figure 4.10 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=5.10^2$

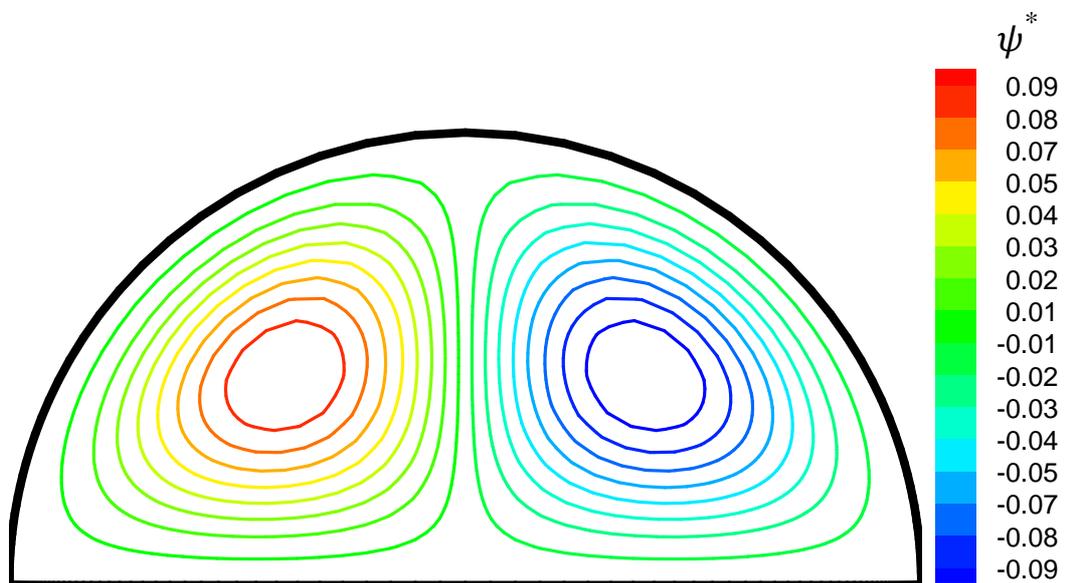


Figure 4.11 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^3$

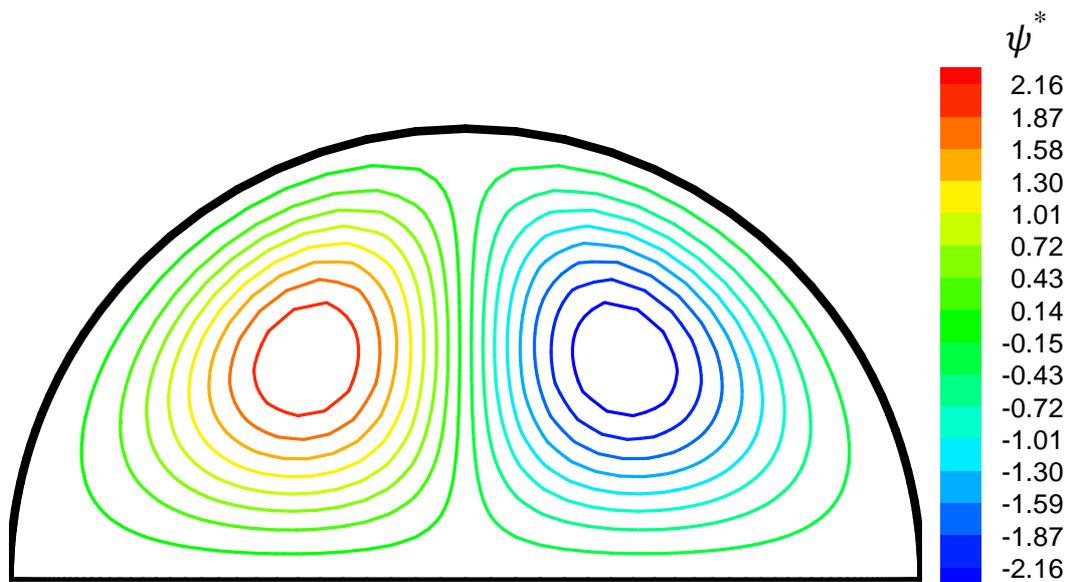


Figure 4.12 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^4$

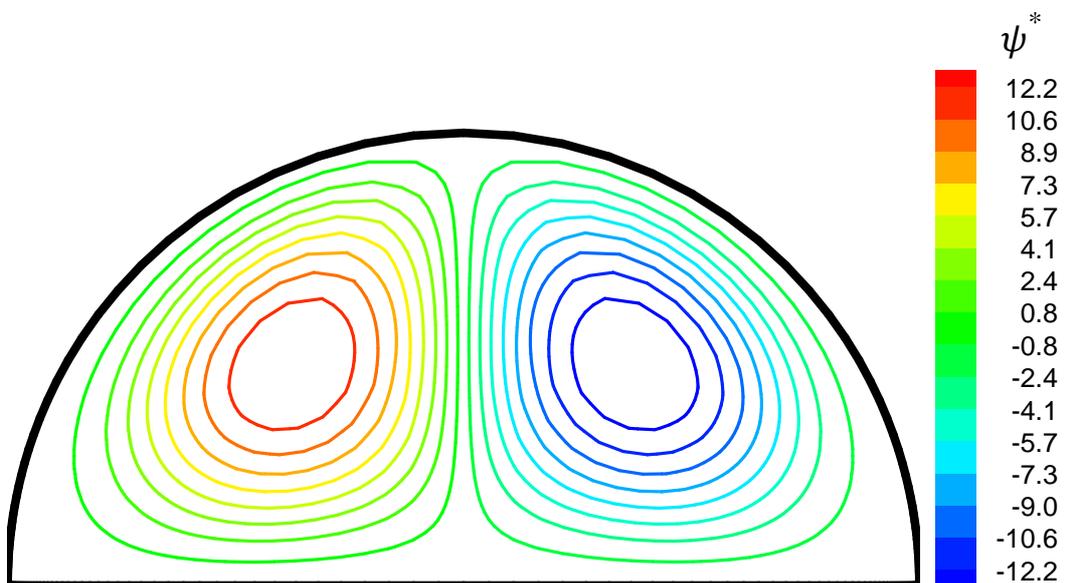


Figure 4.13 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^5$

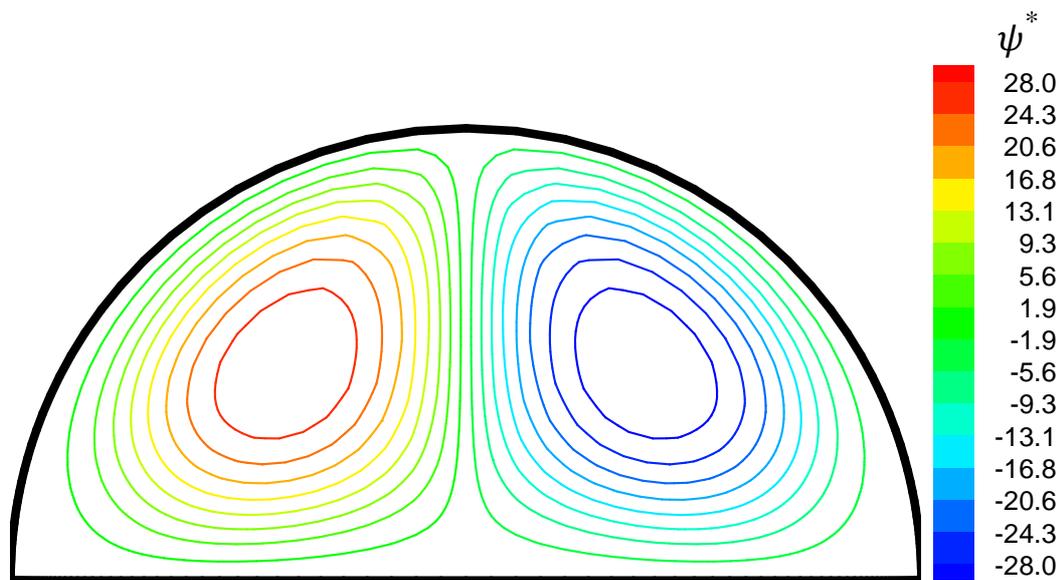


Figure 4.14 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=5.10^5$

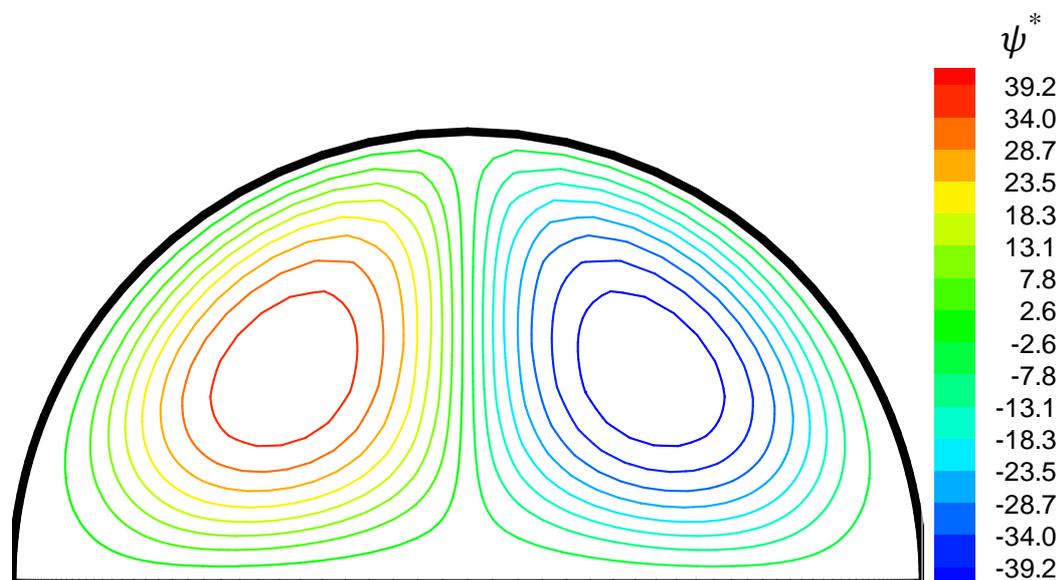


Figure 4.15 : lignes de courant pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^6$

❖ *champs de vitesse :*

La distribution de la vitesse à l'intérieur de la serre agricole dans la configuration géométrique considérée pour les différents nombres de Rayleigh choisis est représentée sur les figures (4.14), (4.15) et (4.16). Nous remarquons que cette vitesse est importante au centre de la serre. Nous observons même un changement d'orientation du vecteur de vitesse sur la moitié supérieure de la serre du côté du toit, qui est caractéristique de la zone de recirculation observée dans la serre.

Le profil de vitesse indique que le mouvement du fluide est plus intense près des parois, quand le nombre de Rayleigh augmente progressivement.

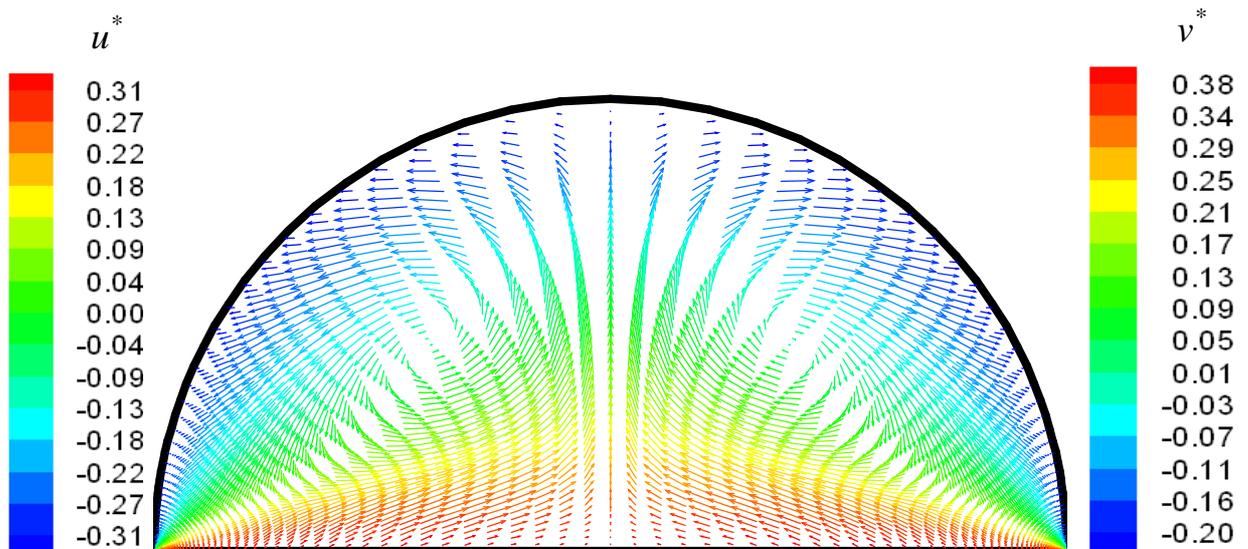


Figure 4.14 : Vecteur vitesse pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^3$

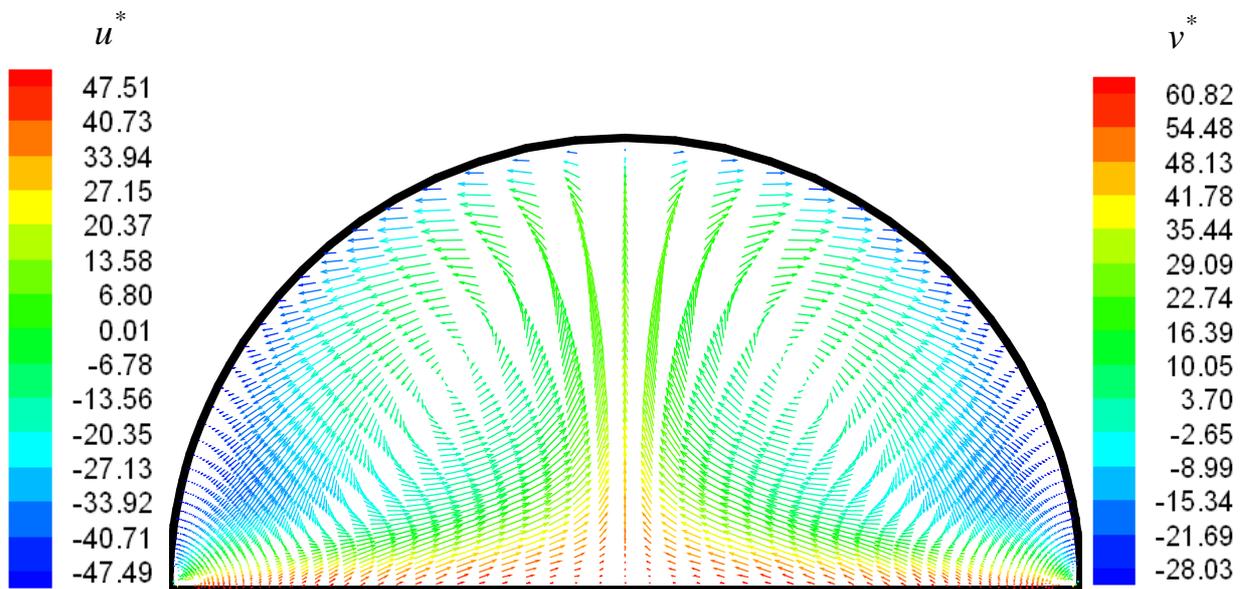


Figure 4.15: Vecteur vitesse pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=5.10^5$

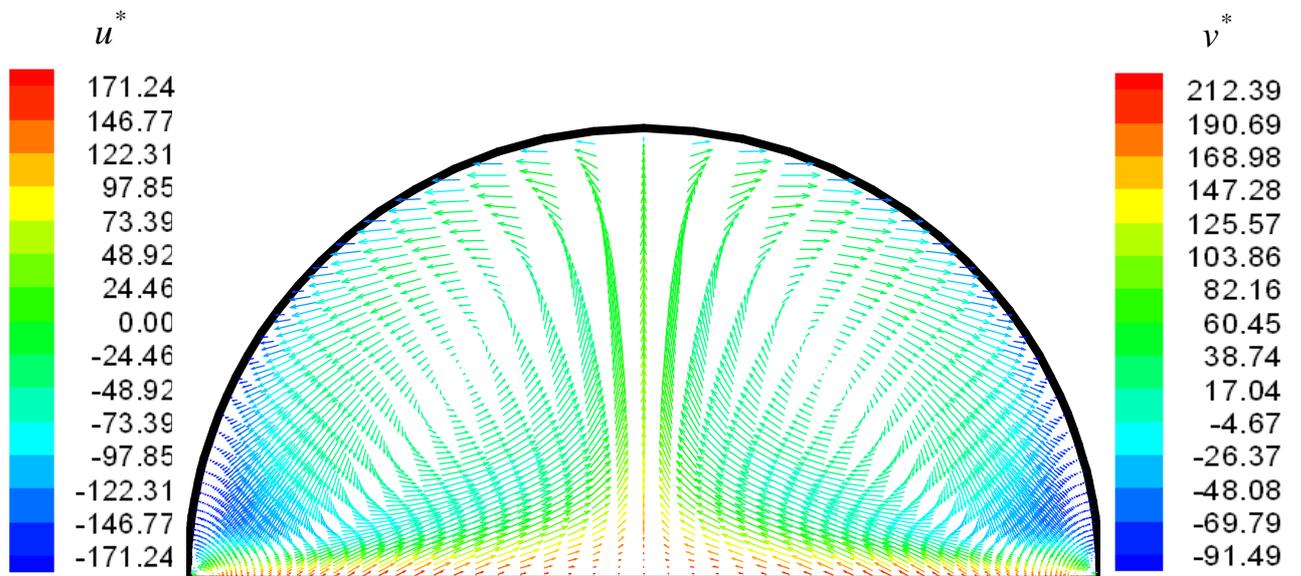


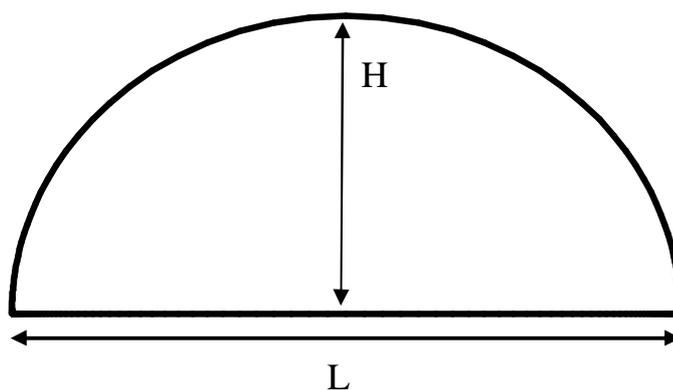
Figure 4.16 : Vecteur vitesse pour la 1^{ère} géométrie et $Ra=10^6$

VI.2. L'effet de la hauteur de la serre :

L'augmentation générale de la hauteur et du volume de la serre de par le monde, et particulièrement dans les régions chaudes, ces vingt dernières années, nous laisse supposer que ce paramètre engendre de lourdes conséquences sur la condition du climat intérieur. Afin d'étudier plus minutieusement ce point, nous avons simulé le climat intérieur de trois serres agricoles identiques (type de base présenté précédemment) ne différant que par leur hauteur, dans des conditions climatiques similaires. Le coût de l'agrandissement d'une serre étant relativement élevé, nous pouvons conclure que, si l'on considère un idéal économique, il n'est pas toujours nécessaire de trop agrandir la serre.

Nous avons vu que la forme de l'arc explique largement le profil ondulatoire de la circulation de l'air à l'intérieur de la serre, ce qui influe directement sur les variations de la température de l'air et des lignes de courant (Figures 4.17 et 4.18). Dans cette section, nous avons essayé d'étudier les conséquences d'une modification de la forme de l'arc et nous avons simulé les schémas du climat interne lors de la réduction de la hauteur de l'arc, passant d'une hauteur élevée à une hauteur basse.

Suite à notre recherche bibliographique nous avons remarqué qu'un facteur de forme a été défini comme suit : $f = L/H$ (longueur divisée par hauteur) [14] ; comme illustré ci-dessous. Dans notre cas nous allons considérer pour la 1^{ère} géométrie (de base) $f=1$.



VI.2.1. Deuxième Géométrie :

L'effet de la géométrie apparaît nettement, l'espace entre la paroi chaude (le sol) et la paroi froide (le toit), diminue c'est à dire que $f = 0,95$. La figure (4.18) qui montre les lignes de courant pour cette géométrie illustre la présence de deux vortex contrarotatifs de grande taille dont les centres se rapprochent davantage du milieu de la serre, avec une diminution de la valeur de ψ_{\max} , nous pouvons donc conclure que la convection naturelle dans la serre est moindre que celle de la géométrie de base à cause de la diminution de l'espace libre de la serre.

$$\checkmark \theta = 1.2 * \frac{\pi}{2}, f = 0.95$$

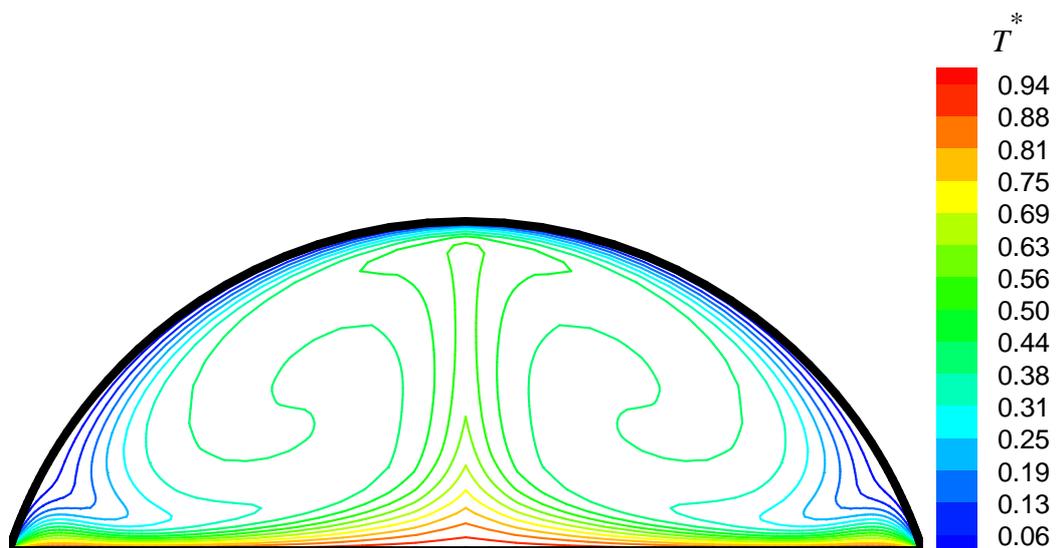


Figure 4.17 : Isothermes pour la 2^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

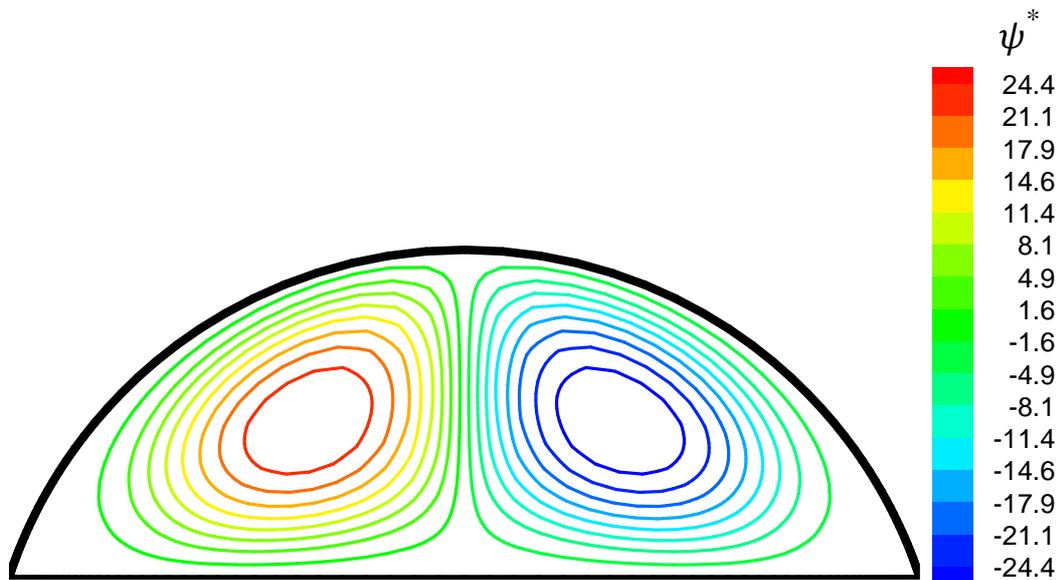


Figure 4.18 : lignes de courant pour la 2^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

VI.2.2. Troisième Géométrie :

Les simulations de la troisième géométrie sont illustrées sur les figures (4.19) et (4.20) qui représentent les isothermes et les lignes de courant pour un facteur de forme $f=0,8$. Nous remarquons donc sur la figure (4.19) un resserrement des lignes isothermes dans les coins gauche et droite de la serre, et ceci est dû aux parois qui sont très proches dans ces endroits, ce qui favorise un transfert conductif et donc l'apparition de zones mortes (cf. figure 4.20)

✓ $\theta = 1.4 * \frac{\pi}{2}, f = 0.8$

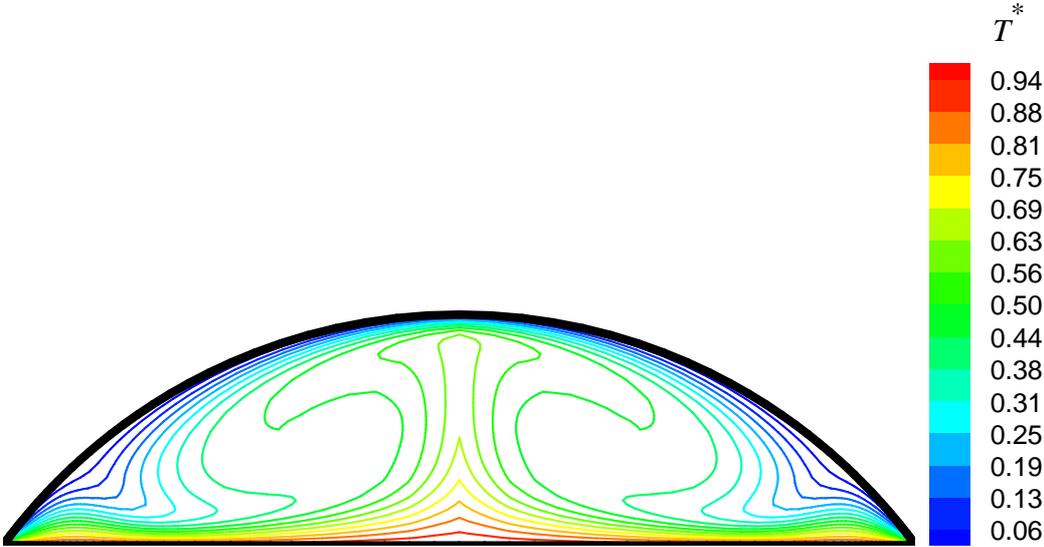


Figure 4.19 : Isothermes pour la 3^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

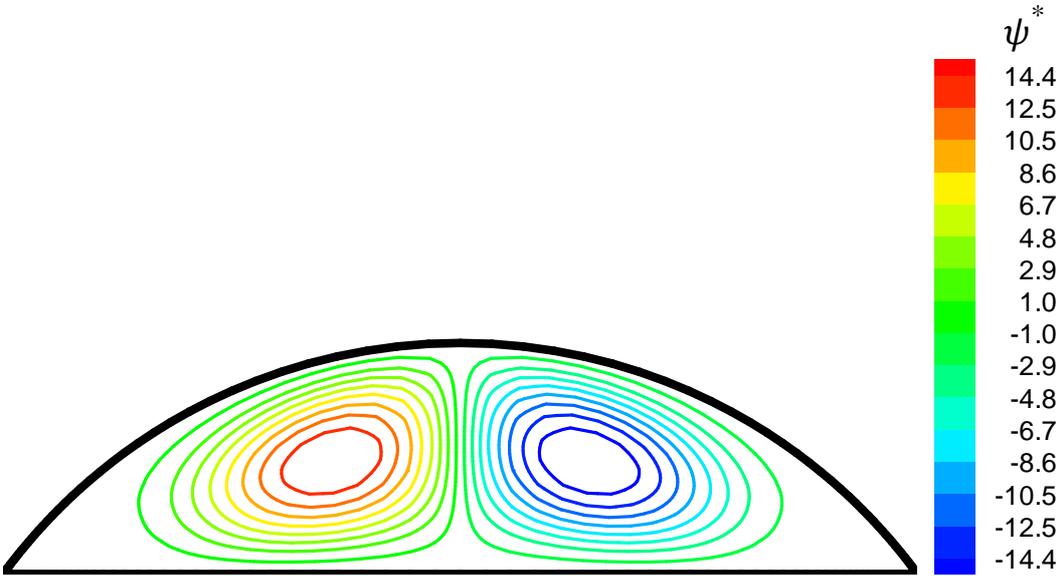


Figure 4.20 : lignes de courant pour la 3^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

VI.2.3. Quatrième Géométrie :

Pour cette géométrie quand le facteur de forme est $f=0.6$, il y a donc une nette diminution de la hauteur de la serre, ce qui rapproche davantage le toit de la serre du sol, Les lignes isothermes de la figure 4.21 deviennent presque parallèles dans les deux coins de la serre (parois encore plus proche dans ces régions là), cette configuration favorise un meilleur transfert par conduction dans ces régions et donc l'apparition de deux zones morte (cf. figure 4.22) qui deviennent plus importantes comparées à celles déjà vues pour la troisième géométrie.

Globalement nous pouvons dire que l'intensité de la convection naturelle diminue comme le dénotent les valeurs de la fonction de courant qui diminuent d'une manière significative comparés aux géométries vues précédemment.

$$\checkmark \theta = 1.6 * \frac{\pi}{2}, f = 0.6$$

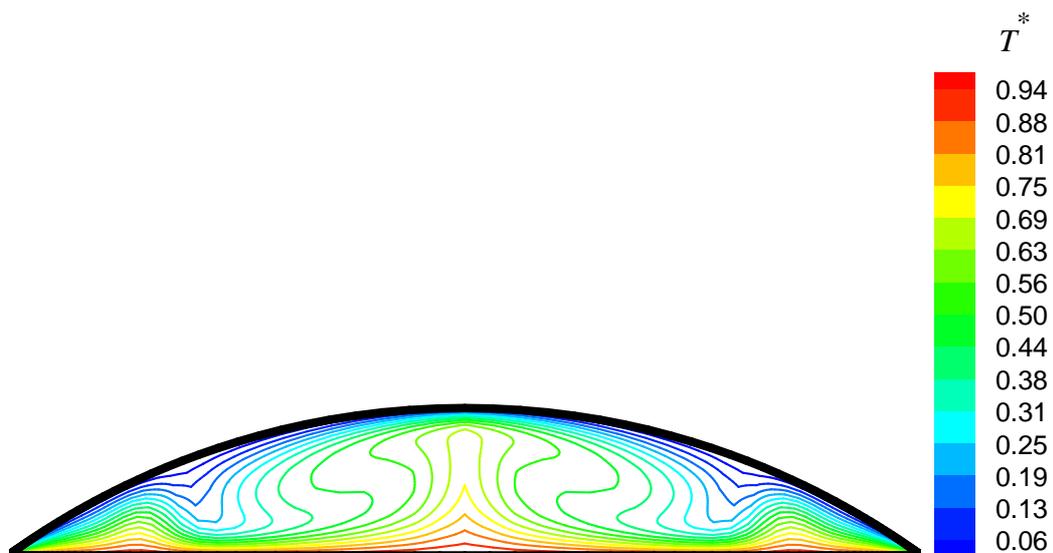


Figure 4.21 : Isothermes pour la 4^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

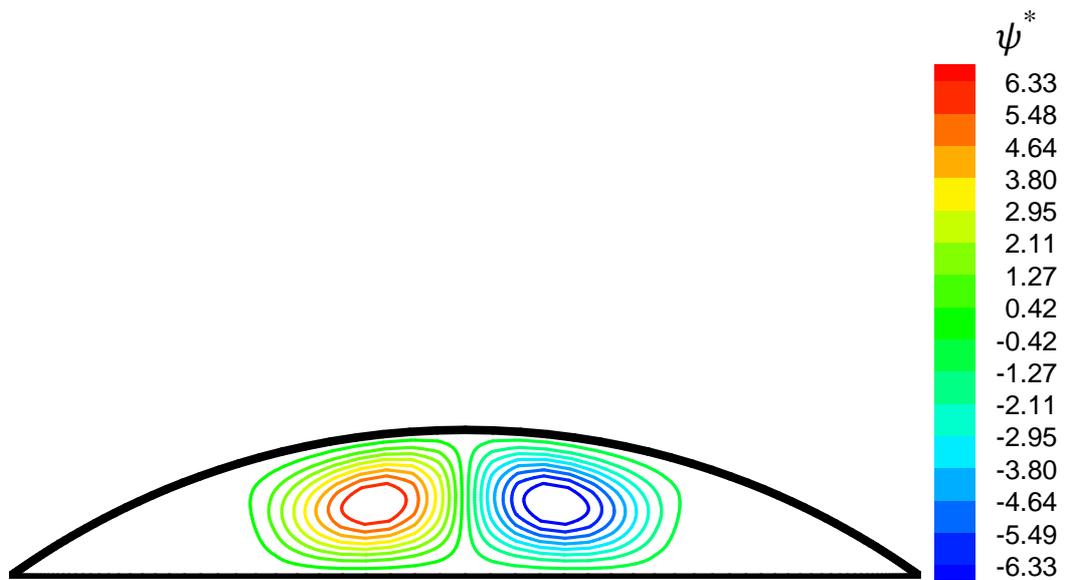


Figure 4.22 : lignes de courant pour la 4^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

❖ *champs de vitesse :*

La distribution de la vitesse à l'intérieur de la serre agricole dans la 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} configurations géométriques considérées pour les différentes hauteurs choisies est représentée sur les figures (4.23), (4.24) et (4.25). Nous remarquons que la vitesse de l'écoulement diminue au fur et à mesure que la hauteur de la serre diminue et que dans les deux coins extrêmes gauche et droit de la serre nous avons une vitesse presque nulle qui confirme ce qui a été avancé au paragraphe VI.2.3 quant à l'existence de deux zones mortes dans ces régions là.

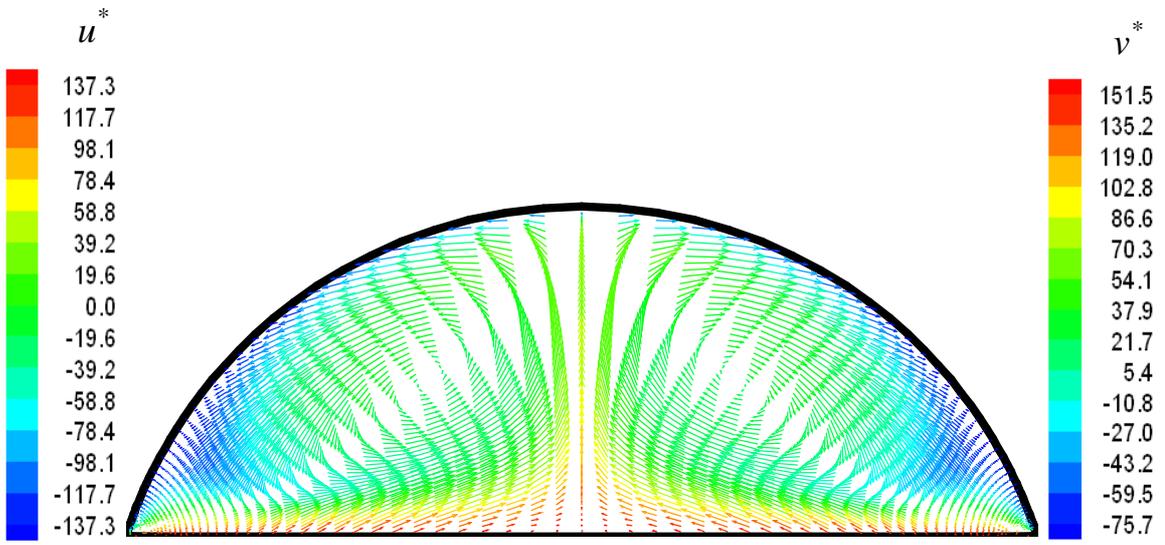


Figure 4.23 : Vecteur vitesse pour la 2^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

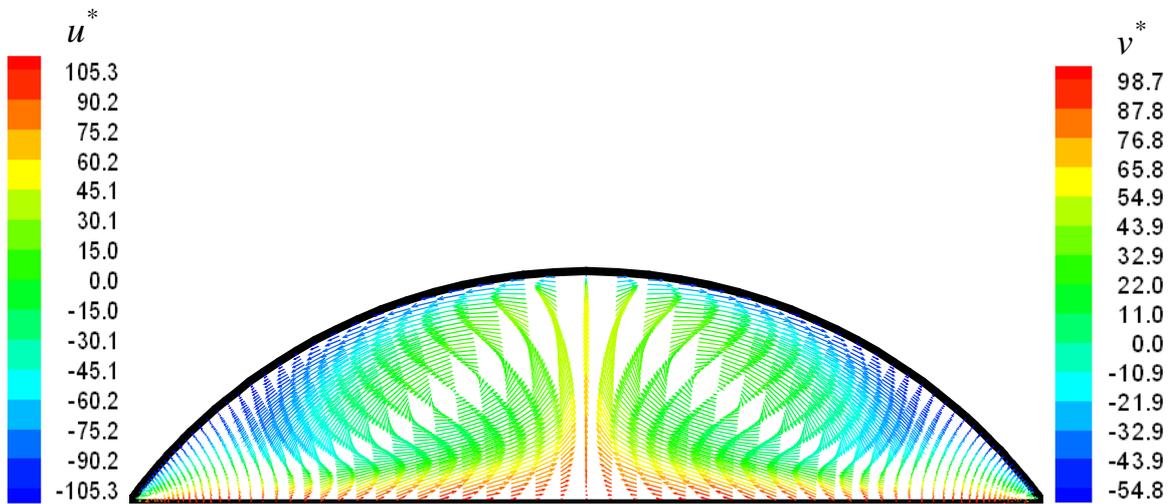


Figure 4.24 : Vecteur vitesse pour la 3^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

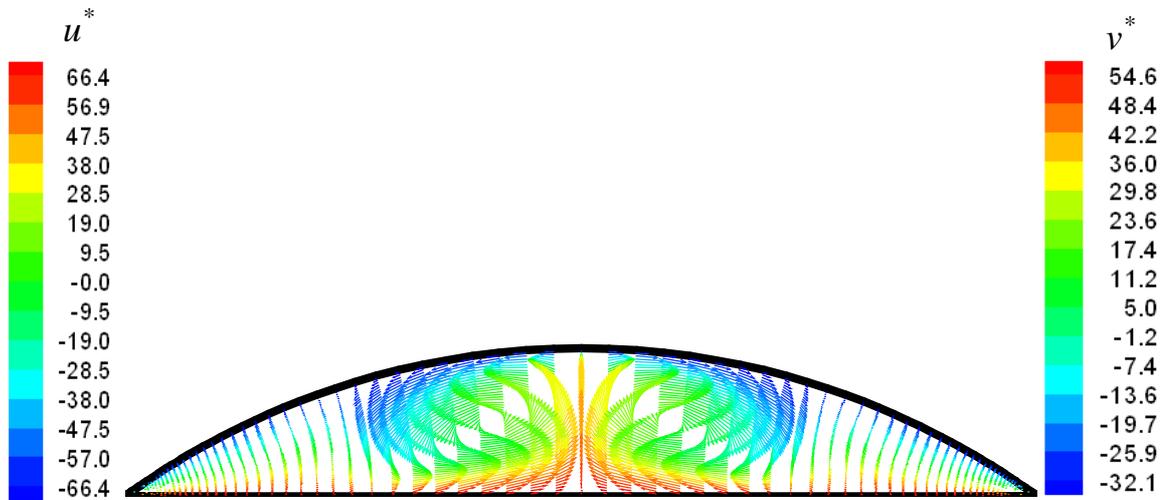


Figure 4.25 : Vecteur vitesse pour la 4^{ème} géométrie et $Ra=10^6$

VI.3. Distribution de la température dans la serre agricole :

Dans ce qui suit nous allons présenter la distribution de la température au sein de la serre, pour ce faire nous avons tracé quatre axes **B**, **C**, **D** et **E** aux abscisses $x_B=L/8$, $x_C=L/4$, $x_D=3*L/8$ et $x_E=L/2$, comme l'illustre bien la figure (4.26).

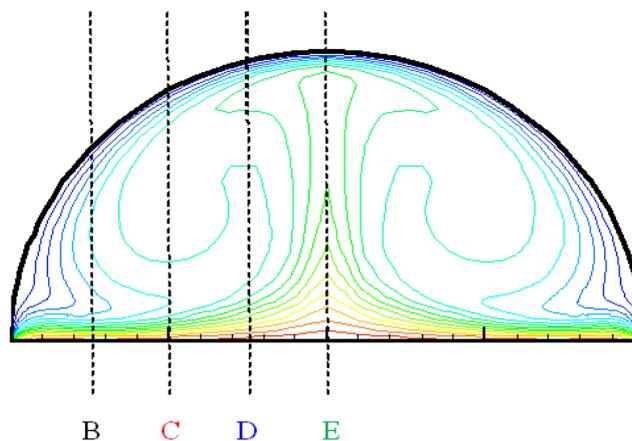


Figure 4.26 : les positions des axes pour l'étude de la variation de la température dans la serre.

Les figures (4.27.a) et (4.27.b) montrent la distribution de la température suivant les quatre axes pour la première géométrie pour $Ra=1000$ et $Ra=10^6$

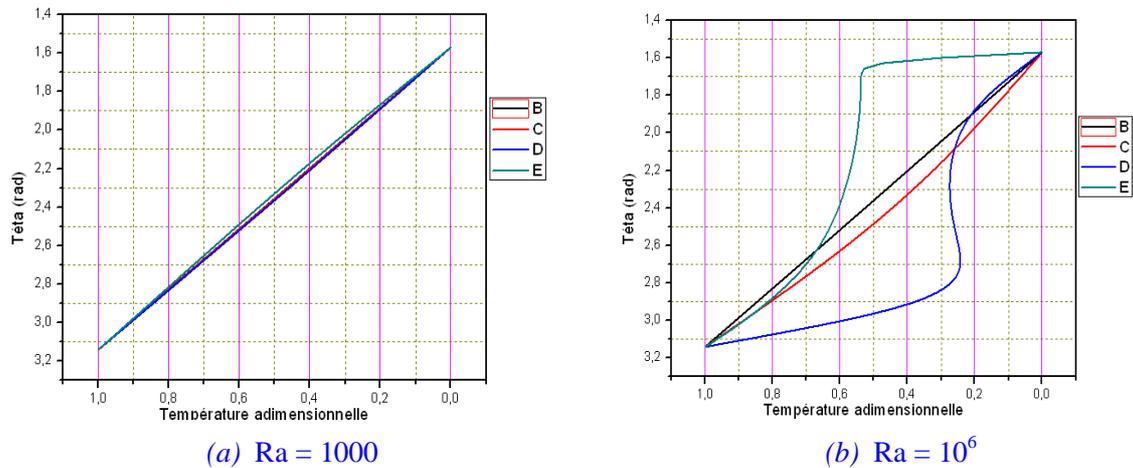


Figure 4.27 : Distribution de la température suivant les 4 axes pour la 1^{ère} géométrie

Sur la figure (4.27.a) pour $Ra=1000$ l'allure rectiligne de la courbe signifie que la variation de la température le long des quatre axes correspondant aux quatre régions distinctes de la serre, se fait de la même manière avec la variation de la hauteur, ceci nous amène à conclure que, nous avons une stratification de notre fluide au sein de la serre, c'est à dire que la température est décroissante tout simplement de la paroi chaude à la paroi froide, nous sommes en présence d'un régime pseudo-conductif, c'est-à-dire que la conduction domine la convection.

Par contre sur la figure (4.27.b) pour $Ra=10^6$, nous remarquons que dans les axes **B** et **C**, l'allure de la courbe reste rectiligne ce qui signifie que dans cette région, la conduction est favorisée et ceci est dû au fait que les deux parois sont plus proches dans cette région là, alors que sur les axes **D** et **E**, l'allure change. Sur l'axe **E** la température décroît uniformément, jusqu'à une hauteur où la température continue à décroître dans la région voisine du toit ce qui explique le resserrement des lignes isothermes vers le haut de la serre comme le montre la figure (4.26). Sur l'axe **D** le resserrement des lignes isothermes que montre la figure (4.26), se fait près de la paroi chaude, ceci est illustré par l'allure de la courbe **D** qui montre que la température décroît vite dans la région voisine de cette paroi, alors qu'elle décroît

uniformément plus haut dans la serre. Ces deux configurations prouvent que le transfert convectif est favorisé.

Les figures (4.28.a), (4.28.b) et (4.28.c) illustrent la distribution de la température respectivement dans la deuxième, la troisième et la quatrième géométrie :

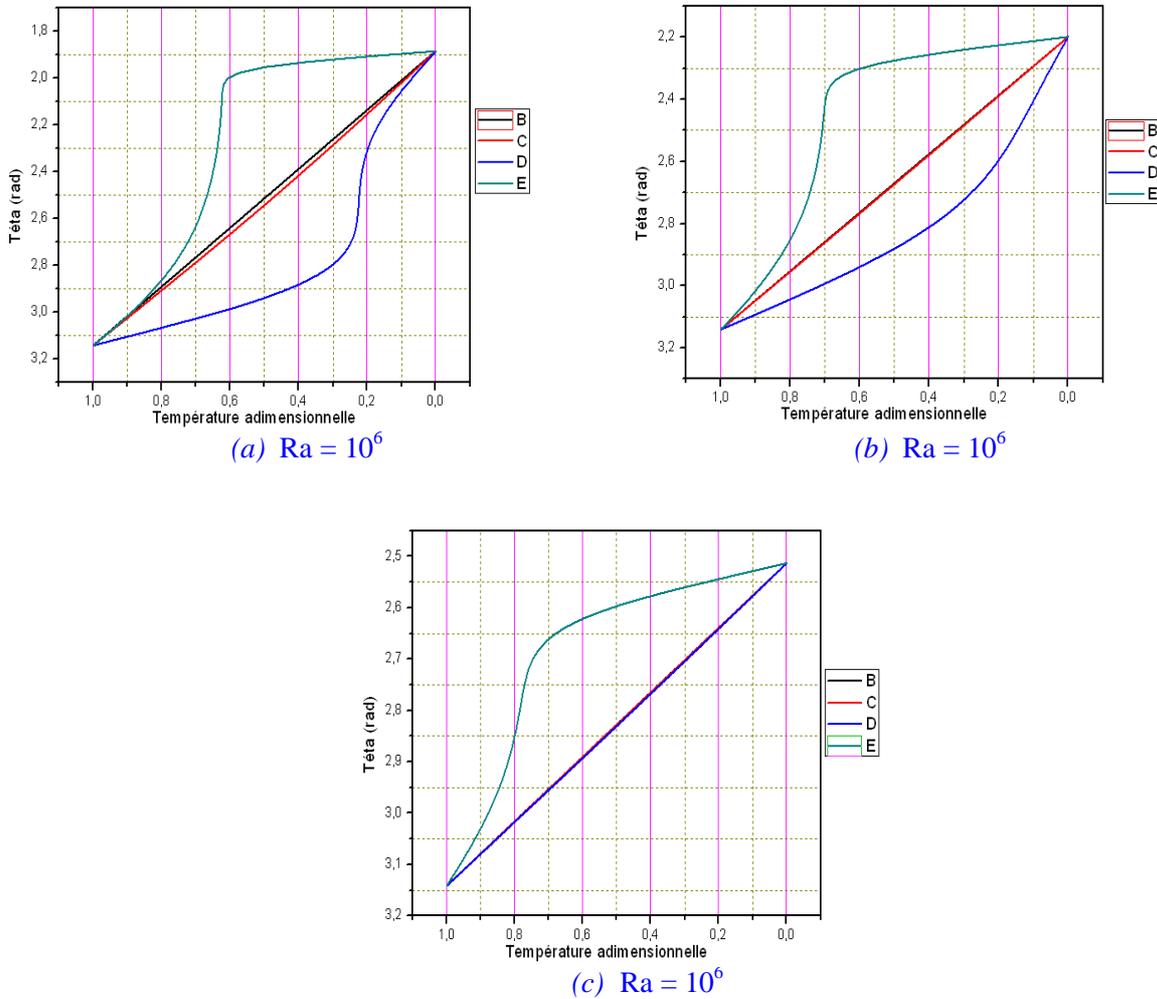


Figure 4.28 : Distribution de la température suivant les 4 axes pour a) 2^{ème}, b) 3^{ème}, et c) 4^{ème} géométrie.

Quand on diminue la hauteur de la serre figure (4.28), dans les axes **B**, **C** et **D** la région est de plus en plus serrée dans ces dernières géométries que dans la première géométrie, nous remarquons sur les figures (4.28.a), (4.28.b) et (4.28.c) que l'allure de la courbe devient de plus en plus rectiligne au fur et à mesure que l'hauteur de la serre diminue.

Ce qui signifie que la variation de la température le long des trois axes correspondant à ces trois régions est presque la même, nous déduisons que la température dans ces régions là

est tout simplement décroissante de la paroi chaude à la paroi froide et que nous sommes en présence d'un régime pseudo-conductif, c'est-à-dire que la conduction domine la convection.

Mais pour l'axe E , l'allure varie, entraînant une variation de la température, nous retenons que lorsque la hauteur baisse, le transfert par convection diminue.

CONCLUSION

CONCLUSION

Nous avons étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle laminaire et permanente sous serre tunnel fermée, l'effet du nombre de Rayleigh, et la géométrie sur la convection naturelle ont été analysés.

Pour cela nous avons opté pour un modèle basé sur la résolution numérique de la convection naturelle, en régime laminaire et permanent, en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant en coordonnées bicylindriques, ce modèle repose sur l'hypothèse de Boussinesq et sur la bidimensionnalité de l'écoulement, Nous avons mis au point un code de calcul numérique (FORTRAN), basé sur une méthode aux volumes finis, qui permet de déterminer les champs de température et la distribution de la fonction de courant dans la serre, pour des conditions de chauffage isothermes (T_C pour le sol et T_F pour le toit, avec $T_C > T_F$).

Les résultats des simulations numériques ont montré, que la conduction est le régime de transfert de chaleur dominant, pour des nombres de Rayleigh inférieurs à 10^4 , et la convection naturelle c'est pour des nombres de Rayleigh supérieurs à 10^4 pour tous les cas traités.

Les résultats ont montré aussi que pour un nombre de Rayleigh et une température du sol uniforme donnés, les caractéristiques géométriques de la serre étudiée influent beaucoup sur le transfert. La première géométrie est donc la meilleure quand nous avons considéré le plus grand espace entre le sol et le toit de la serre.

Avec le développement des moyens de calculs la simulation numérique devient de plus en plus un outil très intéressant pour la prédiction des phénomènes pouvant se produire à l'intérieur des cheminées solaires, nous pouvons donc à ce titre envisager pour des investigations futures des études de situations plus intéressantes et plus proches de la réalité,

CONCLUSION

telles que :

- ✓ Etude des aspects qui influent sur la ventilation naturelle des serres (La position et les tailles des ouvrants, la vitesse du vent et sa direction, l'orientation de la serre et ses dimensions,).
- ✓ Etude numérique tridimensionnelle des transferts thermiques dans ces systèmes, en utilisant la formulation en variables primitives (vitesse-pression).
- ✓ Analyse thermo-hydrodynamique en utilisant les modèles de turbulence.
- ✓ Etude des transferts de chaleur et de masse sous serre.
- ✓ Etude des transferts de chaleur et de masse en présence du rayonnement solaire.

ANNEXES

I. Introduction :

Dans le référentiel bipolaire représenté sur la figure (1.1), nous observons dans le plan (x, y) deux groupes de cercles:

- Les cylindres définies par $u = \text{constante}$, tracés autour des deux pôles $x = -a$ et $x = +a$, centrés sur l'axe (x) .
- Les cylindres définis par $v = \text{constante}$, centrés sur l'axe (y) .

La translation de ces cercles parallèlement à l'axe (z) engendre une famille de cylindres.

Les coordonnées (η, θ, Z) sont dites "coordonnées bicylindriques". Les surfaces

$\eta = \text{constantes}$ sont des cylindres dont les axes sont dans le plan xz ; Les surfaces

$\theta = \text{constantes}$ sont des cylindres avec des axes dans le plan yz et les surfaces

$z = \text{constantes}$ sont des plans parallèles.

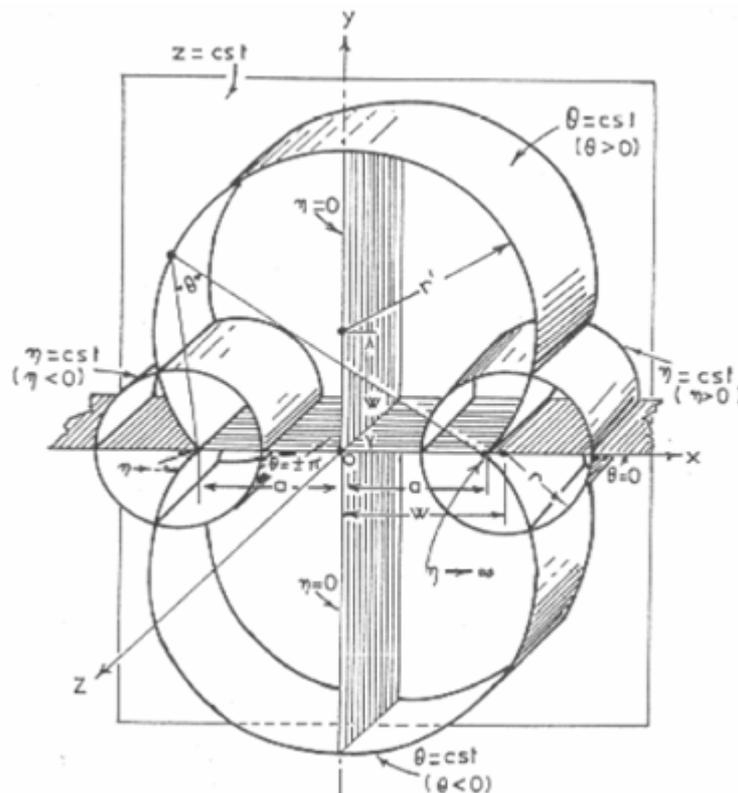


Figure.1.1 : Représentation schématique des coordonnées bicylindriques.

Le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées bicylindriques s'effectue à l'aide des relations suivantes:

$$\begin{aligned} x &= \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ Y &= \frac{a \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$Z = Z$$

Ces formules s'établissent comme suit, d'après la théorie des variables complexes. Considérons la fonction f définie par :

$$f(z) = a \frac{e^{\bar{z}_1} + 1}{e^{\bar{z}_1} - 1}$$

Avec :

$$Z_1 = \eta + i\theta$$

Posons :

$$f(z_1) = x + iy$$

On peut aussi écrire cette fonction sous la forme:

$$f(z_1) = a \coth\left(\frac{\eta + i\theta}{2}\right) \quad (1.2)$$

Considérons la quantité:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\cosh(\eta + i\theta)}{\sinh(\eta + i\theta)} = \frac{e^\eta e^{i\theta} + e^{-\eta} e^{-i\theta}}{e^\eta e^{i\theta} - e^{-\eta} e^{-i\theta}}$$

En développant les termes exponentiels, nous obtenons :

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\cosh(\eta) \sinh(\eta) + i \sin(\theta) \cos(\theta) (\sinh^2(\eta) - \cosh^2(\eta))}{\cos^2(\theta) \sinh^2(\eta) + \sin^2(\theta) \cosh^2(\eta)}$$

Comme:

$$\cosh^2(\eta) - \sinh^2(\eta) = 1$$

Et

$$\cosh(\eta) \sinh(\eta) = \frac{1}{2} \sinh(2\eta)$$

Il vient:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{0.5(\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta))}{\cos^2(\theta) \sinh^2(\eta) + \sin^2(\theta) \cosh^2(\eta)}$$

Soit encore:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta)}{\cosh(2\eta) + \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta)} \quad (1.3)$$

Puisque,

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

La relation (1.3) se ramène à :

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta)}{\cosh(2\eta) + \cos(2\theta)}$$

On en déduit:

$$\coth\left(\frac{\eta - i\theta}{2}\right) = \frac{\sinh(\eta) + i \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)}$$

Introduisons cette valeur dans l'équation (1.2), il vient :

$$x + iy = a \left(\frac{\sinh(\eta) + i \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \right) \quad (1.4)$$

L'identification de la partie réelle à x et de la partie imaginaire à y donne :

$$\begin{cases} x = \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ y = \frac{a \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \end{cases}$$

Les vecteurs unitaires de les cordonnées bicylindrique en fonction des cordonnées cartésiens :

$$\begin{cases} \vec{e}_\theta = \frac{-\sinh(\eta) \cdot \sin(\theta) \vec{i} + (\cosh(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \vec{j}}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ \vec{e}_\eta = \frac{-(\cosh(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \vec{i} - \sinh(\eta) \sin(\theta) \vec{j}}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases}$$

II. Démonstration géométrique :

A partir du système (1.1), on a :

$$\cos(\theta) = \cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \quad \text{et} \quad \sin(\theta) = \frac{y}{x} \sinh(\eta)$$

Soit :

$$\cos^2(\theta) = \left(\cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \right)^2 \quad \text{et} \quad \sin^2(\theta) = \left(\frac{y}{x} \sinh(\eta) \right)^2$$

On en déduit :

$$\left(\cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \right)^2 + \left(\frac{y}{x} \sinh(\eta) \right)^2 = 1$$

Après arrangement, nous obtenons:

$$(x - a \coth(\eta))^2 + y^2 = a^2 (\coth^2(\eta) - 1) \quad (1.5)$$

Comme :

$$a^2 \coth^2(\eta) - a^2 = \frac{a^2}{\sinh^2(\eta)}$$

L'équation (1.5) devient:

$$(x - a \coth(\eta))^2 + y^2 = \frac{a^2}{\sinh^2(\eta)} \quad (1.6)$$

C'est l'équation d'une famille de cercles dont les centres sont situés à l'abscisse $x = a \coth(\eta)$ et de rayon $\frac{a}{|\sinh(\eta)|}$

On remarque que la valeur de ce rayon tend vers l'infini lorsque η devient très petit. Cela signifie que la surface η se réduit au plan yz .

Le centre du cercle se déplace sur l'axe (x) lorsque η varie si bien qu'il est situé en $x=a$, lorsque η tend vers l'infini.

Un calcul analogue conduit à:

$$x^2 + (y - a \cot(\theta))^2 = \frac{a^2}{\sin^2(\theta)} \quad (1.7)$$

Cette équation représente une famille de cercles de rayon $\frac{a}{|\sin(\theta)|}$, qui passe par deux points fixes (pôles) de coordonnées $(x=+a, y=0)$ et $(x=-a, y=0)$.

Dans le système de coordonnées bicylindrique, η varie entre $(-\infty)$ et $(+\infty)$. Les valeurs positives et négatives de η correspondent aux cercles dont les abscisses des centres sont respectivement positives et négatives.

II.1. Coefficients métriques :

En coordonnées cartésiennes, un élément de longueur s'écrit :

$$(\partial s)^2 = (\partial x)^2 + (\partial y)^2$$

En coordonnées polaires (r, θ) , $(ds)^2$ est égal à :

$$(\partial s)^2 = (\partial r)^2 + r^2(\partial \theta)^2$$

Cet exemple nous conduit à écrire, dans le cas général :

$$(\partial s)^2 = h_1(\partial u_1)^2 + h_2(\partial u_2)^2$$

Ou :

u_1 et u_2 sont des coordonnées curvilignes; les quantités h_1 et h_2 , les coefficients métriques qui sont fonction, en général, des coordonnées.

En coordonnées cartésiennes, on a $h_x = h_y = 1$ et en coordonnées bicylindriques:

$$h_\eta = h_\theta = \frac{a}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \quad \text{et} \quad h_z = 1$$

Ces coefficients sont obtenus en utilisant les transformations (1.1) et les définitions suivantes :

$$h_\eta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta}\right)^2 \quad (1.8)$$

$$h_\theta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2 \quad (1.9)$$

$$h_z^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)^2 \quad (1.10)$$

Par suite, nous obtenons:

$$h_\eta^2 = h_\theta^2 = \frac{a^2}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \quad (1.11)$$

$$h_z^2 = 1 \quad (1.12)$$

En connaissant les coefficients métriques, on peut écrire les différentes expressions des gradients, divergences, rotationnels, etc....

$$\overline{grad}\varphi = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \vec{a}_\eta + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \vec{a}_\theta \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{a}_z \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} div \vec{V} = \frac{1}{h} (\cosh(\eta) - \cos(\theta)) & \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} [(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^{-1} u] \right. \\ & \left. + [(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^{-1} v] \frac{\partial}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} rot \vec{V} = & \left[\frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] \vec{a}_\eta + \left[\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right] \vec{a}_\theta + \\ & \frac{\vec{a}_z}{h} (\cosh(\eta) - \cos(\theta)) \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \right) \right. \\ & \left. - \left(\frac{u}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (1.16)$$

Avec :

$\vec{a}_\eta, \vec{a}_\theta, \vec{a}_z$ Vecteurs unitaires suivant η, θ, z .

II.3. Formulation des équations de continuité, de la chaleur et du mouvement dans le système de coordonnées bicylindrique :

II.3.1. Equation de continuité :

En coordonnées curvilignes orthogonales, la divergence du vecteur \vec{V} est donnée par:

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial X_1} h_2 h_3 V_1 + \frac{\partial}{\partial X_2} h_1 h_3 V_2 + \frac{\partial}{\partial X_3} h_1 h_2 V_3 \right] \quad (1.17)$$

Avec :

X_1, X_2, X_3 : Coordonnées curvilignes.

h_1, h_2, h_3 : Coefficient métriques suivant X_1, X_2, X_3 .

V_1, V_2, V_3 : Composantes de vitesses X_1, X_2, X_3 .

Puisqu'en coordonnées bicylindrique, nous avons:

$$\begin{cases} h_1 = h_\eta \\ h_2 = h_\theta \\ h_3 = h_z \end{cases}$$

Alors la relation (1.17) devient :

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (hV_\theta) \right] \quad (1.18)$$

Ainsi $\text{div}(\vec{V}) = 0$, se traduit par:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (hV_\theta) = 0 \quad (1.19)$$

II.3.1. Equation de la chaleur :

L'équation peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\text{grad}} T = \frac{\lambda}{\rho c_p} \text{div}(\vec{\text{grad}} T) \quad (1.20)$$

Compte tenu de l'expression du gradient donnée par la relation (1.13), le premier membre de (1.20) donne :

$$\overrightarrow{(\vec{V}grad)} T = \frac{V_\eta}{h} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad (1.20. a)$$

Des relations (1.13) et (1.18), nous déduisons :

$$div(\overrightarrow{grad} T) = \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] \quad (1.20. b)$$

Nous obtenons donc :

$$\frac{V_\eta}{h} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] \quad (1.21)$$

II.3.2. Equation du mouvement :

L'équation sous la forme suivante :

$$\vec{V} \overrightarrow{grad} \omega = g\beta \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right) + \vartheta div(\overrightarrow{grad} \omega) \quad (1.22)$$

D'après la relation (1.1), nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} dx = \frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} d\eta + \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} d\theta & (1.23. a) \\ dx = -\frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} d\theta - \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} d\eta & (1.23. b) \end{cases}$$

A partir de ces valeurs nous déterminons les valeurs de $d\eta$ et $d\theta$:

$$d\eta = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[\frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} dx - \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} dy \right] \quad (1.24. c)$$

$$d\theta = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[\frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} dy + \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} dx \right] \quad (1.24. d)$$

Par suite on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[\frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \right] \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[\frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \right] \end{cases} \quad (1.25. a)$$

Nous remarquons que :

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \end{cases} \quad (1.25. b)$$

Comme les dérivées partielles de T par rapport à x et y sont définies par :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1.26. a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (1.26. b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[\frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (1.27. a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[-\frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (1.27. b)$$

En portant ces valeurs dans l'expression (1.22), il vient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))}{a} \left[F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (1.28)$$

Avec :

$$\begin{cases} F(\eta, \theta) = \frac{(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ G(\eta, \theta) = \frac{\sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases}$$

Finalement, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{V_\eta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} = \frac{g\beta}{h} \left[F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] + \frac{\vartheta}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \quad (1.29)$$

Les vecteurs de vitesse en coordonnées bicylindrique s'écrit :

$$\begin{cases} U = \frac{-1}{(\operatorname{csch}(\eta) - \cos(\theta))} [(\operatorname{csch}(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \cdot U_\eta + (\sinh(\eta) \cdot \cos(\theta)) \cdot U_\theta] \\ V = \frac{-1}{(\operatorname{csch}(\eta) - \cos(\theta))} [(\sinh(\eta) \cdot \sin(\theta)) \cdot U_\eta - (\operatorname{csch}(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \cdot U_\theta] \end{cases} \quad (1.30)$$

II.4. La relation de facteur de forme du système de coordonnées bicylindriques :

Le facteur de forme L/H (longueur divisée par hauteur) :

$$f = \frac{2a}{H} = \frac{2 * \sin(\theta_2)}{(1 - \cos(\theta_1))} ; f \leq 1$$

Avec $\theta_1 = \pi$ (le sol)

$\theta_2 \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$. pour prend la forme réelle de la serre la valeur maximum de

$$\theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Exemple : } \theta_1 = 1.4 * \frac{\pi}{2} = 126^\circ \longrightarrow f = 0.8$$

Avec : $a = 1m ; h = 2.5m$.

I. Introduction :

La prédiction du transfert thermique et des phénomènes qui ont lieu à l'écoulement des fluides peut être obtenue par trois méthodes : l'expérience, le calcul théorique et le calcul numérique.

II. Méthodes de calculs

II.1. L'expérience :

Principe : Par l'expérience, on tente d'isoler ou de reproduire tout ou une part d'un phénomène physique à partir de modèles à l'échelle normale ou réduite.

- **Avantages :** L'expérience fournit l'information la plus sûre sur un phénomène physique (comparée aux modélisations théoriques).
- **Inconvénients :** Les modèles à l'échelle normale sont souvent très coûteux. Les modèles à l'échelle réduite sont moins coûteux mais l'extrapolation des résultats à l'échelle normale est parfois difficile. Les sondes de mesure intrusives génèrent des perturbations et donc représentent des sources d'erreurs.

II.2. Le calcul théorique :

Principe : Le principe du calcul théorique est illustré à la figure 1.1

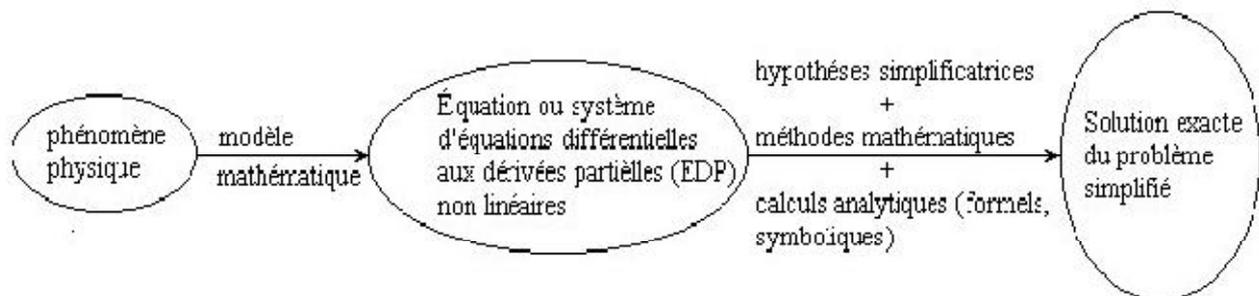


Figure. 2.1 : Le principe du calcul théorique.

Avantage :

On peut dire que le calcul théorique :

- ne nécessite pas, en général, de gros moyens de calcul ;
- n'est pas coûteux ;
- fournit des solutions exactes ;
- fournit des résultats à très grande vitesse.

Inconvénients :

- le domaine d'application est extrêmement limité par rapport à la réalité physique (domaine simplifié) ;
- conditions idéalisées ;
- géométries simples ;
- phénomènes linéaires ou faiblement non linéaires ;
- rarement, peut être appliqué pour les problèmes 3D.

II.3. Le calcul numérique (modélisation et simulation) :

Le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) ou par un système d'EDP est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation dans un système d'équations algébriques.

Principe :

Le principe du calcul numérique est illustré à la figure 1.2.

Les méthodes de discrétisation les plus connues sont :

- méthodes des différences finies (MDF) ;
- méthodes des éléments finis (MEF) ;
- méthodes spectrales (MS) ;
- méthodes des volumes finis (MVF).

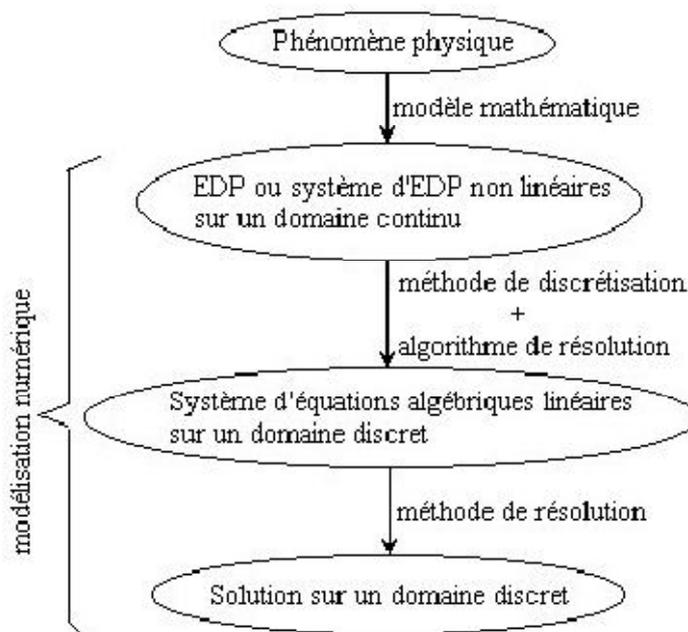


Figure. 2.2 : Le principe du calcul numérique.

Avantage :

Le calcul numérique :

- permet le calcul d'une solution numérique pour presque tous les problèmes pratiques ayant un modèle mathématique ;
- a un coût très faible, ayant une tendance à la baisse ;
- présente de la rapidité (permet de modifier la géométrie, les conditions aux limites, etc.) ;
- présente une information complète sur tous les champs, tous les points et à tout instant ;
- a la possibilité de simuler des conditions réelles exceptionnelles ;
- a la possibilité de simuler des conditions idéales.

Inconvénients

- tout dépend du modèle mathématique initial ;
- difficulté pour sélectionner la "bonne" solution en cas de solutions multiples au problème mathématique ;
- parfois, plus coûteux que l'expérience.

II.4. Le processeur de calcul

Celui-ci peut être réalisé, en général, en utilisant quatre méthodes numériques distinctes : *la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, les méthodes spectrales et la méthode des volumes finis.*

La méthode numérique comporte trois pas distincts :

- ✓ L'approximation de la variable inconnue par différents types de fonctions simples ;
- ✓ Discrétisation par la substitution de l'approximation dans les équations différentielles et l'obtention d'un système d'équations algébriques ;
- ✓ Résolution du système d'équations algébriques.

La principale différence entre les quatre méthodes numériques consiste dans le type d'approximation de la variable inconnue et dans le processus de discrétisation.

Dans cette étude nous sommes choisis la méthode des volumes finis (MVF) qui a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,

II.5. La discrétisation :

Les équations de conservation présentées dans cette étude, peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation, si on note Φ la variable étudiée, chacun des équations peut être réduite à une seule équation générale, on coordonnées bicylindrique selon la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho H u_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{S_\phi}_S \quad (2.1)$$

T : terme transitoire ;

C : terme de convection ;

D : terme de diffusion ;

S : terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable Φ , l'équation de transport s'écrit dans le cas de fluide incompressible, instationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta \phi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta \phi) = \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + S_\phi \quad (2.2)$$

Où Φ est la propriété transportée, Γ indique le coefficient de diffusion et S le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau (2.1) au chapitre II. Seule cette équation (2.2) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de Φ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée.

L'équation (2.2) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (J_\theta) = S_\phi \quad (2.3)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} J_\eta &= HV_\eta\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \\ J_\theta &= HV_\theta\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

J_η et J_θ sont le flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les direction η et θ . La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équation algébrique. L'équation (2.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle et entre deux temps successif t et $t+\Delta t$:

$$\underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial\phi}{\partial t} d\eta d\theta dt}_I + \underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e \left(\frac{\partial J_\eta}{\partial\eta} + \frac{\partial J_\theta}{\partial\theta} \right) d\eta d\theta dt}_{II} = \underbrace{\iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e S_\phi d\eta d\theta dt}_{III} \quad (2.5)$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivant :

- La variable généralisée Φ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions ;
- Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes ;
- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

a) Intégration du flux total :

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme(II)) de l'équation (2.5)) entre t et $t+\Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$II = \iint_{ts}^{t+\Delta t} \int_w^e \left(\frac{\partial J_\eta}{\partial\eta} + \frac{\partial J_\theta}{\partial\theta} \right) d\eta d\theta dt \quad (2.6)$$

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial\eta} (J_\eta) d\eta d\theta + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial\theta} (J_\theta) d\eta d\theta \right] dt \quad (2.7)$$

$$II = \left[\left((J_\eta)_n - (J_\eta)_s \right) \int_w^e d\theta \right] + \left[\left((J_\theta)_e - (J_\theta)_w \right) \int_s^n d\eta \right] \Delta t \quad (2.8)$$

$$II = (J_\eta)_n \Delta\theta\Delta t - (J_\eta)_s \Delta\theta\Delta t + (J_\theta)_e \Delta\eta\Delta t - (J_\theta)_w \Delta\eta\Delta t \quad (2.9)$$

Si on pose :

$$\begin{aligned} j_n &= (J_\eta)_n \Delta\theta & j_s &= (J_\eta)_s \Delta\theta \\ j_e &= (J_\theta)_e \Delta\eta & j_w &= (J_\theta)_w \Delta\eta \end{aligned}$$

Donc l'expression de terme II devient:

$$II = (j_e - j_w + j_n - j_s)\Delta t \quad (2.10)$$

b) Intégration du terme source :

L'intégration du terme source (terme (III)) de l'équation (2.5) entre t et $t+\Delta t$ pour tout le volume de contrôle est :

$$III = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi d\eta d\theta dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n S_\phi d\eta d\theta \right] dt \quad (2.11)$$

En utilisant la troisième supposition, on peut écrire :

$$III = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^n \int_w^e d\eta d\theta dt = \overline{S_\phi} \Delta V \Delta t \quad (2.12)$$

Où $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur ce volume, ΔV est le volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes de résolution des systèmes linéaires. La linéarisation est l'évaluation de la valeur moyenne $\overline{S_\phi}$ qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles valeurs des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p \quad (2.13)$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p , S_p est la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

c) Discrétisation temporelle :

Dans l'équation (2.5) le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre l'instant t et $t+\Delta t$, pour tout le volume de contrôle :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_s^n \int_w^e d\eta d\theta = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dx \Delta V = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta V \quad (2.14)$$

Les exposants 0 et 1 indiquent les temps t et $t+\Delta t$.

Les autres termes (II) et (III) de l'équation (2.5) font appel à des suppositions dans le cas où ϕ_i ($i = E, W, N, S, P$) varie entre l'instant t et $t+\Delta t$. Plusieurs suppositions sont possibles et un grand nombre de celle-ci peut être généralisé par la proposition :

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_i dt = (f \phi_i^1 + (1 - f) \phi_i^0) \Delta t \quad (2.15)$$

Où f est un facteur compris entre 0 et 1.

➤ **Schéma explicite :**

Dans ce schéma, f prend la valeur 0, cela signifie que lorsqu'on remplace (2.15) dans l'équation de discrétisation, ϕ_p^1 est obtenu explicitement en terme de valeurs ϕ_i^0 ($i = E, W, N, S$). On applique donc ce schéma pour calculer ϕ_p^1 à partir de ϕ_i^0 , et on évalue de la même manière ϕ_p^2 à partir de ϕ_i^1 ($i = E, W, N, S$) et ainsi de suite. Donc à chaque pas de calcul, tout se passe comme si on reprenait le problème avec, comme condition initiale, la valeur de ϕ_p obtenue au pas précédent. On comprend bien la nature d'évolution du système, le schéma est dit explicite parce que à chaque fois la valeur de ϕ_p est calculée directement en fonction de ϕ_i ($i = E, W, N, S$) au temps précédent. Le calcul d'après le schéma explicite, est instable et les erreurs s'amplifient rapidement, ce qui rend son utilisation très difficile (Patankar, 1980).

➤ **Schéma de Crank-Nicolson :**

Pour ce schéma, le facteur f prend la valeur 0.5. On détermine ϕ_p^1 en fonction de ϕ_i^0 et ϕ_i^1 ($i=E, W, N, S$). Ce schéma nécessite aussi le respect d'un critère de stabilité, en plus si Δt est grand, on risque d'obtenir des résultats erronés (Patankar, 1980).

➤ **Schéma implicite :**

Pour ce schéma, le coefficient f prend une valeur égale à l'unité. On remarque que la valeur ϕ_p^1 ne peut plus être calculée directement, le schéma est dit alors, implicite. Les coefficients de l'équation de discrétisation sont toujours positifs, il faut remarque que ce schéma implicite est inconditionnellement stable, de plus il donne des résultats satisfaisant.

Dans notre cas, on a choisi le schéma implicite pour $f = 1$ qui présente plusieurs avantages, à savoir : son utilisation pour n'importe quel pas des temps donne un comportement physique satisfaisant, également il simplifie la discrétisation de l'équation de transport.

II.6. Discrétisation spatiale :

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielle revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée ϕ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration.

La forme stationnaire de l'équation (3.5) est :

$$(j_e - j_w + j_n - j_s) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta \eta \Delta \theta \quad (2.16)$$

Où j_e ($i = e, w, n, s$) est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif.

Par exemple :

$$j_e = \left(V_\eta \phi - \Gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right)_e \quad (2.17)$$

On peut utiliser les schémas suivant :

a) Schéma aux différences centrées (CDS) :

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable ϕ entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées ϕ se présentent par une interpolation comme suit :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \end{cases} \quad (2.18)$$

Les parties diffusif sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_n \left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right|_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta \eta)_n} \\ \Gamma_s \left. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right|_s = \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta \eta)_s} \\ \Gamma_e \left. \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right|_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta \theta)_e} \\ \Gamma_w \left. \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right|_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta \theta)_w} \end{cases} \quad (2.19)$$

Remplaçons les formules (3.18) et (3.19) dans l'équation (3.16), on obtient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (2.20)$$

Où :

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{F_s}{2} \end{cases} \quad (2.21)$$

$b = S_c \Delta V$, $D_i = \frac{\Gamma}{\delta x_i}$ est la conductance de la diffusion toujours positif et $F_i = (1.V_i)$ la force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement.

Les coefficients de discrétisation $a_i (i = E, W, N, S)$ rassemblant les flux convectifs et diffusifs.

Les coefficients a_i doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode des volumes finis), mais la relation (3.21), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de l'équation (2.21) écrits en termes du nombre de Peclet (Pe) sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{Pe_e}{2}\right) \\ a_W = D_w \left(1 - \frac{Pe_w}{2}\right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{Pe_n}{2}\right) \\ a_S = D_s \left(1 - \frac{Pe_s}{2}\right) \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec

$$Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(1 \cdot V_i)(\delta x_i)}{\Gamma} \quad (2.23)$$

Pour que ces coefficients soient positifs, le nombre Pe doit être dans l'intervalle $[-2, 2]$ et $S_p \leq 0$. L'application de ce schéma n'est avantageé que si $|Pe| \leq 2$, ceci est réalisé pour des maillages fins.

b) Schéma Upwind (UPS) :

Dans ce schéma, la valeur de la variable ϕ à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Si on considère la figure (3.4), on voit que ce schéma assigne directement $\phi_i (i = e, w, n, s)$, par exemple :

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_P \text{ si } F_e \geq 0 \\ \phi_e = \phi_P \text{ si } F_e < 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Les valeurs de ϕ_w, ϕ_n et ϕ_s sont exprimées par l'opérateur :

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B) \quad (2.25)$$

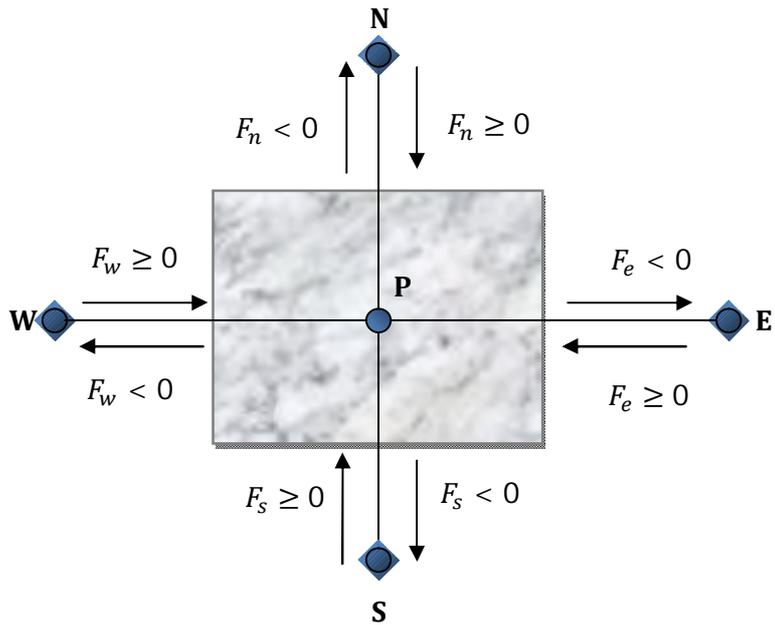


Figure.2.3 : Schéma Upwind

$$\begin{cases} F_e \phi_e = \phi_P \|F_e, 0\| - \phi_E \|-F_e, 0\| \\ F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|-F_w, 0\| \\ F_n \phi_n = \phi_P \|F_n, 0\| - \phi_N \|-F_n, 0\| \\ F_s \phi_s = \phi_S \|F_s, 0\| - \phi_P \|-F_s, 0\| \end{cases} \quad (2.26)$$

En substituant les expressions (3.26) dans l'équation (3.16), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; b = S_C \Delta V$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e + \|-F_e, 0\| \\ a_W = D_w + \|F_e, 0\| \\ a_N = D_n + \|-F_n, 0\| \\ a_S = D_s + \|F_e, 0\| \end{cases} \quad (2.27)$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait que ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel.

c) Schéma Hybride (HDS) :

Ce schéma mis au point Spalading (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind). En appliquant ce schéma, la variable généralisée ϕ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivant :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_P + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \\ \phi_n = \alpha_w \phi_P + (1 - \alpha_w) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_P \end{cases} \quad (2.28)$$

Où les coefficients $\alpha_i (i = e, w, n, s)$ sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } P_e < -2 \rightarrow \text{Schéma Upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |P_e| \leq 2 \rightarrow \text{Schéma centré} \\ 1 & \text{si } P_e > 2 \rightarrow \text{Schéma Upwind} \end{cases} \quad (2.29)$$

En substituant les valeurs prises par la variable ϕ à l'équation (2.16), on aura :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; b = S_C \Delta V$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{array} \right. \quad (2.30)$$

d) Schéma à loi de puissance (PLDS) :

On remarque que $Pe = \pm 2$ l'erreur est maximale, aussi il n'est pas exact de mettre la diffusion égale à zéro pour $|Pe| > 2$. Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS (Power law Differencing scheme) développé par Patankar (1980), qui s'écrit pour le coefficient a_E comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_E = -Pe_e \cdot D_e & \text{si } Pe_e < -10 \\ a_E = ((1 + 0.1Pe_e)^5 - Pe_e) \cdot D_e & \text{si } -10 \leq Pe_e \leq 10 \\ a_E = (1 + 0.1Pe_e)^5 \cdot D_e & \text{si } 0 \leq Pe_e \leq 10 \\ \frac{a_E}{D_e} = 0 & \text{si } Pe_e > 10 \end{array} \right. \quad (2.31)$$

Appliqué à notre cas, l'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V; b = S_C \Delta V$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_e|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_e \right\| \\ a_W = D_w \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_w|)^5 \right\| + \left\| 0, F_w \right\| \\ a_N = D_n \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_n|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_n \right\| \\ a_S = D_s \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_s|)^5 \right\| + \left\| 0, F_s \right\| \end{array} \right. \quad (2.32)$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs $|Pe| \leq 2$,
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclets,
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque $Pe = 2$,
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

Nous avons adopté le schéma en loi de puissance (PLDS) qui donne une bonne approximation polynomiale de la solution de la solution exacte, ainsi une bonne caractéristique de stabilité et de précision des autres schémas, en plus il a été largement utilisé.

RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques :

- [1] *M^{me} LEBBAL Fatiha*. Contribution à l'étude dynamique et thermique de l'air à l'intérieur d'une serre en verre de type Venlo dans les régions des Aurès; les hauts plateaux est d'Algérie (Etude de simulation). Thèse de doctorat de Science en Mécanique énergétique Université El-Hadj Lakhdar Batna. (2010).
- [2] *LEBBAL CHIRINE*. Etude de la convection sous serres fermées et ouvertes en présence de la plante thèse de MAGISTERE En Physique Option : Physique Energétique, Université El-Hadj Lakhdar – Batna. (2008).
- [3] *AZIL Fatima Zohra*. Etude des paramètres climatique, sous serre, chauffée en présence de la plante. thèse de MAGISTERE En Physique Option : Physique Energétique, Université El-Hadj Lakhdar – Batna.
- [4] *Kamel Mesmoudi*. Etude Expérimentale et Numérique de la Température et de l'Humidité de l'Air d'un Abri Serre Installé dans les Haut Plateaux d'Algérie, Région des Aurès. Thèse de doctorat de Science en Mécanique énergétique Université El-Hadj Lakhdar Batna. (2010).
- [5] *Zacharia Kabdi , U-Cheul Shin , Cheikh Mbowl, Michel Daguenet* .Convection thermique naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle dans des lunules cylindriques, Rev Gén Therm (1997) 36, 319-329.
- [6] *Chin-Lung Chen, Chin-Hsiang Cheng*. Buoyancy-induced flow and convective heat transfer in an inclined arc-shape enclosure, International Journal of Heat and Fluid Flow 23 (2002) 823–830.
- [7] *Cheng ping chui and wen ruey.chen*. Transient natural convection heat transfer between concentric and vertically eccentric spheres, Int.J.Heat Mass transfer.(1996). Vol.39No.7.pp.1439-1452.

- [8] *T. Bartzanas , T. Boulard , C. Kittas*. Numerical simulation of the airflow and temperature distribution in a tunnel greenhouse equipped with insect-proof screen in the openings. *Computers and Electronics in Agriculture* 34 (2002) 207–221.
- [9] *Latifa Begum*. Natural and Mixed Convection in a Horizontal Cylindrical Annulus with and without Fins on Inner Cylinder, Thesis submitted to the McGill University in Partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Engineering, Department of Mining and Materials Engineering 3610 University Street, M. H. Wong Building McGill University Montreal, Canada 2007.
- [10] *Serm Janjai, Poolsak Intawee , Jinda Kaewkiew, Chanoke Sritus , Vathsana Khamvongsa*. A large-scale solar greenhouse dryer using polycarbonate cover: Modeling and testing in a tropical environment of Lao People’s Democratic Republic. *Renewable Energy* 36 (2011) 1053-1062.
- [11] *Efrén Fitz-Rodríguez, Chieri Kubota, Gene A. Giacomelli, Milton E. Tignor, Sandra B. Wilson, Margaret McMahon*. Dynamic modeling and simulation of greenhouse environments under several scenarios: A web-based application, *Computers and Electronics in Agriculture* 70 (2010) 105–116.
- [12] *E. Saadjan , A.J.S. Rodrigo , J.P.B. Mota*. Stokes flow heat transfer in an annular, rotating heat exchanger, *Applied Thermal Engineering* 31 (2011) 1499-1507.
- [13] *Toma.N, Da-Wen.S, Jim.G, Richard.F, Vincent.D*. Applications of computational fluid dynamics (CFD) in the modelling and design of ventilation systems in the agricultural industry: A review. *Bioresource Technology* 98 (2007) 2386–2414.
- [14] *Djezzar Mahfoud*. Contribution a l’étude de la convection naturelle dans différents espaces annulaires elliptiques confocaux, soumis a différentes conditions de chauffage. Thèse de doctorat d’état en physique énergétique Université de Mantouri Constantine. (2005).
- [15] *P.Moon,D.E.Spencer*, "Cylindrical and Rotational Coordinate Systems"J. FRANKLIN INST. Vol. 252, (1951).

- [16] *Patankar, S.V.*, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing, New York, USA, 1980.
- [17] *K.Mesmoudi, A.Soudani, B.Zitouni, P.E. Bournet, L.Serir.* Experimental study of the energy balance of unheated greenhouse under hot and arid climates: Study for the night period of winter season. Journal of the Association of Arab Universities for Basic and Applied Sciences (2010) 9, 27–37.
- [18] *Ghernoug Chahinez.* Etude numérique du modèle de Boussinesq de la convection naturelle laminaire, et permanent, entre deux cylindre excentrés horizontaux. Thèse de magistère en physique énergétique. Université de Mantouri Constantine (2008).
- [19] *P.Moon, D.E.Spencer.* Some Applications of photic field theory. JOUR. FRANKLIN INST., Vol 255, (1953).
- [20] *A. Yano; K. Tsuchiya; K. Nishi; T. Moriyama; O. Ide.* Development of a Greenhouse Side-ventilation Controller driven by Photovoltaic Energy. Biosystems Engineering (2007) 96 (4), 633–641.
- [21] *Bougoul.S, Soudani.A, Messaoudi.L.* Caractérisation et modélisation du climat sous serre. Projet de recherche, Comité national d'évaluation et de programmation de la recherche universitaire. Rapport annuel 2005.
- [22] *Ahmed M. Abdel-Ghany, Toyoki Kozai.* Dynamic modeling of the environment in a naturally ventilated, fog-cooled greenhouse. Renewable Energy 31 (2006) 1521-1539.
- [23] *E.F. Nogotov,* Applications of Numerical Heat Transfer, McGraw-Hill book company, New York, (1978).
- [24] *E. Saadjan,* Phénomènes de transport et leurs résolutions numériques, Polytechnica, Paris, (1998)
- [25] *P.J. Roache,* Computational Fluid Dynamics, Hermosa (1982).

- [26] *T. Soriano; J.I. Montero; M.C. Sanchez-Guerrero; E. Medrano; A. Anton; J. Hernandez; M.I. Morales; N. Castilla.* A Study of Direct Solar Radiation Transmission in Asymmetrical Multi-span Greenhouses using Scale Models and Simulation Models. *Biosystems Engineering* (2004) 88 (2), 243-253
- [27] *F.D. Molina-Aiz, D.L. Valera, A.A. Pena, J.A. Gil, A. Lopez.* A study of natural ventilation in an Almeria-type greenhouse with insect screens by means of tri-sonic anemometry. *biosystems engineering* 104 (2009) 224- 242.
- [28] *A. Mezrhab , L. Elfarh a, H. Naji , D. Lemonnier.* Computation of surface radiation and natural convection in a heated horticultural greenhouse. *Applied Energy* 87 (2010) 894–900.
- [29] *M. Teitela,, O. Liran, J. Tanny, M. Barak.* Wind driven ventilation of a mono-span greenhouse with a rose crop and continuous screened side vents and its effect on flow patterns and microclimate. *biosystems engineering* 101 (2008) 111-122.
- [30] *J. C. Roy; T. Boulard; C. Kittas; S. Wang.* Convective and Ventilation Transfers in Greenhouses, Part 1: the Greenhouse considered as a Perfectly Stirred Tank. *Biosystems Engineering* (2002) 83(1), 1-20.
- [31] *H. Majdoubi , T. Boulard , H. Fatnassi, L. Bouirden.* Airflow and microclimate patterns in a one-hectare Canary type greenhouse: An experimental and CFD assisted study. *Agricultural and Forest Meteorology* 149 (2009) 1050-1062.
- [32] *A. Kumar , G.N. Tiwari.* Thermal modeling of a natural convection greenhouse drying system for jaggery: An experimental validation. *Solar Energy* 80 (2006) 1135–1144.
- [33] *A. Ganguly, S. Ghosh.* Model development and experimental validation of a floriculture greenhouse under natural ventilation. *Energy and Buildings* 41 (2009) 521-527.
- [34] *A. Shklyar, A. Arbel.* Numerical model of the three-dimensional isothermal flow patterns and mass fluxes in a pitched-roof greenhouse. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 92 (2004) 1039-1059.

- [35] *T. Boulard; C. Kittas; J.C. Roy; S. Wang.* Convective and Ventilation Transfers in Greenhouses, Part 2: Determination of the Distributed Greenhouse Climate. *Biosystems Engineering* (2002) 83 (2), 129–147.
- [36] *Boulard, T., Haxaire, R., Lamrani, M. A. et Jaffrin, A.* Characterization and modeling of the air fluxes induced by natural ventilation in a greenhouse. *Journal of Agricultural Engineering Research*, (1999). 74: 135-144.
- [37] *Tayebi Tahar.* Processus de la convection naturelle et laminaire dans une cheminé solaire. Thèse de magistère en physique énergie renouvelable. Université de Mantouri Constantine (2010).
- [38] *Souad Najoua, Cheikh Mbowli, Jong Ho Lee , Won Hoon Park, M Daguinet.* Etude numérique du modèle de Boussinesq de convection naturelle laminaire transitoire dans un ellipsoïde de révolution de grand axe vertical rempli d'air. *Rev Gén Therm* (1997) 36, 224-233.
- [39] *C. Sasmal, R.P. Chhabra.* Laminar natural convection from a heated square cylinder immersed in power-law liquids, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. (2011).
- [40] *J.P.B. Motaa, I.A.A.C. Estevesa, C.A.M. Portugala, J.M.S.S. Esperanc, E. Saadjanb.* Natural convection heat transfer in horizontal eccentric elliptic annuli containing saturated porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000) 4367-4379.
- [41] *A. Lefevre , J.P.B. Mota , A.J.S. Rodrigo , E. Saadjan.* Chaotic advection and heat transfer enhancement in Stokes flows, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24 (2003) 310–321.
- [42] *Y.D. Zhu, C. Shu, J. Qiu, J. Tani.* Numerical simulation of natural convection between two elliptical cylinders using DQ method, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 797–808.

- [43] *Y.B. Tao, Y.L. He*. Numerical study on coupled fluid flow and heat transfer process in parabolic trough solar collector tube, *Solar Energy* 84 (2010) 1863–1872.
- [44] *Impron, S. Hemmingb, G.P.A. Botb*. Simple greenhouse climate model as a design tool for greenhouses in tropical lowland, *B IOSYSTEMS ENG I N E E R I N G* 98 (2007) 79 – 89.
- [45] *Dilip Jain , G.N. Tiwari*. Effect of greenhouse on crop drying under natural and forced convection (valuation of convective mass transfer coefficient), *Energy Conversion and Management* 45 (2004) 765–783.
- [46] *Wassim Chmaissem , Seung JikSuh, Michel Daguenet*. Numerical study of the Boussinesq model of natural convection in an annular space: having a horizontal axis bounded by circular and elliptical isothermal cylinders, *Applied Thermal Engineering* 22 (2002) 1013–1025.
- [47] *M.S. Aït Cheikh, B. Hadj Aïssa, A. Malek et M. Becherif*, Mise au point d'une régulation floue pour serre agricole à énergie solaire. *Revue des Energies Renouvelables* Vol. 13 N°3 (2010) 421 – 443.
- [48] *T.Boulard; B.Draoui*. Natural Ventilation of a Greenhouse with Continuous Roof Vets :Measurements and Data Analysis,*J.agric.Engng Res.*(1995)61,27-36.
- [49] *T. Bartzanas; T. Boulard; C. Kittas*.Effect of Vent Arrangement on Windward Ventilation of a Tunnel Greenhouse.*Biosystems Engineering* (2004) 88 (4), 479–490.
- [50] *G. Tonga, Christopher.B*. Numerical modelling of temperature variations in a Chinese solar greenhouse. *Computers and Electronics in Agriculture* 68 (2009) 129–139.
- [51] *Fatnassi.H., Boulard.T, Bouirden.L*. Simulation of climatic conditions in full-scale greenhouse fitted with insect-proof screens. *Agricultural and Forest Meteorology* 118 (2003) 97–111.

- [52] *T. Boulard , S. Wang, R. Haxaire.* Mean and turbulent air flows and microclimatic patterns in an empty greenhouse tunnel. *Agricultural and Forest Meteorology* 100 (2000) 169–181.
- [53] *M.Teitel, J.Tanny.* Natural ventilation of greenhouses: experiments and model. *Agricultural and Forest Meteorology* 96 (1999) 59-70.
- [54] *S. Wang, T. Boulard, R. Haxaire.* Air speed profiles in a naturally ventilated greenhouse with a tomato crop. *Agricultural and Forest Meteorology* 96 (1999) 181-188.
- [55] *N. Katsoulas; T. Bartzanas; T. Boulard; M. Mermier; C. Kittas.* Effect of Vent Openings and Insect Screens on Greenhouse Ventilation. *Biosystems Engineering* (2006) 93 (4), 427–436.
- [56] *Pierre-Emmanuel.B, T.Boulardb.* Effect of ventilator configuration on the distributed climate of greenhouses: A review of experimental and CFD studies. *Computers and Electronics in Agriculture* 74 (2010) 195–217.

INTITULE :

SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE SERRE AGRICOLE SEMI CYLINDRIQUE FERMEE CHAFFEE PAR LE BAS.

RESUME

L'auteur propose dans ce travail, l'étude numérique du phénomène de la convection naturelle, en régime laminaire et permanent dans une serre agricole. Cette serre est remplie par un fluide newtonien et incompressible. Le nombre de Prandtl est fixé à 0.702 (cas de l'air) mais le nombre de Rayleigh varie. En utilisant l'approximation de Boussinesq et la formulation vorticité-fonction de courant, l'écoulement est modélisé par les équations différentielles aux dérivées partielles: les équations de continuité et des quantités de mouvement sont exprimées dans un système de coordonnées dites "Bicylindriques", Nous avons pris comme conditions de chauffage des parois isothermes pour notre serre (T_c pour le sol et T_f pour le toit, avec $T_c > T_f$).

Un code de calcul a été mis au point, ce dernier utilise les volumes finis, pour la discrétisation des équations et afin de montrer sa fiabilité, les auteurs comparent des résultats issus de ce dernier avec d'autres résultats similaires existant dans la littérature.

Nous avons examiné l'effet de la géométrie du système, et l'influence du nombre de Rayleigh sur le phénomène de la convection naturelle dans la serre agricole. Finalement, les résultats de la simulation ont été donnés sous forme, de champs de température et de vitesse.

Mots-clés : convection naturelle, approximation de Boussinesq, coordonnées bicylindrique, serre agricole, Formulation vorticité-fonction de courant, la méthode de volume finis.

TITLE:

**NUMERICAL SIMULATION OF NATURAL CONVECTION
IN A GREENHOUSE AGRICULTURAL HEATED FROM BELOW**

ABSTRACT

The author proposes in this work, the numerical study of the phenomenon of the natural laminar and permanent convection in greenhouse. The greenhouse is filled by a Newtonian and incompressible fluid. The number of Prandtl is fixed at 0.702 (case of the air) but the number of Rayleigh varies. By using the approximation of Boussinesq and the vorticity-function formulation of current, the flow is modeled by the differential equations with the derivative partial: the equations of continuity and the momentum are expressed in a frame of reference known as "bicylindrical", For heating conditions we suppose an isothermal walls of our greenhouse (T_c for the ground and T_f for the roof, with $T_c > T_f$).

A computer code was developed, the latter uses finished volumes, for the discretization of the equations and in order to show its reliability, the authors compare results resulting from the latter with other similar results existing in the literature.

We examined the effect of the system geometry and the influence of Rayleigh number on the natural convection phenomenon in the greenhouse. Finally, the simulation results have been given as airflows and temperature patterns.

Key-words: natural convection, Boussinesq equations, bicylindrical coordinate, greenhouse, vorticity-function formulation, finite volume method.

العنوان:

المحاكاة العددية للحمل الطبيعي داخل بيت بلاستيكي شبه أسطواني مدفئ من الأسفل

ملخص

قمنا في إطار هذا العمل بدراسة عددية لظاهرة انتقال الحرارة عن طريق الحمل الطبيعي، داخل بيت بلاستيكي المائع المحمول هو الهواء $Pr = 0.702$ الذي نعتبره نيوتوني غير قابل للانزغاط يتدفق بسريان رقائقي. المعادلات المتحكممة في هذا السريان تأخذ بصيغ التدويم- دوال التيارات في جملة الإحداثيات، باستعمال تقريب بوسي نسك، بالنسبة لشروط التسخين افترضنا درجة حرارة ثابتة T_c بالنسبة للأرض و T_f بالنسبة لسقف البيت البلاستيكي حيث: $T_c > T_f$ لحل هذه المعادلات استعملنا طريقة الحجم المنتهية، بعدها قمنا بمقارنة النتائج المنحصل عليها مع نتائج مماثلة للأبحاث أخرى. وتحصلنا على تأثير هندسة النظام و كذا عدد Ra على ظاهرة الحمل الطبيعي داخل البيت البلاستيكي، و أخيرا نتائج المحاكاة أعطيت كمخططات للحرارة و التيارات.

المفاتيح: الحمل الحراري، تقريب بوسي نسك، إحداثيات شبه أسطوانية، البيت البلاستيكي، صيغة التدويم- دوال التيارات.