

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université MENTOURI de CONSTANTINE

Faculté des Sciences Exactes

Département de Physique

N° d'ordre :

Série :

MEMOIRE

PRESENTE POUR L' OBTENTION DU DIPLOME DE MAGISTER
EN PHYSIQUE

SPECIALITE PHYSIQUE ENERGETIQUE

OPTION PHOTOTHERMIQUE

THEME

CONTROLE DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE INCOMPRESSIBLE
BIDIMENSIONNELLE AUTOUR D'UN PROFIL

Par NAHOUI AZZEDINE

Soutenu le : / /

Devant le jury :

Présidente	A .	CHAKER	Professeur	Université	MENTOURI
Rapporteur	L .	BAHI	Professeur	Université	MENTOURI
Examineurs	M.	AFRID	Professeur	Université	MENTOURI
	N.	ATTAF	Maître de conférences	Université	MENTOURI

Dédicaces

Je dédie ce travail à l'âme de mon père Mahmoud.

Je dédie également ce travail à ma mère, source de tendresse et de soutien moral.

A ma petite famille, surtout à ma femme.

A mes enfants.

A mes chers frères et ma sœur.

A ma belle famille.

A tous mes collègues.

Remerciements

Je tiens à remercier professeur BAHI Lakhdar qui m'a proposé ce sujet et qui m'a fait bénéficier de sa très grande expérience scientifique et qui m'a également permis de prendre part à ses discussions scientifiques et de côtoyer son esprit d'analyse scientifique.

Je remercie professeur A. CHAKER d'avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie également Professeur M. AFRID et le Docteur N. ATTAF d'avoir accepté d'être membres de jury.

Je tiens à remercier Monsieur A. BOUNCER et Mademoiselle W. CHEKIROU pour l'aide et les conseils durant toute la période de la réalisation de ce mémoire.

Que tout le monde trouve ici l'expression de ma reconnaissance et de ma considération.

Symboles utilisés

x, y	:	Coordonnées cartésiennes.
s	:	Coordonnée curviligne.
h	:	Coordonnée adimensionnelle.
x	:	Coordonnée adimensionnelle.
∞	:	Condition à l'infini.
u	:	Viscosité cinématique.
t	:	Contrainte tangentielle.
t_0	:	Contrainte tangentielle pariétale.
a	:	Angle d'attaque.
q	:	Angle d'éjection ou d'aspiration.
b	:	Paramètre adimensionnel $b(s) = \frac{s \cdot du_e}{u_e(s) \cdot ds}$
p	:	Pression statique.
C_p	:	Coefficient de pression $C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$.
u	:	Vitesse horizontale de l'écoulement
v	:	Vitesse verticale de l'écoulement
V	:	Vitesse verticale adimensionnelle.
d	:	Epaisseur de la couche limite.
f	:	Fonction de courant.
f'	:	Vitesse horizontale adimensionnelle.
Re	:	Nombre de Reynolds.
U_∞	:	Vitesse à l'infini.
M_∞	:	Nombre de Mach.
v_0 / U_∞	:	Vitesse de soufflage (Aspiration).
X_p	:	Longueur de porosité.

Liste des figures

Fig(3.1) : Caractéristiques géométriques d'un profil aérodynamique bidimensionnel	3
Fig(3.2) : Représentation des forces sur un profil aérodynamique bidimensionnel	6
Fig(4.1): Distribution axiale de l'épaisseur de la couche limite sur une plaque plane	24
Fig(4.2): Distribution du coefficient de frottement sur une plaque plane	25
Fig(4.3): Détermination du coefficient de pression NACA0012.....	26
Fig(4.4): Coefficient de pression pour différents Mach sur un profil NACA0012	27
Fig(4.5): Distribution du coefficient de pression pour différents profils NACA	28
Fig(4.6): Effet de l'angle d'attaque sur le coefficient de pression sur le profil NACA0012	28
Fig(4.7): Coefficient de pression pour le profil NACA0012 et NACA 66 ₁ 012.....	29
Fig(4.8): Comparaison des épaisseurs de la couche limite NACA 66 ₁ 012 et NACA0012	30
Fig(4.9): Profils de vitesses pour plusieurs stations d'un profil NACA 0012.....	30
Fig(4.10): Profils de vitesses pour plusieurs stations d'un profil NACA 66 ₁ 012	31
Fig(4.11): Effet de la portée d'aspiration sur le point de transition sur un profil NACA 0012.....	32
Fig(4.12): Effet de l'angle d'aspiration sur la transition de l'extrados du NACA0012.....	32
Fig(4.13): Effet de la quantité aspirée sur le point de transition.....	33
Fig(4.14): Effet de la portée de soufflage sur la transition sur le NACA 0012.....	34
Fig(4.15): Effet de l'angle de soufflage sur la transition sur un profil NACA 0012.....	35
Fig(4.16): Effet du débit sur la transition sur un profil NACA0012.	35
Fig(4.17): Quantité optimale pour chaque angle de soufflage sur le profil NACA0012	36
Fig(4.18): Evolution de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur un profil.....	37
Fig(4.19): Distribution du coefficient de frottement par soufflage et aspiration d'un NACA 0012	38
Fig(4.20): Comparaison d'effet de soufflage et d'aspiration sur un profil NACA 0012...	39
Fig(4.21): Comparaison des épaisseurs de la couche limite laminaire d'un profil NACA0012 soumis aux procédés de contrôle	39

Fig(4.22): Profils de vitesse pour plusieurs stations sur un profil NACA 0012 40

Fig(4.23): Effet de la technique du contrôle sur le coefficient de frottement
profil NACA 001241

Fig(4.24): Distribution du coefficient de frottement pour une plaque plane,
NACA 0012 et NACA 66,012.....42

Fig(4.25): Effet du contrôle sur le coefficient de frottement sur le profil NACA 0012..... 42

Fig(4.26): Distribution du coefficient de frottement sur un profil NACA 0012 avec contrôle
et sur une plaque plane.....43

Fig(4.27): Effet du contrôle sur l'épaisseur de la couche limite d'un profil NACA 0012
.....44

Fig(4.28) : Distribution de l'épaisseur de la couche limite sur un profil NACA 0012 et sur
un profil solide NACA 66,012.....45

Fig(4.29): Distribution de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur un profil poreux
NACA 0012 et sur une plaque plane solide.....46

Sommaire

Sommaire

Introduction	1
Chapitre 1 Caractéristiques géométriques et aérodynamiques des profils	
1	Caractéristiques géométriques des profils.....3
1.1	Définitions relatives à l'aile..3
1.2	Désignation du profil NACA4
1.2.1	NACA à quatre chiffres4
1.2.2	NACA à cinq chiffres.....5
1.2.3	NACA à six chiffres6
2	Caractéristiques aérodynamiques des profils6
2.1	Portance7
2.2	Traînée7
2.3	Finesse aérodynamique.....7
Chapitre 2 Modélisation mathématique	
2	Modélisation mathématique8
2.1	Modélisation de la couche limite laminaire.....8
2.1.1	Hypothèses de la couche limite laminaire.....8
2.1.2	Conditions aux limites.....9
2.2	Couche limite sur la plaque.....10
2.3	Couche limite sur les profils NACA.10
2.3.1	Equations de la couche limite11
2.3.1.1	Changement de repère.....11
2.3.1.2	Conditions aux limites.....12
Chapitre 3 Résolution numérique	
3	Résolution numérique des équations de la couche limite.....13
3.1	Discrétisation des équations différentielles.....13
3.1.1	Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement14
3.1.2	Discrétisation de l'équation de la continuité16
3.2	Algorithme de résolution des équations de la couche limite laminaire.....18
3.3	Détermination du profil initial.....19
3.4	Résolution de l'équation de Falkner-Skan19
3.4.1	Principe de la méthode de Tir.....19
3.4.2	Etapas de la résolution.....20

3.5	Algorithme de résolution du modèle de la couche limite laminaire.....	22
3.6	Code de calcul.....	23
Chapitre 4 Résultats et discussions		
4	Discussion des résultats	24
4.1	Couche limite laminaire sur la plaque plane	24
4.1.1	Détermination de l'épaisseur de la couche limite de la plaque plane.....	24
4.1.2	Détermination du coefficient de frottement de la plaque plane.....	25
4.2	Couche limite laminaire sur les profils NACA.....	26
4.2.1	Détermination du coefficient de pression	26
4.2.2	Effet du nombre de Mach sur le coefficient de pression.....	27
4.2.3	Effet de l'épaisseur relative du profil sur le coefficient de pression	27
4.2.4	Effet de l'angle d'attaque sur le coefficient de pression	28
4.2.5	Effet du profil sur le coefficient de pression.....	29
4.2.6	Epaisseurs de la couche limite du profil NACA 0012 et NACA 66 ₁ 012	29
4.2.7	Evolution du profil de vitesse sur le profil NACA 0012	30
4.2.8	Evolution du profil de vitesse le long de la transition sur le NACA 66 ₁ 012.....	31
4.3.1	Contrôle de la transition en fonction de la portée d'aspiration	31
4.3.2	Contrôle de la transition en fonction de l'angle d'aspiration	32
4.3.3	Contrôle de la transition en fonction de la quantité aspirée	33
4.4.1	Contrôle de la transition en fonction de la portée de soufflage.....	33
4.4.2	Contrôle de la transition en fonction de l'angle de soufflage	34
4.4.3	Contrôle de la transition en fonction de la quantité soufflée	35
4.4.4	Optimisation de la quantité soufflée en fonction de l'angle du soufflage.....	36
4.4.5	Effet du contrôle par soufflage sur l'épaisseur de la couche limite	36
4.5.1	Comparaison des coefficients de frottement obtenus sur une paroi poreuse soumise aux deux techniques de contrôle	37
4.5.2	Comparaison des deux techniques de contrôle sur l'épaisseur de la couche limite pour une portée $x_p = 0.4$	38
4.5.3	Comparaison d'effets de la technique du contrôle sur l'épaisseur de la couche limite pour une paroi totalement poreuse.....	39
4.5.4	Comparaison des profils de vitesse pris à la station $(x/c) = 0.3$.	40
4.5.	Coefficient de frottement total	40
4.5.6	Comparaison des coefficients de frottement	41

4.5.7	Effet du contrôle sur le coefficient de frottement.....	42
4.5.8	Comparaison des coefficients de frottement obtenus sur un profil poreux NACA 0012 et sur une plaque plane.....	43
4.5.9	Comparaison des épaisseurs de la couche limite sur un profil poreux NACA 0012.....	43
4.5.10	Comparaison des épaisseurs de la couche limite d'un profil poreux NACA 0012 et d'un profil solide NACA 661012.....	44
4.5.11	Comparaison des épaisseurs de la couche limite sur un profil poreux NACA 0012 et sur un profil solide d'une plaque plane	45
Conclusion	47

Références

Annexe 01

Annexe 02

Annexe 03

Annexe 04

Introduction

Introduction

L'aérodynamique est la science qui étudie l'action de l'air en mouvement sur un obstacle et qui intervient essentiellement dans la conception des objets en mouvement tels que les avions, les missiles, les voitures et les turbomachines.

Sur une aile d'avion, l'écoulement d'air qui s'effectue près de la paroi est le siège de phénomènes aérodynamiques complexes qui influent directement sur la traînée de l'avion.

Cet écoulement visqueux s'effectue de façon régulière près du bord d'attaque et exerce un frottement relativement faible sur la paroi. On parle alors de couche limite laminaire. En aval, dans une région de transition, l'écoulement devient irrégulier, chaotique et la couche limite perd son état laminaire pour devenir turbulente, Le frottement engendré augmente de façon considérable. La traînée de frottement qui est la contribution laminaire et turbulente, représente environ la moitié de la traînée totale. On conçoit qu'un recul du point de transition vers le bord de fuite, entraînerait une réduction de la traînée de frottement et par conséquent une diminution de la consommation énergétique ou une amélioration des performances [1].

La couche limite en tant que concept physique fondamental en aérodynamique, a été introduit pour la première fois par Prandtl en 1904 [2,3].

Les travaux de Prandtl ont permis un progrès rapide dans le domaine aéronautique en montrant qu'il est possible d'analyser les écoulements de faible viscosité tel que l'air, autour de profils suivant deux zones :

- une zone dite couche limite près de la paroi, très mince par rapport aux dimensions du corps considéré, lieu d'échanges énergétiques importants.
- une deuxième zone dite externe, où l'effet de la viscosité est négligeable, avec des forces de frottement nulles et l'écoulement est considéré comme potentiel.

La théorie de la couche limite trouve beaucoup d'applications, par exemple dans le secteur du transport (avions, bateaux, voitures, etc.), et de la production d'énergie (turbines, compresseurs, réacteurs, etc.).

Toute réduction de ces forces de frottement, dues à la viscosité dans la couche limite, demeure un objectif primordial des grands organismes de recherche dans le monde, en l'occurrence la NASA et l'ONERA avec Aérospatiale et Airbus industrie qui ont déployé des efforts énormes pour réduire la traînée visqueuse [4]. Un moyen pour atteindre cet objectif, est

l'application du concept de laminarisation par le contrôle de la couche sur une surface poreuse que certaines études estiment la réduction de la consommation du carburant de 10 % [5] et d'autres de 14 % [6].

Il est à noter que l'économie des réserves fossiles limitées dans la nature d'une part, et d'autre part l'amélioration continue des performances aérodynamiques, fait focaliser la recherche scientifique sur ce problème.

La couche limite se développant autour d'un profil, est influencée par la distribution de pression autour de ce dernier. Cette distribution est influencée à son tour par la forme du profil. Tant que le gradient de pression est négatif (favorable) le point de transition de la couche limite n'est pas encore atteint et la couche limite reste laminaire.

L'objectif visé est de maintenir la couche limite laminaire sur un profil autant que possible, en optant pour l'un des deux moyens de contrôle, à savoir le contrôle par aspiration où par soufflage à travers une partie poreuse de la surface du profil.

Comme première tentative, on étudie le cas le plus simple des couches limites, celui d'une plaque plane placée dans un écoulement uniforme et alignée parallèlement aux lignes de courant. Ensuite l'étude portera sur l'analyse de la couche limite autour d'un profil symétrique NACA 0012 et un profil NACA 66₁.012 [7], sans et avec le concept de contrôle [8].

Le mémoire est réparti en quatre chapitres en plus d'une introduction et une conclusion.

Au premier chapitre, on présente les caractéristiques géométriques et aérodynamiques des corps profilés.

Au deuxième chapitre, la modélisation mathématique de la couche limite, qui aboutit aux équations de Prandtl, est présentée.

Au troisième chapitre, le traitement numérique, utilisant la méthode des différences finies pour la discrétisation des équations différentielles régissant une couche limite laminaire bidimensionnelle et incompressible, donne un système matriciel tri diagonal qui est résolu par l'algorithme de Thomas.

Au dernier chapitre, on présente les résultats et leurs discussions, en examinant les différents effets, tels que l'épaisseur, la forme du profil, l'angle d'attaque et la porosité [9,10].

Chapitre I

Caractéristiques géométriques et aérodynamiques

Caractéristiques géométriques et aérodynamiques des profils

L'aérodynamique a pour but d'étudier les phénomènes qui se produisent lorsqu'un corps solide est en mouvement relatif dans un fluide qui l'entoure. En soulignant que la théorie de l'aile d'avion est fondamentale non seulement dans l'étude et la conception des avions mais aussi dans celle des turbomachines. On se propose d'étudier l'aile en écoulement bidimensionnel incompressible [11].

1 Caractéristiques géométriques des profils

1.1 Définitions relatives à l'aile

Si on considère une aile, on la représente par sa section droite ou profil dont la forme générale est bien connue. Il s'agit d'un obstacle profilé possédant une faible traînée mais une importance notable. La plupart des profils sont obtenus à partir d'un profil de base symétrique dont la ligne moyenne (ou squelette) est courbée d'une manière convenable [11,12].

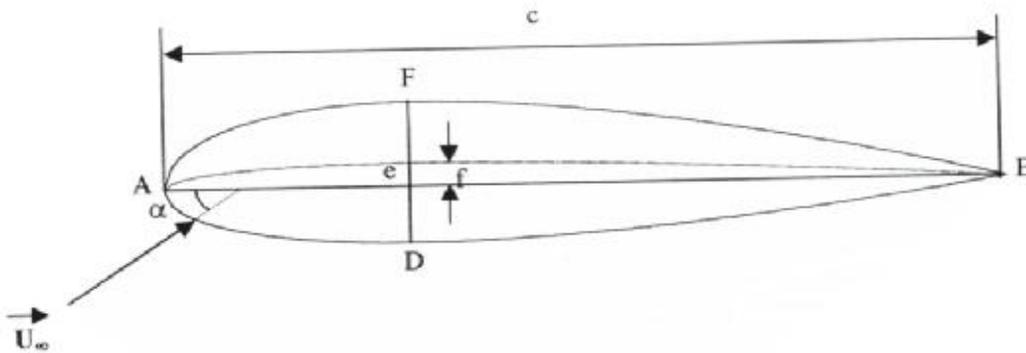


Fig (1.1) : Caractéristiques géométriques d'un profil aérodynamique bidimensionnel.

Si l'aile est infinie, la situation est la même dans tout plan perpendiculaire à l'aile et il suffit d'étudier l'écoulement de l'air dans un de ces plans (on parlera alors du profil d'aile) de tels calculs sont dits bidimensionnels par opposition aux calculs tridimensionnels, ou l'on étudie l'écoulement dans tout l'espace.

Sur le profil de base, on peut définir les données suivantes qui se retrouveront sur le profil courbé :

A : Bord d'attaque.

B : Bord de fuite.

A F B : Courbe supérieure (extrados).

A D B : Courbe inférieure (intrados).

AB : Corde de référence.

FD : Points du segment FD perpendiculaire à la corde.

c : Longueur de la corde, ou profondeur du profil.

e : Epaisseur maximale (valeur maximale de $2y$) atteinte à la distance g du bord d'attaque.

e/c : Epaisseur relative (distance maximale entre l'intrados et l'extrados)

Flèche maximale (f) : distance entre la ligne moyenne et la corde du profil.

Angle d'attaque (α) : angle entre la corde et le sens de l'écoulement.

L'épaisseur $2y$ en un point est une fonction de l'abscisse x définie soit par transformation conforme à partir d'un cercle, soit empiriquement.

Les profils classiques usuels ont une épaisseur e/c de 6 à 20 % maximale étant atteinte vers le 1/3 amont de la corde (profils subsoniques).

La ligne moyenne AMB peut avoir une forme quelconque elle habituellement circulaire ou parabolique. Sa plus grande ordonnée par rapport à la corde AB est la flèche maximale f , définie également par sa position d/c .

Le rapport f/c caractérise la cambrure du profil [12].

1.2 Désignation du profil NACA

La NASA (National Aeronautics and Space Administration) qui est un organisme américain fondé en 1958, chargé de diriger et de coordonner les recherches aéronautiques et spatiales civiles aux états unis.

1.2.1 NACA à quatre chiffres :

Si on prend le NACA2412

Le premier chiffre (2), indique la courbure relative ; $f/c = 2\%$

Le deuxième chiffre (4) indique le nombre de dizaines de l'abscisse de la flèche maximale ($d/c = 40\%$).

Les deux derniers chiffres : indiquent l'épaisseur relative $e = 12 \%$

Les profils NACA commencent par 00 sont des profils symétriques, ayant une ligne moyenne qui se confond avec la corde.

Leur profil est obtenu par l'équation [13] :

$$y = e(1.4779155 \cdot \sqrt{x} - 0.624424 \cdot x - 1.727016 \cdot x^2 + 1.384087 \cdot x^3 - 0.510563 \cdot x^4)$$

Avec : $x \leq 1$

1.2.2 NACA à cinq chiffres

Si on prend NACA 23012

Le chiffre (2) indique la courbure relative $r = 2 \%$

Le deuxième et le troisième (30) : indiquent le double de l'abscisse de la flèche

Les derniers (12) : indiquent l'épaisseur relative.

1.2.3 NACA à six chiffres

Si on prend : NACA 66,012

Le premier chiffre (6) désigne les profils laminaires

Le deuxième chiffre (6) indique la position du minimum de pression à 60% de la corde

Le troisième chiffre indique le maximum du coefficient de portance qu'on peut atteindre dans les conditions d'un gradient de pression favorable ($CL = 0.1$).

Le quatrième chiffre indique le coefficient de portance pour un écoulement à un angle d'incidence $\alpha = 0$ degré ($CL = 0$), cette caractéristique indique que le profil en question est symétrique.

Les deux derniers chiffres désignent l'épaisseur relative $e = 12 \%$

Remarque 01 :

La série NACA à six chiffres est recommandée pour la conception des ailes d'avions subsoniques

Remarque 02 :

On s'intéresse dans notre travail aux NACA 0012, 0015, 0018, et au NACA 66,012.

L'équation décrivant la géométrie de ce dernier profil est [14] :

$$Y = \begin{cases} \frac{0.01191 \cdot X}{(0.00302 + X)} + 0.00656 \cdot X \dots\dots\dots X \leq 0.15 \\ 0.06403 - 0.10267 \cdot X + 13.38545 \cdot X^2 - 82.53254 \cdot X^3 + 297.9744 \cdot X^4 \\ - 659.21663 \cdot X^5 + 877.01156 \cdot X^6 - 643.44771 \cdot X^7 + 199.69168 \cdot X^8 \dots\dots\dots X \leq 0.7 \\ 0.16016 - 0.1638 \cdot X \dots\dots\dots X \leq 0.95 \\ 0.0948 - 0.0948 \cdot X \dots\dots\dots X \geq 0.95 \end{cases}$$

2 Caractéristiques aérodynamiques

Lorsqu'un corps se trouve en mouvement en présence de l'air, il est soumis à des forces élémentaires qui s'exercent sur chaque élément de sa surface. La résultante des ces forces est désignée par R, qui peut être décomposée en deux forces, l'une est verticale dans le sens de l'écoulement (L), appelée force de portance et l'autre, parallèle à l'écoulement, désignée par D, appelée force de traînée.

Ces forces D et L sont le résultat des forces de pression et de viscosité que l'air exerce sur la surface de profil.

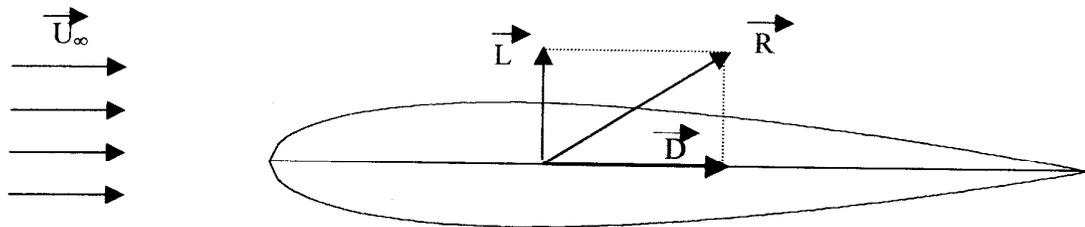


Fig (1.2) : Représentation des forces sur un profil aérodynamique bidimensionnel.

2.1 Portance

Cette force est caractérisée, comme toute force, par :

- Le point d'application : (centre de poussée)

- La direction : (perpendiculaire au sens de l'écoulement)
- Le sens : de l'intrados vers l'extrados)
- L'intensité : $L = C_l \cdot S U_\infty^2 \rho / 2$
- Avec :
- C_l : coefficient de portance, qui dépend de la forme du profil, l'état de surface, de l'angle d'attaque et de la vitesse à l'infini.
- S : surface du profil
- ρ : masse volumique
- U_∞ : vitesse de l'écoulement à l'infini

2.2 Traînée

C'est la force qui s'oppose au sens de l'écoulement, elle est caractérisée par :

- le point d'application : centre de poussée
- la direction : parallèle à l'écoulement de l'air
- le sens : du bord d'attaque vers le bord de fuite
- l'intensité : $D = C_z S U_\infty^2 \rho / 2$, avec :
- C_z : coefficient de traînée qui dépend de la forme du profil, l'état de surface du profil, l'angle d'attaque et de la vitesse à l'infini.

2.3 Finesse aérodynamique

C'est le rapport entre la force de portance et la force de traînée (L / D)

L'objectif principal de l'aérodynamique, c'est d'avoir une bonne finesse, en effet, soit en augmentant la portance ou en minimisant la traînée.

Chapitre II
Modélisation mathématique

Modélisation mathématique

On considère un écoulement d'air incompressible, bidimensionnel, laminaire, stationnaire et visqueux autour d'un profil bidimensionnel.

L'expérience montre que l'écoulement peut être divisé en deux zones, l'une en contact de la paroi le long du profil, ou l'effet de la viscosité est très important, et qu'on appelle la couche limite. Elle est de faible épaisseur par rapport aux dimensions du profil considéré.

L'autre zone loin de la paroi et qu'on appelle zone externe dite zone d'écoulement potentiel et où l'effet de la viscosité est négligeable [1].

Pour l'étude de la couche limite, l'étude de l'écoulement potentiel servira à déterminer la distribution de la pression autour du profil considéré, nécessaire comme donnée pour la modélisation mathématique du problème [2].

2.1 Modélisation de la couche limite

Le problème d'une couche limite dynamique laminaire incompressible et bidimensionnelle est régi par ; l'équation de la continuité et deux équations de quantité de mouvement (problème bidimensionnel), qui sont:

L'équation de la continuité est :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

L'équation de quantité de mouvement axiale :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \quad (2.2)$$

L'équation de la quantité de mouvement normale :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g_y \quad (2.3)$$

2.1.1 Hypothèses de la couche limite laminaire

Dans la zone de la couche limite, les hypothèses basées sur le modèle de Prandtl sont introduites [4] :

- L'épaisseur de la couche limite est assez petite devant la corde du profil ($\delta \ll c$)
- La composante de la vitesse longitudinale est très supérieure à la composante transversale ($v \ll u$)
- Le gradient de pression transversal est nul : $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$
- Les forces du poids sont négligées.

Le gradient de la vitesse longitudinale dans le sens transversal est très supérieur au gradient de

la vitesse transversale $\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \ll \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$

En introduisant ces hypothèses, on aboutit au modèle réduit de Prandtl suivant :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.4}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2.5}$$

Qui est le modèle régissant une couche limite laminaire incompressible bidimensionnelle.

2.1.2 Conditions aux limites

A l'entrée :

$$u(x=0, y) = u(y) \tag{2.6}$$

$$v(x=0, y) = v(y) \tag{2.7}$$

Les conditions sur les vitesses imposées à l'entrée exigent un traitement à part.

$$\text{Sur la paroi, } u(x, 0) = 0 \tag{2.8}$$

Cette condition est due au non glissement du fluide sur la paroi.

$$\text{Sur la paroi, } v(x, 0) = 0 \tag{2.9}$$

Cette condition est due à la non perméabilité de la paroi.

$$\text{Loin de la paroi (à l'infini), } u(x \rightarrow \infty) = U_e(x) \tag{2.10}$$

Avec :

$U_e(x)$: La distribution de la vitesse potentielle suffisamment loin de la couche limite.

La longueur de la couche limite laminaire avec son point limite où point de décollement ou la couche limite commence sa séparation de la paroi, est définie suivant la théorie classique par la condition [10].

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

2.2 Couche limite sur la plaque plane

Le cas le plus simple de couche limite est celui d'une plaque plane placée dans un écoulement uniforme et parallèle sans aucune perturbation dans l'écoulement potentiel et la vitesse de l'écoulement externe le long de la surface à une valeur constante.

Ce cas a été étudié pour la première fois par Blasius [1] et dont le modèle mathématique est le suivant :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.13)$$

Parmi les résultats de cette étude [1], on cite :

L'épaisseur de la couche limite d donnée par :

$$d(x) = \frac{4.9 \cdot x}{\sqrt{R_{ex}}} \quad (2.14)$$

Où le nombre de Reynolds est donné par $R_{ex} = \frac{U_{\infty} \cdot x}{\nu}$

Le coefficient de frottement local C_f est donné par :

$$C_f(x) = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}} \quad (2.15)$$

2.3 Couche limite sur les profils NACA

On ne considère que les profils de faible courbure tels les profils NACA 0012, NACA 0015, NACA 0018 et le NACA 66_012.

La courbure du profil rend le problème plus compliqué et aussi la modélisation plus complexe et par conséquent la résolution très difficile.

Sur les courbures, le changement de signe est primordial car là où il aurait le passage du cas laminaire au cas turbulent, on peut avoir la transition qui représente l'un des objectifs recherché à travers cette étude.

2.3.1 Equations de la couche limite

2.3.1.1 Changement de repère

On se propose d'étudier la couche limite en coordonnées curvilignes (s, y) ; avec la coordonné s qui représente la surface du contour du profil et y la coordonné perpendiculaire à s .

Tout d'abord, il faut rendre le modèle mathématique adimensionnel en faisant les changements suivants [2] :

$$x = \frac{s}{L} \quad (2.16)$$

$$h = y \sqrt{\frac{Ue(s)}{u \cdot s}} \quad (2.17)$$

$$f'(x, h) = \frac{\partial f}{\partial h} = \frac{u}{Ue} \quad (2.18)$$

$$V(x, h) = \frac{v}{Ue(s)} \sqrt{\frac{s \cdot Ue(s)}{u}} \quad (2.19)$$

Le modèle mathématique prend la forme suivante dans ce nouveau repère [2]:

Equation de la continuité :

$$x \frac{\partial f'}{\partial x} + b f' + \frac{h}{2} (b-1) \frac{\partial f'}{\partial h} + \frac{\partial V}{\partial h} = 0 \quad (2.20)$$

Equation de la quantité de mouvement :

$$f' x \frac{\partial f'}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial f'}{\partial h} = [1 - f'^2] b + \frac{\partial^2 f'}{\partial h^2} \quad (2.21)$$

Le paramètre β dépend de la distribution de la vitesse potentielle hors la couche limite, qui représente l'exposant de la coordonnée curviligne :

$$Ue(s) = s^b \quad (2.22)$$

Avec : la vitesse adimensionnelle qui n'est qu'une simplification de représentation [2]

$$\bar{V} = V + \frac{1}{2} h f' (b-1) \quad (2.23)$$

2.3.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites prennent la forme suivante [2] dans le nouveau repère :

$$f'(x, 0) = 0 \quad (2.24)$$

$$V(x, 0) = 0 \quad (2.25)$$

$$f'(x, h \rightarrow \infty) = 1 \quad (2.26)$$

Dans tous les calculs qu'on fait le h_{\max} n'est jamais atteint, donc on est en dehors de la couche limite.

La condition à l'entrée ($\xi = 0$) est arbitrairement choisie, loin du bord d'attaque, donc le modèle mathématique se réduit à l'équation de Falkner-Skan :

$$\frac{\partial^3 f}{\partial h^3} + b_i \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial h} \right)^2 \right) + \left(\frac{b_i + 1}{2} \right) f' \frac{\partial^2 f}{\partial h^2} = 0 \quad (2.27)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$f'(0) = f(0) = 0 \quad (2.28)$$

$$f'(h \rightarrow \infty) = 1 \quad (2.29)$$

Pratiquement, on prend pour $h \rightarrow \infty$ une valeur suffisamment grande, telle que $h=8$ selon la référence [2]

Dans l'équation du profil initial le coefficient b_i dépend du bord d'attaque du profil [14], en effet, pour la plaque plane est de valeur de 0, mais pour les profils considérés NACA est 1.

Chapitre III
Résolution numérique

Résolution numérique des équations de la couche limite laminaire

Les écoulements de la couche limite laminaire se prêtant à une solution analytique exacte sont extrêmement rares et constituent une idéalisation très poussée de l'écoulement [4]. Généralement, la résolution des équations différentielles non linéaires gouvernant des problèmes physiques fait appel aux méthodes numériques appropriées.

Il existe quatre types des méthodes numériques pour résoudre les problèmes physiques, en l'occurrence, ceux de la couche limite laminaire, qui sont ;

Méthode des différences finies

Méthode des éléments finis

Méthode des volumes finis

Méthode spectrale

Les quatre méthodes rendent les équations différentielles non linéaires, des équations algébriques, accessibles à la résolution, mais les unes présentent des avantages par rapport aux autres, selon le cas. En effet, la précision, la convergence et le temps de calcul sont les principaux paramètres de choix des méthodes suscitées.

Il est à noter que toutes les méthodes donnent des très bons résultats, sauf que, les unes sont plus adaptées plus que les autres.

Dans notre cas, les études antérieures, montrent que la méthode des différences finies est plus adaptée [6] avec l'utilisation du schéma de Crank-Nicolson.

Ainsi la transformation des équations différentielles en équations algébriques est obtenue, communément appelée la discrétisation, est possible.

La discrétisation consiste à exprimer les valeurs continues telles que la vitesse, la pression, la température et la longueur en valeurs discrètes.

3.1 Discrétisation des équations différentielles

C'est le découpage du domaine en i segments (2500) selon le sens de l'écoulement et en j segments (100) selon le sens transversal, ainsi le domaine se trouve formé de $i * j$ rectangles.

Ce découpage du domaine est appelé maillage.

Il est à noter qu'on prend initialement une première estimation pour i et j pour déclencher les calculs, puis on double le nombre de points, et on compare les résultats, jusqu'à la convergence.

On a deux équations à discrétiser ;

La référence [2] propose la grille d'intégration suivante :

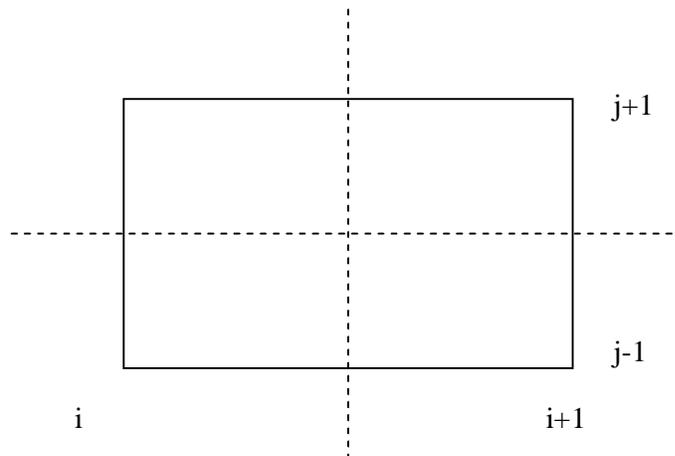


Fig (3.1) Grille de discrétisation de l'équation de quantité de mouvement

3.1.1 Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement

$$f'x \frac{\partial f'}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial f'}{\partial h} = [1 - f'^2]b + \frac{\partial^2 f'}{\partial h^2} \quad (3.1)$$

$$\text{Avec : } \bar{V} = V + \frac{1}{2}h.f'(b-1) \quad (3.2)$$

$$h=0.1(j-1) \quad (3.3)$$

et $h_{\max}=8$.

Le principe est d'avancer pas à pas dans le sens de l'écoulement après avoir déterminé les variables de la station en cours, puis de même pour la station suivante, donc la question est

comment déterminer la station initiale ($x = 0$). Ce problème est résolu en faisant appel à l'équation de Falkner- Skan.

La discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement se fait terme par terme :

Pour le premier terme, on utilise la différence à droite et l'approximation suivante pour permettre la linéarisation ;

$$x.f' \cdot \frac{\partial f'}{\partial x} = \frac{x_{i+\frac{1}{2}} f'_{i,j} (f'_{i+1,j} - f'_{i,j})}{\Delta x} \quad (3.4)$$

Pour le second terme, on prend la moyenne arithmétique de la dérivée et on fait l'approximation suivante dans le but de linéariser ce terme ;

$$\bar{V} \frac{\partial f}{\partial h} = \frac{1}{2} \bar{V}_{i,j} \left(\frac{f^{i+1,j+1} - f^{i,j+1}}{2\Delta h} + \frac{f^{i,j+1} - f^{i,j-1}}{2\Delta h} \right) \quad (3.5)$$

Pour les autres termes, on fait de même dans le but de linéariser toujours ;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{f^{i+1,j+1} - 2f^{i+1,j} + f^{i+1,j-1}}{2\Delta h} + \frac{f^{i,j+1} - 2f^{i,j} + f^{i,j-1}}{2\Delta h} \right] \quad (3.6)$$

$$b[1-f^2] = b_{i+\frac{1}{2}} [1-f_{i+1,j} f_{i,j}] \quad (3.7)$$

On aboutit à l'équation finale après avoir réorganisé les termes de l'équation de la quantité de mouvement, qui est :

$$A_{i,j} f^{i+1,j+1} + B_{i,j} f^{i+1,j} + C_{i,j} f^{i+1,j-1} = D_{i,j} \quad (3.8)$$

Avec les coefficients, qui sont définis par :

$$A_{i,j} = \frac{\bar{V}_{i,j}}{4\Delta h} \frac{1}{2(\Delta h)^2} \quad (3.9)$$

$$B_{i,j} = x_{i+\frac{1}{2}} f'_{i,j} \frac{1}{\Delta x} + b_{i+\frac{1}{2}} f_{i,j} + \frac{1}{(\Delta h)^2} \quad (3.10)$$

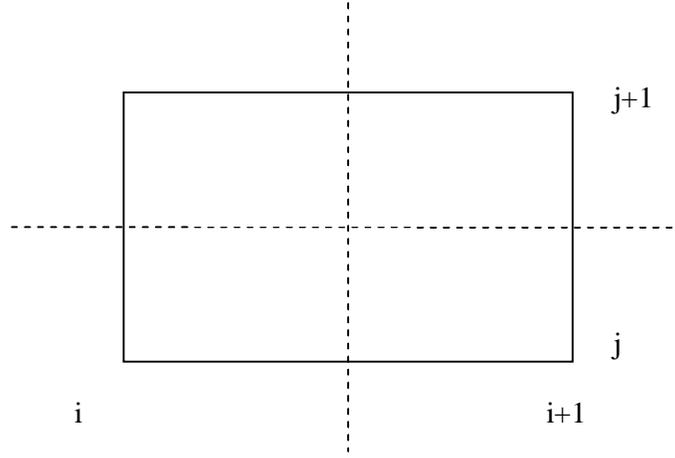


Fig (3.2) Grille de discrétisation de l'équation de la continuité

Pour discrétiser l'équation de la continuité :

$$x \frac{\partial f'}{\partial x} + \frac{h}{2} \left(b - 1 \frac{\partial f'}{\partial h} \right) + b f' + \frac{\partial \bar{V}}{\partial h} = 0$$

On discrétise selon le schéma de la grille, ce qui donne :

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{i+1,j} - V_{i+1,j-1}}{\Delta h} + \frac{V_{i,j} - V_{i,j-1}}{\Delta h} \right) \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{2} h (b - 1) \frac{\partial f'}{\partial h} = \frac{1}{4} h \frac{1}{j - \frac{1}{2}} \left(b \frac{1}{i + \frac{1}{2}} - 1 \right) \left(\frac{f'_{i+1,j} - f'_{i+1,j-1}}{\Delta h} + \frac{f'_{i,j} - f'_{i,j-1}}{\Delta h} \right) \quad (3.15)$$

$$b f' = \frac{1}{4} b \frac{1}{i + \frac{1}{2}} (f'_{i+1,j} + f'_{i+1,j-1} + f'_{i,j} + f'_{i,j-1}) \quad (3.16)$$

$$x \frac{\partial f'}{\partial x} = \frac{1}{2} x \frac{1}{i + \frac{1}{2}} \left(\frac{f'_{i+1,j} - f'_{i,j}}{\Delta x} + \frac{f'_{i+1,j-1} - f'_{i,j-1}}{\Delta x} \right) \quad (3.17)$$

Après avoir remplacé chaque membre par son expression, il est très utile de réorganiser l'équation de la continuité sous la forme suivante :

$$V_{i+1,j} = V_{i+1,j-1} + V_{i,j-1} - V_{i,j} + 2\Delta h (A_j^c f'_{i+1,j} + B_j^c f'_{i+1,j-1} + C_j^c f'_{i,j} + D_j^c f'_{i,j-1}) \quad (3.18)$$

Les coefficients utilisés sont définis par :

$$A_j^c = -\frac{1}{2\Delta x} x \frac{1}{i + \frac{1}{2}} - \frac{1}{4} b \frac{1}{i + \frac{1}{2}} - \frac{1}{4\Delta h} h \frac{1}{j - \frac{1}{2}} \left(b \frac{1}{i + \frac{1}{2}} - 1 \right) \quad (3.19)$$

$$B_j^c = -\frac{1}{2\Delta x} x_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1}{4b_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4\Delta h} h_{j-\frac{1}{2}} \left(b_{i+\frac{1}{2}} - 1 \right) \quad (3.20)$$

$$C_j^c = \frac{1}{2\Delta x} x_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1}{4b_{i+\frac{1}{2}}} - \frac{1}{4\Delta h} h_{j-\frac{1}{2}} \left(b_{i+\frac{1}{2}} - 1 \right) \quad (3.21)$$

$$D_j^c = \frac{1}{2\Delta x} x_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1}{4b_{i+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4\Delta h} h_{j-\frac{1}{2}} \left(b_{i+\frac{1}{2}} - 1 \right) \quad (3.22)$$

Tous ces coefficients sont fonctions des paramètres géométriques Δx , Δh et x à $i + \frac{1}{2}$ et h à déterminer puisqu'on connaît tous les membres du terme droit $V_{i+1,j}$.

3.2 Algorithme de résolution des équations de la couche limite laminaire

Le système tri diagonal de l'équation discrétisée de la quantité de mouvement est résolu par l'algorithme de Thomas disponible dans la référence [12], qui est

$$A_j^c f'_{i+1,j+1} + B_j^c f'_{i+1,j} + C_j^c f'_{i+1,j-1} = D_{i,j}$$

Soit la relation de récurrence suivante [2] :

$$f'_j = E_j f'_{j+1} + F_j \quad (3.23)$$

Du moment que le système est linéaire, l'écriture précédente est juste aussi pour un pas en arrière (j-1), on écrit :

$$f'_{j-1} = E_{j-1} f'_j + F_{j-1} \quad (3.24)$$

Les coefficients E_j et F_j sont fonction de : $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$ et $D_{i,j}$ du système tri diagonal.

Pour ces fonctions, on définit les relations de récurrence suivantes :

$$E_j = \frac{-A_j}{C_j E_{j-1} + B_j} \quad (3.25)$$

$$F_j = \frac{D_j - C_j F_{j-1}}{C_j E_{j-1} + B_j} \quad (3.26)$$

Sachant que, pour les valeurs initiales :

$$E_1 = 0 \quad (3.27)$$

$$F_1 = 0 \quad (3.28)$$

Puisque $f'_1 = 0$ quelque soit f'_2 nulle ou différente de zéro.

Pour les valeurs finales :

$$E_{ji} = 1 \quad (3.29)$$

$$F_{ji} = 0 \quad (3.30)$$

3.3 Détermination du profil initial

Le profil initial imposé à $\xi = 0$ est déterminé à partir de la solution de l'équation de Falkner-Skan :

$$\frac{\partial^3 f}{\partial h^3} + b_i \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial h} \right)^2 \right) + \left(\frac{b_i + 1}{2} \right) f' \frac{\partial^2 f}{\partial h^2} = 0 \quad (3.31)$$

L'indice i dans cette équation indique la position initiale ($x = 0$)

Les conditions aux limites sont :

$$f'(0) = f_i(0) = 0 \quad \text{et} \quad f'(h \rightarrow \infty) = 1$$

L'équation de Falkner-Skan est une équation différentielle ordinaire d'ordre trois, qui peut être résolue par la méthode de Tir [6].

3.4 Résolution numérique de l'équation de Falkner-Skan

Des méthodes très variées permettant la résolution numérique de l'équation de Falkner-Skan telles que la méthode de Runge-Kutta, Newton-Raphson et celle de Tir (Shooting)

La méthode de Runge-Kutta est une méthode précise stable, mais, elle nécessite la connaissance de la fonction de courant au point de départ ($x = 0$), chose difficile à déterminer.

La méthode Newton-Raphson est relativement compliquée par rapport à celle de Tir.

C'est la raison pour laquelle on opte pour la méthode de Tir.

3.4.1 Principe de la méthode de Tir

Cette méthode permet le passage d'un problème différentiel aux conditions limites à un problème aux conditions initiales. En effet, il s'agit d'ajuster les conditions initiales pour que les conditions aux limites soient satisfaites, c'est à dire, rectifier le tir pour atteindre la cible [6,13]

Soit équation de Falkner-Skan (3.31), avec les conditions suivantes :

$$f(0) = 0 \quad (3.32)$$

$$f'(0) = 0 \quad (3.33)$$

$$f'(\infty) = 1 \quad (3.34)$$

Donc, il faut chercher la condition initiale suivante :

$$f''(0) = c \quad (3.35)$$

La constante c doit être calculée de telle sorte que :

$$f'(\infty) = 1$$

3.4.2 Etapes de la résolution

1 Première étape

La première étape de la résolution consiste à remplacer l'équation différentielle du troisième ordre par un système d'équations du premier ordre. On introduit, dans ce cas, deux nouvelles variables u et g

Le nouveau système prend la forme :

$$f' = u \quad (3.36)$$

$$u' = g \quad (3.37)$$

$$g' = -0.5(m+1) \cdot f \cdot g - m(1-u^2) \quad (3.38)$$

Les deux fonctions u et g sont deux simples fonctions auxiliaires, les conditions initiales se traduisent par :

$$F(0) = 0 \quad (3.39)$$

$$U(0) = 0 \quad (3.40)$$

$$U(\infty) = 1 \quad (3.41)$$

$$G(0) = s \quad (3.42)$$

$G(0) = s$, s est la valeur de g ($\eta = 0$)

s : C 'est la valeur à déterminer.

Donc, le problème aux conditions limites est ramené à un problème aux conditions initiales,

La solution du système dépend de s et η . Il s'agit de trouver la valeur de s telle que :

$$u(h_\infty, s) = 1$$

Si on transforme cette condition en :

$$d(s) = u(h_\infty, s) - 1 \quad (3.43)$$

La valeur de s est la racine de : $d(s) = 0$

On utilise la méthode de Newton pour trouver la solution de l'équation $d(s) = 0$

Désignons une première estimation s_0 , la recherche de la racine de ($d(s) = 0$) peut être effectuée à l'aide d'une itération dans laquelle la valeur itérée $s_{(n+1)}$ déduite de la valeur $s(n)$ à l'aide de :

$$s(n+1) = s(n) - \frac{d(s(n))}{\frac{\partial d(s(n))}{\partial s(n)}} \quad (3.44)$$

On aura: $s(n+1) = s(n)$ quand $d(s(n)) = 0$. En général, ce cas n'est jamais atteint, mais on arrête les calculs lorsque l'écart ($s(n+1) - s(n)$) devient égal à une valeur ϵ fixée à priori.

2 Deuxième étape

Il reste un moyen de déterminer la dérivée de u par rapport à s , on peut utiliser pour cela un système variationnel que l'on adjoint au système initial et que l'on intègre en même temps que le système initial, nous introduisons les nouvelles inconnues :

$$F = \frac{\partial f(h, s)}{\partial s} \quad (3.45)$$

$$U = \frac{\partial u(h, s)}{\partial s} \quad (3.46)$$

$$G = \frac{\partial g(h, s)}{\partial s} \quad (3.47)$$

$$F = U' \quad (3.48)$$

$$U = G' \quad (3.49)$$

$$G = -0.5(m+1)(f \cdot G + F \cdot g) + 2 \cdot m \cdot u \cdot U \quad (3.50)$$

Les conditions initiales différenciées par rapport à s donnent :

$$F(0) = 0 \quad (3.51)$$

$$U(0) = 0 \quad (3.52)$$

$$G(0) = 1 \quad (3.53)$$

L'intégration simultanée des deux systèmes à partir des conditions initiales donne donc $u(h_\infty, s)$ et sa dérivée $U(h_\infty, s)$ jusqu'à la convergence.

3.5 Algorithme de résolution du modèle mathématique de la couche limite laminaire

Les étapes de résolution sont [2] :

Etape 01

Le choix de l'obstacle, fixe par le biais de son bord d'attaque le paramètre de forme b initial. Ceci permet la résolution de l'équation de Falkner-Skan c'est-à-dire l'obtention de toutes les valeurs selon la verticale initiale de $f, f', f'' (j = 1, jl)$.

Etape 02

La détermination de la vitesse extérieure (potentielle) pour toutes les stations ' i ', par la résolution de l'équation des profils auto - similaires [4];

$$Ue(i) = x(i) \cdot \exp\left(\frac{b(i)}{2 - b(i)}\right)$$

Ou par d'autres méthodes, telles que la prise des mesures expérimentales de la pression statique puis la résolution de l'équation Bernoulli ou la résolution des équations d'Euler sur le même profil [14].

Etape 03

Le calcul du paramètre de forme b pour toutes les stations i le long du profil.

Etape 04

Le calcul de la \bar{V} pour toutes les valeurs de la station initiale.

Etape 05

La résolution de l'équation de la quantité de mouvement par l'algorithme de Thomas.

Etape 06

Le calcul des valeurs des vitesses V et \bar{V} pour cette nouvelle station.

Etape 07

Le test, si la transition a lieu, on arrête les calculs, sinon on retourne à l'étape 05.

3.6 Code de calcul

Le programme est élaboré en langage fortran basé sur l'algorithme de Thomas.

Le code de calcul est exécuté sur un micro-ordinateur Pentium 4 ayant la vitesse 1.2 GHz et une RAM 256 Mo.

Le temps d'exécution est très réduit.

Les résultats sont représentés graphiquement par le biais du logiciel ORIGIN version 6.0.

Chapitre IV
Résultats et discussion

Discussion des résultats

Les tests du code numérique élaboré, ont été menés sur une plaque plane ainsi que sur des profils NACA 0012, NACA 0015, NACA 0018 et NACA 66_1012. Les distributions de pression sur ces profils sont déterminées en recherchant l'influence de l'angle d'attaque et du nombre de Mach de l'écoulement non perturbé sur ces derniers, le point de transition est déterminé à partir des profils de vitesse sur la surface du profil. Une technique de contrôle de la couche limite par aspiration et par soufflage est appliquée pour tester l'influence de plusieurs paramètres tels que la portée de l'aspiration (soufflage), le nombre de Mach, l'orientation de l'angle d'éjection et la quantité aspirée ou soufflée. Pour valider le code de calcul, on a procédé à une comparaison des résultats du profil avec surface solide et ceux obtenus par la méthode de Blasius pour la plaque plane [14].

4.1 Couche limite laminaire sur la plaque plane

4.1.1 Détermination de l'épaisseur de la couche limite de la plaque plane

Les deux paramètres de comparaison sont : l'épaisseur de la couche limite (d) et le coefficient de frottement (C_f).

Dans le cas du modèle de Blasius, ils sont définis par : $d(x) = \frac{4.9x}{\sqrt{R_{ex}}}$, $C_f(x) = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}}$

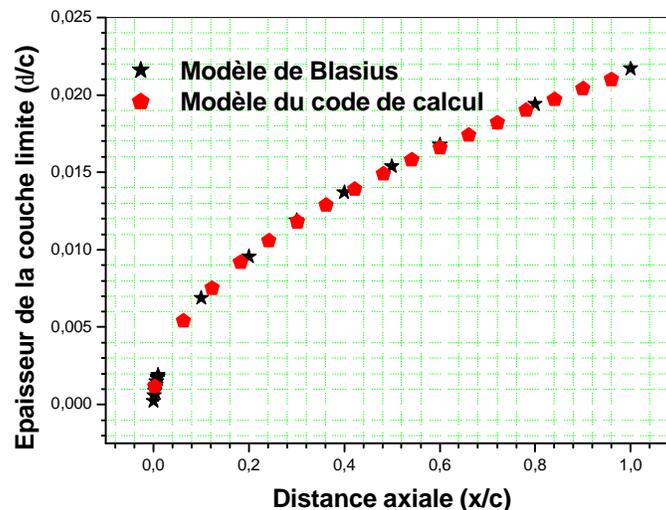


Fig (4.1) Distribution axiale de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur une plaque plane.
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

La figure suivante (03) présente la distribution de l'épaisseur de la couche limite (d/c) en fonction de la distance axiale (x/c) obtenue par modèle de calcul et celui de Blasius.

La concordance est très bonne et les deux courbes se superposent complètement. Ce qui constitue une première validation du code de calcul. On remarque que l'épaisseur de la couche limite augmente dans le sens de l'écoulement. Ceci s'explique par un cumul des particules décélérées en allant vers le bord de fuite.

4.1.2 Détermination du coefficient de frottement de la plaque plane

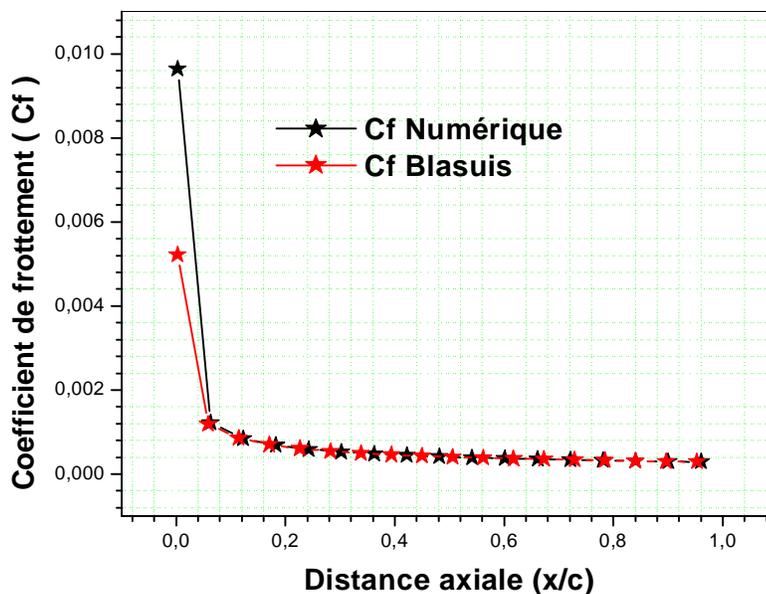


Fig (4.2) Distribution du coefficient de frottement sur une plaque plane
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

Sur la figure (04), on présente la distribution du coefficient de frottement C_f sur une plaque plane pour les deux modèles, La concordance entre les deux distributions est très bonne, des courbes est parfaite, ce qui constitue une deuxième validation du code de calcul établi. Le coefficient de frottement est maximum au bord d'attaque qui est un point d'arrêt et diminue rapidement en se stabilisant le long de la plaque.

Le coefficient de frottement pour un Mach d'écoulement libre égal à 0.23 et un angle d'incidence $\alpha = 0$, est mesuré au bord d'attaque qui forme un point de stagnation avec un coefficient de frottement $C_f = 0.0054$ pour le cas de Blasius et de 0.0096 pour notre cas, pour

diminuer rapidement à une valeur commune de 0.001 sur une très courte distance $\Delta x/c = 0.05$, ensuite les deux distributions se superposent et diminuent sur le reste de la longueur de la plaque pour atteindre la valeur de $C_f = 0.0007$ au bord de fuite. Le coefficient de frottement total est obtenu par intégration des deux courbes donnant un coefficient de frottement $C_f = 5.5 \cdot 10^{-4}$ pour le cas de Blasius et $1.95 \cdot 10^{-4}$ pour le code de calcul, qui sont deux valeurs très proches.

4.2 Couche limite laminaire sur les profils NACA

4.2.1 Détermination du coefficient de pression

Pour le profil NACA 0012 (cas type), la distribution axiale du coefficient de pression (C_p) est représentée sur la figure (05), et qui sera introduite comme une donnée du problème. En effet, la connaissance du coefficient de pression (C_p), permet la détermination de la distribution de la vitesse, cette distribution dépend principalement de la courbure du profil. En effet, la pression chute dans un premier temps jusqu'à une valeur minimale (0.4) suite à l'augmentation de la vitesse et à la diminution de la pression (gradient de pression négatif favorable), puis elle augmente (gradient de pression positif défavorable) jusqu'à une valeur de (0.38), suite à la diminution de la vitesse potentielle sur le deuxième tronçon du profil.

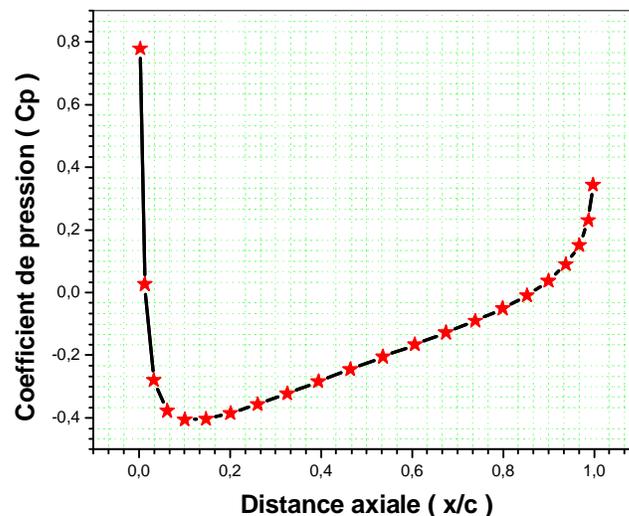


Fig (4.3) Détermination du coefficient de pression NACA0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$

4.2.2 Effet du nombre de Mach sur le coefficient de pression

La figure (06) présente le coefficient de pression pour différentes valeurs du nombre de Mach à une incidence nulle. On remarque que la courbe est la même pour tous les cas. En effet, il n'y a aucune influence du nombre de Mach sur la distribution du coefficient de pression. Ceci s'explique par le fait que le rapport entre la vitesse potentielle et la vitesse à l'infini sur l'extrados à chaque station reste le même quelque soit le nombre de Mach. Le coefficient de pression dépend seulement de la position axiale (x/c).

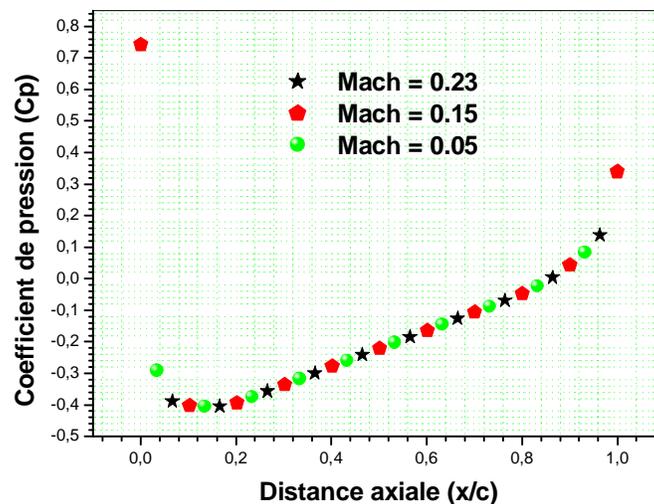


Fig (4.4) Coefficient de pression pour différents Mach sur un profil NACA0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$

4.2.3 Effet de l'épaisseur relative du profil sur le coefficient de pression

Sur la figure (07), on présente le coefficient de pression pour les profils NACA0012, 0015 et NACA0018. On remarque que le coefficient de pression ne change pas d'allure, mais change de valeurs suite au changement de l'épaisseur relative de chaque profil. Augmenter l'épaisseur relative, c'est augmenter la courbure du profil, ce qui augmente par conséquent la vitesse externe et diminue le coefficient de pression. L'épaisseur relative la plus élevée donne le coefficient de pression le plus bas. Sur la deuxième partie du profil, la vitesse externe diminue, le coefficient de pression augmente.

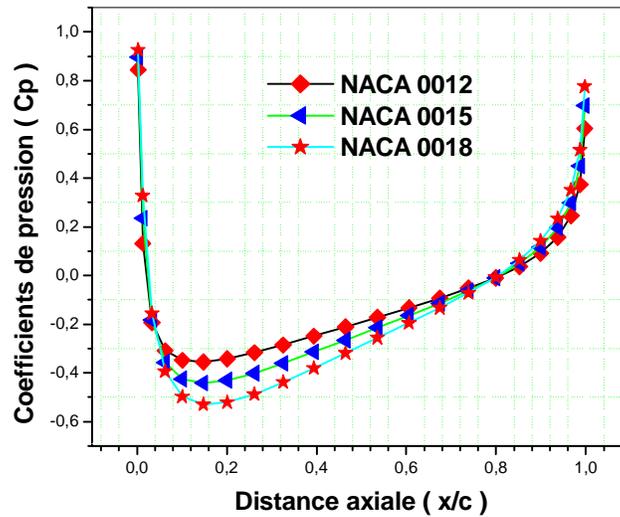


Fig (4.5) Distribution du coefficient de pression pour différents profils NACA. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.2.4 Effet de l'angle d'attaque sur le coefficient de pression

La figure (08) présente le coefficient de pression pour différentes valeurs de l'angle d'attaque (1° , 3° et 5°). On remarque que la valeur minimale du coefficient de pression diminue davantage en fonction de l'importance de l'angle d'attaque et sa position se déplace vers le bord d'attaque, ce qui fait déplacer le point de transition vers le bord d'attaque. Augmenter la valeur de l'angle d'attaque, c'est favoriser le décollement.

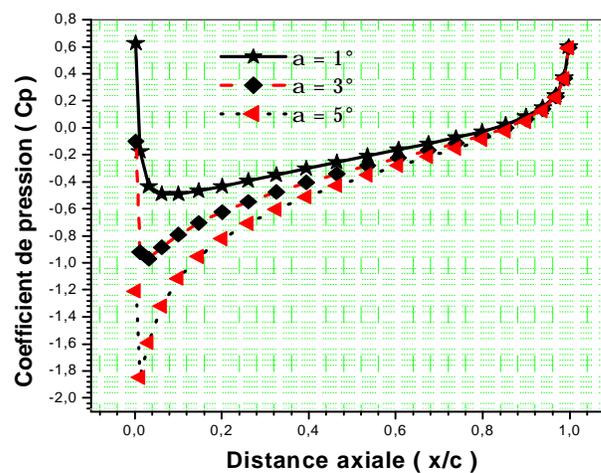


Fig (4.6) Effet de l'angle d'attaque sur le coefficient de pression sur le profil NACA0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.2.5 Effet du profil sur le coefficient de pression

La figure (09) présente le coefficient de pression pour deux cas, en l'occurrence le profil NACA 0012 et NACA 66,012. On remarque que la valeur minimale du coefficient de pression pour le NACA 0012 est plus importante en signe moins que celle du NACA 66,012, ce qui permet de dire que le point de transition pour le NACA 66,012 est plus retardé, c'est la caractéristique principale des profils laminaires (NACA à six chiffres), en effet, plus proche du bord de fuite. On remarque que la position de la valeur minimale du coefficient de pression est repoussée vers le bord de fuite pour le NACA 66,012, ce qui permet une zone d'accélération plus importante. Donc, en repoussant la position de l'épaisseur maximum vers le bord de fuite, on améliore les performances du profil.

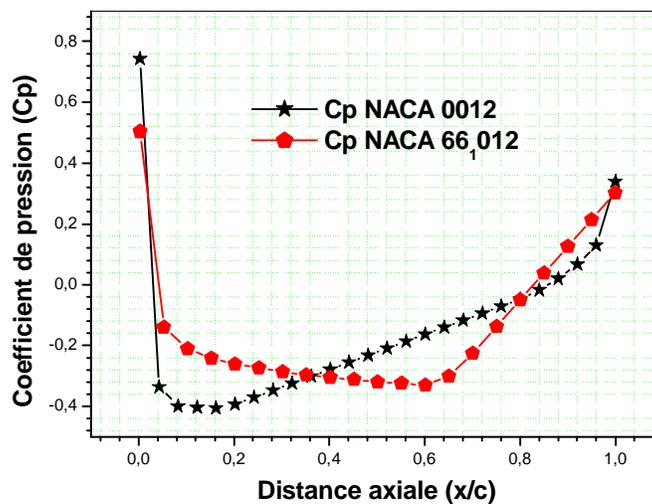


Fig (4.7) Coefficient de pression pour le profil NACA0012 et NACA 66,012
 $M_{\infty} = 0,23$ et $\alpha = 0$.

4.2.6 Epaisseurs de la couche limite du profil NACA 0012 et NACA 66,012

Sur la figure (08), on représente l'épaisseur de la couche limite laminaire du profil NACA 0012 et celle du profil NACA 66,012 pour un nombre de Mach égal à 0,23 et une incidence nulle. On remarque que l'épaisseur pour le premier cas est plus importante, c'est à dire que l'effet de la viscosité est relativement assez important, portant les profils ont la même épaisseur relative, mais la position de celle-ci est déterminante, plus l'épaisseur maximum est plus proche du bord de fuite plus la transition est retardée et l'épaisseur de la couche limite plus proche à la paroi.

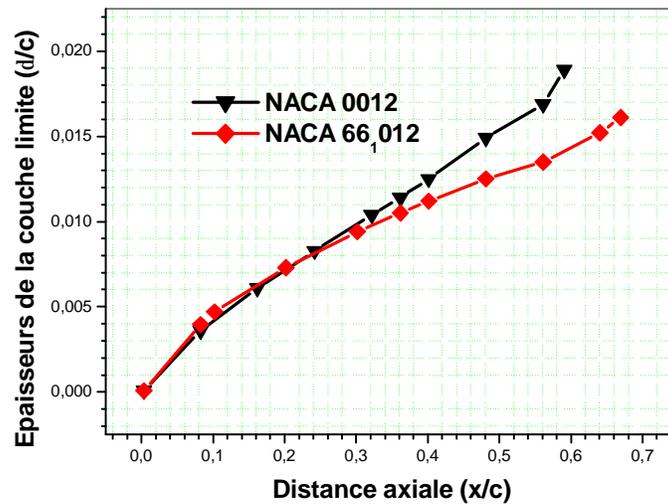


Fig (4.8) Comparaison des épaisseurs de la couche limite NACA 66_012 et NACA0012.
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.2.7 Evolution du profil de vitesse sur le profil NACA 0012

Sur la figure suivante, sont représentés les profils de vitesse axiale, pour plusieurs stations, obtenus pour un nombre de Mach = 0.23 et une incidence nulle. On remarque que l'épaisseur de la couche limite déterminée pour h correspondant à (u/U_e) proche de l'unité, augmente en allant vers le bord de fuite pour atteindre le point de transition à $x/c = 0.6$ correspondant à un point d'inflexion dans le profil de vitesse, indiquant le début d'un retour d'écoulement.

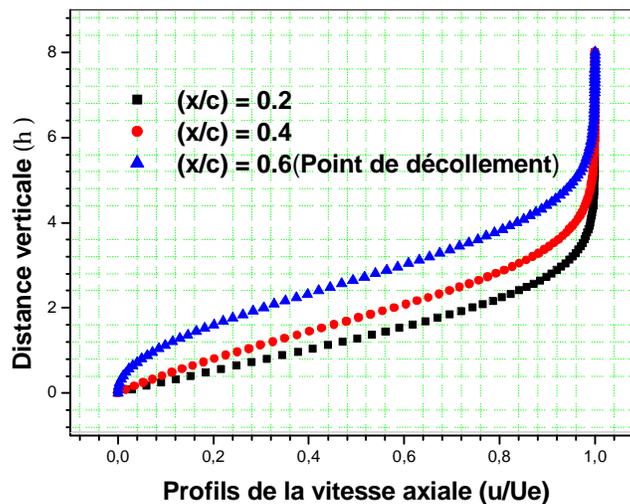


Fig (4.9) Profils de la vitesse axiale pour plusieurs stations d'un profil NACA 0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.2.8 Evolution du profil de vitesse le long de la transition sur le NACA 66₁012

Sur la figure (12), on présente l'évolution du profil de la vitesse axiale sur le profil NACA 66₁012. On remarque l'absence du point d'inflexion à $x/c = 0.6$, le point de transition a lieu au-delà de $x/c = 0.67$, exprimant ainsi un recul de ce point vers le bord de fuite pour le profil NACA 66₁012.

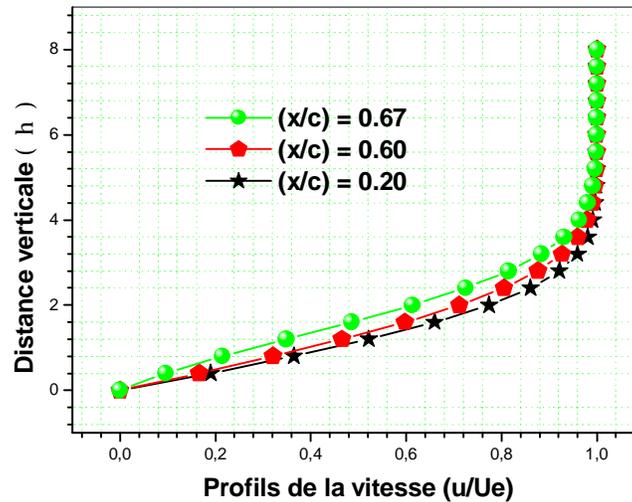


Fig (4.10) Profils de la vitesse axiale pour plusieurs stations sur un profil NACA 66₁012.
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.3.1 Contrôle de la transition en fonction de la portée d'aspiration

En appliquant la technique de contrôle de la couche limite par aspiration, on remarque d'après la figure (13) que le recul du point de transition vers le bord de fuite augmente en augmentant la portée d'aspiration. Cette évolution est plus lente au-delà d'une portée d'aspiration de la portée d'aspiration de 0.3 de la corde [17]. Les résultats sont obtenus pour un Mach égal à 0.23, $\theta = 90^\circ$, $\alpha = 0^\circ$ et $v_0/U_\infty = 0.01$.

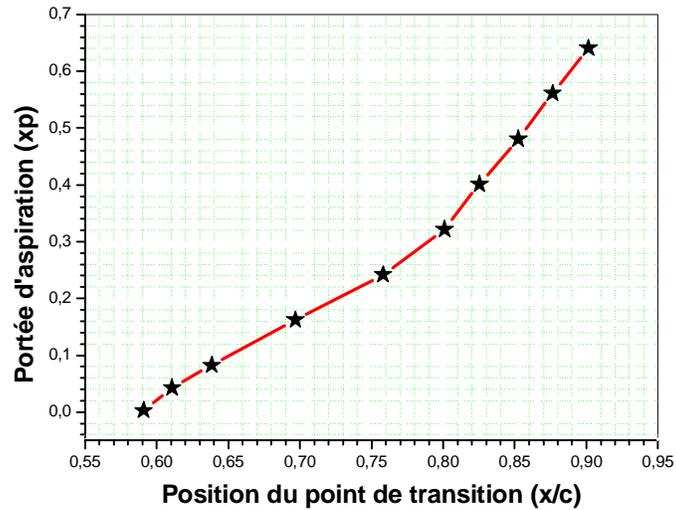


Fig (4.11) Effet de la portée d'aspiration sur le point de transition sur un profil NACA 0012.
 $M_\infty = 0.23$, $\theta = 90^\circ$, $v_0/U_\infty = 0.01$ et $\alpha = 0$.

4.3.2 Contrôle de la transition en fonction de l'angle d'aspiration

Pour les angles d'aspiration inférieurs à 87° pris sur un profil NACA0012, leurs valeurs n'ont aucun effet positif sur la transition, au contraire, ils favorisent le décollement, mais dès cet angle, le point de transition recule vers le bord de fuite d'une manière remarquable, plus l'angle est grand plus le point de la transition est retardé jusqu'à une valeur de 180° , mais cet angle n'est pas pratique, on se contente de l'angle ayant la valeur de 170° .

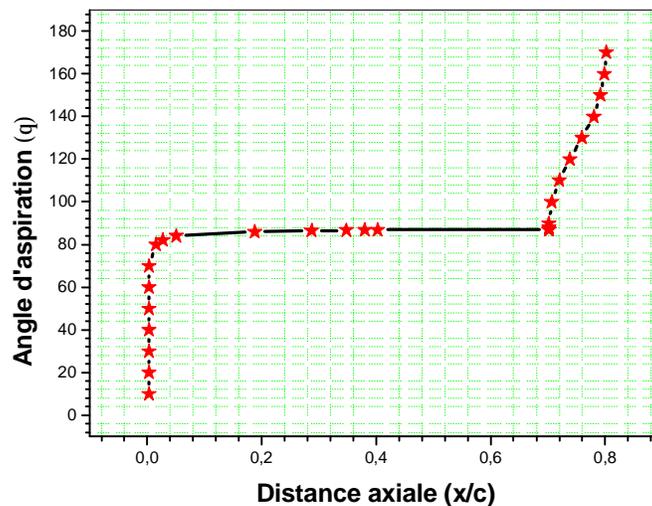


Fig (4.12) Effet de l'angle d'aspiration sur la transition d'un profil NACA0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.3.3 Contrôle de la transition en fonction de la quantité aspirée

Pour faibles quantités de fluide aspiré sur une portée de $x_p = 0.4$ et un angle de 90° , le point de transition reste insensible. Puis, plus on aspire plus le point de transition se déplace vers le bord de fuite, mais lorsqu'on atteint une valeur de 0.1 le point de transition devient insensible à toute quantité en plus. Donc, il ne faut pas trop aspirer, parce que l'excès du débit n'est pas utile.

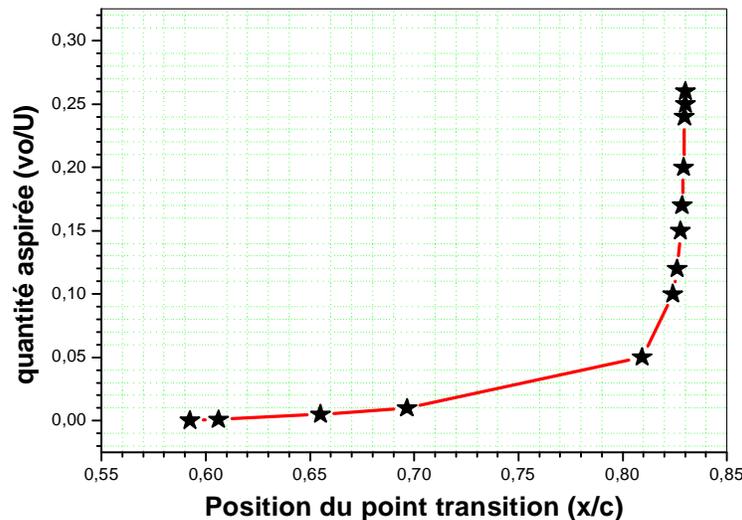


Fig (4.13) Effet de la quantité aspirée sur le point de transition.
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0^\circ$

4.4.1 Contrôle de la transition en fonction de la portée de soufflage

Sur la figure (16), on présente l'effet de la portée de soufflage sur la transition sur un profil NACA 0012. On remarque que plus on souffle plus le point de transition recule vers le bord de fuite. Les particules immobiles qui se superposent directement sous l'effet de la viscosité, s'accélèrent sous l'effet du soufflage, plus on souffle plus l'accélération des particules augmente, c'est pourquoi le soufflage a un effet positif sur le recul du point de transition.

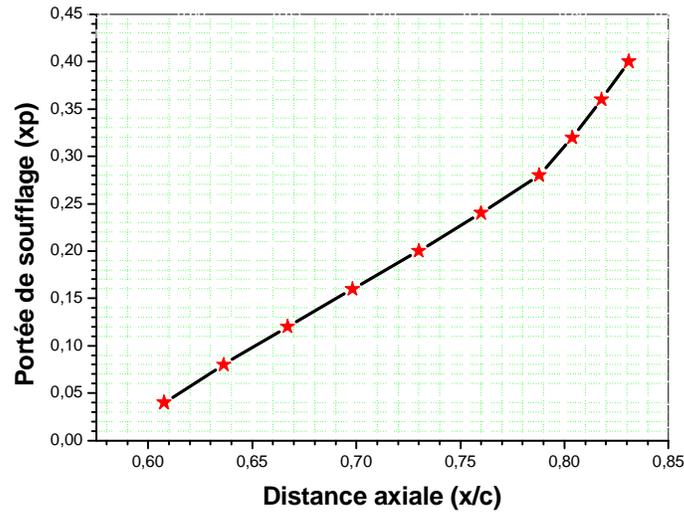


Fig (4.14) Effet de la portée de soufflage sur la transition sur le NACA 0012
 $M_{\infty} = 0.23$ et $\alpha = 0$

4.4.2 Contrôle de la transition en fonction de l'angle de soufflage

Pour des angles dépassant 90° , l'angle a un effet négatif, en effet, ils sont dotés d'une nouvelle composante de vitesse ayant un effet de freinage de particules, ce qui avance la transition vers le bord d'attaque et une autre composante verticale à celle-ci ayant également un effet, mais, il est insignifiant. Pour les angles inférieurs à 90 degrés ont un effet positif, plus l'angle est petit plus la transition est retardée vers le bord de fuite. Ceci s'explique par l'addition d'une composante de vitesse qui accélère les particules, plus l'angle est petit plus l'accélération est importante et une autre composante d'effet insignifiant.

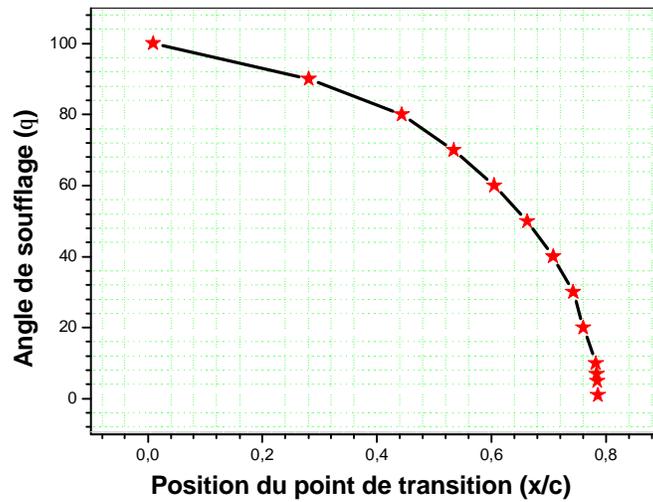


Fig (4.15) Effet de l'angle de soufflage sur la transition sur un profil NACA 0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.4.3 Contrôle de la transition en fonction de la quantité soufflée

Pour un angle de soufflage de 10° sur une portée de soufflage de $x_p = 0.4$ de la surface, on présente l'effet du débit sur la transition, on remarque que les fluctuations de la transition sont instables pour des petites variations du débit. On peut dire que la transition est trop sensible aux variables du débit. Si on souffle trop, la transition avance rapidement vers le bord d'attaque, l'effet est très néfaste. Si on souffle peu, la transition avance également vers le bord d'attaque ayant également un effet néfaste, mais pour des débits proches de 0.01.

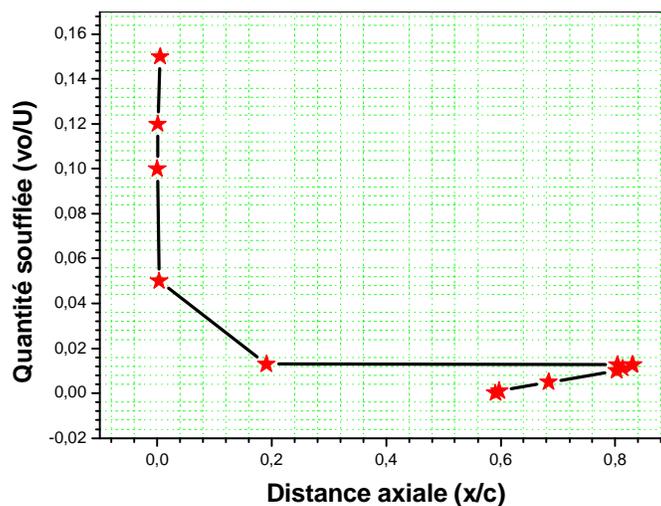


Fig (4.16) Effet du débit sur la transition sur un profil NACA0012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.4.4 Optimisation de la quantité soufflée en fonction de l'angle du soufflage

Sur la figure suivante, on représente le débit de soufflage optimal pour chaque angle jugé utile pour le procédé du soufflage sur le profil NACA0012, on trouve que le débit meilleur pour les angles de zéro à dix le débit de 0.0127 et presque 0.075 pour l'angle de 80 degrés, angle buttoir du soufflage dit positif. Toutes les valeurs de cette plage ont un effet positif, en effet, on peut faire retarder la transition plus de 23 % vers le bord de fuite, un gain énorme de la laminarité.

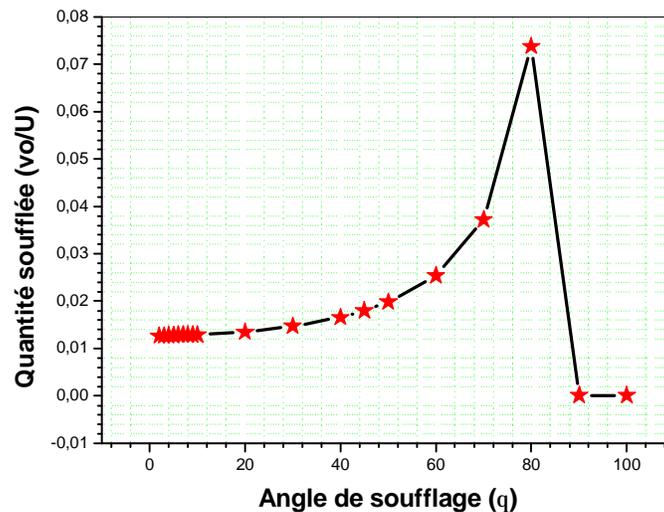


Fig (4.17) Quantité optimale pour chaque angle de soufflage sur le profil NACA0012.
 $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.4.5 Effet du contrôle par soufflage sur l'épaisseur de la couche limite

L'évolution de l'épaisseur de la couche limite laminaire d'un profil NACA 0012 passe par deux tronçons, un premier tronçon correspondant exactement à la portée du soufflage ou l'épaisseur est très proche à la paroi le long cette portée (très mince) et le deuxième plus épais tout en commençant rapidement, ce qui représente une sorte de bossage, ensuite l'épaisseur évolue conformément à cette allure.

Ceci s'explique par le fait que l'accélération due au soufflage n'a pas d'effet total sur toute la corde, mais un effet qui dure seulement pour la portée du soufflage et qui s'atténue après. Sur la figure suivante, on représente l'épaisseur de la couche limite pour une paroi poreuse soumise au soufflage sur une portée de $x_p = 0.4$ de la surface sous un angle de 10° et pour un débit optimal. On remarque que l'épaisseur de la couche limite se développe lentement sur

cette portée. Ce qui signifie que l'échange de quantité de mouvement n'est pas important. Il devient plus important sur la partie solide, qui n'est pas soumise au soufflage. La présence de la porosité fait atténuer l'échange énergétique sur cette partie soufflée.

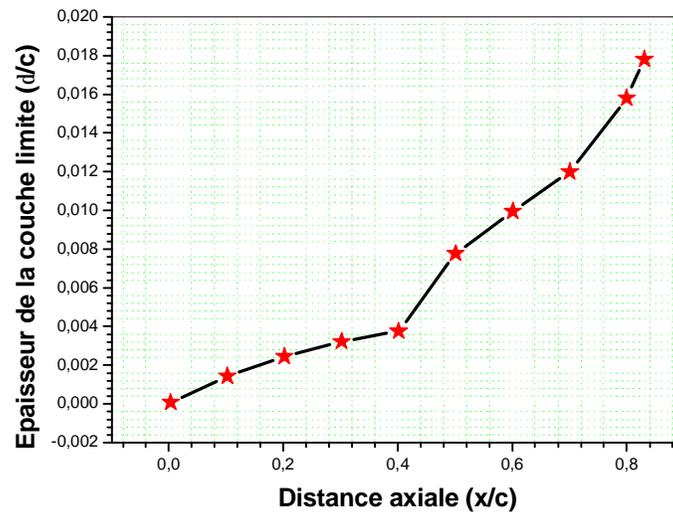


Fig (4.18) : Evolution de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur un profil NACA0012.
 $x_p = 0.4$, $M_\infty = 0.23$, $\theta = 10^\circ$ et $\alpha = 0$.

4.5.1 Comparaison des coefficients de frottement obtenus sur une paroi poreuse soumise aux deux techniques de contrôle

Le coefficient de frottement sur la paroi soumise au soufflage sur toute la surface est encore plus faible que celui obtenu l'aspiration. Ceci s'explique par le fait que dans le cas du soufflage, on injecte une énergie supplémentaire alors que dans le cas de l'aspiration, on aspire les particules décélérées de la couche interne de la couche limite. Les deux coefficients

de frottement sont dans un rapport de $\frac{C_f \cdot \text{Soufflage}}{C_f \cdot \text{Aspiration}} = 0.3$.

La traînée de frottement fait l'objet des recherches intensives. L'une des stratégies consiste à diminuer les frottements turbulents en agissant sur la nature de l'écoulement.

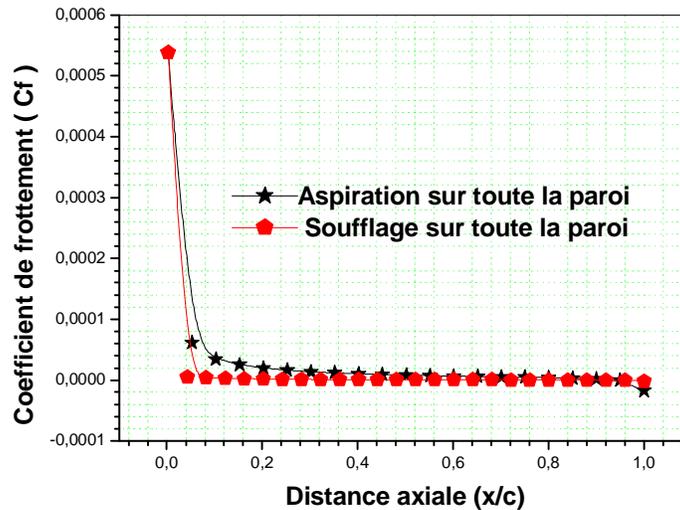


Fig (4.19) Distribution du coefficient de frottement par soufflage et aspiration d'un NACA 0012
 $M_\infty = 0.23$, $\alpha = 0$, $\theta = 10$, $vo/U_\infty = 0.01$.

4.5.2 Comparaison d'effet des deux techniques de contrôle sur l'épaisseur de la couche limite pour une portée $x_p = 0.4$

Sur la figure suivante, on présente une comparaison de l'épaisseur de la couche limite sur un profil NACA 0012 en utilisant les deux techniques de contrôle par soufflage et par aspiration pour une portée $x_p = 0.4$.

L'épaisseur de la couche limite obtenue par soufflage est plus mince que celle obtenue aspiration.

L'explication fait introduire l'accélération des particules qui se fait uniquement dans le cas du soufflage, chose qu'on ne trouve pas avec l'aspiration, d'où un frottement plus faible par soufflage. On remarque que l'effet se stabilise au-delà de la surface poreuse c'est-à-dire au-delà de $x_p = 0.4$.

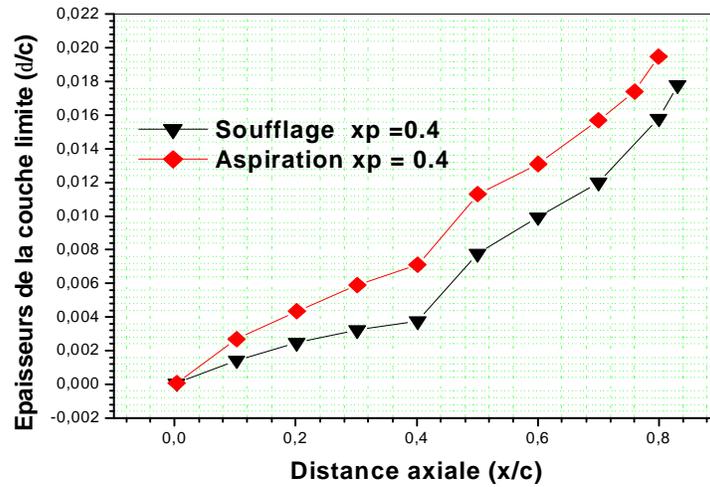


Fig (4.20) Comparaison d'effet de soufflage et d'aspiration sur un profil NACA 0012.
 $x_p = 0.4$, $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.5.3 Comparaison d'effets de la technique du contrôle sur l'épaisseur de la couche limite pour une paroi totalement poreuse

Sur la figure suivante, on présente la distribution axiale de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur un profil NACA 0012 dans le cas du soufflage et dans le cas de l'aspiration de la couche limite sur toute la surface. On remarque que la couche limite pour le cas du soufflage est plus mince, par rapport à celle de l'aspiration, avec un effet croissant. Donc, plus la portée est grande et plus l'effet sur la stabilité de la couche limite laminaire est important.

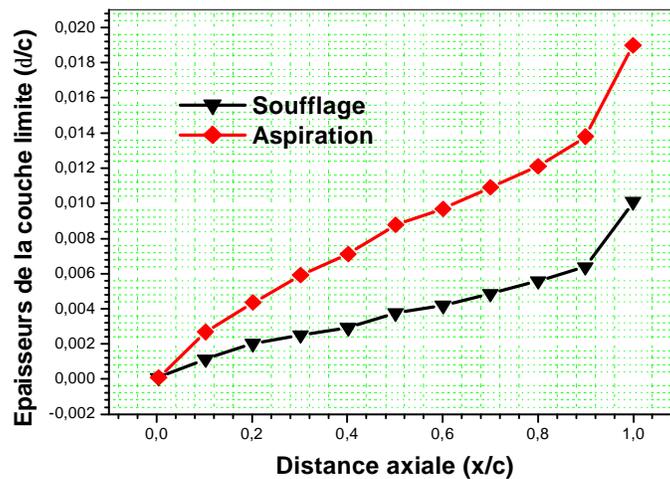


Fig (4.21) Comparaison des épaisseurs de la couche limite laminaire d'un profil NACA0012 soumis aux procédés de contrôle. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$, $x_p = 1$, $v_0/U_\infty = 0.01$.

4.5.4 Comparaison des profils de vitesse pris à la station $(x/c) = 0.3$

Sur la figure (24), on présente une comparaison des profils de vitesses axiales pris à la même station $(x/c) = 0.3$ sur un profil NACA 0012 avec et sans contrôle. Le profil de vitesse pour le profil solide se développe rapidement vu l'important échange énergétique tout près de la paroi, puis, il devient moins rapide pour finir par une stabilisation, c'est à dire sans échange significatif. Ce même phénomène se reproduit avec l'aspiration, mais avec degré moins, mais pour le cas du soufflage l'échange est presque inexistant c'est à dire l'écoulement est presque potentiel.

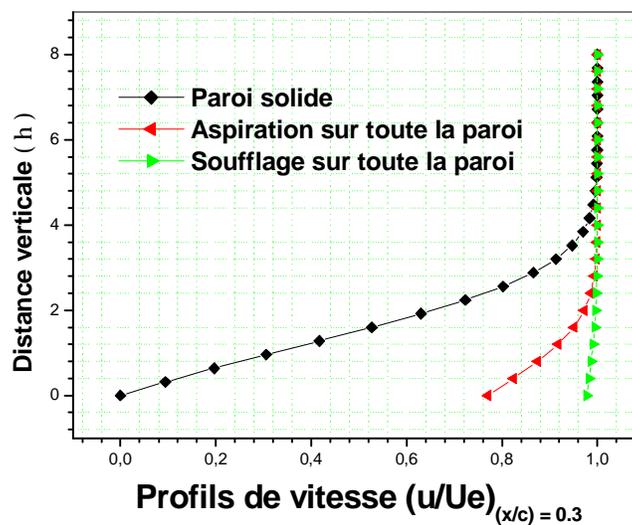


Fig (4.22) Profils de vitesse pour plusieurs stations sur un profil NACA 0012
 $M_\infty = 0.23$, $\alpha = 0$, $x_p = 1$ et $v_0/U_\infty = 0.01$.

4.5.5 Coefficient de frottement total

Une comparaison des coefficients de frottement d'un profil NACA 0012, avec soufflage et avec aspiration pour : $v_0/U_\infty = 0.01$, $\theta = 10^\circ$ et $\alpha = 0$ est présentée sur la figure (23).

On remarque que la technique par soufflage donne un coefficient de frottement plus faible pour les mêmes conditions et l'effet d'autant plus important la portée est grande.

Les coefficients de frottements par aspiration et par soufflage sont dans un rapport de trois. D'où la technique par soufflage réduit les frottements du tiers par rapport à celle par aspiration.

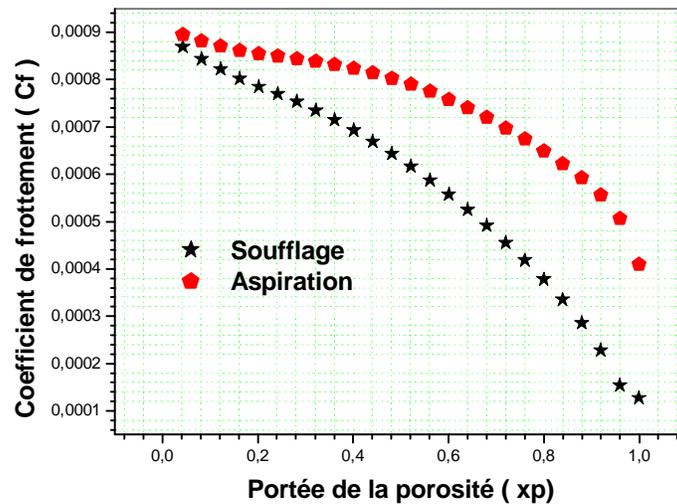


Fig (4.23) Effet de la technique du contrôle sur le coefficient de frottement Profil NACA 0012.
 $M_\infty = 0.23$, $\theta = 10^\circ$, $v_0 / U_\infty = 0.01$ et $\alpha = 0$.

4.5.6 Comparaison des coefficients de frottement

Le bord d'attaque des profils NACA est arrondi, ce qui permet une adhérence relativement bonne par rapport à la plaque plane.

C'est pourquoi le coefficient de frottement est plus élevé pour la plaque plane que pour les profils NACA au niveau du bord d'attaque.

D'autre part la position de l'épaisseur relative plus avancée pour le NACA 0012 que pour le NACA 66,012, donne une longueur d'accélération de l'écoulement plus grande sur le NACA 66,012 et par conséquent un coefficient de frottement relativement plus faible.

On remarque que le rayon du bord d'attaque a une influence sur le coefficient de frottement.

Le rayon plus petit sur le NACA 66,012 donne un coefficient de frottement plus faible.

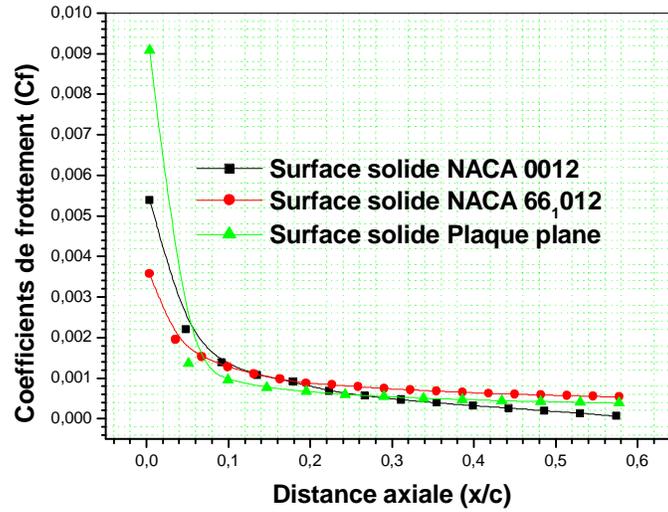


Fig (4.24) Distribution du coefficient de frottement pour une plaque plane, NACA 0012 et NACA 66,012. $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.5.7 Effet du contrôle sur le coefficient de frottement

La figure (27) montre l'effet direct obtenu en appliquant l'une des techniques de contrôle de la couche limite, sur la réduction du coefficient de frottement. Le contrôle par soufflage donne de meilleurs résultats.

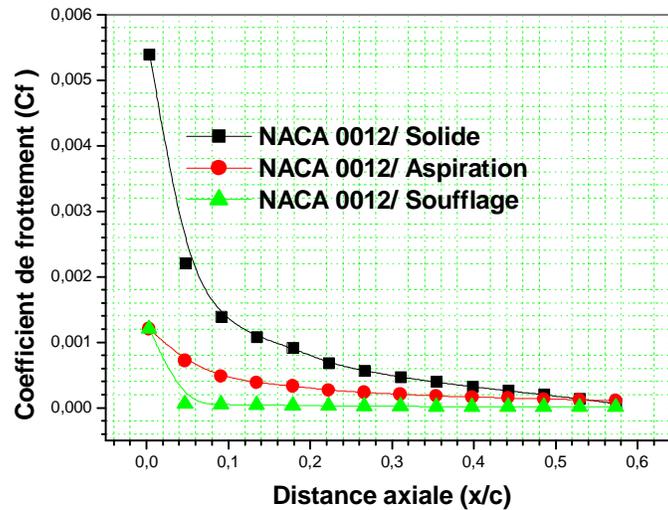


Fig (4.25) Effet du contrôle sur le coefficient de frottement sur le profil NACA 0012. $M_\infty = 0.23$, $x_p = 1$, $\theta = 10^\circ$ et $\alpha = 0$.

4.5.8 Comparaison des coefficients de frottement obtenus sur un profil poreux NACA 0012 et sur une plaque plane

On remarque qu'on applique la technique de contrôle par soufflage ou par aspiration sur un profil NACA 0012, on arrive à obtenir un coefficient de frottement plus faible par rapport à la plaque plane. Or sans technique de contrôle, la plaque plane donne de meilleurs résultats.

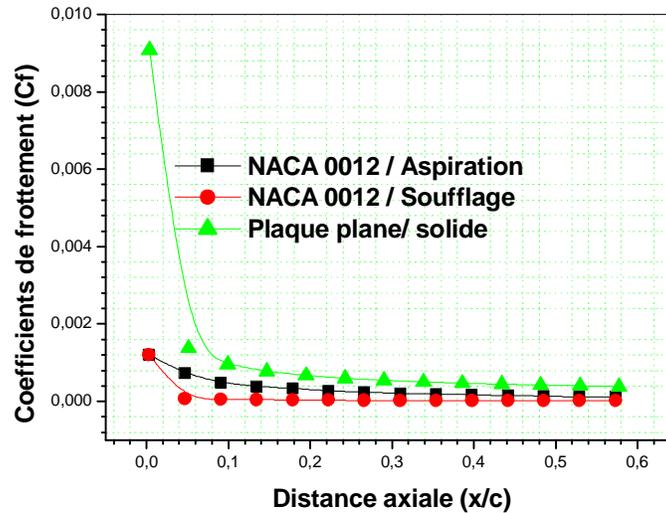


Fig (4.26) Distribution du coefficient de frottement sur un profil NACA 0012 avec contrôle et sur une plaque plane.
 $x_p = 0,6$, $M_\infty = 0,23$, $\theta = 10^\circ$ et $\alpha = 0$.

4.5.9 Comparaison des épaisseurs de la couche limite sur un profil poreux NACA 0012

L'épaisseur de la couche limite sur l'extrados du profil NACA 0012 se développe le long du profil en augmentant, suite à l'accumulation de particules décélérées au niveau de la surface. En aspirant ces particules le long de la surface, l'épaississement devient plus faible, l'effet est encore plus grand, lorsqu'on applique la technique du soufflage.

L'effet est d'autant plus important, en augmentant la portée d'aspiration ou de soufflage.

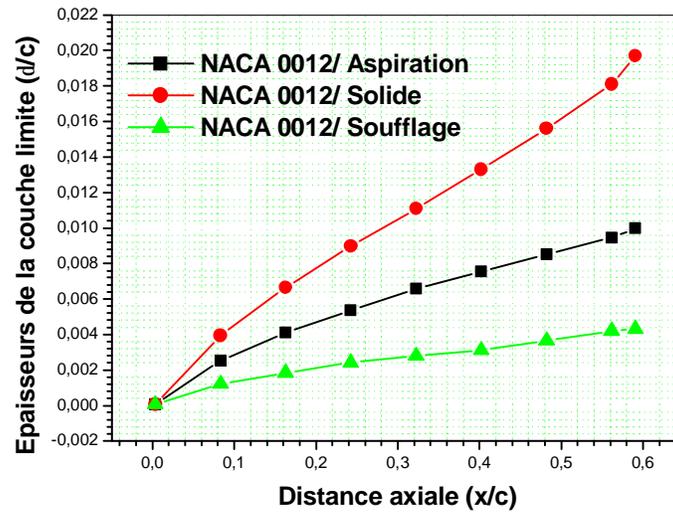


Fig (4.27) Effet du contrôle sur l'épaisseur de la couche limite d'un profil NACA 0012.
 $x_p = 0.6$, $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$.

4.5.10 Comparaison des épaisseurs de la couche limite d'un profil poreux NACA 0012 et d'un profil solide NACA 66,012

Le profil solide NACA 66,012 est classé parmi les profils laminaires, c'est-à-dire que les frottements produits sont plus faibles par rapport à ceux engendrés sur le profil solide NACA 0012, mais le contrôle par aspiration sur le profil poreux NACA 0012, rend l'épaisseur de la couche limite plus mince et encore plus mince par contrôle par soufflage.

Donc l'effet du contrôle est plus positif que l'effet aérodynamique.

L'effet est d'autant plus important que la portée est grande.

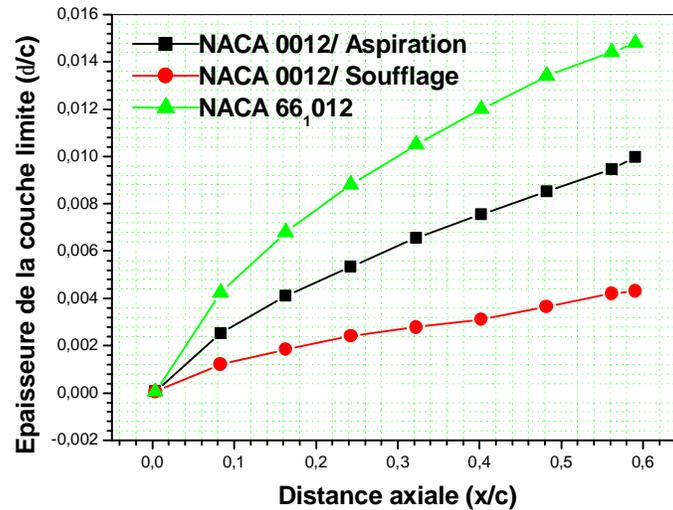


Fig (4.28) Distribution de l'épaisseur de la couche limite sur un profil poreux NACA 0012 et un profil solide NACA 66,012.
 $x_p = 0.6$, $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$ et $\theta = 10^\circ$

4.5.11 Comparaison des épaisseurs de la couche limite sur un profil poreux

NACA 0012 et sur un profil solide d'une plaque plane

La figure (31) démontre encore une fois l'effet positif du contrôle même comparé à une plaque plane.

On remarque que l'épaisseur de la couche limite est plus faible sur un profil NACA 0012 avec contrôle que celle d'une plaque plane solide.

L'effet par soufflage est encore plus important.

Cet effet augmente encore une fois la portée de soufflage ou d'aspiration augmente.

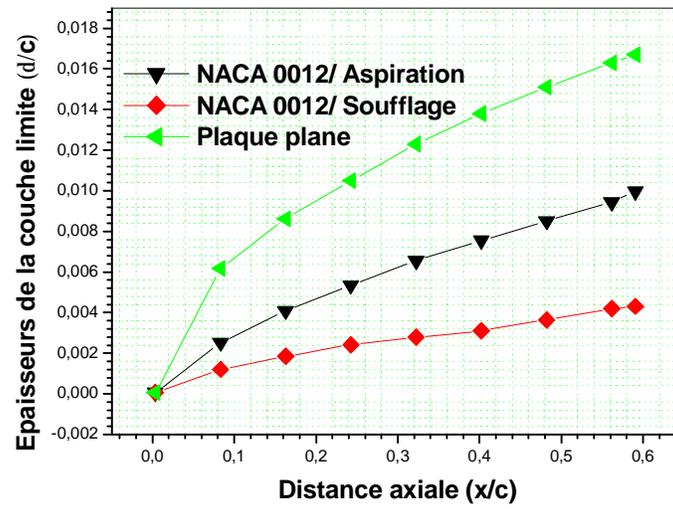


Fig (4.29) Distribution de l'épaisseur de la couche limite laminaire sur un profil poreux NACA 0012 et sur une plaque plane solide.
 $x_p = 0.6$, $M_\infty = 0.23$ et $\alpha = 0$, $\theta = 10^\circ$ et $v_0/U_\infty = 0.01$.

Conclusion

Conclusion

Une étude numérique est proposée pour analyser le comportement d'une couche limite laminaire incompressible et bidimensionnelle autour de profils avec surface solide et poreuse.

Les profils considérés dans cette étude sont les profils NACA 0012, 0015, 0018, NACA 66₁012 et la plaque plane.

Après avoir présenté les caractéristiques géométriques et aérodynamiques, on a formulé le modèle mathématique basé sur les équations de Prandtl, retenu pour l'étude de la couche limite.

Un changement de variables est introduit pour transformer le système d'équations différentielles à deux variables en une seule équation différentielle non linéaire ordinaire à une seule variable.

La résolution possible ne peut être que numérique, donc, on a fait appel à la méthode de Tir et à l'algorithme de Thomas.

On a élaboré dans ce sens un code de calcul écrit en langage FORTRAN 90, qui est exécuté sur un micro-ordinateur Pentium 4 de vitesse 1.2 GHz et de 256 Mo de RAM

Pour valider le code de calcul, les résultats obtenus sont comparés avec la solution exacte de BLASUIS et ceux obtenus par la référence [14].

Les résultats ont permis d'étudier l'influence du nombre de Mach, de l'angle d'attaque, de l'épaisseur du profil, de la porosité sur l'épaisseur de la couche limite et son point de transition.

Les résultats ont montré que le soufflage donne de meilleurs résultats, en plus du fait que c'est un moyen de contrôle passif sans avoir recours à une énergie supplémentaire.

Il est assuré par un gradient de pression favorable disponible entre l'intrados et l'extrados du profil. Ce qui engendre une réduction de la traînée [15], qui est un objectif fondamental recherché par plusieurs organismes de recherche aéronautiques [15].

Ce résultat très positif, est conforme aux prévisions théoriques et validé par les résultats expérimentaux obtenus par plusieurs organismes dans l'industrie aéronautique [15,20].

Plus le Mach est élevé, et plus les résultats sont meilleurs. Un angle d'attaque plus faible et une position de l'épaisseur maximale la plus arriérée, donnent un coefficient de frottement plus faible.

References

References

- [1] H. SCHLICHTING
Boundary layer theory.
Ed Mc GRAW-HILL, 1967
- [2] R. PANTON
Incompressible flow.
Ed. John Willy and Sons Inc, New York, 1983
- [3] K. AIMEUR
Etude numérique d'un écoulement subsonique sur un profil bidimensionnel
Thèse de magister.
Université MENTOURI- Constantine, 2000
- [4] C. MICHAUT
La lute des aérodynamiciens pour réduire la consommation des avions.
<http://www.onera.fr> (2007)
- [5] D. DESTRAC ET J. REAUX
Réduction de la traînée des avions de transport subsoniques.
<http://www.onera.fr>(1998)
- [6] S. CANDEL
Mécanique des fluides.
DUNOD, Paris, 1995
- [7] J. RENEAUX
Overview on drag reduction technologies for civil transport Aircraft.
ECCOMAS (2004)
- [8] M. Xenos
Compressible turbulent boundary layer flow control over a wedge.
2nd IC- SCCE Athens, 5-8 July, 2006
- [9] T. Neal
A Boundary Condition for Simulation of Flow Over Porous Surfaces.
19th Applied Aerodynamics Conference June 11-14, 2001/Anaheim, California.

- [10] K. YIAN YIAN
Unsteady boundary layer flow a micro polar fluid near the rear stagnation point of a plane surface.
International Journal of Thermal Sciences 42 (2003)
- [11] R .COMOLET
Mécanique expérimentale des fluides, Tome 2.
Ed MASSON, Paris, 1994
- [12] J.P. PADET
Fluides en écoulement, méthodes et modèles.
Ed, Masson, Paris,1991
- [13] A. GOURDIN et M. BOUMAH RAT
Méthodes numériques appliquées.
Tec et DOC Lavoisier, 1989
- [14] N. BRAHMIA
Etude numérique d'une couche limite laminaire incompressible autour d'un Profil bidimensionnel.
Thèse de magister.
Université de Constantine, 2001
- [15] C. MICHAUT
Indésirable trainée.
<http://www.onera.fr> (2007)
- [16] C .A. FLETCHER
Computational technique for fluid dynamics. Volume 2.
Spring verglas Berlin Heidelberg , GERMANY, 1991
- [17] V.I. KORNILOV
Characteristics of Axisymmetric Turbulent Boundary Layer Controlled by Ring Manipulations.
Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk 630090, Russia
- [18] A. PANTOKRATORAS
The Falkner-Skan flow with constant wall temperature and variable viscosity
International Journal of Thermal Sciences 45 (2006)

- [19] L. LANDOU et E. LIFCHITZ
Mécanique des fluides.
Ed, MIR Moscou, 1971
- [20] P. BREGON
La laminarisation des voilures permettrait de réduire de 10% la consommation de carburant des avions.
<http://www.onera.fr> (28/06/2000)
- [21] J. COUSTEIX
Couche limite laminaire, Aérodynamique.
Ed .cepadues.Toulouse.1988
- [22] S. MONTELPARE
A Thermographic method to evaluate the local boundary layer separation phenomena on aerodynamic bodies operating at low Reynolds number.
International Journal of Thermal Sciences 43 (2004)
- [23] I. L. RYHMNG
Dynamique des fluides.
Presses polytechniques et universitaires romandes 1991, CH-1015 LAUSANE
- [24] J. P. NOUGIER
Méthodes de calcul numériques, volume 2.
Ed, MASSON, Paris, 2001

Annexes

Distribution de la pression autour de l'extrados du profil NACA 66₁012

La distribution de pression autour du profil NACA 66₁-012 est donnée par 26 mesures [6].

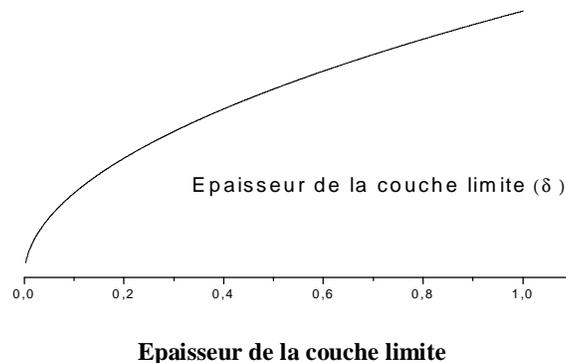
Le coefficient de pression est bien représenté par la fonction suivante :

$$Cp_{66}(x) = \begin{cases} 1 - 160 \cdot x & x < 0.005 \\ -0.26484 + 0.69162 \cdot \exp\left(-\frac{x}{0.00376}\right) + 0.30248 \cdot \exp\left(-\frac{x}{0.05966}\right) & 0.005 \leq x < 0.2 \\ -0.38179 + 0.090086 \cdot \exp\left(\frac{0.2-x}{0.63333}\right) + 0.03095 \cdot \exp\left(\frac{0.2-x}{0.19082}\right) & 0.2 \leq x < 0.6 \\ -0.679 + 0.58 \cdot x & 0.6 \leq x < 0.67 \\ -1.46257 + 1.76524 \cdot x & x \geq 0.67 \end{cases}$$

Théorie de la couche limite

1 Introduction

Pour des fluides visqueux, l'écoulement autour d'un obstacle solide est le siège des échanges énergétiques importants dans une faible couche, qui s'appelle couche limite très proche de la paroi, qui augmente son épaisseur au fil de l'obstacle, qui peut être schématisée [1] par :



2 Equations de la couche limite

Les équations d'un écoulement bidimensionnel, incompressible, stationnaire et visqueux ou de Navier –Stokes, sont les équations de la quantité de mouvement, selon x et y , et celle de la conservation de masse :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

u et v : sont les vitesses de l'écoulement selon x et y .

En 1904, Prandtl a prouvé que les échanges énergétiques se font essentiellement dans une zone, si mince, adjacente à la paroi, par rapport à la longueur du corps, cette zone caractérisée par son épaisseur d alors que le rapport $\frac{d}{c}$ est très petit, ce qui a permis de transformer le

système d'équations différentielles elliptiques en une seule équation parabolique décrivant l'écoulement.

Le nouveau système d'équations différentielles appelé équations de Prandtl est donné par :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$u(x, y = 0) = 0$$

$$v(x, y = 0) = 0$$

$$u(x, y \rightarrow \infty) = U_e(x)$$

3 Hypothèses d'affinité

L'hypothèse d'affinité (ou de similitude) des profils de vitesse horizontale dans la couche limite veut dire que les profils de vitesse restent parallèle à eux mêmes quand x varie. En désignant par $b(x)$ la longueur caractéristique de la couche limite,

Cette propriété se formalise simplement ainsi :

$$\frac{u(x, y)}{U_e(x)} = f\left(\frac{y}{b(x)}\right) \quad \text{avec : } R_{ex} \leq 3 \cdot 10^5 \quad [11]$$

Certains ouvrages limitent le nombre de Reynolds à $30 \cdot 10^5$ [2]

Pour plus de commodité, on introduit l'ordonnée adimensionnelle $h = \frac{y}{b(x)}$ est le champ de vitesse par :

$$\frac{u(x, y)}{U_e(x)} = f(h)$$

Il est très commode de rechercher une solution de la forme :

4 Technique de résolution

Les composantes de la vitesse sont données par :

$$u = \frac{\partial y}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial y}{\partial x}$$

On fait intervenir une fonction intermédiaire $y(x, y)$, dite Fonction de courant.

On vérifie aisément que l'équation de continuité est satisfaite, il ne reste qu'à résoudre une seule équation.

4.1 Equation de Blasius

On va remplacer les variables x et y par l'unique variable h , il faut donc exprimer u , v

$\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ et $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ en fonction de h , donc :

$$\frac{u}{U_\infty} = U_\infty \cdot f'(h)$$

$$\frac{\partial y}{\partial h} = U_\infty \cdot b \cdot f(h)$$

$$y = U_\infty \cdot b \cdot F(h), \text{ avec } : F' = f$$

$$V = U_\infty \cdot (hF' - F) \frac{db(x)}{dx}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -U_\infty \cdot F'' \left(\frac{h}{b(x)} \frac{db(x)}{dx} \right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = U_\infty \frac{F''}{b(x)}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_\infty \frac{F'''}{b^2(x)}$$

L'équation adimensionnelle est :

$$F'''' + \frac{U_\infty b(x)}{u} \frac{db(x)}{dx} \cdot F \cdot F'' = 0$$

Le terme $\frac{U_\infty b(x)}{u} \frac{db(x)}{dx}$ doit être à une constante pour avoir une équation différentielle ordinaire.

Donc l'équation prend la forme :

$$2F'''' + FF'' = 0$$

Avec les conditions suivantes :

$$F'(0) = 0, \quad F(0) = 0, \quad F'(\infty) = 1 \quad \text{et} \quad V(0) = 0$$

Cette équation différentielle ordinaire du troisième ordre est résolue par Blasius en effectuant un développement en série de f qui est représenté :

$$f(h) = A \frac{h^2}{2} - A \frac{h^5}{120} + 11A^3 \frac{h^8}{30240} - 375A^4 \frac{h^{11}}{21937600} + \dots$$

Avec : $A = 0.332$ [10].

Cette valeur représente la valeur seconde au point zéro ($f''(0)$).

Donc, on remplace f et ses dérivées dans l'équation de Blasius, on obtient pour une valeur de $h = 4.9$ une vitesse de $0.99 U_\infty$

La plupart du temps, on ne parle pas de cette composante $V(0)$, mais l'intérêt de cette composante est important si on parle des surfaces poreuses (Soufflage, Aspiration)

Du terme :

$$\frac{U_\infty b(x)}{u} \frac{db(x)}{dx} = 0.5, \quad \text{on tire} \quad b(x) = \sqrt{\frac{xu}{U_\infty}}$$

$$\text{L'ordonnée adimensionnelle : } h(x) = \sqrt{\frac{U_\infty}{xu}}$$

On tire également :

$$C_f(x) = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}} \quad \text{et} \quad d(x) = 5 \left(\frac{xu}{U_\infty} \right)^{0.5}$$

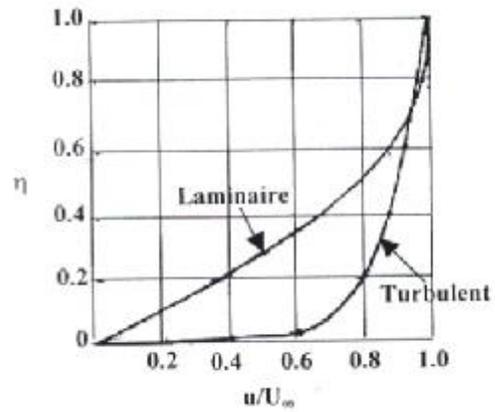
Mais pour la même configuration géométrique dans les écoulements turbulents [11] :

$$C_f(x) = 0.058 R_{ex}^{-0.2} \quad \text{et} \quad d(x) = 0.37 R_{ex}^{-0.2}$$

4.2 Comparaison des épaisseurs de la couche limite laminaire et turbulente

Sur la figure (02), on représente les épaisseurs de la couche limite laminaire et turbulente, on remarque que l'épaisseur pour le cas laminaire s'épaissit rapidement, par contre pour le cas turbulent la couche adhère mieux, ceci s'explique par le fait le gradient de pression transversal est plus faible pour le cas laminaire que dans le cas turbulent parce que la vitesse longitudinale varie rapidement tout près de la paroi d'où les échanges énergétiques plus importants dans ce dernier cas.

On remarque que, pour le cas laminaire moins de frottement par rapport le cas turbulent, ceci est du aux forces de frottement qui sont plus grandes dans le cas turbulent.



Comparaison des épaisseurs de la couche limite laminaire et turbulente

Etablissement de l'équation de Falkner- Skan

Pour le profil initial ($x = 0$), les équations de Prandtl prennent la forme :

$$b_i f'_i + \frac{h}{2}(b_i - 1) \frac{\partial f'_i}{\partial h} + \frac{\partial V_i}{\partial h} = 0$$

$$\bar{V}_i \frac{\partial f'_i}{\partial h} = (1 - f_i'^2) b_i + \frac{\partial^2 f'_i}{\partial h^2}$$

L'indice i indique le profil initial

Si on multiplie par dh , on intègre sur la variable h de la valeur 0 à h , sachant que :

$$f_i(0) = f'_i(0) = V(0) = 0$$

La vitesse V pour le profil initial est donnée par la formule :

$$V_i = -b_i f'_i - \frac{b_i - 1}{2} (h f'_i - f_i)$$

$$\bar{V}_i = -b_i f'_i - \frac{b_i - 1}{2} (h f'_i - f_i) + \frac{1}{2} h_j f'_{i,j} (b_i - 1)$$

$$\bar{V} = -\frac{(b_i + 1)}{2} f_i$$

Remplaçons cette expression dans celle de la quantité de mouvement :

$$\left[-\frac{1}{2} f_i (b_i + 1) \right] f''_i = [1 - f_i'^2] b_i + f'''_i$$

Cette équation peut être réorganisée de la façon suivante :

$$f'''_i + \frac{1}{2} (b_i + 1) f_i f''_i + b_i (1 - f_i'^2) = 0$$

Expression du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement local est défini par [1]:

$$Cf = \left[\frac{t}{\frac{1}{2} r \cdot U_\infty^2} \right]$$

$$Cf = \frac{m \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)}{\frac{1}{2} r U_\infty^2}$$

Le coefficient de frottement local au niveau de la paroi (pariétal) est dénoté t_0 ; il est de la forme suivante :

$$Cfp = \left[\frac{t_0}{\frac{1}{2} r \cdot U_\infty^2} \right]$$

$$Cfp = \frac{m \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}}{\frac{1}{2} r U_\infty^2}$$

Pour rendre cette expression conforme avec celles utilisées dans la modélisation, on doit exprimer ce coefficient en fonction de x et h ; sachant que :

$$u = U_e \cdot f' , \quad U_e = U_e(x) , \quad h = y \cdot \sqrt{\frac{U_e}{u \cdot s}} .$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0} = \left[\frac{\partial (U_e \cdot f')}{\partial y} \right]_{y=0}$$

$$= U_e \cdot \left[\frac{\partial f'}{\partial y} \right]_{y=0}$$

$$\left[\frac{\partial f'}{\partial y} \right]_{y=0} = \left[\left(\frac{\partial f'}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \right]_{y=0} .$$

Comme, on a : $\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right) = 0$, donc :

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0} = U_e \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right) \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_{y=0} = \sqrt{\frac{U_e}{u \cdot s}}$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0} = U_e \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{U_e}{u \cdot s}} \right)$$

$$C_f = \left(\frac{2 \cdot U_e \cdot u}{U_\infty U_\infty} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{U_e}{u \cdot s}} \right) \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right)_{y=0}$$

Pour la plaque plane : $U_e = U_\infty$ et $\left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right)_{y=0} = 0.332$

$$C_f \cdot plaque \cdot plane = 2 \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right)_{y=0} \cdot \left(\sqrt{\frac{u}{U_e \cdot s}} \right)$$

$$\begin{aligned} C_f \cdot plaque \cdot plane &= \frac{2 \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right)_{y=0}}{\left(\sqrt{\frac{U_e \cdot s}{u}} \right)} = \frac{2 \cdot \left(\frac{\partial f'}{\partial h} \right)_{y=0}}{\left(\sqrt{R_{ex}} \right)} \\ &= \frac{2 \cdot f''_{y=0}}{\sqrt{R_{ex}}} = \frac{2 \cdot (0.332)}{\sqrt{R_{ex}}} = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}} \end{aligned}$$

$$C_f \cdot plaque \cdot plane = \frac{0.664}{\sqrt{R_{ex}}}$$

Résumé

La couche limite laminaire, bidimensionnelle et incompressible autour d'un profil et son contrôle par aspiration et par soufflage, est étudiée par voie numérique.

L'étude est basée sur le modèle de la couche limite de Prandtl utilisant les différences finies et le schéma de Cranck- Nicolson.

L'étude a portée sur le cas d'une plaque plane et les profils NACA 0012, 0015, 0018 ET NACA 66₁012.

La distribution de vitesse, l'épaisseur de la couche limite, le coefficient de frottement ainsi que le point de transition sont déterminés et présentés avec et sans contrôle.

L'application du contrôle a démontré son effet positif sur le point de transition et sur le coefficient de frottement, les deux techniques de contrôle sont comparées pour différentes longueurs de porosité, vitesses et angles d'aspiration et de soufflage.

Mots clés : écoulement, incompressible, profil, vitesse, différences finies, couche limite, coefficient de frottement, contrôle, aspiration, soufflage.

Abstract

A laminar, two-dimensional and incompressible boundary layer around a profile and its control using suction and blowing is studied numerically.

The study is based on the Prandtl boundary layer model. Using the method of finite differences and the Crank-Nicolson scheme.

The study concerns the flat plate case and the NACA 0012, 0015, 0018 and 66,012 profiles.

The velocity distribution, the boundary layer thickness and the friction coefficient distribution are determined and presented with and without control.

The application of the control technique, has demonstrated its positive effect on the transition point and the friction coefficient.

Both control procedures are compared for different porosity lengths, speeds and angles of suction and blowing.

Key-words: flow, incompressible, profile, velocity, friction coefficient, finite differences, thickness, porosity, control, suction, blowing.

ملخص

ملخص

تمّت دراسة عددية لطبقة حديدية صفحية ثنائية البعد و غير منضغطة حول مقطع و التحكم فيها باستعمال عملية إمتصاص و نفث. الدراسة كانت مبنية على نموذج " برانتل " للطبقة الحديدية باستعمال طريقة الفروق المنتهية و مخطط "كرنك نكولسن".

الدراسة احتوت على صفحية مستوية و مقاطع NACA 0012، 0015، 0018 و 661012.

تمّ تقييم السرعات و سمك الطبقة الحديدية و معامل الإحتكاك و تمثيلها باستعمال و عدم إستعمال تقنيات المراقبة.

تطبيق تقنية المراقبة برهن على فعاليتها بالنسبة لنقطة تغيير طبيعة الطبقة الحديدية و معامل الإحتكاك.

تمّت مقارنة التقنيتين لمختلف أطوال سطح الإمتصاص و النفث و كذلك سرعات و زوايا هاتين التقنيتين.

الكلمات المفتاحية : سريان ، مائع، غير منضغط، سرعة، طبقة حدية سفحية، فروق منتهية، مراقبة، إمتصاص، نفث، معامل إحتكاك، سمك.