

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE DE FRERES MENTOURI
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

N° d'ordre :

Série :

MEMOIRE

PRESENTE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE MAGISTER EN PHYSIQUE

SPECIALITE : PHYSIQUE ENERGETIQUE

OPTION : PHOTOTHERMIQUE

THEME

**Contribution à l'Etude Théorique des Transferts Thermiques Convectifs
dans un Nanofluide. Application aux Modèles Monophasique et Diphasique**

Par

LAMRI ZEGGAR ASMA

Soutenu le : 31/12/2014

Devant le jury:

Président :	Mr. N. BELLEL	Prof.	Université de Frères Mentouri
Rapporteur :	Mr. T. BOUFENDI	Prof.	Université de Frères Mentouri
Examineurs:	Mr. M. DJEZZAR	Prof.	Université de Frères Mentouri
	Mr. S. BENISSAAD	Prof.	Université de Frères Mentouri

REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je tiens à remercier vivement mon encadreur T. BOUFENDI professeur au département de physique à l'Université Frères Mentouri pour son suivi, ses orientations pratiques, conseils précieux et son encouragement durant la réalisation de ce travail et la présentation de ce mémoire dans sa forme finale.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur N. BELLEL, professeur au département de physique à l'université Frères Mentouri de m'avoir fait l'honneur de présider le jury, je remercie aussi Monsieur M.DJEZZAR, professeur au département de physique à l'université Frères Mentouri et Monsieur S.BENISSAAD, professeur au département de mécanique à l'université Frères Mentouri qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être l'examineurs de ce travail.

Je remercie toutes personnes « M.Djenndeli,S.Guatouch,Methani,Bouarour » ayant contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance. Enfin, je ne pourrais terminer ces remerciements sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants, qu'ils trouvent ici, dans ces lignes, l'expression de ma profonde gratitude.



Dédicaces :

Pour :

Mes Chères parents; source de mon bonheur & de ma fierté, que Dieu me les garde.

Mes frères & sœurs : Djamila, Meriem, Imen, A.Samad & A.Kaoum.

Ma petite chère : alaa

Mes très chères amis...Ainsi que mes collègues avec qui j'ai partagé les meilleurs Moments.

Enfin Je dédie ce modeste travail à tout ce qui mon aidé à le réaliser.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	2
-----------------------------------	----------

CHAPITRE I

DIFINITIONS ET CONCEPTS RENCONTRES DANS LE DOMAINE DES NANOFLUIDES

1.1 Introduction.....	5
1.2 Les nanoparticules et le fluide porteur.....	5
1.3 Etat de l'art sur les nanofluides.....	8
1.4 Production des nanofluides et nanoparticules.....	12
1.4.1 Procédé en une étape (one-step method).....	13
1.4.2 Procédé en deux étapes (two-step method).....	13
1.5 Revue bibliographique.....	14
1.5.1 Les nanoparticules métalliques.....	15
1.5.1.1 Les nanoparticules de cuivre.....	15
1.5.1.2 Les nanoparticules d'Or et d'Argent.....	15
1.5.2 Les nanoparticules d'oxyde métallique.....	16
1.5.2.1 Les nanoparticules d'oxyde d'aluminium.....	16
1.5.2.2 Les nanoparticules d'oxyde de cuivre.....	18
1.5.2.3 Les nanoparticules d'oxyde de titane	19
1.5.3 Les nanoparticules non métalliques.....	22
1.5.3.1 Les nanotubes de carbone.....	22

SOMMAIRE

1.6 Les effets sur les propriétés thermophysiques des nanofluides	26
1.6.1 Effet de la concentration volumique des nanoparticules.....	26
1.6.2 Effet du type de la nanoparticule.....	26
1.6.3 Effet de la température.....	28
1.7 Les mécanismes de transfert thermique dans les nanofluides	29
1.7.1 Définition.....	29
1.7.2 Type de convection	29
1.7.2.1 La convection naturelle	29
1.7.2.2 La convection forcée.....	32
1.8 Les modèle de transfert thermique.....	33
1.8.1 L'approche monophasique.....	33
1.8.2 L'approche diphasique.....	33
1.8.2.1 Le modèle VOF.....	34
1.8.2.2 Le modèle mélange.....	34
1.8.2.3 Le modèle eulérien	35
1.9 Domaines d'applications des nanofluides	37
1.9.1 Refroidissement des systèmes électroniques.....	37
1.9.2 Refroidissement des systèmes thermiques	37
1.9.3 Refroidissement des systèmes militaires.....	37
1.9.4 Refroidissement des systèmes spatiaux.....	37
1.9.5 Refroidissement des systèmes nucléaires.....	37
1.9.6 La biomédecine.....	37
1.9.7 D'autres applications.....	38

SOMMAIRE

CHAPITRE II

ETUDE THEORIQUE ET MODELISATION MATHEMATIQUE

2.1 Introduction.....	40
2.2 Description du système.....	40
2.3 Hypothèses simplificatrices.....	41
2.4 Les différents modèles pour les nanofluides.....	42
2.4.1. Modèle monophasique	42
2.4.2 Modèle diphasique	43
2.4.2.1 Le modèle volume de fluide.....	44
2.4.2.2 Le modèle mélange	46
2.4.2.3 Le modèle Eulérien	49
2.5 Les propriétés des nanofluides pour le modèle monophasique.....	52
2.5.1 La densité volumique.....	53
2.5.2 La chaleur spécifique	53
2.5.3 Le coefficient de dilatation volumique	53
2.5.4 La conductivité thermique.....	53
2.5.5 La viscosité dynamique.....	53
2.6 Les conditions aux limites	53
2.7 Adimensionnalisation des équations.....	54

SOMMAIRE

2.7.1	Forme adimensionnelle des équations du problème	54
2.8	Adimensionnalisation des conditions aux limites	56

CHAPITRE III

RESOLUTION NUMERIQUE

3.1	Un mot sur le choix de la méthode de résolution.....	58
3.2	Le maillage	58
3.3	Discrétisation des différents termes	61
3.3.1	Discrétisation temporelle	61
3.3.2	Discrétisation spatiale.....	61
3.3.3	Stockage des variables.....	63
3.4	La discrétisation des équations.....	63
3.4.1	Equation de continuité.....	63
3.4.2	Equation de quantité de mouvement radiale	64
3.4.3	Equation de quantité de mouvement azimuthale	68
3.4.4	Equation de quantité de mouvement axial	71
3.4.5	Equation de l'énergie	75
3.5	Discrétisation des conditions aux limites.....	76
3.5.1	A l'entrée du conduit	77
3.5.2	A la sortie du cylindre	78
3.5.3	Sur la paroi du cylindre intérieur	79

SOMMAIRE

3.5.4 Sur la paroi du cylindre extérieur	80
3.6 Couplage pression-vitesse.....	81
3.7 Etapes de calcul de l'algorithme SIMPLER	84
3.8 Solution des systèmes d'équations de discrétisation	85
3.8.1 L'algorithme de Thomas.....	85
3.8.2 L'algorithme de Thomas cyclique.....	86
3.9 Validation du code de calcul	89

CHAPITRE IV

RESULTATS ET INTERPRETATION

4.1 Introduction	91
4.2 Propriétés physiques du nanofluide.....	91
4.2.1 Viscosité	92
4.2.2 Conductivité thermique.....	92
4.2.3 La masse volumique	92
4.2.4 La chaleur spécifique.....	93
4.2.5 Le coefficient de dilatation spécifique ou thermique	93
4.2.6 Le coefficient de diffusivité thermique	93
4.3 Résultats en mode de convection forcée.....	95
4.3.1 Influence du nombre de Reynolds	95

SOMMAIRE

4.3.2 Champs dynamiques et thermiques de l'écoulement pour différentes concentrations	98
4.3.2.1 Evolution hydrodynamique du nanofluide	99
4.3.2.2 Evolution thermique du nanofluide	100
4.4 Résultats en mode de convection mixte	103
4.4.1 Evolution des champs dynamiques et thermiques	104
4.4.1.1 Champs dynamiques.....	104
4.4.1.2 Evolution thermique du nanofluide.....	105
4.4.2 Influence du nombre de Grashof sur les profils axiaux des températures.....	107
4.4.3 Influence du nombre de Grashof sur les nombres de Nusselt.....	108
CONCLUSION GENERALE	110
Références bibliographiques	
Annexe	
Abstract	
Résumé en arabe	
Résumé en français	

NOMENCLATURE

A	Rapport d'aspect géométrique	$(A = L/D_h)$
C_p	Chaleur spécifique	$(J/kg.C)$
C_D	Coefficient de traînée	
D	Diamètre	(m)
D_h	Diamètre hydraulique	(m)
d_f	L'épaisseur de la couche liquide	(m)
d_s	Diamètre de nanoparticule	(m)
g	Accélération de la gravité	(m/s^2)
H	Enthalpie	(J/kg)
h	Coefficient de transfert de chaleur	$(W/m^2.K)$
k	Conductivité thermique	(W/mK)
L	Longueur de tube	(m)
Nu	Nombre de Nusselt	$(Nu = hD / k)$
t	Temps	(s)
T	Température	(K)
u	Composante de vitesse radiale	(m/s)
v	Composante de vitesse axiale	(m/s)
w	Composante de vitesse angulaire	(m/s)
P	Pression	(Pa)
Pr	Nombre de Prandtl	$(Pr = \nu/\alpha)$
ΔP	La chute de pression	(Pa)
Q	Flux de chaleur	(W)
B	Force volumique	(N/m^3)
S	Sources de chaleur extérieures de l'équation de l'énergie	
z	Direction axiale	

NOMENCLATURE

r Direction radiale

SYMBOLES GRECS

β	Coefficient de dilatation thermique	(K^{-1})
α	Coefficient de la diffusivité thermique	(m^2/s)
Φ	Fraction volumique des nanoparticules	(%)
μ	Viscosité dynamique	($kg/m.s$)
ρ	Densité	(kg/m^3)
ν	Viscosité cinématique	(m^2/s)
σ	Tension de surface	(N/m)
θ	Direction angulaire	

LES INDICES

eff	Effective
f	Fluide de base
m	Moyenne
nf	Nanofluide
s	Particule solide
w	Paroi

SYMBOLES

DNTCs	double couche nanotube de carbone
H-C	Hamilton-Crosser
MNTC	multiple couche nanotube de carbone
SNTCs	simple couche nanotube de carbone

Introduction Générale

Introduction Générale

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes rayonnement, conduction et convection, cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiques tels que le refroidissement des processeurs, des composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs, etc.

L'intensité du transfert de chaleur dépend principalement de la conductivité et de la capacité thermique des fluides caloporteurs. Depuis quelques années un nouveau type de fluide est entrain d'émerger : le nanofluide. Le nanofluide est un fluide caloporteur tel que l'eau, l'eau glycolée, l'huile à qui l'on rajoute des nanoparticules de métal (Al, Cu, Ag, Au, etc.) ou d'oxyde métallique ou non métallique (SiO_2 , Al_2O_3 , TiO_2), et autre (formes allotropiques du carbone). Dans des quantités relativement faibles, ces nanofluides pourraient augmenter le transfert de chaleur par rapport au cas des fluides conventionnels en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide porteur.

Cette amélioration du transfert de chaleur fait donc des nanofluides une nouvelle technologie prometteuse dans le cadre des transferts thermiques, permettant d'améliorer les performances de divers échangeurs de chaleurs.

Ainsi on s'intéresse dans ce travail, au transfert thermique par convection forcée et mixte, dans deux cylindres concentriques horizontaux, ou le cylindre extérieur est soumis à un flux pariétal constant tandis que le cylindre intérieur est adiabatique et parcouru par un nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et d'oxyde d'Aluminium Al_2O_3 .

Cette présente étude est divisée en quatre chapitres, organisée de la manière suivante :

- Le premier chapitre est consacré à la présentation d'une revue bibliographique des principaux travaux publiés dans le domaine du transfert thermique des nanofluides. On présente leur définition, la préparation, les modèles les plus utilisés (modèles monophasique et diphasique) ainsi que certaines applications.
- Le second chapitre présente les différents modèles mathématiques qui traduisent le comportement de ces milieux mono et diphasique, dans un système de coordonnées cylindriques. Après avoir caractérisé les propriétés physiques des nanofluides, ces modèles seront traduits par les équations différentielles aux dérivées partielles de masse et de quantités de mouvement et de l'énergie.

- La résolution numérique des équations modélisantes adimensionnelles est consacrée au troisième chapitre. Après une brève introduction justifiant le choix de la méthode numérique utilisée qui est celle des volumes finis, le maillage dans sa globalité ainsi que dans des espaces de projection sera présenté. Puis, tous les termes obtenus dans les équations modélisantes seront discrétisés un par un jusqu'à l'obtention finale des équations algébriques linéarisées pour toutes les variables dépendantes de ce problème. Enfin, les algorithmes de calcul utilisés, tels l'algorithme SIMPLER et l'algorithme de Thomas, seront présentés.

- Nous rassemblons dans le quatrième chapitre les principaux résultats numériques de cette étude. Ces résultats porteront les différents comportements dynamiques et thermiques pour les modes d'écoulement en convection forcée et en convection mixte. Pour ces deux modes de transfert thermique, on analyse l'influence des paramètres de contrôle tels les nombres de Reynolds et de Grashof ainsi que celle de la concentration des nanoparticules, sur les champs dynamiques et thermiques dans l'ensemble des nanofluides ainsi que sur les évolutions axiales des températures locales pariétales et moyennes au sein du fluide. Leurs effets sur le nombre de Nusselt caractéristique des transferts thermiques paroi solide-nanofluide le long de conduit est aussi mis en évidence. Les comparaisons et les interprétations des divers résultats seront présentés à partir des distributions de certaines grandeurs physiques.

Enfin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus

Chapitre 1

*Définitions et concepts rencontrés dans le
domaine des nanofluides*

Nous présentons dans ce chapitre la définition de l'état de l'art sur le nanofluide ainsi que les caractéristiques thermiques de nanofluide et les mécanismes de transfert thermique dans les nanofluides.

1.1 Introduction

Les transferts de chaleur au sein des fluides ont conduit à de nombreuses applications pratiques et industrielles, y compris dans le transport, l'approvisionnement en énergie, la climatisation et le refroidissement électronique, etc.

En ce qui concerne les applications dans le domaine du transfert de chaleur, des études menées depuis une dizaine d'années ont montré que dans certaines conditions, l'ajout de particules nanométriques dans un fluide (appelé alors nanofluide) comme par exemple des particules d'oxyde d'Aluminium (Al_2O_3), d'Oxyde de Cuivre (CuO), de cuivre (Cu) ou des nanotubes de carbone dans l'eau pouvaient augmenter le transfert de chaleur par rapport au cas du corps pur (Eau), en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide porteur. Différents modèles ont été élaborés en vue d'expliquer cette remarquable amélioration des transferts convectifs, mais la confrontation entre ces modèles pour évaluer la conductivité thermique effective des nanofluides montre que ces derniers n'approximent pas de façon satisfaisante les expériences réalisées sur les nanofluides avec différentes variétés de nanoparticules et de fluides porteurs tels que : eau, éthylène glycol,...

1.2 Les nanoparticules et le fluide porteur

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1 à 100 nm).



Figure 1.1 : Échelle des dimensions, 1 nanomètre = 0,000 001 millimètre

Les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué sont très étudiées de nos jours. De nombreux physiciens et chimistes les synthétisent, d'autres physiciens les étudient afin de comprendre la physique de ces objets nanométriques et des biologistes les utilisent comme marqueurs cellulaires.

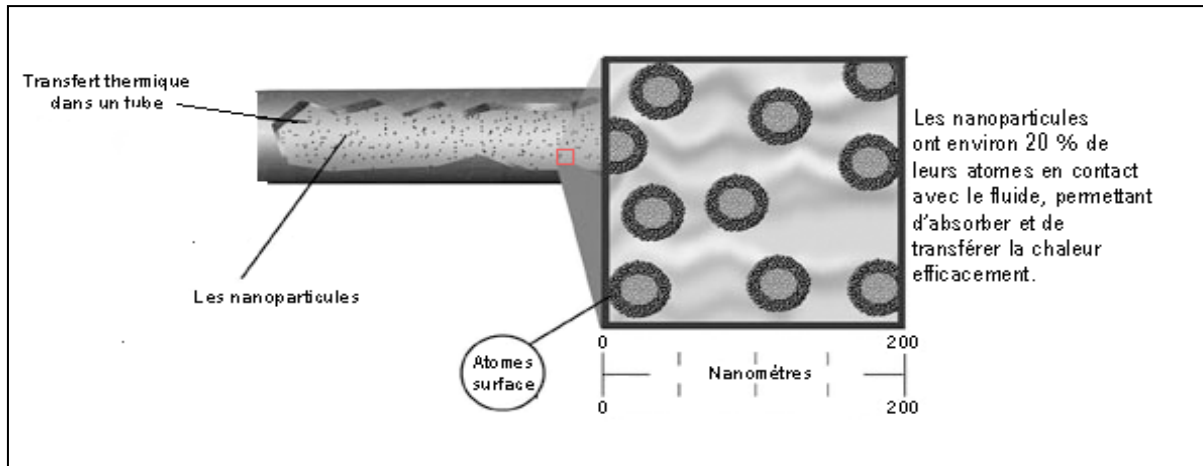


Figure 1.2: les nanoparticules dans un tube

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont:

- ✓ Les nanoparticules des oxydes métalliques :
 - L'oxyde d'aluminium, Al_2O_3 .
 - L'oxyde de cuivre, CuO .
 - L'oxyde de silicium, SiO_2 .
 - L'oxyde de titanium, TiO_2 .
- ✓ Les nanoparticules métalliques:
 - L'aluminium, Al .
 - Le cuivre, Cu .
 - L'or, Au .
 - L'argent, Ag .
 - La silicone, Si .

- ✓ Les nanoparticules non métalliques :
 - Les nanotubes de carbone, CNT.
 - Le diamant, C.

Les liquides de base les plus utilisés sont:

- L'eau.
- L'éthylène-glycol, EG.
- Les huiles.
- Le Toluène.
- Les fluides de réfrigération (R12.R22.....)

Le choix des liquides de base est primordial pour un nanofluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tous phénomènes d'agréations, la sélection d'un telle fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule.

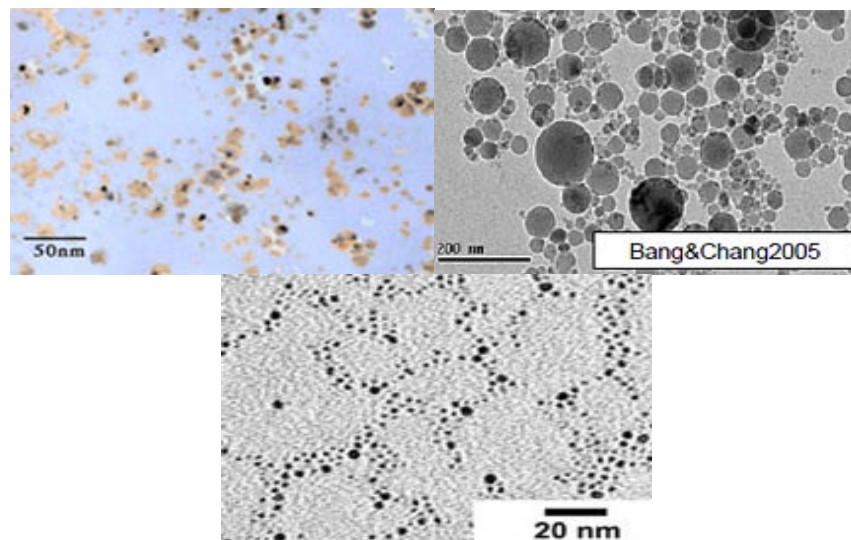


Figure 1.3 : Nanofluides vus au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre à 0,5 % ; eau + alumine ; eau + or à 2 nm

Les suspensions de nanoparticules dans un fluide, souvent appelées nanofluides, ont des caractéristiques thermiques intéressantes comparées aux fluides de base traditionnels (voir tableau 1.1) et des qualités indéniables d'amélioration du transfert thermique. La conductivité thermique des nanofluides peut être significativement plus élevée que celle des liquides purs, **Eastman et al. [1]**.

La mesure de la conductivité thermique des nanofluides nécessite le recours à une instrumentation originale. Les mesures disponibles de la conductivité thermique de différents nanofluides ne sont pas concordantes. Nous présentons dans un premier temps, la découverte d'un nanofluide et quelques travaux expérimentaux qui s'en sont suivis. Nous présenterons par la suite les propriétés thermophysiques et les résultats obtenus par différents auteurs sur les nanofluides. Pour comprendre les phénomènes mis en jeu dans les nanofluides, des expériences supplémentaires sont nécessaires pour arriver à une bonne compréhension des phénomènes mise en jeu dans les nanofluides. Pour l'instant aucune des théories physiques proposées ne rend compte des résultats expérimentaux obtenus.

Tableau 1.1 : les propriétés thermophysiques de différents matériaux

	Nanoparticule et fluide de base	K (W/mK)	ρ (kg/m³)	Cp (J/kgK)	μ (Pa.s)
Métallique (solides)	Cu	400	8954	383	
	Fe	80,2	7870	447	
	Ni	90,7	8900	444	
	Au	317	19,300	129	
	Ag	429	10,500	235	
	C (diamant)	2300	3500	509	
Oxyde Métallique (solides)	SiO ₂	1,38	2220	745	
	TiO ₂	8,4	4157	710	
	Al ₂ O ₃	36	3970	765	
	CuO	69	6350	535	
	SiC	490	3160	675	
Liquides non métallique	L'eau	0,613	1000	4183	0,0008
	Ethylène-glycol(EG)	0,258	1132	2349	513 0,0157

1.3 Etat de l'art sur les nanofluides

Nous présentons ici les différentes études expérimentales et numériques disponibles dans la littérature, qui représentent les propriétés principales des nanofluides et leur impact sur le transfert de chaleur tel que la conductivité thermique, la chaleur spécifique et la viscosité dynamique. Diverses corrélations ont été proposées avec les expressions classiques.

Les premiers travaux traitant le transfert de chaleur en présence des nanoparticules ont pratiquement commencé en 1995 avec l'étude de :

Choi [2] pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base. Il a trouvé que la conductivité thermique effective du mélange eau- Al_2O_3 augmente de 20% pour une concentration en volume entre 1% et 5% d' Al_2O_3 .

De plus l'adjonction dans un liquide de certains types de nanoparticules, même en très faible concentration (1% en volume), permet d'augmenter la conductivité thermique de ce dernier de 150% dans le cas de nanotubes de carbone **Choi et al. [3]**, et de 40% pour des nanoparticules d'oxyde de cuivre **[1]** et plus de 20% pour des oxydes d'aluminium **[2]**.

De nombreuses recherches ont été menées depuis 2001 sur cette nouvelle classe de nanofluides afin de permettre une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu, et mettre ainsi au point des fluides caloporteurs plus performants. La forte conductivité thermique des nanofluides les désigne en effet comme des candidats potentiels pour le remplacement des fluides porteurs utilisés dans les échangeurs thermiques en vue d'améliorer leurs performances **Keblinski et al. [4]**.

Certaines limitations susceptibles de réduire les performances des nanofluides utilisées à la place des fluides caloporteurs purs, ont été étudiées.

L'utilisation des nanofluides comme fluide caloporteur dans les échangeurs a montré que l'addition de nanoparticules dans un liquide augmente sa viscosité et de ce fait les pertes de charge **Yang [5]**. De plus, le manque de stabilité dans le temps de certains nanofluides peut entraîner l'agglomération des nanoparticules et une modification de leur propriété de conduction thermique. Néanmoins, en l'état actuel des recherches, ces deux effets restent

moins importants lors de l'utilisation de nanofluides que dans le cas de suspension de microparticules classiques **Daunghongsuk et al. [6]**.

En dehors des applications industrielles possibles, l'étude des nanofluides présente un intérêt scientifique pour la compréhension des phénomènes mis en jeu aux échelles nanométriques. Les propriétés thermiques des nanofluides ne concordent pas avec les prévisions fournies par les théories classiques décrivant les suspensions de particules solides dans un liquide. Selon **Vadasz [7]**, malgré le nombre élevé d'études publiées sur le sujet ces dernières années, aucune théorie ne parvient à décrire convenablement les résultats expérimentaux obtenus sur les nanofluides. Il est à noter, que les résultats expérimentaux obtenus varient énormément d'une publication à une autre ce qui ne facilite pas la comparaison entre ces derniers et les théories proposées. Des recherches complémentaires sont nécessaires pour valider ou infirmer les différentes théories proposées pour décrire les propriétés thermiques des nanofluides.

Maiga et al. [8] ont proposé une formulation numérique pour l'étude de transfert thermique par convection forcée (Eau, Al_2O_3) d'un fluide à l'intérieur d'un tube chauffé : le modèle monophasique. Ce dernier a été utilisé pour la simulation et les résultats ont montré que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation des fractions de volume.

Namburu et al. [9] ont aussi présenté un modèle monophasique pour étudier les caractéristiques de transfert de chaleur d'un nanofluide dans un tube circulaire où l'écoulement est en régime turbulent. Ils ont trouvé que pour un petit diamètre la viscosité et le nombre de Nusselt est plus grand.

D'autres chercheurs ont pensé à d'autres modèles et c'est à cet effet que **Behzadmehr et al. [10]** et **Mirmasoumi et al. [11]** ont utilisé le modèle diphasique d'un nanofluide dans un tube en régime de convection forcée.

D'autres travaux effectués pour caractériser le comportement du nanofluide sont résumés dans la figure (1.4) et le tableau (1.2). La figure (1.4) présente le nombre de publications pour chaque année, et le tableau (1.2) présente aussi le nombre de publications pour chaque année et pour les différents domaines d'utilisation du nanofluides. **[12]**

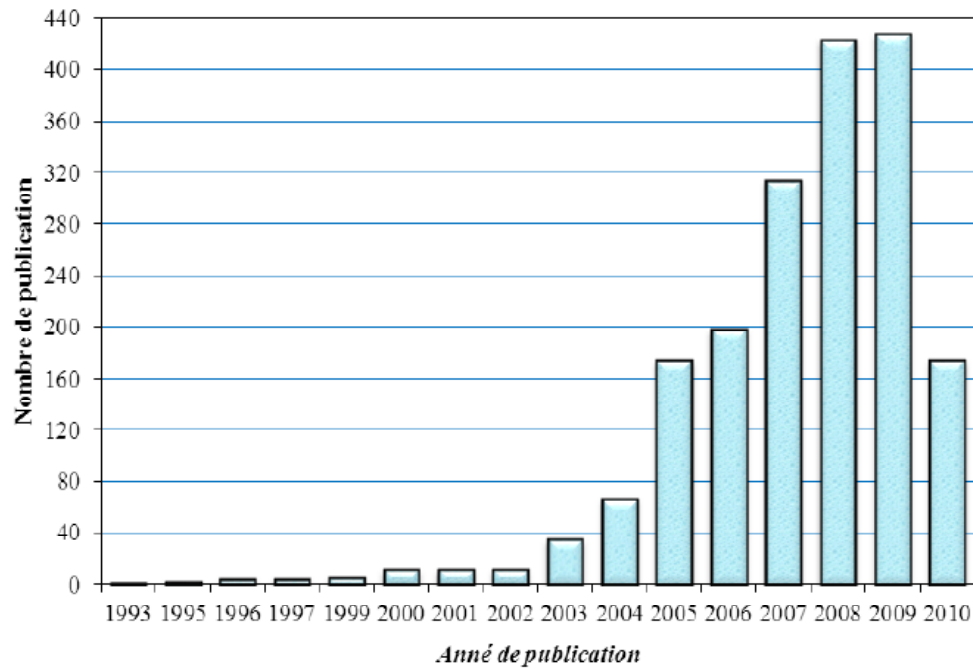


Figure 1.4 : Nombre de publications pour les vingt dernières années [12].

Tableau 1.2 : Nombre de travaux publiés sur les nanofluides dans la base de données de SCOPUS [12].

Année	Nombre de publications		
	Dynamique des nanofluides	Transfert de chaleur dans les nanofluides	Les propriétés des nanofluides
1993	1	0	0
1995	1	1	0
1996	2	2	0
1997	2	1	1
1999	2	2	1
2000	4	4	3
2001	5	2	2
2002	5	2	2
2003	19	9	6
2004	35	23	8
2005	90	50	34
2006	124	62	32
2007	175	89	50
2008	225	107	91
2009	222	109	96
2010	95	54	25
Total	1007	516	351

1.4 Production des nanofluides et nanoparticules

Les expériences effectuées sur les fluides caloporteurs avec des particules de taille micrométrique (10^{-6}) ont montré que certains problèmes pouvaient être engendrés par l'utilisation de ces derniers tels que le problème de sédimentation des particules et l'augmentation des pertes de chargeetc. tandis que pour des particules de l'ordre du nanomètre (10^{-9}), ces problèmes sont pratiquement insignifiants.

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimiques, comme la pyrolyse ou la précipitation chimique.

Depuis cette dernière année, de nombreuses techniques ont été développées pour fabriquer des nanomatériaux. Comment choisir une technique appropriée pour fabriquer un nanomatériau de qualité contrôlée et quels sont les avantages et les inconvénients de ces techniques qui deviennent un grand problème quand on produit des nanoparticules à l'échelle industrielle ? Il y a une règle évidente en raison du fort rapport surface sur volume induit par la taille nanométrique dans ce cas l'interaction entre les atomes de surface et le milieu extérieure ne peut pas être négligeable. Ainsi bien contrôlé la taille de particule et maîtriser l'interface des particules devient un critère important quand on choisit la technique de fabrication. il existe plusieurs technique de classification selon les conditions du système : procédé en phase gazeuse, procédé en phase liquide et procédé en phase solide. Selon la méthode de synthèse : méthode physique, méthode physico-chimique et méthode chimique. En résumé il a y deux sens d'approche : « bottom-up » et « top-down » [13]. L'approche « top-down » est faite a partir d'un matériau massif qui a une dimension supérieure au micromètre, et en revanche l'approche « bottom up » est faite à partir d'atomes ou molécules qui constituent les nanoparticules par différents processus :

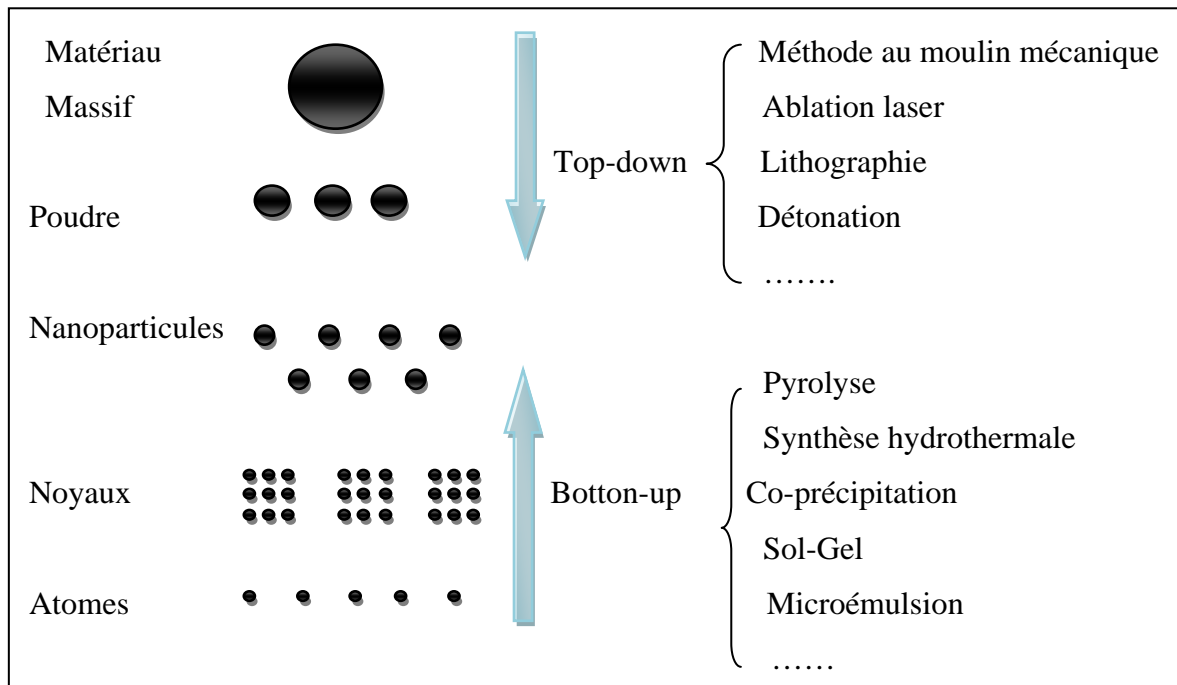


Figure 1.5 : deux approches de fabrication des nanomatériaux [14]

L'approche top down permet d'obtenir des nanomatériaux en grand quantité mais souvent la qualité du produit est mal contrôlée (distribution de taille des particules larges défauts structuraux, etc.) [14]

L'approche bottom up est bien plus étudiée en laboratoire et permet de mieux contrôler la qualité de nanomatériaux (distribution de taille des particules, morphologie, pureté), mais le point faible par rapport à l'approche top down est en générale la quantité faible de production.

Par contre pour les nanofluides il existe deux procédés distinct :

1.4.1 Procédé en une étape (one-step method) [15]: consiste à la dispersion des nanoparticules directement dans un fluide de base (synthèse direct dans un fluide de base) et de prévenir l'oxydation des particules de métal pur.

1.4.2 Procédé en deux étapes (two-step method) [15] : la première étape consiste à fabriquer les nanoparticules et dans la seconde étape les nanoparticules sont disperser dans un fluide de base.

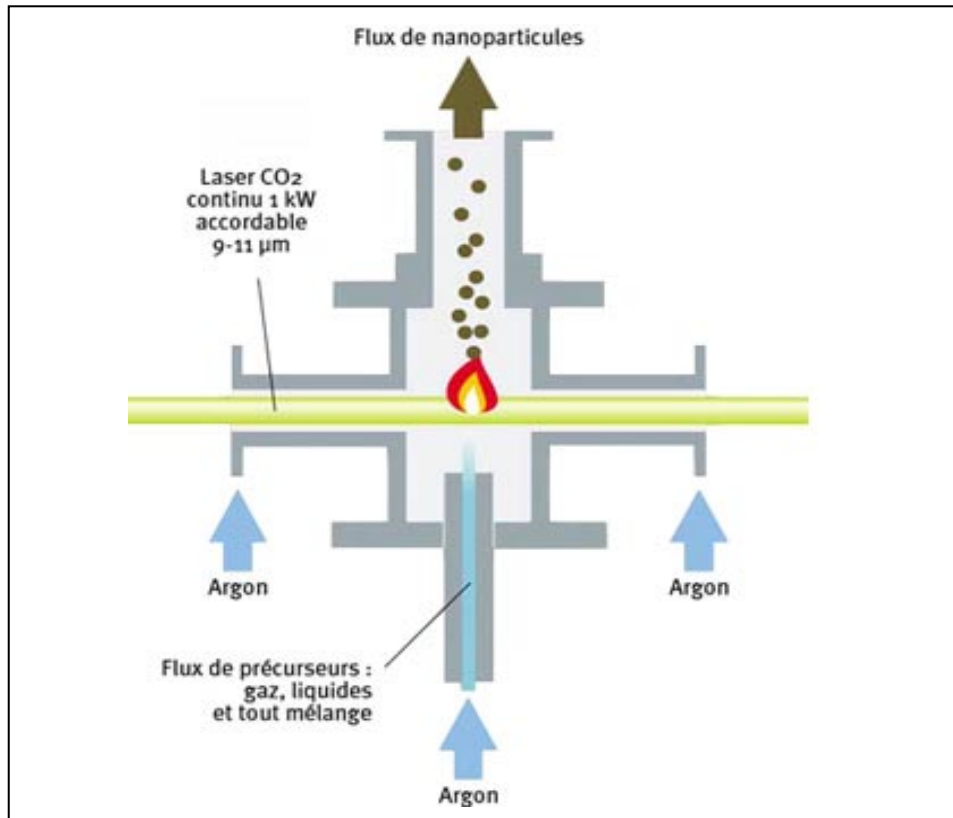


Figure 1.6 : pyrolyse laser donnant de la nanopoudre a mélange au liquide

1.5 Revue bibliographique

Des nombreuses études expérimentales et numériques ont été menées par plusieurs chercheurs pour comprendre et analyser le comportement thermo-hydraulique des nanofluides. Ces études peuvent être classées en trois catégories selon le type de matière de la nanoparticule :

1. Les nanoparticules métalliques.
2. Les nanoparticules d'oxyde métallique.
3. Les nanoparticules non métalliques.

1.5.1. Les nanoparticules métalliques

1.5.1.1. Les nanoparticules de cuivre

Les nanoparticules métalliques ont des conductivités thermiques plus grandes que celles des oxydes métalliques correspondants. On devrait s'attendre à trouver des valeurs

de conductivité thermique du même ordre que celle obtenues avec les oxydes métalliques correspondants mais avec des fractions volumiques en nanoparticules métalliques beaucoup plus faibles. La conductivité thermique du cuivre à la température ambiante est environ 700 fois plus grande que celle de l'eau et environ 3000 fois plus grande que celle d'huile du moteur. **Xuan et Li [16]** ont présenté une étude prouvant que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. Le rapport de la conductivité thermique du nanofluide (eau+Cu) sur le fluide de base augmente 75% et de 45% pour le nanofluide (huile+Cu), quand la fraction volumique des nanoparticules varie entre 2.5% à 7.5%. Théoriquement, **Xuan et al [17]** ont utilisé le modèle de Hamilton-Crosser pour étudier la conductivité thermique des mêmes nanofluides. Ils ont obtenu des résultats très proches des résultats expérimentaux.

En 1997, **Eastman et al [18]** ont observé une amélioration de 45% de la conductivité thermique par l'ajout de moins de 0.055% en volume des nanoparticules de cuivre de 35nm dans l'huile. Aussi en 2001 [18] ils ont trouvé une amélioration de 40% de la conductivité thermique pour le nanofluide (Cu+éthylène glycol) contenant moins de 0.3% en volume de nanoparticules inférieur à 10nm.

1.1.5.2. Les nanoparticules d'Or et d'Argent

La taille moyenne des nanoparticules d'or (Au) est de 10-20nm, tandis que, la taille moyenne des nanoparticules d'argent (Ag) est de 60-80nm.

Patel et al. [19] ont étudié le nanofluide (Au-thionate+toluène) à une température de 60°C et ont obtenu une amélioration de 8.8% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de nanoparticules $\phi=0.011\%$. Pour une solution de (Au-citrate+eau) ils ont obtenu une amélioration de 8,3% de la conductivité thermique pour $\phi= 0.00026$, par contre, pour une solution de (Ag-citrate+ eau) ils ont obtenu une amélioration de 4.5% pour $\phi=0.001\%$. Pour le nanofluide (Ag+eau) la conductivité thermique obtenue est plus faible que celle du nanofluide (or+eau) bien que l'argent soit meilleur conducteur de la chaleur que l'or. Cette nette amélioration de la conductivité thermique lors de l'utilisation des nanoparticules d'or par rapport aux particules d'argent pourrait être attribuée à la taille des nanoparticules d'or qui sont de l'ordre de 3 à 8 fois plus petites que celles d'argent. **Kumar et al. [20]** ont reporté, quant à eux une amélioration de la conductivité thermique de 20% pour $\phi= 0.00013\%$ d'or dans l'eau.

Le tableau (1.3) regroupe les résultats expérimentaux, donnant la conductivité thermique des nanofluides, obtenus par plusieurs auteurs avec des nanoparticules métalliques de différentes tailles dispersées dans différents liquides porteurs (l'eau, l'éthylène glycol et l'huile) et pour différentes valeurs des fractions volumiques de nanoparticules.

Tableau 1.3 : valeurs maximales de la conductivité thermique des nanofluides pour les nanoparticules métalliques obtenues par différents auteurs [21].

les nanofluides	Taille de nanoparticules	Fraction volumique	L'amélioration maximum de k %	Référence
Cu + huile	35	0.055	45	Eastman et al [18] (1997)
Cu + eau	100	7.5	75	Xuan et Li [16] (2000)
Cu + huile	100	7.5	45	Xuan et Li [16] (2000)
Cu + EG	10	0.3	40	Xuan et al [17] (2000)
Au + toluène	15	0.011	8.8	Patel et al [19] (2003)
Au + eau	15	0.00026	8.3	Patel et al [19] (2003)
Ag + eau	70	0.001	4.5	Patel et al [19] (2003)

1.5.2. Les nanoparticules d'oxyde métallique

1.5.2.1. Les nanoparticules d'oxyde d'Aluminium

L'essentiel des travaux sur ce type de nanofluide ont porté sur la mesure de la conductivité thermique en fonction des différents paramètres caractérisant les nanoparticules (taille, fraction massique) et température de l'ensemble.

Le premier travail publié sur l'amélioration de la conductivité thermique utilisant l'oxyde d'aluminium remonte à 1993 et a été mené par **Massuda et al.** [22]. En dispersant des nanoparticules (Al_2O_3) dans de l'eau dont la taille des nanoparticules est de 13nm de diamètre. Ils ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 30% pour une fraction volumique $\phi = 4.3\%$. Ce résultat a été suivi par une autre étude publiée par **Eastman et al.** [18] qui ont trouvé une amélioration de 30% de la conductivité thermique de nanoparticules (Al_2O_3) de taille 33nm en suspension dans l'eau pour une fraction volumique de 5%.

Les travaux de **Wang et al [23]** ont porté sur l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle pour différents nombres de Grashof et pour différentes concentrations en volume. Ils ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 40% pour (Al_2O_3 +éthylène glycol) de fraction volumique 8% et 14% pour (eau+ Al_2O_3) pour une fraction volumique de 4.5%.

Lee et al [24] ont mesuré la conductivité thermique des nanofluides. Ils ont utilisé l'oxyde de cuivre CuO et l'oxyde d'aluminium Al_2O_3 . Ces particules sont utilisées dans deux liquides de base: l'eau et l'éthylène glycol. Ils ont obtenu une amélioration de 10% de la conductivité thermique pour le nanofluide (eau+ Al_2O_3) de fraction volumique 4.3% et une amélioration de 20% pour (Al_2O_3) dans l'éthylène glycol pour $\phi = 5\%$ de volume. Ces derniers résultats sont notablement différents de ceux obtenus par les précédents auteurs bien qu'ils aient travaillé avec des nanoparticules de même taille.

En 2003, **Das et al. [25]** furent les premiers à étudier l'influence de la température sur l'accroissement de la conductivité thermique des nanofluides. Ils ont relevé une augmentation de la conductivité thermique lorsque la température varie de 21°C à 51°C pour les deux nanofluides (Al_2O_3 +eau) et (CuO+eau). Les valeurs des diamètres des particules sont de 38,4nm pour (Al_2O_3) et de 28.6nm pour CuO. Les résultats expérimentaux montrent que la conductivité thermique augmente linéairement avec l'augmentation de la température et dépend de la fraction volumique des nanoparticules dans l'eau.

Xie et al. [26] ont examiné l'influence du pH de la solution fluide de base et des nanoparticules de différentes tailles sur l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide et ce pour des nanoparticules (Al_2O_3) dispersées dans l'eau, l'éthylène glycol et l'huile. Ils ont montré que l'amélioration de la conductivité thermique diminue avec l'augmentation de PH.

En 2006, **Pracher et al [27]** ont mesuré la conductivité thermique à 85°C d'un nanofluide constituée d'eau et de particules d' Al_2O_3 de diamètre 10nm avec une fraction volumique de 0.5%. Ils ont trouvé qu'à cette température la conductivité du nanofluide était égale à deux fois celle de l'eau.

Li et Peterson [28] ont utilisé des nanoparticules Al_2O_3 de diamètre 36nm avec une fraction volumique 10% dans l'eau pure à une température de 34.7°C . Ils ont relevé une

amélioration de 30% de conductivité thermique du nanofluide ainsi mise au point. Sur la base de ces résultats expérimentaux, les auteurs ont proposé la relation suivante permettant le calcul de la conductivité thermique du nanofluide (eau+Al₂O₃) :

$$\frac{k_{nf} - k_f}{k_f} = 0.764481\varphi + 0.018688867T - 0.462147175$$

1.5.2.2. Les nanoparticules d'oxyde de cuivre

En utilisant des nanoparticules de CuO, de diamètre 36nm avec une fraction volumique de 5% dans de l'eau, **Eastman et al [18]** ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 60%, deux fois supérieure à la conductivité thermique obtenue dans les mêmes conditions avec des nanoparticules d'Al₂O₃.

Lee et al [24] ont mesuré la conductivité thermique de nanofluide utilisant des nanoparticules de CuO de diamètre 18,6 nm dans de l'eau ou dans l'éthylène glycol. Ils ont relevé que la conductivité thermique du nanofluide utilisé augmente linéairement en fonction de la fraction volumique des nanoparticules.

Das et al [25] ont refait avec des nanoparticules de CuO les mêmes expériences développées pour des nanoparticules d'Al₂O₃. Ils ont retrouvé un résultat analogue à savoir que la conductivité thermique du nanofluide étudié varie linéairement avec la température.

Les auteurs cités précédemment, **Li et Peterson [28]**, ont eux aussi mené des expérimentations avec des nanoparticules CuO de diamètre 29nm dans l'eau pure avec une fraction volumique 10% et une température de 34.7°C. Ils ont relevé une amélioration de 52% de la conductivité thermique du nanofluide. Ils ont proposé comme pour le cas des nanoparticules d'Al₂O₃.

La figure 1.7 montre les couleurs des nanofluides d'oxyde d'aluminium (eau+Al₂O₃) et d'oxyde cuivre (eau+CuO).

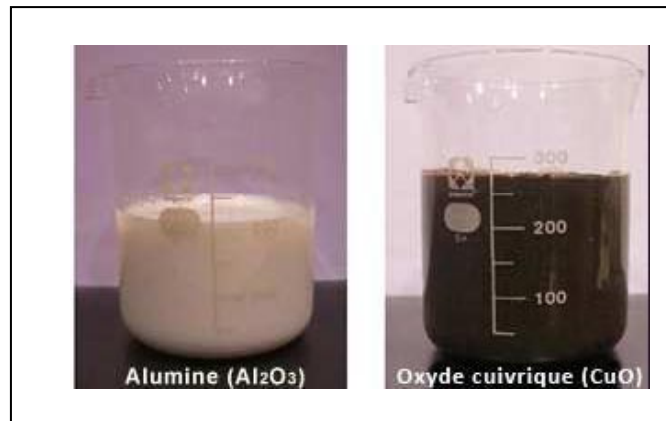


Figure 1.7 : Les couleurs de deux nanofluides avec seulement 1% de nanoparticules.

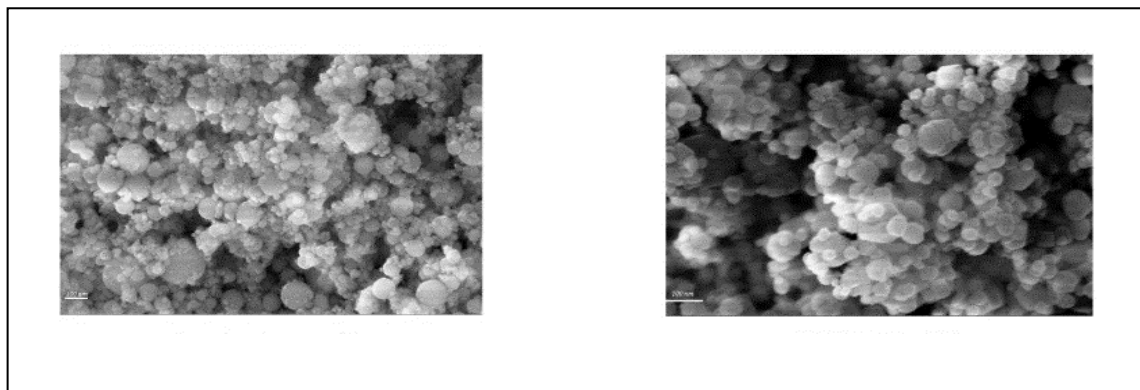


Figure 1.8 : Nanoparticules d'oxyde de cuivre et d'oxyde d'aluminium
Vues par le microscope électronique (SEM)

1.5.2.3. Nanoparticules de dioxyde de Titane

Les nanoparticules d' Al_2O_3 et de CuO , plus faciles à trouver dans le commerce, ont été les nanoparticules les plus étudiées au début des travaux de recherche sur les nanofluides. Une autre nanoparticule d'oxyde a été plus tardivement étudiée. Il s'agit de l'oxyde de Titane (TiO_2) expérimentés par **Pack et Choi [29]**. Ces derniers, en dispersant des nanoparticules de 27 nm dans l'eau, ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 10.7% pour une fraction volumique de 4,35%. Cette valeur est beaucoup plus faible que les 32% obtenue pour le nanofluide (eau+ Al_2O_3) avec la même concentration des nanoparticules. **Murshed et al [30]** ont mesuré la conductivité thermique des nanoparticules (TiO_2) sphérique et cylindrique. Ils ont trouvé que le nanofluide contenant des nanoparticules sphériques de 15nm conduit à une faible amélioration de la conductivité thermique tandis que, pour des nanoparticules

cylindriques de 40nm, ils obtiennent une amélioration allant jusqu'à 33% pour une fraction volumique de 5%.

Le tableau (1.4) regroupe les résultats expérimentaux, donnant la conductivité thermique des nanofluides, obtenus par plusieurs auteurs avec des nanoparticules d'oxydes métalliques de différentes tailles dispersées dans différents liquides porteurs (l'eau, l'éthylène glycol et l'huile) et pour différentes valeurs des fractions volumiques de nanoparticules.

On peut relever au niveau de ce tableau la discordance entre les résultats obtenus par les différents auteurs avec le même type de nanoparticules et le même fluide de base.

Tableau 1.4 : Résultats donnant les valeurs maximales des conductivités thermiques obtenues pour différents nanofluides avec des nanoparticules d'oxydes métalliques et différents fluides de base [31].

Types de nanofluides	Taille des nanoparticules (nm)	Fraction volumique %	Amélioration maximum k%	Référence
Al ₂ O ₃ +eau	13	4.3	30	Masuda et al. [22] (1993)
Al ₂ O ₃ +eau	33	5	30	Eastman et al. [18] (1997)
Al ₂ O ₃ +eau	13	4.33	32	Pak et choi. [29] (1998)
Al ₂ O ₃ +eau	28	4.5	14	Wang et al. [23] (1999)
Al ₂ O ₃ +eau	24.4	4.3	10	Lee et al. [24] (1999)
Al ₂ O ₃ +eau	38	4	25	Das et al. [25] (2003)
Al ₂ O ₃ +eau	60	5	20	Xie et al. [26] (2002)
Al ₂ O ₃ +eau	10	0.5	100	Prasher et al. [27] (2006)
CuO+eau	36	5	60	Eastman et al. [18] (1997)
CuO+eau	28.6	4	36	Das et al. [25] (2003)
CuO+eau	18.6	4.3	10	Lee et al. [24] (1999)
CuO+eau	23	10	35	Wang et al. [23] (1999)
Al ₂ O ₃ +EG	28	8	40	Wang et al. [23] (1999)
Al ₂ O ₃ +EG	24.4	5	20	Lee et al. [24] (1999)
Al ₂ O ₃ +EG	60	5	30	Xie et al. [26] (2002)
CuO+EG	23	15	55	Wang et al. [23] (1999)
Al ₂ O ₃ +huile	28	7	20	Wang et al. [23] (1999)
Al ₂ O ₃ + huile	60	5	40	Xie et al. [26] (2002)
Al ₂ O ₃ +huile	28	7.5	30	Wang et al. [23] (1999)
TiO ₂ +eau	27	4.35	10.7	Pak et Choi. [29] (1998)
TiO ₂ +eau	15	5	33	Murshed et al. [30] (2007)

1.5.3. Les nanoparticules non métalliques

1.5.3.1. Les nanotubes de carbone

➤ *La structure de nanotube de carbone*

Les travaux d'Harold Kroto, Richard Smaley et Robert Curl (Prix Nobel de Chimie en 1996 [32]) ont abouti à la découverte d'une nouvelle forme allotropique du carbone, les fullerènes. L'étude de ces nouvelles structures formées de 60 atomes de carbone arrangés sous formes de sphères va très vite susciter un vif intérêt dans le milieu des matériaux nanostructures. C'est en étudiant ces nouvelles structures, synthétisées alors par arc électrique, qu'en 1991 Sumio Iijima observe pour la première fois les nanotubes de carbone (NTC) multi-feuillets note MWNT (Multi-Walled NanoTube) [33]. Ils sont constitués de deux ou plusieurs couches de graphène. En 1993, il découvre également des nanotubes mono-feuillets. Le NTC mono-feuilleter note SWNT (Single Walled NanoTube), se présente sous la forme d'un graphène, enroulé sur lui-même, décrivant une géométrie tubulaire. Si le NTC n'a pas subi de détérioration, une demi-sphère de fullerène forme généralement l'une de ses deux extrémités, tandis que la seconde peut être occupée par une nanoparticule métallique utilisée comme catalyseur pour la synthèse des NTC. Suivant l'orientation des motifs hexagonaux de carbone par rapport à l'axe du tube, il est possible de différencier les divers types de SWNT (Fig. 1.8).

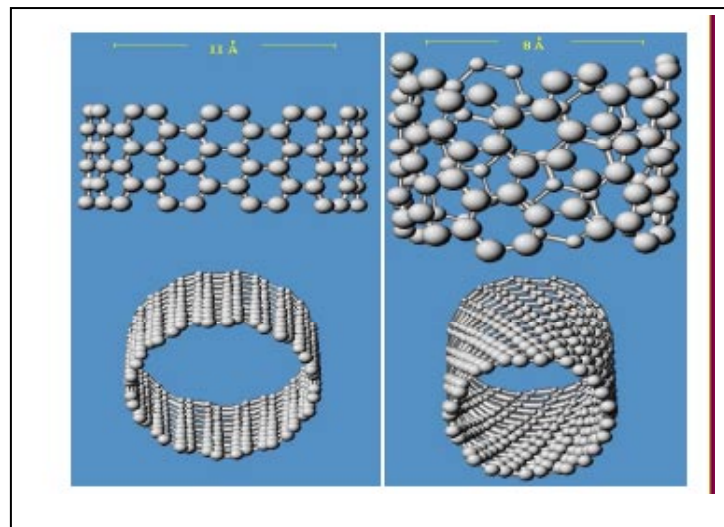


Figure 1.8 : Différentes structures de nanotubes identifiées [34].

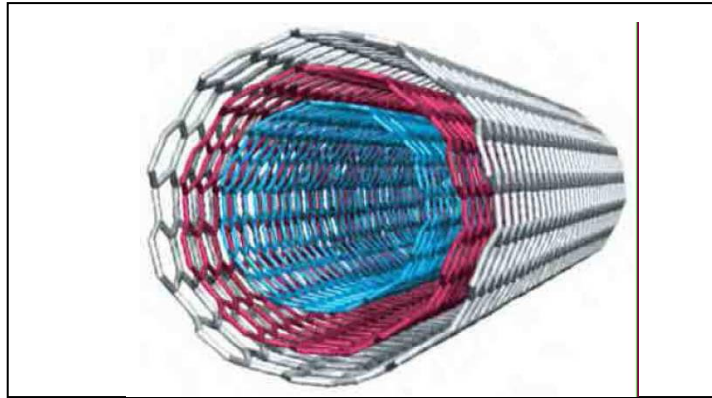


Figure 1.9 : Représentation graphique d'un nanotube de carbones multi-feuillets (MWNT)

Les tubes de quelques nanomètres de diamètre peuvent atteindre plusieurs centaines de micromètres de longueur (Fig. 1.10).

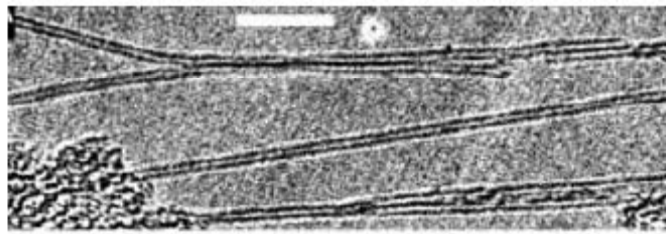


Figure 1.10 : Image TEM (Microscope électronique à transmission) de nanotubes mono-feuille (barre d'échelle 10nm) [34].

➤ *Propriété thermique des nanotubes de carbone*

Les travaux théoriques et expérimentaux ont permis la détermination de la conductivité thermique de ces nanotubes de carbone (3000W/MK) pour les nanotubes de carbone multi-feuillets ou multiwall (MWNTCs) et 6000W/MK pour les nanotubes de carbone mono-feuille ou single-wall (SWNTCs) [35]. Ce sont les études portant sur les nanofluides à base de nanotubes de carbone qui ont montré les augmentations de conductivité thermique les plus élevées. Ces dernières sont de l'ordre plus de 160% pour des concentrations en volume de 1% (**Choi et al [2]** en 2001). Une manière simple de se représenter l'effet de nanotubes de carbone en solution est de considérer les nanotubes en suspension comme autant de nano-ponts thermiques susceptibles de conduire rapidement l'énergie d'un point à l'autre de l'échantillon comme montre la figure (1.11).

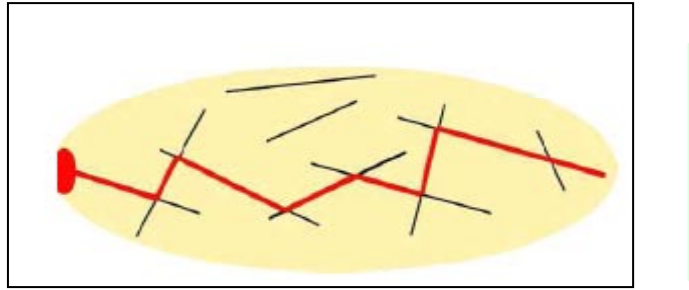


Figure 1.11 : Explication schématisée de la création d'un réseau de ponts thermiques (traits rouges) créée par une dispersion de nano-fibres (traits noirs) dans un liquide (couleur beige) qui permet la propagation de la chaleur d'une zone chaude (ovale rouge) vers une zone froide [34].

Cette augmentation de conductivité thermique peut être prédite par la théorie du milieu effectif qui prévoit de fortes augmentations de conductivité thermique pour des fluides contenant des nanoparticules ayant un grand rapport d'aspect (**Keblinski [4]** en 2005). Cette théorie permet de calculer l'augmentation de la conductivité thermique du liquide en fonction du rapport d'aspect des nanotubes utilisés. Elle prédit que la conductivité thermique du nanofluide devrait augmenter fortement avec le rapport d'aspect des nanotubes.

L'augmentation de la conductivité thermique prévue (jusqu'à 6000%) par cette théorie est largement supérieure à celle obtenue expérimentalement (150%). Ceci pourrait être expliqué par la forte résistance interfaciale entre le nanotube et le liquide résultant de la faible affinité entre les liquides et les nanotubes de carbone qui provoque une diminution des molécules de liquide environnant, autour du nanotube. Ceci a pour effet de réduire le couplage thermique entre les nanotubes et le liquide environnant, ce qui réduit la conductivité thermique du mélange. Pour limiter cet effet, des travaux sont en cours pour obtenir une meilleure adéquation entre le nanotube et le fluide porteur. Ces travaux de recherche ont un double intérêt : ils permettent d'une part d'améliorer la stabilité de la suspension et d'autre part l'obtention de nanofluides meilleurs conducteurs de la chaleur. En revanche, les molécules greffées à la surface du nanotube peuvent également induire une résistance interfaciale supplémentaire **Shenogin et al [36]**.

La principale difficulté rencontrée avec les nanofluides à base de nanotubes de carbone est de disperser de manière stable dans le temps les nanotubes de carbone dans le liquide de base **Wang et al [37]** Le rapport d'aspect des nanotubes, les méthodes de préparation et d'ensemencement sont différents d'une publication à l'autre, entraînant une grande

différence entre les valeurs des conductivités thermiques mesurées pour les nanofluides avec des nanotubes de carbone. Ainsi la conductivité thermique augmente de 10% pour une concentration de 1% de nanotube dans l'eau (**Xie et al [38]** 2003) à 150% pour une concentration de 1% de nanotubes dans l'éthylène glycol (**Choi et al [2]** 2001).

L'utilisation de nanotube de carbone en suspension dans un liquide pour l'amélioration de la conductivité thermique est faite par **Choi et al [2]** qui ont dispersé des multi couches de nanotubes de carbone de taille de 25nm et une longueur de 50 μ m dans l'huile Polyoléfine (PAO) à la température ambiante. L'amélioration de rapport de conductivité thermique était plus de 160% avec $\phi=1\%$, ceci indique que l'interaction entre les fibres conduit à une plus grande valeur de la conductivité thermique.

D'autres études ont conduit à des résultats différents pour des nanotubes de carbone dispersés dans l'eau. **Xie et al [38]** ont dispersé des (MNTC) dans l'eau, l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide est de 20% pour une concentration de 1% de volume.

Wen et Ding [39] ont mesuré l'amélioration de (MNTCs) en suspension dans l'eau en fonction de la température et de la concentration. Ils ont trouvé qu'en dessous de 30°C la conductivité thermique du nanofluide augmente linéairement avec l'augmentation de la température. L'amélioration maximum obtenue est de 31% pour $\phi = 0.84\%$ et a la température de 60°C. La même expérience a été menée par **Ding et al. [40]** qui ont trouvé une amélioration de 80% pour $\phi= 1\%$ et a une température de 30°C.

Assael et al [41] ont obtenu 38% pour une fraction volumique de 0.6% de nanotubes dans l'eau ou encore de 150% pour une concentration de 1% de nanotubes dans l'éthylène glycol.

Tableau 1.5 : Valeurs mesurées de la conductivité thermique des nanofluides avec des nanotubes de carbone pour différents fluides de base et pour différentes valeurs de la fraction volumique en nanotubes[42] .

Les nanofluides	Fraction volumique	k _{nf} / k _f	Reference
MWCNTs + PAO	1	160	Choi et al [2] (2001)
MWCNTs + eau	1	6	Xie et al [38] (2003)
MWCNTs + EG	1	12	Xie et al [38] (2003)
MWCNTs + Decéne	1	20	Xie et al [38] (2003)
MWCNTs+ au	0.84	21	Wen et Ding [39] (2004)b
DWCNTs + eau	1	8	Assael et al [41] (2004)et (2005)
MWCNTs + eau	0.6	34	Assael et al [41] (2004)et(2005)

1.6 Les effets influents sur les propriétés thermophysiques des nanofluides

Les paramètres principaux influant sur la conductivité thermique du nanofluide sont :

- La concentration volumique des particules
- Le type de la particule
- La température

Les résultats expérimentaux de l'amélioration de la conductivité thermique en fonction de ces paramètres sont résumés dans les tableaux (1.6) donnés en ANNEXE A. Dans le tableau 1 on cite les références des auteurs qui ont traité le cas de l'effet de la taille sur la conductivité thermique [43-49]. Dans le tableau 2 on cite les références des auteurs qui ont traité le cas de l'effet de la température et la taille sur la conductivité thermique [50].

1.6.1. Effet de la concentration volumique de particules

L'effet de la concentration volumique des particules sur l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide est montré dans les figures (1.12.a) et (1.12.b), où les travaux de sept groupes de chercheurs sont présentés pour les particules de l'Al₂O₃

suspendus dans l'eau. La dimension de la particule et la température du nanofluide varient ces groupes, mais la tendance générale est claire.

Nous constatons que l'amélioration de la conductivité thermique augmente en fonction de la fraction volumique des particules et que les concentrations de particules d'oxyde métallique donnent une amélioration allant jusqu'à 30%. [12]

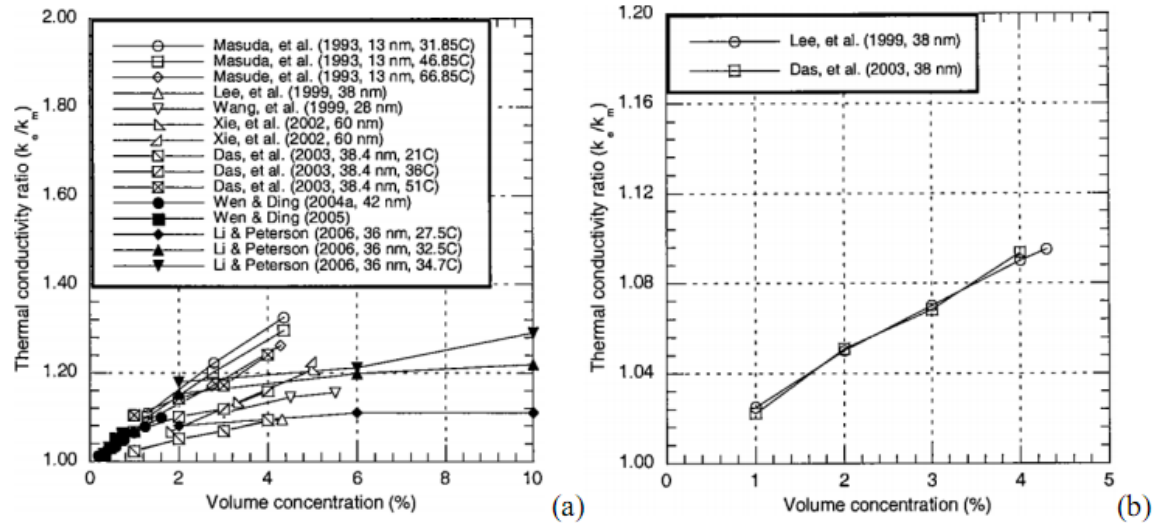


Figure 1.12 : Effet de la concentration volumique sur la conductivité thermique du nanofluide (Al₂O₃/eau) pour différents chercheurs [12].

1.6.2. Effet du type de la nanoparticule

La figure 1.13.a et 1.13.b regroupent les études expérimentales de plusieurs chercheurs. Elles illustrent l'effet du type des nanoparticules sur la conductivité thermique pour deux nanofluides, l'un est un oxyde métallique et le second est un métal, tous deux sont dilués dans l'eau. Tous les paramètres (température et la forme de la particule) sont supposés constants. Ils ont constaté que les particules métalliques produisent la même amélioration que les oxydes métallique mais à faible concentration volumique.

On observe aussi que le rapport de la conductivité thermique de métal a augmenté plus rapidement par rapport à l'oxyde métallique. [12]

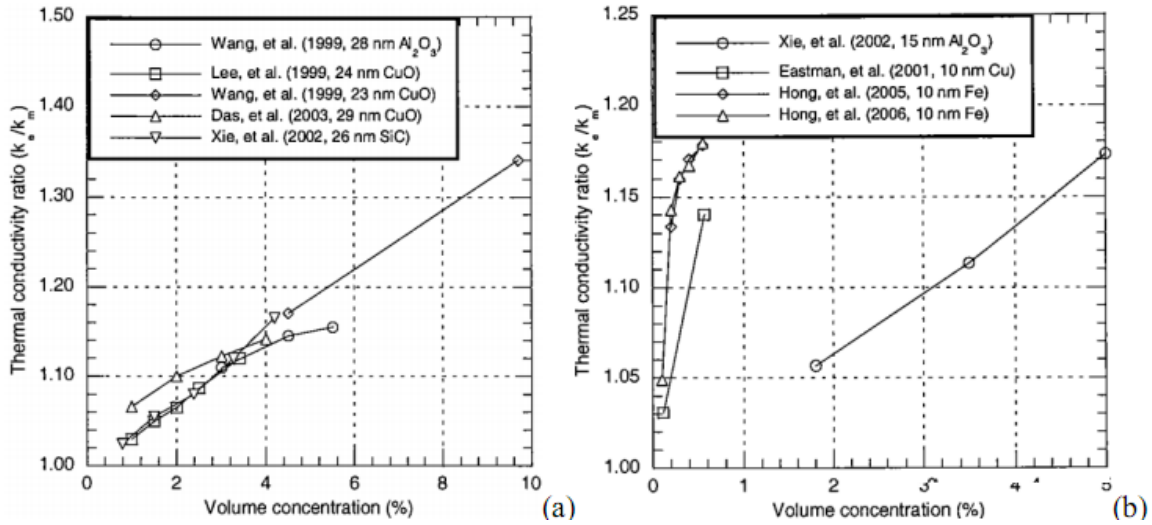


Figure 1.13 : Effet des types de particules sur la conductivité thermique des nanofluides[12]

1.6.3. Effet de la température

En général que les données indiquent clairement que l'amélioration de la conductivité thermique augmente lorsque la température augmente. Mais elle est plus élevée pour l'oxyde de cuivre CuO par rapport à l'oxyde d'aluminium Al_2O_3 , ou le taux de la conductivité pour une concentration volumique de $\phi=4\%$ et température de $T=51^\circ C$. Ils atteignent 1,24 pour Al_2O_3 et une valeur de 1,36 pour CuO [12].

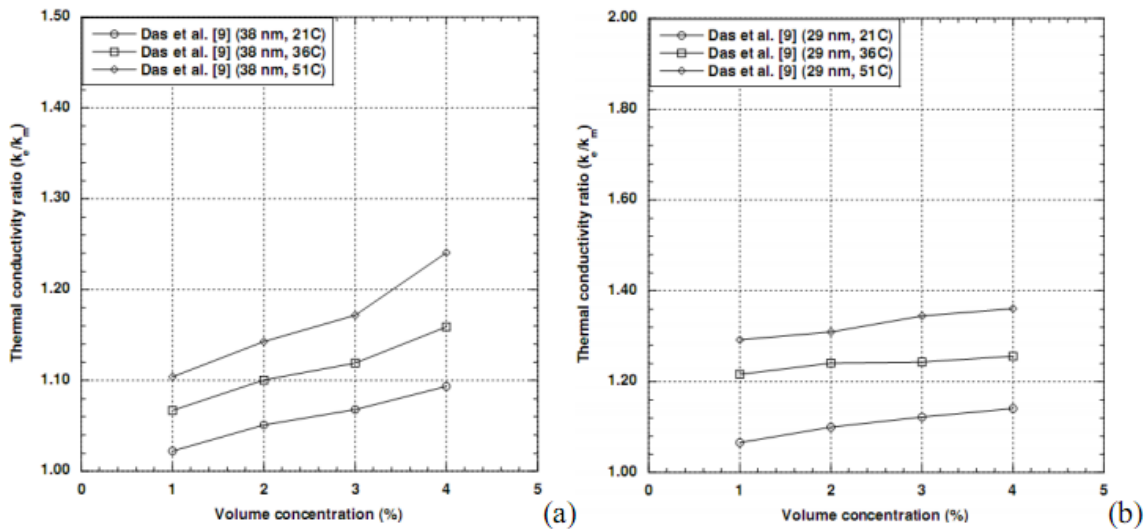


Figure 1.14: effet de la température sur la conductivité thermique des nanofluides a base d'eau : (a) pour Al_2O_3 , (b) pour CuO [12].

1.7. Les mécanismes de transfert thermiques dans les nanofluides

1.7.1. Définition :

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules.

Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement

1.7.2. Type de convection

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement

Aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

1.7.2.1. La convection naturelle

A notre connaissance, on trouve très peu de travaux expérimentaux traitant de la convection naturelle dans les nanofluides. Le problème de la convection naturelle dans une cavité différentialement chauffée a été étudié numériquement par **Khanafar et al [51]** en considérant l'effet de la dispersion des particules. Ils ont proposé une corrélation donnant l'importance des transferts de chaleur exprimée en termes de nombre de Nusselt

moyen pour différents nombres de Grashof et pour différentes concentrations volumiques des nanoparticules.

Putra et al [52] ont réalisé une étude expérimentale sur le transfert de chaleur en convection naturelle pour des nanofluides ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$) et ($\text{CuO} + \text{eau}$) à l'intérieur d'un cylindre horizontal dont les deux faces verticales sont soumises à des températures constantes et différentes. Ils ont trouvé que pour un nombre de Rayleigh du nanofluide entre 10^6 et 10^9 le transfert de chaleur diminue au lieu d'augmenter lorsque l'on augmente la fraction volumique des nanoparticules. Donc ils observent une détérioration du transfert de chaleur. **Roy et al [53]** ont étudié numériquement le transfert de chaleur pour un nanofluide ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$) placé dans un système radial de refroidissement. Leurs résultats indiquent que l'addition de 10% en volume d' Al_2O_3 peut conduire à un doublement des transferts de chaleur comparée à celui du liquide de base seul. **Wen et al. [54]** ont rapporté que pour des Rayleigh inférieurs à 10^6 le transfert de chaleur diminue lorsque la fraction volumique ϕ augmente. Il confirme l'existence d'une détérioration de transfert de chaleur en convection naturelle pour le nanofluide ($\text{TiO}_2 + \text{eau}$) pour des faibles nombres de Rayleigh. **Kim et al [55]** ont étudié analytiquement la naissance de la convection naturelle pour un nanofluide remplissant une couche infinie horizontale. Ils ont introduit un nouveau facteur noté f qui traduit le rapport du nombre de Rayleigh du nanofluide sur le nombre de Rayleigh du fluide de base, f est une fonction complexe liant les variables thermophysiques du fluide de base et de ceux du nanofluide utilisé ainsi que de la fraction volumique. Ils ont conclu à l'augmentation du transfert par convection naturelle quand ϕ augmente. Nous allons dans la suite de ce travail montrer que ce résultat n'est valable que pour les grands nombres de Rayleigh.

L'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle chauffée par le bas et pour différents nombres de Grashof et pour différentes valeurs de ϕ a été effectuée par **Wang et al [56]**. Ces auteurs ont conclu que le coefficient de transfert de chaleur pour ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$) était de 30% pour $\phi = 10\%$, L'augmentation maximale du transfert de chaleur de 80% est obtenue pour $\phi = 10\%$ avec des nanoparticules de cuivre. En plus le coefficient de transfert de chaleur est augmenté de 100% pour un nanofluide avec des nanotubes de carbone et de l'huile comme fluide porteur avec $\phi = 1\%$.

En 2006 **Rong Yan Jou et al [57]** ont adopté le modèle utilisé par Khanafer pour simuler la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité différentiellement chauffée. Ils ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$) et le rapport d'aspect (1/2, 1 et 2) sur l'écoulement du nanofluide. Leurs résultats montrent une augmentation du coefficient de transfert de la chaleur avec la fraction volumique des nanoparticules.

Le comportement convectif dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée avec des parois verticales mobiles et remplies de nanofluide (Cu + eau) a été étudié numériquement par **Tiwari et al [58]**. Ils ont assimilé le nanofluide à un fluide homogène Newtonien, doté de propriétés thermophysiques particulières. Ils ont montré que le nombre de Richardson et le sens du mouvement des deux parois verticales affectent l'écoulement du nanofluide et le transfert de chaleur au sein de la cavité.

Hwang et al [59] ont étudié la convection naturelle dans une cellule rectangulaire en configuration de Rayleigh Bénard. Ils ont utilisé le modèle de Globe et Dropkin pour calculer le coefficient du transfert de chaleur pour le nanofluide (Al_2O_3 +eau). Ils ont examiné l'influence de la fraction volumique ϕ , la taille des nanoparticules et la température sur le transfert de chaleur au sein de la cellule. Pour cela deux modèles de viscosité celui d'Einstein et celui de Pack et Choi ont été utilisés. Ils ont observé une détérioration du transfert thermique en utilisant le modèle de Pack et Choi et une augmentation de ce transfert quand ϕ augmente.

Ho et al [60] ont développé une étude numérique portant sur la convection dans une cavité différentiellement chauffée remplie par le nanofluide (Al_2O_3 +eau). Ils ont montré que les résultats obtenus à partir le modèle de Brinkman et la corrélation de **Maiga et al [61]** ont une forte influence sur le transfert de chaleur. Ils ont fait des simulations pour des nombres de Rayleigh variant de 10^4 à 10^6 et pour une fraction volumique ϕ variant de 0 à 4%. Ils ont alors relevé que le recours à l'une ou l'autre des relations donnant les grandeurs thermophysiques du nanofluide conduit à des résultats différents pour le transfert de chaleur dans cette configuration.

1.7.2.2. La convection forcée

Pak et al [29] se sont intéressés au transfert de chaleur par convection avec un fluide contenant en suspension des particules d'oxydes métalliques Al_2O_3 (13nm) et TiO_2 (27nm). Les mesures sont effectuées dans une configuration de tube chauffé à flux constant en régime turbulent et les résultats les plus significatifs sont obtenus avec une fraction volumique de nanoparticules de 3%.

A nombre de Reynolds égal, ils ont montré que le coefficient de transfert de chaleur est accru de 75% par rapport à celui de l'eau pure. Cependant, à vitesse débitante identique, le même paramètre h devient inférieur de 12% à celui de l'eau pure. Ce résultat est dû au fait que la viscosité du nanofluide est nettement supérieure à celle de l'eau pure.

Xuan et Li [16] ont utilisé le nanofluide (eau + Cu) pour mesurer le coefficient d'échange en convection forcée pour des nombres de Reynolds variant de 10^4 à $2.5 \cdot 10^4$. Ils ont trouvé que l'ajout des nanoparticules améliore grandement le transfert convectif. Ainsi pour une fraction volumique des nanoparticules de 2% le nombre de Nusselt du nanofluide croît de 39% comparé à celui dans l'eau. Ce nombre de Nusselt augmente quand on augmente ϕ ou quand on augmente le nombre de Reynolds. L'inconvénient du recours aux nanofluides dans ce cas est lié à l'augmentation de la viscosité du nanofluide. Il faudrait alors rechercher un compromis pour augmenter le coefficient d'échange convectif en augmentant ϕ et ne pas trop augmenter la viscosité du nanofluide pour pouvoir le mettre plus facilement en mouvement.

Qiang et Li [62] ont procédé à une expérimentation similaire de celle réalisée **Xuan et Li [16]**. Ils ont également mesuré le facteur d'échange en convection forcée pour le même type de nanofluide (eau+Cu) pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour ϕ variant de 0% à 1.2%. **Maiga et al. [61]** ont étudié numériquement l'hydrodynamique (convection forcée) et les caractéristiques thermiques des nanofluides dans un tube chauffé en utilisant un modèle à une seule phase pour les régimes laminaire et turbulent. Leurs résultats montrent que l'addition des nanoparticules conduit à une augmentation du transfert de chaleur comparé au fluide seul. Ils ont trouvé que le nanofluide obtenu avec (l'éthylène glycol + Al_2O_3) assure un meilleur transfert de chaleur que le nanofluide (eau + Al_2O_3). Ils ont rapporté que le coefficient de transfert de chaleur augmente de 80%

pour l'éthylène glycol + Al_2O_3 tandis qu'il augmente de 60% pour le nanofluide (eau + Al_2O_3) pour une fraction volumique $\phi = 10\%$ de nanoparticule Al_2O_3 .

1.8 Les modèles monophasique et diphasique

La modélisation numérique du transfert de chaleur de nanofluide peut être effectuée en utilisant deux approches diphasique (deux phases) ou monophasique (homogène).

1.8.1 L'approche monophasique

Dans le modèle homogène on suppose que la phase fluide et les nanoparticules sont en équilibre thermique avec une vitesse nulle, ou la phase fluide et les nanoparticules sont en état d'équilibre thermodynamique et se déplacent à la même vitesse locale cette hypothèse est raisonnable lorsque la base de liquide est facilement fluidisé il peut donc être considéré comme à peu près un fluide unique. On examine le nanofluide comme une seule phase et on suppose la phase liquide continue [63], dans ce modèle les définitions des propriétés physique des nanofluides ont une grande importance [64].

1.8.2 L'approche diphasique

La résolution d'un problème diphasique ou multiphasique consiste à résoudre les équations de la dynamique des fluides tout en couplant les problèmes entre les différentes phases par des relations de saut aux interfaces prenant en compte les échanges de matière, de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases. Pour cela, il existe deux approches de modélisation : l'approche Euler-Euler et l'approche Euler Lagrange. Dans l'approche Euler-Euler, les différentes phases sont traitées mathématiquement comme des phases continues pouvant s'interpénétrer et en introduisant la notion de fraction volumique de phase. Cette approche ne cherche pas à déterminer les propriétés de chaque particule présentée dans l'écoulement mais à calculer des propriétés locales caractéristiques de l'écoulement diphasique. Au contraire, l'approche Euler-Lagrange consiste à suivre les trajectoires de particules discrètes présentes dans une phase porteuse continue en résolvant les équations de la mécanique du point pour les particules soumises aux forces exercées par la phase porteuse[64].

Il existe des différents niveaux de modélisation des écoulements diphasique qui conduisent à des systèmes d'équations plus ou moins complexes on site ci-dessous le plus utilisé :

1.8.2.1 Le modèle volume de fluide VOF

La formulation VOF est basée sur le fait que deux ou plusieurs fluides (ou phases) sont non miscibles. Pour chaque phase supplémentaire que vous ajouter au modèle, une variable est introduite : la fraction volumique de toutes les phases sont égales à l'unité. Toutes les variables et propriétés sont partagés par les différentes phases et représentent des valeurs moyennes en volume, pourvu que la fraction volumique de chacune des phases soit connue le long d'une cellule de calcul. Donc les variables et les propriétés pour une cellule donnée sont représentatifs pour une phase ou pour le mélange, ça dépend des valeurs de la fraction volumique [65].

En d'autres termes, si la fraction volumique du q-ième fluide dans une cellule de calcul est désignée par φ_q , trois conditions sont possibles :

$\varphi_q = 0$ La cellule est vide (du q-ième fluide)

$\varphi_q = 1$ La cellule est pleine (du q-ième fluide)

$0 < \varphi_q < 1$ La cellule contient l'interface entre les fluides

Le suivi de l'interface entre les phases est accompli par la solution de l'équation de la continuité pour la fraction volumique d'une (ou plus) phase (s) et la fraction volumique de la phase fondamentale sera calculée en se basant sur la condition :

$$\sum_{q=1}^n \varphi_q = 1$$

q : l'indicateur de phase

1.8.2.2 Le modèle mélange

Le modèle de mélange est un modèle multiphasique simplifié permettant de simuler des écoulements où les phases fluides peuvent se déplacer à des vitesses différentes. Contrairement au modèle VOF, cette approche de mélange traite les différentes phases comme des phases continues occupant tout l'espace et pouvant s'interpénétrer. Le modèle de mélange résout les équations de bilan de matière, de quantité de mouvement et

d'énergie pour le mélange ainsi qu'une équation de transport pour la fraction volumique de chaque phase présente. Les applications de ce modèle comprennent l'étude des phénomènes de sédimentation, les séparateurs cycloniques et les écoulements à bulles pour lesquels la fraction volumique de gaz reste modérée.

Le modèle mélange est basé sur les hypothèses suivantes :

- Une pression unique est partagée par tous les phases.
- Les phases secondaires dispersées sont supposées constituées des particules sphériques de taille uniformes, des particules étaient précisées lors de calcul.
- Les interactions entre les différentes phases dispersées sont négligées.
- Les concentrations des phases secondaires dispersées sont résolues à partir des équations scalaires en tenant compte de la correction due à un glissement de phase.

Le modèle de mélange présente les limitations suivantes :

- Il n'y a pas de possibilité de changement de phase.
- La compressibilité d'écoulement n'est pas prise en compte.
- Les conditions à la limite de la pression ne peuvent pas être spécifiées car la loi des gaz parfait ne peut être employée [66].

Pour la modélisation on suppose que le couplage entre les phases est fort, et les particules sont suivies dans le fluide. Les deux phases supposées être et s'interpénètrent, ce qui signifie que chaque phase possède son propre champ de vecteur de vitesse, et dans un volume de contrôle il existe une fraction volumique de phase primaire et aussi une fraction volumique de la phase secondaire, il faut écrire les équations gouvernant de chaque phase séparément [67].

1.8.2.3 Le modèle Eulérien

Le modèle eulérien est un modèle multiphasique plus complexe permettant de résoudre les équations de continuité et de quantité de mouvement pour chaque phase. Le couplage est réalisé par le biais de termes d'échange de quantité de mouvement entre les phases dépendant de la nature des phases mises en jeu (écoulement granulaire fluide-solide ou non granulaire de type fluide-fluide). Avec le modèle eulérien, le nombre de phases secondaires est uniquement limité par les capacités de l'outil de calculs. Ce

modèle est très bien adapté à l'étude des lits fluidisés et à la modélisation des écoulements à bulles ou à gouttes [68].

1.9 Domaines d'application des nanofluides

Les nanofluides peuvent être employés pour améliorer le transfert thermique de chaleur et l'efficacité énergétique dans plusieurs systèmes thermiques. Dans cette section quelques exemples d'application seront présentés tel que le transport la micro-électronique, la défense, le nucléaire, l'espace et la biomédicale.

1.9.1 Refroidissement des systèmes électroniques

Dans le circuit intégré les nanofluides ont été considérés comme fluides de refroidissement. Pour cela plusieurs études ont été effectuées. **Tsai et al [69]** ont employé un nanofluide à base d'eau pour refroidir une unité centrale de traitement dans un micro-ordinateur. De leur côté ma et col ont étudié l'effet du nanofluide sur les possibilités de transfert de la chaleur d'un caloduc d'oscillation ils ont prouvé qu'à la puissance d'entrée de 80 W et seulement pour une concentration volumique de $\phi=1\%$ la différence de température entre la vaporisation et le condensateur est de 16.6°C.

1.9.2 Refroidissement des systèmes thermiques

Le mélange d'éthylène-glycol et l'eau sont utilisés comme liquide de refroidissement dans les moteurs des véhicules l'addition des nanoparticules dans ces liquides ce dernier améliore le taux de refroidissement. Ce point est étudié par plusieurs groupes de chercheurs, **Tzeng et al [70]** ont dispersé les nanoparticules de CuO et Al₂O₃ dans l'huile de refroidissement du moteur de transmission. Dans une autre application, **Zhang et al [71]** ont rapporté une étude pour réduire l'usure (lubrification) à l'aide des nanoparticules, et améliorer les propriétés tribologiques et la résistance à l'usure avec la réduction de frottement entre les éléments mécaniques mobiles.

1.9.3 Refroidissement des systèmes militaires

Les exemples des applications militaires incluent le refroidissement de l'électronique de puissance et les armes d'énergie dirigée. ces derniers impliquent des flux thermique très élevés ($q > 500$ à 1000 W/cm²), ou les nanofluides ont montré leur

efficacité pour refroidir ces systèmes, et aussi les autres systèmes militaire y compris les véhicules militaires les sous marins et les diodes lasers à haute puissance.

1.9.4 Refroidissement des systèmes spatiaux

Pour les applications dans l'espace **You et al [72]** et **Vassallo et al [73]** ont effectué des études pour montrer que la présence des nanoparticules dans le fluide de refroidissement en électronique générale joue un rôle très important dans les applications de l'espace ou la densité de puissance est très élevée.

1.9.5 Refroidissement des systèmes nucléaires

L'institut de Technologie de Massachusetts a réservé un centre interdisciplinaire uniquement pour la nouvelle technologie (nanofluide) dans l'industrie de l'énergie nucléaire. Actuellement ils évaluent l'impact potentiel de l'utilisation des nanofluides sur la sûreté neutronique et de la performance économique des systèmes nucléaires.

1.9.6 La biomédecine

Les nanofluides et les nanoparticules ont beaucoup d'applications en biomédecine. Par exemple pour éviter quelques effets secondaires des méthodes traditionnelles de traitement du cancer, les nanoparticules à base de fer ont été employées comme transporteur des drogues. Aussi pour une chirurgie plus sûre en produisant le refroidissement efficace autour de la région chirurgicale, **Jordan et al [74]** ont effectué une étude où les nanofluides pourraient être employés pour produire une température plus élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les cellules saines voisines.

1.9.7 D'autres applications

Il y a des situations nombreuses où l'augmentation de l'efficacité du transfert thermique peut être liée à la qualité et au coût d'un produit d'un processus. Par exemple, dans le domaine des énergies renouvelables les nanofluides sont utilisés pour augmenter le transfert de chaleur à partir des capteurs solaires aux réservoirs de stockage et pour augmenter la densité d'énergie. Les liquides réfrigérants de nanofluide ont une

application potentielle dans la majorité des industries de transformations, telles que les matériaux, la production chimique, la nourriture, la boisson, le pétrole et le gaz [75].

Chapitre 2

Etude Théorique

et

Modélisation Mathématique

2.1 Introduction

L'objectif de ce problème consiste en la simulation numérique de l'écoulement d'un nanofluide entre deux cylindres concentriques horizontaux soumis à des conditions aux limites thermiques différentes : le cylindre intérieur est isolé tandis que celui de l'extérieur est soumis sur sa surface à une densité de flux thermique constante.

Nous allons d'abord présenter le problème physique et sa géométrie dans un système de coordonnées cylindriques. Ensuite, étant donné que le fluide étudié est un fluide particulier, il est donc nécessaire de présenter les différentes approches et modèles mathématiques existants et reconnus dans la bibliographie, traitant la simulation de ses caractéristiques et son écoulement. Aussi, il est important de signaler que le développement des moyens informatiques en termes de capacité de stockage et en termes de fréquence des processeurs, a entraîné une fulgurante ascension des outils numériques dans le domaine de la dynamique des fluides computationnelle « CFD : Computational Fluid Dynamics » bien exploité pour la résolution et l'explication de phénomènes complexes. A l'instar des évolutions dans la nanotechnologie, le domaine des nanofluides a lui aussi vu un rapide développement des modèles de telle sorte qu'il existe des approches nouvelles et des approches anciennes ou classiques telles que la méthode de dispersion thermique, celle d'Euler-Lagrange, celle dites Euler-Euler, et celle de Lattice Boltzmann.

2.2 Description du système

La géométrie du problème physique considérée est schématisée sur la figure (2.1). Il s'agit de deux cylindres concentriques horizontaux, de longueur L et de diamètre intérieur et extérieur respectifs D_i et D_e dont le cylindre extérieur est soumis à un flux pariétal constant tandis que le cylindre intérieur est adiabatique. Dans l'entrefer circule un nanofluide qui se présente à l'entrée du cylindre avec une vitesse V_0 et une température T_0 , toutes deux constantes. On considère l'absence de toute source ou puits de chaleur dans le domaine fluide.

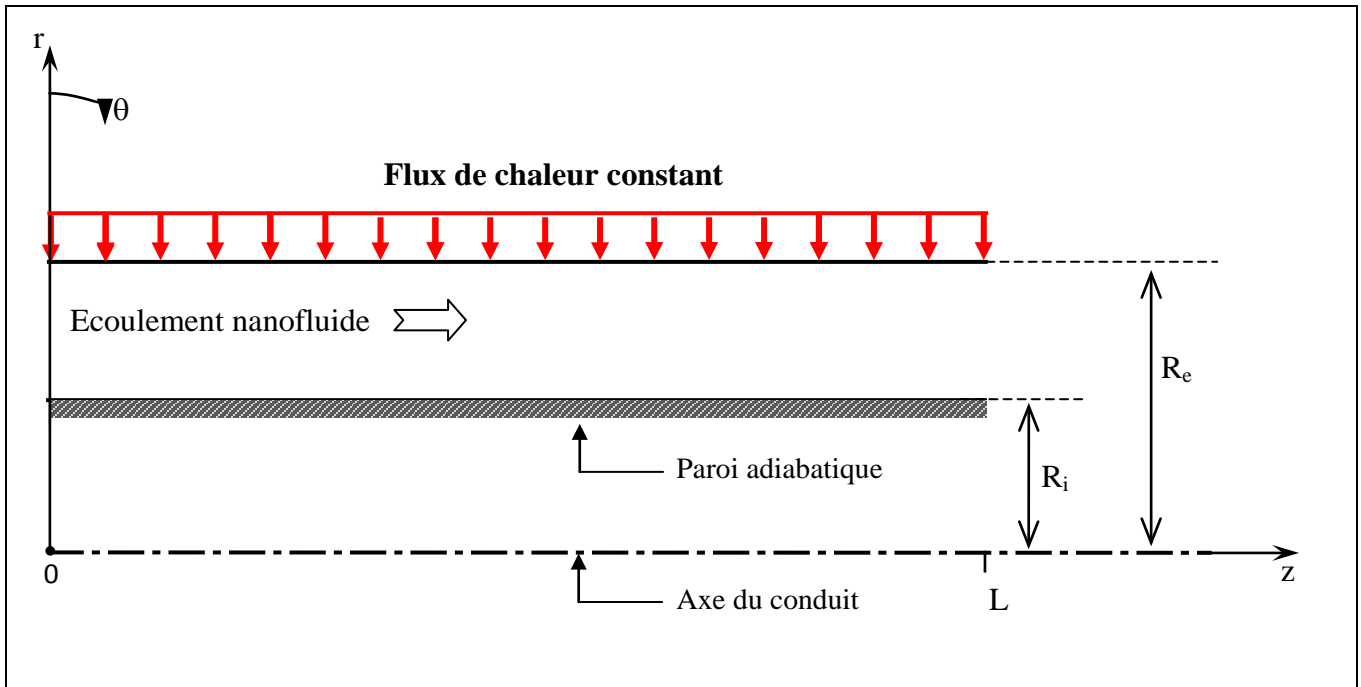


Figure 2.1 Géométrie du problème

2.3 Hypothèses simplificatrices

Dans le cadre du modèle nanofluide monophasique, la phase liquide et les nanoparticules solides sont considérées en équilibre thermique. Les hypothèses simplificatrices usuelles largement utilisées dans la dynamique des fluides sont aussi prises en compte :

- L'écoulement est tridimensionnel.
- Le nanofluide est considéré newtonien et incompressible.
- L'écoulement est laminaire établi.
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- Les propriétés physiques du nanofluide sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède
- La dissipation visqueuse est négligeable.
- le rayonnement thermique à l'intérieur du passage annulaire est négligeable

2.4 Les différents modèles pour les nanofluides

L'application des principes généraux de la physique basés sur la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sur un élément de volume fluide moyennant certaines hypothèses telles citées ci-dessus permet d'établir mathématiquement les équations différentielles nécessaires à la résolution des différents problèmes de type thermofluide. Dans le cas des nanofluides du fait de l'existence simultanée de deux phases l'une solide causée par les particules solides en suspension dans une base fluide rendant le système diphasique nécessite un traitement particulier de telle sorte que différents modèle ont été développé.

2.4.1. Modèle monophasique

Un des modèles développés qui a beaucoup attiré l'attention des chercheurs est le modèle monophasique pour les avantages qu'il présente : moins de consommation de temps de calcul et fiabilité des résultats obtenus. Considérant que les particules solides en suspension sont très fines rendant leur fluidisation simple et sans effet de glissement assurant ainsi un équilibre thermique entre les phases solides et fluides. De ce fait, ce modèle traite le nanofluide comme un fluide homogène sur lequel sont appliqués les principes de conservation connus sauf qu'à la place des propriétés physiques du fluide il s'agira de considérer les propriétés thermo physiques du nanofluide. Ces dernières tiennent compte des propriétés des deux phases fluide et solide. Les équations obtenues peuvent être écrites sous la forme vectorielle ou sous la forme différentielle :

1. Forme vectorielle des équations de conservation

Equation de continuité

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\nabla(\rho_{nf} \vec{V}\vec{V}) = -\nabla P + \nabla(\mu_{nf} \nabla \vec{V}) + \rho_{nf} \vec{g} \quad (2.2)$$

Equation de l'énergie

$$\nabla(\rho_{nf} \vec{V} H) = -\nabla \cdot q - \tau_{nf} : \nabla \vec{V} \quad (2.3)$$

2. Forme différentielle des équations de conservation

Dans un repère de coordonnées cylindriques r , θ et z les équations sont :

Equation de continuité

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

Equation de quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruu)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(uv)}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial P_d}{\partial r} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \\ - \rho_{nf} g_r \beta_{nf} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Equation de quantité de mouvement azimutale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vv)}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \right) \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial P_d}{\partial \theta} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] - \rho_{nf} g_\theta \beta_{nf} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \frac{\partial w}{\partial t} + \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vw)}{\partial \theta} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial P_d}{\partial z} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \rho_{nf} g_z \beta_{nf} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Equation de l'énergie

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_{nf} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(ruT)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vT)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} \right] \\ = k_{eff} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.4.2. Modèle diphasique

Pour ce modèle il existe des différents modèles, le plus populaire est le volume de fluide (VOF), le modèle mélange et eulérien :

2.4.2.1. Le modèle volume de fluide

Le modèle volume de fluide résout un ensemble d'équations de quantité de mouvement pour toute la phase et suit leur fraction volumique dans tout le domaine d'étude, en résolvant une équation de continuité pour les phases secondaires. La somme totale des fractions volumiques pour toutes les phases est égale à l'unité. Par conséquent le volume de la phase primaire et la fraction volumique est calculé, Avec cette méthode toutes les propriétés physiques sont calculées en prenant une moyenne pondérée des différentes phases en fonction de leur fraction volumique au cours de chaque volume de contrôle. L'équation de mouvement est la seule équation résolue pour trouver la composante de la vitesse qui est partagés par toutes les phases, de la même manière on calcule la température commune à partir d'une équation d'énergie unique.

1. Forme vectorielle des équations de conservation

Equation de continuité

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q \vec{V}_q) = 0 \quad (2.9)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\nabla(\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + \nabla(\mu_t \nabla \vec{V}) + \rho g \quad (2.10)$$

Equation de l'énergie

$$\nabla(\rho \vec{V} H) = -\nabla \cdot q - \tau_t : \nabla \vec{V} \quad (2.11)$$

2. Forme différentielle des équations de conservation

Equation de continuité

$$\varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_q)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_q}{\partial \theta} + \frac{\partial w_q}{\partial Z} \right) = 0 \quad (2.12)$$

Ou φ_q est la fraction volumique du q-ième fluide dans une cellule de calcul

$\rho_{nf,q}$ est la densité du q-ième nanofluide

u_q, v_q, w_q est les vitesses radiales ,azimutales ,axiales du q-ième nanofluides

La fraction volumique de la phase fondamentale sera calculée en se basant sur la condition :

$$\sum_{q=1}^n \varphi_q = 1 \quad (2.13)$$

Et toutes les propriétés sont calculées comme

$$N = \sum_{q=1}^n \varphi_q N_q \quad (2.14)$$

Par exemple pour N-phase, la masse prend la forme :

$$\rho = \sum_{q=1}^n \varphi_q \rho_q \quad (2.15)$$

Equation de quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruu)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(uv)}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial(uw)}{\partial Z} \right) \\ = -\frac{\partial P_d}{\partial r} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \right] \\ - \rho_{nf} g_r \beta_{nf} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Equation de quantité de mouvement azimutale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vv)}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} + \frac{\partial(vw)}{\partial Z} \right) \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial P_d}{\partial \theta} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - v + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \right] \\ - \rho_{nf} g_\theta \beta_{nf} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vw)}{\partial \theta} + \frac{\partial(ww)}{\partial Z} \right) \\ = -\frac{\partial P_d}{\partial Z} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2} \right] - \rho_{nf} g_z \beta_{nf} (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Equation de l'énergie

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ruT)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vT)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wT)}{\partial Z} = \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_{nf}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right] \quad (2.19)$$

2.4.2.2. Le modèle mélange

Le modèle mélange est employé dans la simulation en supposant que le couplage entre les phases est fort et les particules suivent le flux. Les deux phases sont supposées être interpénétrer, ce qui signifie que chaque phase comporte son propre champ de vecteurs de vitesse, et dans tout le volume de contrôle il existe une fraction volumique de la phase primaire et aussi une fraction volumique de la phase secondaire, il faut écrire les équations gouvernant de chaque phase séparément, Les propriétés physiques du fluide on suppose constante alors que la densité varie linéairement avec la température (Boussinesq hypothèse). La pression de travail est négligée. Par conséquent, les équations de la continuité, quantité de mouvement et énergie pour le mélange sont.

1. Forme vectorielle des équations de conservation**Equation de continuité**

$$\nabla \cdot (\rho_m \vec{V}_m) = 0 \quad (2.20)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\nabla(\rho_m V_m V_m) = -\nabla P_m + \nabla \cdot \left(\mu_m \nabla \vec{V}_m + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \overline{v_k v_k} \right) + \rho_m \mathbf{g} + \nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \vec{V}_{dr,k} \vec{V}_{dr,k} \right) \quad (2.21)$$

Equation de l'énergie

$$\nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \vec{V}_k H_k \right) = -\nabla \cdot q_m - \tau_t : \nabla \vec{V}_m \quad (2.22)$$

2. Forme différentielle des équations de conservation

Equation de continuité

$$\rho_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_m)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_m}{\partial \theta} + \frac{\partial w_m}{\partial Z} \right) = 0 \quad (2.23)$$

Equation de quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} & \rho_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_m u_m)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(u_m v_m)}{\partial \theta} - \frac{v_m^2}{r} + \frac{\partial(u_m w_m)}{\partial Z} \right) \\ &= -\frac{\partial P_{d,m}}{\partial r} \\ &+ \left[\mu_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_m}{\partial r} \right) - \frac{u_m}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_m}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_m}{\partial Z^2} \right) \right. \\ &+ \left. \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{u_k u_k} \right] - \rho_{nf,m} g_r \beta_{nf} (T - T_{ref}) \\ &+ \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_{dr,k} u_{dr,k})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_{dr,k} u_{dr,k})}{\partial \theta} - \frac{v_{dr,k}^2}{r} \right. \\ &+ \left. \frac{\partial(u_{dr,k} w_{dr,k})}{\partial Z} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Equation de quantité de mouvement azimutale

$$\begin{aligned} & \rho_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_m v_m)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_m v_m)}{\partial \theta} + \frac{u_m v_m}{r} + \frac{\partial(w_m v_m)}{\partial Z} \right) \\ &= -\frac{1}{r} \frac{\partial P_{d,m}}{\partial \theta} \\ &+ \left[\mu_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_m}{\partial r} \right) - \frac{v_m}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_m}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_m}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_m}{\partial Z^2} \right) \right. \\ &+ \left. \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{v_k v_k} \right] - \rho_{nf,m} g_\theta \beta_{nf} (T - T_{ref}) \\ &+ \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_{dr,k} v_{dr,k})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_{dr,k} v_{dr,k})}{\partial \theta} - \frac{u_{dr,k} v_{dr,k}}{r} \right. \\ &+ \left. \frac{\partial(w_{dr,k} v_{dr,k})}{\partial Z} \right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$\begin{aligned}
\rho_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_m w_m)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_m w_m)}{\partial \theta} + \frac{\partial(w_m w_m)}{\partial Z} \right) \\
= - \frac{\partial P_{d,m}}{\partial Z} \\
+ \left[\mu_{nf,m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_m}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w_m}{\partial Z^2} \right) + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{w_k w_k} \right] \\
- \rho_{nf,m} g_Z \beta_{nf} (T - T_{ref}) \\
+ \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_{dr,k} w_{dr,k})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_{dr,k} w_{dr,k})}{\partial \theta} + \frac{\partial(w_{dr,k} w_{dr,k})}{\partial Z} \right]
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Où la vitesse de mélange, la densité et la viscosité sont respectivement :

$$\vec{V}_m = \frac{\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \vec{V}_k}{\rho_m} \tag{2.27}$$

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \tag{2.28}$$

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \varphi_k \mu_k \tag{2.29}$$

La dérivée de la vitesse jusqu'à k-ième phase est :

$$\vec{V}_{dr,k} = \vec{V}_k - \vec{V}_m \tag{2.30}$$

Equation de l'énergie

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_k T)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_k T)}{\partial \theta} + \frac{\partial(w_k T)}{\partial Z} \right) \\
= \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_{nf}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right]
\end{aligned} \tag{2.31}$$

La fraction volumique

$$\nabla \cdot (\varphi_p \rho_p \vec{V}_m) = -\nabla \cdot (\varphi_p \rho_p \vec{V}_{dr,p}) \tag{2.32}$$

La vitesse de glissement (ou la vitesse relative) est définie comme la vitesse de la phase secondaire (p) par rapport à la vitesse de la phase primaire (f)

$$\vec{V}_{pf} = \vec{V}_p - \vec{V}_f \quad (2.33)$$

La dérivée de la vitesse est liée à la vitesse relative comme :

$$\vec{V}_{dr,p} = \vec{V}_{pf} - \sum_{k=1}^n \frac{\varphi_k \rho_k}{\rho_{eff}} \vec{V}_{fk} \quad (2.34)$$

La vitesse relative est déterminée à partir de l'équation (2.35) proposée par **Manninen et al [76]**, tandis que l'équation (2.36) est proposée aussi par **Schiller et Naumann [77]** et qui est utilisée pour calculer la fonction de traînée (f_{drag}).

$$\vec{V}_{pf} = \frac{\tau_p d_p^2}{18\mu_f f_{drag}} \frac{(\rho_p - \rho_{eff})}{\rho_p} \vec{a} \quad (2.35)$$

$$f_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15 Re_p^{0.687} & Re_p \leq 1000 \\ 0.0183 Re_p & Re_p > 1000 \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\text{Ou } Re_p = (V_m d_p) / v_{eff} \quad (2.37)$$

$$\text{Et } \vec{a} = \vec{g} - (\vec{V}_m \cdot \nabla) \vec{V}_m \quad (2.38)$$

2.4.2.3. Le modèle Eulérien

Dans le modèle eulérien ils existent des différents types de couplage entre les phases, la pression est partagée par toutes les phases, tandis que les équations de continuité, quantité de mouvement, et de l'énergie sont utilisées pour les différentes phases (les phases primaires et secondaires), le volume de chaque phase est calculé par intégration de sa fraction volumique dans tout le domaine, alors que la somme des toutes les fractions de volume est égal à l'unité.

1. Forme vectorielle des équations de conservation

Equation de continuité

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q \vec{V}_q) = 0 \quad (2.39)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q \vec{V} \vec{V}) = -\varphi_q \nabla P + \varphi_q \nabla \cdot \left(\mu_q \nabla \vec{V} + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \overline{v_k v_k} \right) + \varphi_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} + \vec{F}_{lift,q} \quad (2.40)$$

Equation de l'énergie

$$\nabla \cdot (\varphi_q \rho_q \vec{V}_q H_q) = -\nabla \cdot (K_q \nabla T_q) - \tau_{qt} : \nabla \vec{V}_q + \sum_{p=1}^n \vec{Q}_{pq} \quad (2.41)$$

2. Forme différentielle des équations de conservation**Equation de continuité**

$$\varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_q)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_q}{\partial \theta} + \frac{\partial w_q}{\partial Z} \right) = 0 \quad (2.42)$$

Ou $\vec{V}_q = \int_v \varphi_q dV$

Et $\sum_{q=1}^n \varphi_q = 1$ q : indique la phase

Equation de quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} & \varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u u)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (u v)}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial (u w)}{\partial Z} \right) \\ & = -\varphi_q \frac{\partial P_d}{\partial r} \\ & + \left[\mu_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \right) \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{u_k u_k} \right] - \varphi_q \rho_{nf,q} g_r \beta_{nf} (T - T_{ref}) + \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} + \vec{F}_{lift,q} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Equation de quantité de mouvement azimutale

$$\begin{aligned}
& \varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vv)}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} + \frac{\partial(vw)}{\partial Z} \right) \\
& = -\varphi_q \frac{1}{r} \frac{\partial P_d}{\partial \theta} \\
& + \left[\mu_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \right) \right. \\
& \left. + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{v_k v_k} \right] - \varphi_q \rho_{nf,q} g_\theta \beta_{nf} (T - T_{ref}) + \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} + \vec{F}_{lift,q}
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$\begin{aligned}
& \varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vw)}{\partial \theta} + \frac{\partial(ww)}{\partial Z} \right) \\
& = -\varphi_q \frac{\partial P_d}{\partial Z} \\
& + \left[\mu_{nf,q} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2} \right) + \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_{nf,k} \overline{w_k w_k} \right] \\
& - \varphi_q \rho_{nf,q} g_Z \beta_{nf} (T - T_{ref}) + \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} + \vec{F}_{lift,q}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\text{Ou } \sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} = \sum_{k=1}^n S_{pq} (\vec{V}_p = \vec{V}_q) \tag{2.46}$$

Représente pour les forces d'interaction entre les phases,

$$S_{pq} = (\Phi_q \Phi_p \rho_q f) / \tau_p \quad \text{et} \quad \tau_p = (\rho_p d_p^2) / (18 \mu_q) \tag{2.47}$$

f Indique le frottement de glissement qui est calculée par la fonction de **Schiller et Naumann [77]** comme suit :

$$f = C_D Re / 24 \tag{2.48}$$

$$\text{et } C_D = \begin{cases} \frac{24(1+0.15Re^{0.687})}{Re} & Re \leq 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases} \tag{2.49}$$

$$Re = \frac{\rho_q |\vec{V}_p - \vec{V}_q| d_p}{\mu_q} \quad (2.50)$$

La force de portance est calculée à partir de l'équation de **Drew et Lahey [78]**:

$$\vec{F}_{lift,q} = -0.5 \rho_p \varphi_q (\vec{V}_p - \vec{V}_q) \times (\nabla \times \vec{V}_p) \quad (2.51)$$

Equation de l'énergie

$$\begin{aligned} \varphi_q \rho_{nf,q} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_q T)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_q T)}{\partial \theta} + \frac{\partial(w_q T)}{\partial Z} \right) \\ = \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_{nf}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right] + \sum_{p=1}^n \vec{Q}_{pq} \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\text{où } \vec{Q}_{pq} = h(\vec{V}_p - \vec{V}_q) \quad (2.53)$$

et le coefficient d'échange de chaleur est :

$$h = \frac{6K_q \varphi_p \varphi_q Nu_p}{d_p^2} \quad (2.54)$$

Nu_p est calculée à partir de modèle du **Ranz et Marshall [79]**:

$$Nu_p = 2 + 0.6Re^{0.5} Pr_q^{0.333} \quad (2.55)$$

$$\text{où } Pr_q = (Cp_q \mu_q) / k_q \quad (2.56)$$

2.5 Les propriétés des nanofluides pour le modèle monophasique

Comme cela a été mentionné précédemment, les investigations sur les propriétés physiques effectives des nanofluides sont au centre des travaux de recherche en cours et ceux effectués au cours de la dernière décennie. L'ensemble de ces travaux s'accordent à considérer que les propriétés effectives du nanofluide sont elles-mêmes les propriétés physiques du nanofluide d'une part, et d'autre part, les formules utilisées particulièrement pour ρ_{eff} , Cp_{eff} et β_{eff} , se basent sur la théorie classique des modèles de mélange [80, 81, 82] qui s'expriment en fonction des propriétés physiques des phases solides et liquides ainsi que de la concentration en volume des nanoparticules (fraction des solides par rapport au fluide). Ces formules classiques sont les suivantes :

$$2.5.1. \text{ La densité volumique : } \rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (2.57)$$

$$2.5.2. \text{ La chaleur spécifique : } C_{p_{nf}} = \frac{(1-\varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s}{(1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s} \quad (2.58)$$

$$2.5.3. \text{ Le coefficient de dilatation volumique : } \beta_{nf} = \frac{(1-\varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s}{(1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s} \quad (2.59)$$

En sachant que la conductivité thermique et la viscosité dynamique affecte fortement les transferts thermiques et les caractéristiques de l'écoulement lors de l'utilisation des nanofluides, elles ont donc fait l'objet d'un grand nombre d'investigation

2.5.4. La conductivité thermique

Elle est exprimée selon le modèle de **Hamilton Crosser [83]** dont la corrélation empirique, initialement établie pour des particules solides de l'ordre du millimètre (mm) et du micromètre (μm), a été adoptée pour des particules de l'ordre du nanomètre, des nanoparticules.

$$k_{nf} = \frac{(k_s + (n - 1)k_f) - (n - 1)\varphi(k_f - k_s)}{(k_s + (n - 1)k_f) + \varphi(k_f - k_s)} k_f \quad (2.60)$$

Le nombre n est un facteur de forme de la géométrie des particules. Pour des particules sphériques : $n=3$, cette corrélation devient :

$$k_{nf} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \varphi(k_f - k_s)} k_f \quad (2.61)$$

Cependant cette corrélation ne peut-être utilisée dans le cas de thermo dépendance de la conductivité thermique avec la température ou la dimension de la particule solide.

2.5.5. La viscosité dynamique

Pour la viscosité la formule utilisée est celle du modèle de **Brinkman [84]** développée de l'expression bien connue **d'Einstein [85]** qui est valide pour un intervalle modéré de la fraction en volume de nanoparticules ($0 < \varphi < 8\sim 10\%$ pour des particules sphériques) :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (2.62)$$

2.6 Les conditions aux limites

Conformément au problème physique étudié, les conditions aux limites dynamiques et thermiques régissant ce problème d'écoulement nanofluide laminaire et permanent dans un conduit annulaire sont les suivantes :

- **A l'entrée du conduit : $z = 0$**

$$R_i \leq r \leq R_e ; 0 \leq \theta \leq 2\pi : \quad u = v = w = 0, \quad v = v_0 \quad \text{et} \quad T = T_0 \quad (2.63)$$

- **A la sortie du conduit : $z = L$**

$$R_i \leq r \leq R_e ; 0 \leq \theta \leq 2\pi : \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.64)$$

- **Sur la paroi intérieure : $r = R_i$**

$$\text{Pour } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq z \leq L ; \quad u = v = w = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_i} = 0 \quad (2.65)$$

- **Sur la paroi extérieure : $r = R_e$**

$$\text{Pour } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq z \leq L : \quad u = v = w = 0 ; \quad q_w = k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_e} \quad (2.66)$$

- **La condition angulaire**

$$\begin{cases} u(r,0,z,t) = u(r,2\pi,z,t) \\ v(r,0,z,t) = v(r,2\pi,z,t) \\ w(r,0,z,t) = w(r,2\pi,z,t) \\ T(r,0,z,t) = T(r,2\pi,z,t) \end{cases} \quad (2.67)$$

2.7 Adimensionnalisation des équations

Les variables dépendantes adimensionnelles sont :

$$r^* = \frac{r}{D}, \quad z^* = \frac{z}{D}, \quad u^* = \frac{u}{V_0}, \quad v^* = \frac{v}{V_0}, \quad w^* = \frac{w}{V_0}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_{nf} V_0^2}$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad t^* = \frac{V_0 t}{D}, \quad \Delta T = \frac{q_w \cdot D}{k_f}$$

Où D, V_0 et ΔT sont les grandeurs caractéristiques

2.7.1 Forme adimensionnelle des équations du problème monophasique

L'introduction des variables adimensionnelles et des grandeurs caractéristiques de ce problème permet d'en déduire les équations de conservation adimensionnelles régissant le mouvement du nanofluide :

Equation de continuité :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = 0 \quad (2.68)$$

Equations de quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* u^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* u^*) - \frac{w^{*2}}{r^*} \right] \\ = -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \\ \times \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) - \frac{u^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right] \\ + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho\beta)_s}{(\rho\beta)_f} \right) \cos\theta T^* \end{aligned} \quad (2.69)$$

Equation de quantité de mouvement azimutale

$$\begin{aligned} \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) - \frac{w^{*2}}{r^*} \right] \\ = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \\ \times \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) - \frac{w^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right] \\ - \frac{Gr}{Re^2} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho\beta)_s}{(\rho\beta)_f} \right) \sin\theta T^* \end{aligned} \quad (2.70)$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \right] = \\ = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{Re} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \times \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial v^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

Equation de l'énergie

Avec quelques simples manipulations on retrouve la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \right] \\ &= \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{1}{Re.Pr} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.72)$$

2.8 Adimensionnalisation des conditions aux limites

- **A l'entrée du conduit : $Z^* = 0$**

$$R_i^* \leq r^* \leq R_e^* ; 0 \leq \theta \leq 2\pi ; \quad u^* = w^* = 0, v^* = 1 \text{ et } T^* = 1 \quad (2.73)$$

- **A la sortie du conduit : $Z^* = L^*$**

$$R_i^* \leq r^* \leq R_e^* ; 0 \leq \theta \leq 2\pi ; \quad \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) = 0 \quad (2.74)$$

- **Sur la paroi intérieure : $r^* = R_i^*$**

$$0 \leq \theta \leq 2\pi ; 0 \leq z^* \leq L^* ; \quad u^* = v^* = w^* = 0 : \left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=R_i^*} = 0 \quad (2.75)$$

- **Sur la paroi extérieure : $r^* = R_e^*$**

$$\text{Pour } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq z^* \leq L^* ; u^* = v^* = w^* = 0 \quad \left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=R_e^*} = \frac{k_f}{k_{nf}} \quad (2.76)$$

Le long de la direction angulaire (θ) pour $R_i^* \leq r^* \leq R_e^*$ et $0 \leq z^* \leq L^*$, les conditions périodiques sont imposées :

$$\begin{cases} u^*(r^*, 0, z^*, t^*) = u^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ w^*(r^*, 0, z^*, t^*) = w^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ v^*(r^*, 0, z^*, t^*) = v^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ T^*(r^*, 0, z^*, t^*) = T^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \end{cases} \quad (2.77)$$

Chapitre 3

Résolution numérique

3.1 Un mot sur le choix de la méthode de résolution

La forme finale du modèle mathématique est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles du second ordre non linéaires fortement couplées qui ne peuvent être résolues analytiquement mais plutôt par des méthodes de type numérique.

Il existe plusieurs méthodes numériques de résolution. On peut citer entre autres: les différences finis, les éléments finis et les volumes finis.

Dans notre présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis. Cette méthode intègre l'ensemble des termes du système d'équations sur un volume de contrôle couvrant le domaine physique. Le résultat de discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins. La discrétisation des équations gouvernantes par cette méthode présente certains avantages du fait qu'elle permet un traitement plus facile en garantissant la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans chaque volume de contrôle.

3.2 Le maillage

On découpe l'espace annulaire (physique) selon les directions r^* , θ et z^* en un ensemble de volume finis de dimension chacun égal à $\Delta V^* = r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^*$. Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les quantités scalaires (P, T) et les quantités vectorielles (u, v, w) sont localisées aux centres des faces latérales des volumes finis. Une illustration d'un volume fini typique est montrée dans la figure (3.1). Tandis que le domaine de calcul est représenté dans les figures (3.2), (3.3) et (3.4) qui traduisent, respectivement, les projections sur les plans (r^*, θ) , (θ, z^*) et (r^*, z^*) . Les variables scalaires dans les équations gouvernantes sont intégrées (discrétisées) dans le volume fini typique ; cependant, celles des composantes de la vitesse sont intégrées dans des volumes finis décalés. Celui de la composante de vitesse et celui de la composante transversale est décalé vers le front. Il est bien connu que ce décalage est nécessaire pour éviter certaines instabilités numériques.

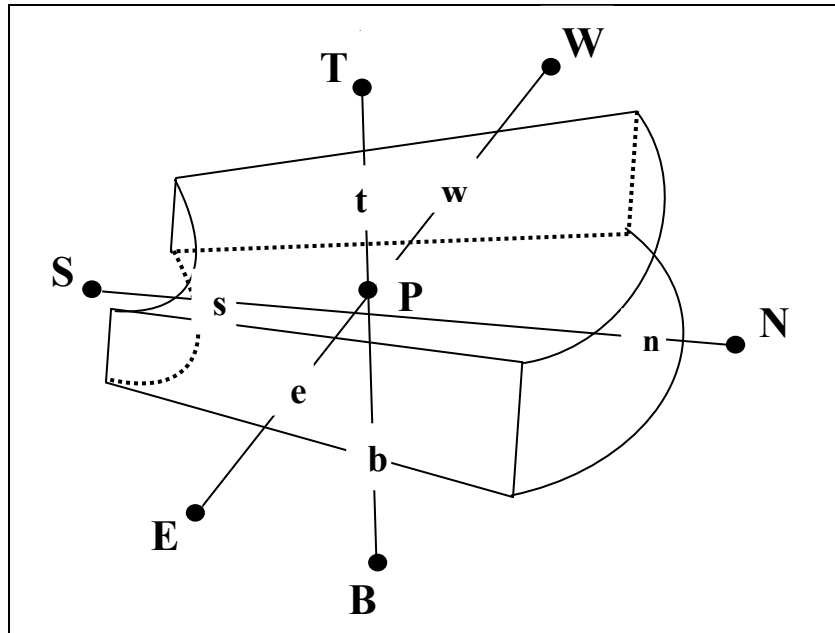


Figure 3.1 : Un volume fini typique

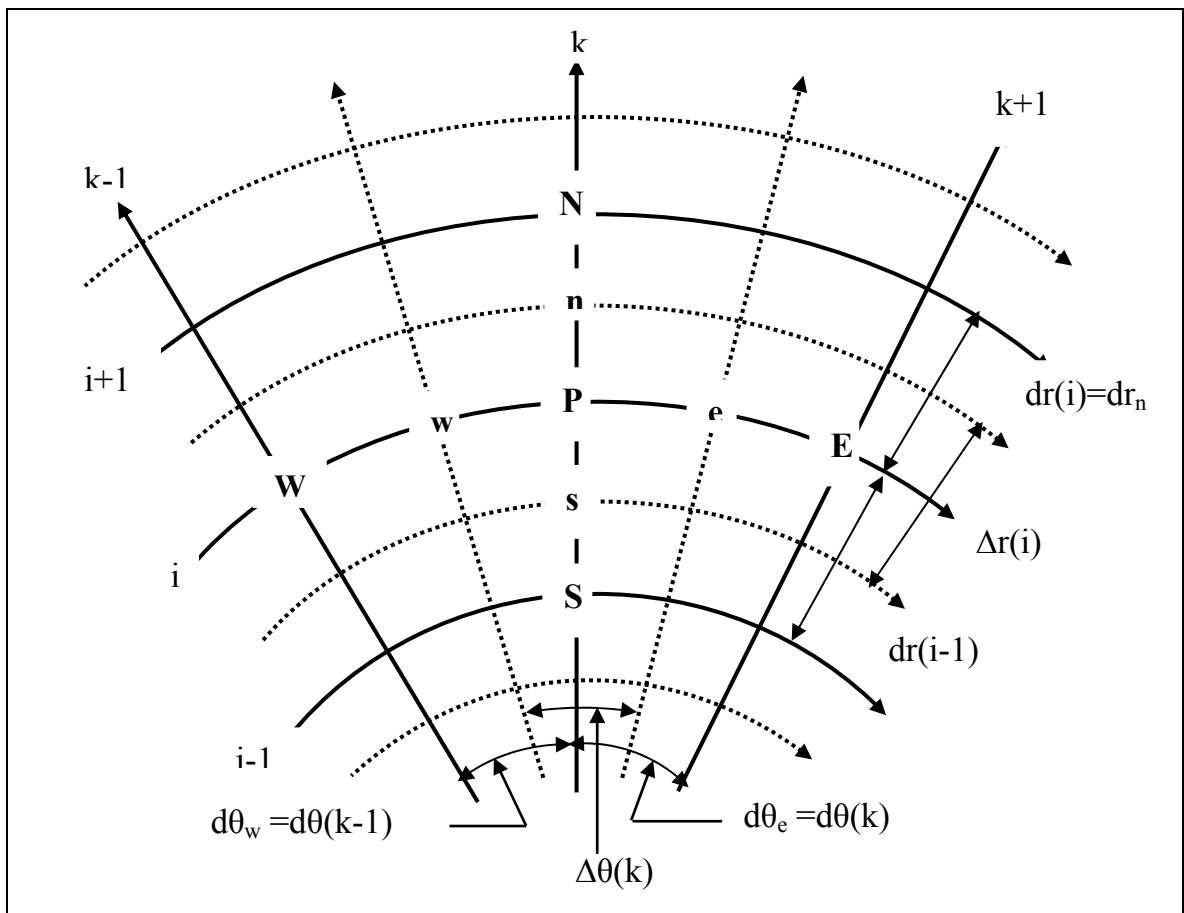


Figure 3.2 Projection du volume fini dans le plan (r, θ)

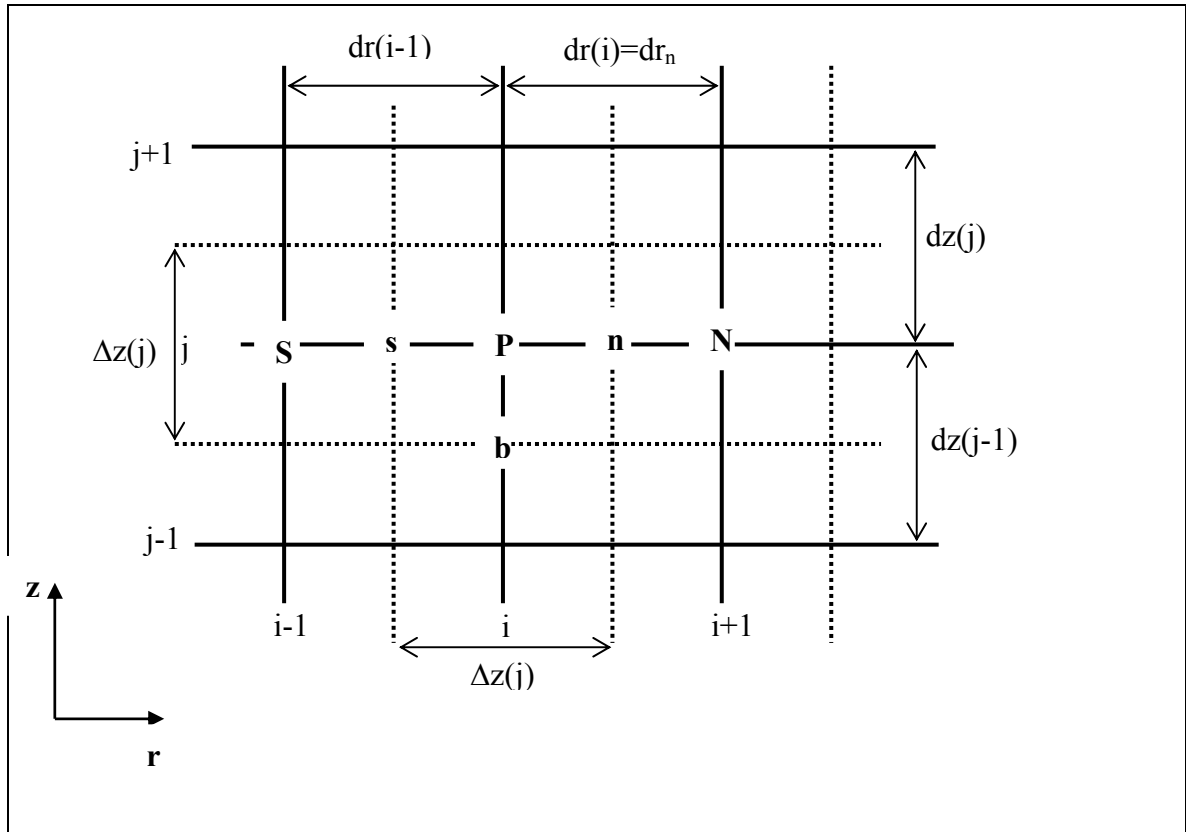


Figure 3.3 Projection du volume fini dans le plan (r, z)

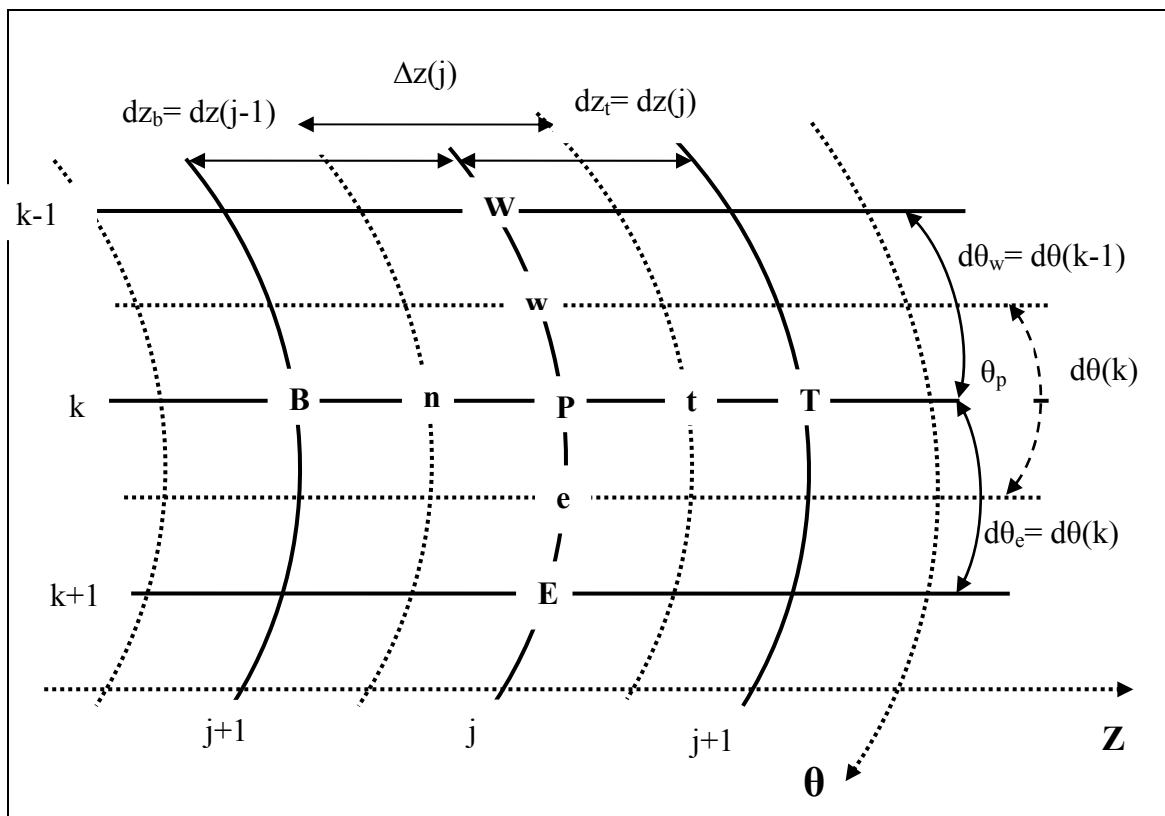


Figure 3.4 Projection du volume fini dans le plan (θ, z)

3.3 Discrétisation des différents termes

3.3.1 Discrétisation temporelle

La discrétisation des termes non stationnaires dans les équations de mouvement et dans l'équation d'énergie suit un schéma temporel du second ordre. Si on considère ϕ comme variable dépendante du temps un développement limité en série de Taylor au deuxième ordre des variables ϕ^t et $\phi^{t-\Delta t}$ est :

$$\phi^t = \phi^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{1!} \frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi^{t+\Delta t}}{\partial t^2} + 0(\Delta t)^2 \quad (3.1)$$

$$\phi^{t-\Delta t} = \phi^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)}{1!} \frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi^{t+\Delta t}}{\partial t^2} + 0(\Delta t)^2 \quad (3.2)$$

On multiplie la relation (3.1) par 4, et on fait la différence entre le produit et la relation (3.2) on obtient :

$$4\phi^t - \phi^{t-\Delta t} = 3\phi^{t+\Delta t} - 2\Delta t \frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} + 0(\Delta t)^2, \text{ d'où :}$$

$$\frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} \approx \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + 0(\Delta t)^2$$

Donc, la discrétisation de la variation temporelle local avec erreur de troncature est d'ordre deux $(\Delta t)^2$.

$$\frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} = \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (3.3)$$

3.3.2 Discrétisation spatiale

Pour la discrétisation spatiale, on utilise le schéma de différence centrée, avec une erreur de troncature d'ordre deux (précision du second ordre). Voir l'exemple ci-dessous et la figure (3.5).

$$\phi_n = \frac{\phi_p + \phi_n}{2}$$

$$\phi_s = \frac{\phi_p + \phi_s}{2}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_n = \frac{\Phi_N - \Phi_P}{dr_n}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_S}{dr_s}$$

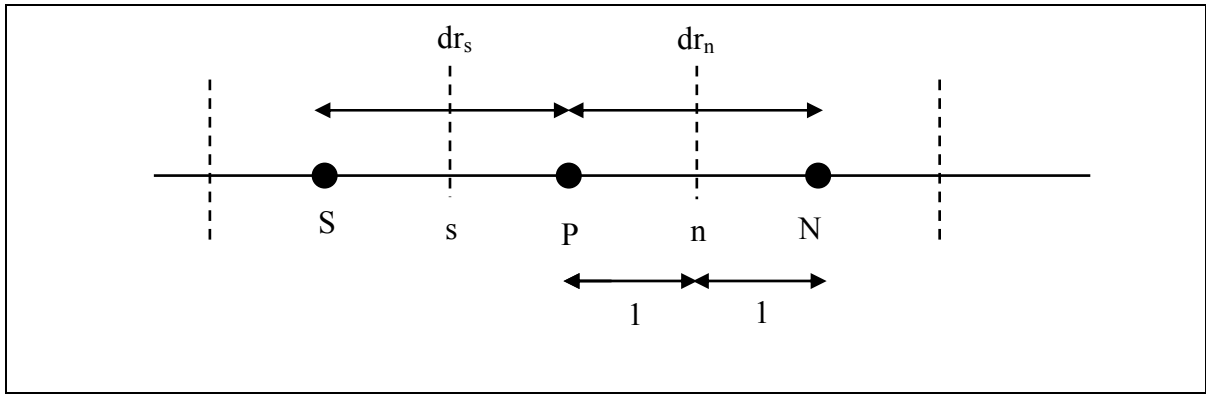


Figure 3.5 Maillage dans la direction radiale

Dans notre étude, on a utilisé un maillage de 26x44x162 dans les directions radiale, angulaire et axiale respectivement.

Démonstration de la précision d'ordre 2.

Se referant à la figure (3.4), et en utilisant le développement en série de Taylor de la fonction ϕ on montre facilement que :

$$\phi_P = \phi_n - \frac{1}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n + \frac{1^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{1^3}{6!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \tag{3.4}$$

$$\phi_N = \phi_n + \frac{1}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n + \frac{1^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{1^3}{6!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \tag{3.5}$$

On obtient par la différence de (3.4) et (3.5).

$$\phi_N - \phi_P = 2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n + \frac{1^3}{3} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n \approx \frac{\phi_N - \phi_P}{dr_n} - \frac{1}{24} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n (dr_n)^2 \tag{3.7}$$

Et donc,

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dr_n}, \text{ avec une erreur de troncature d'ordre } (\Delta r)^2$$

La même démonstration peut se faire dans les deux autres directions azimuthale (θ) et axiale (Z) avec une erreur de troncature d'ordre deux $(\Delta\theta)^2$, $(\Delta Z)^2$.

3.3.3 Stockage des variables

Les variables spatiales (la pression et la température) sont stockées dans les nœuds du maillage, cependant les composantes du champ de vitesse sont stockées aux centres des faces des volumes de contrôle. Ce type de maillage dit « décaler » permet une meilleure estimation du flux convectifs.

3.4 La discrétisation des équations

Dans l'ensemble des équations de quantité de mouvement, l'équation de continuité et l'équation d'énergie, on a :

- ✓ l'exposant est 0 dont tous les variables (u, w, v, T), désignent celles évaluées au temps $t - \Delta t$
- ✓ l'exposant 1 dont tous les variables (u, w, v, T), désignent celles évaluées au temps t
- ✓ Tous les variables (u, w, v, T) qui ne possèdent aucun exposant, désignent celles évaluées au temps $t + \Delta t$

3.4.1 Equation de continuité

L'équation de continuité (2.6) est discrétisée dans le volume de contrôle typique (figure 3.1) comme suit :

$$\int_{w_s}^e \int_{s_b}^n \int_b^t \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right] r^* dr^* d\theta dz^* = 0$$

$$\int_b^t \int_{w_s}^e \int_{s_b}^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (r_n^* u_n^* - r_s^* u_s^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$\int_b^t \int_{w_s}^e \int_{s_b}^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = (w_e^* - w_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\int_b^t \int_{w_s}^e \int_{s_b}^n \frac{\partial v^*}{\partial z^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (v_t^* - v_b^*) \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

On peut mettre l'équation de discrétisation finale sous la forme :

$$(r_n^* u_n^* - r_s^* u_s^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^* + (w_e^* - w_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (v_t^* - v_b^*) \Delta r_p^* \Delta \theta_p = 0 \quad (3.9)$$

Dans cette équation (3.9) tous les termes sont évalués à l'instant $t + \Delta t$.

3.4.2 Equation de quantité de mouvement radiale

L'équation de quantité de mouvement radiale (2.3) est intégrée dans le volume de contrôle décalé suivant la direction radiale (figure 3.6).

$$\int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \frac{\partial u^*}{\partial t} r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \left[\frac{3u_{pu}^* - 43u_{pu}^{*1} + u_{pu}^{*0}}{2\Delta t} \right] r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3u_{pu}^* - 43u_{pu}^{*1} + u_{pu}^{*0}}{2\Delta t} r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* u^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* u^*) \Big|_{su}^{nu} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* u^*) \Big|_{wb}^{es} \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[2r_{nu}^* (u_{nu}^{*2}) - 2r_{su}^* (u_{su}^{*2}) - r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^0 - r_{su}^* (u_{su}^{*2})^0 \right] \Delta \theta \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* u^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* u^*) \Big|_{su}^{nu} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* u^*) \Big|_{wb}^{es} \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[2(w_{wu}^{*1} u_{eu}^{*1} - w_{wu}^{*1} u_{wu}^{*1}) - (w_{wu}^{*0} u_{eu}^{*0} - w_{wu}^{*0} u_{wu}^{*0}) \right] dr_n^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* u^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{wb}^e \int_{bs}^t \int_{su}^{nu} \left[2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* u^*) \Big|_{su}^{nu} - \frac{\partial}{\partial z^*} (z^* u^*) \Big|_{wb}^{es} \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[2(v_{wu}^{*1} u_{eu}^{*1} - v_{wu}^{*1} u_{wu}^{*1}) - (v_{wu}^{*0} u_{eu}^{*0} - v_{wu}^{*0} u_{wu}^{*0}) \right] r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \end{aligned}$$

$$\int_{wbs}^{ewt} \int_{ws}^n -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (p_p^* - p_E^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

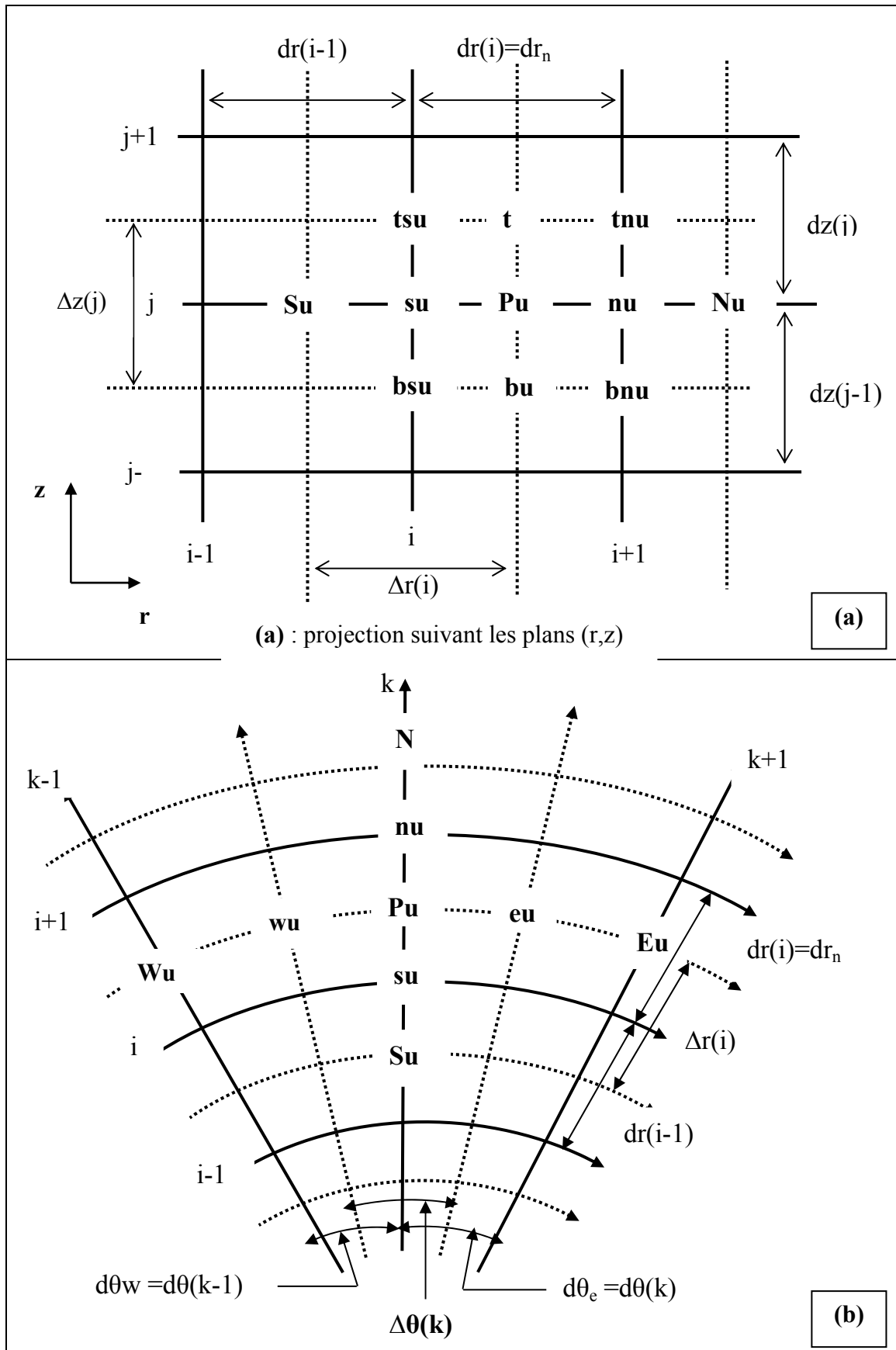


Figure 3.6 Le maillage décalé suivant la direction radiale (a) et (b)

$$\begin{aligned}
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{Gr^*}{\text{Re}_0^2} \cos \theta T^* r^* dr^* d\theta dz^* &= -\frac{Gr^*}{\text{Re}_0^2} (\sin \theta_e - \sin \theta_w) (2T_p^{*1} - T_p^{*0}) r_n^* dr_n^* \Delta z_p^* \\
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[r_{nu}^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \Big|_{nu} - r_{su}^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \Big|_{su} \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\
&= \left(r_{nu}^* \frac{u_{Nu}^* - u_{pu}^*}{dr_n^*} - r_{su}^* \frac{u_{pu}^* - u_{Su}^*}{dr_s^*} \right) \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(r^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[r_{eu}^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{eu} - r_{wu}^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{wu} \right] dr_n^* \Delta z_p^* \\
&= \left(\frac{1}{r_{eu}^*} \frac{u_{Eu}^* - u_{pu}^*}{d\theta_e} - \frac{1}{r_{wu}^*} \frac{u_{pu}^* - u_{Wu}^*}{d\theta_w} \right) dr_n^* \Delta z_p^* \\
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \Big|_{nu} - \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \Big|_{bu} \right] r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \\
&= \left(\frac{u_{Tu}^* - u_{pu}^*}{dz_t^*} - \frac{1}{r_{wu}^*} \frac{u_{pu}^* - u_{Bu}^*}{dz_b^*} \right) r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \\
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} -\frac{u^*}{r^{*2}} r^* dr^* d\theta dz^* &= -\frac{u_{pu}^*}{r_n^*} dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\
\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} -\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial W^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* &= -\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \left[2 \left(\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial W^*}{\partial \theta} \right)^1 - 2 \left(\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial W^*}{\partial \theta} \right)^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\
&= \left[\frac{4}{r_n^*} \left(\frac{W_{wnu}^{*1} + W_{wsu}^{*1}}{2} - \frac{W_{enu}^{*1} + W_{esu}^{*1}}{2} \right) - \frac{2}{r_n^*} \left(\frac{W_{wnu}^{*0} + W_{wsu}^{*0}}{2} - \frac{W_{enu}^{*0} + W_{esu}^{*0}}{2} \right) \right] dr_n^* \Delta z_p^*
\end{aligned}$$

On regroupe tous les termes présentés pour obtenir une équation de discrétisation finale sous les coefficients de la forme suivante :

$$A_p u_{pu}^* = A_E u_{Eu}^* + A_W u_{Wu}^* + A_N u_{Nu}^* + A_S u_{Su}^* + A_T u_{Tu}^* + A_B u_{Bu}^* + S_u$$

Où les coefficients de l'équation de discrétisation et la source, sont donnés par les relations suivantes :

$$A_E = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_n^* \Delta z_p^*}{r_n^* d\theta_e} \qquad A_W = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_n^* \Delta z_p^*}{r_n^* d\theta_w}$$

$$A_N = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_{nu}^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_n^*} \quad A_S = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_{su}^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_s^*} \quad (3.10)$$

$$A_T = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p}{dr_t^*} \quad A_B = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p}{dr_b^*}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{r_n^*} + \frac{3}{2} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{t^*} \quad (3.11)$$

$$S_u = \frac{4u_{pu}^{*1} - u_{pu}^{*0}}{2\Delta t} r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* + (P_P^* - P_N^*) r_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* +$$

$$\frac{Gr^*}{\text{Re}_0} \cos \theta_p (2T_P^{*1} - T_P^{*0}) r_n^* dr_n^* \Delta z_p^* + \left[(2W_{Pu}^{*2})^1 - (W_{Pu}^{*2})^0 \right] dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$\left[\frac{4}{r_n^*} \left(\frac{W_{wnu}^{*1} + W_{wsu}^{*1}}{2} - \frac{W_{enu}^{*1} + W_{esu}^{*1}}{2} \right) - \frac{2}{r_n^*} \left(\frac{W_{wnu}^{*0} + W_{wsu}^{*0}}{2} - \frac{W_{enu}^{*0} + W_{esu}^{*0}}{2} \right) \right] dr_n^* \Delta z_p^*$$

$$+ \left[-2r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^1 + 2r_{su}^* (u_{su}^{*2})^1 + r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^0 - r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^0 \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$+ \left[-2(w_{eu}^{*1} u_{eu}^{*1} - w_{wu}^{*1} u_{wu}^{*1}) + (w_{eu}^{*0} u_{eu}^{*0} - w_{wu}^{*0} u_{wu}^{*0}) \right] dr_n^* \Delta z_p^*$$

$$+ \left[-2(v_{tu}^{*1} u_{tu}^{*1} - v_{bu}^{*1} u_{bu}^{*1}) + (v_{tu}^{*0} u_{tu}^{*0} - v_{bu}^{*0} u_{bu}^{*0}) \right] r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation sont tous positifs, relation (3.11), et que A_p est supérieur à la somme des coefficients, comme dans le cas de l'équation de discrétisation radiale. Citons que les composantes de vitesse aux faces des volumes finis décalés suivant la direction radiale sont discrétisées par des différences (pour assurer la précision d'ordre deux) :

$$u_{nu}^* = \frac{u_{Pu}^* + u_{Nu}^*}{2}$$

$$u_{su}^* = \frac{u_{Pu}^* + u_{Su}^*}{2}$$

$$w_{eu}^* = \frac{w_{enu}^* + w_{esu}^*}{2}$$

$$w_{wu}^* = \frac{w_{wnu}^* + w_{wsu}^*}{2}$$

$$v_{tu}^* = \frac{v_{tnu}^* + v_{bnu}^*}{2}$$

$$v_{bu}^* = \frac{v_{tsu}^* + v_{bsu}^*}{2}$$

3.4.3 Equation de quantité de mouvement azimuthale

L'intégrale de l'équation de quantité de mouvement azimuthale (2.8), se fait dans le volume de contrôle décalé suivant la direction azimuthale (figure 3.7).

$$\int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \frac{\partial w^*}{\partial t^*} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3w_{pw}^{*1} - 4w_{pw}^* + w_{pw}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* dr^* d\theta_e \Delta z_p^*$$

$$\int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) \Big|_1 - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) \Big|_0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

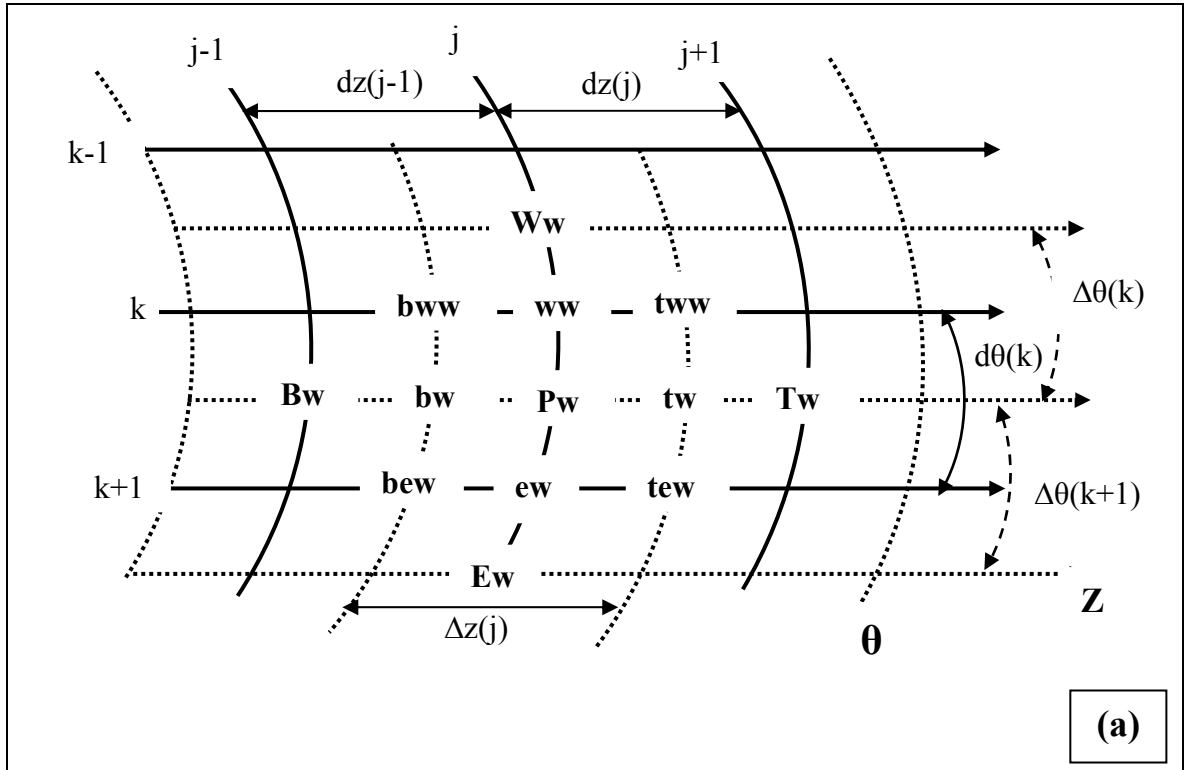
$$= \left[2(r_{nw}^{*1} u_{nw}^{*1} w_{nw}^{*1} - r_{sw}^{*1} u_{sw}^{*1} v_{sw}^{*1}) - (r_{nw}^{*0} u_{nw}^{*0} w_{nw}^{*0} - r_{sw}^{*0} u_{sw}^{*0} v_{sw}^{*0}) \right] d\theta_e \Delta z_p^*$$

$$\int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) \Big|_1 - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) \Big|_0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$= \left[2(w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2}) - (w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2})^0 \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{wwb}^{ewt} \int_s^n \left[2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) \Big|_1 - 2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) \Big|_0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$= \left[2(v_{tw}^{*1} w_{tw}^{*1} - w_{bw}^{*1} w_{bw}^{*1}) - (v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0} - w_{bw}^{*0} w_{bw}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e$$



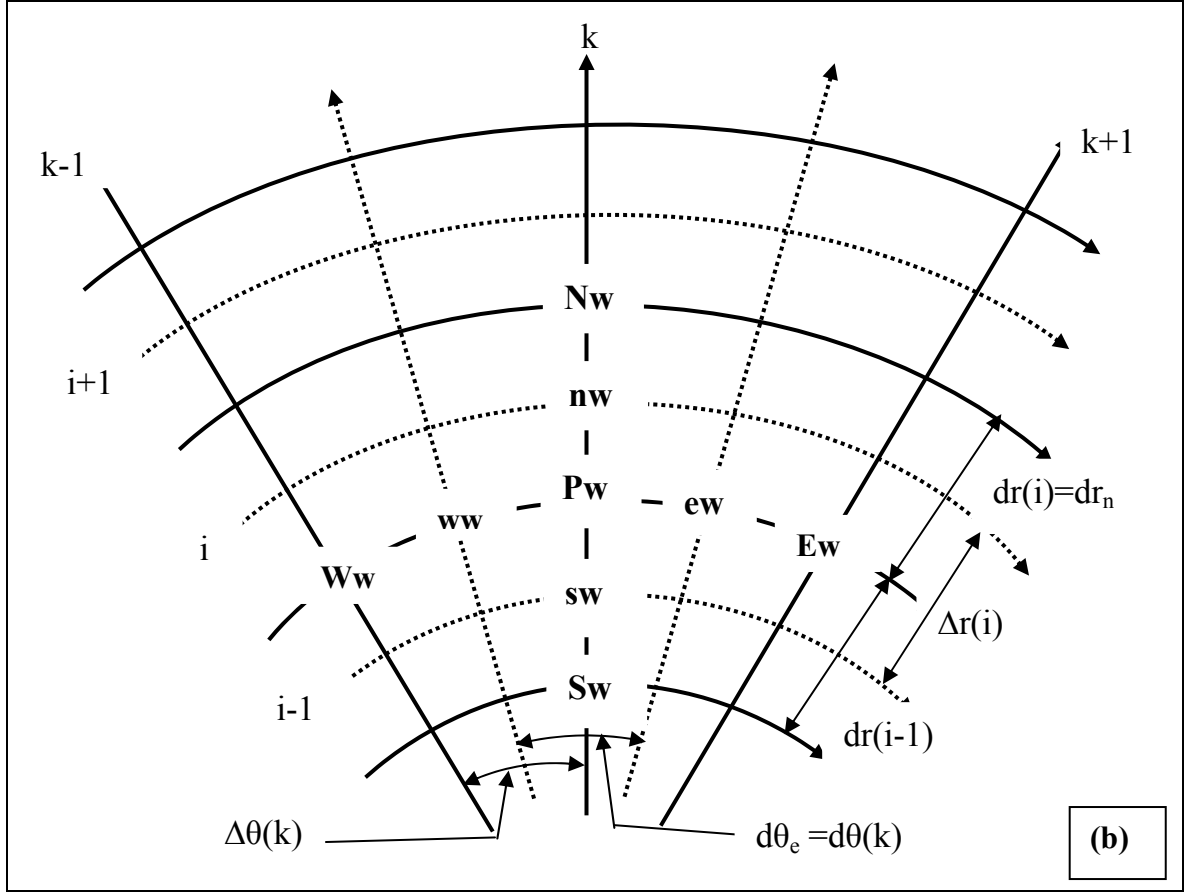


Figure 3.7 Le maillage décalé suivant la direction θ

(a) projection suivant les plans (z^*, θ) , (b) projection suivant les plans (r^*, θ)

$$\int_{ww}^{\text{ew}} \int_b^t \int_s^n -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = (P_p^* - P_E^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{\text{nu}} \frac{Gr^*}{\text{Re}_0^2} \sin \theta T^* r^* dr^* d\theta dz^* = -\frac{Gr^*}{\text{Re}_0^2} \sin \theta_p (2T_p^{*1} - T_p^{*0}) r_p \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_{ww}^{\text{ew}} \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[r_{nw}^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \Big|_{nw} - r_{sw}^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \Big|_{sw} \right] d\theta_p \Delta z_p^* \\ &= \left(r_{nw}^* \frac{w_{Nw}^* - w_{Pw}^*}{dr_n^*} - r_{sw}^* \frac{w_{Pw}^* - w_{Su}^*}{dr_s^*} \right) d\theta_p \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{ww}^{\text{ew}} \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[\frac{1}{r_{ew}^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \Big|_{nw} - r_{ww}^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \Big|_{ww} \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\ &= \left(\frac{1}{r_{ew}^*} \frac{w_{Ew}^* - w_{Pw}^*}{d\theta_e} - \frac{1}{r_{ww}^*} \frac{w_{Pw}^* - w_{Ww}^*}{d\theta_w} \right) \Delta r_p^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{wb}^{ew} \int_b^t \int_s^n \frac{1}{\partial z^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[\frac{\partial w^*}{\partial z^*} \Big|_{tw} - \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \Big|_{bw} \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \\ &= \left(\frac{w_{Tw}^* - w_{Pw}^*}{dz_t^*} - \frac{w_{Pw}^* - w_{Bw}^*}{dz_b^*} \right) r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \end{aligned}$$

$$\int_{wb}^{ew} \int_b^t \int_s^n -\frac{w^*}{r^{*2}} r^* dr^* d\theta dz^* = -\frac{w_{pw}^*}{r_{pw}^*} \Delta r_p^* d\theta_e \Delta r_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_{wb}^{ew} \int_b^t \int_s^n \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{wb}^{ew} \int_b^t \int_s^n \left[2 \left(\frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{r^*} \right) - 2 \left(\frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{r^*} \right)^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \frac{2}{r_{pw}^*} \left[2 \left(\frac{u_{new}^{*1} - u_{sew}^{*1}}{2} - \frac{u_{nww}^{*1} - u_{sww}^{*1}}{2} \right) - \frac{1}{r_{pw}^*} \left(\frac{u_{new}^{*0} - u_{sew}^{*0}}{2} - \frac{u_{mww}^{*0} - u_{sww}^{*0}}{2} \right) \right] \Delta r_p^* dz_p^* \end{aligned}$$

On groupe tous les termes précédents, pour une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_P w_{Pw}^* = A_E w_{Ew}^* + A_W w_{Wu}^* + A_N w_{Nu}^* + A_S w_{Su}^* + A_T w_{Tu}^* + A_B w_{Bu}^* + S_w$$

Ou les coefficients de l'équation de discrétisation et la source, sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} A_E &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_{ew}^* d\theta_e} & A_W &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_p^* \Delta z_p^*}{r_{ww}^* d\theta_w} \\ A_N &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_{nw}^* \Delta \theta_e \Delta z_p^*}{dr_n^*} & A_S &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_{sw}^* \Delta \theta_e \Delta z_p^*}{dr_s^*} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e}{dz_t^*} & A_B &= \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e}{dz_b^*} \end{aligned}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{\Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*}{r_{pw}^*} + \frac{3}{2} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*}{\Delta t^*} \quad (3.13)$$

$$S_u = \frac{4u_{pw}^{*1} - u_{pw}^{*0}}{2\Delta t} r_p^* dr_p^* \Delta \theta_e dz_p^* + (P_P^* - P_E^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$+ \frac{Gr^*}{\text{Re}_0^2} \sin \theta_p (2T_P^{*1} - T_P^{*0}) r_p^* \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-2(w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2})^1 + (w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2})^0 \right] \Delta r_p^* dz_p^* \\
& + \left[-2(r_{nw}^* u_{nw}^{*1} v_{nw}^{*1} - r_{sw}^* u_{sw}^{*1} v_{sw}^{*1}) + (r_{nw}^* u_{nw}^{*0} v_{nw}^{*0} - r_{sw}^* u_{sw}^{*0} v_{sw}^{*0}) \right] d\theta_e \Delta z_p^* \\
& + \left[-2(v_{tw}^{*1} w_{tw}^{*1} - v_{bw}^{*1} w_{bw}^{*1}) + (v_{tw} w_{tw}^{*0} - v_{bw} w_{bw}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \\
& - (2u_{pw}^{*1} w_{pw}^{*1} - u_{pw}^{*0} w_{pw}^{*0}) \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^* - \frac{W_{pw}^*}{r_{pw}^*} \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^* \\
& + \frac{2}{r_{pw}^*} \left[2 \left(\frac{u_{new}^{*1} + u_{sew}^{*1}}{2} - \frac{u_{nww}^{*1} + u_{sww}^{*1}}{2} - \frac{u_{new}^{*0} + u_{sew}^{*0}}{2} - \frac{u_{nww}^{*0} + u_{sww}^{*0}}{2} \right) \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^*
\end{aligned}$$

On note que les coefficients de l'équation de discrétisation dans l'équation (3.13), sont tous positifs, et que A_p est supérieur à la somme des autres coefficients aussi, comme dans le cas de l'équation de discrétisation radiale. Les composantes de vitesse aux faces des volumes finis décalés suivant la direction azimutale sont interpolées suivant le schéma de différence centrée :

$$\begin{aligned}
u_{nw}^* &= \frac{u_{new}^* + u_{nww}^*}{2} & u_{sw}^* &= \frac{u_{sew}^* + u_{sww}^*}{2} \\
w_{ew}^* &= \frac{w_{pw}^* + w_{Ew}^*}{2} & w_{wu}^* &= \frac{w_{Pw}^* + w_{Ww}^*}{2} \\
v_{tw}^* &= \frac{v_{tew}^* + v_{tww}^*}{2} & v_{bw}^* &= \frac{v_{bew}^* + v_{bww}^*}{2}
\end{aligned}$$

3.4.4 Equation de quantité de mouvement axiale

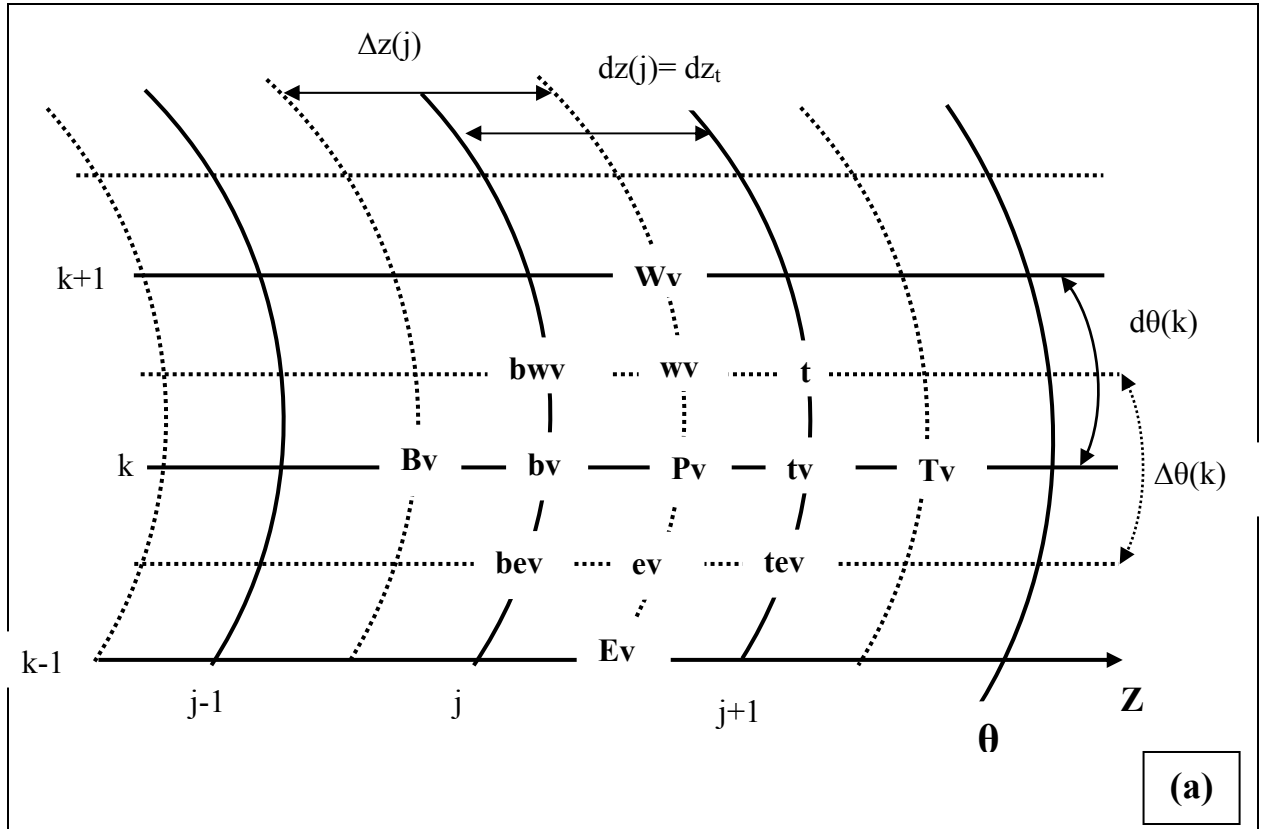
La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement axiale (2.9), se fait dans le volume de contrôle décalé suivant la direction axiale (figure 3.8)

$$\begin{aligned}
\int_{w_{bv}s}^e \int_{bv}s^{tn} \frac{\partial v^*}{\partial t} r^* dr^* d\theta dz^* &= \frac{3v_{pv}^* - 4v_{pv}^{*1} + v_{pv}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p dz_t^* \\
\int_{w_{bv}s}^e \int_{bv}s^{tn} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{w_{bv}s}^e \int_{bv}s^{tn} \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*)^1 - \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*)^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\
&= \left[2(r_{nw}^* u_{nw}^{*1} v_{nw}^{*1} - r_{sv}^* u_{sv}^{*1} v_{sv}^{*1}) + (r_{nw}^* u_{nw}^{*0} v_{nw}^{*0} - r_{sv}^* u_{sv}^{*0} v_{sv}^{*0}) \right] \Delta \theta_p dz_t^* \\
\int_{w_{bv}s}^e \int_{bv}s^{tn} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{w_{bv}s}^e \int_{bv}s^{tn} \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*)^1 - \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*)^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*
\end{aligned}$$

$$= \left[-2(w_{ev}^{*1}v_{nv}^{*1} - w_{wv}^{*1}v_{vv}^{*1}) + (w_{ev}^{*0}v_{ev}^{*0} - w_{wv}^{*0}v_{ev}^{*0}) \right] \Delta r_p^* dz_t^*$$

$$\int_{w_{bv}^s}^e \int_{bv^s}^{tv^n} \int_{v^s}^n \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{w_{bv}^s}^e \int_{bv^s}^{tv^n} \int_{v^s}^n \left[2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \Big| - \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$= \left[2(v_{tv}^{*1}v_{tv}^{*1} - v_{bv}^{*1}v_{bv}^{*1}) + (v_{tv}^{*0}v_{tv}^{*0} - v_{bv}^{*0}v_{bv}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$



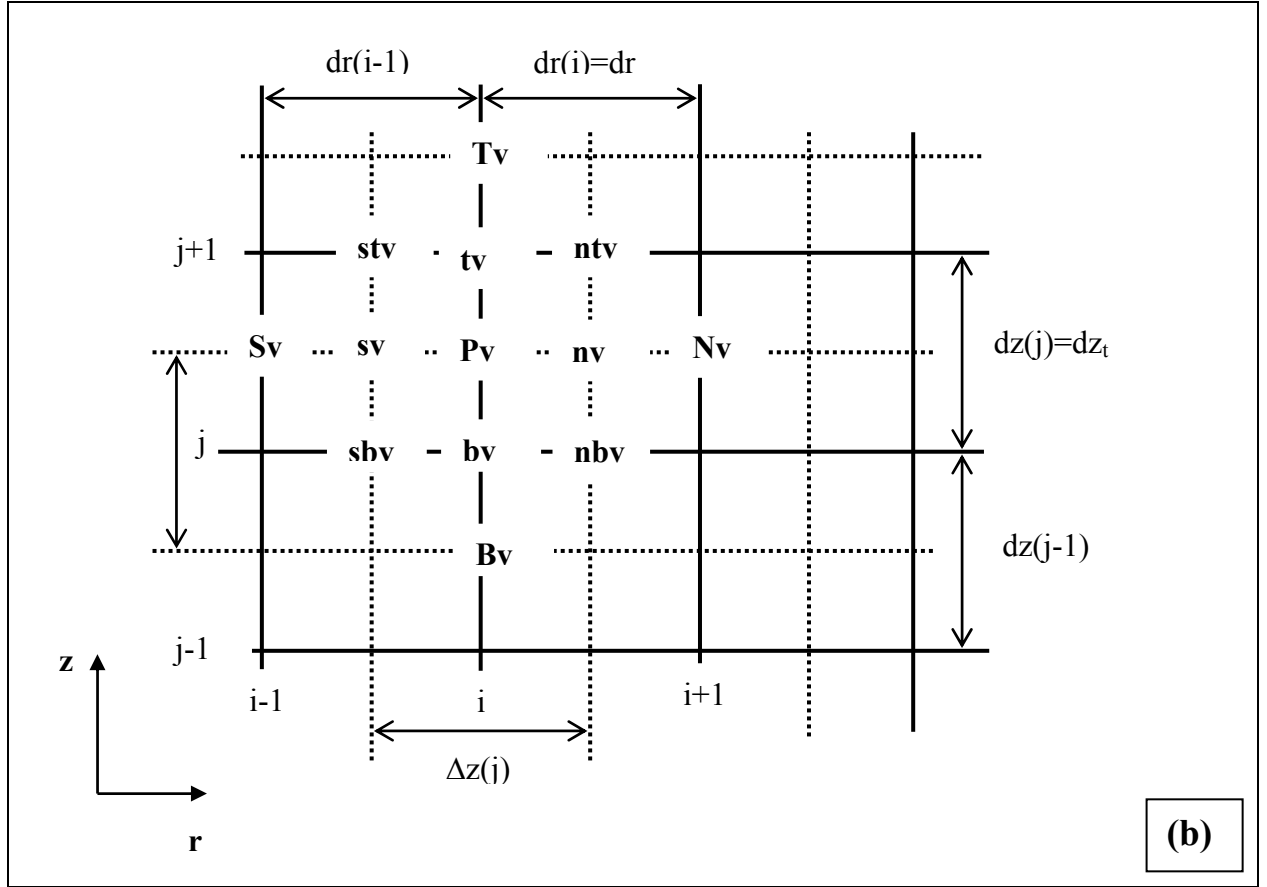


Figure 3.8 : le maillage décalé suivant la direction axial (r, z)

(a) projection suivant les plans (z, θ) , (b) projection suivant les plans (r^* , z^*)

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (P_p^* - P_T^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[r_{nv}^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \Big|_{nv} - r_{sv}^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \Big|_{sv} \right] \Delta \theta_p dz_t^* \\ &= \left(r_{nv}^* \frac{w_{Nv}^* - w_{Pv}^*}{dr_n^*} - r_{sv}^* \frac{w_{Pv}^* - w_{Sv}^*}{dr_s^*} \right) \Delta \theta_p dz_t^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[\frac{1}{r_{ev}^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \Big|_{ev} - \frac{1}{r_{wv}^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \Big|_{wv} \right] dr_p^* dz_t^* \\ &= \left(\frac{1}{r_{ev}^*} \frac{v_{Ev}^* - v_{Pv}^*}{d\theta_e} - \frac{1}{r_{wv}^*} \frac{v_{Pv}^* - v_{Wv}^*}{d\theta_w} \right) \Delta r_p^* dz_t^* \end{aligned}$$

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{z^*} \left(\frac{\partial v^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* = \left[\frac{\partial v^*}{\partial z^*} \Big|_{tv} - \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \Big|_{bv} \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_p$$

$$= \left(\frac{v_{Tv}^* - v_{Pv}^*}{dz_t^*} - \frac{v_{Pv}^* - v_{Bv}^*}{dz_b^*} \right) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

On regroupe tous les termes discrétisés pour l'obtention d'une équation de discrétisation finale sous la forme standard :

$$A_P v_{Pv}^* = A_E v_{Ev}^* + A_W v_{Wv}^* + A_N v_{Nv}^* + A_S v_{Sv}^* + A_T v_{Tv}^* + A_B v_{Bv}^* + S_v$$

Où les coefficients de l'équation de discrétisation et la source, sont données par les relations suivantes :

$$A_E = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_t^*}{r_{ev}^* d\theta_e} \quad A_W = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{dr_p^* \Delta z_p^*}{r_{ww}^* d\theta_w}$$

$$A_N = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_{sv}^* \Delta \theta_p \Delta z_t^*}{dr_s^*} \quad A_S = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_{nv}^* \Delta \theta_p dz_t^*}{dr_s^*} \quad (3.14)$$

$$A_T = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta}{dr_t^*} \quad A_B = \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta}{dr_b^*}$$

$$A_P = A_P + A_P + A_P + A_P + A_P + A_P + \frac{3}{2} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p dz_t^*}{\Delta t^*} \quad (3.15)$$

$$S_v = \frac{4v_{pv}^{*1} - v_{pv}^{*0}}{2\Delta t} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p dz_t^* + (P_P^* - P_T^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

$$+ \left[-2(r_{nv}^* u_{nv}^{*1} v_{nv}^{*1} + r_{sv}^* u_{sv}^{*1} v_{sv}^{*1}) + (r_{nv}^* u_{nv}^{*0} v_{nv}^{*0} + r_{sv}^* u_{sv}^{*0} v_{sv}^{*0}) \right] \Delta \theta_p dz_t^*$$

$$+ \left[-2(w_{ev}^* v_{ev}^{*1} - w_{wv}^* v_{wv}^{*1}) + (w_{ev}^* v_{ev}^{*0} - w_{wv}^* v_{wv}^{*0}) \right] \Delta r_p^* dz_t^*$$

$$+ \left[-2(v_{tv}^* v_{tv}^{*1} - v_{bv}^* v_{bv}^{*1}) + (v_{tv}^* v_{tv}^{*0} - v_{bv}^* v_{bv}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

Comme dans le cas des équations de discrétisation radiale et azimutale, les relations (3.14) et (3.15), indiquent respectivement que les coefficients de l'équation de discrétisation axiale sont tous positifs et que A_P est supérieur à la somme des autres coefficients.

Les composantes des vitesses Aux faces des volumes finis décalés suivant la direction axiale sont :

$$\begin{aligned} u_{nv}^* &= \frac{u_{ntv}^* + u_{nbv}^*}{2} & u_{sv}^* &= \frac{u_{stv}^* + u_{sbv}^*}{2} \\ W_{eu}^* &= \frac{W_{etv}^* + W_{ebv}^*}{2} & W_{wv}^* &= \frac{W_{wtv}^* + W_{wbv}^*}{2} \\ v_{tv}^* &= \frac{v_{Tv}^* + v_{Pv}^*}{2} & v_{bv}^* &= \frac{v_{Bv}^* + v_{Pv}^*}{2} \end{aligned}$$

3.4.5 Equation de l'énergie

L'équation d'énergie (2.10), est intégrée dans le volume fini typique (figure 3.1) comme suit :

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{\partial T^*}{\partial t^*} r^* dr^* d\theta dz^* &= \frac{3T_p^* - 4T_p^{*1} + T_p^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) \Big|_n - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) \Big|_s \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= [2(r_n^* u_n^* T_n^{*1} - r_s^* u_s^* T_s^{*1}) + (r_n^* u_n^* T_n^{*0} - r_s^* u_s^* T_s^{*0})] \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[\frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) \Big|_n - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) \Big|_s \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= [2(w_e^* T_e^{*1} - w_w^* T_w^{*1}) + (w_e^* T_e^{*0} - w_w^* T_w^{*0})] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\ \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \Big|_n - \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \Big|_s \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= [2(v_t^* T_t^{*1} - v_b^* T_b^{*1}) + (v_t^* T_t^{*0} - v_b^* T_b^{*0})] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \\ \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (v^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*}) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[r_n^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_n - r_s^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_s \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ &= \left[r_n^* \left(\frac{T_n^* - T_p^*}{dr_n^*} \right) - r_s^* \left(\frac{T_p^* - T_s^*}{dr_s^*} \right) \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ \int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[\frac{1}{r_e^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \Big|_n - \frac{1}{r_w^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \Big|_s \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\left(\frac{T_E^* - T_P^*}{r_n^* d\theta_e} \right) - \left(\frac{T_P^* - T_W^*}{r_w^* d\theta_w} \right) \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\
\int_w^e \int_b^t \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_b^t \int_s^n \left[\left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_t - \left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_b \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \\
&= \left[\left(\frac{T_T^* - T_P^*}{dz_t^*} \right) - \left(\frac{T_P^* - T_B^*}{dz_b^*} \right) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p
\end{aligned}$$

Le regroupement des termes précédents conduit à l'équation de discrétisation de la température suivante :

$$A_p T_p^* = A_E T_E^* + A_W T_W^* + A_N T_N^* + A_S T_S^* + A_T T_T^* + A_B T_B^* + S_T$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation et la source sont :

$$\begin{aligned}
A_E &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_e^* d\theta_e} & A_W &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_w^* d\theta_w} \\
A_N &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{\Delta r_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_n^*} & A_S &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{\Delta r_s^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_s^*} \\
A_T &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p}{dz_t^*} & A_B &= \frac{1}{\text{Re}_0 \text{Pr}_0} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p}{dz_b^*}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{3}{2} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{\Delta t^*} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
S_T &= \frac{4T_p^{*1} - T_p^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* + \left[-2(r_n^* u_n^{*1} T_n^{*1} - (r_s^* u_s^{*1} T_s^{*1})) + (r_n^* u_n^{*0} T_n^{*0} - (r_s^* u_s^{*0} T_s^{*0})) \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\
&+ \left[-2(w_e^{*1} T_e^{*1} - w_w^{*1} T_w^{*1}) + (w_e^{*0} T_e^{*0} - w_w^{*0} T_w^{*0}) \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\
&+ \left[-2(v_t^{*1} T_t^{*1} - v_b^{*1} T_b^{*1}) + (v_t^{*0} T_t^{*0} - v_b^{*0} T_b^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta z_p^*
\end{aligned}$$

3.5 Discrétisation des conditions aux limites

Toutes les conditions sur les champs des vitesses et de température et sur les flux seront chacune transformées en une forme discrète, conformément au maillage. Il s'agira toujours d'identifier pour chaque condition aux limites les coefficients des variables dépendantes ainsi que les termes de source correspondants. Etant donné que la procédure est identique pour

l'ensemble des conditions on l'explicitera seulement pour certaines conditions spécifiques tandis que les autres conditions seront directement données.

Les équations de discrétisation des conditions aux limites sont aussi écrites selon la forme générale de l'équation de discrétisation. Le domaine numérique est défini par : $i=1$ à IL ; $j=1$ à JL et $k=1$ à KL balayant les direction radiale, axiale et angulaire.

3.5.1 A l'entrée du conduit

Le domaine numérique correspondant : $j=1, 1 \leq i \leq IL, 1 \leq k \leq KL$

La composante axiale, $v^*(r^*, \theta, 0, t^*) = 1$

$$\begin{aligned}
 A_p(i, j, k)v^*(i, j, k) &= A_N(i, j, k)v^*(i+1, j, k) + A_S(i, j, k)v^*(i-1, j, k) + \\
 &A_E(i, j, k)v^*(i, j, k+1) + A_W(i, j, k)v^*(i, j, k-1) + \\
 &A_T(i, j, k)v^*(i, j+1, k) + A_B(i, j, k)v^*(i, j-1, k)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Qui devra donc s'écrire:

$$\begin{aligned}
 1.v^*(i, 1, k) &= 0.v^*(i+1, 1, k) + 0.v^*(i-1, 1, k) + 0.v^*(i, 1, k+1) + 0.v^*(i, 1, k-1) \\
 &+ 0.v^*(i, 2, k) + 1
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Les coefficients et les termes de source sont :

$$\begin{aligned}
 A_p(i, j, k) &= 1 \\
 A_N(i, j, k) &= A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \\
 S_v(i, j, k) &= 1
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Du même pour les composantes u^*, w^* à l'entrée sont nulles donc les coefficients et les termes de source seraient :

$$\begin{aligned}
 A_p(i, j, k) &= 1 \\
 A_N(i, j, k) &= A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \\
 S(i, j, k) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$T^* = 0$, de la même manière que précédemment on obtient :

$$A_p(i, j, k) = 1$$

$$A_N(i, j, k) = A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \quad (3.22)$$

$$S(i, j, k) = 0$$

3.5.2 A la sortie du cylindre

$$(J = JL, 1 \leq i \leq IL, 1 \leq k \leq KL)$$

1 - condition sur la vitesse radiale :

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=10} = 0$$

Se discrétise selon la différence arrière à l'ordre 1, soit :

$$\frac{u^*(i, JL, k) - u^*(i, JL-1, k)}{dz^*(JL-1)} = 0 \Rightarrow u^*(i, JL, k) = u^*(i, JL-1, k) \quad (3.23)$$

Par rapport au nœud JL, cette équation permet d'identifier les coefficients correspondants :

$$\begin{aligned} 1.u^*(i, JL, k) &= 0.u^*(i+1, JL, k) + 0.u^*(i-1, JL, k) + 0.u^*(i, JL, k+1) \\ &\quad + 0.u^*(i, JL, k-1) + 0.u^*(i, JL-1, k) = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$D'où : \quad A_p(i, JL, k) = 1 \quad A_b(i, JL, k) = 1$$

$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, JL, k) = 0 \quad (3.25)$$

$$S_v(i, JL, k) = 0$$

2 - condition sur les vitesses w, v est :

$$\left. \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=10} = \left. \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=10} = 0, \text{ se discrétise selon la différence arrière à l'ordre 1}$$

$$w^*(i, JL, k) = w^*(i, JL-1, k)$$

$$v^*(i, JL, k) = v^*(i, JL-1, k)$$

Et les coefficients sont :

$$A_p(i, JL, k) = 1 \quad A_b(i, JL, k) = 1$$

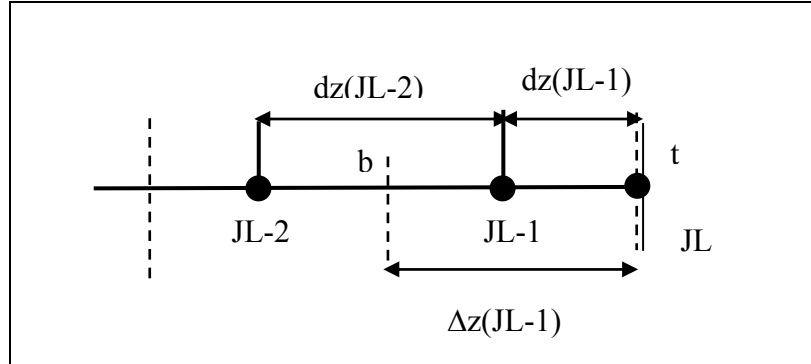
$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, JL, k) = 0 \quad (3.26)$$

$$S_v(i, JL, k) = 0$$

3 - condition sur la température :

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \Big|_{z^*=100} = 0, \text{ se caractérise autour de}$$

JL-1 selon les différences en arrière:



$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*} \Big|_t - \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \Big|_b = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{T^*(i, JL, k) - T^*(i, JL-1, k)}{dz^*(JL-1)} - \frac{T^*(i, JL-1, k) - T^*(i, JL-2, k)}{dz^*(JL-2)} = 0$$

On en déduit les différents coefficients :

$$A_p(i, JL, k) = 1 \quad A_B(i, JL, k) = 1$$

$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, JL, k) = 0 \quad (3.27)$$

$$S(i, JL, k) = [T^*(i, JL-1, k) - T^*(i, JL-2, k)]$$

3.5.3 Sur la paroi du cylindre intérieur

$$(i=1, 1 \leq j \leq JL, 1 \leq k \leq KL)$$

Pour les vitesses u, v et v , seule les coefficients A_p sont égaux à 1.

1 - condition sur le flux :

$$\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_{r^*=R_c^*} = 0$$

Se discrétise en utilisant un schéma des différences en arrière, soit :

$$T^*(1, j, k) = T^*(1, j, k - 1)$$

(3.29)

On en déduit les différents coefficients :

$$A_p(1, j, k) = S_p(1, j, k)$$

$$A_N(1, j, k) = A_E(1, j, k) = A_W(1, j, k) = A_T(1, j, k) = A_B(1, j, k) = 0$$

(3.30)

$$S(1, j, k) = 0$$

3.5.4 Sur la paroi du cylindre extérieur

$$(i = IL, 1 \leq j \leq JL, 1 \leq k \leq KL)$$

Pour les vitesses u, v et w , seuls les coefficients A_p sont égaux à 1 :

1 - condition sur le flux :

$$\left. \frac{\partial T^*(r, \theta, z, t)}{\partial r^*} \right|_{r^* = R_{2i}^*} = 1,$$

se discrétise selon un schéma des différences en arrière, soit :

$$\frac{T^*(IL, j, k) - T^*(IL - 1, j, k)}{dr^*(IL - 1)} = 1 \Rightarrow T^*(IL, j, k) = T^*(IL - 1, j, k) + dr^*(IL - 1)$$

(3.31)

Par rapport aux nœuds IL, les coefficients seraient identifiés par :

$$A_N(IL, j, k) = A_p(IL, j, k) = A_B(IL, j, k) = 1$$

$$A_E(IL, j, k) = A_W(IL, j, k) = A_T(IL, j, k) = A_s(IL, j, k) = 0$$

(3.32)

$$S(IL, j, k) = dr^*(IL - 1)$$

3.6 Couplage pression-vitesse

Les équations de quantité de mouvement pour les variables des vitesses u^*, w^* et v^* sont écrites sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
A_n u_n^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_n (P_N^* - P_P^*) \\
A_s u_s^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_s (P_P^* - P_S^*) \\
A_e w_e^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_e (P_E^* - P_P^*) \\
A_w w_w^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_w (P_P^* - P_W^*) \\
A_t v_t^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_t (P_T^* - P_P^*) \\
A_b v_b^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_b (P_P^* - P_B^*)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

b_u^*, b_w^* et b_v^* , contiennent les termes des sources des équations discrétisée radiale, axiale et azimutale, autres que les termes de pression.

Le système (3.33) est réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
u_n^* &= \hat{u}_n^* + d_n (P_N^* - P_P^*) \\
u_s^* &= \hat{u}_s^* + d_s (P_P^* - P_S^*) \\
w_e^* &= \hat{w}_e^* + d_e (P_E^* - P_P^*) \\
w_w^* &= \hat{w}_w^* + d_w (P_P^* - P_W^*) \\
v_t^* &= \hat{v}_t^* + d_t (P_T^* - P_P^*) \\
v_b^* &= \hat{v}_b^* + d_b (P_P^* - P_B^*)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Ou les pseudo vitesse $\hat{u}_n^*, \hat{u}_s^*, \hat{w}_e^*, \hat{w}_w^*, \hat{v}_t^*$ et \hat{v}_b^* sont donnée par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
\hat{u}_n^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_u^*}{A_n} \\
\hat{u}_s^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_u^*}{A_s} \\
\hat{w}_e^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_w^*}{A_e} \\
\hat{w}_w^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_w^*}{A_w} \\
\hat{v}_t^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_v^*}{A_t}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

$$\hat{v}_b^* = \frac{\sum A_i u_i^* + b_v^*}{A_b}$$

Pour obtenir l'équation de pression, on va remplacer le champ de vitesse (3.34) dans l'équation de continuité discrétisée (3.9), on obtient alors une équation de discrétisation de pression sous la forme :

$$a_p P_p^* = a_n P_n^* + a_s P_s^* + a_e P_e^* + a_w P_w^* + a_t P_t^* + a_b P_b^* + b \quad (3.36)$$

Les coefficients de cette équation sont :

$$\begin{aligned} a_n &= r_n^* d_n \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ a_s &= r_s^* d_s \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ a_e &= d_e \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\ a_w &= d_w \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\ a_t &= d_t \Delta r_p^* \Delta \theta_p \\ a_b &= d_b \Delta r_p^* \Delta \theta_p \end{aligned} \quad (III -37)$$

$$a_p = a_n + a_s + a_e + a_w + a_t + a_b$$

$$b = -\left[(r_n^* \hat{u}_n^* - r_s^* \hat{u}_s^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^* + (\hat{w}_e^* - \hat{w}_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (\hat{v}_t^* - \hat{v}_b^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \right] \quad (3.38)$$

Avec un champ de vitesse estimé, utilisé dans la source (3.38), la résolution de l'équation de pression (3.36), permet l'obtention de la pression en chaque nœud du domaine. Cependant cette pression n'est qu'une estimation, notée P^{**} . L'introduction de cette pression estimée P^{**} , dans les équations de Navier – Stokes, nous donne une estimation du champ de vitesse notée (u^*, v^*, w^*) .

$$\begin{aligned} A_n u_n^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_n (P_n^{**} - P_p^{**}) \\ A_s u_s^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_s (P_p^{**} - P_s^{**}) \\ A_e w_e^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_e (P_e^{**} - P_p^{**}) \\ A_w w_w^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_w (P_p^{**} - P_w^{**}) \\ A_t v_t^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_t (P_t^{**} - P_p^{**}) \\ A_b v_b^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_b (P_p^{**} - P_b^{**}) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Les estimations, nécessitent des corrections :

$$\begin{aligned}
 u^* &= u^{**} + u' \\
 w^* &= w^{**} + w' \\
 v^* &= v^{**} + v' \\
 P^* &= P^{**} + P'
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Ou : u' , v' , w' et P' sont les corrections et aussi des solutions pour les équations algébrique, on obtient alors :

$$\begin{aligned}
 A_n u'_n &= \sum A_i u'_i + a_n (P'_N - P'_p) \\
 A_s u'_s &= \sum A_i u'_i + a_s (P'_p - P'_S) \\
 A_e w'_e &= \sum A_i w'_i + a_e (P'_E - P'_p) \\
 A_w w'_w &= \sum A_i w'_i + a_w (P'_p - P'_W) \\
 A_t v'_t &= \sum A_i v'_i + a_t (P'_T - P'_p) \\
 A_b v'_b &= \sum A_i v'_i + a_b (P'_p - P'_B)
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Une approximation est faite, c'est de négliger les corrections de vitesse aux nœuds voisins, donc on obtient :

$$\begin{aligned}
 u'_n &= d_n (P'_N - P'_p) \\
 u'_s &= d_s (P'_p - P'_S) \\
 w'_e &= d_e (P'_E - P'_p) \\
 w'_w &= d_w (P'_p - P'_W) \\
 v'_t &= d_t (P'_T - P'_p) \\
 v'_b &= d_b (P'_p - P'_B)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Et par conséquent le champ de vitesse corrigé s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 u_n^* &= u_n^{**} + d_n (P'_N - P'_p) \\
 u_s^* &= u_s^{**} + d_s (P'_p - P'_S) \\
 w_e^* &= w_e^{**} + d_e (P'_E - P'_p) \\
 w_w^* &= w_w^{**} + d_w (P'_p - P'_W) \\
 v_t^* &= v_t^{**} + d_t (P'_T - P'_p) \\
 v_b^* &= v_b^{**} + d_b (P'_p - P'_B)
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Pour corriger la vitesse, il faut calculer le champ de correction de la pression, pour ça on remplace les expressions de vitesses précédentes dans l'équation de continuité, on obtient une équation algébrique pour P :

$$a_p P'_p = a_n P'_n + a_s P'_s + a_e P'_e + a_w P'_w + a_t P'_t + a_b P'_b + b \quad (3.44)$$

Les coefficients de cette équation sont :

$$\begin{aligned} a_n &= r_n d_n \Delta \theta_p \Delta z_p \\ a_s &= r_s d_s \Delta \theta_p \Delta z_p \\ a_e &= d_e \Delta r_p \Delta z_p \\ a_w &= d_w \Delta r_p \Delta z_p \\ a_t &= d_t r_p \Delta r_p \Delta \theta_p \\ a_b &= d_b r_p \Delta r_p \Delta \theta_p \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$a_p = a_n + a_s + a_e + a_w + a_t + a_b$$

$$b = - \left[(r_n^* u_n^* - r_s^* u_s^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^* + (w_e^* - w_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (v_t^* - v_b^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \right]$$

La correction de la pression est obtenue par la résolution de l'équation (3.44), qui permet par la suite de corriger le champ de vitesse.

3.7 Etapes de calcul de l'algorithme SIMPLER

1. Donner un champ initial comme première estimation pour la vitesse et la température au temps t et Δt .
2. Calcul les coefficients des équations discrétisées pour des pseudos vitesse.
3. On utilise les pseudos vitesse dans la source des l'équation de pression.
4. Résoudre l'équation discrétisée de la pression et trouver la pression estimée P^* .
5. Résoudre le champ de vitesse estimé (u^*, v^*, w^*) , en utilisant la pression estimée.
6. Calculer la source pour l'équation de correction de pression.
7. Résoudre l'équation de correction de pression et corriger le champ de vitesse au temps t+ Δt .
8. Résoudre de l'équation de conservation de l'énergie discrétiser pour obtenir le champ de température.
9. Arrêter le calcul dans le cas d'atteinte d'un régime permanent ou d'un régime transitoire établi ou bien considéré les champs trouvés comme des estimation

au temps t et ceux du temps t comme des champs au temps $t-\Delta t$ et retrouver à l'étape 2...

3.8 Solution des systèmes d'équations de discrétisation

La résolution directe de système d'équation algébrique est compliquée, pour y remédier, une méthode de résolution itérative de balayage dans les directions radiale, axiale et azimutale respectivement. Il est clair que la matrice des coefficients de chacun des systèmes d'équation est hermitienne diagonale. Avant chaque balayage, cette matrice est transformée, momentanément, en une matrice tri-diagonal simple r^* et z^* cyclique suivant θ . Les systèmes tri-diagonal suivant r^* et z^* sont résolus par l'algorithmes de thomas classique alors que le système tri-diagonal cyclique est résolu par l'algorithme de thomas cyclique.

3.8.1 L'algorithme de Thomas :

$$A_p \phi_p = A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_T \phi_T + A_B \phi_B + S_p \quad (3.46)$$

Quant on procéde à un balayage dans la direction r^* , l'équation est tout d'abord réécrite sous la forme :

$$A_p \phi_p = A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_p \quad (3.47)$$

En l'écrivant sous forme indicielle suivante :

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i+1} + d_i \quad : \text{Pour } i = 1, \text{ IL} \quad (3.48)$$

On introduit la relation de récurrence suivante :

$$\phi_i = P_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (3.49)$$

Cette équation est réécrite pour l'indice $i-1$:

$$\phi_{i-1} = P_{i-1} \phi_i + Q_{i-1} \quad (3.50)$$

L'expression de ϕ_{i-1} , équation (3.47), et on obtient :

$$\phi_i = \frac{B_i}{A_i - C_i P_{i-1}} \phi_{i+1} + \frac{D_i + C_i Q_{i-1}}{A_i - C_i P_{i-1}} \quad (3.51)$$

Par identification avec l'éq. (3.46) on déduit deux nouvelles relations de récurrence :

$$P_i = \frac{B_i}{A_i - C_i P_{i-1}} \quad \text{et} \quad Q_i = \frac{D_i + C_i Q_{i-1}}{A_i - C_i P_{i-1}} \quad (3.52)$$

$$\text{Avec les valeurs initiales } P_i = \frac{B_i}{A_i} \text{ et } Q_i = \frac{D_i}{A_i} \quad (3.53)$$

On peut facilement démontrer que $B_{IL} = 0$ et $C_1 = 0$

Avec l'utilisation de ces valeurs on peut calculer toutes les composantes P_i et Q_i , $i=2, \dots, IL$

Il est facile de démontrer que $\phi_{IL} = Q_{IL}$.

Remarque : pour le balayage suivant la direction z est effectuée de la même manière que le balayage suivant la direction z^* sauf on remplace i par j est A_N par A_T et A_S par A_B .

3.8.2 L'algorithme de Thomas cyclique

Un système d'équation tri diagonal cyclique est représenté par l'équation indicielle suivant :

$$a_k \Phi_k = b_k \Phi_{kkk} + c_k \Phi_{kk} + d_k \quad (3.54)$$

$$k = 1, 2, \dots, KL$$

$$kkk = \begin{cases} k+1, & sik \neq KL \\ 1, & sik = KL \end{cases}$$

$$kk = \begin{cases} k-1, & sik \neq KL \\ KL, & sik = 1 \end{cases}$$

Tous les éléments a_k, b_k, c_k et d_k sont supposés connus.

On divise l'équation par a_k

$$\Phi_k = \frac{b_k}{a_k} \Phi_{kkk} + \frac{c_k}{a_k} \Phi_{kk} + \frac{d_k}{a_k} \quad (3.55)$$

Dans le cas $k = 1$

$$\Phi_1 = \frac{b_1}{a_1} \Phi_2 + \frac{c_1}{a_1} \Phi_{KL} + \frac{d_1}{a_1} \quad (3.56)$$

En introduit la relation de récurrence suivante :

$$\Phi_k = E_k \Phi_{kkk} + F_k \Phi_{KL} + G_k \quad (3.57)$$

$$k = 1, 2, \dots, KL-1$$

Quant $k = 1$ on obtient :

$$\Phi_1 = E_1 \Phi_2 + F_1 \Phi_{KL} + G_1 \quad (3.58)$$

Par identification avec l'équation (3.56) on trouve :

$$E_1 = \frac{b_1}{a_1}, \quad F_1 = \frac{c_1}{a_1}, \quad G_1 = \frac{d_1}{a_1}$$

Pour l'indice kk dans l'équation (3.57) on obtient la relation :

$$\Phi_{kk} = E_{kk} \Phi_k + F_{kk} \Phi_{KL} + G_{kk} \quad (3.59)$$

En remplaçant (3.59) dans (3.54) on obtient :

$$\Phi_k = \frac{b_k}{a_k - c_k E_{kk}} \Phi_{kkk} + \frac{b_k F_{kk}}{a_k - c_k E_{kk}} \Phi_{KL} + \frac{c_k G_{kk} + d_k}{a_k - c_k E_{kk}} \quad (3.60)$$

Par identification avec l'équation (3.57) on trouve :

$$E_k = \frac{b_k}{a_k - c_k E_{kk}}, \quad F_k = \frac{c_k F_{kk}}{a_k - c_k E_{kk}} \quad \text{et} \quad G_k = \frac{c_k G_{kk} + d_k}{a_k - c_k E_{kk}}, \quad k=2,3,\dots,KL-1$$

Donc on peut calculer de les valeurs de E_k , F_k , G_k à partir de connaître des valeur E_1 , F_1 , G_1 .

Le terme qui n'est pas connu dans l'équation (3.57) c'est Φ_{KL} , donc il faut le définir.

De l'équation (3.54) on a :

$$a_{KL} \Phi_{KL} = b_{KL} \Phi_1 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + d_{KL} \quad (3.61)$$

cette équation est réécrite sous la forme :

$$P_1 \Phi_{KL} = Q_1 \Phi_1 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + R_1$$

Avec :

$$P_1 = a_{KL}, \quad Q_1 = b_{KL} \quad \text{et} \quad R_1 = d_{KL}$$

On retour à l'équation (3.57) qui est :

$$\Phi_1 = E_1 \Phi_2 + F_1 \Phi_{KL} + G_1 \quad (3.62)$$

On remplace la valeur de Φ_1 dans l'équation (3.61) on obtient :

$$[P_1 - Q_1 F_1] \Phi_{KL} = [Q_1 E_1] \Phi_2 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + [R_1 + Q_1 G_1] \quad (3.63)$$

On écrit cette équation sous la forme suivante :

$$P_2 \Phi_{KL} = Q_2 \Phi_2 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + R_2 \quad (3.64)$$

On retourne une dernier fois à l'équation (3.57) qui est :

$$\Phi_k = E_k \Phi_{kk} + F_k \Phi_{KL} + G_k$$

Pour $k = 2$ on obtient :

$$\Phi_2 = E_2 \Phi_3 + F_2 \Phi_{KL} + G_2$$

Cette équation est utilisée dans la précédente et il vient :

$$[P_2 - Q_2 F_2] \Phi_{KL} = [Q_2 E_2] \Phi_2 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + [R_2 + Q_2 G_2]$$

Qui est réécrite :

$$P_3 \Phi_{KL} = Q_3 \Phi_3 + c_{KL} \Phi_{KL-1} + R_3 \quad (3.65)$$

Sachant que :

$$P_3 = P_2 - Q_2 F_2, \quad Q_3 = Q_2 E_2 \quad \text{et} \quad R_3 = Q_2 G_2 + R_2$$

Cette procédure est en continuité jusqu'à l'obtention de l'équation :

$$P_{KL-1} \Phi_{KL} = Q_{KL-1} \Phi_{KL-1} + c_{KL} \Phi_{KL-1} + R_{KL-1} = [Q_{KL-1} + c_{KL}] \Phi_{KL-1} + R_{KL-1} \quad (3.66)$$

A ce moment est par récurrence on peut calculer P_k , Q_k et R_k par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} P_k &= P_{k-1} - Q_{k-1} F_{k-1} \\ Q_k &= Q_{k-1} E_{k-1} \\ R_k &= Q_{k-1} G_{k-1} + R_{k-1} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Reconsidérons l'équation (3.67)

$$P_{KL-1} \Phi_{KL} = [Q_{KL-1} + c_{KL}] \Phi_{KL-1} + R_{KL-1}$$

Avec l'équation (3.57) On a :

$$\Phi_{KL} = E_{KL-1} \Phi_{KL} + F_{KL-1} \Phi_{KL} + G_{KL-1} = [E_{KL-1} + F_{KL-1}] \Phi_{KL} + G_{KL-1}$$

Cette équation est utilisée dans (3.67) et il vient :

$$P_{KL-1} \Phi_{KL} = [Q_{KL-1} + c_{KL}] [(Q_{KL-1} + c_{KL}) \Phi_{KL} + G_{KL-1}] + R_{KL-1} \quad (3.68)$$

On réarrange l'équation (3.69) on trouve :

$$\Phi_{KL} = \frac{[Q_{KL-1+} + c_{KL}]G_{KL-1} + R_{KL-1}}{P_{KL-1} - [Q_{KL-1+} + c_{KL}][E_{KL-1} + F_{KL-1}]}$$

Après le calcul de Φ_{KL} on utilise l'équation (3.57) pour calculer toutes les Φ_K à partir de $k = KL-1, KL-2, \dots, 2, 1$.

3.9 Validation du code de calcul

Plusieurs essais d'exécution du code de calcul ont été effectués afin d'obtenir sa validation et de pouvoir entamer la partie sur les résultats. Dans ce cadre, la figure 3.9, illustre une comparaison entre les résultats obtenus concernant le nombre de Nusselt axial à l'interface externe de l'espace annulaire parcouru par le fluide de base (eau) avec ceux obtenus numériquement par Nazrul et al [86] pour le cas de la convection forcée. La comparaison montre un parfait accord entre les deux résultats.

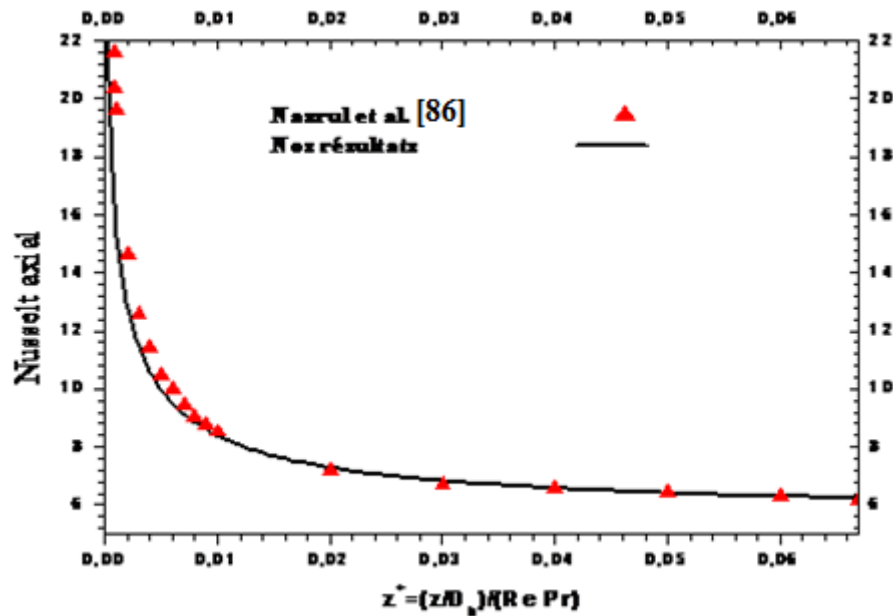


Figure 3.9 Distribution du nombre de Nusselt axial à l'interface fluide-paroi du cylindre externe pour $Gr=0$; une comparaison avec les résultats de Nazrul et al [86].

Chapitre 4

Résultats et Interprétation

4.1 Introduction

Dans ce chapitre on va présenter et discuter les résultats du transfert thermique par convection forcée et mixte, dans un conduit cylindrique annulaire horizontal soumis à un chauffage pariétal est parcouru par un nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et d'oxyde d'Aluminium Al_2O_3 .

Nous présenterons d'abord les propriétés thermophysiques de ce nanofluide qui seront utilisées dans la recherche de nos résultats. Ensuite, nous étudierons les différents comportements dynamiques et thermiques pour les modes d'écoulement en convection forcée et en convection mixte. Pour ces différents modes, l'influence du nombre de Reynolds, caractéristique de l'écoulement, dans un large intervalle compris entre 500 et 2000 sur le comportement thermique et dynamique du nanofluide sera mise en évidence ainsi que l'effet de la concentration des nanoparticules dans le nanofluide en la faisant varier dans un domaine allant de la concentration la plus faible 1% vers la plus élevée 8%. La convection mixte sera étudiée pour les deux valeurs du nombre de Grashof $Gr_{nf} = 10^4$ et 10^5

Dans ce problème d'un écoulement annulaire d'un nanofluide les paramètres géométriques tels que le diamètre hydraulique D_h , et le rapport d'aspect géométrique $A = L/D_h$ sont fixés. L'étude des effets des paramètres de contrôles opératoires, en l'occurrence le nombre de Reynolds et la concentration seront illustrés par leur influence sur les champs dynamiques et thermiques dans l'ensemble du nanofluide ainsi que sur les évolutions axiales des températures moyennes et locales, pariétales et au sein du fluide ainsi que sur le nombre de Nusselt caractéristique des transferts thermiques paroi solide-nanofluide. Dans ce chapitre, l'ensemble de ces résultats concerneront d'abord la convection forcée caractérisé par un nombre de Grashof nul ($Gr_{nf} = 0$) et par la convection mixte caractérisée par différents nombres de Grashof.

4.2 Propriétés physiques du nanofluide

L'évaluation des propriétés physiques du nanofluide est une opération très importante et essentielle dans le traitement des problèmes impliquant les nanofluides et l'obtention de résultats car ces propriétés telles que la conductivité thermique, la viscosité, la densité ainsi que la capacité calorifique et le coefficient de dilatation volumique, interviennent en grandes parts dans les équations de conservation et modélisantes. En conséquence le choix des corrélations empiriques traduisant ces fonctions doit être un choix approprié en conformité avec la forme des équations de conservation. Mais à ce jour, les auteurs s'accordent à dire

qu'il n'existe pas de relations universelles pour la prédiction des propriétés des nanofluides pour toute combinaison possible des variables indépendantes (telles que la nature des particules, la géométrie, ...), et on ne peut spécifier la meilleure des corrélations pour une situation donnée [87]. Néanmoins, l'ensemble des sources bibliographiques indiquent que les propriétés des nanofluides dépendent de la fraction volumique des particules aussi bien que celles des propriétés physiques de la base fluide et du solide.

4.2.1 Viscosité

Parmi les différents modèles suggérés pour la détermination de la viscosité du nanofluide en tenant compte du pourcentage des nanoparticules en suspension dans la base fluide, le modèle classique de [84] est celui qui est le plus utilisé dans les simulations numériques sur les nanofluides

$$\text{Modèle de Brinkman: } \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}}$$

4.2.2 Conductivité thermique

Parmi la majorité des modèles utilisés pour la détermination de la conductivité thermique du nanofluide, le modèle **d'Hamilton-Crosser** [83] basé sur le modèle original de **Maxwell** [88], reste celui qui est largement acceptable par les spécialistes. Il tient compte de la concentration et de la forme des nanoparticules.

$$\text{Modèle de Hamilton-Crosser : } \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\varphi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \varphi(k_f - k_s)}$$

Pour des particules sphériques ($n=3$), la corrélation devient :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + k_f) - 2\varphi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + 2\varphi(k_f - k_s)}$$

4.2.3 La masse volumique

L'évaluation de la masse volumique est obtenue selon la formule classique des mélanges diphasiques solide-liquide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

ρ_{nf} : la masse volumique du nanofluide

ρ_f : la masse volumique de base fluide

ρ_s : la masse volumique des nanoparticules solides

A une température de référence à l'entrée la masse volumique du nanofluide à une température référence est donnée par la relation suivante :

$$\rho_{nf,0} = (1 - \varphi)\rho_{f,0} + \varphi\rho_{s,0}$$

Où le (0) désigne l'état de référence défini par une température T_0 , et une vitesse V_0 à l'entrée du conduit.

4.2.4 La chaleur spécifique

De la même façon que la masse volumique, l'évaluation de la chaleur spécifique est obtenue selon la formule standard:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s$$

On en déduit la relation de la capacité calorifique :

$$Cp_{nf} = \frac{(1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s}{\rho_{nf}} = \frac{(1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s}{(1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s}$$

4.2.5 Le coefficient de dilatation spécifique ou thermique

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_s$$

La relation du coefficient de dilatation volumique :

$$\beta_{nf} = \left[\frac{1}{1 + \frac{(1-\varphi)\rho_f}{\varphi\rho_s}} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\varphi\rho_s}{(1-\varphi)\rho_f}} \right] \cdot \beta_f$$

4.2.6 Le coefficient de diffusivité thermique

Se basant sur les relations de base de la densité et de la conductivité thermique des nanofluides et de la chaleur massique, la relation donnant la diffusivité s'exprime par :

$$\alpha_{nf} = \frac{K_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} = \frac{K_{nf}}{(1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s}$$

Tableau 4.0 : Les propriétés physiques du nanofluide eau/Al_2O_3 ainsi que de ses constituants ($eau + Al_2O_3$)

Type nanofluide	Fraction volum. \emptyset (%)	Pr_{nf}	k_{nf} W/mK	μ_{nf} kg/ms	$\alpha_{nf} \times 10^{-6}$ m ² /s	v_{nf} kg/ms	ρ_{nf} kg/m ³	$C_{p_{nf}}$ J/kg°C	$\beta_{nf} \times 10^{-6}$ K ⁻¹
Eau	/	6.98	0.6	1.002	1.437	1.0037	998.3	4182.0	206.0
Nanoparticule Al_2O_3	/	/	25	/	8.23	/	3970	765	8.5
Nanofluide : eau/Al_2O_3									
Type nanofluide	Taux de conc. \emptyset %	Pr_n	k_{nf} W/mK	μ_{nf} kg/ms	$\alpha_{nf} \times 10^{-6}$ m ² /s	v_{nf} kg/ms	ρ_{nf} kg/m ³	$C_{p_{nf}}$ J/kg°C	$\beta_{nf} \times 10^{-6}$ K ⁻¹
Eau/ Al_2O_3	0.01	6.90	0.617	1.027	1.482	1.000	1027.12	4147.91	198.40
Eau/ Al_2O_3	0.02	6.82	0.635	1.054	1.529	0.998	1055.93	4113.82	191.23
Eau/ Al_2O_3	0.03	6.75	0.653	1.081	1.577	0.997	1084.75	4079.73	184.43
Eau/ Al_2O_3	0.04	6.68	0.671	1.109	1.626	0.996	1113.56	4045.64	177.99
Eau/ Al_2O_3	0.05	6.62	0.690	1.139	1.676	0.997	1142.38	4011.55	171.87
Eau/ Al_2O_3	0.06	6.56	0.709	1.169	1.727	0.998	1171.20	3977.46	166.05
Eau/ Al_2O_3	0.07	6.50	0.728	1.201	1.780	1.001	1200.01	3943.37	160.50
Eau/ Al_2O_3	0.08	6.44	0.748	1.234	1.833	1.004	1228.83	3909.28	155.22
Eau/ Al_2O_3	0.09	6.39	0.768	1.268	1.889	1.008	1257.65	3875.19	150.19
Eau/ Al_2O_3	0.1	6.34	0.789	1.304	1.945	1.013	1286.46	3841.10	145.38

4.3 Résultats en mode de convection forcée

Une bonne série de résultats ont été obtenus en mode de convection forcée pour le nanofluide eau/ Al_2O_3 . Le mode de convection forcée étant le plus souvent considéré dans des problèmes de convection mixte comme étant un état de référence. Différentes orientations ont été considérées au sein de ce mode, l'une traitant l'influence du nombre de Reynolds sur tout ce qui est dynamique et thermique tandis que l'autre elle considère l'influence de la concentration des nanoparticules.

4.3.1 Influence du nombre de Reynolds

Dans cette partie, on s'intéresse aux effets de la variation du nombre de Reynolds sur le comportement hydrodynamique et sur l'évolution du champ thermique du nanofluide caractérisé par différentes concentrations. Quatre valeurs du nombre de Reynolds sont considérées : $Re = 500, 1000, 1500$ et 2000 , pour des valeurs fixées de la concentration. Afin d'éviter à avoir à répéter les mêmes profils et variations des températures et des vitesses, on a choisi de ne représenter que le cas correspondant à $\tau = 4\%$.

Les figures 4.1, 4.2 et 4.3 illustrent successivement les profils axiaux des températures pariétales du conduit et des températures moyennes du nanofluide ainsi que ceux des nombres de Nusselt moyens circonférentiels et locaux axiaux. La figure 4.1 présente nettement les évolutions de la température pariétale le long du conduit en fonction du nombre de Reynolds et il apparaît clairement que les profils des températures diminuent en niveau de température avec l'augmentation du nombre de Reynolds avec des écarts très importants à la sortie. Entre le plus faible $Re = 500$ et le plus élevé $Re = 2000$, cet écart est $\Delta T^* \sim 0.15$. Cependant ces évolutions montrent qu'il y a une bonne concordance avec les comportements classiques intervenant dans les échanges thermoconvectifs.

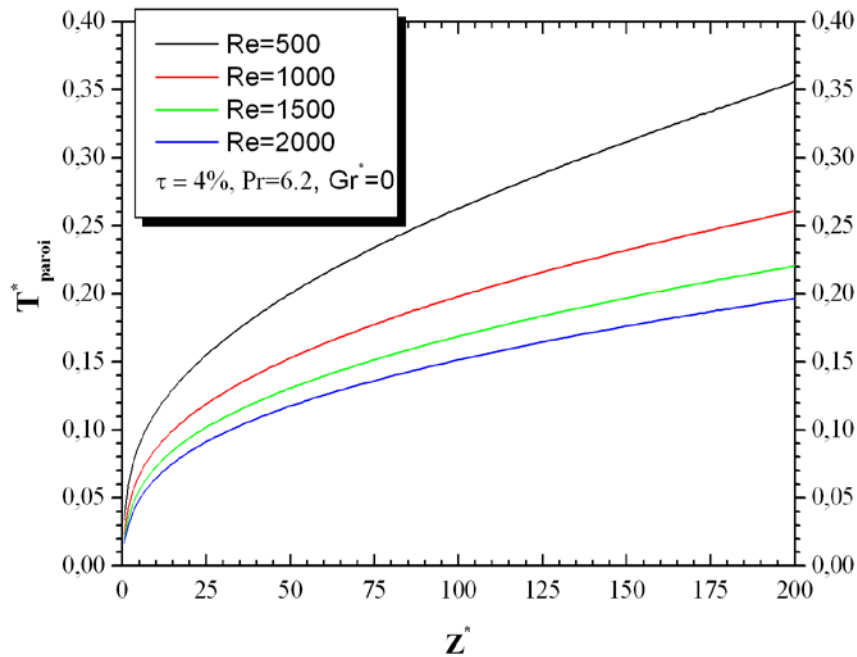


Figure 4.1 Evolution axiale de la température pariétale pour différents nombres de Reynolds et une concentration de nanoparticules de 4%, en convection forcée

Les évolutions de la température moyenne du nanofluide le long du conduit en fonction du nombre de Reynolds sont tracées dans la figure 4.2. On remarque d’une part, que pour chaque nombre de Reynolds, la température subit une augmentation monotone et linéaire le long du conduit et que, d’autre part, dans la plage des valeurs de Reynolds traitées, des écarts des températures sont importantes atteignant leurs maximums à la sortie.

Tableau 4.1 : Les températures à la sortie en fonction du Reynolds

T^* \ Re	500	1000	1500	2000
Sortie	0.16	0.08	0.058	0.04

$$\Delta T^*(max) = 0.12 \text{ entre } Re = 500 \text{ et } 2000$$

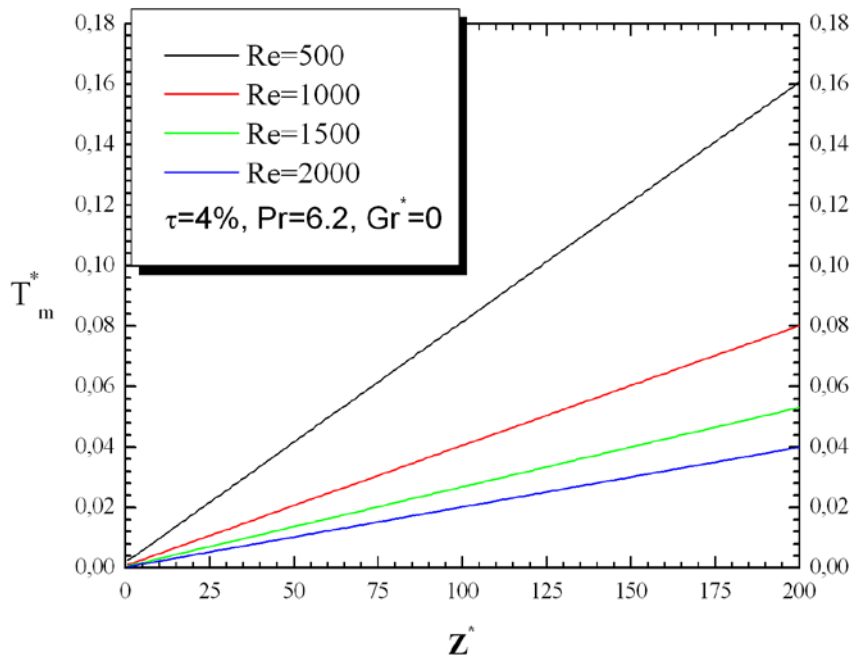


Figure 4.2 Evolution axiale de la température moyenne du nanofluide pour différents nombres de Reynolds et une concentration de nanoparticules de 4%, en convection forcée

Parallèlement à ces évolutions des températures pariétales, les profils du nombre de Nusselt moyen circonférentiel et local axial sont représentés sur la figure 4.3

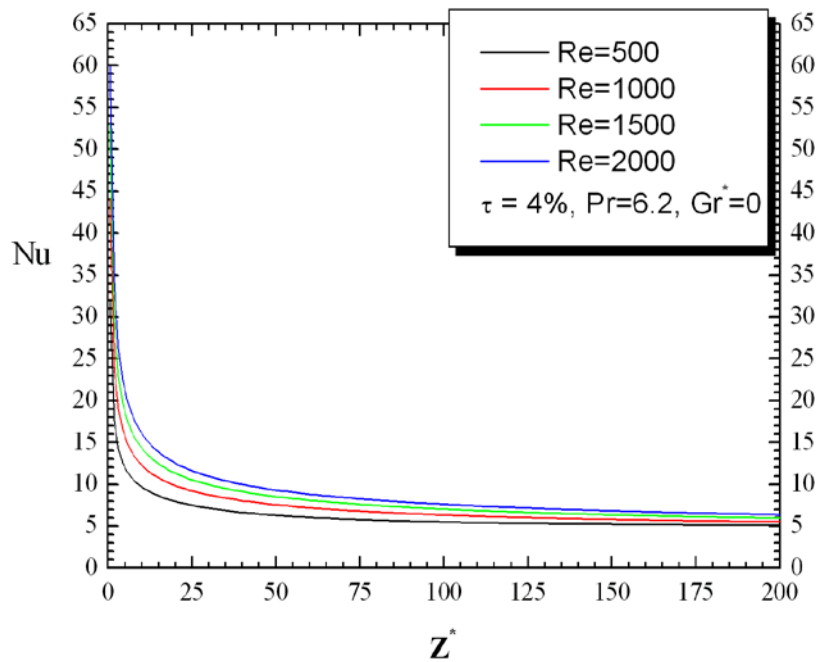


Figure 4.3 Profil axial du nombre de Nusselt en de la température pariétale pour différents nombres de Reynolds et une concentration de nanoparticules de 4%, en convection forcée

Il apparaît nettement que ces profils du nombre de Nusselt obtenus pour différents nombres de Reynolds sont conformes aux évolutions classiques du nombre de Nusselt en mode de convection forcée dans un conduit annulaire. Ces profils sont caractérisés par une diminution brutale du Nu sur une courte distance au voisinage de l'entrée puis une lente diminution sur la majeure partie du conduit restante traduisant l'atteinte d'un régime établi hydrodynamiquement et thermiquement développé. Les différences dans les profils obtenus ne sont que les résultats des différences dans les évolutions axiales des températures du nanofluide représentées dans la figure 4.1. A titre indicatif, le tableau 4.2 montre les valeurs du nombre de Nusselt à l'entrée et à la sortie ainsi qu'au voisinage de l'entrée.

Tableau 4.2 : Nombre de Nusselt axial à la sortie et nombre de Nusselt moyen.

Re z*	500	1000	1500	2000
entrée	32.00	43.88	52.90	60.05
2.576	15.57	20.79	25.52	30.29
Sortie	5.12	5.53	5.97	6.39

Le tableau 4.3 donne l'autre information concernant les différentes distances axiales parcourues par le nanofluide pour une même valeur du nombre de Nusselt.

Tableau 4.3 : Dimension axiale pour un même nombre de Nusselt et différents nombres de Reynolds

Re Nu	500	1000	1500	2000
Z* = 10	9.34	20.03	31.29	41.96

4.3.2 Champs dynamiques et thermiques de l'écoulement pour différentes concentrations

Les profils constants de la vitesse axiale et de la température à l'entrée de l'espace annulaire, définis par les conditions aux limites à l'entrée, sont représentés dans la figure 4.4 pour le cas $Re = 1000$ et un taux de concentration de nanoparticules fixé à 4%. Ces représentations montrent que la vitesse adimensionnelle juste à l'entrée est partout égale à

l'unité sauf au niveau des parois où elle s'annule (propriété d'adhérence) alors que pour la température à l'entrée, la valeur adimensionnelle est égale à zéro.

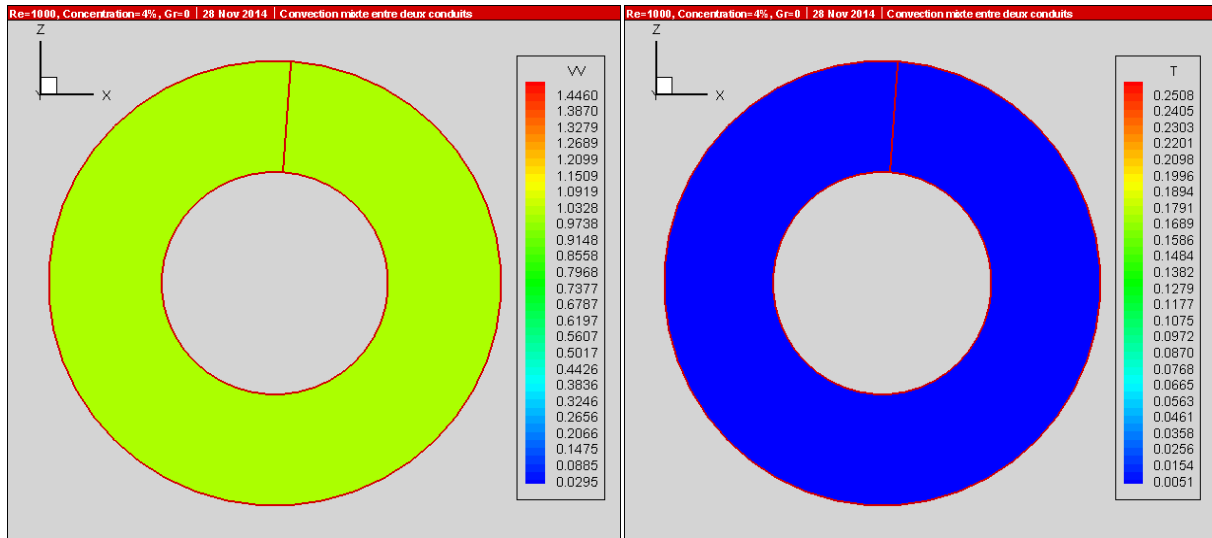


Figure 4.4 Profils des vitesses (a) et température (b) à l'entrée en convection forcée
($Re = 1000, Pr = 6.69; \tau = 4\%$)

Les variations des champs dynamiques et thermiques ont aussi été étudiées pour différentes concentrations. Pour trois concentrations différentes $\tau = 1, 4$ et 8% , les champs dynamiques et thermiques ont été analysés à la sortie du conduit pour deux valeurs du nombre de Reynolds : $Re = 500$ et 2000 .

Les distributions des vitesses axiales et des températures sur une section droite à la sortie du conduit pour différentes concentrations en nanoparticules fixées à 1% , 4% et 8% sont illustrées dans les figures 4.5 - 4.10 pour deux valeurs du nombre de Reynolds : 500 et 2000 . Pour chaque figure citée, l'aspect hydrodynamique est identifié par (a) tandis que l'aspect thermique est identifié par (b).

4.3.2.1 *Evolution hydrodynamique du nanofluide*

Nous remarquons que sur l'ensemble des figures 4.5 (a) à 4.10 (a), la distribution des vitesses montrent une zone centrale où les vitesses sont élevées et des zones où les vitesses sont faibles qui sont situées de part et d'autre de cette partie centrale. Cette distribution des vitesses dans les sections droites à la sortie du conduit représente un profil parabolique des vitesses qui est caractéristique d'un régime hydrodynamiquement développé à la sortie. Pour tous les cas étudiés, ce profil est rapidement atteint au voisinage de l'entrée où la vitesse

axiale prend une valeur maximale située au centre radial de l'espace annulaire à $r^* = 0.802$ et qui est de l'ordre de 1.476. Les composantes radiales et angulaires de l'écoulement dans cette section sont nulles. D'un point de vue topographique, les iso vitesses sont des cercles concentriques dont la variation augmente de la paroi jusqu'à la zone centrale.

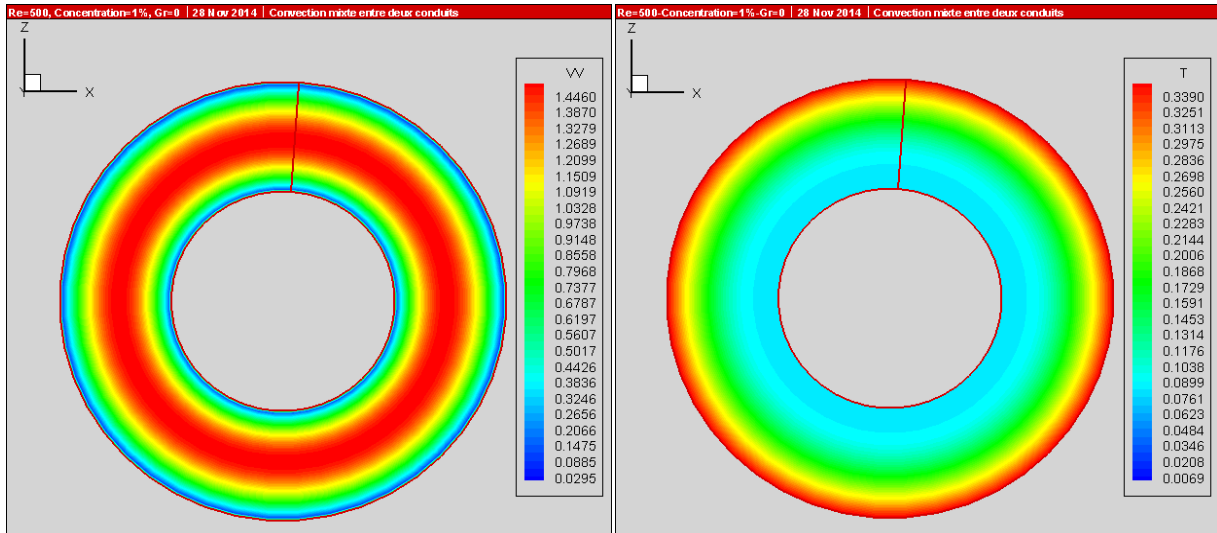


Figure 4.5 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 500, Pr = 6.90; \tau = 1\%$)

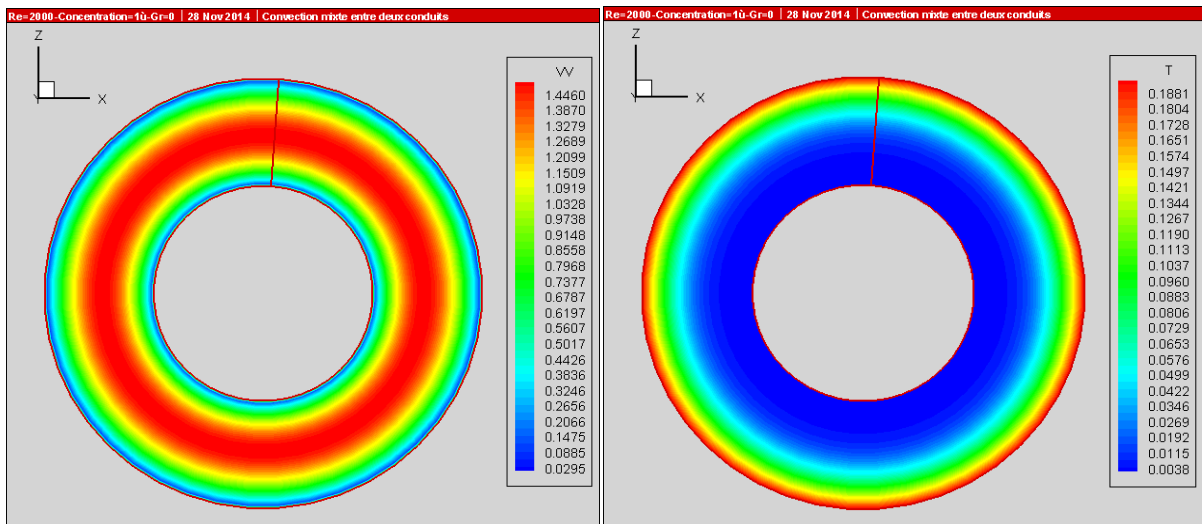


Figure 4.6 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 2000, Pr = 6.90; \tau = 1\%$)

4.3.2.2 Evolution thermique du nanofluide

Les champs thermiques représentés dans les figures 4.5 (b) à 4.10 (b) pour les différentes concentrations et les différents nombres de Reynolds illustrent des variations qualitativement et quantitativement différentes mais c'est aussi des variations caractéristiques de la convection forcée dans un conduit puisque les variations angulaires sont nulles. A travers chaque section droite représentée, les gradients des températures dans la direction radiale sont nettement distingués dans ces figures puisque les variations de température ne sont que dans la direction radiale dont les lignes de flux thermique sont radiales et centripètes s'écoulant dans le sens décroissant. La topographie des champs thermiques montre que les surfaces isothermes sont des cercles concentriques dont la variation des températures diminue de la paroi jusqu'au conduit interne adiabatique. Dans tous les cas les maximums des températures sont sur le conduit extérieur et les minimums sont sur le conduit intérieur. La variation thermique conserve aussi l'axisymétrie radiale sachant que la variation angulaire est nulle. Cependant deux autres points importants se dégagent à travers ces figures :

- Pour une même concentration de nanoparticules, les températures au sein du nanofluide sont fortement influencées par le nombre de Reynolds. Elles diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds, comme l'indique le **tableau 4.4**.
- Pour un même nombre de Reynolds, les températures subissent une circonstancielle variation avec la concentration. Elles augmentent substantiellement avec l'augmentation de la concentration, **tableau 4.4**.

Tableau 4.4 : Valeurs des températures minimales et maximales du nanofluide
Pour différents nombres de Reynolds et différentes concentrations

Re \ τ	1%		4%		8%	
	T_{min}^*	T_{max}^*	T_{min}^*	T_{max}^*	T_{min}^*	T_{max}^*
500	0.0069	0.3390	0.007	0.3418	0.0071	0.3459
2000	0.0038	0.1881	0.0039	0.1892	0.0039	0.1918

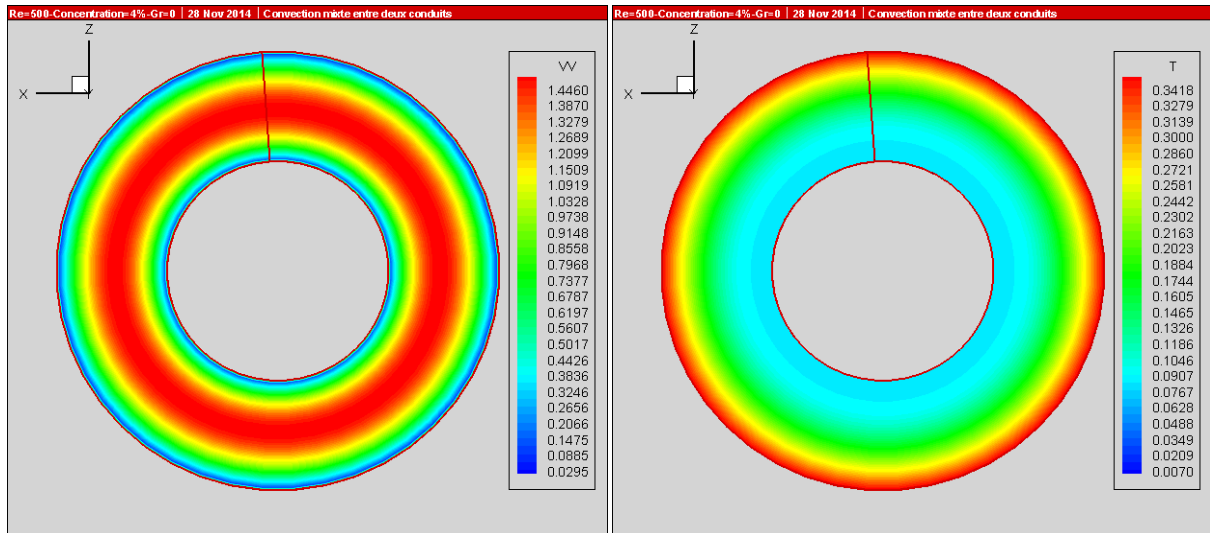


Figure 4.7 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 500, Pr = 6.69; \tau = 4\%$)

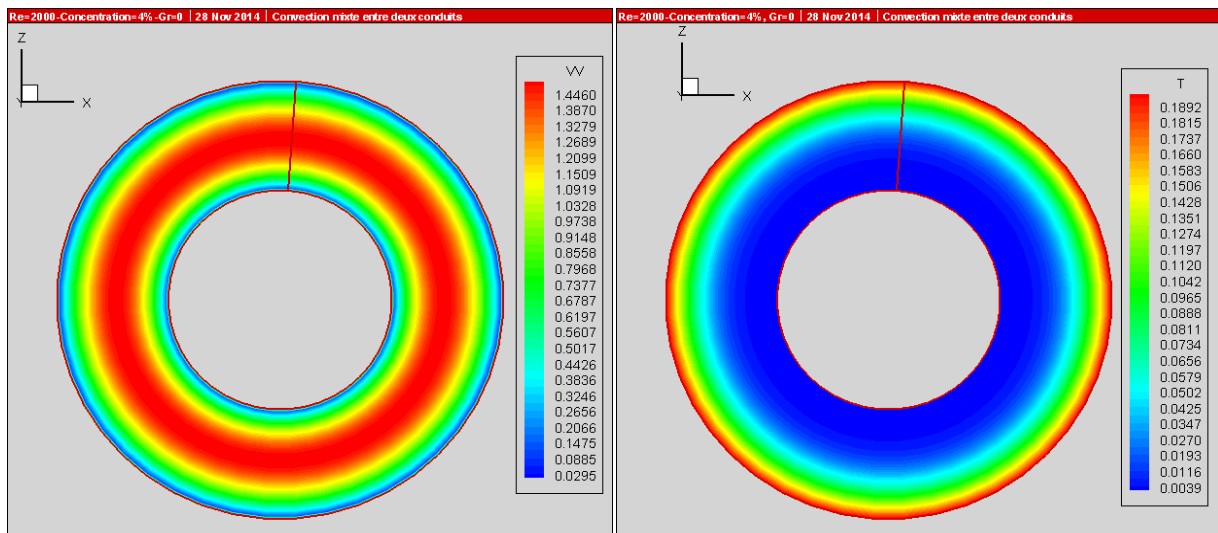


Figure 4.8 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 2000, Pr = 6.68; \tau = 4\%$)

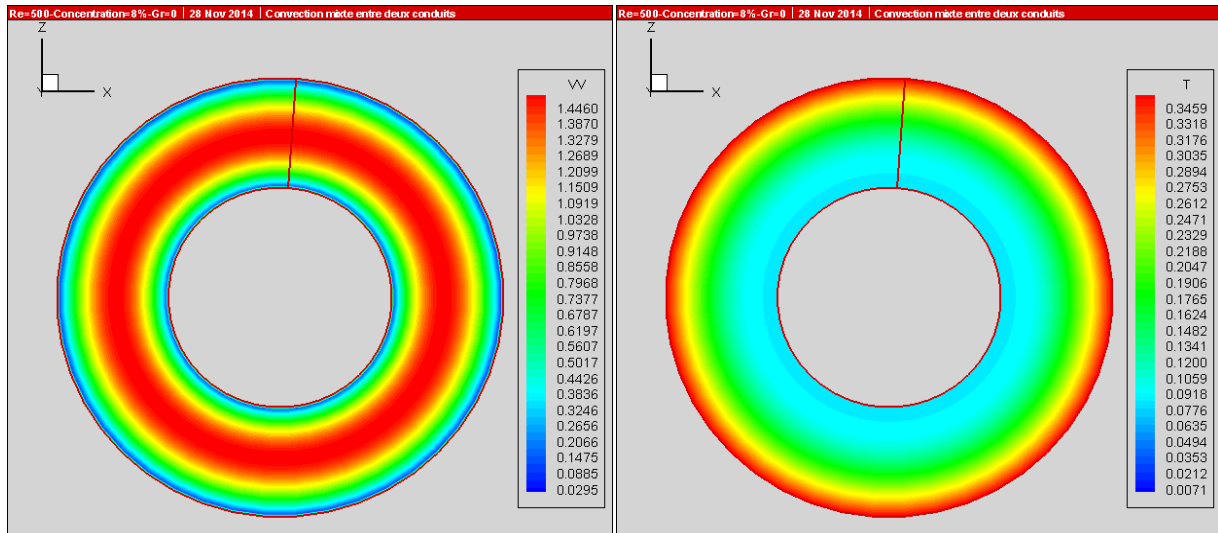


Figure 4.9 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 500, Pr = 6.45; \tau = 8\%$)

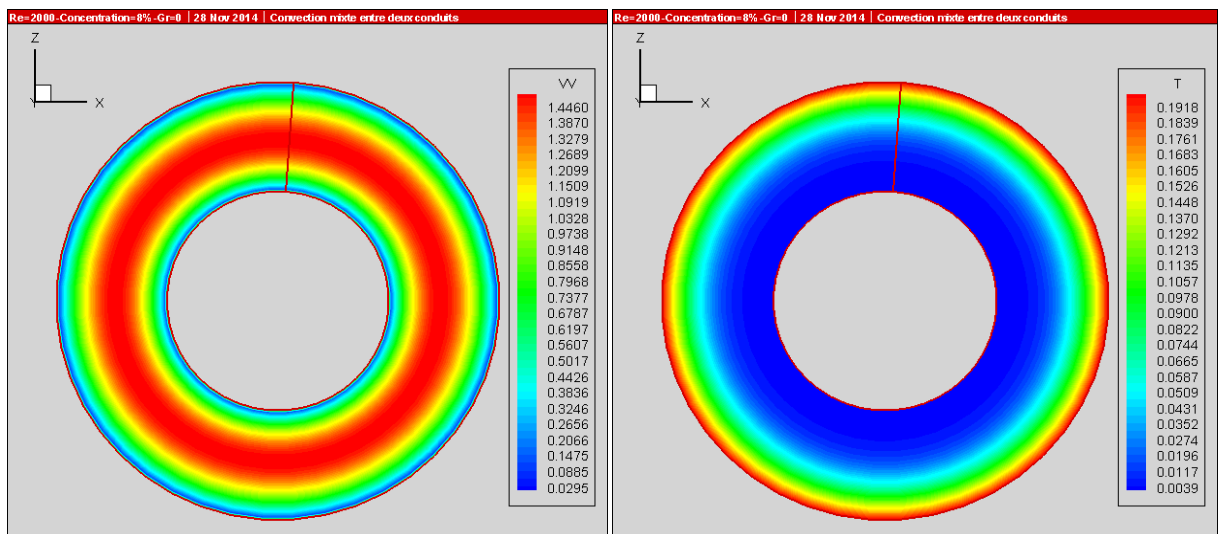


Figure 4.10 Les contours de vitesse axiale (a) et le champ des températures (b) à la sortie en convection forcée ($Re = 2000, Pr = 6.45; \tau = 8\%$)

4.4 Résultats en mode de convection mixte

Les résultats en mode de convection mixte sont obtenus pour différents nombres de Grashof : $Gr_{nf} = 10^4, 10^5$. Comme pour le cas de la convection forcée, les Figures 4.11 à 4.14 représentent ces distributions des vitesses axiales et des températures sur une section droite à la sortie du conduit pour une même concentration en nanoparticules fixée à 4% et deux valeurs du nombre de Reynolds : $Re = 1000$ et 2000 . Pour chaque figure citée,

l'aspect hydrodynamique est identifié par (a) tandis que l'aspect thermique est identifié par (b).

4.4.1 Evolution des champs dynamiques et thermiques

4.4.1.1 Champs dynamiques

L'ensemble des figures 4.11 (a) à 4.14 (a), représentent la distribution des vitesses axiales montrent bien que la zone centrale constatée en convection forcée est toujours prépondérante car c'est une zone où les vitesses sont les plus élevées. La différence avec la convection forcée réside dans l'apparition de cellules de différentes dimensions telles que la vitesse la plus élevée est située dans la partie supérieure du conduit alors que les autres cellules se profilant dans la partie basse de la zone centrale sont le lieu de vitesses moins élevées. Les vitesses les plus faibles sont situées de part et d'autre de cette partie centrale. A l'entrée l'écoulement axial est axisymétrique caractérisé par une vitesse adimensionnelle dont le maximum est $V_{zmax}^* = 0.0297$. Les différentes variations subies par la vitesse axiale pour les différents nombres de Grashof et de Reynolds sont données par les valeurs minimales et maximales atteintes entre l'entrée et la sortie du conduit comme indiqué dans le **tableau 4.5**.

Tableau 4.5 : Valeurs des vitesses minimales et maximales du nanofluide pour différents nombres de Grashof et de Reynolds et une concentration de 4%

Gr_{nf} Re_{nf}	10^4		10^5	
	V_{zmin}^*	V_{zmax}^*	V_{zmin}^*	V_{zmax}^*
1000	0.0297	1.455	0.0309	1.5123
2000	0.0304	1.460	0.0304	1.4892

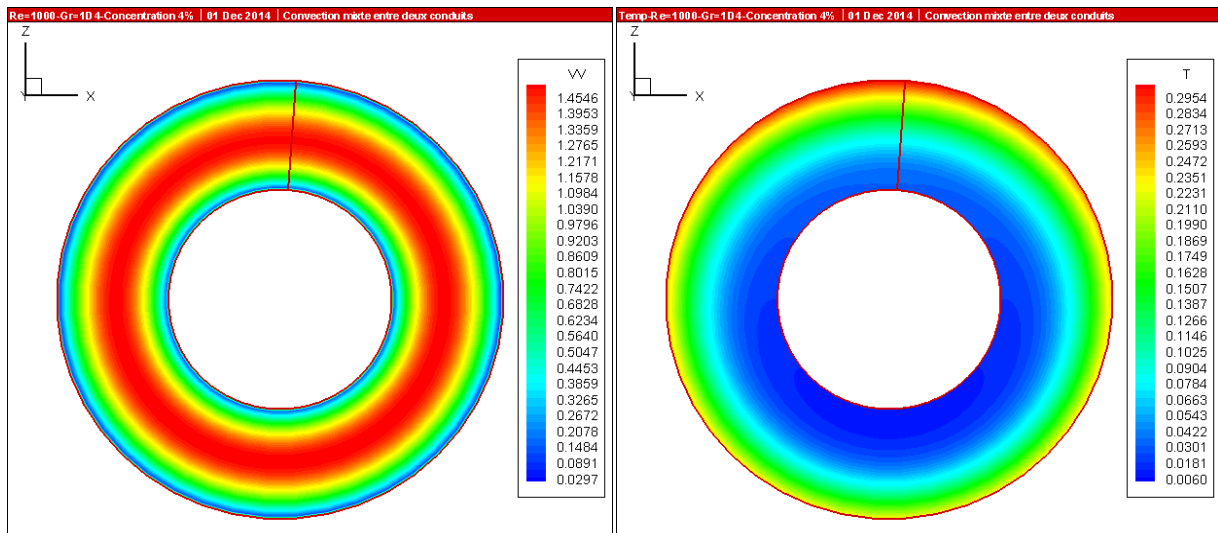


Figure 4.11 Les champs de vitesses axiales (a) et des températures (b) à la sortie en convection mixte ($Re_{nf} = 1000, Gr_{nf} = 10^4, Pr_{nf} = 6.69; \tau = 4\%$)

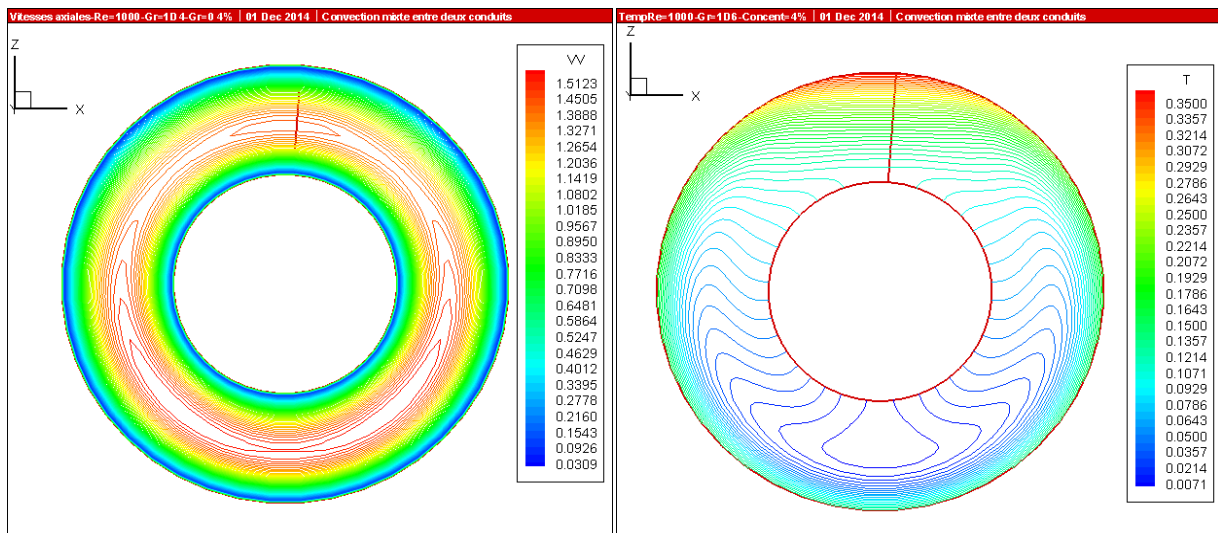


Figure 4.12 Les champs de vitesses axiales (a) et des températures (b) à la sortie en convection mixte ($Re_{nf} = 1000, Gr_{nf} = 10^5, Pr_{nf} = 6.69; \tau = 4\%$)

4.4.1.2 Evolution thermique du nanofluide

L'ensemble des figures 4.11 (b) à 4.14 (b) représentent les variations des champs thermiques pour différents nombres de Grashof et différents nombres de Reynolds et pour une même concentration. Il est clair qu'à travers ces profils on distingue bien l'influence de la convection naturelle par la déformation des isothermes. Elles ne possèdent plus la structure circulaire concentrique mais des isothermes aplatis dans la quasi totalité de la partie supérieure de l'espace annulaire. L'axisymétrie a disparue mais c'est plutôt la symétrie par rapport à un plan diamétral vertical qui est conservée. Ces variations qualitatives et

quantitatives différentes sont caractéristiques de la convection mixte dans un conduit puisque les gradients des températures angulaires ne sont pas nuls. Mais, dans tous les cas les maximums des températures sont sur le conduit extérieur et à $\theta = 0$ et les minimums sont sur le conduit intérieur $\theta = \pi$. Cependant on distingue les comportements suivants :

- Pour un même nombre de Reynolds, l'augmentation du nombre de Grashof entraine une augmentation importante des niveaux de températures particulièrement pour $Re_{nf} = 1000$, comme l'indique le **tableau 4.6**.
- Pour un même nombre de Grashof, les températures subissent une circonstancielle variation avec le nombre de Reynolds. Les maximums des températures diminuent avec l'augmentation du Reynolds, **tableau 4.6**.

Tableau 4.6 : Valeurs des températures minimales et maximales du nanofluide pour différents nombres de Grashof et de Reynolds et une concentration de 4%

$Re_{nf} \backslash Gr_{nf}$	10^4		10^5	
	T_{min}^*	T_{max}^*	T_{min}^*	T_{max}^*
1000	0.006	0.2954	0.0071	0.350
2000	0.0054	0.2670	0.0054	0.2670

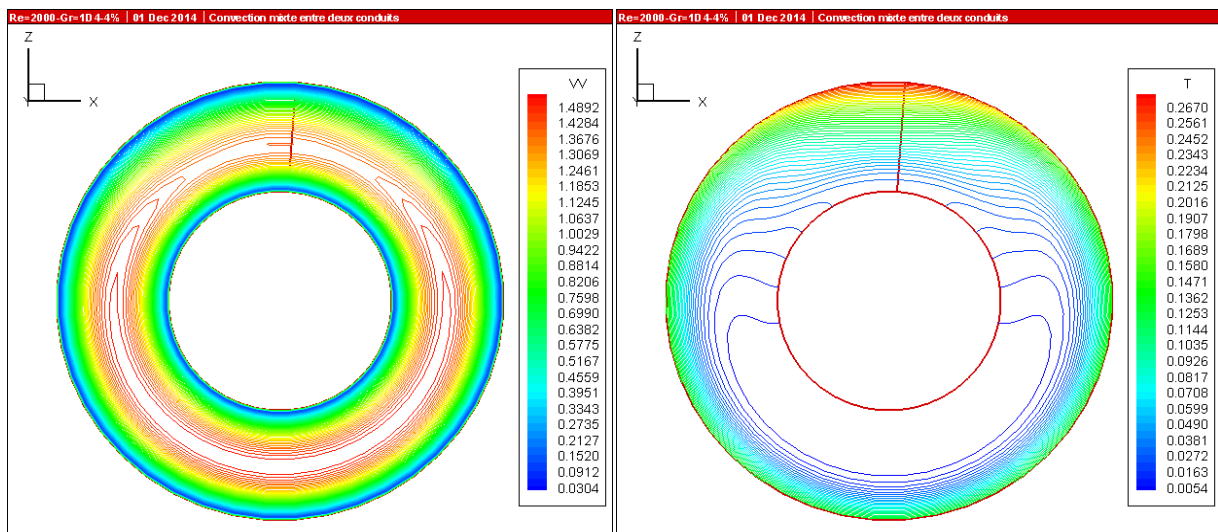


Figure 4.13 Les champs de vitesses axiales (a) et des températures (b) à la sortie en convection mixte ($Re_{nf} = 2000, Gr_{nf} = 10^4, Pr_{nf} = 6.69; \tau = 4\%$)

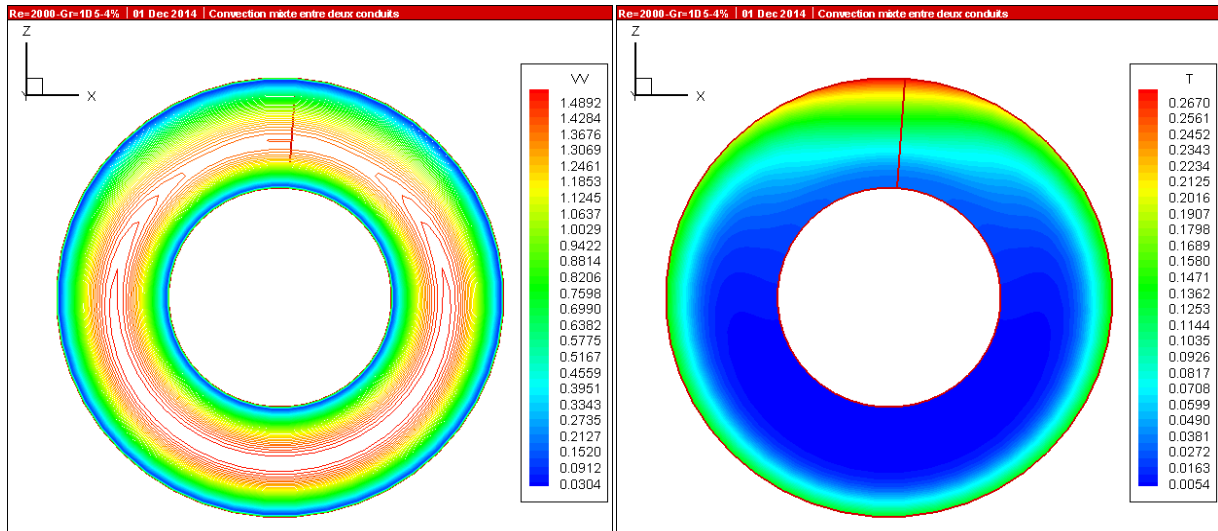


Figure 4.14 Les champs de vitesses axiales (a) et des températures (b) à la sortie en convection mixte ($Re_{nf} = 2000, Gr_{nf} = 10^5, Pr_{nf} = 6.69; \tau = 4\%$)

4.4.2 Influence du nombre de Grashof sur les profils axiaux des températures

Les évolutions des températures pariétales en haut et en bas du conduit extérieur ainsi que la température moyenne du nanofluide sont représentées dans les figures 4.15 et 4.16 pour différents nombres de Grashof $Gr_{nf} = 10^4$ et 10^5 et un même nombre de Reynolds, $Re = 1000$. La concentration en particule étant la même soit 4%. On voit que sur une courte zone proche de l'entrée, la variation de la température adimensionnelle de l'interface est similaire à celle de la convection forcée, puis elle subit une augmentation rapide mais sans variation angulaire. Ensuite sous l'effet de la convection naturelle, la variation azimuthale de la température à l'interface devient importante de telle sorte que la température, en haut augmente considérablement alors que celle du bas, sa variation est moins intense. Les écarts atteignent $\Delta T^* = 0.08$ pour $Gr_{nf} = 10^4$ et $\Delta T^* = 0.24$ pour $Gr_{nf} = 10^5$. Parallèlement à cela, la température moyenne du nanofluide subit une augmentation linéaire et constante entre l'entrée et la sortie du conduit.

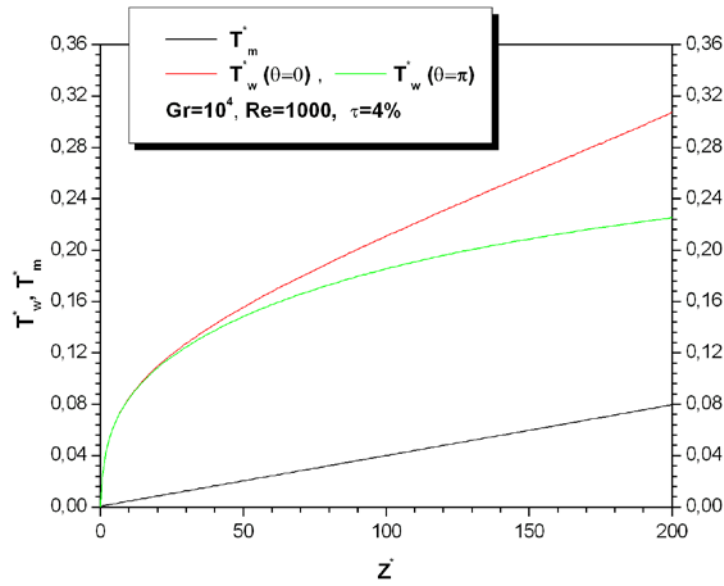


Figure 4.15 Distribution axiale des températures pariétale en haut ($\theta = 0$) et en bas ($\theta = \pi$) du conduit externe et de la température moyenne du nanofluide.

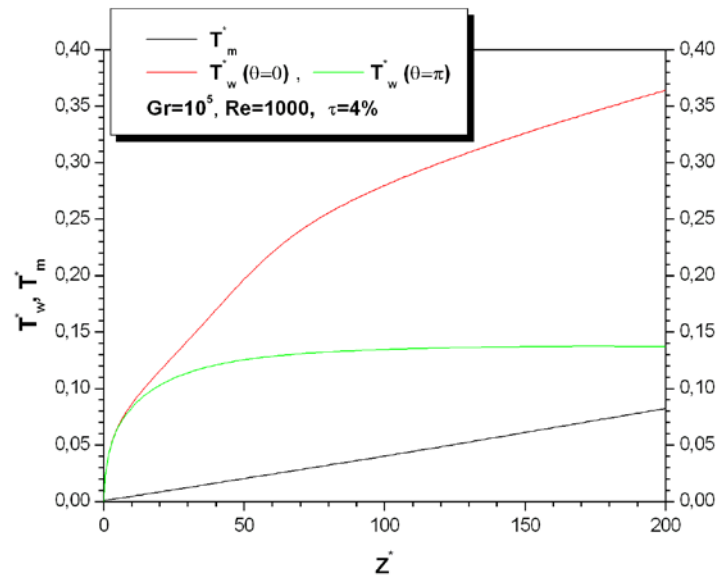


Figure 4.16 Distribution axiale des températures pariétales en haut ($\theta = 0$) et en bas ($\theta = \pi$) du conduit externe et de la température moyenne du nanofluide.

4.4.3 Influence du nombre de Grashof sur les nombres de Nusselt

Dans la figure 4.17, on représente la variation axiale du nombre de Nusselt moyen circonférentiel local axial pour les cas étudiés. On distingue une diminution brutale des nombres de Nusselt dans une courte zone d'entrée puis une augmentation, légère dans le cas

$Gr_{nf} = 10^4$, mais plus prononcée pour le cas $Gr_{nf} = 10^5$ avec un comportement asymptotique à la sortie caractérisant un écoulement complètement développé à la sortie.

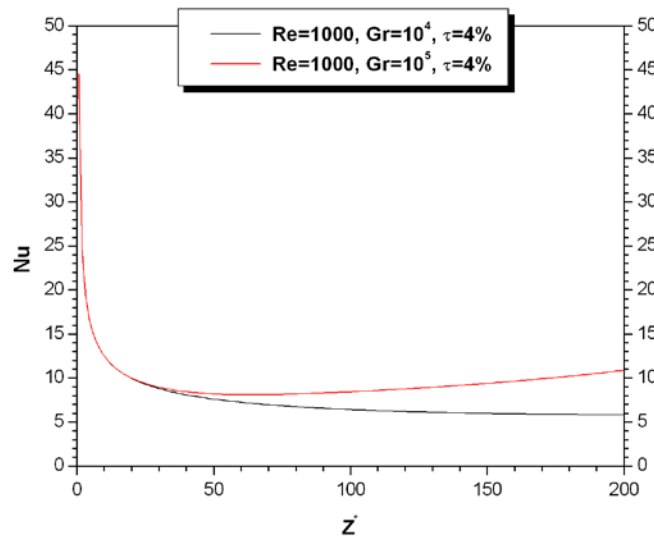


Figure 4.17 Variation du nombre de Nusselt axial pour les différents nombres de Grashof , $Gr_{nf} = 10^4$ et 10^5 et $Re_{nf} = 1000$ et $\tau = 4\%$

Les valeurs du nombre de Nusselt à la sortie et les valeurs moyennes sont données dans le tableau 4.7

Tableau 4.7 : Valeurs des nombres de Nusselt moyen et à la sortie du conduit pour différents nombres de Grashof et de Reynolds et une concentration de 4%

Gr_{nf}	10^4	10^5
Re_{nf}	<i>Nu_{nf} moyen</i>	
1000	7.60	9.69
	<i>Nu_{nf} à la sortie</i>	
1000	5.57	10.80

Conclusion Générale

Conclusion générale

Ce travail d'initiation à la recherche consiste en une étude théorique, ou précisément une simulation numérique, des transferts thermiques convectifs, en mode de convection forcée et mixte, dans un conduit annulaire formé de deux cylindres horizontaux et concentriques dont le cylindre intérieur est adiabatique tandis que le cylindre extérieur est soumis à un chauffage pariétal constant. L'espace annulaire du conduit est parcouru par un écoulement laminaire de nanofluide constitué d'une base fluide et de nanoparticules d'oxyde d'aluminium Al_2O_3 à propriétés physiques constantes considéré comme newtonien et incompressible. A l'entrée du conduit, le nanofluide se présente avec une température et une vitesse constante et à la sortie, le conduit est considéré très long dont la longueur est suffisante pour l'atteinte d'un régime quasi-développé.

Différentes approches et différents modèles peuvent être utilisés pour modéliser mathématiquement ce problème physique. L'exploration bibliographique de ce problème a permis de dégager deux classes d'approches : l'approche monophasique et l'approche diphasique. Dans l'approche monophasique les systèmes fluides de base et nanoparticules sont supposés être en équilibre thermique. De ce fait, ce modèle traite le nanofluide comme un fluide homogène sur lequel sont appliqués les principes de conservation connus sauf qu'à la place des propriétés physique du fluide il s'agira de considérer les propriétés thermo physiques du nanofluide. Ces dernières tiennent compte des propriétés des deux phases fluides et solides. Les équations obtenues peuvent être écrites sous la forme vectorielle ou sous la forme différentielle. L'approche diphasique, quant à elle, propose différents modèles dont le modèle du volume de fluide est très utilisé. Le modèle du volume de fluide et le modèle de mélange dans la situation considère que les vitesses des deux phases ensemble sont tout à fait différentes. Pour l'ensemble de ces modèles les équations de conservation ont été écrites sous différentes formes vectorielles et indicielles dimensionnelles et adimensionnelles. Les conditions aux limites appropriées ont été aussi modélisées mathématiquement. Le modèle monophasique a été choisi.

La méthode volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles modélisantes, de conservation de la masse, des trois quantités de mouvement et de l'énergie dans un système de coordonnées cylindriques du second ordre. Pour cela le maillage utilisé est de 26X44X162 dans les directions radiales, azimutales et axiales respectivement. La validation du code est bien reportée dans ce manuscrit, où la comparaison avec des résultats publiés dans la littérature spécialisée est quasiment parfaite.

Les logiciels utilisés pour le graphisme sont Origin.4.0 et Tecplot la version 9.0.

Aussi les résultats obtenus pour le nanofluide eau/Al₂O₃ sont bien fournis et très significatifs. Que ce soit en mode de convection forcée ou en convection mixte, les résultats ont été orientés de telle sorte à travailler sur l'influence des paramètres de contrôle : le nombre de Reynolds varie entre 500 et 2000, le nombre de Grashof varie entre 0, 10⁴ et 10⁵ et la concentration des nanoparticules de 1%, 4% et 8%. On peut synthétiser comme suit les résultats obtenus : lorsque la concentration est fixée, les températures au sein du nanofluide sont fortement influencées par le nombre de Reynolds. Elles diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Tandis que pour un même nombre de Reynolds, les températures subissent une circonstancielle variation avec la concentration. Elles augmentent substantiellement avec l'augmentation de la concentration. Sous l'influence du nombre de Grashof, on voit que sur une courte zone proche de l'entrée, la variation de la température adimensionnelle de l'interface est similaire à celle de la convection forcée, puis elle subit une augmentation rapide mais sans variation angulaire. Ensuite sous l'effet de la convection naturelle, la variation azimutale de la température à l'interface devient importante et un gradient thermique important. Une structure cellulaire s'installe dans la zone centrale de vitesses très élevées et s'accompagne d'une stratification en haut du conduit qui prend effet avec l'augmentation du nombre de Grashof. Parallèlement à cela, la température moyenne du nanofluide subit une augmentation linéaire et constante entre l'entrée et la sortie du conduit. L'augmentation du nombre de Grashof entraîne une augmentation du transfert thermique quantifié par la croissance du nombre de Nusselt.

BIBLIOGRAPHIE

REFERENCES

- [1] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, W. Yu, and L.J. Thompson. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol based nanofluids containing copper nanoparticles. *Applied Physics Letters*, 78(6): 718-720, (2001).
- [2] S.U.S. Choi. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. *Developments and applications of Non-Newtonian Flows*. D.A. Siginer and H.P. Wang (Eds.), FED-vol. 231/MD-vol. 66, ASME, New York, pp. 99-105, (1995).
- [3] S.U.S. Choi, Z.G. Zhang, W. Yu, F.E. Lockwood, and E.A. Grulke. Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspension. *Applied Physics Letters*, 79(14), pp. 2252-2254, (2001).
- [4] P. Keblinski, J.A. Eastman, and D.G. Cahill. Nanofluids for thermal transport. *Materials today*, 8, pp.36, (2005).
- [5] Y. Yang, Z.G. Zhang, E.A. Grulke, W.B. Anderson, and G. Wu. Heat transfer properties of nanoparticle in fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, pp. 1107, (2005).
- [6] W. Daungthongsuk, S. Wongwises. A critical review of convective heat transfer of nanofluids. *Renewable Sustainable Energy Review*, 11, pp.797, (2005).
- [7] P. Vadasz. Heat conduction in nanofluids suspension. *Journal of Heat Transfer*, 128, pp. 465, (2006).
- [8] S.E.B. Maiga, C.T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy, Heat transfer behavior of nanofluids in a uniformly heated tube, *Superlattices and Microstructures*, 35, pp. 543–557(2004).
- [9] P.K. Namburu, D.K. Das, K.M. Tanguturi, R.S. Vajjha, Numerical study of turbulent flow and heat transfer characteristics of nanofluids considering variable properties, *International Journal of Thermal Science*, 48, pp. 290–302, (2009).
- [10] A. Behzadmehr, M.S. Avval, N. Galanis, Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 28, pp.211–219, (2007).
- [11] S. Mirmasoumi, A. Behzadmehr, Effect of nanoparticles mean diameter on mixed Convection heat transfer of a nanofluid in a horizontal tube, *International Journal Of Heat and Fluid Flow* 29 ,pp.557–566,(2008).

REFERENCES

- [12] Maouassi ammar, mémoire de magister intensification des échanges de chaleur par l'utilisation des nanofluides, pp.4-6, (2012).
- [13] G. K. Batchelor. Brownian diffusion of particles with hydrodynamic interaction. *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1) :1 – 29, (1976).
- [14] Wei LI ,these de docteur elaboration par procédé de precipitation de nanoparticules aux propriétés controlees.application a la magnétite.pp.54.(2011)
- [15] Amin Behzadmehr Hassan Azarkish An Introduction to the NanoFluid universty of Sistan and Baluchestan, (2000).
- [16] Y. Xuan and Q. Li. Heat transfer enhancement of nanofluids. *International Journal of Heat fluid flow*, 21(1), pp.58–64, (2000)
- [17] Y. Xuan and W. Roetzel. Conception for heat transfer correlation of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(19),pp.3701-3707,(2000).
- [18] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, L.J. Thomson, and S. Lee. Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids. *Materials Research Society Symposium Proceedings*, vol. 457, Materials Research Society, Pittsburgh, PA, pp, 3-11, (1997).
- [19] H.E. Patel, S.K. Das, T. Sundararajan, A.S Nair, B. George, and T. Pradeep. Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: manifestation of anomalous enhancement and chemical effects. *Applied Physics Letters*, 83(14), pp.2931–2933, (2003).
- [20] D.H. Kumar, H.E. Patel, V.R.R. Kumar, T. Sundararajan, T. Pradeep, and S.K. Das. Model for heat conduction in nanofluids. *Physical Review Letter*, 144301,pp.93,(2004).
- [21] Gladés Bachir, mémoire du doctorat de *l'université de toulouse titre* Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard , pp.30, (2010).
- [22] H. Massuda, A. Ebata, K. Teramae, and N. Hishinuma. Alteration of Thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing Ultra-fine Particles (dispersion of Al₂O₃, SiO₂, and TiO₂ Ultra-fine particles). *Netsu Bussei (Japan)*, 7(4): pp.227-233, (1993).
- [23] X.W. Wang, X.F. Xu, and S.U.S. Choi. Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture. *Journal of Thermophysic and Heat Transfer*, 13(4), pp, 474-480, (1999).

REFERENCES

- [24] S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, and J.A. Eastman. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *ASME J. Heat Transfer*, 121, pp, 280-289, (1999).
- [25] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen, and W. Roetzel. Temperature depended of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *Journal of Heat transfer transaction of the ASME*, 125(4): pp.567-574, (2003).
- [26] H. Xie, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, and F. Ai. Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles. *Journal of Applied Physics*, 91(7): pp.4568-4572, (2002).
- [27] R. Prasher, P.E. phelan, and P. Bhattacharya. Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid). *Nano Letters*, 6(7): pp.1529-1534,(2006).
- [28] C.H. Li and G.P. Peterson. Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids). *Journal of Applied Physics*, 99(8), pp.084314,(2006).
- [29] B.C. Pak and Y.I. Choi. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), pp.151–170, (1998).
- [30] S.M.S. Murshed, K.C. Leong, and C. Yang. Thermal conductivity of nanoparticle suspensions. *International Journal of thermal science*, Singapore (2007).
- [31] Gladés Bachir, mémoire du doctorat de *l'université de toulouse titre* Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard , pp.28, (2010).
- [32] H.W.Kroto,Heath,S.C.O'Brien,R.F.Curl et R.E.smalley,*C60: Buckminsterfullerence nature*,vol 318,pp.162-163,(1985)
- [33] Sumio Iijima, « Helical microtubules of graphitic carbon », *Nature*, vol. 354, novembre, pp. 56-58,(1991).
- [34] Gladés Bachir, mémoire du doctorat de *l'université de toulouse titre* Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard , pp.31-32, (2010).
- [35] S. Berber, Y.K. Kwon, and T. David. Unusually high thermal conductivity of carbon nanotubes. *Physical Review Letters*, 84(20):pp.4613-4616,(2000).

REFERENCES

- [36] S. Shenogin, A. Bodapati, L. Xue, R. Ozisik, and P. Keblinski. Effect of chemical functionalization on thermal transport of carbon nanotube composites. *Appl. Phys. Lett.*, 85, pp.2229,(2004).
- [37] Y. Wang, Z. Iqbal, and S. Mitra. Rapidly functionalized water-dispersed carbon nanotubes at high concentration. *J. AM. CHEM. SOC. E*, 128, pp.95, (2005).
- [38] H. Xie, H. Lee, W. Youn, and M. Choi. Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities. *J. Appl. Phys*, 94(8): pp .4967–71, (2003).
- [39] D.S. Wen and Y.L. Ding. Effective thermal conductivity of aqueous suspensions of carbon nanotubes (carbon nanotubes nanofluids). *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 18(4):pp.481-485, (2004).
- [40] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, and R.A. Williams. Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 (1-2): pp .240-250, (2006).
- [41] M.J. Assael, C.F. Chen, I. Metaxa, and W.A. Wakeham. Thermal conductivity of suspensions of carbon nanotubes in water. *International Journal of Thermophysics*, 25(4): pp. 971-985, (2004).
- [42] Gladés Bachir, mémoire du doctorat de *l'université de toulouse titre* Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard, pp.34, (2010).
- [43] Wen D, Y. Ding, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47(24) : pp.5181,(2004)
- [44] Murshed S.M.S, K.C Leong, C Yang, enhanced of thermal conductivity of TiO₂-water based nanofluids, *International Journal of Thermal sciences* 44 (4) : pp.367-373 (2005)
- [45] Wen D, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 26 (6) : pp.855-864 (2005)
- [46] Hwang Y.J, Y.C.Ahn, H.S.Shin, Lee, G.T.Kim, H.S.Park, J.K.Lee, Investigation on characteristics of thermal conductivity enhancement of nanofluids, *Current Appl. Phys.* 6, pp:1068-1071 (2006)

REFERENCES

- [47] Xie H, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, F. Ai, Q. Wu, Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particules, *Journal of Applied Physics* 91 pp:4568-4572 (2002)
- [48] Liu M.S, M.C.C Lin, I.T Huang, C.C. Wang, Enhancement of thermal conductivity with carbon nanotube for nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32 (9) pp: 1202-1210 (2005)
- [49] Liu M, M. Lin, C.Y. Tsai, C. Wang, Enhancement of thermal Conductivity with Cu for Nanofluids Using Chemical Redution Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 pp: 3028-3033 (2006)
- [50] Wen D, Y. Ding, Effective thermal conductivity of carbon nanotubes (carbon nanotube nanofluids), *Journal of Thermo-physics and Heat Transfer* 18 (4) pp:481-485 (2004).
- [51] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone. Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, pp.3639-3653, (2003).
- [52] N. Putra, W. Roetzel, and S. DAS. Natural convection of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(8-9), pp.775-784, (2003).
- [53] G. Roy, C.T. Nguyen, and P.R. Lajoie. Numerical investigation of laminar flow and heat transfer in a radial flow cooling system with the use of nanofluids. *Superlattices and Microstructures*, 35, pp .497-511, (2004).
- [54] D. Wen and Y. Ding. Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, pp .855-864, (2005).
- [55] J. Kim, Y.T. Kang, and C.K. Choi. Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids. *Physics of Fluids*, 16(7), pp.2395-2401, (2004).
- [56] B.X. Wang, L.P. Zhou, and X.F. Peng, A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(14), pp.2665-2672, (2003).
- [57] J. Rong and T. Sheng-Chung. Numerical research of nature convective heat transfer Benhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33, pp.727-736, (2006).

REFERENCES

- [58] R.K. Tiwari and M.K. Das. Heat Transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, pp.2002-2018, (2007).
- [59] K.S. Hwang, J.H. lee, and S.P. Jang. Buoyancy-driven heat transfer of water-based Al₂O₃ nanofluids in a rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, pp.4003-4010, (2007).
- [60] C.J. Ho, M.W. Chen, and Z.W. Li. Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: Effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity. *Int. J. of heat and Mass Transfer*, 51, pp. 4506-4516, (2008).
- [61] S.E.B. Maiga, C.T. Nguyen, N. Galanis, and G. Roy. Heat transfer behaviors of nanofluids in a uniformly heated tube. *Super lattices and Microstructures* 35, pp.543-557, (2004).
- [62] Q. Li. and Y. Xuan. Convective heat transfer performances of fluids with nanoparticles . *Proc of twelfth International Heat Transfer*, pp.483-488, (2002).
- [63] M.K.Moraveji,M.Darabi,S.M.H.Haddad.R.Davarnejad,Modeling of convection heat transfer of a nanofluid in the developing region of tube flow with computational fluid dynamics, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38,pp.1291-1295,(2011).
- [64] M.K. Moraveji, M. Hejazian, Modeling of turbulent forced convective heat transfer and friction factor in a tube for Fe₃O₄ magnetic nanofluid with computational fluid dynamics, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 39,pp.1293-1296,(2012).
- [65] Fluent, Incorporated, tutorial manual, 2001.
- [66] H.M. El-Batsh, M.A. Doheim, M.A. Doheim, A.F.Hassan, On the application of mixture model for two-phase flow induced corrosion in a complex pipeline configuration, *Applied Mathematical Modelling* 36 ,pp. 5686–5699(2012).
- [67] R.M. Moghari, A. Akbarinia, M. Shariat, F. Talebi, R. Laur, Two phase mixed convection Al₂O₃–water nanofluid flow in an annulus, *International Journal of Multiphase Flow* 37, pp. 585–595 (2011).
- [68] M. Akbari, N. Galanis, A. Behzadmehr, Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer, *International Journal of Thermal Sciences* 50, pp. 1343–1354(2011).

REFERENCES

- [69] Tsai C.Y, H.T. Chien, P.P Ding, B Chan, T, Y Luh, P.H Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Materials Letters* 58, pp.1461-1465, (2004).
- [70] Tseng S.C, C.W Lin and K.D Huang, Heat transfer enhancement of nanofluids in Rotary Blade Coupling of new correlations. *I.J. of Heat and Mass transfer* 52, pp.4675-4682, (2009).
- [71] Zeng Z and Q Que, Synthesis structure and Lubricating properties of Dialkyldithiophosphate-Modified Mo-S Compound Nanoclusters, *Wear* 209, pp.8-12, (1997).
- [72] You S.M, J.H Kim and K.H Kim, Effect of Nanoparticles on Critical Heat Flux of Water in Pool Boiling Heat Transfer. *Applied Physics Letter* 83, pp.3374-3376; (2003).
- [73] Vassallo P, R Kumar and Malasekera, An Introduction to computational Fluid Dynamics-The Journal of Thermophysics and Heat Transfer 13, pp.407-411, (2004)
- [74] Jordan A, R Scholz, P, Wust, H FaMng and R Felix, Magnetic Fluid Hypothermia (MFH): Cancer Treatment With AC Magnetic Field Induced Excitation of Biocompatible Superparamagnetic Nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 201, pp.413-419, (1999).
- [75] Maouassi ammar, mémoire de magister intensification des échanges de chaleur par l'utilisation des nanofluides, pp.18-20, (2012).
- [76] M.Manninen, V.Taivassalo, S.Kallio, On the mixture model for Multiphase Flow. *VTT Publications* 288, pp 3-67, (1996).
- [77] L.Schiller, A.Naumann, A drag coefficient correlation, *Z.Ver.Deutsch.Ing*, 77, pp 318-320, (1935).
- [78] D.A.Drew, R.T.Lahey, *Particulate Two-phase Flow*. Butterworth-Heinemann, Boston (1993).
- [79] W.E.Ranz, W.R.Marshall, Evaporation from drops, part I, *Chem.Eng.Prog.* 48, pp 141-146, (1952).
- [80] A.D. Sommers, K.L. Yerkes, Experimental investigation into the convective heat transfer and system-level effects of Al₂O₃/propanol nanofluid, *J. Nanopart. Res.* 12, pp1003-1014, (2010).
- [81] S.E.B. Maiga, C.T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy, Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube, *Superlattices Microstruct.* 35, pp543-557, (2004).

REFERENCES

- [82] V. Bianco, F. Chiacchio, O. Manca, S. Nardini, Numerical investigation of nanofluids forced convection in circular tubes, *Appl. Therm. Eng.* 29, pp 3632-3642,(2009).
- [83] R.L. Hamilton and O.K. Crosser. Thermal conductivity of heterogeneous two component systems. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 1(3), pp.187-191, (1962).5
- [84] H.C. Brinkman. The viscosity of concentrated suspensions and solution. *J. Chem. Phys.*, 20, pp.571–581, (1952).
- [85] A. Einstein. Investigations on the Theory of the Brownian movement. *Dover Publications*, New York, (1956).
- [86] I. Nazrul, U.N. Gaitonde, G.K. Sharma, Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, N°11, pp. 2107-2120, (2001).
- [87] M. Akbari, N. Galanis, A. Behzadmehr. *Comparative analysis of single and two-phase models for CFD*, *Int. J. of Thermal Sciences* 50,1343-1354 (2011).
- [88] J.C. Maxwell. A Treatise on electricity and magnetism, *Clarendon Press*, U.K., (1891).

ANNEXE A

Les effets influent sur la conductivité thermique

Les tableaux suivants présentent un résumé des résultats obtenu par des différents groupes de recherche ou ils analysé la variation des principales variables pour les différents essais effectués pour déterminer le taux de l'amélioration de la conductivité thermique. ces analyses ont été obtenues pour des oxydes métallique, des métaux et carbone silicone.

Tableau 1.6.1 : Effet de la taille des particules sur la conductivité thermique

Auteur (année)	Nanofluide	La concentration	La taille	L'amélioration
Xuan et li [16] (2000)	Cu/Eau	2.50-7.50	100	1.22-1.75
Wang et al [23] (1999)	Al ₂ O ₃ /Eau	3.00-5.50	28	1.11-1.16
	CuO/Eau	4.50-9.70	23	1.17-1.34
	Al ₂ O ₃ /EG	5.00-8.00	28	1.25-1.41
	CuO/EG	6.2-14.80	23	1.24-1.54
	Al ₂ O ₃ /Eau	2.25-7.40	28	1.05-1.30
Lee et al [24] (1999)	Al ₂ O ₃ /Eau	1.00-4.30	38.4	1.03-1.10
	CuO/Eau	1.00-3.41	23.6	1.03-1.12
	Al ₂ O ₃ /EG	1.00-5.00	38.4	1.03-1.18
	CuO/EG	1.00-4.00	23.6	1.05-1.23
Xie et al [26] (2002)	Al ₂ O ₃ /Eau	1.80-5.00	60.4	1.07-1.21
	Al ₂ O ₃ /EG	1.80-5.00	15	1.06-1.17
	Al ₂ O ₃ /EG	1.80-5.00	26	1.06-1.18
	Al ₂ O ₃ /EG	1.80-5.00	60.4	1.08-1.30
	Al ₂ O ₃ /EG	1.80-5.00	302	1.39-1.25
Xie et al [38] (2003)	MWCNT/Eau	0.40-1.00	10nm×30μm	1.03-1.07
	MWCNT/EG	0.23-1.00	10nm×30μm	1.02-1.13
Assael et al [38] (2004)	MWCNT/Eau	0.60	10nm×50μm	1.07-1.38
Assael et al [41] (2004)	DWCNT/Eau	0.75	5(D)	1.03
	DWCNT/Eau	1.00	5(D)	1.08
	DWCNT/Eau	0.60	130nm×10μm	1.34
	DWCNT/Eau	0.60	130nm×10μm	1.28

ANNEXE

Wen et Ding [43] (2004)	Al ₂ O ₃ /Eau	0.19-1.59	42	1.01-1.10
Murshed et al [44] (2005)	TiO ₂ /Eau	0.50-5.00	15	1.05-1.30
	TiO ₂ /Eau	0.50-5.00	400	1.08-1.33
Wen et Ding [45] (2005)	Al ₂ O ₃ /Eau	0.31-0.72		1.02-1.06
Hwang et al [46] (2006)	CuO/Eau	1.00		1.05
	SiO ₂ /Eau	1.00		1.03
	CuO/EG	1.00		1.09
Xie et al [47] (2002a)	SiC /Eau	0.78-4.18	26	1.03-1.17
	SiC /Eau	1.00-4.00	600	1.06-1.24
	SiC /EG	0.89-3.50	26	1.04-1.13
	SiC /EG	1.00-4.00	600	1.06-1.23
Liu et al [48] (2005)	MWCNT/Eau	0.20-1.00	20-50(D)	1.02-1.12
	MWCNT/HM	1.00-2.00	20-50(D)	1.09-1.30
Liu et al [49] (2006)	Cu/Eau	0.05		1.04
	Cu/Eau	0.10	50-100	1.24
	Cu/Eau	0.10	75-100	1.24
	Cu/Eau	0.05	100-200	1.12
	Cu/Eau	0.10	100-300	1.11
	Cu/Eau	0.05	130-200	1.09
	Cu/Eau	0.20	130-300	1.10
	Cu/Eau	0.20	250	1.04
	Cu/Eau	0.20	200-500	1.13

EG : éthylène glycol, HM : l'huile de moteur, Min : l'huile minérale.

Tableau 1.6.2: effet de la température et de la taille des particules sur la conductivité thermique.

Auteur (année)	Nanofluide	La concentration	La taille	L'amélioration
Masuda et al [22] (1993)	Al ₂ O ₃ /Eau (31.85C°)	1.30-4.30	13	1.109-1.324
	Al ₂ O ₃ /Eau (46.85C°)	1.30-4.30	13	1.100-1.296
	Al ₂ O ₃ /Eau (66.85C°)	1.30-4.30	13	1.092-1.262
	SiO ₂ /Eau (31.85C°)	1.10-2.30	12	1.010-1.011
	SiO ₂ /Eau (46.85C°)	1.10-2.30	12	1.009-1.010
	SiO ₂ /Eau (66.85C°)	1.10-2.40	12	1.005-1.007
	TiO ₂ /Eau (31.85C°)	3.25-4.30	27	1.080-1.105
	TiO ₂ /Eau (46.85C°)	3.25-4.30	27	1.084-1.080
	TiO ₂ /Eau (86.85C°)	3.10-4.30	27	1.075-1.099
Das et al [25] (2003)	Al ₂ O ₃ /Eau (21C°)	1.00-1.40	38.4	1.02-1.09
	Al ₂ O ₃ /Eau (36C°)	1.00-1.40	38.4	1.07-1.16
	Al ₂ O ₃ /Eau (51C°)	1.00-1.40	38.4	1.10-1.24
	CuO/Eau (21C°)	1.00-1.40	28.6	1.07-1.14
	CuO/Eau (36C°)	1.00-1.40	28.6	1.22-1.26
	CuO/Eau (51C°)	1.00-1.40	28.6	1.29-1.36
Lie et Peterson [28] (2006)	Al ₂ O ₃ /Eau (27.5C°)	2.00-10.00	36	1.08-1.11
	Al ₂ O ₃ /Eau (32.5C°)	2.00-10.00	36	1.15-1.22
	Al ₂ O ₃ /Eau (34.7C°)	2.00-10.00	36	1.18-1.29
	CuO/Eau (28.9C°)	2.00-6.00	29	1.35-1.36
	CuO/Eau (31.3C°)	2.00-6.00	29	1.35-1.50
	CuO/Eau (33.4C°)	2.00-6.00	29	1.38-1.51
Patel et al [19] (2003)	Ag/Eau (30C°)	0.001	60-70	1.030
	Ag/Eau (60C°)	0.001	60-70	1.40
	Au/Eau (30C°)	0.00013	10-20	1.03
	Au/Eau (60C°)	0.00013	10-20	1.05
	Au/Eau (30C°)	0.00026	10-20	1.05
	Au/Eau (60C°)	0.00026	10-20	1.08
Wen et Ding [39] (2004)	MWCNT/Eau (20C°)	0.04-0.84	20- 60(D)	1.00-1.24
	MWCNT/Eau (45C°)	0.04-0.84	20- 60(D)	1.05-1.31

CONTRIBUTION TO THE THEORETICAL STUDY OF CONVECTIVE THERMAL TRANSFERS IN A NANOFLUID APPLICATION TO ONE-PHASE AND TWO-PHASE MODELS

Abstract

This research is a 3D computer simulation of fluid flows, combined to heat transfer in a forced and mixed convection mode, for a permanent and steady laminar flow through an annular duct made up of two horizontal and concentric cylinders. While the inner cylinder is adiabatic, the outer cylinder is subjected to a constant parietal heating. The annulus duct is traversed by a nanofluid laminar flow composed of a fluid base (water) and nanoparticles of aluminum oxide Al_2O_3 with constant physical properties regarded as incompressible and Newtonian. This physical problem is modeled by mass conservation equations, by movement and energy amounts in a cylindrical coordinate system accompanied by appropriate boundary conditions. Different approaches were developed, such as the monophasic and the biphasic approaches, to which belong the fluid volume models, the mixing model and the Eulerian model.

These equation systems were solved as to the single-phase model by means of the finite volume method with a second-order spatial and temporal precision and the SIMPLER algorithm for the sequential solution of equations. The dynamic and thermal fields are obtained for various Reynolds number values, ranging from 500 to 2000, reaching (1%, 4%, 8%) for different concentrations of nanoparticles, and between (0, 104 and 105) for different numbers of Grashof. The results show that the nanofluid behavior, whether in a forced convection mode or in mixed convection mode are, from both a hydrodynamic and a thermal points of view, characteristics of a trend similar to the behavior of a conventional fluid. In a forced convection, dynamic and thermal fields reflect radial velocity and temperature gradients, as well as a Nusselt number with asymptotic behavior at the output. In a mixed convection, the cell structure and the lamination temperatures through a straight section appear with an increasing number of Grashof, giving rise therefore to an increase in the Nusselt number, and thus to a better heat transfer.

Keywords: *Numerical simulation, forced convection, Mixed Convection, annulus duct, nanofluid (water/ Al_2O_3).*

دراسة نظرية للنقل الحراري بواسطة الحمل لنانوفلويد :تطبيق لنموذج أحادي و ثنائي الطور

ملخص

هذا العمل عبارة عن دراسة عددية ثلاثية الأبعاد هدفها محاكاة انتقال الحرارة بالنمطين القسري والمختلط داخل أسطوانة حلقيية يحدها أسطوانتان متمركزتان أين ينتقل مائع غير ضغوط نيوتوني. السطح الداخلي للأسطوانة الداخلية معرضة لتسخين سطحي ثابت، أما السطح الخارجي للأسطوانة الخارجية فهو كظوم، يتدفق النانوفلويد المتكون من الماء الذي يحتوي على جزيئات أكسيد الألمنيوم Al_2O_3 ذات الخصائص الفيزيائية الثابتة عند مدخل المجرى و نعتبر التدفق صفحي مستقر و ثابت .

كتب نموذج هذا التدفق بواسطة المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية)معادلات الكتلة، كمية الحركة و الطاقة) في الإحداثيات الاسطوانية مع ذكر الشروط الحدية، لهذا العمل استعملنا نموذجين :نموذج أحادي الطور و نموذج ثنائي الطور بالنسبة لهذا الأخير (توجد ثلاثة طرق) طريقة حجم السائل، الخلط و اليعيان) ، لحل هذه الجملة غير الخطية استعملنا طريقة الحجوم المنتهية دقتها من الدرجة الثانية بالنسبة للفضاء والزمن.

مجموعة من الأعداد اللابعدية استعملت في هذه الدراسة : قيم مختلفة لعدد رينولدز (من 500 الى 2000)، و لمختلف تراكيز الجزيئات النانوية) 8%، 4%، 1%، (و أيضا قيم مختلفة لعدد كراشوف) 0 ، 10^4 و 10^5 . النتائج المحصل عليها تظهر أن سلوك النانوفلويد سواء في الحمل الحراري القسري أو الحمل الحراري المختلط بالنسبة للخصائص الحرارية أو الهيدروديناميكية أن هناك تطور مماثل لسلوك السوائل الكلاسيكية ، بالنسبة للحمل القسري الحقل الديناميكي و الحراري يظهر أن التدرجات الشعاعية للسرعة و الحرارة و لعدد نيويسالت لديها سلوك مقارب عند المخرج ، أما في الحمل الحراري المختلط، التركيبية الخلوية والنموذج الطبقي لدرجات الحرارة من خلال مقطع عرضي و مع زيادة في عدد كراشوف نلاحظ زيادة في عدد نيويسالت و منه نستنتج نقل حرارة أفضل .

الكلمات المفتاحية : الحمل القسري ، الحمل المختلط ، الإنسياب الرقائقي ، أسطوانتين متمركزتين ، نانوفلويد(ماء/ Al_2O_3) .

Résumé

Ce travail de recherche est une simulation numérique en 3D des écoulements de fluide combinés au transfert thermique en mode de convection forcée et mixte pour un écoulement laminaire permanent et stationnaire à travers un conduit annulaire formé de deux cylindres horizontaux et concentriques dont le cylindre intérieur est adiabatique tandis que le cylindre extérieur est soumis à un chauffage pariétal constant. L'espace annulaire du conduit est parcouru par un écoulement laminaire de nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et de nanoparticules d'oxyde d'aluminium Al_2O_3 à propriétés physiques constantes, considéré comme newtonien et incompressible. Ce problème physique est modélisé par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans un système de coordonnées cylindriques accompagné des conditions aux limites appropriées. Différentes approches ont été développées telles que l'approche monophasique et l'approche diphasique pour lesquelles les modèles du volume de fluide, le modèle de mélange et le modèle Eulérien sont présentés.

Ces systèmes d'équations ont été résolus pour le modèle monophasique en utilisant la méthode des volumes finis avec une précision spatiale et temporelle du second ordre et l'algorithme SIMPLER pour la solution séquentielle des équations. Les champs dynamiques et thermiques sont obtenus pour différentes valeurs du nombre de Reynolds allant de 500 jusqu'à 2000 et pour différentes concentrations des nanoparticules (1%, 4%, 8%) ainsi que différents nombres de Grashof entre $(0, 10^4 \text{ et } 10^5)$. Les résultats obtenus montrent que les comportements du nanofluide que ce soit en mode de convection forcée et en mode de convection mixte sont d'un point de vue hydrodynamique et d'un point de vue thermique caractéristiques d'une évolution similaire au comportement d'un fluide classique dans les mêmes conditions. En convection forcée les champs dynamiques et thermiques traduisent des gradients radiaux de vitesse et de température et un nombre de Nusselt ayant un comportement asymptotique à la sortie. En convection mixte, la structure cellulaire et la stratification des températures à travers une section droite apparaît avec l'augmentation du nombre de Grashof occasionnant ainsi une augmentation du nombre de Nusselt et de ce fait un meilleur transfert thermique.

Mots Clés : *Simulation numérique, Convection forcée, Convection mixte, Conduit annulaire, nanofluide (eau / Al_2O_3).*