

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة منتوري قسنطينة
كلية العلوم الدقيقة
قسم الفيزياء

الرقم 2008/TS/24
السلسلة 2008/phy/03

رسالة

مقدمة لنيل شهادة دكتوراه في العلوم
تخصص الفيزياء النظرية
الموضوع

فيزياء النوترينو ما بعد النموذج المعياري

من طرف

مونية حراث

تمت المناقشة يوم 2008 /06/25

أمام اللجنة

جامعة منتوري. قسنطينة	أستاذ	بن سلامة عاشور	الرئيس
جامعة منتوري. قسنطينة	أستاذ	مباركي نور الدين	المشرف
جامعة الحاج لخضر. باتنة	أستاذ	بوالجدي عبد الحميد	الأعضاء
جامعة العربي بن مهيدي. أم البواقي	أستاذ محاضر	بودين عز الدين	
جامعة منتوري. قسنطينة	أستاذ محاضر	عيساوي حبيب	
جامعة باجي مختار. عنابة	أستاذ محاضر	بوسراج نور الدين	

إلى والدي
إلى إخوتي وأخواتي
إلى زوجي
إلى ابنتي نهى نسرين وأميمة

شكر و عرفان

تم انجاز هذا العمل في مخبر الفيزياء الرياضية والجسيمات الدقيقة بجامعة منتوري قسنطينة، تحت الإشراف المباشر لمديره الأستاذ الفاضل نور الدين مبارك الذي أتقدم إليه بأخلص آيات الاعتراف بالجميل والشكر الجزيل على تشجيعه المستمر، متابعتة المتواصلة عن قرب ونصائحه السديدة مع صبره الجميل.

كما اعبر عن عرفاني الجميل للسيد الفاضل عاشور بن سلامة، أستاذ بجامعة منتوري قسنطينة، لتشريفه لي بالمشاركة و رئاسة لجنة هذه الرسالة.

كما أتوجه أيضا بفائق عبارات التقدير والعرفان إلى السادة الأفاضل عبد الحميد بوالجدري أستاذ بجامعة الحاج لخضر باتنة، عز الدين بودين أستاذ محاضر بجامعة العربي بن مهيدي أم البواقي، حبيب عيساوي أستاذ محاضر بجامعة منتوري بقسنطينة ونور الدين بوسراج أستاذ محاضر بجامعة باجي مختار عنابة لقبولهم المشاركة كمتحنيين في مناقشة هذه الرسالة.

لا أنسى كذلك أن أخص بالذكر والشكر الخالص السيد الفاضل جمال ميموني أستاذ بجامعة منتوري قسنطينة على مسانדתه وتشجيعه، الأخت الكريمة أسماء رضوان صالح أستاذة مساعدة بجامعة محمد بوالضياف بالمسيلة والسيد الفاضل فريد خليلي أستاذ محاضر ب جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة على المساهمة و الإثراء لهذه الرسالة.

أخيرا، أتقدم بالشكر الجزيل لكل من ساهم من قريب أو بعيد في انجاز هذا العمل.



الفهرس

الفصل الأول

1

مقدمة عامة

الفصل الثاني

8

النموذج المعياري في الهندسة غير التبديلي

8

1-2 نموذج ثنائي Higgs

10

1-1-2 نماذج 2HDM

10

(1) 2HDM 1-1-1-2

10

(2) 2HDM 2-1-1-2

11

(3) 2HDM 3-1-1-2

11

2-1-2 حقول Higgs

12

1-2-1-2 تفاعل البوزونات المعيارية مع مكونات المادة

13

2-2-1-2 التفاعل الذاتي للبوزونات المعيارية (self-interaction)

14

3-2-1-2 تفاعل بوزونات Higgs

15

2-2 الهندسة غير التبديلية NCG

15

1-2-2 عناصر الهندسة غير التبديلية

15

1-1-2-2 الفضاء غير التبديلي

16

2-1-2-2 فضاء H Hilbert

16

3-1-2-2 مؤثر D Dirac

17

4-1-2-2 تمثيل الجبر A خلال فضاء H Hilbert

17

5-1-2-2 مؤثر الاستقطاب Chiralité χ

17

6-1-2-2 الجبر التفاضلي $\Omega(A)$

19

3-2 النموذج المعياري في الهندسة غير التبديلية

19

1-3-2 الجبر A

20

2-3-2 فضاء H Hilbert

20

3-3-2 مؤثر D Dirac

20

4-3-2 التمثيل ρ للجبر A في فضاء H Hilbert

21

5-3-2 الجبر التفاضلي من النوع-1

21

6-3-2 الجبر التفاضلي من النوع-2

23	7-3-2 الفعل البوزوني
24	1-7-3-2 البوزونات المعيارية
25	Higgs حقل 2-7-3-2
25	θ_w Weinberg Yang-Mills وزاوية حد 3-7-3-2
26	8-3-2 الفعل الفرميوني
	الفصل الثالث
27	نموذج ثنائي Higgs في الهندسة غير التبديلي (2HDM)
27	1-3 الحلقة K(A.H.D)
30	2-3 الجبر التفاضلي $\Omega_D(A)$
35	3-3 الفعل البوزوني \mathcal{S}_B
36	1-3-3 البوزونات المعيارية وآلية Higgs
38	2-3-3 كمون Higgs
40	4-3 الفعل الفرميوني
	الفصل الرابع
43	تطبيقات نموذج 2HDM
43	1-4 علاقات الكتل وزوايا المزج عند الحدود الدنيا في الهندسة غير التبديلية NCG
45	2-4 النهايات الوحودية للهندسة غير التبديلية عند الحدود الدنيا
48	3-4 زمرة إعادة التقنين Groupe de renormalisation
50	4-4 النتائج الرقمية (العديدية)
	الفصل الخامس
57	التكميم BRS لنظرية QED في هندسة الفضاء الزمني غير التبديلي
57	1-5 التناظر BRST
60	2-5 جداء Moyal وطريقة Seiberg-Witten
61	3-5 تعميم تحويلات Lorentz الموضوعية المنتهية في الصغر
62	4-5 تحويلات BRST و Anti-BRST غير التبديلية
65	5-5 دالة Lagrange
67	6-5 تعميم معادلات الحقول غير التبديلية ونظرية Noether

الفصل السادس

71 نموذج 2HDM في الفضاء الزمني غير التبديلي

71 1-6 جداء Moyal وطريقة Seiberg-Witten

73 2-6 النموذج

74 1-2-6 الفعل المعياري

74 2-2-6 حقول Higgs

75 3-2-6 الفعل الفرميوني

78 4-2-6 Yukawa فعل

78 (1) NC2HDM 1-4-2-6

78 (2) NC2HDM 2-4-2-6

79 (3) NC2HDM 3-4-2-6

81 3-6 النوترينو

الفصل السابع

84 خاتمة

84 1-7 نموذج ثنائي Higgs (2HDM)

85 2-7 نموذج ثنائي Higgs (2HDM)

85 3-7 نموذج ثنائي Higgs (2HDM)

ملحقات

الملحق A

86 علاقة Jacob-Wick

الملحق B

91 مصطلحات

95 مراجع

ملخصات

قائمة المنحنيات

- 3 المنحنى 1-1: ثوابت الربط بدلالة مستويات الطاقة في النموذج المعياري والنموذج فائق التناظر
- 13 المنحنى 1-2: تفاعل البوزونات المعيارية مع اللبتونات
- 14 المنحنى 2-2: التفاعل الذاتي للبوزونات المعيارية
- 51 المنحنى 1-4: تغير معامل الهندسة غير التبديلية x بدلالة المعيار اللوغاريتمي t
- 51 المنحنى 2-4: تغير معامل الهندسة غير التبديلية $TrKK$ بدلالة القياس اللوغاريتمي t
- 52 المنحنى 3-4: القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال متراجحة Schwartz
- 52 المنحنى 4-4: القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال شروط الحدودية
- 53 المنحنى 5-4: القيم الممكنة لمعاملات NCG بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين
- 54 المنحنى 6-4: القيم الممكنة لمعاملات NCG بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين
- 55 المنحنى 7-4: تمثيل النسب الكتلية (M_{H^0}/M_{h^0}) و (M_{A^0}/M_{h^0}) بدلالة القياس اللوغاريتمي t
- 56 المنحنى 8-4: تمثيل النسب ζ_2/ζ_1 ، ζ_5/ζ_1 ، ζ_9/ζ_1 و ζ_4/ζ_1 بدلالة القياس اللوغاريتمي t

قائمة الجداول

- 14 الجدول 1-2: قواعد Feynman للتفاعل الذاتي لبوزونات Higgs من الدرجة الثالثة
- 73 الجدول 1-6: حقول المعيارية للفرميونات في طريقة Seiberg-Witten

الفصل الأول

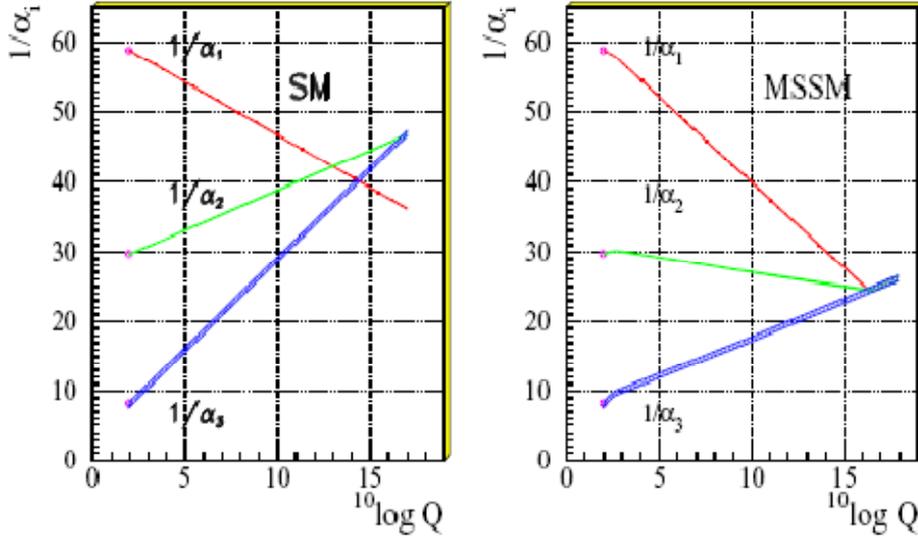
مقدمة عامة

تم إدخال المصطلح Jauge من قبل Hermann Weyl [1] سنة 1919 في محاولة لتوحيد الكهرومغناطيسية والجاذبية، أحدث ارتباك أن ذلك لكون هذا المصطلح يستعمل بشكل مختلف في نظريات أخرى، صمود Jauge كما تم إدخاله من قبل Weyl مرتبط بصورة وطيدة مع نظرية الارتباط الخطي Théorie des connexion linéaires المستعملة من قبل Albert Einstein في نظريته النسبية العامة La relativité générale، وبالتالي الحصول على أولى العلاقات للمجسم الهندسي. لكن لسوء الحظ هذه المحاولة باءت بالفشل، في ما بعد قام Schrödinger سنة 1926 مع كلا من Vladimir Fock و Fritz London بالعمل على نوع جديد لـ Jauge حيث تم الانتقال من Jauge معطى بدلالة معامل قياس إلى نوع Jauge معطى بدلالة فرق الصفحة. بالإضافة إلى ذلك نجد عمل James Clerk Maxwell والذي استعمل نظرية Jauge في صياغة قوانين الكهرومغناطيسية، في هذه الأخيرة (نظرية Maxwell) تتناظر Jauge مرتبط بالزمرة $U(1)$ ، كما أن الصمود الموضوعي لمعادلات الحركة في الحقيقة هو استغلال لعمل Weyl، بعد ذلك ظهرت نظرية الالكتروديناميك الكوانتي (QED) Electrodynamique quantique الموضوع من قبل Feynman، Tomonaga و Schwinger والذي يعبر عن التفاعل بين جسيم عديم الشحنة الفوتون وجسيم مشحون، هذه النظرية وضعت بشكل يجعلها تربط بين الميكانيك الكوانتي والنسبية الخاصة والذات يشكلان معا النظرية الكوانتية للحقول (TQC) Théorie quantique des champs، في هذه النظرية الجسيمات الأولية تملك تمثيل غير قابل للتحليل Irréductible في الزمرة Poincaré حيث التمثيل يملك دليلين (عددين كوانتيين) هما الكتلة والسبين Spin (أو الاستقطاب في حالة كتلة معدومة). في نظرية QED والتي تمثل أول نظرية كوانتية للحقول، الفوتون يملك تمثيل معرف بالاستقطاب 1 وكتلة معدومة في زمرة Poincaré ومعرف بالحقل الكوانتي لـ Maxwell، الجسيمات المشحونة تملك تمثيل معرف بـ Spin وشحنة موجبة ومعرفة بالحقل الكوانتي لـ Dirac، المزج بين التمثيلين يفرض كون حقل Dirac يملك نفس التمثيل في الزمرة $U(1)$ والصامدة بتحويلات Jauge لمعادلات Maxwell، ينتج عن ذلك وجود ارتباط بين حقل Dirac وحقل Maxwell. كما تم الحصول في هذه النظرية أيضا على نظرية Noether والتي يمكن إرفاقها بالصمود وفق التحويلات الموضوعية لكمية محفوظة تدعى تيار Noether، وتشرح قانون الانحفاظ الموضوعي للشحنة. في ما بعد تم إدخال نوع ثاني من التفاعلات تحفظ أعداد كوانتية في التفاعلات النووية. في سنة 1954 C.N.Yang و R.Mills ادخلا Jauge غير الأبلية عن طريق التعميم بشكل مباشر لنظرية Maxwell، حيث تم استبدال الزمرة $U(1)$ بالزمرة غير الأبلية $SU(2)$. فكرة كتابة التفاعلات الأساسية بالاعتماد على صمود Jauge أغرى الفيزيائيين على أمل فهم الطبيعة والتعبير عنها، وأصبح مرشد حقيقي للوصول إلى نظريات جديدة. في نظرية التفاعلات الضعيفة والتي تعيد الاعتبار لنظرية Yang Mills بعد المشاكل التي واجهتها في نظرية Fermi ونظرية V-A، الفكرة تم إعطائها من قبل S.L.Glashow و J.Schwinger حيث كشف المنطق الموجود بين تناظر Isospin والذي يمثل أساس نظرية Yang Mills والتناظر الموجود بين اللبتونات، مع اشتراط تحقق الشرط الأساسي لوجود نظرية Jauge للتفاعل الضعيف كونه تفاعل قصير المدى، لتكون في الأخير آلية الانكسار التلقائي للتناظر المقترح من قبل Peter Higgs سنة 1964 والذي أدى إلى انفراج للحالة وسمح لـ S.Glashow و A. Salam و S.Weinberg في سنوات 1960 بتوحيد القوة الكهرومغناطيسية مع التفاعل الضعيف وهو ما يعرف بالتفاعل الكهروضعيف [2]

Electrofaible أو النموذج المعياري Modèle Standard (اثبت كلا من Martinus و Gerard't Hooft و Veltman سنة 1971 أنها نظرية قابلة للتقنين (Renormalisable)، تم بنائه بالاعتماد على الزمرة $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ، يسمح هذا النموذج بوجود 17 جسيم: ستة لبتونات $(e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau)$ ، ستة كواركات (u, d, s, c, b, t) ، ثلاث وسائط تفاعل والمتمثلة في البوزونات الشعاعية (W^\pm, Z) ، بوزون (γ) بالإضافة إلى البوزون السلمي Higgs (H)، اللبتونات والكواركات تمثل مكونات المادة، في حين بوزونات Jauge أو بمصطلح آخر البوزونات المعيارية بالإضافة إلى الفوتون تمثل وسائط التفاعل الكهروضعيف، أما بوزون Higgs فيعمل على كسر التناظر الصحيح للزمرة $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ والحصول على التناظر المتبقي $U(1)_{em}$ وهو ما يعرف بالانكسار التلقائي للتناظر (SSB) *Brisure Spontané de Symétrie* ومن تم اكتساب جسيمات النموذج كتل مختلفة. ميزة هذا النموذج هو عدم اعترافه بالتناظر يمين-يسار، إذ تمثل من خلاله فرميونات النموذج ذات الاستقطاب اليساري Left في الزمرة $SU(2)$ بشعاع مزدوج Doublet مع استعمال الدليل L في حين الفرميونات ذات الاستقطاب اليميني Right تملك تمثيل وحيد Singulier ويرمز لها بالرمز R بالموازاة مع هذا وفي سنوات 1960-70 نضجت نظرية الكروموديناميك الكوانتي Chromodynamique Quantique وهي نظرية معيارية (نظرية Jauge) مبنية على نظرية Yang Mills وزمرة التناظر $SU(3)$ ، والتي تعبر عن التفاعل القوي بين الكواركات والغلونات. بقي النموذج الكهروضعيف ونموذج QCD في تطور إلى نهاية القرن العشرين مصحوبا باكتشافات جديدة للجسيمات العنصرية وكتابة القوى الأساسية في نموذج واحد وهو النموذج المعياري للتفاعل الكهروضعيف والتفاعل القوي، هذا النموذج يمثل نظرية معيارية مبنية على الزمرة المعيارية $SU(2) \otimes U(1) \otimes SU(3)$ ، مع اعتماده على نفس الجسيمات السابقة والتي تم اكتشافها باستثناء بوزون Higgs يمثل الحلقة الضائعة لهذا النموذج، حضي هذا الأخير بنجاح كبير في مجال توحيد القوى الأساسية وتفسير الظواهر الفيزيائية، حيث أعادت نظرية التأثيرات الكهروضعيفة الاعتبار إلى عدد من هذه الظواهر، فقد أكدت تجريبيا تنبؤات QED الخاصة بالظواهر الكهرومغناطيسية، كما فسرت النشاط الإشعاعي β^\pm للأنوية غير المستقرة وربطتها بتفاعلات التيارات الضعيفة المشحونة W^\pm ، بالإضافة إلى تنبؤها بوجود التيارات الضعيفة المتعادلة، التي تم إثباتها تجريبيا سنة 1973 في مفاعل CERN والتي اعتبرت كأولى التأكيدات التجريبية للنموذج المعياري. رغم النتائج النظرية لهذا الأخير والمحقة تجريبيا إلا أن هذا النموذج واجهته جملة من المشاكل والاستفسارات لم يستطع الإجابة عنها كان أهمها [3]:

- امتلاكه لـ 18 معامل حقيقي أو أكثر، هذه الأخيرة يمكنها أخذ أي قيم ممكنة.
 - تمثيل الفرميونات بالإضافة إلى جسيمات Higgs كان وفق الصيغة ad.hoc.
 - المادة منظمة بطريقة مستقطبة، تمثيل يميني وآخر يساري مختلفين ومستقلين تماما عن بعضهما.
 - امتلاك الفرميونات أو بالأحرى مكونات المادة كتل مختلفة على مدى 5 رتب، من الإلكترون إلى الكوارك
- عجز النموذج المعياري في تفسير هذا التفاوت لكون حد Yukawa تم وضعه يدويا. $(\frac{m_t}{m_e} \approx 3.10^5)$

- عجز النموذج المعياري في توحيد الثوابت 'g'، g و g_s للزمر U(1)، SU(2) و SU(3) على الترتيب في ثابت واحد، على عكس بعض النماذج الأخرى مثل SUSY التي أثبتت إمكانية حصول ذلك، كما هو موضح في الشكل الموالي [3]:



المنحنى 1-1: ثوابت الربط بدلالة مستويات الطاقة في النموذج المعياري والنموذج فائق التناظر

المنحنى 1-1: تطور مقلوب ثوابت الربط بدلالة مستويات الطاقة في النموذج المعياري Modèle Standard (على

اليسار) والنموذج فائق التناظر Modèle Supersymétrique (على اليمين). بفرض أن $\alpha_1 = \left(\frac{5}{3}\right)g'^2 / (4\pi)$

و $\alpha_2 = g^2 / (4\pi)$ و $\alpha_3 = g_s^2 / (4\pi)$ ، حيث 'g'، g و g_s تمثل ثوابت الربط على الترتيب للزمر U(1)، SU(2)، SU(3) بالإضافة إلى SU(3).

رغم كل ما سبق ذكره من المشاكل تبقى اكبر عقبة هي الفشل في إثبات وجود جسيمات Higgs تجريبيا، على عكس باقي الجسيمات الأخرى. فالنموذج المعياري لم يحدد كتلة Higgs لكن أمكن من وضع فرضيات حول هذه القيمة وذلك انطلاقا من دراسة انشطار هذه الجسيمة عن طريق الإشارات المسجلة، والتي تعتمد على كتلة هذه الأخيرة، كل هذه الأسباب وغيرها أدت إلى البحث عن كيفية تمديد هذا النموذج بما يسمح بتجاوز هذه العقبات، إلا أن ذلك كان محكوما

بشرطين أساسيين [4]: الأول ويتمثل في المعامل $\rho = \frac{M_w^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_w}$ والمثبت تجريبيا أنه يؤول إلى 1 وهو محقق

نظريا من أجل النموذج المعياري من أجل ثنائية واحدة لـ Higgs، ويشترط تحقيقه مهما كان عدد حقول Higgs المتوفرة في النموذج. بالإضافة إلى كون هذا المعامل يحمل معنى من الناحية الفينومينولوجية. الشرط الثاني وهو ما يعرف بـ تغير المذاق في التيار الحيادي flavour-changing neutral current (FCNC) وغائب بصورة طبيعية

في النموذج المعياري المصغر في الحدود الدنيا. أبسط هذه النماذج كان إضافة حقل ثاني لـ Higgs إلى النموذج المعياري وهو ما يعرف بنموذج ثنائي Higgs (2HDM) أو النموذج المعياري لثنائيتي Higgs، يعتمد على نفس الزمرة المعيارية $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ويقوم على نفس المبادئ. هذا النموذج يحقق العلاقة النظرية $\rho = 1$ ، أما في ما يخص الشرط الثاني ومن أجل تحقيقه يمكن اختيار احد التفسيرين: اختيار المعاملات بحيث نحصل على حقول Higgs ثقيلة (من رتبة 1Tev) وبالتالي إمكانية حصول FCNC تزول. الاحتمال الثاني يتمثل في استعمال خاصية التفاعل بين حقول Higgs وحد Yukawa، في هذه الحالة العمل الأصلي كان من قبل S.Glashow و A.Salam [5]، كحالة خاصة من اجل نموذج يملك ثنائيتي Higgs ϕ_1, ϕ_2 ، بفرض وجود التناظر المتقطع Symétrie discrète $\phi_1 \rightarrow -\phi_1, \phi_2 \rightarrow \phi_2$ أو $\phi_1 \rightarrow \phi_1, \phi_2 \rightarrow -\phi_2$ ، بطريقة أخرى ترتبط الفرميونات ذات Spin موجب بحقل في حين ترتبط الفرميونات ذات Spin سالب بالحقل الآخر [6]. ميزت هذا النموذج امتلاكه لعدد كبير من الحقول المشحونة والمتعادلة خمسة حقول H^\pm, A, H, h ذات كتل مختلفة، 90 Gev من اجل الحقل A، 115 Gev لكل من h، H [7]، و 79 Gev للحقل H^\pm [8]. لقد تمكنا من خلال هذا النموذج من الحصول على التصحيح الطاقوي من نوع استقطاب الفراغ (one-loop) لانشطار البوزون W نحو فرميونين $\Gamma(W \rightarrow ff')$ [9]، بالإضافة إلى تفسير انشطار البوزون الحيادي الثقيل Z الذي يملك ميزة التفكك إلى كواركات ولبتونات مع جسيماتها المضادة [10]:

$$Z \rightarrow f\bar{f} \quad f\bar{f} = \{v\bar{v}, \ell^-\ell^+ (\ell = e, \mu, \tau), q\bar{q}\}$$

حضي هذا الجسيم بدراسة كبيرة واهتمام أكبر من قبل الفيزيائيين، لاعتقادهم أنه كلما كبر عدد العائلات ازداد تفككه وبالتالي نقصت مدة حياته. كما تمكن هذا النموذج من تفسير الانعكاس CP (la violation CP). إلا أن هذا لم يكن كافياً لتغطية عيوب ونقائص النموذج المعياري.

يمكن الاعتبار بطريقة أو بأخرى، أن الهندسة غير التبادلية Géométrie non commutative ولدت مع الميكانيك الكوانتي. حيث أول علاقاتها وضعت من قبل Heisenberg، فالميكانيك الكوانتي وضع بطريقة تقبل المقارنة مع ميكانيك Hamiltonienne، حيث تم استبدال إحداثيات فضاء الطور Espace de phase بمؤثرات Operateur غير متبادلة فيما بينها. حتى Dirac بذاته اندهش من هذه الفكرة واقترح إمكانية تفسير الميكانيك الكوانتي في صيغة هندسية غير تبادلية. في النهاية أعمال Von Neumann كانت الأصل في المجال الرياضي لما يعرف في وقتنا الحاضر جبر المؤثرات Les algèbres d'opérateurs، وتجدر الإشارة هنا إلى أن هذه الأخيرة يمكن اعتبارها نظرية القياسات غير التبادلية. فكرة استبدال هندسة جبر تعرف في الرياضيات بالهندسة الجبرية La géométrie algébrique، أتت بعد ذلك أعمال Gelfand و Naimark في سنوات 1940 لتعطي خطوة نحو استقرار جسر بين الثولوجيا Topologie والجبر Algèbre حيث أثبتت أن الجبر C^* يوفر نظرية فضاء ثولوجي غير تبديلي أين رتب الجبر C^* التبديلي مكافئة لرتب الفضاء الثولوجي، هذا ما يسمح بتطوير تقنيات منطقية في الثولوجيا وجبر المؤثرات، وأيضا جملة من الأعداد ذات مفهوم هندسي تم إيجاد ما يكافئها جبريا. فمثلا الألياف الشعاعية Fibrés

vectoriels ذات رتب نهائية مرتبطة بطويلة الإسقاط Module projectif من النوع المنتهي في الجبر C^* ، هذا التماثل يسمح ببناء النظرية K - على الفضاء التوبولوجي باستعمال مصطلحات جبرية، في الفيزياء فكرة كون مركبات الفضاء غير تبديلية اقترحت من قبل Heisenberg سنة 1930 من أجل استيعاب التباعد فوق البنفسجي Divergence Ultraviolet في نظرية الحقول الكوانتية. هذه الفكرة تم العودة إليها مجددا من قبل Snyder سنة 1947. مصطلح الهندسة غير التبديلية NCG تم إدخاله من قبل Alain Connes في بداية الثمانينات [11] ببرنامج لتعميم مختلف التصورات المستعارة من الهندسة التقليدية إلى تصورات مكافئة في الجبر غير التبديلي، وبشكل خاص التصورات الآتية من الهندسة التفاضلية. في الوقت الحاضر الهندسة غير التبديلية NCG تمثل الإطار الرياضي لدراسة نماذج مختلفة، تملك جملة من التقنيات في جبر المؤثرات تسمح بتجاوز مشاكل متعددة مثل تمثيل الزمر وأيضا دراسة الفضاء، الملاحظة الفعلية لـ Dirac في المنطق بين المبدلات في الميكانيك الكوانتي وحاضنة Poisson في ميكانيك Hamiltonienne يمكن أن يجسد عن طريق إدخال بنية بسيطة غير تبديلية، أيضا تم الإثبات من قبل Michel Dubois-Violette [12] أن المبدل في الميكانيك الكوانتي [,] يمكن فهمه في إطار حاضنة Poisson. في سنة 1985 Michel Dubois-Violette، Richard Kerner و Madore John [13]، اثبتوا أن النظرية المبنية على جبر الدوال باستعمال التمثيل المصفوفي تملك بطريقة طبيعية آلية الانكسار التلقائي للتناظر بمفهوم Jauge المقترح من قبل Higgs، مستعملين في ذلك الحساب التفاضلي باستعمال الاشتقاق [14]، تم تعميم هذا النموذج فيما بعد من قبل Robert Coquereaux [15]، A. Conne و J. Lott [16] إلى نوع جديد من الحساب التفاضلي، وبشكل خاص تم إثبات إمكانية تفسير دالة Lagrange للنموذج المعياري في إطار جبري باستعمال حساب تفاضلي نحصل عليه انطلاقا من الحلقة K والمكونة من مؤثر Dirac معرف في فضاء Hilbert وجبر يعبر عن النموذج المدروس [17]. هذه الدراسة تسمح بضم Spineur ومفاهيم المترية بشكل طبيعي [18]، بالإضافة إلى صياغة مبدأ الفعل الأقل Moindre action [19]، بالموازاة مع ذلك قام Jean Bellissard بالحصول على تقنيات جديدة في الهندسة غير التبديلية NCG في كتابة بعض الجمل في فيزياء الاحتمالات Physique statistique مثل Les quasi-cristaux وفعل Hall الكوانتي. تم المراهنة بوضوح من قبل Dirk Kriemer و Alain Connes على أن بنية زمر إعادة التقنين الاضطرابية يمكن تفسيرها في جبر Hopf (تعميم مفاهيم الزمرة في الهندسة غير التبديلية). يمكن إعطاء بعض التبريرات الإضافية لاستعمال الهندسة غير التبديلية في الفيزياء: من المعروف انه من الصعب الانتقال من الميكانيك الكوانتي إلى الميكانيك الكلاسيكي، والعكس لا توجد تقنيات محددة للانتقال بصورة مباشرة وقانونية من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية الكوانتية والمثال على ذلك نظرية النسبية العامة وحتى الميكانيك التحليلي حيث هذه الأخيرة توفر مجال رياضي لصياغة هاتين النظريتين، من جهة أخرى نعلم جيدا أن الميكانيك الكوانتي لـ Heisenberg وأيضا نظرية الحقول الكوانتية تعتمد على جبر المؤثرات ولهذا راهن عليه Von Neumann. قمنا بتأهيل الانتقال من الميكانيك الكلاسيكي إلى الميكانيك الكوانتي عن طريق التكميم الأول 1^{er} quantification، والانتقال من نظرية الحقول الكلاسيكية إلى نظرية الحقول الكوانتية عن طريق التكميم الثاني 2^{em} quantification. في الأول استبدلنا الإحداثيات بدوال تشرح العلاقة بين هذه الأخيرة، كما يمكن استبدال الدوال بمؤثرات مثل ما ادخل في الميكانيك

المصفوفي لـ Heisenberg وأيضا نظرية الحقول وهو ما حدث في الانتقال الثاني. الشيء الملاحظ هو كون مختلف البنيات المتطرق إليها سواء في الميكانيك الكلاسيكي أو الكوانتي يمكن تفسيرها بشكل طبيعي وبصفة مشتركة في الهندسة غير التبديلية، ونأمل الحصول على إطار موحد من اجل صياغة هذه النظريات يسمح لنا من الفهم الجيد للروابط التي يمكن أن توجد بينهم. وضع Alain Connes الخطوط العريضة لهذه الهندسة من أجل دراسة فيزياء الجسيمات الدقيقة، لتتوالى جملة من الأعمال بعد ذلك في دراسة هذا النموذج أهمها أعمال Daniel Kastler [20].

أهم نتائج هذه الهندسة في النموذج المعياري كانت تحديد نسب كتل حقول Higgs والحقول المعيارية بالنسبة إلى كتلة الكوارك الثقيل t بمعنى تحديد النسب الكتلية $\frac{M_H}{M_t}, \frac{M_W}{M_t}$ ، بالإضافة إلى تحديد زاوية Weinberg θ_W . حيث وجد

مثلا في النموذج المعياري (من أجل حقل واحد Higgs) وفي إطار الهندسة غير التبديلية أكبر قيمة لكتلة حقل Higgs هي $M_H = 3/2 M_t$ مع $M_W = 1/2 M_t$ و $\sin^2 \theta_W = \sqrt{3/8}$. لقد أخذت الهندسة غير التبديلية عدة اتجاهات نسبة إلى الأشخاص الذين اهتموا بدراستها، من بين الأعمال في هذا المجال كان نموذج Chamseddine-Frohlich الذي تميز عن غيره بكونه اتجاه شامل لا يقتصر على دراسة النموذج المعياري فقط وإنما يمكنه دراسة نماذج أخرى أكثر اتساع كنموذج التوحيد الكبير الذي يعتمد على الزمرتين $SU(5)$ [21] و $SO(10)$ [22]، والنموذج الذي يدرس تأثيرات الجاذبية [23] ومحاولة توحيدها مع النموذج المعياري [24]. تطرق Chamseddine-Frohlich إلى النموذج المعياري للتفاعل الكهروضعيف، إلا انه استعمل مؤثر Dirac يعبر عن اللبتونات وحقول Higgs فقط، مما جعل هذا النموذج لا يسمح بوجود الكواركات الثقيلة t و b وبالتالي كتلة حقل Higgs المحصل عليه تكون صغيرة $M_H < 100\text{Gev}$.

بقاء حقول Higgs مجرد شبح يلاحقه كل الفيزيائيين النظريين منهم والتجريبيين، أبقى المجال مفتوحا على أعمال أخرى في اتجاهات مختلفة. ففي السنوات الأخيرة تم التوصل إلى اكتشاف بالغ الأهمية، فمن تمديد النموذج المعياري إلى الهندسة غير التبديلية إلى بنية مختلفة للفضاء الزمني ما يعرف بالنموذج غير التبديلي [26]-[35]. على عكس الهندسة غير التبديلية فهو يحافظ على الهندسة التقليدية لكن يغير الإحداثيات إلى مؤثرات غير تبديلية، كما يتم تعميم الجداء العادي (.) إلى الجداء (*) والمعرف باسم جداء Moyal-Weyl. تم بداية بدراسة أبسط نموذج غير تبديلي والمتمثل في النظرية المعيارية (نظرية Gauge) للزمرة $U(1)$ والتي تمت دراستها من اجل حقول مادة تملك شحنة 0 أو ± 1 [36]. في حين عجزت هذه النظرية عن دراسة الزمر من الشكل $SU(n)$ بسبب عدم تعريف الاشتقاق وحيد التغير عند إضافة حقول ذات شحن مختلفة [29]، تم تجاوز هذا المشكل في ما بعد من خلال طريقة Seiberg-Witten ليفسح بذلك المجال لدراسة النموذج المعياري في الفضاء الزمني غير التبديلي [28] وقد تم التوصل إلى عدة نتائج مهمة.

من خلال مناقشة هذا البحث نتعرض للخطوات التالية بداية إعطاء لمحة مختصرة على معطيات هذا البحث، بعد ذلك في الفصل الموالي نعرض نموذج ثنائي Higgs الكلاسيكي مع وضع أسس الهندسة غير التبديلية ودراسة النموذج الموضوع من قبل Chamseddine-Frohlich. ما نقوم به من خلال الفصل الثالث في هذا البحث هو بناء النموذج المعياري بثانيتي Higgs وفق مبادئ Chamseddine-Frohlich لكن مع الأخذ بعين الاعتبار الكواركات

الثقيلة، إلغاء الحقول غير الفيزيائية قبل إنشاء دالة Lagrange، تعميم الجداء السلمي واختيار المصفوفات K و M بحيث نحصل في الأخير على علاقات كتلية بين مختلف الحقول الفيزيائية تتوافق والنتائج التجريبية. نناقش هذه النتائج مع المقارنة مع بعض النتائج المحصل عليها في أعمال سابقة في الفصل الرابع. في الفصل الخامس نتطرق إلى الالكتروديناميك الكوانتي في الفضاء الزمني غير التبديلي NCQED، مع تحديد تحويلات BRS و Anti-BRS، كتابة معادلات الحقل وتحديد تيار Noether الصامد وفق هذه التحويلات في الفضاء الزمني غير التبديلي. في الفصل السادس نتطرق إلى النموذج المعياري لثنائيتي Higgs في الفضاء الزمني غير التبديلي NC2HDM مع دراسة تفاعل النوترينو مع البوزونات المعيارية. في الفصل السابع والأخير نقوم بعرض النتائج النهائية لهذا البحث.

الفصل الثاني

النموذج المعياري في الهندسة غير التبادلية

قبل دراسة النموذج المعياري الموضوع من قبل Chamseddine-Frohlich، نقوم بإعطاء لمحة عن النموذج المعياري لثنائيتي Higgs في الهندسة الكلاسيكية أو ما يعرف أيضا بنموذج ثنائيتي Higgs (2HDM) بالإضافة إلى وضع أسس الهندسة غير التبديلية.

1-2 نموذج ثنائيتي Higgs

يعتبر نموذج ثنائيتي Higgs [4] [10-6] أبسط تمديد لنموذج Weinberg-Salam من خلال إدخال ثنائية Higgs إضافية ذات شحنة فائقة $Y = +1$ Hypercharge للنموذج المعياري SM. دالة Lagrange المعبرة عن هذا النموذج في الزمرة $SU(2) \otimes U(1)$ مكونة من الحدود التالية: الحد الحركي أو ما يعرف أيضا بحد Klein Gordon \mathcal{L}_{Kin} ، حد Yukawa \mathcal{L}_Y ، الكمون المعبر عن حقل Higgs $V(\phi_1, \phi_2)$ ، حد الفرميونات $\mathcal{L}_{Fermion}$ إضافة إلى الحد المعياري \mathcal{L}_{Jauge} :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Kin} + \mathcal{L}_{Jauge} + \mathcal{L}_Y + V(\phi_1, \phi_2) + \mathcal{L}_{Fermion} \quad (2-1)$$

$$\mathcal{L}_{Kin} = \sum_{i=1}^2 (D_\mu \phi_i)^* (D^\mu \phi_i) \quad (2-2)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma}{2} \bar{W} - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (2-3)$$

حيث D_μ يمثل الاشتقاق وحيد التغير للزمرة $SU(2) \otimes U(1)$ ، و σ_i تمثل مصفوفات Pauli. يعطى حد \mathcal{L}_{Jauge} :

$$\mathcal{L}_{Jauge} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \quad (2-4)$$

حيث:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g \epsilon_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2-5)$$

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2-6)$$

ϵ_{abc} يمثل رمز Levi-Civita. كمون Higgs الذي يسمح بالانكسار التلقائي لتناظر الزمرة $SU(2)_L \otimes U(1)$ نحو

التناظر $U(1)_{em}$ يعطى كما يلي:

$$\begin{aligned} V(\phi_1, \phi_2) = & \lambda_1 (\phi_1^* \phi_1 - v_1^2)^2 + \lambda_2 (\phi_2^* \phi_2 - v_2^2)^2 + \lambda_3 [(\phi_1^* \phi_1 - v_1^2) + (\phi_2^* \phi_2 - v_2^2)]^2 \\ & + \lambda_4 [(\phi_1^+ \phi_1)(\phi_2^+ \phi_2) - (\phi_1^+ \phi_2)(\phi_1^+ \phi_2)] + \lambda_5 [\text{Re}(\phi_1^+ \phi_2) - v_1 v_2 \cos \xi]^2 \\ & + \lambda_6 [\text{Im}(\phi_1^+ \phi_2) - v_1 v_2 \sin \xi]^2 \end{aligned} \quad (2-7)$$

كل المعاملات λ_i حقيقية لكون دالة الكمون دالة ارميتية Hermétique، بالإضافة إلى ذلك دالة الكمون محدودة، ما يجعل المعاملات λ_i موجبة. دالة Lagrange المعرفة في المعادلة (2-1) تحقق التناظر المعياري (تتناظر Jauge) وأيضا

التناظر المتقطع (التناظر المختفي) $\phi_1 \rightarrow -\phi_1$ [4]، نفرض هذا التناظر الأخير من أجل التخلص من مشكل FCNC في حدود الطاقة الدنيا. قيمة حقلي Higgs عند الفراغ توافق:

$$\langle \phi_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

$$\langle \phi_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\xi} \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

يضمنان قيمة أصغريه للكمون تكسر تناظر الزمرة $SU(2)_L \otimes U(1)$ نحو التناظر المتبقي $U(1)_{em}$.

$$SU(2)_L \otimes U(1) \xrightarrow{\langle \phi_1 \rangle, \langle \phi_2 \rangle} U(1)_{em}$$

ما يسمح باكتساب جسيمات النموذج كتل مختلفة بالإضافة إلى تحديد معاملات النموذج عموماً، البوزونات المعيارية معرفة بـ:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2-10)$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (2-11)$$

وتكتسب كتل موافقة لـ:

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{2} g^2 (v_1^2 + v_2^2) = g^2 \frac{v^2}{2} \\ M_Z^2 &= \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) (v_1^2 + v_2^2) = (g^2 + g'^2) \frac{v^2}{2} \\ M_A^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2-12)$$

زاوية Weinberg θ_w تحافظ على نفس العلاقة كما في النموذج المعياري بثنائية واحدة لـ Higgs:

$$\sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2-13)$$

بفرض أن $\lambda_5 = \lambda_6$ يمكن كتابة الحد الأخير للمعادلة (2-7) كما يلي:

$$|\phi_1^+ \phi_2 - v_1 v_2 e^{i\xi}| \quad (2-14)$$

فرق الطور ξ نتخلص منه من خلال إعادة تعريف حقول Higgs. نحصل في الأخير على كمون Higgs يحفظ الانعكاس CP:

$$\begin{aligned} V(\phi_1, \phi_2) &= \lambda_1 (\phi_1^* \phi_1 - v_1^2)^2 + \lambda_2 (\phi_2^* \phi_2 - v_2^2)^2 + \lambda_3 [(\phi_1^* \phi_1 - v_1^2) + (\phi_2^* \phi_2 - v_2^2)]^2 \\ &+ \lambda_4 [(\phi_1^+ \phi_1)(\phi_2^+ \phi_2) - (\phi_1^+ \phi_2)(\phi_1^+ \phi_2)] + \lambda_5 |\phi_1^+ \phi_2 - v_1 v_2 e^{i\xi}|^2 \end{aligned} \quad (2-15)$$

2HDM نماذج 1-1-2

توجد عدة صيغ ممكنة لحد Yukawa في دالة Lagrange تحقق نظرية Weinberg و Glashow [4]. هذه الأخيرة تنص على أن النظرية المعيارية العامة للزمرة المعيارية $SU(2) \otimes U(1)$ تستوجب انحفاظ مذاق الكواركات (Flavor Quark) في التيار المثالي بصفة طبيعية ما ينتج عن ذلك أن كل الكواركات تملك شحنة واستقطاب محددتين تحقق:

1- تمثيل غير قابل للاختزال Irreducible وفق الزمرة $SU(2)$.

2- متعلقة بنفس القيمة الذاتية T_3 .

3- امتلاك الكواركات الكتل يكون من مصدر وحيد، هذه الشروط تجعل كل الفرميونات ترتبط مع حقل Higgs وحيد.

(1) 2HDM 1-1-1-2

في هذا النموذج إحدى ثنائيات Higgs ϕ_2 ترتبط مع كل الفرميونات وبالتالي امتلاك هذه الأخيرة كتل يكون من مصدر وحيد، الارتباط مع الكواركات يأخذ الشكل:

$$\mathcal{L}_Y^{(1)} = - \sum_{i,j=1}^3 [D_{ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \phi_2) q_{dR}^{(j)} + D_{ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \tilde{\phi}_2) q_{uR}^{(j)} + hc] + \dots \quad (2-16)$$

حيث:

$$\tilde{\phi}_i = i\sigma_2 \phi_i^* \quad (2-17)$$

$$q^{(i)} = \begin{pmatrix} q_\mu^{(i)} \\ q_d^{(i)} \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

$$q^{(1)} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad q^{(2)} = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad q^{(3)} = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (2-19)$$

هذا النموذج يشبه إلى حد كبير النموذج المعياري من أجل ثنائية واحدة لـ Higgs، الاختلاف الوحيد يكمن في قيمة الفراغ $v_2 < v_{SM} (\sim 250 \text{ GeV})$.

(2) 2HDM 2-1-1-2

في هذا النموذج الحقل ϕ_1 يرتبط مع الفرميونات ذات Spin موجب في حين ϕ_2 يرتبط مع الفرميونات ذات Spin سالب:

$$\mathcal{L}_Y^{(2)} = - \sum_{i,j=1}^3 [D_{ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \phi_1) q_{dR}^{(j)} + U_{ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \tilde{\phi}_2) q_{uR}^{(j)} + hc] + \dots \quad (2-20)$$

مصروفات الكتل متناسبة مع قيم حقول Higgs عند الفراغ:

$$M_u^{(q,\ell)} = v_2 U^{(q,\ell)} \quad (2-21)$$

$$M_d^{(q,\ell)} = v_1 D^{(q,\ell)} \quad (2-22)$$

(3) 2HDM 3-1-1-2

يمثل نموذج ثنائي Higgs الأعم، مقارنة بالحالتين السابقتين. ترتبط الفرميونات مع الحقلين ϕ_1 و ϕ_2 ، حد

Yukawa في هذه الحالة يوافق:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^{(3)} = & - \sum_{i,j=1}^3 \left[D_{1,ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \phi_1) q_{dR}^{(j)} + D_{2,ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \phi_2) q_{dR}^{(j)} \right. \\ & \left. + U_{1,ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \tilde{\phi}_1) q_{uR}^{(j)} + U_{2,ij}^q (\bar{q}_L^{(i)} \tilde{\phi}_2) q_{uR}^{(j)} \right] + hc + \dots \end{aligned} \quad (2-23)$$

U_2 و U_1 ، D_2 ، D_1 تمثل مصفوفات من الدرجة 3×3 مرتبطة بكتل الكواركات.

Higgs 2-1-2 حقول

حقول Higgs تعطى كما يلي:

$$\phi_i = \begin{pmatrix} \phi_i^+ \\ \text{Re} \phi_i^0 + i \text{Im} \phi_i^0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2 \quad (2-24)$$

كون هذه الحقول ليست فيزيائية (لا يمكن تعين كتلتها) يفرض علينا تقطير مصفوفات الكتل. هذه الأخيرة يمكن تقطيرها

على شكل ثنائيات (ϕ_1^+, ϕ_2^+) ، $(\text{Re} \phi_1^0, \text{Re} \phi_2^0)$ ، و $(\text{Im} \phi_1^0, \text{Im} \phi_2^0)$ ، نعرف الدوران بزواوية ω :

$$R(\omega) = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \quad (2-25)$$

ينتج عن دوران هذه الحقول حقول فيزيائية جديدة تملك التمثيل التالي:

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = R(\beta) \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix} \quad (2-26)$$

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \sqrt{2} R(\alpha) \begin{pmatrix} \text{Re} \phi_1^0 - v_1 \\ \text{Re} \phi_2^0 - v_2 \end{pmatrix} \quad (2-27)$$

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \sqrt{2} R(\beta) \begin{pmatrix} \text{Im} \phi_1^0 \\ \text{Im} \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad (2-28)$$

ذات كتل توافق:

$$m_{H^\pm}^2 = \lambda_4 (v_1^2 + v_2^2) \quad (2-29)$$

$$m_{A^0}^2 = \lambda_5 (v_1^2 + v_2^2) \quad (2-30)$$

$$m_{H^0, h^0}^2 = \frac{1}{2} \left[(M_{11} + M_{22}) \pm \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2} \right] \quad (2-31)$$

حيث M_{ij} عناصر المصفوفة التالية:

$$M = \begin{pmatrix} 4v_1^2(\lambda_1 + \lambda_3) + v_2^2\lambda_5 & (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 \\ (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 & 4v_2^2(\lambda_2 + \lambda_3) + v_2^2\lambda_5 \end{pmatrix} \quad (2-32)$$

يتم تحديد الزوايا β و α كما يلي:

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} \quad (2-33)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2M_{12}}{\sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}} \quad (2-34)$$

$$\cos 2\alpha = \frac{M_{11} - M_{22}}{\sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}} \quad (2-35)$$

في الحدود الدنيا لدينا:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad (2-36)$$

ما يسمح بتعيين قيمة v كما يلي:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 2^{-3/4} G_F^{-1/2} \sim 174 \text{ GeV} \quad (2-37)$$

2-1-2 تفاعل البوزونات المعيارية مع مكونات المادة

دالة Lagrangien للفرميونات تمثل تفاعل هذه الأخيرة مع البوزونات المعيارية، على سبيل المثال تفاعل

اللبتونات حيث نحصل على النتائج التالية [4]:

$$\mathcal{L}_{\text{Lepton}} = i\bar{L}\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\sigma}}{2}\vec{W} + \frac{i}{2}g'B_\mu \right) L + i\bar{e}_R\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B_\mu) e_R \quad (2-38)$$

عند تفاعل اللبتونات مع البوزونات المعيارية نحصل على نوعين من التفاعلات، أولاً التيار المشحون الضعيف (CC)

مرتبط بالبوزون W والذي يكتب على الشكل:

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}\gamma^\mu (1 - \gamma_5) e W_\mu^+ + \text{hc} \quad (2-39)$$

أما الجزء الثاني فيمثل التفاعل الكهرومغناطيسي:

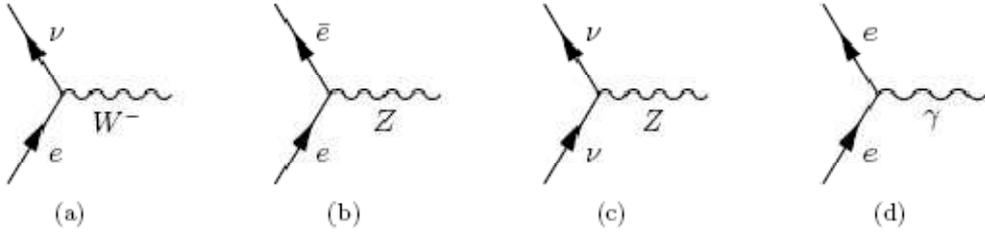
$$\mathcal{L}_{\text{el-mag}} = -\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{e}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) e A^\mu \quad (2-40)$$

كما نحصل على العلاقة بين الشحنة e وثابت الربط موافقة لـ:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g \sin \theta_w \quad (2-41)$$

الجزء الأخير يمثل تفاعل التيار المثالي الضعيف (NC) مع البوزون الحيادي Z والذي يوافق:

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{g}{2 \cos \theta_w} \left(\frac{1}{2} \bar{\nu} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu + \bar{e} \gamma^\alpha \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w + \frac{1}{2} \gamma_5 \right) e \right) Z_\alpha \quad (2-42)$$



المنحنى 1-2: تفاعل البوزونات المعيارية مع اللبتونات

2-2-1-2 التفاعل الذاتي للبوزونات المعيارية (self-interaction)

نحصل على هذا الارتباط انطلاقاً من المعادلة (2-4)، حيث من السهل إثبات وجود حدود من الدرجة الثالثة

والرابعة لحقول البوزونات المعيارية (الشعاعية). الحدود الثلاثية تعطى من الشكل:

$$\mathcal{L}_{WW\gamma} = -ie \left(A_\mu W_\nu^- \partial^\mu W^{+\nu} + W_\mu^- W_\nu^+ \partial^\mu A^\nu + W_\mu^+ A_\nu \partial^\mu W^{-\nu} \right) \quad (2-43)$$

$$\mathcal{L}_{WWZ} = -ig \cos \theta_w \left(Z_\mu W_\nu^- \partial^\mu W^{+\nu} + W_\mu^- W_\nu^+ \partial^\mu Z^\nu + W_\mu^+ Z_\nu \partial^\mu W^{-\nu} \right) \quad (2-44)$$

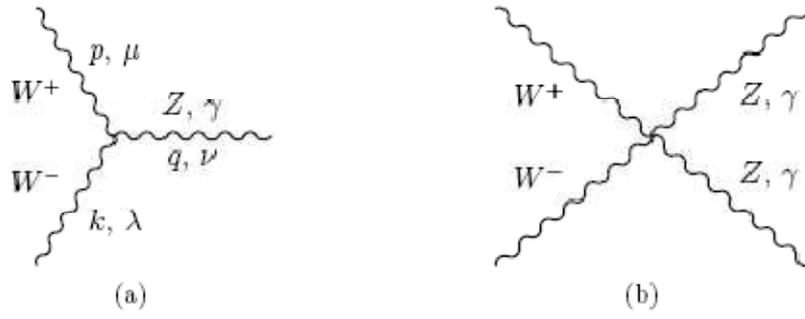
في حين الحدود من الدرجة الرابعة معطاة كما يلي:

$$\mathcal{L}_{WWW} = \frac{1}{2} g^2 \left(W_\mu^- W^{+\mu} W_\nu^+ W^{-\nu} - W_\mu^- W^{+\mu} W_\nu^- W^{+\nu} \right) \quad (2-45)$$

$$\mathcal{L}_{WW\gamma\gamma} = -e^2 \left(W_\mu^- W^{+\mu} A_\nu A^\nu - W_\mu^- A^\mu W_\nu^+ A^\nu \right) \quad (2-46)$$

$$\mathcal{L}_{WWZZ} = -g^2 \cos^2 \theta_w \left(W_\mu^- W^{+\mu} Z_\nu Z^\nu - W_\mu^- Z^\mu W_\nu^+ Z^\nu \right) \quad (2-47)$$

$$\mathcal{L}_{WWZ\gamma} = g^2 \sin \theta_w \cos \theta_w \left(-2 W_\mu^- W^{+\mu} A_\nu Z^\nu - W_\mu^- Z^\mu W_\nu^+ A^\nu + W_\mu^- A^\mu W_\nu^+ Z^\nu \right) \quad (2-48)$$



المنحنى 2-2: التفاعل الذاتي للبوزونات المعيارية

3-2-1-2 تفاعل بوزونات Higgs

نتطرق بداية إلى التفاعل الذاتي لهذه الجسيمات والذي نحصل عليه من دالة الكمون المعادلة (2-7):

$H^\pm H^\mp H^0$	$\frac{-g}{M_w \sin 2\beta} \left[\left(m_{H^\pm}^2 - m_{A^0}^2 + \frac{1}{2} m_{H^0}^2 \right) \sin 2\beta \cos(\beta - \alpha) + \left(m_{A^0}^2 - m_{H^0}^2 \right) \cos 2\beta \sin(\beta - \alpha) \right]$
$H^\pm H^\mp h^0$	$\frac{-g}{M_w \sin 2\beta} \left[\left(m_{H^\pm}^2 - m_{A^0}^2 + \frac{1}{2} m_{h^0}^2 \right) \sin 2\beta \sin(\beta - \alpha) + \left(m_{h^0}^2 - m_{A^0}^2 \right) \cos 2\beta \cos(\beta - \alpha) \right]$
$h^0 h^0 H^0$	$-\frac{g \cos(\beta - \alpha)}{2M_w \sin 2\beta} \left[\left(2m_{h^0}^2 + m_{H^0}^2 \right) \sin 2\alpha - m_{A^0}^2 (3 \sin 2\alpha - \sin 2\beta) \right]$
$A^0 A^0 H^0$	$-\frac{g}{M_w \sin 2\beta} \left[m_{H^0}^2 \sin 2\beta \cos(\beta - \alpha) + 2 \left(m_{H^0}^2 - m_{A^0}^2 \right) \cos 2\beta \sin(\beta - \alpha) \right]$
$A^0 A^0 h^0$	$-\frac{g}{M_w \sin 2\beta} \left[m_{h^0}^2 \sin 2\beta \sin(\beta - \alpha) + 2 \left(m_{h^0}^2 - m_{A^0}^2 \right) \cos 2\beta \cos(\beta - \alpha) \right]$

الجدول 1-2: قواعد Feynman للتفاعل الذاتي لبوزونات Higgs من الدرجة الثالثة

تفاعل حقول Higgs مع البوزونات الشعاعية نحصل عليه من حد \mathcal{L}_{Kin} المعادلة (2-2) و يوافق:

$$\mathcal{L}_{\text{WHH}} = \frac{ig}{2} W_\mu^+ \begin{pmatrix} G_1^+ \\ H_2^+ \end{pmatrix} \partial_\mu \left[R(\beta - \alpha) \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} \right] + \text{hc} \quad (2-49)$$

$$\mathcal{L}_{\text{wWH}} = gM_w W^2 (\cos(\beta - \alpha) \sin(\beta - \alpha)) \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} \quad (2-50)$$

بالإضافة إلى تفاعل حقول Higgs مع الكواركات:

$$\begin{Bmatrix} \mathfrak{F}_{Htb}^1 \\ \mathfrak{F}_{Htb}^2 \end{Bmatrix} = \frac{gV_{tb}}{\sqrt{2}M_W} H^{-} \bar{b} \left[m_t \cot \beta P_R + m_b \begin{Bmatrix} -\cot \beta \\ \tan \beta \end{Bmatrix} P_L \right] t + hc \quad (2-54)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathfrak{F}_{hq}^1 \\ \mathfrak{F}_{hq}^2 \end{Bmatrix} = \frac{-gm_b}{2M_W} \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{Bmatrix} \bar{b} \left[h^0 \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{Bmatrix} + H^0 \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{Bmatrix} \right] b \\ + \frac{igm_b}{2M_W} \begin{Bmatrix} -\cot \beta \\ \tan \beta \end{Bmatrix} \bar{b} \gamma_5 b A^0 + \frac{igm_t}{2M_W \tan \beta} \bar{t} \gamma_5 t A^0 \quad (2-55) \\ + \frac{-gm_t}{2M_W \sin \beta} \bar{t} [h^0 \cos \alpha + H^0 \sin \alpha] t$$

2-2 الهندسة غير التبديلية NCG

رغم النجاحات المحققة من قبل النظريات الفيزيائية التي تعبر عن التفاعلات الرئيسية إلا أن المشاكل التي واجهتها جعلت التفكير يتغير نحو تعميم الهندسة الكلاسيكية إلى هندسة غير تبديلية محاولة الإجابة عن الأسئلة المطروحة على المستوى الكلاسيكي. وضع Alain Connes [11]-[20] الرؤية الأولى لهذه الهندسة من أجل دراسة النموذج الموحد للتفاعل الكهروضعيف، وقد استعمل تفسيراً جديداً لحقول Higgs ومعاملته على شكل كمون في الفضاء المنقطع. هذه الهندسة تعتمد على فضاء زمني موسع هو الجداء الثونسوري Produit Tensoriel لفضاء زمني مستمر وفضاء منقطع من الدرجة الثانية مع انكسار وحيد للتناظر ليعمم في الأخير إلى نظريات أخرى تحتاج إلى أكثر من انكسار للتناظر وإلى فضاء منقطع ذو درجات أعلى.

1-2-2 عناصر الهندسة غير التبديلية

1-1-2-2 الفضاء غير التبديلي

يعبر عن الفضاء الزمني للهندسة غير التبديلية بالجبر A الناتج عن الجداء الثونسوري لجبر الدوال المستمرة

$$C^\infty(X) \text{ والجبر الداخلي } \tilde{A}.$$

$$A = C^\infty(X) \otimes \tilde{A} \quad (2-56)$$

(1) جبر الدوال المستمرة $C^\infty(X)$

تعتمد الهندسة غير التبديلية على نظرية Gelfand في استبدال الفضاء الثبولوجي X بالجبر $C^\infty(X)$. إن

اختيار الجبر $C^\infty(X)$ لم يكن الاختيار الوحيد الممكن، إذ كان من الممكن اختيار الجبر $C^0(X)$ والذي بدوره يحمل

كل المعلومات عن البنية التفاضلية للفضاء التوبولوجي X . لكن اختيارنا للجبر $C^\infty(X)$ يكمن في كونه يملك عدة اشتقاقات ممكنة والتي تمكن من تمثيل الحقول الشعاعية في X .

(2) الجبر الداخلي \tilde{A}

وهو عبارة عن جبر تجميعي موحد ذو بعد منتهي مزود بعملية داخلية $*$ تحقق الخواص الآتية:

$$\begin{aligned} (a+b)^* &= a^* + b^*, \quad (ab)^* = b^* a^*, \quad \forall a, b \in \tilde{A} \\ (\lambda a)^* &= \lambda^* a^*, \quad (a^*)^* = a, \quad \forall a \in \tilde{A}, \forall \lambda \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (2-57)$$

عموماً \tilde{A} يمثل جبر المصفوفات المركبة $M_n(\mathbb{C})$ ذات البعد $n \times n$ ، يتم اختياره بحيث تكون زمرة التناظر G عبارة عن تماثل Isomorphe مع زمرة عنصر الوحدة للجبر الداخلي \tilde{A} .

$$G = \{a \in \tilde{A}, aa^* = a^*a = 1\} \quad (2-58)$$

في حين تمثل الزمرة المعيارية الموضعية بـ:

$$g = C^\infty(X) \otimes G \quad (2-59)$$

إن مبدأ التناظر المعياري له علاقة مع الهندسة غير التبادلية، فزمرة التناظر G تمثل الزمرة الموحدة لجبر هذه الهندسة \tilde{A} . من الناحية الفيزيائية يفرض الصمود المعياري انعدام التباعد اللوغاريتمي الذي ليس له معنى فيزيائي وكذلك انحفاظ التيار الموضعي $J^\mu(x)$.

2-1-2-2 فضاء Hilbert H

فضاء Hilbert H هو عبارة عن الجداء التونسوري لفضاء السبين S وفضاء Hilbert العادي \tilde{H} .

$$H = S \otimes \tilde{H} \quad (2-60)$$

هذا الأخير ناتج عن الجمع المباشر لفضائين \tilde{H}_L و \tilde{H}_R لهما استقطاب يساري ويميني على التوالي. أي:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \tilde{H}_L \oplus \tilde{H}_R \\ \tilde{H}_{L,R} &= \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5) \end{aligned} \quad (2-61)$$

3-1-2-2 مؤثر Dirac D

وهو مؤثر ارميتي $D^+ = D$ يعرف بالعبارة:

$$D = \partial \otimes 1 + \gamma_5 \otimes \tilde{D} \quad (2-62)$$

حيث ∂ و \tilde{D} يمثلان مؤثرا Dirac لفضاء السبين S والفضاء الداخلي \tilde{A} .

4-1-2-2 تمثيل الجبر A خلال فضاء Hilbert H

إن تمثيل الجبر A في فضاء Hilbert H والمتمثل في ρ يوافق:

$$\rho = - \otimes \tilde{\rho} \quad (2-63)$$

حيث $\tilde{\rho}$ تمثيل \tilde{A} خلال فضاء Hilbert \tilde{H} وهو عبارة عن تمثيل تقابلي Bijectif:

$$\tilde{\rho}: \tilde{A} \rightarrow \beta(\tilde{H})$$

هنا $\beta(\tilde{H})$ يمثل جبر المؤثرات المحدودة في \tilde{H} . تجدر الإشارة أن التمثيل $\tilde{\rho}$ له الخواص التالية:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(a+b) &= \tilde{\rho}(a) + \tilde{\rho}(b), \quad \tilde{\rho}(ab) = \tilde{\rho}(a)\tilde{\rho}(b) \quad \forall a, b \in \tilde{A} \\ \tilde{\rho}(\lambda a) &= \lambda \tilde{\rho}(a), \quad \tilde{\rho}(a^*) = \tilde{\rho}(a)^* \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall a \in \tilde{A} \end{aligned} \quad (2-64)$$

5-1-2-2 مؤثر الاستقطاب Chiralité χ

يأخذ مؤثر الاستقطاب الشكل الآتي:

$$\chi = \gamma_5 \otimes \tilde{\chi} \quad (2-65)$$

حيث γ_5 و $\tilde{\chi}$ هما مؤثرا الاستقطاب لفضاء السبين S والفضاء الداخلي \tilde{A} . مع الإشارة أن $\tilde{\chi}$ يملك الخواص التالية:

$$\begin{aligned} \tilde{\chi} &= \tilde{\chi}^+, \quad \tilde{\chi}^2 = 1 \\ \chi \tilde{D} &= -\tilde{D} \tilde{\chi} \\ \tilde{\chi} \tilde{\rho}(a) &= \tilde{\rho}(a) \tilde{\chi}, \quad \forall a \in \tilde{A} \end{aligned} \quad (2-66)$$

كل هذه العناصر تدخل في تشكيل الحلقة $K(A, H, D, \rho, \chi)$ والتي تمثل ركن أساسي في بناء الهندسة غير التبديلية.

6-1-2-2 الجبر التفاضلي $\Omega(A)$

يتم تحديده انطلاقاً من عناصر الجبر A على الشكل [11]:

$$\begin{aligned} \Omega(A) &= \bigoplus_{p \geq 0} \Omega^p(A) \\ \Omega^0(A) &= A \\ \Omega^1(A) &= \left\{ \sum_i a_0^i \delta a_1^i, a_0^i, a_1^i \in A \right\} \\ &\vdots \\ \Omega^p(A) &= \left\{ \sum_i a_0^i \delta a_1^i \dots \delta a_p^i, a_0^i, a_1^i, \dots, a_p^i \in A \right\} \end{aligned} \quad (2-67)$$

ونستطيع الحصول على الجبر التفاضلي من النوع P+1-form انطلاقاً من عناصر الجبر التفاضلي من

النوع P-form وذلك باستعمال المؤثر التفاضلي δ المعروف كما يلي:

$$\begin{aligned}\delta: \Omega^p(A) &\rightarrow \Omega^{p+1}(A) \\ \omega &\rightarrow \delta(\omega)\end{aligned}\quad (2-68)$$

والذي يملك الخواص التالية:

$$\begin{aligned}\delta(1) &= 0 \\ \delta^2 &= 0 \\ \delta(a_0^i a_1^i) &= (\delta a_0^i) a_1^i + a_0^i (\delta a_1^i) \\ \delta(a_0^i \delta a_1^i \dots \delta a_p^i) &= \delta a_0^i \delta a_1^i \dots \delta a_p^i\end{aligned}\quad (2-69)$$

نسمي الجبر التفاضلي $\Omega(A)$ بالجبر التصاعدي المزود بالعملية π والمعرفة كما يلي:

$$\begin{aligned}\pi: \Omega(A) &\rightarrow \text{End}(H) \\ \omega &\rightarrow \pi(\omega) \\ \pi(a_0^i \delta a_1^i \dots \delta a_p^i) &= \rho(a_0^i) [-iD, \rho(a_1^i)] \dots [-iD, \rho(a_p^i)]\end{aligned}\quad (2-70)$$

نستطيع تعريف المؤثر التفاضلي δ في الفضاء $\pi(\Omega(A))$ على الشكل:

$$\begin{aligned}\delta: \pi(\Omega(A)) &\rightarrow \pi(\Omega(A)) \\ \pi(\omega) &\rightarrow \delta(\pi(\omega)) = \pi(\delta(\omega))\end{aligned}\quad (2-71)$$

إن استعمال الجبر التفاضلي $\pi(\Omega(A))$ أدى إلى ظهور حالات غير فيزيائية ω أين يكون $\pi(\omega) = 0$ وهذا لا يستلزم حتماً أن $\delta\pi(\omega) = \pi(\delta\omega) = 0$ ، هذه الحالات يطلق عليها اسم الحقول غير الفيزيائية (Junks form) أو الجبر التفاضلي الإضافي *Algèbre différentielle auxiliaire*. مما يستوجب عزلها عن باقي الجبر التفاضلي، أي:

$$\Omega_D(A) = \frac{\Omega(A)}{J} \quad (2-72)$$

نعرف الحقل غير الفيزيائي $Aux = J$ حيث:

$$\begin{aligned}J &= \bigoplus_{p \geq 0} J^p \\ J^p &= (\text{Ker}\pi)^p + \delta(\text{Ker}\pi)^{p-1}\end{aligned}\quad (2-73)$$

نسمي $\Omega_D(A)$ الجبر التفاضلي القانوني المعرف بالعلاقة التالية:

$$\begin{aligned}
\Omega_D(A) &= \bigoplus_{p \geq 0} \Omega_D^p(A) \approx \frac{\pi(\Omega(A))}{\pi(J)} \\
\Omega_D^0(A) &= \pi(\Omega^0(A)) = A \\
\Omega_D^1(A) &= \pi(\Omega^1(A)) \\
\Omega_D^2(A) &= \frac{\pi(\Omega^2(A))}{\pi(\delta(\text{Ker}\pi)^1)} \\
&\vdots \\
\Omega_D^p(A) &= \frac{\pi(\Omega^p(A))}{\pi(\delta(\text{Ker}\pi)^{p-1})}
\end{aligned} \tag{2-74}$$

في النموذج المعياري نستعمل الجبر التفاضلي من النوع-1 $\Omega_D^1(A)$ وكذلك الجبر التفاضلي من النوع-2 $\Omega_D^2(A)$ ، حيث نربط الكمون بعناصر الجبر التفاضلي من النوع-1 في حين تمثل عناصر الجبر التفاضلي من النوع-2 حقل القوى. نلاحظ هنا أن الهندسة غير التبديلية أكثر إقناعاً من غيرها وذلك لطريقة ارتباطها مع عناصر النموذج، فالجبر التفاضلي بصفة عامة له علاقة مع البوزونات المعيارية بما فيها حقول Higgs في حين فضاء السبين متعلق بالجسيمات الأولية أو فرميونات النموذج.

2-3 النموذج المعياري في الهندسة غير التبديلية

نجح Alain Connes في وضع أسس الهندسة غير التبديلية التي أعطت تفسيراً هندسياً للنموذج المعياري، والذي يعتمد على إدخال حقول Higgs بطريقة اضطرارية من أجل كسر التناظر، هذه الأخيرة لا يزال العمل متواصل من أجل إثبات وجودها. لتتوالى بعد ذلك مجموعة من الأعمال في هذه الهندسة من قبل Sitarz، Coquereaux [15]، Chamseddine-Frohlich [21]-[24] وآخرين. نتطرق من خلال هذا الجزء إلى النموذج الموضوع من قبل Chamseddine و Frohlich في الهندسة غير التبديلية مع اختلاف بسيط في نوع الدراسة. لقد استعمل هذا الأخير الجبر $M_2(C)$ لتمثيل الزمرة $U(2)$ مع الأخذ بعين الاعتبار شرط الإسقاط الأحادي $\text{Tr}\Gamma\pi(\omega) = 0$ من أجل العودة إلى الزمرة $SU(2)$. بالإضافة إلى استعماله لمعادلات الحركة من أجل التخلص من الحقول غير الفيزيائية [21]. في حين نستعمل من خلال دراستنا هذه جبر الكواتيرنيون H Quaternion ممثلاً لجبر الزمرة $SU(2)$ وخاصة تعامد عناصر الجبر $\pi(\Omega^2(A))$ مع عناصر الجبر التفاضلي غير الفيزيائي Aux^2 مما يمكننا من تحديد عناصر الجبر القانوني $\Omega_D^2(A)$ وبالتالي إزالة الحقول غير الفيزيائية.

2-3-1 الجبر A

ليكن الجبر الممثل للزمرة المعيارية $U(1) \otimes SU(2)$ الموافق لـ:

$$A = C^\infty(X) \otimes (H \oplus C) = C^\infty(X, H) \oplus C^\infty(X, C) \tag{2-75}$$

حيث C و H يمثلان جبر الأعداد المركبة والكواتيرنيون على التوالي. مع العلم أن جبر الكواتيرنيون H معرف بمصفوفات ذات بعد 2×2 تحقق ما يلي:

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}, x, y \in C \right\} \quad (2-76)$$

2-3-2 فضاء Hilbert H

يمثل فضاء Hilbert H بـ:

$$H = H_L \oplus H_R = S \otimes (C^2 \otimes C^N \oplus (C+C) \otimes C^N) \quad (2-81)$$

حيث N هو عدد العائلات المستعمل في هذا النموذج.

3-3-2 مؤثر Dirac D

وهو عبارة عن مؤثر له الشكل التالي:

$$D = \begin{pmatrix} \gamma^\mu \otimes \partial_\mu \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes M_{12} \otimes K_{12} \\ \gamma_5 \otimes M_{21} \otimes K_{21} & \gamma^\mu \otimes \partial_\mu \otimes 1_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^\mu \partial_\mu & \gamma_5 M_{12} K_{12} \\ \gamma_5 M_{21} K_{21} & \gamma^\mu \partial_\mu \end{pmatrix} \quad (2-79)$$

كون هذا المؤثر ارميتي $D = D^+$ يفرض شروط على المصفوفات $K_{mn}, M_{mn}, m \neq n = 1, 2$ متمثلة في:

$$\begin{aligned} K_{mn}^* &= K_{nm} \\ M_{mn}^* &= M_{nm}, m \neq n = 1, 2 \end{aligned} \quad (2-79)$$

مع العلم أن مصفوفات Dirac γ^μ لها الخواص الآتية:

$$\begin{aligned} (\gamma^\mu)^* &= -\gamma^\mu, \mu = \overline{1,4}, \gamma_5^* = \gamma_5 = \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^4 \\ \gamma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu], \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\delta^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2-80)$$

4-3-2 التمثيل ρ للجبر A في فضاء Hilbert H

إحدى التمثيلات الممكنة للجبر A في الفضاء H هي:

$$\begin{aligned} \rho: A &\rightarrow \beta(H) \\ f &\rightarrow \rho(f) = \pi(f) = \text{diag}(f_1, f_2) \end{aligned} \quad (2-77)$$

حيث:

$$f_i \leftrightarrow 1_4 \otimes f_i \otimes 1_N, i = 1, 2, f_1 \in H, f_2 \in C \quad (2-78)$$

حيث $\beta(H)$ يمثل جبر المؤثرات المحدودة في H.

2-3-5 الجبر التفاضلي من النوع-1

انطلاقاً من عناصر الجبر A نقوم بتحديد الجبر التفاضلي $\Omega_D^P(A)$ التصاعدي وذلك بداية بالجبر التفاضلي

من النوع-1:

$$\Omega^1_D \approx \pi(\Omega^1(A)) = \left\{ \pi(\omega) = \sum_i \alpha^i \delta \beta^i = \sum_i \pi(\alpha^i) [D, \pi(\beta^i)] \mid \alpha^i, \beta^i \in A \right\} \quad (2-82)$$

حيث:

$$\pi(\omega) = \begin{pmatrix} \gamma^\mu \otimes \omega_\mu^1 \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes \phi_{12} \otimes K_{12} \\ \gamma_5 \otimes \phi_{21} \otimes K_{21} & \gamma^\mu \otimes \omega_\mu^2 \otimes 1_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma^\mu \omega_\mu^1 & \gamma_5 \phi_{12} K_{12} \\ \gamma_5 \phi_{21} K_{21} & \gamma^\mu \omega_\mu^2 \end{pmatrix} \quad (2-83)$$

نذكر أن الحقول السلمية ϕ_{mn} والشعاعية ω_μ^m على الترتيب تأخذ الشكل التالي:

$$\phi_{mn} = \sum_i \alpha_m^i M_{mn} \beta_n^i - M_{mn}, \quad m \neq n = 1, 2, \quad \sum_i \alpha_1^i \beta_1^i = \sum_i \alpha_2^i \beta_2^i = 1 \quad (2-84)$$

$$\omega_\mu^m = \sum_i \alpha_m^i \partial_\mu \beta_m^i, \quad m = 1, 2$$

ولكون $\pi(\omega)$ ينتمي إلى فضاء ارميتي يكون لدينا:

$$\begin{aligned} \phi_{mn}^* &= \phi_{mn} \\ (\omega_\mu^m)^* &= -\omega_\mu^m \end{aligned} \quad (2-85)$$

2-3-6 الجبر التفاضلي من النوع-2

عناصر الجبر التفاضلي من النوع-2 تعطى بـ:

$$\pi(\Omega^2(A)) = \left\{ \pi(C) = \pi(\delta\omega) + \pi(\omega^2), \quad \omega \in \Omega^1_D(A) \right\} \quad (2-86)$$

في حين تعطى عناصر المصفوفة $\pi(\delta\omega)$ على الشكل:

$$\pi(\delta\omega) = \pi\left(\sum_i \delta\alpha^i \delta\beta^i\right) = \sum_i [D, \pi(\alpha^i)] [D, \pi(\beta^i)] \quad (2-88)$$

انطلاقاً مما سبق نجد:

$$\begin{aligned} \pi(C)_{11} &= \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^1 + \left[|\phi_{12}|^2 + \phi_{12} M_{21} + M_{12} \phi_{21} \right] K_{12} K_{21} - \gamma^\mu \gamma^\nu X_{\mu\nu}^1 \\ \pi(C)_{22} &= \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^2 + \left[|\phi_{21}|^2 + \phi_{21} M_{12} + M_{21} \phi_{12} \right] K_{21} K_{12} - \gamma^\mu \gamma^\nu X_{\mu\nu}^2 \\ \pi(C)_{12} &= -\gamma^5 \gamma^\mu D_\mu (\phi_{12} + M_{12}) K_{12} \\ \pi(C)_{21} &= -\gamma^5 \gamma^\mu D_\mu (\phi_{21} + M_{21}) K_{21} \end{aligned} \quad (2-88)$$

حيث:

$$F_{\mu\nu}^m = \partial_\mu \omega_\nu^m - \partial_\nu \omega_\mu^m + [\omega_\mu^m, \omega_\nu^m]$$

$$X_{\mu\nu}^m = \sum_i \alpha_m^i \partial_\mu \partial_\nu \beta_m^i + \partial_\mu \omega_\nu^m + \omega_\mu^m \omega_\nu^m, \quad m = 1, 2 \quad (2-91)$$

$$D_\mu (\phi_{mn} + M_{mn}) = \partial_\mu (\phi_{mn} + M_{mn}) + \omega_\mu^m (\phi_{mn} + M_{mn}) - (\phi_{mn} + M_{mn}) \omega_\mu^n, \quad m \neq n = 1, 2$$

علما أن المصفوفات M_{mn} لا تتعلق بمركبات الفضاء الزمني-المكاني $x^\mu, \mu = \overline{1, 4}$.

< الجبر التفاضلي غير الفيزيائي Aux^2

يعرف الجبر التفاضلي غير الفيزيائي انطلاقا من العناصر $\pi(\delta\omega)$ كما يلي:

$$Aux^2 = \{\pi(\delta\omega)/\pi(\omega) = 0 \Leftrightarrow \omega_\mu^1 = \omega_\mu^2 = 0, \phi_{12} = \phi_{21} = 0\} \quad (2-92)$$

بعد التبسيط نحصل على الشكل التالي:

$$Aux^2 = \begin{pmatrix} \gamma^\mu \gamma^\nu X_{\mu\nu}^{(1)} + Y^{(1)} K K^* & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \gamma^\nu X_{\mu\nu}^{(2)} + Y^{(2)} K K^* \end{pmatrix} \quad (2-93)$$

حيث:

$$X_{\mu\nu}^{(m)} = \sum_i \alpha_m^i \partial_\mu \partial_\nu \beta_m^i, \quad m = 1, 2$$

$$Y^{(m)} = \sum_i \alpha_m^i \left[|M_{mp}|^2, \beta_m^i \right], \quad K_{12} = K, \quad K_{21} = K^* \quad (2-94)$$

نشير هنا أن اختيار Chamseddine-Frohlich من أجل النموذج المعياري يوافق:

$$M_{12} = \mu S = \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad M_{21} = \mu^* \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mu \in \mathbb{C}$$

$$|M_{12}|^2 = |\mu|^2, \quad |M_{21}|^2 = |\mu|^2 T = \frac{|\mu|^2}{2} (1_2 - \tau_3) \quad (2-95)$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

وينتج عن ذلك:

$$X_{\mu\nu}^{(1)} = h_{\mu\nu}, \quad h = \sum_i \alpha_1^i \partial^2 \beta_1^i \in H$$

$$X_{\mu\nu}^{(2)} = x_{\mu\nu}, \quad x = \sum_i \alpha_2^i \partial^2 \beta_2^i \in C \quad (2-96)$$

$$Y^{(1)} = |\mu|^2 i h', \quad h' = \sum_i \alpha_1^i [i \tau_3, \beta_1^i] \in H$$

$$Y^{(2)} = 0$$

< الجبر التفاضلي القانوني $\Omega_D^2(A)$

عناصر الجبر التفاضلي القانوني $\Omega_D^2(A)$ والمتعامد مع الحقول غير الفيزيائية تعطى بـ:

$$\Omega_D^2(A) = \frac{\pi(\Omega^2(A))}{\text{Aux}^2} \quad (2-97)$$

بعد حسابات مباشرة نحصل على:

$$\begin{aligned} \pi(C)_{11} &= \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^1 + |\mu|^2 (\varphi^* \varphi - 1) \text{KK}^* + \gamma^\mu \gamma^\nu \frac{|\mu|^2}{2N} \text{Tr} \text{KK}^* (\varphi^* \varphi - 1)_{\mu\nu} \\ \pi(C)_{22} &= \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^2 + |\mu|^2 (\varphi^* \varphi - 1) \text{K}^* \text{K} + \gamma^\mu \gamma^\nu \frac{|\mu|^2}{N} \text{Tr} \text{KK}^* (\varphi^* \varphi - 1)_{\mu\nu} \\ \pi(C)_{12} &= -\gamma^5 \gamma^\mu \mu (D_\mu \varphi) \text{K} \\ \pi(C)_{21} &= -\gamma^5 \gamma^\mu \mu^* (D_\mu \varphi)^* \text{K}^* \end{aligned} \quad (2-98)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \varphi &= \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \\ F_{\mu\nu}^1 &= \partial_\mu \omega_\nu^1 - \partial_\nu \omega_\mu^1 + [\omega_\mu^1, \omega_\nu^1] \\ F_{\mu\nu}^2 &= \partial_\mu \omega_\nu^2 - \partial_\nu \omega_\mu^2 \end{aligned} \quad (2-99)$$

7-3-2 الفعل البوزوني

في الهندسة غير التبديلية يتم تحديد الفعل البوزوني \mathfrak{S}_B انطلاقاً من الجداء السلمي لعناصر الجبر التفاضلي

القانوني $\Omega_D^2(A)$ كما يلي:

$$\mathfrak{S}_B = \frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{g} \text{Tr}(\text{tr} C^* C) \quad (2-100)$$

باستعمال خواص مجموع العناصر القطرية Tr نحصل على:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_B &= -\frac{N}{2} F_{\mu\nu}^1 F_1^{\mu\nu} - \frac{N}{2} F_{\mu\nu}^2 F_2^{\mu\nu} + 2|\mu|^2 \text{Tr} \text{KK}^* (D_\mu \varphi)^* (D^\mu \varphi) \\ &+ \frac{3}{4} |\mu|^2 \left(\text{Tr}(\text{KK}^*)^2 - \frac{1}{N} (\text{Tr} \text{KK}^*)^2 \right) (\varphi^* \varphi - 1)^2 \end{aligned} \quad (2-101)$$

مع العلم أن N يمثل عدد العائلات. نشير هنا بان \mathfrak{S}_B صامد بالتحويلات المعيارية في الهندسة غير التبديلية. الآن

انطلاقاً من الفعل البوزوني \mathfrak{S}_B يمكن تحديد ما يلي:

2-3-7-1 البوزونات المعيارية

كما هو الحال في الهندسة الكلاسيكية، يمكن إدخال حقل Higgs ϕ الذي يأخذ قيمة عند الفراغ $\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix}$

ويكسر تناظر الزمرة المعيارية $U(1) \otimes SU(2)_L$ لنحصل في الأخير على تناظر متبقي $U(1)_{em}$ يضمن وجود ثلاث حقول شعاعية W^\pm و Z ذات كتل وبقاء حقل وحيد عديم الكتلة A هو وسيط التفاعل الكهرومغناطيسي. ويتم ذلك عبر المراحل التالية:

(1) المرحلة الأولى

يعطى الحد الحركي لحقل Higgs بالعلاقة:

$$\mathcal{S}_{kin} = 2|\mu|^2 \text{Tr} KK^* (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) \quad (2-102)$$

من أجل العودة إلى الحالة الكلاسيكية، نقوم بتعريف حقل جديد ϕ' حيث:

$$\phi = \alpha \phi', |\alpha|^{-2} = 2|\mu|^2 \text{Tr} KK^* \quad (2-103)$$

لنحصل في الأخير على:

$$\mathcal{S}_{kin} = (D_\mu \phi')^* (D^\mu \phi') \quad (2-104)$$

(2) المرحلة الثانية

الحقول الشعاعية لهذا النموذج تأخذ الشكل التالي:

$$\omega_\mu^1 = \frac{i}{2} g A_\mu^a \tau_a - \frac{i}{2} g' B_\mu, a = \overline{1,3} \quad (2-105)$$

$$\omega_\mu^2 = -ig' B_\mu$$

حيث g و g' تمثل ثوابت الربط للزمرة $SU(2)$ و $U(1)$ على الترتيب، $\tau_a, a = \overline{1,3}$ مصفوفات Pauli، كنتيجة لذلك عبارة المشتقة وحيدة التغير D_μ تعطى كما يلي:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} g A_\mu^a \tau_a + \frac{i}{2} g' B_\mu \quad (2-106)$$

بالإضافة إلى استعمال تعريف الحقول المعيارية:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (2-107)$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

3 المرحلة الثالثة

نقوم باستبدال الحقل ϕ' بحقل آخر $\langle \phi \rangle + \phi'$ في المعادلة (2-104) بالإضافة إلى التخلص من الحدود غير الفيزيائية. بعد الانكسار التلقائي للتناظر تكسب البوزونات المعيارية كتل مختلفة تأخذ العبارات الآتية:

$$\begin{aligned} M_W^2 &= g^2 |\mu|^2 \text{Tr} \mathbf{K} \mathbf{K}^* \\ M_Z^2 &= (g^2 + g'^2) |\mu|^2 \text{Tr} \mathbf{K} \mathbf{K}^* \\ M_A^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2-108)$$

2-7-3-2 حقل Higgs

انطلاقاً من علاقة الفعل البوزوني (2-101) وإعادة تعريف حقل Higgs (2-103) نخلص إلى عبارة كمون

Higgs كما يلي:

$$V(\phi^*, \phi) = \frac{3}{4} |\mu|^2 \left(\text{Tr}(\mathbf{K} \mathbf{K}^*)^2 - \frac{1}{N} (\text{Tr} \mathbf{K} \mathbf{K}^*)^2 \right) \left(|\alpha|^2 \phi^* \phi - 1 \right)^2 \quad (2-109)$$

التنائية ϕ' توافق:

$$\phi' = \begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ H + i\phi_3 \end{pmatrix} \quad (2-110)$$

يمثل H حقل Higgs الحيادي والحقيقي بكتلة معطاة بـ:

$$M_H^2 = \frac{3}{4} |\mu|^2 (\text{Tr} \mathbf{K} \mathbf{K}^*)^{-1} \left(\text{Tr}(\mathbf{K} \mathbf{K}^*)^2 - \frac{1}{N} (\text{Tr} \mathbf{K} \mathbf{K}^*)^2 \right) \quad (2-111)$$

3-7-3-2 حد Yang-Mills وزاوية Weinberg θ_w

حد Yang-Mills لهذا النموذج يوافق:

$$\mathcal{S}_{YM} = -\frac{N}{2} F_{\mu\nu}^1 F_1^{\mu\nu} - \frac{N}{2} F_{\mu\nu}^2 F_2^{\mu\nu} \quad (2-112)$$

باستعمال التحويلات (2-105) نحصل على:

$$\mathcal{S}_{YM} = -\frac{N}{2} g^2 f_{\mu\nu} f^{\mu\nu} - \frac{5N}{8} g'^2 B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2-113)$$

وينتج عن ذلك:

$$g^2 = (2N)^{-1}, \quad g'^2 = (2.5N)^{-1} \quad (2-114)$$

ثم انطلاقاً من تعريف زاوية Weinberg θ_w نحصل على:

$$\text{Sin}^2 \theta_w = 0.44 \quad (2-115)$$

2-3-8 الفعل الفرميوني

في الهندسة غير التبديلية يعطى الفعل الفرميوني بالجاء السلمي التالي:

$$\mathcal{S}_{\text{Fer}} = \langle \psi, (D + i\pi(\omega))\psi \rangle = \int d^4x \bar{\psi}(D + i\pi(\omega))\psi \quad (2-116)$$

والذي يسمح بتحديد عبارة التيارات المشحونة منها والمثالية بالإضافة إلى مختلف حدود التفاعل بين الفرميونات والبوزونات المعيارية (بوزونات Jauge) من جهة وبين الفرميونات وحقل Higgs من جهة أخرى. تجدر الإشارة هنا أن في هذا النموذج استعمل Chamseddine و Frohlich مؤثر Dirac يعبر عن عائلة واحدة من اللبتونات، دون تمثيل الكواركات. بملاحظة حدود التفاعل ما بين عائلة اللبتونات وحقل Higgs نستنتج أن النوترينو عديم الكتلة والإلكترون ذو كتلة توافق:

$$M_e^2 = \mu\phi_0 \quad (2-117)$$

إذا حاولنا تحديد كتلة عائلة من الكواركات في هذا النموذج ولو بطريقة تقريبية فإننا نحصل على كوارك (up) دون كتلة في حين يكتسب الكوارك (down) كتلة معطاة بـ:

$$M_d^2 = \mu\phi_0 \quad (2-118)$$

ما يلفت الانتباه بالإضافة إلى كون الكوارك ذو السبين الموجب منعدم الكتلة هو امتلاك الكوارك d كتلة مساوية لكتلة الإلكترون. من أجل حل المشكل المطروح بالنسبة لكتلة الكوارك (up)، Chamseddine و Frohlich لجأ إلى اختيار تمثيل خاص للكواركات يسمح بامتلاك الكوارك u كتلة غير معدومة ورغم هذا ببقية كتلة الكوارك d على حالها. عدا عن ذلك استعمال الجبر $(H \oplus C) \otimes C^\infty(X)$ الممثل للزمرة $SU(2) \otimes U(1)$ والتي تعبر عن التفاعل الكهروضعيف. في حين استعمال الجبر $(M_1(C) \oplus M_3(C)) \otimes C^\infty(X)$ والذي يمثل الزمرة $U(1) \otimes U(3)$ للتعبير عن التفاعل القوي. هذا الجبر له مؤثر Dirac ذو مصفوفات كتلة معدومة، وذلك لامتلاك الزمرة $SU(3)$ تناظر صحيح وبالتالي لا ضرورة لإدخال حقول Higgs بالنسبة إلى هذه الأخيرة.

الفصل الثالث

نموذج ثنائي Higgs (2HDM) في الهندسة غير التبادلية

انصبت كل الأبحاث في الفترة الأخيرة على حل مشاكل النموذج المعياري مع فهم عمل آليته وتحديد العلاقة بين مختلف المعاملات (معاملات المزج، الكتلة،...) كما فعل Alain Connes في الهندسة غير التبادلية [11]-[20] باعتماده على الجبر الموحد الناتج عن الجداء الثونسوري للفضاء العادي رباعي البعد وفضاء منقطع من الدرجة الثانية، بالإضافة إلى تعامله مع حقول Higgs والبوزونات المعيارية بنفس الطريقة. ميزة هذا العمل هو اقتصاره على دراسة بعض النماذج دون أخرى مثل النموذج المعياري [11]، من أجل استيعاب ذلك اقترح Chamseddine و Frohlich تمديد مؤثر Dirac ما يسمح بدراسة بعض الزمر مثل SU(5) و SO(10) [21] [24] بالإضافة طبعاً إلى النموذج المعياري. لكن المشكل في آلية Chamseddine-Frohlich هو عدم إدخال التفاعل القوي مع التفاعل الكهروضعيف بل تم التعامل معه كجبر منفصل، استعمال مؤثر Dirac يعبر عن اللبتونات فقط، كما أن الانكسار التلقائي للتناظر (SSB) لم تتم معانيته أو التأكد منه من أجل الحصول على نتائج منطقية للكتل وزوايا المزج، بالإضافة إلى التخلص من الحقول غير الفيزيائية باستعمال معادلات الحركة. خلال هذا العمل نقوم بتمديد النموذج الموضوع من قبل Chamseddine-Frohlich من خلال إدخال التفاعل القوي في آلية رياضية جديدة، تعميم مؤثر Dirac والجداء السلمي، بالإضافة إلى التخلص من الحقول غير الفيزيائية باستعمال شرط التعامد قبل تعريف دالة الفعل أو دالة Lagrange للجملة. حصلنا على جميع نتائج النموذج المعياري في الهندسة الكلاسيكية من علاقات الكتل وزوايا المزج والعلاقة بينهما. ما كان مميزاً في هذه النتائج هو الحصول على حقول Higgs ثقيلة من رتبة TeV.

1-3 الحلقة K(A, H, D)

لتكن الحلقة $K(A, H, D)$ حيث A و D يمثلان جبر المؤثرات Algèbre des operateurs ومؤثر Dirac الارميتي في فضاء Hilbert على الترتيب. ليكن X الفضاء الثبولوجي Espace topologique و (A_1, H_1, D_1, χ_1) الحلقة $K \dashv$ Dirac حيث $H_1 = L^2(X, \sqrt{g} dx)$. A_1 يمثل جبر الدوال في الفضاء الثبولوجي X . نعرف حلقة أخرى (A_2, H_2, D_2) أين يعرف A_2 كما يلي [11]، [45]:

$$A_2 = M_2(C) \oplus C \oplus M_3(C) \quad (3-1)$$

حيث $M_2(C)$ ($M_3(C)$ على الترتيب) تمثل جبر المصفوفات من الدرجة 2×2 (3×3 على الترتيب)، والفضاء:

$$H_2 = h_{2,1} \oplus h_{2,2} \oplus h_{2,3} \quad (3-2)$$

$h_{2,1}$ ، $h_{2,2}$ و $h_{2,3}$ فضاء Hilbert المعروف على C^2 ، C و C^3 على الترتيب. الجبر A و H ومؤثر Dirac D يأخذون الشكل التالي:

$$A = A_1 \otimes A_2 \quad (3-3)$$

$$H = H_1 \otimes H_2 \quad (3-4)$$

وأخيراً لدينا:

$$D = D_1 \otimes 1 + \chi \otimes D_2 \quad (3-5)$$

في حين χ يمثل مؤثر الاستقطاب Chiralité معرف في فضاء Hilbert ويحقق الخواص التالية:

$$\chi = \chi^*, \quad \chi^2 = 1, \quad \chi D = -D\chi \quad (3-6)$$

فضاء Hilbert يمثل جمع فضاءين متعامدين هما:

$$H = H_L \oplus H_R \quad (3-7)$$

يعرفان من خلال مؤثر الاستقطاب، أين:

$$H_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \chi)H \quad (3-8)$$

كما يمكن التعبير عن هذين الفضاءين كما يلي:

$$H_L = (C^2 \otimes C^N \otimes C^3) \oplus (C^2 \otimes C^N \otimes C) \quad (3-9)$$

$$H_L = ((C+C) \otimes C^N \otimes C^3) \oplus (C \otimes C^N \otimes C) \quad (3-10)$$

فيما يخص الجبر A المعبر عن الزمرة $U(2) \otimes U(1) \otimes U(3)$ يكتب على الشكل:

$$A = C^\infty \otimes (M_2(C) \oplus C \oplus M_3(C)) \quad (3-11)$$

حيث $C^\infty(X)$ يمثل جبر الدوال المستمرة. تمثيل الجبر A في فضاء Hilbert يعرف بالعملية π :

$$\begin{aligned} \pi: A &\rightarrow \beta(H) \\ f &\rightarrow 1_{4 \times 4} \otimes \text{diag}(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6) \end{aligned} \quad (3-12)$$

$\beta(H)$ جبر المؤثرات المحدودة في فضاء Hilbert، من اجل كل قيمة $f \in A$ تضم ستة مصفوفات معرفة كما يلي:

$$f_i \in M_2(C); \quad i = 1, 2 \quad (3-13a)$$

$$f_i \in C; \quad i = 3, 4 \quad (3-13b)$$

$$f_i \in M_3(C); \quad i = 5, 6 \quad (3-13c)$$

مؤثر Dirac المعرف في فضاء Hilbert يعطى كما يلي:

$$D = \begin{pmatrix} \partial \otimes 1 \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes M_{12} \otimes K_{12} & \cdots & \gamma_5 \otimes M_{16} \otimes K_{16} \\ \gamma_5 \otimes M_{21} \otimes K_{21} & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & \cdots & \gamma_5 \otimes M_{26} \otimes K_{26} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_5 \otimes M_{61} \otimes K_{61} & \gamma_5 \otimes M_{62} \otimes K_{62} & \cdots & \partial \otimes 1 \otimes 1_N \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

حيث $\partial = \gamma^\mu \partial_\mu$ ، كون هذا المؤثر ارميتي Hermétique يفرض شروط على المصفوفات K و M متمثلة في:

$$M_{mn}^* = M_{nm}, K_{mn}^* = K_{nm}, m \neq n = 1, 6 \quad (3-15)$$

تجدر الإشارة هنا أن المصفوفات M_{mn} تعبر عن حالة الفراغ لحقل Higgs ومتعلقة أيضا بالانكسار التلقائي للتناظر SSB. في عمل Connes تم اختيار هذه المصفوفات بنفس البعد ومتناسبة مع مصفوفة الوحدة، بالنسبة إلى المصفوفة K_{mn} ذات البعد $N \times N$ ($N=3$ عدد عائلات النموذج) تم إدخالها في مؤثر Dirac من أجل فهم العلاقة الموجودة بين العائلات الثلاث للكواركات واللبتونات. في عملنا هذا من أجل الحصول على النموذج المعياري لثنائيتي Higgs نقوم بالاختيار التالي:

$$\begin{aligned} K_{13} &= K_{24} = K \\ K_{31} &= K_{42} = K^* \end{aligned} \quad (3-16)$$

بالإضافة إلى اخذ المصفوفات الكتلية التالية:

$$M_{13} = \begin{pmatrix} \tilde{M}_u \\ \tilde{M}_d \end{pmatrix} = S' \otimes \tilde{M}_u \otimes 1_N + S \otimes \tilde{M}_d \otimes 1_N \quad (3-17a)$$

$$M_{24} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{M}_e \end{pmatrix} = S \otimes \tilde{M}_e \otimes 1_N \quad (3-17b)$$

وأيضا:

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-18a)$$

$$S' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3-18b)$$

\tilde{M}_u ، \tilde{M}_d و \tilde{M}_e المصفوفات الكتلية للكواركات واللبتونات تعطى كما يلي:

$$\tilde{M}_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (3-19)$$

$$\tilde{M}_d = C_{CKM} \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \quad (3-20)$$

$$\tilde{M}_e = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (3-21)$$

وأيضاً C_{CKM} مصفوفة Cabbibo-Kobayashi-Maskawa ذات القيم غير المنحطة، عناصرها V_α حيث $\alpha = u, c, t, d, b, s$ تأخذ قيم موجبة، لها علاقة بكتل الفرميونات. وهو نفس اختيار Chamseddine-Frohlich [21]-[24]:

$$C_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (3-22)$$

2-3 الجبر التفاضلي $\Omega_D(A)$

نقوم بتعريف الجبر التفاضلي القانوني $\Omega_D(A)$ انطلاقاً من عناصر الجبر A [46] كالآتي:

$$\Omega_D(A) := \bigoplus_{p \geq 0} \Omega_D^p(A) := \frac{\pi(\Omega(A))}{\pi(Aux)} \quad (3-23)$$

حيث:

$$\Omega_D^p(A) := \left(\frac{\pi(\Omega^p(A))}{\pi(Aux^p)} \right) \quad (3-24)$$

$\Omega_D^p(A)$ تمثل الجبر التفاضلي القانوني من النوع p و Aux^p يمثل الجبر التفاضلي غير الفيزيائي من النوع p (حقول غير ديناميكية)، الجداء السلمي بين عناصر الجبر $\Omega_D^p(A)$ معرف كما يلي:

$$\begin{aligned} \Omega_D^p(A) \otimes \Omega_D^\ell(A) &\rightarrow \mathbb{R} \\ (\omega, \eta) &\rightarrow \langle \omega, \eta \rangle = \delta_{p\ell} \text{Tr}(\omega^* \eta Z) \end{aligned} \quad (3-25)$$

Tr تمثل مجموع العناصر القطرية و Z مؤثر موجب يعطى كما يلي:

$$Z = \begin{pmatrix} \underline{x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{z} \end{pmatrix} \quad (3-26)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \underline{x} &\rightarrow 1_4 \otimes 1_2 \otimes \underline{x} \otimes 1_N \\ \underline{y} &\rightarrow 1_4 \otimes 1_1 \otimes \underline{y} \otimes 1_N \\ \underline{z} &\rightarrow 1_4 \otimes 1_3 \otimes \underline{z} \otimes 1_N \end{aligned} \quad (3-27)$$

حيث \underline{x} ، \underline{y} و \underline{z} تمثل مصفوفات معرفة في $M_3(\mathbb{C})$ ، المؤثر Z يحقق بعض العلاقات:

$$[D, Z] = 0 \quad (3-28)$$

$$[Z, \pi(A)] = 0 \quad (3-29)$$

إحدى قيم Z الممكنة توافق:

$$\underline{x} = x1_3, \underline{y} = y1_3, \underline{z} = z1_3 \quad (3-30)$$

حيث x, y, z أعداد حقيقية، نعرف الجبر التفاضلي من النوع-1 $\Omega_D^1(A)$ كما يلي:

$$\Omega_D^1(A) \approx \pi(\Omega^1(A)) = \left\{ \pi(\omega) = \pi\left(\sum_i \alpha^i \delta\beta^i\right) = \sum_i \pi(\alpha^i) [D, \pi(\beta^i)], \alpha^i, \beta^i \in A \right\} \quad (3-31)$$

يمثل ω_μ^m و Φ_{mn} حيث $(m \neq n = 1, 2, \dots, 6)$ ، الحقلين الشعاعي والسلمي على الترتيب ويحققان العلاقتين التاليتين:

$$(\omega_\mu^m)^* = -\omega_\mu^m \quad (3-32)$$

$$\Phi_{mn}^* = \Phi_{mn} \quad (3-33)$$

عناصر هذا الجبر غير المعدومة تعطى كما يلي:

$$\pi(\omega)_{ii} = \gamma^\mu \otimes \omega_\mu^i \otimes 1_3 \otimes 1_N, \quad i = \overline{1, 6} \quad (3-34a)$$

$$\pi(\omega)_{13} = \gamma_5 \otimes \Phi_{13} \otimes K \quad (3-34b)$$

$$\pi(\omega)_{31} = \gamma_5 \otimes \Phi_{13}^* \otimes K^* \quad (3-34c)$$

$$\pi(\omega)_{24} = \gamma_5 \otimes \Phi_{24} \otimes K \quad (3-34d)$$

$$\pi(\omega)_{42} = \gamma_5 \otimes \Phi_{24}^* \otimes K^* \quad (3-34e)$$

الحقلين Φ_{24} و Φ_{13} يملكان التمثيل التالي:

$$\Phi_{13} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 - 1 \end{pmatrix} \otimes M_d \otimes 1_3 + \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 - 1 \end{pmatrix} \otimes M_u \otimes 1_3 \quad (3-35)$$

$$\Phi_{24} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 - 1 \end{pmatrix} \otimes M_e \otimes 1_1 \quad (3-36)$$

يعطى الجبر التفاضلي القانوني من النوع-2 كما يلي:

$$\Omega_D^2(A) = \frac{\pi(\Omega^2(A))}{Aux^2} \quad (3-38)$$

باستعمال عناصر المصفوفة $\pi(\delta\omega)$ نعرف الجبر التفاضلي غير الفيزيائي Aux^2 :

$$Aux^2 = \{\pi(\delta\omega)/\pi(\omega) = 0\} \quad (3-39)$$

ينتج عن ذلك:

$$\begin{aligned}\omega_\mu^m &= 0, \quad m = 1, 2, \dots, 6 \\ \phi_{mn} &= 0, \quad m \neq n = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}\quad (3-40)$$

من اجل تعيين الجبر التفاضلي غير الفيزيائي نقوم بحساب $\pi(\delta\omega)$:

$$\pi(\delta\omega) = \pi(\delta\alpha^i \delta\beta^i) = \sum_i [D, \pi(\alpha^i)] [D, \pi(\beta^i)] \quad (3-41)$$

مع الأخذ بعين الاعتبار العلاقات التالية:

$$|M_{31}|^2 = 1 \otimes (\tilde{\mu}_u + \tilde{\mu}_d) \otimes 1_3 \quad (3-42a)$$

$$|M_{13}|^2 = 1_2 \otimes (\mu_u + \mu_d) \otimes 1_3 + \tau_3 \otimes \frac{1}{2}(\mu_u - \mu_d) \otimes 1_3 + \tau_1 \otimes \mu_{ud} \otimes 1_3 \quad (3-42b)$$

$$|M_{42}|^2 = 1 \otimes (\tilde{\mu}_e) \otimes 1_1 \quad (3-42c)$$

$$|M_{24}|^2 = (1_2 - \tau_3) \otimes \frac{1}{2}\mu_e \otimes 1_1 \quad (3-42d)$$

دون أن ننسى:

$$\mu_a = M_a M_a^* \quad (3-43a)$$

$$\tilde{\mu}_a = M_a^* M_a \quad (3-43b)$$

$$\mu_{ab} = M_a M_b^* \quad (3-43c)$$

$$\tilde{\mu}_{ab} = M_b^* M_a \quad (3-43d)$$

حيث τ_1 و τ_3 مصفوفات Pauli، في الأخير نحصل على عناصر هذا الجبر Aux^2 ممثلة كما يلي:

$$\begin{aligned}(Aux^2)_{11} &= \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes \chi_{1\mu\nu} \otimes 1_3 \otimes 1_N + 1_4 \otimes i\chi_2 \otimes \frac{1}{2}(\mu_d - \mu_u) \otimes 1_3 \otimes KK^* \\ &\quad + 1_4 \otimes i\chi_3 \otimes \mu_{ud} \otimes 1_3 \otimes KK^*\end{aligned}\quad (3-44a)$$

$$(Aux^2)_{22} = \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes \chi_{1\mu\nu} \otimes 1_3 \otimes 1_N + 1_4 \otimes i\chi_2 \otimes \mu_e \otimes 1_1 \otimes KK^* \quad (3-44b)$$

$$(Aux^2)_{33} = (Aux^2)_{44} = \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes \chi_{\mu\nu} \otimes 1_3 \otimes 1_N \quad (3-44c)$$

$$(Aux^2)_{55} = (Aux^2)_{66} = \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes y_{\mu\nu} \otimes 1_3 \otimes 1_N \quad (3-44d)$$

بالإضافة إلى العناصر غير القطرية:

$$(Aux^2)_{mn} = 0, \quad m \neq n = \overline{1, 6} \quad (3-44e)$$

حيث:

$$\chi_{1\mu\nu} = -\sum_i \alpha_1^i \partial_\mu \partial_\nu \beta_1^i \quad (3-45a)$$

$$\chi_{\mu\nu} = -\sum_i \alpha_3^i \partial_\mu \partial_\nu \beta_3^i \quad (3-45b)$$

$$\chi_2 = -\sum_i \alpha_1^i [i\tau_3, \beta_1^i] \quad (3-45c)$$

$$\chi_3 = \sum_i \alpha_1^i [i\tau_1, \beta_1^i] \quad (3-45d)$$

$$y_{\mu\nu} = -\sum_i \alpha_5^i \partial_\mu \partial_\nu \beta_5^i \quad (3-45e)$$

مع العلم أن:

$$\chi_1, \chi_2, \chi_3 \in M_2(\mathbb{C}), \quad \chi \in \mathbb{C}, \quad y \in M_3(\mathbb{C}) \quad (3-46)$$

نقوم بتحديد عناصر الجبر التفاضلي $\pi(\Omega^2(A))$ والمعطى بـ:

$$\pi(\Omega^2(A)) = \{\pi(C) = \pi(\delta\omega) + \pi(\omega^2), \omega \in \Omega^1(A)\} \quad (3-47)$$

بتطبيق شرط التعمد لهذا الجبر مع الجبر التفاضلي غير الفيزيائي من النوع-2 (Aux^2) نحصل على الجبر التفاضلي

القانوني $\Omega_D^2(A)$ والمعرف بعناصر المصفوفة الآتية:

$$\pi(C)_{11} = \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} \otimes F_{\mu\nu}^1 \otimes 1_3 \otimes 1_N \quad (3-48a)$$

$$\pi(C)_{22} = \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} \otimes F_{\mu\nu}^2 \otimes 1_3 \otimes 1_N \quad (3-48b)$$

$$\begin{aligned} \pi(C)_{33} = & \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} \otimes F_{\mu\nu}^3 \otimes 1_3 \otimes 1_N \\ & + 1_4 \otimes (\varphi^* \varphi - 1) \otimes \tilde{\mu}_d \otimes 1_3 \otimes K^* K + 1_4 \otimes (\chi^* \chi - 1) \otimes \tilde{\mu}_u \otimes 1_3 \otimes K^* K \\ & + 1_4 \otimes \varphi^* \chi \otimes \mu_{du} \otimes 1_3 \otimes K^* K + 1_4 \otimes \chi^* \varphi \otimes \tilde{\mu}_{du} \otimes 1_3 \otimes K^* K \\ & + \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes \frac{\text{Tr}KK^*}{6N} \left\{ \begin{aligned} & \text{tr}(3\mu_d + \mu_e)(\varphi^* \varphi - 1)_{\mu\nu} + \text{tr}(3\mu_u)(\chi^* \chi - 1)_{\mu\nu} \\ & + \text{tr}(3\mu_{du})(\varphi^* \chi)_{\mu\nu} + \text{tr}(3\tilde{\mu}_{du})(\chi^* \varphi)_{\mu\nu} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3-48c)$$

$$\begin{aligned} \pi(C)_{44} = & \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} \otimes F_{\mu\nu}^4 \otimes 1_3 \otimes 1_N + 1_4 \otimes (\varphi^* \varphi - 1) \otimes \tilde{\mu}_e \otimes 1_1 \otimes K^* K \\ & + \gamma^\mu \gamma^\nu \otimes \frac{\text{Tr}KK^*}{6N} \left\{ \begin{aligned} & \text{tr}(3\mu_d + \mu_e)(\varphi^* \varphi - 1)_{\mu\nu} + \text{tr}(3\mu_u)(\chi^* \chi - 1)_{\mu\nu} \\ & + \text{tr}(3\mu_{du})(\varphi^* \chi)_{\mu\nu} + \text{tr}(3\tilde{\mu}_{du})(\chi^* \varphi)_{\mu\nu} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3-48d)$$

$$\pi(C)_{55} = \pi(C)_{66} = \frac{1}{2} \gamma^{\mu\nu} \otimes F_{\mu\nu}^5 \otimes 1_3 \otimes 1_N \quad (3-48e)$$

$$\pi(C)_{13} = -\gamma^5 \gamma^\mu \otimes D_\mu \varphi \otimes M_d \otimes 1_3 \otimes K - \gamma^5 \gamma^\mu \otimes D_\mu \chi \otimes M_u \otimes 1_3 \otimes K \quad (3-48f)$$

$$\pi(C)_{31} = -\gamma^5 \gamma^\mu \otimes (D_\mu \varphi)^* \otimes M_d^* \otimes 1_3 \otimes K - \gamma^5 \gamma^\mu \otimes (D_\mu \chi)^* \otimes M_u^* \otimes 1_3 \otimes K \quad (3-48g)$$

$$\pi(C)_{24} = -\gamma^5 \gamma^\mu \otimes D_\mu \varphi \otimes M_e \otimes 1_1 \otimes K \quad (3-48h)$$

$$\pi(C)_{42} = -\gamma^5 \gamma^\mu \otimes (D_\mu \varphi)^* \otimes M_e^* \otimes 1_1 \otimes K^* \quad (3-48i)$$

حيث:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (3-49)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} \quad (3-50)$$

$F_{\mu\nu}^i$ يمثل حقل القوى، في حين D_μ يمثل الاشتقاق وحيد التغير Dérivé covariante يعطى بـ:

$$D_{\mu\cdot} = \partial_{\mu\cdot} + \omega_{\mu\cdot}^1 - \omega_{\mu\cdot}^3. \quad (3-51)$$

تجدر الإشارة هنا إلى أن عملنا هذا هو تمديد لنموذج Chamseddine-Frohlich وليس لنموذج Connes على أساس إدخال المصفوفات K و M في حين هذا الأخير استعمل حالة خاصة (مصفوفات مكافئة لمصفوفة الوحدة)، إضافة إلى ذلك يمكن تلخيص الفرق بين هذا العمل ونموذج Chamseddine-Frohlich [21]-[24] في ما يلي:

1- تعميم الجداء السلمي انطلاقاً من إدخال المصفوفة الموجبة Z .

2- إزالة الحقول غير الفيزيائية (Junks-forms) من قبل Chamseddine و Frohlich تم عن طريق معادلات الحقل، وهي في العموم طريقة معقدة. في حين قمنا بإزالة هذه الأخيرة عن طريق شرط التعامد وذلك قبل بناء الفعل البوزوني.

3- اختيار الجبر A والمتمثل في $(C^\infty(X) \otimes (M_2(C) \oplus C \oplus M_3(C)))$ ليحبر عن الزمرة المعيارية $U(2) \otimes U(1) \otimes U(3)$ وبالتالي إدخال التفاعل القوي.

4- تعميم مؤثر Dirac من أجل اخذ الشكل العام المعادلة (3-14) وحالة خاصة من أجل نموذج ثنائيي Higgs:

$$D = \begin{pmatrix} \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 & \gamma_5 \otimes M_{13} \otimes K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 & \gamma_5 \otimes M_{24} \otimes K_{24} & 0 & 0 \\ \gamma_5 \otimes M_{31} \otimes K_{31} & 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_5 \otimes M_{42} \otimes K_{42} & 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

مع العلم أن الزمرة $SU(3)$ ذات تناظر صحيح، وبالتالي المصفوفات المعبرة عن مؤثر Dirac في هذه الأخيرة تكون معدومة. في اختيار Chamseddine-Frohlich مؤثر Dirac يأخذ الشكل العام:

$$D = \begin{pmatrix} \partial \otimes 1 \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes M_{12} \otimes K_{12} & \gamma_5 \otimes M_{13} \otimes K_{13} \\ \gamma_5 \otimes M_{21} \otimes K_{21} & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes M_{23} \otimes K_{23} \\ \gamma_5 \otimes M_{31} \otimes K_{31} & \gamma_5 \otimes M_{32} \otimes K_{32} & \partial \otimes 1 \otimes 1_N \end{pmatrix} \quad (3-53)$$

وحالة خاصة من اجل النموذج المعياري:

$$D = \begin{pmatrix} \partial \otimes 1 \otimes 1_N & \gamma_5 \otimes M_{12} \otimes K_{12} & 0 \\ \gamma_5 \otimes M_{21} \otimes K_{21} & \partial \otimes 1 \otimes 1_N & 0 \\ 0 & 0 & \partial \otimes 1 \otimes 1_N \end{pmatrix} \quad (3-54)$$

من خلال دراستنا لهذا النموذج تم اختيار المصفوفات M_{13} و M_{24} تعبر عن الكواركات واللبتونات على الترتيب، في حين المصفوفات K_{13} و K_{24} تعبر عن ارتباط الكواركات واللبتونات.

5- الأهم من كل ما سبق هو دراستنا للنموذج المعياري لثنائيتي Higgs بدلا من ثنائية واحدة، وذلك لامتلاك هذا الأخير أهمية كبيرة من الناحية الفينومينولوجية.

3-2 الفعل البوزوني \mathfrak{S}_B

انطلاقا من تعريف الفعل البوزوني \mathfrak{S}_B :

$$\mathfrak{S}_B = \int d^4x \text{Tr}(\text{tr} C^* C) \quad (3-55)$$

C عناصر الجبر التفاضلي القانوني من النوع الثاني المعرف سابقا المعادلة (3-48)، Tr تمثل مجموع العناصر القطرية للفضاء الزمني في حين tr تمثل مجموع العناصر القطرية للجبر A_2 ، عند الأخذ بعين الاعتبار إعادة تعريف الحقلين φ و χ نجد:

$$\begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi' \\ \chi' \end{pmatrix} \quad (3-56)$$

وزاوية المزج ϑ المعطاة بالعلاقة التالية:

$$\tan \vartheta = \frac{2\text{tr}3\mu_{du}}{\text{tr}(3(\mu_d - \mu_u) + \mu_e)} \approx \frac{2m_t m_b}{m_t^2 - m_b^2} \quad (3-57)$$

يمكن كتابة الفعل البوزوني على الشكل التالي:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathfrak{S}}_B = & -3xNf_{\mu\nu}^1 f_1^{\mu\nu} - 3yNf_{\mu\nu}^3 f_3^{\mu\nu} - 3zNf_{\mu\nu}^5 f_5^{\mu\nu} \\
& + 3(x+y)\text{TrKK}^* \left((m_t \cos\vartheta + m_b \sin\vartheta)^2 (D_\mu \varphi')^* (D^\mu \varphi') \right. \\
& + (m_t \cos\vartheta - m_b \sin\vartheta)^2 (D_\mu \chi')^* (D^\mu \chi') \left. \right) \\
& + (\lambda_1 \cos\vartheta^4 + \lambda_2 \sin\vartheta^4 + \lambda_3 \cos\vartheta^2 \sin\vartheta^2 + \lambda_4 \sin 2\vartheta + \lambda_5 \sin 2\vartheta^2) (\varphi'^* \varphi')^2 \\
& + (\lambda_1 \sin\vartheta^4 + \lambda_2 \cos\vartheta^4 + \lambda_3 \cos\vartheta^2 \sin\vartheta^2 - \lambda_4 \sin 2\vartheta + \lambda_5 \sin 2\vartheta^2) (\chi'^* \chi')^2 \\
& + (-2\lambda_1 \cos\vartheta^2 - 2\lambda_2 \sin\vartheta^2 - \lambda_3 + 2\lambda_4 \sin 2\vartheta) (\varphi'^* \varphi') \\
& + (-2\lambda_1 \sin\vartheta^2 - \lambda_2 \cos\vartheta^2 - \lambda_3 + 2\lambda_4 \sin 2\vartheta) (\chi'^* \chi') \\
& + ((\lambda_1 + \lambda_2) \cos\vartheta^2 \sin\vartheta^2 + \lambda_3 (\cos\vartheta^4 + \sin\vartheta^4) - 2\lambda_5 \sin 2\vartheta^2) (\varphi'^* \varphi') (\chi'^* \chi') \\
& + \left(\sin 2\vartheta (-\lambda_1 \cos\vartheta^2 + \lambda_2 \sin\vartheta^2) + \frac{\lambda_3}{2} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta + \lambda_4 \cos 2\vartheta \right. \\
& + 2\lambda_5 \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta \left. \right) (\varphi'^* \varphi') (\varphi'^* \chi' + \chi'^* \varphi') \\
& + \left(\sin 2\vartheta (-\lambda_1 \sin\vartheta^2 + \lambda_2 \cos\vartheta^2) - \frac{\lambda_3}{2} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta \right. \\
& + \lambda_4 \cos 2\vartheta - 2\lambda_5 \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta \left. \right) (\chi'^* \chi') (\varphi'^* \chi' + \chi'^* \varphi') \\
& + \left(\frac{1}{4} (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \sin 2\vartheta^2 + \lambda_5 \cos 2\vartheta^2 \right) (\varphi'^* \chi' + \chi'^* \varphi')^2 \\
& + ((\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\vartheta - 2\lambda_4 \cos 2\vartheta) (\varphi'^* \chi' + \chi'^* \varphi') \tag{3-58}
\end{aligned}$$

حيث $\lambda_i, i = \overline{1,5}$ و Σ ثوابت موجبة تعرف كما يلي:

$$\lambda_1 = 3m_t^4 y \Sigma \tag{3-59a}$$

$$\lambda_2 = 3m_b^4 y \Sigma \tag{3-59b}$$

$$\lambda_3 = 6m_t^2 m_b^2 y \Sigma \tag{3-59c}$$

$$\lambda_4 = 6m_t^3 m_b y \Sigma \tag{3-59d}$$

$$\lambda_5 = 6m_t m_b^3 y \Sigma \tag{3-59e}$$

وأيضاً:

$$\Sigma = \text{Tr}(\text{KK}^*)^2 - (3N)^{-1} (\text{TrKK}^*)^2 \tag{3-60}$$

1-3-3 البوزونات المعيارية وآلية Higgs

استعمال الزمرة المعيارية $U(2)_L \otimes U(1)$ ذات الخمس مولدات يفرض وجود خمس وسائط تفاعل

(بوزونات معيارية)، كما هو الحال في النموذج المعياري الكلاسيكي لثنائيتي Higgs φ' و χ' حيث:

$$\varphi' = \begin{pmatrix} \varphi'_1 \\ \varphi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \eta_1 + i\chi_1 \end{pmatrix} \quad (3-61)$$

$$\chi' = \begin{pmatrix} \chi'_1 \\ \chi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \eta_2 + i\chi_2 \end{pmatrix} \quad (3-62)$$

مع اختيار قيمة الفراغ Etat de vide توافق:

$$\langle \varphi' \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \langle \varphi_0 \rangle \end{pmatrix}, \quad \langle \chi' \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \langle \chi_0 \rangle \end{pmatrix} \quad (3-63)$$

بعد الانكسار التلقائي للتناظر نحصل على:

$$U(2)_L \otimes U(1) \otimes U(3) \xrightarrow{\langle \varphi' \rangle, \langle \chi' \rangle} U(1) \otimes U(1)' \otimes U(3) \quad (3-64)$$

هنا وجود حقل جديد Z' يعتبر نتيجة مباشرة لاستعمال الزمرة $U(2)$. في هذا النموذج تم اختيار الحقول المعيارية كما يلي:

$$\omega_\mu^1 = \omega_\mu^2 = \frac{i}{2} g W_\mu^a T_a - \frac{i}{2} g' B_\mu \quad (2-65a)$$

$$\omega_\mu^3 = \omega_\mu^4 = -ig' B_\mu \quad (2-65b)$$

$$\omega_\mu^5 = \omega_\mu^6 = -ig_3 G_\mu^b \lambda_b \quad (2-65c)$$

حيث g ، g' و g_3 ثوابت الربط للزمرة $U(2)$ ، $U(1)$ و $U(3)$ على الترتيب وتأخذ القيم التالية:

$$g = (12Nx)^{-1/2} \quad (3-66a)$$

$$g' = (12N\left(\frac{x}{4} + y\right))^{-1/2} \quad (3-66b)$$

$$g_3 = (12Nz)^{-1/2} \quad (3-66c)$$

و T_a حيث $a = 1, 4$ تمثل مولدات الزمرة $U(2)$ وتعطى كما يلي:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, T_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, T_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, T_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-67)$$

في حين $b = 1, 2, \dots, 8$ ، λ_b تمثل مصفوفات Gell-Mann، عند إعادة تعريف φ' و χ' نحصل على:

$$\varphi' = \alpha_1 \varphi'' \quad (3-68)$$

$$\chi' = \alpha_2 \chi'' \quad (3-69)$$

بحيث:

$$\alpha_{1,2} = \frac{\tilde{L}}{m_t \cos \vartheta \pm m_b \sin \vartheta} \quad (3-70)$$

بالإضافة إلى:

$$\tilde{L} = \frac{1}{[3(x+y)\text{Tr}K^*K]^{1/2}} \quad (3-71)$$

بعد اخذ قيمة الفراغ بعين الاعتبار لحقول Higgs والتخلص من جميع الحدود غير الفيزيائية بأخذ التحويل المعطى بدلالة زاوية Weinberg θ_w :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_w & \cos \theta_w \\ -\cos \theta_w & -\sin \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (3-72)$$

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (3-73)$$

$$Z'_\mu = W_\mu^4 \quad (3-74)$$

نحصل على الحدود الكتلية التالية:

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2}{2} (\langle \phi_0 \rangle^2 + \langle \chi_0 \rangle^2) \quad (3-75)$$

$$M_Z^2 = \frac{g^2 + g'^2}{2} (\langle \phi_0 \rangle^2 + \langle \chi_0 \rangle^2) \quad (3-76)$$

وأیضا:

$$M_A^2 = M_{Z'}^2 = 0 \quad (3-77)$$

بالإضافة إلى زاوية Weinberg المعطاة بـ:

$$\sin^2 \theta_w = \frac{4x}{4y+5} \quad (3-78)$$

مع العلم أنها تأخذ القيمة المحددة تجريبيا أي 0.22 من أجل $y = 3.25x$.

2-3-3 Higgs كمون

يعطى كمون Higgs:

$$\begin{aligned} V(\phi, \chi) = & \zeta_1 (\phi^* \phi - 1)^2 + \zeta_2 (\chi^* \chi - 1)^2 + \zeta_3 (\phi^* \phi) + \zeta_4 (\chi^* \chi) \\ & + \zeta_5 (\phi^* \phi)(\chi^* \chi) + \zeta_6 (\phi^* \phi)(\phi^* \chi + \chi^* \phi) \\ & + \zeta_7 (\chi^* \chi)(\phi^* \chi + \chi^* \phi) + \zeta_8 (\phi^* \chi + \chi^* \phi)^2 \\ & + \zeta_9 (\phi^* \chi + \chi^* \phi) \end{aligned} \quad (3-79)$$

حيث:

$$\begin{aligned}
\zeta_1 &= 3y\Sigma(m_t^4 \cos^4 \vartheta + m_b^4 \sin^4 \vartheta + 2m_t^2 m_b^2 \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta + 2m_t^3 m_b \sin 2\vartheta + 2m_b^3 m_t \sin 2\vartheta^2)(\alpha_1)^4 \\
\zeta_2 &= 3y\Sigma(m_t^4 \sin^4 \vartheta + m_b^4 \cos^4 \vartheta + 2m_t^2 m_b^2 \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta - 2m_t^3 m_b \sin 2\vartheta + 2m_b^3 m_t \sin 2\vartheta^2)(\alpha_2)^4 \\
\zeta_3 &= 6y\Sigma(m_t^4 \cos^2 \vartheta^2 + m_b^4 \sin^2 \vartheta^2 + m_t^2 m_b^2 - 2m_t^3 m_b \sin 2\vartheta)(\alpha_1)^2 \\
\zeta_4 &= 6y\Sigma(m_t^4 \sin^2 \vartheta^2 + m_b^4 \cos^2 \vartheta^2 + m_t^2 m_b^2 - 2m_t^3 m_b \sin 2\vartheta)(\alpha_2)^2 \\
\zeta_5 &= 6y\Sigma((m_t^4 + m_b^4) \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta + 2m_t^2 m_b^2 (\cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta) - 4m_b^3 m_t \sin 2\vartheta^2)(\alpha_1)^2 (\alpha_2)^2 \\
\zeta_6 &= 3y\Sigma\left(\begin{aligned} &\sin 2\vartheta(-m_t^4 \cos^2 \vartheta + m_b^4 \sin^2 \vartheta) + m_t^2 m_b^2 \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta \\ &+ 2m_t^3 m_b \cos 2\vartheta + 4m_b^3 m_t \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta \end{aligned}\right)(\alpha_1)^3 (\alpha_2) \\
\zeta_7 &= 3y\Sigma\left(\begin{aligned} &\sin 2\vartheta(-m_t^4 \sin^2 \vartheta + m_b^4 \cos^2 \vartheta) - m_t^2 m_b^2 \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta \\ &+ 2m_t^3 m_b \cos 2\vartheta - m_b^3 m_t \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta \end{aligned}\right)(\alpha_1)(\alpha_2)^3 \\
\zeta_8 &= 3y\Sigma\left(\frac{1}{4}(m_t^2 + m_b^2)^2 \sin 2\vartheta^2 + 2m_b^3 m_t \cos 2\vartheta^2\right)(\alpha_1)^2 (\alpha_2)^2 \\
\zeta_9 &= 3y\Sigma((m_b^2 - m_t^2) \sin 2\vartheta + 4m_t^3 m_b \cos 2\vartheta)(\alpha_1)(\alpha_2) \tag{3-80}
\end{aligned}$$

نعمل في ما هو آت على تحديد كتل حقول Higgs المختلفة بداية بحقول Higgs المتعادلة الحقيقية، المتعادلة الخيالية وأخيرا حقول Higgs المشحونة (η_1, η_2) ، (χ_1, χ_2) و (ϕ_1^\pm, ϕ_2^\pm) على الترتيب حيث نحصل على المصفوفات الكتلية التالية:

$$M^2(\eta_1, \eta_2) = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{pmatrix} \tag{3-81}$$

$$M^2(\chi_1, \chi_2) = \begin{pmatrix} \tilde{\Delta}_{11} & \tilde{\Delta}_{12} \\ \tilde{\Delta}_{21} & \tilde{\Delta}_{22} \end{pmatrix} \tag{3-82}$$

$$M^2(\phi_1^\pm, \phi_2^\pm) = \begin{pmatrix} \hat{\Delta}_{11} & \hat{\Delta}_{12} \\ \hat{\Delta}_{21} & \hat{\Delta}_{22} \end{pmatrix} \tag{3-83}$$

والتي تأخذ عناصرها قيم بدلالة معاملات الكمون السلمي كالاتي:

$$\Delta_{11} = 6\zeta_1 \langle \varphi_0 \rangle^2 + (\zeta_5 + 4\zeta_8) \langle \chi_0 \rangle^2 + 6\zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_3 \tag{3-84a}$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = 3\zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle^2 + 3\zeta_7 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2(\zeta_5 + 2\zeta_8) \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_9 \tag{3-84b}$$

$$\Delta_{22} = (\zeta_5 + 4\zeta_8) \langle \varphi_0 \rangle^2 + 6\zeta_2 \langle \chi_0 \rangle^2 + 6\zeta_7 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_4 \tag{3-84c}$$

$$\tilde{\Delta}_{11} = 2\zeta_1 \langle \varphi_0 \rangle^2 + \zeta_5 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2\zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_3 \tag{3-84d}$$

$$\tilde{\Delta}_{12} = \tilde{\Delta}_{21} = \zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle^2 + \zeta_7 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2\zeta_8 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_9 \quad (3-84e)$$

$$\tilde{\Delta}_{22} = 2\zeta_1 \langle \varphi_0 \rangle \zeta_5 \langle \chi_0 \rangle^2 + \zeta_5 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2\zeta_7 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \zeta_4 \quad (3-84f)$$

$$\hat{\Delta}_{11} = \frac{\zeta_3}{2} + \zeta_1 \langle \varphi_0 \rangle^2 + \frac{\zeta_5 \langle \chi_0 \rangle^2}{2} + \zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle \quad (3-84g)$$

$$\hat{\Delta}_{12} = \hat{\Delta}_{21} = \frac{\zeta_9}{2} + \zeta_6 \langle \varphi_0 \rangle^2 + \zeta_7 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2\zeta_8 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle \quad (3-84h)$$

$$\hat{\Delta}_{22} = \frac{\zeta_5 \langle \varphi_0 \rangle^2}{2} + \zeta_2 \langle \chi_0 \rangle^2 + 2\zeta_7 \langle \varphi_0 \rangle \langle \chi_0 \rangle + \frac{\zeta_4}{2} \quad (3-84i)$$

بعد تقطير هذه المصفوفات نحصل على مصفوفات من الشكل:

$$M^2(a, b) \rightarrow M_D^2(\tilde{a}, \tilde{b}) = \begin{pmatrix} v_1(a, b) & 0 \\ 0 & v_2(a, b) \end{pmatrix} \quad (3-85)$$

عناصرها القطرية $V_{1,2}(a, b)$ تعطى كما يلي:

$$v_1(a, b) = \frac{1}{2} \left((M_{11}^2(a, b) + M_{22}^2(a, b)) + \sqrt{(M_{11}^2(a, b) + M_{22}^2(a, b))^2 + 4M_{12}^2(a, b)} \right) \quad (3-86)$$

$$v_2(a, b) = \frac{1}{2} \left((M_{11}^2(a, b) + M_{22}^2(a, b)) - \sqrt{(M_{11}^2(a, b) + M_{22}^2(a, b))^2 + 4M_{12}^2(a, b)} \right)$$

وذلك في الأساس (\tilde{a}, \tilde{b}) :

$$\begin{pmatrix} \tilde{a} \\ \tilde{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha(a, b) & \sin \alpha(a, b) \\ -\sin \alpha(a, b) & \cos \alpha(a, b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (3-87)$$

في حين (a, b) تمثل الثنائيات (η_1, η_2) ، (χ_1, χ_2) و (ϕ_1^\pm, ϕ_2^\pm) ، أما بالنسبة لزاوية المزج α فتعرف كما يلي:

$$\tan 2\alpha(a, b) = \frac{2M_{12}^2(a, b)}{M_{11}^2(a, b) - M_{22}^2(a, b)} \quad (3-88)$$

3-4 الفعل الفرميوني

الفعل الفرميوني \mathfrak{S}_f معطى بـ:

$$\mathfrak{S}_f = \int d^4x \tilde{\mathfrak{S}}_f \quad (3-89)$$

في حين $\tilde{\mathfrak{S}}_f$ يأخذ الشكل التالي:

$$\tilde{\mathfrak{S}}_f = \psi^* (D + i\pi(\omega))\psi \quad (3-90)$$

من أجل الحصول على حدود التفاعل Terms d'interactions، نقوم بأخذ عائلة واحدة من الكواركات وأخرى من اللبتونات، نختار الأثقل من بين أقرانها (التعميم لبقية العائلات يكون مباشرا). ونستعمل الدالة ψ التالية:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_q^1 \\ \psi_{\ell_L} \\ \psi_q^2 \\ \psi_{\ell_R} \end{pmatrix} \quad (3-91)$$

حيث:

$$\psi_q^1 = \begin{pmatrix} cq_L \\ t_R \end{pmatrix}, \quad \psi_q^2 = \begin{pmatrix} \sqrt{1-c^2} \cdot \tilde{q}_L \\ b_R \end{pmatrix} \quad (3-92)$$

$$\psi_{b_R} = (1-c^2)b_R, \quad \psi_{\ell_L} = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \psi_{\ell_R} = e_R$$

وتعطى كذلك:

$$q_L = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \tilde{q}_L = i\tau_2 q_L = \begin{pmatrix} -b \\ t \end{pmatrix}_L \quad (3-93)$$

c يمثل وسيط حقيقي يحقق العلاقة التالية $-1 \leq c \leq 1$ ، و τ_2 مصفوفة Pauli، بعد تعيين حدود التفاعل لـ

:Yukawa

$$\mathcal{S}_{\text{masse-fermions}} = M_t^2 t_L^* t_R + M_b^2 b_L^* b_R + M_e^2 e_L^* e_R + c.c \quad (3-94)$$

نحصل على الحدود الكتلية التالية:

$$M_e^2 = m_e \varphi_0 \quad (3-95a)$$

$$M_\nu^2 = 0 \quad (3-95b)$$

$$M_t^2 = c^2 (m_t \varphi_0 + m_b \chi_0) \quad (3-95c)$$

$$M_b^2 = (1-c^2) (m_t \varphi_0 + m_b \chi_0) \quad (3-95d)$$

الملفت للانتباه هو امتلاك الكواركات كتل مرتبطة بالثابت c ، ما يجعل كتلتيهما مرتبطة ببعضها ورغم هذا لا يشكل تناقض مع القيم التجريبية عند اختيار الثابت c يؤول إلى الواحد، الأمر الذي يجعل كتلة الكوارك t اكبر بكثير مقارنة بكتلة الكوارك b . من جهة أخرى كتل الفرميونات معطاة بدلالة الحقلين " φ " و " χ " ما يعني أن لدينا نموذج ثنائي Higgs (3) (تم التطرق إليه في الفصل الثاني). الانتقال من الزمرة $U(2)$ إلى الزمرة $SU(2)$ يتم من خلال استعمال

شرط الزمرة الواحدية وحيدة التغير unimodularité (Groupe unitaire uni modulaire):

$$\text{Tr}(\Gamma\pi(\omega)) = 0 \quad (3-96)$$

$$\Gamma = \text{diag}(1, -1) \quad (3-97)$$

وهو ما يكافئ:

$$\text{tr}\omega_\mu^1 = g'\beta_\mu \quad (3-98)$$

نحصل على حد التفاعل لببتونات وكواركات مع البوزونات المعيارية $\mathcal{S}_{\text{Lep-B}}$ و $\mathcal{S}_{\text{Quark-B}}$ على الترتيب:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Lep-B}} = & e\left\{e_L^* \gamma^\mu e_L + e_R^* \gamma^\mu e_R\right\}A_\mu - \frac{g}{\sqrt{2}}v_L^* \gamma^\mu e_L W_\mu^- - \frac{g}{\sqrt{2}}e_L^* \gamma^\mu v_L W_\mu^+ \\ & + \left\{\frac{g'^2}{\sqrt{g'^2+g^2}}e_R^* \gamma^\mu e_R + \frac{1}{2}\sqrt{g'^2+g^2}(e_L^* \gamma^\mu e_L - v_L^* \gamma^\mu v_L)\right\}Z_\mu \end{aligned} \quad (3-99)$$

وأيضاً:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{Quark-B}} = & \frac{2}{3}e\left\{b_L^* \gamma^\mu b_L + b_R^* \gamma^\mu b_R\right\}A_\mu - \frac{1}{3}e\left\{t_L^* \gamma^\mu t_L + t_R^* \gamma^\mu t_R\right\}A_\mu \\ & + \left\{\frac{3g^2 + g'^2}{6\sqrt{g'^2+g^2}}(b_L^* \gamma^\mu b_L + t_L^* \gamma^\mu t_L) + \frac{g'^2}{\sqrt{g'^2+g^2}}(2b_R^* \gamma^\mu b_R - t_R^* \gamma^\mu t_R)\right\}Z_\mu \\ & - \left\{\frac{g^2 c^2}{\sqrt{2}}b_L^* \gamma^\mu t_L + \frac{g^2(1-c^2)}{\sqrt{2}}t_L^* \gamma^\mu b_L\right\}W_\mu^- \\ & - \left\{\frac{g^2 c^2}{\sqrt{2}}t_L^* \gamma^\mu b_L + \frac{g^2(1-c^2)}{\sqrt{2}}b_L^* \gamma^\mu t_L\right\}W_\mu^+ \end{aligned} \quad (3-100)$$

الفصل الرابع

تطبيقات نموذج 2HDM

في الفصل السابق قمنا بدراسة نموذج ثنائي Higgs في الهندسة غير التبديلية من خلال وضع نموذج رياضي يتمشى ومبادئ هذه الهندسة، نقوم في هذا الفصل على مناقشة هذه النتائج من خلال تعيين كتل جسيمات النموذج وزوايا المزج، شروط الوحودية، إعادة تقنين هذا النموذج بالإضافة إلى رسم منحنيات تبين تغير معاملات هذا النموذج بدلالة مرجع قياس معين.

4-1 علاقات الكتل وزوايا المزج عند الحدود الدنيا في الهندسة غير التبديلية NCG

بناء النموذج المعياري من اجل ثنائي Higgs في الهندسة غير التبديلية، أمكنا من تحديد العلاقة بين مختلف المعاملات: زوايا المزج $\theta_w, \theta, \alpha, \beta$ ، كتل الفرميونات والبوزونات المعيارية W^\pm, Z ، و A بالإضافة إلى كتلة حقول Higgs h^0, H^0, A^0 و H^\pm . من اجل أكثر دقة وعند أخذ $\vartheta = \frac{\pi}{4}$ يمكن الإثبات بسهولة أن:

$$m_t = 2.4 m_b \quad (4-1)$$

هذا الاختيار لا يؤثر على كتلة الكواركات حيث تبقى كتلة الكوارك b اقل بكثير من كتلة الكوارك t كما أنه يجعل الثوابت $\zeta_i, i=1,9$ ثوابت موجبة أو معدومة:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &\approx \frac{0.17\Sigma}{x(\text{Tr}KK^*)^2}, \quad \zeta_2 \approx \frac{0.30\Sigma}{x(\text{Tr}KK^*)^2} \\ \zeta_3 &\approx \frac{0.30m_t^2\Sigma}{\text{Tr}KK^*}, \quad \zeta_4 \approx \frac{1.50m_t^2\Sigma}{\text{Tr}KK^*} \\ \zeta_5 &\approx \zeta_1, \quad \zeta_6 = \zeta_7 = 0 \\ \zeta_8 &\approx \frac{0.20\Sigma}{x(\text{Tr}KK^*)^2}, \quad \zeta_9 \approx \frac{2m_t^2\Sigma}{x(\text{Tr}KK^*)^2} \end{aligned} \quad (4-2)$$

بالإضافة إلى العلاقة التجريبية:

$$\tan \beta \equiv \frac{\langle \Phi_0 \rangle}{\langle \chi_0 \rangle} \approx 70 \quad (4-3)$$

ما يجعل $\langle \chi_0 \rangle \ll \langle \Phi_0 \rangle$ ، عند إهمال $\langle \chi_0 \rangle$ أمام $\langle \Phi_0 \rangle$ وبعد حسابات مباشرة نجد:

$$\langle \Phi_0 \rangle^2 \approx 9x\text{Tr}KK^* m_t^2 \quad (4-4)$$

استعمال العلاقة التجريبية بين كتلة الكوارك t وكتلة البوزون المشحون W والمتمثلة في $M_t \approx 2M_W$ ، ومقارنتها بالعلاقة (3-75) و(3-95c) يسمح بالحصول على العلاقة التالية:

$$\sqrt{\frac{\text{Tr}KK^*}{x}} \approx 12 \quad (4-5)$$

نستعمل هذه النتائج في دراسة كتل حقول Higgs، بداية كتلة الحقل شبه السلمي Pseudo-Scalaire A^0 ، الحقلين السلميين H^0 و h^0 ، ثم الحقل السلمي المشحون H^\pm Scalaire chargée الموافقة لحالة الجمل (η_1, η_2) ، (χ_1, χ_2) و (ϕ_1^\pm, ϕ_2^\pm) على الترتيب. تعطى كتل هذه الحقول بدلالة كتلة الكوارك الثقيل t كما يلي:

$$\begin{aligned} M_{A^0}^2 &= M_{H^\pm}^2 \approx \frac{2.64 \Sigma}{x^{\frac{1}{2}} (\text{Tr}KK^*)^{\frac{3}{2}}} M_t^2 \\ M_{H^0}^2 &\approx \frac{3.15 \Sigma}{x^{\frac{1}{2}} (\text{Tr}KK^*)^{\frac{3}{2}}} M_t^2 \\ M_{h^0}^2 &\approx \frac{0.42 \Sigma}{x^{\frac{1}{2}} (\text{Tr}KK^*)^{\frac{3}{2}}} M_t^2 \end{aligned} \quad (4-6)$$

الآن باستعمال مترابحة Schwartz (3-60) نحصل على:

$$\Sigma \leq \frac{26}{9} (\text{Tr}KK^*)^2 \quad (4-7)$$

وينتج عن ذلك كتلة الحقل شبه السلمي والحقل السلمي المشحون A^0 و H^\pm على الترتيب كما يلي:

$$M_{A^0} = M_{H^\pm} \leq 9.57 M_t \quad (4-8)$$

بنفس الطريقة نحصل على كتلة الحقلين السلميين H^0 و h^0 :

$$M_{H^0} \leq 10.45 M_t \quad (4-9)$$

$$M_{h^0} \leq 3.81 M_t \quad (4-10)$$

عند مقارنة النتائج المحصل عليها من خلال هذه الرسالة مع المرجع [48]:

$$1.3 M_t \leq M_{H^0} \leq 1.4 M_t \quad (4-11)$$

$$1.2 M_b \leq M_{h^0} \leq 1.4 M_b \quad (4-12)$$

$$M_{H^\pm}^2 \approx M_t^2 + \frac{1}{2} M_b \frac{M_b}{M_t} \quad (4-13)$$

وكذلك:

$$M_{A^0} \approx 0 \quad (4-14)$$

كما أن نتائجنا في الحدود الدنيا من اجل الحقل شبه السلمي A^0 والحقل السلمي h^0 أفضل من النتائج المحصل عليها من قبل [48] عند استعمال التقريب $M_b \ll M_t$ وأيضا $M_c \approx M_\tau \approx 0$. في ما يخص الحقل السلمي

المشحون H^\pm والحقل السلمي H^0 نتائجنا تتوافق والحدود التجريبية المرتبطة بسيناريو الهيجز الثقيل.

2-4 النهايات الوحودية للهندسة غير التبديلية عند الحدود الدنيا

من اجل تحديد النهايات الوحودية Limite d'unitarité (Unitarity bound) للهندسة غير التبديلية عند الحدود الدنيا، نقوم بدراسة تصادم مرن Elastique كان أو غير مرن Inélastique للجسيمات السلمية في الحدود الدنيا من الشكل $A_1 + A_2 \rightarrow A_3 + A_4$ باستعمال سعة التفاعل Amplitude (الطريقة الاضطرابية يمكن استعمالها في حالة مساهمة مخططات Feynman للحدود الدنيا ذات صغر مقبول) من خلال استعمال السعة الجزئية للوصول إلى السعة الكلية M، ليكن تعريف Jacob-Wick [4] لسعة التفاعل M الصامدة بتحويلات Lorentz والمميزة بعزم الجسيم واستقطابه تعطى كما يلي:

$$M(s, t, u) = 16\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos \theta) a_{\ell}(s) \quad (4-15)$$

حيث $a_{\ell}(s)$ تمثل السعة الجزئية الموافقة للعزم الزاوي الكلي ℓ ، $P_{\ell}(\cos \theta)$ كثير حدود Legendre. من اجل الحصول على الحدود أو النهايات الوحودية (حد أعلى مسموح) لمعاملات الكمون السلمي المعادلة (4-2)، نفترض أن النهايات الوحودية للهندسة غير التبديلية عند الحدود الدنيا محققة من اجل كل التفاعلات الممكنة، وهو ما يكافئ أن السعة الجزئية a_0 من اجل التفاعلات جسيمات سلمية - جسيمات سلمية، بوزونات معيارية - بوزونات معيارية وأيضا بوزونات معيارية - جسيمات سلمية تحقق العلاقة $|a_0| \leq \frac{1}{2}$ في النهايات العليا للطاقة، أكثر معلومات عن علاقة Jacob-Wick معطاة في الملحق A. نذكر انه في مجال الطاقات العليا النظرية المكافئة لحساب السعة في تفاعل البوزونات المعيارية W_{μ}^{\pm} و Z_{μ} يمكن تقربها إلى السعة السلمية وذلك عند تعويض البوزونات المعيارية ببوزونات Goldstone (الشروط الوحودية يمكن الحصول عليها فقط باستعمال تفاعل سلمي 100%). في ما يلي نهتم بالتفاعل السلمي النقي، من خلال دراسة التفاعلات من الدرجة الرابعة باستعمال الطريقة المتبعة في المرجع [49]، ومضمونها أن المصفوفة S والتي تعطي صورة عن كيفية تفاعل جسيمات النموذج فيما بينها ذات بعد 22×22 والمعبرة عن الحقول الفيزيائية يمكن تحويلها إلى المصفوفة S المعبرة عن الحقول غير الفيزيائية ω_j^{\pm} ، h_j و z_j ($i=1,2$) بحيث:

$$\varphi'' = \left(\begin{array}{c} \omega_1^+ \\ \langle \varphi_0 \rangle'' + \frac{1}{2}(h_1 + iz_1) \end{array} \right) \quad (4-16a)$$

$$\chi'' = \left(\begin{array}{c} \omega_2^+ \\ \langle \chi_0 \rangle'' + \frac{1}{2}(h_2 + iz_2) \end{array} \right) \quad (4-16b)$$

حيث:

$$\omega_j^{\pm} = \alpha_j^{-1} \Phi_j^{\pm}; \quad h_j = 2\alpha_j^{-1} \eta_j; \quad z_i = 2\alpha_j^{-1} \chi_j; \quad \langle \varphi_0 \rangle'' = \alpha_1^{-1} \langle \varphi_0 \rangle; \quad \langle \chi_0 \rangle'' = \alpha_2^{-1} \langle \chi_0 \rangle \quad (4-17)$$

عند كتابة حدود التفاعل من الدرجة الرابعة، نحصل على 22 ثنائية ممكنة:

$$\omega_1^+ \omega_2^-, \omega_2^+ \omega_1^-, h_1 z_2, h_2 z_1, z_1 z_2, h_1 h_2 \quad (4-18a)$$

$$\omega_1^+ \omega_1^-, \omega_2^+ \omega_2^-, \frac{z_1 z_1}{\sqrt{2}}, \frac{z_2 z_2}{\sqrt{2}}, \frac{h_1 h_1}{\sqrt{2}}, \frac{h_2 h_2}{\sqrt{2}} \quad (4-18b)$$

$$h_1 z_1, h_2 z_2 \quad (4-18c)$$

$$h_1 \omega_1^+, h_2 \omega_1^-, z_1 \omega_1^+, z_2 \omega_1^+, h_1 \omega_2^+, h_2 \omega_2^+, z_1 \omega_2^+, z_2 \omega_2^+ \quad (4-18d)$$

تم تقسيم هذه المجموعات على أساس امتلاكها لخصائص متشابهة، فالمجموعة (4-18a) تملك أدلة مختلفة وشحنة معدومة، (4-18b) تتكون من حقول متماثلة وشحنة معدومة، (4-18c) تملك نفس الأدلة وشحنة معدومة أما ما يميز المجموعة الأخيرة (4-18d) هو امتلاكها لشحن تختلف عن الصفر. وبالتالي الحصول على 4 مصفوفات جزئية مستقلة عن بعضها $M_{6 \times 6}^1$ ، $M_{6 \times 6}^2$ ، $M_{2 \times 2}^3$ و $M_{8 \times 8}^4$ في هذا النموذج تعطى على النحو التالي:

1. الأساس $(\omega_1^+ \omega_2^-, \omega_2^+ \omega_1^-, h_1 z_2, h_2 z_1, z_1 z_2, h_1 h_2)$

$$M_{6 \times 6}^1 = \begin{bmatrix} \zeta_5 - \frac{1}{4} \zeta_8 & \zeta_8 & 0 & 0 & \zeta_8 & \zeta_8 \\ \zeta_8 & \zeta_5 + \frac{1}{4} \zeta_8 & 0 & 0 & \zeta_8 & \zeta_8 \\ 0 & 0 & \zeta_5 & \frac{\zeta_8}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\zeta_8}{2} & \zeta_5 & 0 & 0 \\ \frac{\zeta_8}{2} & \frac{\zeta_8}{2} & \frac{\zeta_8}{2} & \zeta_5 & \zeta_5 + \zeta_8 & \frac{\zeta_8}{2} \\ \frac{\zeta_8}{2} & \frac{\zeta_8}{2} & 0 & 0 & \frac{\zeta_8}{2} & \zeta_5 + \zeta_8 \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

2. الأساس $(\omega_1^+ \omega_1^-, \omega_2^+ \omega_2^-, \frac{z_1 z_1}{\sqrt{2}}, \frac{z_2 z_2}{\sqrt{2}}, \frac{h_1 h_1}{\sqrt{2}}, \frac{h_2 h_2}{\sqrt{2}})$

$$M_{6 \times 6}^2 = \begin{bmatrix} 4\zeta_1 & \zeta_5 + \frac{1}{2} \zeta_8 & \sqrt{2}\zeta_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \sqrt{2}\zeta_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 \\ \zeta_5 + \frac{1}{2} \zeta_8 & 4\zeta_2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_2 \\ \sqrt{2}\zeta_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \zeta_5 & \frac{\zeta_8}{2} & \zeta_1 & \frac{1}{2} \zeta_5 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \sqrt{2}\zeta_2 & \zeta_5 + \frac{1}{2} \zeta_8 & 3\zeta_2 & \frac{1}{2} \zeta_5 & \zeta_2 \\ \sqrt{2}\zeta_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta_5 & \zeta_1 & \frac{1}{2} \zeta_5 & 3\zeta_1 & \zeta_5 + \frac{1}{2} \zeta_8 \\ \frac{\zeta_8}{\sqrt{2}} & \sqrt{2}\zeta_2 & \frac{1}{2} \zeta_5 & \zeta_2 & \zeta_5 + \frac{1}{2} \zeta_8 & 3\zeta_2 \end{bmatrix} \quad (4-20)$$

3. الأساس $(h_1 z_1, h_2 z_2)$:

$$M_{2 \times 2}^3 = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 & \frac{1}{2}\zeta_8 \\ \frac{1}{2}\zeta_8 & 2\zeta_2 \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

4. الأساس $(h_1 \omega_1^+, h_2 \omega_1^-, z_1 \omega_1^+, z_2 \omega_1^+, h_1 \omega_2^+, h_2 \omega_2^+, z_1 \omega_2^+, z_2 \omega_2^+)$

$$M_{8 \times 8}^4 = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_5 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_5 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 & \zeta_5 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\zeta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 & \zeta_5 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\zeta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\zeta_2 \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

عند تقطير المصفوفات M_i ($i=1,4$) نحصل على القيم الذاتية التالية:

$$\begin{aligned} \Omega_1^1 = \Omega_2^1 = \zeta_5 - \frac{1}{2}\zeta_8, \quad \Omega_3^1 = \zeta_5 + \frac{5}{2}\zeta_8, \quad \Omega_4^1 = \Omega_5^1 = \zeta_5 + \frac{1}{2}\zeta_8, \\ \Omega_{1,2}^2 = 3(\zeta_1 + \zeta_2) \pm \sqrt{9(\zeta_1 - \zeta_2)^2 + (2\zeta_5 + \zeta_8)^2}, \\ \Omega_{3,4}^2 = \Omega_{5,6}^2 = \zeta_1 + \zeta_2 \pm \sqrt{(\zeta_1 - \zeta_2)^2 + \frac{1}{4}\zeta_8^2}, \\ \Omega_{1,2}^3 = \Omega_{3,4}^2 \end{aligned} \quad (4-23)$$

وأيضاً لدينا:

$$\begin{aligned} \Omega_1^4 = \Omega_4^1, \quad \Omega_2^4 = \Omega_2^1 \\ \Omega_3^4 = \Omega_5^1, \quad \Omega_{4,5}^4 = \Omega_{5,6}^2 \\ \Omega_{6,7}^4 = \Omega_{4,6}^2, \quad \Omega_1^4 = \Omega_2^4 \end{aligned} \quad (4-24)$$

Ω_i^j توافق القيمة الذاتية رقم i^{th} للمصفوفة M_j . عند فرض شرط الحدودية:

$$|\Omega_i^j| \leq 8\pi \quad (4-25)$$

باستعمال المعاملات ξ_i المعرفة في المعادلة (4-2) نحصل على النتيجة التالية:

$$\frac{\Sigma}{(\text{TrKK}^*)^2} \leq \frac{8\pi x}{14.6} \quad (4-26)$$

والتي يمكن اعتبارها كشرط وحدوي جديد يجمع بين مختلف معاملات الهندسة غير التبديلية، عند مقارنة هذه العلاقة

مع مراجعة Schwartz المعادلة (4-7) نجد أنها محققة من اجل $x \geq 1.7$.

3-4 زمرة إعادة التقنين **Groupe de Renormalisation**

ظهرت لأول مرة في حساب طاقة تفاعل الإلكترون والفوتون حيث تحصلوا على نتائج لا نهائية وبدون معنى، فسروا ذلك بوجود خلق وتدمير مستمر للمادة وبالتالي وجود عدد لا نهائي من الكمات العملية *Quantum vertuelle* في اصغر الأبعاد مما يجعل تأثيرها على كتلة الإلكترون لانهاية. استطاع الفيزيائيون تعديل هذه النتائج عن طريق إعادة التقنين *Renormalisation* والتي تعتمد أساسا على الفكرة التالية: إذا أضفنا مقدار لانهاية لقيمة محدودة ثم عدلنا القياس بقيمة لا نهائية فإننا نحصل على قيمة محددة مرة أخرى. في الهندسة غير التبديلية *NCG*، لا توجد طريقة تكميم مرضية تم استعمالها من اجل بوزونات *Higgs* والبوزونات المعيارية، ما يجعلنا نعتقد أن الميكانيك الكوانتي أساء التعبير بالنسبة للعلاقات والشروط للهندسة غير التبديلية في الحدود الدنيا، إذ من المفروض أن تغير قانون التكميم يكون بالنسبة إلى مرجع قياس معين ونعتبر صحته من اجل كل مرجع. تعتبر طريقة التكميم المعيارية أفضل الطرق لدراسة ذلك، والتي تعتمد على دالة *Lagrange* الكلاسيكية ثم بعد ذلك استعمال قواعد التكميم. في ما يأتي نطبق هذه الطريقة في الهندسة غير التبديلية من اجل نموذج ثنائي *Higgs*، وذلك بأخذ أمثلة بسيطة وتجريبية ودراسة إمكانية المحافظة على علاقات الكتل، الربط والوحودية في الحدود الدنيا. من اجل ذلك نأخذ كمثال النسبة $\frac{\zeta_8}{g}$ والتي من السهل إثبات

عبارتها انطلاقا من المعادلة (3-78) و (4-2) حيث نجد:

$$\frac{\zeta_8}{g} \approx \frac{1.2\Sigma}{x^{1/2}(\text{TrKK}^*)^2} \quad (4-27)$$

في حين لدينا:

$$g = \frac{g_1}{\sin \theta_w} \quad (4-28)$$

إذا كانت المعادلة (4-27) معرفة من اجل أي مقياس μ يشترط لإعطاء قيم مستقلة لمعاملات الهندسة غير التبديلية x ، Σ و TrKK^* بان تكون الدوال β المرافقة β_g و β_{ζ_8} تحققان نفس المعادلة (4-27). من جهة أخرى الدالة β في التصحيح الطاقوي من نوع استقطاب الفراغ *Polarisation du vide* (one loop) المعادلات (4-29) معرفة بعبارات مركبة من حيث الارتباطات المختلفة لا تظهر أن هذه الأخيرة (المعادلات (4-29)) محققة من اجل كل قيمة المعاملات x ، Σ و TrKK^* من ذلك هو أن المعادلة (4-27) ليست محفوظة في زمرة إعادة التقنين. تم الحصول على معادلات زمرة إعادة التقنين (RG) لثوابت الربط من اجل نموذج ثنائي *Higgs* [50]، [51] و [52]:

$$16\pi^2 \frac{dg_i}{dt} = b_i g_i^3; \quad (b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{11}{5}, -3, -7 \right) \quad (4-29a)$$

$$16\pi^2 \frac{dg_t}{dt} = (\Lambda_1 + \Lambda_2 g_t^2) g_t; \quad \Lambda_1 = -\frac{17}{20} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8g_3^2; \quad \Lambda_2 = \frac{9}{2} \quad (4-29b)$$

$$16\pi^2 \frac{dg_b}{dt} = (\Lambda_3 + \Lambda_4 g_t^2) g_b ; \quad \Lambda_3 = -\frac{1}{4} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8g_3^2; \quad \Lambda_4 = \frac{1}{2} \quad (4-29c)$$

$$16\pi^2 \frac{d\zeta_1}{dt} = 24\zeta_1^2 + 2\zeta_5^2 + \zeta_5 \zeta_8 + 2\zeta_8^2 - \left(9g_2^2 + \frac{9}{5} g_1^2\right) \zeta_1 + \left(\frac{9}{8} g_2^4 + \frac{27}{200} g_1^4\right) + \frac{9}{40} g_2^2 g_1^2 + 12g_t^2 \zeta_1 - 6g_t^4 \quad (4-29d)$$

$$16\pi^2 \frac{d\zeta_2}{dt} = 24\zeta_2^2 + 2\zeta_5^2 + \zeta_5 \zeta_8 + 2\zeta_8^2 - \left(9g_2^2 + \frac{9}{5} g_1^2\right) \zeta_2 + \left(\frac{9}{8} g_2^4 + \frac{27}{200} g_1^4\right) + \frac{9}{40} g_2^2 g_1^2 + 12g_b^2 \zeta_2 - 6g_b^4 \quad (4-29e)$$

$$16\pi^2 \frac{d\zeta_5}{dt} = 2\zeta_5 \zeta_1 + 24\zeta_8 \zeta_1 + 12\zeta_5 \zeta_2 + 24\zeta_8 \zeta_2 - \frac{1}{2} \left(9g_2^2 + \frac{9}{5} g_1^2\right) \zeta_5 + \left(\frac{9}{8} g_2^4 + \frac{27}{200} g_1^4\right) - \frac{9}{40} g_2^2 g_1^2 + 3g_t^2 \zeta_5 - 6g_b^4 g_t^2 \quad (4-29f)$$

$$16\pi^2 \frac{d\zeta_8}{dt} = 32\zeta_8^2 + 4\zeta_5 \zeta_8 + 2\zeta_5^2 - \left(9g_2^2 + \frac{9}{5} g_1^2\right) \zeta_8 + 6(g_t^2 + g_b^2) \zeta_8 - 6g_b^4 g_t^2 \quad (4-29g)$$

حيث g_1, g_2, g_3, g_t, g_b تمثل ثوابت ربط التفاعل الكهرومغناطيسي، الضعيف، القوي، الكوارك top والكوارك bottom على الترتيب. على سبيل المثال في إعادة تقنين الزمرة $SU(5)$ تم استعمال زاوية Weinberg θ_w معرفة كما يلي:

$$g_2^2 \sin^2 \theta_w = \frac{3}{5} g_1^2 \cos^2 \theta_w \quad (4-30)$$

في حين نعرف القياس المتغير t كما يلي:

$$t = \ln \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right) \quad (4-31)$$

μ_0 يعبر عن مرجع قياس référence عادة ما يتم اختيار $\mu_0 = M_Z$. يمكن إهمال حدود Yukawa للفرميونات باستثناء الكوارك top والكوارك bottom. تجدر الإشارة إلى أن معاملات الهندسة غير التبديلية x و $\text{Tr}KK^*$ و Σ هي قياسات مرتبطة، كما أن علاقات كلا من الهندسة غير التبديلية، Schwartz والشروط الوحوية المعبر عنها بالمعدلات (4-2)، (4-7) و (4-26) لا يمكن الجزم بصحتها في آن واحد. من أجل أكثر تفصيل، نفرض أن العلاقة المعرفة بالمعادلة (3-66) محققة من أجل كل قياس μ . من خلال ربط هذه الأخيرة مع علاقات الهندسة غير التبديلية المعادلة (4-2)، وباستعمال العلاقة:

$$\text{Tr}KK^* = \frac{4}{9xg_t^2} \quad (4-32)$$

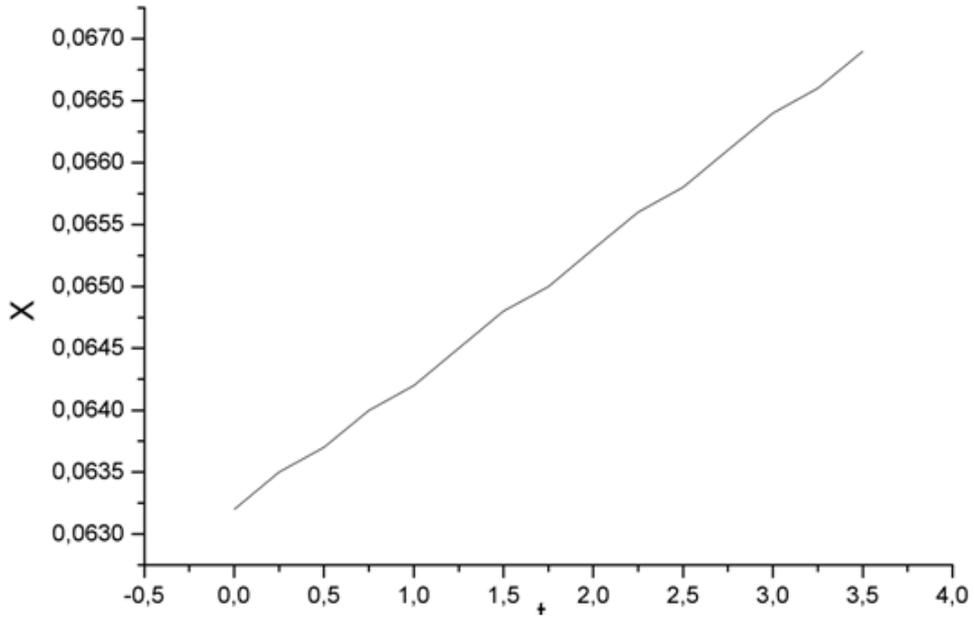
وحلول معادلات زمرة إعادة التقنين للمعاملات g_1 ، g_2 ، g_t و ζ_1 والمعطاة بالمعادلة (4-29)، يمكن تحديد وبدقة ارتباط μ بالمعامل Σ . من جهة أخرى بسبب كون هذا الأخير لا يمكن مقارنته مع الشروط الحدودية (4-27)، متراجحة Schwartz وباقي علاقات الهندسة غير التبديلية (4-7) و (4-2) وفق زمرة إعادة التقنين للثوابت ζ_2 ، ζ_5 ... الخ ومنه معاملات الهندسة غير التبديلية غير صامدة وفق زمرة إعادة التقنين ولا يمكن الحصول على قياس آخر μ (آخر غير $M_Z = \mu_0$) أين كل العلاقات مقبولة في آن واحد.

4-4 النتائج العددية

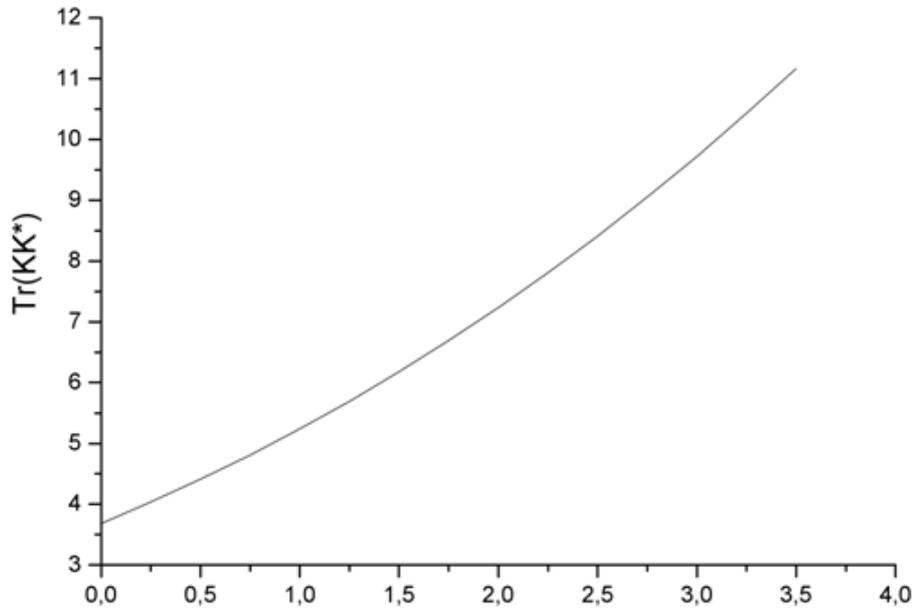
نستعمل طريقة Runge-Kutta من اجل الحصول على التكامل الرقمي للدوال β المعادلة (4-29) أين يتم ربط المعادلات من الدرجة الأولى بمعرفة القيم الابتدائية من اجل كل الروابط عند نفس مرجع القياس $M_Z = \mu_0$. من اجل ذلك وللحصول على نتائج ذات قيمة، تم أخذ:

$$\begin{aligned} \alpha_1(\mu_0) &= 0.02 ; \alpha_2(\mu_0) = 0.04 ; \alpha_3(\mu_0) = 0.25 , \\ \alpha_t(\mu_0) &= 0.11 ; \alpha_b(\mu_0) = 0.01 , \\ \zeta_1(\mu_0) &= 0.6 ; \zeta_2(\mu_0) = 0.4 , \\ \zeta_3(\mu_0) &= 0.66 ; \zeta_4(\mu_0) = \zeta_5(\mu_0) = \zeta_8(\mu_0) = \zeta_9(\mu_0) = 0.5 \end{aligned} \quad (4-33)$$

حيث $\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi}$ والمتغير i يأخذ القيم التالية $i = 1, 2, 3, t, b$ ، تجدر الإشارة إلى انه في حالة العلاقات المعرفة بقياسات مختلفة، يلزم استعمال الطريقة المقترحة (Runge-Kutta) لتجاوز هذا المشكل والحصول على قياس موحد، عادة يأخذ هذا القياس هو μ_0 .

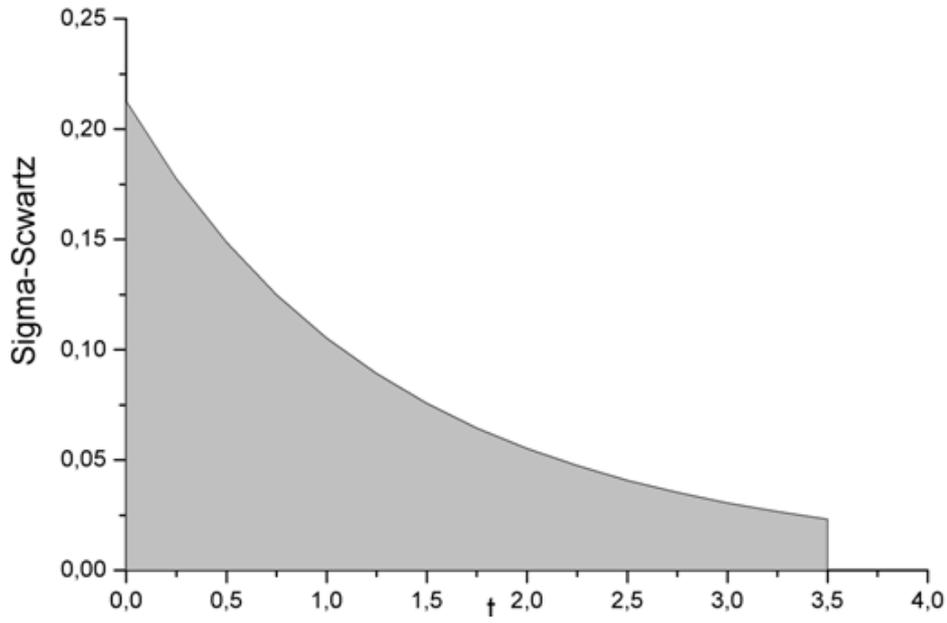


المنحنى 1-4: تغير معامل الهندسة غير التبديلية X بدلالة القياس اللوغاريتمي t

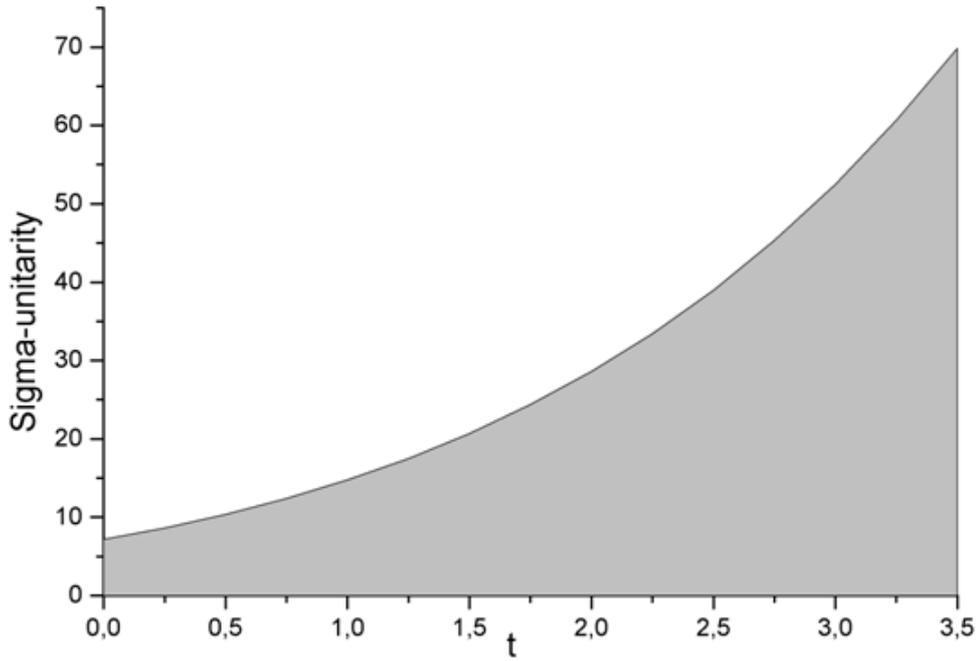


المنحنى 2-4: تغير معامل الهندسة غير التبديلية $Tr(KK^*)$ بدلالة القياس اللوغاريتمي t

المنحنى 1-4 و 2-4: يمثل القيم الممكنة لمعاملات الهندسة غير التبديلية X، $Tr(KK^*)$ بدلالة القياس اللوغاريتمي t والمعرف بالمعادلة (4-31). للإشارة X و $Tr(KK^*)$ ليست معاملات كيفية (وجود ارتباط خطي بينهما).

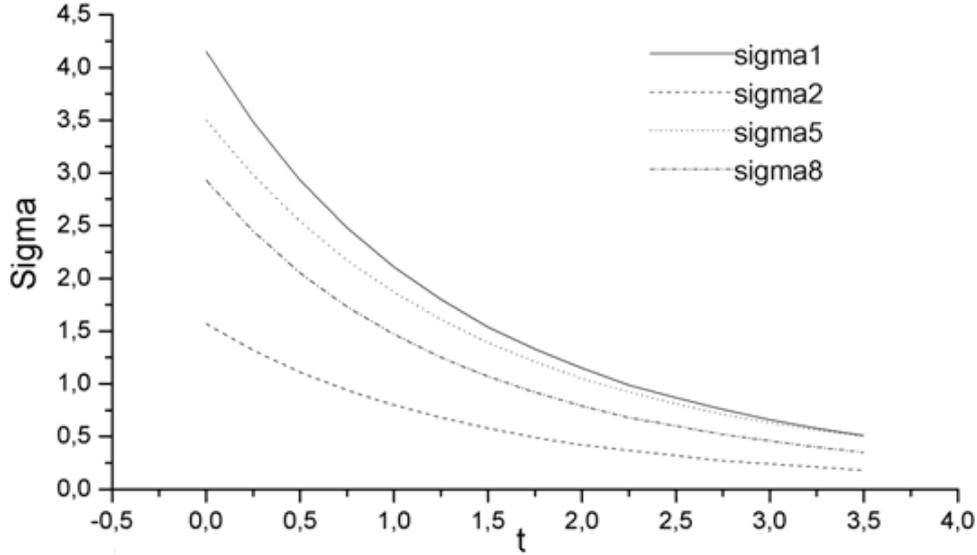


المنحنى 3-4: القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال متراجحة .Schwartz



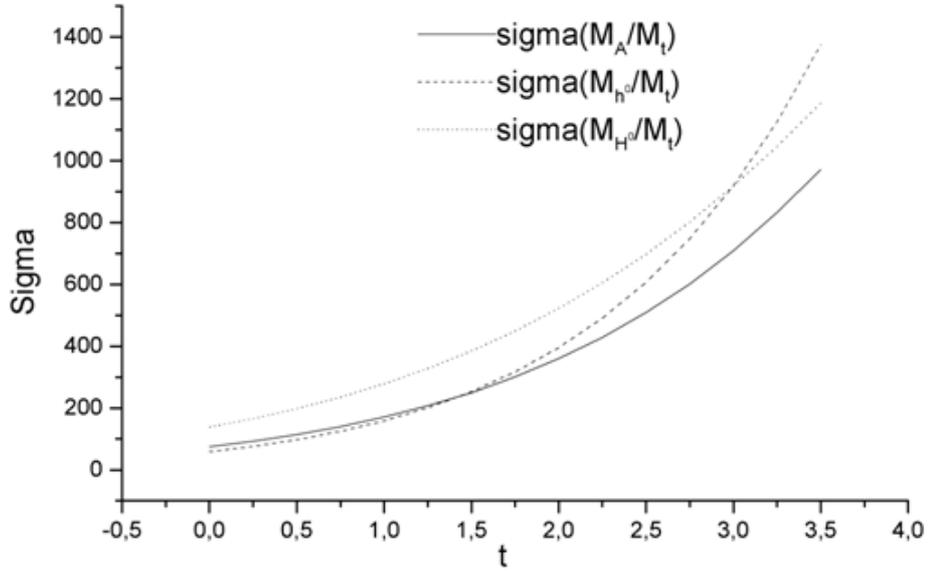
المنحنى 4-4: القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال الشروط الوحدوية.

المنحنى 3-4 و 4-4: يمثل القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال مترابحة Schwartz المعادلة (4-7) وشروط الوحدة المعادلة (4-26) على الترتيب. تجدر الإشارة إلى أن الطاقة تمثل الجزء الواسع في حين الجزء الضيق يمثل النهاية العظمى لمترابحة Schwartz. نذكر مرة أخرى أنه لا يمكن الحصول على قيم كيفية لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ من المعادلة (4-7) و (4-26).



المنحنى 5-4: القيم الممكنة للمعامل Σ في NCG بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين

المنحنى 5-4: تمثل مختلف القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ (نستعمل الرمز Sigma) معطى بدلالة القياس اللوغاريتمي t مستخرج من المعادلة (4-2) وباستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين (4-29)، حيث Sigma1، Sigma2، Sigma5، و Sigma8 تمثل القيم الممكنة لـ Σ المحصل عليها انطلاقاً من عبارة ζ_1 ، ζ_2 ، ζ_5 و ζ_8 على الترتيب. نذكر أنه في المجال $[\mu_0, 35\mu_0]$ المنحنيات السابقة لا تتقاطع في نقطة واحدة، ومعنى ذلك لا يوجد قياس آخر (بخلاف μ_0) أين علاقات الهندسة غير التبديلية في الحدود الدنيا تحقق معادلات زمرة إعادة التقنين (4-29). إلا أننا نتوقع وجود نقطة تتقاطع فيها المنحنيات الأربعة في مستويات الطاقات المرتفعة أكبر من $\mu \approx 4\text{Tev}$ لكون المنحنيات Sigma دوال متناقصة بدلالة t .



المنحنى 4-6: القيم الممكنة لمعاملات NCG بدلالة القياس اللوغاريتمي t باستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين

المنحنى 4-6: تمثيل مختلف القيم الممكنة لمعامل الهندسة غير التبديلية Σ (نستعمل الرمز Sigma) معطى بدلالة القياس اللوغاريتمي t محصل عليه من المعادلة (4-6) باستعمال معادلات زمرة إعادة التقنين (RG) (4-29)، حيث

عبارة Σ المحصل عليها انطلاقاً من عبارة Σ تمثل القيم الممكنة لـ Σ المحصل عليها انطلاقاً من عبارة

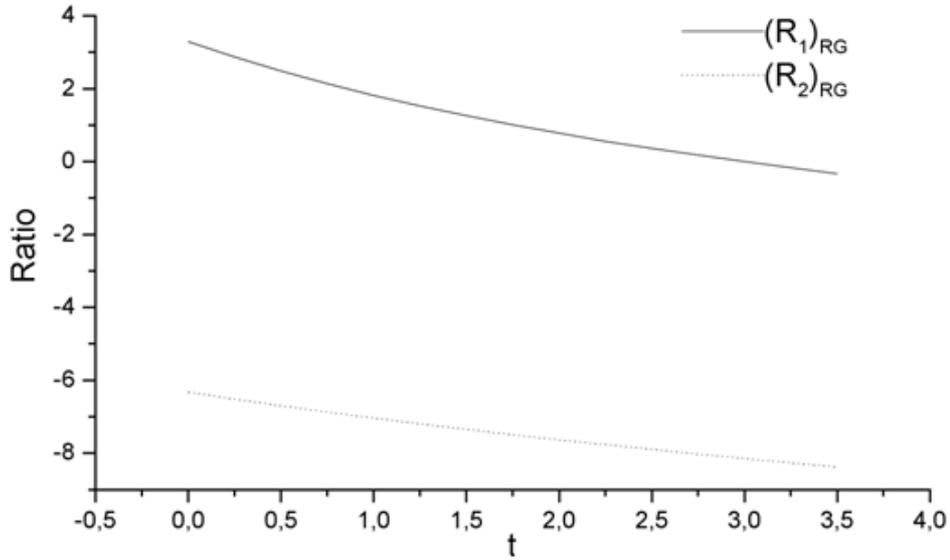
على الترتيب (المعادلة (4-6)). يمكن ملاحظة عدم وجود نقطة تقاطع بين $\left(\frac{M_A}{M_t}\right)$ ، $\left(\frac{M_{h^0}}{M_t}\right)$ و $\left(\frac{M_{H^0}}{M_t}\right)$

المنحنيات الثلاث، في حين يوجد توافق بين قيمة Σ المحصل عليها من علاقات الهندسة غير التبديلية لـ $\left(\frac{M_A}{M_t}\right)$

و $\left(\frac{M_{h^0}}{M_t}\right)$ عند القياس $t \approx 1.25$ ($\mu \approx 3.5M_Z$) و $\Sigma \approx 300$ ، نفس الشيء يوجد توافق بين قيمة Σ المحصل عليها

من علاقات الهندسة غير التبديلية لـ $\left(\frac{M_{h^0}}{M_t}\right)$ و $\left(\frac{M_{H^0}}{M_t}\right)$ عند مستويات الطاقة $t \approx 2.9$ ($\mu \approx 20M_Z$) والموافقة

لـ $\Sigma \approx 900$. من جهة أخرى المنحنى 6 يناقض المنحنى 5 حيث Sigma دالة متزايدة بدلالة الطاقة.



المنحنى 7-4: تمثيل النسب الكتلية (M_{H^0}/M_{h^0}) و (M_{A^0}/M_{h^0}) بدلالة القياس اللوغاريتمي t .

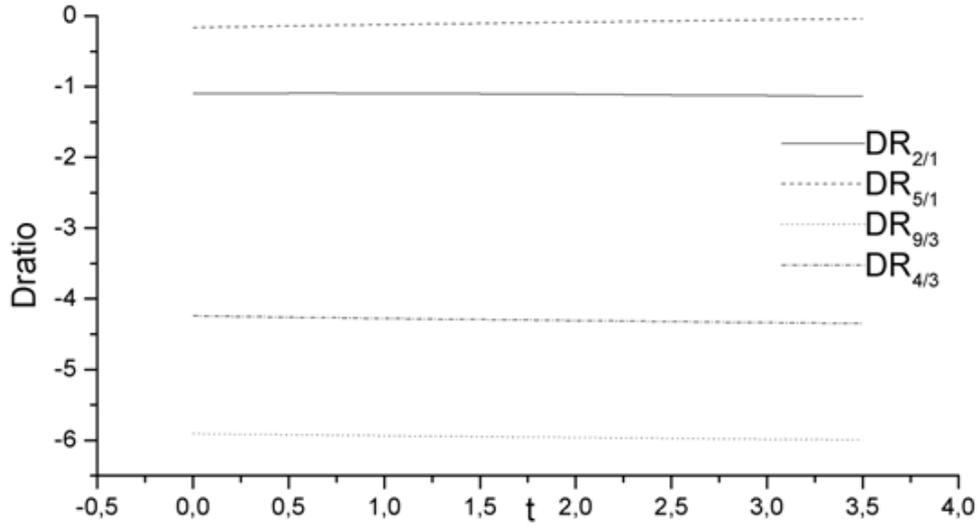
المنحنى 7-4: يمثل مختلف النسب الكتلية $(\frac{M_{H^0}}{M_{h^0}})$ و $(\frac{M_{A^0}}{M_{h^0}})$ ، هذه النسب يمكن الحصول عليها مباشرة باستعمال

علاقات الهندسة غير التبادلية المعادلة (4-6) حيث نجد $(\frac{M_{A^0}}{M_{h^0}}) \approx (\frac{M_{H^0}}{M_{h^0}})$ وأخرى باستعمال علاقات الهندسة غير

التبادلية بدلالة القياس اللوغاريتمي t وبالضرورة معادلات زمرة إعادة التقنين (4-29) حيث نحصل على المنحنى

$(R_1)_{RG}$ و $(R_2)_{RG}$ يمثلان القيم المتوسطة لـ $(\frac{M_{H^0}}{M_{h^0}})$ و $(\frac{M_{A^0}}{M_{h^0}})$ على الترتيب. يمكن ملاحظة أن الفرق كبير

بينهما.



المنحنى 8-4: تمثيل النسب ζ_2/ζ_1 ، ζ_5/ζ_1 ، ζ_9/ζ_3 و ζ_4/ζ_3 بدلالة القياس اللوغاريتمي t .

المنحنى 8-4: يمثل مختلف النسب $\frac{\zeta_2}{\zeta_1}$ ، $\frac{\zeta_5}{\zeta_1}$ ، $\frac{\zeta_9}{\zeta_3}$ و $\frac{\zeta_4}{\zeta_3}$ ممثلة بالمنحنيات $DR_{2/1}$ ، $DR_{5/1}$ ، $DR_{9/3}$ وأيضا

$DR_{4/3}$ على الترتيب، محصل عليها باستعمال علاقات الهندسة غير التبديلية بدلالة القياس اللوغاريتمي t ومعادلات زمرة إعادة التقنين، حيث نلاحظ أن النسبة $\frac{\zeta_5}{\zeta_1}$ صغيرة جدا مقارنة بباقي النسب. في حين عند استعمال علاقات

الهندسة غير التبديلية المعادلة (4-2) نحصل على القيم التالية $\frac{\zeta_2}{\zeta_1} \approx 1.76$ ، $\frac{\zeta_5}{\zeta_1} \approx 1$ ، $\frac{\zeta_9}{\zeta_3} \approx 6.7$ و $\frac{\zeta_4}{\zeta_3} \approx 5$.

من دراسة معاملات الهندسة غير التبديلية نخلص إلى انه يوجد اختلاف بين قيم هذه الأخيرة المحصل عليها من علاقات الهندسة غير التبديلية (من دالة Lagrange مباشرة) وأخرى محصل عليها من زمرة إعادة التقنين (RG)، وبالتالي لا يمكن التعبير عن هذه المعاملات في الحدود الدنيا بنفس مقياس الطاقة. الأمر يصبح أكثر تعقيد عند الأخذ بعين الاعتبار العلاقات الناتجة عن استقرار الكمون $Stabilité du potentiel$ لهذا النموذج وكذا العلاقات الناتجة عن تغير المذاق في التيار الحيادي $(Flavor changing neutral current)$ $Changement de Saveur de courant neutre$ FCNC نخلص في الأخير إلى النتيجة التالية وهي أن نموذج ثنائيتي Higgs يمكن بناءه بشكل جيد كلاسيكيا من خلال تعميم نموذج Chamseddine-Frohlich في الهندسة غير التبديلية لكن مع إنشاء علاقات تكميم مناسبة.

الفصل الخامس

التكميم BRS لنظرية QED في هندسة الفضاء الزمني غير التبديلي

ظهرت نظرية الالكتروديناميك الكوانتي QED في بداية هذا القرن على يد Dirac و Pauli ، Heisenberg ،
تعتبر ابسط نموذج للنظرية المعيارية تصف تفاعل الإلكترون مع الفوتون، صامدة بالتحويلات المعيارية للزمرة U(1).
كما أنها نظرية فيزيائية محققة تجريبيا بدقة كبيرة من نتائجها تحديد العزم المغناطيسي moment magnétique
للإلكترون $\bar{\mu} = g \frac{\ell}{2m} \bar{S}$ تجريبيا وثابت البنية الدقيقة $\alpha = \frac{\ell^2}{4\pi\hbar^2 c} = \frac{1}{137}$. كما نجحت في وصف التأثيرات
الكهرومغناطيسية من خلال معادلات Maxwell. نعمل في ما يلي على دراسة التكميم BRS للزمرة الأبيلية U(1) غير
التبديلية NCQED باستعمال طريقة Seiberg-Witten، والحصول على تحويلات BRS و Anti-BRS غير التبديلية
مع إثبات ضرورة إدخال الاشتقاق غير التبديلي في حد Gauge-Fixing وبالضرورة حد Fadeev-Popov، الحصول
على معادلات الحقل غير التبديلية وتيار Noether الصامد. لكن قبل ذلك نتطرق إلى تحويلات BRS الكلاسيكية
وطريقة Seiberg-Witten.

1-5 التناظر BRS

تم إدخال التناظر BRS من قبل Becchi ، Rouet و Stora وبطريقة منفصلة Tyutin [25]، من أجل تكميم
نظرية Yang Mills والحصول على انتشار Propagateur حقيقي غير شاذ Non-Singulier للحقول العيارية،
بالإضافة إلى الحقول العادية تم إدخال حقلي Ghost و Anti-Ghost (حقول Grassman)، ويرمز لهما بـ c^a و \bar{c}^a
على الترتيب، دالة Lagrange الفعلية تكتب على الشكل:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{2g} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu A_\mu^a)^2 - \bar{c}^a \partial^\mu D_\mu c^a \quad (5-1)$$

هذه الدالة مكونة من حدود مختلفة، الحد ما قبل الأخير هو حد تثبيت العيارية أو حد Gauge-Fixing (\mathcal{L}_{GF})، في
حين يمثل الحد الأخير حد Fadeev-Popov (\mathcal{L}_{FP}). دالة Lagrange الكوانتية (5-1) صامدة وفق تحويلات BRS
المعرفة كما يلي:

$$\delta A_\mu^a = D_\mu c^a \quad (5-2a)$$

$$\delta \psi_i = -c^a (T_a)_i^j \psi_j \quad (5-2b)$$

$$\delta c^a = -\frac{1}{2} f^a_{bc} c^b c^c \quad (5-2c)$$

$$\delta \bar{c}^a = -\frac{1}{\xi} \partial^\mu A_\mu^a \quad (5-2d)$$

عند اختيار c^a و \bar{c}^a حقول Grassman حقيقية ومستقلة عن بعضها، نحصل على:

$$\delta \bar{\psi}^i = -\bar{\psi}^j c^a (T_a)_j^i \quad (5-3)$$

انطلاقا من المعادلات (5-2) نحصل على:

$$\delta F_{\mu\nu}^a = f^a{}_{bc} F_{\mu\nu}^b c^a \quad (5-4a)$$

$$\delta(D_\mu \psi_i) = -c^a (T_a)_i^j (D_\mu \psi_j) \quad (5-4b)$$

$$\delta(D_\mu c^a) = 0 \quad (5-4c)$$

عند استعمال المعادلات (5-2)، (5-3) و (5-4) يمكن إثبات صمود المعادلة (5-1)، تجدر الإشارة إلى أن الحد $\bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi$ و $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ صامدان بطريقة منفصلة، ما ينتج عن ذلك أن الحدين \mathcal{L}_{GF} و \mathcal{L}_{FP} صامدان بطريقة مرتبطة أي:

$$\delta(\mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{FP}) = 0 \quad (5-5)$$

عند اختيار $f^a = \partial^\mu A_\mu^a$ ، واستعمال المعادلة (5-2a) نحصل على العلاقة التالية:

$$\delta f^a = \partial^\mu D_\mu c^a \quad (5-6)$$

يمكن كتابة المعادلة (5-1) على الشكل:

$$\mathcal{L}_{eff} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{2g} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi} f^a f^a - \bar{c}^a \delta f^a \quad (5-7)$$

مع العلم أن دالة Lagrange الفعلية في الحالة العامة والمعبر عنها بالمعادلة (5-7)، صالحة من أجل أي اختيار للدالة f^a . تعطى تحويلات BRS في هذه الحالة كما يلي:

$$\delta A_\mu^a = D_\mu c^a \quad (5-8a)$$

$$\delta \psi_i = -c^a (T_a)_i^j \psi_j \quad (5-8b)$$

$$\delta c^a = -\frac{1}{2} f^a{}_{bc} c^b c^c \quad (5-8c)$$

$$\delta \bar{c}^a = -\frac{1}{\xi} f^a [A_\mu] \quad (5-8d)$$

تحويلات BRS المعرفة في المعادلات (5-8) واجهتها عقبتين، أولهما، تحويلات BRS لـ \bar{c}^a أي $\delta \bar{c}^a$ معرفة بدلالة f^a ، هذا يعني أن الجبر غير معرف بطريقة منفصلة عن دالة Lagrange الفعلية، الثانية وتتمثل في كون $\delta^2 \bar{c}^a \neq 0$ على عكس:

$$\delta^2 A_\mu^a = \delta^2 \psi_i = \delta^2 c^a = 0 \quad (5-9)$$

في حين لدينا:

$$\delta^2 \bar{c}^a = -\frac{1}{\xi} \delta f^a [A_\mu] \quad (5-10)$$

وبالتالي $\delta^2 \bar{c}^a$ ينعدم في حالة واحدة فقط من أجل $\delta f^a = 0$ ، نقول في هذه الحالة أن التحويلات BRS تحقق On-Shell. كما يمكن الحصول على تحويلات BRS تحقق Off-Shell وذلك بإضافة درجة حرية إضافية ناتجة عن إدخال حقل غير ديناميكي، تحديدا الحقل b^a ، عندها نحصل على دالة Lagrange الفعلية تكتب على الشكل [25]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \bar{\psi} i(\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{2g} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\xi}{2} b^a b^a + b^a f^a - \bar{c}^a \delta f^a \quad (5-11)$$

عند التخلص من b^a بتعويضه بحلول معادلة Euler-Lagrange:

$$b^a = -\frac{1}{\xi} f^a \quad (5-12)$$

تصبح تحويلات BRS كما يلي:

$$\delta A_\mu^a = D_\mu c^a \quad (5-13a)$$

$$\delta \psi_i = -c^a (T_a)_i^j \psi_j \quad (5-13b)$$

$$\delta c^a = -\frac{1}{2} f^a_{bc} c^b c^c \quad (5-13c)$$

$$\delta \bar{c}^a = -b^a \quad (5-13d)$$

$$\delta b^a = 0 \quad (5-13e)$$

وفي هذه الحالة نحصل من اجل تحويلات BRS على:

$$\delta^2 = 0 \quad (5-14)$$

محققة من اجل كل الحقول A_μ^a ، ψ_i ، c^a ، \bar{c}^a وأيضا b^a ، نقول عندها أن المؤثر δ لتحويلات BRS يحقق الانعدام المربعي Nilpotence. في حالة الزمر غير الأبيلية $SU(n)$ تعطى الحقول بدلالة مولدات الزمرة وتكتب على الشكل التالي:

$$A_\mu = A_\mu^a T_a \quad (5-15a)$$

$$c = c^a T_a \quad (5-15b)$$

$$\bar{c} = \bar{c}^a T_a \quad (5-15c)$$

$$b = b^a T_a \quad (5-15d)$$

تحويلات BRS تكتب بصورة عامة على الشكل التالي:

$$\delta A = -Dc^a \quad (5-16a)$$

$$\delta \psi = -c\psi \quad (5-16b)$$

$$\delta c = -c^2 \quad (5-16c)$$

$$\delta \bar{c}^a = b^a \quad (5-16d)$$

$$\delta b = 0 \quad (5-16e)$$

Seiberg-Witten وطريقة Moyal جداء 2-5

عمل كلا من Seiberg و Witten على استقرار العلاقة بين نظرية Yang Mills غير التبديلية مع نظرية

Yang Mills الكلاسيكية. من اجل ذلك تم استبدال الجداء العادي بجداء Moyal:

$$(f \circ g)(x) = f(x)g(x) + \sum_{n \geq 1} h^n B_n(f(x), g(x)) \quad (5-17)$$

أين $B_n(f(x), g(x))$ مؤثر تفاضلي معطى بدلالة $f(x)$ و $g(x)$ ، و h معامل أسي. في التمثيل القانوني هذا الجداء يعرف بالجداء Star والمعطى كما يلي:

$$(f * g)(x) = f(x)g(x) + \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n!} \left(\frac{i}{2}\right)^n \theta^{i_1 j_1} \dots \theta^{i_n j_n} (\partial_{i_1} \dots \partial_{i_n} f(x)) (\partial_{j_1} \dots \partial_{j_n} g(x)) \quad (5-18)$$

عادة ما نستعمل جداء من الدرجة الأولى لـ θ :

$$(f * g)(x) = f(x)g(x) + \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \partial_\mu f(x) \partial_\nu g(x) + O(\theta^2) \quad (5-19)$$

ما يجعل نظرية Yang Mills غير التبديلية هي نظرية Yang Mills الكلاسيكية بالإضافة إلى حد تصحيحي من الدرجة θ .

✓ خواص جداء Moyal

1. الخاصية التجميعية

$$(f(x) * g(x)) * h(x) = f(x) * (g(x) * h(x)) \quad (5-20)$$

2. جداء دائري

$$\int dx f(x) * g(x) * h(x) = \int dx h(x) * f(x) * g(x) \quad (5-21)$$

3. امتلاك جداء Moyal تكامل صامد

$$\int d^4 x (f * g)(x) = \int d^4 x (g * f)(x) = \int d^4 x f(x) g(x) \quad (5-22)$$

4. علاقة Leibnitz

$$\partial_\mu (f(x) * g(x)) = \partial_\mu f(x) * g(x) + f(x) * \partial_\mu g(x) \quad (5-23)$$

في التمثيل القانوني للفضاء الزمني غير التبديلي إحداثيات الموضع x_μ تم استبدالها بمؤثرات غير تبديلية \hat{x}_μ تحقق العلاقة:

$$[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = i\theta^{\mu\nu} \quad (5-24)$$

حيث $\theta^{\mu\nu}$ تمثل مصفوفة ثابتة حقيقية وضد متناظرة، ذات بعد كفي c ، يمكن استبدال الجداء التقليدي أو العادي في

النظرية غير التبديلية بالجداء Star * ويعرف أيضا بجداء Moyal-Weyl [28]:

$$[x^\mu, x^\nu] = x^\mu * x^\nu - x^\nu * x^\mu = i\theta^{\mu\nu} \quad (5-25)$$

عند حساب دالة الفعل Action في نظرية الحقول الآن يمكن استعمال الدوال المعرفة بالإحداثيات التبادلية للفضاء الزمني بالإضافة إلى الجداء Star * المعرف في المعادلة (5-19). بناء النظرية المعيارية في الفضاء الزمني غير التبادلي واجهه عدة عقبات، على سبيل المثال المحافظة على التناظر المعياري وتعريف الاشتقاق وحيد التغير D_μ في النظرية المعيارية غير التبادلية للزمرة $U(1)$ يفرض امتلاك حقول المادة شحنة 0 أو ± 1 . حل هذا المشكل وبناء النظرية المعيارية غير التبادلية في الحالة العامة تم اقتراحه من قبل [29]. طريقة Seiberg-Wetten تفرض أن تكون التحويلات المعيارية غير التبادلية في النظرية غير التبادلية على شكل التحويلات المعيارية التبادلية في النظرية التبادلية الفعلية. يعطى حسب طريقة Seiberg-Wetten [29]، الحقل المعياري \hat{A}_ζ ، حقل القوى $\hat{F}_{\mu\nu}$ ، حقل المادة $\hat{\Psi}$ والمعامل المعياري الموضعي $\hat{\Lambda}$ للزمرة $U(1)$ كما يلي:

$$\hat{A}_\zeta = \hat{A}_\zeta(A) = A_\zeta + \frac{1}{4}\theta^{\mu\nu}\{A_\nu, \partial_\mu A_\zeta\} + \frac{1}{4}\theta^{\mu\nu}\{F_{\mu\zeta}, A_\nu\} \quad (5-26)$$

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}(\Psi, A) = \Psi + \frac{1}{2}\theta^{\mu\nu}A_\nu\left(\partial_\mu - \frac{i}{2}A_\mu\right)\Psi \quad (5-27)$$

$$\hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\theta^{\alpha\beta}\{F_{\mu\alpha}, F_{\nu\beta}\} + \frac{1}{4}\theta^{\alpha\beta}\{A_\alpha, (\partial_\beta + D_\beta)F_{\mu\nu}\} \quad (5-28)$$

$$\hat{\Lambda} = \hat{\Lambda}(\Lambda, A) = \Lambda + \frac{1}{4}\theta^{\mu\nu}\{A_\nu, \partial_\mu \Lambda\} \quad (5-29)$$

الاشتقاق وحيد التغير لحقل القوى $F_{\mu\nu}$ يعطى كما يلي:

$$D_\beta F_{\mu\nu} = \partial_\beta F_{\mu\nu} - i\left[A_\beta, F_{\mu\nu}\right] \quad (5-30)$$

تعطى التحويلات المعيارية المتناهية في الصغر للزمرة $U(1)$ غير التبادلية كما يلي [28]-[29]:

$$\delta\hat{A}_\mu = \delta\hat{A}_\mu = \partial_\mu \hat{\Lambda} + i\left[\hat{\Lambda}, \hat{A}_\mu\right] \quad (5-31)$$

$$\delta\hat{F}_{\mu\nu} = \delta\hat{F}_{\mu\nu} = i\left[\hat{\Lambda}, \hat{F}_{\mu\nu}\right] \quad (5-32)$$

وأيضاً لدينا:

$$\delta\hat{\Psi} = \delta\hat{\Psi} = i\hat{\Lambda} * \hat{\Psi} \quad (5-33)$$

حيث نأخذ ثوابت الربط مساوية للواحد δ و δ ($\hat{\delta}$) يمثل التحويلات المعيارية المتناهية في الصغر العادية (غير التبادلية) للزمرة $U(1)$ مع العلم أننا أحياناً نستعمل الرمز $U_*(1)$ دلالة على أنها زمرة غير تبادلية.

3-5 تعميم تحويلات Lorentz الموضعية المتناهية في الصغر

من أجل المحافظة على علاقة التبادل القانونية بين إحداثيات الفضاء الزمني وفق تحويلات Lorentz والحصول على فعل Lorentz الصامد لتفادي ظهور مشاكل مع النسبية الخاصة، قام بعض الفيزيائيين بالتعامل مع

المعامل غير التبادلي θ على انه مؤثر [41]. في أعمال أخرى يتم التعامل مع المعامل غير التبادلي على انه ثابت ينتج عنه عدم صمود فعل Lorentz، من أجل ذلك نعمم تحويلات Lorentz (الكلية والموضعية) بحيث نحصل على علاقة التبادل القانونية بين إحداثيات الفضاء الزمني غير التبادلي محفوظة. من خلال تعميم تحويلات Lorentz الموضعية المتناهية في الصغر، إحداثيات الفضاء الزمني غير التبادلي x^μ تأخذ التحويل العام $x^\mu \rightarrow x'^\mu$ حيث:

$$\hat{x}'^\mu = \hat{\Lambda}_{L\sigma}^\mu \hat{x}^\sigma + \hat{\Omega}^\mu \quad (5-34)$$

$$\hat{\Lambda}_{L\sigma}^\mu = \delta_\sigma^\mu + \lambda_\sigma^\mu + \tilde{\lambda}_\sigma^\mu \quad (5-35)$$

$\hat{\Omega}^\mu$ و $\tilde{\lambda}_\sigma^\mu$ مؤثرات معطاة بدلالة المعامل غير التبادلي والمعامل المعياري المتناهي في الصغر θ و λ_σ^μ على الترتيب، عند افتراض المحافظة على علاقة التبادل (5-24) من اجل تحويلات Lorentz المعممة (5-34). نحصل بعد حسابات مباشرة على العلاقة:

$$\begin{aligned} & [\hat{\Omega}^\mu, x^\nu] + [x^\mu, \hat{\Omega}^\nu] + [x^\mu, \tilde{\lambda}_\sigma^\nu] x^\sigma + [\tilde{\lambda}_\sigma^\mu, x^\nu] + i\theta^{\mu\sigma} \lambda_\sigma^\nu + i\theta^{\sigma\nu} \lambda_\sigma^\mu \\ & + \left[-\frac{i}{2} \theta^{\mu\rho} \partial_\rho, \lambda_\sigma^\nu \right] x^\sigma + \left[\lambda_\sigma^\mu, -\frac{i}{2} \theta^{\nu\rho} \partial_\rho \right] x^\sigma + O(\theta^2, \lambda^2) = 0 \end{aligned} \quad (5-36)$$

حلول هذه المعادلة تتمثل في:

$$\hat{\Omega}^\mu = -\frac{i}{2} \theta^{\mu\sigma} \lambda_\sigma^\rho \partial_\rho + \frac{i}{2} \theta^{\rho\sigma} \lambda_\sigma^\mu \partial_\rho \quad (5-37)$$

$$\tilde{\lambda}_\sigma^\mu = -\frac{i}{4} \theta^{\rho\alpha} \partial_\alpha \lambda_\sigma^\mu \partial_\rho + \frac{i}{2} \theta^{\mu\alpha} \partial_\alpha \lambda_\sigma^\rho \partial_\rho \quad (5-38)$$

عند الأخذ بعين الاعتبار عبارة $\hat{\Omega}^\mu$ تصبح المعادلة (5-34) على شكل زمرة Poincaré أو تحويلات Lorentz غير المتجانسة Inhomogène، لكون معامل الانسحاب $\hat{\Omega}^\mu$ مرتبط بمعامل الدوران λ_σ^μ ، وهذا يعني أن تعميم تحويلات Lorentz الموضعية في الفضاء الزمني غير التبادلي تعبر في نفس الوقت عن انحناء Courbure والتفاف Torsion [32]. في ما يلي نقوم ببناء النظرية المعيارية الكوانتية للزمرة $U(1)$ في الفضاء الزمني غير التبادلي لـ Minkowski أين علاقة التبادل القانونية بين إحداثيات الفضاء الزمني غير التبادلي محققة من خلال تعميم تحويلات Lorentz الكلية، وبالتأكيد محققة أيضا من خلال تعميم تحويلات Lorentz الموضعية (الفضاء الزمني غير التبادلي المنحني). نشير هنا إلى أن تعميم تحويلات Lorentz الكلية تم دراسته في المرجع [42] لكن بشكل مختلف.

4-5 تحويلات BRS و Anti-BRS غير التبادلية

تم دراسة التناظر BRS في الهندسة غير التبادلية للنظرية المعيارية للزمرة $U(n)$ في المرجع [43]، انطلاقا من تحديد تحويلات BRS للحقول المعيارية والمادة. كما تم إدخال تحويلات BRS للحقول على شكل تمثيل للزمرة المعيارية غير التبادلية في المرجع [41]. يمكن دراسة التناظر BRS في النظرية المعيارية العادية وفق طريقة Seiberg-Wetten انطلاقا من استبدال المعامل $\hat{\Lambda}$ بـ \hat{c} حيث \hat{c} يمثل المعامل الكلي Paramètre globale و \hat{c}

يمثل حقل Ghost معرف وفق طريقة Seiberg-Wetten، انطلاقاً من ذلك يمكن كتابة تحويلات BRS غير التبديلية انطلاقاً من تحويلات BRS التبديلية مع تعريف الحقول غير التبديلية وفق طريقة Seiberg-Wetten بالإضافة إلى استبدال الجداء العادي بالجداء * لنحصل في الأخير على الشكل التالي:

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{A}_\mu = \delta_{BRS} \hat{A}_\mu = \partial_\mu \hat{c} + i \left[\hat{c}, \hat{A}_\mu \right] = \hat{D}_\mu \hat{c} \quad (5-39a)$$

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{\Psi}_\mu = \delta_{BRS} \hat{\Psi}_\mu = i \hat{c} * \hat{\Psi} \quad (5-39b)$$

تمديد شكل الحقل \hat{B} في الحالة غير التبديلية وإدخال الحقل Anti-Ghost غير التبديلي ينتج عنه:

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{B} = 0 \quad (5-40a)$$

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{c} = i \hat{c} * \hat{c} \quad (5-40b)$$

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{c} = i \hat{B} \quad (5-40c)$$

يعطى حقل Ghost وفق طريقة Seiberg-Wetten (SWM) انطلاقاً من المعادلة (5-29) بـ:

$$\hat{c} = c + \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \{A_\nu, \partial_\mu c\} \quad (5-41)$$

عند استعمال مؤثر Fadeev-Popov C_{FP} والمعرف كما يلي:

$$C_{FP} A_\mu = A_\mu, C_{FP} \Psi = \Psi, C_{FP} c = \bar{c}, C_{FP} \bar{c} = c \quad (5-42)$$

من السهل إثبات أن الحقل Anti-Ghost في طريقة Seiberg-Wetten (SW) يأخذ الشكل العام:

$$\hat{c} = \bar{c} + \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \{A_\nu, \partial_\mu \bar{c}\} \quad (5-43)$$

ونفس الشيء بالنسبة للحقل \hat{B} وفق طريقة Seiberg-Wetten حيث نحصل على:

$$\hat{B} = B - \frac{i}{2} \theta^{\mu\nu} (\partial_\nu c \partial_\mu \bar{c} + i A_\nu \partial_\mu B) \quad (5-44)$$

مع العلم أن قانون Leibnitz التدرجي غير التبديلي يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\delta}_{BRS} (F * G) = (\hat{\delta}_{BRS} F) * G + (-1)^{|F|} F * \hat{\delta}_{BRS} G \quad (5-45)$$

حيث $|F|$ يمثل عدد Ghost للحقل F ، بأخذ:

$$\hat{\delta}_{BRS} = \delta_{BRS} \quad (5-46)$$

حيث δ_{BRS} يمثل تحويل BRS التبديلي ويعرف كما يلي:

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{\phi}(\phi, A) = \hat{\phi}(\phi + \delta_{BRS} \phi, A + \delta_{BRS} A) - \hat{\phi}(\phi, A) \quad (5-47)$$

نحصل بعد حسابات مباشرة على:

$$\hat{\delta}_{BRS}^2 \hat{B} = \hat{\delta}_{BRS}^2 \hat{A}_\mu = \hat{\delta}_{BRS}^2 \Psi = 0 \quad (5-48)$$

في حين لدينا:

$$\hat{\delta}_{BRS}^2 \hat{c} = i\theta^{\mu\nu} \hat{D}_\nu c \partial_\mu B \neq 0 \quad (5-49)$$

ما يعني أن الحقل Anti-Ghost وفق Seiberg-Wetten يغير خاصية الانعدام المربعي Nilpotence والتي تلعب دور أساسي في ضمان وحدوية المصفوفة-S مع التخلص من درجات الحرية غير الفيزيائية، كما تؤدي خدمة ترتيب الحقول عند انعدام التأثير Asymptotique. من أجل تخطي هذا المشكل نعتبر أن العلاقة (5-46) ليست مثالية، وأن تحويلات BRS في الهندسة غير التبديلية NCG للمؤثر $\hat{\delta}_{BRS}$ تأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\delta}_{BRS} = \delta_{BRS} + \theta^{\mu\nu} \tilde{\delta}_{\mu\nu} + O(\theta^2) \quad (5-50)$$

حيث $\tilde{\delta}_{\mu\nu}$ يمثل الجزء الخاص بالتحويل في الفضاء غير التبديلي، يتم تحديده لاحقاً مع تحقق العلاقة التالية:

$$[\tilde{\delta}_{\mu\nu}, \tilde{\delta}_{\mu\nu}] = 0 \quad (5-51)$$

بالإضافة إلى:

$$\hat{\delta}_{\mu\nu}^2 = 0 \quad (5-52)$$

بعد حسابات بسيطة ومباشرة نحصل على:

$$\tilde{\delta}_{\mu\nu} \hat{c} = -\frac{i}{2} A_\nu \partial_\mu B \quad (5-53)$$

$$\tilde{\delta}_{\mu\nu} \hat{c} = \tilde{\delta}_{\mu\nu} \hat{B} = \tilde{\delta}_{\mu\nu} \hat{\Psi} = \tilde{\delta}_{\mu\nu} \hat{A}_\rho = 0 \quad (5-54)$$

هذه الخواص لـ $\tilde{\delta}_{\mu\nu}$ تضمن تحقق الانعدام المربعي لكل الحقول. من أجل إلغاء درجة حرية غير فيزيائية يتم تحديد

العلاقة المباشرة بين الحقل غير الفيزيائي \hat{B} والحقل المعياري \hat{A}^μ والموافقة لـ:

$$\hat{B} = \partial_\mu \hat{A}^\mu \quad (5-55)$$

عند الأخذ بعين الاعتبار عبارة الحقل \hat{B} نحصل على:

$$\hat{\delta}_{BRS} \hat{B} = \partial_\mu \hat{D}^\mu \hat{c} \neq 0 \quad (5-56)$$

وهو ما يمثل تناقض مع ما وجدناه في المعادلة (5-40a)، لحل هذا المشكل نفترض وجود اختلاف بين الاشتقاق غير

التبديلي $\hat{\delta}_\mu$ والاشتقاق التبديلي ∂_μ حيث تربط بينهما العلاقة التالية:

$$\hat{\delta}_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \Omega_\nu \quad (5-57)$$

كما يمكن تفسير ذلك على أنه تعميم للعلاقة الكلاسيكية التي تربط الحقل غير الفيزيائي \hat{B} والحقل المعياري \hat{A}^μ ،

تصبح عبارة الحقل \hat{B} كما يلي:

$$\hat{B} = \hat{\delta}_\mu \hat{A}^\mu \quad (5-58)$$

Ω_ν مؤثر يحدد انطلاقاً من المقارنة بين المعادلة (5-40a) و(5-56)، بعد حسابات مباشرة نجد:

$$\Omega_\nu = -\theta_{\nu\mu}^{-1} \theta^{\rho\sigma} (\partial^\mu A_\sigma) \partial_\rho - \theta_{\nu\mu}^{-1} \theta^{\rho\sigma} A_\sigma \partial^\mu \partial_\rho + F_{\nu\rho} \partial^\rho + \partial^\rho F_{\nu\rho} - \partial_\nu B + i \partial_\nu \bar{c} \hat{\delta}_{BRS} \quad (5-59)$$

$\theta_{\nu\mu}^{-1}$ تمثل عناصر مقلوب المصفوفة $\theta^{\nu\mu}$. من أجل تحديد تحويلات Anti-BRS غير التبديلية $\bar{\delta}_{\text{BRS}}$ نستعمل تحويلات BRS غير التبديلية $\hat{\delta}_{\text{BRS}}$ العلاقات (5-39) و (5-40) بالإضافة إلى العلاقة التي تربط بينهما من جهة وبين مؤثر Fadeev-Popov C_{FP} من جهة أخرى:

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} = C_{\text{FP}} \hat{\delta}_{\text{BRS}} C_{\text{FP}} \quad (5-60)$$

حيث نحصل على:

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} \hat{A}_\mu = \hat{D}_\mu \hat{c} \quad (5-61)$$

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} \hat{c} = -i(\hat{c} * \hat{c}) \quad (5-62)$$

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} \hat{c} = -i\hat{B} \quad (5-63)$$

وأيضا:

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} \hat{\Psi} = -i\hat{c} * \hat{\Psi} \quad (5-64)$$

$$\bar{\delta}_{\text{BRS}} \hat{B} = 0 \quad (5-65)$$

تجدر الإشارة إلى أنه في الحالة العامة تحويلات Anti-BRS غير التبديلية $\bar{\delta}_{\text{BRS}}$ وتحويلات BRS غير التبديلية $\hat{\delta}_{\text{BRS}}$ لا تتبادل فيما بينها في ما بينها، حيث:

$$\left\{ \bar{\delta}_{\text{BRS}}, \hat{\delta}_{\text{BRS}} \right\} \hat{c} = -i\theta^{\mu\nu} \partial_\mu \hat{c} \partial_\nu \hat{B} \quad (5-66a)$$

$$\left\{ \bar{\delta}_{\text{BRS}}, \hat{\delta}_{\text{BRS}} \right\} \hat{c} = -i\theta^{\mu\nu} \partial_\mu \hat{c} \partial_\nu \hat{B} \quad (5-66b)$$

بالإضافة إلى:

$$\left\{ \bar{\delta}_{\text{BRS}}, \hat{\delta}_{\text{BRS}} \right\} \hat{A}_\mu = 2i\partial_\mu \hat{B} - i\{D_\mu \hat{c}, \hat{c}\} + i\{D_\mu \hat{c}, \hat{c}\} \quad (5-67)$$

هذه الخواص لا تتوافق مع الحالة الكلاسيكية (التبديلية) أين $\bar{\delta}_{\text{BRS}}$ و δ_{BRS} ضد تبديلية $\{\delta_{\text{BRS}}, \bar{\delta}_{\text{BRS}}\} = 0$.

5-5 دالة Lagrange

دالة Lagrange الكوانتية لنظرية QED غير التبديلية تعطى كما يلي:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_{\text{YM}} + \mathcal{L}_{\text{FP}} + \mathcal{L}_{\text{GF}} \quad (5-68)$$

حيث الجزء المعبر عن تفاعل المادة و البوزونات المعيارية يوافق:

$$\mathcal{L}_m = \hat{\Psi} * (D - m) * \hat{\Psi} \quad (5-69)$$

في حين حد Yang-Mills والذي يمثل الحد الحركي للبوزونات المعيارية يكتب على الشكل:

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4} \hat{F}^{\mu\alpha} * \hat{F}_{\mu\alpha} \quad (5-70)$$

مع أخذ الاشتقاق وحيد التغير للزمرة $U(1)$:

$$D = \gamma^\mu D_\mu = \gamma^\mu (\partial_\mu - ie\hat{A}_\mu) \quad (5-71)$$

يمثل $\mathcal{L}_m + \mathcal{L}_{YM}$ الجزء الكلاسيكي لنظرية QED غير التبديلية صامد بالتحويلات المعيارية للزمرة $U(1)$ والمحصل عليها باستبدال كل الجداءات العادية في التحويلات الكلاسيكية لهذه الزمرة بالجداء Star [55]:

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = U(x) * A_\mu(x) * U^{-1}(x) + \frac{i}{g} U(x) * \partial_\mu U^{-1}(x) \quad (5-72)$$

حيث:

$$\begin{aligned} U(x) &= \exp(i\lambda(x))_* = 1 + i\lambda(x) + \frac{(i)^2}{2} \lambda(x) * \lambda(x) + \dots \\ U^{-1}(x) &= \exp(-i\lambda(x))_* = 1 - i\lambda(x) + \frac{(-i)^2}{2} \lambda(x) * \lambda(x) + \dots \\ U(x)U^{-1}(x) &= 1 \end{aligned} \quad (5-73)$$

بالإضافة إلى صموده بالتحويلات BRS غير التبديلية بشكل منفصل. يعطى حد Lagrange — Gauge-Fixing والذي يعرف من خلال الحقل غير الفيزيائي \hat{B} باستبدال الجداء العادي بالجداء Star في العلاقة الكلاسيكية كما يلي:

$$\mathcal{L}_{GF} = -\hat{B} * \partial_\mu \hat{A}^\mu + \frac{\alpha}{2} \hat{B} * \hat{B} \quad (5-74)$$

و α يمثل معامل معياري، كما هو الحال في الحالة الكلاسيكية عبارة Gauge-Fixing (5-74) تكافئ العبارة التالية:

$$\mathcal{L}_{GF} = -\partial_\mu \hat{B} * \hat{A}^\mu + \frac{\alpha}{2} \hat{B} * \hat{B} \quad (5-75)$$

هذه الأخيرة تسمح في النهاية بالحصول على إحدى معادلات الحقل موافقة لـ $\hat{B} = \hat{\partial}_\mu \hat{A}^\mu$. انطلاقاً من الخاصية التالية:

$$\hat{\delta}_{BRS}(\mathcal{L}_{FP} + \mathcal{L}_{GF}) = 0 \quad (5-76)$$

وبعد حسابات مباشرة نحصل على عبارة \mathcal{L}_{FP} موافقة لـ:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FP} &= -i\hat{c} * \left\{ -\frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \left[(\partial^\mu \hat{D}_\sigma \hat{c}) \partial_\rho \hat{A}_\mu + \partial^\mu \hat{A}_\sigma (\partial_\rho \hat{D}_\mu \hat{c}) + \partial_\rho \hat{B} (\hat{D}_\sigma \hat{c}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \theta^{\rho\sigma} \left[\partial^\mu \hat{A}_\sigma (\partial_\rho \hat{D}_\mu - \partial_\mu \hat{D}_\rho) \hat{c} - \hat{F}_{\mu\rho} \partial^\mu \hat{D}_\sigma \hat{c} \right] + \partial^\mu D_\mu \hat{c} \right\} + 0(\theta^2) \end{aligned} \quad (5-77)$$

والتي تمثل تعميم لدالة Fadeev-Popov في الفضاء الزمني التبديلي مع ضمان الحصول على صمود دالة Lagrange وفق تحويلات BRS غير التبديلية (تحويلات BRS في الفضاء الزمني غير التبديلي).

6-5 تعميم معادلات الحقول غير التبديلية ونظرية Noether

تم تحديد معادلات الحقول وتيار Noether في أعمال سابقة من خلال تعميم العلاقات الكلاسيكية لهذه الأخيرة أي إدخال الجداء * وتعريف الحقول وفق طريقة Seiberg-Wetten مباشرة في العلاقة النهائية، وقد تم التوصل إلى نتيجة وهي أن تيار Noether غير محفوظ [41]. رغم تعارض ذلك مع النظرية التي تنص على أن صمود دالة Lagrange وفق تحويلات معينة ينتج عنه بالضرورة تيار صامد. تم تفسير ذلك من قبل Micu و Sheick-Jabbari على أن تباعد التيار راجع إلى الجداء Star لبعض دوال الحقول والاشتقاقات [44]. نعتقد أن المشكل في ذلك مرتبط بالاشتقاق في معادلات الحقل وعبارة التيار في هندسة الفضاء الزمني غير التبديلي، فمن خلال استعمال الجداء Star * وطريقة Seiberg-Wetten دالة Lagrange تعطى بدلالة دوال الحقل بالإضافة إلى الدالة المشتقة الأولى والثانية:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\hat{\varphi}^A, \partial_\mu \hat{\varphi}^A, \partial_\mu \partial_\nu \hat{\varphi}^A) \quad (5-78)$$

من السهل إثبات أن دالة Lagrange تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\varphi}^A} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \hat{\varphi}^A} + \partial_\mu \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\varphi}^A} = 0 \quad (5-79)$$

والمستخرجة من صمود دالة Lagrange وفق تحويلات BRS غير التبديلية. في حين العبارة العامة لمعادلات الحقول في الفضاء العادي والناجمة عن دالة Lagrange الكلاسيكية (معطاة بدلالة دالة الحقل والدالة المشتقة الأولى $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\varphi^A, \partial_\mu \varphi^A)$ موافقة لـ:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi^A} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi^A} = 0 \quad (5-80)$$

عند مقارنة المعادلتين (5-79) و (5-80) نلاحظ وجود حد إضافي في المعادلة الناتجة عن الفضاء الزمني غير التبديلي له علاقة مع الدالة المشتقة الثانية. معادلات الحقول في هذه الحالة من الدرجة الأولى لـ θ (باستعمال التقريب $O(\theta^2)$) تعطى كما يلي:

$$-\hat{\partial}_\mu \hat{A}^\mu + \alpha \hat{B} = 0 \quad (5-81)$$

$$(i\mathcal{D} + m) * \hat{\psi} - \frac{ic}{2} \left[\hat{A}, \hat{\psi} \right] = 0; \quad \hat{A} = \gamma^\mu \hat{A}_\mu \quad (5-82)$$

$$-i\partial_\mu \hat{D}^\mu \hat{c} + \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \Sigma_4 + \Sigma_5 = 0 \quad (5-83)$$

$$i\partial_\mu \partial^\mu \hat{c} - \frac{i}{2} \left[\hat{B}, \hat{c} \right] - \Sigma_6 + \Sigma_7 + \Sigma_8 + \Sigma_9 + \Sigma_{10} - \Sigma_{11} = 0 \quad (5-84)$$

$$\partial_\mu \hat{F}^{\mu\nu} + ie \hat{\psi} \gamma^\alpha \hat{\psi} + \Sigma_{12}^\alpha + \Sigma_{13}^\alpha - \Sigma_{14}^\alpha - \Sigma_{15}^\alpha - \Sigma_{16}^\alpha + \Sigma_{17}^\alpha + \Sigma_{18}^\alpha = 0 \quad (5-85)$$

حيث الثوابت Σ تعطى كما يلي:

$$\Sigma_1 = \frac{i}{2} \theta^{\rho\sigma} \left\{ \partial_\rho \hat{A}_\mu (\partial^\mu \hat{D}_\sigma \hat{c}) + \partial^\mu \hat{A}_\sigma (\partial_\rho \hat{D}_\mu \hat{c}) \right\} \quad (5-86a)$$

$$\Sigma_2 = \frac{i}{2} \theta^{\rho\sigma} \left\{ \partial_\rho \hat{B}_\mu (\hat{D}_\sigma \hat{c}) + \partial^\mu \hat{A}_\sigma (\partial_\rho \hat{D}_\mu - \partial_\mu \hat{D}_\rho) \hat{c} - \hat{F}_{\mu\rho} (\partial^\mu \hat{D}_\sigma \hat{c}) \right\} \quad (5-86b)$$

$$\Sigma_3 = \frac{-i}{2} \left[\hat{B}^*, \hat{c} \right] + \frac{i}{4} \partial_\mu \left[\hat{B}^*, \partial^\mu \hat{c} \right] \quad (5-86c)$$

$$\Sigma_4 = \frac{i}{4} \theta^{\beta\mu} \partial_\mu (\partial_\nu \partial_\beta \hat{B} (\partial^\nu \hat{c}) + \partial_\beta \hat{B} (\partial^\nu \partial_\nu \hat{c})) \quad (5-86d)$$

$$\Sigma_5 = \frac{i}{4} \theta^{\beta\nu} \partial_\mu (\partial_\nu \partial_\beta \hat{B} (\partial^\mu \hat{c}) + \partial_\beta \hat{B} (\partial^\mu \partial_\nu \hat{c})) \quad (5-86e)$$

$$\Sigma_6 = \theta^{\rho\mu} \partial_\mu (\hat{c} \partial^\alpha \partial_\rho \hat{A}_\alpha + \partial^\alpha \hat{c} \partial_\rho \hat{A}_\alpha - i \hat{c} \partial_\rho \hat{B}) - \frac{i}{4} \partial_\mu \left[\hat{B}^*, \partial^\mu \hat{c} \right] \quad (5-86f)$$

$$\Sigma_7 = \frac{i}{2} \partial_\mu \partial_\nu \hat{c} \left\{ \theta^{\mu\rho} (2\partial_\rho \hat{A}^\nu + \hat{F}_\rho^\nu) \right\} + \theta^{\nu\rho} (2\partial_\rho \hat{A}^\mu + \hat{F}_\rho^\mu) \quad (5-86g)$$

$$\Sigma_8 = \frac{i}{2} \partial_\nu \hat{c} \left\{ \theta^{\mu\rho} (2\partial_\mu \partial_\rho \hat{A}^\nu + \partial_\mu \hat{F}_\rho^\nu) \right\} + \theta^{\nu\rho} (2\partial_\mu \partial_\rho \hat{A}^\mu + \partial_\mu \hat{F}_\rho^\mu) \quad (5-86h)$$

$$\Sigma_9 = \frac{i}{2} \partial_\mu \hat{c} \left\{ \theta^{\mu\rho} (2\partial_\nu \partial_\rho \hat{A}^\nu + \partial_\nu \hat{F}_\rho^\nu) \right\} + \theta^{\nu\rho} (2\partial_\nu \partial_\rho \hat{A}^\mu + \partial_\nu \hat{F}_\rho^\mu) \quad (5-86i)$$

$$\Sigma_{10} = i \theta^{\mu\rho} \hat{c} (2\partial_\mu \partial_\nu \partial_\rho \hat{A}^\nu + \partial_\mu \partial_\nu \hat{F}_\rho^\nu) \quad (5-86j)$$

$$\Sigma_{11} = \frac{i}{4} \theta^{\rho\nu} \partial_\mu (\partial_\nu \partial^\mu \hat{c} \partial_\rho \hat{B} + \partial^\mu \hat{c} \partial_\nu \partial_\rho \hat{B}) - \frac{i}{4} \theta^{\rho\mu} \partial_\mu (\partial_\nu \partial^\nu \hat{c} \partial_\rho \hat{B} + \partial^\nu \hat{c} \partial_\nu \partial_\rho \hat{B}) \quad (5-86k)$$

$$\Sigma_{12}^\alpha = \frac{1}{2} \theta^{\alpha\rho} (\hat{B} \partial^\mu \partial_\rho \hat{A}_\mu + \partial^\rho \hat{F}_\rho^\nu - \partial_\nu \hat{B}) \quad (5-86l)$$

$$\Sigma_{13}^\alpha = \theta^{\mu\rho} (\partial_\mu \partial_\rho \hat{A}_\nu \hat{F}^{\alpha\nu} + \partial_\rho \hat{A}_\nu \partial_\mu \hat{F}^{\alpha\nu} - 2i \hat{c} \partial^\alpha \partial_\rho \partial_\mu \hat{c} - 2i \partial_\mu \hat{c} \partial^\alpha \partial_\rho \hat{c}) \quad (5-86m)$$

$$\Sigma_{14}^\alpha = i \theta^{\rho\alpha} (\partial_\mu \hat{c} \partial^\mu \partial_\rho \hat{c} - \hat{c} \partial_\mu \partial^\mu \partial_\rho \hat{c}) + \frac{i e}{2} \theta^{\mu\rho} \partial_\mu (\hat{\psi} \gamma^\alpha \partial_\rho \hat{\psi} - \partial_\rho \hat{\psi} \gamma^\alpha \hat{\psi}) \quad (5-86n)$$

$$\Sigma_{15}^\alpha = \partial_\mu \hat{B} (-\delta^{\alpha\mu} + \theta^{\rho\alpha} \partial_\rho \hat{A}^\mu - \theta^{\rho\mu} \partial^\alpha \hat{A}_\rho) + \hat{B} (\theta^{\rho\alpha} \partial_\mu \partial_\rho \hat{A}^\mu - \theta^{\rho\mu} \partial_\mu \partial^\alpha \hat{A}_\rho) \quad (5-86o)$$

$$\Sigma_{16}^\alpha = \frac{i}{2} (\delta^{\alpha\mu} \theta^{\rho\nu} + \delta^{\alpha\nu} \theta^{\rho\mu}) \partial_\mu (\partial_\nu \hat{c} \partial_\rho \hat{c} + \hat{c} \partial_\nu \partial_\rho \hat{c}) \quad (5-86p)$$

$$\Sigma_{17}^\alpha = \frac{1}{4} (\delta^{\alpha\nu} \theta^{\mu\rho} + \delta^{\alpha\mu} \theta^{\nu\rho}) \partial_\mu \partial_\nu \partial_\rho \hat{B} \quad (5-86q)$$

$$\Sigma_{18}^\alpha = \frac{1}{2} (\delta^{\alpha\mu} \theta^{\nu\rho} + \delta^{\alpha\nu} \theta^{\mu\rho} + \delta^{\mu\nu} \theta^{\rho\alpha}) \partial_\mu (\hat{A}_\rho \partial_\nu \hat{B} + \hat{B} \partial_\nu \hat{A}_\rho) \quad (5-86r)$$

من جهة أخرى صمود دالة Lagrange بتحويلات BRS غير التبديلية ينتج عنه بالضرورة تيار محفوظ أو ما يعرف بتيار Noether، يبقى المشكل كيفية الحصول على صيغة هذا الأخير. من أجل ذلك نقوم بكتابة المشتقة الأولى لأي حقل على الشكل التالي:

$$\hat{\delta}_{\text{BRS}} \hat{\phi}^A = \zeta \hat{G}^A \quad (5-87)$$

ζ يمثل ثابت Grassman، في حين \hat{G}^A دالة متعلقة بالحقل $\hat{\phi}^A$ يتم تحديدها لاحقاً. عند استعمال المعادلة $\hat{\delta}_{BRS} \mathcal{L} = 0$ نحصل على معادلة من الشكل:

$$\hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\phi}^A} + \partial_\mu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \hat{\phi}^A} + \partial_\mu \partial_\nu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A} = 0 \quad (5-88)$$

هذه الأخيرة يمكن كتابتها على الشكل:

$$\begin{aligned} \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\phi}^A} - \partial_\mu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \hat{\phi}^A)} + \partial_\mu \left(\partial_\nu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A)} \right) - \partial_\mu \left(\hat{G}^A \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A)} \right) \\ + \hat{G}^A \partial_\mu \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A)} = 0 \end{aligned} \quad (5-89)$$

وهي تكافئ المعادلة التالية:

$$\partial_\mu \left(\hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \hat{\phi}^A} + \partial_\nu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A} - \hat{G}^A \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A} \right) = 0 \quad (5-90)$$

هذه المعادلة تثبت بالضرورة وجود مقدار صامد، هو تيار Noether المعدل يعرف كما يلي:

$$\hat{J}_\mu = \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \hat{\phi}^A} + \partial_\nu \hat{G}^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A} - \hat{G}^A \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \partial_\nu \hat{\phi}^A} \quad (5-91)$$

بحيث نحصل على:

$$\partial_\mu \hat{J}^\mu = 0 \quad (5-92)$$

في حين تعطى الصيغة العامة لتيار Noether في الفضاء الكلاسيكي على الشكل التالي:

$$J_\mu = \delta \phi^A \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^A} \quad (5-93)$$

عند اختيار تيار Noether معرف بالمعادلة (5-91) نثبت أنه مقدار محفوظ في الفضاء الزمني غير التبديلي على عكس النتائج المحصل عليها في دراسات سابقة [41]، [44]. ونخلص في الأخير أن:

$$\hat{G}^A = \hat{\delta}_{BRS} \hat{\phi}^A \quad (5-94)$$

وهو ما يجعل تيار Noether غير التبديلي (تيار Noether في الفضاء الزمني غير التبديلي) تعميم لهذا الأخير في الفضاء العادي بمعنى آخر تيار Noether غير التبديلي يمثل تيار Noether التبديلي أو العادي بالإضافة إلى حدين إضافيين ناتجين عن الفضاء الزمني غير التبديلي. مع العلم أن $\hat{\phi}^A$ تمثل الحقول $\hat{\psi}$ ، \hat{A}_μ ، \hat{B} ، \hat{c} و $\hat{\bar{c}}$. لنحصل في الأخير على التيار المحفوظ في الفضاء الزمني غير التبديلي من الدرجة الأولى لـ θ (باستعمال التقريب $O(\theta^2)$) موافق لـ:

$$\begin{aligned}\hat{J}^\mu &= (\hat{D}_\alpha \hat{c})(\Delta^{\mu\alpha} - \omega^{\mu\alpha}) + (\partial_\nu \hat{D}_\alpha \hat{c})\chi^{\mu\nu\alpha} + ie(\hat{c} * \hat{\psi})\Delta_1^\mu \\ &+ i(\hat{c} * \hat{c})(\Delta_2^\mu - \omega_2^\mu) + i\partial_\nu (\hat{c} * \hat{c})\chi_2^{\mu\nu} + i\hat{B}(\Delta_3^\mu - \omega_3^\mu) + i\partial_\nu \hat{B}\chi_3^{\mu\nu}\end{aligned}\quad (5-95)$$

حيث:

$$\begin{aligned}\Delta^{\mu\alpha} &= -\hat{F}^{\mu\alpha} - \theta^{\mu\rho}\partial_\rho \hat{A}_\nu \hat{F}^{\alpha\nu} + 2i\theta^{\mu\rho}\hat{c}\partial^\alpha \partial_\rho \hat{c} + i\theta^{\rho\alpha}\hat{c}\partial^\mu \partial_\rho \hat{c} \\ &+ \frac{ie}{2}\theta^{\mu\rho}\partial_\mu (\hat{\psi}\gamma^\alpha \partial_\rho \hat{\psi} - \partial_\rho \hat{\psi}\gamma^\alpha \hat{\psi}) + \hat{B}(-\delta^{\alpha\mu} + \theta^{\rho\alpha}\partial_\rho \hat{A}^\mu - \theta^{\rho\mu}\partial^\alpha \hat{A}_\rho)\end{aligned}\quad (5-96a)$$

$$\chi^{\mu\nu\alpha} = \left[\frac{1}{4}(\delta^{\alpha\nu}\theta^{\mu\rho}\partial_\rho \hat{B} + 2\delta^{\alpha\mu}\theta^{\nu\rho}\hat{B}\hat{A}_\rho + \delta^{\mu\nu}\theta^{\rho\alpha}\hat{B}\hat{A}_\rho) - \frac{i}{2}\delta^{\alpha\mu}\theta^{\rho\nu}\hat{c}\partial_\rho \hat{c} + \mu \leftrightarrow \nu \right]\quad (5-96b)$$

$$\begin{aligned}\omega^{\mu\nu\alpha} &= \frac{1}{4}(\delta^{\alpha\nu}\theta^{\mu\rho} + \delta^{\alpha\mu}\theta^{\nu\rho})\partial_\nu \partial_\rho \hat{B} + \frac{i}{2}(\delta^{\alpha\mu}\theta^{\rho\nu} + \delta^{\alpha\nu}\theta^{\rho\mu})(\partial_\nu \hat{c}\partial_\rho \hat{c} + \hat{c}\partial_\nu \partial_\rho \hat{c}) \\ &+ \frac{1}{2}(\delta^{\alpha\nu}\theta^{\mu\rho} + \delta^{\alpha\mu}\theta^{\nu\rho} + \delta^{\mu\nu}\theta^{\rho\alpha})(\hat{A}_\rho \partial_\nu \hat{B} + \hat{B}\partial_\nu \hat{A}_\rho)\end{aligned}\quad (5-96c)$$

$$\Delta_1^\mu = \frac{1}{2}\theta^{\mu\beta}(\mathcal{D} + m)\partial_\beta \hat{\psi}\quad (5-96d)$$

$$\Delta_2^\mu = \frac{i}{2}\left[\hat{B}, \hat{c}\right] + \frac{i}{4}\partial_\mu \left[\hat{B}, \partial^\mu \hat{c}\right] - \theta^{\rho\mu}(\hat{c}\partial^\alpha \partial_\rho \hat{A}_\alpha + \partial^\alpha \hat{c}\partial_\rho \hat{A}_\alpha - i\hat{c}\partial_\rho \hat{B})\quad (5-96e)$$

$$\chi_2^{\mu\nu} = \left[\frac{i}{2}\hat{c}(\delta^{\mu\nu} + 2\theta^{\mu\rho}\partial_\rho \hat{A}^\nu + \theta^{\mu\rho}\hat{F}_\rho^\nu) - \frac{i}{4}\theta^{\rho\nu}\partial_\mu \hat{c}\partial_\rho \hat{B} + \mu \leftrightarrow \nu \right]\quad (5-96f)$$

$$\begin{aligned}\omega_2^\mu &= \frac{i}{2}\partial_\nu \hat{c}(2\delta^{\mu\nu} + 2\theta^{\mu\rho}\partial_\rho \hat{A}^\nu + 2\theta^{\nu\rho}\partial_\rho \hat{A}^\mu + \theta^{\mu\rho}\partial_\nu \hat{F}_\rho^\nu + \theta^{\nu\rho}\partial_\nu \hat{F}_\rho^\mu) \\ &+ \frac{i}{2}\hat{c}(2\theta^{\mu\rho}\partial_\nu \partial_\rho \hat{A}^\nu + 2\theta^{\nu\rho}\partial_\nu \partial_\rho \hat{A}^\mu + \theta^{\mu\rho}\partial_\nu \hat{F}_\rho^\nu + \theta^{\nu\rho}\partial_\nu \hat{F}_\rho^\mu) \\ &- \frac{i}{4}\{\theta^{\rho\nu}(\partial_\nu \partial^\mu \hat{c}\partial_\rho \hat{B} + \partial^\mu \hat{c}\partial_\nu \partial_\rho \hat{B}) + \theta^{\rho\mu}(\partial_\nu \partial^\nu \hat{c}\partial_\rho \hat{B} + \partial^\nu \hat{c}\partial_\nu \partial_\rho \hat{B})\}\end{aligned}\quad (5-96g)$$

$$\Delta_3^\mu = \frac{-i}{2}\theta^{\rho\mu}\hat{B}\partial_\rho \hat{c} - \frac{i}{4}\partial_\mu \left[\hat{B}, \partial^\mu \hat{c}\right]\quad (5-96h)$$

$$\chi_3^{\mu\nu} = \frac{-i}{4}(\theta^{\beta\mu}\partial_\beta \hat{B}\partial^\nu \hat{c} + \mu \leftrightarrow \nu)\quad (5-96i)$$

$$\omega_3^\mu = \frac{-i}{4}(\theta^{\beta\mu}(\partial_\nu \partial_\beta \hat{B}\partial^\nu \hat{c} + \partial_\beta \hat{B}\partial_\nu \partial^\nu \hat{c}) + \theta^{\beta\nu}(\partial_\nu \partial_\beta \hat{B}\partial^\mu \hat{c} + \partial_\beta \hat{B}\partial_\nu \partial^\mu \hat{c}))\quad (5-96j)$$

الفصل السادس

نموذج 2HDM

في الفضاء الزمني غير التبديلي

تمت دراسة النموذج المعياري في هندسة الفضاء الزمني غير التبادلي NCSM من قبل X. Calmet وفريقه [28] بعد تجاوز مشكل تكميم النظرية المعيارية من اجل جميع الشحن ومن بين نتائجه:

1- التمكن من دراسة الزمر غير الأبلية في الفضاء الزمني غير التبادلي باستعمال طريقة Seiberg-Witten.

2- إمكانية الحصول على الانكسار التلقائي للتناظر وتطبيق آلية Higgs.

3- عدم ظهور جسيمات جديدة.

4- الحصول على تفاعلات جديدة (غائبة في النموذج المعياري للفضاء الزمني التبادلي).

5- إثبات انعكاس الزوجية في الكروموديناميك الكوانتي QCD.

6- بقاء QED على حالها في النموذج المعياري غير التبادلي.

في هذا الفصل نعمل على بناء نموذج ثنائي Higgs في الفضاء الزمني غير التبادلي NC2HDM، بالاعتماد على الزمرة المعيارية $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ المعبرة عن التفاعل الكهروضعيف والقوي مع تعريف دالة الفعل من الدرجة الأولى للمعامل غير التبادلية $\theta^{\mu\nu}$.

1-6 جداء Moyal وطريقة Seiberg-Witten

نقوم ببناء النظرية المعيارية في الفضاء الزمني غير التبادلي انطلاقا من استعمال طريقة Seiberg-Witten بالإضافة إلى استعمال الجداء *، تعطى التحويلات المعيارية غير التبادلية المتناهية في الصغر لحقل المادة كما يلي:

$$\hat{\delta}\hat{\psi} = \delta\hat{\psi} = i\hat{\Lambda} * \hat{\psi} \quad (6-1)$$

حقل المادة غير التبادلي $\hat{\psi}$ والمعطى بدلالة الحقل العادي ψ يعرف في طريقة Seiberg-Witten بـ:

$$\hat{\psi} = \psi + \frac{1}{2}\theta^{\alpha\beta}V_{\beta}\partial_{\alpha}\psi + \frac{i}{4}\theta^{\alpha\beta}V_{\alpha}V_{\beta}\psi + o(\theta^2) \quad (6-2)$$

$\hat{\Lambda}$ يمثل المعامل المعياري غير التبادلي معرف في طريقة Seiberg-Witten كما يلي:

$$\hat{\Lambda} = \Lambda + \frac{1}{4}\theta^{\mu\nu}\{V_{\nu}, \partial_{\mu}\Lambda\} + o(\theta^2) \quad (6-3)$$

وهو معطى بدلالة المعامل المعياري التبادلي Λ :

$$\Lambda = g'\alpha(x)Y + g\sum_{a=1}^3\alpha_a^L(x)T_L^a + g_s\sum_{b=1}^8\alpha_b^S(x)T_S^b \quad (6-4)$$

حيث Y ، T_L^a و T_S^b مولدات الزمر $U(1)$ ، $SU(2)_L$ و $SU(3)_c$ على الترتيب، في حين V_ν يمثل الكمون المعياري الكلاسيكي (العادي):

$$V_\mu = g' A_\mu(x) Y + g \sum_{\alpha=1}^3 \beta_{\mu\alpha}(x) T_L^a + g_s \sum_{b=1}^8 G_{\mu b}(x) T_S^b \quad (6-5)$$

والذي يعرف انطلاقا منه الكمون المعياري غير التبديلي \hat{V}_μ :

$$\hat{V}_\mu = V_\mu + i\Gamma_\mu + O(\theta^2) \quad (6-6)$$

حيث:

$$\Gamma_\mu = i \frac{1}{4} \theta^{\alpha\beta} \{ g' A_\alpha + g B_\alpha + g_s G_\alpha, g' \partial_\beta A_\mu + g \partial_\beta B_\mu + g_s \partial_\beta G_\mu + g' f_{\beta\mu} + g F_{\beta\mu}^L + g_s F_{\beta\mu}^S \} \quad (6-7)$$

g' ، g و g_s ثوابت الربط، A_μ ، B_μ و G_μ الحقول المعيارية، في حين $f_{\mu\nu}$ ، $F_{\mu\nu}^L$ و $F_{\mu\nu}^S$ تمثل حقل القوى للزمر

$U(1)$ ، $SU(2)_L$ و $SU(3)_c$ على الترتيب. هذا الأخير يعطى في طريقة Seiberg-Witten كما يلي:

$$\hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}^L + O(\theta^2) \quad (6-8)$$

حيث:

$$F_{\mu\nu}^L = \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} \{ F_{\mu\alpha}, F_{\nu\beta} \} - \frac{1}{4} \theta^{\alpha\beta} \{ V_\alpha, (\partial_\beta + D_\beta) F_{\mu\nu} \} \quad (6-9)$$

وأیضا:

$$F_{\mu\nu} = g' f_{\mu\nu} + g F_{\mu\nu}^L + g_s F_{\mu\nu}^S \quad (6-10)$$

تكتب الحقول السلمية في طريقة Seiberg-Witten كما يلي:

$$\hat{\phi}_i = \phi_i + \rho(\phi_i^1) + O(\theta^2), \quad i = 1, 2 \quad (6-11)$$

مع العلم أن:

$$\begin{aligned} \rho(\phi_i^1) = & \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \rho(V_\nu) \left(\partial_\mu \phi_i - \frac{i}{2} \rho(V_\mu) \phi_i + \frac{i}{2} \phi_i \rho(V'_\mu) \right) \\ & + \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \left(\partial_\mu \phi_i - \frac{i}{2} \rho(V_\mu) \phi_i + \frac{i}{2} \phi_i \rho(V'_\mu) \right) \rho(V'_\nu) \end{aligned} \quad (6-12)$$

نحتاج في هذا النموذج إلى ثنائيي **Higgs** $\hat{\phi}_1$ و $\hat{\phi}_2$ ، بأخذ التمثيل التالي:

$$\hat{\phi}_1 = \phi, \quad \hat{\phi}_2 = \chi \quad (6-13)$$

في حين $\rho(V_\mu)$ تأخذ أشكال مختلفة حسب نوع الدالة Ψ كما هو موضح في الجدول الآتي:

الجدول 1-6: الحقول المعيارية للفرميونات في طريقة Seiberg-Witten ممثلة بـ $\rho(V_v)$ ، T_L^a و T_S^b تمثل مصفوفات Pauli و Gell-Mann على الترتيب.

Ψ	$\rho(V_v)$
e_R	$-g'A_v$
$L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	$-\frac{1}{2}g'A_v - \frac{1}{2}gB_{va}T_L^a$
u_R	$\frac{2}{3}g'A_v + g_S G_{vb} T_S^b$
d_R	$-\frac{1}{3}g'A_v + g_S G_{vb} T_S^b$
$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{6}g'A_v + gB_{va}T_L^a + g_S G_{vb} T_S^b$

يعطى الاشتقاق وحيد التغير غير التبدلي \hat{D}_μ كما يلي:

$$\hat{D}_\mu \hat{\Psi} = \partial_\mu \hat{\Psi} - i \hat{V}_\mu * \hat{\Psi} \quad (6-14)$$

الدالة غير التبدلية $\hat{\Psi}$ يمكن أن تكون دالة معبرة عن الفرميونات $\hat{\Psi}$ أو دالة الحقول السلمية $\hat{\phi}$ و $\hat{\chi}$ ، تعطى التحويلات المعيارية المنتهية في الصغر للكمون المعيارى وحقل القوى كما يلي:

$$\delta \hat{V}_\mu = \delta \hat{V}_\mu = \partial_\mu \hat{\Lambda} + i \left[\hat{\Lambda}, \hat{V}_\mu \right] \quad (6-15)$$

$$\delta \hat{F}_{\mu\nu} = \delta \hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{\Lambda} + i \left[\hat{\Lambda}, \hat{F}_{\mu\nu} \right] \quad (6-16)$$

2-6 النموذج

من أجل دراسة النموذج المعيارى لثنائيتي Higgs في هندسة الفضاء الزمنى غير التبدلي NC2HDM

نعرف دالة الفعل [28]:

$$\begin{aligned} S_{\text{NC2HDM}} &= \int d^4x \mathcal{L}_{\text{2HDM}}^{\text{NC}} \\ &= S_{\text{gauge}} + S_{\text{Higgs}} + S_{\text{Matter-fermion}} + S_{\text{Yukawa}} \end{aligned} \quad (6-17)$$

هذه الأخيرة وعلى غرار دالة الفعل الكلاسيكية تضم الحد المعياري (حد Yang Mills أو حد Jauge) S_{Jauge} ، دالة الفعل للحقول السلمية S_{Higgs} ، دالة الفعل المعبرة عن الفرميونات $S_{\text{Matter-fermion}}$ وأخيرا دالة الفعل لـ Yukawa S_{Yukawa} .

6-2-1 الفعل المعياري

يعرف الحد المعياري وفق الصيغة:

$$\begin{aligned} S_{\text{gauge}} &= -\int d^4x \frac{1}{2g^2} \text{tr}_1 \hat{F}_{\mu\nu} * \hat{F}^{\mu\nu} - \int d^4x \frac{1}{2g^2} \text{tr}_2 \hat{F}_{\mu\nu} * \hat{F}^{\mu\nu} - \int d^4x \frac{1}{2g_s^2} \text{tr}_3 \hat{F}_{\mu\nu} * \hat{F}^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4} \int d^4x f_{\mu\nu} f^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \text{Tr} \int d^4x F_{\mu\nu}^L F_L^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \text{Tr} \int d^4x F_{\mu\nu}^S F_S^{\mu\nu} \\ &\quad - g\theta^{\mu\nu} \text{Tr} \int d^4x F_{\mu\rho}^L F_{\nu\sigma}^L F^{L\rho\sigma} + \frac{1}{4} g_s \theta^{\mu\nu} \text{Tr} \int d^4x F_{\mu\nu}^S F_{\rho\sigma}^S F^{S\rho\sigma} \\ &\quad - g_s \theta^{\mu\nu} \text{Tr} \int d^4x F_{\mu\rho}^S F_{\nu\sigma}^S F^{S\rho\sigma} + 0(\theta^2) \end{aligned} \quad (6-18)$$

tr_3 و tr_2 ، tr_1 تمثل مجموع العناصر القطرية للزمر $U(1)$ ، $SU(2)$ و $SU(3)$ على الترتيب، إدخال الجداء * وطريقة Seiberg-Witten أدى إلى ظهور حدود تفاعل إضافية مقارنة بالنموذج الكلاسيكي، هذه الأخيرة معطاة بدلالة $\theta^{\mu\nu}$ وهو ما يسمح بالعودة إلى النموذج الكلاسيكي من اجل $\theta^{\mu\nu}$ تؤول إلى 0.

6-2-2 حقول Higgs

وفق طريقة Seiberg-Witten نعرف دالة الفعل S_{Higgs} كما يلي:

$$S_{\text{Higgs}} = \int d^4x (\hat{D}\hat{\phi})^+ * (\hat{D}\hat{\phi}) + \int d^4x (\hat{D}\hat{\chi})^+ * (\hat{D}\hat{\chi}) + \int d^4x \hat{V}(\hat{\phi}, \hat{\chi}) \quad (6-19)$$

دالة الكمون غير التبديلية معطاة في طريقة Seiberg-Witten كما يلي:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{\phi}, \hat{\chi}) &= \lambda_1 (\hat{\phi}^+ * \hat{\phi} * \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} - 2v_1^2 \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} + v_1^4) + \lambda_2 (\hat{\chi}^+ * \hat{\chi} * \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} - 2v_2^2 \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} + v_2^4) \\ &\quad + \lambda_3 (\hat{\phi}^+ * \hat{\phi} * \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} - 2v_1^2 \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} + v_1^4 + \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} * \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} - 2v_2^2 \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} + v_2^4 \\ &\quad + \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} * \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} + \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} * \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} - 2v_1^2 \hat{\phi}^+ * \hat{\phi} - 2v_2^2 \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} + 2v_1^2 v_2^2) \\ &\quad + \lambda_4 (\hat{\phi}^+ * \hat{\phi} * \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} - \hat{\chi}^+ * \hat{\chi} * \hat{\phi}^+ * \hat{\phi}) \\ &\quad + \lambda_5 (\hat{\phi}^+ * \hat{\chi} * \hat{\chi}^+ * \hat{\phi} - v_1 v_2 (\hat{\phi}^+ * \hat{\chi} + \hat{\chi}^+ * \hat{\phi}) + v_1^2 v_2^2) \end{aligned} \quad (6-20)$$

باستعمال عبارة الاشتقاق وحيد التغير المعادلة (6-14)، عبارة الحقلين السلميين $\hat{\phi}$ و $\hat{\chi}$ المعادلة (6-11) و (6-12)

بالإضافة إلى تعريف الجداء * المعادلة (5-19) نجد:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Higgs}} = & \int d^4x (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + \int d^4x (D_\mu \chi)^\dagger (D^\mu \chi) + \int d^4x V(\phi, \chi) \\
& + (D_\mu \phi)^\dagger \left(D^\mu \rho(\phi^1) + \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha V^\mu \partial_\beta \phi + \Gamma^\mu \phi \right) + \left(D_\mu \rho(\phi^1) + \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha V_\mu \partial_\beta \phi + \Gamma_\mu \phi \right)^\dagger (D_\mu \phi) \\
& + (D_\mu \chi)^\dagger \left(D^\mu \rho(\chi^1) + \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha V^\mu \partial_\beta \chi + \Gamma^\mu \chi \right) + \left(D_\mu \rho(\chi^1) + \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha V_\mu \partial_\beta \chi + \Gamma_\mu \chi \right)^\dagger (D_\mu \chi) \\
& + \int d^4x \left(i(\lambda_1 + \lambda_3) \theta^{\alpha\beta} \phi^\dagger \phi (D_\alpha \phi)^\dagger (D_\beta \phi) + i(\lambda_2 + \lambda_3) \theta^{\alpha\beta} \chi^\dagger \chi (D_\alpha \chi)^\dagger (D_\beta \chi) \right. \\
& \left. + i \left(\lambda_3 + \frac{\lambda_4}{2} \right) \theta^{\alpha\beta} \left(\phi^\dagger \phi (D_\alpha \chi)^\dagger (D_\beta \chi) + \chi^\dagger \chi (D_\alpha \phi)^\dagger (D_\beta \phi) \right) \right) \\
& - \frac{i}{2} \lambda_4 \left(\phi^\dagger \chi (D_\alpha \chi)^\dagger (D_\beta \phi) + \chi^\dagger \phi (D_\alpha \phi)^\dagger (D_\beta \chi) \right) \\
& + \frac{i}{2} \left((\lambda_2 + \lambda_3) v_1^2 + \lambda_3 v_2^2 \right) \theta^{\alpha\beta} \phi^\dagger (g' f_{\alpha\beta} + g F_{\alpha\beta}) \chi \\
& + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \lambda_5 \left((\phi^\dagger \chi + 1) (D_\alpha \chi)^\dagger (D_\beta \phi) + (D_\alpha \phi)^\dagger (D_\beta \chi) (\chi^\dagger \phi + 1) \right) + 0(\theta^2) \quad (6-21)
\end{aligned}$$

$V(\phi, \chi)$ دالة الكمون التبديلية (الكلاسيكية) لنموذج ثنائي Higgs معطاة كما يلي:

$$\begin{aligned}
\int d^4x V(\phi, \chi) = & \int d^4x \left(\lambda_1 (\phi^\dagger \phi - v_1^2)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi - v_2^2)^2 + \lambda_3 \left[(\phi^\dagger \phi - v_1^2) + (\chi^\dagger \chi - v_2^2) \right]^2 \right. \\
& \left. + \lambda_4 \left[(\phi^\dagger \phi)(\chi^\dagger \chi) - (\phi^\dagger \chi)(\chi^\dagger \phi) \right] + \lambda_5 |\phi^\dagger \chi - v_1 v_2|^2 \right) \quad (6-22)
\end{aligned}$$

في حين $D_\mu \phi$ (على الترتيب $(D_\mu \chi)$ يمثل الاشتقاق وحيد التغير العادي والمعرف كما يلي:

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ig B_\mu \phi - g' A_\mu \phi \quad (6-23)$$

نخلص في الأخير إلى وجود دالة الفعل الكلاسيكية المعبرة عن نموذج 2HDM إضافة إلى حدود تفاعل من الدرجة الثالثة والرابعة للحقلين ϕ و χ معطاة بدلالة $\theta^{\mu\nu}$.

3-2-6 الفعل الفرميوني

دالة الفعل المعبرة عن الفرميونات تمثل تفاعل الفرميونات مع البوزونات المعيارية وتعطى كما يلي:

$$S_{\text{Matter-fermion}} = \int d^4x \left(\sum_{f=1}^3 \overline{\hat{\psi}}_L^{(f)} * i \hat{D} \hat{\psi}_L^{(f)} + \sum_{f=1}^3 \overline{\hat{\psi}}_R^{(f)} * i \hat{D} \hat{\psi}_R^{(f)} \right) \quad (6-24)$$

$$S_{\text{Matter-fermion}} = S_{\text{Matter-leptos}} + S_{\text{Matter-quark}} \quad (6-25)$$

$\hat{\psi}_L^{(f)}$ و $\hat{\psi}_R^{(f)}$ تمثل المركبة اليمينية واليسارية على الترتيب، في حين f تعبر عن العائلات الثلاث للفرميونات، من أجل العائلة الأولى لدينا:

$$\hat{\psi}_L^{(1)} = \left(L_L^{(1)} \quad Q_L^r \quad Q_L^y \quad Q_L^b \right)^t = \left(\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u_L^r \\ d_L^r \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u_L^y \\ d_L^y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u_L^b \\ d_L^b \end{pmatrix} \right)^t \quad (6-26)$$

$$\hat{\Psi}_R^{(i)} = \left(e_R \quad u_R^r \quad d_R^r \quad u_R^y \quad d_R^y \quad u_R^b \quad d_R^b \right)^t \quad (6-26)$$

ينتج عن ذلك دالة الفعل المعبرة عن تفاعل اللبتونات مع الحقول المعيارية التالية:

$$\begin{aligned} S_{\text{Matter-leptos}} &= \int d^4x \left(\sum_i \left(\bar{L}_L^{(i)} + \bar{L}_L^{(i)l} \right) * i(D + \Gamma) * \left(L_L^{(i)} + L_L^{(i)l} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_i \left(\bar{e}_R^{(i)} + \bar{e}_R^{(i)l} \right) * i(D + \Gamma) * \left(e_R^{(i)} + e_R^{(i)l} \right) \right) + 0(\theta^2) \\ &= \int d^4x \sum_i \bar{L}_L^{(i)} i D L_L^{(i)} - \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{L}_L^{(i)} \left(g' f_{\mu\nu} + g F_{\mu\nu}^L \right) i D L_L^{(i)} \\ &\quad - \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{L}_L^{(i)} \gamma^\alpha \left(g' f_{\alpha\mu} + g F_{\alpha\mu}^L \right) i D_\nu L_L^{(i)} \\ &\quad + \int d^4x \sum_i \bar{e}_R^{(i)} i D e_R^{(i)} - \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i e_R^{(i)} g' f_{\mu\nu} i D e_R^{(i)} \\ &\quad - \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i e_R^{(i)} \gamma^\alpha g' f_{\alpha\mu} i D e_R^{(i)} \end{aligned} \quad (6-27)$$

حيث:

$$\hat{L}_L^{(i)}[A, B] = L_L^{(i)} + L_L^{(i)l}[A, B] + 0(\theta^2) \quad (6-28)$$

$$L_L^{(i)l}[A, B] = -\frac{1}{2} g' \theta^{\mu\nu} A_\mu \partial_\nu L_L - \frac{1}{2} g \theta^{\mu\nu} B_\mu \partial_\nu L_L + \frac{i}{4} \theta^{\mu\nu} \left(g' A_\mu + g B_\mu \right) \left(g' A_\mu + g B_\mu \right) L_L \quad (6-29)$$

$$\hat{e}_R^{(i)}[A] = e_R^{(i)} + e_R^{(i)l} + 0(\theta^2) \quad (6-30)$$

$$e_R^{(i)l}[A] = -\frac{1}{2} g' \theta^{\mu\nu} A_\mu \partial_\nu e_R^{(i)} \quad (6-31)$$

دالة الفعل المعبرة عن تفاعل الكواركات مع البوزونات المعيارية والمتمثلة في الجزء الكلاسيكي إضافة إلى حدود

تفاعل معطاة بدلالة $\theta^{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Matter-Quark}} &= \int d^4x \left(\sum_i \left(\bar{Q}_L^{(i)} + \bar{Q}_L^{(i)l} \right) * i(D + \Gamma) * (Q_L^{(i)} + Q_L^{(i)l}) \right. \\
&\quad + \sum_i \left(\bar{u}_R^{(i)} + \bar{u}_R^{(i)l} \right) * i(D + \Gamma) * (u_R^{(i)} + u_R^{(i)l}) \\
&\quad \left. + \sum_i \left(\bar{d}_R^{(i)} + \bar{d}_R^{(i)l} \right) * i(D + \Gamma) * (d_R^{(i)} + d_R^{(i)l}) \right) + 0(\theta^2) \\
&= \int d^4x \sum_i \bar{Q}_L^{(i)} iDQ_L^{(i)} - \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{Q}_L^{(i)} (g' f_{\mu\nu} + g F_{\mu\nu}^L + g_S F_{\mu\nu}^S) iDQ_L^{(i)} \\
&\quad - \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{Q}_L^{(i)} \gamma^\alpha (g' f_{\alpha\mu} + g F_{\alpha\mu}^L + g_S F_{\mu\nu}^S) iD_\nu Q_L^{(i)} \\
&\quad + \int d^4x \sum_i \bar{u}_R^{(i)} iDu_R^{(i)} - \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{u}_R^{(i)} (g' f_{\mu\nu} + g_S F_{\mu\nu}^S) iDu_R^{(i)} \\
&\quad - \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{u}_R^{(i)} \gamma^\alpha g' (g' f_{\mu\nu} + g_S F_{\mu\nu}^S) iDu_R^{(i)} \\
&\quad + \int d^4x \sum_i \bar{d}_R^{(i)} iDd_R^{(i)} - \frac{1}{4} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{d}_R^{(i)} (g' f_{\mu\nu} + g_S F_{\mu\nu}^S) iDd_R^{(i)} \\
&\quad - \frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \int d^4x \sum_i \bar{d}_R^{(i)} \gamma^\alpha g' (g' f_{\mu\nu} + g_S F_{\mu\nu}^S) iDd_R^{(i)} + 0(\theta^2)
\end{aligned} \tag{6-32}$$

حيث:

$$\hat{Q}_L^{(i)}[A, B, G] = Q_L^{(i)} + Q_L^{(i)l}[A, B, G] + 0(\theta^2) \tag{6-33}$$

$$\begin{aligned}
Q_L^{(i)l}[A, B, G] &= -\frac{1}{2} g' \theta^{\mu\nu} A_\mu \partial_\nu Q_L - \frac{1}{2} g \theta^{\mu\nu} B_\mu \partial_\nu Q_L - \frac{1}{2} g_S \theta^{\mu\nu} G_\mu \partial_\nu Q_L \\
&\quad + \frac{i}{4} \theta^{\mu\nu} (g' A_\mu + g B_\mu + g_S G_\mu) (g' A_\mu + g B_\mu + g_S G_\mu) Q_L
\end{aligned} \tag{6-34}$$

عبارة $\hat{d}_R^{(i)}$ و $\hat{u}_R^{(i)}$ تعطى كما يلي:

$$\hat{u}_R^{(i)}[A, G] = u_R^{(i)} + u_R^{(i)l}[A, G] + 0(\theta^2) \tag{6-35}$$

$$\begin{aligned}
u_R^{(i)l}[A, G] &= -\frac{1}{2} g' \theta^{\mu\nu} A_\mu \partial_\nu u_R - \frac{1}{2} g_S \theta^{\mu\nu} G_\mu \partial_\nu u_R \\
&\quad + \frac{i}{4} \theta^{\mu\nu} (g' A_\mu + g_S G_\mu) (g' A_\mu + g_S G_\mu) u_R
\end{aligned} \tag{6-36}$$

$$\hat{d}_R^{(i)}[A, G] = d_R^{(i)} + d_R^{(i)l}[A, G] + 0(\theta^2) \tag{6-37}$$

$$\begin{aligned}
d_R^{(i)l}[A, G] &= -\frac{1}{2} g' \theta^{\mu\nu} A_\mu \partial_\nu d_R - \frac{1}{2} g_S \theta^{\mu\nu} G_\mu \partial_\nu d_R \\
&\quad + \frac{i}{4} \theta^{\mu\nu} (g' A_\mu + g_S G_\mu) (g' A_\mu + g_S G_\mu) d_R
\end{aligned} \tag{6-38}$$

Yukawa فعل 4-2-6

دالة الفعل لـ Yukawa تمثل تفاعل الفرميونات مع الحقول السلمية (حقول Higgs) تمكننا من تحديد كتل الفرميونات. نميز وجود ثلاث نماذج، حسب مساهمة الحقول السلمية في هذه الأخيرة.

(1) NC2HDM 1-4-2-6

في هذا النموذج إحدى ثنائيات Higgs $\hat{\phi}$ ترتبط مع كل الفرميونات، وهو ما يوافق النموذج المعياري لثنائية Higgs واحدة، تعطى حدود التفاعل في هذه الحالة كما يلي:

$$S_{\text{Yukawa}} = \int d^4x \left(- \sum_{i,j=1}^3 W^{ij} \left(\bar{L}_L^{(i)} * \rho_L(\hat{\phi}) * \hat{e}_R^{(j)} + \bar{e}_R^{(i)} * \rho_L(\hat{\phi})^+ * \hat{L}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_u^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\phi}) * \hat{u}_R^{(j)} + \bar{u}_R^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\phi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_d^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_Q(\hat{\phi}) * \hat{d}_R^{(j)} + \bar{d}_R^{(i)} * \rho_Q(\hat{\phi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) \right) \quad (6-39)$$

عند الانتقال من المركبات غير التبديلية إلى المركبات التبديلية (العادية) باستعمال تعريف الجداء * مع عبارة الحقل السلمي ودالة الفرميونات وفق طريقة Seiberg-Witten نحصل على حدود جديدة إضافة إلى $S_{\text{Yukawa}}^{2\text{HDM}}$ والذي يمثل الحد الكلاسيكي:

$$S_{\text{Yukawa}} = S_{\text{Yukawa}}^{2\text{HDM}} - \int d^4x \left(\sum_{i,j=1}^3 W^{ij} \left((\bar{L}_L^{(i)} \phi) e_R^{Lj} + (\bar{L}_L^{(i)} \rho_L(\phi^1)) e_R^j + (\bar{L}_L^{(i)} \phi) e_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^{(i)} \phi e_R^j + \bar{e}_R^i (\phi^+ L_L^{Lj}) + \bar{e}_R^i (\rho_L(\phi^1)^+ L_L^j) + \bar{e}_R^{Li} (\phi^+ L_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^i \partial_\beta \phi^+ L_L^j \right) + \sum_{i,j=1}^3 G_u^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \bar{\phi}) u_R^{Lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_{\bar{Q}}(\bar{\phi}^1)) u_R^j + (\bar{Q}_L^i \bar{\phi}) u_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \bar{\phi} u_R^j + \bar{u}_R^i (\bar{\phi}^+ Q_L^{Lj}) + \bar{u}_R^i (\rho_{\bar{Q}}(\bar{\phi}^1)^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^{Li} (\bar{\phi}^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{u}_R^i \partial_\beta \bar{\phi}^+ Q_L^j \right) + \sum_{i,j=1}^3 G_d^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \phi) d_R^{Lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_Q(\phi^1)) d_R^j + (\bar{Q}_L^i \phi) d_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \phi d_R^j + \bar{d}_R^i (\phi^+ Q_L^{Lj}) + \bar{d}_R^i (\rho_Q(\phi^1)^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^{Li} (\phi^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{d}_R^i \partial_\beta \phi^+ Q_L^j \right) + 0(\theta^2) \right) \quad (6-40)$$

(2) NC2HDM 2-4-2-6

في هذا النموذج الحقل $\hat{\phi}$ يرتبط مع الفرميونات ذات سبين Spin موجب في حين $\hat{\chi}$ يرتبط مع الفرميونات ذات سبين سالب:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Yukawa}} = \int d^4x \left(- \sum_{i,j=1}^3 W_1^{ij} \bar{L}_L^{(i)} * \rho_L(\hat{\phi}) * \hat{e}_R^{(j)} - \sum_{i,j=1}^3 W_2^{ij} \bar{e}_R^{(i)} * \rho_L(\hat{\chi})^+ * \hat{L}_L^{(j)} \right. \\
- \sum_{i,j=1}^3 G_{1u}^{ij} \bar{Q}_L^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\phi}) * \hat{u}_R^{(j)} - \sum_{i,j=1}^3 G_{2u}^{ij} \bar{u}_R^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\chi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \\
\left. - \sum_{i,j=1}^3 G_{1d}^{ij} \bar{Q}_L^{(i)} * \rho_Q(\hat{\phi}) * \hat{d}_R^{(j)} - \sum_{i,j=1}^3 G_{2d}^{ij} \bar{d}_R^{(i)} * \rho_Q(\hat{\chi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) \quad (6-41)
\end{aligned}$$

بعد التبسيط نجد:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Yukawa}} = S_{\text{Yukawa}}^{2\text{HDM}} \\
- \int d^4x \left(\sum_{i,j=1}^3 W_1^{ij} \left((\bar{L}_L^i \phi) e_R^{1j} + (\bar{L}_L^i \rho_L(\phi^1)) e_R^j + (\bar{L}_L^i \phi) e_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{L}_R^i \phi e_R^j \right) \right. \\
+ \sum_{i,j=1}^3 W_2^{ij} \left(\bar{e}_R^i (\chi^+ L_L^{1j}) + \bar{e}_R^i (\rho_L(\chi^1)^+ L_L^j) + \bar{e}_R^i (\chi^+ L_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^i \partial_\beta \chi^+ L_L^j \right) \\
+ \sum_{i,j=1}^3 G_{1u}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \bar{\phi}) u_R^{1j} + (\bar{Q}_L^i \rho_{\bar{Q}}(\bar{\phi}^1)) u_R^j + (\bar{Q}_L^i \bar{\phi}) u_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \bar{\phi} u_R^j \right) \\
+ \sum_{i,j=1}^3 G_{2u}^{ij} \left(\bar{u}_R^i (\bar{\chi}^+ Q_L^{1j}) + \bar{u}_R^i (\rho_{\bar{Q}}(\bar{\chi}^1)^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^i (\bar{\chi}^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{u}_R^i \partial_\beta \bar{\chi}^+ Q_L^j \right) \\
+ \sum_{i,j=1}^3 G_{1d}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \phi) d_R^{1j} + (\bar{Q}_L^i \rho_Q(\phi^1)) d_R^j + (\bar{Q}_L^i \phi) d_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \phi d_R^j \right) \\
\left. + \sum_{i,j=1}^3 G_{2d}^{ij} \left(\bar{d}_R^i (\chi^+ Q_L^{1j}) + \bar{d}_R^i (\rho_Q(\chi^1)^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^i (\chi^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{d}_R^i \partial_\beta \chi^+ Q_L^j \right) + o(\theta^2) \right) \quad (6-42)
\end{aligned}$$

حيث W_1^{ij} ، W_2^{ij} ، G_{1u}^{ij} ، G_{2u}^{ij} ، G_{1d}^{ij} و G_{2d}^{ij} تمثل مصفوفات الربط لـ Yukawa.

(3) NC2HDM 3-4-2-6

وهو النموذج الذي يساهم فيه كل من الحقلين $\hat{\phi}$ و $\hat{\chi}$ في كتل الفرميونات وبالتالي ارتباط الحقلين مع

الفرميونات:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Yukawa}} = \int d^4x \left(- \sum_{i,j=1}^3 W_1^{ij} \left(\bar{L}_L^{(i)} * \rho_L(\hat{\phi}) * \hat{e}_R^{(j)} + \bar{e}_R^{(i)} * \rho_L(\hat{\phi})^+ * \hat{L}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_{1u}^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\phi}) * \hat{u}_R^{(j)} \right. \right. \\
\left. \left. + \bar{u}_R^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\phi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_{1d}^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_Q(\hat{\phi}) * \hat{d}_R^{(j)} + \bar{d}_R^{(i)} * \rho_Q(\hat{\phi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) \right. \\
- \sum_{i,j=1}^3 W_2^{ij} \left(\bar{L}_L^{(i)} * \rho_L(\hat{\chi}) * \hat{e}_R^{(j)} + \bar{e}_R^{(i)} * \rho_L(\hat{\chi})^+ * \hat{L}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_{2u}^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\chi}) * \hat{u}_R^{(j)} \right. \\
\left. \left. + \bar{u}_R^{(i)} * \rho_{\bar{Q}}(\hat{\chi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) - \sum_{i,j=1}^3 G_{2d}^{ij} \left(\bar{Q}_L^{(i)} * \rho_Q(\hat{\chi}) * \hat{d}_R^{(j)} + \bar{d}_R^{(i)} * \rho_Q(\hat{\chi})^+ * \hat{Q}_L^{(j)} \right) \right) \quad (6-43)
\end{aligned}$$

حيث:

$$S_{\text{Yukawa}} = S_{\text{Yukawa}}^{\text{2HDM}}$$

$$\begin{aligned}
& - \int d^4x \left(\sum_{i,j=1}^3 W_1^{ij} \left((\bar{L}_L^{(i)} \phi) e_R^{lj} + (\bar{L}_L^{(i)} \rho_L(\phi^1)) e_R^j + (\bar{L}_L^{li} \phi) e_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^{(i)} \phi e_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{e}_R^i (\phi^+ L_L^j) + \bar{e}_R^i (\rho_L(\phi^1)^+ L_L^j) + \bar{e}_R^{li} (\phi^+ L_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^i \partial_\beta \phi^+ L_L^j \right) \right. \\
& \left. + \sum_{i,j=1}^3 G_{1u}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \bar{\phi}) u_R^{lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_{\bar{Q}}(\bar{\phi}^1)) u_R^j + (\bar{Q}_L^{li} \bar{\phi}) u_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \bar{\phi} u_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{u}_R^i (\bar{\phi}^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^i (\rho_{\bar{Q}}(\bar{\phi}^1)^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^{li} (\bar{\phi}^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{u}_R^i \partial_\beta \bar{\phi}^+ Q_L^j \right) \right. \\
& \left. + \sum_{i,j=1}^3 G_{1d}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \phi) d_R^{lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_Q(\phi^1)) d_R^j + (\bar{Q}_L^{li} \phi) d_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \phi d_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{d}_R^i (\phi^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^i (\rho_Q(\phi^1)^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^{li} (\phi^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{d}_R^i \partial_\beta \phi^+ Q_L^j \right) \right. \\
& \left. + \sum_{i,j=1}^3 W_2^{ij} \left((\bar{L}_L^{(i)} \chi) e_R^{lj} + (\bar{L}_L^{(i)} \rho_L(\chi^1)) e_R^j + (\bar{L}_L^{li} \chi) e_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^{(i)} \chi e_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{e}_R^i (\chi^+ L_L^j) + \bar{e}_R^i (\rho_L(\chi^1)^+ L_L^j) + \bar{e}_R^{li} (\chi^+ L_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{e}_R^i \partial_\beta \chi^+ L_L^j \right) \right. \\
& \left. + \sum_{i,j=1}^3 G_{2u}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \bar{\chi}) u_R^{lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_{\bar{Q}}(\bar{\chi}^1)) u_R^j + (\bar{Q}_L^{li} \bar{\chi}) u_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \bar{\chi} u_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{u}_R^i (\bar{\chi}^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^i (\rho_{\bar{Q}}(\bar{\chi}^1)^+ Q_L^j) + \bar{u}_R^{li} (\bar{\chi}^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{u}_R^i \partial_\beta \bar{\chi}^+ Q_L^j \right) \right. \\
& \left. + \sum_{i,j=1}^3 G_{2d}^{ij} \left((\bar{Q}_L^i \chi) d_R^{lj} + (\bar{Q}_L^i \rho_Q(\chi^1)) d_R^j + (\bar{Q}_L^{li} \chi) d_R^j + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{Q}_L^i \partial_\beta \chi d_R^j \right. \right. \\
& \left. \left. + \bar{d}_R^i (\chi^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^i (\rho_Q(\chi^1)^+ Q_L^j) + \bar{d}_R^{li} (\chi^+ Q_L^j) + \frac{i}{2} \theta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \bar{d}_R^i \partial_\beta \chi^+ Q_L^j \right) \right) + O(\theta^2)
\end{aligned} \tag{6-44}$$

الانكسار التلقائي لتناظر الزمرة $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ نحو الزمرة $U(1)_e$ يسمح باكتساب البوزونات المعيارية W^\pm

و Z كتل مختلفة، تعطى هذه الحقول كما يلي:

$$\begin{aligned}
W^\pm &= \frac{B_\mu^1 \mp iB_\mu^2}{\sqrt{2}} \\
Z_\mu &= \frac{-g' A_\mu + gB_\mu^3}{\sqrt{g'^2 + g^2}}
\end{aligned} \tag{6-45}$$

بالإضافة إلى الحقل عديم الكتلة A_μ :

$$A_\mu = \frac{gA_\mu + g'B_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \tag{6-46}$$

بناء نموذج ثنائي Higgs في الفضاء الزمني غير التبادلي تم بالاعتماد على نفس الجسيمات الموجودة في النموذج الكلاسيكي والمتمثلة في ستة لبونات، ستة كواركات وثلاث وسائط تفاعل متمثلة في البوزونات الشعاعية دون أن ننسى الحقلين السلميين (حقلي Higgs)، وبالتالي عدم إدخال جسيمات جديدة في بناء النموذج، أيضا عدم تغيير الحدود الكتلية لهذا الأخير ما ينتج عنه بقاء كل كتل الجسيمات على حالها (موافقة للكتل المحصل عليها في نموذج ثنائي Higgs الكلاسيكي)، هذا الأمر كان متوقعا لكون الفضاء الزمني غير التبادلي يؤثر على حدود التفاعل (الحدود من الدرجة الثالثة فما فوق). من نتائج النموذج NC2HDM أيضا وجود عبارة جديدة للتيار الشحني والمتعادل مع العلم أنها نفس النتائج المحصل عليها في النموذج المعياري غير التبادلي NCSM والموضوع من قبل X. Calmet وفريقه [28].

3-6 النوترينو

النوترينو احد جسيمات النموذج المعياري المعبر عن فيزياء الجسيمات الدقيقة، وهي عبارة عن فرميونات تملك Spin $\frac{1}{2}$ وشحنة معدومة، تم افتراض امتلاكه كتلة معدومة في هذا النموذج على خلفية غياب مركبته اليمينية. ليتم الإثبات في ما بهد من خلال تجارب Kamiokand وغيرها انه يملك كتلة ولكنها صغيرة جدا. تم افتراض وجوده لأول مرة من قبل Pauli سنة 1930 من اجل تفسير الطيف الطاقوي للانشار β ، حيث تم إثبات انحفاظ الطاقة من خلال فرض جسيم جديد تم تسميته فيما بعد من قبل Fermi سنة 1933، يملك هذا الجسيم ثلاث أنواع: النوترينو الالكتروني ν_e تم اكتشاف وجوده تجريبيا سنة 1956 ويملك كتلة $m_{\nu_e} < 2.5\text{ev}$ ، في سنة 1962 تم اكتشاف النوترينو الميوني ν_μ في Brookhaven وهو النوع الثاني كتلته $m_{\nu_\mu} < 170\text{ev}$ ، في حين تم اكتشاف النوترينو الأخير النوترينو تاو ν_τ سنة 2000 في تجارب Donut بكتلة توافق $m_{\nu_\tau} < 18\text{ev}$. فرض واضعي النموذج المعياري على النوترينو أن يكون جسيما معدوم الكتلة، ما أمكنهم من تجنب الدخول في مناهات كبيرة رغم كون هذا الاختيار فرضية زائدة لا يدعو لها أي مبدأ فيزيائي. حقق هذا النموذج نجاحات باهرة، وما هو مثبت حتى الآن أن الطبيعة في تفاعلاتها متقاربة مع النموذج المعياري SM. رغم كل هذا فان المشاكل التي واجهته أهمها بقاء جسيمات Higgs شبح يطارد الفيزيائيين النظريين منهم والتجريبيين أدى إلى ظهور نظريات جديدة مثل النظريات الوحدوية الكبرى، ومعها زاد الاهتمام بالنوترينات ذات كتل لكونها تظهر طبيعيا في هذه النماذج وهذا ما يفسح المجال إلى ما بعد النموذج المعياري. توجد عدة مصادر للنوترينو أهمها الشمس التي تنتج النوترينات الشمسية حيث تتلقى الأرض حوالي 6.10^6 نوترينو في الثانية تمت دراسة هذه الأخيرة من قبل Davis وفريقه. النوع الثاني هي نوترينات الغلاف الجوي حيث تتفاعل الأشعة الكونية مع مكونات أنوية جزيئات الطبقات العليا من الغلاف الجوي لتعطي جسيمات هيدروجينية مثل البيونات π والكاونات K والتي تتشطر لتعطي بدورها النوترينات. النوع الثالث يتمثل في النوترينات الناتجة عن الانفجار النجمي إلا أنها حوادث ظرفية بمعنى أنها تستمر لمدة معينة ثم تختفي يمثل انبعاث النوترينات الجزء الأكبر من فقدان الطاقة في النجم كما يمكن لكثافتها أن تصل إلى 300 نوترينو في cm^3 .

في هذا النموذج تم إدخال حدود تفاعل جديدة بين النوترينو وباقي جسيمات النموذج مثل البوزونات المعيارية غائبة في النموذج المعياري وبالتالي ظهور مخططات جديدة لـ Feynman ناتجة عن الهندسة غير التبادلية متمثلة في ما يلي:

$$\begin{aligned}
S_{\text{Matter-leptons}} = & -\frac{i}{2} \int d^4x \left(\frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \gamma^\alpha + \theta^{\nu\alpha} \gamma^\mu \right) \\
& \times (\bar{\nu}_L \left[\frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) \partial_\alpha - \frac{i}{2} g (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+) \partial_\alpha \right. \\
& - \frac{1}{2} g g' (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) A_\alpha - \frac{g^2 g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+) A_\alpha - \\
& \frac{i}{4} (g^2 - g'^2) (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) Z_\alpha - \frac{1}{4} (g^2 - g'^2) \cos \theta (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+) Z_\alpha \\
& - \frac{i}{2} g^2 (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) W_\alpha^+ - \frac{1}{2} g^2 \cos \theta (Z_\mu W_\nu^- - Z_\nu W_\mu^-) W_\alpha^+ \\
& \left. - \frac{1}{2} g^2 \sin \theta (A_\mu W_\nu^- - A_\nu W_\mu^-) W_\alpha^+ \right] \nu_L) + 0(\theta^2)
\end{aligned} \tag{6-47}$$

بالإضافة إلى:

$$\begin{aligned}
& -\frac{i}{2} \int d^4x \left(\frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \gamma^\alpha + \theta^{\nu\alpha} \gamma^\mu \right) \\
& \times (\bar{e}_L \left[\frac{1}{\sqrt{2}} g (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) \partial_\alpha - \frac{i}{\sqrt{2}} g^2 \sin \theta (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) A_\alpha \right. \\
& - \frac{i}{2\sqrt{2}} (g^2 - g'^2) \cos \theta (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) Z_\alpha - \frac{i}{\sqrt{2}} g \cos \theta (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu) \partial_\alpha \\
& - gg' \cos^2 \theta (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu) A_\alpha - \frac{1}{2\sqrt{2}} (g^2 - g'^2) \cos^2 \theta (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu) Z_\alpha \\
& - \frac{i}{\sqrt{2}} g \sin \theta (W_\mu^+ A_\nu - W_\nu^+ A_\mu) \partial_\alpha - \frac{1}{2} g^2 \sin^2 \theta (W_\mu^+ A_\nu - W_\nu^+ A_\mu) A_\alpha \\
& - \frac{1}{2\sqrt{2}} (g^2 - g'^2) \cos \theta (W_\mu^+ A_\nu - W_\nu^+ A_\mu) Z_\alpha + \frac{i}{2} g^2 \sin \theta (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) W_\alpha^+ \\
& \left. + \frac{i}{2\sqrt{2}} (g^2 - g'^2) \cos \theta (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) W_\alpha^+ - \frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) W_\alpha^+ \right] v_L \\
& + \bar{v}_L \left[-\frac{i}{2\sqrt{2}} g \sqrt{g^2 + g'^2} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) W_\alpha^- - \frac{1}{2} g^2 (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+) W_\alpha^- \right. \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} g (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) \partial_\alpha - \frac{i}{\sqrt{2}} g \cos \theta (Z_\mu W_\nu^- - Z_\nu W_\mu^-) \partial_\alpha \\
& - \frac{i}{\sqrt{2}} g \sin \theta (A_\mu W_\nu^- - A_\nu W_\mu^-) \partial_\alpha + \frac{i}{2\sqrt{2}} g \sqrt{g^2 + g'^2} (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) Z_\alpha \\
& \left. + \frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 (Z_\mu W_\nu^- - Z_\nu W_\mu^-) Z_\alpha + \frac{1}{2\sqrt{2}} gg' (A_\mu W_\nu^- - A_\nu W_\mu^-) Z_\alpha \right] e_L) + 0(\theta^2)
\end{aligned} \tag{6-48}$$

بالإضافة إلى تفاعل الإلكترون مع البوزونات المعيارية:

$$\begin{aligned}
& -\frac{i}{2} \int d^4x \left(\frac{1}{2} \theta^{\mu\nu} \gamma^\alpha + \theta^{\nu\alpha} \gamma^\mu \right) \\
& \times (\bar{e}_L \left[-\frac{i}{2} g^2 (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) W_\alpha^- - \frac{1}{2} g^2 \cos \theta (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu) W_\alpha^- \right. \\
& + \frac{1}{2} g^2 \sin \theta (W_\mu^+ A_\nu - W_\nu^+ A_\mu) W_\alpha^- - g \sin \theta (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \partial_\alpha \\
& - \frac{1}{2} \frac{(g^2 - g'^2)}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) \partial_\alpha - \frac{i}{2} g (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) \partial_\alpha \\
& - \frac{i}{2} gg' (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) Z_\alpha - \frac{i}{4} (g^2 - g'^2) (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) Z_\alpha \\
& \left. + \frac{1}{4} g \sqrt{g^2 + g'^2} (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) Z_\alpha \right] e_L) + 0(\theta^2)
\end{aligned} \tag{6-49}$$

الفصل السابع

خاتمة

من خلال هذه الرسالة تطرقنا إلى عدة نماذج بداية بنموذج ثنائيي Higgs في الهندسة غير التبديلية (NCG) مع دراسة تطبيقاته، بالإضافة إلى التكميم BRS لنظرية QED في هندسة الفضاء الزمني غير التبديلي وأخيرا نموذج ثنائيي Higgs في الفضاء الزمني غير التبديلي NC2HDM، نلخص في ما يلي أهم النتائج المحصل عليها:

1-7 نموذج ثنائيي Higgs (2HDM)

الهندسة غير التبديلية (NCG) أكثر إقناع من غيرها لطريقة ارتباطها مع جسيمات النموذج، تسمح بوجود معاملات جديدة للربط أكثر اتساع، مما يعطينا حرية أكبر في تحديد معاملات الربط من زوايا مزج وكتل الجسيمات (فرميونات وبوزونات) بما في ذلك حقول Higgs. بغض النظر عن الطريقة المتبع في الدراسة فإن هذه الهندسة (NCG) تمكنت من التوصل إلى نجاحات كبيرة فيما يخص إعطاء تفسير هندسي لحقول Higgs وتمثيلها في الفضاء المنقطع. بالإضافة إلى تحديد نسبة كتلة هذه الحقول إلى كتلة الكوارك الثقيل t (top) والحصول على كتلة أكبر من 100 Gev وبالتالي الوصول إلى الطاقات العليا. مساهمتا في هذا المجال تمثلت في بناء النموذج المعياري من أجل ثنائيي Higgs أو ما يعرف بالنموذج 2HDM في الهندسة غير التبديلية (NCG) من خلال تعميم طريقة Chamseddine-Froehlich باستعمال الجبر الداخلي $A = M_2(C) \oplus C \oplus M_3(C)$ الممثل للزمرة المعيارية $U(2) \otimes U(1) \otimes U(3)$ ما أدى إلى وجود خمس حقول شعاعية أو بصيغة أخرى وسائط التفاعل الكهروضعيف Médiateurs d'interaction Electrofaible، ثلاث حقول ذات كتل Z, W^\pm وحقلين عديمي الكتلة A و Z' ، إلا أن العودة إلى الزمرة $SU(2)$ يجعل الحقل Z' عبارة عن فوتون Photon بمعنى نفس الحقل A بفارق صفحة معينة. بالإضافة إلى تحديد مختلف معاملات الربط من زوايا مزج $\beta, \alpha, \vartheta, \theta_w$ بما يوافق الحالة الكلاسيكية والثوابت التجريبية، وأيضا الحصول على حقول Higgs من رتبة $M_{H^\pm} = M_{A^0} \leq 9.57M_t$ وأيضاً $M_{H^0} \leq 10.45M_t$ بالإضافة إلى $M_{H^0} \leq 3.81M_t$. دراسة النهايات الودودية أدى إلى الحصول على شرط جديد يجمع بين مختلف معاملات الهندسة غير التبديلية. كما أن زمرة إعادة التقنين لهذا النموذج تفرض شروط وعلاقات جديدة على معاملات الهندسة غير التبديلية، باستعمال طريقة Runge-Kutta نقوم برسم تغير بعض المعاملات بدلالة قياس طاقي موحد ما جعلنا نحصل على نتائج عند استعمال علاقات الهندسة غير التبديلية (من دالة Lagrange مباشرة) متباينة والتي حصلنا عليها عند استعمال علاقات زمرة إعادة التقنين (RG). وبالتالي استحالة تمثيل كل معاملات الهندسة غير التبديلية باستعمال قياس طاقي واحد، نخلص في الأخير إلى النتيجة التالية وهي أن نموذج ثنائيي Higgs يمكن بناءه بشكل جيد كلاسيكيا من خلال تعميم نموذج Chamseddine-Froehlich في الهندسة غير التبديلية لكن مع إنشاء علاقات تكميم مناسبة.

2-7 التكميم BRS لنظرية QED في هندسة الفضاء الزمني غير التبديلي

دراسة الزمرة الأبليّة يجعل الأمل كبير في دراسة الزمر الأخرى وذلك باستعمال تحويلات BRS غير التبديلية، تم إثبات إمكانية دراسة الحالة غير التبديلية باستعمال التمثيل القانوني في علاقة التبادل بين مركبات الفضاء الزمني غير التبديلي، وذلك بتعميم تحويلات Lorentz في الفضاء الزمني غير التبديلي أين تحويلات Lorentz الموضوعية الصامدة مطلوبة. لا يوجد تغيير في علاقة التبادل بالمقارنة مع [41] أين تم استعمال الحقول بطريقة Seiberg-Witten. تم ضمان الحصول على الانعدام المربعي Nilpotence والذي يلعب دور أساسي في ضمان وحدوية المصفوفة S مع التخلص من درجات الحرية غير الفيزيائية، كما تؤدي خدمة ترتيب الحقول عند انعدام التأثير Asymptotique بالإضافة إلى تعميم تحويلات BRS و Anti-BRS غير التبديلية. تثبيت شكل الحقل غير الفيزيائي B يحتم إدخال الاشتقاق غير التبديلي ومن تم تغيير حد Gauge-Fixing وبالموازاة مع ذلك حد Fadeev-Popov. الأهم من هذا كله هو التوصل إلى أن دالة Lagrange وباستعمال الجداء Star لا تتعلق فقط بدالة الحقل والدالة المشتقة من الدرجة الأولى وإنما أيضا بالدالة المشتقة من الدرجة الثانية، مما أدى إلى حدوث تغييرات في معادلات الحقل. عند استعمال هذه الأخير والمقارنة مع النتائج في المراجع [41] و [44] نحصل على تيار Noether المحفوظ، في المستقبل سوف نعمل على دراسة الشحنة BRS من أجل أفضل ترتيب للحقول عند انعدام التأثير مع إثبات وحدوية المصفوفة S . تحديد مؤثر العزم والطاقة ثم تحديد دالة Hamiltonien، بالإضافة إلى تعميم التحويلات في حالة الزمر غير الأبليّة Non abélien.

3-7 نموذج ثنائي Higgs في الفضاء الزمني غير التبديلي (NC2HDM)

من خلال هذه الدراسة تمكنا من بناء نموذج ثنائي Higgs في الفضاء الزمني غير التبديلي NC2HDM وفق طريقة Seiberg-Witten بالإضافة إلى استعمال الجداء *، من نتائج هذا النموذج عدم تأثير الكتل بهذه الطريقة وبقيائها على حالها، عدم إدخال جسيمات جديدة. وجود حدود تفاعل جديدة مقارنة بالنموذج الكلاسيكي بالإضافة إلى عبارة جديدة للتيار الشحني والمتعادل وهي نفس النتائج المحصل عليها في النموذج المعياري غير التبديلي NCSM والموضوع من قبل X. Calmet وفريقه [28]، أكثر ما يهمنا هو حدود تفاعل النوترينو مع باقي جسيمات النموذج، هذه التفاعلات تفتح الباب أمام دراسة هذا الجسيم ومعرفة الأمور الخفية حوله. نأمل في الحصول على إجابات حول تفسير امتلاكه لكتلة غير مهملة في النموذج المعياري غير التبديلي، سبب عدم وجود تكافؤ بين المادة وضد المادة، ... إلخ.

ملحقات

الملحق A

علاقة Jacob-Wick

في هذا الملحق يتم التطرق بأكثر تفصيل عن النهايات الوحديية (حدود الوحدة) Limite d'unitarité من اجل تفاعل مرن élastique لجسمين [4]، فكرة حدود الوحدة وضعت من قبل [45]، تعتمد هذه الأخيرة على تقطير المصفوفات \hat{S} والمعرفة في قاعدة العزم الزاوي. تعطى عناصر المصفوفة M_{fi} كما يلي:

$$\langle f | \hat{T} | i \rangle = (2\pi)^2 \delta^4(p_f - p_i) M_{fi} \quad (A-1)$$

حيث $\hat{T} = i(\hat{S} - 1)$ ، $|i\rangle$ و $|f\rangle$ يمثلان الحالة الابتدائية والنهائية على الترتيب، في حالتنا هذه:

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |p_a, \lambda_a, p_b, \lambda_b\rangle \\ |f\rangle &= |p'_a, \lambda'_a, p'_b, \lambda'_b\rangle \end{aligned} \quad (A-2)$$

حيث $p_i, i = a, b$ تمثل عزم الجسيمات، $\lambda_i, i = a, b$ تمثل استقطابها، في تعريف عناصر المصفوفة نجد الدالة δ وهذا مرتبط بانحفاظ الطاقة والعزم. من اجل الحصول على النتائج المرجوة نقوم باستبدال الفضاء H إلى الفضاء الجزئي H_S مع إعطاء العزم الكلي والطاقة الكلية بأخذ $|i\rangle$ و $|f\rangle$ تنتمي إلى H_S ، الدالة δ معرفة بصورة تلقائية في نفس الفضاء. نقوم بهذه الدراسة في قاعدة الحالة لجسمتين، في حالة جسيم واحد لدينا شرط التعامد:

$$\langle p' \lambda' | p \lambda \rangle = (2\pi)^3 2E \delta_{\lambda \lambda'} \delta^3(p' - p) \quad (A-3)$$

في حالة جسمين متعامدين:

$$\langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle = (2E_a)(2E_b)(2\pi)^6 \delta^3(p'_a - p_a) \delta^3(p'_b - p_b) \quad (A-4)$$

حيث:

$$\delta^3(p'_a - p_a) \delta^3(p'_b - p_b) = \Lambda \delta^4(p'_a + p'_b - p_a - p_b) \delta^2(n' - n) \quad (A-5)$$

n' و n يمثلان أشعة وحدة يحددان اتجاه p'_a و p_a على الترتيب، كما يمكن كتابة الجزء $\delta(n' - n)$ بدلالة الزوايا (θ, φ) على الشكل $\delta(\cos \theta' - \cos \theta) \delta(\varphi' - \varphi)$ ، Λ معامل تعامد يعطى $\Lambda = |\det(J)|$ ، حيث J تمثل

دالة Jacobian للتحويل المعرف، في حالتنا هذه نأخذ (كاصطلاح) $p_a = (x_1, x_2, x_3)$ و $p_b = (x_4, x_5, x_6)$:

$$\begin{array}{ll}
x_1 & x_1 + x_4 \\
x_2 & p_a + p_b = x_2 + x_5 \\
x_3 & x_3 + x_6 \\
\rightarrow & \\
x_4 & E_a + E_b = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + m_a^2} + \sqrt{x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + m_b^2} \\
x_5 & \cos \theta = \frac{x_3}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}} \\
x_6 & \varphi = \arctan \frac{x_1}{x_2}
\end{array} \tag{A-6}$$

تعطى عناصر دالة Jacobian $J_{ij} = \partial y_i / \partial x_j$ والمحدد Déterminant لهذه الأخيرة يعطى كما يلي:

$$|\det(J)| = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + m_a^2}} - \frac{x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6}{\sqrt{x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + m_b^2}} \right) (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-\frac{3}{2}} \tag{A-7}$$

وهو ما يكافئ في جملة مركز الثقل $(s = (E_a + E_b)^2$ و $p_a = -p_b = p)$

$$|\det(J)| = \frac{1}{|p|^3} \left(\frac{|p|^2}{E_a} + \frac{|p|^2}{E_b} \right) = \frac{\sqrt{s}}{E_a E_b |p|} \tag{A-8}$$

باستعمال هذه النتيجة يمكن كتابة عبارة التعامد (A-4) كما يلي:

$$\begin{aligned}
\langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle &= (2E_a)(2E_b)(2\pi)^6 \delta^3(p'_a - p_a) \delta^3(p'_b - p_b) \delta_{\lambda_a \lambda'_a} \delta_{\lambda_b \lambda'_b} \\
&= \frac{4(2\pi)^2 \sqrt{s}}{|p|} (2\pi)^4 \delta^4(p'_a + p'_b - p_a - p_b) \delta(n - n') \delta_{\lambda_a \lambda'_a}^2 \delta_{\lambda_b \lambda'_b}
\end{aligned} \tag{A-9}$$

كما يمكن استعمال التعريف التالي:

$$\int \delta^2(n - n') f(n) d\Omega = f(n') \tag{A-10}$$

من أجل تثبيت التعامد، نعرف الجداء السلمي:

$$\langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle = \delta(n - n') \tag{A-11}$$

عند استعمال العلاقة:

$$(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) = \frac{4(2\pi)^2 \sqrt{s}}{|p|} \tag{A-12}$$

الدالة delta تمثل مؤثر الوحدة في الفضاء الجديد. تعطى عناصر المصفوفة $M_{\tilde{H}}$ في الفضاء H_S كما يلي:

$$M_{\tilde{H}}(s, \Omega) = 4(2\pi)^2 \frac{\sqrt{s}}{|p|} \langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | \hat{T} | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle \tag{C-13}$$

حيث يمثل المؤثر المصغر \tilde{T} للمؤثر الأصلي للانسحاب \hat{T} . وفي المقابل يمكن استبدال العزم الزاوي وبالنسبة إلى تمثيل الحالة بدلالة العزم الزاوي الكلي J بالإضافة إلى المركبة M وفق المحور z يمكن أن نكتب:

$$|J, M; \lambda_a, \lambda_b\rangle = \left(\frac{2J+1}{4\pi} \right) \int d\Omega D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^J(\mathbf{R}_{\theta, \varphi}^{-1}) |p_a \lambda_a, p_b \lambda_b\rangle \quad (A-14)$$

حيث D يمثل دالة Wigner تمثل الدوران المحدد $\mathbf{R}_{\theta, \varphi}$. نقوم في ما يأتي على إعطاء عناصر المصفوفة بدلالة أشعة الوحدة (A-14). الدالة D تحقق علاقة التعامد:

$$\delta_{\lambda_a, \lambda_b} \sum_{J, M} \left(\frac{2J+1}{4\pi} \right)^{1/2} D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*}(\mathbf{R}_{\theta', \varphi'}^{-1}) D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^J(\mathbf{R}_{\theta, \varphi}^{-1}) = \delta(n-n') \quad (A-15)$$

مع العلم أن $\sum_{J, M} = \sum_{J=0}^{\infty} \sum_{M=-J}^{+J}$. يمكن تمثيل الحالة كما يلي:

$$|p_a \lambda_a, p_b \lambda_b\rangle = \sum_{J, M} \left(\frac{2J+1}{4\pi} \right)^{1/2} D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*} |J, M, \lambda_a, \lambda_b\rangle \quad (A-16)$$

عناصر \tilde{T} في هذه الحالة تعطى:

$$\langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | \tilde{T} | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle = \sum_{J', M'} \sum_{J, M} \frac{(2J'+1)^{1/2} (2J+1)^{1/2}}{4\pi} D_{\lambda'_a-\lambda'_b, M'}^J(\mathbf{R}_{\theta', \varphi'}^{-1}) D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*}(\mathbf{R}_{\theta, \varphi}^{-1}) \langle J', M', \lambda'_a, \lambda'_b | \tilde{T} | J, M, \lambda_a, \lambda_b \rangle \quad (A-17)$$

عند أخذ علاقة التبادل $[\hat{S}, \hat{J}_i] = 0$ بعين الاعتبار نحصل على \tilde{T} يمثل قيمة حقيقية بالدوران. بالإضافة إلى استخدام نظرية Wigner-Eckart:

$$\langle J', M', \lambda'_a, \lambda'_b | \tilde{T} | J, M, \lambda_a, \lambda_b \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} T_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J \quad (A-18)$$

حيث $T_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J = \langle J, M, \lambda'_a, \lambda'_b | \tilde{T} | J, M, \lambda_a, \lambda_b \rangle$ بالإضافة إلى استعمال العلاقة:

$$\sum_{M=-J}^J D_{m', M}^J(\mathbf{R}') D_{M, m}^J(\mathbf{R}) = D_{m', m}^J(\mathbf{R}', \mathbf{R}) \quad (A-19)$$

عند إدخال الخاصية $D_{M, \lambda_a-\lambda_b}^J(\varphi, \theta, 0) = D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*}(\mathbf{R}_{\theta', \varphi'}^{-1})$ يمكن تبسيط العلاقة (A,17) كما يلي:

$$\langle p'_a \lambda'_a, p'_b \lambda'_b | \tilde{T} | p_a \lambda_a, p_b \lambda_b \rangle = \sum_{J, M} \frac{2J+1}{4\pi} D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*}(\varphi, \theta, 0) T_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J \quad (A-20)$$

θ و φ يمثلان زوايا التحويل بين n و n' . بعد جملة من التبسيطات المتتالية نحصل على العلاقة النهائية للسعة M حيث نجد:

$$M(s, \theta) = 16 \sum_{J, M} (2J+1) D_{\lambda_a-\lambda_b, M}^{J*}(\varphi, \theta, 0) M_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J \quad (A-21)$$

عند إدخال السعة الجزئية للتفاعل M^J والمعطاة كما يلي:

$$M_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J = \frac{\sqrt{s}}{4|p|} T_{\lambda'_a, \lambda'_b, \lambda_a, \lambda_b}^J \quad (\text{A-22})$$

نعمل في ما هو آت على وضع حدود الوحدة في الفضاء الجزئي. مصفوفة الوحدة S^J تبقى كذلك في الفضاء الجزئي، باعتبار $S^J = 1 - iT^J$ نحصل على:

$$M^J = \frac{s}{4i|p|} \langle J, M, \lambda'_a, \lambda'_b | (\hat{S}^J - 1) | J, M, \lambda_a, \lambda_b \rangle \quad (\text{A-23})$$

من اجل تمثيل العزم الزاوي بدالة حالة عمدتها (طويلتها) تساوي الواحد، بالإضافة إلى S^J مصفوفة وحدة نأخذ شرط الوحدة كما يلي:

$$M^J \leq 2 \left| \frac{\sqrt{s}}{4i|p|} \right| \quad (\text{A-24})$$

عند حدود الطاقات العليا نحصل على:

$$M^J \leq 1 \quad (\text{A-25})$$

كما يمكن الحصول على حدود أكثر دقة لـ M^J عند الأخذ بعين الاعتبار شرط الوحدة $S^+S = 1$ والتي توافق:

$$(\hat{T}^+ - \hat{T}) = i\hat{T}^+\hat{T} \quad (\text{A-26})$$

عند حساب القيمة المتوسطة لـ $(\hat{T}^+ - \hat{T})$ للحالة $|J, M, \lambda_a, \lambda_b\rangle$ وإدخال مؤثر وحدة معطى بالدالة الأسية \exp نحصل على:

$$\langle J, M, \lambda_1, \lambda_2 | \hat{T}^+ - \hat{T} | J, M, \lambda_1, \lambda_3 \rangle = i \sum_{A, \lambda_1, \lambda_2} \left| \langle J, M, A | \hat{T} | J, M, \lambda_1, \lambda_2 \rangle \right|^2 \quad (\text{A-27})$$

حيث A يمثل الأعداد الكوانتية الأخرى. عند أخذ القيمة المطلقة واختصار المجموع على دالة الحالة للجسيمين $|J, M, \lambda_a, \lambda_b\rangle$ ، نجد:

$$\langle J, M, \lambda_1, \lambda_2 | \hat{T}^+ - \hat{T} | J, M, \lambda_1, \lambda_3 \rangle \geq \left| \langle J, M, \lambda_1, \lambda_2 | \hat{T} | J, M, \lambda_1, \lambda_2 \rangle \right|^2 \quad (\text{A-28})$$

هذه العلاقة تكافئ في الفضاء الجزئي:

$$\left| M_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_a, \lambda_b}^J - M_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_a, \lambda_b}^{J*} \right| \geq \frac{4P}{\sqrt{s}} \left| M_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_a, \lambda_b}^J \right|^2 \quad (\text{A-29})$$

في حدود الطاقات العليا:

$$\left| \text{Im } M^J \right| \geq \left| M^J \right|^2 = (\text{Im } M^J)^2 + (\text{Re } M^J)^2 \quad (\text{A-30})$$

بالمقارنة مع (A-25) نجد $\left| \text{Im } M^J \right| \leq 1$ وينتج عن ذلك:

$$(\text{Re } M^J)^2 \leq \left| \text{Im } M^J \right| (1 - (\text{Im } M^J)) \leq \frac{1}{4} \quad (\text{A-31})$$

ما يعني أن:

$$|\operatorname{Re} M^J| \leq \frac{1}{2} \quad (\text{A-32})$$

وهي النهايات الوحيدة من أجل تفاعل جسيمتين مختلفتين، في حين هذه الأخيرة في حالة جسيمتين متماثلتين توافق:

$$|\operatorname{Re} M^J| \leq 1 \quad (\text{A-33})$$

نطبق النهايات الوحيدة لتفاعل الجسيمات من أجل الوصول إلى النهايات الوحيدة لنموذج ثنائي Higgs في الهندسة غير التبادلية.

B الملحق

مصطلحات

Action bosonique	الفعل البوزوني
Action fermionique	الفعل الفرميوني
Algèbre de Quaternion	جبر الكواتيرنيون
Algèbre des operateurs	جبر المؤثرات
Algèbre différentielle	الجبر التفاضلي
Algèbre différentielle auxiliaire	الجبر التفاضلي الإضافي
Algèbre différentielle canonique	الجبر التفاضلي القانوني
Algèbre interne	الجبر الداخلي
Amplitude	السعة
Associative	تجميعي
Bijectif	تقابلي
Boson de Jauge	البوزونات المعيارية
Boson de Higgs	Higgs بوزونات
Brisure Spontané de Symétrie (SSB)	الانكسار التلقائي للتناظر
Champ anti-ghost	حقل anti-ghost
Champ Asymptotique	حقل غير خاضع لأي تأثير
Champs de Jauge	الحقول المعيارية
Champs de Higgs	Higgs حقول
Champ ghost	حقل ghost
Champ scalaire	حقل سلمي
Champ scalaire chargée	الحقل السلمي المشحون
Champ vectoriel	الحقول الشعاعية
Champ Pseudo-scalaire	حقل شبه سلمي
Changement de Saveur de courent neutre (Flavor changing neutral current)	تغير المذاق في التيار الحيادي
Chromodynamique Quantique	الكروموديناميك الكوانتي
Commutateur	مبدل
Correction énergétique	التصحيح الطاقي

Courants faibles neutres	التيارات الضعيفة المتعادلة
Courant conservé	تيار محفوظ
Courbure	الانحناء
Croché de poisson	Poisson حاضنة
Cycle K	K الحلقة
Cyclique	دائري
Dérivé covariante	الاشتقاق وحيد التغيير
Déterminant	المحدد
Divergence ultraviolet	التباعد فوق البنفسجي
Electrodynamique Quantique	الالكتروديناميك الكوانتي
Equations de champ	معادلات الحقل
Espace de phase	فضاء الطور
Espace Topologique	الفضاء التوبولوجي
Etat de vide	حالة الفراغ
Fibrés vectoriels	الألياف الشعاعية
Générateurs de groupe	مولدات الزمرة
Géométrie algébrique	الهندسة الجبرية
Géométrie non commutative (NCG)	الهندسة غير التبادلية
Groupe abélien	زمرة أبيلية
Groupe de jauge	الزمرة المعيارية
Groupe non abélien	زمرة غير أبيلية
Hypercharge	شحنة فائقة
Inhomogène	غير المتجانسة
Interaction élastique	تفاعل مرن
Interaction inélastique	تفاعل غير مرن
Interaction Electrofaible	التفاعل الكهروضعيف
Isomorphe	تماثل
Limite d'unitarité (Unitarity bound)	النهايات الوحودية
Mécanique classique	الميكانيك الكلاسيكي
Mécanique Quantique	الميكانيك الكوانتي

Médiateurs d'interaction Electrofaible	وسائط التفاعل الكهروضعيف
Mécanisme de Higgs	آلية Higgs
Modèle Standard	النموذج المعياري
Modèle Supersymétrique	النموذج فائق التناظر
Module projectif	طويلة الإسقاط
Moindre action	الفعل الأقل
Moment magnétique	العزم المغناطيسي
Nilpotence	الانعدام المربعي
Non-Singulier	غير شاذ
Operateur de Chiralité	مؤثر الاستقطاب
Operateur de Dirac	مؤثر Dirac
Operateur hermétique	مؤثر ارميتي
Paramètre Globale	المعامل الكلي
Paramètre locale de Jauge	المعامل المعياري الموضعي
Physique statistique	فيزياء الاحتمالات
Polynôme de Legendre	كثير حدود Legendre
Polarisation du vide (One-loop)	استقطاب الفراغ
Potentiel de Higgs	كمون Higgs
Produit scalaire généralisé	الجداء السلمي المعمم
Produit Star	الجداء Star
Produit tensoriel	الجداء الثونسوري
Propagateur	انتشار
Quantification	التكميم
Quantum vertuelle	الكمات العملية
Règle de Leibnitz non-commutative	قانون Leibnitz غير التبديلي
Relativité Générale	النسبية العامة
Représentation Irréductible	تمثيل غير قابل للاختزال
Symétrie discrète	التناظر المتقطع (المختفي)
Stabilité du potentiel	استقرار الكمون
Structure canonique	البنية القانونية

Tenseur	موتر
Terme d'interactions	حدود التفاعل
Terme de Gauge-Fixing	حد تثبيت العيارية
Terme de Fadeev-Popov	حد Fadeev-Popov
Théorie Renormalisable	نظرية قابلة للتقنين
Transformation BRS	تحويلات BRS
Transformation infinitésimale	تحويلات متناهية في الصغر
Unimodularité(Groupe unitaire unimodulaire)	الزمرة الواحدية وحيدة التغير

المراجع

مراجع

- [1] " Théories de gauge en géométrie non commutative et généralisation du modèle de Born-Infeld " Emmanuel Serié.
- [2] S.L.Glashow.Nucl.phys.22(1961)579.
S.Weinberg.Phys.Rev.Lett.19(1967)1264.
A.Salam.in Elementary Particule physics.Proc.Nobel Symposuim. No 8 (ed N. Svartholm, Almqvist & Wiksell, Sockholm 1968).
- [3] "Recherche du Boson de Higgs standard et minimal a LEP2 dans l'expérience L3" Daniel .Teyssier.
- [4] " Theoretical upper bounds for Higgs bosons masses " Miroslav Kladiva.
"Flavor chanching neutral decay effects in models with two higgs boson doublets Applications to LHC Physics". Santi Béjar Latonda.
- [5] S.L.Glashow and S.Wenberg.Phys.Rev D 15 (1977) 1958.
- [6] J.F.Gunion, H.E Haber, G.L.Kane and S.Dadauson, The Higgs Hunter's Guide, (Addison-Wesley, Redwood City 1990).
- [7] A.Heister et al. [ALEPH collaboration], Phys.Lett.B 526(2002)191
[ar Xiv : hepex / 0201014].
- [8] A.Heister et al. [ALEPH collaboratio],Phys.lett.B 543(2002)1[ar Xiv:-ex/0207054].
- [9] Dony-Shin " The W-width in the two Higgs doublets model " MPI-PHT/95-14.
- [10] A. Denner, PJ. Guth, W. Hollik and JH. Kuka "The Z- width in the two Higgs doublets model" MPI-PAE / ph 1/91.TKP 91-1.
- [11] A.Connes and J.Lott, Nucl.Phys.B(Proc.suppl.)18,29(1990).
A.Connes, Noncommutative Geometry, Academic Press London,1994.
A.Connes,Commun. Math. Phys.182,155(1996).
- [12] M. Dubois-Violette. " Non-commutative differential geometry, quantum mechanics and gauge Theory". Dans C. Bartocci, U. Bruzzo et R. Cianci, éditeurs, Differential Geometric Methods in Theoretical Physics, volume 375 de Lecture Notes in Physics, Rapallo, 1990. Springer-Verlag.
- [13] M. Dubois-Violette, J. Madore et R. Kerner. "Classical bosons in a noncommutative geometry", Class. Quant. Grav. 6 (1989) 1709.

M. Dubois-Violette, J. Madore et R. Kerner. "Gauge bosons in a noncommutative geometry", Phys. Lett. B217 (1989) 485–488.

M. Dubois-Violette, R. Kerner et J. Madore. "Noncommutative differential geometry of matrix algebras", J. Math. Phys. 31 (1990) 316.

M. Dubois-Violette, R. Kerner et J. Madore. "Noncommutative differential geometry and new models of gauge theory", J. Math. Phys. 31 (1990) 323.

M. Dubois-Violette, J. Madore et R. Kerner. "Supermatrix geometry", Class. Quant. Grav. 8 (1991) 1077–1089.

[14] M. Dubois-Violette. "Dérivations et calcul différentiel non-commutatif", C.R. Acad. Sci. Paris 307 (1988) 403–408.

[15] R. Coquereaux. "Higgs fields and superconnections". Dans C. Bartocci, U. Bruzzo et R. Cianci, éditeurs, Differential Geometric Methods in Theoretical Physics, volume 375 de Lecture Notes in Physics, Rapallo, 1990. Springer-Verlag.

R. Coquereaux, R. Haussling et F. Scheck. "Algebraic connections on parallel universes" Int. J. Mod. Phys. A10 (1995) 89–98. Lien arXiv : hep-th/9310148.

[16] A. Connes et J. Lott. "Particle models and noncommutative geometry (expanded version)" Nucl. Phys. Proc. Suppl. 18B (1991) 29–47.

[17] A. Connes. "Gravity coupled with matter and the foundation of noncommutative geometry", Commun. Math. Phys. 182 (1996) 155–176. Lien arXiv : hep-th/9603053.

[18] A. Connes. Noncommutative Geometry. Academic Press, 1994.

[19] A. H. Chamseddine et A. Connes. "The spectral action principle", Commun. Math. Phys. 186 (1997) 731–750. Lien arXiv : hep-th/9606001.

[20] Daniel Kastler

"a detailed account of Alain Connes, version of the standard model in Non commutative geometry 1 and 2" CPT-91/P-2610 Pub 1992,

"a detailed account of Alain Connes, version of the standard model in Non commutative Differential geometry 3",

"a detailed account of Alain Connes, version of the standard model in Non commutative geometry 4" and "Predictions physique de la version de Connes-Lott du modele standard" CPT.91/P. 2563 (pub 1991)

[21] A.H. Chamseddine, G. Felder and J. Frohlich "Grand unification in Non commutative

geometry" *Nuc. Phys B* 395 (1993). 672-678.

- [22] A.H. Chamseddine, J. Frohlich "SO(10) unification in non commutative geometry" *héo. Phy ETH. CH 8093 Zurich*.
- [23] A.H. Chamseddine, G. Felder and J. Frohlich "Gravity in Non commutative geometry" *Com Math. Phys* 155. 205-217(1993).
- [24] A.H. Chamseddine, J. Frohlich and O. Gradjean "The gravitation sector in the Connes-Lott formulation of the standard model". *J. Math. Phys.* 36(11) Nov1995.
- [25] Becchi, C., A. Rouetn and R. Stora (1976), "Renormalization of gauge theories", *Annals of Physics* 98(2):287-321.
- [26] M.Chaichan, P.Presnajder, M.M.Sheick-Jebbari, and A.Tureau, *Euro.Phys.J.C29* (2003) 413.
- [27] C.E.Carlson, C.D.Corone and R.F.Lebed, *Phys.LettB518*(2001)2001.
- [28] X.Calmet, B.Jurco, P.Schupp, J.Wess and M.Wohlgenamt, *Euro.Phys.J.C23*(2002)363.
- [29] B.Jurco, L.Moller, S.Schraml, P.Schupp and J.Wess, *Euro.Phys.J.C21*(2001)383.
- [30] I.Hinchliffe, N.Kersting and Y.L.Ma, *Int.Journ.of Mod.Phys.A19*(2004)179.
- [31] P.Aschieri, B.Jurco, P.Schupp and J.Wess, *Nucl.Phys.B651*(2003)45.
- [32] W.Behr, N.G.Deshpande, G.Duplancic, P.Schupp, J.Trampetic and J.Wess, *Euro.Phys.J.C29*(2003)441
- [33] P.Schupp, J.Trampetic, J.Wess and G.Raffelt, *Euro.Phys.J.C36*(2004)405.
- [34] J.L.Hewelt, F.J.Petriello and T.G.Rizzo, *Phys.Rev.D64*07(2001)5012.
- [35] N.Seiberg and E.Witten, *JHEP09*(1999)32.
- [36] M.Hayakiwa, *Phys.Lett.B478*(2000)394.
- [37] N.Mebarki, M.Boussahel and M.Harrat (in preparation)
- [38] M.M.Sheikh-Jabbari, *Phys. Lett.* 425, (2002)48.
- [39] F.Ardalan, H.Arfaei, M. M. Sheikh-Jabbari, *JHEP*, 9902, 016 (1999); *Nucl. Phys.B576*(2000)578.
- [40] C-S.Chi, P-H. Ho, *Nucl.Phys.* 550, 578 (1999); *Nucl.Phys.B568*(2000)477 .
- [41] Y.Okumura, K.Morita and K.Imai, hep-th/0309060
- [42] X.Calmet, *Phys.Rev. D71* (2005) 085012
- [43] M.Soroush, *Phys.Rev.D67*(2003)105005
- [44] A.Micu and M. M. Sheikh-Jabbari, *JHEP0101*,(2001)025

- [45] W.J.Marciano, G. Valencia and S. Willenbrock, Phys. Rev. D 40 (1989) 1725.
M.Luscher and P. Weisz, Phys. Lett. B 212 (1988) 472.
- [46] A.Connes, J.Math.Phys.36,6194(1995).
- [47] T. Schucker, J.M. Zylinsch "Connes Model Building Kit" J. Geom, phy. 16(1995) 207.
- [48] I.Pris and T.Schucker, J.Math.Phys.38,2255(1997).
- [49] S.Kanemura, T.Kubota and E.Takasugi, Phys. Lett. B313, 155(1993).
- [50] P.Kielanowski and S.R.Juarez W., Renormalization group evolution of the CKM matrix,
Mexican school of particles and fields, Playa del Carmen, Mexico, 2002, AIP.Conf.
Proc.670, 81(2003).
- [51] W.Grimus, and L.Lavoura, Eur. Phys. J. C39, 219 (2005)
- [52] M.Luo, H.Wang and Y.Xiao, Phys.Rev. D67, 065019 (2003)
- [53] H.Weyl, Z. Physik 46,1 (1927)
Dover,New-York (1931).
Hirzel Verlag, Leipzig (1928).
- [54] H. Arfaei and M. H. Yavartanoo: hep-th/0010244 v1 26 Oct 2000.
- [55] Nguyen tien Binh: hep-th/0301084 v1 14 Jan 2003.
- [56] Namit Mahajan: hep-th/0110148 v2 7 Nov 2001.

ملخصات

ملخص

تم تعميم طريقة Chamssedine-Fröhlich في الهندسة غير التبديلية NCG بإدخال التفاعل القوي في النموذج الرياضي، تعميم مؤثر Dirac والجداء السلمي. هذا المنهج الجديد يتمثل في صياغة نموذج ثنائي Higgs 2HDM وتحديد علاقات الكتل، الربط وخاصية الوحدوية بالإضافة إلى زوايا المزج، هذه الأخيرة ليست محفوظة تحت تأثير زمرة إعادة التقنين في إطار الطريقة المعيارية للتكميم.

باستعمال طريقة Seiberg-Witten في دراسة QED في الفضاء الزمني غير التبديلي، تم تعميم تحويلات BRS و Anti-BRS مع الحصول على خاصية الانعدام المربعي والحصول أيضا على حدي Fadeev-Popov و Fixing-Gauge المعممين. بالإضافة إلى ذلك وحتى التقريب من الرتبة الثانية بالنسبة إلى المعامل غير التبديلي تم تغيير معادلات الحقول والحصول على تيار BRS الصامد والتطرق إلى علاقات التبادل غير التبديلية.

كما تم إنشاء نموذج ثنائي Higgs في الفضاء غير التبديلي وفق طريقة Seiberg-Witten، مع الحصول على نفس حدود الكتل للنموذج الكلاسيكي، عدم إدخال جسيمات جديدة بالإضافة إلى وجود حدود تفاعل إضافية متناسبة مع المعامل غير التبديلي $\theta^{\mu\nu}$.

المفاتيح: الهندسة غير التبديلية، تمديد نموذج الكهروضعيف، التكميم BRS، النظرية المعيارية.

Résumé

L'approche de Chamssedine-Fröhlich à la géométrie non commutative NCG est développée par l'introduction du secteur d'interaction forte dans le formalisme mathématique, et la généralisation de l'opérateur de Dirac et le produit scalaire. Cette nouvelle approche est appliquée à la reformulation du modèle à deux doublets de Higgs 2HDM où les relations de masse, de couplage et d'unitarité aussi bien que les angles de mélange sont déterminés. Ces derniers ne sont pas préservés sous le groupe de renormalisation dans le contexte de la méthode standard de quantification.

En utilisant l'application de Seiberg-Witten à QED dans l'espace-temps non commutatif généralisé et nilpotentes, les transformations BRS et Anti-BRS aussi bien que les termes de Fadeev-Popov et Gauge-Fixing modifiés sont obtenus. En plus, et jusqu'au deuxième ordre par rapport au paramètre de non commutativité, des équations de champ modifiées et le courant conservé de BRS sont obtenus. En outre, quelques clarifications au sujet de la conservation des relations non commutatives de commutation de l'espace-temps. Le modèle à deux doublets de Higgs dans l'espace non commutatif sont également présentées. Le modèle à deux doublets de Higgs dans l'espace non commutatif a été également construit selon l'application de Seiberg-Witten, avec l'obtention des mêmes masses du modèle classique, pas d'introduction de nouvelles particules et des termes d'interaction supplémentaires proportionnels au paramètre non commutative $\theta^{\mu\nu}$.

Mots-clés: La géométrie non commutative, Extension du modèle électrofaible, Quantification de BRST, Théories de Jauge

Summary

The Chamssedine-Fröhlich Approach to Non Commutative Geometry NCG is extended by the introduction of the strong interaction sector in the mathematical formalism, and generalization of the Dirac operator and scalar product. This new approach is applied to the reformulation of the two Higgs doublets model 2HDM where the Fuzzy mass, coupling and unitarity relations as well as mixing angles are derived. The latter are no more preserved under the renormalization group flow in the context of the standard quantization method.

Using Seiberg-Witten maps approach to non commutative space-time QED, Nilpotent generalized BRS and Anti-BRS transformations as well as Fadeev-Popov and modified Gauge-Fixing terms are obtained. Moreover, and up to the second order of the non commutativity parameter, modified field equations and conserved BRS current are derived. Furthermore, some clarifications about the preservation of the space-time non commutative commutation relations are also presented.

The two Higgs doublets model in non commutative space was also developed according the Seiberg-Witten application, with getting the same masses of the traditional model, the non introduction of new particles and the additional terms of non commutative interaction proportional to the parameter $\theta^{\mu\nu}$.

Keywords: *Noncommutative geometry, Extended electroweak model, BRST Quantization, Gauge Theories*

ملخص

تم تعميم طريقة Chamssedine-Fröhlich في الهندسة غير التبديلية NCG بإدخال التفاعل القوي في النموذج الرياضي، تعميم مؤثر Dirac والجداء السلمي. هذا المنهج الجديد يتمثل في صياغة نموذج ثنائيي Higgs 2HDM وتحديد علاقات الكتل، الربط وخاصية الوحودية بالإضافة إلى زوايا المزج، هذه الأخيرة ليست محفوظة تحت تأثير زمرة إعادة التقنين في إطار الطريقة المعيارية للتكميم.

باستعمال طريقة Seiberg-Witten في دراسة QED في الفضاء الزمني غير التبديلي، تم تعميم تحويلات BRS و Anti-BRS مع الحصول على خاصية الانعدام المربعي والحصول أيضا على حدي Fadeev-Popov و Fixing-Gauge المعممين. بالإضافة إلى ذلك وحتى التقريب من الرتبة الثانية بالنسبة إلى المعامل غير التبديلي تم تغيير معادلات الحقول والحصول على تيار BRS الصامد والتطرق إلى علاقات التبادل غير التبديلية.

كما تم إنشاء نموذج ثنائيي Higgs في الفضاء غير التبديلي وفق طريقة Seiberg-Witten، مع الحصول على نفس حدود الكتل للنموذج الكلاسيكي، عدم إدخال جسيمات جديدة بالإضافة إلى وجود حدود تفاعل إضافية متناسبة مع المعامل غير التبديلي θ^{uv} .

المفاتيح: الهندسة غير التبديلية، تمديد نموذج الكهر وضعيف، التكميم BRS، النظرية المعيارية.