

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° d'ordre :

N° de série :

Mémoire
Présentée pour l'obtention du diplôme de MAGISTER en PHYSIQUE

Spécialité
ENERGETIQUE

Option
PHOTOTHERMIQUE

Thème

Transfert de chaleur et de matière dans un canal
rempli partiellement d'une matière poreuse

Par
BENMERKHI MERIEM

Soutenu le :/..... /.....

Devant le jury

Président	L. BAHY	Prof	Univ. Mentouri Constantine
Rapporteur	A. AFRID	Prof	Univ. Mentouri Constantine
Examineurs	T. BOUFENDI	M.C	Univ. Mentouri Constantine
	S. BENISSAAD	M.C	Univ. Mentouri Constantine

Remerciements

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à mon enseignant **M. AFRID**, Professeur à l'université Mentouri de Constantine d'avoir dirigé cette recherche par ses suggestions, ses conseils et ses critiques. Je remercie vivement mon enseignant **L. BAH**I Professeur à l'université Mentouri de Constantine pour l'honneur qu'il m'a fait d'avoir accepté d'examiner mon travail et de présider le jury. Je remercie également mon enseignant **T. BOUFENDI** Maître de conférence à l'université Mentouri de Constantine et Monsieur **I. BENYESAAD**, Maître de Conférence à l'université Mentouri de Constantine, qui ont acceptés d'examiner mon travail. Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidés de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

SOMMAIRE

Nomenclature	-
3 -	
Chapitre1 : Introduction.....	01
Chapitre2 : Modélisation mathématique.....	15
2.1. Modèle d'écoulement dans les milieux poreux.....	15
2.2. Transfert thermique dans un milieu poreux.....	15
2.3. Transfert de masse dans un milieu poreux.....	16
2.4. La combinaison du transfert thermique et de masse.....	16
2.5. Description du problème.....	16
2.6. La géométrie du problème.....	17
2.7. Hypothèses simplificatrices.....	17
2.8. Formulation mathématique.....	18
2.8.1. L'équation de continuité.....	18
2.8.2. L'équation de la quantité de mouvement suivant x.....	18
2.8.3. L'équation de la quantité de mouvement suivant y.....	18
2.8.4. L'équation d'énergie.....	18
2.8.5. L'équation de transfert de matière.....	18
2.9. Les conditions initiales et aux limites.....	19
2.10. L'adimensionnalisation des variables.....	19
2.11. L'adimensionnalisation des équations.....	20
2.11.1. Les paramètres de contrôle.....	20
2.11.2. L'équation de continuité.....	20
2.11.3. L'équation de la quantité de mouvement suivant x.....	20
2.11.4. L'équation de la quantité de mouvement suivant y.....	20
2.11.5. L'équation d'énergie.....	21

2.11.6. L'équation de masse	21
2.12. L'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites.....	21
Chapitre 3 : Résolution numérique.....	22
3.1. Discrétisation du domaine physique.....	22
3.1.1. Maillage typique.....	22
3.1.2. Maillage décalé.....	24
3.2. Discrétisation des équations.....	26
3.2.1. Discrétisation temporelle en second ordre.....	26
3.2.2. Discrétisation des termes convectifs et non linéaires.....	26
3.2.3. Discrétisation spatiale en second ordre.....	27
3.2.4. Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement (ox).....	28
3.2.5. Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement (oy).....	29
3.2.6. Discrétisation de l'équation de l'énergie.....	30
3.2.7. Discrétisation de l'équation de transfert de matière.....	32
3.3. Résolution du système des équations de vitesse.....	33
3.3.1. Discrétisation de l'équation de continuité	33
3.3.2. Discrétisation de l'équation de la pression.....	35
3.4. Méthode de résolution.....	38
3.5. La solution séquentielle des systèmes d'équations de discrétisation.....	38
3.6. Détails numériques.....	39
Chapitre 4 : Résultats et discussions.....	40
4.1. Validation.....	40
4.2. Résultats obtenus.....	43
4.2.1. Cas d'écoulement dans le canal (convection forcée).....	43
4.2.1.1. Champ d'écoulement.....	43

4.2.1.2. Champ thermique.....	44
4.2.1.3. Champ de concentration.....	47
4.2.2. Cas du canal partiellement poreux (convection forcée).....	51
4.2.2.1. Champ d'écoulement.....	51
4.2.2.2. Champ thermique.....	55
4.2.2.3. Champ de concentration.....	57
4.2.3. Cas du canal partiellement poreux (convection mixte).....	60
4.2.3.1. Cas de $Gr_T = 10^4$ et $Gr_C = 0$	60
4.2.3.1.1. Champ d'écoulement.....	60
4.2.3.1.2. Champ thermique.....	61
4.2.3.1.3. Champ de concentration.....	63
4.2.3.2. Cas de $Gr_T = 10^5$ et $Gr_C = 0$	65
4.2.3.2.1. Champ d'écoulement.....	65
4.2.3.2.2. Champ thermique.....	68
4.2.3.2.3. Champ de concentration	70
4.2.3.3. Cas de $Gr_T = 0$ et $Gr_C = 10^4$	72
4.2.3.3.1. Champ d'écoulement.....	72
4.2.3.3.2. Champ thermique.....	74
4.2.3.3.3. Champ de concentration	76
4.2.3.4. Cas de $Gr_T = 0$ et $Gr_C = 10^5$	78
4.2.3.4.1. Champ d'écoulement.....	78
4.2.3.4.2. Champ thermique.....	80
4.2.3.4.3. Champ de concentration	82
4.2.4. Comparaison entre la convection forcée et mixte.....	85
Conclusion	86

Références.....88

Résumés

Nomenclature

- C : Concentration dimensionnelle (Kg / m^3).
- C_f : Coefficient du terme de *Forchheimer* ($C_f = 0.55$).
- c_p : Chaleur spécifique du fluide à pression constante ($J/Kg. ^\circ K$).
- D : Coefficient de diffusion binaire de la vapeur d'eau dans l'air (m^2/s).
- Da : Nombre de Darcy.
- Gr_c : Nombre de *Grashof* solutal.
- Gr_t : Nombre de *Grashof* thermique.
- g : Accélération de la pesanteur ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).
- H : Hauteur du canal (m).
- h_c : Coefficient du transfert de matière local (m/s).
- h_t : Coefficient du transfert de chaleur local ($W/m^2^\circ K$).
- K : Perméabilité du milieu poreux (m^2).
- k : Conductivité thermique ($W/m^\circ K$).
- L : Longueur du canal (m).
- Nu : Nombre de Nusselt local $= \frac{2h_t H}{k_f}$.
- Nu_{moy} : Nombre de Nusselt moyen.
- P : Pression (Pa).
- Pr : Nombre de *Prandtl*.
- Re : Nombre de *Reynolds*.
- Sc : Nombre de *Schmidt*.
- Sh : Nombre de Sherwood local $= \frac{2h_c H}{D}$.
- Sh_{moy} : Nombre de Sherwood moyen.
- T : Température dimensionnelle ($^\circ K$).
- t : Temps dimensionnel (s).
- u : Vitesse horizontale dimensionnelle (m/s).
- v : Vitesse verticale dimensionnelle (m/s).
- x : Coordonnée axiale dimensionnelle (m).
- y : Coordonnée verticale dimensionnelle (m).

Lettres grecques

α : Coefficient de diffusion thermique = $\frac{k_f}{(\rho_r c_p)_f} (m^2/s)$.

β_c : Coefficient d'expansion solutal (m^3/Kg).

β_t : Coefficient d'expansion thermique ($1/^\circ K$).

λ : Rapport des conductivités thermiques = $\frac{k_m}{k_f}$.

μ : Viscosité dynamique ($Kg.m/s$).

ν : Viscosité cinématique du fluide (m^2/s).

ρ : Masse volumique (Kg/m^3).

φ : Porosité du milieu poreux.

Exposants

* : Quantité non dimensionnelle.

Indices

o : Fait référence a l'entrée du canal.

1 : Fait référence aux parois du canal.

f : Fait référence au fluide.

m : Fait référence au milieu poreux.

r : Valeur de référence.

s : Fait référence au solide.

1. Introduction

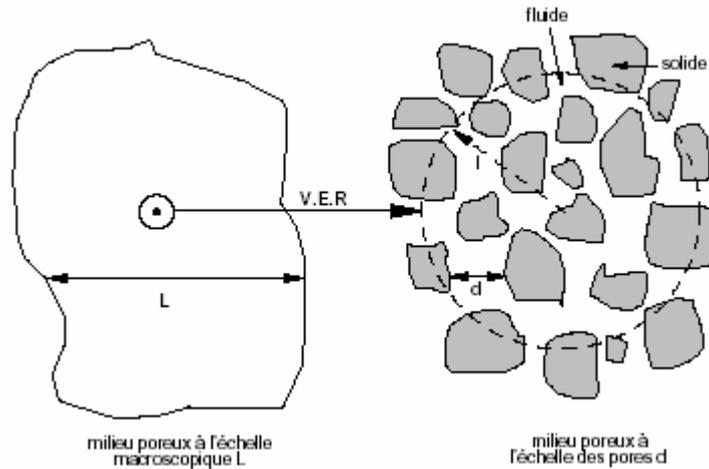
Un milieu poreux est une matrice solide rigide qui comporte des vides (pores) qui peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides (gaz ou liquide) pouvant s'écouler et, éventuellement, échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie. Un milieu poreux peut se présenter généralement sous les deux formes suivantes :

- Milieu poreux non consolidé dans lequel la phase solide est formée de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sable, billes de verre et d'acier, limons, matériaux divers).
- Milieu poreux consolidé dans lequel la phase solide est formée de grains cimentés (roches calcaires, grès, argiles, bois, céramiques, poudres frittées, tissus végétaux et animaux...)[1].

L'étude des écoulements et du transfert de polluants en milieu poreux repose sur la détermination des propriétés du milieu : la porosité et la perméabilité. Ces grandeurs apparaissent dans les équations d'écoulement et du transport qui sont définies pour un milieu continu. Il faut donc les définir sur des volumes suffisamment grands, macroscopiques, pour pouvoir considérer le milieu continu parce que les propriétés du milieu poreux dépendent d'échelle de description considérée[2]. La porosité, est le paramètre principal décrivant un milieu poreux[3], elle est définie par le rapport entre le volume occupé par les pores (vides) et le volume total du milieu : $\varphi = \text{Volume des vides} / \text{Volume total}$. Elle varie entre 0 (solides pleins) et 1 (volume complètement vide). En général, les vides (pores) ne sont pas uniformes dans leur distribution et leur forme à travers la matrice poreuse. Cette uniformité peut avoir un rôle significatif sur l'écoulement et le transfert de chaleur près des frontières (paroi solide ou surface libre). La perméabilité est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce milieu. La perméabilité $K [L^2]$ est une propriété intrinsèque du milieu poreux, indépendamment des caractéristiques du fluide et dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules[2]. Une autre unité souvent utilisée pour K , c'est le *Darcy* tel que : $1 \text{ Darcy} = 9.87 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$.

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, les méthodes qui sont traditionnellement utilisées en mécanique des milieux continus pour les expressions locales des lois de conservation, ne peuvent toutefois être mise en pratique qu'après un changement d'échelle. Par opposition avec l'échelle du milieu continu classique, dite microscopique, telle qu'elle est proposée en mécanique des milieux continus, l'échelle du milieu continu fictif équivalent au milieu poreux réel est dite macroscopique. En général, l'établissement des équations, auxquelles obéissent les phénomènes à l'échelle macroscopique, est formellement obtenu à partir des équations microscopiques de la *thermodynamique des milieux continus* auxquelles sont appliquées des procédures spécifiques de changement d'échelle, telles que l'homogénéisation et les moyennes volumiques [1]. Parmi ces dernières, l'une des plus classiquement utilisées consiste à obtenir la description macroscopique par *prise de moyenne volumique* des équations microscopiques sur un volume élémentaire représentatif (*VER*). Une fois établi, le système d'équations macroscopiques ne nécessite, pour sa résolution, que la connaissance des conditions aux limites sur les frontières du milieu poreux. Et, en effet, la complexité géométrique de la matrice et de l'espace se trouve incluse dans les coefficients des équations macroscopiques traduisant, au sein du *VER*, les interactions entre phases. Pour fermer le système, ces coefficients doivent être préalablement déterminés par voie expérimentale, numérique ou théorique [1].

En vu que les équations du mouvement dans les milieux poreux sont moyennées à travers des volumes, en introduisant la notion du volume élémentaire représentatif (*V.E.R*) qui consiste à associer à un point mathématique les propriétés d'un volume suffisamment représentatif pour définir ou mesurer les propriétés moyennes du milieu (*Baer, 1972*). Le *V.E.R* peut-être défini comme le fait de *Marsily (1981)* : Il est suffisamment grand pour contenir un grand nombre de pores, de façon que l'on puisse y définir une propriété moyenne globale, et il est suffisamment petit pour que les variations de paramètres d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues. La taille du *VER* reste assez arbitraire [2]. Les dimensions caractéristiques de ce volume seront grandes par rapport à l'échelle de la taille des pores mais petites par rapport à l'encombrement de la matrice solide. La figure (1.1) illustre la taille intermédiaire l du volume élémentaire représentatif (*V.E.R*) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique L et à l'échelle des pores d [4].



**Figure 1.1 : Représentation schématique du volume élémentaire représentatif
(extraite de la référence [4])**

Le matériau que nous avons étudié est un matériau très poreux et avec des pores connectés pour permettre le passage d'un écoulement. On a utilisé une matière poreuse avec une porosité égale à $\phi = 0.8$ et une conductivité thermique effective égale à 5.77 fois celle de l'air.

Pour les deux dernières décennies, il y a eu un intérêt croissant du transfert thermique convectif dans les milieux poreux [5,6], tels que plusieurs études ont indiqué que l'utilisation d'une matrice poreuse au perfectionnement du transfert thermique par convection forcé monophasé rapporte une performance plus élevée de transfert thermique que des autres techniques existantes. Ce perfectionnement est réalisé aux dépenses d'une chute de pression plus élevée comparée au cas non poreux [6].

Nombreuses études ont porté sur les phénomènes de transfert de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dans les milieux poreux dû à ses nombreuses applications dans la géophysique et les systèmes énergétiques tels que les écoulements des eaux souterraines, l'exploitation des gisements d'hydrocarbures par injection de vapeur, le séchage et la déshumidification, le refroidissement des réacteurs nucléaires ou encore les techniques passives d'amélioration du transfert thermique par revêtement de surface ou par des mousses métalliques poreuses [1].

W. M. Massey et al [7] ont étudiés analytiquement le transfert de chaleur et de moment, d'un mélange binaire des gaz s'écoulant dans un canal à section rectangulaire avec injection massive par une paroi à une température différente de celle de l'autre paroi, pour présenter des applications à la lyophilisation à partir des distributions de vitesse, de pression et de température. L'écoulement est régulier, laminaire et le fluide est incompressible. Des applications de la solution à la lyophilisation montrent que sous des conditions typiques, 5 à 40 % du transfert de l'énergie à la surface active est dû à la convection, le reste est dû au rayonnement thermique.

M. Kaviany [8] a étudié un écoulement laminaire à travers un canal poreux limité par deux plaques parallèles maintenues à une température identique et uniforme par le modèle de Darcy modifié. Il a négligé le terme du carré de la vitesse dans l'équation de quantité de mouvement et le terme de conduction axiale dans l'équation d'énergie. Ses résultats montrent que le nombre de Nusselt, pour les champs complètement développés, augmente avec le paramètre de forme du milieu poreux $q = (W^2 \varphi / K)^{1/2}$, où W est la largeur du canal, φ la porosité et K la perméabilité. Les résultats montrent aussi que l'excès de la chute de pression, associé à la région d'entrée, décroît lorsque le paramètre q augmente.

F.C. Chou et al [9] ont présentés une étude numérique et expérimentale de la convection forcée non Darcy dans des canaux carrés horizontales à lit fixe de sphères emballées. Les résultats expérimentaux confirment ceux qui sont théoriques, et les valeurs du nombre de Nusselt complètement développé sont principalement influencées par l'effet de canalisation quand le nombre de Peclet est petit. Cependant, l'effet de la dispersion thermique devient dominant quand le nombre de Peclet est élevé et son effet sur le transfert de chaleur est plutôt faible dans la région d'entrée, mais devient relativement significatif dans la région thermiquement développée. Le rapport du diamètre hydraulique équivalent au diamètre de la sphère affecte significativement le nombre de Nusselt quand le nombre de Peclet est élevé; cela est encore principalement dû à l'effet de la dispersion thermique.

F. C. Chou et al[10] ont présentés une expérience de la convection mixte non Darcy complètement développée dans des canaux horizontaux avec un lit de sphères emballées par la considération des effets de la condition de non glissement, d'inertie de l'écoulement, de canalisation et de la dispersion thermique. Les résultats théoriques confirment ceux qui sont expérimentaux pour un rapport des diamètres du canal et de sphère ($D/d = 10$), mais les prédictions du nombre de Nusselt sont supérieures aux données expérimentales, à cause de la surestimation théorique de l'effet de dispersion thermique d'un côté, et de l'effet d'entrée existant dans les expériences pour ($D/d = 19$), d'autre côté. L'analyse montre que l'effet de flottabilité affecte significativement la structure d'écoulement secondaire et le taux du transfert thermique quand le nombre de Peclet est faible. Mais quand le nombre de Rayleigh est fixe, l'effet de flottabilité peut être supprimé lorsque le nombre de Peclet augmente. Les valeurs du nombre de Nusselt dans la région complètement développée dépendent du nombre de Rayleigh, du Peclet et du (D/d).

G. Degan et al[11] ont analysés théoriquement la convection forcé d'un écoulement laminaire dans un canal poreux saturé par un fluide visqueux incompressible avec une perméabilité anisotrope dont les principales axes sont orientées dans une direction oblique au vecteur de pesanteur. Le canal est bidimensionnel avec des parois imperméables chauffées par un flux constant. Ils ont trouvés que pour une faible porosité, et des nombres de $Da < 1$, la vitesse horizontale d'écoulement et le profile de la température augmentent en plus avec la diminution du rapport de la perméabilité et l'angle d'inclinaison des axes principaux de la matrice solide. Cependant, le taux du transfert convectif augmente avec l'augmentation du rapport de la perméabilité pour un angle d'inclinaison nul. Le maximum (minimum) de ce taux est atteint quand l'orientation de l'axe principal avec une perméabilité plus élevée soit parallèle (perpendiculaire) à l'axe de la pesanteur.

D.A. Nield et al[12] ont étudiés l'effet du non-équilibre thermique local sur le développement thermique de la convection forcé dans un canal poreux ($\phi = 0.5$) saturé et isotherme par la méthode classique de Graetz. Cet effet est apparaît comme suit : avec un $Pe = 1$ et $Da = 10^{-8}$, le nombre de Nu local diminue avec l'augmentation du paramètre d'échange thermique (solide/fluide), pour des petits rapports de conductivité thermique (solide/fluide). Cependant, pour des grands rapports, Nu augmente avec l'augmentation de

ce paramètre. Le nombre de Nusselt est nettement diminué avec l'augmentation du rapport de conductivité thermique, quelque soit Da . Pour un paramètre d'échange fixe à 1 et $Da = 10^{-3}$, Nu diminue avec la diminution du Pe particulièrement pour des petits rapports de conductivité thermique. Ils ont étudiés aussi l'effet de la conduction axiale et de la dissipation visqueuse [13] par la même méthode. Le nombre de Nu diminue nettement avec l'augmentation du Pe et légèrement avec l'augmentation du Da , en l'absence de la dissipation visqueuse. Le nombre de Nusselt diminue un peu avec l'augmentation de la dissipation visqueuse et considérablement avec l'augmentation forte du nombre de Da et Pe (la négligence du terme de conduction axiale). D.A. Nield et al [14] ont étudiés le même problème par la même méthode mais pour un fluide non-Newtonien. Le nombre de Nusselt diminue uniformément avec l'augmentation d'épaisseur de la couche limite. Les valeurs de Nu moyen excèdent celles de Nusselt où elles sont coïncidées à l'atteinte du développement complet de la convection.

D.Y. Lee et al [15] ont étudiés théoriquement l'effet de la couche limite cinématique sur le transfert thermique convectif d'un écoulement dans un canal poreux. Le nombre de Nusselt est obtenu en fonction du nombre de Biot d'échange de chaleur interne, du rapport des conductivités thermiques (fluide/solide) et de l'épaisseur de la couche limite cinématique. Le nombre de Nusselt normalisé par celui du cas sans la couche limite cinématique diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de cette dernière. Avec un rapport des conductivités thermiques égale à 10^{-6} , Nu augmente avec $Bi \leq 0.1$ et diminue avec $Bi > 0.1$. Cependant, quand ce rapport est égal à 10^6 , Bi n'influe plus sur Nu .

Pei-Xue Jiang et al [16] ont étudiés numériquement le transfert thermique de la convection forcé d'un écoulement d'eau et d'air dans des canaux poreux en bronze agglomérés et Pei-Xue Jiang et al [17] ont les examinés expérimentalement mais Pei-Xue Jiang et al [18] ont étudiés expérimentalement et numériquement le transfert thermique convectif d'un écoulement d'air non Darcien dans les canaux poreux non agglomérées par la même méthode utilisée dans la référence [16]. Les résultats des trois cas ont montrés que le transfert thermique convectif dans un canal poreux aggloméré était plus intense que dans un canal poreux non aggloméré, dû à la résistance thermique réduite de contact et à la porosité réduite près des parois du matériel aggloméré, particulièrement avec un écoulement d'air où le coefficient du transfert thermique a été augmenté jusqu'à 15 fois

pour l'écoulement d'eau par rapport aux canaux vides et 30 fois pour l'écoulement d'air. La conductivité thermique des médias poreux agglomérés est beaucoup plus haute que pour des médias poreux non agglomérés dus au contact thermique amélioré provoqué par le processus d'agglomération. Le diamètre de particule n'a pas fortement affecté le transfert thermique convectif dans le canal poreux aggloméré.

Une expérience est réalisée par Sheng-Chung Tzeng et al [19] sur les caractéristiques du transfert thermique d'un écoulement d'air dans des canaux poreux en bronze aggloméré avec des cloisons solides en cuivre insérées périodiquement en quatre modes comme suit : (a) sans aucune cloison, (b) avec des cloisons insérées à la paroi supérieure chaude, (c) avec des cloisons insérées à la paroi inférieure adiabatique, (d) avec des cloisons insérées aux deux parois. Dans les modes (b) et (d), les températures mesurées aux cloisons étaient légèrement inférieures aux celles de ces voisines, particulièrement aux nombres de Reynolds élevés. Le transfert thermique à l'entrée est mieux en modes A et C qu'en modes B et D. Le transfert thermique de tous les modes augmente avec la diminution du diamètre de la particule, surtout avec des nombres de Re élevés. Pour $Re > 2000$, le transfert thermique est plus grand en mode B et plus petit en mode D, en lequel il était encore plus petit que celui en mode A. Cependant, pour un Re environ 1000, le perfectionnement du transfert thermique est environ 20-30% en mode D, environ 10-20 % en mode B et environ 0-12 % en mode C.

H. Hadim et al [20] ont étudiés numériquement par la méthode des volumes finis le transfert thermique d'un écoulement laminaire entré verticalement par une fente sur la paroi adiabatique d'un canal poreux aggloméré, homogène, isotropique et saturé. L'autre paroi est sous un isoflux. Par la considération de la dispersion thermique, ils ont trouvés que le milieu poreux avec un petit diamètre de la particule produit une augmentation élevée du perfectionnement du transfert thermique et de la chute de pression, alors avec un plus grand diamètre, ils sont diminués aux ses valeurs asymptotiques du cas non poreux avec une performance plus efficace basée sur le perfectionnement du transfert thermique. La chute de pression diminue par l'augmentation de la largeur de fente. Il est souhaitable d'utiliser une configuration d'un multiple des fentes (entrée / sortie) tels que le canal est aussi court que possible pour améliorer le transfert thermique. Par conséquent, une plus grande largeur de fente résulte un changement relativement plus petit de mouvement près des régions

d'admission et de sortie, et mène à une plus petite chute de pression. Ceci indique que la configuration dans laquelle la largeur de fente est égale à la taille du canal serait la conception optimale dans laquelle la chute de pression est réduite au minimum tandis que la même quantité de perfectionnement de transfert thermique est maintenue.

S.C. Tzeng et al [21], ont élucidés expérimentalement la convection mixte dans un canal rectangulaire poreux en cuivre aggloméré de diamètres moyens de 0.704 et 1.163 mm, chauffé par l'air comme un fluide du fonctionnement, pour analyser la performance de refroidissement électronique. Les variables mesurées incluent le flux de chaleur isothermique de 0.23 et 1.86 W/cm² de la surface inférieure de la section d'essai, la température locale de la paroi, la pression d'entrée/sortie, et le débit entre 0.3 et 4.0 m/s. La région thermiquement développée et la région entièrement développée sont mesurées. Cette expérience est dirigée à comprendre l'influence de diamètre des granulates de cuivre aggloméré, du nombre de Reynolds et du flux de chaleur sur le transfert thermique.

Pei-Xue Jiang et al [22] ont étudiés expérimentalement le transfert thermique par convection forcée dans un canal plan rempli de verre, de particules sphériques d'acier inoxydable ou de bronze. La section d'essai était de (58 × 80 × 5 mm) avec l'eau comme un fluide du fonctionnement. La distribution de la température locale de la paroi a été mesurée par les températures et les pressions de fluide d'entrée et de sortie. Les médias poreux ont considérablement augmentés le coefficient de transfert thermique bien que la résistance hydraulique ait été augmentée encore plus. Les effets du diamètre de particule, de la conductivité thermique de particule et de la vitesse du fluide ont été examinés pour la gamme de conductivité thermique (de 75.3 W/(mK) pour le bronze à 0.744 W/(mK) pour le verre) et pour trois tailles nominales de la particule (0.278, 0.428 et 0.7mm). Le taux de l'écoulement d'eau réfrigérant dans le canal est de 0.01568 à 0.1992 kg/s. Le coefficient de transfert thermique et le nombre de Nusselt sont accrus avec la diminution de diamètre de la particule en bronze, mais diminués avec la diminution de diamètre de la particule de verre. Ils sont également augmentés avec l'augmentation de la conductivité thermique du matériel emballé.

G. Hetsroni et al [23] ont étudiés expérimentalement l'effet de la porosité sur le transfert thermique et la chute de pression dans un canal rectangulaire avec des insertions poreuses

agglomérées de différentes porosités. Ils ont trouvés qu'il y a une grande augmentation de la chute de pression du canal poreux par rapport à celle d'un canal vide, et elle augmente plus de 2 fois avec une diminution de 3 fois de diamètre du pore. Seulement avec un Re dans le régime laminaire, ils ont obtenus une augmentation de la dissipation du flux de chaleur et du nombre de Nusselt plus de 2 fois avec une diminution de 3 fois de diamètre du pore. La résistance thermique diminue un peu avec la diminution de diamètre du pore, et considérablement avec les échangeurs de chaleur en mousses poreuses d'Aluminium par rapport à ceux avec des insertions agglomérées pour la même puissance de pompage. Cela exige à ces derniers des pompes à haute pression, ayant pour résultat une augmentation d'alimentation d'énergie sur le pompage ce qui exprime l'efficacité des radiateurs poreux agglomérés pour les mini dispositifs de refroidissement avec un dégagement très élevé de la chaleur.

Pai-Yu Chang et al [24] ont étudiés la convection mixte non Darcy dans un canal carrée horizontal des sphères emballées (sphères inoxydables et eau) sous un chauffage axial uniforme et périphériquement une température uniforme de paroi, par la négligence des termes non linéaires d'inertie et l'inclusion des caractéristiques importantes de la convection non Darcy qui sont la condition de non glissement, l'inertie d'écoulement, l'effet de canalisation et l'effet de la dispersion thermique, pour les gammes du nombre de Rayleigh ($0 \leq Ra \leq 3 \cdot 10^5$) et le nombre de Peclet ($Pe = 10-200$). Un effet de flottabilité dépend du nombre de Rayleigh, se produit à la région d'entrée et un écoulement secondaire induit par cet effet, se produit quand le nombre de Rayleigh est élevé et le nombre de Peclet est faible. D'ailleurs, à mesure que le nombre de Peclet augmente ($Pe = 300$) avec $Ra = 10^5$ et $Pr = 10$, l'effet de flottabilité est supprimé par la domination de l'effet de la dispersion thermique. Cependant, l'effet de flottabilité est négligeable pour certaines faibles valeurs du Ra ($Ra = 0 \sim 5 \cdot 10^3$). Enfin, dans la région entièrement développée, ces résultats numériques sont conformes étroitement aux données expérimentales.

Tzer-Ming Jeng et al [25] ont étudiés comment l'hauteur d'un radiateur canalisé rectangulaire poreux de mousse en Aluminium ($\phi = 0.93$) et le nombre de Reynolds influent sur les caractéristiques d'écoulement et le transfert thermique. Un écoulement d'air est entré par une fente sur la paroi supérieure isolée du canal où l'autre paroi est

isotherme. Par la considération de la dispersion thermique et l'équilibre thermique non local avec $Pr = 0.7$ et $Re = 100-40.000$, ils ont trouvés qu'avec un Re faible ($Re = 100$), Nu_{max} se produit au point de stagnation à l'entrée ($x = 0$). Cependant, quand il augmente, Nu_{max} descendrait à la partie la plus étroite entre la zone de recyclage et la surface chauffée. Le nombre de Nu augmente avec la diminution du rapport (H/W), (l'hauteur du canal / la largeur de fente). Ils indiquent que la performance du transfert thermique du radiateur en mousse d'Aluminium est 2 ou 3 fois plus grande que celle sans radiateur. La résistance thermique dans ce cas est également 30% moins que celle d'un radiateur d'ailettes plats pour le même débit volumique et la même largeur de fente. Par conséquent, le radiateur poreux de mousse en Aluminium améliore la performance du transfert thermique de refroidissement par empiétement. En 2006, ils ont étudiés expérimentalement le transfert de chaleur convectif et la chute de pression dans un canal poreux de mousses en Aluminium ($\phi = 0.93$) avec un écoulement d'air entré perpendiculairement par une fente sur la paroi supérieure du canal et puis tourné par 90° [26]. La taille de mousse était fixe, les paramètres variables étaient le rapport (W/H), (la largeur d'entrée à la hauteur du canal) qui varie entre 0.164 et 0.972, la densité du pore (PPI) qui varie entre 10 et 40 et le nombre de Re (1376-23619). Les résultats indiquent que la température de la paroi était maximale au coin sous l'entrée d'écoulement et elle décroît le long du canal approchant finalement une valeur constante. Les études paramétriques indiquent que l'augmentation de (W/H) ou la réduction de PPI a légèrement augmenté Nu à une puissance de pompage donnée. L'augmentation de Re augmente le Nu moyen, par contre les effets de (W/H) et de PPI sur lui sont négligeables. Pour les valeurs de Re considérés, le Nu moyen de la configuration de l'écoulement rectiligne est près de celui de cette configuration. Cependant, avec $Re < 1000$, Nu moyen du cas d'écoulement tourné par 90° a légèrement excédé celui du cas rectiligne, mais avec $Re > 1000$, il est le contraire. La chute de pression provoquée par le tour de 90° de l'écoulement est moins que celle d'un écoulement rectiligne. Pour un petit nombre de Re et un grand (PPI), elle augmente à mesure que (W/H) diminue. Dans la même année, Tzer-Ming Jeng et al [27] ont étudiés analytiquement l'équilibre thermique local d'un radiateur poreux par la théorie d'ailette et le concept du réseau thermique, dans un canal rectangulaire chauffé par un isoflux à travers ces deux parois avec deux conditions limites thermiques à l'entrée : (1) un gradient de température de la matrice solide également zéro, (2) un équilibre thermique local (LTE) entre la matrice solide et le fluide. Tous les prédictions faites varient entre ces deux limites qui ont un effet plus faible

sur les calculs numériques à mesure que le coefficient du transfert thermique augmente. Un paramètre Ω en terme de coefficient du transfert thermique (h), de la conductivité thermique effective de la matrice solide (k_s) et de la demi hauteur (H) du radiateur poreux, où il augmente avec l'augmentation de h et H , et la diminution de k_s , a été postulé pour spécifier le LTE. Sous la condition de LTE, $\Omega > 3$, sinon, un équilibre thermique non local existe entre le fluide et la matrice solide. Par comparaison avec des calculs numériques et d'autres résultats expérimentaux, le modèle présenté peut prévoir exactement le transfert thermique convectif dans autres divers canaux poreux, tels que les canaux de mousses métalliques et les canaux poreux agglomérés. Ces résultats indiquent quelques critères pour le LTE dans ces divers canaux poreux. Pour les canaux de mousse en Aluminium : si $\phi = 0.91$ et $H = 45$ mm, $Re \geq 4700$; si $\phi = 0.95/10\text{PPI}$ et $H = 45$ mm, $Re \geq 1600$; si $\phi = 0.95/10\text{PPI}$ et $H = 25.4$ mm, puis $Re \geq 6600$. Pour les canaux poreux agglomérés de cuivre : si $\phi = 0.38/d = 1.59$ mm et $H = 10$ mm, $Re \geq 6600$. Ces résultats démontrent aussi que Ω diminue quand l'hauteur du canal (H) ou le nombre de Reynolds diminue, et l'équilibre non-thermique local a pu se produire à un petit H et Re .

Shohel Mahmud et al [28] ont étudiés numériquement par la même méthode utilisée par S. Mahmud et al (Int. J. Thermal Sci. 41. 2002. pp. 440 – 446), les caractéristiques de l'écoulement, du champ thermique et de la génération de l'entropie dans un canal poreux avec des parois isothermes chauffées différentiellement. Pour les deux limites $Da = 0$ et $Da = \infty$, le profil de vitesse est un profil à la forme de limace et un profil d'écoulement de Poiseuille, respectivement. Pour des valeurs intermédiaires, ces profils sont caractérisés par un gradient élevé de vitesse près de la paroi et un aplatissement au centre du canal. Ces deux caractéristiques diminuent avec l'augmentation du nombre de Darcy. Pour un nombre de Darcy élevé, une conduction comme le profil de température est obtenue. Cependant, pour un faible nombre de Darcy, le fluide est chauffé par la dissipation visqueuse qui donne une distribution non linéaire à la température. Le nombre de Nusselt et le nombre moyen de la génération d'entropie qui est une fonction des nombres de Darcy, Reynolds et de Brinkman, gradient de pression et la température, montrent des caractéristiques de distribution similaires dépendent du nombre de Darcy. Dans les deux cas en distinguant trois zones différentes (linéaire-non linéaire- asymptotique), dans la zone asymptotique, le nombre moyen de la génération d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Brinkman à un nombre de Darcy constant. Pour un nombre de Brinkman égale à 1, l'ordre

de grandeur du taux moyen de la génération d'entropie est plus fort avec des valeurs plus élevées du groupe des paramètres à la zone asymptotique. Cependant, Pour $Da \leq 0.1$, le groupe des paramètres n'influe pas sur la distribution de la génération d'entropie.

Une conclusion importante a été faite par Tong et Sharachandra (1990) indique que l'utilisation d'une tranche seulement de matériel poreux insérée dans un canal a pu mener à une augmentation considérable de transfert thermique convectif et l'intérieur entier du canal n'a pas besoin d'être rempli complètement avec le milieu poreux. L'emploi d'un canal partiellement poreux apporte un avantage additionnel, parce que la chute de pression sur la longueur du canal est plus petite que pour le cas d'un canal complètement poreux. L'idée d'utiliser un canal partiellement poreux était prolongée par Huang et Vafai (1994b), où une structure poreuse multiple a été fixée au mur du canal [29].

Hyung Jin Sung et al [29] ont étudiés les caractéristiques du transfert thermique de la convection forcée à partir d'une source de chaleur discrète isolée dans un canal partiellement rempli par un milieu poreux ($\phi = 0.9$), avec des parois adiabatiques. Deux types des endroits du bloc poreux sont considérés, (a) à la paroi supérieure verticalement au dessus de la zone thermique et (b) à la zone thermique sur la paroi inférieure. Ils sont travaillés avec un nombre de Re de 10 à 500, $10^{-6} \leq Da \leq \infty$, un épaisseur du substrat poreux ($0 \leq S \leq 1$) et un rapport des conductivités thermiques ($0.1 \leq R_k \leq 10$). Ils ont utilisés la méthode des volumes finis pour illustrer que la chute de pression augmente à cause de la présence du bloc poreux avec une augmentation du transfert thermique. A mesure que S augmente, le débit à travers l'ouverture entre le substrat et la paroi augmente, la diminution du Da pour un S fixe, aussi augmente le débit, alors que le débit par la couche poreuse est diminué à cause de la résistance produite à l'écoulement par le milieu poreux. Les conditions favorables ou défavorables du transfert thermique, existent selon les changements de S aussi bien que dans l'arrangement géométrique [type (a) + type (b)]. Pour le type (a), une diminution de Da diminue la température maximale de la paroi. Pour le type (b), la température maximale de la paroi augmente avec la diminution du Da. Egalement, quand R_k augmente pour un Da fixe et les taux du transfert thermique augmentent. Par conséquent, la réduction de la température maximale de la paroi peut être obtenue au moyen de remplir partiellement plutôt qu'entièrement le canal poreux, dépendant des valeurs de S, Da, et de R_k . En raison de la chute de pression, l'utilisation

d'un substrat poreux plus épais (S est plus grand) et plus dense (Da est plus petit) dans un équipement de refroidissement électronique est moins souhaitable.

M. H. Rahimian et al [30] ont étudiés le transfert thermique d'un écoulement laminaire d'un fluide incompressible dans un canal plan divisé en trois sections, dont les parois des sections 1 et 3 sont adiabatiques. La section 2 est remplie d'une matière poreuse ($\phi = 0.9$) et la température des particules solides est exécutée en deux types, (a) elle varie avec le temps et les parois sont à une température constante, (b) elle est considérée constante et les parois sont adiabatiques. Ils ont utilisés la méthode de MAC (Marker et Cell). Par la considération d'un équilibre thermique non local, ils ont trouvés que le nombre moyen de Nu varie linéairement avec le nombre de Re avec une nature oscillatoire du nombre de Nu local près des parois à cause des vitesses oscillatoires. L'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation du nombre de Re de la particule près des parois du canal. La variation du nombre total des particules solides le long du canal, cause un champ de vitesse oscillatoire impose des oscillations dans le coefficient de convection.

Tien-Chien Jen et al [31] ont étudiés numériquement les mécanismes du transfert thermique et le développement d'un écoulement laminaire ($Re = 100$) traverse simultanément une couche poreuse ($\phi = 0.5$) et une autre du fluide le long d'un canal carré rempli de ces deux couches par un modèle tridimensionnel en utilisant la méthode de la vitesse-vorticité avec le schéma de la loi de puissance par une formulation de CFD d'un seul domaine pour le milieu poreux et le fluide, afin de ne spécifier pas les conditions limites à l'interface (fluide/milieu poreux). le fluide est toujours serré dehors du milieu poreux vers le fluide. Il existe une paire des forts vortex d'écoulement secondaire en contre-rotation à la région d'entrée du fluide, dû à l'effet du soufflement d'écoulement de la couche poreuse, qui cause des grands gradients de vitesse près de la couche de fluide et de l'interface où il existe des perturbations axiales fortes de vitesse. Ce modèle montre également des gradients de vitesse élevée près des parois dû à l'écoulement retournant de ces parois. Les vortex contre rotation causent une distribution non uniforme de la température a un grand gradient près des parois, ce qui augmente le transfert thermique qui est en globale par conduction dans ces régions. L'augmentation du rapport poreux augmente le facteur du frottement par l'augmentation du gradient de vitesse à cause d'augmentation du taux découlement dans la couche de fluide. L'existence de la couche poreuse augmente le transfert thermique.

Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et le rapport d'épaisseur de la couche poreuse.

Samia Jaballah et al [32] ont étudiés la convection mixte dans un canal plan horizontal bidimensionnel contenant des couches fluides et poreuses chauffées par un flux constant sur les surfaces supérieures. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER itératif sont employés. Le champ thermique, les lignes de courant et les nombres locaux de Nusselt sont analysés, pour une large gamme des nombres de Darcy ($1 < Da < 10^{-5}$), et pour différentes valeurs du rapport de conductivité thermique, R_k . Les résultats identifient la limite de la convection mixte et l'effet des caractéristiques de médias poreuses (perméabilité, conductivité) sur la structure d'écoulement et le transfert thermique.

Le but de ce travail est d'étudier numériquement le transfert de chaleur et de matière dans un canal plan bidimensionnel, partiellement rempli d'une matière poreuse saturé par un mélange l'air et la vapeur d'eau. Dans un premier chapitre, qui est la présente introduction, on met en revue une recherche bibliographique sur les transferts couplés dans les milieux poreux, en général, et la convection d'écoulement canalisé en particulier. Des études théoriques, numériques et expérimentales, nous permettrons d'assimiler les concepts fondamentaux du ce sujet.

Dans un deuxième chapitre, on présente le modèle mathématique du problème étudié. L'écoulement est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le transfert de chaleur est modélisé par une équation d'énergie. Le transfert de matière est modélisé par une équation de transfert de concentration. Les équations modélisantes seront résolues par la méthode des volumes finis avec une discrétisation spatiotemporelle du second ordre. Les détails numériques seront présentés dans le troisième chapitre. Dans le quatrième chapitre, nous interprétons les résultats obtenus. Les résultats seront divisés en deux classes, la première partie concerne le cas d'un canal sans la matière poreuse, considéré le cas de référence. Et la deuxième, concerne la détermination de l'effet du milieu poreux sur le transfert thermique et de matière avec la comparaison des deux modes de convection, forcée et mixte. Enfin, on termine par une conclusion générale.

2. Modélisation mathématique

2.1. Modèle d'écoulement dans les milieux poreux

On utilise un modèle continu d'un milieu poreux basé sur le concept du volume élémentaire représentatif pour bien décrire le bilan de quantité de mouvement d'un fluide visqueux Newtonien en milieu poreux. Le modèle est de *Darcy -Forchheimer -Brinkman (Vafai et Tien, 1980, 1981, Hsu et Cheng, 1990)* [5].

L'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit :

$$\rho_f \underbrace{\left[\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}}{\varphi} \right) \right]}_{(a)} = - \underbrace{\frac{1}{\varphi} \bar{\nabla} (\varphi P)}_{(b)} + \underbrace{\rho_f \bar{\mathbf{g}}}_{(c)} + \underbrace{\frac{\mu}{\varphi} \nabla^2 \bar{\mathbf{v}}}_{(d)} - \underbrace{\frac{\mu}{K} \bar{\mathbf{v}}}_{(e)} - \underbrace{\frac{C_F \rho_f}{K^{1/2}} |\bar{\mathbf{v}}| \bar{\mathbf{v}}}_{(f)} \quad (2.1)$$

$\bar{\mathbf{v}}$ Une quantité moyennée à travers un volume élémentaire.

- (a) Forces inertielles macroscopiques.
- (b) Gradient de pression.
- (c) Forces de volumes.
- (d) Terme visqueux de *Brinkman*.
- (e) Terme de *Darcy*.
- (f) Terme de *Forchheimer* (Forces inertielles microscopiques).

2.2. Transfert thermique dans un milieu poreux

On concentre sur l'équation qui exprime la première loi de la thermodynamique dans un milieu poreux isotropique où les effets radiatifs, la dissipation visqueuse et le travail d'échange de pression sont négligeables avec un équilibre thermique local : $T_s = T_f = T$. On suppose aussi que la conduction dans les phases solide et fluide se produit en parallèle, et la conductivité thermique du milieu est la moyenne arithmétique des conductivités des phases solide et fluide. Dans notre cas, le milieu poreux est isotrope donc la conductivité est un scalaire [5].

Pour tout le milieu, on a l'équation d'énergie suivante :

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\nabla} T = \bar{\nabla} \cdot (k_m \bar{\nabla} T) \quad (2.2)$$

$$(\rho c)_m = (1 - \varphi)(\rho c)_s + \varphi(\rho c_p)_f \quad (2.3)$$

$$k_m = (1 - \varphi)k_s + \varphi k_f \quad (2.4)$$

2.3. Transfert de matière dans un milieu poreux

Le terme "transfert de matière" signifie le transport de substance qui implique comme une composante (constituant, espèce,...) dans le mélange du fluide. En général, le transfert de matière est analogue à celui de la chaleur. On applique le principe de la conservation de la matière à chaque composant dans le mélange et puisque la diffusivité est un scalaire [5], on

$$a : \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla} C) = D \Delta C \quad (2.5)$$

2.4. La combinaison du transfert thermique et de matière

Dans la convection mixte bidiffusive, le couplage du transfert de chaleur et de matière est nécessaire parce que la densité du mélange de fluide dépend de la température et de la concentration. On a approximativement :

$$\rho_f(T, C) = \rho_f(T_r, C_r) [1 - \beta_T (T - T_r) - \beta_C (C - C_r)] \quad (2.6)$$

Où:

$\rho_f(T_r, C_r)$ est la masse volumique à la température T_r et à la concentration C_r .

β_C et β_T sont présentées respectivement comme suit :

$$\beta_T = \frac{-1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C} \quad (2.7)$$

$$\beta_C = \frac{-1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{P,T} \quad (2.8)$$

2.5. Description du problème

On considère un écoulement d'air dans un canal horizontal plan divisé en trois parties égales. Le premier et le troisième tiers du conduit contiennent de l'air alors que le deuxième tiers contient de l'air en écoulement à travers une matière poreuse. Les parois du premier et troisième tiers sont considérées adiabatiques et imperméables. La paroi du deuxième tiers est maintenue à une température constante et une concentration constante. On appelle le deuxième tiers du conduit la zone de transfert. A l'entrée du canal, l'écoulement est à une température supérieure à celle de la paroi de la zone de transfert et à une concentration (nulle) inférieure à celle de la paroi de la zone de transfert.

2.6. La géométrie du problème

La configuration spatiale de l'écoulement est illustrée sur la figure 2.

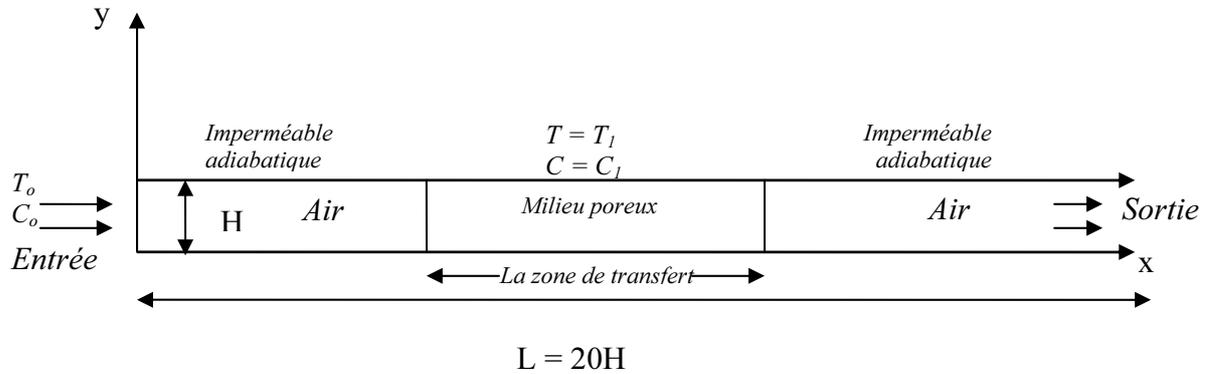


Figure 2 : Le schéma du problème considéré

2.7. Hypothèses simplificatrices

Pour une formulation simple du modèle mathématique nous allons considérer les hypothèses suivantes :

- le milieu poreux est isotrope et homogène.
- Le fluide qui s'écoule est Newtonien, visqueux et incompressible.
- L'écoulement est laminaire.
- La dispersion thermique est négligeable.
- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.
- Les interactions entre les transferts de chaleur et de masse connues sous le nom d'effets *Soret* et *Dufour* respectivement sont négligeables.
- Les propriétés thermophysiques du fluide (autres que la masse volumique) sont constantes et sont évaluées à la température et à la concentration de référence. Cependant la densité du fluide dans le terme de la force de gravité varie linéairement avec la température et la concentration et elle est donnée par l'approximation de **Boussinesq**. Cette approximation est en général valable si la différence maximale de la température dimensionnelle dans le canal divisée par la température maximale dimensionnelle est inférieure à 1/3 et aussi si la différence maximale de la concentration dimensionnelle dans le canal divisée par la concentration maximale dimensionnelle est inférieure à 1/3.

2.8. Formulation mathématique

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées; le système d'équations locales différentielles aux dérivées partielles de conservation de continuité, du mouvement de fluide avec le transfert de chaleur et de matière dans un milieu poreux, décrivant ce problème est :

2.8.1. L'équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

2.8.2. L'équation de la quantité de mouvement suivant x

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varphi} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (vu)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\mu}{K} u - C_f \frac{\rho_f \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} u + \frac{\mu}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (2.10)$$

2.8.3. L'équation de la quantité de mouvement suivant y

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varphi} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (vv)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\mu}{K} v - C_f \frac{\rho_f \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}} v + \frac{\mu}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \rho_f g [\beta_T (T - T_1) + \beta_C (C - C_0)] \quad (2.11)$$

2.8.4. L'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \lambda \alpha \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (2.12)$$

2.8.5. L'équation de transfert de matière

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial (uC)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial (vC)}{\partial y} = D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \quad (2.13)$$

Remarque :

On ce qui concerne l'obtention de l'équation (2.13), on divise l'équation (2.2) par $(\rho c_p)_f$

et on considère $\frac{(\rho c_p)_m}{(\rho c_p)_f} = 1$. On divise et multiplie le rapport $\frac{k_m}{(\rho c_p)_f}$ par k_f pour obtenir

le terme $\lambda \alpha$.

2.9. Les conditions initiales et aux limites

Les équations différentielles modélisantes sont résolues avec les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\text{A } t = 0, u = v = 0, T = T_0, C = C_0 = 0.$$

Pour $t > 0$,

$$\text{A } x = 0, u = U_0, v = 0, T = T_0, C = C_0 = 0.$$

$$\text{A } x = 20H, \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0.$$

$$\text{A } y = 0, \begin{cases} 0 \leq x \leq x_1 \\ x_2 \leq x \leq 20 \end{cases} u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0.$$

$$\text{A } y = 0, x_1 \leq x \leq x_2, u = 0, v = 0, T = T_1, C = C_1.$$

$$\text{A } y = H, \begin{cases} 0 \leq x \leq x_1 \\ x_2 \leq x \leq 20 \end{cases} u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0.$$

$$\text{A } y = H, x_1 \leq x \leq x_2, u = 0, v = 0, T = T_1, C = C_1.$$

2.10. L'adimensionnalisation des variables

On introduit des grandeurs de référence par rapport aux quelles toutes les variables seront normalisées. Le symbole * désigne les quantités adimensionnelles qui sont définies comme suit :

$$x^* = x / H,$$

$$y^* = y / H,$$

$$t^* = t / (H / U_0),$$

$$U^* = u / U_0,$$

$$V^* = v / U_0,$$

$$P^* = \frac{P - P_0}{\rho_f U_0^2},$$

$$T^* = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1},$$

$$C^* = \frac{C - C_{\min}}{C_{\max} - C_{\min}} = \frac{C - C_0}{C_1 - C_0}.$$

2.11. L'adimensionnalisation des équations

En introduisant les variables adimensionnelles précédentes dans le système d'équations, on obtient la version non dimensionnelle des équations utilisées. Pour la simplification d'écriture, on supprime le symbole*. Ensuite, on utilise des paramètres de contrôle pour bien écrire ce système d'équations.

2.11.1. Les paramètres de contrôle

Le rapport d'aspect $= L / H$,

Le nombre de Reynolds $Re = U_0 H / \nu$,

Le nombre de Grashof thermique $Gr_t = \frac{g\beta_T (T_0 - T_1) H^3}{\nu^2}$,

Le nombre de Grashof solutal $Gr_c = \frac{g\beta_C (C_0 - C_1) H^3}{\nu^2}$,

Le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$,

Le nombre de Schmidt $Sc = \frac{\nu}{D}$,

Le nombre de Darcy $Da = \frac{K}{H^2}$,

La porosité $\varphi = \frac{\text{Volume des pores du milieu poreux}}{\text{Volume total du milieu poreux}}$.

2.11.2. L'équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

2.11.3. L'équation de la quantité de mouvement suivant x

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varphi} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VU)}{\partial y} = & -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{Re Da} - Cf \frac{\sqrt{U^2 + V^2} U}{\sqrt{Da}} \\ & + \frac{1}{Re \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

2.11.4. L'équation de la quantité de mouvement suivant y

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} \frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{1}{\phi^2} \frac{\partial(VV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{V}{\text{Re}Da} - C_f \frac{\sqrt{U^2 + V^2} V}{\sqrt{Da}} \\ + \frac{1}{\text{Re}\phi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{Gr_t}{\text{Re}^2} T - \frac{Gr_c}{\text{Re}^2} C \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.11.5. L'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial x} + \frac{\partial(VT)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{\text{Re}\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (2.17)$$

2.11.6. L'équation de masse

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial(UC)}{\partial x} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial(VC)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}Sc} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right] + \frac{1}{\text{Re}Sc} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial C}{\partial y} \right] \quad (2.18)$$

2.12. L'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites

La solution du problème non dimensionnel dépend des valeurs des paramètres et de l'adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites qui est nécessaire pour la résolution des équations de ce système, ces conditions sont :

Pour $t = 0$, $U = 0$, $V = 0$, $T = 1$, $C = 0$.

Pour $t > 0$,

A $x = 0$, $U = 1$, $V = 0$, $T = 1$, $C = 0$.

A $x = 20$, $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$, $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$.

A $y = 0$, $\begin{cases} 0 \leq x \leq x_1 \\ x_2 \leq x \leq 20 \end{cases} U = 0, V = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$.

A $y = 0$, $x_1 \leq x \leq x_2$ $U = 0$, $V = 0$, $T = 0$, $C = 1$.

A $y = H$, $\begin{cases} 0 \leq x \leq x_1 \\ x_2 \leq x \leq 20 \end{cases} U = 0, V = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$.

A $y = H$, $x_1 \leq x \leq x_2$ $U = 0$, $V = 0$, $T = 0$, $C = 1$.

Remarque

On utilise le même modèle ou système d'équations pour le cas de l'écoulement du fluide seulement dans le canal, par une petite modification des paramètres de contrôle comme suit : $\text{Re} = 100$, $Da = 10^{-30}$, $C_f = 0$, $Gr_t = Gr_c = 0$, $\text{Pr} = 0.7$, $Sc = 0.65$ et toujours $\Delta t = 10^{-4}$.

3. Résolution numérique

La méthode des volumes finis est une classe des arrangements de discrétisation qui ont été fortement couronnés de succès en rapprochant la solution d'une grande variété de systèmes des lois de conservation. Elle est intensivement employée dans les mécanismes des fluides, la météorologie, l'électromagnétisme, la simulation de dispositif semi-conducteur, les modèles des processus biologiques et beaucoup d'autres secteurs de technologie régis par les systèmes conservateurs qui peuvent être écrits sous la forme intégrale d'un volume de contrôle. Les avantages primaires de cette méthode sont la robustesse numérique par l'obtention des principes (minimum) maximum discrets, l'applicabilité sur les mailles non structurées très générales et les propriétés locales intrinsèques de conservation des arrangements résultants [33]. On a choisi la méthode des volumes finis en vue de la géométrie du problème et les capacités de calcul. Cette méthode a été développée pour résoudre les problèmes de transfert de chaleur et d'écoulement des fluides, elle est décrites en détails dans le livre de *S.V.Patankar* [34]. Son principe est de fractionner le domaine physique en un nombre de volumes dits volumes finis, ensuite d'intégrer les équations de conservation dans chaque volume. Le résultat de cette intégration, est l'obtention des équations algébriques, dites équations discrétisées.

3.1. Discrétisation du domaine physique

3.1.1. Maillage typique

C'est le maillage obtenu par la discrétisation du domaine physique dans les deux directions, horizontale et verticale, afin d'obtenir un grand nombre de volumes finis. Chaque volume entoure un nœud, et entouré par d'autres volumes finis, dits voisins. Le volume est séparé de ces voisins par deux faces pour chaque direction. Sauf pour les volumes finis qui se trouvent sur les limites, qui peuvent avoir moins de faces. Dans les nœuds de ce maillage seront stocké les valeurs des quantités scalaires telles que la pression, la température et la concentration. Aux centres des volumes finis, ils sont placés les points intérieurs du maillage et les points limites sont centrées aux faces limites (voir la figure 3.1). Bien qu'il ne soit pas nécessaire que le maillage soit uniforme, notre maillage est uniforme. Le centre d'un volume fini typique est dénommé P . Chaque volume fini à l'intérieur du domaine de calcul est adjacent à quatre volumes finis voisins. Les centres des volume finis voisins à l'est, à l'ouest, au nord et au sud du volume fini typique sont noté E , W , N et S , respectivement. Les positions des faces séparant le volume fini typique de ses voisins, à

l'est, à l'ouest, au nord et au sud, sont notées e , w , n et s , respectivement. Les dimensions horizontales des volumes finis sont dénommées Δx . Ainsi, les dimensions horizontales des volumes finis englobant les points P , N et S sont notées Δx_P , et celles des volumes finis englobant les points E , W sont notées Δx_E et Δx_W , respectivement. Les dimensions verticales des volumes finis sont appelées Δy . Et donc, les dimensions verticales des volumes finis englobant les points P , E et W sont notées Δy_P , et celles des volumes finis englobant les points N , S sont notées Δy_N et Δy_S , respectivement. On appelle les distances entre le point P et les points E , W , N et S , dx_e , dx_w , dy_n et dy_s , respectivement. La détermination de toutes les dimensions, toutes les distances, les coordonnées des points et les coordonnées des faces, complète les spécifications géométriques du maillage qui s'avéreront nécessaires pour la discrétisation des équations différentielles dans les volumes finis et pour la représentation graphique des résultats.

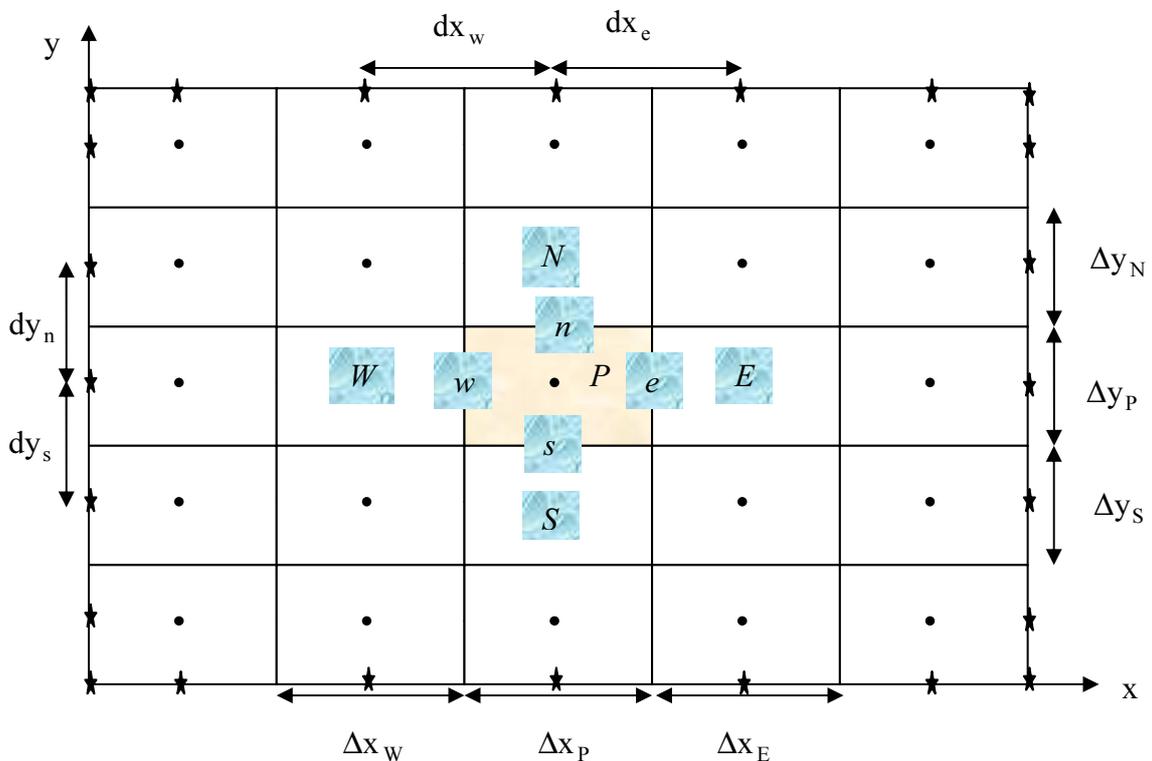


Figure 3.1 : Maillage typique uniforme suivant x et suivant y .

Un volume fini typique est illustré sur la figure (4.2) :

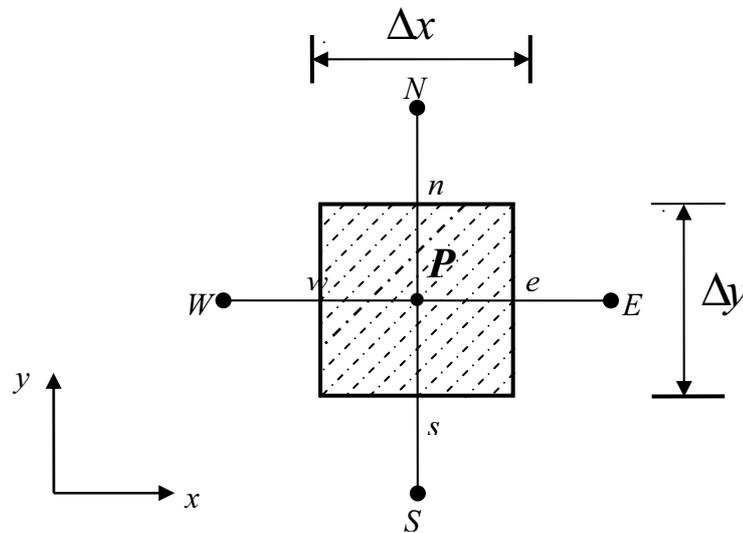


Figure 3.2 : Volume fini typique

3.1.2. Maillage décalé

Le maillage typique décrit sera utilisé pour la discrétisation des équations des variables dépendantes scalaires. Cependant pour les variables dépendantes vectorielles (les composantes du vecteur de vitesse) il est nécessaire et recommandé d'utiliser des maillages décalés. L'idée du maillage décalé, est de stocker les composantes de la vitesse sur les faces des volumes finis pour éviter la satisfaction des équations de discrétisation par des solutions numériques spatialement oscillatoires et physiquement inacceptables. Arbitrairement on a choisi de décaler le maillage typique dans la direction positive des axes ainsi le maillage de la composante horizontale de la vitesse est décalé à droite par rapport au maillage typique; et le maillage de la composante verticale de la vitesse est décalé vers le haut par rapport au maillage typique. Le résultat de ces décalages est l'emplacement des composantes horizontales des vitesses aux milieux des faces verticales des volumes finis typiques; et l'emplacement des composantes verticales des vitesses aux milieux des faces horizontales des volumes finis typiques. Quand on décale le maillage dans la direction horizontale, les notations des points du nouveau maillage décalé ainsi que des faces, portent l'indice u (voir la figure 3.3) et le décalage suivant la direction verticale sera accompagné d'une notation avec l'indice v (voir la figure 3.4).

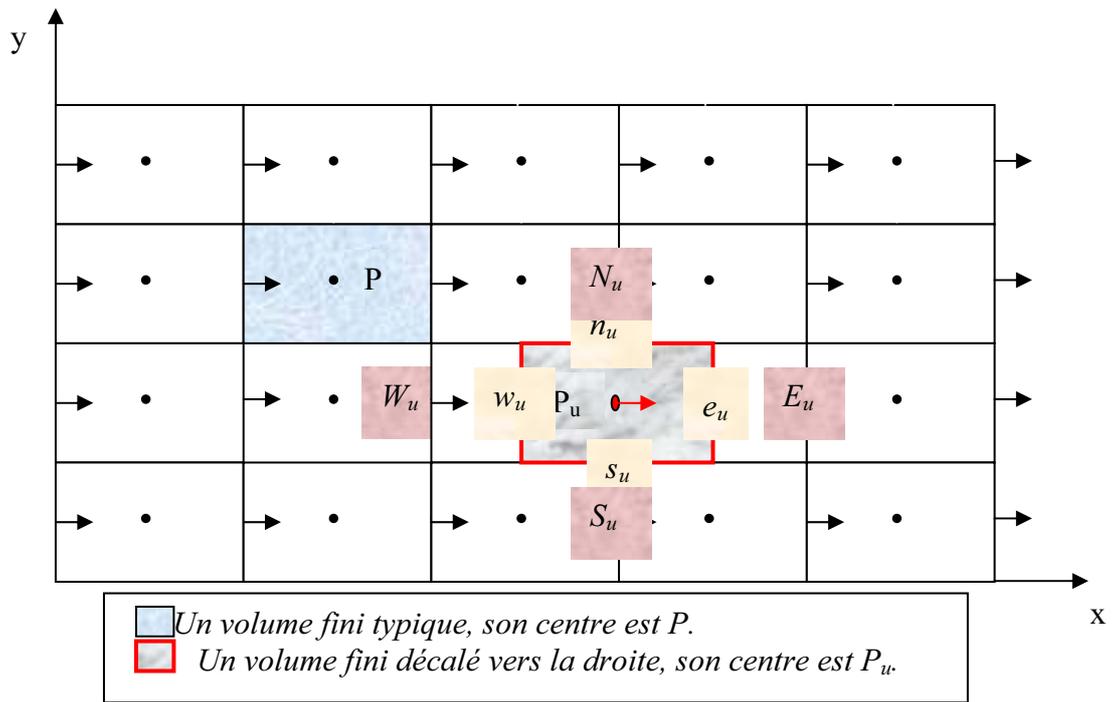


Figure 3.3 : Maillage décalé suivant x

Le volume fini de la vitesse horizontale U est décalé à droite du volume fini typique

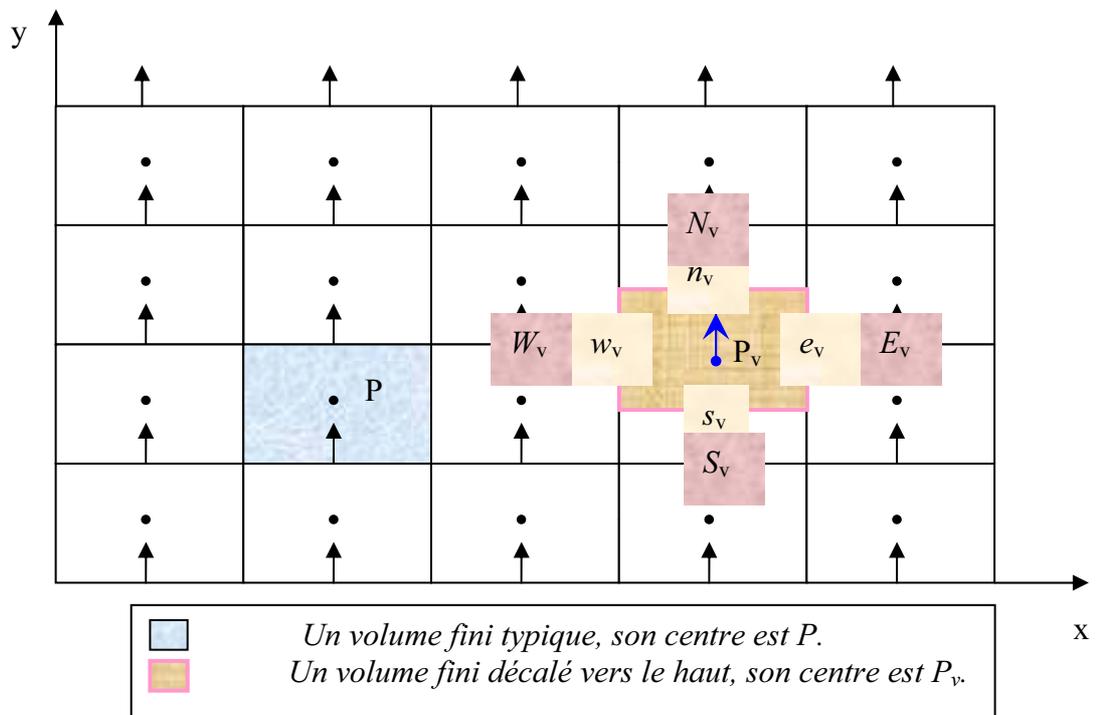


Figure 3.4 : Maillage décalé suivant y

Le volume fini de la vitesse verticale V est décalé en haut du volume fini typique

3.2. Discrétisation des équations

3.2.1. Discrétisation temporelle en second ordre

Cette discrétisation concerne tous les termes de la variation temporelle dans toutes les équations, avec les exposants :

$t + \Delta t$: qui indique que le terme est évalué au temps $t + \Delta t$.

$t - \Delta t$: qui indique que le terme est évalué au temps $t - \Delta t$.

Considérons le développement en séries de Taylor d'une variable ϕ dépendante du temps :

$$\phi^t = \phi^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{(\Delta t)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (3.1)$$

Aussi,

$$\phi^{t-\Delta t} = \phi^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (3.2)$$

Si l'équation (3.2) est diminuée de l'équation (3.1) multipliée par 4, on obtient :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} \approx \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + O(\Delta t)^2$$

Et donc, une discrétisation de la variation temporelle locale, avec une erreur de troncature d'ordre deux, $(\Delta t)^2$ est :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} = \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (3.3)$$

Cette discrétisation est appelée : **Second Order Euler Backward**.

3.2.2. Discrétisation des termes convectifs et non linéaires

Aussi, si on multiplie l'équation (3.1) par 2 et on retranche du produit l'équation (3.2), on obtient :

$$\phi^{t+\Delta t} \approx 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} + O(\Delta t)^2$$

Et donc, une approximation temporelle, avec une erreur de troncature d'ordre deux, d'une variable $\phi^{t+\Delta t}$ est :

$$\phi^{t+\Delta t} = 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} \quad (3.4)$$

Cette discrétisation est celle **d'Adam-Bashforth**.

3.2.3. Discrétisation spatiale en second ordre

Pour assurer une bonne représentation spatiale de la variable dépendante, on doit déterminer sa valeur aux interfaces des volumes finis. Pour cela, on a choisit le *schéma des différences centrées* pour la discrétisation des dérivées spatiales, et nous allons démontrer qu'il est d'ordre deux si le maillage est uniforme.

Soit ϕ_n la valeur de ϕ et $\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n$ la valeur de sa dérivée première à l'interface n au milieu de la distance entre les points P et N (suivant l'axe y). Cette distance est ci-après dénommée dy_n (voir la figure 3.5 dans ci-dessous).

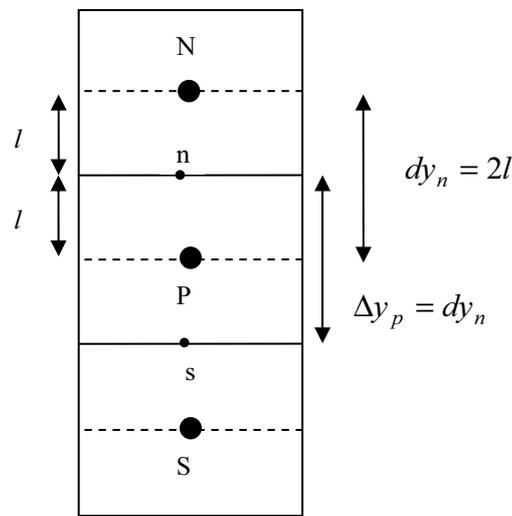


Figure 3.5 : L'interface n entre les points P et N dans le cas d'un maillage uniforme suivant y .

Considérons les développements, en série de Taylor au premier ordre [64], suivant :

$$\phi_P = \phi_n - \frac{l}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n + \frac{l^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right|_n - \frac{l^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} \right|_n + \dots \quad (3.5)$$

$$\phi_N = \phi_n + \frac{l}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n + \frac{l^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right|_n + \frac{l^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} \right|_n + \dots \quad (3.6)$$

En retranchant l'équation (3.5) de (3.6), on trouve :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dy_n} - \frac{1}{24} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} \right|_n (dy_n)^2 + \dots$$

Et donc,

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dy_n}, \text{ avec une erreur de troncature d'ordre } (dy_n)^2. \quad (3.7)$$

Aussi, l'addition des équations (3.5) et (3.6) donne :

$$\phi_n = \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - \frac{1}{16} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right|_n (dy_n)^2 + \dots$$

Et donc,

$$\phi_n = \frac{\phi_P + \phi_N}{2}, \text{ avec une erreur de troncature d'ordre } (dy_n)^2. \quad (3.8)$$

Dans ce qui suit, on utilise une discrétisation temporelle avec une erreur de troncature d'ordre $(\Delta t)^2$ et une discrétisation spatiale avec une erreur de troncature de l'ordre de $(\Delta x)^2, (\Delta y)^2$. Concernant la discrétisation temporelle, les dérivées temporelles seront discrétisées comme précisé par l'équation (3.3); tous les termes advectifs, non linéaires et des poussées, thermique et solutale seront approchés par la discrétisation **d'Adam-Bashforth** précisée par l'équation (3.4); tous les gradients de pression et tous les termes diffusifs seront évalués, sans approximation, au temps $(t + \Delta t)$. Pour la discrétisation spatiale, le schéma des différences centrées sera utilisé.

3.2.4. Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement suivant x

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant x sont multipliés par $dx dy$ et double intégrés entre les limites du volume fini décalé vers la droite. Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique

$$A_P U_{P_u}^{t+\Delta t} = A_E U_{E_u}^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + S_U \quad (3.9)$$

Avec

$$A_E = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{\Delta y_p}{\Delta x_E}$$

$$A_W = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{\Delta y_p}{\Delta x_p}$$

$$A_N = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{dx_e}{dy_n}$$

$$A_S = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{dx_e}{dy_s}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{dx_e \Delta y_p}{\text{Re } Da} + \frac{1}{\varphi} \frac{3}{2} \frac{dx_e \Delta y_p}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} S_U &= (p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t}) \Delta y_p + \frac{1}{\varphi} \left[\frac{4U_{P_u}^t - U_{P_u}^{t-\Delta t}}{2 \Delta t} \right] dx_e \Delta y_p \\ &\quad - \frac{1}{\varphi^2} \left[2 \left(U_{e_u}^t U_{e_u}^t - U_{w_u}^t U_{w_u}^t \right) - \left(U_{e_u}^{t-\Delta t} U_{e_u}^{t-\Delta t} - U_{w_u}^{t-\Delta t} U_{w_u}^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta y_p \\ &\quad - \frac{1}{\varphi^2} \left[2 \left(V_{n_u}^t U_{n_u}^t - V_{s_u}^t U_{s_u}^t \right) - \left(V_{n_u}^{t-\Delta t} U_{n_u}^{t-\Delta t} - V_{s_u}^{t-\Delta t} U_{s_u}^{t-\Delta t} \right) \right] dx_e \\ &\quad + \left[\frac{-2 \sqrt{U_{P_u}^t{}^2 + V_{P_u}^t{}^2} U_{P_u}^t}{\sqrt{Da}} + \frac{\sqrt{U_{P_u}^{t-\Delta t}{}^2 + V_{P_u}^{t-\Delta t}{}^2} U_{P_u}^{t-\Delta t}}{\sqrt{Da}} \right] dx_e \Delta y_p \end{aligned}$$

On remarque que A_P, A_E, A_W, A_N et A_S sont toujours positifs et que A_P est supérieur à la somme des autres coefficients.

3.2.5. Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement suivant y

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant y sont multipliés par $dx dy$ et double intégrés entre les limites du volume fini décalé. Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P V_{P_v}^{t+\Delta t} = A_E V_{E_v}^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + S_V \quad (3.10)$$

Avec:

$$A_E = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{dy_n}{dx_e},$$

$$A_W = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{dy_n}{dx_w}$$

$$A_N = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{\Delta x_p}{\Delta y_N}$$

$$A_S = \frac{1}{\text{Re } \varphi} \frac{\Delta x_p}{\Delta y_p}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta x_p dy_n}{\text{Re } Da} + \frac{1}{\varphi} \frac{3}{2} \frac{\Delta x_p dy_n}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned}
S_V = & (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \Delta x_p + \frac{1}{\phi} \left[\frac{4V_{P_v}^t - V^{t-\Delta t}}{2 \Delta t} \right] \Delta x_p dy_n \\
& - \frac{1}{\phi^2} \left[2 \left(U_{e_v}^t V_{e_v}^t - U_{w_v}^t V_{w_v}^t \right) - \left(U_{e_v}^{t-\Delta t} V_{e_v}^{t-\Delta t} - U_{w_v}^{t-\Delta t} V_{w_v}^{t-\Delta t} \right) \right] dy_n \\
& - \frac{1}{\phi^2} \left[2 \left(V_{n_v}^t V_{n_v}^t - V_{s_v}^t V_{s_v}^t \right) - \left(V_{n_v}^{t-\Delta t} V_{n_v}^{t-\Delta t} - V_{s_v}^{t-\Delta t} V_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta x_p \\
& + \left[\frac{-2\sqrt{U_{P_v}^{t^2} + V_{P_v}^{t^2}} V_{P_v}^t}{\sqrt{Da}} + \frac{\sqrt{U_{P_v}^{t-\Delta t^2} + V_{P_v}^{t-\Delta t^2}} V_{P_v}^{t-\Delta t}}{\sqrt{Da}} \right] \Delta x_p dy_n \\
& + \left[2 \frac{Gr_t}{Re^2} \left[\frac{T_P^t + T_N^t}{2} \right] \Delta x_p dy_n - \frac{Gr_t}{Re^2} \left[\frac{T_P^{t-\Delta t} + T_N^{t-\Delta t}}{2} \right] \Delta x_p dy_n \right] \\
& - \left[2 \frac{Gr_c}{Re^2} \left[\frac{C_P^t + C_N^t}{2} \right] \Delta x_p dy_n - \frac{Gr_c}{Re^2} \left[\frac{C_P^{t-\Delta t} + C_N^{t-\Delta t}}{2} \right] \Delta x_p dy_n \right]
\end{aligned}$$

On remarque aussi que A_P, A_E, A_W, A_N et A_S sont toujours positifs et que A_P est supérieur à la somme des autres coefficients.

3.2.6. Discrétisation de l'équation de l'énergie

Tous les termes de l'équation de l'énergie sont multipliés par $dx dy$ et double intégrés entre les limites d'un volume fini typique. Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_P T_P^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + S_T \quad (3.11)$$

Avec:

$$A_E = \frac{\lambda_e}{Re Pr} \frac{\Delta y_p}{dx_e},$$

$$A_W = \frac{\lambda_w}{Re Pr} \frac{\Delta y_p}{dx_w},$$

$$A_N = \frac{\lambda_n}{Re Pr} \frac{\Delta x_p}{dy_n},$$

$$A_S = \frac{\lambda_s}{Re Pr} \frac{\Delta x_p}{dy_s},$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{3}{2} \frac{\Delta x_p \Delta y_p}{\Delta t}$$

$$S_T = \left[\frac{4T_p^t - T_p^{t-\Delta t}}{2 \Delta t} \right] \Delta x_p \Delta y_p$$

$$- \left[2 \left(U_e^t T_e^t - U_w^t T_w^t \right) - \left(U_e^{t-\Delta t} T_e^{t-\Delta t} - U_w^{t-\Delta t} T_w^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta y_p$$

$$- \left[2 \left(V_n^t T_n^t - V_s^t T_s^t \right) - \left(V_n^{t-\Delta t} T_n^{t-\Delta t} - V_s^{t-\Delta t} T_s^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta x_p$$

On remarque que A_p, A_E, A_W, A_N et A_S sont toujours positifs et que A_p est supérieur à la somme des autres coefficients. Cependant, la source S_T , composée de la somme algébrique de plusieurs termes, elle peut être positive, négative ou nulle; mais cela peut poser un problème si $T_p^{t+\Delta t}$ ne peut être que positive ou nulle. Et donc il faut trouver une reformulation de l'équation de discrétisation pour que les valeurs de $T_p^{t+\Delta t}$ ne soient que positives ou nulles, comme suit :

Notons que la source S_T , qui est positive, négative ou nulle, peut être écrite comme la différence de deux termes positifs ou nuls :

$$S_T = |S_T| - \max(-2S_T, 0),$$

$\max(-2S_T, 0)$ Est le maximum des valeurs $-2S_T$ et 0.

Notons que $|S_T|$ est positive est donc elle est maintenue comme une source, alors que $-\max(-2S_T, 0)$ est réécrit sous la forme :

$$-\max(-2S_T, 0) = - \left[\frac{\max(-2S_T, 0)}{T_p^{t+\Delta t}} \right] T_p^{t+\Delta t}$$

Ce terme est négatif et il est considéré comme un coefficient multiplié par $T_p^{t+\Delta t}$; ce terme est donc ramené à gauche de l'équation de discrétisation qui devient :

$$\left[A_p + \frac{\max(-2S_T, 0)}{T_p^{t+\Delta t}} \right] T_p^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + |S_T|$$

Où,

$$\left[A_p^* \right] T_p^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + |S_T|$$

Avec :

$$A_p^* = A_p + \frac{\max(-2S_T, 0)}{T_p^{t+\Delta t}}$$

Notons qu'à droite de la nouvelle équation de discrétisation, la source est toujours positive ou nulle. Cependant à gauche de cette équation on a un problème :

Le coefficient A_p^* contient une inconnue qui est la variable calculée $T_p^{t+\Delta t}$, cette dernière peut être remplacée par l'approximation $T_p^{t+\Delta t} = 2T_p^{t-\Delta t} - T_p^t$, seulement la différence $2T_p^t - T_p^t$ peut être négative pendant le calcul et donc peut causer un problème ! Pour éviter ce problème, on envisage une solution itérative de l'équation de discrétisation non linéaire :

$$\left[A_p + \frac{\max(-2S_T, 0)}{T_p^{t+\Delta t}} \right] T_p^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + |S_T|$$

Durant la première itération de la solution de cette équation, on considère sa forme linéarisée comme suit :

$$\left[A_p + \frac{\max(-2S_T, 0)}{T_p^t} \right] T_p^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + |S_T|$$

C'est comme si T_p^t représente une initialisation pour $T_p^{t+\Delta t}$.

Durant les autres itérations, on considère la solution de l'équation :

$$\left[A_p + \frac{\max(-2S_T, 0)}{(T_p^{t+\Delta t})^*} \right] T_p^{t+\Delta t} = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + |S_T|$$

Où, $(T_p^{t+\Delta t})^*$ est la valeur de $T_p^{t+\Delta t}$ obtenue de l'itération précédente.

Et avec plusieurs itérations, on obtient la valeur de $T_p^{t+\Delta t}$ qui satisfait l'équation non linéaire.

3.2.7. Discrétisation de l'équation de transfert de matière

Tous les termes de l'équation de transfert de matière sont multipliés par $dx dy$ et double intégrés entre les limites d'un volume fini typique. Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard d'une équation de discrétisation algébrique :

$$A_p C_p^{t+\Delta t} = A_E C_E^{t+\Delta t} + A_W C_W^{t+\Delta t} + A_N C_N^{t+\Delta t} + A_S C_S^{t+\Delta t} + S_C \quad (3.12)$$

Avec :

$$A_E = \frac{1}{\text{Re Sc}} \frac{\Delta y_p}{dx_e},$$

$$A_W = \frac{1}{\text{Re Sc}} \frac{\Delta y_p}{dx_w}$$

$$A_N = \frac{1}{\text{Re Sc}} \frac{\Delta x_p}{dy_n}$$

$$A_S = \frac{1}{\text{Re } Sc} \frac{\Delta x_p}{dy_s}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{3}{2} \frac{\Delta x_p \Delta y_p}{\Delta t}$$

$$S_C = \left[\frac{4C_P^t - C_P^{t-\Delta t}}{2 \Delta t} \right] \Delta x_p \Delta y_p \\ - \left[2 \left(U_e^t C_e^t - U_w^t C_w^t \right) - \left(U_e^{t-\Delta t} C_e^{t-\Delta t} - U_w^{t-\Delta t} C_w^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta y_p \\ - \left[2 \left(V_n^t C_n^t - V_s^t C_s^t \right) - \left(V_n^{t-\Delta t} C_n^{t-\Delta t} - V_s^{t-\Delta t} C_s^{t-\Delta t} \right) \right] \Delta x_p$$

On remarque que A_P, A_E, A_W, A_N , et A_S sont toujours positifs et que A_P est supérieur à la somme des autres coefficients. Cependant, la source S_C , composée de la somme algébrique de plusieurs termes, elle peut être positive, négative ou nulle; mais cela peut poser un problème si $C_P^{t+\Delta t}$ ne peut être que positive ou nulle. Pour éviter ce problème, on suit la même reformulation décrite pour le cas de l'équation de la température.

3.3. Résolution du système des équations de vitesse

Pour résoudre les systèmes d'équations de discrétisation de $U_{P_u}^{t+\Delta t}$ et $V_{P_v}^{t+\Delta t}$, il est nécessaire de connaître les valeurs de la pression aux points du maillage typique, apparaissantes dans les sources des équations de discrétisation citées. Et donc, il nous faut une équation de discrétisation de la pression à chaque point intérieur du maillage typique. L'obtention d'une telle équation est possible avec l'utilisation des équations de discrétisation des vitesses et de continuité.

3.3.1. Discrétisation de l'équation de continuité

$$\int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right]^{t+\Delta t} dx dy = \left[U_e^{t+\Delta t} - U_w^{t+\Delta t} \right] \Delta y_p + \left[V_n^{t+\Delta t} - V_s^{t+\Delta t} \right] \Delta x_p = 0 \quad (3.13)$$

Nous avons déjà obtenu l'équation de discrétisation de $U_{P_u}^{t+\Delta t}$ (3.9) qui peut être réécrite sous la forme :

$$A_P U_{P_u}^{t+\Delta t} = A_E U_{E_u}^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + B_U + \left(p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t} \right) \Delta y_p \quad (3.14)$$

Avec :

$$S_U = B_U + \left(p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t} \right) \Delta y_p$$

Aussi, on remarque que la position P_u du maillage décalé est confondue avec la position e du maillage typique. Et donc, l'équation de discrétisation de $U_{P_u}^{t+\Delta t} = U_e^{t+\Delta t}$ devient :

$$A_P U_e^{t+\Delta t} = A_E U_{E_u}^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + B_U + (p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t}) \Delta y_p$$

Cette équation est réécrite comme suit :

$$U_e^{t+\Delta t} = \frac{A_E U_{E_u}^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + B_U + (p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t}) \Delta y_p}{A_P}$$

$$U_e^{t+\Delta t} = \hat{U}_e^{t+\Delta t} + d_e (p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t}) \quad (3.15)$$

Avec :

$$\hat{U}_e^{t+\Delta t} = \frac{A_E U_{E_u}^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + B_U}{A_P}$$

Cette variable est appelée la **pseudo vitesse suivant la direction x** .

$$d_e = \frac{\Delta y_p}{A_P}$$

Si au point e , on a l'équation (3.15), Certainement au point w , on peut obtenir une équation similaire :

$$U_w^{t+\Delta t} = \hat{U}_w^{t+\Delta t} + d_w (p_W^{t+\Delta t} - p_P^{t+\Delta t}) \quad (3.16)$$

Nous avons aussi obtenu l'équation de discrétisation de $V_{P_v}^{t+\Delta t}$ (3.10) qui est réécrite sous la forme :

$$A_P V_{P_v}^{t+\Delta t} = A_E V_{E_v}^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + B_V + (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \Delta x_p \quad (3.17)$$

$$\text{Avec:} \quad S_V = B_V + (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \Delta x_p$$

Aussi on remarque que la position P_v du maillage décalé vers le haut est confondue avec la position n du maillage typique. Et donc on peut écrire :

$$A_P V_n^{t+\Delta t} = A_E V_{E_v}^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + B_V + (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \Delta x_p$$

Qui peut être aussi écrite sous la forme :

$$V_n^{t+\Delta t} = \frac{A_E V_{E_v}^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + B_V + (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \Delta x_p}{A_P}$$

$$V_n^{t+\Delta t} = \hat{V}_n^{t+\Delta t} + d_n (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \quad (3.18)$$

Avec :

$$\hat{V}_n^{t+\Delta t} = \frac{A_E V_{E_v}^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + B_V}{A_P}$$

Cette variable est appelée la *pseudo vitesse suivant la direction y*.

$$d_n = \frac{\Delta x_P}{A_P}$$

Si on a obtenu à la position n l'équation (3.18), on peut obtenir à la position s , l'équation :

$$V_s^{t+\Delta t} = \hat{V}_s^{t+\Delta t} + d_s (p_S^{t+\Delta t} - p_P^{t+\Delta t}) \quad (3.19)$$

Maintenant, nous allons remplacer les quatre équations (3.15), (3.16), (3.18) et (3.19) dans l'équation de discrétisation de continuité (3.13) et on obtient :

$$\begin{aligned} & \left[\hat{U}_e^{t+\Delta t} + d_e (p_P^{t+\Delta t} - p_E^{t+\Delta t}) \right] \Delta y_P - \left[\hat{U}_w^{t+\Delta t} + d_w (p_W^{t+\Delta t} - p_P^{t+\Delta t}) \right] \Delta y_P \\ & \left[\hat{V}_n^{t+\Delta t} + d_n (p_P^{t+\Delta t} - p_N^{t+\Delta t}) \right] \Delta x_P - \left[\hat{V}_s^{t+\Delta t} + d_s (p_S^{t+\Delta t} - p_P^{t+\Delta t}) \right] \Delta x_P = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

3.3.2. Discrétisation de l'équation de la pression

L'équation (3.20) est réécrite sous la forme d'une équation de discrétisation de pression :

$$A_P p_P^{t+\Delta t} = A_E p_E^{t+\Delta t} + A_W p_W^{t+\Delta t} + A_N p_N^{t+\Delta t} + A_S p_S^{t+\Delta t} + S_P \quad (3.21)$$

Avec:

$$A_E = d_e \Delta y_P$$

$$A_W = d_w \Delta y_P$$

$$A_N = d_n \Delta x_P$$

$$A_S = d_s \Delta x_P$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S$$

$$S_P = \left[\hat{U}_w^{t+\Delta t} - \hat{U}_e^{t+\Delta t} \right] \Delta y_P + \left[\hat{V}_s^{t+\Delta t} - \hat{V}_n^{t+\Delta t} \right] \Delta x_P = 0$$

A chaque point intérieur du maillage typique on a une équation algébrique de discrétisation de pression. La solution de l'ensemble des équations de discrétisation (des pressions des points) nous donne la pression aux points du maillage typique. Cependant, la solution de ce système nécessite la connaissance des pseudo vitesses présentes dans les sources des équations citées. La source de chaque équation est fonction des pseudo vitesses qui sont fonctions des vitesses. Et donc, on constate que pour résoudre les équations de discrétisation des vitesses il nous faut la pression (qui n'est pas connue) et pour résoudre

l'équation de discrétisation de la pression il nous faut les vitesses (qui ne sont pas connues). Ce couplage des équations de discrétisation des vitesses et de pression nécessite **une solution simultanée et itérative** de ces équations. Cette solution commence par des estimations qui doivent être corrigées.

On définit les variables correctes comme des sommes des variables estimées plus des corrections

$$U = U^* + U'$$

$$V = V^* + V'$$

$$p = p^* + p'$$

Les variables étoilées sont les estimations et les variables primées sont les corrections.

Si on utilise ces définitions dans les équations de discrétisation des vitesses (3.14) et (3.17) on obtient les équations de discrétisation des estimations :

$$A_P U_{P_u}^{*t+\Delta t} = A_E U_{E_u}^{*t+\Delta t} + A_W U_{W_u}^{*t+\Delta t} + A_N U_{N_u}^{*t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{*t+\Delta t} + B_U + \left(p_{P_P}^{*t+\Delta t} - p_{E_E}^{*t+\Delta t} \right) \Delta y_p$$

$$A_P V_{P_v}^{*t+\Delta t} = A_E V_{E_v}^{*t+\Delta t} + A_W V_{W_v}^{*t+\Delta t} + A_N V_{N_v}^{*t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{*t+\Delta t} + B_V + \left(p_{P_P}^{*t+\Delta t} - p_{N_N}^{*t+\Delta t} \right) \Delta x_p$$

Ces équations montrent qu'avec une estimation de la pression on ne peut obtenir qu'une estimation des vitesses.

Les équations de discrétisation des corrections sont :

$$A_P U_{P_u}'^{t+\Delta t} = A_E U_{E_u}'^{t+\Delta t} + A_W U_{W_u}'^{t+\Delta t} + A_N U_{N_u}'^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}'^{t+\Delta t} + \left(p_P'^{t+\Delta t} - p_E'^{t+\Delta t} \right) \Delta y_p$$

$$A_P V_{P_v}'^{t+\Delta t} = A_E V_{E_v}'^{t+\Delta t} + A_W V_{W_v}'^{t+\Delta t} + A_N V_{N_v}'^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}'^{t+\Delta t} + \left(p_P'^{t+\Delta t} - p_N'^{t+\Delta t} \right) \Delta x_p$$

On constate que les corrections des vitesses à un point sont fonctions des corrections de la pression et des corrections des vitesses aux points voisins. Donc si on a la correction de la pression, on peut résoudre les deux systèmes d'équations de discrétisation des corrections des vitesses pour obtenir ces dernières.

Cependant on peut s'affranchir de la solution des deux systèmes cités si on redéfinit les corrections des vitesses seulement en fonction de la correction de la pression :

$$A_P U_{P_u}'^{t+\Delta t} = \left(p_P'^{t+\Delta t} - p_E'^{t+\Delta t} \right) \Delta y_p$$

$$A_P V_{P_v}'^{t+\Delta t} = \left(p_P'^{t+\Delta t} - p_N'^{t+\Delta t} \right) \Delta x_p$$

Avec ces définitions, si on a la correction de la pression, on calcule directement les corrections des vitesses. Maintenant il est temps de discuter la détermination de la correction de la pression. On peut démontrer facilement que :

$$\begin{aligned}
 U_e^{t+\Delta t} &= U_e^{*t+\Delta t} + U_e'^{t+\Delta t} = U_e^{*t+\Delta t} + d_e (p_P'^{t+\Delta t} - p_E'^{t+\Delta t}) \\
 U_w^{t+\Delta t} &= U_w^{*t+\Delta t} + U_w'^{t+\Delta t} = U_w^{*t+\Delta t} + d_w (p_W'^{t+\Delta t} - p_P'^{t+\Delta t}) \\
 V_n^{t+\Delta t} &= V_n^{*t+\Delta t} + V_n'^{t+\Delta t} = V_n^{*t+\Delta t} + d_n (p_P'^{t+\Delta t} - p_N'^{t+\Delta t}) \\
 V_s^{t+\Delta t} &= V_s^{*t+\Delta t} + V_s'^{t+\Delta t} = V_s^{*t+\Delta t} + d_s (p_S'^{t+\Delta t} - p_P'^{t+\Delta t})
 \end{aligned}$$

On utilise ces quatre définitions dans l'équation de discrétisation de continuité (3.13), et on obtient :

$$\begin{aligned}
 &\left[U_e^{*t+\Delta t} + d_e (p_P'^{t+\Delta t} - p_E'^{t+\Delta t}) \right] \Delta y_P - \left[U_w^{*t+\Delta t} + d_w (p_W'^{t+\Delta t} - p_P'^{t+\Delta t}) \right] \Delta y_P \\
 &\left[V_n^{*t+\Delta t} + d_n (p_P'^{t+\Delta t} - p_N'^{t+\Delta t}) \right] \Delta x_P - \left[V_s^{*t+\Delta t} + d_s (p_S'^{t+\Delta t} - p_P'^{t+\Delta t}) \right] \Delta x_P = 0
 \end{aligned}$$

Cette équation est réécrite sous la forme d'une équation de discrétisation de la correction de la pression :

$$A_P p_P'^{t+\Delta t} = A_E p_E'^{t+\Delta t} + A_W p_W'^{t+\Delta t} + A_N p_N'^{t+\Delta t} + A_S p_S'^{t+\Delta t} + S_{p'} \quad (3.22)$$

Avec:

$$A_E = d_e \Delta y_P$$

$$A_W = d_w \Delta y_P$$

$$A_N = d_n \Delta x_P$$

$$A_S = d_s \Delta x_P$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S$$

$$S_{p'} = \left[U_w^{*t+\Delta t} - U_e^{*t+\Delta t} \right] \Delta y_P + \left[V_s^{*t+\Delta t} - V_n^{*t+\Delta t} \right] \Delta x_P = 0$$

Et donc l'équation de discrétisation de la correction de la pression est similaire à celle de la pression; la différence est que la source de l'équation de discrétisation de la correction de la pression contient les estimations des vitesses alors que la source de l'équation de discrétisation de la pression contient les pseudo vitesses.

3.4. Méthode de résolution

Les méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques peuvent classées en deux classes, directes (inversement d'une matrice, Gauss, Gauss Jordan avec Pivot, L.U.avec substitution) et indirectes ou itératives (Jacobi, Gauss- Seidel; méthode de Balayage). Bien sur, le plus souvent sont les méthodes itératives surtout pour les problèmes non linéaires, d'autre côté, les méthodes directes exigent une mémoire énorme et un temps de calcul plus grand. Pour notre cas, nous utilisons une méthode de solution par balayage (*Sweeping*) dite ligne by ligne (L B L) expliquée par *S.V.Patankar*, avec l'algorithme de *Thomas* [64].

Après la résolution du système une autre fois par l'algorithme de *Thomas*, où on doit suivre le même raisonnement juste avec une permutation des indices i et j , où j est un relatif au point nodale considéré suivant la direction y . La dernière solution qu'on aura obtenue par ce dernier balayage (suivant y) est la solution finale qui représente la solution obtenue après une itération des deux balayages (suivant x et suivant y).

3.5. La solution séquentielle des systèmes d'équations de discrétisation

Pour résoudre l'ensemble des systèmes d'équations discrétisées et déterminer la distribution des vitesses, de la pression, de la température et de la concentration en chaque point du domaine; et aussi déduire les nombres de *Nusselt* et *Sherwood*, on suit l'algorithme *SIMPLER* [64].

L'algorithme SIMPLER

L'algorithme *SIMPLE* est extensivement utilisé et bien servie dans les calculs d'écoulement des fluides. Cependant, dans les tentatives d'améliorer son taux de convergence, une nouvelle version a été établie et appelée l'algorithme *SIMPLER* qui est une version révisée de l'algorithme *SIMPLE* (*Patankar, 1979a*), (*Semi-Implicit-Method-Pressure-Linked-Equation-Revised*) [64]. L'utilisation de l'équation de la correction de pression seulement pour corriger les vitesses et la fourniture de quelques autres moyens afin d'obtenir un champ amélioré de la pression, construit un algorithme plus efficace. C'est l'essence de l'algorithme *SIMPLER*.

L'ordre des opérations peut être énoncé comme suit :

- On commence par une initialisation du champ des vitesses U , V , P , T et C avec toutes les propriétés thermophysiques du problème (k , μ , D et φ).

- On calcul les coefficients des équations de moment de U , V et avec le champ de vitesse initial, on calcule les pseudo vitesses : \hat{U} et \hat{V} .
- On calcul les coefficients de l'équation de la pression et avec les pseudo vitesses, on peut calculer la source de cette équation et résoudre (par la méthode itérative de balayage) son système pour obtenir une estimation de la pression : p^*
- L'estimation de la pression est utilisée dans les équations de discrétisation des vitesses. Alors, ses systèmes sont résolus (par la méthode itérative de balayage) et on obtient les estimations des vitesses : U^* et V^* .
- On calcul d'abord la source de l'équation de la correction de la pression et avec les estimations des vitesses, on peut résoudre (par la méthode itérative de balayage) son système et obtenir une estimation de la correction de la pression : p'
- Avec la correction de la pression, on calcule les corrections des vitesses U' et V' et on corrige le champ de vitesse utilisant la correction de la pression avec la définition des variables correctes.
- On résout le système d'équations de discrétisation de la température (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ de température T .
- On résout le système d'équations de discrétisation de la concentration (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ de concentration C .
- On vérifie l'atteinte du régime permanent (stationnaire) pour arrêter le calcul, sinon on augmente le temps de calcul (plus d'itérations) et avec le champ de vitesse corrigé comme une nouvelle initialisation, on retourne à l'étape 2, jusqu'à la convergence.

La convergence vers le régime permanent est vérifiée lorsque le bilan global de la chaleur et de la matière soit satisfait, c'est-à-dire lorsque les différences de températures et de concentrations sont inférieures à un critère de convergence d'ordre 10^{-4} .

3.6. Détails numériques :

Un code de calcul basé sur l'algorithme précédent en langage **Fortran** a été utilisé et réalisé sur un micro-ordinateur personnel disposant d'un processeur *Pentium (R) 4*, 3.00 GHz, 256 Mo de RAM. Les essais numériques ont été effectués pour un maillage de (202x82) avec un pas du temps de 10^{-4} . Six cas différents ont été étudiés, nécessite plus de 410 heures du temps de calcul.

4. Résultats

4.1. Validation

Pour la validation des résultats du code de calcul élaboré, nous avons tenté la comparaison avec certains résultats de Sung, Kim and Hyun [30]. Ils ont étudiés les caractéristiques du transfert thermique de la convection forcée dans un canal partiellement rempli d'un milieu poreux (avec une porosité $\phi = 0.9$). Le rapport d'aspect du canal est 20. Une petite partie de la paroi inférieure est chauffée par un flux de chaleur constant. Les autres parties et toute la paroi supérieure sont adiabatiques. On a comparé notre résultat avec celui des auteurs de la référence citée, obtenu avec les paramètres de contrôle suivantes : Rapport d'aspect = 20, $Re = 100$, $C_f = 0.55$, $Pr = 0.72$, $Da = 10^{-5}$, l'épaisseur du substrat poreux est 0.5 fois la hauteur du canal ($s = 0.5$). Le résultat de la référence citée et notre résultat sont obtenus avec un maillage 140×50 , alors que notre résultat est obtenu avec un pas du temps $\Delta t = 10^{-4}$.

Notre écoulement et celui de la référence citée sont présentés dans les figures (4.1) et (4.2), la similarité des deux écoulements est apparente, et en particulier, la zone de recyclage derrière le bloc poreux. L'écoulement dans les deux figures ressemble à un écoulement derrière un bloc complètement solide, ou le débit passant par ce bloc est très petit.

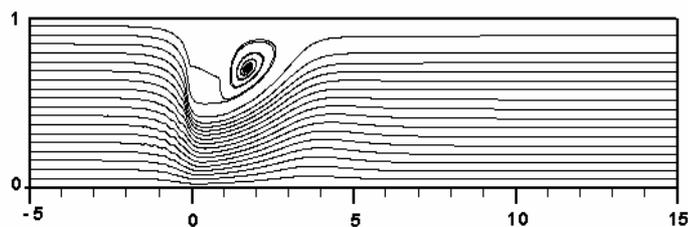


Figure 4.1 : Modèle d'écoulement, $s = 0.5$, $Re = 100$ et $Da = 10^{-5}$
(Notre résultat)

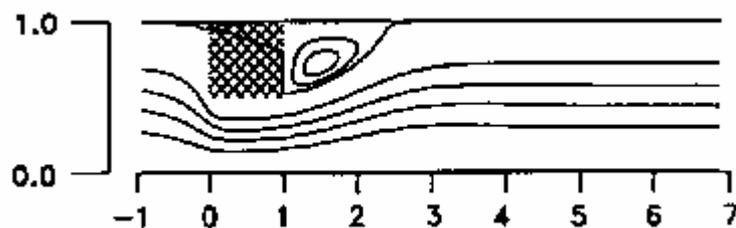
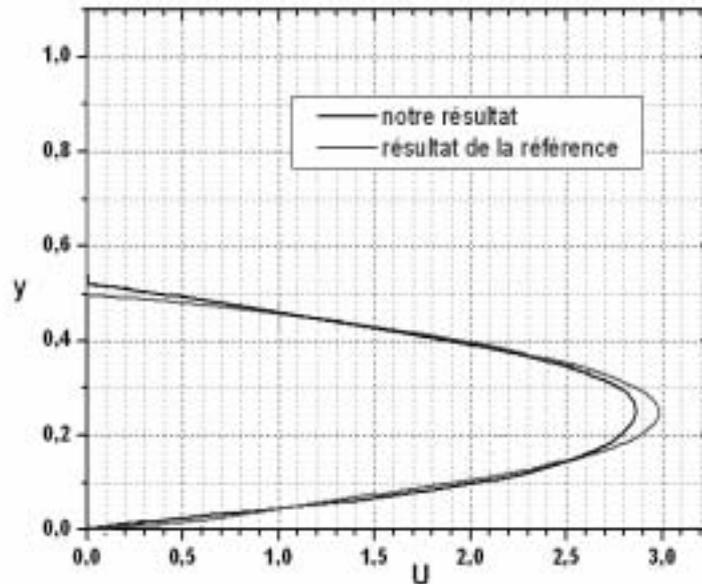


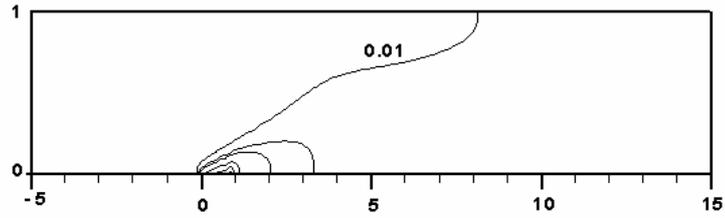
Figure 4.2 : Modèle d'écoulement, $s = 0.5$, $Re = 100$ et $Da = 10^{-5}$
(Résultat de la référence citée)

Dans la figure (4.3), on compare les profils verticaux (passant par le milieu du bloc poreux) de la vitesse horizontale. On constate que notre résultat est qualitativement en accord avec celui de la référence citée, mais quantitativement ils sont différents un peu. Cette différence provient du maillage non uniforme utilisé dans la référence, où les points du maillage ont été plus denses près de la source de chaleur, et près des parois supérieure et inférieure du canal aussi bien que à l'interface (milieu poreux/fluide).

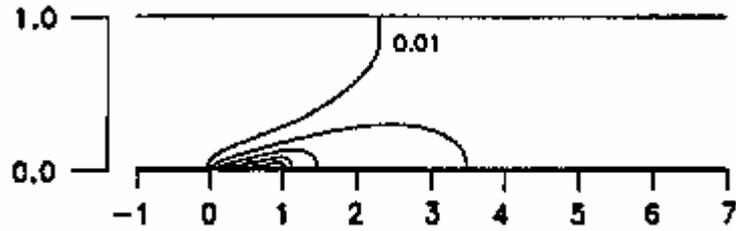


**Figure 4.3 : Comparaison des profils de vitesse horizontale
à la moitié du bloc poreux
 $Re = 100$, $Da = 10^{-5}$ et $s = 0.5$**

Notre champ thermique est celui de la référence sont représenté dans les figures (4.4) et (4.5). On peut remarquer qu'ils ont similaires qualitativement mais non pas quantitativement, parce que dans la référence citée, les auteurs utilisent un schéma Upwind du troisième ordre (QUICK) sur un maillage non uniforme, qui rapporte la stabilité de la convergence avec moins de diffusion numérique et avec plus de précision. Par contre, nous avons utilisés un schéma du deuxième ordre sur un maillage uniforme.

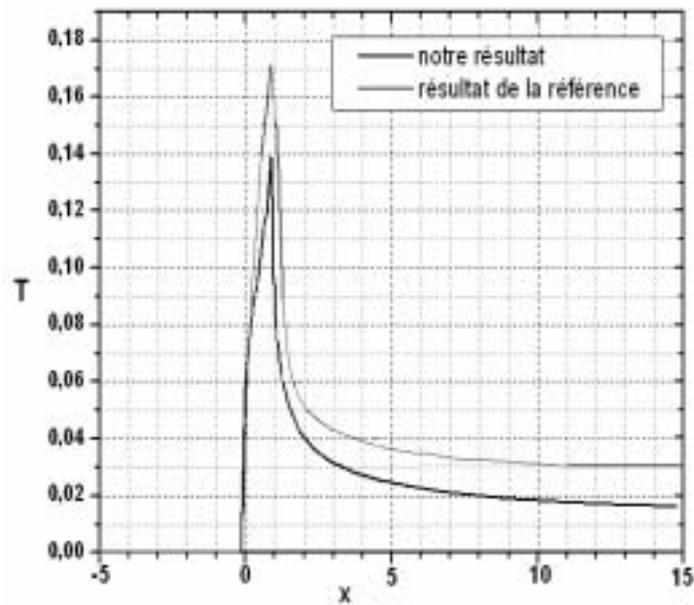


**Figure 4.4 : Isothermes avec $s = 0.5$, $Re = 100$ et $Da = 10^{-5}$
(Notre résultat)**



**Figure 4.5 : Isothermes avec $s = 0.5$, $Re = 100$, $Da = 10^{-5}$
(Résultat de la référence citée)**

Dans la figure (4.6), on compare les profils axiaux de la température à la surface de la paroi inférieure. Il est évident que ces profils soient qualitativement similaires et quantativement différents en vue du champ thermique (la température maximale du cas de la référence citée (égale à 0.17) est plus grande à celle qu'on a obtenu (égale à 0.14)).



**Figure 4.6 : Variation axiale de la température
 $Re = 100$, $Da = 10^{-5}$ et $s = 0.5$
à la paroi inférieure**

4.2. Résultats obtenus

Maintenant, on va exposer et discuter les résultats qu'on a obtenus par notre code numérique. Premièrement, ces résultats sont partagés en deux parties :

-La première concerne le cas d'un canal sans la matière poreuse, considéré le cas de référence.

-La deuxième concerne la détermination de l'effet du milieu poreux sur les transferts de chaleur et de matière et la comparaison entre les résultats des convections forcée et mixte.

4.2.1. Cas d'écoulement dans le canal (convection forcée)

Il est obtenu avec $Re = 100$, $Gr_t = Gr_c = 0$, $Pr = 0.7$, $Sc = 0.65$ et $\Delta t = 10^{-4}$.

4.2.1.1. Champ d'écoulement

L'écoulement laminaire obtenu est représenté par les lignes de courant rectilignes illustrées dans la figure (4.7). Dans la figure (4.8), on voit le développement classique de l'écoulement dans un canal plan. L'écoulement est uniforme à l'entrée, il se développe axialement pour devenir l'écoulement de Poiseuille avec un profil parabolique et une chute axiale de la pression. Dans la zone de l'écoulement développé, la chute axiale de la pression est constante et le profil de vitesse parabolique (avec un maximum égal à 1.5) est axialement invariant.

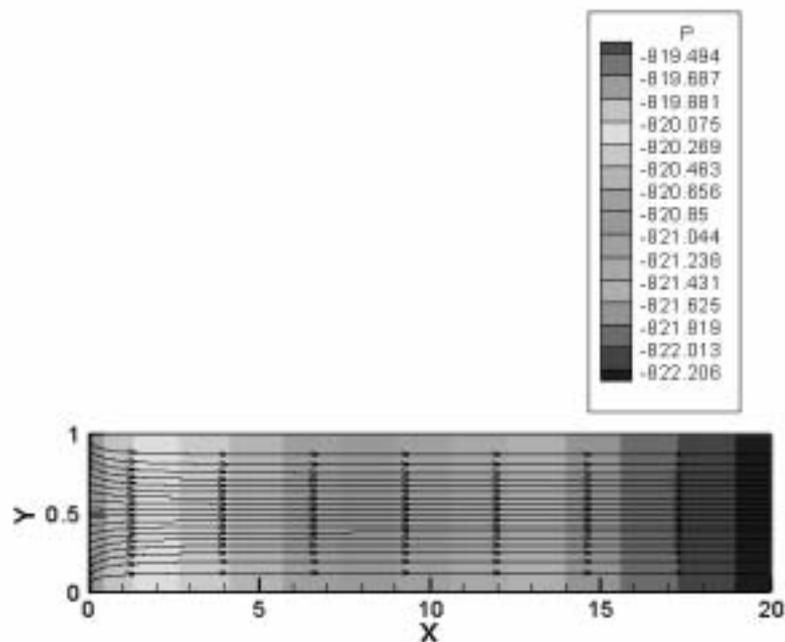


Figure 4.7 : Lignes de courant de l'écoulement dans le canal plan.

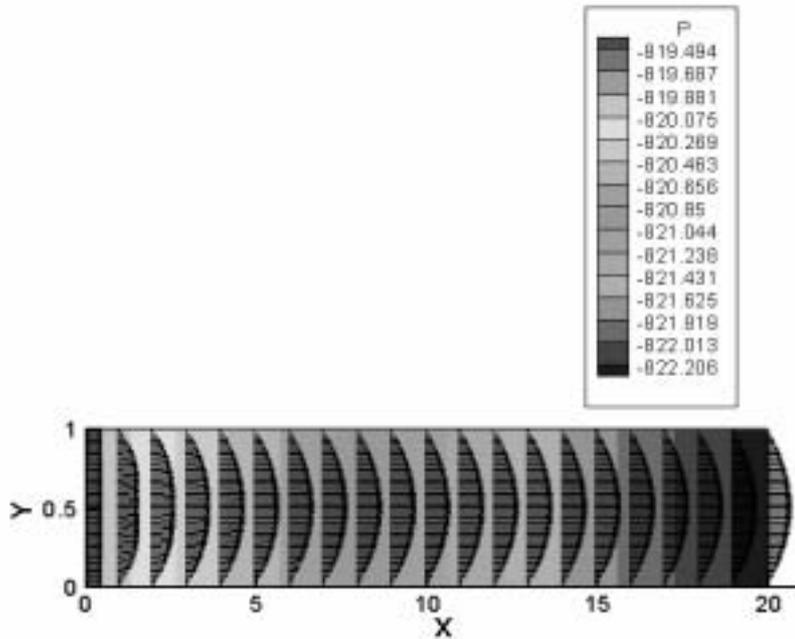


Figure 4.8 : champ de vitesse et champ de pression de l'écoulement dans le canal.

4.2.1.2. Champ thermique

La distribution de la température est représentée dans la figure (4.9). Entre l'entrée et le début de la zone de transfert, les parois du canal sont adiabatiques et il n'y a aucun transfert thermique entre ces parois et le fluide ; et donc le fluide maintient sa température d'entrée. Dans la zone de transfert ($6.67 \leq x \leq 13.33$), les parois du canal sont maintenues à une température inférieure à celle du fluide à l'entrée. Dans cette zone, il y'a transfert thermique par convection et diffusion. On remarque un refroidissement axial du fluide. Suivant la direction transversale, on voit qu'entre la demi hauteur du canal et les parois, il y'a une diminution importante de la température. Entre la sortie de la zone de transfert et la sortie du canal, les parois de ce dernier sont adiabatiques et la distribution de la température s'oriente vers une homogénéisation spatiale à une température égale à la température moyenne de la sortie de la zone de transfert.

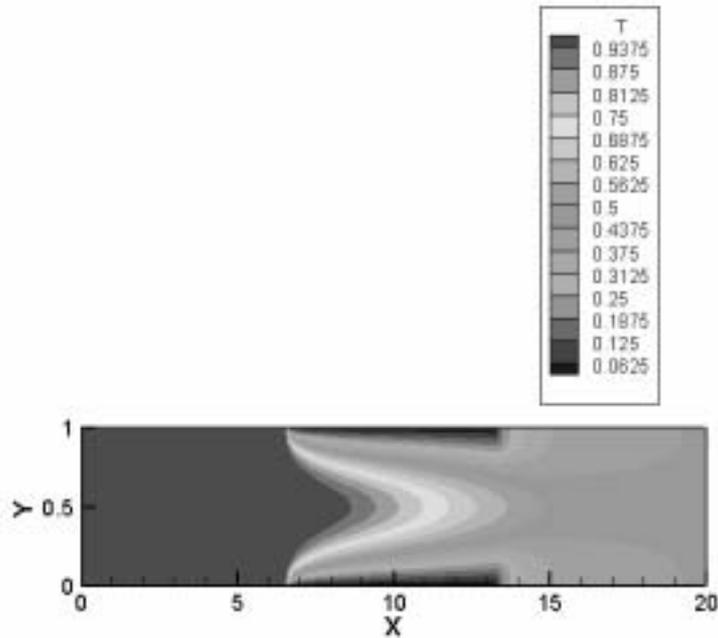


Figure 4.9 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement du fluide dans un canal

Dans la figure (4.10), on présente la variation axiale de la température moyenne défini par

$$T_m(x) = \frac{\int_0^1 U(x, y) T(x, y) dy}{\int_0^1 U(x, y) dy}$$

La température moyenne reste constante (égale à sa valeur d'entrée 1) jusqu'à la position $x = 6.67$ (le début de la zone de transfert) où elle subit une chute de 1 à 0.44 à la position $x = 13.33$ (la fin de cette zone). A partir de cette position, elle est constante jusqu'à la sortie.

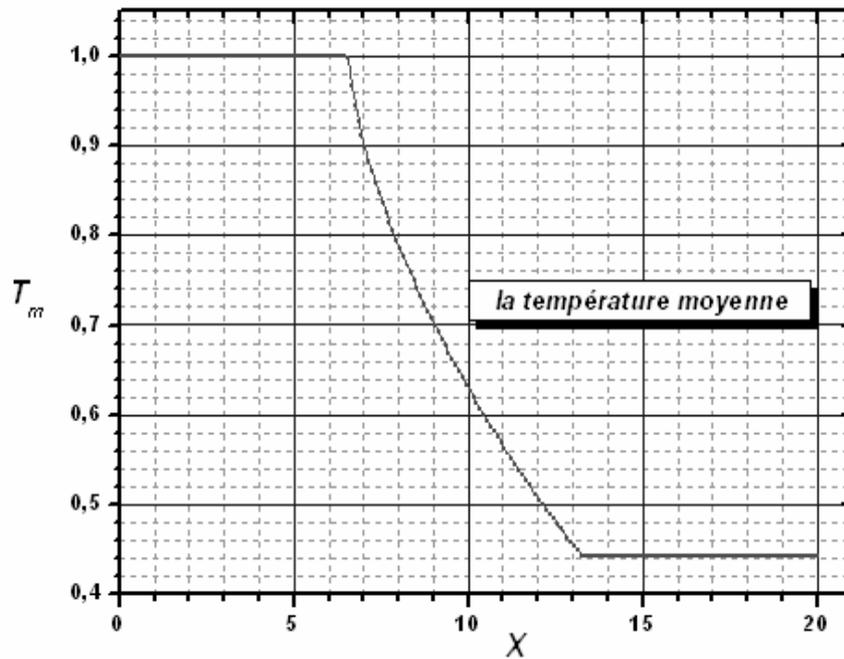


Figure 4.10 : Variation axiale de la température moyenne de l'écoulement dans un canal

L'échange thermique est quantifié par le nombre de Nusselt qui (pour la paroi inférieure du

canal) est défini par: $Nu(x) = 2 \frac{\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_m - T|_{y=0}} = \frac{2}{T_m} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$. Et pour la paroi supérieure, il est

défini par : $Nu(x) = 2 \frac{\left. -\frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=1}}{T_m - T|_{y=1}} = \frac{2}{T_m} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=1}$

La variation du nombre de Nusselt local des deux parois du canal, présentée dans la figure (4.11), est la même (par symétrie). Comme imposé par les conditions aux limites, le nombre de Nusselt est nul le long des parties adiabatiques. Dans la zone de transfert, le nombre de Nusselt subit une chute axiale importante : de la valeur maximale 25.83 jusqu'à la valeur 7.54. Cette valeur est la limite asymptotique du nombre de Nusselt d'un écoulement thermiquement développé dans un canal à parois isothermes.

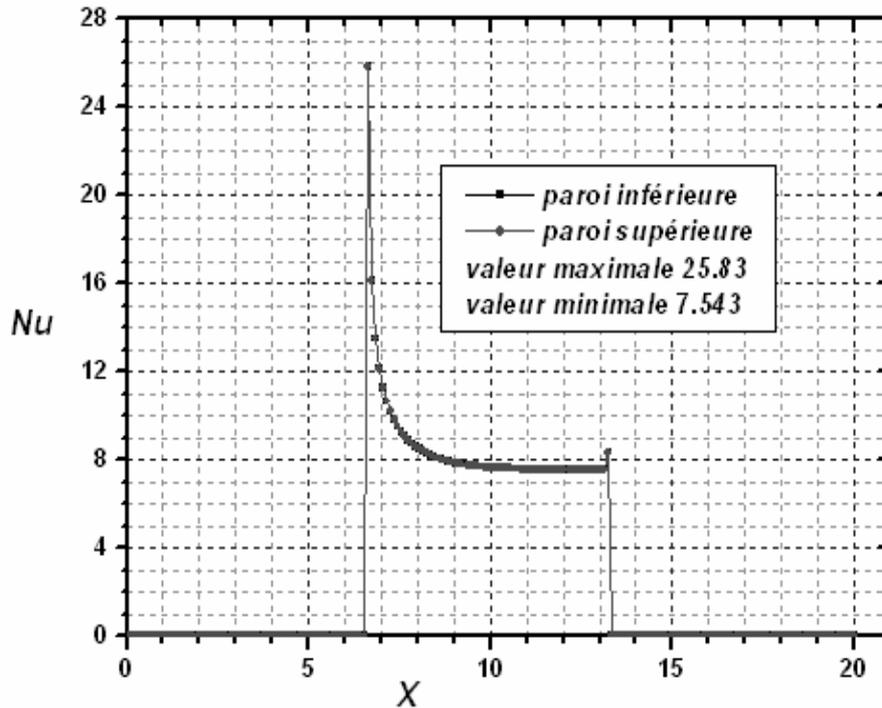


Figure 4.11 : Variation du nombre de Nusselt local d'écoulement dans le canal

4.2.1.3. Champ de concentration

La figure (4.12) représente la variation spatiale de la concentration dans le canal. L'écoulement à l'entrée est à une concentration nulle qu'il maintient jusqu'à l'entrée de la zone de transfert, parce que les parois du canal, dans cette zone, sont imperméables. Dans la zone de transfert, les parois du canal sont maintenues à une concentration constante égale à 1, supérieure à celle de l'écoulement. Dans cette zone il y'a un transfert de matière axial et transversal important. Axialement il y'a une augmentation de la concentration. Suivant la direction transversale, à une section donnée, la concentration diminue en allant des parois vers la demi hauteur du canal. Entre la sortie de la zone de transfert et la sortie du canal, les parois sont imperméables et la distribution de la concentration s'oriente vers une homogénéisation spatiale de la concentration égale à la concentration moyenne à la sortie de la zone de transfert.

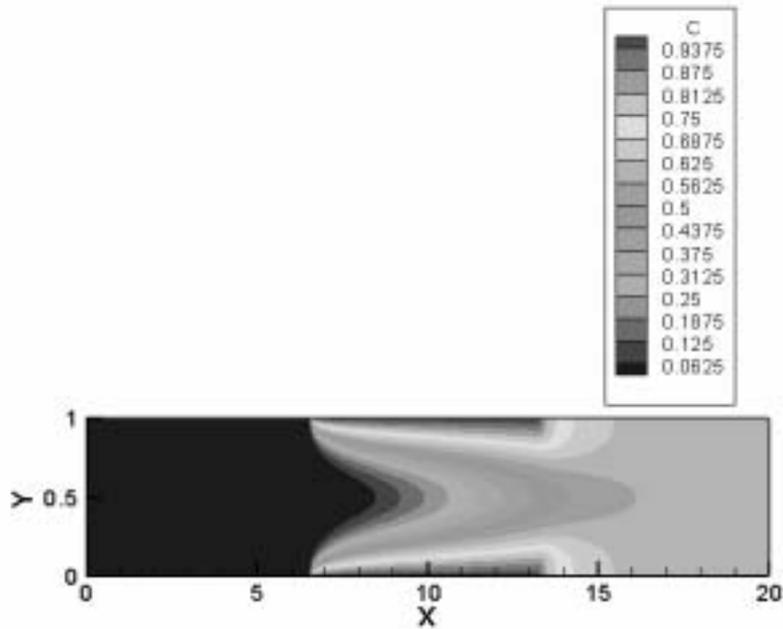


Figure 4.12 : Distribution spatiale de la concentration de l'écoulement dans le canal

Dans la figure (4.13), on représente l'évolution axiale de la concentration moyenne qui est

défini par: $C_m(x) = \frac{\int_0^1 U(x,y)C(x,y)dy}{\int_0^1 U(x,y)dy}$. La concentration moyenne est nulle jusqu'à la

position $x = 6.67$. Elle augmente de 0 à 0.58 à la position $x = 13,33$. Après, elle maintient cette valeur le long du troisième tiers.

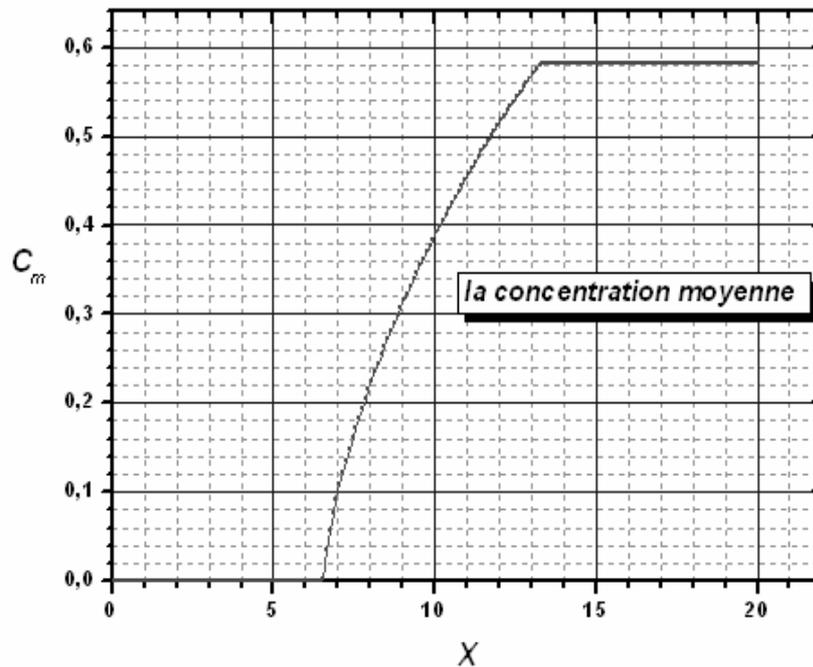


Figure 4.13 : Variation axiale de la concentration moyenne de l'écoulement dans le canal

Le transfert de matière est quantifié par le nombre de Sherwood local défini pour la paroi

inférieure par: $Sh(x) = 2 \frac{-\frac{\partial C}{\partial y}|_{y=0}}{C_m - C|_{y=0}} = 2 \frac{-\frac{\partial C}{\partial y}|_{y=0}}{C_m - 1}$ et pour la paroi supérieure

par $Sh(x) = 2 \frac{\frac{\partial C}{\partial y}|_{y=1}}{C_m - C|_{y=1}} = 2 \frac{\frac{\partial C}{\partial y}|_{y=1}}{C_m - 1}$. Le nombre de Sherwood local de la paroi supérieure

est égal à celui de la paroi inférieure par symétrie. Le long des parois imperméables, le nombre de Sherwood est nul. Dans la zone de transfert, le nombre de Sherwood décroît rapidement, comme le nombre de Nusselt, de la valeur maximale 25.33 jusqu'à la valeur minimale 7.54. On trouve une similarité parfaite entre le transfert de chaleur et le transfert de matière.

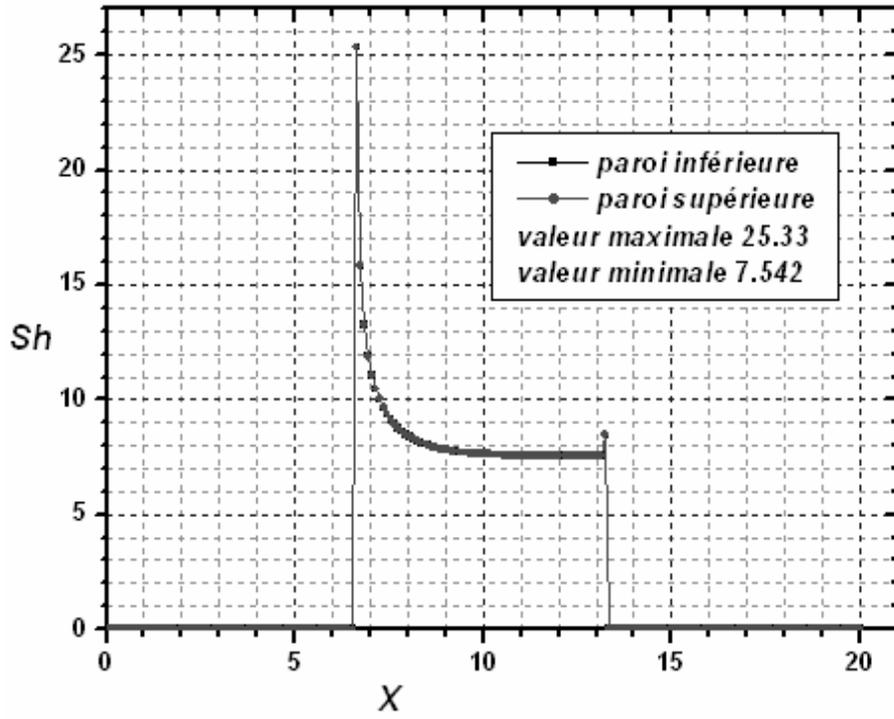


Figure 4.14 : Nombre de Sherwood local de l'écoulement dans le canal

4.2.2. Cas du canal partiellement poreux (convection forcée)

Dans ce cas, le deuxième tiers du canal est rempli par la matière poreuse. Les paramètres de contrôle sont: $Re=100$, $Da = 10^{-2}$, $C_f = 0.55$, $Gr_t = Gr_c = 0$, $Pr = 0.7$, $Sc = 0.65$, et $\Delta t = 10^{-4}$.

4.2.2.1. Champ d'écoulement

Notons que le milieu d'écoulement est non homogène: le premier et le troisième tiers contiennent du fluide alors que le deuxième tiers contient le fluide et le milieu poreux. Les sections du début et de la fin de la zone de transfert représentent des faces verticales de discontinuité du milieu d'écoulement. A l'entrée, l'écoulement est uniforme. A partir de l'entrée, l'écoulement commence à se développer axialement. Mais, le long de son développement dans le premier tiers, il rencontre la face amont de la zone de transfert. Cette rencontre modifie le développement de l'écoulement. Une fois dans la zone de transfert, l'écoulement commence à se développer dans un milieu poreux. Alors, l'écoulement est nécessairement modifié. Le développement de l'écoulement dans le milieu poreux subit une discontinuité à la face aval de la zone de transfert : l'écoulement passe du milieu poreux à un tronçon de canal simple. Ce passage modifie de nouveau l'écoulement. Finalement, une fois dans le troisième tiers, l'écoulement commence un troisième développement qui s'étend jusqu'à la sortie du canal. Le champ de vitesse (à quelques positions axiales arbitrairement choisies) et la distribution spatiale de la pression sont illustrés dans la figure (4.15). De cette figure, il est clair que la variation axiale de la pression est surtout présente dans la zone de transfert (à travers le milieu poreux). La variation axiale de la pression est très supérieure à celle du cas de canal sans milieu poreux. Cependant, sa variation transversale est négligeable. Avec l'atteinte du régime permanent et la négligence des termes convectifs, la somme des termes de Darcy, de Forchheimer, de Brinkman et de gradient de pression, dans l'équation de quantité de mouvement suivant x , sont équilibrés.

On représente dans la figure (4.16) les lignes de courant (tangentes aux vecteurs de vitesse). Dans chaque zone ces lignes sont horizontales; mais elles subissent des déviations aux limites de la zone de transfert. Ces déviations sont dues à l'équation de continuité

$$\frac{-\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$
 la vitesse horizontale u varie axialement à l'entrée de la zone de transfert et

cette variation est compensée par un gradient transversal de la vitesse verticale entraînant une déviation des lignes de courant.

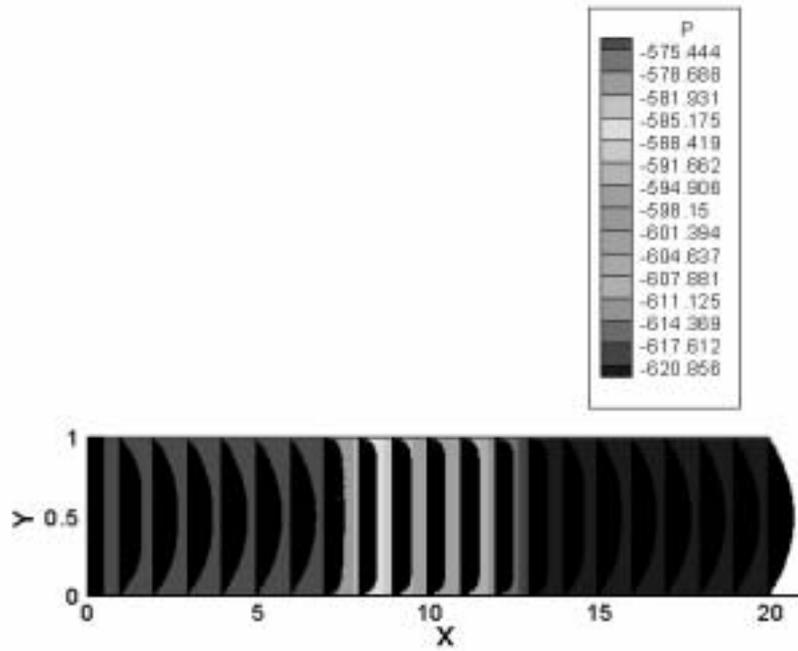


Figure 4.15 : Champ de pression et champ de vitesse à quelques stations axiales

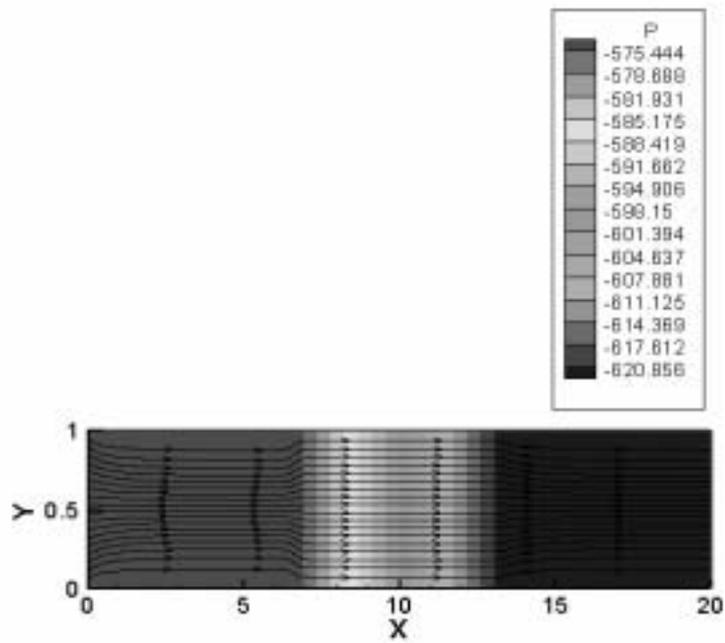


Figure 4.16 : Les lignes de courant de l'écoulement.

Dans la figure (4.17.1), on a tracé le profil vertical de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies. De cette figure, la variation spatiale de vitesse le long du canal est bien illustrée. Elle commence à se développer dans le premier tiers du canal sous la forme d'un profil parabolique avec un maximum égal à 1.5 (similaire de celui du profil de l'écoulement de Poiseuille dans un canal plan). A l'approche de l'interface fluide/milieu poreux, le maximum de la vitesse diminue de 1.5 à 1.37. A l'interface, le maximum diminue à 1.3. Il continue à diminuer dans le milieu poreux jusqu'à la valeur 1.07. La diminution du maximum de de la vitesse, situé à la demi hauteur du canal est simultanément accompagné par une augmentation du niveau de la vitesse près des parois pour conserver le débit axial de l'écoulement (conservation de masse). Dans le milieu poreux, le profil de vitesse est aplati. Dans le troisième tiers du canal (voir la figure 4.17.2), dès la sortie du milieu poreux, la vitesse commence un redéveloppement parabolique et atteint le profil de Poiseuille à la sortie du canal. Dans la figure (4.18), on présente la variation axiale de la vitesse horizontale, à la demi hauteur du canal. Cette variation distingue la variation de la vitesse axiale dans les trois parties du canal. Dans le milieu poreux, la variation verticale de la vitesse horizontale près des parois est due au terme de Brinkman ; mais l'aplatissement du profil de la vitesse, loin des parois, est dû au terme de Forchheimer.

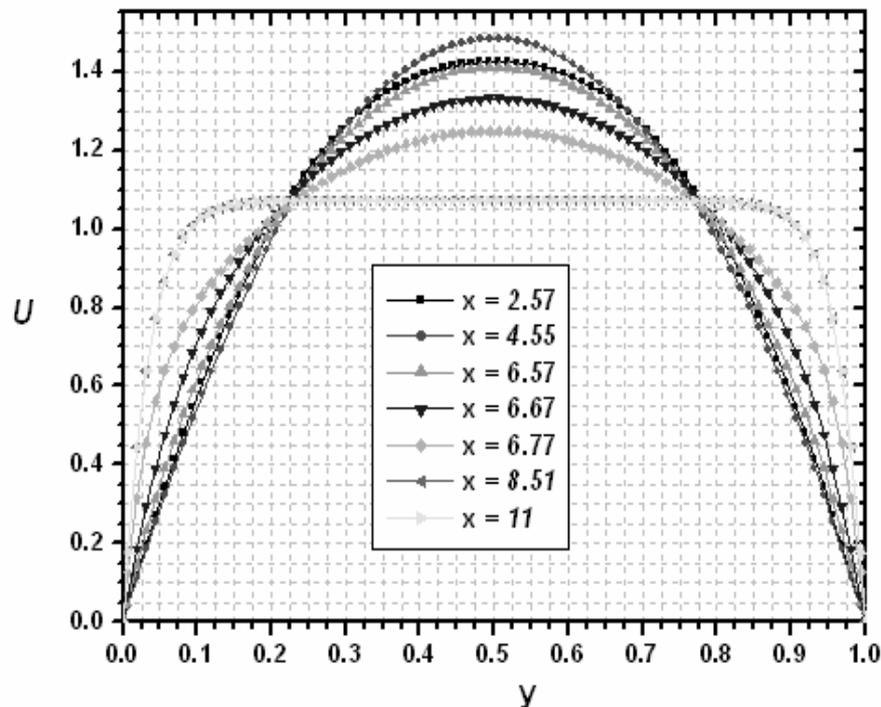


Figure 4.17.1 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

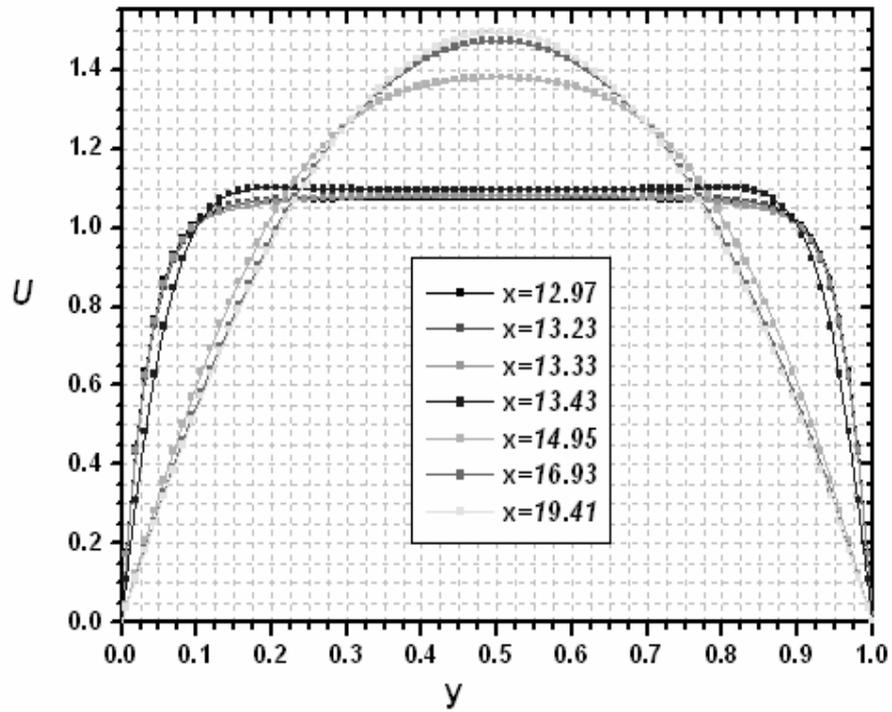


Figure 4.17.2 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

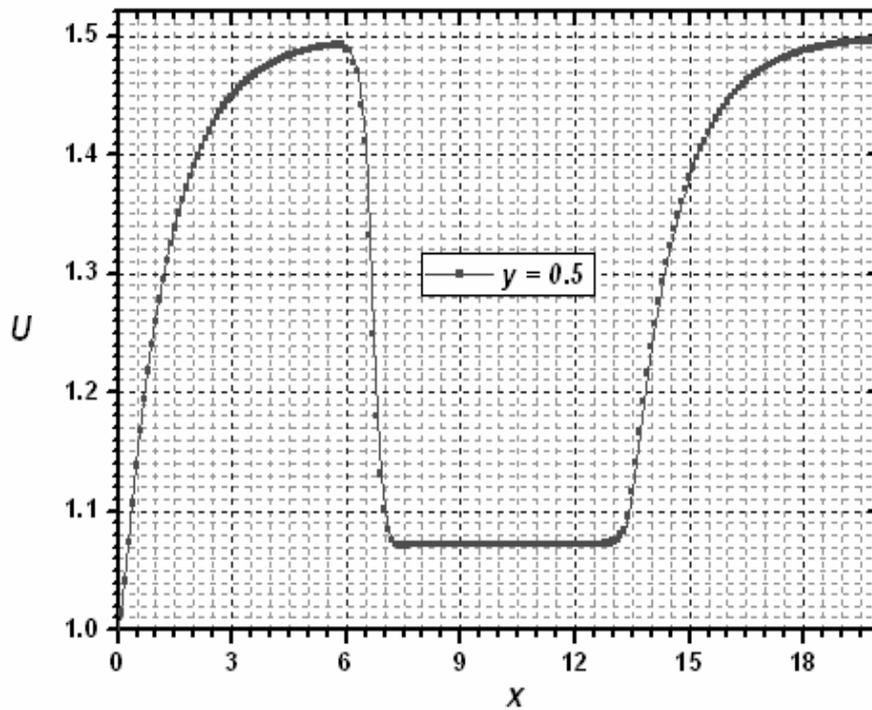


Figure 4.18 : Profile axiale de la vitesse horizontale à la demi hauteur du canal

4.2.2.2. Champ thermique

La distribution de la température est illustrée dans la figure (4.19). L'écoulement est isotherme (à la température d'entrée) jusqu'au début de la zone de transfert. On constate une chute rapide de la température dans la zone de transfert. Le refroidissement axial rapide dans la zone de transfert est mieux représenté par l'évolution axiale de la température moyenne, présentée dans la figure (4.20). La température moyenne à la sortie de la zone de transfert vaut 0. Cela veut dire que la zone de transfert refroidi totalement l'écoulement. Entre la sortie de la zone de transfert et la sortie du canal, l'écoulement est isotherme à la température nulle. De cette figure, on constate l'amélioration nette du transfert thermique par rapport à celui du canal sans milieu poreux. L'amélioration du transfert thermique dans le milieu poreux est due à l'augmentation de la convection près des parois (vitesse relativement plus grande) et aussi l'augmentation de la conduction de chaleur par une conductivité thermique du milieu poreux égale à 5.77 fois celle du fluide.

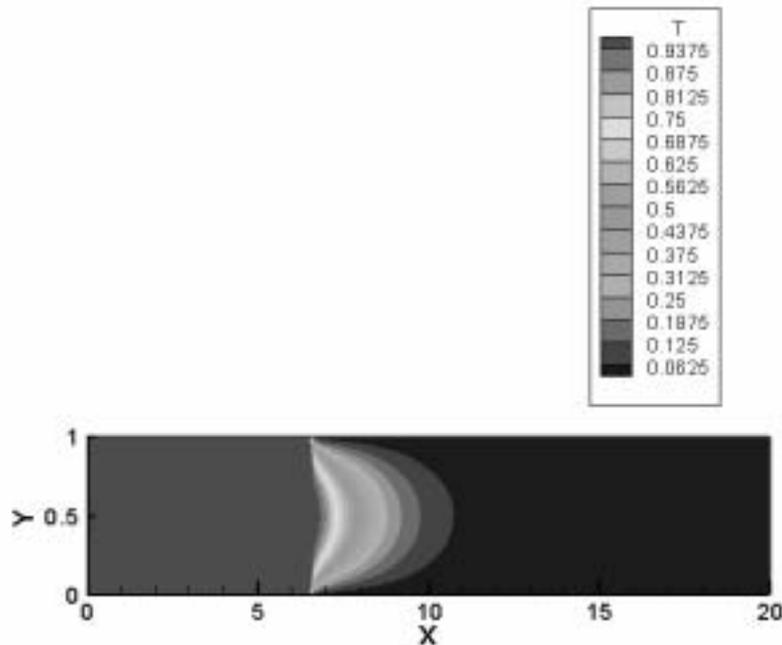


Figure 4.19 : Distribution spatiale de la température de l'écoulement dans un canal partiellement poreux

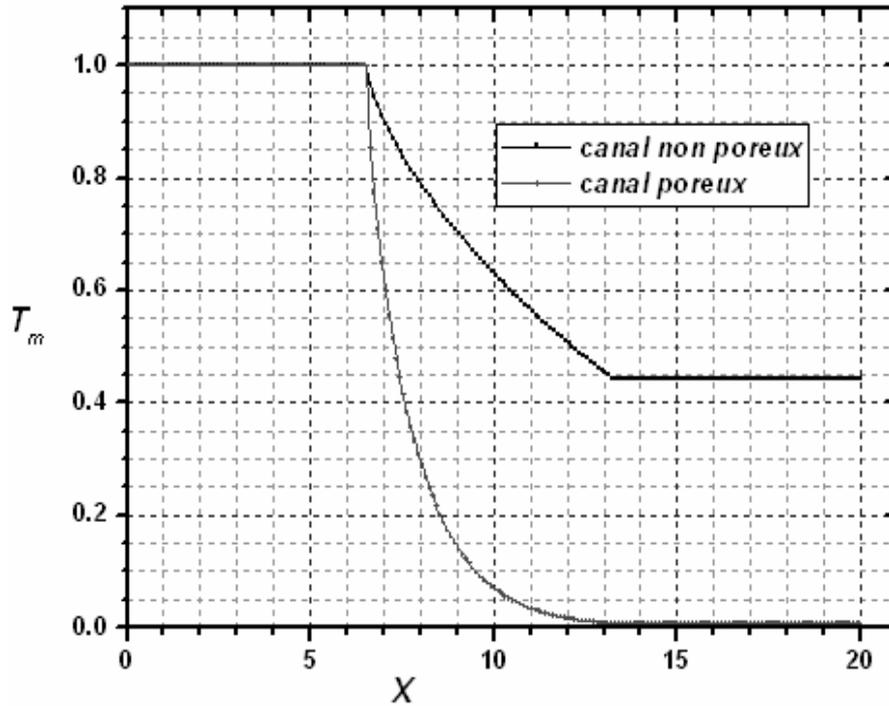


Figure 4.20 : Comparaison de la variation de température moyenne du canal partiellement poreux et un autre non poreux

Dans la figure (4.21), la variation horizontale du nombre de Nusselt local de la paroi inférieure du canal est défini par :

$$Nu(x) = 2 \frac{K_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_m - T \Big|_{y=0}} = \frac{2}{T_m} 5.77 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{11.54}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}, \text{ et pour la paroi supérieure, il}$$

$$\text{est : } Nu(x) = 2 \frac{-K_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}}{T_m - T \Big|_{y=1}} = -\frac{2}{T_m} 5.77 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1} = -\frac{11.54}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}$$

Premièrement, les conditions limites des parois du canal restent les mêmes en tous les cas étudiés, et donc, le nombre de Nusselt local des deux parois dans le premier et le troisième tiers du canal est nul, puisque les parois sont toujours adiabatiques. De la même figure, dans la zone de transfert, on constate une chute axiale rapide du nombre de Nusselt local de 96.38 à la valeur asymptotique 53.27, très supérieure à celle du canal sans milieu poreux qui est égale à 7.54.

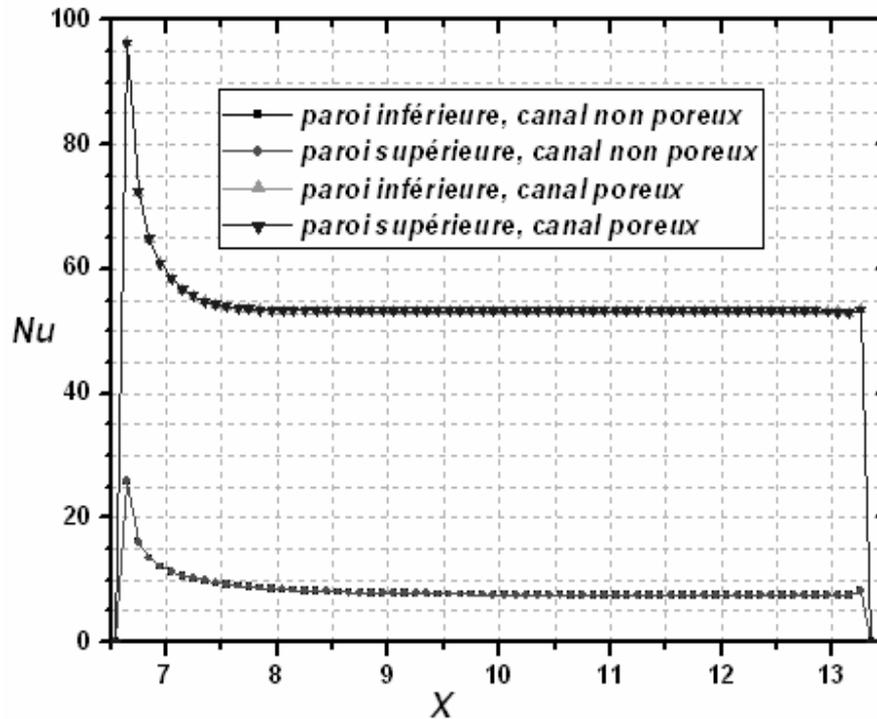


Figure 4.21 : Comparaison des nombres de Nusselt locaux des canaux avec et sans milieux poreux

4.2.2.3. Champ de concentration

La figure (4.22) représente le champ de la concentration. On remarque que la concentration est nulle et uniforme dans le premier tiers du canal. Dans la zone de transfert, on constate une croissance de la concentration due à la convection axiale et la diffusion verticale. A la sortie de la zone de transfert, la distribution de la concentration tend vers une homogénéisation à la valeur 0.6 qui est la valeur de la concentration moyenne dans le troisième tiers (voir la figure (4.23)), et qu'elle est un peu supérieure à celle du canal sans milieu poreux qui est 0.58, à cause de l'augmentation de la convection près des parois.

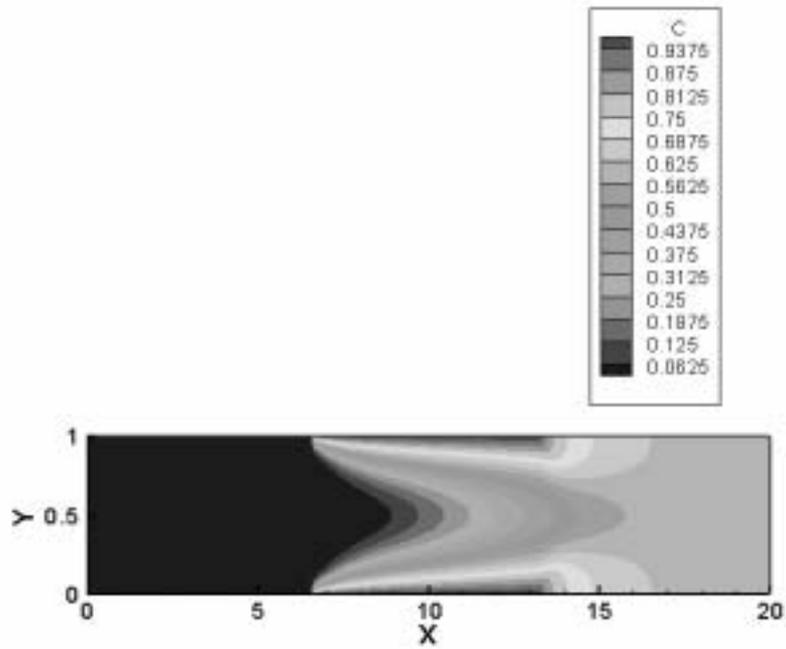


Figure 4.22 : Distribution spatiale de la concentration dans le canal partiellement poreux

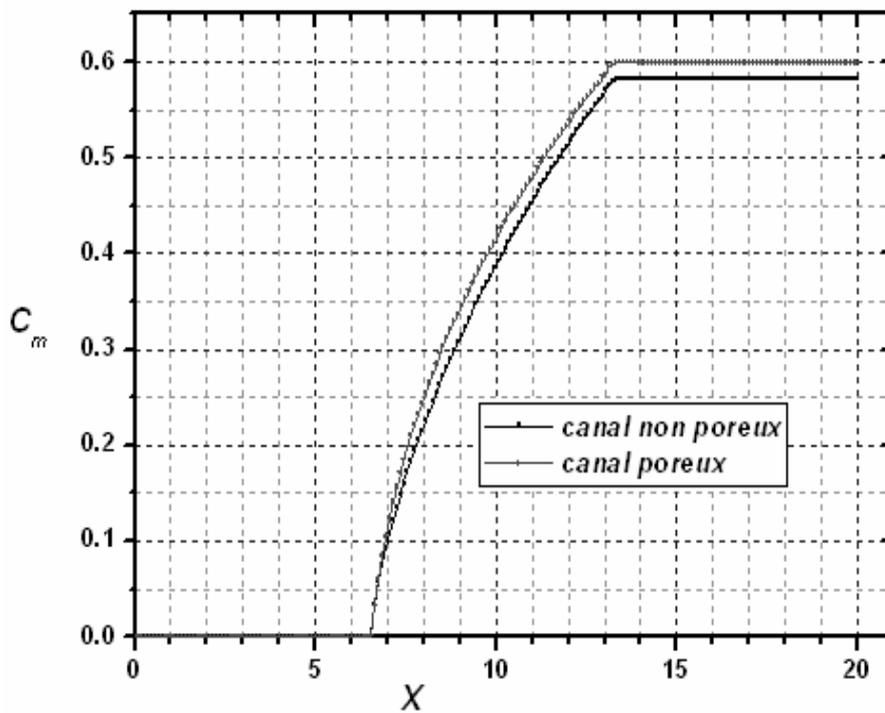


Figure 4.23 : Comparaison de la variation de concentration moyenne du canal partiellement poreux et un autre sans milieu poreux

La figure (4.24) illustre les variations axiales du nombre de Sherwood local des deux parois du canal poreux et non poreux pour les comparer. Pour les tiers 1 et 3 du canal, le nombre de Sherwood est toujours nul parce que les parois restent imperméables dans tous les cas étudiés. Mais, dans le deuxième tiers, les parois sont à une concentration constante, pour le canal poreux, la valeur de ce nombre chute axialement de 33.19 à 9.26 à cause de la réduction axiale du transfert de matière. Avec la valeur 9.26, il se stabilise à partir de $x=11.5$ proche de la fin du deuxième tiers. Il n'y a aucune différence entre les nombres de Sherwood des deux parois du canal à cause de la symétrie. De la même figure, on constate l'amélioration du transfert de matière dans le cas du canal poreux par la valeur asymptotique du nombre de Sherwood 9.26 qu'elle est supérieure à celle du cas de canal non poreux 7.54. Par l'augmentation de la concentration moyenne du canal poreux, et vue de l'expression du nombre de Sherwood, il doit être un peu plus grand dans le cas du canal poreux.

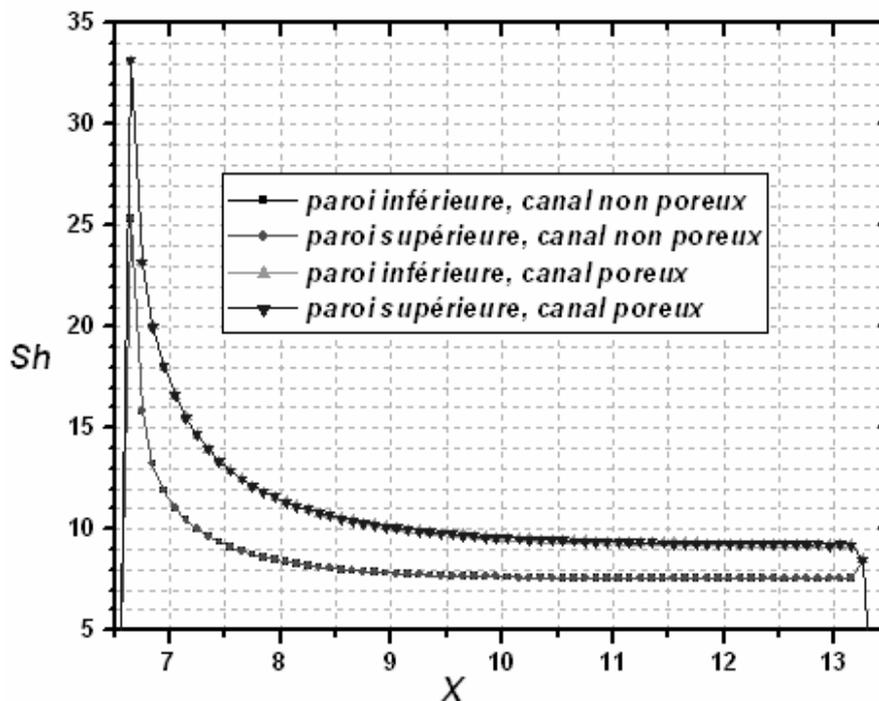


Figure 4.24 : Comparaison des nombres de Sherwood locaux des canaux avec et sans milieu poreux.

4.2.3. Cas du canal partiellement poreux (convection mixte)

Comme nous l'avons signalé précédemment, nous voulons déterminer la différence entre les résultats de la convection forcée et la convection mixte. Les cas considérés de la convection mixte sont étudiés avec les paramètres : $Re=100$, $Da=10^{-2}$, $C_f=0.55$, $Pr=0.7$, $Sc=0.65$, $\Delta t=10^{-4}$, Gr_T et Gr_C sont variés comme suit :

$$Gr_T = 10^4 \quad \text{et} \quad Gr_C = 0,$$

$$Gr_T = 10^5 \quad \text{et} \quad Gr_C = 0,$$

$$Gr_T = 0 \quad \text{et} \quad Gr_C = 10^4,$$

$$Gr_T = 0 \quad \text{et} \quad Gr_C = 10^5,$$

4.2.3.1. Cas de $Gr_T = 10^4$ et $Gr_C = 0$.

Dans ce cas, seule la poussée thermique peut modifier l'écoulement.

4.2.3.1.1. Champ d'écoulement

Les figures (4.25) et (4.26) montrent qu'il n'y a pas un grand changement entre la convection forcée et mixte concernant le régime d'écoulement ou sa forme, sauf une petite perturbation de la vitesse au début de la zone de transfert. Cette petite perturbation ne peut pas être représentée graphiquement. Le faible effet de la poussée thermique est limité dans la petite zone de variation de température près de l'entrée de la zone de transfert.

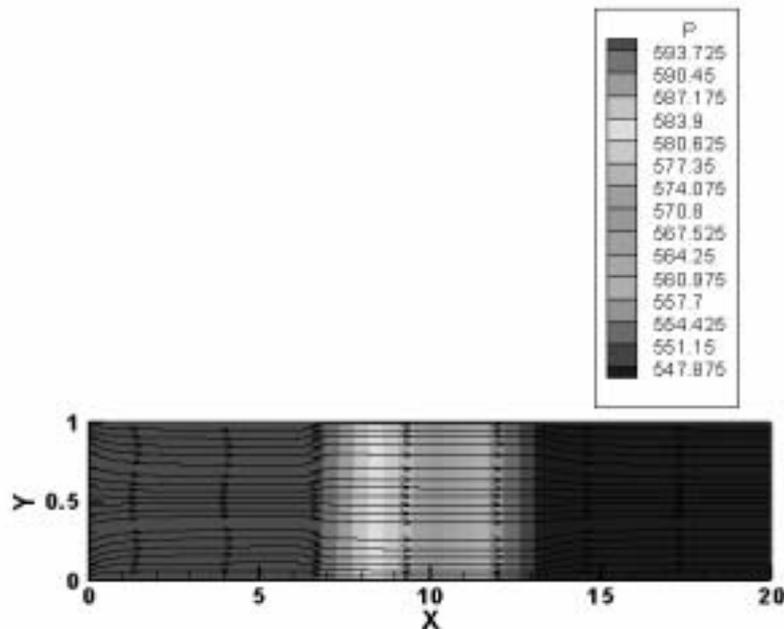


Figure 4.25 : Écoulement dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^4$

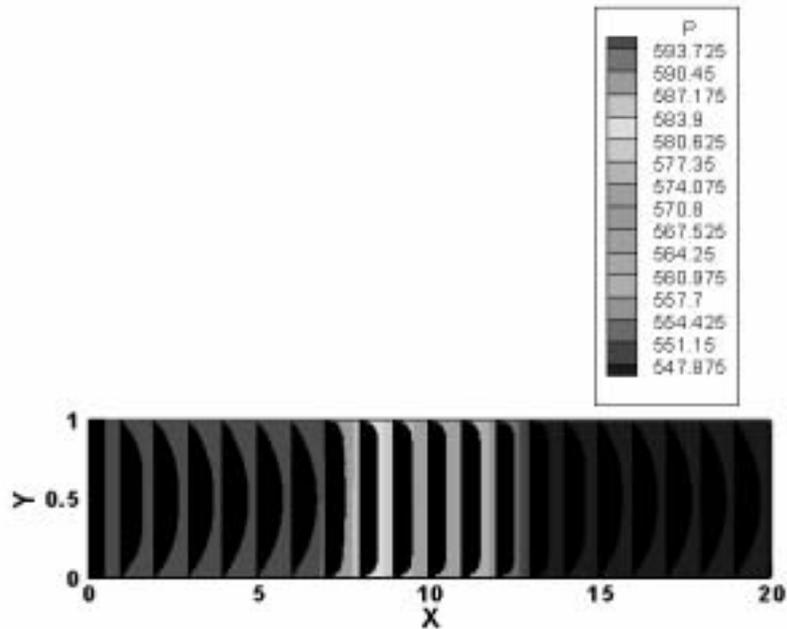


Figure 4.26 : Profil des vitesses de l'écoulement dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^4$

4.2.3.1.2. Champ thermique

Des figures (4.27) et (4.28), il est clair que le champ de température et la variation de la température moyenne sont très proches de celles du cas de la convection forcée. Cette similarité des résultats est due à la faible différence entre les écoulements de la convection forcée et la convection mixte. La similarité des transferts est aussi illustrée par la distribution des nombres de Nusselt locaux dans la figure (4.29).

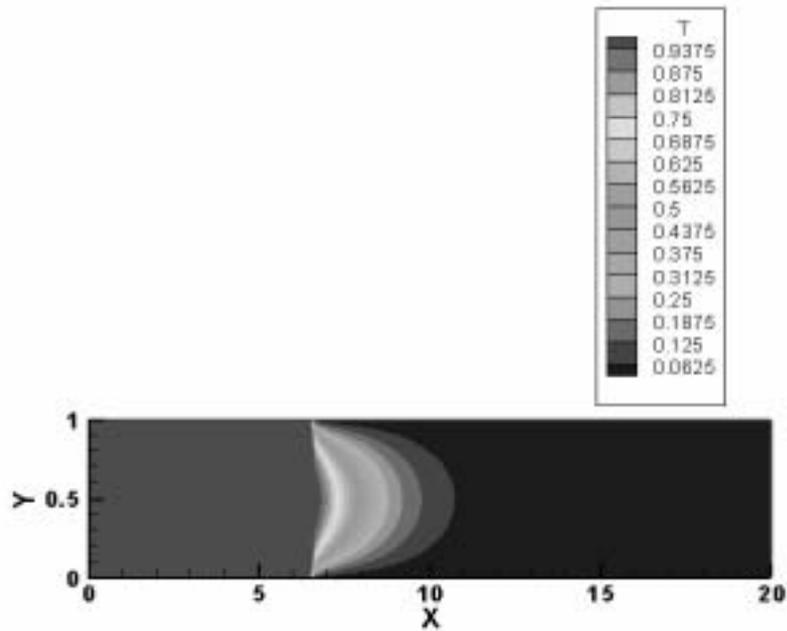


Figure 4.27 : Distribution spatiale de la température dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^4$

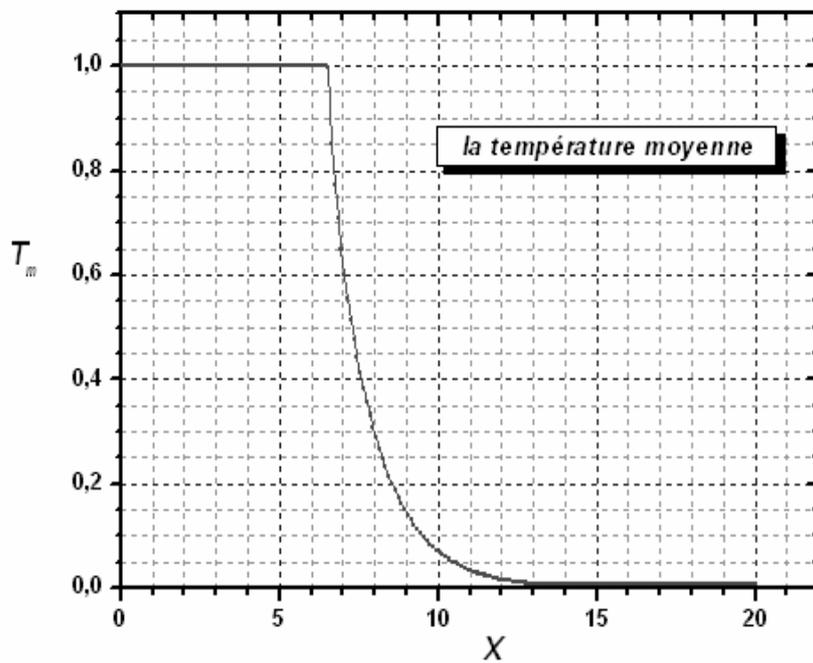


Figure 4.28 : Variation axiale de la température moyenne dans le canal poreux avec $Gr_T = 10^4$

De cette figure, on peut remarquer que le nombre de Nusselt de la convection mixte varie de la même façon que celui de la convection forcée. La différence qui existe est entre les valeurs maximales de ce nombre au début de la zone de transfert : le nombre de Nusselt est égal à 97.99 pour la paroi supérieure, 94.7 pour la paroi inférieure, alors qu'il est égal à 96.38 pour les deux parois du cas de la convection forcée. Cependant, la valeur asymptotique du nombre de Nusselt est 53.28 dans tous les cas.

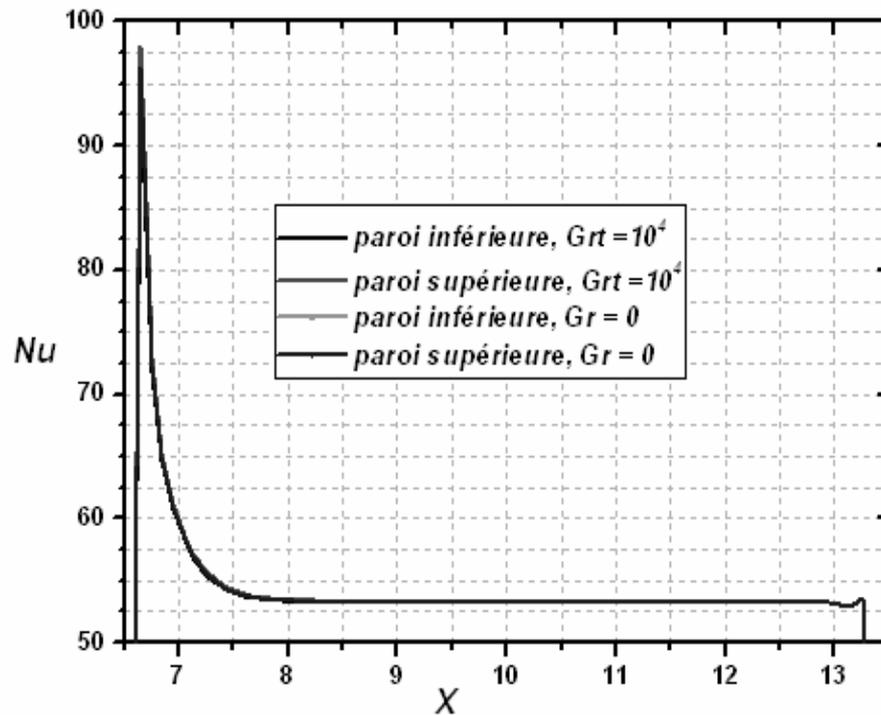


Figure 4.29 : Comparaison de la variation des nombre de Nusselt locaux de la convection forcée et la convection mixte avec $Gr_t = 10^4$

4.2.3.1.3. Champ de concentration

Les figures (4.30) et (4.31), représentent le champ de concentration de la convection mixte qui est très similaire à celui de la convection forcée. Cette similarité est aussi représentée par la distribution axiale du nombre de Sherwood.

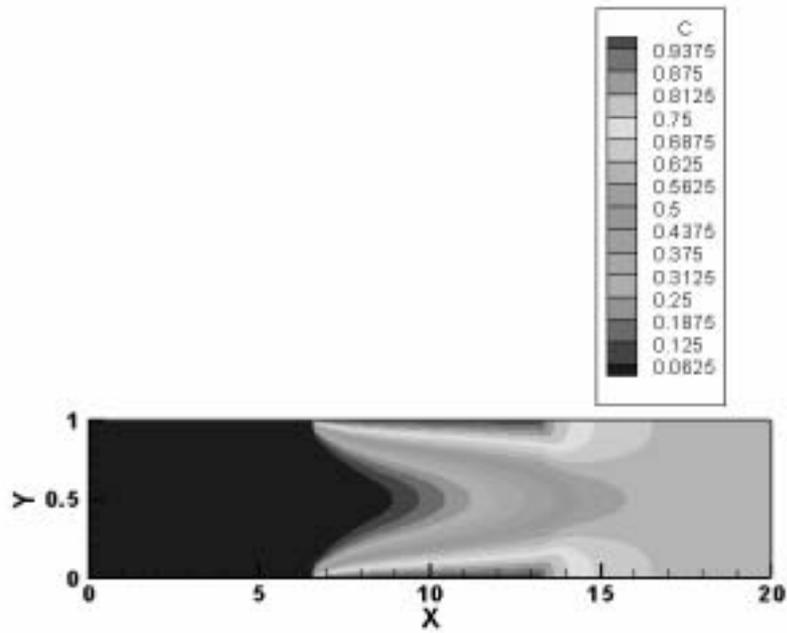


Figure 4.30 : Distribution spatiale de la concentration dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^4$

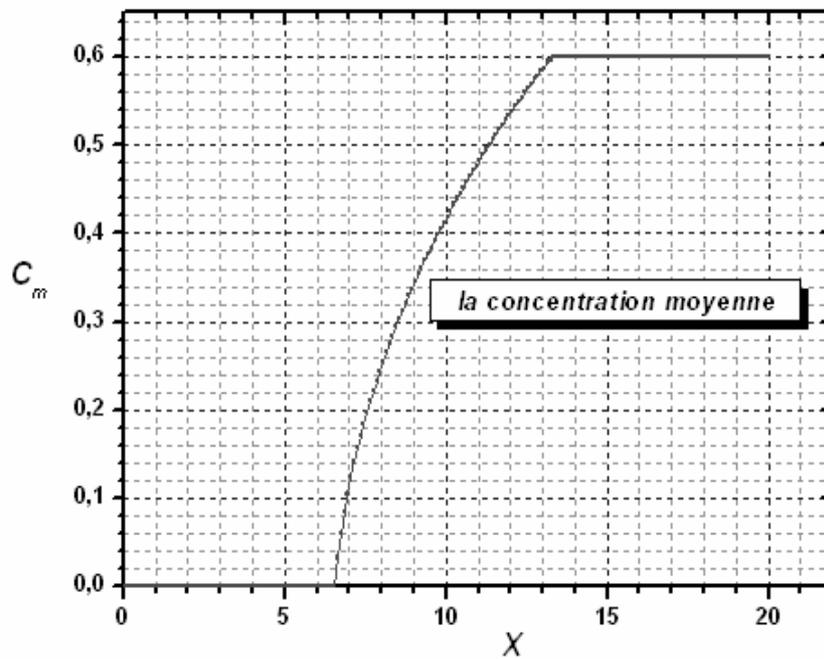


Figure 4.31 : Variation axiale de la concentration moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^4$

D'après la figure (4.32), on remarque la même variation axiale du nombre de Sherwood de tous les cas précédents pour les deux parois. Par contre, la valeur maximale de ce nombre à la paroi supérieure est 33.8 ; elle est plus grande que celle de la paroi inférieure égale à 32.5. La valeur de la convection forcée est 33.19.

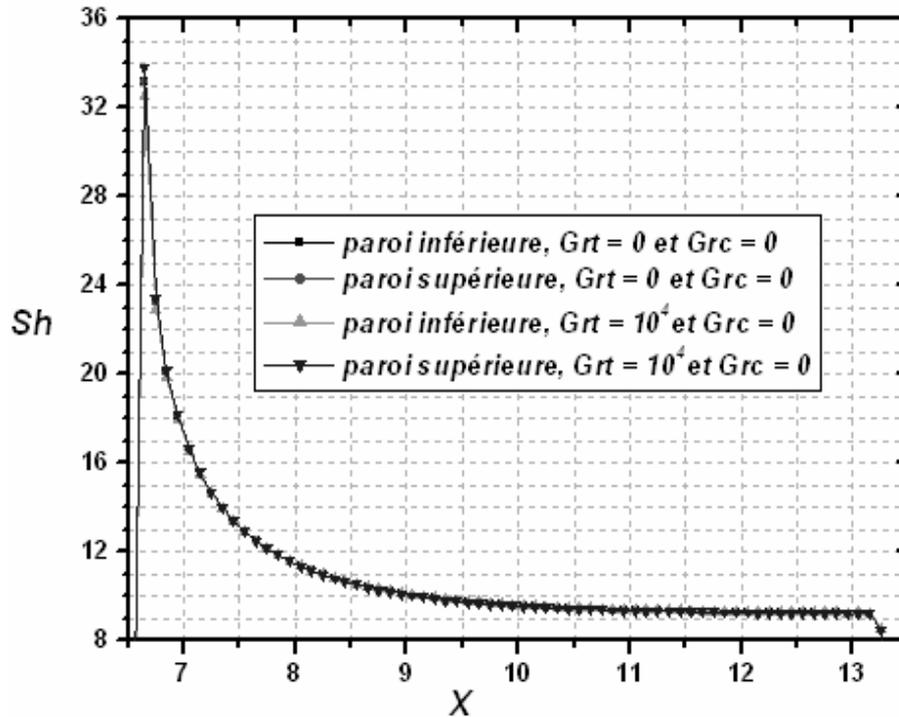


Figure 4.32 : Comparaison des nombres de Sherwood locaux des convections mixte et forcée

4.2.3.2. Cas de $Gr_T = 10^5$ et $Gr_C = 0$

4.2.3.2.1. Champ d'écoulement

En augmentant le nombre de Grashof thermique à 10^5 , la convection mixte s'intensifie relativement au cas de $Gr_T = 10^4$, mais reste localement limitée à l'entrée de la zone de transfert où existe une variation de température. Les lignes de courant de l'écoulement, de la figure (4.33), sont qualitativement similaires à celles de la convection forcée. La différence entre les écoulements de la convection forcée et mixte est mieux représentée par les vecteurs de vitesse de la figure (4.34). Dans cette figure, on constate que dans la zone de transfert, le niveau de la vitesse près de la paroi inférieure est moins que celui près de la paroi supérieure. Ceci est bien illustré dans les figures (4.35.1) et (4.35.2). Dans les figures (4.33) et (4.34), on remarque une distribution de la pression très différente de celle de la convection forcée : la pression est verticalement stratifiée dans le premier tiers du canal : elle augmente verticalement.

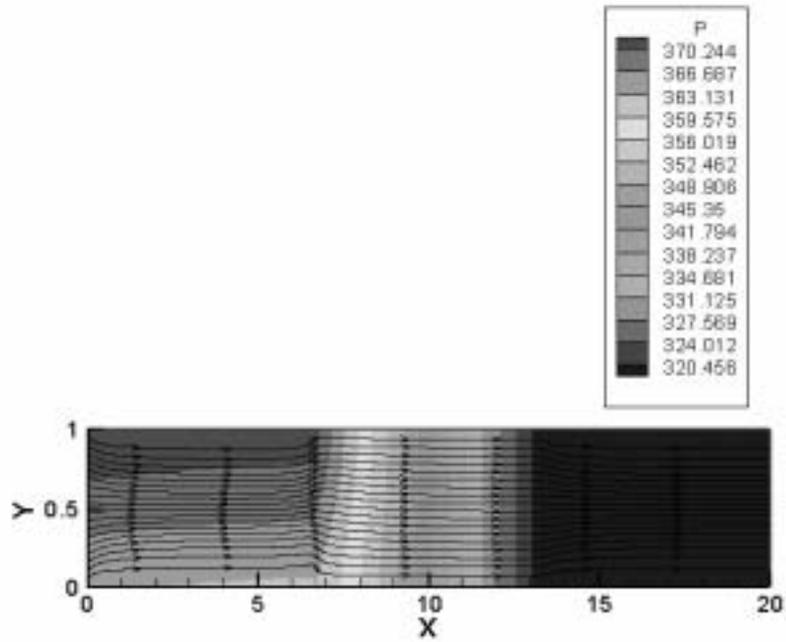


Figure 4.33 : Ecoulement d'un fluide dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

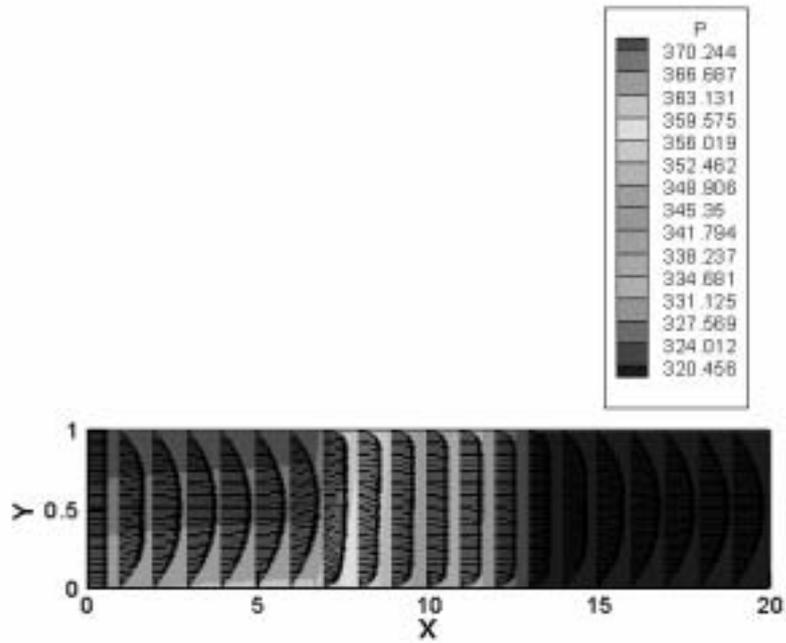


Figure 4.34 : Profile de vitesse de l'écoulement dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

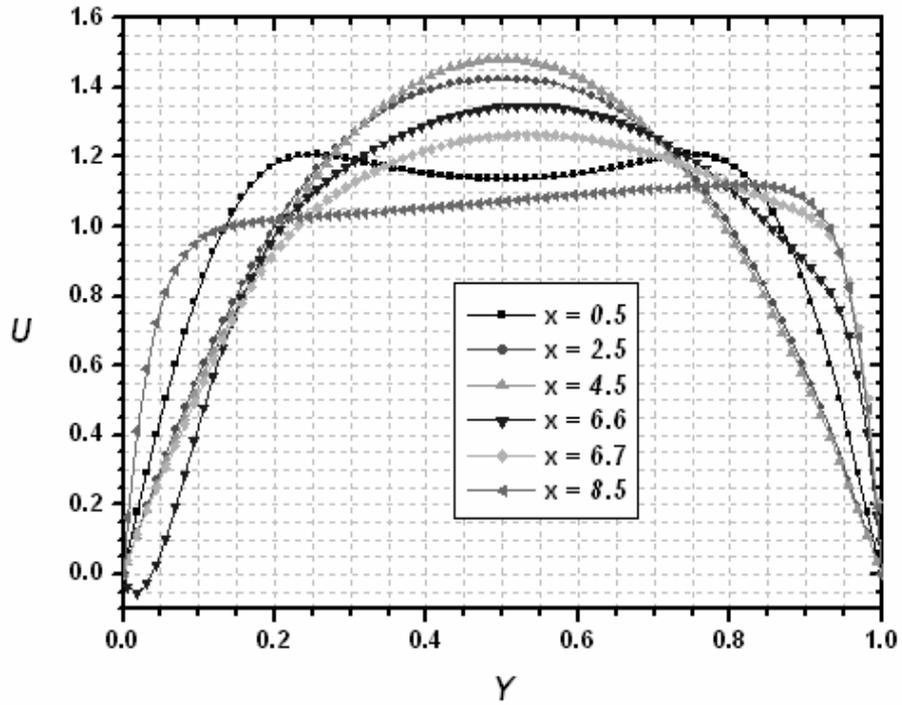


Figure 4.35.1 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

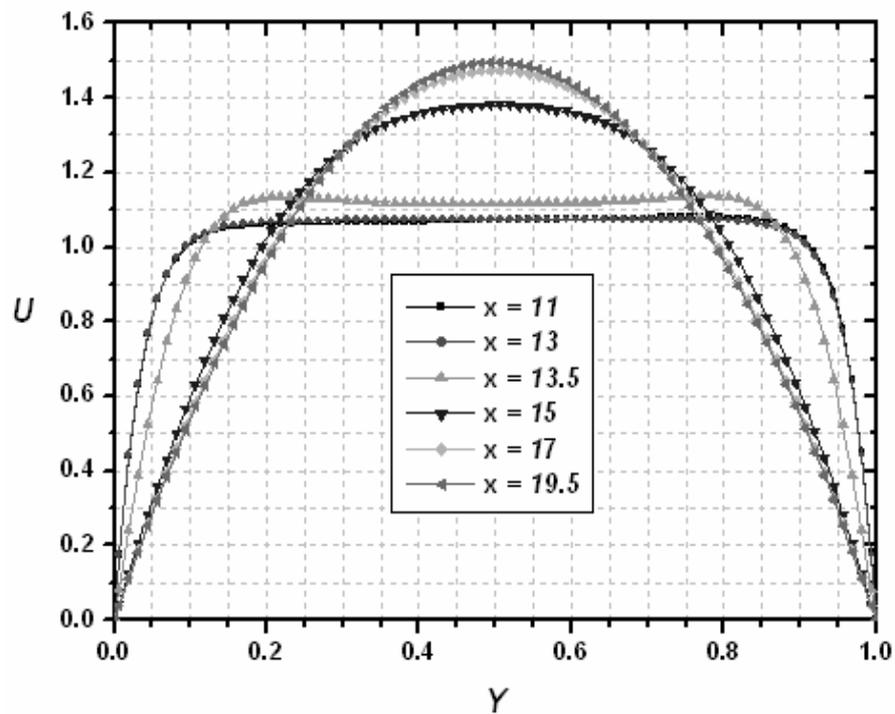


Figure 4.35.2 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

4.2.3.2.2. Champ thermique

Le champ thermique et la variation de la température moyenne dans le canal est la même du cas de la convection forcée ou du cas de la convection mixte étudiés précédemment.

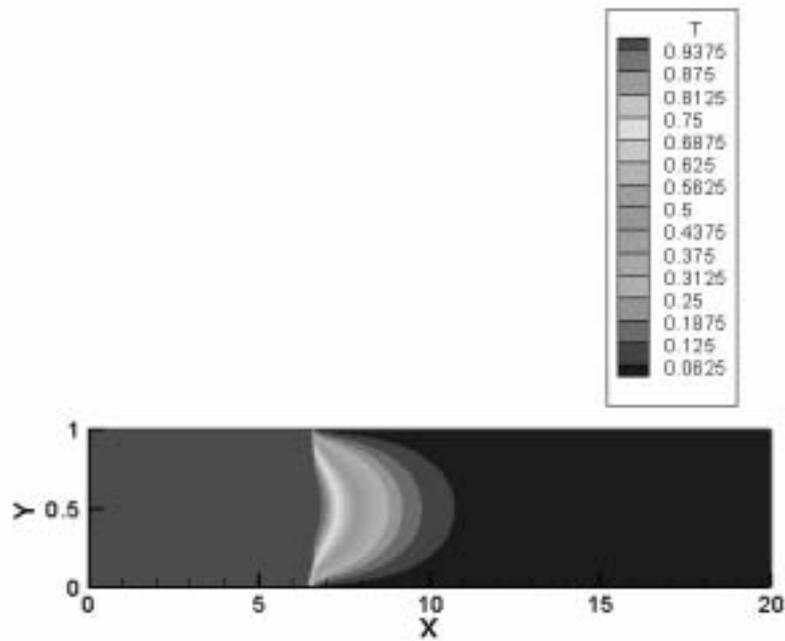


Figure 4.36 : Distribution spatiale de la température dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

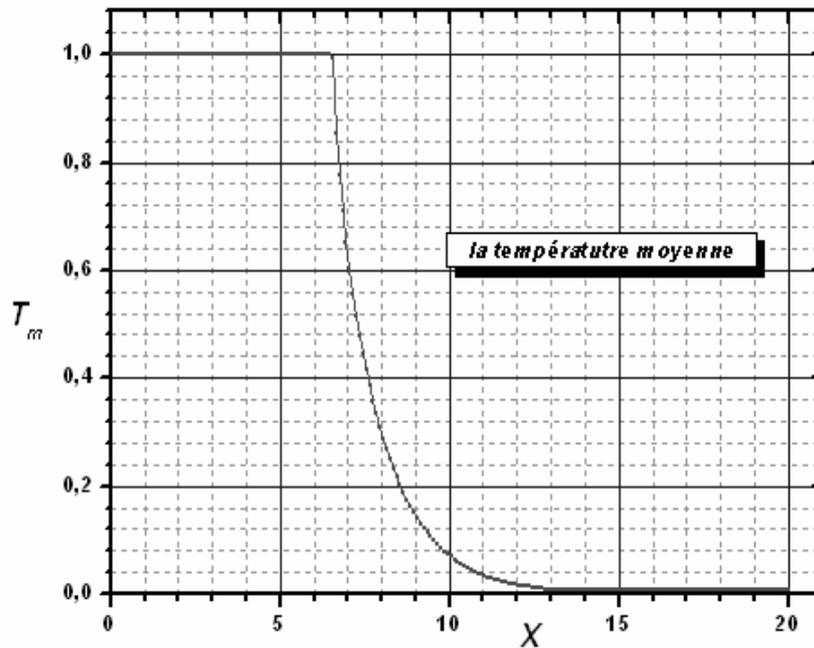


Figure 4.37 : Variation axiale de la température moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

Sur la figure (4.38), on rapporte la variation axiale du nombre de Nusselt, la valeur maximale de ce nombre à la paroi inférieure 77.32 est inférieure à celle de la paroi supérieure 109.31, face à la valeur 96.38 de la convection forcée. La vitesse augmente près de la paroi supérieure ce qui augmente le nombre de Nusselt, et tout à fait le contraire pour la paroi inférieure. De la même figure, la différence qui existe entre les valeurs de Nusselt pour les cas de la convection forcée et de la convection mixte ($Gr_T = 10^4$ et $Gr_T = 10^5$) est due à la différence d'effets de la poussée thermique.

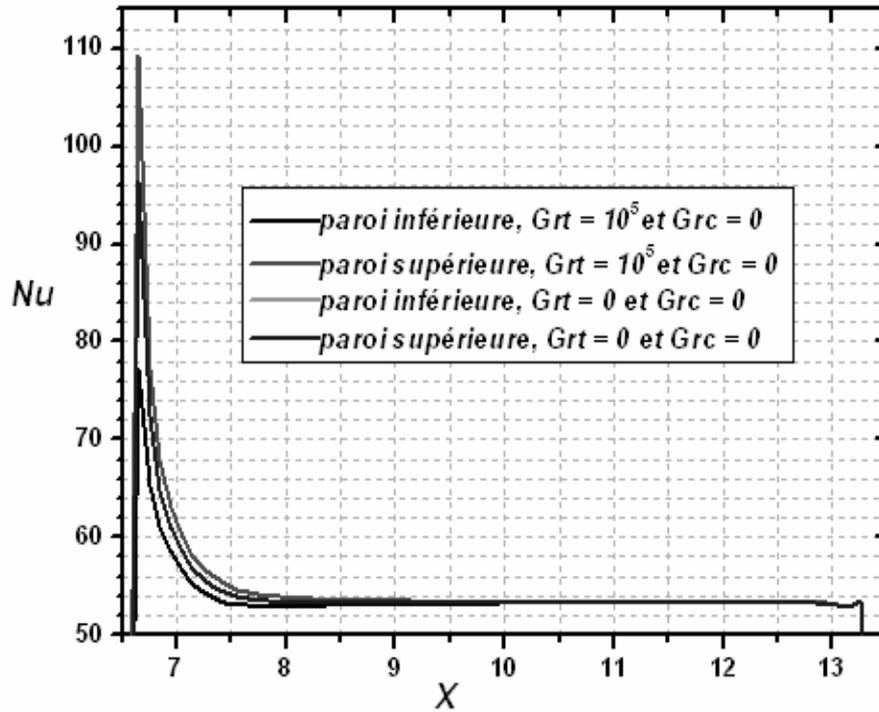


Figure 4.38 : Comparaison de la variation du nombre de Nusselt dans le canal partiellement poreux entre $Gr_t = 0$ et $Gr_t = 10^5$

4.2.3.2.3. Champ de concentration

Les figures (4.39) et (4.40) illustrent la symétrie du champ de concentration et de variation de la concentration moyenne dans le canal, qu'ils ne subissent aucune différence avec le cas de la convection forcée et les cas de la convection mixte étudiés au précédent.

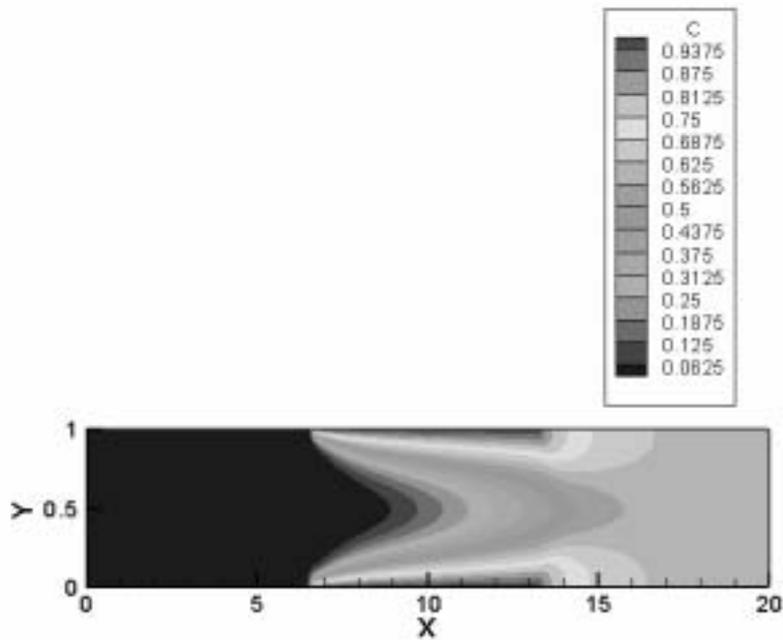


Figure 4.39 : Distribution spatiale de la concentration dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

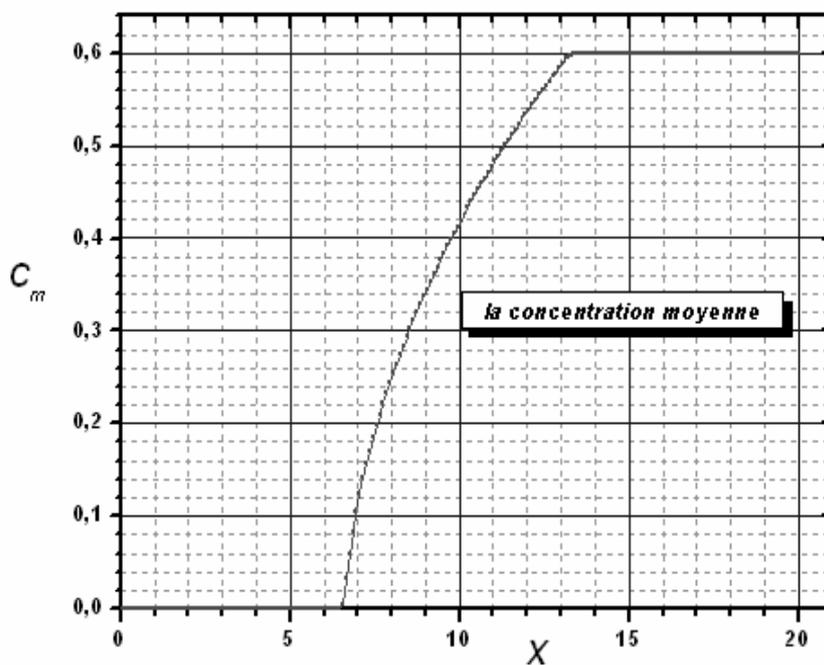


Figure 4.40 : Variation axiale de la concentration moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_T = 10^5$

Le même raisonnement au nombre de Sherwood, la figure (4.41) montre qu'il varie de la même façon que dans les cas précédents, la valeur de la paroi supérieure 38.25 est supérieure à celle de la paroi inférieure 25.12 et celle de la convection forcée 33.19. La variation asymétrique de vitesse près des parois cause une variation asymétrique des nombres de Sherwood des deux parois du canal.

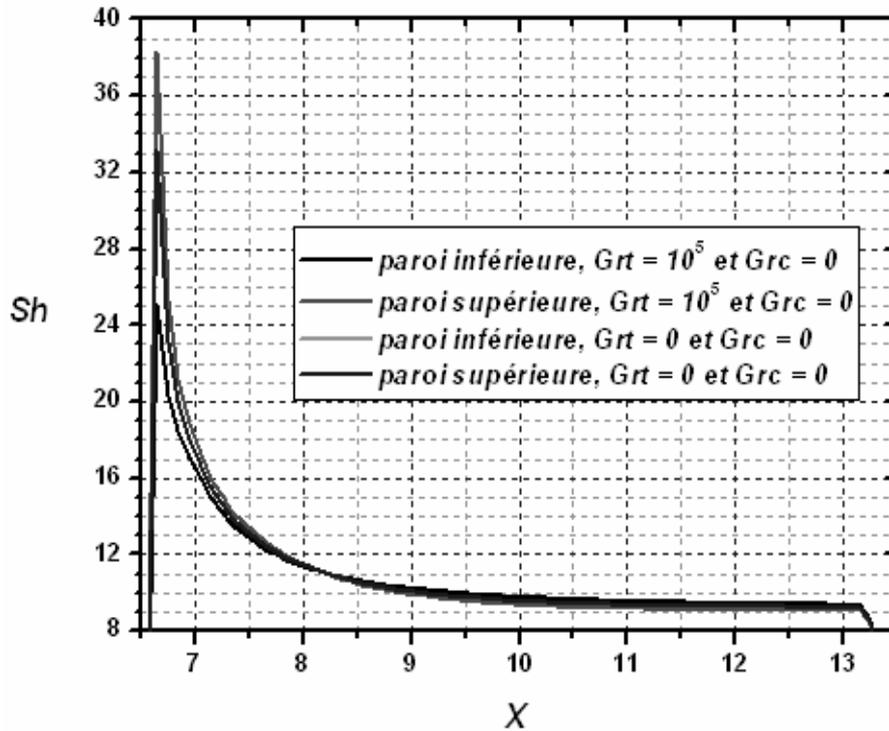


Figure 4.41 : Comparaison de la variation du nombre de Sherwood dans le canal partiellement poreux entre $Gr_t = 0$ et $Gr_t = 10^5$

4.2.3.3. Cas de $Gr_T = 0$ et $Gr_C = 10^4$

4.2.3.3.1. Champ d'écoulement

Dans ce cas, les figures (4.42), (4.43) montrent que le champ de vitesse est très proche de celui de la convection forcée.

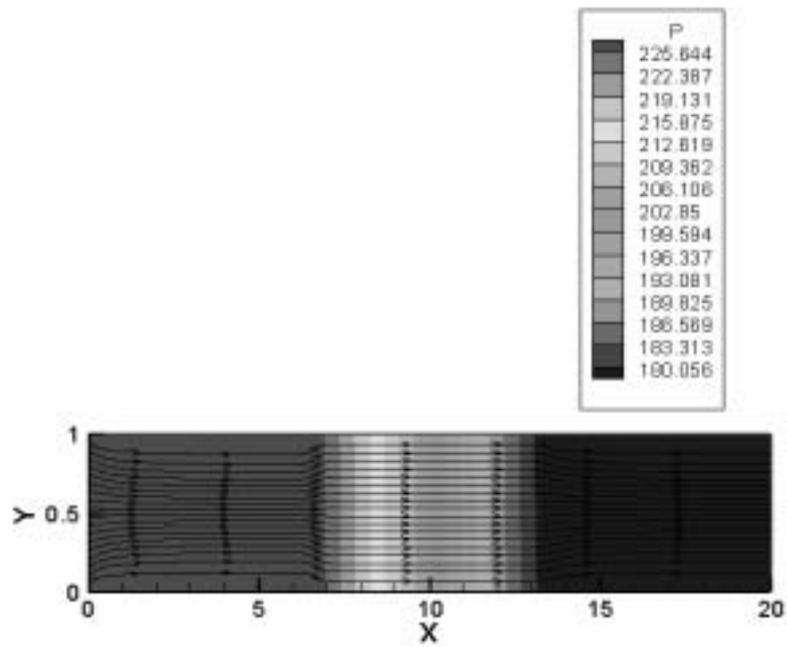


Figure 4.42 : Ecoulement dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c=10^4$

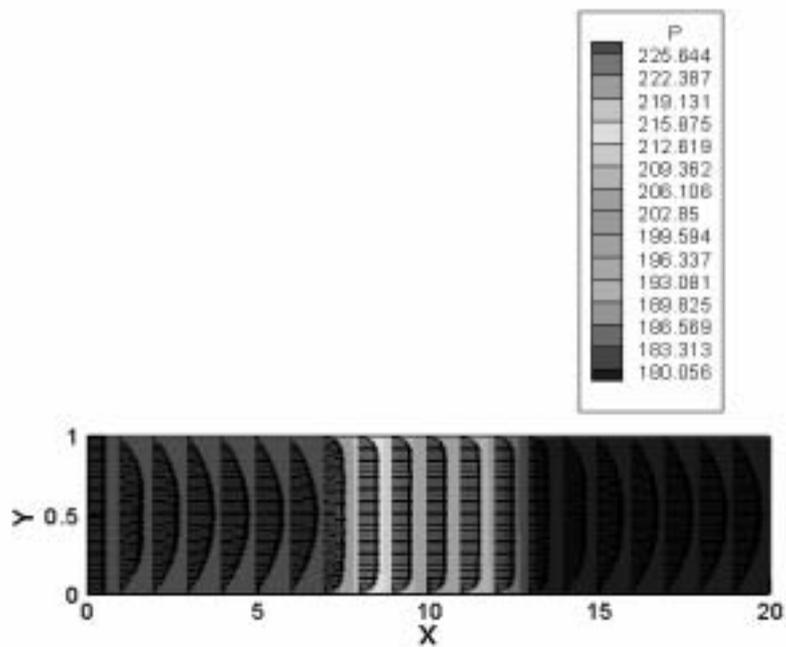


Figure 4.43 : Champ de vitesse de l'écoulement avec $Gr_c=10^4$

4.2.3.3.2. Champ thermique

Les figures (4.44), (4.45) et (4.46) montrent que la distribution de la température et le transfert thermique sont très proches des résultats de la convection forcée.

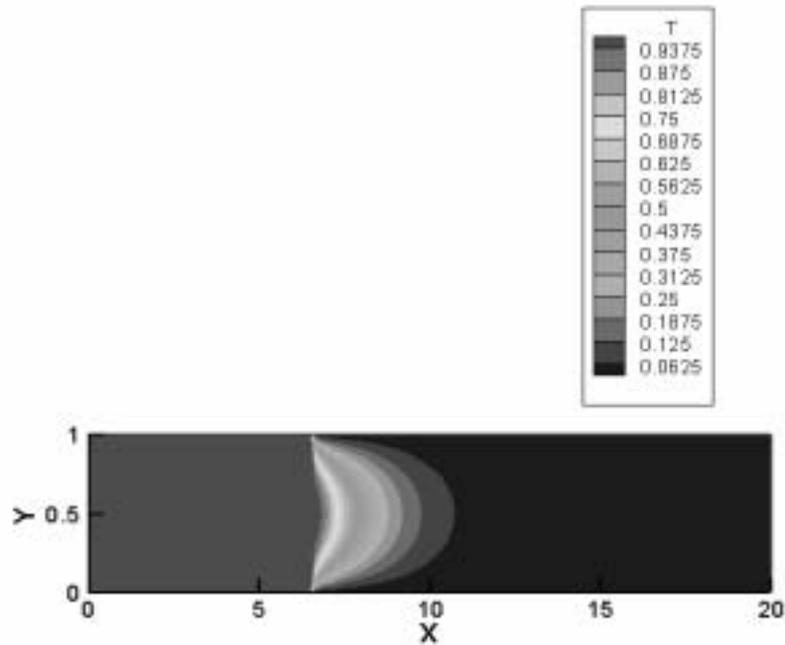


Figure 4.44 : Distribution spatiale de la température dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^4$

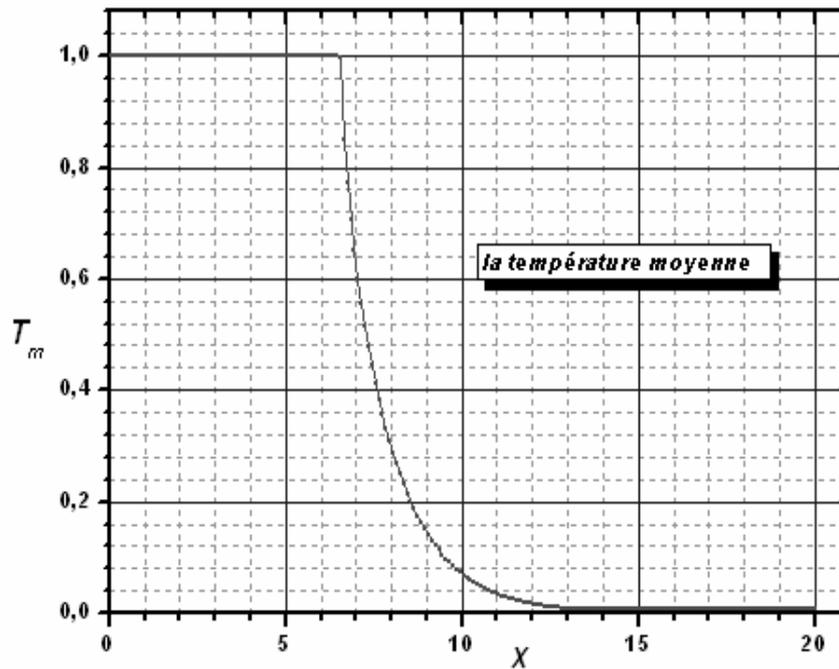


Figure 4.45 : Variation axiale de la température moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^4$

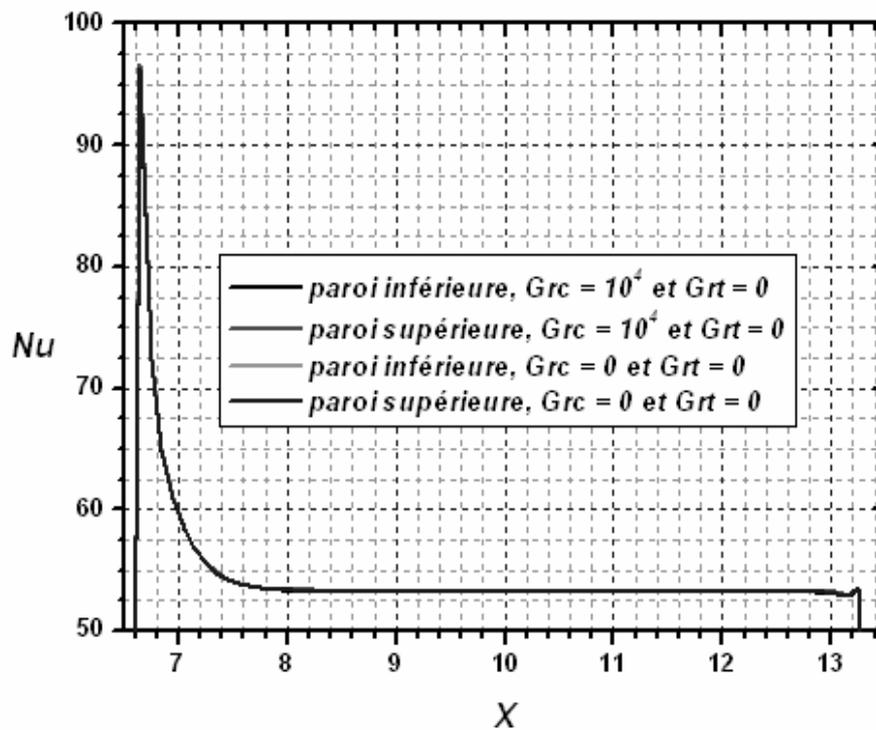


Figure 4.46 : Comparaison de la variation du nombre de Nusselt dans le canal partiellement poreux entre $Gr_c = 0$ et $Gr_c = 10^4$

4.2.3.3.3. Champ de concentration

Les figures (4.47), (4.48) et (4.49), montrent que la distribution spatiale de concentration et le transfert de matière sont très proches des résultats de la convection forcée.

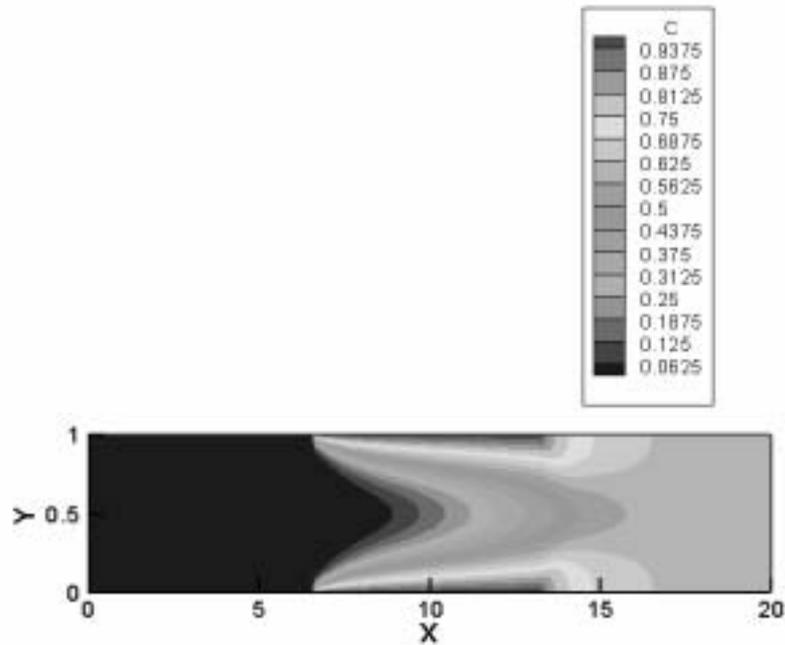


Figure 4.47 : Distribution spatiale de la concentration dans le canal partiellement poreux avec $Gr_C = 10^4$

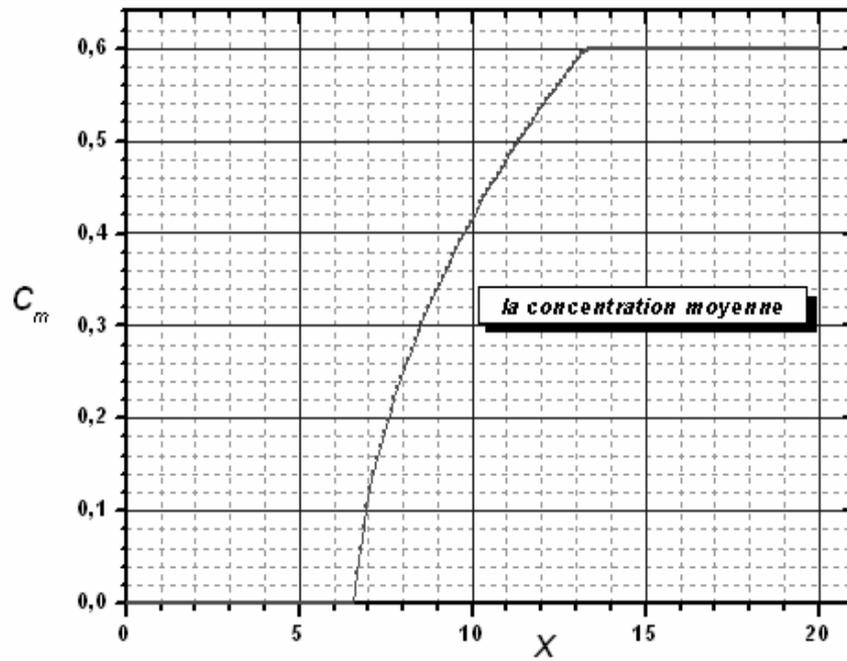


Figure 4.48 : Variation axiale de la concentration moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^4$

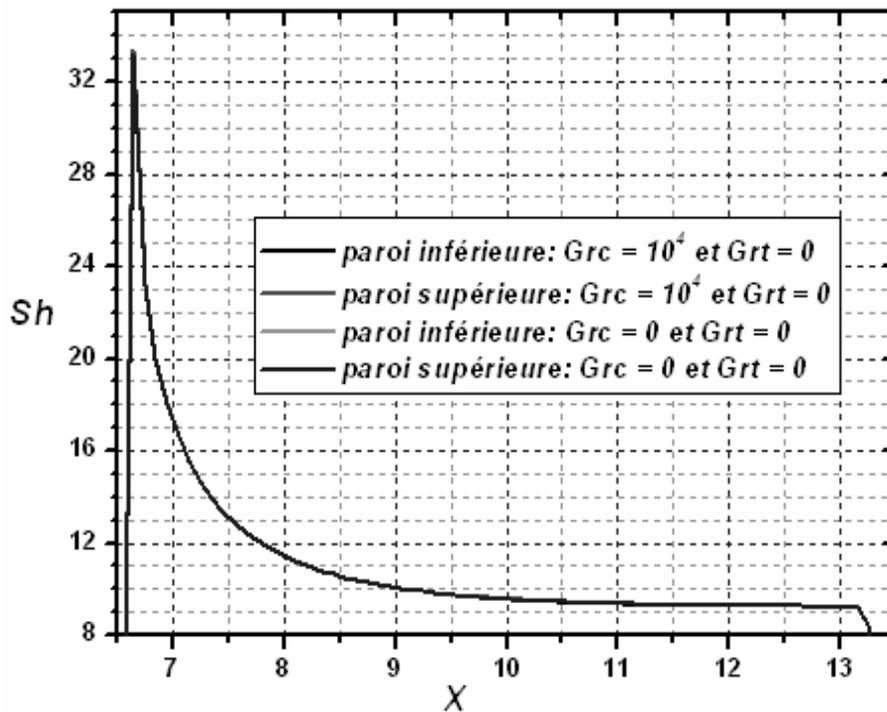


Figure 4.49 : Comparaison de la variation du nombre de Sherwood dans le canal partiellement poreux entre $Gr_c = 0$ et $Gr_c = 10^4$

4.2.3.4. Cas de $Gr_t = 0$ et $Gr_c = 10^5$

4.2.3.4.1. Champ d'écoulement

Lorsqu'on augmente Gr_c à 10^5 , l'effet de la convection mixte devient plus apparent. Mais il est moins intense que celui du cas Gr_t à 10^5 . On remarque des figures (4.52.1) et (4.52.2) que l'effet de la convection mixte, représenté par l'asymétrie du profil vertical de la vitesse horizontale, commence dans la zone de transfert et continue jusqu'à l'approche de la sortie du canal. Cette présence de la convection mixte est due à la variation de la concentration dans la région citée. La pression subit une chute axiale comparable à celle de la convection forcée. La pression subit une faible diminution verticale à partir de la zone de transfert.

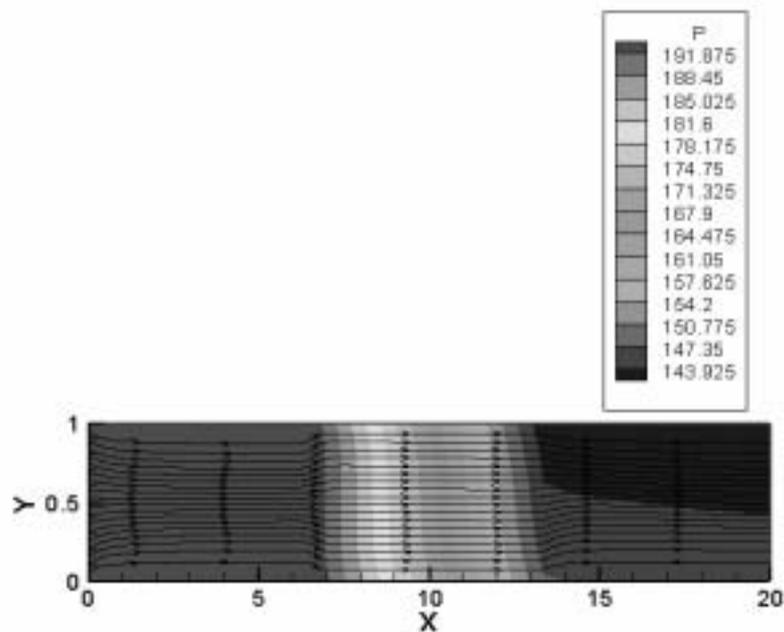


Figure 4.50 : Écoulement d'un fluide dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^5$

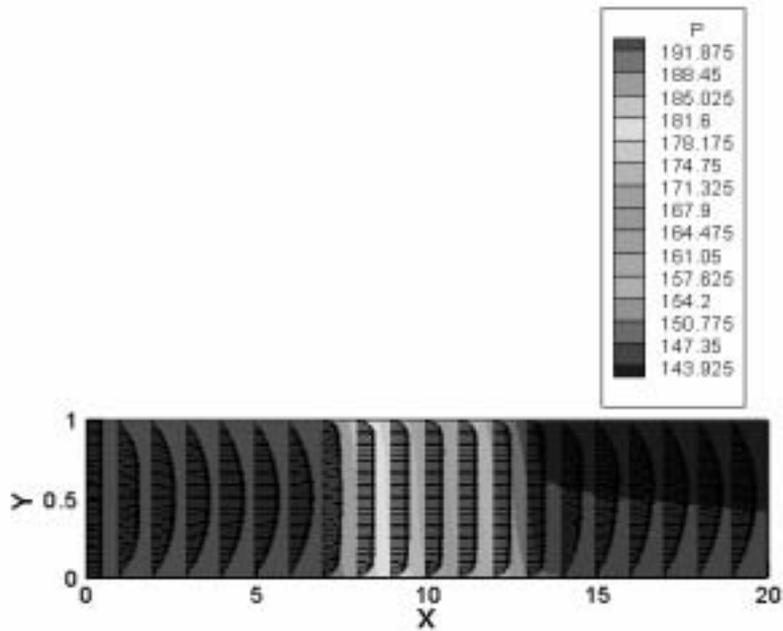


Figure 4.51 : profile des vitesses d'écoulement dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^5$

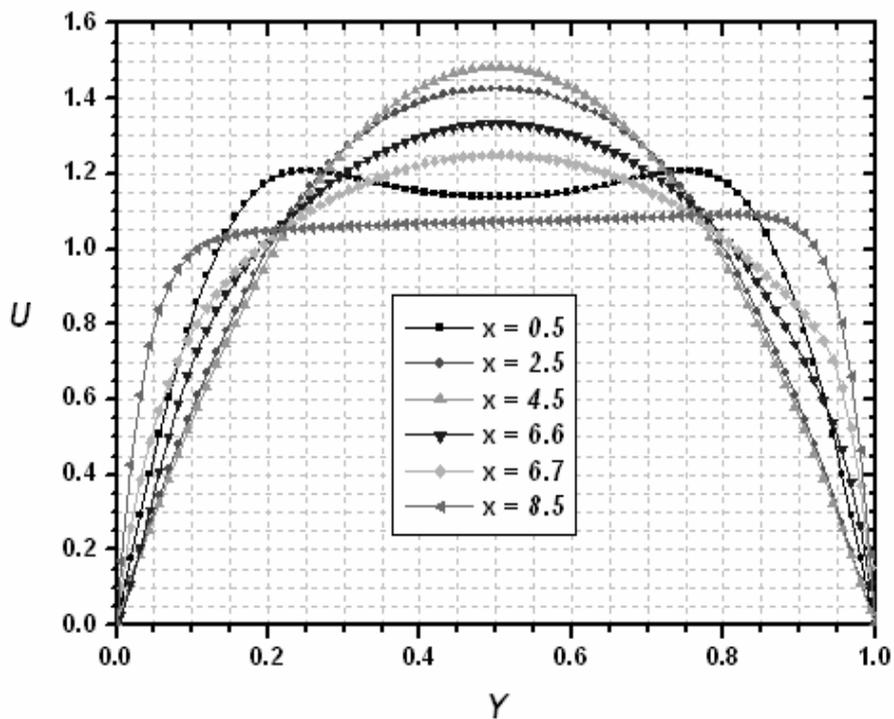


Figure 4.52.1 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisis.

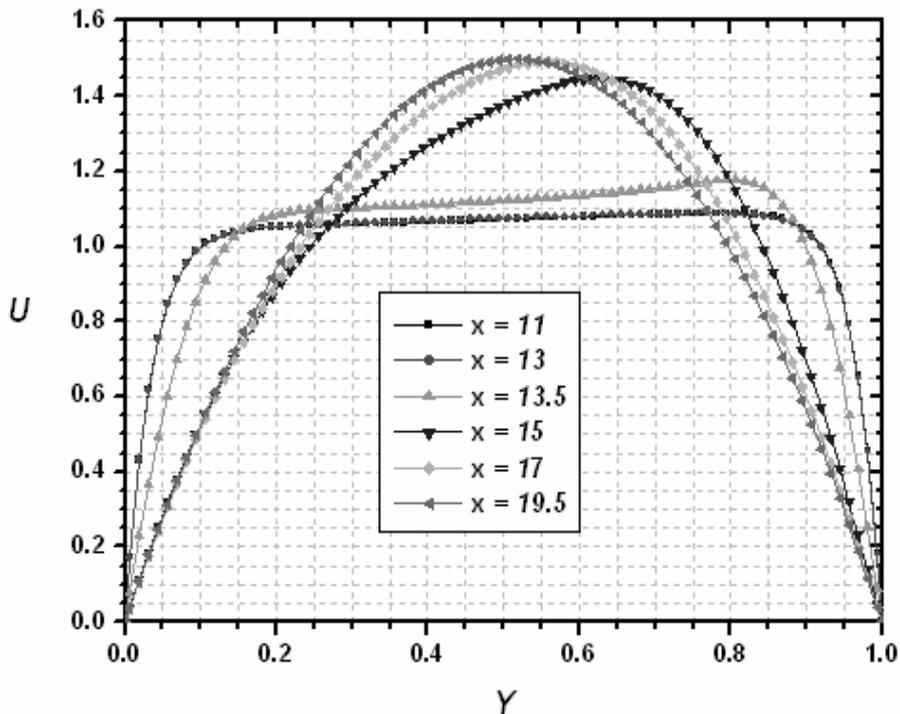


Figure 4.52.2 : Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

4.2.3.4.2. Champ thermique

Le champ thermique présenté dans la figure (4.53) est qualitativement très proche de celui de la convection forcée. La température moyenne de la figure (4.54) a la même allure que celle de la convection forcée. La différence entre les températures des convections forcée et mixte n'est pas graphiquement visible à cause de sa faiblesse. Cependant, la différence entre les transferts thermiques des convections, forcée et mixte, est mieux illustrée par la comparaison des distributions axiales des nombres de Nusselt des deux parois du canal. Dans la figure (4.55), on voit que tout au long de la zone de transfert, la valeur asymptotique du nombre de Nusselt de la paroi supérieure est légèrement supérieur à celle de la paroi inférieure (la différence est de 0.015%). Cette différence est expliquée par l'asymétrie du profil vertical de la vitesse axiale : la vitesse est légèrement plus grande près de la paroi supérieure ; et donc à cet endroit le brassage axial est relativement plus grand. De la figure (4.55), le nombre de Nusselt de la convection forcée est légèrement supérieur à celui de la paroi inférieure et légèrement inférieur à celui de la paroi supérieure du cas de la convection mixte.

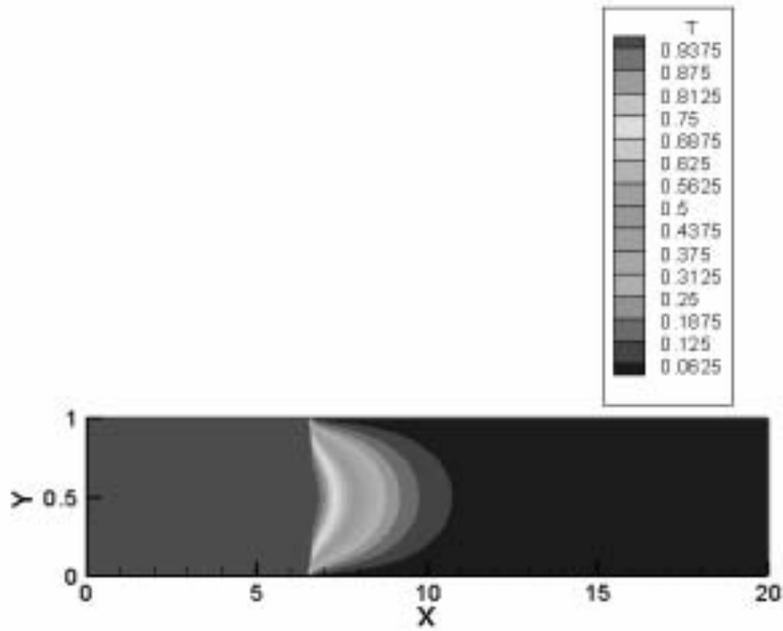


Figure 4.53 : Distribution spatiale de la température dans le canal partiellement poreux avec $Gr_C = 10^5$

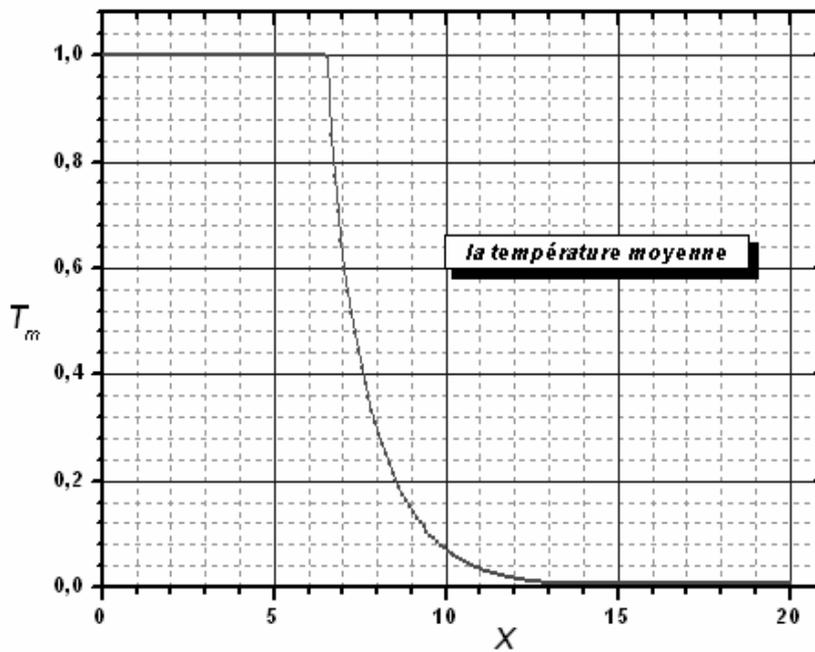


Figure 4.54 : Variation axiale de la température moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_C = 10^5$

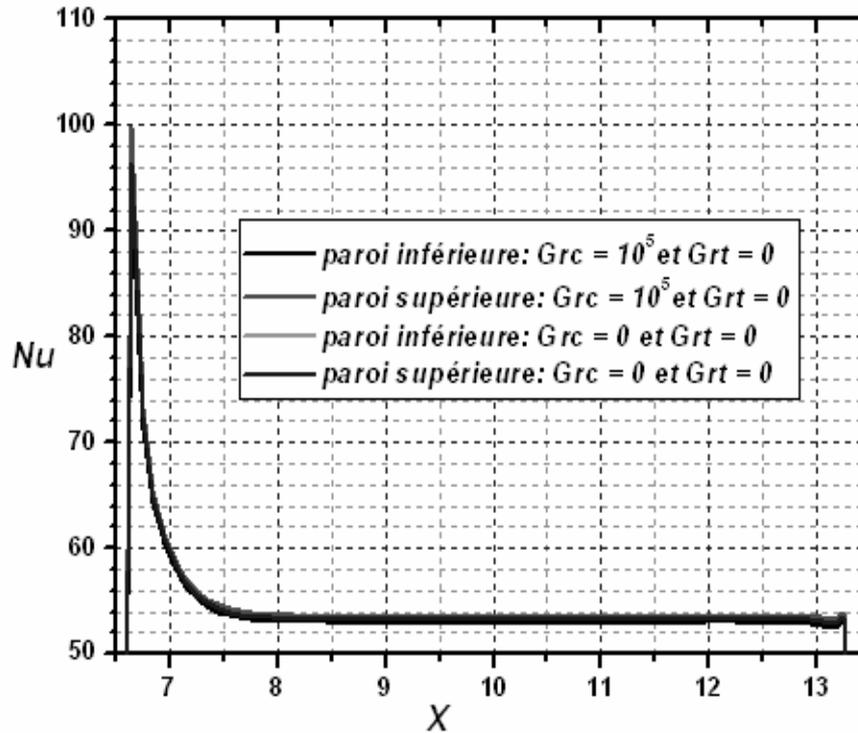


Figure 4.55 : Comparaison de la variation du nombre de Nusselt entre $Gr_c = 0$ et $Gr_c = 10^5$

4.2.3.4.3. Champ de concentration

La distribution spatiale de concentration, dans la figure (4.56), ne subit qu'une petite perturbation par rapport à celle de la convection forcée : la différence entre les deux distributions ne peut pas être graphiquement clairement représentée. La concentration moyenne de la figure (4.57) est très proche de celle du cas de la convection forcée.

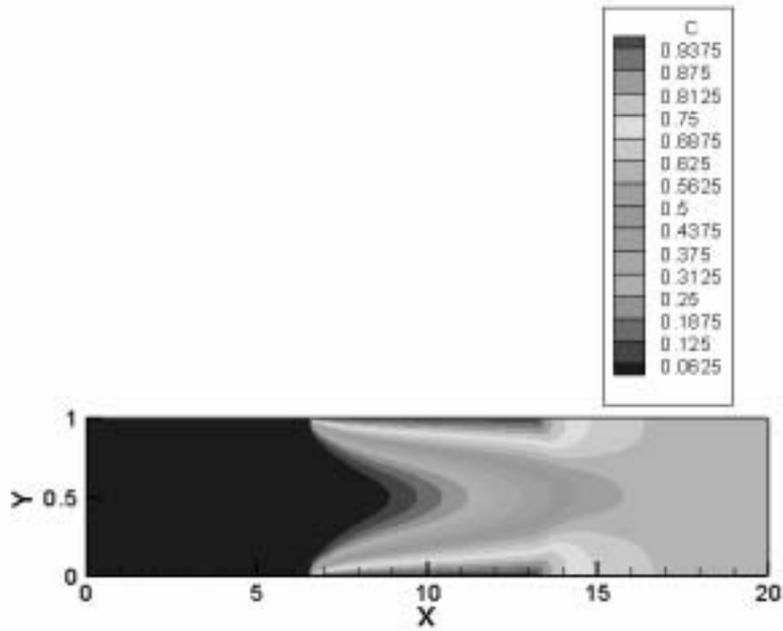


Figure 4.56 : Distribution spatiale de la concentration dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^5$

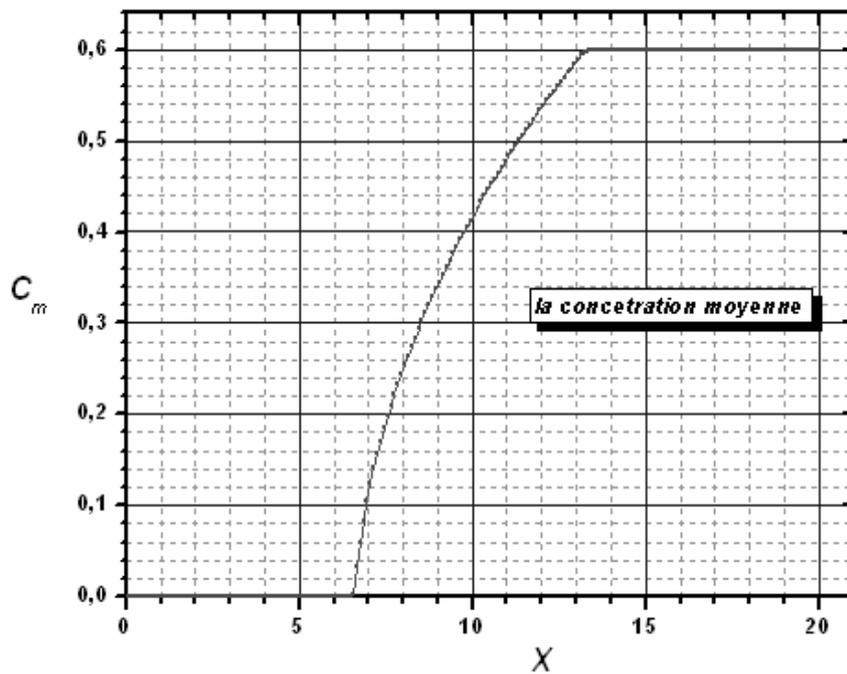


Figure 4.57 : Variation axiale de la concentration moyenne dans le canal partiellement poreux avec $Gr_c = 10^5$

La distribution axiale des nombres de Sherwood des parois, supérieure et inférieure, est présentée dans la figure (4.58). On ne distingue qu'une faible différence entre les deux nombres de Sherwood. Celui de la paroi supérieure est faiblement supérieur à celui de la paroi inférieure. Le nombre de Sherwood de la convection forcée est entre les nombres de Sherwood des parois, du cas de la convection mixte.

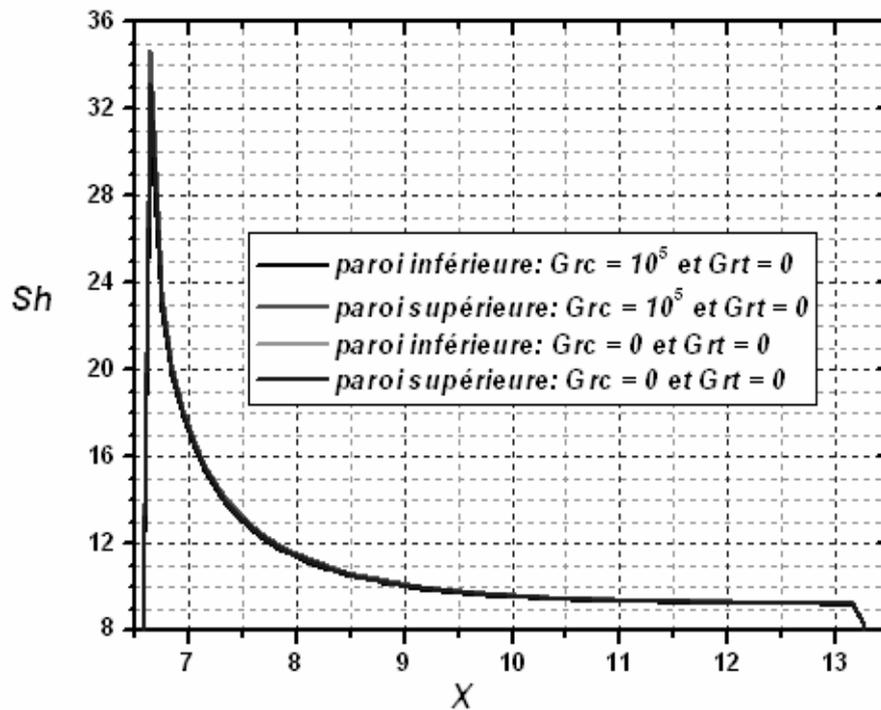


Figure 4.58 : Comparaison de la variation du nombre de Nusselt entre $Gr_c = 0$ et $Gr_c = 10^5$

4.2.4. Comparaison entre la convection forcée et mixte

Dans le tableau 4.1 on présente les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens des cas

étudiés. Le nombre de Nusselt moyen est défini par : $Nu_{moy} = \frac{1}{6.63} \int_{6.67}^{13.33} Nu(x) dx$ et le

nombre de Sherwood moyen est défini par : $Sh_{moy} = \frac{1}{6.63} \int_{6.67}^{13.33} Sh(x) dx$

On constate, en général, qu'il n'existe pas une considérable différence entre les transferts, thermique et de matière, de la convection forcée et mixte. Cette constatation se limite bien sûr aux cas avec des nombres de Grashof ne dépassant pas 10^5 .

		Nu moyen	Sh moyen
$Gr_t = 0, Gr_c = 0$	paroi inférieure	54.724770	11.064010
	paroi supérieure	54.724770	11.064010
$Gr_t = 10^4, Gr_c = 0$	paroi inférieure	54.660680	11.056110
	paroi supérieure	54.787510	11.070790
$Gr_t = 10^5, Gr_c = 0$	paroi inférieure	54.018020	10.943940
	paroi supérieure	55.269150	11.125320
$Gr_t = 0, Gr_c = 10^4$	paroi inférieure	54.687270	11.055160
	paroi supérieure	54.762000	11.072690
$Gr_t = 0, Gr_c = 10^5$	paroi inférieure	54.341980	10.970400
	paroi supérieure	55.089810	11.148620

Tableau 4.1 : Nombres de Nusselt et de Sherwood moyens

Conclusion

La simulation numérique du transfert de chaleur et de matière dans un canal partiellement rempli d'une matière poreuse est l'objectif principal de notre étude. Pour cela, on a considéré un écoulement d'air, avec une certaine concentration de vapeur d'eau, dans un canal horizontal plan divisé en trois parties égales. Le premier et le troisième tiers du canal contiennent de l'air alors que le deuxième tiers contient de l'air en écoulement à travers une matière poreuse saturée. Les parois du premier et troisième tiers sont considérées adiabatiques et imperméables mais la paroi du deuxième tiers est maintenue à une température et une concentration constantes. Le deuxième tiers est la zone de transfert. A l'entrée du canal, l'écoulement est à une température supérieure à celle de la paroi de la zone de transfert et à une concentration (nulle) inférieure à celle de la paroi de la zone de transfert. Ce problème bidimensionnel est modélisé par les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la matière. Elles sont résolues par la méthode des volumes finis, avec une discrétisation spatiotemporelle du second ordre. Le schéma d'Adam-Bashforth est utilisé pour la discrétisation des termes convectifs et non linéaires et les termes de poussées thermiques et solutales. Le schéma des différences centrées d'ordre deux a été choisi pour la discrétisation des dérivées spatiales. Les termes diffusifs et de pression sont temporellement implicites. Tout système d'équations discrétisées est résolu par la méthode itérative de balayage, l'algorithme de Thomas (TDMA).

On commence notre étude par le cas de l'écoulement dans le canal sans milieu poreux pour bien déterminer après l'effet du milieu poreux sur les transferts de chaleur et de matière. L'écoulement développé est de Poiseuille, la pression chute axialement, la température subit un refroidissement axial et transversal progressif, la concentration évolue dans la zone de transfert, et les deux nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent axialement. Puis, on considère le canal partiellement rempli par une matière poreuse de conductivité thermique égale à 5.77 celle du fluide et une porosité 0.8 avec $Da = 10^{-2}$. On trouve que l'écoulement n'est plus de Poiseuille, il se développe axialement. On trouve une diminution de température plus rapide que celle du cas du canal sans milieu poreux. Une chute axiale continue de pression concentrée au deuxième tiers très supérieure à celle du premier cas, alors le placement du milieu poreux au passage de fluide produit une résistance à l'écoulement, sous forme d'une perte de pression. Une augmentation notable du

nombre de Nusselt. La concentration moyenne est un peu supérieure à celle du premier cas et aussi le nombre de Sherwood. Par conséquent, la chute de pression supplémentaire est le prix qui doit être payé en échange pour le gain d'augmentation considérable du transfert thermique.

Pour comparer la convection forcée et mixte, on a étudié quatre cas et on trouve qu'avec $Gr_t = 10^4$ et $Gr_c = 10^4$, la différence qui existe entre ces deux cas et le cas de la convection forcée est négligeable. Pour $Gr_t = 10^5$ et $Gr_c = 10^5$, le profil de vitesse diffère de celui de la convection forcée, et les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood des deux parois sont un peu différentes de ceux de la convection forcée.

Comme perspectives, on peut faire des études spécifiques avec des couches poreuses non homogènes et anisotropes, avec des propriétés thermophysiques variables, à un équilibre thermique non local, avec la dispersion thermique et l'inclusion des effets de Soret et Dufour.

Références

1. Serge Bories, Marc Prat, Transferts de chaleur dans les milieux poreux, Techniques de l'ingénieur, traité Génie énergétique, B8 250, pp.1-32, 2005.
2. Charles Danquigny, Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène, Thèse doctorat de l'université de Louis Pasteur de Strasbourg, 2003.
3. Maxime Nicolas, Ecoulements dans les milieux poreux, Thèse doctorat de l'université de Provence, Marseille, 2003.
4. Alexandre Delache, Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux : comparaison avec l'expérience, Thèse doctorat de l'université des Sciences et Technologie de Lille, 2005.
5. D.A. Nield, A. Bejan, Convection in porous media, 2nd ed, Springer-Verlag, New York, 1999.
6. M. H. Rahimian, A. Pourshaghaghay, Direct simulation of forced convection flow in a parallel plate channel filled with porous media, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, No. 6, pp. 867-878, 2002.
7. W. M. Massey, Jr., J. E. Sunderland, Heat and mass transfer in semi-porous channels with application to freeze-drying, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, No.3, pp.493-502, March 1972.
8. M. Kaviany, Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates, *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 28, No. 4, pp. 851-858, April 1985.
9. F. C. Chou, W. Y. Lien, S. H. Lin, **Analysis and experiment of non-Darcian convection in horizontal square packed-sphere channels-1. Forced convection.** *Int. J. Heat Mass Transfer* 35, No.1, pp. 195-205, 1992.
10. F. C. Chou, C. J. Cheng, W. Y. Lien, **Analysis and experiment of non-Darcian convection in horizontal square packed-sphere channels- II. Mixed convection,** *Int. J. Heat Mass Transfer* 35, No. 5, pp. 1197-1207, 1992.
11. G. Degan, S. Zohoun, P. Vasseur, Forced convection in horizontal porous channels with hydrodynamic anisotropy, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45, pp. 3181–3188, 2002.
12. D.A. Nield, A.V. Kuznetsov, Ming Xiong, Effect of local thermal non-equilibrium on thermally developing forced convection in a porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45, pp. 4949–4955, 2002.

13. D.A. Nield, A.V. Kuznetsov, Ming Xiong, Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel with walls at uniform temperature, with axial conduction and viscous dissipation effects, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, pp.643–651, 2003.
14. D.A. Nield, A.V. Kuznetsov, Thermally developing forced convection in a channel occupied by a porous medium saturated by a non-Newtonian fluid, *Int. J. Heat Mass Transfer* 48, pp.1214–1218, 2005.
15. D. Y. Lee, J. S. Jin, B. H. Kang, Momentum boundary layer and its influence on the convective heat transfer in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45, pp. 229-233, 2002.
16. Pei-Xue Jiang, Meng Li, Yong-Chang Ma, Ze-Pei Ren, Boundary conditions and wall effect for forced convection heat transfer in sintered porous plate channels, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47, pp. 2073–2083, 2004.
17. Pei-Xue Jiang, Meng Li, Tian-Jian Lu, Lei Yu, Ze-Pei Ren, Experimental research on convection heat transfer in sintered porous plate channels, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47, pp. 2085–2096, 2004.
18. Pei-Xue Jiang, Guang-Shu Si, Meng Li, Ze-Pei Ren, Experimental and numerical investigation of forced convection heat transfer of air in non-sintered porous media, *Experimental Thermal and Fluid Science* 28, pp. 545–555, 2004.
19. Sheng-Chung Tzeng, Tzer-Ming Jeng, Yen-Chan Wang, Experimental study of forced convection in asymmetrically heated sintered porous channels with / without periodic baffles, *Int. J. Heat Mass Transfer* 49, pp.78-88, 2006.
20. H. Hadim, M. North, Forced convection in a sintered porous channel with inlet and outlet slots, *Int. J. Thermal Sciences* 44, pp. 33–42, 2005.
21. S. C. Tzeng, Y. C. Wang, W. J. Jwo, Study of mixed convective heat transfer in a sintered porous channel, *Heat Transfer-Asian Research*, Vol.34, No.2, pp.64 – 77, 2005.
22. Pei-Xue Jiang, Zhan Wang, Ze-Pei Ren, Bu-Xuan Wang, Experimental research of fluid flow and convection heat transfer in plate channels filled with glass or metallic particles, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.20, Issue.1, pp.45-54, 1999.
23. G. Hetsroni, M. Gurevich, R. Rozenblit, Sintered porous medium heat sink for cooling of high-power mini-devices, *Int. J. Heat Fluid Flow* 27, pp.259–266, 2007.

24. Pai-Yu Chang, Sheau-Wen Shiah, Ming-Nan Fu, Mixed convection in a horizontal square packed-sphere channel under axially uniform heating peripherally uniform wall temperature, *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, Taylor & Francis 45, No.8, pp.791 – 809, 2004.
25. Tzer-Ming Jeng, Sheng-Chung Tzeng, Numerical study of confined slot jet impinging on porous metallic foam heat sink, *Int. J. Heat Mass Transfer* 48, pp. 4685–4694, 2005.
26. Sheng-Chung Tzeng, Tzer-Ming Jeng, Convective heat transfer in porous channels with 90-deg turned flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 49, pp.1452–1461, 2006.
27. Tzer-Ming Jeng, Sheng-Chung Tzeng, Ying-Huei Hung, An analytical study of local thermal equilibrium in porous heat sinks using fin theory, *Int. J. Heat Mass Transfer* 49, pp.1907–1914, 2006.
28. Shohel Mahmud, Roydon Andrew Fraser, Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation, *Int. J. Thermal Sciences* 44, pp.21–32, 2005.
29. Hyung Jin Sung, SeoYoung Kim, Jae Min Hyun, Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium, *Int. J. Heat Fluid Flow* Vol.16, No.6, pp. 527-535, 1995.
30. M. H. Rahimian, A. Pourshaghagh, Direct simulation of forced convection flow in a parallel plate channel filled with porous media, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.29, No.6, pp.867-878, 2002.
31. Tien-Chien Jen, T.Z. Yan, Developing fluid flow and heat transfer in a channel partially filled with porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer* 48, pp.3995–4009, 2005.
32. Samia Jaballah, Rachid Bennacer, Habib Sammouda, Ali Belghith, Simulation of mixed convection in a channel partially filled with porous media, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, *Int. J.* 6, No. 6, pp. 335 – 341, 2006.
33. Timothy Barth, Mario Ohlberger, Finite volume methods: foundation and analysis, *Encyclopedia of Computational Mechanics*, pp.1-57, 2004.
34. Suhas.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1980.

تلخيص

هذه الدراسة تتعلق بتصوير رقمي للإنتقال الحراري و المادي داخل قناة مملوءة جزئياً بمادة نافذة مشبعة بالهواء و بعض التركيز من بخار الماء. القناة الأفقية مجزأة إلى ثلاثة أجزاء متساوية، الأول و الثالث يحتويان على جريان هواء في حين أن الجزء الثاني يحتوي على جريان هواء عبر المادة النافذة. جداري الثلث الأول و الأخير كظومين وغير نافذين, لكن جداري الجزء الثاني موضوعين في درجة حرارة ثابتة أقل من درجة حرارة الجريان عند المدخل و في تركيز ثابت أكبر من تركيز الجريان عند المدخل. نستعمل طريقة الحجوم المنتهية دقتها من الدرجة الثانية بالنسبة للفضاء و الزمن, لحل معادلات الإستمرارية, انحفاظ كمية الحركة, انحفاظ الطاقة و انحفاظ المادة. وجود الوسط النافذ يزيد بصفة معتبرة الإنتقال الحراري و بصفة ضئيلة الإنتقال المادي. من أجل عدد قراشوف يساوي ⁴10, نتائج الحمل الحراري المزدوج شبيهة بنتائج الحمل الحراري الإضطرابي. بينما رفع هذا العدد إلى ⁵10 يؤدي إلى فوارق صغيرة بين نتائج الحمل الحراري المزدوج والإضطرابي.

كلمات الدلالة : وسط نافذ, قناة أفقية, الإنتقال الحراري و المادي, نموذج Brinkman-Forchheimer-Darcy.

الحمل المزدوج, الحجوم المنتهية.

Abstract

This study concerns a numerical simulation of the heat and mass transfer in a horizontal plane channel partially filled with a porous material, which is saturated with an air-water vapor mixture. The channel space is divided into three equal parts; the first and the third ones contain the air flow, whereas the second one contains the air flow across the porous material. The walls of the first and third parts are considered adiabatic and impermeable, but those of the second part are maintained at a constant temperature that is lower than that of the flow at the channel entrance, and a constant concentration that is higher than that of the flow at the channel entrance. A finite volume numerical method with a second order accurate discretization is used for the solution of the conservation equations of mass, momenta, energy and the concentration. The presence of the porous medium increases considerably the heat transfer and slightly the mass transfer. For Grashof numbers equal to 10^4 , the mixed convection results are similar to those of the forced convection. However, the increase of the Grashof numbers to 10^5 , led to small differences between the forced and mixed convection results.

Key words: Porous medium, horizontal Channel, heat and mass transfer, Model of Darcy-Forchheimer-Brinkman, mixed Convection, finite volumes.

Résumé

Cette étude concerne une simulation numérique du transfert de chaleur et de matière dans un canal partiellement rempli d'une matière poreuse saturé de l'air et d'une certaine concentration de la vapeur d'eau. Le canal horizontal est divisé en trois parties égales, la première et la troisième contiennent un écoulement d'air, alors que la deuxième contient de l'air en écoulement à travers la matière poreuse. Les parois du premier et troisième tiers sont considérées adiabatiques et imperméables, mais celles du deuxième sont maintenues à une température constante inférieure à celle de l'écoulement à l'entrée, et une concentration constante supérieure à celle de l'écoulement à l'entrée. La méthode numérique des volumes finis avec une discrétisation spatiotemporelle du second ordre, est utilisée pour la résolution des équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement, de l'énergie et de la matière. La présence du milieu poreux augmente considérablement le transfert thermique, et légèrement le transfert de matière. Pour des nombres de Grashof égaux à 10^4 , les résultats de la convection mixte sont similaires à ceux de la convection forcée. Cependant, l'augmentation des nombres de Grashof à 10^5 , conduit à des petites différences entre les résultats de la convection forcée et mixte.

Mots clés : Milieu poreux, Canal horizontal, Transfert thermique et de matière, Modèle Darcy-Forchheimer-Brinkman, Convection mixte, Volumes finis.