

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1  
FACULTE DES SCIENCES EXACTES DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° de Série : 10/DS/2021

N° d'ordre : 07/Phy/2021

## **THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences en Physique  
Spécialité : Physique Energétique

## **THEME**

**Contribution à l'étude numérique de la convection sous  
serres fermées et ouvertes**

PAR  
**SLATNI Yassine**  
Soutenu le :16/11/2021

Devant le jury :

Présidente :	Pr.	CHAKER Abla	Université Frères Mentouri Constantine 1
Rapporteur :	Pr.	DJEZZAR Mahfoud	Université Frères Mentouri Constantine 1
Examineurs :	Pr.	LAOUAR Salah	Université Larbi Ben M'hidi O.E.B
	Dr.	BOURAS Abdelkrim	Université Mohamed Boudiaf M'Sila



Je dédie ce mémoire à mon directeur de thèse  
Professeur **Mahfoud DJZZAR**, et à tous mes enseignants.  
A mes parents, à ma femme et mes enfants.  
A mes frères et mes sœurs.  
A tous mes amis surtout MESSAI.T.



## ***Remerciements***

En premier lieu, je tiens à remercier très chaleureusement et à exprimer toute ma gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur **Mahfoud DJEZZAR**, Professeur à l'Université Frères Mentouri Constantine 1, pour ses efforts, ses orientations ainsi que la qualité du savoir qu'il m'a inculqué, sans oublier son temps précieux ainsi que sa disponibilité permanente, sa contribution primordiale et ses idées originales qui ont servi à enrichir le contenu de cette thèse.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Madame **Abla CHAKER**, Professeur à l'Université Frères Mentouri Constantine 1, qui a bien voulu présider mon jury de thèse, malgré ses nombreuses occupations.

Je remercie vivement Monsieur **LAOUAR Salah**, Professeur à l'Université à l'université Larbi Ben M'hidi Oum-El-Bouaghi et Monsieur **BOURAS Abdelkrim**, Docteur à l'Université de Mohamed Boudiaf M'Sila, qui m'ont fait l'honneur d'examiner cette thèse et de participer à mon jury de soutenance, je leur adresse ma sincère gratitude.

Tous mes remerciements vont également, à toute personne ayant aidé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

# Sommaire

<b>Nomenclature</b> .....	viii
<b>Liste des figures</b> .....	xi
<b>Liste des tableaux</b> .....	xiii
<b>INTRODUCTION</b> .....	1
<b>CHAPITRE 1 – SYNTHESSES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	5
<b>CHAPITRE 2 – MODELE MATHEMATIQUE</b>	
<b>1<sup>er</sup> cas</b>	
2.1.1 Introduction.....	18
2.1.2 Description du problème.....	18
2.1.3 Equations en régime laminaire.....	19
2.1.4 Equations générale.....	19
2.1.5 Hypothèses simplificatrices.....	20
2.1.6 Formulation des équations gouvernantes.....	21
2.1.6.1 Formulation des équations en coordonnées cartésiennes.....	22
2.1.6.2 Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement.....	23
2.1.7 Introduction des coordonnées bicylindrique.....	24
2.1.7.1 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles.....	25
2.1.8 Adimensionnalisation.....	26
2.1.8.1 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles.....	27
2.1.9 Coefficient d'échange de chaleur.....	27
2.1.9.1 Nombre de Nusselt local.....	27
2.1.9.2 Nombre de Nusselt moyen.....	27
2.1.10 Généralisation du modèle mathématique.....	28
<b>2<sup>ème</sup> cas</b>	
2.2.1 Description du problème.....	29
2.2.2 Hypothèses simplificatrices.....	30
2.2.3 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles.....	30
2.2.4 Calcul de débit volumique.....	31

### 3<sup>ème</sup> cas

2. 3.1	Introduction.....	32
2. 3.2	Description du problème.....	32
2. 3.3	Equation gouvernantes .....	33
2. 3.4	Hypothèses simplificatrices.....	33
2. 3.5	Conditions aux limites dimensionnelles .....	34
2. 3.6	Equations adimensionnelles.....	35
2. 3.6.1	Conditions aux limites adimensionnelles .....	35
2. 3.7	Calcul du nombre de Nusselt local.....	36
2. 3.8	Evaluation de la fonction de courant.....	36
2. 3.9	Généralisation du modèle mathématique.....	36

## CHAPITRE 3 - MODELE NUMERIQUE

### 1<sup>er</sup> cas

3.1.1	Introduction.....	38
3.1.2	Méthodes résolution numériques.....	38
3.1.2.1	Méthodes des différences finis.....	38
3.1.2.2	Méthodes des éléments finis.....	39
3.1.2.3	Méthodes des volumes finis.....	39
3.1.2.4	Volume élémentaire d'intégration.....	41
3.1.2.5	Discrétisation de l'équation générale de transfert d'une variable $\Phi$ .....	41
3.1.3	Discrétisation de l'équation de la chaleur.....	49
3.1.3.1	Détermination des coefficients $F_i$ , $D_i$ et $P_i$ ( $i = n, s, e, w$ ).....	50
3.1.4	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement.....	53
3.1.5	Discrétisation de l'équation de la fonction de courant.....	55
3.1.6	Discrétisation des conditions aux limites adimensionnelle.....	56
3.1.6.1	Conditions aux limites pour serre sans ouverture.....	56

### 2<sup>ème</sup> cas

3.2.1	Domaine physique et de calcul pour une serre ouverte.....	60
3.2.2	Conditions aux limites pour serre avec ouverture.....	60
3.2.3	Discrétisation des composantes de la vitesse.....	64

3.2.4	Processus de calcul.....	65
-------	--------------------------	----

### **3<sup>ème</sup> cas**

3.3.1	Introduction.....	68
3.3.2	Généralités sur le CFD.....	68
3.3.3	Description des logiciel Gambit et Fluent.....	68
3.3.3.1	Gambit.....	68
3.3.3.2	Fluent.....	70
3.3.4	Etude de la convection mixte dans la serre double chapelle.....	73
3.3.4.1	Création de la géométrie et le maillage sur Gambit.....	73
3.3.4.2	Implémentation des conditions aux limites.....	73
3.3.4.3	Les étapes de simulation sous Fluent.....	74

## **CHAPITRE 4 - RESULTATS ET DISCUSSION**

### **1<sup>er</sup> cas**

4.1.1	Introduction.....	75
4.1.2	Etude de la sensibilité au maillage.....	75
4.1.3	Validation du code de calcul.....	76
4.1.3.1	Premier validation.....	76
4.1.3.2	Deuxième validation.....	77
4.1.4	Influence du nombre de Rayleigh Ra.....	78
4.1.4.1	Lignes de courant, isothermes et vitesses.....	78
4.1.4.2	Distribution de la température et de la vitesse.....	80
4.1.5	L'influence du nombre des tubes sur la convection naturelle dans la serre.....	82
4.1.5.1	Le champ dynamique.....	84
4.1.5.2	Le champ thermique.....	85
4.1.5.3	Distribution de la température et de la vitesse.....	85
4.1.5.4	Nombre de Nusselt moyen et local.....	86
4.1.6	L'effet de la hauteur de la serre.....	89
4.1.6.1	Deuxième Géométrie.....	90
4.1.6.2	Troisième Géométrie.....	90
4.1.6.3	Quatrième Géométrie.....	91

4.1.6.4	Champs de vitesse.....	91
4.1.6.5	Distribution de la température et de la vitesse.....	92
4.1.6.6	Evolution des vitesses maximales suivant $\eta$ et $\theta$ .....	93
4.1.6.7	Nombre de Nusselt moyen et local.....	94
4.1.7	Comparaison d'une serre agricole chauffée avec et sans tubes de chauffage... 94	
4.1.7.1	Comparaison des isothermes et des lignes de courant avec et sans tube.....	95
4.1.7.2	Comparaison des champs des vitesses avec et sans tube.....	96
4.1.7.3	Comparaison des vitesses maximales suivant $\eta$ et $\theta$ .....	96
4.1.7.4	Nombre de Nusselt moyen et local.....	97

### **2<sup>ème</sup> cas**

4.2.1	Introduction.....	98
4.2.2	Influence du nombre de Rayleigh Ra.....	98
4.2.2.1	Lignes de courant, isothermes et vitesses.....	98
4.2.2.2	Distribution de la température et de la vitesse.....	100
4.2.3	L'influence des positions d'ouverture.....	103
4.2.3.1	Distribution de la température et de la vitesse pour différentes $P_s$ .....	105
4.2.3.2	Nombre de Nusselt moyen et local.....	106
4.2.3.3	Le débit volumique pour différentes positions d'ouverture.....	107
4.2.3.4	Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle.....	108
4.2.4	Influence de la dimension des ouvertures.....	108
4.2.4.1	Influence du nombre de Rayleigh.....	109
4.2.4.1.1	Lignes de courant, isothermes et vitesses.....	109
4.2.4.2	Influence de la taille des ouvertures.....	110
4.2.4.3	Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle.....	112
4.2.4.4	Nombre de Nusselt moyen et local.....	113
4.2.4.5	Le débit volumique pour différentes positions d'ouverture.....	113

### **3<sup>ème</sup> cas**

4.3.1	Introduction.....	115
4.3.2	Validation du code numérique.....	115
4.3.3	Résultats et discussions.....	115

4.3.3.1	Influence du nombre de Rayleigh.....	116
4.3.3.2	Nombre de Nusselt local.....	117
4.3.3.3	Distribution de la température et de la vitesse dans la serre.....	118
4.3.3.4	Influence du nombre de Reynolds.....	120
4.3.3.5	Distribution de la température et de la vitesse dans la serre.....	121
<b>Conclusion</b>	.....	124
<b>Annexe : Coordonnées Bicylindrique</b>	.....	126
<b>Références Bibliographiques</b>	.....	133

# NOMENCLATURE

## LETTRES LATINES

- $a$  : Distance focale dans le système de coordonnées bicylindrique [m].
- $b$  : Terme de source dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- $C_p$  : Chaleur massique à pression constante [J. kg<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>].
- $D_h$  : La longueur caractéristique [m].
- $D_m$  : Dimension d'ouverture naturelle dans la serre
- $f$  : Facteur de forme.
- $\vec{f}$  : Forces de volume [N.m<sup>-3</sup>].
- $\vec{g}$  : Accélération de la pesanteur [m. s<sup>-2</sup>].
- $h$  : Coefficient métrique dimensionnel [m].
- $ha$  : Petite hauteur de la serre double chapelle [m].
- $H$  : Coefficient métrique adimensionnel.
- $Ha$  : Grande hauteur de la serre double chapelle [m].
- $K$  : Hauteur de la serre tunnel [m].
- $L$  : Largeur de la serre [m].
- $NI$  : Le nombre total des nœuds suivant  $\eta$ .
- $NN$  : Le nombre total des nœuds suivant  $\theta$ .
- $Nu_l$  : Nombre de Nusselt local
- $Nu_{av}$  : Nombre de Nusselt moyen
- $P$  : Pression [N.m<sup>-2</sup>].
- $P_s$  : Position d'ouverture naturelle dans la serre
- $q$  : Production interne de chaleur [W.m<sup>-3</sup>].
- $Q_v$  : Débit volumique [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>].
- $S_\phi$  : Terme de source.
- $T$  : Température de l'air [K].
- $T_0$  : Température de référence [K].
- $T_C$  : Température du toit de la serre [K].
- $T_H$  : Température des tubes de chauffage [K].
- $T_M$  : Température du sol [K].
- $u, v$  : Composantes des vitesses en coordonnée cartésiennes [m.s<sup>-1</sup>].
- $\vec{v}$  : Vecteur vitesse [m.s<sup>-1</sup>].

$V_\theta, V_\eta$ : Composantes des vitesses suivant  $\theta, \eta$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$x, y, z$ : Coordonnées cartésiennes [m].

### LETTRES GRECQUES :

$\alpha$  : Diffusivité thermique [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$\beta$  : Dilatation thermique [ $\text{K}^{-1}$ ].

$\gamma$  : Angle d'inclinaison [ $^\circ$ ].

$\Delta T$ : Ecart de température dimensionnel [K].

$\lambda$  : Conductivité thermique [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ].

$\mu$  : Viscosité dynamique [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$\nu$  : Viscosité cinématique [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$\rho$  : Masse volumique [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

$\rho_0$  : Masse volumique de référence [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

$\Phi$  : Dissipation visqueuse massique [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ].

$\Gamma_\Phi$  : Coefficient de diffusion de  $\Phi$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

$\tau$  : Contrainte tangentielle [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ].

$\eta, \theta$ : Coordonnées bicylindrique.

$\omega$  : Vorticité [ $\text{s}^{-1}$ ].

$\psi$  : Fonction de courant [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].

### NOMBRES ADIMENSIONNELS :

$Gr$  : Nombre de Grashof  $Gr = g\beta\Delta TD_h^3/\nu^2$

$Pr$  : Nombre de Prandtl  $Pr = \nu/\alpha$ .

$Ra$  : Nombre de Rayleigh  $Ra = Gr \cdot Pr$

$Re$  : Nombre de Reynolds  $Re = UO_v/\nu$

### INDICE :

$I$  : indice des nœuds suivant  $\eta$ .

$J$  : indice des nœuds suivant  $\theta$ .

$\eta$  : suivant la coordonnée  $\eta$ .

$\theta$  : suivant la coordonnée  $\theta$ .

$i$  : Intérieur.

$e$  : Extérieur.

**EXPOSANT :**

\* : Paramètres adimensionnels.

## Listes des figures

Figure 2.1.1 :	Représentation schématique d'une serre tunnel chauffée par le bas.....	18
Figure 2.1.2 :	Modèle physique d'une serre tunnel fermée chauffée par le bas.....	19
Figure 2.1.3 :	Représentation schématique des coordonnées bicylindrique.....	24
Figure 2.2.1 :	Représentation schématique d'une serre tunnel ouverte chauffée par... le bas	29
Figure 2.2.2 :	Définition du modèle physique d'une serre avec ouvertures.....	29
Figure 2.3.1 :	Représentations schématiques du domaine physique.....	32
Figure 3.1.1 :	Le domaine physique et le domaine de calcul.....	40
Figure 3.1.2 :	Volume de contrôle principal bidimensionnel.....	41
Figure 3.1.3 :	Représentation schématique des nœuds P, E, W et S dans le maillage.	51
Figure 3.2.1 :	Le domaine physique et le domaine de calcul.....	60
Figure 3.2.2 :	Représentation de schéma physique.....	60
Figure 3.3.1 :	Maillage structuré et non structuré.....	69
Figure 3.3.2 :	Implémentation des conditions aux limites.....	71
Figure 3.3.3 :	Initialisation du processus itératif.....	72
Figure 3.3.4 :	Choix de la solution.....	72
Figure 3.3.5 :	Choix et affichage pendant les calculs des critères de convergence.....	72
Figure 3.3.6 :	Représentation Schématique du problème étudié.....	73
Figure 3.3.7 :	Géométrie et maillage sur Gambit.....	73
Figure 3.3.8 :	Evolution des résidus des équations de continuité, d'énergie et de la quantité de mouvement pour $Re=10$	74
Figure 4.1.1 :	Comparaison des lignes de courant et des isothermes de nos résultats avec ceux de la référence [9]	76
Figure 4.1.2 :	Comparaison du nombre de Nusselt moyen de nos résultats avec ceux de la référence [9]	77
Figure 4.1.3 :	Comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [12].....	77
Figure 4.1.4 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec $N_t=3$ , pour différentes $Ra$	78
Figure 4.1.5 :	les positions des axes pour l'étude de la variation de la température et de la vitesse dans la serre	80
Figure 4.1.6 :	Distribution de la température et de la vitesse pour $Ra=10^3$ .....	80
Figure 4.1.7 :	Distribution de la température et de la vitesse pour $Ra=10^6$ .....	81
Figure 4.1.8 :	Isothermes, Lignes de courant et vitesse pour différentes $N_t$ et $Ra$ .....	82
Figure 4.1.9 :	Température et vitesse verticale pour différents $N_t$ à $Ra=10^6$ .....	85
Figure 4.1.10 :	Température et vitesse horizontale pour différents $N_t$ à $Ra=10^6$ .....	86
Figure 4.1.11 :	Variations du nombre moyen de Nusselt en fonction du $Ra$ et $N_t$ .....	87
Figure 4.1.12 :	Variations du nombre de Nusselt local près de la paroi chaude.....	87
Figure 4.1.13 :	Serre dans les coordonnées bicylindrique.....	89
Figure 4.1.14 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec $f=1$ , $N_t=5$ et $Ra=10^6$	90
Figure 4.1.15 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec $f=0.95$ , $N_t=5$ et $Ra=10^6$	90
Figure 4.1.16 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec $f=0.8$ , $N_t=5$ et $Ra=10^6$	90
Figure 4.1.17 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec $f=0.8$ , $N_t=5$ et $Ra=10^6$	91
Figure 4.1.18 :	Distribution verticale de la température de la vitesse pour différentes $f$ , $N_t=5$ et $Ra=10^6$	92

Figure 4.1.19 :	Distribution horizontale de la température de la vitesse pour différentes $f$ , $N_r=5$ et $Ra=10^6$	92
Figure 4.1.20 :	Variations de $V_{\eta_{\max}}$ pour différentes $f$ et $Ra$ , $N_r=5$	93
Figure 4.1.21 :	Variations de $V_{\theta_{\max}}$ pour différentes $f$ et $Ra$ , $N_r=5$	93
Figure 4.1.22 :	Variations de $\psi_{\max}$ pour différentes $f$ et $Ra$ , $N_r=5$	93
Figure 4.1.23 :	Variations du nombre de $Nu_l$ en fonction du $f$ , $Ra$ et $N_r=5$	94
Figure 4.1.24 :	Variations du nombre de $Nu_{av}$ en fonction du $f$ , $Ra$ et $N_r=5$	94
Figure 4.1.25 :	Isothermes et lignes de courant $Ra=10^6$ , $N_r=5$ et $f=1$ pour une serre avec et sans tubes	95
Figure 4.1.26 :	Distribution des vitesses, $Ra=10^6$ et $N_r=5$ pour une serre avec et sans tubes	96
Figure 4.1.27 :	Variations de $V_{\eta_{\max}}$ pour une serre avec et sans tubes	96
Figure 4.1.28 :	Variations de $V_{\theta_{\max}}$ pour une serre avec et sans tubes	96
Figure 4.1.29 :	Variations de $\psi_{\max}$ pour une serre avec et sans tubes	96
Figure 4.1.30 :	Comparaison du $Nu_l$ pour une serre avec et sans tubes	97
Figure 4.1.31 :	Variations du $Nu_{av}$ pour une serre avec et sans tubes	97
Figure 4.2.1 :	Différentes positions d'ouverture de la serre agricole	98
Figure 4.2.2 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) pour différentes valeurs de $Ra$ , avec $N_r=5$ et $f=1$	100
Figure 4.2.3 :	les positions des axes pour l'étude de la variation de la température et de la vitesse dans une serre ouverte	100
Figure 4.2.4 :	Distribution de la température et de la vitesse pour $Ra=10^3$	101
Figure 4.2.5 :	Distribution de la température et de la vitesse pour $Ra=10^6$	102
Figure 4.2.6 :	Isothermes, lignes de courant et vitesses pour différentes $P_s$	103
Figure 4.2.7 :	Distribution de la température et de la vitesse verticale pour $N_r=5$ , $Ra=10^6$ et différentes $P_s$	105
Figure 4.2.8 :	Distribution de la température et de la vitesse horizontale pour $N_r=5$ , $Ra=10^6$ et différentes $P_s$	106
Figure 4.2.9 :	Variations du $Nu_{av}$ en fonction du $P_s$ et $Ra$	107
Figure 4.2.10 :	Variations du $Nu_l$ en fonction du $P_s$ et $Ra$	107
Figure 4.2.11 :	Variations du $Q_v$ en fonction du nombre de $Ra$ , $N_r=5$ et $f=1$	107
Figure 4.2.12 :	Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle pour $Ra=10^6$ , $N_r=5$ et $f=1$	108
Figure 4.2.13 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) pour $N_r=5$ , $f=1$ , $D_{mI}$ et différentes valeurs de $Ra$	109
Figure 4.2.14 :	Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) pour $N_r=5$ , $f=1$ , et différentes valeurs de $Ra$ , $D_m$	110
Figure 4.2.15 :	Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle pour $Ra=10^6$ , $N_r=5$ et différentes $D_m$	112
Figure 4.2.16 :	Variations du $Nu_{av}$ en fonction du $D_m$ et $Ra$	113
Figure 4.2.17 :	Variations du $Nu_l$ en fonction $D_m$ et $Ra$	113
Figure 4.2.18 :	Variations du débit volumique en fonction du $D_m$ et $Ra$	114
Figure 4.3.1 :	Comparaison du nombre de Nusselt moyen de nos résultats avec ceux de la référence [26] avec a) $N_r=3$ , b) $N_r=6$	115
Figure 4.3.2 :	Isothermes et Lignes de courant pour différents $Ra$ et ( $Re=50$ )	116
Figure 4.3.3 :	Variation de Nusselt local pour différents $Ra$ et ( $Re=50$ )	117
Figure 4.3.4 :	Positionnements des axes	118
Figure 4.3.5 :	Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (A) pour différents $Ra$ et ( $Re=50$ )	118

Figure 4.3.6 :	Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (B) pour différents Ra et (Re=50)	119
Figure 4.3.7 :	Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (C) pour différents Ra et (Re=50)	119
Figure 4.3.8 :	Isothermes et Lignes de courant pour différents Re et (Ra=10 <sup>5</sup> ).....	120
Figure 4.3.9 :	Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) pour différents axes et Re pour (Ra=10 <sup>5</sup> )	122
Figure A.1:	Représentation schématique des coordonnées bicylindrique.....	126

## Liste des tableaux

Tableau 2.1.1 :	Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée	28
Tableau 2.3.1 :	Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée	37
Tableau 4.1.1 :	Variation de la valeur maximale de la fonction de courant et du nombre de Nusselt moyen, en fonction du nombre de nœuds	75
Tableau 4.1.2 :	Corrélation du nombre moyen de Nusselt pour différentes configurations	87
Tableau 4.1.3 :	Comparaison l'effet du nombre des tubes de chauffage maximum par rapport au nombre de Nusselt moyen	88

## **INTRODUCTION GENERALE**

Les serres sont construites pour protéger les plantes contre les climats rigoureux et pour fournir de la chaleur toute l'année. Pour obtenir un rendement suffisant des cultures, les plantes ont besoin d'un climat stable et approprié. En général, ces conditions ne sont pas toujours données car la plupart des régions sont confrontées à des conditions météorologiques extrêmes. Il existe deux types de serre : les serres d'horticulture et les serres tunnels.

Les serres d'horticultures. La chapelle est l'unité de construction de la serre formée par deux parois latérales verticales et un toit à deux pentes, généralement symétriques, la chapelle est caractérisée par sa largeur. Quand deux chapelles consécutives ne sont pas séparées par une paroi verticale interne, on parle de serre multi-chapelles ou chapelles jumelées. La ferme est l'élément de structure porteuse principale de la chapelle répétée à intervalles réguliers. La longueur entre les fermes est caractéristique du type de la serre. Le module est une surface caractéristique de la serre obtenue en réalisant le produit de la largeur de la chapelle par la longueur de l'entre ferme; les pignons sont les parois verticales formant les deux extrémités d'une chapelle; le faîtage est la ligne constituée par le sommet de la chapelle; le portique est la structure porteuse constituée dans les serres anciennes par le pied ferme et par une poutre joignant les sommets des piédroits, il y a de moins en moins de serres à portique; les piédroits sont les parois verticales latérales d'une chapelle.

Les serres plastiques du type tunnel sont largement utilisées dans le monde entier, surtout dans les pays du bassin méditerranéen, du fait de leur faible coût d'investissement. Celles-ci sont performantes en hiver et au printemps où, l'énergie solaire est utile et suffisante à la production sous serre. Par contre, ces serres perdent leur efficacité en été où, le climat est très chaud, ce qui provoque des surchauffes excessives et de fortes hygrométries à l'intérieur. Ces conditions climatiques extrêmes influent sur la qualité et la quantité du produit et favorise le développement de certaines maladies.

Sur le plan physique, la serre est un système énergétique complexe dans lequel les différents modes d'échange thermique et massique interviennent. S'ils sont relativement simples et bien connus, leur couplage entraîne des difficultés dans la modélisation du système. Dans ce système, la convection naturelle est un mécanisme particulièrement important pour l'échange de chaleur entre l'air intérieur et toutes les autres surfaces solides (sol, parois, toit, culture, systèmes de chauffage et d'aération). L'interaction entre ces échanges convectifs et le rayonnement incident donne naissance au climat sous serres.

Le chauffage de serre vous permet de contrôler votre environnement de croissance, de prolonger la saison de croissance, de maintenir une qualité élevée, de réduire les pertes dues aux maladies et d'augmenter les rendements. Parmi les énergies utilisées pour chauffer la serre, la géothermie est une énergie gratuite et renouvelable, qui peut participer à plusieurs paliers dans l'économie, notamment dans le domaine de l'agriculture. L'eau est employée comme élément transporteur de la chaleur. Elle circule à travers un réseau de tuyaux métalliques ou en PVC-Polyéthylène, en fonction de la température de la source d'eau chaude.

Le chauffage des serres de concombre est réalisé par deux types de tuyaux. Des rails placés proches du sol et des tuyaux de végétation, placés à proximité de la végétation. Ces deux types de tuyaux peuvent supporter des températures plus élevées mais les chaudières ne le permettent pas et cela pourrait engendrer des risques pour les plantes. Le nombre et la position des rails influent sur les gradients de température et de pression et donc sur la convection naturelle. Un plus grand nombre de rails augmente le transfert de chaleur.

Lorsque le climat extérieur est chaud et ensoleillé, la température dans les serres peut être très élevée, ce qui est préjudiciable au bon développement des végétaux. Dans ce cas, il est nécessaire de l'abaisser. Pour cela, différentes techniques existent. L'utilisation d'écrans d'ombrage ou le blanchiment des parois réduit la transmission de la lumière et réduit donc l'augmentation de chaleur par effet de serre. Il est également possible d'utiliser l'aspersion de toiture, l'eau est placée sur le toit de la serre, ce qui diminue la température des parois et réduit donc les transferts de chaleur par conduction. Cependant, cette technique est consommatrice d'eau et peut salir les parois et donc diminuer la transmission de la lumière. Certains producteurs utilisent des brumisateurs, de fines particules d'eau sont émises dans la serre, leur évaporation diminue la température. Le problème de cette technique est qu'elle augmente l'hygrométrie et donc les risques d'émergence de champignons pathogènes. Une technique émergente est l'utilisation d'un tapis de refroidissement, l'air traverse une couche poreuse humide, l'eau est évaporée par le courant d'air, ce qui fait baisser la température. Cependant, cela augmente l'humidité et représente un coût important en termes de mise en place et de consommation énergétique. Donc La méthode la plus simple est la ventilation naturelle, lorsque la température est trop élevée, les ouvrants de toiture s'ouvrent, l'air extérieur plus froid permet une réduction de la température intérieure. La ventilation naturelle est le système le plus économique pour réguler le microclimat interne de la serre. Il s'agit des ouvrants disposés sur la structure. Les ouvertures doivent représenter une position et une dimension optimale pour permettre à l'air de bien circuler par le toit, une installation de

l'ouvrant côté nord est préconisée, les ouvertures au plafond permettent à l'air de se mélanger correctement dans la serre.

La ventilation forcée nécessitera une installation électrique spécifique dans la serre, boîtiers électriques avec protections des circuits, démarreurs, lignes, canaux électriques ... Par la suite vous pourrez installer votre ventilateur. Il s'agit habituellement de ventilateurs de type hélicoïdal avec des persiennes, fonctionnant en mode extracteur d'air. Par son action ces types de ventilateurs fournissent le renouvellement du volume d'air logé dans la serre et permettent l'extraction du  $\text{CO}_2$  et le rééquilibrage du climat général. Ils peuvent être réglés selon le débit désiré. Ces ventilateurs doivent de préférence être installés à l'opposé des vents dominants. Ce type d'installation est adéquat pour suppléer le fonctionnement de l'aération naturelle dans les serres. Il est aussi utile pour aérer les locaux qui hébergent certains types de végétaux aux besoins spécifiques, garantissant l'aération à des moments déterminés pendant lesquels les conditions environnementales ne conviennent pas aux cultures (fort enneigement empêchant l'ouverture, vent violent).

L'objectif de ce travail est donc de contribuer à l'étude des mouvements thermiques naturels et mixtes qui se développent au sein de deux types de serres différentes. Le premier type, serre agricole tunnel bidimensionnelle d'hauteur  $K$  et de largeur  $L$ , chauffée par des tubes sous sol à une température  $T_H$ , une température moyenne  $T_M$  du sol près de ces tubes de chauffage et une température froide  $T_C$  pour le toit de la serre, avec  $T_H > T_M > T_C$ , une comparaison à faire avec nos résultats de magistère pour le chauffage de la serre avec et sans tubes et voir l'influence de chauffage par les deux types (dans le premier cas). Dans le deuxième cas nous avons opté deux ouvertures naturelles de ventilation à travers le toit; les paramètres dont dépend la structure de l'écoulement sont : le nombre de Rayleigh  $Ra$ , le nombre de Reynolds  $Re$ , le nombre des tubes  $N_t$ , le facteur de forme  $f$ , ainsi que pour le cas de la ventilation naturelle de la serre, on a la position d'ouverture  $P_s$  et la dimension d'ouverture  $D_m$ .

Pour Le deuxième type, nous étudions le phénomène de la convection mixte, en régime laminaire et permanent dans une serre double chapelles ouverte, traversée latéralement par un écoulement forcé. Nous avons pris comme conditions de chauffage des parois isothermes pour notre serre  $T_H$  pour le sol et  $T_C$  pour le toit, avec  $T_H > T_C$ . Les paramètres dont dépend la structure de l'écoulement sont : le nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds avec un nombre de Prandtl  $Pr=0.71$ .

La présentation de cette thèse est articulée de la façon suivante :

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait à la convection naturelle et mixte dans des enceintes en diverses configurations et pour différentes conditions aux limites.

Le modèle physique choisi, les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées constituent le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que la validation de notre algorithme de calcul.

Nous rassemblons dans le chapitre quatre les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyse des divers résultats sont présentés à partir des distributions de certaines grandeurs physiques.

En conclusion, on a résumé les principaux résultats obtenus et en perspectives nous nous proposons de réaliser une autre étude en considérant d'autres phénomènes physiques.

## **CHAPITRE 1**

### **SYNTHESES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE**

Le transfert de chaleur par convection peut être classé selon le mode de l'écoulement du fluide à l'origine de ce transfert. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dans ce cas dite mixte.

La convection naturelle a attiré beaucoup d'attention de la part des chercheurs en raison de sa présence à la fois dans la nature et les applications d'ingénierie. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour résoudre les problèmes de la convection naturelle, tant expérimentales que théoriques et numériques, pour diverses applications et différentes formes d'enceintes. Une synthèse des travaux récents concernant ce phénomène a été rapporté dans les livres pour différentes géométries, conditions aux limites et de méthodes de résolutions. La convection naturelle qui se développe dans une cavité fermée trouve des applications dans de nombreux domaines. Nous citons l'énergie thermique, les industries pétrochimiques, l'aérospatiale et la construction. Nombreuses études, **Chang et al. [1]**, **Corcione [2]**, **Benchabi et Lanani [3]**, ont été menées pour comprendre ce phénomène, dans des cavités rectangulaires et carrées qui ont été réalisées et discutées. Aussi, diverses investigations sur les analyses de la convection naturelle laminaire dans des enceintes de forme irrégulière, y compris des parallélogrammes, trapézoïdaux, triangulaires et autres de forme non rectangulaire, ont été rapportées, **Holtzman et al. [4]** et **Perić [5]**. De plus, récemment **Das et Morsi [6]** ont étudié numériquement le transfert de chaleur et le mouvement convectif libre pour les enceintes en forme de dôme. Leurs résultats montrent que le phénomène convectif est fortement influencé par la forme du dôme du couvercle supérieur et tend à former un noyau secondaire même à un nombre de Rayleigh modéré par rapport à une enceinte rectangulaire équivalente. De plus l'effet de divers décalages du dôme et du toit incliné sur le transfert de chaleur par convection s'avère également assez important. Plus tard, **Morsi et Das [7]** ont analysé le transfert de chaleur et le mouvement convectif libre pour diverses structures. Leurs conditions étaient similaires à celles de **Das et Morsi [6]**. Ils ont constaté que l'effet de divers décalages du dôme et du toit incliné sur le transfert de chaleur par convection s'avère également assez important. Cependant, au-delà d'un décalage de 0,3 du couvercle supérieur, pour le dôme et le toit incliné, le changement du taux de transfert de chaleur global est minime. **Shin et al. [8]** ont étudié théoriquement la convection naturelle bidimensionnelle laminaire, dans une calotte

cylindrique d'axe horizontal. Le régime laminaire a été considéré dans des conditions stables. La procédure théorique adoptée dans cette étude fournit sur une large gamme de paramètres, l'angle d'inclinaison  $\alpha$  ( $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ ), le facteur de forme  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ) et le nombre de Grashof ( $10 \leq Gr \leq 10^7$ ). Ils ont trouvé que le transfert de chaleur minimal est obtenu pour des angles d'inclinaison compris entre  $30$  et  $45^\circ$ . Par contre pour des grandes valeurs du nombre de Grashof, le transfert est accéléré à cause d'écoulements secondaires. **Kabdi et al. [9]** ont étudié la convection thermique naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle dans des lunules cylindriques d'axe horizontal. Ils ont conclu qu'un choix convenable des paramètres géométriques et physiques permet de contrôler la convection naturelle. Aussi lorsque le plan des axes des deux cylindres est incliné par rapport au plan horizontal, on voit apparaître dans la partie supérieure de la lunule un écoulement secondaire qui résulte de la dégénérescence de l'un des deux écoulements symétriques existant lorsque le plan des axes est vertical. **Djezzar et al. [10]** et **[11]** quant à eux, ont étudié numériquement la convection naturelle dans un espace annulaire formé de deux cylindres elliptiques d'axes horizontaux et confocaux en utilisant la formulation en variables primitives, ils ont pu déceler des écoulements multicellulaires, pour certaines géométries quand le nombre de Grashof augmente, ceci pour les trois conditions thermiques pariétales utilisées. **Chen et Cheng [12]** ont fait des tests numériques et expérimentaux pour étudier le transfert thermique convectif naturel et le modèle de flux dans une enceinte en forme d'arc inclinée. Une technique de visualisation de flux utilisant la fumée est employée pour observer le modèle de flux, et une comparaison entre les prédictions numériques et les modèles de flux visualisés a été faite. Le nombre de Gr allant de  $10^4$  à  $10^7$  et l'angle d'inclinaison  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Ils ont constaté que si le nombre de Gr  $> 10^5$ , la convection naturelle devient significative. Ils ont aussi montré que l'intensité du vortex et le modèle dépendent de l'angle d'inclinaison. **Bouras et al. [13]** ont étudié numériquement la convection naturelle entre deux cylindres elliptiques. Ils ont observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Ra. Alors que pour des faibles valeurs du nombre de Ra, le coefficient de transfert de chaleur est dominé par conduction, le mode convectif devient plus intense avec des nombres de Rayleigh plus élevés. Ils ont trouvé que pour  $Ra = 10^2$ , le nombre de Prandtl n'a pas d'effet significatif sur les deux nombres de Nusselt moyens, par contre pour  $Ra > 10^2$ , ils ont constaté que les valeurs de transfert de chaleur et de lignes de courant augmentent avec l'augmentation du nombre de Prandtl.

Parmi ces formes complexes apparaît la forme de la serre agricole. Le terme serre est simplement défini comme un bâtiment où les plantes sont cultivées et peut être défini davantage en déclarant qu'elles offrent une protection contre le froid et peuvent être

climatisées. Les serres sont un outil précieux pour les producteurs en général et peuvent allonger la saison de croissance. Ils offrent un environnement plus contrôlé avec des plantes protégées des intempéries et de la géographie et sont à température contrôlée. Mais quel type de serre convient à vos besoins de croissance. En fonction de votre emplacement, de votre budget et de ce que vous avez l'intention de développer, vous avez le choix entre plusieurs options **Dalai et al. [14]**. Aussi le système de chauffage (ou le refroidissement) approprié est utilisé conjointement dans la serre agricole. Par conséquent, ces deux facteurs ont un impact significatif durant la période de culture, la qualité et la quantité des produits. Des recherches intensives dans ce domaine permettent une avance rapide et une commercialisation satisfaisante des systèmes de chauffage. **Tadj [15]** a étudié numériquement la convection naturelle dans une serre horticole chauffée par le bas. Les résultats montrent que pour des conditions d'application du flux sur le sol, la circulation de l'air est caractérisée par deux cellules de recirculation tournant dans les sens opposés. Son objectif à travers cette étude était d'améliorer la conception thermique des serres ainsi que de localiser les systèmes de climatisation. **Bougoul et al. [16]** ont étudié numériquement la circulation d'air et la distribution de la température engendrée par la force de flottabilité dans des serres fermées chauffées par des tubes. Pour les serres fermées, la circulation d'air est caractérisée par une seule cellule de convection avec des vitesses élevées le long des murs, Par contre les vitesses sont faible près du sol et du toit dans le centre de la serre. Ils ont trouvé que les résultats obtenus peuvent servir de conseils utiles dans le design des systèmes de chauffage des serres. **Ghernaout et al. [17]** se sont intéressés à la simulation numérique de la convection naturelle dans une serre modèle fermée chauffée par des tubes, soumise à différentes conditions aux limites sur le toit comme la température imposée, le flux convectif et le flux mixte. Ils ont étudié les paramètres d'écoulement thermique et dynamique dans la serre, tels que la vitesse moyenne et la température moyenne. Leurs résultats aident les agriculteurs à mettre en place une serre avec des matériaux et des dimensions adaptés aux conditions extérieures. **Babi et al. [18]** ont fait une recherche portent sur le développement de serres chauffées par eau géothermique au sud de l'Algérie pour la production commerciale de légumes et de fruits de contre-saison. Leurs résultats expérimentaux obtenus sont satisfaisants pour développer cette technique dans le futur proche pour l'approvisionnement de la population dans ces régions où l'eau géothermique, énergie propre et gratuite, existe sur l'abondance. **Dihmani et al. [19]** ont effectué une simulation numérique de transfert thermique dans une serre agricole chauffée par des blocs solides isothermes. Leurs résultats sont présentés sous formes d'isothermes, de lignes de courant et du nombre de Nusselt pour un nombre de Rayleigh allant de  $10^3$  à  $10^6$ . Ils

ont conclu que l'influence, du rayonnement thermique est d'autant plus important que le nombre de Rayleigh est élevé. Aussi que les blocs solides favorisent le transfert de chaleur dans la serre. Ils ont constaté que cette étude peut contribuer à l'amélioration du design des serres agricoles. **Ghosal et Tiwari [20]** ont étudié un modèle thermique développé pour le chauffage d'une serre avec un rideau thermique à l'intérieur et un écoulement naturel d'eau chaude géothermique à travers des tubes en polyéthylène posé sur le sol. Ils ont considéré trois zones dans cette serre, la zone I (plantes sous couverture thermique), la zone II (espace sous plafond) et la zone III (espace entre le toit et le plafond). Ils ont observé que les températures de l'air entourant la masse végétale dans la zone I étaient maintenues entre 14 et 23°C pendant la nuit d'hiver et tôt le matin, ce qui a permis une meilleure croissance des plantes en hiver contre les effets néfastes du gel. **Bezari et al. [21]** ont étudié le chauffage d'une serre avec stockage thermique. Leur travail est basé sur l'investigation sur l'emplacement, la superficie au sol, matériaux de couverture et les performances des serres couplés avec les différentes technologies de stockage thermique tel que le lit de galet. Ils ont trouvé approximativement la capacité des pierres exigées pour une surface d'une serre donnée ayant le polyéthylène et le verre comme matériau de couverture. Plus tard, **Lalmi et al. [22]** ont étudié l'effet du système de stockage sur les performances thermiques des deux serres horticoles dans le cas du climat semi-aride de Ghardaïa. Ils ont trouvé que les températures et les irradiations solaires sont des paramètres affectant significativement la production agricole en général. Aussi le système de stockage thermique n'a aucune influence négative sur les cultures. Ils ont conclu que la simulation numérique permet d'améliorer la conception thermique de la serre ainsi que le positionnement du système de stockage pour le chauffage. **Draoui et al. [23]** et **[24]** ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire instable dans une serre tunnel et mono-chapelle chauffée par le bas. Leurs résultats montrent que la circulation de l'air par deux cellules tournant dans le sens opposé, ainsi que la pression de l'air à l'intérieur de la serre est importante près du sol, Ils ont conclu que des ouvertures devraient être placées dans la partie supérieure de la serre, qui épuise ou reconstituent l'air dans la serre. **Lalmi et al. [25]** ont fait une étude numérique d'aspect thermique et optique pour l'évaluation et l'estimation de la température intérieure de la serre, cette étude concentrée sur l'utilisation des données climatiques régionales pour améliorer les performances thermiques de la serre pendant les périodes froides et les saisons hivernales. Ils ont conclu que cette étude permettra d'améliorer la conception thermique des serres ainsi que le positionnement des systèmes de chauffage à stockage thermique et configuration géométrique. **Mezrhab et al. [26]** ont effectué une étude numérique sur le calcul du rayonnement de surface et de la convection

naturelle dans une serre horticole chauffée. Leurs résultats sont rapportés en termes d'isothermes, de lignes de courant et de nombre moyen de Nusselt avec un nombre de Rayleigh de  $10^3$  à  $10^6$ . Ils ont conclu que le nombre de Nusselt moyen, caractérisant le transfert de chaleur total dans la serre, change avec l'amélioration d'échange convectif et radiatif, ainsi que l'augmentation du nombre de tubes chauffants. Cet effet est plus important pour les grandes valeurs du nombre de Ra. **Bartzanas et al. [27]** ont étudié l'influence de la méthode du système de chauffage sur le microclimat de la serre pendant la nuit, à l'aide d'une serre tunnel expérimentale avec une culture de tomate. Le système de chauffage se composait de tuyaux de chauffage en plastique situés à proximité de la gouttière contenant le substrat de culture et d'un réchauffeur d'air. Ils ont trouvé que l'utilisation d'un système mixte est favorable dans des conditions de tunnel de serre puisque l'utilisation du réchauffeur d'air, bien qu'augmentant légèrement la consommation d'énergie. **Lalmi et al. [28]** ont étudié l'effet du système de stockage et le comportement de l'air à l'intérieur de la serre. Ils ont montré que pour les conditions imposées et pour de faibles écarts de température entre le sol et le toit, la circulation de l'air est caractérisée par deux cellules de recirculation tournant en sens inverse. Ils ont conclu que cette étude permettra d'améliorer la conception thermique de la serre ainsi que le positionnement des systèmes de chauffage à stockage thermique et à configuration géométrique. **Taki et al. [29]** ont étudié les stratégies clés des technologies d'économie d'énergie basées sur une simulation numérique pour le contrôle du climat sous serre. Ils ont utilisé des solutions renouvelables et durables telles que les modules photovoltaïques, les capteurs solaires thermiques, les capteurs, les systèmes hybrides et le stockage de chaleur souterrain. Ils ont trouvé que jusqu'à 70 % d'économie d'énergie peuvent être réalisées grâce à une rénovation appropriée des serres conventionnelles. **Benabderrahmane et al. [30]** ont utilisé la méthode Lattice-Boltzmann pour simuler le transfert de chaleur et de masse dans la serre. Leurs résultats sont donnés sous forme des vitesses et des températures pour des nombres de Rayleigh allant de  $10^4$  à  $10^8$ . Ils ont montré que pour ces conditions la circulation de l'air est caractérisée par deux cellules de recirculation tournant en sens inverse et l'augmentation de la température peut contribuer efficacement au microclimat des serres. **Kruger et Pretorius [31]** ont étudié l'influence de divers paramètres de conception tels que l'angle d'inclinaison et l'asymétrie du toit et sur les modèles de vitesse et de température à l'intérieur d'une serre confinée à une seule travée chauffée par le bas. Ils ont constaté que des gradients de température et de vitesse considérables ont été observés au centre de la serre pour chaque cas dans les premiers 40 mm au-dessus du sol, ainsi que dans les derniers 24 mm près du toit. Leurs résultats ont également indiqué que le nombre de Rayleigh n'avait pas d'impact

significatif sur les modèles de flux et de température à l'intérieur de la serre, bien que l'angle du toit et l'asymétrie aient eu un impact.

Les cavités partiellement ouvertes sont rencontrées dans divers systèmes d'ingénierie, tels que les récepteurs thermiques solaires à cavité ouverte, capteurs solaires plats non couverts comportant des rangées de bandes verticales, appareils de refroidissement électroniques, dans les bâtiments, etc. Une revue de la littérature montre que de nombreuses études ont été publiées sur une cavité carrée ouverte. **Bilgen et Oztop [32]** ont fait une étude numérique sur des cavités carrées inclinées partiellement ouvertes, qui sont formées de parois adiabatiques et d'une ouverture partielle. Ils ont conclu que  $\dot{V}$  et  $Nu$  augmentent, avec l'augmentation du nombre de  $Ra$ . La relation entre le nombre de Nusselt  $Nu$  et l'angle d'inclinaison  $\varphi$  est non linéaire.  $Nu$  est maximisé à  $30-60^\circ$  pour les nombres de Rayleigh faibles et à  $60-90^\circ$  pour les nombres de Rayleigh élevés. Ils ont constaté que la taille de l'ouverture  $AR$ , la position  $AP$  et l'angle d'inclinaison  $\varphi$  avaient une influence considérable sur le taux de transfert de chaleur. Plus tard, **Bilgen et Muftuoglu [33]** ont utilisé différents paramètres tel que : le nombre de Rayleigh de  $10^3$  à  $10^6$ , ouverture sans dimension de 0,25 à 0,75, position d'ouverture en haut, centre et bas, et inclinaison de l'ouverture. Ils ont constaté que le débit volumique et le nombre de Nusselt sont une fonction croissante du nombre de Rayleigh, de la taille de l'ouverture et généralement de la position de l'ouverture. Alors le transfert de chaleur peut être maximisé ou minimisé en sélectionnant les paramètres appropriés, à savoir la taille de l'ouverture, la position de l'ouverture et l'angle d'inclinaison à un nombre de Rayleigh d'opération donné. **Mohamad [34]** a présenté une étude de la convection naturelle pour des cavités ouvertes ou des plaques chauffées fixées par des bandes verticales parallèles. Il a étudié l'effet du nombre de  $Ra$ , angle d'inclinaison et le rapport d'aspect pour un nombre de Prandtl fixe (0,7). Il a constaté que le nombre de Nusselt moyen est peu sensible à l'angle d'inclinaison et l'écoulement devient instable à des nombres de Rayleigh élevés et à de faibles angles d'inclinaison. **Prakash et al. [35]** ont examiné numériquement la perte de la convection naturelle à partir des cavités ouvertes pour trois formes différentes comme suit : cubiques, sphériques et hémisphériques. Ils ont observé pour toutes les formes de cavités analysées, la cavité ouverte hémisphérique a la perte de convection naturelle la plus élevée par rapport aux cavités cubiques et sphériques. Une corrélation du nombre, du Nusselt, impliquant l'effet de la forme de la cavité, le nombre de Rayleigh, l'angle d'inclinaison et le rapport d'ouverture, a été développée à partir de cette étude. **Mohamad et al. [36]** ont résolu numériquement la physique de l'écoulement et du transfert de chaleur dans les cavités à extrémités ouvertes et les fentes à extrémités fermées. Le nombre de Prandtl était fixé à 0,71 (air) tandis que le

nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect de la cavité sont modifiés dans la plage de  $10^4$  à  $10^6$  et de 0,5 à 10, respectivement. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur diminue asymptotiquement à mesure que le rapport d'aspect augmente et peut atteindre la limite de conduction pour un rapport d'aspect élevé. L'évaluation du débit dans la cavité commence par une recirculation à l'intérieur de la cavité, au fur et à mesure le débit à l'intérieur de la cavité communique avec l'environnement. **Chan et Tien [37]** ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire en régime permanent dans une cavité ouverte rectangulaire bidimensionnelle. Ils ont imposé des conditions aux limites approximatives à l'ouverture. Cette méthode a été testée et comparée à des cas où les calculs sont effectués dans un domaine externe élargi. Leurs résultats montrent que les modèles d'écoulement sortant et les résultats de transfert de chaleur sont régis par de fortes caractéristiques de la cavité chauffée. **Ali et al. [38]** ont réalisé une étude pour réduire la température des différentes pièces géométriquement similaires avec différents emplacements des ouvertures (une fenêtre dans la façade avant et l'autre fenêtre dans la paroi arrière). Ils ont imposé des souffleries et des tunnels de fumée pour étudier l'effet des emplacements d'ouvertures sur la température et le coefficient de transfert de chaleur. Ils ont trouvé que le meilleur modèle d'écoulement et du transfert de chaleur du plafond chauffant, lorsque les ouvertures avant et arrière sont situées respectivement le plus près du plafond et du centre.

Pour certaines périodes chaudes de l'année, l'utilisation de la ventilation est indispensable afin de maintenir le microclimat nécessaire au bon développement physiologique de la plante. L'efficacité de ventilation de ce système est basée sur la distribution d'air froid à l'intérieur de la serre qui affecte directement le microclimat interne. Deux types de ventilation ont lieu, la ventilation naturelle est le système le plus utilisé car elle nécessite moins d'énergie et d'équipements que la ventilation mécanique par ventilateurs et son intensité dépend de la vitesse du vent et de la différence entre les températures interne et externe. La ventilation forcée consiste à établir un courant d'air au moyen des ventilateurs pour extraire l'air chaud de la serre et en même temps introduire de l'air frais de l'extérieur.

La ventilation naturelle pour la serre agricole est devenue une option privilégiée pour les grands producteurs, en particulier, à mesure que les coûts énergétiques du refroidissement par ventilateur augmentent. Cette méthode de ventilation fonctionne en fournissant de l'air plus frais, par exemple à travers des événements ou une conception à toit ouvert, pour permettre à l'air plus léger et plus chaud d'être expulsé, qui aide à maintenir la plante sous un climat adapté à sa croissance, de nombreuses études parlent de ventilation naturelle dans la serre, on peut citer. **Rico-Garcia et al. [39]** ont étudié l'effet de la température sur les configurations de l'air

dans deux configurations de serres différentes. Les modèles ont été construits sur la base de deux hypothèses majeures : d'une part, la température intérieure est considérée comme ayant une distribution verticale alors qu'elle est constante sur des plans horizontaux; deuxièmement, la température est la principale force motrice qui provoque le mouvement de l'air. L'efficacité de la ventilation a été évaluée sur la base du taux de ventilation et complétée par l'étude des vitesses d'air interne à une hauteur de 1,5m. Leurs résultats montrent également que la ventilation dans les serres due à l'effet de la température produit des taux de renouvellement d'air élevés. **Roy et al. [40]** ont analysé les caractéristiques et les modèles des transferts convectifs les plus pertinents contribuant à l'élaboration du climat de serre. La simulation des processus de ventilation associée à cette approche simplifiée est basée sur l'équation Bernoulli et sur la détermination expérimentale de paramètres semi-empiriques au moyen du taux de renouvellement d'air des mesures. Ils ont présenté des techniques pour mesurer la température et le taux de renouvellement d'air concernant l'ensemble de la serre. Un panorama complet des études en relation avec les coefficients de transfert entre les différentes surfaces ainsi que les performances de ventilation des différents types de serres sont également présentés. **Fidaros et al. [41]** ont présenté les phénomènes de transport à l'intérieur d'une serre tunnel de type arc ventilé au cours d'une journée solaire. Ils ont étudié deux cas : le premier cas : la température extérieure est considérée comme constante tandis que dans le second cas, elle est considérée comme variable au cours de la journée. Ils ont conclu que la variation de la température externe est très importante puisque le champ thermique interne est déterminé par la convection induite par le flux entrant à l'exception de la zone couverte par une grande recirculation au milieu de la serre près de la couverture et les coins proches du sol où l'effet du courant entrant est faible. **Senhaji et al. [42]** ont étudié et quantifié l'effet de la disposition et la conception des ouvrants d'aérations sur la variation du taux de renouvellement d'air à travers la détermination du flux de masse d'air échangé entre l'intérieur et l'extérieur d'une serre, et par la suite la prédiction de la distribution du microclimat interne de la serre. Ils ont fait l'étude sur une serre multi-chapelles d'une superficie totale de l'ordre de 10000 m<sup>2</sup> avec une couverture en polyéthylène et abrite quatre rangées de couvert végétal par chapelle sous différentes orientations, la serre est dotée des ouvrants d'aération latérales et en toit. Ils ont constaté que les ouvrants de toiture jouent un rôle très important dans la ventilation des serres et que le flux d'air à travers tous les ouvrants dépend fortement de la surface de ces ouvrants et de leurs positions. Ils ont conclu que pour une meilleure ventilation il faut combiner les ouvrants de toiture, placés en haut de la toiture, avec les ouvertures latérales qui sont en bas. **Al-Helal et al. [43]** ont mené cette étude afin de

développer et valider un modèle thermique prédisant  $\dot{m}$  avec précision. Les paramètres requis ont été mesurés pour une serre ventilée naturellement. Les valeurs prédites de  $\dot{m}$  se situent entre  $0,36 \text{ kgs}^{-1}$  et  $1,65 \text{ kgs}^{-1}$  et montraient une bonne concordance avec les valeurs mesurées et simulées dans la littérature. Leurs résultats ont également confirmé que le vent extérieur à une vitesse  $< 2,5 \text{ ms}^{-1}$  n'a pas d'effet significatif sur la valeur de  $\dot{m}$  et que la différence de température de l'air entre l'intérieur et l'extérieur de la serre ( $\Delta T$ ) est le principal moteur de la ventilation. Une corrélation entre  $\dot{m}$  et ( $\Delta T$ ) a été fournie, elle peut être utilisée pour estimer  $\dot{m}$  qui est nécessaire pour maintenir la température de l'air dans la serre à un niveau souhaité.

**Boulard et al. [44]** ont identifié la base physique de la ventilation naturelle et examiné les performances de ventilation de six types de serres et de tunnels différents équipés d'un toit ou d'un évent latéral, ou de deux événements de toit et latéraux. Ils ont analysé en total, seize configurations de ventilation différentes. Ils ont confirmé que la surface de l'ouverture de ventilation et la vitesse du vent expliquent ensemble la plus grande partie de la variance des mesures du taux de renouvellement d'air. Les effets de l'ouverture des événements, leur position et leur type, ainsi que l'influence d'une culture sont tous considérés, ainsi que différents modèles combinant les deux principales forces motrices de la ventilation naturelle, à savoir les forces du vent et de la cheminée. Ils ont observé que la combinaison des effets du vent et de la cheminée n'a pas amélioré la puissance prédictive du modèle pour les serres équipées uniquement d'événements de toit ou latéraux, mais lorsque les événements de toit et latéraux sont ouverts ensemble, les performances du modèle sont améliorées par la combinaison des deux forces motrices.

**Villagrán et al. [45]** ont analysé l'effet des constructions environnantes et les obstacles naturels sur les performances thermiques de deux serres à ventilation naturelle. La première est une serre de type dents de scie (TCG), typique de la production colombienne, la seconde est une alternative améliorée au réchauffement climatique (OG) avec des zones de ventilation plus grandes. Les résultats ont montré que le taux d'échange d'air d'une serre avec des zones de ventilation restreintes est considérablement réduit lorsque les objets voisins sont suffisamment hauts. Cette restriction de ventilation est intensifiée dans des conditions de vent faible. Les gradients de température de la serre OG étaient inférieurs à ceux des scénarios TCG en raison des taux de ventilation accrus. L'indice de ventilation sur le toit de la serre OG a été augmenté de 65% par rapport à l'indice de serre TCG, ce qui a un effet direct sur les taux de ventilation.

**Kittas et Bartzanas [46]** ont étudié l'efficacité de deux configurations différentes d'ouverture de ventilation de serre sur le microclimat de la serre, pendant le processus de déshumidification avec chauffage et ventilation simultanés. Les résultats des

simulations effectuées pour une direction du vent extérieur perpendiculaire à l'axe de la serre montrent clairement l'influence des configurations d'ouverture de ventilation sur les distributions de vitesse, de température et d'humidité à l'intérieur de la serre. Avec la première configuration de ventilation (type roll-up) la vitesse d'air maximale a été atteinte dans la serre près du sol, les valeurs les plus faibles étant observées près du toit de la serre. Le schéma exactement inverse a été observé avec la deuxième configuration (type porte pivotante). Les vitesses d'air maximales ont été observées près du toit de la serre où la température et l'humidité de l'air ont d'abord diminué au cours du processus de déshumidification.

La convection mixte est généralement caractérisée par un paramètre sans dimension appelé nombre de Richardson ( $Ri$ ). Le nombre de Richardson indique l'importance relative entre la convection forcée et la convection naturelle, et exprimé mathématiquement par le rapport entre la force de flottabilité et la force d'inertie. Si  $Ri \gg 1$ , le mécanisme régissant le transfert de chaleur est l'effet de flottabilité, tandis que  $Ri \ll 1$  correspond à l'importance de la convection forcée. D'autre part,  $Ri = 1$  est attribué au transfert de chaleur par convection mixte pure, faisant référence à la contribution égale de la convection naturelle et forcée sur les phénomènes de transport thermique. L'effet de la convection mixte a été étudié dans de nombreux travaux numériques et expérimentaux utilisant diverses formes géométriques. L'une de ces études **Slatni et Djeddar [47]** ont étudié numériquement l'influence du nombre de Richardson sur la convection mixte dans une serre agricole mono chapelle. Ils ont analysé l'effet du nombre de  $Ri$  qui caractérisent la convection mixte, et la structure d'écoulement. Plusieurs situations ont été envisagées en faisant varier le nombre de Richardson ( $0.1 \leq Ri \leq 100$ ) et le nombre de Reynolds fixe  $Re = 100$ . Ils ont présentés les résultats sous forme des isothermes et lignes de courant et les profils de Nusselt local et moyen. **Lebbal et al. [48]** ont présenté la variation de la température et de vitesse sous serre ouverte avec et sans plantes et ont également analysé l'effet de la vitesse du vent sur le climat intérieur de la serre. Leurs résultats numériques donnés sous forme de débits d'air et de schémas de température sont satisfaisants tout en les comparant à ceux de la littérature. Ils ont conclu que ces résultats peuvent aider à connaître la répartition du climat interne à l'intérieur de la serre, ils facilitent ainsi la conception des ouvertures. **Bartzanas et al. [49]** ont étudié l'effet de la configuration de la ventilation d'une serre tunnel avec culture sur les modèles de flux d'air et de température. Les modèles de flux d'air ont été mesurés et collectés à l'aide d'un anémomètre sonique tridimensionnel et le taux de ventilation de la serre a été déduit à l'aide d'une technique de gaz traceur. Ils ont examiné les conséquences de quatre configurations de ventilateurs différentes sur le système de ventilation naturelle. Ils ont trouvé que la configuration de la ventilation

affecte le taux de ventilation de la serre ainsi que les distributions du débit d'air et de la température de l'air. Aussi pour les différentes configurations, les débits de ventilation calculés variaient de 10 à 58 renouvellements d'air par heure pour une vitesse du vent extérieur de  $3 \text{ m.s}^{-1}$  et pour une direction du vent perpendiculaire aux ouvertures. Egalement les simulations mettent en évidence que si la température moyenne de l'air au milieu des tunnels variait de  $28,2$  à  $29,8^\circ\text{C}$ , pour une température de l'air extérieur de  $28,8^\circ\text{C}$ , il existe des régions à l'intérieur des tunnels  $6^\circ\text{C}$  plus chaudes que l'air extérieur. La vitesse moyenne de l'air dans le couvert végétal variait selon la disposition des événements de  $0,2$  à  $0,7 \text{ ms}^{-1}$ . Les conséquences de l'hétérogénéité climatique marquée sur l'activité des plantes à travers la variation de la résistance aérodynamique des cultures ainsi que l'influence des configurations d'événements sur les efficacités de ventilation sur les différences de débit et de température de l'air entre l'intérieur et l'extérieur. **Ramachandran** et **Lalitha** [50] ont déterminé la variation horaire du taux de ventilation à l'aide d'un modèle de bilan énergétique (EBM) et d'une approche par mécanisme physique (PMA). Pour le modèle de bilan énergétique utilisé le rayonnement entrant, sortant et stocké dans la serre pour estimer les taux de ventilation. Quant à l'approche du mécanisme physique utilise deux principales forces motrices de la ventilation naturelle, telles que l'effet de cheminée et l'effet du vent pour l'estimation des taux de ventilation. Ils ont analysé la régression entre le taux de ventilation estimé et les paramètres enregistrés tels que la température intérieure, le rayonnement solaire et la vitesse du vent. Le taux de ventilation estimé par EBM a montré une faible corrélation avec la température intérieure, le rayonnement solaire et la vitesse du vent. Par contre le taux de ventilation estimé par PMA avait une bonne corrélation avec la vitesse du vent, mais une faible corrélation avec la température intérieure et le rayonnement solaire. Ils ont proposé un modèle de régression pour estimer le taux de ventilation en fonction de la vitesse du vent mesurée. **Papadakis** et **al.** [51] ont développée une méthode pour déterminer expérimentalement les coefficients de transfert de chaleur par convection à l'intérieur et à l'extérieur de la couverture de la serre. Ces coefficients ont été déterminés en fonction de la différence de température de la couverture d'air et de la vitesse de l'air à l'intérieur de la serre, ainsi que de la vitesse du vent à l'extérieur de la serre. Ils ont trouvé qu'à l'extérieur de la couverture, à des vitesses de vent modérées, la convection mixte était le mode de transfert dominant. D'autre part, le transfert de chaleur convectif à l'intérieur de la couverture de la serre est toujours libre et pur, lorsque les événements de la serre sont fermés et que la vitesse de l'air dans la maison est faible. Mais lorsque les événements sont ouverts, la nature du transfert de chaleur par convection dépend de la vitesse de l'air dans la serre. Ils ont donné des critères pour déterminer s'il y a convection forcée pure,

libre, mixte ou pure. **Kacira et al. [52]** ont fait un programme numérique pour prédire les taux de ventilation naturelle et les modèles de flux d'air d'une serre à plusieurs travées pour diverses ouvertures de toit et de ventilation latérale et les vitesses du vent extérieur. Ils ont trouvé que les taux de ventilation maximum et les plus acceptables ont été obtenus avec l'utilisation combinée d'un évent latéral au vent et d'évents de toit sous le vent sur toutes les sections à travées multiples.

A travers cette recherche bibliographique on constate, à notre connaissance, que parmi les méthodes de chauffage des serres se trouve le chauffage avec de l'énergie géothermique en tant qu'énergie renouvelable et c'est fait par l'utilisation des tubes sous-sol, Cette technique permet une répartition uniforme de la chaleur dans la serre, afin de fournir un climat appropriée à la plante. D'autre part, cette technique est économique, et moins coûteuse que son homologue (électricité, chaudière, gaz et CO<sub>2</sub>...etc.) pour chauffer la serre. Aussi la ventilation de la serre est un système très important pour régulariser la température interne de la serre.

Sur la base de l'étude de la littérature précitée, il semble que le chauffage et la ventilation dans la serre, en géométrie de forme Tunnel ou Chapel, soit un sujet important et très proche de la réalité. Ceci nous a incité, vu le grand champ d'applications, à développer ce thème de recherche, nous avons simulé numériquement le mouvement de l'air sous une serre de type tunnel fermée et ouverte, ainsi que dans une serre double chapelle ouverte, pour soutenir les résultats expérimentaux trouvés dans les articles mentionnés précédemment. Par conséquent, pour enrichir davantage ces études, nous visons principalement à étudier les effets du nombre de Rayleigh, nombre de Reynolds, nombres des tubes, facteur de forme, position d'ouvertures et de la dimension d'ouverture sur les caractéristiques d'écoulement du fluide et de transfert de chaleur en serre. Pour cela, les lignes de courant, les isothermes ainsi que les nombres Nusselt moyens et locaux sont illustrés par des paramètres clés tels que :  $Ra$ ,  $Re$ ,  $N_t$ ,  $f$ ,  $P_s$ ,  $D_m$ .

L'intérêt est porté aussi à une modélisation numérique de la convection mixte dans la serre, ceci est dû principalement aux techniques d'aération qui aideront les agriculteurs à choisir les paramètres caractérisant le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement, compte tenu de la vitesse du vent externe et de la température interne de la serre avec des paramètres clés tels que :  $Ra$  et  $Re$ . Et tout cela afin d'améliorer la conception thermique de la serre, ainsi que les positions optimales des systèmes de climatisation.

A l'issue de cette rétrospective sur les travaux de recherche qui ont contribué à la compréhension du phénomène de la convection naturelle et mixte dans les serre fermées et ouvertes, une amélioration des transferts de chaleur par convection naturelle et mixte pour le chauffage et la ventilation dans la serre de ces derniers a été observée. Ceci illustre bien l'importance de ces phénomènes qui continue à susciter une attention croissante.

**CHAPITRE 2**  
**MODELE MATHEMATIQUE**

**1<sup>er</sup> cas**

### 2.1.1 Introduction :

Les serres offrent aux maraîchers et aux horticulteurs la possibilité de maîtriser le climat (température, humidité et lumière) et de produire, au moment où ils le souhaitent, légumes, fruits, et plantes vertes.

Le chauffage des serres est une pratique qui a vu le jour dans les années 60. Chaque situation nécessite une étude précise et complète en matière de chauffage selon la nature de la culture, le type de serre, des équipements et la situation géographiques de l'exploitation [53].

Nous présentons dans ce chapitre, les équations modélisant le problème traité dans cette partie du mémoire. Ces équations mettent en évidence le comportement de fluide conducteur en convection naturelle. Elles sont fondées selon les lois physiques : de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes), et d'énergie. Les démonstrations nécessaires à l'obtention des équations susmentionnées décrivant la dynamique de l'écoulement de fluide laminaire avec transfert de chaleur sont biens expliquées, et illustrées dans beaucoup d'ouvrages de mécanique des fluides et de transferts thermiques.

### 2.1.2 Description du problème :

L'étude du phénomène de la convection sous serre d'une longueur  $L$  et de hauteur  $K$  de notre système physique est simplifiée par un modèle mathématique basé sur les équations régissant le fonctionnement du processus. Le problème considéré est un transfert de chaleur bidimensionnel à l'intérieur d'une serre tunnel, avec des tubes chauds à température constante  $T_H$ , un fond à température moyenne  $T_M$  et un toit froid avec  $T_C$ , lorsque  $T_H > T_M > T_C$ , l'écoulement est supposé: incompressible et laminaire (cf. figure 2.1.1).

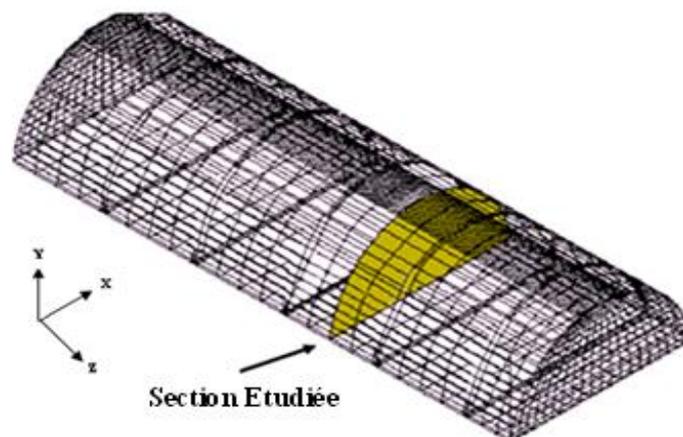


Figure 2.1.1 : Représentation schématique d'une serre tunnel chauffée par le bas.

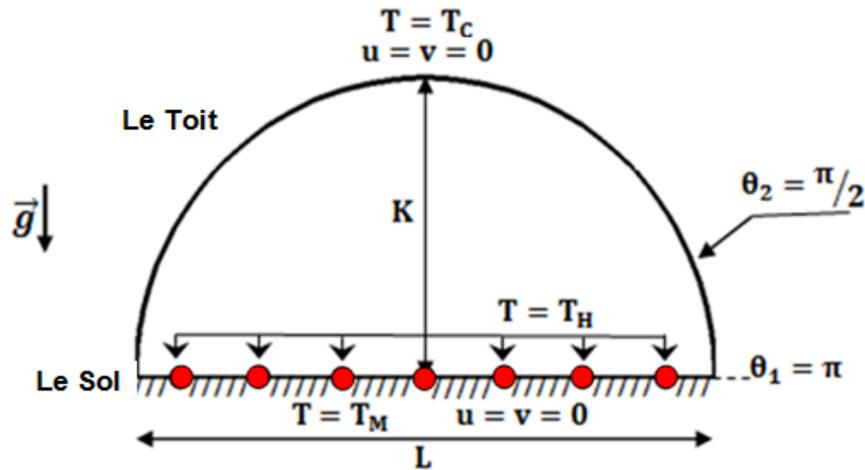


Figure 2.1.2 : Modèle physique d'une serre tunnel fermée chauffée par le bas.

Il se produit donc une convection naturelle d'une serre tunnel chauffée par le bas avec des tubes de chauffage, que nous nous proposons d'étudier numériquement.

### 2.1.3 Equations en régime laminaire :

On appelle ainsi des écoulements dans lesquels les lignes de courant ont un aspect régulier. Les différentes couches du fluide glissent alors les unes sur les autres sans échanger de matière. Ce sont les plus faciles à étudier car l'exploitation des symétries permet de prévoir l'orientation du champ de vitesse.

### 2.1.4 Equations générales :

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles de dérivées des lois physiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Dans notre étude, on suppose que le milieu est continu et isotrope et pas de source ou de puits de matière de sorte que les équations dont nous disposons soient les suivantes :

#### a) Equation de continuité :

Elle traduit le principe de conservation de la masse dans tous les points d'un fluide continu. Dans le cas d'un milieu dépourvu de source ou de puits de matière, l'équation de continuité prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.1.1)$$

#### b) Equation de quantité de mouvement :

Elle est déduite de la deuxième loi de la mécanique classique (le principe fondamental de la dynamique), soit :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot \tau \quad (2.1.2)$$

Cette équation exprime l'équilibre entre le taux de variation de quantité de mouvement par unité de volume et les forces extérieures appliquées à l'unité de volume : les forces de volume  $\rho \vec{f}$ , la force de pression  $-\vec{\nabla}P$ , et la force de viscosité  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}$ .

Dans le cas des fluides newtoniens, l'équation (2.1.2) prend la forme simplifiée des équations de *Navier-Stokes* :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{f} - \text{grad}(P) + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \frac{\mu}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \quad (2.1.3)$$

Où :  $\mu$  est la viscosité dynamique de l'air. Elle caractérise ses propriétés visqueuses.

### c) Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\frac{d}{dt} (\rho c_p T) = \vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} T) + T \beta \frac{dP}{dt} + \mu \phi + q \quad (2.1.4)$$

Avec :

$\vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} T)$  : La variation d'énergie par conduction.

$T \beta \frac{dP}{dt}$  : La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\mu \phi$  : L'énergie de dissipation visqueuse.

$q$  : La production interne de chaleur.

### 2.1.5 Hypothèses simplificatrices :

On a abouti à un système d'équations aux dérivées partielles, couplées et non linéaires. La résolution d'un tel système avec un ensemble de conditions initiales et aux limites est très complexe. En vue de réduire ce système et faciliter sa résolution, nous posons certaines approximations et hypothèses simplificatrices :

- 1- L'écoulement est permanent.
- 2- Le fluide (ici, l'air) est visqueux et newtonien.
- 3- Le fluide est supposé incompressible.
- 4- Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes.
- 5- La dissipation visqueuse est négligeable.
- 6- La puissance d'échauffement par compression  $T \beta \frac{dP}{dt}$  est négligeable devant les autres termes d'énergie.
- 7- Les forces volumiques sont limitées aux forces de gravitation.

8- Terme de source est négligeable.

Les écoulements du fluide dans les cavités fermées chauffées par le bas, comme le cas des serres agricoles, sont la résultante des variations de masse volumique dues aux gradients de température au sein du fluide. Il existe donc un couplage entre la température et la vitesse du fluide, qui apparaît dans les deux équations décrivant ce type de problème : l'équation de la chaleur (2.1.4) et celle de la quantité de mouvement (2.1.3). Dans la première, les termes de transport de chaleur par convection sont à l'origine de variations de température induites par l'écoulement. Dans la deuxième, ce sont les variations de masse volumique avec la température qui influent sur l'écoulement du fluide. Ces variations de la masse volumique interviennent, en effet, dans le terme  $\frac{-\vec{\nabla}P}{\rho}$  de l'équation de quantité de mouvement. La dépendance de la masse volumique à la température dans l'équation (2.1.2) introduit des difficultés dans la résolution du système d'équations. L'approximation de *Boussinesq* est alors utilisée pour simplifier le problème. Elle consiste à négliger les variations de la masse volumique dans toutes les équations de conservation, sauf son implication dans le terme  $\vec{f}$  de l'équation (2.1.2). Si en prenant un état d'équilibre de référence  $(\rho_0, T_0)$ , l'équation d'état pour la masse volumique s'écrit, en faisant un développement en série de Taylor et en se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (2.1.5)$$

Avec :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,S}$$

$\beta$  : Coefficient volumique de l'air à pression constante.

On peut exprimer le terme  $\vec{f}$  (force volumique), en utilisant l'équation (2.1.3) :

$$\vec{f} = g\beta(T - T_0) \quad (2.1.6)$$

Où :

$\vec{f}$  : Représente dans ce cas le moteur de la convection naturelle.

### 2.1.6 Formulation des équations gouvernantes :

Après introduction des hypothèses données ci-dessus, on peut considérer que les équations suivantes décrivent le phénomène de la convection naturelle à l'intérieur de la serre :

➤ **Formulation vectorielle :**

- **équation de continuité :**

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (2.1.7)$$

- **équation de mouvement :**

$$(\vec{V} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}) \vec{V} = \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} + \frac{\Delta K}{\rho_0} \quad (2.1.8)$$

- **équation de la chaleur :**

$$(\vec{V} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}) T = \frac{\lambda}{\rho c_p} \nabla^2 T \quad (2.1.9)$$

Où :

$\vec{V}$  : Vitesse du fluide.

$\vec{g}$  : Accélération de la pesanteur.

$\lambda$  : Conductivité thermique du fluide.

$c_p$  : Capacité calorifique massique à pression constante du fluide.

$T$  : Température du fluide.

➤ **Formulation indicielle :**

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad (2.1.10)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] g_i \quad (2.1.11)$$

- **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (T V_j) = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \right) \quad (2.1.12)$$

Avec :

$P$  : Pression du fluide.

$\tau_{ij}$  : Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.

### 2.1.6.1 Formulation des équations en coordonnées cartésiennes :

Exprimons les équations en coordonnées cartésiennes telles qu'elles sont définies sur la figure (2.1.2). Le problème étant bidimensionnel et permanent donc les équations s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1.13)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin(\gamma) \beta T_d + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.14.a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + g \cos(\gamma) \beta T_d + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.14.b)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.15)$$

### 2.1.6.2 Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement :

En dérivant les équations du mouvement (2.1.14.a) et (2.1.14.b) respectivement par rapport à  $x$  et à  $y$ . Il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (g \sin(\gamma) \beta T_d) + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.1.16.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (g \cos(\gamma) \beta T_d) + \nu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.1.16.b)$$

En soustrayant l'équation (2.1.16.a) de l'équation (2.1.16.b), nous obtenons :

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = g \beta \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cos(\gamma) - \frac{\partial T}{\partial y} \sin(\gamma) \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.17)$$

Dans notre cas d'étude pas d'inclinaison ( $\gamma = 0^\circ \rightarrow \sin(\gamma) = 0$ ), alors l'équation (2.1.17)

s'écrit :

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = g \beta \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.18)$$

Avec :

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \begin{cases} \left\{ \frac{\partial \omega}{\partial x} = \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \right. \\ \left. \left\{ \frac{\partial \omega}{\partial y} = \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right. \end{cases} \quad (2.1.19)$$

**2.1.7 Introduction des coordonnées bicylindrique :**

Il est commode de définir un référentiel tel que les limites du système se traduisent par des valeurs constantes des coordonnées. Les coordonnées dites « bicylindrique » [54] et [55], permettent, précisément dans notre cas, d’obtenir ce résultat.

Dans le système de coordonnées  $(\eta, \theta, z)$ , les surfaces  $\eta = \text{constantes}$  sont des cylindres circulaires avec des axes dans le plan  $xz$ , les surfaces  $\theta = \text{constantes}$  sont les portions des cylindres circulaires avec des axes dans le plan  $yz$ , et les surfaces  $z = \text{constantes}$  sont les plans parallèles.

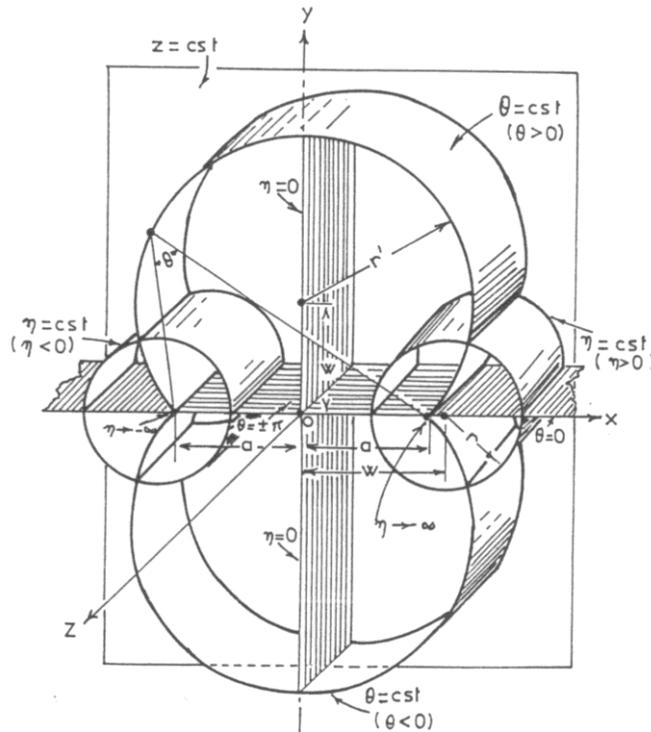


Figure 2.1.3 : Représentation schématique des coordonnées bicylindriques.

Dans ce travail nous utilisons une transformation pour le passage des coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  aux coordonnées bicylindrique  $(\eta, \theta)$ , avec  $\gamma = 0^\circ$

Ce passage s’effectue à l’aide des relations suivantes :

$$\begin{cases} x = \frac{a \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ y = \frac{a \sin(\theta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ z = z \end{cases} \quad (2.1.20)$$

Avec :  $a = r_1 \sinh(\eta_1) = r_2 \sinh(\eta_2)$

Les relations (2.1.13), (2.1.15), et (2.1.18) s'écrivent alors respectivement :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (hV_\theta) = 0 \quad (2.1.21)$$

$$V_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta} + V_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{1}{h} \frac{\lambda}{\rho c_p} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] \quad (2.1.22)$$

$$\frac{V_\eta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} = \frac{\nu}{h^2} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) + \frac{g\beta}{h} \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (2.1.23)$$

Où :

$$\begin{cases} h = \frac{a}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ F(\eta, \theta) = \frac{(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ G(\eta, \theta) = \frac{\sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases} \quad (2.1.24)$$

$V_\eta$  et  $V_\theta$  : Composantes de la vitesse suivant les directions  $\eta$ ,  $\theta$ .

$h$  : Coefficient métrique dimensionnel.

En introduisant la fonction de courant  $\psi$  de façon à vérifier identiquement l'équation de continuité, il vient :

$$\begin{cases} V_\eta = \frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ V_\theta = -\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \end{cases} \quad (2.1.25)$$

Nous en déduisons :

$$\omega = -\frac{1}{h^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.1.26)$$

### 2.1.7.1 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles :

✓ Au niveau des tubes de chauffage:

$$V_\eta = V_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0; \quad \omega = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right); \quad T = T_H \quad (2.1.27)$$

✓ Au niveau du sol:

$$V_\eta = V_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0; \quad \omega = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right); \quad T = T_M \quad (2.1.28)$$

✓ Au niveau du toit:

$$V_\eta = V_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0; \quad \omega = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right); \quad T = T_C \quad (2.1.29)$$

### 2.1.8 Adimensionalisation :

Pour simplifier les équations et généraliser les résultats. Nous posons les quantités adimensionnelles suivantes :

$$D_h = a, \quad H = \frac{h}{D_h}, \quad V_\eta^+ = V_\eta \frac{D_h}{\alpha}, \quad V_\theta^+ = V_\theta \frac{D_h}{\alpha}, \quad \psi^+ = \frac{\psi}{\alpha}, \quad \omega^+ = \omega \frac{D_h^2}{\alpha}, \quad T^+ = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}$$

Avec :

- $a$  : Distance entre les pôles apparaissant dans la relation des coordonnées  $\eta, \theta$ .
- $\frac{\alpha}{D_h}$  : Vitesse caractéristique.

En portant les quantités adimensionnelles définies précédemment dans les équations (2.1.21), (2.1.22) et (2.1.23) on obtient ;

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+) = 0 \quad (2.1.30)$$

$$V_\eta^+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} + V_\theta^+ \frac{\partial T^+}{\partial \theta} = \frac{1}{H} \left[ \frac{\partial^2 T^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial \theta^2} \right] \quad (2.1.31)$$

$$V_\eta^+ \frac{\partial \omega^+}{\partial \eta} + V_\theta^+ \frac{\partial \omega^+}{\partial \theta} = \frac{\text{Pr}}{H} \left( \frac{\partial^2 \omega^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega^+}{\partial \theta^2} \right) + \text{Pr Ra} \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right) \quad (2.1.32)$$

L'équation de la chaleur (2.1.32) et l'équation de mouvement (2.1.31), s'écrivent aussi compte tenu de l'équation de continuité (2.1.30) :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \theta}) = 0 \quad (2.1.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ \omega^+ - \text{Pr} \frac{\partial \omega^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ \omega^+ - \text{Pr} \frac{\partial \omega^+}{\partial \theta}) \\ = \text{Pr Ra H} \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.1.34)$$

Où :

$$\begin{cases} V_{\eta}^+ = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \\ V_{\eta}^+ = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \end{cases} \quad (2.1.35)$$

$$\omega^+ = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.1.36)$$

- $Ra = \frac{g\beta\Delta T D_h^3}{\nu\alpha}$  : Nombre de Rayleigh.
- $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  : Nombre de Prandtl

### 2.1.8.1 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles :

✓ Au niveau des tubes de chauffage :

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = 1 \quad (2.1.37)$$

✓ Au niveau du sol :

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = T^+_M \quad (2.1.38)$$

✓ Au niveau du toit:

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = 0 \quad (2.1.39)$$

### 2.1.9 Coefficients d'échange de chaleur :

#### 2.1.9.1 Nombre de Nusselt local :

L'étude du transfert de chaleur dans la serre, nécessite la détermination du taux de transfert de chaleur, donné par le nombre de Nusselt local défini comme suit :

$$Nu_1 = -\frac{1}{H} \left( \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right) \Bigg|_{\theta=\pi} \quad (2.1.40)$$

#### 2.1.9.2 Nombre de Nusselt moyen :

La valeur moyenne du nombre de Nusselt le long de la paroi est calculée par l'intégrale suivant :

$$Nu_{\text{moy}} = \frac{1}{(\eta_{NI} - \eta_1)} \int_{\eta_1}^{\eta_{NI}} Nu d\eta = \frac{1}{(\eta_{NI} - \eta_1)} \sum_{i=1}^{i=NI} Nu_i \quad (2.1.41)$$

**2.1.10 Généralisation du modèle mathématique :**

L'équation de transport d'une grandeur intensive  $\phi$  telle que  $T^+$ ,  $\omega^+$  est d'abord mise sous une forme générale de convection-diffusion. Cette équation générale de transport s'écrit pour un écoulement d'un fluide incompressible et bidimensionnel comme suit :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \eta} (HV_{\eta}^+ \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta})}_{(a)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \theta} (HV_{\theta}^+ \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \theta})}_{(b)} = S_{\phi} \quad (2.1.42)$$

Où :

$\phi$  : La variable transportée.

$\Gamma_{\phi}$  : Le coefficient de diffusion.

$S_{\phi}$  : Le terme de source de la grandeur considérée.

Ainsi, les termes de l'équation (2.1.42) sont respectivement :

(a) : Taux de transport  $\phi$  par convection et par conduction.

(b) : Terme de source

Dans le tableau (2.1.1), chaque terme  $\phi$  permet de décrire les équations de conservation.

Equation	$\phi$	$\Gamma_{\phi}$	$S_{\phi}$
(2-1-33)	$T^+$	1	0
(2-1-34)	$\omega^+$	$Pr$	$Pr.Ra.H \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right)$

Tableau 2.1.1 : Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée.

## **2<sup>ème</sup> cas**

### 2.2.1 Description du problème :

Une bonne ventilation est essentielle pour maintenir un environnement de croissance optimal et améliore l'efficacité globale d'une serre. Il est essentiel à la fois pour une bonne gestion de la température et de l'humidité. La ventilation naturelle est importante dans l'environnement et elle est le plus souvent réalisée en utilisant une ventilation passive du toit. Le mouvement de l'air chaud vers le haut et hors des événements de toit, aspire l'air plus frais. A ce moment nous considérons une serre tunnel de hauteur  $K$  et de largeur  $L$  (cf. figure 2.2.1). La paroi inférieure (le sol) est maintenue à une température chaude  $T_H$ , un fond à température moyenne  $T_M$  et un toit froid avec  $T_C$  ( $T_H > T_M > T_C$ ). Nous avons opté pour deux ouvertures de ventilation naturelle à travers le toit.

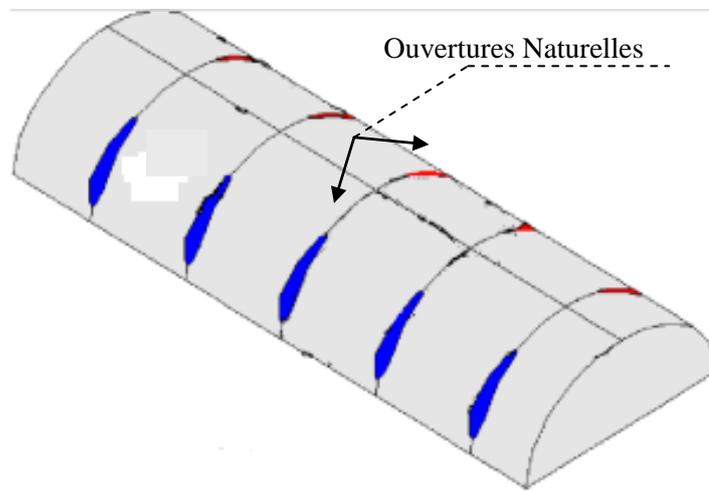


Figure 2.2.1 : Représentation schématique d'une serre tunnel ouverte chauffée par le bas.

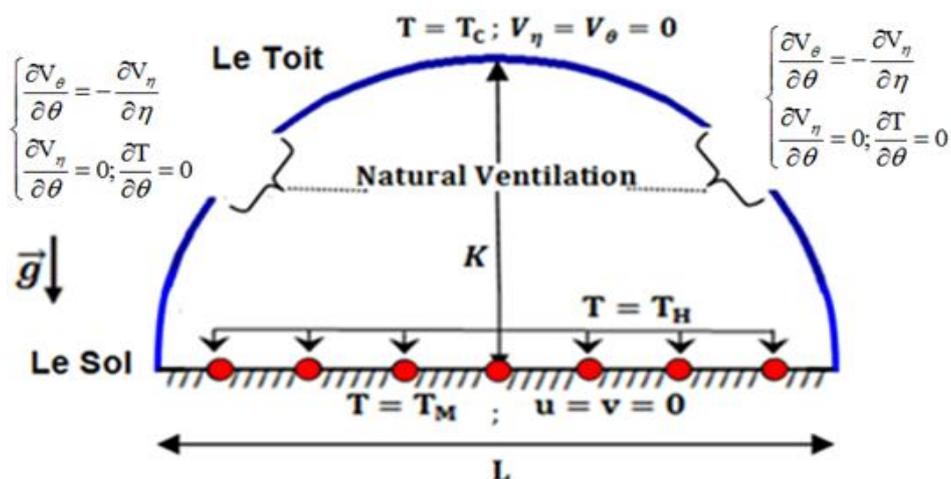


Figure 2.2.2 : Définition du modèle physique d'une serre avec ouvertures.

### 2.2.2 Hypothèses simplificatrices :

Nous adoptons ici aussi les mêmes hypothèses utilisées pour le premier cas.

Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles de dérivées des lois physiques de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie. L'équation de continuité exprimant la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel et l'équation de quantité de mouvement obtenue à partir de la deuxième loi de la dynamique sont respectivement comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial \eta}(HV_{\eta}^+) + \frac{\partial}{\partial \theta}(HV_{\theta}^+) = 0$$

$$HV_{\eta}^+ \frac{\partial \omega^+}{\partial \eta} + HV_{\theta}^+ \frac{\partial \omega^+}{\partial \theta} = \text{Pr} \nabla^2 \omega^+ + \text{Pr} . Ra . H \left\{ \begin{array}{l} [F(\eta, \theta) \cos \alpha + G(\eta, \theta) \sin \alpha] \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \\ + [F(\eta, \theta) \sin \alpha - G(\eta, \theta) \cos \alpha] \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \end{array} \right\}$$

$$HV_{\eta}^+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} + V_{\theta}^+ \frac{\partial T^+}{\partial \theta} = \nabla^2 T^+$$

### 2.2.3 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles :

✓ Au niveau des tubes de chauffage :

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = 1 \quad (2.2.1)$$

✓ Au niveau du sol:

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = T_M^+ \quad (2.2.2)$$

✓ Au niveau du toit:

$$V_{\eta}^+ = V_{\theta}^+ = \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} = 0; \quad \omega^+ = \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right); \quad T^+ = 0 \quad (2.2.3)$$

✓ Au niveau l'ouverture naturelle

La contrainte d'incompressibilité [32] et [33] dans (Eq. (2.1.21)) est directement satisfaite à travers la fonction de flux donc pour les ouvertures naturelles la continuité confirmée ou:

$$\frac{\partial V_{\theta}^+}{\partial \theta} + \frac{\partial V_{\eta}^+}{\partial \eta} = 0 \quad (2.2.4)$$

Aussi, la condition de symétrie dans l'ouverture [34] telle que:

$$\frac{\partial V_{\eta}^+}{\partial \theta} = 0, \left( \frac{\partial T^+}{\partial \theta} = 0 \right)_{out} = 0, \quad T_{in}^+ = 0 \quad (2.2.5)$$

### 2.2.4 Calcul de débit volumique :

Pour une section donnée, plus la vitesse de passage est grande, plus le débit d'écoulement sera important :

$$Q_v = V.S \quad (2.2.6)$$

Avec :

$Q_v$  : Débit volumique.

$V$  : Vitesse du fluide.

$S$  : Section de passage.

Cette formule (2.2.6) est très importante car elle nous permettra de déterminer le débit dans un conduit de section connue, si l'on arrive à y mesurer la vitesse de circulation de fluide en mouvement.

La ventilation naturelle entre l'intérieur d'une serre et son environnement constitue le principal mécanisme de contrôle du climat de la serre. La ventilation est également importante pour la circulation de l'air. Pour cela on doit étudier l'influence de la position et de la dimension d'une ouverture sur le débit d'air entrant ou sortant. Alors le débit volumique est calculé comme suit [32]:

$$\left. \begin{aligned} Q_v &= - \int_{\theta=\theta_2} V_{in}^+ H d\eta \\ V_{in}^+ &= V_{\eta}^+ \Big|_{\theta=\theta_2} \quad \text{if } V_{\eta}^+ \Big|_{\theta=\theta_2} < 0 \\ V_{in}^+ &= 0 \quad \text{if } V_{\eta}^+ \Big|_{\theta=\theta_2} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.7)$$

### **3<sup>ème</sup> cas**

### 2.3.1 Introduction :

Dans cette partie nous allons présenter le modèle mathématique décrivant le transfert de chaleur par convection mixte dans une serre double chapelles munie d'ouvertures. Les équations aux dérivées partielles sous leurs formes dimensionnelles avec les conditions aux limites appropriées, seront présentées.

### 2.3.2 Description du problème :

La configuration géométrique objet de cette étude est une serre double chapelles munie de deux ouvertures sur les côtés (Ventilation forcée). Il s'agit d'une serre de géométrie bidimensionnelle de coordonnées cartésiennes. Les dimensions de la serre sont sa longueur  $L$ , sa hauteur maximale  $H_a$  et une hauteur minimale  $h_a$ . Un écoulement latéral traverse la serre avec une vitesse uniforme moyenne  $U_C$  et une température uniforme  $T_C$  à travers des ouvertures latérales sur les côtés comme le montre la figure (2.3.1). Les équations régissant l'écoulement sont les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème. Nous supposons alors que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volume et l'écoulement est supposé stationnaire.

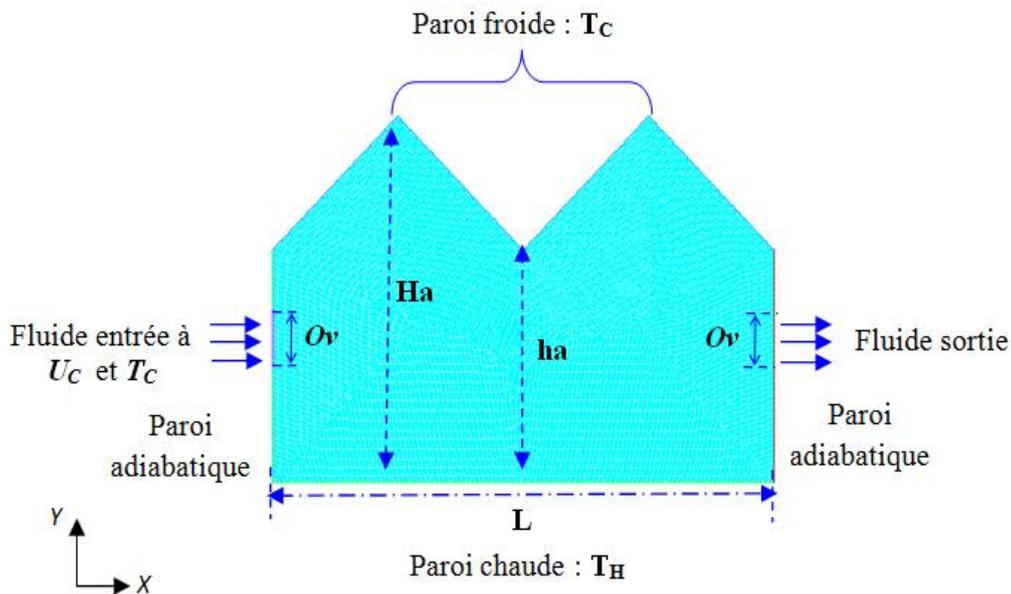


Figure 2.3.1 : Représentation schématique du domaine physique.

Le principal objectif attendu à travers le choix de cette configuration géométrique est d'examiner l'effet du nombre de Rayleigh ( $10^3 < Ra < 10^5$ ) et le nombre de Reynolds ( $1 \leq Re \leq 500$ ), sur la convection mixte dans une serre double chapelle avec deux ouvertures latérales gauche et droite, en présence d'un écoulement d'air ( $Pr=0.71$ ) latéral, traversant la serre avec une vitesse uniforme moyenne  $U_C$  et une température uniforme  $T_C$ . L'intérêt de

cette étude est donc de mettre en évidence l'influence des nombres de Rayleigh Ra et Reynolds Re sur la structure de l'écoulement, sur la distribution de la température et sur le transfert de chaleur.

### 2.3.3 Equations gouvernantes :

Pour établir les équations fondamentales de transport qui expriment des bilans de matière, d'énergie et de quantité de mouvement, il faut élaborer pour chaque grandeur physique (masse, quantité de mouvement, énergie) un bilan intégral sur un domaine fixe et fini. Cette procédure permet de bien identifier chaque terme des équations développées [56].

#### - Equation de conservation de la masse :

En appliquant le principe de conservation de masse. L'expression de l'équation de continuité en coordonnées cartésiennes est la suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

#### - Equation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \text{grad} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} P + \nu \Delta \vec{V} - \vec{g} \beta (T - T_0)$$

#### - Equation de la conservation de l'énergie

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \text{grad} T \right) = \beta T \left( \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{V} \text{grad} P \right) + q + \varphi + \text{div}(\alpha \text{grad} T)$$

Dans ces équations,  $t$  représente le temps,  $\rho$  la masse volumique,  $\vec{V}$  le vecteur vitesse du fluide,  $T$  la température,  $T_0$  la température ambiante,  $P$  la pression,  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide,  $\alpha$  la conductivité thermique,  $\beta$  le coefficient de dilatation,  $C_p$  la chaleur spécifique,  $q$  la source volumique de chaleur,  $\varphi$  la fonction de dissipation (puissance locale des forces de viscosité) et  $\Delta$  l'opérateur de Laplace.

### 2.3.4 Hypothèses simplificatrices

De façon à obtenir un modèle mathématique simple, on adopte les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est bidimensionnel, stationnaire et laminaire.
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, on aboutit au modèle mathématique suivant :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.3.1)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

✓ **Suivant la direction x :**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.3.2.a)$$

✓ **Suivant la direction y :**

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta\Delta T \quad (2.3.2.b)$$

- **Equation d'énergie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2.3.3)$$

### 2.3.5 Conditions aux limites dimensionnelles :

Les conditions aux limites dimensionnelles sont :

✓ **Condition du sol :**

$$\text{Pour } 0 \leq x \leq L \text{ et } y = 0: u = v = 0 ; T = T_H \quad (2.3.4)$$

✓ **Condition du toit :**

$$\text{Pour } 0 \leq x \leq L: u = v = 0 ; T = T_C \quad (2.3.5)$$

✓ **Condition dans l'ouverture côté droit :**

$$\text{Pour } x = 0 \text{ et } \frac{2Ha}{4} \leq y \leq \frac{3Ha}{4} : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; u = U_C ; v = 0 \quad (2.3.6)$$

✓ **Condition dans l'ouverture côté gauche :**

$$\text{Pour } x = L \text{ et } \frac{2Ha}{4} \leq y \leq \frac{3Ha}{4} : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.3.7)$$

✓ **Condition du côté droit :**

$$\text{Pour } x = 0 \text{ et } \left[ 0 \leq y \leq \frac{2Ha}{4} \cup \frac{2Ha}{4} \leq y \leq \frac{3Ha}{4} \right] : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; u = v = 0 \quad (2.3.8)$$

✓ **Condition du côté gauche :**

$$\text{Pour } x = L \text{ et } \left[ 0 \leq y \leq \frac{2Ha}{4} \cup \frac{2Ha}{4} \leq y \leq \frac{3Ha}{4} \right] : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; u = v = 0 \quad (2.3.9)$$

### 2.3.6 Equations adimensionnelles :

Les équations précédentes dimensionnelles, sont transformées par les relations suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{U_0}, \quad V = \frac{v}{U_0}, \quad P = \frac{p}{\rho U_0^2} \text{ et } T^+ = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}$$

En introduisant les grandeurs sans dimensions dans les équations différentielles (2.3.1), (2.3.2.a), (2.3.2.b) et (2.3.3) on obtient le modèle mathématique adimensionnel suivant:

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.3.10)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2.3.11.a)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr Re}^2} T^+ \quad (2.3.11.b)$$

- **Equation d'énergie :**

$$U \frac{\partial T^+}{\partial X} + V \frac{\partial T^+}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[ \frac{\partial^2 T^+}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial Y^2} \right] \quad (2.3.12)$$

U et V étant les composantes de la vitesse dans les directions X et Y respectivement, et T la température.

$$\text{Pr} = \frac{\nu_0}{\alpha}, \quad \text{Ra} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu_0\alpha} \text{ et } \text{Re} = \frac{U_c O_v}{\nu_0}$$

#### 2.3.6.1 Conditions aux limites adimensionnelles :

La résolution du système d'équations adimensionnelles obtenues précédemment nécessite l'incorporation de conditions initiales et aux limites adimensionnelles pour chaque variable dépendante.

✓ Condition du sol :

$$\text{Pour } 0 \leq X \leq L \text{ et } Y = 0: U = V = 0; T^+ = 1 \quad (2.3.13)$$

✓ Condition du toit :

$$\text{Pour } 0 \leq X \leq L : U = V = 0; T^+ = 0 \quad (2.3.14)$$

✓ Condition dans l'ouverture côté droit :

$$\text{Pour } X=0 \text{ et } \frac{2Ha}{4} \leq Y \leq \frac{3Ha}{4} : \frac{\partial T^+}{\partial X} = 0 ; U=1 ; V=0 \quad (2.3.15)$$

✓ Condition dans l'ouverture côté gauche :

$$\text{Pour } X=L \text{ et } \frac{2Ha}{4} \leq Y \leq \frac{3Ha}{4} : \frac{\partial T^+}{\partial X} = 0 ; \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad (2.3.16)$$

✓ Condition du côté droit :

$$\text{Pour } X=0 \text{ et } \left[ 0 \leq Y \leq \frac{2Ha}{4} \cup \frac{3Ha}{4} \leq Y \leq Ha \right] : \frac{\partial T^+}{\partial X} = 0 ; U=V=0 \quad (2.3.17)$$

✓ Condition du côté gauche :

$$\text{Pour } X=L \text{ et } \left[ 0 \leq Y \leq \frac{2Ha}{4} \cup \frac{3Ha}{4} \leq Y \leq Ha \right] : \frac{\partial T^+}{\partial X} = 0 ; U=V=0 \quad (2.3.18)$$

### 2.3.7 Calcul du nombre de Nusselt local :

On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la partie chauffée. Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$\text{Nu}(X) = \left[ -\frac{\partial T}{\partial X} \right]_{Y=0} \quad (2.3.19)$$

### 2.3.8 Evaluation de la fonction de courant :

L'écoulement du fluide (lignes de courant) peut être visualisé, en utilisant entre autres, la fonction de courant  $\psi$  obtenue à partir des composantes de la vitesse transversale et longitudinale. Elle est donnée pour un écoulement bidimensionnel comme suit:

$$\psi = \int U \partial Y = \int -V \partial X \quad (2.3.20)$$

D'où on obtient l'expression de U et V en fonction de la fonction de courant  $\psi$  :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \text{ et } V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.3.21)$$

### 2.3.9 Généralisation du modèle mathématique

Les équations (2.3.10), (2.3.11.a), (2.3.11.b) et (2.3.12) forment le système d'équations qui régit notre problème. Nous remarquons que toutes ces équations sont de la forme des équations de transport qui s'écrivent sous la forme générale :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \Gamma_{\phi} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right] + S_{\phi} \quad (2.3.22)$$

Où :

$\phi$  : La variable transportée.

$\Gamma_\phi$  : Le coefficient de diffusion.

$S_\phi$  : Le terme de source de la grandeur considérée.

Dans le tableau (2.3.1), chaque terme  $\phi$  permet de décrire les équations de conservation.

Equation		$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Continuité		1	1	0
Quantité de mouvement	Suivant X	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
	Suivant Y	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Ra}{Pr Re^2} \theta$
Énergie		$\theta$	$\frac{1}{Pr Re}$	0

Tableau 2.3.1 : Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée.

En conclusion un modèle mathématique pour la description du phénomène de la convection mixte, à l'intérieur d'une serre double chapelles, munie d'ouvertures, avec les conditions aux limites appropriées, a été présenté le long de cette partie.

## **CHAPITRE 3**

### **MODELE NUMERIQUE**

**1<sup>er</sup> cas**

### 3.1.1 Introduction :

Au cours de ces dernières années, nous vivons aussi une révolution qui a bouleversé notre vie de tous les jours. Bien entendu, il s'agit d'une révolution informatique. Les ordinateurs ont envahi les bureaux des chercheurs et aussi les foyers. Les ordinateurs sont, chaque jour, de plus en plus rapides et, aujourd'hui, à la veille du troisième millénaire, nous commençons à pouvoir résoudre des problèmes de transfert et de transport en 2-D et 3-D.

Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles 'E.D.P' associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général, sauf dans certains cas classiques connus depuis bien longtemps. Ces cas sont pédagogiquement intéressants mais demeurent beaucoup trop limités pour l'industriel en particulier au niveau des géométries considérées. On cherche donc des méthodes basées sur l'approximation numérique. Celle-ci a pour but de définir une ou plusieurs suites convergentes dont nous calculons les termes les uns après les autres par itérations successives. Le principe est d'approcher l'équation continue 'E.D.P' déduite de la théorie par une équation algébrique de récurrence liant les termes de ces suites. Nous voyons ici l'utilité des conditions initiales et aux limites permettant de donner un (départ) à notre calcul. Or nous comprenons bien que cette solution ne puisse s'effectuer continûment sur le domaine de calcul. Nous allons donc décomposer ce domaine en plusieurs mailles. Cette notion de maillage sera approfondie plus loin [57].

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Chacune de ces trois méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique :

- ✓ Équilibre des forces en chaque point pour les différences finies.
- ✓ Minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis.
- ✓ Loi de conservation et calcul des flux pour la méthode des volumes finis.

### 3.1.2 Méthode de résolution numérique :

#### 3.1.2.1 Méthode des différences finis :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la

fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

- Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calcul, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue et en général absence de résultats de majoration d'erreurs.

### 3.1.2.2 Méthodes des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points (les nœuds du maillage).

- Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul.

### 3.1.2.3 Méthodes des volumes finis :

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et elle est donc particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides: équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement et équation de conservation de l'énergie. Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en trois dimensions). Cependant, la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies.

Il existe une grande variété de méthodes selon le choix de la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence.

Dans ce travail, nous avons choisi, d'employer la méthode des volumes finis pour ses avantages.

Pour résoudre le système d'équations (2.1.33), (2.1.34), qui sont des équations de type paraboliques, et les conditions aux limites associées, nous choisissons, pour les discrétiser, la méthode des volumes finis, alors que pour l'équation (2.1.36) qui est de type elliptique, nous utilisons un développement en série de Taylor [58].

Les deux méthodes sont très utilisées dans la solution numérique des problèmes de transfert, elles sont bien exposées par S.V.PATANKAR [59]. Et par E.NOGOTOV [60] et [61].

- **Etapas de la méthode des volumes finis :**

1/ Le maillage : la transformation d'un domaine physique continu (la géométrie) en un domaine de calcul discret constitué d'un certain nombre de points et de mailles (volumes finis) voire figure (3.1.2).

2/ Tous les termes des équations modélisantes sont intégrés un par un sur chaque volume de contrôle.

3/ Des profils ou des lois d'interpolation, entre des nœuds voisins, sont utilisées pour approcher la variation de  $\Phi$  (variable générale d'écoulement).

4/ Obtention des équations algébriques en fonction des valeurs de  $\Phi$  aux nœuds des maillages.

5/ La résolution du système d'équations algébriques.

La figure (3.1.1) représente le domaine physique et le domaine de calcul :

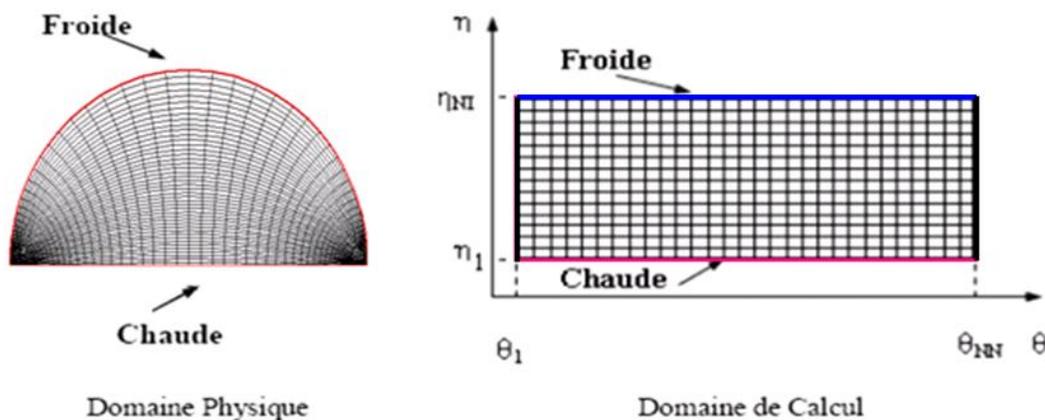


Figure.3.1.1 : Le domaine physique et le domaine de calcul.

### 3.1.2.4 Volume élémentaire d'intégration

Le volume de contrôle est illustré par la figure (3.1.2). Pour un nœud principal P, les points E et W (E = Est, W = Ouest) sont pris dans la direction  $\theta$ , tandis que N et S (N = Nord, S = Sud) sont pris dans la direction  $\eta$ . Le volume de contrôle entourant P est représenté par des lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction  $\theta$ , n et s dans la direction  $\eta$ .

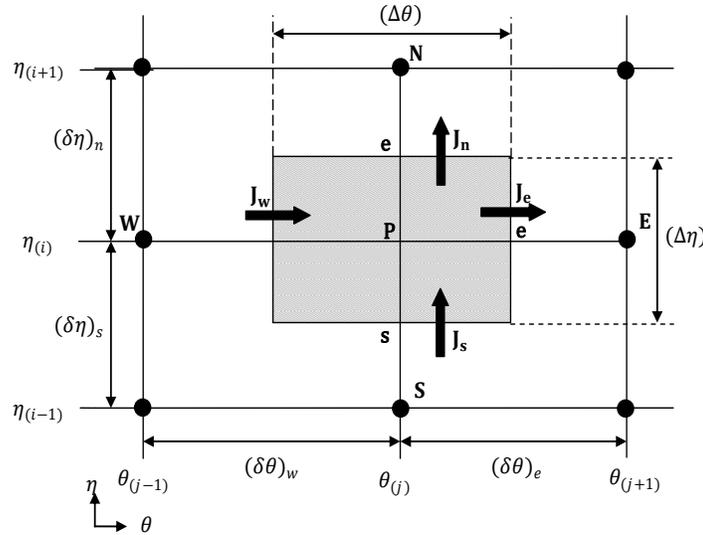


Figure.3.1.2 : Volume de contrôle principal bidimensionnel.

Soit :

$i$  : indice des nœuds suivant  $\eta$

$j$  : indice des nœuds suivant  $\theta$

$$\Delta\eta = \frac{\eta_{NI} - \eta_1}{NI - 1}$$

$$\Delta\theta = \frac{\theta_{NN} - \theta_1}{NN - 1}$$

$NI$  : Le nombre de nœuds suivant  $\eta$

$NN$  : Le nombre de nœuds suivant  $\theta$

### 3.1.2.5 Discrétisation de l'équation générale de transfert d'une variable $\Phi$ dans le volume de contrôle :

Pour illustrer la discrétisation des équations de transfert par la méthode des volumes finis, nous considérons l'équation de transfert sous sa forme générale.

Additionnons l'équation de la chaleur (2.1.33) à l'équation de continuité (2.1.30) multipliée par  $T^+$ :

$$H^2 \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \left[ T^+ \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+) + H V_\eta^+ \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right] + \left[ T^+ \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+) + H V_\theta^+ \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right] = \frac{\partial^2 T^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial \theta^2}$$

D'où:

$$H^2 \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ T^+) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ T^+) - \left[ \frac{\partial^2 T^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial \theta^2} \right] = 0$$

Finalement on trouve :

$$H^2 \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \theta}) = 0 \quad (3.1.1)$$

En additionnant l'équation du mouvement (2.1.34) à l'équation de continuité (2.1.30) multipliée par  $\omega^+$  on trouve :

$$H^2 \frac{\partial \omega^+}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ \omega^+ - P_r H \frac{\partial \omega^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ \omega^+ - P_r H \frac{\partial \omega^+}{\partial \theta}) = P_r R_a H \left\{ \left[ F(\eta, \theta) \cos(\alpha) + G(\eta, \theta) \sin(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial \eta} + \left[ F(\eta, \theta) \sin(\alpha) - G(\eta, \theta) \cos(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right\} \quad (3.1.2)$$

Ces deux équations sont de la forme générale suivante :

$$H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}) = S_\Phi \quad (3.1.3)$$

#### a) Intégration de l'équation de transfert :

L'équation de discrétisation d'une variable  $\Phi$  est obtenue par l'intégration de son équation de conservation dans un volume de contrôle fini typique. Ci-après, nous présentons un cas de discrétisation d'une équation de transfert de  $\Phi$ .

$$\int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^+ + \Delta t^+} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t^+} dt d\eta d\theta \right] dz + \int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^+ + \Delta t^+} \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}) dt d\eta d\theta \right] dz \quad (3.1.4)$$

L'équation (3.1.4) peut s'écrire sous la forme :

$$\int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^+ + \Delta t^+} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t^+} dt d\eta d\theta \right] dz + \int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^+ + \Delta t^+} \frac{\partial}{\partial \eta} (J_\eta) dt d\eta d\theta \right] dz +$$

$$\int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^++\Delta t^+} \frac{\partial}{\partial \theta} (J_\theta) dt d\eta d\theta \right] dz = \int_0^1 \left[ \int_s^e \int_w^e \int_{t^+}^{t^++\Delta t^+} S_\Phi dt d\eta d\theta \right] dz \quad (3.1.5)$$

$$\text{Avec : } J_\eta = HV_\eta^+ \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}$$

$$J_\theta = HV_\theta^+ \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$$

$J_\eta, J_\theta$  sont les flux totaux (convection plus diffusion).

De l'équation (3.1.5) on trouve :

$$(\Phi_p - \Phi_p^0) \frac{H^2 \Delta \eta \Delta \theta . 1}{\Delta t^+} + (J_n - J_s) + (J_e - J_w) = \overline{S_\Phi} \cdot \Delta V \quad (3.1.6)$$

$\overline{S_\Phi}$  : est la valeur moyenne du terme source  $S_\Phi$  dans le volume de contrôle élémentaire.

$J_e, J_w, J_n, J_s$  sont les valeurs des flux totaux aux interfaces Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle.

$$J_e = \int_s^e \left[ (HV_\theta^+ \Phi)_e - (\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta})_e \right] d\eta . 1 = (J_\theta)_e \Delta \eta . 1$$

$$J_w = \int_s^e \left[ (HV_\theta^+ \Phi)_w - (\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta})_w \right] d\eta . 1 = (J_\theta)_w \Delta \eta . 1$$

$$J_n = \int_w^e \left[ (HV_\eta^+ \Phi)_n - (\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta})_n \right] d\theta . 1 = (J_\eta)_n \Delta \theta . 1$$

$$J_s = \int_w^e \left[ (HV_\eta^+ \Phi)_s - (\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta})_s \right] d\theta . 1 = (J_\eta)_s \Delta \theta . 1$$

### b) Linéarisation du terme source

Le terme source peut généralement être linéarisé en fonction de  $\Phi_p$  (au nœud P) sous la forme :

$$\overline{S_\Phi} = S_0 + S_p \cdot \Phi_p$$

$S_0$  : la partie constante de  $\overline{S_\Phi}$  qui ne dépend pas de  $\Phi_p$ .

$$S_p < 0$$

Par suite l'équation (3.1.6) devient :

$$(\Phi_p - \Phi_p^0) \frac{H^2 \Delta \eta \Delta \theta . 1}{\Delta t^+} + (J_n - J_s) + (J_e - J_w) = (S_0 + S_p \cdot \Phi_p) \Delta V \quad (3.1.7)$$

Discretisons l'équation de continuité (2.1.30) :

$$\int_0^1 \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+) d\eta d\theta \right] dz + \int_0^1 \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+) d\eta d\theta \right] dz = 0$$

On pose  $F_\eta = H V_\eta^+$  et  $F_\theta = H V_\theta^+$

L'équation précédente devient:

$$\int_0^1 \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial F_\eta}{\partial \eta} d\eta d\theta \right] dz + \int_0^1 \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} d\eta d\theta \right] dz = 0$$

Ce qui donne :

$$(F_n - F_s) + (F_e - F_w) = 0 \quad (3.1.8)$$

$F_n, F_s, F_e, F_w$  sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

$$\begin{cases} F_n = (H V_\eta^+)_n \cdot \Delta \theta \cdot 1 \\ F_s = (H V_\eta^+)_s \cdot \Delta \theta \cdot 1 \\ F_e = (H V_\theta^+)_e \cdot \Delta \eta \cdot 1 \\ F_w = (H V_\theta^+)_w \cdot \Delta \eta \cdot 1 \end{cases} \quad (3.1.9)$$

En multipliant l'équation (3.1.8) par la fonction  $\Phi_p$  et en soustrayant l'équation obtenue de l'équation (3.1.7) on obtient :

$$\begin{aligned} (\Phi_p - \Phi_p^0) \frac{H^2 \Delta \eta \Delta \theta . 1}{\Delta t^+} + (J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p) + (J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p) \\ = (S_0 + S_p \cdot \Phi_p) \Delta V \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Les termes  $(J_i - F_i \Phi_p)$ ,  $i = e, w, n, s$  peuvent se mettre, d'après S.V.PATANKAR [59], sous la forme suivante :

$$J_e - F_e \Phi_p = a_E (\Phi_p - \Phi_E)$$

$$J_w - F_w \Phi_p = a_W (\Phi_p - \Phi_W)$$

$$J_n - F_n \Phi_p = a_N (\Phi_p - \Phi_N)$$

$$J_s - F_s \Phi_p = a_S (\Phi_p - \Phi_S)$$

En introduisant ces expressions dans l'équation (3.1.10) on obtient :

$$(\Phi_p - \Phi_p^0) \frac{H^2 \Delta \eta \Delta \theta . 1}{\Delta t^+} + a_E (\Phi_P - \Phi_E) - a_W (\Phi_W - \Phi_P) + a_N (\Phi_P - \Phi_N) - a_S (\Phi_S - \Phi_P) = (S_0 + S_p \cdot \Phi_p) \Delta V$$

D'où l'équation discrétisée :

$$a_p \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (3.1.11)$$

Avec:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p \cdot \Delta V$$

$$b = S_0 \Delta V + a_p^0 \Phi_p^0$$

$$\begin{cases} a_p^0 = \frac{H^2 \Delta \eta \Delta \theta . 1}{\Delta t^+} \\ a_E = D_e A(|P_e|) + \| -F_e, 0 \| \\ a_W = D_w A(|P_w|) + \| F_w, 0 \| \\ a_N = D_n A(|P_n|) + \| -F_n, 0 \| \\ a_S = D_s A(|P_s|) + \| F_s, 0 \| \end{cases} \quad (3.1.12)$$

La fonction  $A(|P|)$  est donnée, d'après S.V.PATANKAR [59], par le schéma " power law " comme suit :

$$A(|P|) = \| 0, (1 - 0,1 |P|)^5 \|$$

Le symbole  $\| A, B \|$  signifie que le maximum entre A et B est choisi.

Les coefficients de diffusion sont définis par :

$$D_e = (\Gamma_\Phi)_e \frac{\Delta \eta}{(\delta \theta)_e}$$

$$D_w = (\Gamma_\Phi)_w \frac{\Delta \eta}{(\delta \theta)_w}$$

$$D_n = (\Gamma_\Phi)_n \frac{\Delta \theta}{(\delta \eta)_n}$$

$$D_s = (\Gamma_\Phi)_s \frac{\Delta \theta}{(\delta \eta)_s}$$

$(\delta\theta)_e, (\delta\theta)_w, (\delta\eta)_n$  et  $(\delta\eta)_s$  : sont les pas d'intégrations, qui peuvent être égaux ou non aux pas de calcul  $\Delta\theta, \Delta\eta$  respectivement. Ils sont choisis constants et égaux aux  $\Delta\theta$  et  $\Delta\eta$ . Considérons que les interfaces e , w , n et s sont les milieux des nœuds (P , E), (P , W) (P , N) et (P , S).

Dans ces conditions les grandeurs précédentes s'écrivent :

$$\begin{cases} D_e = (\Gamma_\Phi)_e \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta} \\ D_w = (\Gamma_\Phi)_w \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta} \\ D_n = (\Gamma_\Phi)_n \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta} \\ D_s = (\Gamma_\Phi)_s \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta} \end{cases} \quad (3.1.13)$$

Les nombres de Peclet  $P_e, P_w, P_n$  et  $P_s$  sont définis par :

$$\begin{cases} P_e = \frac{F_e}{D_e} \\ P_w = \frac{F_w}{D_w} \\ P_n = \frac{F_n}{D_n} \\ P_s = \frac{F_s}{D_s} \end{cases} \quad (3.1.14)$$

### c) Schémas de discrétisation spatiale :

L'évaluation des flux de diffusion et de convection aux interfaces des volumes de contrôle après intégration se fera à l'aide des schémas de discrétisation.

Pour choisir le schéma de discrétisation approprié, il faut prendre en considération un certain nombre de critères tels que : stabilité, précision, coût de calcul numérique, souvent les modèles les moins précis sont très robustes, tandis que les modèles les plus précis sont moins robustes et plus lents et coûtent cher.

Les différents schémas proposés par S.V. PATANKAR [59] permettant d'exprimer la fonction A ( $|P|$ ) sont les suivants :

✓ **Schéma des différences centrées :**

La fonction  $A(|P|)$  est donnée par l'expression suivante :

$$A(|P|) = 1 - 0,5|P|$$

Les coefficients de l'équation générale discrétisée seront :

$$a_E = D_e (1 - 0,5|P_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$a_w = D_w (1 - 0,5|P_w|) + \|\ F_w, 0\|$$

$$a_n = D_n (1 - 0,5|P_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$a_s = D_s (1 - 0,5|P_s|) + \|\ F_s, 0\|$$

Remarque :

- Le schéma des différences centrées est stable pour  $|P| \leq 2$  et donne des coefficients ( $a_E, a_W, a_N, a_S$ ) positifs, et la précision du schéma sera acceptable.
- Pour  $|P| > 2$  les coefficients de l'équation discrétisée peuvent être négatifs, et dans ces conditions les résultats ne respectent pas la physique du phénomène.
- Ce schéma est utilisé dans le cas où la convection ne domine pas la diffusion, mais il n'est pas recommandé d'être utilisé au calcul des écoulements.

✓ **Schéma Upwind :**

La fonction  $A(|P|)$  est donnée par l'expression :

$$A(|P|) = 1$$

Alors les coefficients seront :

$$a_E = D_e + \|-F_e, 0\|$$

$$a_w = D_w + \|\ F_w, 0\|$$

$$a_n = D_n + \|-F_n, 0\|$$

$$a_s = D_s + \|\ F_s, 0\|$$

Remarque :

- Pour le schéma Upwind les coefficients de l'équation discrétisée ne sont jamais négatifs (schéma inconditionnellement stable).
- schéma non approprié pour les faibles valeurs de  $|P|$ .
- le schéma Upwind est appliqué pour les écoulements à dominance convective suivant le sens de l'écoulement.

✓ **Schéma Exponentiel:**

La fonction  $A(|P|)$  est donnée par l'expression :

$$A(|P|) = \frac{|P|}{\exp(|P|) - 1}$$

Alors les coefficients seront :

$$a_E = \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} \quad , \quad a_w = \frac{F_w}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1}$$

$$a_N = \frac{F_n}{\exp\left(\frac{F_n}{D_n}\right) - 1} \quad , \quad a_S = \frac{F_s}{\exp\left(\frac{F_s}{D_s}\right) - 1}$$

Remarque :

Ce schéma est assez peu utilisé car :

- Les exponentielles coûtent cher à calculer numériquement.
- Il n'est pas exact pour les problèmes 2D, 3D, instationnaires et avec le terme source.

✓ **Schéma hybride :**

La fonction  $A(|P|)$  est définie comme suit :

$$A(|P|) = \left\| 0, (1 - 0,5|P|) \right\|$$

Les coefficients de l'équation générale discrétisée seront :

$$a_E = \left\| -F_e, D_e - 0,5F_e, 0 \right\|$$

$$a_w = \left\| -F_w, D_w - 0,5F_w, 0 \right\|$$

$$a_N = \left\| -F_n, D_n - 0,5F_n, 0 \right\|$$

$$a_S = \left\| -F_s, D_s - 0,5F_s, 0 \right\|$$

Remarque :

- le schéma hybride est une combinaison améliorée entre le schéma centré et le schéma Upwind.

- Avec ce schéma l'erreur est maximale pour  $|P| \cong 2$ .

✓ **Schéma Power Law :**

La fonction  $A(|P|)$  est donnée par l'expression :

$$A(|P|) = \left\| 0, (1 - 0,1|P|)^5 \right\|$$

Les coefficients de l'équation générale discrétisée seront :

$$a_E = D_e \left\| 0, (1 - 0,1|P_e|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_e \right\|$$

$$a_W = D_w \left\| 0, (1 - 0,1|P_w|)^5 \right\| + \left\| 0, F_w \right\|$$

$$a_N = D_n \left\| 0, (1 - 0,1|P_n|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_n \right\|$$

$$a_S = D_s \left\| 0, (1 - 0,1|P_s|)^5 \right\| + \left\| 0, F_s \right\|$$

Remarque :

Le schéma Power-Law est recommandé pour les problèmes de convection-diffusion, c'est pourquoi nous avons opté pour le choix de ce schéma.

### 3.1.3 Discrétisation de l'équation de la chaleur (énergie) :

$$H^2 \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ T^+ - \frac{\partial T^+}{\partial \theta}) = 0$$

En remplaçant dans l'équation (3.3) la fonction  $\Phi$  par la température adimensionnelle  $T^+$  et le terme source  $S_\Phi$  par zéro, l'équation de la chaleur discrétisée sera :

$$a_P T_P^+ = a_E T_E^+ + a_W T_W^+ + a_N T_N^+ + a_S T_S^+ + b \quad (3.1.15)$$

Avec :  $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0$

$$b = a_P^0 \Phi_P^0$$

$a_E, a_W, a_N, a_S$  et  $a_P^0$  ont respectivement les mêmes expressions que dans le système (3.1.12).

### 3.1.3.1 Détermination des coefficients $F_i$ , $D_i$ et $P_i$ ( $i = n, s, e, w$ ) :

Le calcul des coefficients  $a_E, a_W, a_N, a_S$  nécessite la détermination des coefficients  $F_i, D_i, P_i$  ( $i = n, s, e, w$ ).

Remplaçons les vitesses adimensionnelles  $V_n^+$  par :  $\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}$  et  $V_\theta^+$  par :  $-\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}$  dans le système (3.1.9) on obtient :

$$F_n = \Delta \theta \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \right)_n$$

$$F_s = \Delta \theta \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \right)_s$$

$$F_e = \Delta \eta \left( -\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right)_e$$

$$F_w = \Delta \eta \left( -\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right)_w$$

En appliquant une interpolation linéaire (différence centrée), et en tenant compte que les interfaces sont à mi-distance des nœuds on trouve :

$$\psi_n^+ = \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i, j)}{2}$$

$$\psi_s^+ = \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i-1, j)}{2}$$

$$\psi_e^+ = \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i, j)}{2}$$

$$\psi_w^+ = \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i, j-1)}{2}$$

Le développement du gradient de la fonction de courant est établi d'après la démarche de E.NOGOTOV [60], comme suit :

**A l'interface " e " :**

$$\left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right)_e = \frac{\psi^+(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \psi^+(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta \eta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}\right)_e = \frac{1}{2\Delta\eta} \left[ \frac{\psi^+(i+1, j+1) + \psi^+(i+1, j)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i, j+1)}{2} \right]$$

$$- \frac{1}{2\Delta\eta} \left[ \frac{\psi^+(i-1, j+1) + \psi^+(i-1, j)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i, j+1)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}\right)_e = \frac{\psi^+(i+1, j+1) + \psi^+(i+1, j) - \psi^+(i-1, j+1) - \psi^+(i-1, j)}{4\Delta\eta}$$

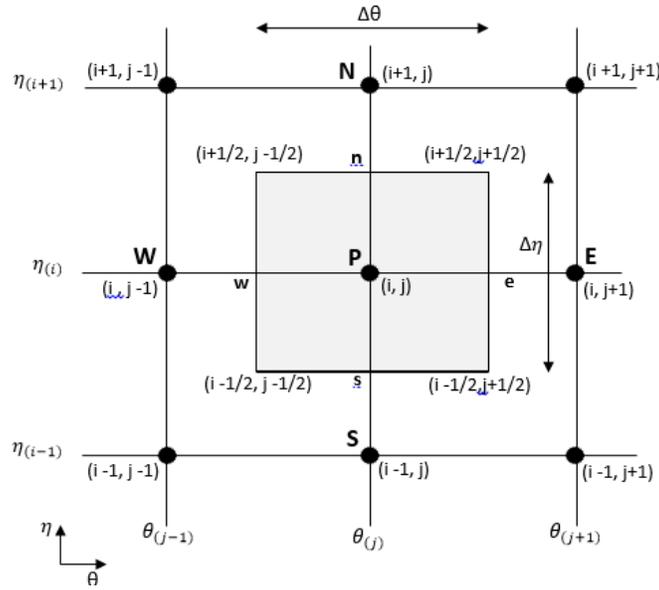


Figure 3.1.3 : Représentation schématique des nœuds P, E, W et S dans le maillage.

**A l'interface" w":**

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}\right)_w = \frac{\psi^+(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}) - \psi^+(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta\eta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}\right)_w = \frac{1}{2\Delta\eta} \left[ \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i+1, j-1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j-1) + \psi^+(i, j)}{2} \right]$$

$$- \frac{1}{2\Delta\eta} \left[ \frac{\psi^+(i-1, j) + \psi^+(i-1, j-1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j-1) + \psi^+(i, j)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \eta}\right)_w = \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i+1, j-1) - \psi^+(i-1, j) - \psi^+(i-1, j-1)}{4\Delta\eta}$$

**A l'interface " n ":**

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_n = \frac{\psi^+(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) - \psi^+(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2})}{\Delta \theta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_n = \frac{1}{2\Delta \theta} \left[ \frac{\psi^+(i+1, j+1) + \psi^+(i, j+1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i+1, j)}{2} \right]$$

$$- \frac{1}{2\Delta \theta} \left[ \frac{\psi^+(i+1, j-1) + \psi^+(i, j-1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i+1, j)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_n = \frac{\psi^+(i+1, j+1) + \psi^+(i, j+1) - \psi^+(i+1, j-1) - \psi^+(i, j-1)}{4\Delta \theta}$$

**A l'interface " s ":**

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_s = \frac{\psi^+(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) - \psi^+(i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2})}{\Delta \theta}$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_s = \frac{1}{2\Delta \theta} \left[ \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i-1, j+1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i-1, j)}{2} \right]$$

$$- \frac{1}{2\Delta \theta} \left[ \frac{\psi^+(i, j-1) + \psi^+(i-1, j-1)}{2} + \frac{\psi^+(i, j) + \psi^+(i-1, j)}{2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial \theta}\right)_s = \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i-1, j+1) - \psi^+(i, j-1) - \psi^+(i-1, j-1)}{4\Delta \theta}$$

Et les expressions  $F_e, F_w, F_n$  et  $F_s$  deviennent :

$$F_e = \frac{1}{4} \left[ \psi^+(i-1, j+1) + \psi^+(i-1, j) - \psi^+(i+1, j+1) - \psi^+(i+1, j) \right] \quad (3.1.16.a)$$

$$F_w = \frac{1}{4} \left[ \psi^+(i-1, j-1) + \psi^+(i-1, j) - \psi^+(i+1, j-1) - \psi^+(i+1, j) \right] \quad (3.1.16.b)$$

$$F_n = \frac{1}{4} \left[ \psi^+(i+1, j+1) + \psi^+(i, j+1) - \psi^+(i+1, j-1) - \psi^+(i, j-1) \right] \quad (3.1.16.c)$$

$$F_s = \frac{1}{4} \left[ \psi^+(i-1, j+1) + \psi^+(i, j+1) - \psi^+(i-1, j-1) - \psi^+(i, j-1) \right] \quad (3.1.16.d)$$

Pour l'équation de la chaleur, le coefficient  $\Gamma_{T^*} = 1$  (voir tableau 2.1.1).

En portant cette valeur dans le système (3.1.13), les coefficients  $D_e$ ,  $D_w$ ,  $D_n$  et  $D_s$  s'écrivent :

$$D_e = D_w = \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta}$$

$$D_n = D_s = \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta}$$

Et les nombres de Péclet dans le système (3.1.14) deviennent :

$$P_e = F_e \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta}, \quad P_n = F_n \cdot \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta}$$

$$P_w = F_w \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta\eta}, \quad P_s = F_s \cdot \frac{\Delta\eta}{\Delta\theta}$$

Pour homogénéiser les notations dans l'équation (3.1.15), on symbolise les nœuds  $W$ ,  $P$ ,  $E$  et  $S$  respectivement par :

$$(i, j-1), (i, j), (i, j+1), (i+1, j), (i-1, j)$$

Les coefficients  $a_E$ ,  $a_W$ ,  $a_N$ ,  $a_S$  et  $a_P^0$  sont pris aux nœuds  $(i, j)$

Donc l'équation (3.1.15) peut s'écrire comme suit :

$$a_P T^+(i, j) = a_E T^+(i, j+1) + a_W T^+(i, j-1) + a_N T^+(i+1, j) + a_S T^+(i-1, j) + b \quad (3.1.17)$$

### 3.1.4 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement

En remplaçant dans l'équation discrétisée (3.1.11) :

- La fonction  $\Phi$  par : la vorticité adimensionnelle  $\omega^+$ .

$$H^2 \frac{\partial \omega^+}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial \eta} (H V_\eta^+ \omega^+ - \Gamma_{\omega^+} \frac{\partial \omega^+}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (H V_\theta^+ \omega^+ - \Gamma_{\omega^+} \frac{\partial \omega^+}{\partial \theta}) = S_{\omega^+}$$

- Le terme  $S_p$  par : zéro ( $S_p = 0$ )

(Le terme source  $S_{\omega^+}$  est indépendant de la vorticité  $\omega^+$ ).

Nous obtenons l'équation discrétisée de quantité de mouvement :

$$a_P \omega_P^+ = a_E \omega_E^+ + a_W \omega_W^+ + a_N \omega_N^+ + a_S \omega_S^+ + b \quad (3.1.18)$$

Avec:  $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0$

$$b = S_0 \Delta V + a_P^0 \omega_P^{+0}$$

$$\Delta V = H^2 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta \theta \cdot 1$$

$$S_0 = P_r R_a H \left\{ \left[ F(\eta, \theta) \cos(\alpha) + G(\eta, \theta) \sin(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial \eta} + \left[ F(\eta, \theta) \sin(\alpha) - G(\eta, \theta) \cos(\alpha) \right] \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right\}$$

Et comme  $\alpha=0$  (pas d'inclinaison) alors le terme source devient :

$$S_0 = P_r R_a H \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \cos(\alpha) \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right)$$

Les coefficients  $a_E, a_W, a_N, a_S$  et  $a_P^0$  ont respectivement les mêmes expressions que dans le système (3.1.12) .

Comme dans l'équation de quantité de mouvement le terme  $\Gamma_\phi$  égal à :

$$\Gamma_\phi = P_r H \text{ (Voir tableau (2.1.1))}$$

Aux interfaces e, w, n et s les coefficients  $D_e, D_w, D_n$  et  $D_s$  seront :

$$D_e = D_w = P_r H \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta}$$

$$D_n = D_s = P_r H \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta}$$

Et les nombres de Péclet dans le système (3.1.14) deviennent :

$$P_e = \frac{F_e}{P_r H} \left( \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} \right)$$

$$P_n = \frac{F_n}{P_r H} \left( \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \right)$$

$$P_w = \frac{F_w}{P_r H} \left( \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} \right)$$

$$P_s = \frac{F_s}{P_r H} \left( \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \right)$$

Avec :  $F_e, F_w, F_n$  et  $F_s$  ont respectivement les mêmes expressions que dans le système (3.1.16.a), (3.1.16.b), (3.1.16.c) et (3.1.16.d).

Finalement dans l'équation (3.1.18) le coefficient « b » a pour expression :

$$b = H^3 P_r R_a \left( F(\eta, \theta) \frac{\partial T^+}{\partial \eta} - \frac{\partial T^+}{\partial \theta} G(\eta, \theta) \right) \Delta \eta \cdot \Delta \theta + a_p^0 \omega_p^{+0}$$

$$\text{Avec : } \left. \frac{\partial T^+}{\partial \eta} \right|_{i,j} = \frac{T^+(i+1, j) - T^+(i-1, j)}{2 \Delta \eta}$$

$$\left. \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \right|_{i,j} = \frac{T^+(i, j+1) - T^+(i, j-1)}{2 \Delta \theta}$$

En prenant les mêmes notations précédentes, pour les nœuds  $W, P, E$  et  $S$  qui sont respectivement:

$$(i, j-1), (i, j), (i, j+1), (i+1, j), (i-1, j)$$

L'équation (3.1.18) peut s'écrire comme suit :

$$a_p \omega^+(i, j) = a_E \omega^+(i, j+1) + a_W \omega^+(i, j-1) + a_N \omega^+(i+1, j) + a_S \omega^+(i-1, j) + b \quad (3.1.19)$$

Les coefficients  $a_E, a_W, a_N, a_S, a_p^0$  et  $b$  sont pris au nœuds  $(i, j)$ .

### 3.1.5 Discrétisation de l'équation de la fonction de courant

$$\omega^+ = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right)$$

Réécrivons cette équation sous la forme :

$$-H^2 \omega^+ = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \right)$$

L'équation (2.1.27) donne :

$$-H^2(i, j) \omega^+(i, j) = \left. \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} \right|_{i,j} + \left. \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right|_{i,j}$$

Pour discrétiser cette équation nous utiliserons le développement en série de Taylor, ce qui donne :

$$-H^2(i, j) \omega^+(i, j) = \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i-1, j) - 2\psi^+(i, j)}{(\Delta \eta)^2} + \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i, j-1) - 2\psi^+(i, j)}{(\Delta \theta)^2}$$

Et qui conduit à écrire :

$$-H^2(i, j) \omega^+(i, j) = \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i-1, j)}{(\Delta \eta)^2} + \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i, j-1)}{(\Delta \theta)^2} - 2\psi^+(i, j) \left[ \frac{1}{(\Delta \eta)^2} + \frac{1}{(\Delta \theta)^2} \right]$$

Ce qui donne la fonction de courant au nœud P  $\langle\langle \psi^+(i, j) \rangle\rangle$  qui est exprimée en fonction de celles aux nœuds W, E, N et S comme suit :

$$\psi^+(i, j) = \frac{1}{2} \left[ H^2(i, j) \omega^+(i, j) + \frac{\psi^+(i+1, j) + \psi^+(i-1, j)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\psi^+(i, j+1) + \psi^+(i, j-1)}{(\Delta\theta)^2} \right] \left[ \frac{1}{(\Delta\eta)^2} + \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \right]^{-1} \quad (3.1.20)$$

### 3.1.6 Discrétisation des conditions aux limites adimensionnelles :

Comme nous avons cité dans le modèle physique nous avons deux cas d'étude, le premier cas pour la convection naturelle dans une serre fermée et le deuxième cas pour la convection naturelle dans une serre fermée.

#### 3.1.6.1 Conditions aux limites pour la serre sans ouvertures :

##### a) Conditions aux limites de la vortacité :

En déterminant la vortacité  $\omega^+$  sur les parois, nous exprimons  $\omega^+$  en fonction de  $\psi^+$  et utilisé un développement de Taylor :

➤ condition sur le toit ( $i=1$ ) :

$$\omega^+_{1,j} = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_1}$$

Développons en série de Taylor la fonction de courant au voisinage du toit.

( $i=1, j$ ) :

$$\psi^+(2, j) = \psi^+(1, j) + \frac{\Delta\eta}{1!} \frac{\partial \psi^+(1, j)}{\partial \eta} + \frac{(\Delta\eta)^2}{2!} \frac{\partial^2 \psi^+(1, j)}{\partial \eta^2} + \dots$$

✓ La vortacité sur cette paroi s'écrit :

$$\omega^+(1, j) = -\frac{1}{H^2(1, j)} \left[ \frac{\psi^+(1, j+1) - 2\psi^+(1, j) + \psi^+(1, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} (\psi^+(2, j) - \psi^+(1, j)) \right] \quad (3.1.21)$$

➤ condition sur le sol ( $i=NI$ ) :

( $i=NI, j$ ) :

$$\omega^+ = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_2}$$

✓ La vorticité sur cette paroi s'écrit :

$$\omega^+(\text{NI}, j) = -\frac{1}{H^2(\text{NI}, j)} \left[ \frac{\psi^+(\text{NI}, j+1) - 2\psi^+(\text{NI}, j) + \psi^+(\text{NI}, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} \psi^+((\text{NI}-1, j) - \psi^+(\text{NI}, j)) \right] \quad (3.1.22)$$

Condition sur le coin gauche (i=1, j = 1) :

$$\omega^+(i, 1) = -\frac{1}{H^2(i, 1)} \left[ \frac{\psi^+(i+1, 1) - 2\psi^+(i, 1) + \psi^+(i-1, 1)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{-7\psi^+(i, 1) + 8\psi^+(i, 2) - \psi^+(i, 3)}{2(\Delta\theta)^2} \right] \quad (3.1.23)$$

Condition sur le coin droite (i=NI, j = NN) :

$$\omega^+(i, \text{NN}) = -\frac{1}{H^2(i, \text{NN})} \left[ \frac{\psi^+(i+1, \text{NN}) - 2\psi^+(i, \text{NN}) + \psi^+(i-1, \text{NN})}{(\Delta\eta)^2} + \frac{-7\psi^+(i, \text{NN}) + 8\psi^+(i, \text{NN}-1) - \psi^+(i, \text{NN}-2)}{2(\Delta\theta)^2} \right] \quad (3.1.24)$$

### b) Discrétisation des conditions aux limites des vitesses

$$U = \frac{\partial \psi^+}{\partial Y} = 0, \quad V = -\frac{\partial \psi^+}{\partial X} = 0$$

Condition sur le toit (i=1) :

$$\left. \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right|_{1, j} = \frac{-3\psi^+(1, j) + 4\psi^+(2, j) - \psi^+(3, j)}{2\Delta\eta} = 0$$

$$\psi^+(1, j) = \frac{4\psi^+(2, j) - \psi^+(3, j)}{3} \quad (3.1.25)$$

Condition sur le sol ( $i = NI$ ) :

$$\psi^+(NI, j) = \frac{4\psi^+(NI-1, j) - \psi^+(NI-2, j)}{3} \quad (3.1.26)$$

Condition sur le coin gauche ( $i=1, j = 1$ ) :

$$\left. \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \right|_{i,1} = \frac{-3\psi^+(i,1) + 4\psi^+(i,2) - \psi^+(i,3)}{2\Delta\theta} = 0$$

$$\psi^+(i,1) = \frac{4\psi^+(i,2) - \psi^+(i,3)}{3} \quad (3.1.27)$$

Condition sur le coin droite ( $i=NI, j = NN$ ) :

$$\psi^+(i, NN) = \frac{4\psi^+(i, NN-1) - \psi^+(i, NN-2)}{3} \quad (3.1.28)$$

**c) Discrétisation des conditions aux limites de température :**

➤ Sur la paroi intérieure (sol) :

Pour les tubes de chauffage nous avons :  $T = T_H$

La température adimensionnelle  $T^+ = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}$  sera :  $T^+ = 1$

Alors les coefficients de l'équation (3.1.17)

$$\begin{aligned} a_p &= 1 \\ a_n &= a_s = 0 \\ S_{T^+} &= 1 \end{aligned} \quad (3.1.29)$$

Et pour le sol autour de tubes de chauffage  $T = T_M$  alors  $T^+ = T_M^+$

Alors les coefficients de l'équation (3.1.17)

$$\begin{aligned} a_p &= 1 \\ a_n &= a_s = 0 \\ S_{T^+} &= T_M^+ \end{aligned} \quad (3.1.30)$$

➤ Sur la paroi extérieure (**toit**) :

Pour le toit  $T = T_C$  sera :  $T^+ = 0$

$$a_p = 1$$

$$a_n = a_s = 0 \tag{3.1.31}$$

$$S_{T^+} = 0$$

## **2<sup>ème</sup> Cas**

### 3.2.1 Domaine physique et de calcul pour une serre ouverte :

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit “nœud principal”, comme indiqué dans la figure (3.2.1).

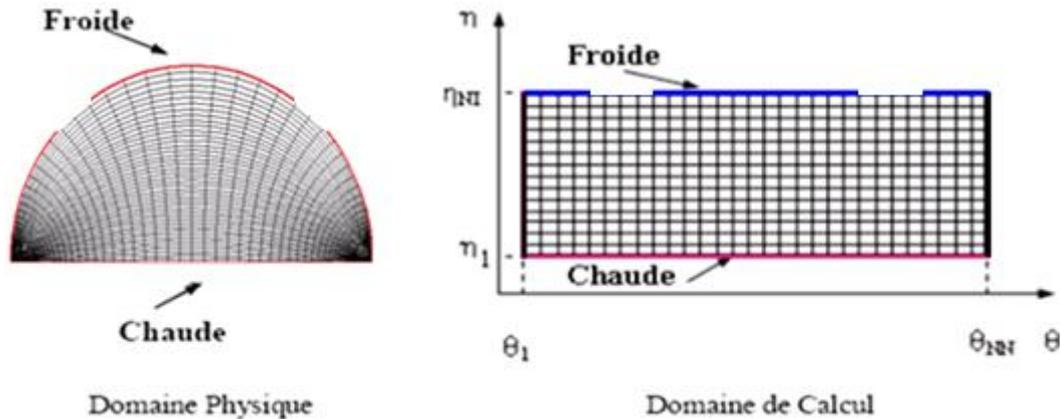


Figure.3.2.1 : Le domaine physique et le domaine de calcul.

### 3.2.2 Conditions aux limites (avec ouvertures) :

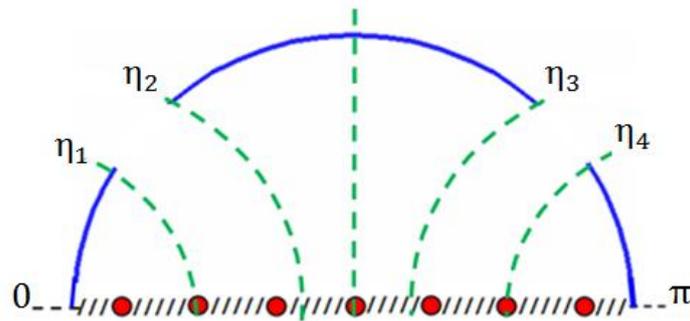


Figure.3.2.2. Représentation du schéma physique.

La figure (3.2.2) représente le schéma du 2<sup>ème</sup> cas avec deux ouvertures, sachant que la 1<sup>ère</sup> ouverture dans l'intervalle de  $\eta \in [\eta_1, \eta_2]$  et la 2<sup>ème</sup> ouverture dans l'intervalle de  $\eta \in [\eta_3, \eta_4]$ .

#### a) Conditions aux limites de la vorticité :

➤ condition sur le toit ( $i=I$ ) :

$$\omega^+_{i=I} = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_i}$$

✓ La vorticité sur cette paroi :

$$\omega^+(1, j) = -\frac{1}{H^2(1, j)} \left[ \frac{\psi^+(1, j+1) - 2\psi^+(1, j) + \psi^+(1, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} (\psi^+(2, j) - \psi^+(1, j)) \right]$$

➤ condition sur le sol ( $i=NI$ ) :

( $i=NI, j$ ) :

$$\omega^+_{2} = -\frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial \theta^2} \right)_{\eta=\eta_2}$$

✓ La vorticité sur cette paroi s'écrit :

$$\omega^+(NI, j) = -\frac{1}{H^2(NI, j)} \left[ \frac{\psi^+(NI, j+1) - 2\psi^+(NI, j) + \psi^+(NI, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + \frac{2}{(\Delta\eta)^2} \psi^+((NI-1, j) - \psi^+(NI, j)) \right]$$

Condition sur le coin gauche ( $i=1, j=1$ ) :

$$\omega^+(i, 1) = -\frac{1}{H^2(i, 1)} \left[ \frac{\psi^+(i+1, 1) - 2\psi^+(i, 1) + \psi^+(i-1, 1)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{-7\psi^+(i, 1) + 8\psi^+(i, 2) - \psi^+(i, 3)}{2(\Delta\theta)^2} \right]$$

Condition sur le coin droite ( $i=NI, j=NN$ ) :

$$\omega^+(i, NN) = -\frac{1}{H^2(i, NN)} \left[ \frac{\psi^+(i+1, NN) - 2\psi^+(i, NN) + \psi^+(i-1, NN)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{-7\psi^+(i, NN) + 8\psi^+(i, NN-1) - \psi^+(i, NN-2)}{2(\Delta\theta)^2} \right]$$

**b) Discrétisation des conditions aux limites des vitesses :**

$$V_{\eta}^* = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} = 0, \quad V_{\theta}^* = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} = 0$$

Condition sur le sol ( $i=NI$ ) :

$$\psi^+(NI, j) = \frac{4\psi^+(NI-1, j) - \psi^+(NI-2, j)}{3}$$

Condition sur le toit (i = 1) :

➤ **Le toit sans ouvertures :**  $\eta \in [0, \eta_1] \cup [\eta_2, \eta_3] \cup [\eta_4, \pi]$

$$\left. \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \right|_{1,j} = \frac{-3\psi^+(1, j) + 4\psi^+(2, j) - \psi^+(3, j)}{2\Delta\eta} = 0$$

$$\psi^+(1, j) = \frac{4\psi^+(2, j) - \psi^+(3, j)}{3}$$

➤ **Au niveau l'ouverture naturelle :**  $\eta \in [\eta_1, \eta_2] \cup [\eta_3, \eta_4]$

La condition à l'ouverture est donnée par la relation (2.2.5) :

$$\frac{\partial V_\eta}{\partial \theta} = 0$$

$$\text{Et comme : } V_\eta^* = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \Rightarrow \frac{\partial V_\eta}{\partial \theta} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial V_\eta}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \theta^2} = \psi^+(2, j) - \psi^+(1, j) = 0$$

Alors :

$$\psi^+(1, j) = \psi^+(2, j) \quad (3.2.1)$$

Condition sur le coin vertical gauche (i=1, j = 1) :

$$\left. \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \right|_{i,1} = \frac{-3\psi^+(i, 1) + 4\psi^+(i, 2) - \psi^+(i, 3)}{2\Delta\theta} = 0$$

$$\psi^+(i, 1) = \frac{4\psi^+(i, 2) - \psi^+(i, 3)}{3} \quad (3.2.2)$$

Condition sur la paroi verticale droite (i=NI, j = NN) :

$$\psi^+(i, NN) = \frac{4\psi^+(i, NN-1) - \psi^+(i, NN-2)}{3} \quad (3.2.3)$$

**c) Discrétisation des conditions aux limites de température :**

➤ Sur la paroi intérieure (sol) :  $i=NI$

Pour les tubes de chauffage nous avons :  $T^+ = 1$

Alors les coefficients :

$$\begin{aligned} a_p(NI, j) &= 1 \\ a_e(NI, j) &= a_w(NI, j) = 0 \\ a_n(NI, j) &= a_s(NI, j) = 0 \\ S_{T^+}(NI, j) &= 1 \end{aligned} \tag{3.2.4}$$

Et pour le sol autour des tubes de chauffage  $T = T_M$  alors  $T^+ = T_M^+$

$$\begin{aligned} a_p(NI, j) &= 1 \\ a_e(NI, j) &= a_w(NI, j) = 0 \\ a_n(NI, j) &= a_s(NI, j) = 0 \\ S_{T^+}(NI, j) &= T_M^+ \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

➤ **Sur le toit (sans ouvertures) :  $i=1, \eta \in [0, \eta_1] \cup [\eta_2, \eta_3] \cup [\eta_4, \pi]$**

Pour le toit  $T = T_c$  sera :  $T^+ = 0$

$$\begin{aligned} a_p(1, j) &= 1 \\ a_e(1, j) &= a_w(1, j) = 0 \\ a_n(1, j) &= a_s(1, j) = 0 \\ S_{T^+}(1, j) &= 0 \end{aligned} \tag{3.2.6}$$

➤ **Au niveau de l'ouverture naturelle :  $\eta \in [\eta_1, \eta_2] \cup [\eta_3, \eta_4]$**

A l'aide de l'équation (2.2.5) on a :

$$\frac{\partial V_\eta}{\partial \theta} = 0, \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \right)_{out} = 0, \quad T_{in} = 0$$

Et si on utilise la relation de débit (2.2.6) :

$$\left. \begin{aligned} Q_V &= - \int_{\theta=\theta_2} V_{in} H d\eta \\ V_{in} &= V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} \text{ if } V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} < 0 \\ V_{in} &= 0 \quad \text{if } V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

On constate que :

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \right)_{out} = 0, \text{ si } V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} \geq 0 \text{ et } T_{in} = 0 \quad \text{si } V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} < 0$$

$$\begin{aligned} \text{Alors } \frac{\partial T^+}{\partial \theta} \Big|_{NI,j} &= \frac{T^+(1, j+1) - T^+(1, j-1)}{2\Delta\theta} = 0 \\ \Rightarrow T^+(1, j+1) &= T^+(1, j-1) \quad \text{si } V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} \geq 0 \end{aligned}$$

et les coefficients :

$$\begin{aligned} a_p(1, j) &= 1 \\ a_e(1, j) &= a_w(1, j) = 0 \\ a_n(1, j) &= a_s(1, j) = 1 \\ S_{T^+}(1, j) &= 1 \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

Et  $T_{in} = 0$  si  $V_\eta \Big|_{\theta=\theta_2} < 0$  donc les coefficients seront :

$$\begin{aligned} a_p(1, j) &= 1 \\ a_e(1, j) &= a_w(1, j) = 0 \\ a_n(1, j) &= a_s(1, j) = 0 \\ S_{T^+}(1, j) &= 0 \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

### 3.2.3 Discrétisation des composantes de la vitesse :

Nous choisissons les différences centrées pour discrétiser les composantes adimensionnelles  $V_\eta^+$ ,  $V_\theta^+$  de la vitesse.

$$V_\eta^+ = \frac{1}{H(i, j)} \frac{\partial \psi^+}{\partial \theta} \Big|_{i,j} = \frac{1}{H(i, j)} \left[ \frac{\psi^+(i, j+1) - \psi^+(i, j-1)}{2\Delta\theta} \right] \tag{3.2.9}$$

$$V_\theta^+ = \frac{-1}{H(i, j)} \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta} \Big|_{i,j} = \frac{-1}{H(i, j)} \left[ \frac{\psi^+(i+1, j) - \psi^+(i-1, j)}{2\Delta\eta} \right] \tag{3.2.10}$$

Avec :  $1 < I < NI$  et  $1 < J < NJ$

### 3.2.4 Processus de calcul :

Pour résoudre le système d'équations (3.1.17), (3.1.19) et (3.1.20) nous utilisons la méthode proposée par E.F. NOGOTOV [60].

En choisissant une méthode itérative à coefficients de relaxation, ces équations peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$T^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_T)T^n(i, j) + \frac{\alpha_T}{a_p} \left[ a_E T^n(i, j+1) + a_W T^{n+1}(i, j-1) \right. \\ \left. + a_N T^n(i+1, j) + a_S T^{n+1}(i-1, j) \right] \quad (3.2.11)$$

$$\omega^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_\omega) \omega^n(i, j) + \frac{\alpha_\omega}{a_p} \left[ a_E \omega^n(i, j+1) + a_W \omega^{n+1}(i, j-1) \right. \\ \left. + a_N \omega^n(i+1, j) + a_S \omega^{n+1}(i-1, j) + b(i, j) \right] \quad (3.2.12)$$

$$\psi^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_\psi) \psi^n(i, j) + \frac{\alpha_\psi}{2} \left[ \frac{1}{(\Delta\eta)^2} + \frac{1}{(\Delta\theta)^2} \right]^{-1} \\ \left[ \frac{\psi^n(i+1, j) + \psi^{n+1}(i-1, j)}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\psi^n(i, j+1) + \psi^{n+1}(i, j-1)}{(\Delta\theta)^2} + H^2(i, j) \omega^+(i, j) \right] \quad (3.2.13)$$

Avec :

n : ordre de l'intégration.

$\alpha_T$ ,  $\alpha_\omega$ ,  $\alpha_\psi$  : sont les facteurs de relaxation. Leurs valeurs dépendent de la valeur du nombre de Rayleigh  $R_a$ .

La résolution du système d'équations (3.2.11), (3.2.12) et (3.2.13), en utilisant le code de calcul, se fait comme suit :

1/ Initialisation des valeurs de la température, de la vortacité et de la fonction de courant au sein du maillage.

2/ Calcul de la distribution de la température.

3/ Calcul de la vortacité.

4/ Calcul de la distribution de la fonction de courant.

5/ Le processus itératif est répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement significatif de la valeur de  $\psi$  par rapport au critère de convergence suivant :

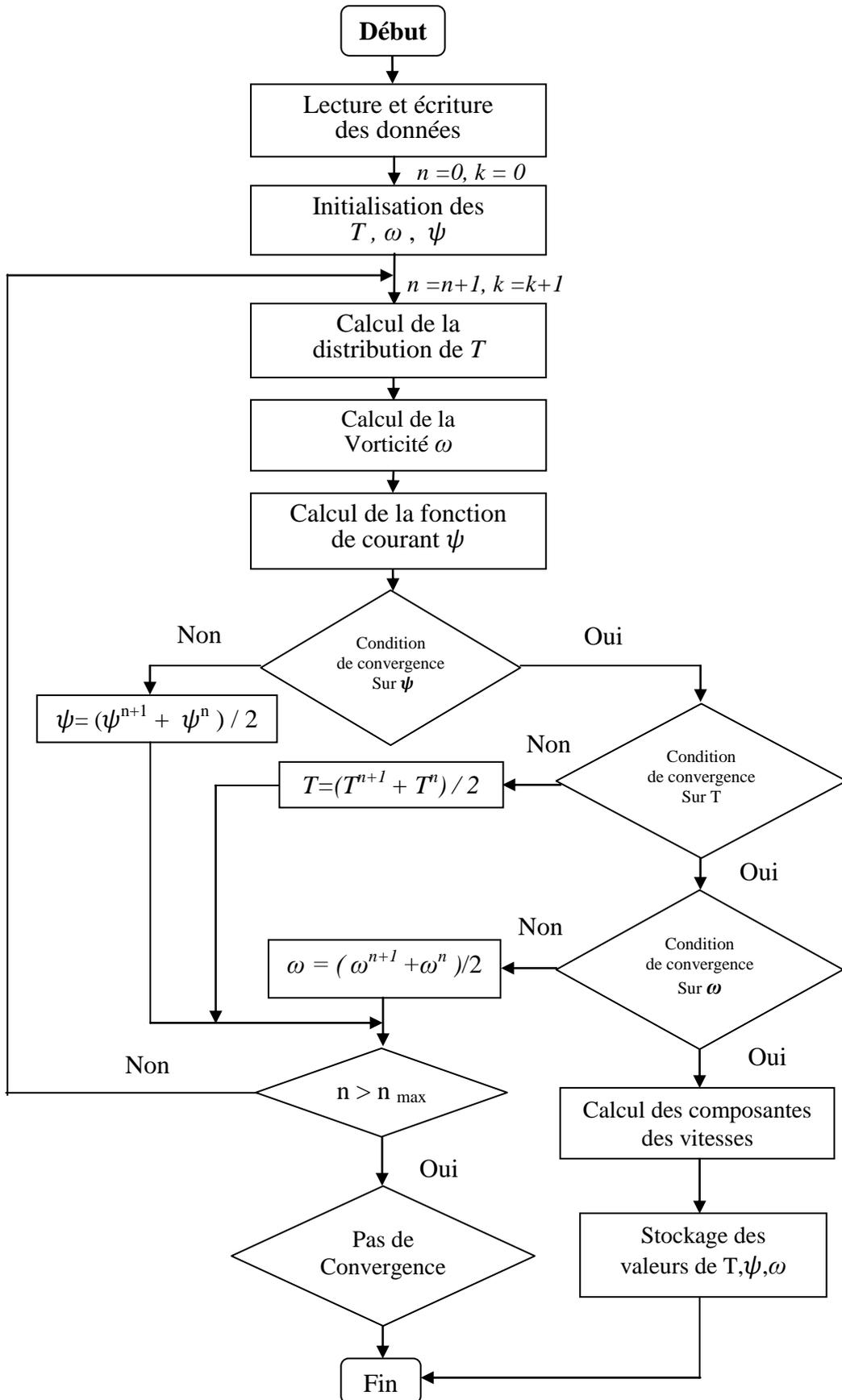
$$\left| \frac{\max \psi^{n+1} - \max \psi^n}{\max \psi^{n+1}} \right| \leq 10^{-8}$$

6/ Le même critère est utilisé pour la température.

7/ Le même critère est utilisé pour la vorticité.

8/ Calcul des composantes de la vitesse.

9/ Stockage des valeurs de  $T$ ,  $\omega$  et  $\psi$ .



**3<sup>ème</sup> cas**

### **3.3.1 Introduction :**

Dans cette partie numérique, nous allons présenter le logiciel Fluent utilisé pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles décrivant le phénomène physique, présenté dans le chapitre précédent, moyennant la méthode des volumes finis, et aussi pour la résolution du système d'équations algébriques résultant.

### **3.3.2 Généralités sur le CFD :**

La simulation numérique des écoulements (Computational Fluid Dynamics) est l'un des outils les plus communément utilisées dans l'ingénierie ces dernières années. Il s'agit d'un ensemble de méthodes numériques servant à traiter un problème physique dont la complexité et le coût ne permettent pas souvent de procéder autrement. Les équations qui interviennent sont celles de la mécanique des fluides, résolues par des méthodes numériques moyennant un procédé de discrétisation adéquat permettant ainsi de ramener un problème aux dérivées partielles, fortement couplé et non linéaire, à un problème de résolution d'un système d'équations algébriques.

### **3.3.3 Description des logiciel Gambit et Fluent :**

Gambit et Fluent sont des logiciels commerciaux permettant de réaliser des simulations 2D ou 3D en mécanique des fluides allant de la construction du maillage avec Gambit à la résolution des équations et au post-traitement avec Fluent. Ces logiciels sont largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, etc.) en raison de leur interface graphique puissante et de l'abondance de leurs options ; ils permettent, entre autres, de réaliser des simulations sur des géométries simples et complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs et avec des modèles physiques variés (diphasique, turbulent, etc.).

#### **3.3.3.1 Gambit :**

Le logiciel Gambit est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Il est utilisé pour définir et créer le modèle d'étude (surface ou volume) et de le mailler suivant le type de maillage choisi par l'utilisateur. La définition des conditions aux limites appropriées, caractéristiques de l'étude en question, est réalisée sous le logiciel Gambit en définissant la surface concernée et la condition aux limites lui correspondant. Il permet aussi de créer plusieurs types de maillage suivant la géométrie et de spécifier le type du matériau (fluide ou solide). Il possède en outre de nombreuses possibilités d'extraction qui permettent l'utilisation de ses maillages par des logiciels industriels comme par exemple Fluent.

**a) Maillage sous Gambit :**

La génération du maillage (2D ou 3D) est une phase très importante dans une analyse CFD, vu l'influence de ses paramètres sur la solution calculée. Ce menu permet de mailler en particulier une ligne de la géométrie, à savoir disposer les nœuds avec des conditions particulières (utilisation d'un ratio pour modifier la pondération du maillage, application de formes différentes de maillage).

**b) Choix du type de maillage**➤ **Maillage structuré (quadra/hexa)**

Il est beaucoup plus facile de le générer en utilisant une géométrie à multi bloc, il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments, présente un nombre inférieur de maille par rapport à un maillage non structuré équivalent.
- Réduit les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.
- ✓ Ses inconvénients:
  - Difficile à le générer dans le cas d'une géométrie complexe.
  - Difficile d'obtenir une bonne qualité de maillage pour certaines géométries complexes.

➤ **Maillage non structuré (tri/tétra.)**

Les éléments de ce type de maillage sont générés arbitrairement sans aucune contrainte quant à leur disposition.

- ✓ Ses avantages:
  - Peut être généré sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments.
  - Les algorithmes de génération de ce type de maillage (tri/tétra) sont très automatisés.
- ✓ Ses inconvénients:
  - Très gourmand en nombre de mailles comparativement au maillage structuré.
  - Engendre des erreurs numériques (fausse diffusion) qui peuvent être plus importante si l'on compare avec le maillage structuré.

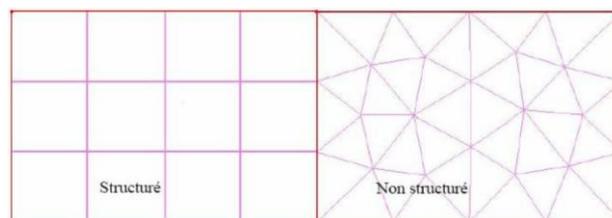


Figure 3.3.1 : Maillage structuré et non structuré.

### c) Conditions aux limites et définition du domaine :

La résolution numérique des équations aux dérivées partielles nécessite l'implémentation des conditions aux limites physique du domaine étudiée, ce menu permet de les définir. Gambit définit la nature de ces conditions, mais les valeurs qui caractérisent ces dernières (ex: débit massique, pression, température et vitesse...etc.) seront définis sous Fluent.

#### 3.3.3.2 Fluent :

Fluent est un code CFD commercial largement répandu dans l'industrie. Il offre la possibilité de résoudre les écoulements de fluides (champs de vitesses, de température ...etc.). Il est basé sur la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles afin de les transformer en systèmes d'équations algébriques qui sont résolus, par la suite, moyennant des méthodes itératives. C'est un logiciel qui peut traiter tout type de problème physique sous une multitude de conditions aux limites, initiales, de modèles mathématiques et de propriétés thermo physiques. Il permet aux utilisateurs d'optimiser les performances de nouveaux concepts, en s'employant à offrir la solution numérique la plus adaptée la problématique étudiée. Le traitement d'un problème sous Fluent nécessite l'implémentation de plusieurs taches dans un ordre bien établi, on résume dans ce qui suit les principales étapes à suivre :

##### - Ouverture d'une session sous Fluent:

Dans notre cas et comme mentionné précédemment, la géométrie du domaine d'étude étant bidimensionnelle, on utilise à cet effet la version 2DDP double précision qui semble la plus appropriée pour notre étude.

##### - Importation de la géométrie (\*.msh) :

Afin de lancer la simulation sous le logiciel Fluent, il faut, dans un premier temps, importer le fichier (\*.msh) généré sous Gambit. Pour cette raison, on utilise la commande File, les instructions à suivre sont données dans l'ordre : File-Read-Case.

##### - Vérification du maillage importé :

Une fois que le fichier est importé, on procède à une vérification du maillage généré sous Gambit et c'en choisissant le menu Grid - Check afin de s'assurer que le maillage importé ne comporte pas d'anomalies. Cette opération peut se faire aussi par la vérification de la forme de la grille en cliquant sur Display et ensuite sur Grid. On peut de cette façon vérifier que la géométrie est bien complétée.

##### - Définition des paramètres de calcul :

Le second menu que l'on va utiliser est le menu Define pour définir les phénomènes

physiques, les matériaux et les conditions aux Limites appropriées. La démarche à suivre est de choisir le menu Models.

- **Choix du solveur :**

Le menu Solver nous donne la possibilité de choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisation, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et l'initialisation du processus itératif.

- **Equation de l'énergie :**

Cette fonction permet de choisir si on doit ou pas prendre en considération l'équation de l'énergie dans la résolution du système (dès qu'un gradient de température intervient dans les phénomènes il faut utiliser cette équation pour d'une part observer une solution réaliste mais aussi souvent pour faciliter la convergence).

- **Définition des caractéristiques du matériau :**

La définition des propriétés thermo physiques du fluide de travail est une étape importante dans un processus de simulation numérique, cela est possible sur le logiciel Fluent en sélectionnant la commande Define-Materials.

- **Définition des conditions aux limites :**

Le sous-menu utile Boundary Conditions sert à implémenter les conditions aux limites correspondant au problème étudié. Les limites physiques sont déjà définies sous Gambit, on doit juste spécifier leur type (Direclet ou Newman) et la valeur numérique correspondant. Dans notre cas, les conditions aux limites sont : une condition de vitesse uniforme connue à l'entrée de la serre et la sortie de l'air dans le coté en face de cette serre, le reste des deux parois latérales sont adiabatiques. Concernant le champ thermique, les conditions aux limites sont principalement du type température imposée au niveau du sol (source de chaleur) et le toit maintenu dans une température froide.

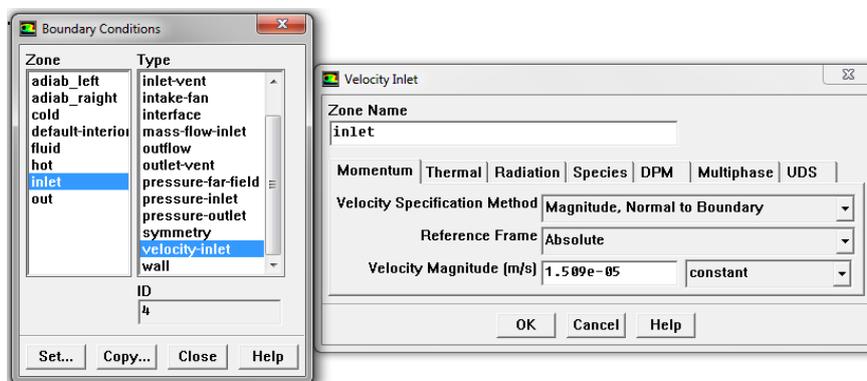


Figure 3.3.2 : Implémentation des conditions aux limites.

- **Initialisation du processus itératif:**

Cette fenêtre permet de fixer les conditions initiales du système, avec la commande suivante : Solver - Initialise - Initialise.

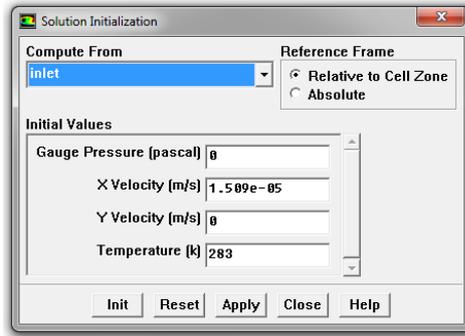


Figure 3.3.3 : Initialisation du processus itératif.

- **Choix de la solution :**

Cette commande permet de définir les différents paramètres de résolution à savoir les facteurs de sous-relaxation, l'algorithme choisi pour la résolution du couplage vitesse–pression ainsi que le type du schéma adopté pour la discrétisation des termes convectifs au niveau des interfaces des volumes de contrôle, on utilise Solver-controls-solution.

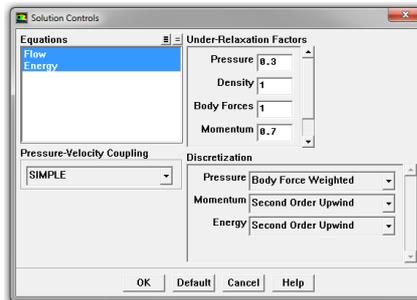


Figure 3.3.4 : Choix de la solution.

- **Choix des critères de convergence :**

La valeur du critère de convergence peut avoir un impact sur la qualité de la solution numérique obtenue, il reflète la précision avec laquelle la solution sera admise. Cette commande peut s'implémenter en suivant le chemin suivant : Solve-Monitors-Residual.

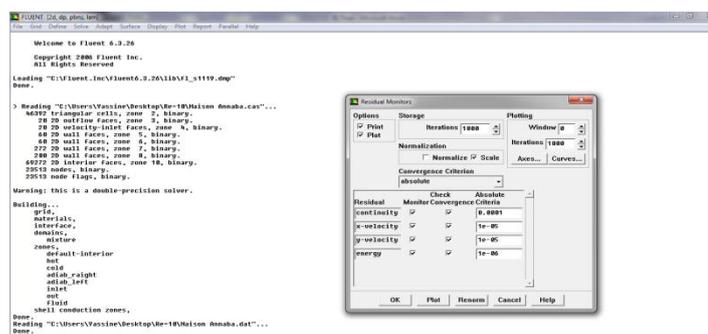


Figure 3.3.5 : Choix et affichage pendant les calculs des critères de convergence.

- **Lancement des itérations:**

Pour commencer les calculs, il faut d'abord choisir le nombre des itérations en lançant la commande suivante: Solve –Iterate.

### 3.3.4 Etude de la convection mixte dans la serre double chapelle :

#### 3.3.4.1 Création de la géométrie et le maillage sur Gambit :

La configuration géométrique du problème étudié est réalisée sur Gambit et ce en créant des points qui sont par la suite reliés entre eux par des segments et qui définissent à leur tour des frontières ou des surfaces. Une fois les surfaces créées et le domaine défini, on passe par la suite au maillage de l'ensemble en choisissant l'une des innombrables options que présente Fluent.

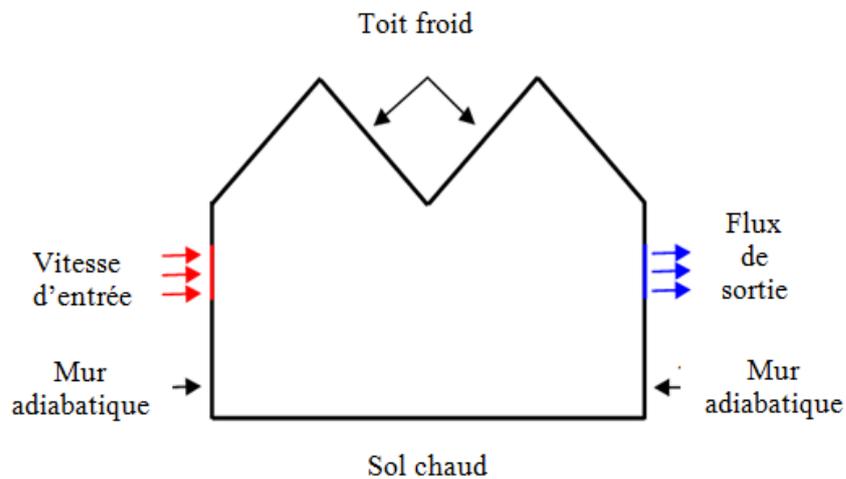


Figure 3.3.6 : Représentation Schématique du problème étudié.

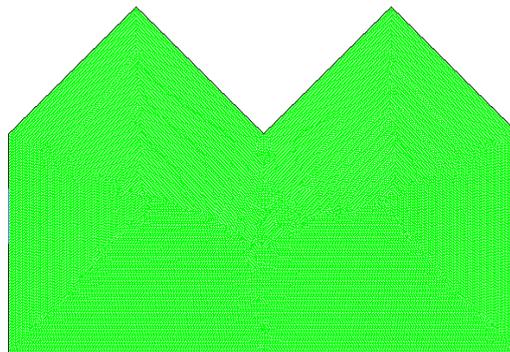


Figure 3.3.7 : Géométrie et maillage sur gambit.

#### 3.3.4.2 Implémentation des conditions aux limites :

Après avoir défini la géométrie et le maillage, on spécifie les conditions aux limites qui seront appliquées aux différentes parois de la géométrie étudiée comme suit :

- **Vitesse d'entrée:** Représente la vitesse à l'entrée de la serre.
- **Flux de sortie:** Représente la condition de sortie de l'écoulement.

- **Mur** : Les conditions aux limites au niveau des parois sont caractérisées, d'une part, par la condition de température chaude pour le sol de la serre et d'autre part, par la condition de température froide pour le toit de la dite serre.
- **Mur** : Adiabatique (flux de chaleur nul).

Une fois que la géométrie a été créée, Les condition aux limites ont été définies. Il ne reste plus qu'à enregistrer et exporter le maillage en point «msh ».

### 3.3.4.3 Les étapes de simulation sous Fluent :

Après le lancement de Fluent et le choix de la version 2DDP, les étapes à suivre sont résumées comme suit :

1. La lecture du fichier : File→Read →Case puis on sélectionne le fichier «msh» généré sous Gambit.
2. On définit l'unité de longueur qui est dans notre cas le mètre, Grid→Scale.
3. On Spécifie le mode de l'écoulement en 2D et en régime permanent, Define →Models →solver.
4. On Coche l'équation de l'énergie. Define→Models→Energy.
5. On Définit le modèle du fluide étudié, Define→Material.
6. On Définit les valeurs des conditions aux limites appropriées pour chaque limite du domaine. Define→Boundray conditions.
7. On Initialise les différentes variables. Solver→Initalize. Puis on choisit le nombre d'itération et on lance les calculs Solver Itération.

Enfin quand la convergence est atteinte on peut visualiser les différents résultats comme motionné déjà précédemment.

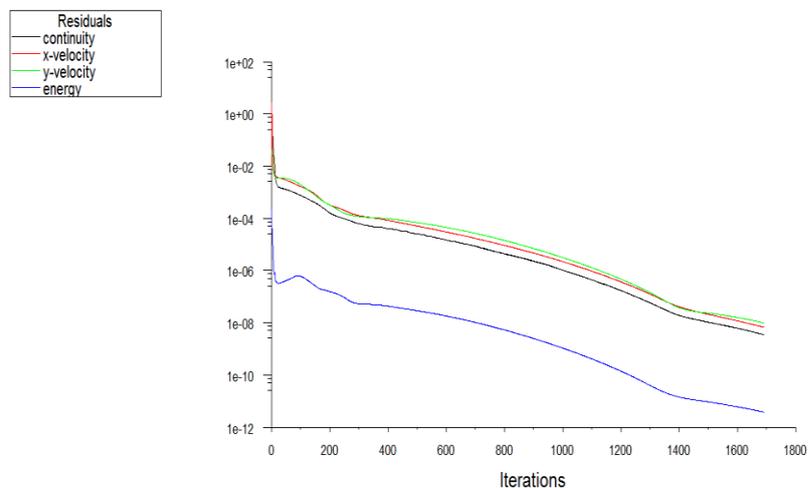


Figure 3.3.8 : Evolution des résidus des équations de continuité, d'énergie et de la quantité de mouvement pour Re=10.

**CHAPITRE 4:**  
**RESULTATS ET DISCUSSIONS**

**1<sup>er</sup> cas**

#### 4.1.1 Introduction :

Après la représentation du phénomène physique, et la résolution numérique du système d'équations qui s'est réduit aux équations de Navier- Stokes et l'équation de la chaleur, les équations qui les gouvernent et les méthodes de résolution de ces équations. Nous avons élaboré un code de calcul en langage FORTRAN afin de simuler le processus de la convection naturelle sous serre tunnel.

#### 4.1.2 Etude de la sensibilité des résultats au maillage :

Le choix du maillage a une grande influence sur la précision des résultats et le temps de calcul, et pour voir cet effet, plusieurs maillages ont été utilisés arbitrairement pour des nombres de Rayleigh Ra variant de  $10^3$  à  $10^6$ , et  $\gamma = 0^\circ$ . Cela pour voir leur effet sur les résultats. Le tableau (4.1.1) illustre la variation de la valeur maximale de la fonction de courant et du nombre Nusselt moyen en fonction du nombre des nœuds pour différents Rayleigh, nous remarquons que la solution de  $\psi_{\max}$  et  $\overline{Nu}$  ne change pas de manière significative au-delà du nombre de nœuds (119x51), nous pouvons donc conclure que la solution est indépendante du maillage, et nous avons opté pour le maillage (129x55) pour avoir un bon compromis entre précision et temps de calculs.

Tableau 4.1.1 : Variation de la valeur maximale de la fonction de courant et du nombre de Nusselt moyen, en fonction du nombre de nœuds.

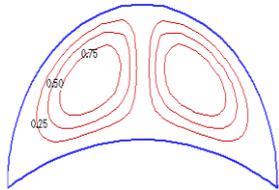
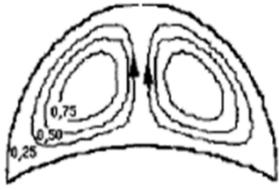
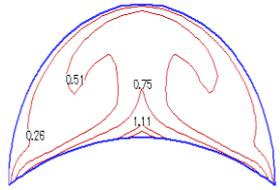
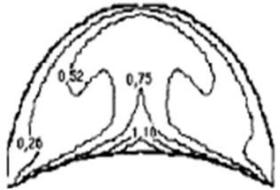
Ra	Maillage▶	59x23	69x27	79x31	89x35	99x41	109x45	119x51	129x55
	Fonction▼								
Ra = $10^4$	$\psi_{\max}$	0.612	0.698	0.729	0.76	0.78	0.786	0.791	0.792
	Er (%)	--	14.05	4.44	4.24	2.63	0.77	0.67	0.12
	$ \overline{Nu} $	1.217	1.326	1.39	1.409	1.422	1.431	1.435	1.437
	Er (%)	--	8.97	4.83	1.37	0.93	0.63	0.28	0.14
Ra = $10^5$	$\psi_{\max}$	7.816	8.642	8.995	9.08	9.082	9.119	9.132	9.142
	Er (%)	--	10.56	4.08	0.94	0.02	0.41	0.14	0.11
	$ \overline{Nu} $	0.922	1.312	1.635	1.843	2.104	2.115	2.131	2.141
	Er (%)	--	42.29	24.61	12.72	14.16	0.52	0.75	0.46
Ra = $10^6$	$\psi_{\max}$	24.26	28.35	30.04	30.67	31.15	31.44	31.65	31.77
	Er (%)	--	16.85	5.96	2.09	1.56	0.93	0.66	0.37
	$ \overline{Nu} $	2.624	3.011	3.211	3.295	3.302	3.337	3.354	3.362
	Er (%)	--	14.74	6.64	2.61	0.21	1.05	0.51	0.24

### 4.1.3 Validation du code de calcul :

Le programme numérique développé dans la présente étude a été validé en comparant les résultats obtenus avec deux références.

#### 4.1.3.1 Première validation :

La première validation est une comparaison entre nos résultats et ceux de Kabdi et al.[9], qui ont présenté une coupe transversale d'une enceinte délimitée par l'intersection de deux parois cylindriques, définissant une lunule bicylindrique sur un axe horizontal d'une paroi convexe, avec conditions aux limites, flux de chaleur en fond de paroi et température de paroi froide en toiture, à diverses formes de facteurs ( $f=r1/r2$ ), une comparaison du nombre moyen de Nusselt pour la gamme des nombres de Grashof ( $5 \leq Gr \leq 2.10^6$ ), prédits par Kabdi et al.[9] avec cette étude, est montrée dans la figure (4.1.1) où un excellent accord est trouvé.

$Gr = 2.10^6; Pr = 0.7 \rightarrow Ra = 1,4.10^6; \gamma = 0^\circ$			
Lignes de courant		Isothermes	
Nos résultats	Réf. [9]	Nos résultats	Réf. [9]
			
$\psi_{\max}$ Réf. [9] = 38.19		$\psi_{\max} = 38.002$	
Erreur relative = 0.49%			
Figure 4.1.1 : Comparaison des lignes de courant et des isothermes de nos résultats avec ceux de la référence [9].			

Aussi pour valider la simulation numérique de nos résultats avec ceux publiés par Kabdi et al. [9], nous avons fait une comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différents facteurs de forme  $f=0.5$  et  $f=0.6$ , avec une variation du nombre de Grashof (cf. Figure 4.1.2). Ces figures montrent qu'il existe un très bon accord qualitatif et un bon accord quantitatif entre les résultats obtenus dans ce travail et ceux obtenus dans ceux de Kabdi et al.[9], qui sont utilisés pour valider notre procédure de simulation numérique.

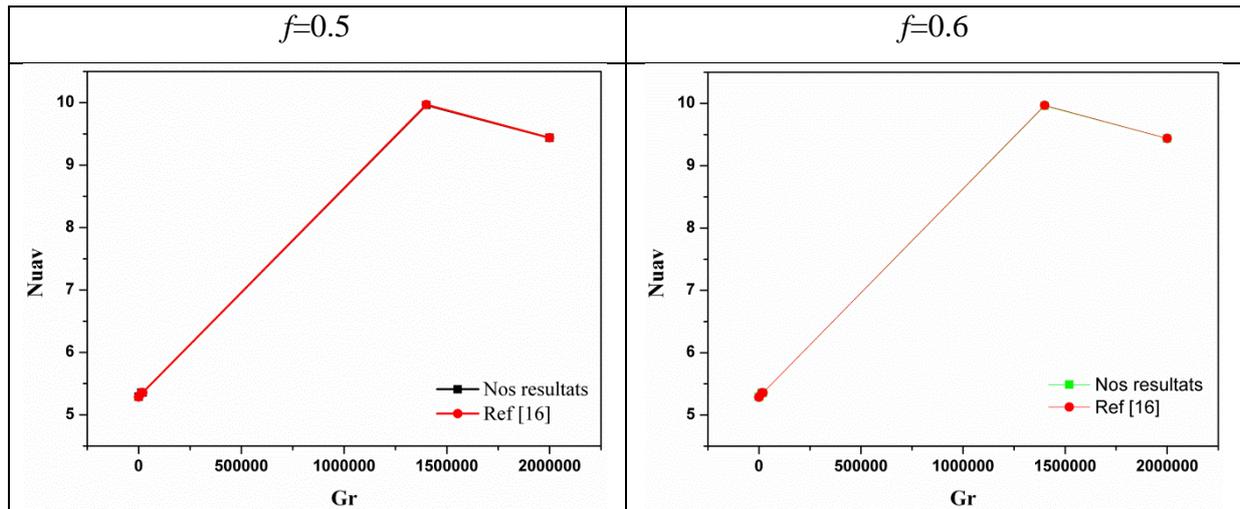


Figure 4.1.2 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen de nos résultats avec ceux de la référence de Kabdi et al. [9].

**4.1.3.2 Deuxième validation :**

Pour la seconde validation, nous avons comparé le profil des isothermes et des lignes de courant de notre code avec ceux de Chen et Cheng [12], les résultats présentés dans la figure (4.1.3), montrent un excellent accord qualitatif et quantitatif.

Lignes de courant		Isothermes	
Nos résultats	Réf. [12]	Nos résultats	Réf. [12]
$\psi_{\min} = -0.072$ $\psi_{\max} = 0.072$	$\psi_{\min} = -0.071$ $\psi_{\max} = 0.071$	$T_{\min} = 0$ $T_{\max} = 1$	$T_{\min} = 0$ $T_{\max} = 1$

Figure 4.1.3 : Comparaison de nos résultats avec ceux de la référence [12].

L'objectif de cette étude dans cette section pour une serre fermée (1<sup>er</sup> cas) est d'examiner l'influence du nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), du nombre de tubes  $Nt$  ( $1 \leq Nt \leq 7$ ) et celui du facteur de forme ( $0,6 \leq f \leq 1$ ), quand le nombre de Prandtl est fixé à 0.71, sur l'écoulement et le transfert de chaleur à l'intérieur de la serre. Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant et d'isothermes, ainsi qu'en termes de variations du nombre de Nusselt moyen et de la distribution de la température, pour différentes positions horizontales et verticales choisies à l'intérieur de la serre.

#### 4.1.4 Influence du nombre de Rayleigh Ra :

Tout d'abord, pour étudier l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur dans la serre, nous avons considéré un nombre fixe de tubes ( $N_T=3$ ), en variant le nombre de Ra.

##### 4.1.2.1 Lignes de courant, isothermes et vitesses :

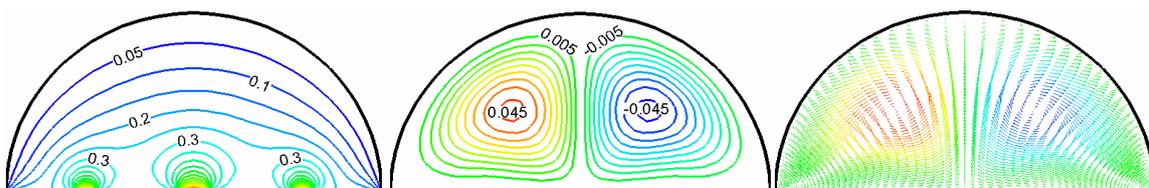
Les figures (4.1.4), représentent les lignes de courant où l'écoulement s'organise en deux cellules principales qui tournent dans des sens opposés, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et pour un nombre des tubes fixe  $N_T=3$ .

Pour  $Ra=10^3$  (cf. figure 4.1.4.a), nous remarquons la présence de deux vortex contrarotatifs, de grandes tailles situés de part et d'autre du plan vertical médian, du côté gauche l'écoulement tourne dans le sens horaire et du côté droit, il est de sens contraire à cause de la structure symétrique de la serre, où les particules du fluide se déplacent vers le haut sous l'action des forces de la poussée d'Archimède. Nous pouvons dire que les transferts thermiques se font par pseudo conduction car les champs des vitesses sont différents de zéro  $V_{\eta_{\max}}=0.176$ ;  $V_{\theta_{\max}}=0.101$ . La valeur de la fonction de courant qui est donnée sur cette figure est très petite  $\psi_{\max}=0.047$ .

Pour  $Ra=10^4$ , la figure (4.1.4.b) montre que les lignes de courant se modifient sensiblement car les centres des deux vortex se déplacent légèrement vers le milieu de la serre et les valeurs de la fonction de courant mentionnées sur la même figure augmentent aussi sensiblement  $\psi_{\max}=0.726$ , ce qui traduit une transformation du transfert conductif au transfert convectif, mais il reste relativement faible.

Pour  $Ra=10^5$  et  $10^6$ , les figures (4.1.4.c) et (4.1.4.d) illustrent un écoulement caractérisé par deux vortex, qui se déplacent vers le centre en occupant presque la totalité de la serre, ceci montre que l'échange est convectif. En plus, cette structure est expliquée par le fait que l'air froid qui s'échauffe près du sol monte vers le haut et s'écoule le long de la serre. Les valeurs des vitesses maximales augmentent d'une manière significative pour  $Ra=10^6$  où  $V_{\eta_{\max}}=143.7$ ;  $V_{\theta_{\max}}=81.43$  et de la fonction de courant  $\psi_{\max}=30.01$ .

a)  $Ra=10^3$



$$\psi_{\max}=0.047; V_{\eta_{\max}}=0.176; V_{\theta_{\max}}=0.101$$

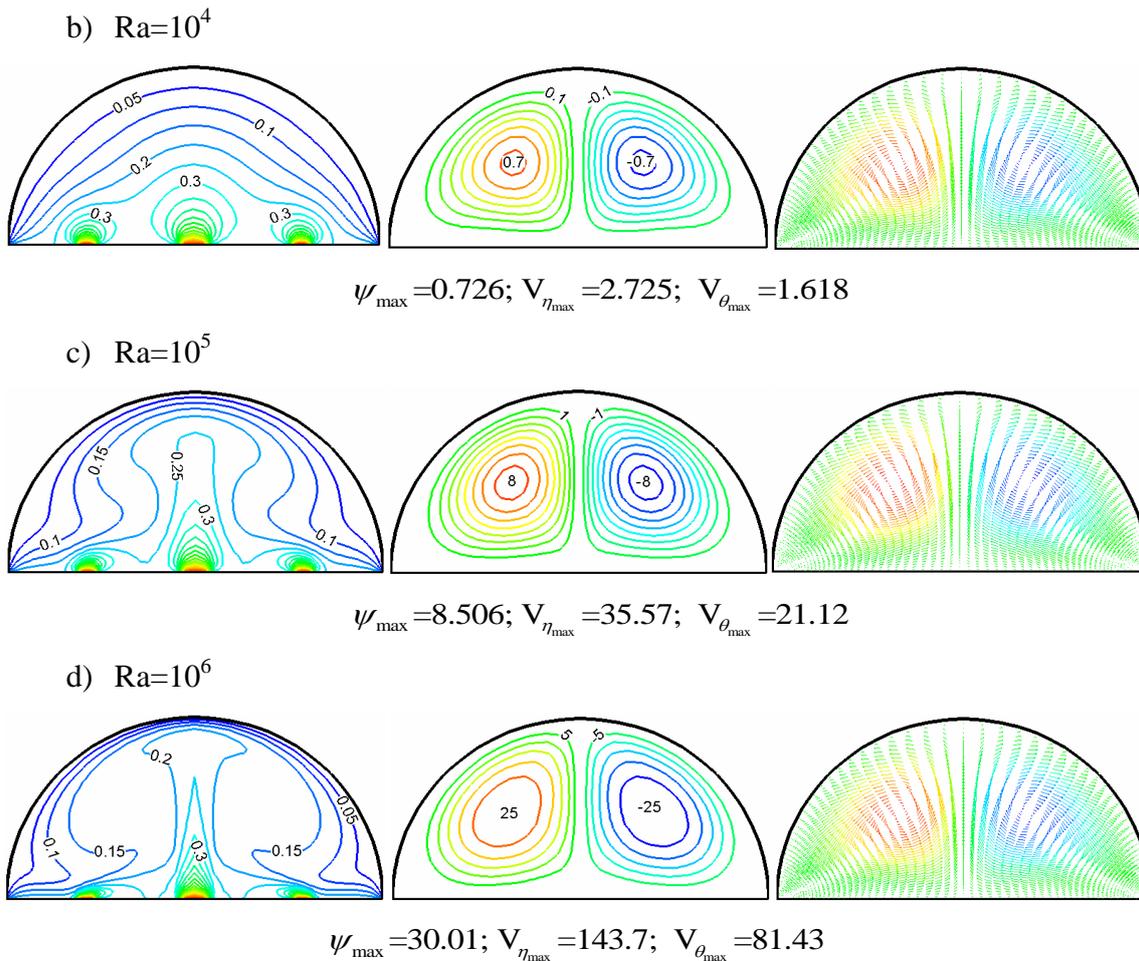


Figure 4.1.4 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec  $Nt=3$ , pour différentes  $Ra$ . [62].

La figure (4.1.4.a), représente aussi les isothermes pour  $Ra=10^3$ , qui sont des courbes presque parallèles et épousent assez bien les profils des parois. Dans ce cas la distribution des températures est simplement décroissante du sol vers le toit à l'intérieur de la serre. Nous pouvons dire que les transferts thermiques se font par pseudo-conduction.

Pour la valeur  $Ra=10^4$ , (cf. fig. (4.1.4.b)), les lignes isothermes se modifient sensiblement, ce qui traduit la dominance du transfert convectif.

Cependant pour les valeurs  $Ra=10^5$  et  $Ra=10^6$  représentées, respectivement par les figures (4.1.4.c) et (4.1.4.d), les lignes isothermes se modifient et finissent par adopter la forme d'un champignon. La distribution de la température est décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide. Le sens de la déformation des isothermes est conforme au sens de rotation des lignes de courant. En régime laminaire, nous pouvons dire que, sous l'action du mouvement des particules qui quittent le bas de la serre, les lignes isothermes s'éloignent du sol à cet endroit, ce qui signifie que la convection s'intensifie.

4.1.4.2 Distribution de la température et de la vitesse :

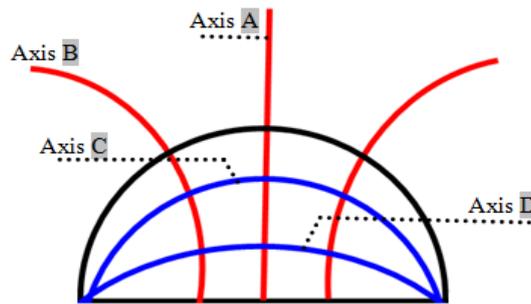


Figure 4.1.5 : Les positions des axes pour l'étude de la variation de la température et de la vitesse dans la serre.

Dans ce qui suit nous allons présenter la distribution de la température et de vitesse à l'intérieur de la serre, à cet effet deux axes verticaux A et B par rapport à la coordonnée  $\eta$ , ainsi que deux axes C et D liés à la coordonnée  $\theta$ , comme illustre la figure (4.1.5).

Sur les figures (4.1.6) et (4.1.7), nous avons représenté la distribution de la température et de la vitesse pour les quatre axes dans la serre pour  $Ra=10^3$  et  $Ra=10^6$ .

- $Ra=10^3$

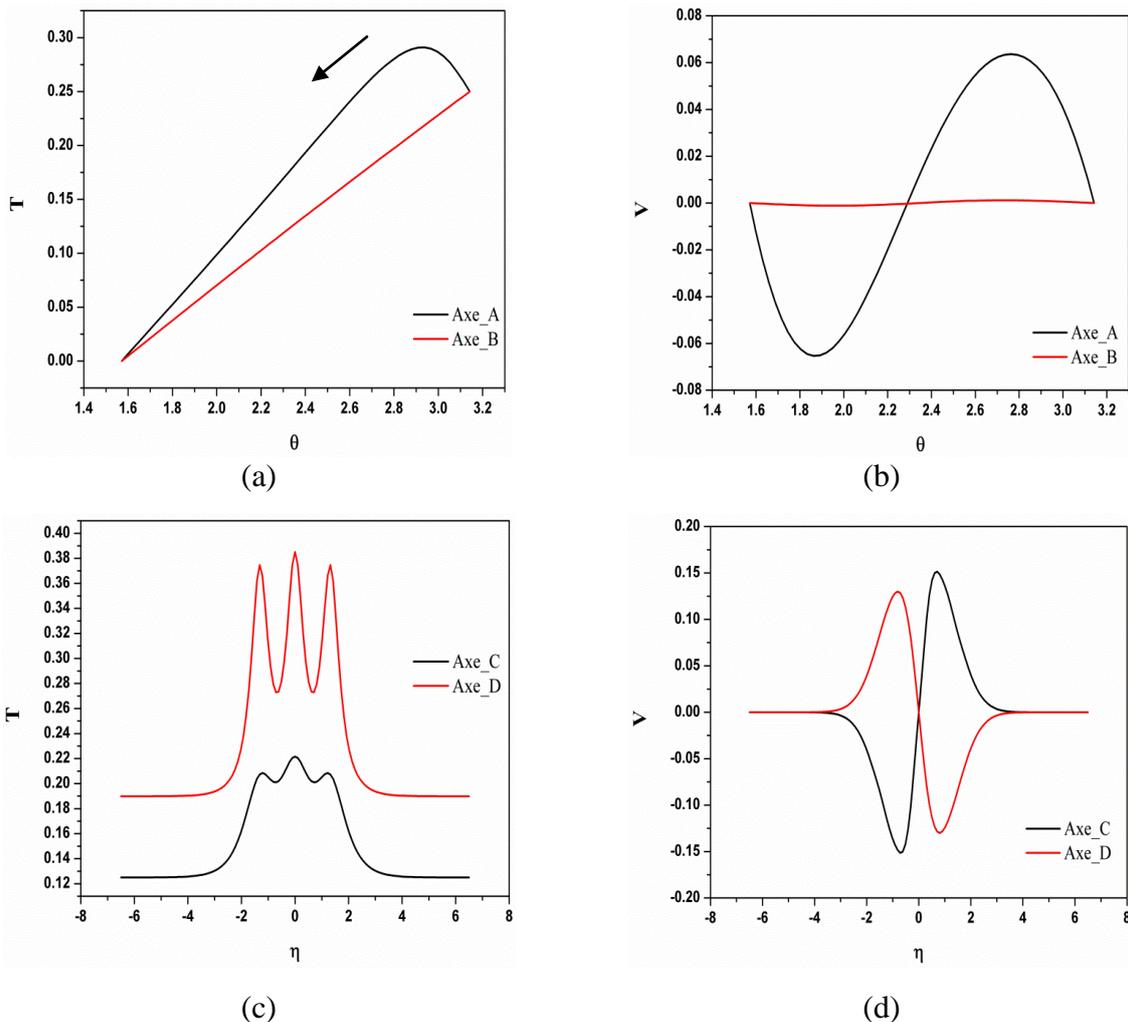


Figure 4.1.6: Distribution de la température et de la vitesse pour  $Ra=10^3$ .

Les figures (4.1.6) illustrent la distribution de température verticale et horizontale (à gauche) et les vitesses suivant  $\eta$  et  $\theta$  (à droite) respectivement à  $Ra=10^3$ .

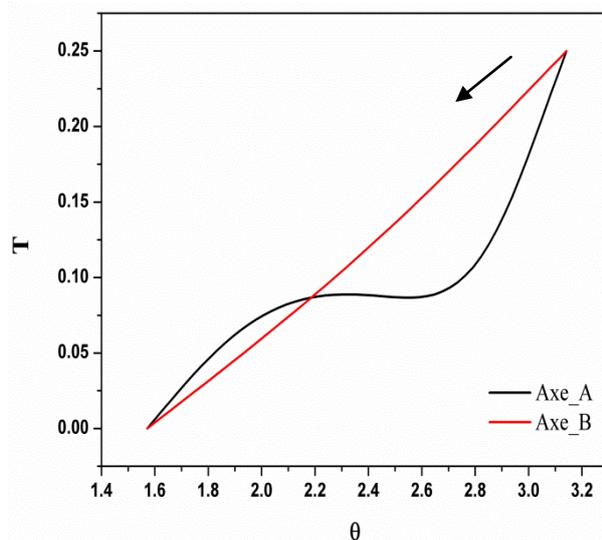
Pour la distribution de température verticale, sur l'axe B, le profil est linéaire; et sur l'axe A est dans l'intervalle de  $\theta \in [2.7 - 3.1]$ , il y a une petite déviation qui traduit que le transfert est relativement convectif. Mais hors cet intervalle l'allure presque linéaire qui ce explique que le transfert conductif dominant (cf. figure (4.1.6.a)). Ceci est dû à la proximité des parois pour l'axe B, mais pour l'axe A, le profil change, conduisant à une diminution de la température prète de la paroi chaude, en raison d'une faible valeur de Rayleigh.

De plus, le profil des températures horizontales figure (4.1.6.c) est presque parallèle et seulement déformé au milieu dans l'intervalle  $\eta \in [-2, 2]$ , Cela est dû à l'effet des tuyaux de chauffage dans cette zone, ce qui entraîne un échange de chaleur entre le sol et le plafond. Cela nous amène à conclure qu'il existe une stratification de l'air au sein de la serre, ce qui signifie la présence d'un régime pseudo-convectif.

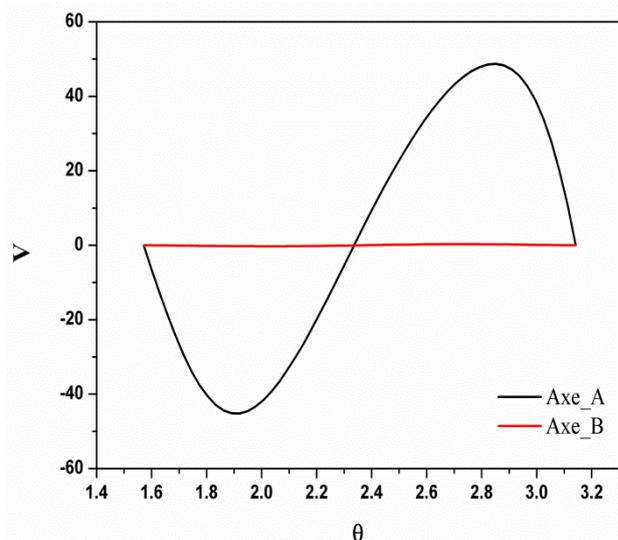
Les vitesses horizontales représentées sur la figure (4.1.3.d) sur les deux axes ont un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle  $\eta \in [-3, 3]$ , atteignant un maximum de 0,152. Néanmoins, en dehors de cette plage, la vitesse est quasiment nulle en raison du rétrécissement des parois. Dans le sens vertical figure (4.1.6.b), la vitesse est pratiquement nulle sur tous les axes, sauf pour l'axe A, où un mouvement symétrique d'une valeur maximale de 0,063 est visible.

Par contre, les figures (4.1.7) représentent la distribution des températures verticale et horizontale (à gauche) et les vitesses suivant  $\eta$  et  $\theta$  (à droite), respectivement pour  $Ra=10^6$ .

- $Ra=10^6$



(e)



(f)

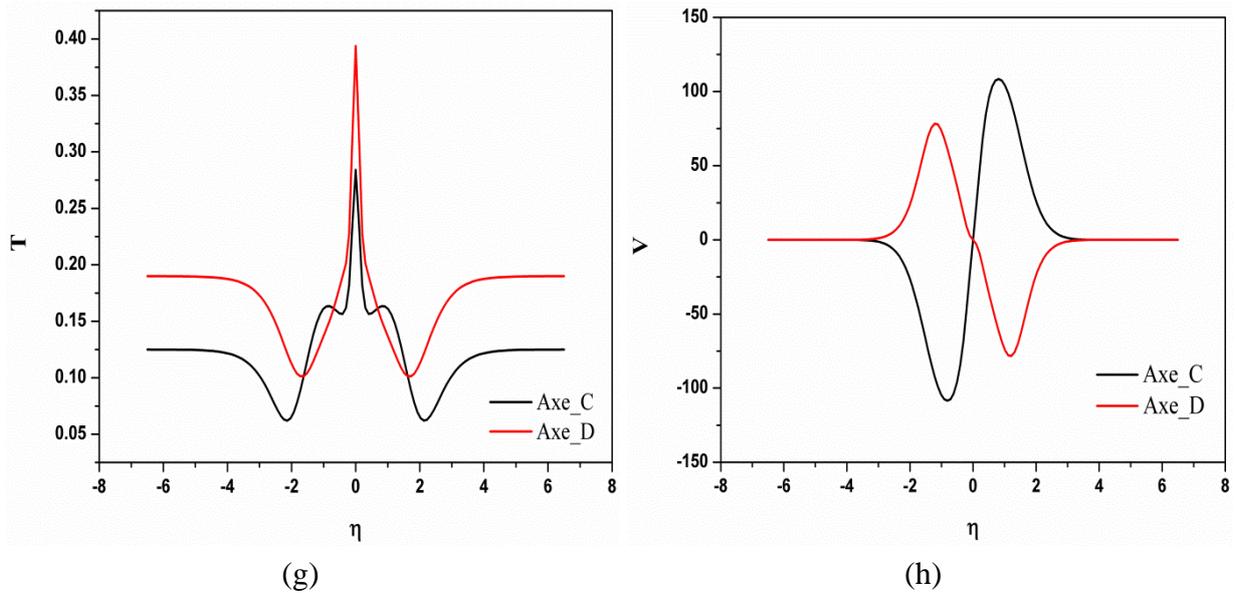


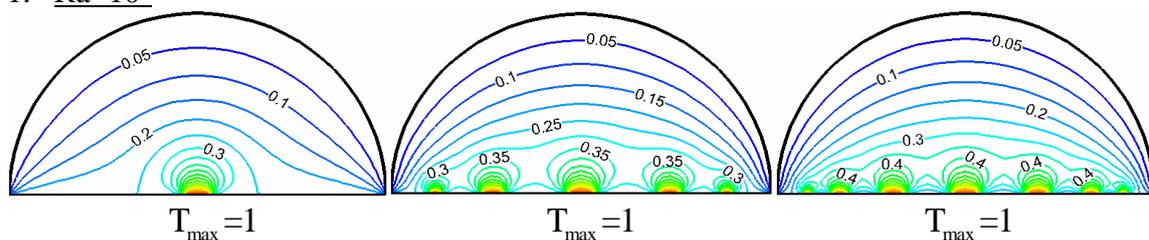
Figure 4.1.7: Distribution de la température et de la vitesse pour  $Ra=10^6$ .

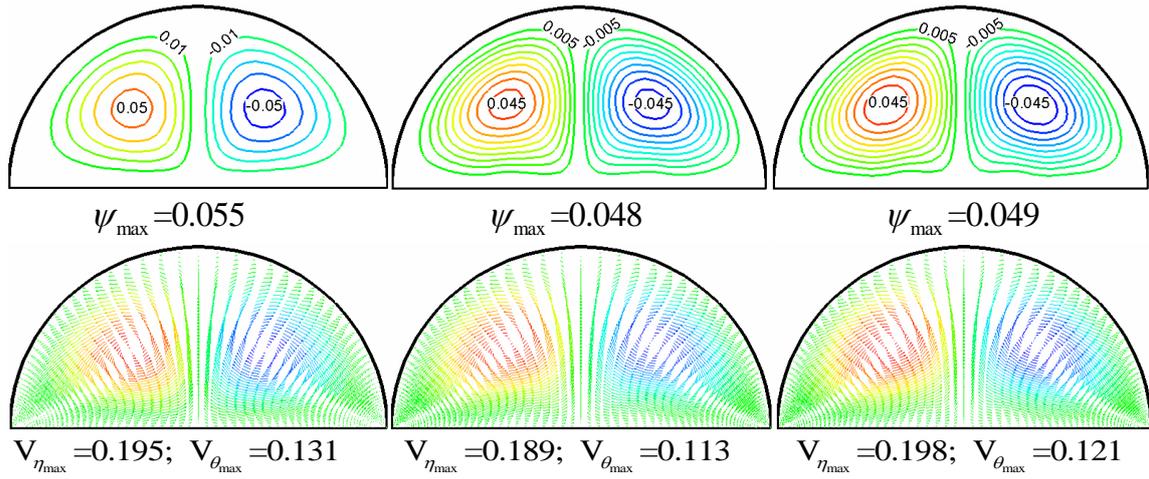
La distribution verticale de la température : sur les axes A et B figure (4.1.7.e), pour l'axe B le profil est presque linéaire comme avant, mais plus intense, montrant que la conduction est favorisée. Mais pour l'axe A, le profil change, conduisant à une diminution uniformément rapide de la température. Ces deux configurations prouvent que le transfert de chaleur convectif s'intensifie, ce qui implique une augmentation de la vitesse verticale sur l'axe A figure (4.1.7.f) jusqu'à une valeur maximale de 48,73. De plus, comme le montre la figure (4.1.7.g), les courbes de la température horizontale très arquées dans le champ de coordonnées  $\eta \in [-2, 2]$ , et cela est dû à la grande différence de température entre le sol et le plafond et la vitesse figure (4.1.7.h) augmente à environ 147,3, ce qui signifie que la convection devient plus intense.

#### 4.1.5 L'influence du nombre des tubes sur la convection naturelle dans la serre :

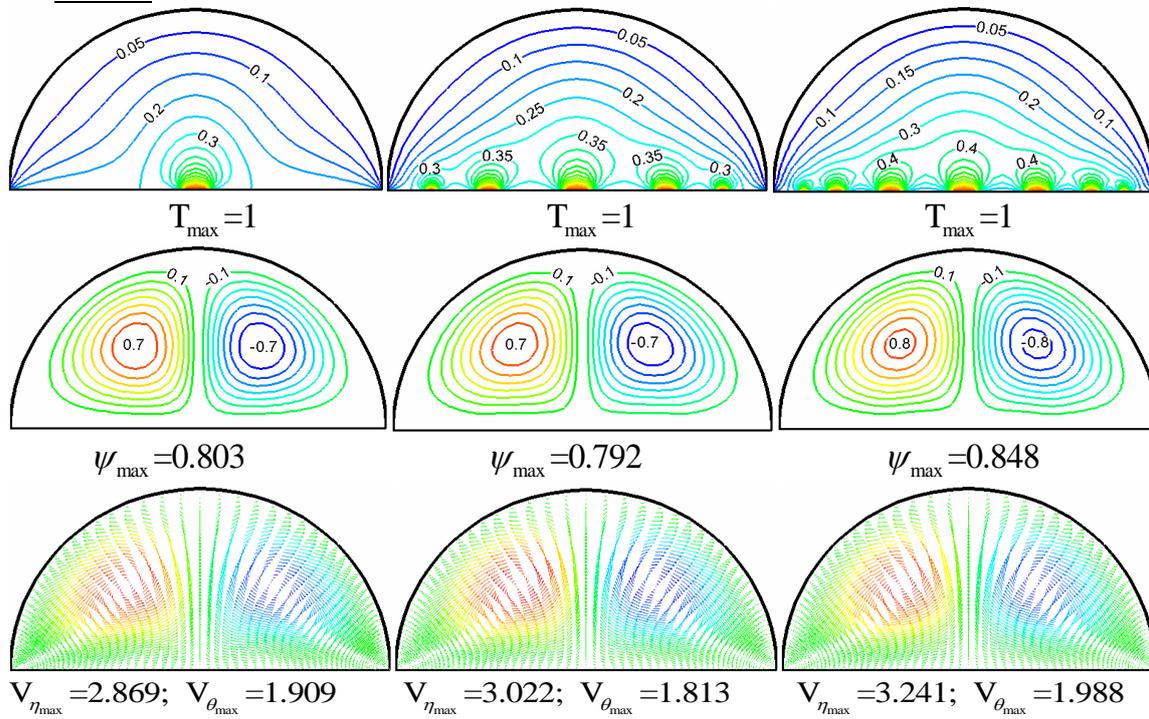
Dans cette section, l'objectif principal est d'analyser l'effet de la variation du nombre de tubes  $N_t$  et du nombre de Rayleigh sur la convection naturelle à l'intérieur d'une serre (cf. figure 4.1.8). Pour cette raison, les isothermes, les lignes de courant, le nombre de Nusselt moyen et local ainsi que la distribution verticale, horizontale de la température et de la vitesse sont illustrés.

##### 1. $Ra=10^3$

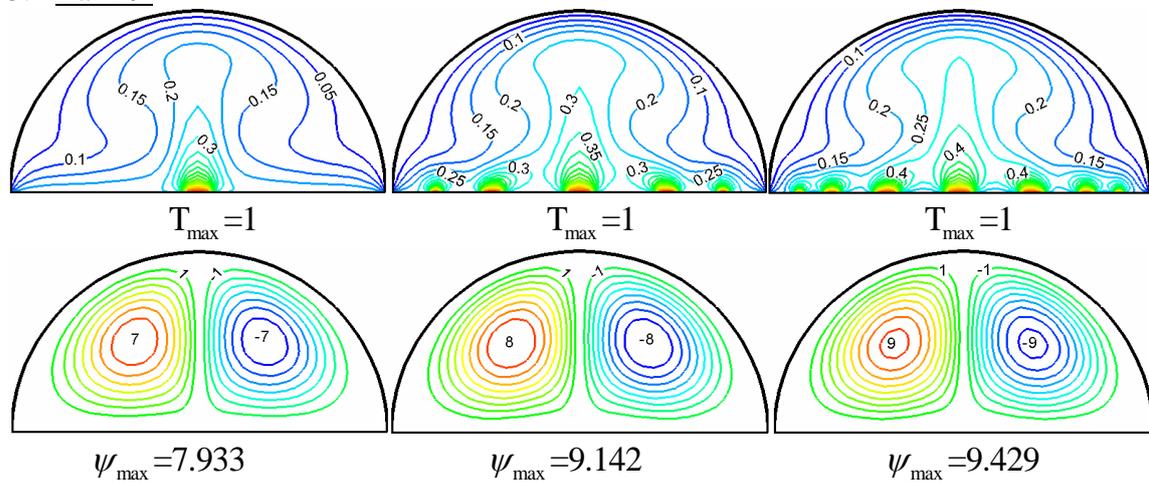




2. Ra=10<sup>4</sup>



3. Ra=10<sup>5</sup>



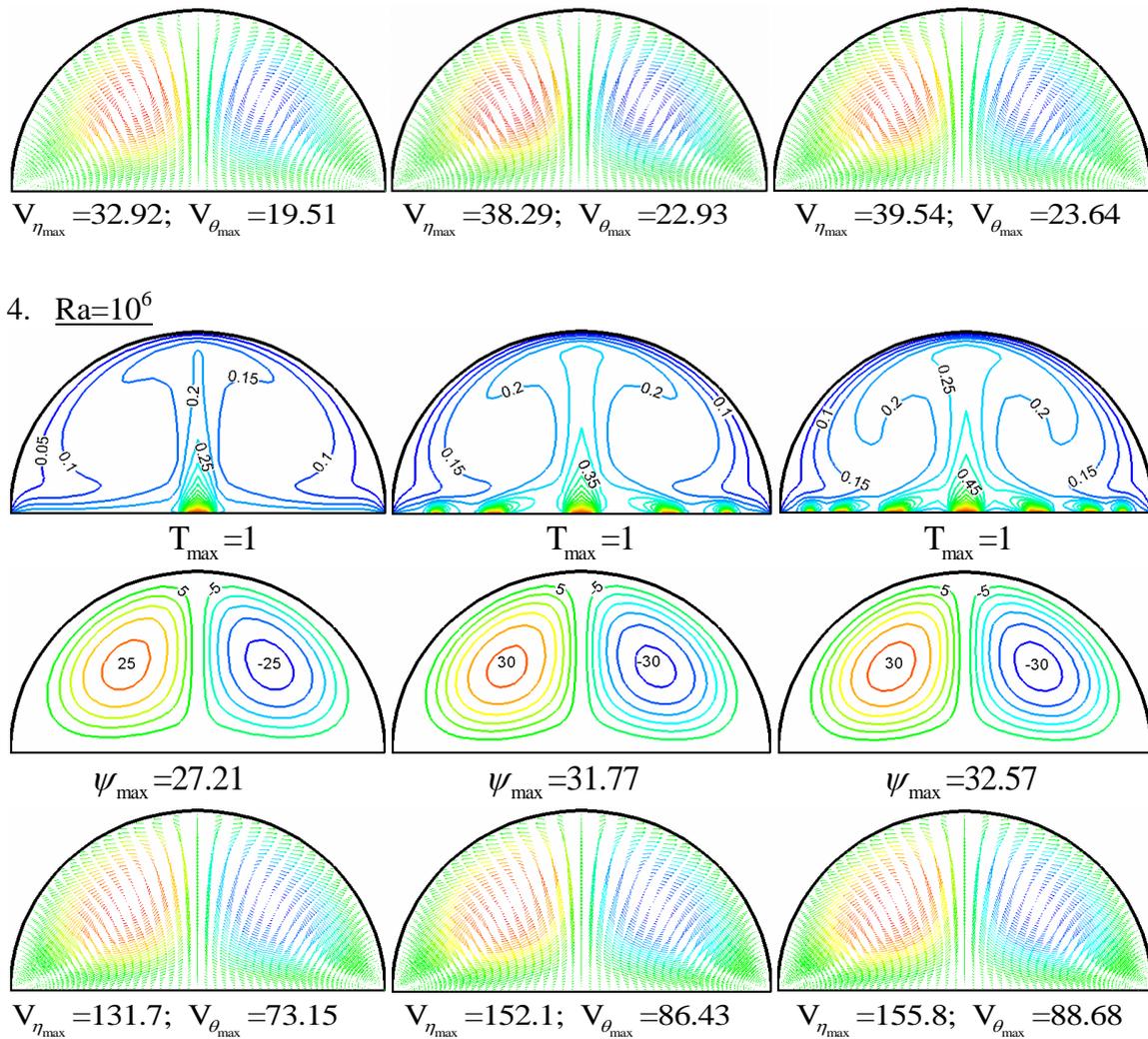


Figure 4.1.8 : Isothermes, Lignes de courant et vitesse pour différentes  $N_t$  et  $Ra$ .

#### 4.1.5.1 Le champ dynamique :

Pour le champ dynamique, les lignes de courant sont fournies dans la figure (4.1.8), où le flux est contrôlé par deux cellules symétriques principales tournant dans des sens opposés, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

Pour  $Ra=10^3$  figure (4.1.8.1), deux vortex contrarotatifs de grande taille, situés au cœur de la serre, peuvent être observés. Sur le côté gauche le flux tourne dans le sens des aiguilles d'une montre mais sur le côté droit, c'est dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à cause de la structure symétrique de la serre, où les particules de fluide se déplacent vers le haut, sous l'action des forces d'Archimède. On peut dire que le transfert de chaleur se fait par pseudo-conduction, où les champs de vitesse sont différents de zéro. Les valeurs de rationalisation données dans ce cas sont très petites.

Quant à  $Ra=10^4$ , on montre que les lignes de courant sont modifiées sensiblement figure (4.1.8.2), où les centres des deux vortex se déplacent légèrement vers le haut vers le

milieu de la serre, et une augmentation des valeurs de lignes de courant apparaissent sur la même figure par rapport au cas précédent. Ceci conduit à une transformation du transfert de chaleur par pseudo-conduction en un transfert de chaleur par convection, mais qui reste relativement faible.

Pour  $Ra=10^5$  et  $10^6$ , les centres des deux vortex se déplacent vers le haut, la valeur maximale de la fonction de courant augmente considérablement, et la forme de la géométrie adoptée par les isothermes (cf. figures (4.1.8.3) et (4.1.8.4)), dénote une intensification de l'écoulement, nous sommes donc en présence d'un mode de convection naturelle dans la serre.

#### 4.1.5.2 Le champ thermique :

Comme le montre la figure (4.1.8.1), pour  $Ra=10^3$ , les lignes isothermes sont des courbes presque parallèles et prennent la forme du toit; dans ce cas, la répartition de la température diminue simplement du bas vers le toit. Donc, dans ce cas, le mode de transfert est la pseudo-conduction. Pour  $Ra=10^4$ , les lignes isothermes sont sensiblement modifiées, cela se traduit par un mode de transfert de chaleur par convection naissante. Cependant, pour  $Ra=10^5$  et  $10^6$ , représentés respectivement par les figures 4.1.8.3 et 4.1.8.4, l'isotherme change et prend une forme de champignon suivant le sens de rotation des lignes de courant alors que pour  $Ra=10^6$ , la forme de champignon devient plus intense et occupe une grande partie de la serre, ce qui traduit la dominance de la convection.

#### 4.1.5.3 Distribution de la température et de la vitesse :

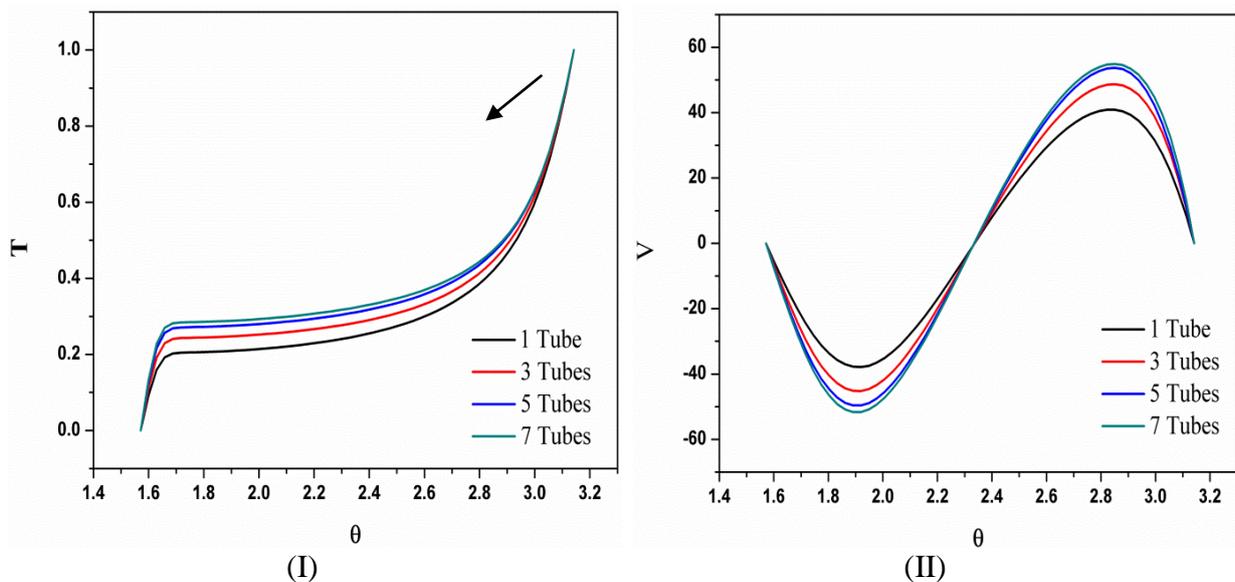


Figure 4.1.9 : Température et vitesse verticale pour différents  $N_t$  à  $Ra=10^6$ .

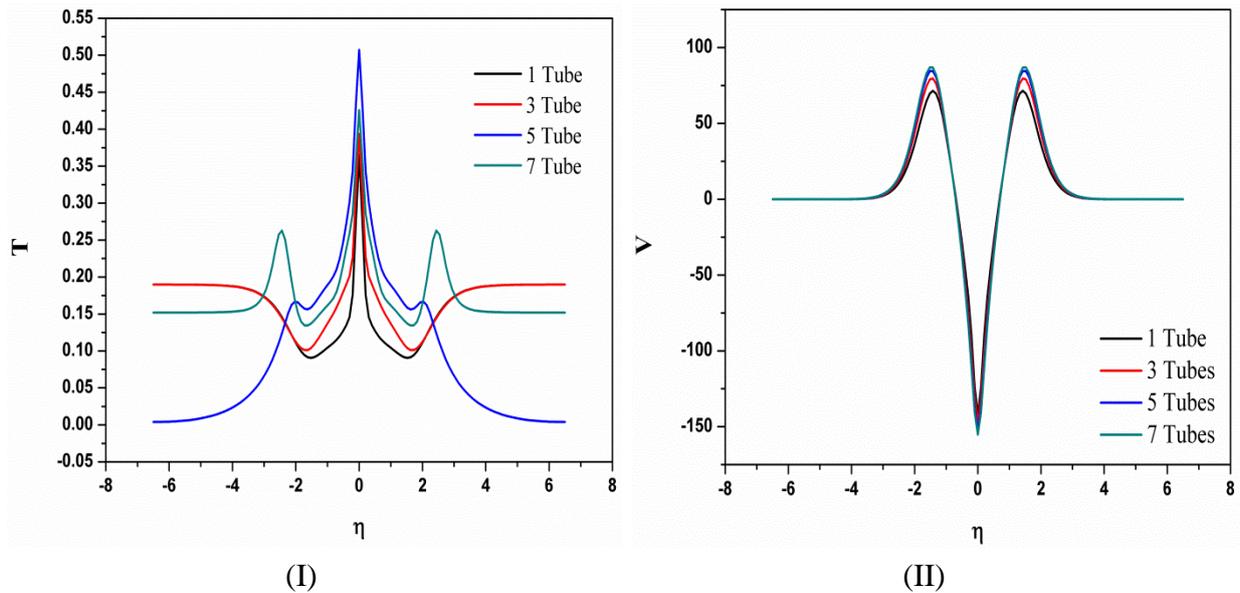


Figure 4.1.10: Température et vitesse horizontale pour différents  $N_t$  à  $Ra=10^6$ .

Sur l'axe A, le profil de température diminue uniformément jusqu'à une hauteur où la température continue de diminuer dans la zone voisine du toit. Ceci explique le resserrement des lignes isothermes vers le haut de la serre comme le montre la figure (4.1.9.I). Dans le sens vertical, la vitesse est maximale noter un mouvement symétrique avec une valeur maximale pour le cas de 7 tubes lorsque la vitesse atteint une valeur de 54,91.

De même, le profil des températures horizontales de la figure (4.1.10.I) est presque parallèle et ne se déforme qu'au milieu dans l'intervalle  $\eta \in [-3,3]$ , ce qui traduit la dominance d'un écoulement en régime convectif. Les vitesses horizontales représentées sur l'axe C la figure (4.1.10.II) ont un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle de  $\eta \in [-3,3]$  atteignant un maximum de 155,3 en valeur ultime.

#### 4.1.5.4 Nombre de Nusselt moyen et local :

Les structures des isothermes et les lignes de courant (figure 4.1.8), ne fournissent pas d'informations exactes sur l'effet des paramètres étudiés ( $Ra$  et  $N_t$ ) sur le transfert thermique total à l'intérieur de la serre. Pour cette raison, le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Nusselt local sont présentés dans les figures (4.1.11) et (4.1.12), respectivement.

Nous avons remarqué qu'il existe une similitude entre le profil de Nusselt local pour tous les cas où la courbe décroît à une certaine plage vibratoire puis décroît pour une valeur maximale (-152.57); la structure vibratoire de cette plage causée par la température de l'air près du fond est supérieure à la température moyenne du sol. D'autre part, le nombre de

Nusselt moyen est calculé par la somme du flux de transfert de chaleur dans chaque nœud en utilisant l'équation (2.1.41).

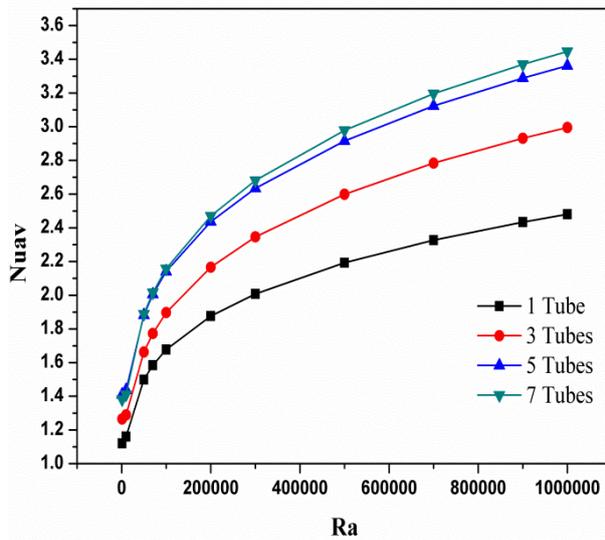


Figure 4.1.11: Variations du nombre moyen de Nusselt en fonction de Ra et  $N_t$ .

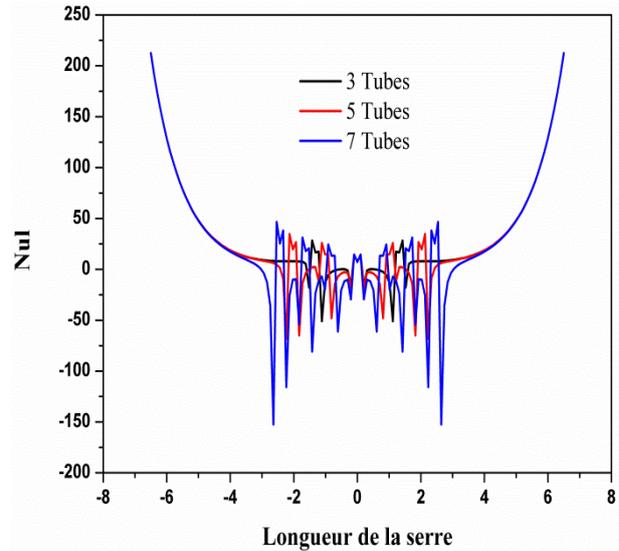


Figure 4.1.12: Variations du nombre de Nusselt local près de la paroi chaude.

Pour un faible nombre de Rayleigh ( $Ra < 10^4$ ), le profil est presque linéaire et les nombres de Nusselt locaux sont faibles, ce qui montre que le transfert de chaleur est dominé par la conduction pure. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ( $Ra > 10^4$ ), la convection naturelle devient plus importante et l'échange thermique augmente. Dans notre simulation, la corrélation avec le nombre de Nusselt moyen est donnée dans le tableau (4.1.2):

Tableau 4.1.2 : Corrélation du nombre moyen de Nusselt pour différentes configurations.

1 Tube	$\overline{Nu} = 0.8831 + 0.0201Ra^{0.3172}$
3 Tubes	$\overline{Nu} = 1.0351 + 0.0119Ra^{0.3701}$
5 Tubes	$\overline{Nu} = 1.1365 + 0.0158Ra^{0.3591}$
7 Tubes	$\overline{Nu} = 1.0877 + 0.0174Ra^{0.3563}$

La culture en serre l'hiver permet d'offrir des produits frais à vos consommateurs toute l'année.

Le chauffage est généralement le plus grand facteur d'augmentation de la dépense énergétique. L'idéal est d'évaluer sa consommation d'énergie hivernale avant de commencer sa production. Ce calcul permet de connaître la consommation durant cette période et de déterminer si c'est rentable.

Pour cela nous allons faire un calcul comparatif du pourcentage du nombre de Nusselt moyen, pour  $N_t=7$  par rapport aux autres cas  $N_t= (1,3 \text{ et } 5)$ . Afin de voir à quel point le chauffage de la serre est efficace proportionnellement avec l'augmentation du nombre de tubes, ceci d'une part pour la convection naturelle dans la serre et d'autre part d'un point de vue économique. Le pourcentage du nombre moyen de Nusselt augmente en raison du nombre croissant des tubes chauffants par rapport au nombre de Rayleigh [62] (voir Tableau (4.1.3)).

Avec l'augmentation du nombre de tubes, la convection naturelle est plus intense jusqu'à  $N_t=7$ . Pour  $Ra=10^6$ , une valeur optimale de pourcentage d'amélioration du transfert de chaleur se produit lors de l'utilisation des tubes, alors qu'avec 7 tubes l'échange ne dépasse pas 2% par rapport à 5 tubes. À cet égard, l'utilisation de 5 tubes s'avère plus rentable.

Tableau 4.1.3 : Comparaison l'effet du nombre des tubes de chauffage maximum par rapport au nombre de Nusselt moyen.

Ra	Augmentation en pourcentage du nombre de Nusselt moyen (%)		
	(7-1) Tubes	(7-3) Tubes	(7-5) Tubes
$10^3$	18.90	8.42	2.07
$10^4$	17.72	8.59	1.87
$10^5$	22.24	12.11	1.76
$5 \cdot 10^5$	26.40	12.73	2.10
$10^6$	28.02	13.08	<b><u>2.28</u></b>

#### 4.1.6 L'effet de la hauteur de la serre :

L'augmentation générale de la hauteur et du volume de la serre de par le monde, et particulièrement dans les régions chaudes, ces vingt dernières années, nous laisse supposer que ce paramètre engendre de lourdes conséquences sur la condition du climat intérieur. Afin d'étudier plus minutieusement ce point, nous avons simulé le climat intérieur de trois serres agricoles identiques (type de base présenté précédemment) ne différant que par leur hauteur, dans des conditions climatiques similaires. Le coût de l'agrandissement d'une serre étant relativement élevé, nous pouvons conclure que, si l'on considère un idéal économique, il n'est pas toujours nécessaire de trop agrandir la serre.

Nous avons vu que la forme de l'arc explique largement le profil ondulatoire de la circulation de l'air à l'intérieur de la serre, ce qui influe directement sur les variations de la température de l'air et des lignes de courant (figures 4.1.8). Dans cette section, nous avons essayé d'étudier les conséquences d'une modification de la forme de l'arc et nous avons simulé les schémas du climat interne lors de la réduction de la hauteur de l'arc, passant d'une hauteur élevée à une hauteur basse (cf. figure (4.1.13)).

Suite à notre recherche bibliographique nous avons remarqué qu'un facteur de forme a été défini comme suit :  $f = L/K$  (longueur divisée par hauteur), comme illustré ci-dessous figure (4.1.13).

Nous étudions l'effet de la convection naturelle à l'intérieur d'une serre, définie par la longueur  $L$  et la hauteur  $K$ , en modifiant le facteur de forme  $f$  de la serre, à partir du facteur de forme référence  $f=1$ .

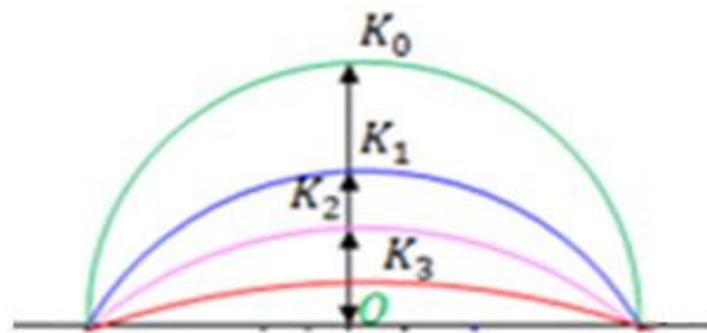


Figure 4.1.13 : Serre dans les coordonnées bicylindrique.

- **$f=1$**

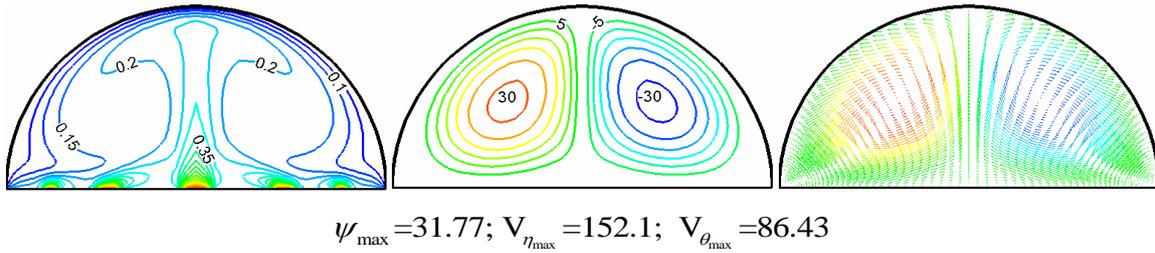


Figure 4.1.14 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesses (droite) avec  $f=1$ ,  $N_f=5$  et  $Ra=10^6$ .

#### 4.1.6.1 Deuxième Géométrie :

- **$f=0.95$**

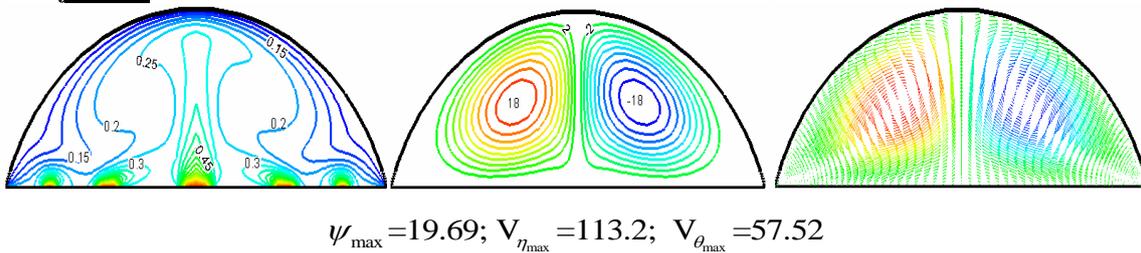


Figure 4.1.15 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec  $f=0.95$ ,  $N_f=5$  et  $Ra=10^6$ .

L'effet de la géométrie apparait nettement, l'espace entre la paroi chaude (le sol) et la paroi froide (le toit), diminue c'est à dire que  $f=0.95$  pour la figure (4.1.15) qui montre que les lignes de courant pour cette géométrie illustre la présence de deux vortex contrarotatifs de grande taille dont les centres se rapprochent davantage du milieu de la serre, avec une diminution de la valeur de  $\psi_{\max}=19.69$ , même pour les vitesses maximales  $V_{\eta_{\max}}=113.2; V_{\theta_{\max}}=57.52$ , nous pouvons donc conclure que la convection naturelle dans la serre est moindre que celle de la géométrie de base à cause de la diminution de l'espace libre de la serre.

#### 4.1.6.2 Troisième Géométrie :

- **$f=0.8$**

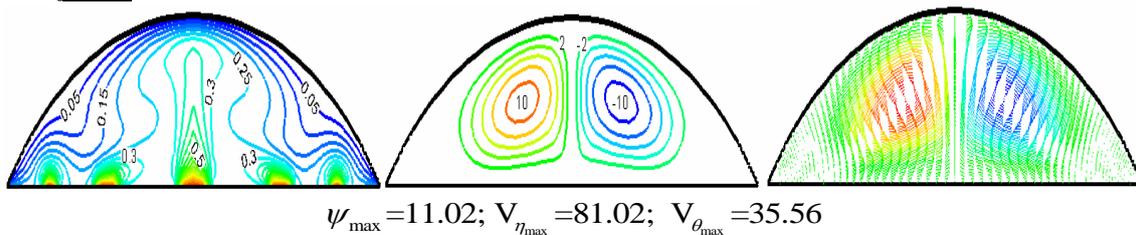
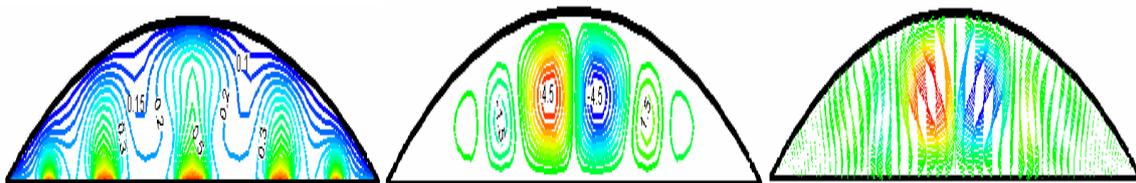


Figure 4.1.16 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec  $f=0.8$ ,  $N_f=5$  et  $Ra=10^6$ .

Les simulations de la troisième géométrie sont illustrées sur la figure (4.1.16), qui représente les isothermes et les lignes de courant pour un facteur de forme  $f=0,8$ . Nous remarquons donc sur cette figure un resserrement des lignes isothermes dans les coins gauche et droite de la serre, et ceci est dû aux parois qui sont très proches dans ces endroits, ce qui favorise un transfert conductif.

#### 4.1.6.3 Quatrième Géométrie :

- $f=0.6$



$$\psi_{\max}=4.98; V_{\eta_{\max}}=50.93; V_{\theta_{\max}}=37.59$$

Figure 4.1.17 :Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) avec  $f=0.6$ ,  $N_t=5$  et  $Ra=10^6$ .

Pour cette géométrie quand le facteur de forme est  $f=0.6$ , il y a donc une nette diminution de la hauteur de la serre, ce qui rapproche davantage le toit de la serre du sol, Les lignes isothermes de la figure (4.1.17) deviennent presque parallèles dans les deux coins de la serre (parois encore plus proche dans ces régions-là), cette configuration favorise un meilleur transfert par conduction dans ces régions et donc l'apparition de deux zones morte (cf. figure 4.1.17) qui deviennent plus importantes comparées à celles déjà vues pour la troisième géométrie. Globalement nous pouvons dire que l'intensité de la convection naturelle diminue comme le dénotent les valeurs de la fonction de courant qui diminuent d'une manière significative comparées aux géométries vues précédemment.

#### 4.1.6.4 Champs de vitesse :

La distribution de la vitesse à l'intérieur de la serre agricole dans la 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> configurations géométriques considérées pour les différentes hauteurs choisies est représentée sur les figures (4.1.15), (4.1.16) et (4.1.17). Nous remarquons que la vitesse de l'écoulement diminue au fur et à mesure que la hauteur de la serre diminue et que dans les deux coins extrêmes gauche et droit de la serre, nous avons une vitesse presque nulle, quant à l'existence de deux zones mortes dans ces régions-là.

4.1.6.5 Distribution de la température et de la vitesse :

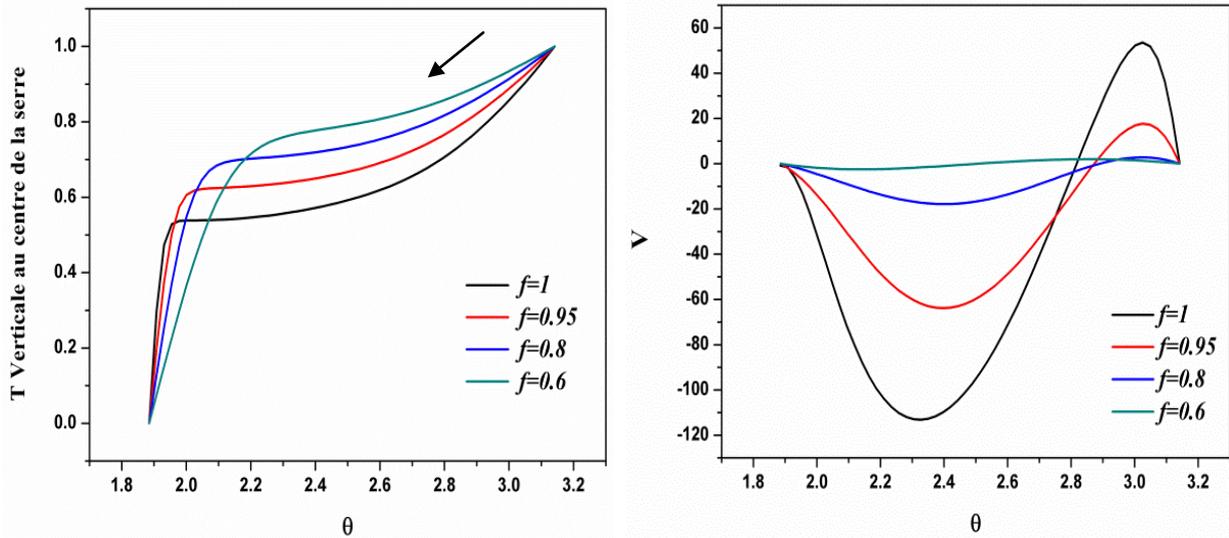


Figure 4.1.18 : Distribution verticale de la température de la vitesse pour différentes  $f, N_f=5$  et  $Ra=10^6$ .

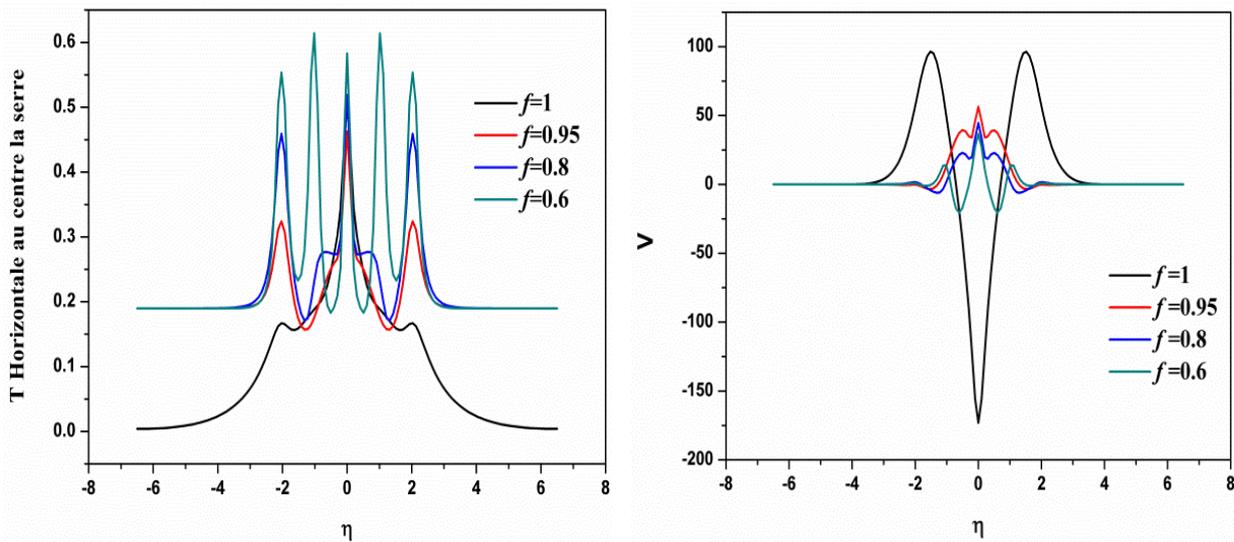


Figure 4.1.19 : Distribution horizontale de la température de la vitesse pour différentes  $f, N_f=5$  et  $Ra=10^6$ .

Sur l'axe A, le profil de la température diminue uniformément jusqu'à une hauteur où la température continue de diminuer dans la zone voisine du toit. Ceci explique le resserrement des lignes isothermes vers le haut de la serre comme le montre la figure (4.1.18). La vitesse est maximale sur cet axe, on peut noter un mouvement symétrique avec une valeur maximale pour le cas de  $f=1$  lorsque la vitesse atteint une valeur de 54.91. De même, le profil de l'axe C des températures de convection est important pour le cas de référence, pour  $f=0,6$  l'allure devient quasi linéaire ce qui traduit le mode conducteur. Les vitesses indiquées dans le même axe figure (4.1.19) ont un mouvement sinusoïdal remarquable atteignant un maximum de 96.39 en valeur ultime.

#### 4.1.6.6 Evolution des vitesses maximales suivant $\eta$ et $\theta$ :

Pour la variation des vitesses maximales suivant les coordonnées  $\eta$  et  $\theta$  en fonction du nombre de Rayleigh, illustrée dans les figures (4.1.20) et (4.1.21) respectivement, on constate qu'il y a une relation de croissance proportionnelle entre eux, ainsi que cette relation de croissance existe par apport à l'augmentation du facteur de forme  $f$ , on observe que l'allure est presque linéaire pour les faibles valeurs et devient courbée au fur et à mesure que les valeurs de  $f$  augmentent jusqu'à  $f=1$ , où les valeurs maximales des vitesses deviennent comme suit :  $V_{\eta_{\max}} = 152.1$  et  $V_{\theta_{\max}} = 86.43$  pour  $Ra = 10^6$ .

De même les valeurs maximales de la fonction de courant (cf. (4.1.22)), augmentent avec l'augmentation du  $Ra$  et de  $f$ , pour atteindre une valeur maximale égale à  $\psi_{\max} = 31.77$ .

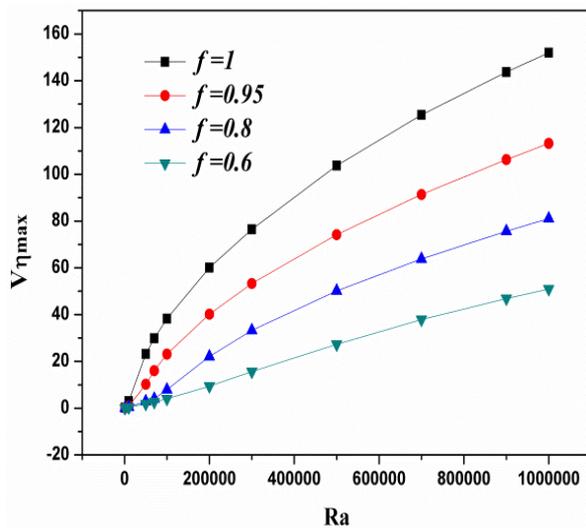


Figure 4.1.20 : Variations de  $V_{\eta_{\max}}$  pour différentes  $f$  et  $Ra$ ,  $N_t=5$ .

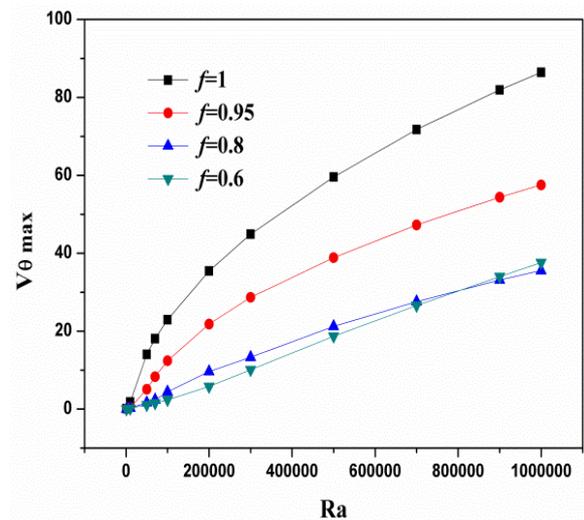


Figure 4.1.21 : Variations de  $V_{\theta_{\max}}$  pour différentes  $f$  et  $Ra$ ,  $N_t=5$ .

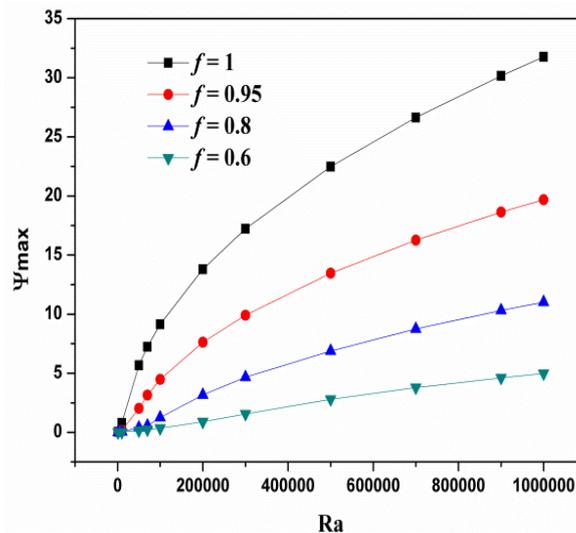


Figure 4.1.22 : Variations de  $\psi_{\max}$  pour différentes  $f$  et  $Ra$ ,  $N_t=5$ .

#### 4.1.6.7 Nombre de Nusselt moyen et local :

Il caractérise le transfert de chaleur en fonction du facteur de forme dans la serre. On observe qu'il existe une similitude entre le profil de Nusselt local pour tous les cas où la courbe décroît dans une certaine plage puis diminue pour une valeur maximale 530,89 ( $f=0,6$ ). En outre, le nombre de Nusselt moyen est calculé par la somme du flux de transfert de chaleur dans chaque nœud. Pour un faible nombre de Rayleigh ( $Ra < 10^4$ ), le profil est presque linéaire et les nombres de Nusselt locaux sont faibles, ce qui montre que le transfert de chaleur est dominé par la conduction pure. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ( $Ra > 10^4$ ), la convection naturelle devient plus importante et l'échange thermique augmente.

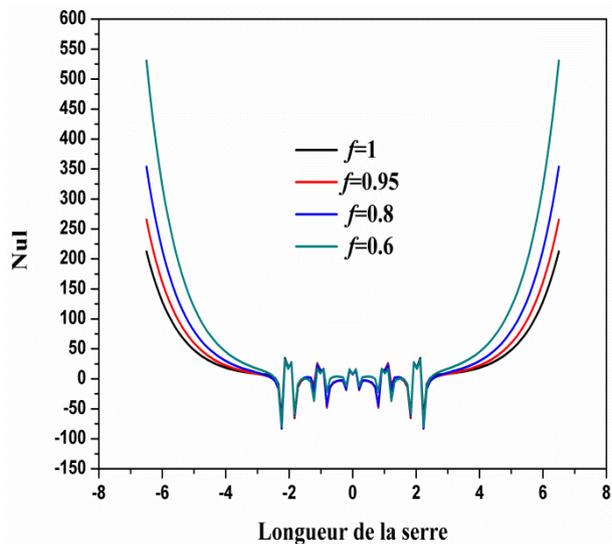


Figure 4.1.23: Variations du nombre de  $Nu_l$  en fonction de  $f$ ,  $Ra$  et  $N_t=5$ .

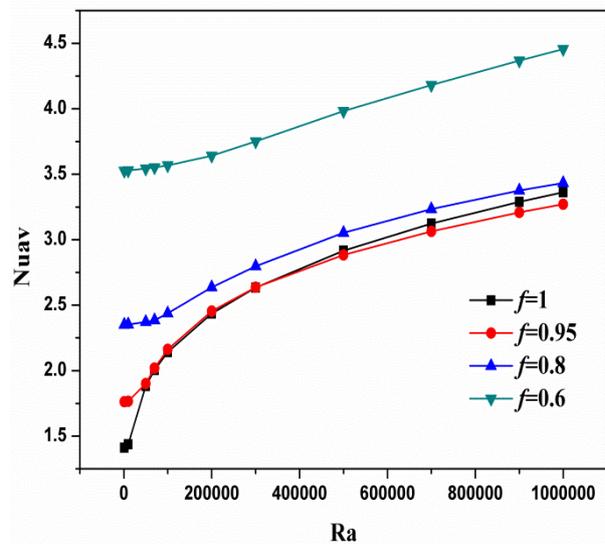


Figure 4.1.24: Variations du nombre de  $Nu_{av}$  en fonction de  $f$ ,  $Ra$  et  $N_t=5$ .

#### 4.1.7 Comparaison d'une serre agricole chauffée avec et sans tubes de chauffage :

Avec un système de chauffage de serre adapté, vous pouvez cultiver et faire pousser des plantes et des légumes toute l'année. Le rayonnement solaire, dont le rôle premier est de permettre la photosynthèse, constitue également une source d'énergie, naturelle et gratuite, qui permettra de limiter plus ou moins le recours au chauffage artificiel, selon les conditions climatiques du lieu. Si l'on analyse sommairement le comportement thermique de la serre sur un cycle journalier, on observe que le rayonnement solaire intervient pendant le jour de manière directe en compensant tout ou une partie des pertes thermiques mais il intervient également pendant la nuit de manière indirecte à travers le sol de la serre, qui restitue l'énergie stockée pendant la journée, et diminue donc d'autant l'intensité du système de chauffage auxiliaire. Seul élément à grande capacité thermique, le sol de la serre joue donc un rôle

important dans le comportement énergétique global de celle-ci [21].

Le raccordement de la serre par un système de chauffage central à eau chaude. L'eau chaude chauffée par une source de chaleur vers la serre via un système de tuyauterie approprié et isolé professionnellement. Ou bien les tuyaux eux-mêmes servent de distributeurs de chaleur dans la serre. Ils rayonnent la chaleur uniformément. Le chauffage en douceur de la serre est ici un avantage, aussi l'effort pour l'installation d'une telle serre est relativement raisonnable. En effet, le chauffage de la serre a lieu principalement la nuit.

#### 4.1.7.1 Comparaison des isothermes et des lignes de courant d'une serre avec et sans tubes :

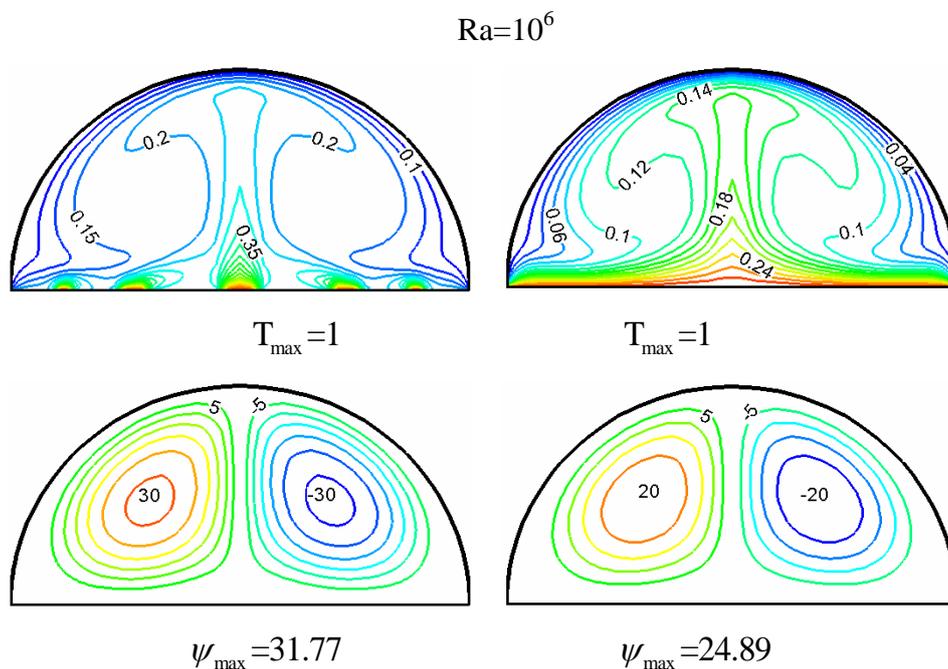


Figure 4.1.25 : Isothermes et lignes de courant  $Ra=10^6$ ,  $N_t=5$  et  $f=1$  pour une serre avec et sans tubes.

En comparant les lignes isothermes d'une serre tunnel chauffée par le bas, soit par la chaleur stockée sous sol [63] ou par des tubes de chauffage (cf. figure 4.1.25), pour  $Ra=10^6$ . Les lignes isothermes se modifient et finissent par adopter la forme d'un champignon, ce qui signifie que la convection s'intensifie. On constate que l'échange de chaleur entre le sol et le plafond est plus efficace avec la présence des tubes, et cela est évident à travers la forme de champignon au cœur de la serre entre les deux cas. Aussi cette différence est illustrée par les valeurs des lignes de courant, qui augmentent en présence des tubes de chauffage pour atteindre une valeur maximum de 31.77, ce qui nous motive à utiliser des tubes de chauffage à l'intérieur de la serre, pour fournir une atmosphère plus adaptée à la plante.

#### 4.1.7.2 Comparaison des champs de vitesse d'une serre avec et sans tubes :

Aussi nous avons également comparé les vitesses maximales par rapport aux coordonnées  $\eta$  et  $\theta$  figure (4.1.26), et ceci pour les deux cas mentionnés ci-dessus, pour constater qu'avec les tubes les vitesses verticales atteignent  $V_{\eta_{\max}}=152.1$ , c'est-à-dire une augmentation de 75% par rapport à leurs contreparties sans tubes  $V_{\eta_{\max}}=114.9$ . Ce qui confirme que l'échange de chaleur est plus intense en présence des tubes.

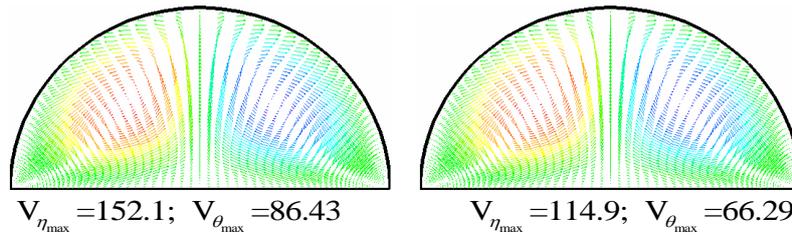


Figure 4.1.26 : Distribution des vitesses,  $Ra=10^6$  et  $N_f=5$  pour une serre avec et sans tubes.

#### 4.1.7.3 Comparaison des vitesses maximales suivant $\eta$ et $\theta$ :

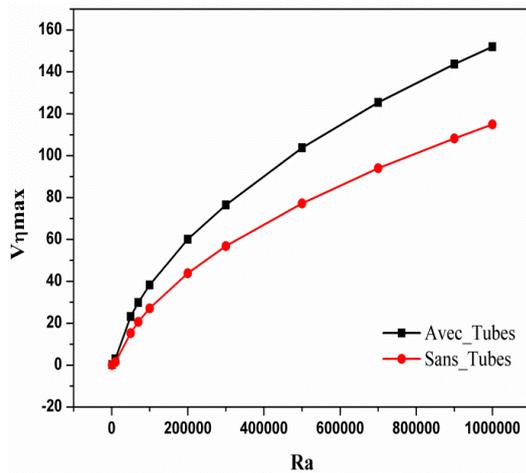


Figure 4.1.27 : Variations de  $V_{\eta_{\max}}$  pour une serre avec et sans tubes.

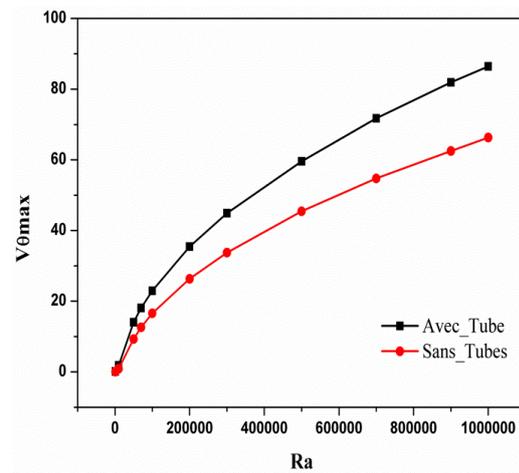


Figure 4.1.28 : Variations de  $V_{\theta_{\max}}$  pour une serre avec et sans tubes.

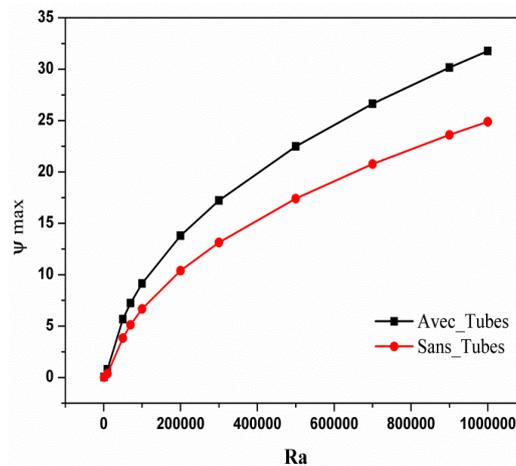


Figure 4.1.29 : Variations de  $\psi_{\max}$  pour une serre avec et sans tubes.

Les vitesses maximales par rapport aux coordonnées  $\eta$  et  $\theta$ , pour différents nombres de Rayleigh sont indiquées sur les figures (4.1.27) et (4.1.28) respectivement. Où l'on trouve qu'il y a une augmentation des vitesses maximales avec l'augmentation du nombre de Rayleigh pour les deux cas (avec ou sans tubes de chauffage). Mais en comparant les deux cas l'un par rapport à l'autre, on trouve un écart notable, surtout avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. On conclut qu'avec la présence des tubes les vitesses suivant  $\eta$  et  $\theta$  sont supérieures à 70% par rapport à son homologue (sans tubes) qu'avec  $Ra=10^6$ . Il en va de même pour les valeurs de la fonction de courant qui sont illustrées dans la figure (4.1.29), elles augmentent proportionnelle avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, et que la valeur maximale avec la présence des tubes atteint  $\psi_{\max} = 31.77$ , alors que dans le cas sans tubes elle ne dépasse pas  $\psi_{\max} = 24.89$  au maximum.

#### 4.1.7.4 Le nombre de Nusselt moyen et local :

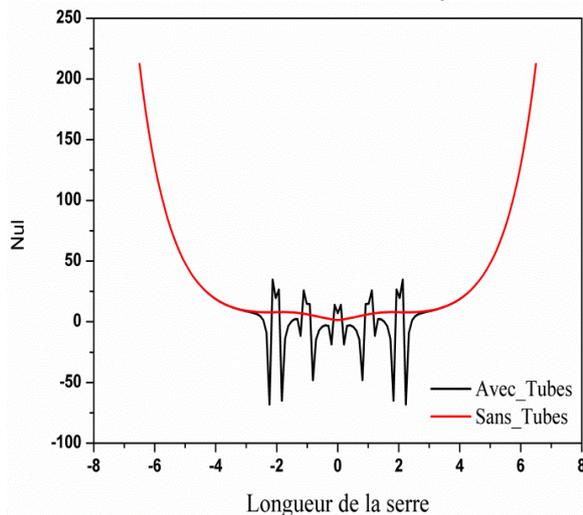


Figure 4.1.30 : Comparaison du  $Nu_l$  pour une serre avec et sans tubes.

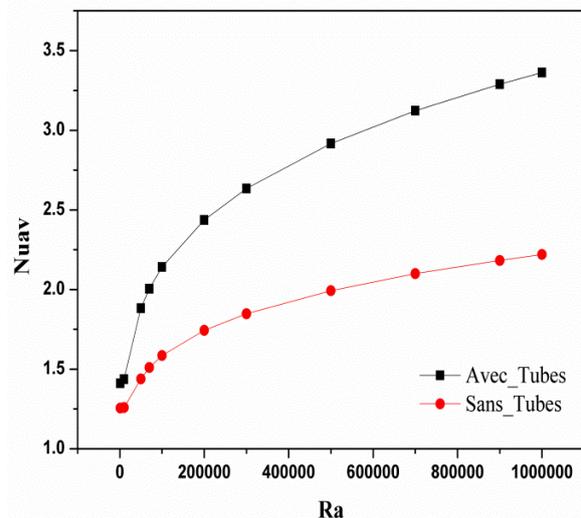


Figure 4.1.31 : Variations du  $Nu_{av}$  pour une serre avec et sans tubes.

Nous avons remarqué qu'il existe une similitude entre le profil de Nusselt local pour les deux cas. Pour le premier cas la courbe décroît à une certaine plage vibratoire, la structure vibratoire de cette plage causée par la température de l'air près du fond est supérieure à la température moyenne du sol. Quant à l'absence de tuyaux, la courbe dans la zone proche du sol est presque linéaire, puis croît pour atteindre une valeur maximale (212.57). D'autre part, le profil du nombre de Nusselt moyen est presque linéaire et les nombres de Nusselt moyen sont faibles pour ( $Ra < 10^4$ ). Avec l'augmentation de  $Ra$  et la présence des tubes  $Nu_{av}$  atteint une valeur maximale de 3.37, par contre il ne dépasse 2.25 pour le cas sans tubes de chauffage. C'est-à-dire une augmentation de 68%

**2<sup>ème</sup> cas**

### 4.2.1 Introduction :

Une bonne ventilation est essentielle au maintien d'un environnement de croissance optimal et améliore l'efficacité globale d'une serre. Il est essentiel à la fois pour une bonne gestion de la température et de l'humidité. Le mouvement de l'air chaud vers le haut et hors des événements du toit aspire de l'air plus frais.

Sur la base de l'étude de la littérature précitée, il semble que la ventilation naturelle en serre soit un sujet important et très proche de la réalité, dans la géométrie d'une forme de tunnel. Pour cette raison, nous avons simulé numériquement le mouvement de l'air sous une serre de type tunnel avec différentes positions et dimensions d'ouvertures.

Par conséquent, pour enrichir davantage de telles études, nous visons principalement à étudier les effets du nombre de Rayleigh ; les positions d'ouverture et les dimensions d'ouverture sur les caractéristiques d'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans la serre. Les lignes de courant, les isothermes et les nombres de Nusselt moyens et locaux sont illustrés pour des paramètres clés tels que :  $Ra$ ,  $N_t$ ,  $P_s$  et  $D_m$ .

### 4.2.2 Influence du nombre de Rayleigh $Ra$ :

Dans cette partie, une simulation numérique de la ventilation naturelle laminaire dans une serre tunnel avec deux ouvertures en toiture a été réalisée. Nous étudions l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et le flux d'air dans la serre pour un nombre de tubes fixe  $N_t=5$  et un facteur de forme référence  $f=1$ . En prenant comme cas de référence la position d'ouverture (Cas 2) (voir la figure 4.2.1).

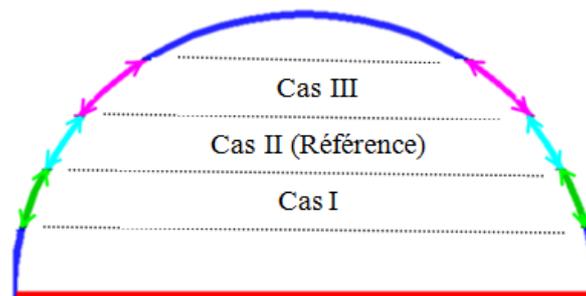


Figure 4.2.1 : Différentes positions d'ouverture de la serre agricole.

#### 4.2.2.1 Lignes de courant, isothermes et vitesses :

Pour montrer l'effet du nombre de Rayleigh sur, les lignes de courant, les isothermes et les vitesses sont représentées sur les figures (4.2.2.a), (4.2.2.b), (4.2.2.c) et (4.2.2.d) respectivement pour  $N_t=5$ ,  $f=1$  et  $P_s=$  Cas II.

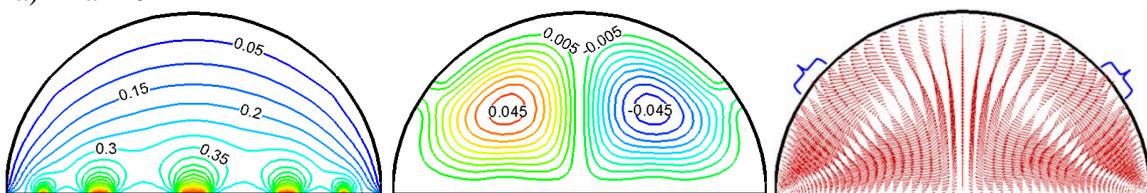
Pour obtenir une vue en perspective sur les caractéristiques du (cas 2), lorsque le nombre Rayleigh  $Ra$  varie, des comparaisons sont faites sur la figure (4.2.2), qui présente les

distributions d'écoulement (lignes de courant), des isothermes et des vitesses.

Pour  $Ra \leq 10^4$ , les isothermes sont presque parallèles et reprennent les profils des parois c'est clair dans le profil de température dans les figure (4.2.2.a) et (4.2.2.b). Concernant les lignes de courant, on remarque la présence de deux vortex contrarotatifs, occupant la quasi-totalité de la serre, près de l'ouverture, on remarque une petite déviation du profil de vitesse dans l'ouverture, qui traduit l'influence de la ventilation naturelle avec un très faible débit volumique d'air  $Q_v = 0.013$ . En général, l'écoulement est symétrique, on peut dire que le transfert de chaleur se fait par pseudo-conduction car les champs de vitesse avaient des valeurs faibles jusqu'à  $V_{\eta_{\max}} = 3.055; V_{\theta_{\max}} = 1.813$ . Les valeurs de la fonction de courant donnée sont très petites et atteignent la valeur 0.801. Cependant, pour les valeurs  $Ra > 10^4$  figure (4.2.2.c) et (4.2.2.d), les isothermes changent et finissent par adopter la forme d'un champignon, le sens de la déformation des isothermes est conforme au sens de rotation des vortex qui se déplacent vers le centre et occupent la quasi-totalité de la serre, ce qui signifie que la convection s'intensifie.

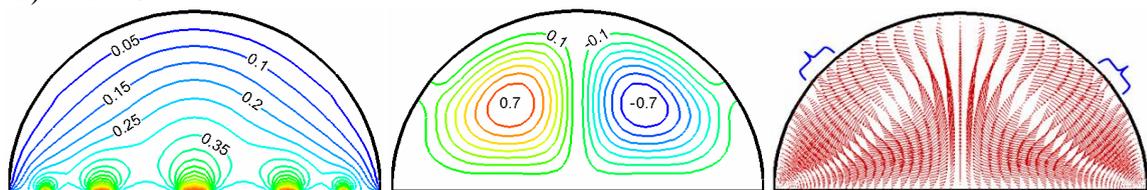
L'augmentation du nombre de Rayleigh induit une augmentation des forces de flottabilité, ce qui signifie une augmentation de la vitesse de l'air et par conséquent  $V_{\eta_{\max}} = 150.2; V_{\theta_{\max}} = 105.6$ , l'extraction d'une plus grande quantité de chaleur. Ceci est évident à travers les isothermes qui ont été significativement attribuées aux emprunts d'ouverture lorsque  $Ra = 10^6$  ( $Q_v = 1.67$ ), avec la présence de deux tourbillons contrarotatifs de grandes tailles situés au centre dans une direction opposée en raison de la structure symétrique de la serre. Les valeurs de la fonction courant sur ces figures augmentent significativement  $\psi_{\max} = 30.59$ .

a)  $Ra = 10^3$

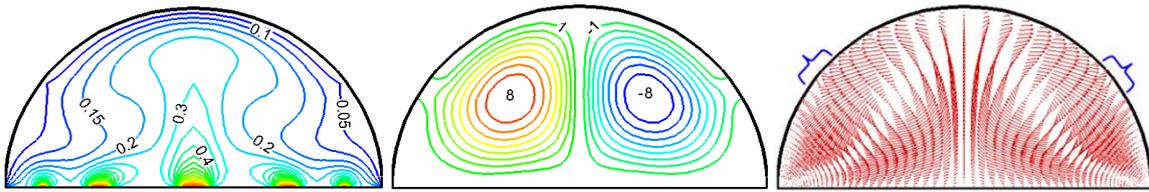


$$\psi_{\max} = 0.048; V_{\eta_{\max}} = 0.192; V_{\theta_{\max}} = 0.116; Q_v = 0.001$$

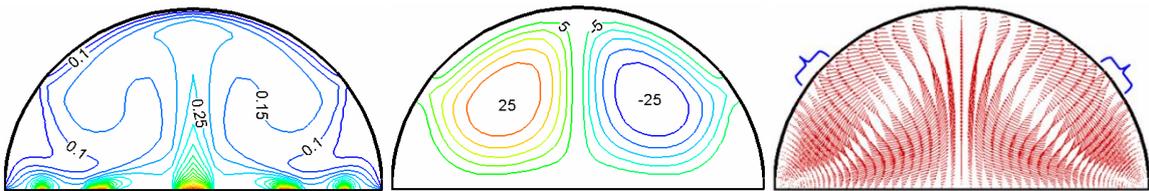
b)  $Ra = 10^4$



$$\psi_{\max} = 0.801; V_{\eta_{\max}} = 3.055; V_{\theta_{\max}} = 1.813; Q_v = 0.013$$

c)  $Ra=10^5$ 

$$\psi_{\max}=9.122; V_{\eta_{\max}}=38.51; V_{\theta_{\max}}=23.09; Q_v=0.26$$

d)  $Ra=10^6$ 

$$\psi_{\max}=30.59; V_{\eta_{\max}}=150.2; V_{\theta_{\max}}=105.6; Q_v=1.67$$

Figure 4.2.2 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesse (droite) pour différentes valeurs de  $Ra$ , avec  $N_f=5$  et  $f=1$ .

#### 4.2.2.2 Distribution de la température et de la vitesse :

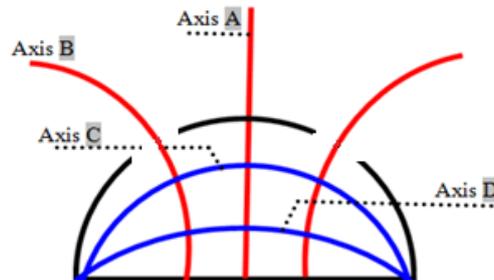


Figure 4.2.3 : Les positions des axes pour l'étude de la variation de la température et de la vitesse dans une serre ouverte.

Dans cette partie, les distributions de température et de vitesse au sein de la serre sont représentées, à cet effet, deux axes verticaux ont été tracés suivant les coordonnées  $\eta$ . Premier axe A au centre de la serre et un deuxième axe B passe par l'ouverture d'aération. En plus C et D pour les axes horizontaux suivant les coordonnées  $\theta$ , montrent la distribution de la température et de la vitesse le long de ces axes dans la serre pour  $Ra=10^3$  et  $Ra=10^6$ .

Les figures (4.2.2. (a,b,c,d)), illustrent les distributions de température verticale et horizontale (à gauche), les vitesses suivant  $\eta$  et  $\theta$  (à droite) respectivement pour  $Ra=10^3$ .

Pour la distribution de température verticale, sur l'axe A et B, le profil est linéaire, il y a une déviation dans la zone près du sol qui traduit que le transfert est relativement convectif, mais hors cet intervalle l'allure presque linéaire dénote d'un transfert conductif dominant (cf. figure (4.2.4.a)). Ceci est dû à l'échange qui est faible entre le sol et le toit. De plus, le profil

des températures horizontales figure (4.2.4.c) est presque parallèle et seulement déformé au milieu dans l'intervalle  $\eta \in [-2, 2]$ , Cela est dû à l'effet des tuyaux de chauffage dans cette zone, ce qui entraîne un échange de chaleur entre le sol et le plafond. Ceci nous amène à conclure qu'il existe une stratification de l'air au sein de la serre, ce qui signifie la présence d'un régime pseudo-convectif.

- $Ra = 10^3$

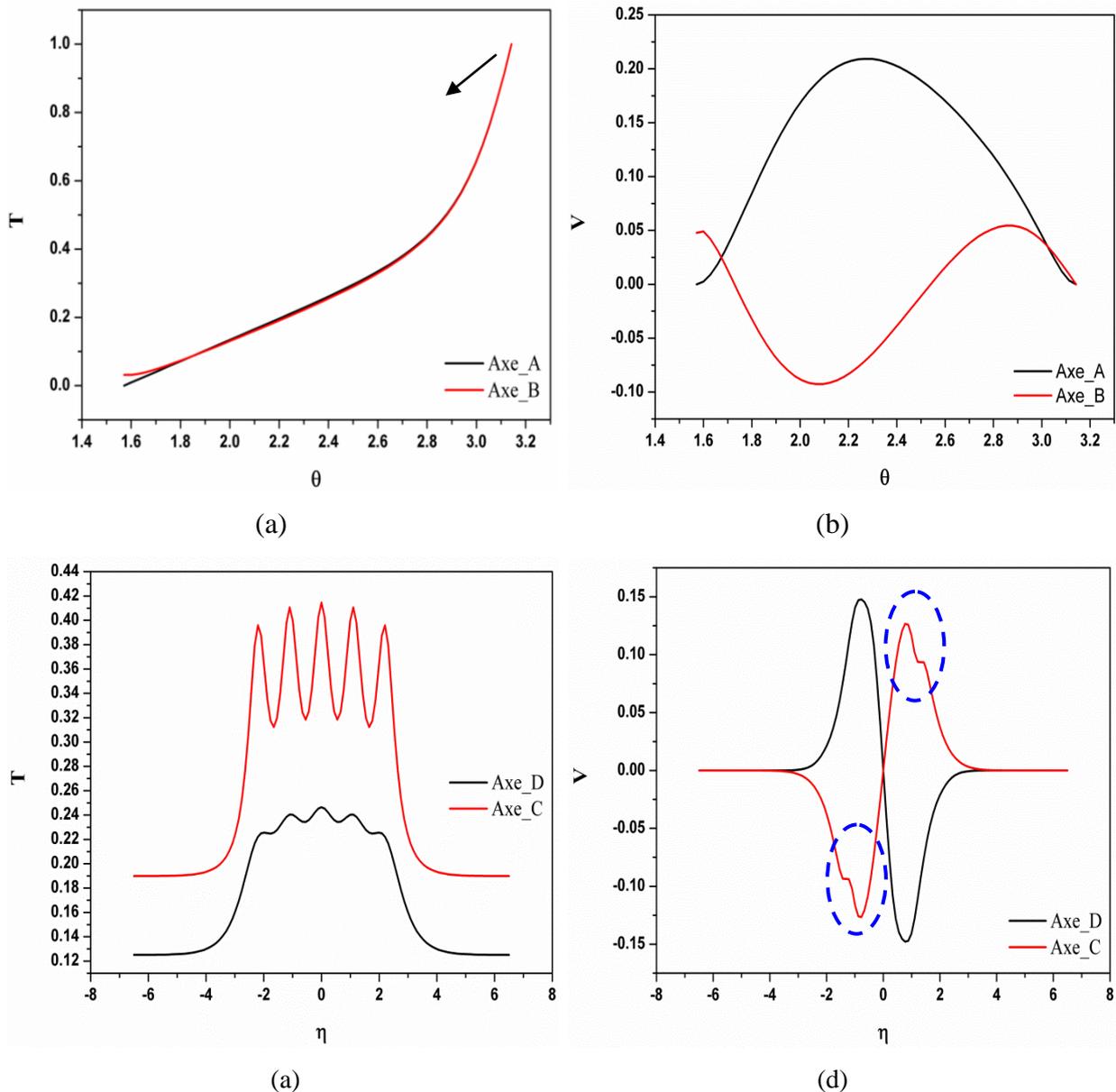


Figure 4.2.4 : Distribution de la température et de la vitesse pour  $Ra=10^3$ .

Les vitesses horizontales représentées sur la figure (4.2.4.d) sur les deux axes ont un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle  $\eta \in [-3, 3]$ , atteignant un maximum de 0,152 avec une partie vibratoire suite à l'influence d'ouverture. Néanmoins, en dehors de cette

plage, la vitesse est quasiment nulle en raison du rétrécissement des parois. Dans le sens vertical figure (4.2.4.b), la vitesse prend la forme sinusoïdale, où un mouvement symétrique d'une valeur maximale de 0,242 est visible. Par contre, les figures (4.2.5) représentent la distribution des températures verticale et horizontale (à gauche) et les vitesses suivant  $\eta$  et  $\theta$  (à droite), respectivement pour  $Ra=10^6$ . La distribution verticale de la température: sur les axes A et B figure (4.2.5.e), le profil change, conduisant à une diminution uniformément rapide de la température. Ces deux configurations prouvent que le transfert de chaleur convectif s'intensifie, ce qui implique une augmentation de la vitesse verticale sur l'axe A figure (4.2.5.f) jusqu'à une valeur maximale de 170,73.

- $Ra = 10^6$

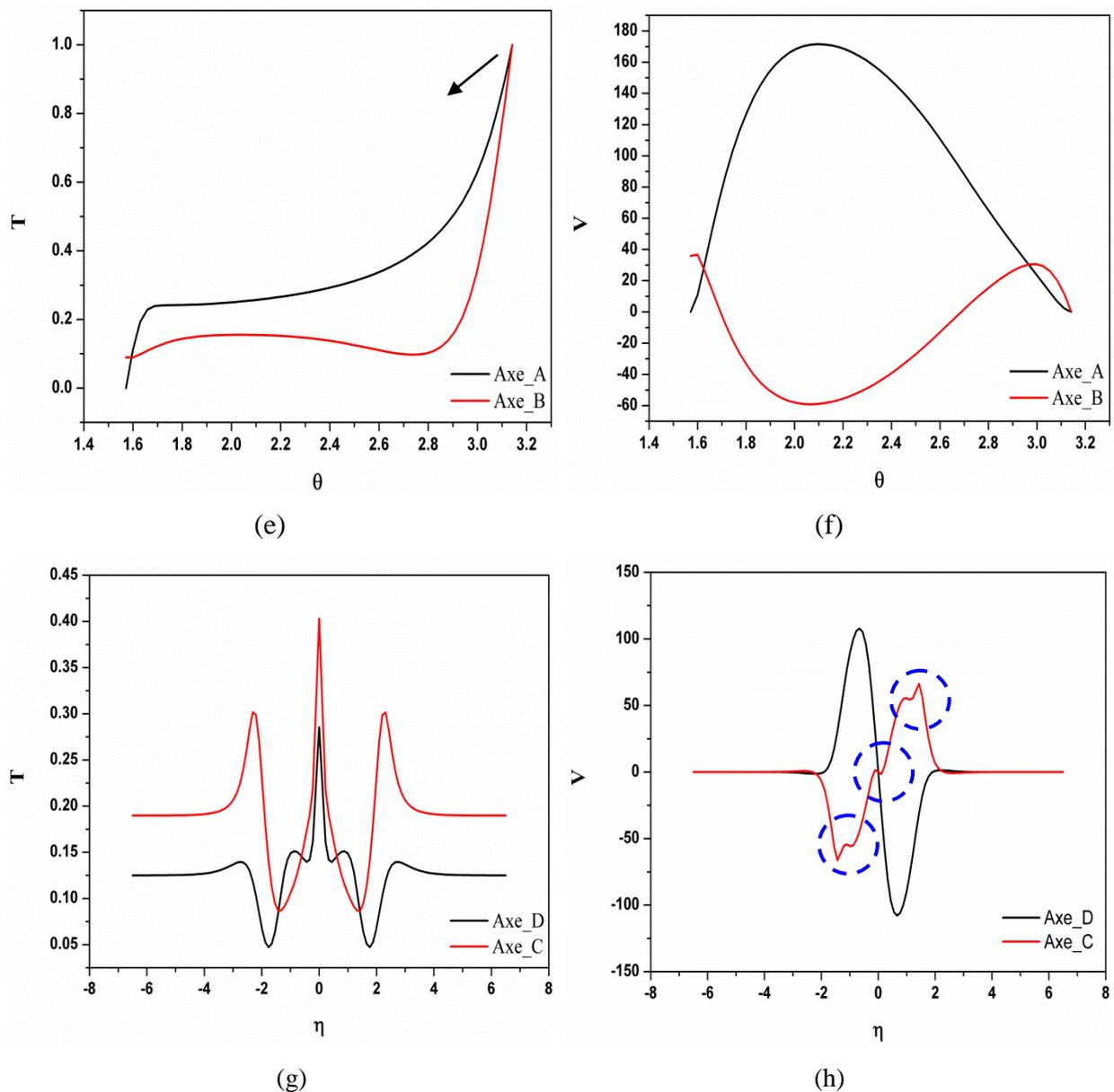


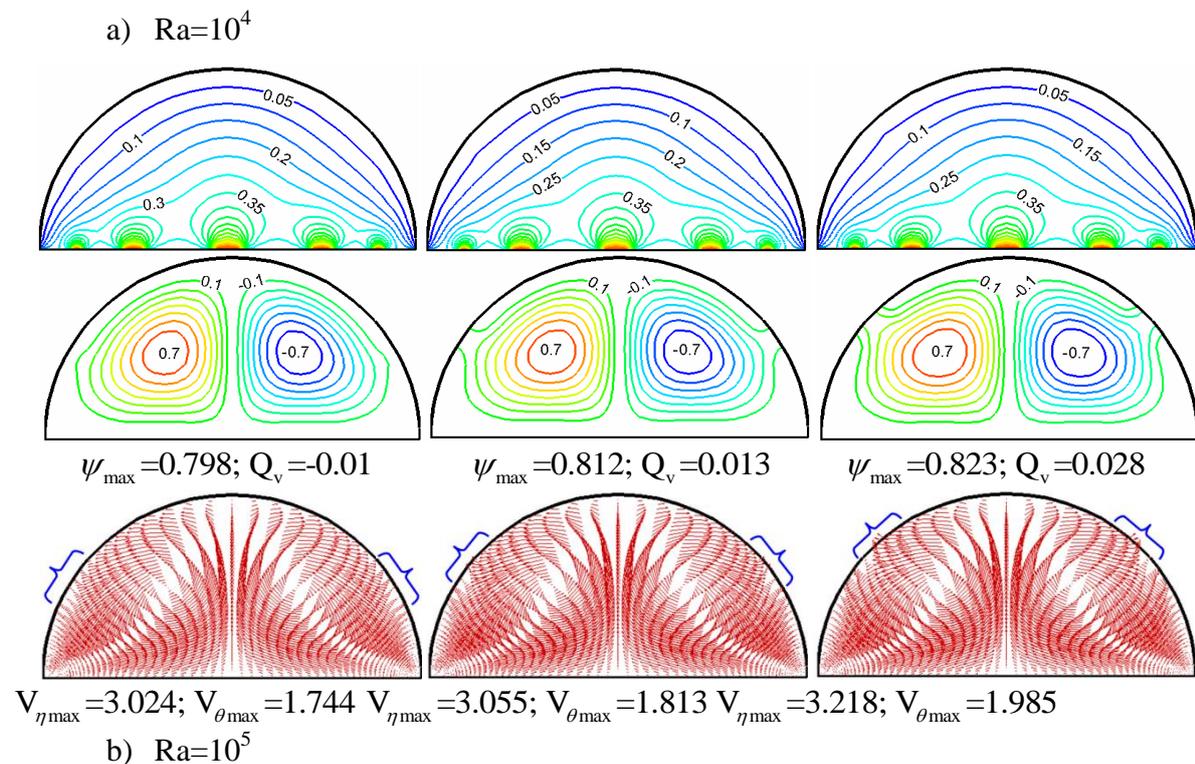
Figure 4.2.5 : Distribution de la température et de la vitesse pour  $Ra=10^6$ .

De plus, comme le montre la figure (4.2.5.g), les courbes de la température horizontale très arquées dans le champ de coordonnées  $\eta \in [-2, 2]$ , et cela est dû à la grande différence de température entre le sol et le plafond et la vitesse figure (4.2.5.h) augmente à environ 147,3, ce qui signifie que la convection devient plus intense.

### 4.2.3 L'influence des positions d'ouverture :

Dans cette section, l'objectif principal est d'analyser l'effet des positions d'ouverture sur la convection naturelle à l'intérieur d'une serre. Pour cette raison, les isothermes, les lignes de courant, le nombre de Nusselt moyen et local ainsi que la température verticale, horizontale, la vitesse et le débit volumique sont illustrés.

Pour  $Ra=10^4$ , le premier cas (position basse), où la position de l'ouverture est à un niveau inférieur au cas de référence, les isothermes sont presque parallèles et reprennent les profils des parois, il est clair dans le profil de température en (figure (4.2.6.a)), également pour les lignes de courant, on remarque la présence de deux vortex contrarotatifs symétriques, on constate que l'effet des ouvertures pour la sortie d'air est quasi nul, et cela se voit clairement dans le débit volumique d'air de la serre estimé à  $Q_v=-0,01$ . Cela signifie qu'il y a un flux d'air entrant dans la serre par les ouvertures naturelles. Avec le changement de la position des ouvertures (cas 3) par rapport au cas de référence, on remarque un changement notable dans les deux figures d'isothermes et de lignes de courant à proximité des ouvertures, pour accélérer le flux d'air vers l'extérieur par rapport au premier cas à monter à  $Q_v=0,028$ .



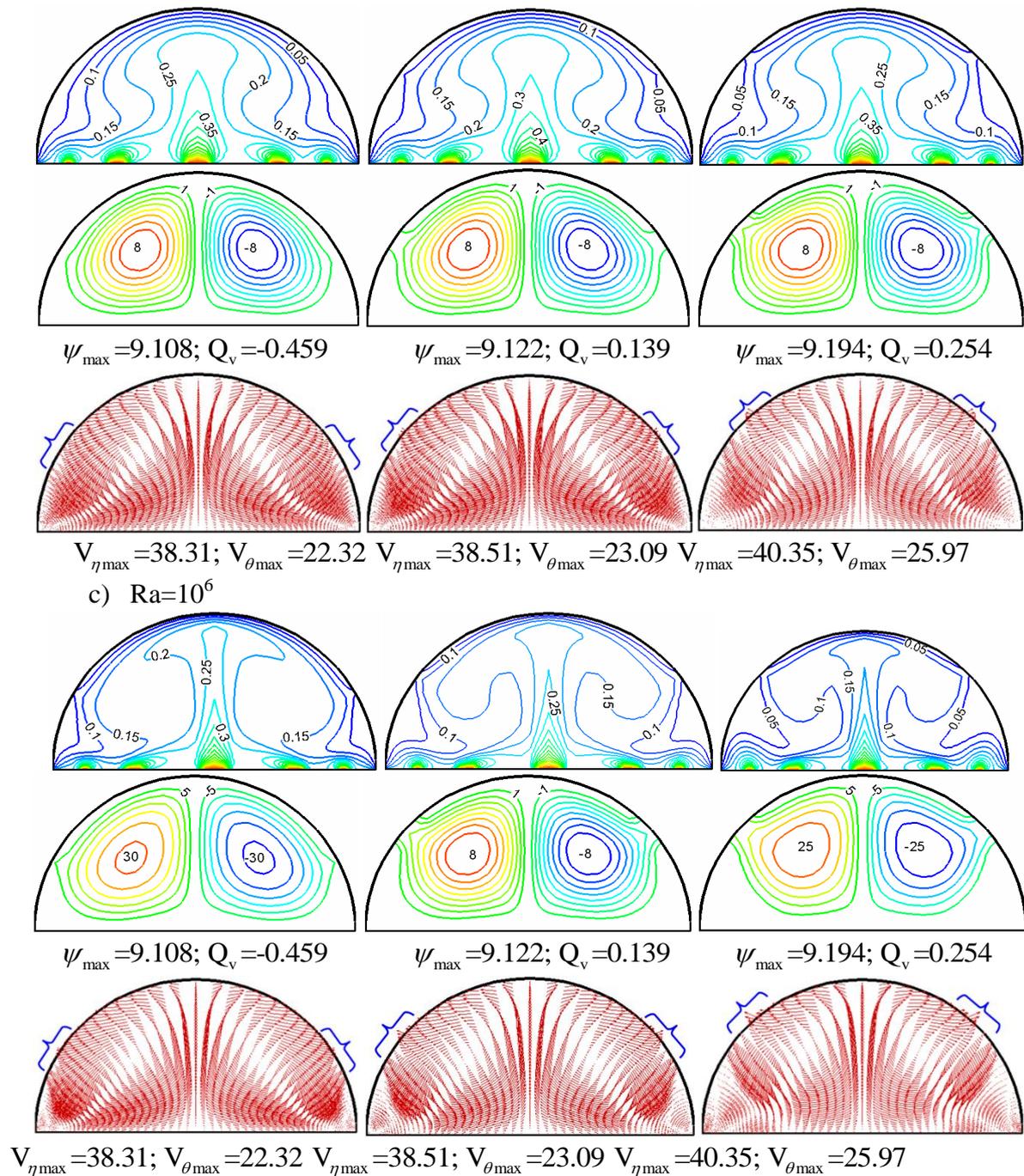


Figure 4.2.6 : Isothermes, lignes de courant et vitesses pour différentes  $P_s$ .

Cependant, pour  $Ra=10^5$  et  $10^6$ , représentés respectivement sur les figures (4.2.6.b) et (4.2.6.c), les isothermes changent et prennent une forme de champignon suivant le sens de rotation des lignes de courant alors que pour  $Ra=10^6$ , la forme de champignon devient plus intense et occupe une grande partie de la serre, ce qui traduit la dominance de la convection. Alors que pour l'influence des positions d'ouverture sur la convection naturelle dans la serre, pour  $Ra=10^5$ , dans le premier cas, il y a une légère déviation près de l'ouverture, avec un débit d'air entrant dans la serre avec une valeur atteignant -6.59 et des vitesses maximales à

$V_{\eta_{\max}}=38.31; V_{\theta_{\max}}=22.32$ , et pour le troisième cas (Cas Haute), le débit d'air sortant augmente jusqu'à une valeur de  $Q_v=0.139$  et cela est dû à l'augmentation des vitesses à  $V_{\eta_{\max}}=40.35; V_{\theta_{\max}}=25.97$ . De plus, on remarque que pour  $Ra=10^6$ , on peut voir sur la figure (4.2.6.c) que le fluide chaud s'accélère vers le toit froid, où les isothermes et les lignes de courant sont symétriques par rapport au plan vertical médian. Deux vortex secondaires illisibles symétriques dans les coins de la serre, car le fond chaud est proche de la toiture froide, environ de la ventilation naturelle, sa proximité avec le centre vertical de la serre, l'air est plus facilement libéré pour amener le débit d'air à 4.05 ; Ce phénomène entraîne une diminution de la valeur maximale de la fonction de courant qui atteint 29.28, ainsi que les vitesses maximales augmentent par rapport au cas de la serre fermée pour atteindre  $V_{\eta_{\max}}=159.1; V_{\theta_{\max}}=121.6$ . Généralement, les ouvertures de ventilation naturelle sont d'autant plus efficaces qu'on se rapproche du centre vertical de la serre tunnel, et ce avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Aussi, les valeurs de la fonction de courant diminuent avec le changement des positions des ouvertures vers le haut.

#### 4.2.3.1 Distribution de la température et de la vitesse pour différentes $P_s$ :

- $Ra=10^6$

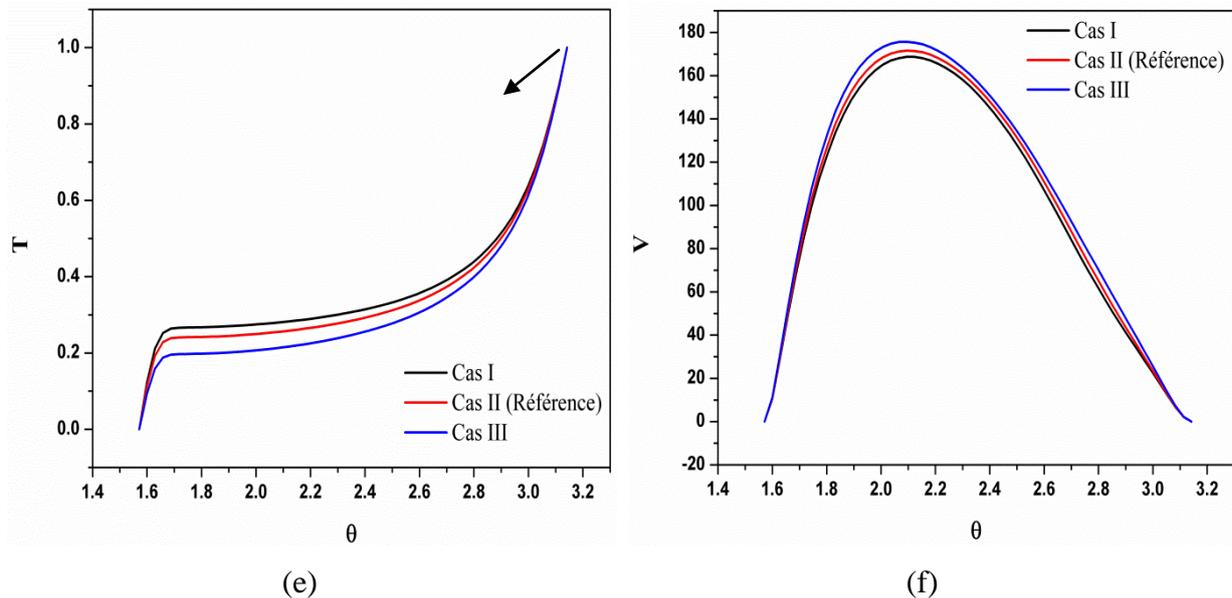


Figure 4.2.7 : Distribution de la température et de la vitesse verticale pour  $N_f=5$ ,  $Ra=10^6$  et différentes  $P_s$ .

Le profil de température dans l'ouverture, a la même forme, il devient incurvé à partir d'une certaine valeur ( $T=0,23$ ) pour la position de référence, dans ce cas la convection naturelle est dominante et diminue légèrement dans les deux tiers de la serre après cette valeur

le profil augmente brutalement jusqu'à une valeur maximale  $T=1$ . En général, la position d'ouverture a eu une influence sur le transfert de chaleur dans la serre. Quant aux vitesses verticales, elles augmentent constamment dans tous les cas pour atteindre un pic à  $\theta = 2.15$  à une valeur de 175.23 et c'est dans le troisième cas.

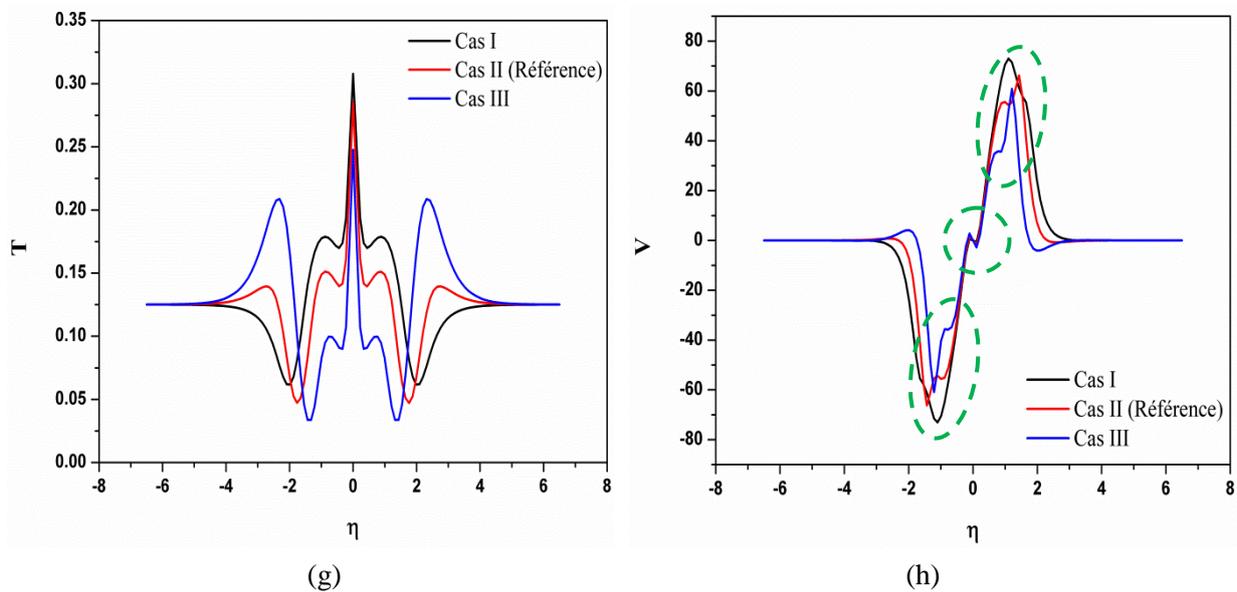


Figure 4.2.8 : Distribution de la température et de la vitesse horizontale pour  $N_f=5$ ,  $Ra=10^6$  et différentes  $P_s$ .

#### 4.2.3.2 Nombre de Nusselt local et moyen:

La variation du nombre de Nusselt local pour  $Ra=10^6$  est illustrée sur la figure (4.2.10), c'est un profil présentant une symétrie pour toutes les positions d'ouverture et il augmente dans les trois cas considérés. Il est clair que la convection est le mode dominant. Pour le nombre de Nusselt moyen exprimé par l'équation (2.1.41), pour la position d'ouverture de référence, il est une fonction croissante avec  $Ra$ , pour de faibles valeurs de celui-ci ( $Ra=10^3$ ), le profil linéaire de la variation de ce dernier jusqu'à la valeur de  $10^4$  du nombre de Rayleigh dénote d'un transfert de chaleur par conduction dominant, ceci est vrai pour les deux autres positions, au dessus de  $Ra=10^4$  la convection devient dominante et le profil du nombre de Nusselt moyen est quasiment le même pour les positions de référence et du bas, le profil s'incline encore plus en  $Ra=3 \times 10^5$  ( $Nu=2.67$ ) et pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh  $Ra$ , le profil devient linéaire jusqu'à une valeur maximale autour de  $Nu=3.47$ ; mais pour le troisième cas le profil est moins courbé et une valeur maximale est atteinte  $Nu=3.15$ . On remarque aussi que  $Nu$  devient une fonction décroissante de la position d'ouverture.

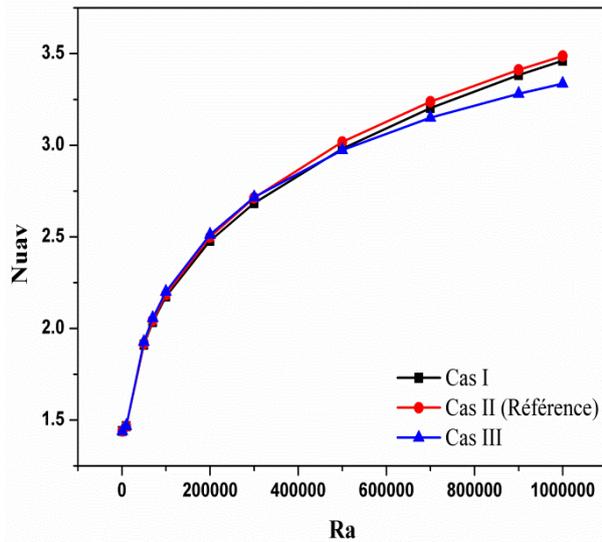


Figure 4.2.9 : Variations du  $Nu_{av}$  en fonction du  $Ps$  et  $Ra$ .

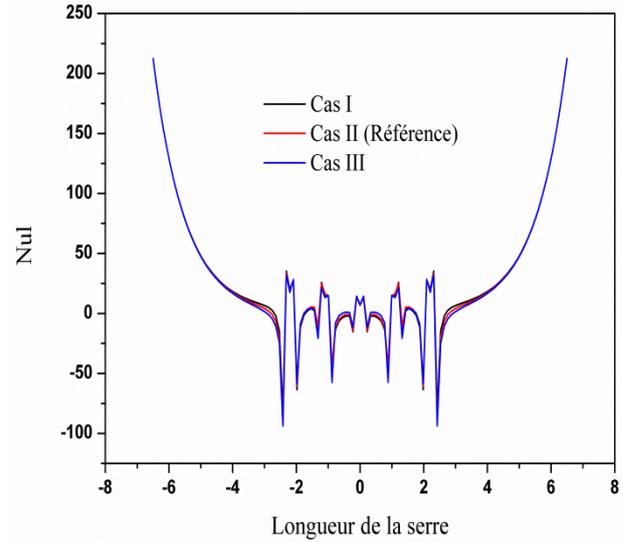


Figure 4.2.10 : Variations du  $Nu_l$  en fonction du  $Ps$  et  $Ra$ .

#### 4.2.3.3 Le débit volumique pour différentes positions d'ouverture :

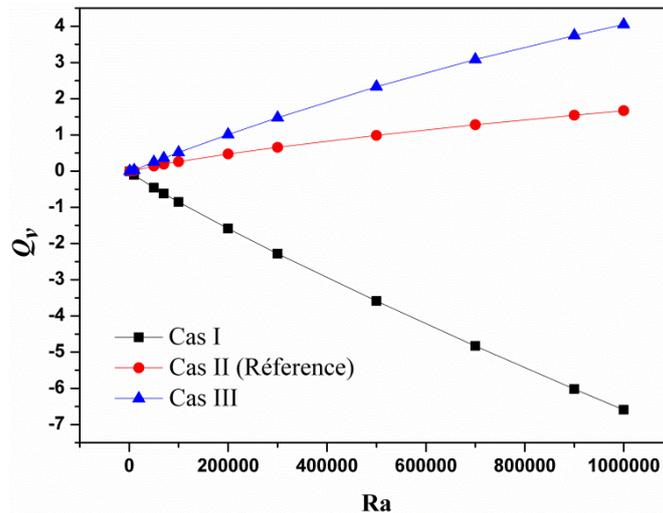


Figure 4.2.11 : Variations du  $Q_v$  en fonction du nombre de  $Ra$ ,  $N_t=5$  et  $f=1$ .

Le débit volumique exprimé par l'équation (2.2.7) pour les différentes positions d'ouverture est calculé et représenté sur la figure (4.2.11) pour les trois cas. Les résultats illustrés afin de déterminer le cas de la position optimale, c'est-à-dire où le débit est le plus élevé.

Pour la position d'ouverture référence (cas II), le débit volumique est une fonction croissante avec  $Ra$ , avec des faibles valeurs telles à  $Ra=10^3$ , l'allure du graphe est linéaire ce qui traduit que le transfert de chaleur par conduction est significatif jusqu'à  $10^4$ , la même remarque est faite pour la troisième position, au dessus de  $Ra=10^4$  la convection devient dominante, on constate que pour  $Ra=10^6$ , la quantité d'air sortant augmente de 44% par rapport au cas de référence pour atteindre 4.05; mais pour le premier cas, la courbe est

décroissante de façon linéaire, ce qui explique que le flux d'air est entrant dans la serre dans cette position, et de là nous concluons que la position des ouvertures naturelles à cet endroit ne facilitent pas la sortie de l'air chaud, pour modifier l'atmosphère à l'intérieur de la serre.

#### 4.2.3.4 Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle :

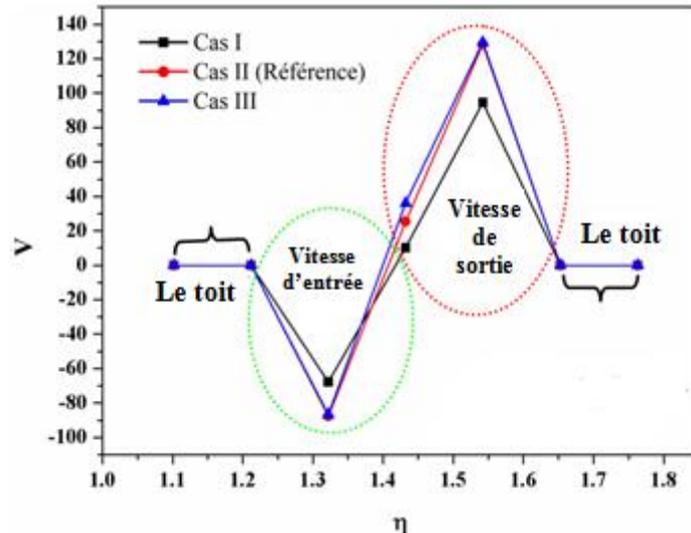


Figure 4.2.12 : Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle pour  $Ra=10^6$ ,  $N_r=5$  et  $f=1$ .

Le profil de vitesse de la figure (4.2.12) est illustré au plan de sortie dans les trois cas pour  $Ra=10^6$ , nous pouvons voir qu'il est presque symétrique pour tous les cas considérés. Les flux entrants et sortants occupent inégalement la surface d'ouverture : 38,46 % de flux entrant et 61,54 % de flux sortant. Pour la première position (cas I), la vitesse de sortie  $V_{max}=94,63$  et la vitesse d'entrée  $V_{max}=67,73$ , et pour la position de référence la valeur de la vitesse de sortie augmente avec un pourcentage de 36% et atteint  $V_{max}=128,35$ , et la vitesse d'entrée augmente de 70% pour atteindre  $V_{max}=87,62$ . Pour le troisième cas, l'augmentation de vitesse est presque la même que le cas de référence avec la vitesse de sortie  $V_{max}=129,57$  et la vitesse d'entrée  $V_{max}=86,62$ . Cependant, lorsque la position est proche du sommet de la serre, la vitesse de sortie augmente.

#### 4.2.4 Influence de la dimension des ouvertures :

Dans cette section nous présentons les résultats des simulations numériques de la convection naturelle induite dans une serre de type tunnel avec ouvertures, où nous avons considéré l'effet du nombre de Rayleigh dans une position référence (Cas 2) avec différentes dimensions des deux ouvertures sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'air dans la serre.

- Trois valeurs du nombre de Rayleigh ont été considérées ( $Ra=10^4, 10^5$  et  $10^6$ ).

- Trois valeurs ont été considérées pour les dimensions des ouvertures et qui sont respectivement  $D_{m1} = \frac{NI}{32}$ ;  $D_{m2} = \frac{2NI}{32}$ ;  $D_{m3} = \frac{3NI}{32}$ , NI est le nombre de nœuds qui composent la longueur de l'arc de la serre tunnel.

Les distributions des isothermes, des lignes de courant et des vitesses sont représentées par la suite pour les différentes valeurs des deux paramètres de contrôle Ra et  $D_m$ .

#### 4.2.4.1 Influence du nombre de Rayleigh :

##### 4.2.4.1.1 Les isothermes, lignes de courant et vitesses :

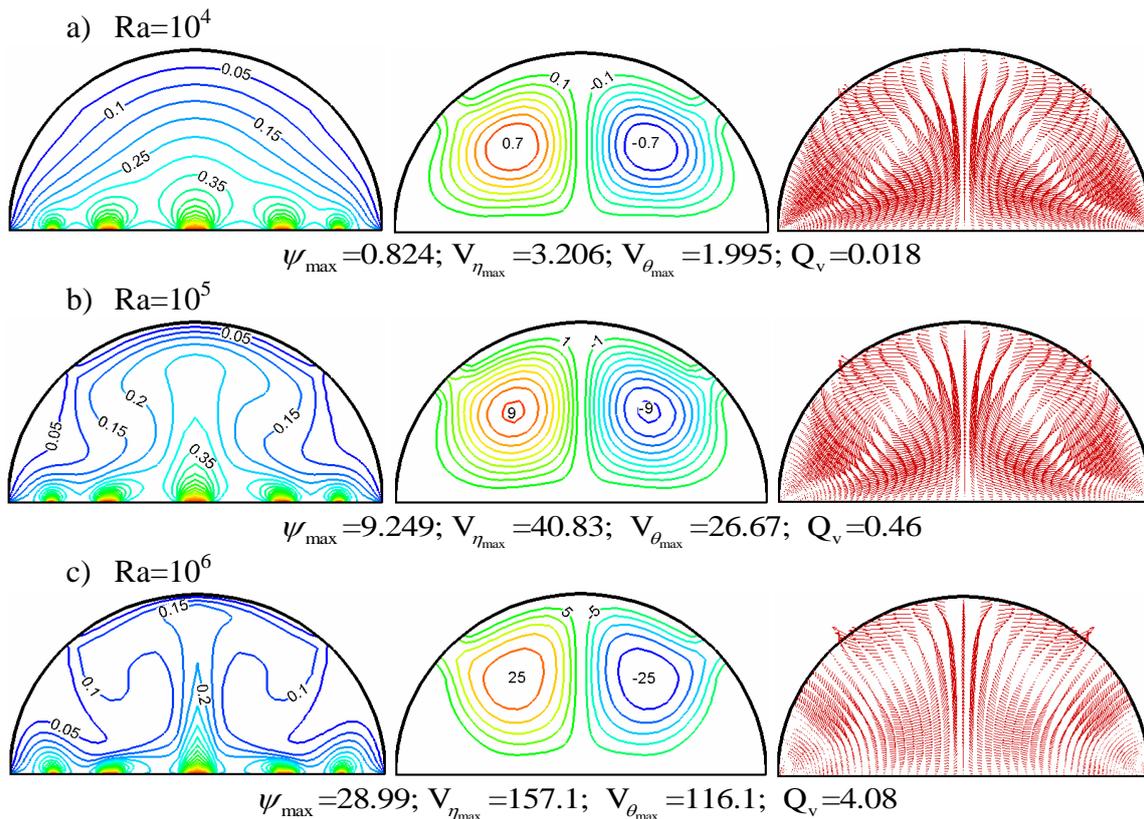


Figure 4.2.13 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesses (droite) pour  $N_f=5$ ,  $f=1$ ,  $D_{m1}$  et différentes valeurs de Ra.

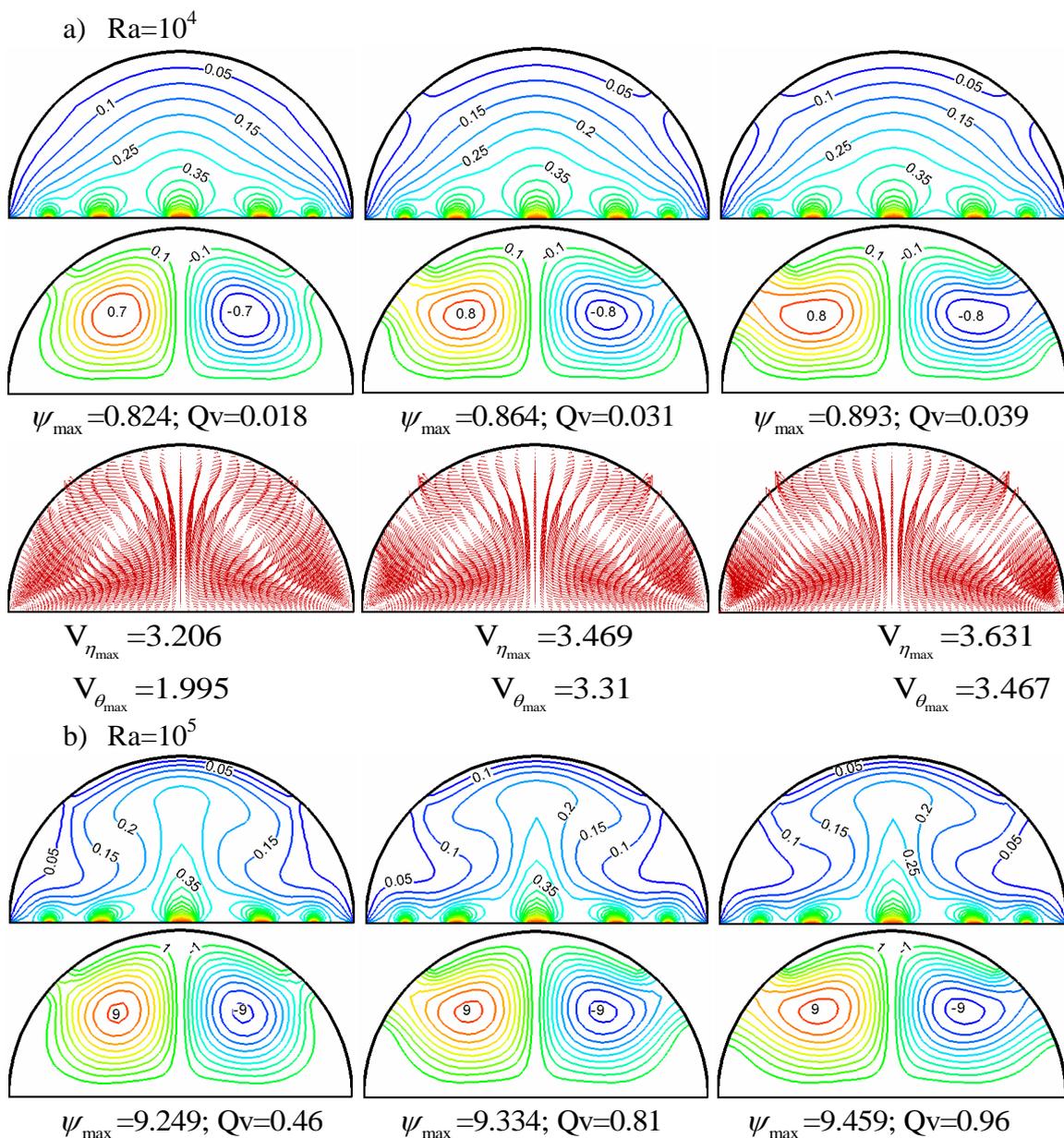
La figure (4.2.13) représente, les isothermes, les lignes de courant et les vitesses pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra et la première dimension  $D_{m1}$ . Ces figures montrent que la structure de l'écoulement est bicellulaire, et que ces isothermes et ces lignes de courant sont symétriques par rapport au plan vertical fictif médian. Dans ce cas il y a deux cellules symétriques tournant dans deux sens opposés. Dans celle du côté droit, l'écoulement tourne dans le sens trigonométrique et dans celle du côté gauche, il est dans le sens horaire. Nous concluons donc que les deux courants sont non miscibles.

Pour  $Ra=10^4$ , la figure (4.2.13.a), les lignes isothermes se modifient sensiblement vers

le centre de l'enceinte, et la valeur maximale de la fonction de courant  $\psi_{\max}=0.824$  mentionnée sur la figure (4.2.13.a) augmente sensiblement, ce qui traduit une transformation du transfert conductif au transfert convectif, mais il reste relativement faible.

Cependant pour les valeurs  $Ra=10^5$  et  $Ra=10^6$  représentées respectivement par les figures (4.2.13.b) et (4.2.13.c), les lignes isothermes se modifient et finissent par adopter la forme d'un champignon et suivre le sens de l'écoulement, ce qui signifie que la convection s'intensifie comme le dénotent les valeurs maximales de la fonction de courant  $\psi_{\max}=28.99$  et les vitesses  $V_{\eta_{\max}}=157.1$ ;  $V_{\theta_{\max}}=116.1$  et un débit volumique de  $Q_v=4.08$ .

#### 4.2.4.2 Influence de la taille des ouvertures ;



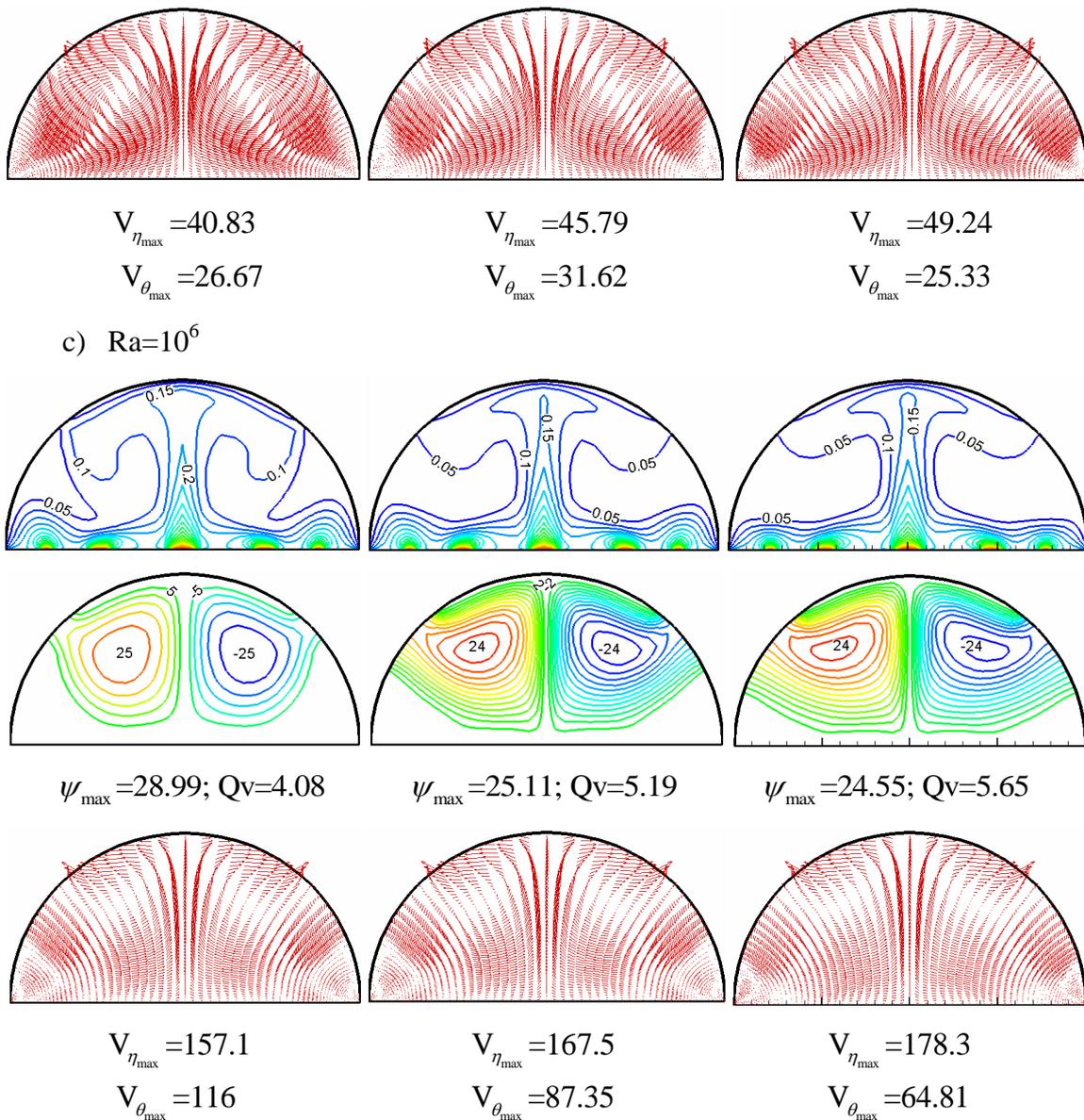


Figure 4.2.14 : Isothermes (gauche), Lignes de courant (centre) et vitesses (droite) pour  $N_r=5$ ,  $f=1$ , et différentes valeurs de  $Ra$ ,  $D_m$

La figure (4.2.14) représente, les isothermes, les lignes de courant et les vitesses pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh  $Ra$  et différentes dimensions  $D_m$ . Les isothermes et les lignes de courant sont symétriques par rapport au plan vertical fictif médian. Dans la figure (4.2.14.a) la distribution de la température est décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide, et le sens de la déformation des isothermes est conforme au sens de rotation des lignes de courant, dans ce cas là, les isothermes adoptent la forme d'un champignon. Dans la figure (4.2.14.b), la structure de l'écoulement est bicellulaire et occupe la totalité de la serre, deux vortex contrarotatifs tournent dans deux sens opposés, du côté droit l'écoulement dans le sens trigonométrique, et du côté gauche dans le sens horaire.

Par contre pour la figure (4.2.14.c), l'écoulement est toujours caractérisé par une structure bicellulaire, deux vortex contrarotatifs qui tournent dans deux sens opposés, du côté droit l'écoulement tourne dans le sens trigonométrique, et du côté gauche dans le sens horaire, dans cas là, l'écoulement perd de son intensité par rapport aux deux cas qui précèdent vu la dimension des deux ouvertures qui est plus importante que les deux cas précédents. La fonction de courant diminue par rapport au premier cas pour atteindre une valeur de  $\psi_{\max}=24.55$ .

#### 4.2.4.3 Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle :

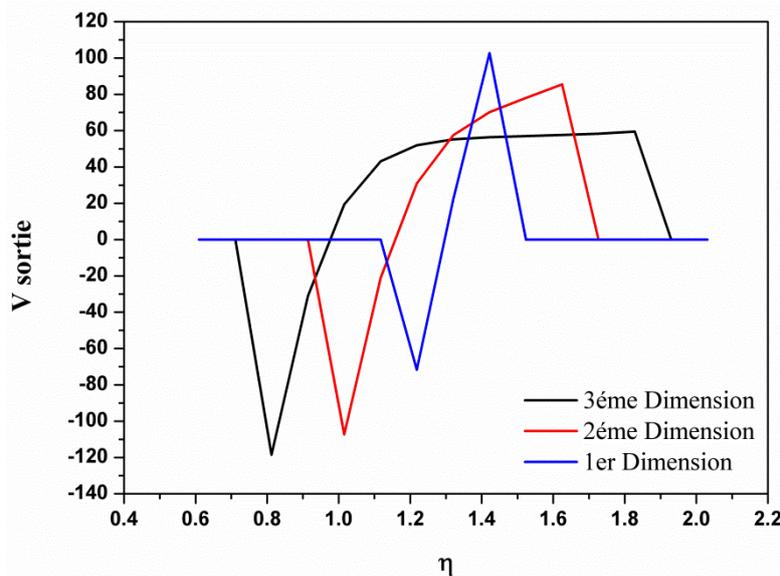


Figure 4.2.15 : Le profil de vitesse à l'ouverture naturelle pour  $Ra=10^6$ ,  $N_t=5$  et différentes  $D_m$

Le profil de vitesse de la figure (4.2.15) montré au plan de sortie pour trois dimensions différentes et pour  $Ra=10^6$ , nous pouvons voir que toutes les courbes ont la même forme, et le changement n'est qu'en termes de largeur de la dimension. Les flux entrants et sortants occupent inégalement la surface d'ouverture, pour la troisième dimension 28,46 % de flux entrant et 71,54 % de flux sortant. Pour la première position, la vitesse de sortie  $V_{\max}=102.73$  et la vitesse d'entrée  $V_{\max}=71.67$ , et pour la deuxième position la valeur de la vitesse à la sortie  $V_{\max}=85.51$ , et la vitesse d'entrée augmente de 66% pour atteindre  $V_{\max}=107.03$ . Pour la troisième dimension, la vitesse de sortie est moindre que le cas de  $D_{m2}$  par 70%, mais avec une surface de sortie plus grande pour atteindre une valeur de  $V_{\max}=59.5$  et la vitesse d'entrée  $V_{\max}=118.5$ . Cependant, lorsque la position est proche du sommet de la serre, la vitesse de sortie augmente.

#### 4.2.4.4 Nombres de Nusselt local et moyen :

Nous avons remarqué qu'il existe une similitude entre le profil de Nusselt local pour tous les cas sur la figure (4.2.17) où la courbe décroît à une certaine plage vibratoire puis augmente pour une valeur maximale (212.21); la structure vibratoire de cette plage causée par la température de l'air près du fond est supérieure à la température moyenne du sol.

D'autre part, le nombre de Nusselt moyen sur la figure (4.2.16) est calculé par la somme du flux de transfert de chaleur dans chaque nœud. Pour un faible nombre de Rayleigh ( $Ra < 10^4$ ), le profil est presque linéaire et les nombres de Nusselt locaux sont faibles, ce qui montre que le transfert de chaleur est dominé par la conduction pure. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ( $Ra > 10^4$ ), la convection naturelle devient plus importante et l'échange thermique augmente.

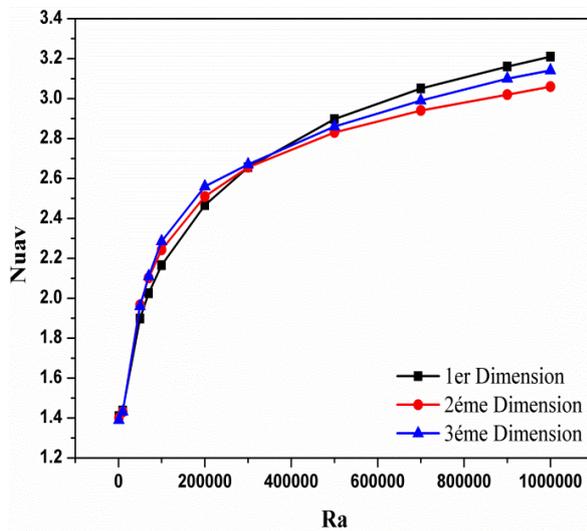


Figure 4.2.16 : Variations du  $Nu_{av}$  en fonction de  $D_m$  et  $Ra$ .

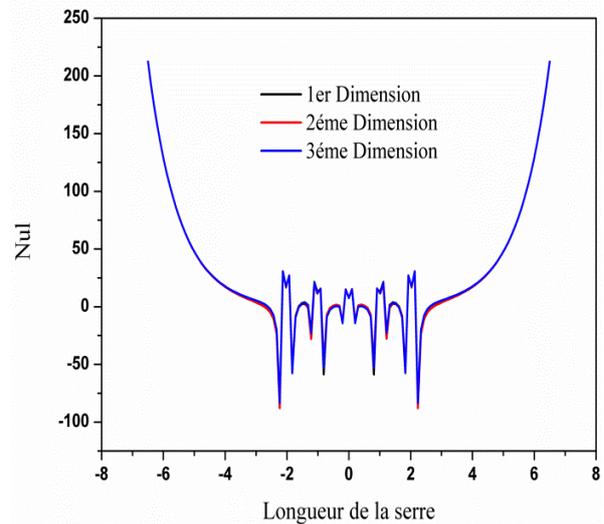


Figure 4.2.17 : Variations du  $Nu_l$  en fonction  $D_m$  et  $Ra$ .

#### 4.2.4.5 Le débit volumique pour différentes dimensions d'ouverture :

Nous avons remarqué qu'il existe une similitude entre le profil du débit volumique pour tous les cas où la courbe décroît d'une façon linéaire pour  $Ra \leq 10^4$ , pour atteindre la valeur de débit volumique  $Q_v = 0.04$ , les valeurs de débits volumiques restent toujours croissantes avec la croissance de nombre de Rayleigh pour atteindre une valeur maximale  $Q_v = 5.65$ , pour le cas de  $D_{m3}$ , c'est-à-dire le débit volumique augmente proportionnellement avec l'augmentation du nombre de Rayleigh  $Ra$  et la dimension d'ouverture  $D_m$ .

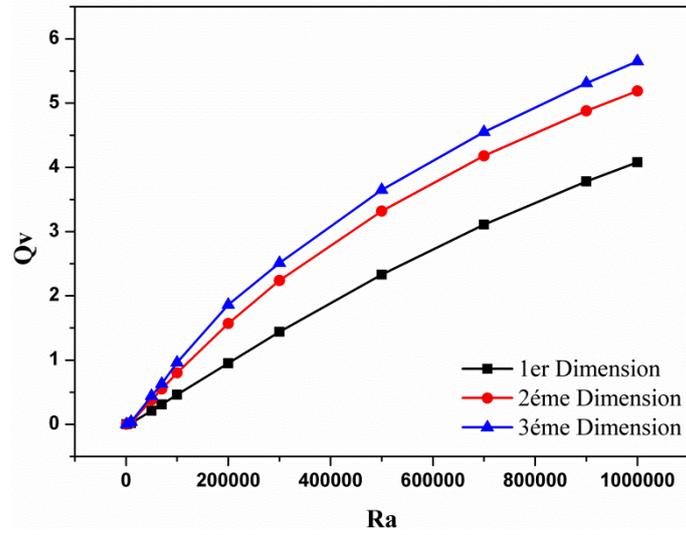


Figure 4.2.18 : Variations du débit volumique en fonction du  $D_m$  et de Ra.

## **3<sup>ème</sup> cas**

### 4.3.1 Introduction :

Cette partie est consacrée à la présentation et l'interprétation des différents résultats obtenus concernant l'étude numérique de la convection forcée dans une serre double chapelle munie deux ouvertures. L'objectif principal, à travers cette étude, est d'examiner l'effet du nombre de Rayleigh et Reynolds, sur l'amélioration du transfert de chaleur. Les principaux résultats sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, profil de température et de vitesse, et de profil du nombre du Nusselt local.

### 4.3.2 Validation du code numérique :

Afin de tester la validité des résultats numériques obtenus lors du présent travail et de s'assurer de la précision, nous avons essayé de reproduire qualitativement les résultats d'une publication effectuée par **Mezrhab et al. [26]** qui ont mené une étude numérique sur le calcul du rayonnement de surface et de la convection naturelle dans une serre horticole chauffée. La comparaison a porté sur l'évolution de profile du nombre de Nusselt moyen pour une serre mono-chapelle chauffée par trois tubes sous sol pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ). On remarque à travers la figure (4.3.1). Une bonne concordance entre les résultats obtenus par le présent code et ceux de la référence [26].

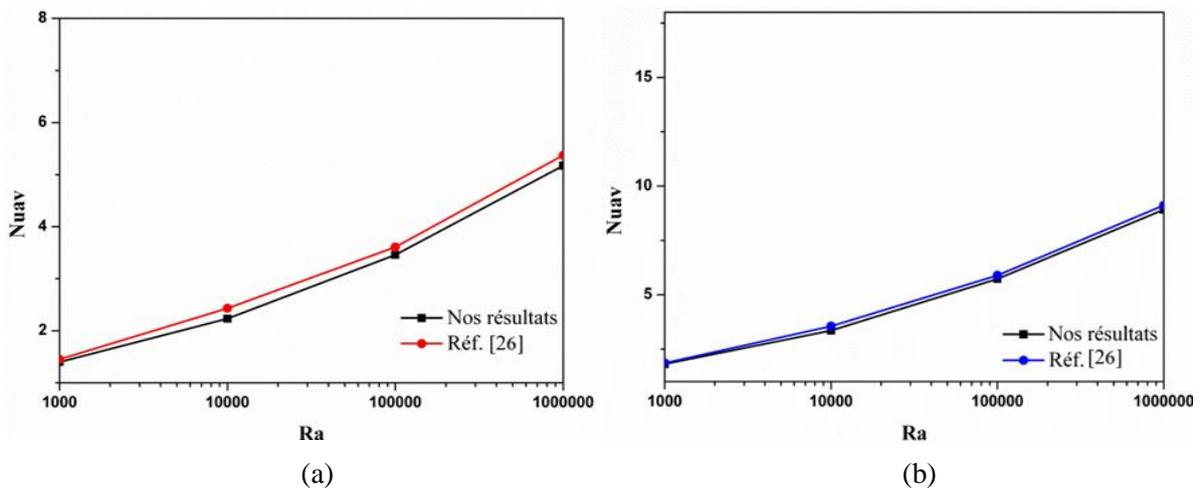


Figure 4.3.1 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen de nos résultats avec ceux de la référence [26] avec a)  $N_i=3$ , b)  $N_i=6$ .

### 4.3.3 Résultats et discussions :

Après la représentation des phénomènes physiques, et la résolution numérique du système d'équations qui s'est réduit aux équations de Navier-Stokes et l'équation de la chaleur, les équations qui les gouvernent et les méthodes de résolution de ces équations, en utilisant le code Gambit-Fluent afin de simuler le processus de la convection mixte sous serres agricoles. A l'aide de ce dernier nous avons obtenu des résultats que nous avons comparés à

des résultats existant dans la littérature [26], dans le but de valider les modèles utilisés.

Nous avons présenté nos résultats pour des nombres de Rayleigh (Ra) variant de  $10^3$  à  $10^6$  ainsi que des nombres de Reynolds (Re) allant de 10 à 500. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques et de champs d'écoulements et de température [64].

#### 4.3.3.1 Influence du nombre de Rayleigh :

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement thermique naturel est le nombre de Rayleigh. Il représente le rapport des forces de flottabilité (forces d'Archimède) aux forces visqueuses, et il est proportionnel au gradient de température appliqué, lorsque la serre est chauffée par le bas et le nombre de Reynolds est fixe (Re=50) on trouve que:

Pour  $Ra=10^3$ , les lignes isothermes sont assez faibles pour pouvoir varier la densité du fluide et provoquer le mouvement des particules, le transfert de chaleur s'effectue alors uniquement par conduction thermique, c'est pourquoi on observe une stratification verticale des isothermes qui prend la forme du toit de la serre plus ou moins courbées au fur et à mesure qu'on s'approche de la paroi supérieure pour prendre la forme des parois inférieure et supérieure (figure 4.3.2.a).

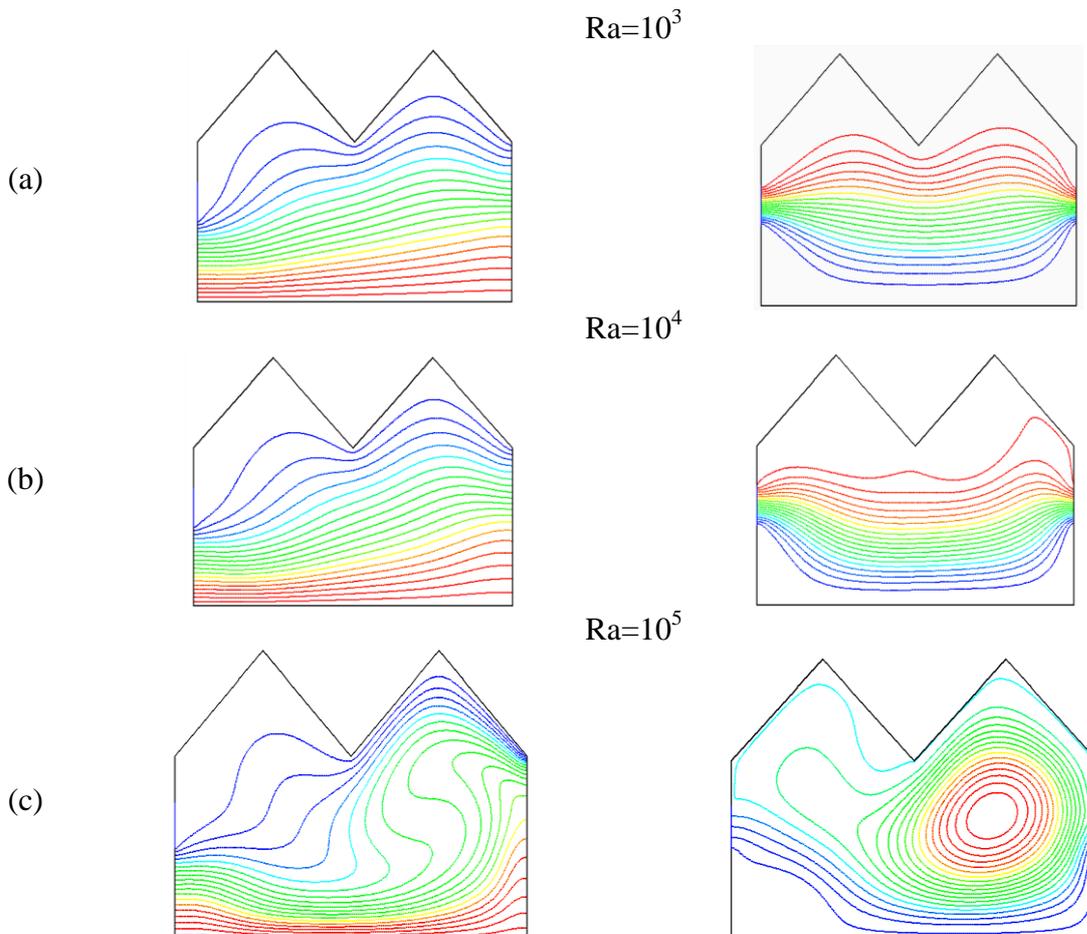


Figure 4.3.2 : Isothermes et lignes de courant pour différents Ra et (Re=50) [64].

L'augmentation du nombre de Rayleigh déclenche un écoulement thermique vertical qui soulève le jet d'air et fait une recirculation à côté de la sortie de la serre, ce qui conduit au début de création d'une cellule secondaire plus petite qui se forme juste dans la partie supérieure à la sortie de la serre (figure 4.3.2.b).

Ce comportement continue jusqu'à  $Ra=10^5$  (voir figure 4.3.2.c), pour faire disparaître la cellule secondaire qui est écrasée par l'augmentation de la taille de la cellule principale. La forme des isothermes et leurs répartitions dans la serre permet de dire que le mode de transfert convectif est dominant lorsque le jet est presque faible ( $Re=50$ ), par ailleurs l'intensité de la convection naturelle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Nous pouvons également constater à partir des lignes de courant que le gradient de vitesses est important au niveau du sol lorsqu'on fait augmenter le nombre de Rayleigh et donc la vitesse maximale est atteinte à ce niveau.

#### 4.3.3.2 Nombre de Nusselt local :

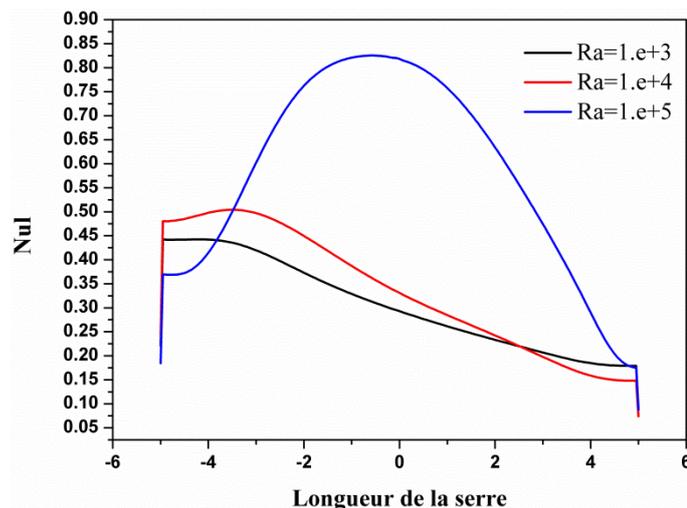


Figure 4.3.3 : Variation du nombre de Nusselt local pour différents Ra et ( $Re=50$ ).

La figure (4.3.3) représente la variation du nombre de Nusselt local le long de la surface chaude pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra. Ce nombre adimensionnel représente le transfert de chaleur et se calcule en fonction des grandeurs locales de température le long de la paroi chaude.

Le nombre de Nusselt local au niveau de la paroi chaude présente un maximum au cœur de la serre car à cet endroit, on est en présence d'un gradient de température très intense traduit par un échange thermique entre le jet froid et la paroi chaude. Cet échange de chaleur se stabilise le long de la paroi chaude car le gradient de température reste pratiquement constant tout le long de la surface chaude.

### 4.3.3.3 Distribution de la température et de la vitesse dans la serre :

Dans ce qui suit nous allons présenter la distribution de la température, et de la vitesse au sein de la serre, pour ce faire nous avons tracé trois axes A, B et C.

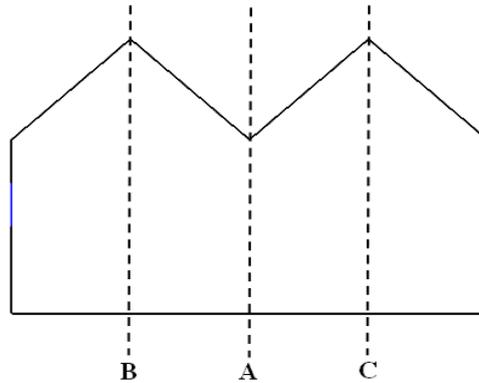


Figure 4.3.4 : Positionnement des axes.

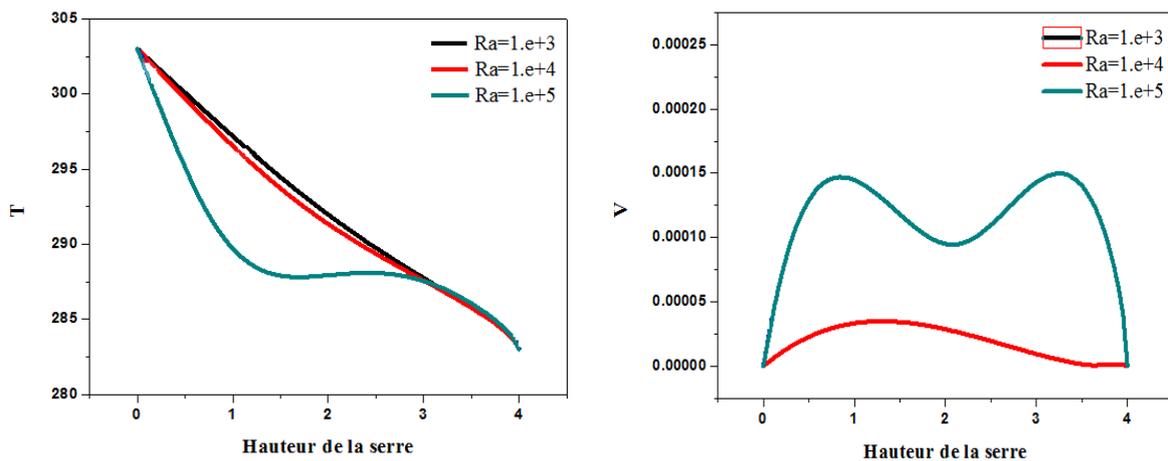


Figure 4.3.5 : Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (A) pour différents Ra et (Re=50).

Sur l'axe A la distribution de température verticale, pour  $Ra=10^3$ , le profil est linéaire; mais avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, le profil change dans l'intervalle de ( $ha \in [0.5 - 3]$ ), il y a une déviation qui traduit que le transfert est relativement convectif, (cf. figure (4.3.5)). Ceci est dû à l'augmentation du nombre de Rayleigh qui déclenche un écoulement thermique naturel vertical qui soulève le jet et le force à faire une recirculation dans le cœur de la serre. Les vitesses verticales représentées à l'axe A sur la même figure montre qu'il y a un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle ( $ha \in [0, 4]$ ), atteignant un maximum de 0.00014.

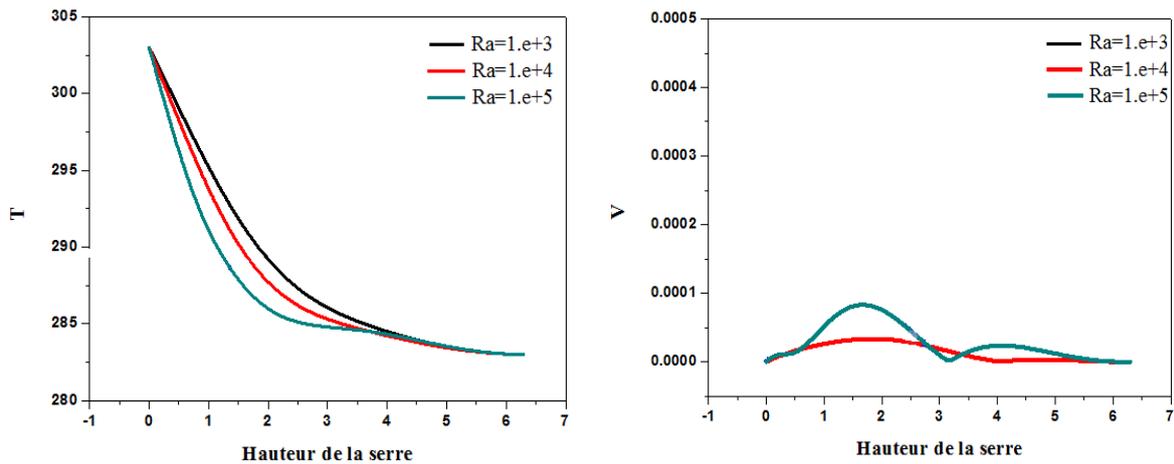


Figure 4.3.6: Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (B) pour différents Ra et ( $Re=50$ ).

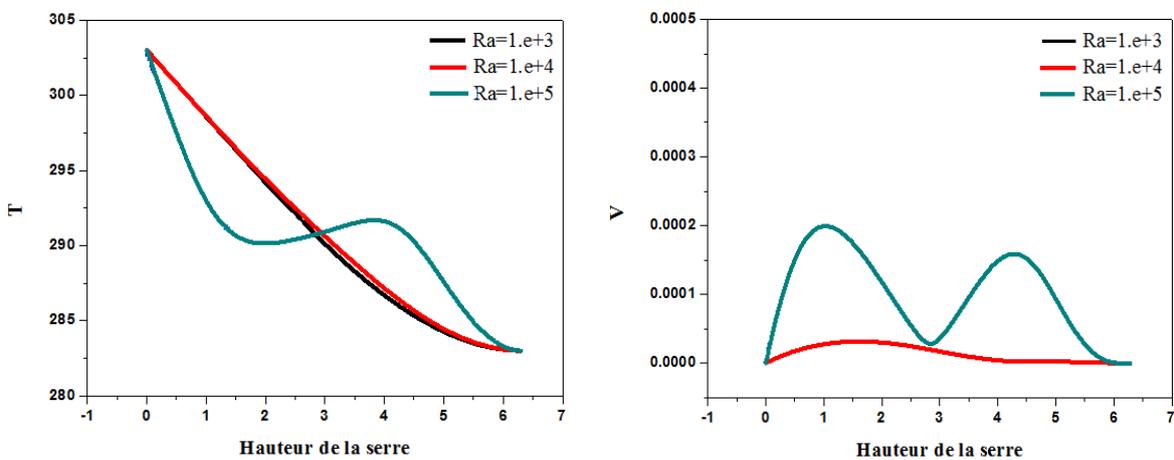


Figure 4.3.7 : Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) dans l'axe (C) pour différents Ra et ( $Re=50$ ).

Sur l'axe B, le profil de température diminue uniformément jusqu'à une hauteur où la température continue de diminuer dans la zone voisine du toit. Ceci explique le resserrement des lignes isothermes vers le haut de la serre comme le montre la figure (4.3.5). Nous avons remarqué que comme le montre la courbe, à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, l'échange de chaleur est plus rapide entre le sol et le toit. Toujours dans cet axe nous avons un mouvement sinusoïdal faible des vitesses, avec une vitesse maximale ne dépassant pas 0.0001. Mais, le profil des températures sur l'axe C de la figure (4.3.6) est presque parallèle, pour  $Ra \leq 10^4$  et ne se déforme légèrement qu'au milieu de la serre, alors que pour  $Ra=10^6$ , nous avons une déformation apparente dans l'intervalle  $Ha \in [1-4]$  ce qui traduit la dominance d'un écoulement en régime convectif. Les vitesses de l'axe C représentées sur la figure (4.3.6) ont un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle de  $Ha \in [0-6]$  atteignant un maximum de 0.0002 en valeur ultime.

#### 4.3.3.4 Influence du nombre de Reynolds :

Dans cette section, nous allons examiner l'effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et la distribution de température, pour cela nous avons varié l'intensité du jet d'air en faisant varier le nombre de Reynolds  $Re$  entre 10 et 500 et en fixant le nombre de Rayleigh à  $10^5$ .

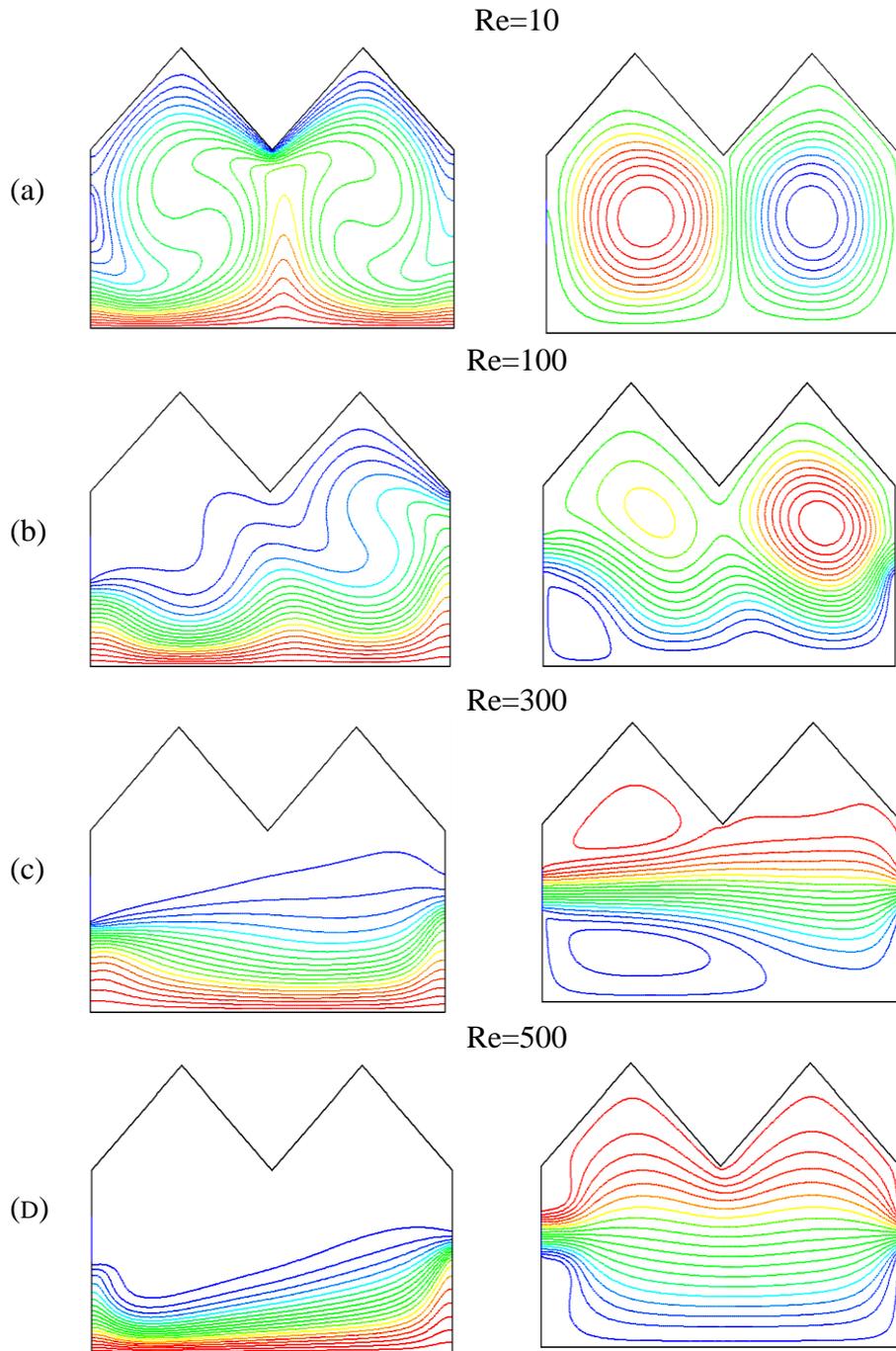


Figure 4.3.8 : Isothermes et lignes de courant pour différents  $Re$  et ( $Ra=10^5$ ).

Pour un nombre de Rayleigh important  $Ra=10^5$ , la compétition entre les cellules de convection naturelle et le jet d'air froid, conduit à différentes solutions du problème selon la valeur du nombre de Reynolds. Ainsi pour des valeurs faibles de  $Re$  ( $Re \leq 10$ ), deux cellules de convection naturelle existent (figure 4.3.6.a), elles ont une taille importante et entraînent le jet dès son entrée dans leurs cellules. Mais, pour  $10 < Re < 100$ , on constate, que le jet est assez puissant pour s'imposer sur l'écoulement naturel en ralentissant les deux cellules pour les faire disparaître au-delà de  $Re > 50$  (figure 4.3.6.b). La cellule principale qui se trouve au niveau de la paroi supérieure reste placée au-dessus du jet et longe toute la paroi supérieure empêchant tout contact entre cette dernière et l'écoulement forcé. Cette cellule est due à l'entraînement d'air, emprisonné dans la partie supérieure de serre par le jet. Elle tourne faiblement dans le sens trigonométrique. Notons également qu'au fur et à mesure que  $Re$  augmente, la cellule en haut du jet diminue de taille. Elle devient très petite. L'écoulement dans (figure 4.3.6.d) à  $Re=500$  au-dessus du sol chauffé de la serre passe alors en régime de convection forcée typique de celle d'un jet le long du sol de la serre agricole.

Les lignes isothermes très dispersés dans la partie supérieure de la serre pour les faibles valeurs de  $Re$ , se concentrent tout près de la paroi chaude lorsque  $Re$  devient relativement important ( $Re > 100$ ). Cela explique que, presque la totalité de la chaleur dégagée par la paroi chaude transite vers l'extérieur à travers l'ouverture du bas grâce à l'écoulement forcé. Une très faible quantité de chaleur traverse le jet par conduction pour atteindre la partie supérieure. Il en résulte qu'une partie importante de la serre est isotherme près du sol dans le cas des nombres de Reynolds élevés (figure 4.3.6.d).

#### 4.3.3.5 Distribution de la température et de la vitesse dans la serre :

Sur l'axe A la distribution de température, pour  $Re=10^5$  et différentes valeurs de Reynolds, le profil est linéaire; mais avec l'augmentation du nombre de Reynolds, le profil change dans l'intervalle de ( $h_a \in [1-3.5]$ ), la température décroît de façon linéaire, jusqu'à une hauteur proche du toit de la serre, pour compléter sa diminution, mais à mesure que le nombre de Reynolds augmente, l'échange thermique est plus rapide pour atteindre le toit, qui traduit que le transfert est relativement convectif, (cf. figure (4.3.9)). Les vitesses verticales représentées à l'axe A sur la même figure montre qu'il y a un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle ( $h_a \in [0, 4]$ ), atteignant un maximum de 0.00026.

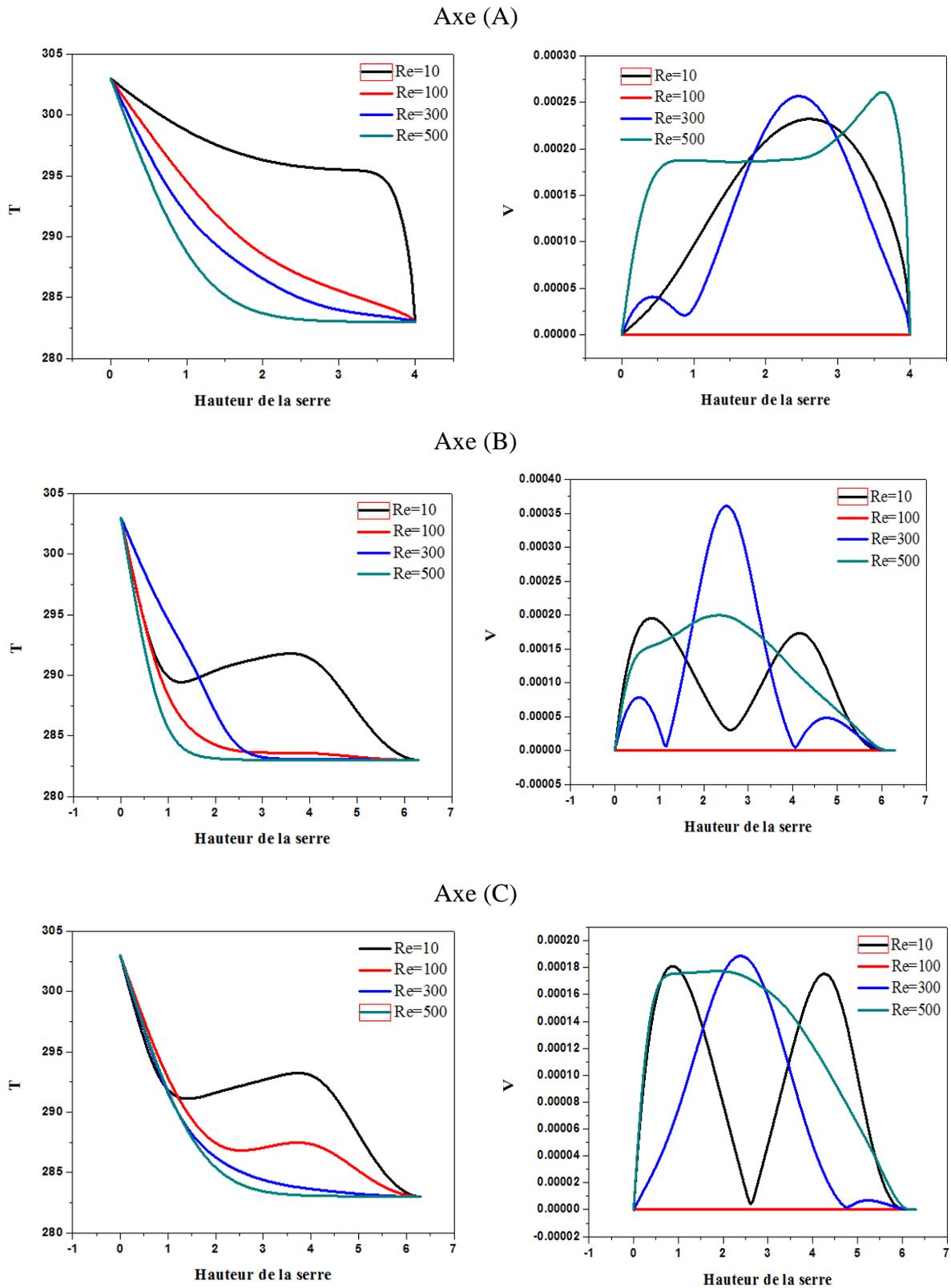


Figure 4.3.9 : Le profil de température (gauche) et de vitesse (droite) pour différents axes et Re pour ( $Ra=10^5$ ).

Sur l'axe B et C, le profil de température diminue uniformément jusqu'à une hauteur où la température continue de diminuer dans la zone voisine du toit. Ceci explique le resserrement des lignes isothermes vers le haut de la serre comme le montre la figure (4.3.9). Nous avons une déviation avec l'augmentation du nombre de Reynolds remarquable dans l'intervalle  $Ha \in [2-4.5]$  comme le montre la courbe, ce qui traduit la dominance d'un écoulement en régime convectif. Les vitesses sur les deux axes représentées sur la figure (4.3.9) ont un mouvement sinusoïdal remarquable dans l'intervalle de  $Ha \in [0,6]$  atteignant un maximum de 0.00036 en valeur ultime.

## Conclusion Générale

Nous avons étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle laminaire et permanente sous serre tunnel fermée et ouverte, l'effet du nombre de Rayleigh, le nombre des tubes  $Nt$ , le facteur de forme  $f$ , les positions des ouvertures  $P_s$  et les dimensions des ouvertures  $D_m$  sur la convection naturelle ont été analysés.

Pour cela nous avons opté pour un modèle basé sur la résolution numérique de la convection naturelle, en régime laminaire et permanent, en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant en coordonnées bicylindriques, ce modèle repose sur l'hypothèse de Boussinesq. Nous avons mis au point un code de calcul numérique (FORTRAN), basé sur une méthode aux volumes finis.

Dans cette première partie, nous avons trouvé que :

1. Les résultats des simulations numériques ont montré que la conduction est le régime de transfert de chaleur dominant pour les nombres de Rayleigh inférieurs à  $10^4$ , alors que la convection naturelle prévaut pour les nombres de Rayleigh supérieurs à  $10^4$  pour tous les cas traités.
2. L'effet du nombre de tubes  $Nt$  est également étudié. Il s'avère que le flux d'air et la température à l'intérieur de la serre sont fortement influencés par la présence des tubes chauffants. Ainsi, le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de tubes chauffants.
3. Avec l'augmentation du nombre de tubes, la convection naturelle devient plus intense jusqu'à  $Nt=7$ . Pour  $Ra=10^6$ , une valeur optimale du pourcentage d'amélioration du transfert de chaleur se produit lors de l'utilisation de 7 tubes, mais l'échange ne dépasse pas 2% par rapport à l'utilisation des 5 tubes. À cet égard, l'utilisation de 5 tubes s'avère plus rentable.
4. Le profil du nombre de Nusselt moyen; pour les faibles nombres de Rayleigh est quasi-linéaire, ce qui montre que les échanges thermiques sont dominés par la conduction pure, mais avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et du nombre de tubes  $Nt$ , la convection naturelle devient plus intense et le transfert de chaleur augmente.
5. Le nombre de Nusselt moyen et le débit volumique augmentent avec le décalage de la position d'ouverture de ventilation naturelle vers le centre de la serre avec un nombre de Rayleigh plus élevé.
6. La meilleure ventilation naturelle obtenue par rapport à la position optimale, qui est située près du centre du toit.
7. Avec l'augmentation de la dimension d'ouverture, la ventilation naturelle sera plus intense, ainsi que le débit volumique et les vitesses de sorties augmentent proportionnellement avec l'augmentation de  $D_m$ .
8. Les valeurs de la fonction de courant diminuent avec l'augmentation des dimensions des deux ouvertures.

Aussi nous avons étudié numériquement le phénomène de la convection mixte, en régime laminaire et permanent dans une serre double chapelles ouverte, traversée latéralement par un écoulement forcé.

Les équations de conservation de masse, de mouvement et d'énergie régissant ce phénomène, discrétisées par la méthode des volumes finis, ont été résolues numériquement avec un code commercial (FLUENT). L'effet du nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds sur la convection mixte ont été analysés.

Dans cette deuxième partie, nous avons trouvé que :

1. Le mode de transfert convectif est dominant lorsque le jet est faible ( $Re=10$ ), par ailleurs l'intensité de la convection naturelle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.
2. Lorsque  $Re$  devient relativement important ( $Re>100$ ), presque la totalité de la chaleur dégagée par le sol transite vers l'extérieur à travers l'ouverture grâce à l'écoulement forcé. Une très faible quantité de chaleur traverse le jet par conduction pour atteindre le toit.
3. La quantité de chaleur évacuée à travers la paroi inférieure chaude augmente en fonction des nombres de Reynolds et Rayleigh par une loi de puissance.

Il serait donc intéressant de proposer comme suite à ce travail, et pour se rapprocher plus de la réalité, la prise en considération du transfert de masse et du rayonnement, pour examiner leur effet, sur l'intensification des transferts de chaleur, aussi une étude technico-commercial pour une serre agricole.

## Annexe

### Coordonnées Bicylindrique

#### A.I. Introduction :

Dans le référentiel bipolaire représenté sur la figure (A.1), nous observons dans le plan  $(x, y)$  deux groupes de cercles:

- Les cylindres définies par  $u = \text{constante}$ , tracés autour des deux pôles  $x = -a$  et  $x = +a$ , centrés sur l'axe  $(x)$ .
- Les cylindres définis par  $v = \text{constant}$ , centrés sur l'axe  $(y)$ .

La translation de ces cercles parallèlement à l'axe  $(z)$  engendre une famille de cylindres.

Les coordonnées  $(\eta, \theta, Z)$  sont dites "coordonnées bicylindrique". Les surfaces  $\eta = \text{constantes}$  sont des cylindres dont les axes sont dans le plan  $xz$ ; Les surfaces  $\theta = \text{constantes}$  sont des cylindres avec des axes dans le plan  $yz$  et les surfaces  $z = \text{constantes}$  sont des plans parallèles.

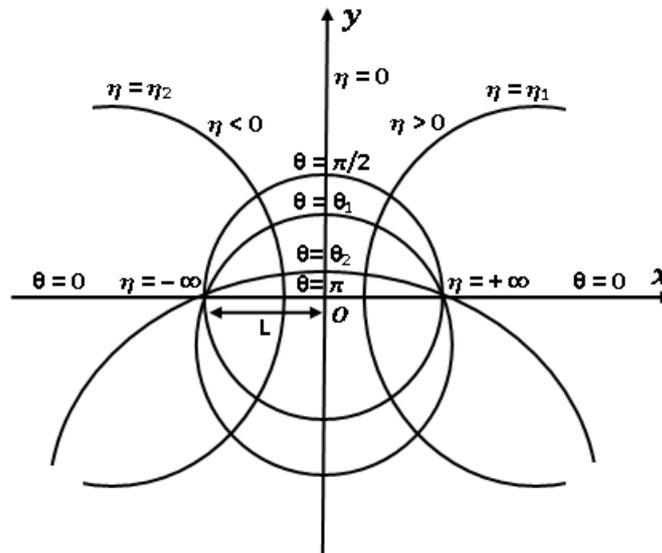


Figure. A.1 : Représentation schématique des coordonnées bicylindrique.

Le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées bi-cylindriques s'effectue à l'aide des relations suivantes:

$$\begin{cases} x = \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ y = \frac{a \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ Z = Z \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Ces formules s'établissent comme suit, d'après la théorie des variables complexes.

Considérons la fonction  $f$  définie par :

$$f(z) = a \frac{e^{\bar{z}_1+1}}{e^{\bar{z}_1-1}}$$

Avec :

$$Z_1 = \eta + i\theta$$

Posons :

$$f(z_1) = x + iy$$

On peut aussi écrire cette fonction sous la forme:

$$f(z_1) = a \coth\left(\frac{\eta+i\theta}{2}\right) \quad (\text{A.2})$$

Considérons la quantité:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\cosh(\eta+i\theta)}{\sinh(\eta+i\theta)} = \frac{e^\eta e^{i\theta} + e^{-\eta} e^{-i\theta}}{e^\eta e^{i\theta} - e^{-\eta} e^{-i\theta}}$$

En développant les termes exponentiels, nous obtenons :

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\cosh(\eta) \sinh(\eta) + i \sin(\theta) \cos(\theta) (\sinh^2(\eta) - \cosh^2(\eta))}{\cos^2(\theta) \sinh^2(\eta) + \sin^2(\theta) \cosh^2(\eta)}$$

Comme:

$$\cosh^2(\eta) - \sinh^2(\eta) = 1$$

Et

$$\cosh(\eta) \sinh(\eta) = \frac{1}{2} \sinh(2\eta)$$

Il vient:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{0.5(\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta))}{\cos^2(\theta) \sinh^2(\eta) + \sin^2(\theta) \cosh^2(\eta)}$$

Soit encore:

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta)}{\cosh(2\eta) + \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta)}$$

Puisque,

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \quad (\text{A.3})$$

La relation (A.3) se ramène à :

$$\coth(\eta + i\theta) = \frac{\sinh(2\eta) - i \sin(2\theta)}{\cosh(2\eta) + \cos(2\theta)}$$

On en déduit:

$$\coth\left(\frac{\eta-i\theta}{2}\right) = \frac{\sinh(\eta) + i \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)}$$

Introduisons cette valeur dans l'équation (A.2), il vient :

$$x + iy = a \left( \frac{\sinh(\eta) + i \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \right) \quad (\text{A.4})$$

L'identification de la partie réelle à  $x$  et de la partie imaginaire à  $y$  donne :

$$\begin{cases} x = \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ y = \frac{a \sin(\theta)}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \\ z = z \end{cases}$$

Les vecteurs unitaires de les cordonnées bicylindrique en fonction des cordonnées cartésiens :

$$\begin{cases} \vec{e}_\theta = \frac{-\sinh(\eta) \cdot \sin(\theta) \vec{i} + (\cosh(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \vec{j}}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ \vec{e}_\eta = \frac{-(\cosh(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \vec{i} - \sinh(\eta) \sin(\theta) \vec{j}}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases}$$

### A.II. Démonstration géométrique :

A partir du système (A.1), on a :

$$\cos(\theta) = \cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \quad \text{et} \quad \sin(\theta) = \frac{y}{x} \sinh(\eta)$$

Soit :

$$\cos^2(\theta) = \left( \cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \right)^2 \quad \text{et} \quad \sin^2(\theta) = \left( \frac{y}{x} \sinh(\eta) \right)^2$$

On en déduit :

$$\left( \cosh(\eta) - \frac{a}{x} \sinh(\eta) \right)^2 + \left( \frac{y}{x} \sinh(\eta) \right)^2 = 1$$

Après arrangement, nous obtenons:

$$(x - a \coth(\eta))^2 + y^2 = a^2 (\coth^2(\eta) - 1) \quad (\text{A.5})$$

Comme :

$$a^2 \coth^2(\eta) - a^2 = \frac{a^2}{\sinh^2(\eta)}$$

L'équation (A.5) devient:

$$(x - a \coth(\eta))^2 + y^2 = \frac{a^2}{\sinh^2(\eta)} \quad (\text{A.6})$$

C'est l'équation d'une famille de cercles dont les centres sont situés à l'abscisse  $x = a \coth(\eta)$  et de rayon  $\frac{a}{|\sinh(\eta)|}$

On remarque que la valeur de ce rayon tend vers l'infini lorsque  $\eta$  devient très petit. Cela signifie que la surface  $\eta$  se réduit au plan  $yz$ .

Le centre du cercle se déplace sur l'axe ( $x$ ) lorsque  $\eta$  varie si bien qu'il est situé en  $x=a$ , lorsque  $\eta$  tend vers l'infini.

Un calcul analogue conduit à:

$$x^2 + (y - a \cot(\theta))^2 = \frac{a^2}{\sin^2(\theta)} \quad (\text{A.7})$$

Cette équation représente une famille de cercles de rayon  $\frac{a}{|\sin(\theta)|}$ , qui passe par deux point fixes (pôles) de coordonnées  $(x=+a, y=0)$  et  $(x=-a, y=0)$ .

Dans le système de coordonnées bicylindrique,  $\eta$  varie entre  $(-\infty)$  et  $(+\infty)$ . Les valeurs positives et négatives de  $\eta$  correspondent aux cercles dont les abscisses des centres sont respectivement positives et négatives.

### A.II.1. Coefficients métriques :

En coordonnées cartésiennes, un élément de longueur s'écrit :

$$(\partial s)^2 = (\partial x)^2 + (\partial y)^2$$

En coordonnées polaires  $(r, \theta)$ ,  $(ds)^2$  est égal à :

$$(\partial s)^2 = (\partial r)^2 + r^2(\partial \theta)^2$$

Cet exemple nous conduit à écrire, dans le cas général :

$$(\partial s)^2 = h_1(\partial u_1)^2 + h_2(\partial u_2)^2$$

Ou :

$u_1$  et  $u_2$  sont des coordonnées curvilignes; les quantités  $h_1$  et  $h_2$ , les coefficients métriques qui sont fonction, en général, des coordonnées.

En coordonnées cartésiennes, on a  $h_x = h_y = 1$  et en coordonnées bi-cylindriques:

$$h_\eta = h_\theta = \frac{a}{\cosh(\eta) - \cos(\theta)} \quad \text{et} \quad h_z = 1$$

Ces coefficients sont obtenus en utilisant les transformations (1.1) et les définitions suivantes:

$$h_\eta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta}\right)^2 \quad (\text{A.8})$$

$$h_\theta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2 \quad (\text{A.9})$$

$$h_z^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)^2 \quad (\text{A.10})$$

Par suite, nous obtenons:

$$h_\eta^2 = h_\theta^2 = \frac{a^2}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \quad (\text{A.11})$$

$$h_z^2 = 1 \quad (\text{A.12})$$

En connaissant les coefficients métriques, on peut écrire les différentes expressions des gradients, divergences, rotationnels, etc....

$$\overline{grad}\varphi = \frac{1}{h} \left( \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} \vec{a}_\eta + \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} \vec{a}_\theta \right) + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{a}_z \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \text{div}\vec{V} = \frac{1}{h} (\cosh(\eta) - \cos(\theta)) \left\{ \frac{\partial}{\partial\eta} [(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^{-1} u] \right. \\ \left. + [(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^{-1} v] \frac{\partial}{\partial\theta} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{V} = \left[ \frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial\theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] \vec{a}_\eta + \left[ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial\eta} \right] \vec{a}_\theta + \\ \frac{\vec{a}_z}{h} (\cosh(\eta) - \cos(\theta)) \left[ \frac{\partial}{\partial\eta} \left( \frac{v}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \right) - \left( \frac{u}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \right) \frac{\partial}{\partial\theta} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{h} \left( \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} \right) + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \quad (\text{A.16})$$

Avec :

$\vec{a}_\eta, \vec{a}_\theta, \vec{a}_z$  Vecteurs unitaires suivant  $\eta, \theta, z$ .

### A.II.2. Formulation des équations de continuité, de la chaleur et du mouvement dans le système de coordonnées bicylindrique :

#### ✓ Equation de continuité :

En coordonnées curvilignes orthogonales, la divergence du vecteur  $\vec{V}$  est donnée par:

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} h_2 h_3 V_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} h_1 h_3 V_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} h_1 h_2 V_3 \right] \quad (\text{A.17})$$

Avec :

$X_1, X_2, X_3$  : Coordonnées curvilignes.

$h_1, h_2, h_3$  : Coefficient métriques suivant  $X_1, X_2, X_3$ .

$V_1, V_2, V_3$  : Composantes de vitesses  $X_1, X_2, X_3$ .

Puisqu'en coordonnées bicylindrique, nous avons:

$$\begin{cases} h_1 = h_\eta \\ h_2 = h_\theta \\ h_3 = h_z \end{cases}$$

Alors la relation (1.17) devient :

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{h^2} \left[ \frac{\partial}{\partial\eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial\theta} (hV_\theta) \right] \quad (\text{A.18})$$

Ainsi  $\text{div}(\vec{V}) = 0$ , se traduit par:

$$\frac{\partial}{\partial\eta} (hV_\eta) + \frac{\partial}{\partial\theta} (hV_\theta) = 0 \quad (\text{A.19})$$

#### ✓ Equation de la chaleur :

L'équation peut se mettre sous la forme :



$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (\text{A.26.b})$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[ \frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (\text{A.27.a})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2}{a^2} \left[ -\frac{a \sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{a(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (\text{A.27.b})$$

En portant ces valeurs dans l'expression (1.22), il vient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))}{a} \left[ F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (\text{A.28})$$

Avec :

$$\begin{cases} F(\eta, \theta) = \frac{(1 - \cos(\theta) \cosh(\eta))}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \\ G(\eta, \theta) = \frac{\sin(\theta) \sinh(\eta)}{(\cosh(\eta) - \cos(\theta))} \end{cases}$$

Finalement, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{V_\eta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{V_\theta}{h} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} = \frac{g\beta}{h} \left[ F(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \eta} - G(\eta, \theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] + \frac{\vartheta}{h^2} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right)$$

Les vecteurs de vitesse en coordonnées bicylindrique s'écrit :

$$\begin{cases} U = \frac{-1}{(\text{csch}(\eta) - \cos(\theta))} [(\text{csch}(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \cdot U_\eta + (\sinh(\eta) \cdot \sin(\theta)) \cdot U_\theta] \\ V = \frac{-1}{(\text{csch}(\eta) - \cos(\theta))} [(\sinh(\eta) \cdot \sin(\theta)) \cdot U_\eta - (\text{csch}(\eta) \cdot \cos(\theta) - 1) \cdot U_\theta] \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

### A.II.3. La relation de facteur de forme dans le système de coordonnées bicylindrique :

Le facteur de forme  $L/H$  (longueur divisée par hauteur) :

$$f = \frac{2a}{H} = \frac{2 \cdot \sin(\theta_2)}{(1 - \cos(\theta_1))} ; f \leq 1$$

Avec  $\theta_1 = \pi$  (le sol)

$\theta_2 \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ , pour prendre la forme réelle de la serre la valeur maximum de  $\theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$

$$\text{Exemple : } \theta_1 = 1.4 * \frac{\pi}{2} = 126^\circ \longrightarrow f = 0.8$$

Avec :  $a = 1m$  ;  $h = 2.5m$ .

---

**Références bibliographiques**

- [1] B-H. Chang, Numerical study of flow and heat transfer in differentially heated enclosures, *Therm. Sci.*, vol. 18, no. 2, pp. 451–463, (2014).
- [2] M. Corcione, Effects of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above, *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 42, no. 2, pp. 199–208, (2003).
- [3] R. Benchabi, A. Lanani, Two-Dimensional numerical simulation of natural convection in a square cavity, *Mechanika*, vol. 23, no. 4, pp. 545–551, (2017).
- [4] G. A. Holtzman, R. W. Hill, K. S. Ball, Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, *J. Heat Transfer*, vol. 122, no. 3, pp. 485–491, (2000).
- [5] M. Perić, Natural convection in trapézoïdales cavities, *Numerical Heat Transfer , Part A* vol. 24, pp. 213–219, (1993).
- [6] S. Das, Y. Morsi, Natural convection inside dome shaped enclosures, *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, vol. 12, no. 2–3, pp. 126–141, (2002).
- [7] Y. S. Morsi, S. Das, Numerical investigation of natural convection inside complex enclosures, *Heat Transf. Eng.*, vol. 24, no. 2, pp. 30–41, (2003).
- [8] U-C. Shin, J. Khedari, C. Mbow, M. Daguénet, Etude théorique de la convection naturelle thermique à l'intérieur d'une calotte cylindrique d'axe horizontal, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, no. 14, pp. 2007–2016, (1994).
- [9] Z. Kabdi, U-C. Shin, C. Mbow, M. Daguénet, Convection thermique naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle dans des lunules cylindriques, *Rev Gén Therm*, pp. 319–329, (1997).
- [10] M. Djezzar, M. Daguénet, Natural steady convection in a space annulus between two elliptic confocal ducts: Influence of the slope angle, *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, vol. 73, no. 1, pp. 88–95, (2006).
- [11] M. Djezzar, A. Chaker, M. Daguénet, Numerical Study of Bidimensional Steady Natural Convection in a Space Annulus Between Two Elliptic Confocal Ducts Influence of the Internal Eccentricity, *Rev.Energ.Ren.*, vol. 8, no. 1, pp. 63–72, (2005).
- [12] C-L. Chen, C-H. Cheng, Buoyancy-induced flow and convective heat transfer in an inclined arc-shape enclosure, *Int.J.Heat Fluid Flow*, vol. 23, no. 6, pp. 823–830, (2002).
- [13] A. Bouras, M. Djezzar, C. Ghernoug, Numerical simulation of natural convection between two elliptical cylinders: Influence of Rayleigh number and Prandtl number, *Energy Procedia*, vol. 36, pp. 788–797, (2013).
- [14] S. Dalai, B. Tripathy, S. Mohanta, B. Sahu, Green-houses: Types and Structural Components, *Prot. Cultiv. Smart Agric.*, no. December, pp. 09–17, (2020).
- [15] T. Nacima, Numerical simulation of natural convection in a horticultural greenhouse heated from below, *Heat Transf. Res*, vol.35, no.3–4, pp.302–335, (2004).

- [16] S. Bougoul, S. Zeroual, T. Boulard, F. Azil, Simulation numérique du mouvement d'air et de la variation de température dans des serres chauffées, *Rev. des Energies Renouvelables*, vol. CER'07 Ouj, pp. 209–212, (2007).
- [17] B. Ghernaout, M. E. Attia, S. Bouabdallah, Z. Driss, M. L. Benali, Heat and fluid flow in an agricultural greenhouse, *Int. J. Heat Technol*, vol.38, no.1, pp.92–98, (2020).
- [18] Y. Babi, A. Dobbi, M. Saighi, B. Bouchekima, Heating an Agricultural Greenhouse By Using geothermal energy, *Rev. des Energies Renouvelables*, vol. CER'07 Ouj, pp. 265–268, (2007).
- [19] N. Dihmani, H. Bouali, A. Mezrhab, L. Elfarh, Simulation numérique des transferts thermiques dans une serre agricole chauffée par des blocs solides isothermes, *Rev. des Energies Renouvelables*, vol. CER'07 Ouj, pp. 221–224, (2007).
- [20] M. K. Ghosal, G. N. Tiwari, Mathematical modeling for greenhouse heating by using thermal curtain and geothermal energy, *Sol. Energy*, vol.76, no.5, pp. 603–613, (2004).
- [21] S. Bezari, D. Lalmi, A. Babou, Chauffage des Serres avec Stockage Thermique : étude & investigation, *Proc. Eng. Technol.*, vol. 14, no.December 2016, pp.23-28, (2016).
- [22] D. Lalmi, S. Bezari, H. Bensaha, M. Guermouai, A. Rabehi, B. Abdelouahab, R. Hadeif, Analysis of thermal performance of an agricultural greenhouse heated by a storage system, *Modl, Measurement and Control B*, vol. 87, no. 1, pp. 15–20, (2018).
- [23] B. Draoui, M. Benyamine, Y. Touhami, B. Tahri, Simulation Numérique de la Convection Naturelle en Régime Laminaire Transitoire dans une Serre Tunnel Chauffée par le Bas ( Flux ), *Rev. Energ. Ren.*, pp. 141–145, (1999).
- [24] B. Draoui, M. Benyamine, R. Taïbi, O. Hami, Simulation Numérique de la Convection Naturelle en Régime Laminaire et Transitoire d'une Serre Monochapelle Chauffée par le bas (Flux), *Rev. Energ. Ren.*, pp. 67–73, (2000).
- [25] D. Lalmi, A. Benseddik, H. Bensaha, M.T. Bouzaher, T. Arrif, M. Guermouai, A. Rabehi, Evaluation and estimation of the inside greenhouse temperature, numerical study with thermal and optical aspect, *Int. J. Ambient Energy*, ISSN: 0143-0750, pp. 1–18, (2019).
- [26] A. Mezrhab, L. Elfarh, H. Naji, D. Lemonnier, Computation of surface radiation and natural convection in a heated horticultural greenhouse, *Appl. Energy*, vol. 87, no. 3, pp. 894–900, (2010).
- [27] T. Bartzanas, M. Tchamitchian, C. Kittas, Influence of the heating method on greenhouse microclimate and energy consumption, *Biosyst. Eng.*, vol. 91, no. 4, pp. 487–499, (2005).
- [28] D. Lalmi, H. Bensaha, A. Benseddik, R. Zarrit, M. Guermouai, A. Rabehi, M.T. Bouzaher, Comparative study of geometrical configuration at the thermal performances of an agricultural greenhouse, *E3S Web Conf., ICREN 2018*, vol. 61, (2018).
- [29] M. Taki, Y. Ajabshirchi, S. F. Ranjbar, A. Rohani, M. Matloobi, Modeling and experimental validation of heat transfer and energy consumption in an innovative greenhouse structure, *Inf. Process. Agric.*, vol. 3, no. 3, pp. 157–174, (2016).

- [30] F. Benabderrahmane, B. Draoui, M. Douha, N. Kaid, A. Merabti, A. Sahli, H. Mounzar, The lattice Boltzmann method use to simulate natural convection in a single-chapel greenhouse, *Int. J. Des. Nat. Ecodynamics*, vol. 15, no. 4, pp. 499–505, (2020).
- [31] S. Kruger, L. Pretorius, Numerical investigation of natural convection in a mono-span greenhouse, *ASME 2012 11th Bienn. Conf. Eng. Syst. Des. Anal. ESDA 2012*, vol. 2, pp. 91–100, (2012).
- [32] E. Bilgen, H. Oztop, Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities, *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 48, no. 8, pp. 1470–1479, (2005).
- [33] E. Bilgen, A. Muftuoglu, Natural convection in an open square cavity with slots, *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 35, no. 8, pp. 896–900, (2008).
- [34] A. A. Mohamad, Natural convection in open cavities and slots, *Numer. Heat Transf. Part A Appl.*, vol. 28, no. 1, pp. 705–716, (1995).
- [35] M. Prakash, S. B. Kedare, J. K. Nayak, Numerical study of natural convection loss from open cavities, *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 51, no. 1, pp. 23–30, (2012).
- [36] A. A. Mohamad, M. El-Ganaoui, R. Bennacer, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in an open ended cavity, *Int. J. Therm. Sci.*, vol.48, no.10, pp.1870–1875, (2009).
- [37] Y.L. Chan, C.L. Tien, A numerical study of two-dimensional laminar natural convection in shallow open cavities, *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 28, no. 3, pp. 603–612, (1985).
- [38] A. A. Ali, G. N. Milad, H. M. Ali, Effect of natural ventilation and wind direction on the thermal performance of a building ceiling, *ISES Sol. World Congr. 2007*, ISES 2007, vol. 1, pp. 436–440, (2007).
- [39] E. Rico-García, I. L. Lopez-Cruz, G. Herrera-Ruiz, G. M. Soto-Zarazúa, R. Castañeda-Miranda, Effect of temperature on greenhouse natural ventilation under hot conditions: Computational fluid dynamics simulations, *J. Appl. Sci.*, vol. 8, no. 24, pp. 4543–4551, (2008).
- [40] J.C. Roy, T. Boulard, C. Kittas, S. Wang, Convective and ventilation transfers in greenhouses, part 1: The greenhouse considered as a perfectly stirred tank, *Biosyst. Eng.*, vol. 83, no. 1, pp. 1–20, (2002).
- [41] D.K. Fidaros, C.A. Baxevanou, T. Bartzanas, C. Kittas, Numerical simulation of thermal behavior of a ventilated arc greenhouse during a solar day, *Renew. Energy*, vol. 35, no. 7, pp. 1380–1386, (2010).
- [42] A. Senhaji, M. Mouqallid, H. Majdoubi, Etude de l'influence des ouvrants d'aération sur le taux de flux de masse d'air et la ventilation naturelle d'une serre, *AMT2016/AMT\_165*, no. May, pp. 18–19, (2016).
- [43] I.M. Al-Helal, S.A. Waheeb, A.A. Ibrahim, M.R. Shady, A.M. Abdel-Ghany, Modified thermal model to predict the natural ventilation of greenhouses, *Energy Build.*, vol. 99, pp. 1–8, (2015).
- [44] T. Boulard, P. Feuilloley, C. Kittas, Natural ventilation performance of six greenhouse

- and tunnel types, *J. Agric. Eng. Res.*, vol. 67, no. 4, pp. 249–266, (1997).
- [45] E.A. Villagrán, C.R. Bojacá, Effects of surrounding objects on the thermal performance of passively ventilated greenhouses, *J. Agric. Eng.*, vol. 50, no. 1, pp. 20–27, (2019).
- [46] C. Kittas, T. Bartzanas, Greenhouse microclimate and dehumidification effectiveness under different ventilator configurations, *Build. Environ.*, vol. 42, no. 10, pp. 3774–3784, (2007).
- [47] Y. Slatni, M. Djezzar, L'influence de nombre de Richardson sur la convection mixte dans une serre agricole, *The 4th Int Sem on New and Ren Eng*, pp. 2–5, (2016).
- [48] C. Lebbal, S. Bougoul, S. Zeroual, Simulation of natural ventilation inside tunnel greenhouse, *Int. J. Heat Technol.*, vol. 38, no. 3, pp. 752–757, (2020).
- [49] T. Bartzanas, T. Boulard, C. Kittas, Effect of vent arrangement on windward ventilation of a tunnel greenhouse, *Biosyst. Eng.*, vol. 88, no. 4, pp. 479–490, (2004).
- [50] J. Ramachandran, R. Lalitha, Estimation of Ventilation Rate in Naturally Ventilated Greenhouse with Continuous Roof Vent, *Environment and Ecology* 37 (1B), pp: 349-358, (2019).
- [51] G. Papadakis, A. Frangoudakis, S. Kyritsis, Mixed, forced and free convection heat transfer at the greenhouse cover, *J. Agric.Eng.Res*, vol. 51, no. C, pp. 191–205, (1992).
- [52] M. Kacira, T. H. Short, R. R Stowell, A CFD evaluation of naturally ventilated, multi-span, sawtooth greenhouses, *Am.Soc.Agric.Eng*, vol. 41, no. 330, pp. 833–836, (1998).
- [53] I. Consultants, Le chauffage des serres agricoles, *Valoris. des rejets Therm. Ind. agro-industries* , pp. 1–9.
- [54] A. Yahiaoui, M. Djezzar, H. Naji, Numerical computation of natural convection inside a curved-shape nanofluid-filled enclosure with nonuniform heating of the bottom wall, *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 30, no. 1, pp. 1–23, (2019).
- [55] P. Lucht, Bipolar Coordinates and the Two-Cylinder Capacitor, vol. 53, no. June 15, pp. 1–71, (2015).
- [56] H. Schlichting, K. Gersten, Boundary Layer Theory, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 20, no. 1. pp. 155–157, (1979).
- [57] J. Vovelle, Introduction à la methode des volumes finis, pp. 1–17, (2011).
- [58] O. Analyse, Formules de Taylor-Applications, pp. 40–48, (2007).
- [59] S. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow: Computational methods in mechanics and thermal science, Hemisphere Publication Corporation, Washington, DC. pp. 1–197, (1980).
- [60] V. S. Vikhrenko, Heat transfer : Engineering applications, IntechOpen, DOI: 10.5772/2434, (2011).
- [61] A. Sharma, Introduction to Computational Fluid Dynamics, ( 2016).
- [62] Y. Slatni, M. Djezzar, and T. Messai, Numerical investigation of natural convection

- with heated tubes in tunnel greenhouse, *J. Therm. Eng.*, vol. 7, no. 4, pp. 731–745, (2021).
- [63] Y. Slatni, Simulation numerique de la convection naturelle dans une serre agricole semi cylindrique fermee chauffee par le bas, Thèse magistère, Univ. Constantine, (2012).
- [64] Y. Slatni Yassine, M. Djeddar, R. Benderradji, Simulation numerique de la convection mixte dans une serre double chapelles, *ICEMAEP 2018.*, ISBN. 978-9931-9229-5-7, vol. 2, PP. 1242-1249, (2018).

## Résumé

L'auteur propose dans ce travail, l'étude numérique du phénomène de la convection naturelle, dans une serre fermée et ouverte, aussi une étude numérique du phénomène de la convection mixte, en dans une serre double-chapelles ouverte, traversée latéralement par un écoulement forcé en régime laminaire et permanent. Ces deux types de serre sont remplis par un fluide newtonien et incompressible. Le nombre de Prandtl est fixé à 0.702 (cas de l'air).

Pour la serre tunnel, en utilisant l'approximation de Boussinesq et la formulation vorticité-fonction de courant, l'écoulement est modélisé par les équations différentielles aux dérivées partielles: les équations de continuité et des quantités de mouvement sont exprimées dans un système de coordonnées dites "Bicylindriques". Nous avons pris comme conditions de chauffage et de ventilation ce qui suit: Des parois isothermes pour notre serre ( $T_H$  pour les tubes,  $T_M$  près des tubes de chauffage et  $T_C$  pour le toit, avec  $T_H > T_M > T_C$ ). L'écoulement convectif est régi par différents paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ),  $10^3 \leq Ra \leq 10^3$ , le nombre des tubes ( $N_t$ ),  $1 \leq N_t \leq 7$  et le facteur de forme ( $f$ ),  $0 < f \leq 1$ . Ainsi que trois positions d'ouvertures naturelles ( $P_s$ ) sont prises en considération ainsi que leurs dimensions d'ouverture ( $D_m$ ).

Les équations directrices écrites en coordonnées bicylindriques ont été discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis et de la formulation vorticité-fonction de courant ; les équations algébriques résultantes ont été résolues en utilisant la méthode de relaxations successives. Concernant la validation du code de calcul, nos résultats et ceux de la littérature sont en très bon accord. L'influence des paramètres physiques et géométriques ont été examinés. Dans le 1<sup>er</sup> cas de la serre fermée avec chauffage par des tubes sous-sol, l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur a été examiné pour un nombre fixe de tubes comme référence ( $N_t=3$ ), le nombre de tubes a été modifié par la suite, pour voir son influence sur le transfert de chaleur dans la serre, ceci d'une part, d'autre part l'effet de la géométrie du système sur le phénomène de la convection naturelle dans la serre a été aussi pris en considération. Par contre dans le 2<sup>ème</sup> cas, où on a étudié numériquement la convection naturelle dans une serre ouverte, contenant deux ouvertures dans le toit, nous avons examiné l'effet de la position de l'ouverture avec trois positions différentes, ainsi que l'effet de la dimension de ces ouvertures sur le transfert de chaleur interne et le climat de la serre tunnel.

Pour la serre double-chapelles ouverte, nous avons pris comme conditions de chauffage pour notre serre ( $T_H$  pour le sol et  $T_C$  pour le toit, avec  $T_H > T_C$ ).

Les équations régissant ce phénomène, discrétisées par la méthode des volumes finis, ont été résolues numériquement avec un code commercial Fluent. Nous avons examiné l'effet des paramètres qui caractérisent le transfert de chaleur, et la structure d'écoulement. Plusieurs situations ont été envisagées en faisant varier le nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ ) et le nombre de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 500$ ).

**Mots clés :** Transfert de chaleur, convection naturelle, convection mixte, coordonnées bicylindriques, chauffage serre tunnel, serre double-chapelles, ventilation naturelle, position et dimension d'ouverture, formulation vorticité-fonction de courant, volumes finis.

## **Title: Contribution to the numerical study of convection in closed and open greenhouses.**

### **Abstract**

The author proposes in this work, the numerical study of the natural convection phenomenon, in a closed and open greenhouse, also a numerical study of the phenomenon of mixed convection, in an open double-chapel greenhouse, crossed laterally by a forced flow in steady and laminar regime. These two types of greenhouse are filled with a Newtonian and incompressible fluid. The number of Prandtl is fixed at 0.702 (case of air).

For the tunnel greenhouse, using the Boussinesq approximation and the vorticity-stream function formulation, the flow is modelled by partial differential equations: the continuity and the momentum equations expressed in a system of coordinates known as "Bicylindric». We took conditions of heating and ventilation as: Isothermal walls for our greenhouse ( $T_H$  for tubes,  $T_M$  near heating tubes and  $T_C$  for the roof, with  $T_H > T_M > T_C$ ). the convective flow is governed by different control parameters, namely Rayleigh number ( $Ra$ ),  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ , tubes number ( $N_t$ ),  $1 \leq N_t \leq 7$  and the form factor ( $f$ ),  $0 < f \leq 1$ . Also three positions of natural openings ( $P_s$ ) are taken into consideration as well as their opening dimensions ( $D_m$ ).

The guideline equations written in bicylindrical coordinates were discretized using the finite volume method and the vorticity-stream function formulation; the resultant algebraic equations were solved using the successive over relaxations method. Concerning the calculation code validation, our results and those of the literature are in very good agreement. The influences of physical and geometric parameters were examined. In the first case of the closed greenhouse with heating tubes, the Rayleigh number effect on the heat transfer was examined for a fixed number of tubes as a reference ( $N_t=3$ ), the number of tubes was subsequently modified, to see its influence on the heat transfer in the greenhouse, this on the one hand, on the other hand, the geometry system effect on the natural convection phenomenon on the greenhouse was also taken into account. On the other hand, in the second case, where we studied numerically the natural convection in an open greenhouse, containing two openings in the roof, we examined the opening position effect with three different positions, as well as the opening size effect on the heat transfer and the climate inside the greenhouse tunnel.

For the open double-chapel greenhouse, we took as heating conditions for our greenhouse ( $T_H$  for the ground and  $T_C$  for the roof, with  $T_H > T_C$ ). The equations governing this phenomenon, discretized by the finite volume method, were solved numerically with a commercial code Fluent. We examined the effect of the parameters that characterize the heat transfer, and the flow structure. Several situations have been considered by varying the Rayleigh number ( $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ ) and the Reynolds number ( $10 \leq Re \leq 500$ ).

**Keywords:** Heat transfer, natural convection, mixed convection, bicylindrical coordinates, heating tunnel greenhouse, double chapel greenhouse, natural ventilation, opening position and size, vorticity-stream function formulation, finite volume method.

## العنوان:

المساهمة في دراسة عددية للحمل الحراري في البيوت البلاستيكية المغلقة و المفتوحة

## ملخص:

قمنا في إطار هذا العمل بدراسة عددية لظاهرة انتقال الحرارة عن طريق الحمل الحراري الطبيعي، داخل بيت بلاستيكي مغلق و مفتوح، كذلك قمنا بدراسة عددية لظاهرة انتقال الحرارة عن طريق الحمل الحراري المختلط داخل بيت بلاستيكي مزدوج السقف، بوجود تدفق قصري جانبي، في نظام رقائق و دائم. هاذين البيتين مملوءان بمائع نيوتوني و غير قابل للانضغاط، رقم برونتال ثابت  $Pr = 0.702$  (حالة الهواء).

بالنسبة للبيت البلاستيكي النفقي، استعملنا مقاربة Boussinesq، كذلك استعملنا صيغة التدويم- دوال التيارات. يتم نمذجة التدفق بواسطة المعادلات التفاضلية الجزئية التفاضلية، يتم التعبير عن معادلات الاستمرارية وكميات الحركة في نظام إحداثيات يسمى "Bicylindrique"، أين أخذنا شروط التدفئة و التهوية كمايلي: جدران متساوية الحرارة للبيت البلاستيكي أين  $(T_H)$  للأنابيب التدفئة،  $T_M$  بالقرب من أنابيب التدفئة و  $T_C$  للسقف، مع  $(T_H > T_M > T_C)$ . يخضع تدفق الحمل الحراري لمعاملات تحكم مختلفة، وهي رقم  $Ra$  حيث  $(10^3 \leq Ra \leq 10^6)$ ، عدد الأنابيب  $Nt$  حيث  $(1 \leq Nt \leq 7)$ ، و عامل الشكل  $f$  حيث  $(0 \leq f \leq 1)$ . أيضا يتم أخذ ثلاثة أوضاع فتح طبيعية  $(P_s)$  في الاعتبار بالإضافة إلى أبعاد الفتح  $(D_m)$ .

تم تحديد المعادلات المتحكممة المكتوبة بإحداثيات شبه أسطوانية باستخدام طريقة الحجم المحدود و صياغة التدويم- دوال التيارات؛ بعدها تم حل المعادلات الجبرية الناتجة باستخدام طريقة الاسترخاء المتتالية. فيما يتعلق بالتحقق من صحة برنامج الحساب، فإن نتائجنا و نتائج المؤلفات في توافق جيد جدًا. تمت دراسة تأثير المعاملات الفيزيائية و الهندسية. في الحالة الأولى من الدراسة التدفئة للبيت البلاستيكي مع وجود أنابيب التسخين. أين تمت دراسة تأثير رقم رايلي على نقل الحرارة لعدد ثابت من الأنابيب كمرجع  $(Nt=3)$ ، لاحقًا تمت زيادة عدد الأنابيب، لمعرفة مدى تأثيرها على انتقال الحرارة في البيت البلاستيكي من هذه الناحية، و من ناحية أخرى تم أخذ تأثير ارتفاع البيت البلاستيكي بعين الاعتبار. من جهة أخرى، و في الحالة الثانية، أين درسنا عددًا الحمل الحراري الطبيعي في بيت بلاستيكي بفتحات. تحتوي على فتحتين في السقف، قمنا بدراسة تأثير موضع الفتحات بثلاثة أوضاع مختلفة، وكذلك تأثير حجم هذه الفتحات على انتقال الحرارة و المناخ داخل البيت البلاستيكي.

بالنسبة إلى الدفينة شكل الكنيسة مزدوج السقف و بفتحات على الجانبين، اتخذنا ظروف تدفئة للبيت  $(T_H)$  للأرض و  $T_C$  للسقف، مع  $(T_H > T_C)$ .

تم حل المعادلات التي تحكم هذه الظاهرة، والتي تم تحديدها بطريقة الحجم المحدود، تم حلها رقميًا عن طريق برنامج تجاري Fluent درسنا تأثير المعاملات التي تميز انتقال الحرارة و هيكل التدفق. تم دراسة في العديد من الحالات من خلال تغيير رقم رايلي  $(10^3 \leq Ra \leq 10^5)$  و رقم رينولدز  $(10 \leq Re \leq 500)$ .

**المفاتيح:** نقل الحرارة، الحمل الحراري الطبيعي، الحمل الحراري المختلط، إحدائيات شبه أسطوانية، التدفئة للبيت بلاستيكي نفقي، بيت بلاستيكي مزدوج السقف، التهوية الطبيعية، موضع الفتحات و أبعادها، صياغة التدويم- دوال التيارات، طريقة الحجم المنتهية.