



## *Remerciements*

Tout d'abord je remercie Monsieur **BOUFENDI Toufik** professeur à l'université Frères Mentouri Constantine 1 pour m'avoir encadré tout le long de mon parcours de doctorat. C'est un grand honneur de bénéficier de son expérience, ses précieux conseils et sa présence dans toutes les circonstances.

J'adresse mes profonds remerciements aux membres de Jury qui ont bien voulu accepter de lire cette thèse et d'apporter des critiques appropriées. Monsieur **BELLEL Nadir** professeur du département de physique de l'université Frères Mentouri Constantine 1 qui a accepté gentiment de présider le jury, Monsieur **GUELLAL Messaoud** professeur département de physique de l'université Ferhat Abbas-Sétif et à Monsieur **LAOUAR Salah** professeur à l'université Larbi Ben M'Hidi d'Oum El Bouaghi qui ont accepté de consacrer de leur temps à l'examen de cette thèse.

## *Dédicaces*

Je tiens aussi à remercier Monsieur **TOUAHRI Sofiane** Maître de Conférences à l'université Frères Mentouri Constantine 1 de m'avoir aidé dans ce travail de recherche.

Mes sincères remerciements à mes collègues doctorants au laboratoire de Physique Energétique, **BOUZERZOUR Abdesselam**, **CHAIB Ismahane**, **NEDJAR Achraf** et **LAHMER Yousra** pour leur soutien.

---

*Je dédie ce travail à mes chers parents, à ma  
fiancée, ma sœur et mon frère*

## *Table des matières*

<b>NOMENCLATURE</b> .....	<b>I</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>III</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>VI</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	<b>2</b>
<b>CHAPITRE 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	<b>5</b>
<b>1 ÉCOULEMENT ET TRANSFERT DE CHALEUR DANS DES CONDUITS</b> .....	<b>5</b>
<b>2 LES NANOFLUIDES</b> .....	<b>6</b>
2.1 INTRODUCTION .....	6
2.2 LES NANOPARTICULES ET LES FLUIDES PORTEURS .....	7
2.3 PRODUCTION DES NANOFLUIDES ET DES NANOPARTICULES .....	9
2.3.1 <i>Méthode à une seule étape</i> .....	9
2.3.2 <i>Méthode à deux étapes</i> .....	9
2.4 COUT DES NANOFLUIDES .....	9
2.5 IMPACT DES NANOFLUIDES SUR LA CONDUCTIVITE THERMIQUE.....	11
2.5.1 <i>Nanofluides à base d'oxydes métalliques</i> .....	11
2.5.2 <i>Nanofluides à base de nanoparticules métalliques</i> .....	11
2.5.3 <i>Nanofluides à base de nanotube de carbone</i> .....	12
2.6 PARAMETRES INFLUANT SUR LA CONDUCTIVITE THERMIQUE DES NANOFLUIDES.....	14
2.6.1 <i>Concentration des nanoparticules</i> .....	14
2.6.2 <i>Type des nanoparticules</i> .....	14
2.6.3 <i>Effet du fluide de base</i> .....	14
2.6.4 <i>Taille des nanoparticules</i> .....	15
2.6.5 <i>Effet du rapport d'aspect et de la forme des nanoparticules</i> .....	16
2.6.6 <i>Effet de la température</i> .....	16
2.6.7 <i>Effet du potentiel d'hydrogène PH</i> .....	16
2.6.8 <i>Effet des additifs</i> .....	17
2.7 ÉCOULEMENT ET TRANSFERT THERMIQUE AU SEIN DES NANOFLUIDES .....	17
2.7.1 <i>Etudes expérimentales</i> .....	17
2.7.2 <i>Etudes numériques</i> .....	19
2.8 PROPRIETES PHYSIQUES DES NANOFLUIDES .....	22
2.8.1 <i>La Densité</i> .....	23
2.8.2 <i>Chaleur spécifique</i> .....	25
2.8.3 <i>Coefficient d'expansion thermique</i> .....	26
2.8.4 <i>Viscosité Dynamique</i> .....	27
2.8.5 <i>Conductivité thermique</i> .....	30
2.9 DOMAINES D'APPLICATION DES NANOFLUIDES .....	35
2.9.1 <i>Refroidissement des composants électroniques</i> .....	35
2.9.2 <i>Refroidissement des moteurs à combustion</i> .....	35
2.9.3 <i>Refroidissement des systèmes thermiques industriels</i> .....	36
2.9.4 <i>Chauffage et climatisation dans les bâtiments</i> .....	36
2.9.5 <i>Refroidissement des réacteurs nucléaires</i> .....	37
2.9.6 <i>Espace et défense</i> .....	37

2.9.7	<i>Stockage de chaleur</i> .....	37
2.9.8	<i>Utilisation des nanofluides dans les capteurs solaires</i> .....	38
2.10	MODELISATION DES ECOULEMENTS DES NANOFLUIDES .....	40
2.10.1	<i>Approche monophasique</i> .....	40
2.10.2	<i>Modèle monophasique avec dispersion thermique</i> .....	40
2.10.3	<i>L'approche diphasique</i> .....	40
2.10.4	<i>Le modèle du mélange d'Euler</i> .....	41
2.10.5	<i>Modèle Eulerien-Eulerien</i> .....	41
2.10.6	<i>La méthode de trajectoire Lagrangienne des nanoparticules</i> .....	41
<b>3</b>	<b>CONCLUSION ET OBJECTIFS DE CE TRAVAIL</b> .....	<b>41</b>
	<b>CHAPITRE 2 MODELISATION MATHEMATIQUE</b> .....	<b>44</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>44</b>
<b>2</b>	<b>PROBLEMATIQUE</b> .....	<b>44</b>
<b>3</b>	<b>GEOMETRIE DU PROBLEME</b> .....	<b>44</b>
<b>4</b>	<b>MODELES DES PROPRIETES THERMO PHYSIQUES DU NANOFLUIDE</b> ....	<b>45</b>
<b>5</b>	<b>EQUATIONS GOUVERNANTES</b> .....	<b>47</b>
5.1	ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS .....	48
<b>6</b>	<b>LES CONDITIONS AUX LIMITES</b> .....	<b>49</b>
6.1	FORME ADIMENSIONNELLE DES CONDITIONS AUX LIMITES .....	50
<b>7</b>	<b>LE NOMBRE DE NUSSELT</b> .....	<b>51</b>
	<b>CHAPITRE 3 RESOLUTION NUMERIQUE</b> .....	<b>54</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>54</b>
<b>2</b>	<b>METHODE DES VOLUMES FINIS</b> .....	<b>54</b>
<b>3</b>	<b>MAILLAGE</b> .....	<b>55</b>
<b>4</b>	<b>DISCRETISATION D'UNE EQUATION GENERALE DE TRANSPORT</b> .....	<b>56</b>
4.1	DISCRETISATION TEMPORELLE AU SECOND ORDRE .....	58
4.2	DISCRETISATION SPATIALE AU SECOND ORDRE.....	59
4.3	DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONTINUITE .....	61
4.4	DISCRETISATION DE L'EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT RADIALE .....	61
4.5	DISCRETISATION DE L'EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT AZIMUTALE .....	65
4.6	DISCRETISATION DE L'EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT AXIALE .....	70
4.7	LES EQUATIONS DE CORRECTION DE PRESSION .....	78
<b>5</b>	<b>ORGANIGRAMME DE CALCUL</b> .....	<b>81</b>
<b>6</b>	<b>INFLUENCE DU MAILLAGE</b> .....	<b>82</b>
<b>7</b>	<b>VALIDATION DU CODE DE CALCUL</b> .....	<b>82</b>
	<b>CHAPITRE 4 RESULTATS ET DISCUSSIONS</b> .....	<b>86</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>86</b>

<b>2</b>	<b>CHAMP DE VITESSE AXIALE .....</b>	<b>86</b>
2.1	CAS DE REFERENCE : LA CONVECTION FORCEE (Gr=0) .....	86
2.2	CAS DE LA CONVECTION MIXTE .....	88
<b>3</b>	<b>L'ECOULEMENT SECONDAIRE .....</b>	<b>91</b>
<b>4</b>	<b>PROFILS DE TEMPERATURE.....</b>	<b>93</b>
4.1	CAS DE LA CONVECTION FORCEE (Gr=0) .....	93
4.2	CAS DE LA CONVECTION MIXTE .....	96
<b>5</b>	<b>NOMBRE DE NUSSELT.....</b>	<b>97</b>
5.1	CONVECTION FORCEE .....	97
5.2	CONVECTION MIXTE .....	101
<b>6</b>	<b>EFFET DES MODELES MATHEMATIQUES DES PROPRIETES PHYSIQUES</b>	
	<b>104</b>	
6.1	INFLUENCE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR .....	104
6.2	INFLUENCE SUR LES PROFILS DE VITESSE .....	106
	<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>111</b>
	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>113</b>

## Nomenclature

$D$	diamètre, [m]
$g$	accélération gravitationnelle, (9.81 [m · s <sup>-2</sup> ])
$Gr$	nombre de Grashof, ( $Gr = (g\beta\Delta TD_i^3) / \nu^2$ ), [-]
$h(\theta, Z)$	coefficient de transfert thermique convectif, [W · m <sup>-2</sup> · K <sup>-1</sup> ]
$k$	conductivité thermique, [W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]
$L$	longueur du conduit, [m]
$L^*$	longueur adimensionnelle du conduit ( $L/D_i$ )
$Nu(\theta, Z^*)$	nombre de Nusselt local ( $h(\theta, Z) \cdot D_i/k$ ), [-]
$Nu(Z^*)$	nombre de Nusselt axial ( $h(Z)D_i/k$ ), [-]
$Nu_A$	nombre de Nusselt moyen, [-]
$P$	pression, [N m <sup>-2</sup> ]
$P^*$	pression adimensionnelle ( $(P - P_0)/\rho V^2$ ), [-]
$Pr$	nombre de Prandtl ( $\mu C_p/k$ ), [-]
$q$	densité de flux thermique, [W · m <sup>-2</sup> ]
$r$	rayon, [m]
$r^*$	rayon adimensionnel ( $r/D_i$ ), [-]
$Re$	nombre de Reynolds ( $\rho V D_i/\mu$ ), [-]
$t$	temps, [s]
$t^*$	temps adimensionnel ( $V D_i/t$ ), [-]
$T$	température, [K]
$T^*$	température adimensionnel, [-]
$V_0$	vitesse moyenne à l'entrée du tube, [m · s <sup>-1</sup> ]
$V_\theta, V_r, V_z,$	composantes de vitesse azimuthal, radial et axial respectivement, [m · s <sup>-1</sup> ]
$Z$	distance axiale, [m]
$Z^*$	distance axiale adimensionnelle, ( $Z/D_i$ ), [-]
$w$	concentration massique, [-]

## Symboles Grec

$\beta$	coefficient d'expansion thermique, [K <sup>-1</sup> ]
$\mu$	viscosité dynamique, [kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> ]
$\theta$	coordonnée angulaire, [rad]
$\rho$	densité, [kg · m <sup>-3</sup> ]
$\phi$	concentration volumique, [-]

## Indices

$m$	valeur moyenne
$i, o$	intérieur et extérieur du conduit
$r, \theta, z$	directions radial, angulaire et axiale respectivement
$s$	solide
0	à l'entrée du conduit
nf	nanofluide
*	adimensionnel

## Abbreviations

SIMPLER	semi-implicit method for pressure linked equations revised
TDMA	tri-diagonal matrix algorithm
EG	Ethylène-glycol
MEB	microscope électronique à balayage
SDS	sodium dodecyl-benzene sulfonate
CTAB	cetyl trimethyl ammonium bromide
CNC	cellulose Nanocrystal
PIBSI	polyisobutylene succinimide
THW	transcient hot wire (filament chaud transitoire)
PAO	poly-alphaolefine oil
CNT	carbone nanotubes
MWCNT	multi-walled carbone nanotubes

## Liste des figures

**Figure 1.1** Image MEB des nanoparticules : (a)  $\text{TiO}_2$  (15nm) (b)  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (80nm)

**Figure 1.2** Classification des nanofluides

**Figure 1.3** Image TEM des nanotubes de carbone « mono feuillet »

**Figure 1.4** Effet d'augmentation de concentration des nanoparticules en fonction de la direction axiale sur le coefficient du transfert thermique

**Figure 1.5** Effet de la fraction volumique sur la densité de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (a) température constante ; (b) température variable

**Figure 1.6** Variation du rapport de conductivité thermique ( $k_{nf}/k_f$ ) en fonction de la concentration volumique

**Figure 1.7** Efficacité d'un chauffe-eau solaire en fonction de la fraction volumique

**Figure 1.8** Efficacité du capteur solaire en fonction du diamètre des nanoparticules

**Figure 2.1** Géométrie du problème physique à étudier

**Figure 3.1** Maillage du conduit cylindrique

**Fig 3.2** Projection du volume de control typique sur le plan ( $r^*$ ,  $\theta$ )

**Fig 3.3** Projection du volume de control typique sur le plan ( $r^*$ ,  $z^*$ )

**Fig 3.4** Projection du volume de control typique sur le plan ( $\theta$ ,  $z^*$ )

**Figure 3.5** Maillage dans la direction axiale

**Figure 3.6(a)** Identification et positionnement des vitesses dans la direction radiale du plan ( $r^*$ ,  $\theta$ ).

**Figure 3.6(b)** Identification et positionnement des vitesses dans la direction radiale du plan ( $r^*$ ,  $z^*$ ).

**Figure 3.7(a)** Identification et positionnement des vitesses dans la direction angulaire dans le plan  $(r^*, \theta)$

**Figure 3.7(b)** Les faces, dans le plan  $(\theta, z^*)$ , des volumes finis décalés suivant la direction azimutale.

**Figure 3.8(a)** Les faces, dans le plan  $(r^*, z^*)$  des volumes finis décalés suivant la direction axiale.

**Figure 3.9(b)** Les faces, dans le plan  $(\theta, z^*)$ , des volumes finis décalés suivant la direction axiale.

**Figure 3.9** Organigramme de calcul

**Fig 3.10** Validation avec les résultats de **Wen et Ding [30]**

**Fig 3.11** Validation avec les données expérimentales de **Cola et al. [135]**

**Fig. 4.1a** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 0$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau (c)  $Cu$ -eau à  $\phi = 4\%$

**Fig. 4.1b** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 0$  et  $Re = 300$ , (a)  $Al_2O_3$ -eau (b)  $Al_2O_3$ -EG30% (c)  $Al_2O_3$ -EG50% à  $\phi = 4\%$

**Fig 4.2** (a) Variation de la vitesse axiale à  $r^*=0$  (b) Variation de la vitesse axiale à  $r^* = r_i^*$  (c) Distribution radiale de la vitesse axiale à la sortie du conduit ( $Z^*=105$ ) pour le  $Al_2O_3$ -eau

**Fig. 4.3a** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 10^5$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau (c)  $Cu$ -eau à  $\phi = 4\%$

**Fig. 4.3b** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 5.10^5$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau (c)  $Cu$ -eau à  $\phi = 4\%$

**Figure 4.4** Développement de la vitesse axiale (a)  $Gr=10^5$  (b)  $Gr=5.10^5$

**Figure 4.5a** Développement de l'écoulement secondaire dans le cas de l' $Al_2O_3$ -eau à  $\phi=4\%$ ,  $Re=300$  et  $Gr=10^5$

**Figure 4.5b** Développment de l'écoulement secondaire dans le cas du Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  $Re=300$  et  $Gr=5.10^5$

**Figure 4.6** Champ de température dans le cas de la convection forcée  $Re = 300$ , (a) L'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau  $\phi=4\%$  (c) Cu-eau  $\phi=4\%$

**Figure 4.7** Variation axiale de la différence des températures moyennes et pariétales ( $T_w^* - T_m^*$ )

**Figure 4.8** Développement axial de la différence des températures ( $T_w^* - T_m^*$ ) en utilisant le mélange EG/eau comme fluide caloporteur

**Figure 4.9** Distribution de la température pour ; (a) l'eau pure (b) l' $Al_2O_3$ -eau (c) le Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  $Re=300$  et  $Gr=10^5$

**Figure 4.10** Variation du nombre de Nusselt axial (a) pour l' $Al_2O_3$ -eau (b) le Cu-eau (c) effet du mélange EG/eau pure (d) effet du nombre de Reynolds

**Figure 4.11** (a)  $Al_2O_3$ -eau  $Gr=10^5$  (b) le Cu-eau  $Gr=10^5$  (c)  $Al_2O_3$ -eau  $Gr=5.10^5$  (d) le Cu-eau  $Gr=5.10^5$

**Figure 4.12** Développement du nombre de Nusselt axial en employant plusieurs corrélations des propriétés thermos-physiques de nanofluides (a)  $Gr=0$ , (b)  $Gr=5.10^5$

**Figure 4.13** Champ de vitesse à la sortie du conduit à  $Gr=0$ ,  $Re=300$  et  $\phi=4\%$  en utilisant plusieurs corrélations

**Figure 4.14** Champ de vitesse à la sortie du conduit à  $Gr=5.10^5$ ,  $Re=300$  et  $\phi=4\%$  en utilisant plusieurs corrélations

## Liste des tableaux

**Tableau 1.1** Propriétés physique de différentes nanoparticules et fluides de base

**Tableau 1.2** Le coût des nanofluides couramment utilisés

**Tableau 1.3** Valeurs des rapports de la conductivité thermique avec des différentes tailles et concentrations des nanoparticules

**Tableau 1.4** Rapport des Masses Volumiques des Différents Nanofluides en Fonction de la Fraction Volumique

**Tableau 1.5** Valeurs de  $(Cp)_{nf}/(Cp)_f$  pour  $\varphi=4\%$  obtenus par les corrélations (1.5) et (1.6)

**Tableau 1.6** Rapport des viscosités du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau obtenus à partir des différents modèles étudiés.

**Tableau 3.1** Différentes valeurs de  $\varphi$ ,  $\dot{\Gamma}$ ,  $S_\varphi$

**Tableau 3.2** : Calculs d'erreur dans la validation avec les résultats de **Wen et Ding [57]**

**Tableau 3.3** : Calculs d'erreur dans la validation avec les résultats de **Cola et al [127]**

**Tableau 4.1** Valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit

**Tableau 4.2** Valeurs du nombre de Nusselt moyen

**Tableau 4.3** Nombre de Nusselt moyen obtenu avec les différentes corrélations

# Introduction générale

## Introduction générale

Les fluides caloporteurs affichent un intérêt primordial dans plusieurs applications industrielles telles que les échangeurs de chaleur dans les stations nucléaires, les capteurs solaires thermique, l'industrie chimique et l'industrie agroalimentaire dans lesquelles le transfert thermique doit être optimisé afin d'assurer le rendement souhaité. Ainsi, il faut quantifier les échanges thermiques entre une paroi solide chauffée et un fluide en écoulement pour assurer une meilleure conception et exploitation de ces systèmes en particulier dans le contexte où l'économie d'énergie devient un critère à respecter.

Plusieurs études théoriques et expérimentales ont été réalisées afin de modéliser les phénomènes des écoulements et des transferts thermiques dans des conduits, citons à titre d'exemple, les études numériques qui consistent à résoudre un système d'équations non-linéaires et complexes. Ces études ont permis de faire des progrès importants sur plusieurs configurations.

Afin d'améliorer le transfert thermique, plusieurs chercheurs ont développé de nouvelles approches. La première consiste à apporter des modifications dans la géométrie. Par exemple insérer des obstacles à dimensions données, en provoquant des élongations et contractions transversales successives d'un élément de fluide au cours de son mouvement longitudinal le long d'un tube ou en installant des ailettes sur la circonférence de la conduite. L'inconvénient de ces solutions est de la génération des pertes de charges supplémentaires, de provoquer des zones de circulation où le transfert de chaleur est faible et augmenter le coût de fabrication [1].

La deuxième approche consiste à modifier la nature du fluide caloporteur tel que des fluides à changement de phase, les coulis de glace, l'introduction de particules solides fines suspendues dans le fluide. L'idée de suspendre des particules métalliques de taille micrométrique pour augmenter la conductivité thermique des fluides a été réalisée la première fois par **Maxwell** en 1886 [2]. Mais, l'utilisation des particules d'une telle taille peut causer de multiples problèmes tels que la sédimentation, l'érosion, le colmatage et aussi des pertes de charge importantes. Après environ un siècle, et avec le développement récent de la nano technologie qui a permis aux chercheurs de palier à ces inconvénients, cette solution consiste à utiliser des particules ayant une taille encore plus réduite de l'ordre de 100 nm afin d'améliorer la conductivité thermique des fluides conventionnels. Depuis plus d'une quinzaine d'années, Les nanofluides font l'objet de plusieurs études théoriques et expérimentales qui optent à optimiser le transfert de chaleur.

Le but du présent travail consiste à étudier numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur de plusieurs nanofluides afin de réaliser une comparaison par rapport aux fluides de base conventionnels. La géométrie utilisée est un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur uniforme et constant. Notre étude est divisée en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la recherche bibliographique. Les études précédentes liées aux écoulements et au transfert de chaleur dans les conduits. Les nanofluides seront largement spécifiés dans ce chapitre ; leurs types, méthodes de fabrication, applications et notamment les travaux théoriques et expérimentaux effectués sur les différents nanofluides ainsi que leurs propriétés thermo physiques. En outre, nous allons présenter les différents domaines d'application des nanofluides.

Dans le deuxième chapitre nous allons mettre en œuvre la géométrie utilisée, les hypothèses simplificatrices, la formulation mathématique dont les équations gouvernantes (équation de continuité, équations de quantité de mouvement et équation de l'énergie) et les modèles utilisés pour les propriétés thermo physiques des nanofluides. Ainsi que les conditions aux limites.

Le troisième chapitre contient la méthode de résolution du système d'équations, la discrétisation des équations gouvernantes et ainsi l'algorithme de calcul. L'influence du maillage suivant les directions axiales, radiales et azimutales, la validation du code de calcul par la confrontation avec différents travaux seront aussi discutées dans ce chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous exposerons et discuterons les résultats obtenus en mode convection forcée et en mode convection mixte, ces résultats sont toujours comparés avec le cas de référence celui du fluide de base.

Ce travail se termine par une conclusion générale qui synthétise l'essentiel du travail effectué ainsi que les résultats obtenus. Des perspectives d'approfondissement de ces résultats pour des applications fondamentales ou pratiques sont proposées.

# Chapitre 1

## Étude

# Bibliographique

## Chapitre 1 Étude bibliographique

### 1 Écoulement et transfert de chaleur dans des conduits

Les écoulements dans des conduits accompagnés de transferts thermiques suscitent une grande importance dans le domaine de la recherche scientifique à cause de leur omniprésence dans plusieurs applications pratiques telles que les échangeurs de chaleur, les capteurs solaires, le refroidissement des composants électronique et le refroidissement des réacteurs nucléaire. Par conséquent, plusieurs études expérimentales, analytiques et numériques ont été réalisées afin de caractériser les échanges thermiques et les écoulements notamment par convection.

On distingue deux modes de convection, la convection forcée et la convection naturelle. La distinction est basée sur la nature de la force qui provoque le mouvement du fluide : pour le premier mode, l'écoulement est engendré par la présence d'un gradient de pression (force d'inertie) créée par un moyen mécanique extérieur (pompe, ventilateur,...) alors que pour le deuxième, le déplacement est induit par un gradient de densité (force d'Archimède) induit par une distribution non uniforme de la température dans le fluide. Habituellement, ces deux modes de transfert de chaleur coexistent dans plusieurs applications d'intérêt pratique. Afin de comprendre l'interaction entre la convection naturelle et la convection forcée, nous définissons le paramètre adimensionnel  $Gr/Re^n$  où  $Gr$  est le nombre de Grashof qui caractérise la force de gravité et  $Re$  le nombre de Reynolds qui représente la force d'inertie au sein du fluide. L'exposant  $n$  dépend de la configuration de l'écoulement et des conditions aux limites thermiques. Ainsi, le paramètre  $Gr/Re^n$  donne une mesure de l'importance relative de la convection naturelle par rapport à celle forcée. Par exemple pour le cas d'un écoulement fluide ascendant près d'une plaque immobile verticale ou dans un tube chauffée à une température constante, la convection naturelle est le mode principal de transfert pour  $Gr/Re^2$  largement supérieur 1 ( $Gr/Re^2 \gg 1$ ) ; Autrement dit  $Gr/Re^2 > 10$  alors que pour  $Gr/Re^2$  largement inférieur à 1 ( $Gr/Re < 0.1$ ), la convection forcée est le mode dominant dans le transfert de chaleur **Benmansour et al. [1]**.

Les problèmes de convection mixte laminaire dans des conduits ont été largement étudiés en investiguant l'effet des forces de flottabilité "buoyancy" agissant sur le comportement hydrodynamique et thermique des fluides en écoulement notamment par **Shanon et depew [3]**, **Petukhov et Polyakov [4]**. **Barozzi et al. [5]** ont étudié expérimentalement l'effet de la convection naturelle dans des tubes horizontaux et inclinés pour un large intervalle de Reynolds

et Rayleigh. Les résultats montrent un que le nombre de Nusselt axial décroît à partir de valeurs relativement élevées près de la section d'entrée et s'approche d'un comportement asymptotique en aval. A une inclinaison de  $60^\circ$ , ils ont constaté une diminution du taux de transfert de chaleur.

En outre, des études numériques aussi ont été menées en se basant sur des hypothèses simplificatrices afin de conceptualiser les problématiques à étudier. **Shome et Jensen [6]** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans les conduits cylindriques horizontaux dans le cas du chauffage et ainsi du refroidissement. Ils ont conclu que l'effet de la viscosité variable influence considérablement le coefficient de frottement que le nombre de Nusselt. Ils ont aussi trouvé que les forces de flottabilité n'ont pas une influence sur l'écoulement à la zone d'entrée par contre, les profils de vitesse ont une influence sur le transfert thermique et les pertes de charge uniquement dans cette zone. **Boufendi et Afrid [7]** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur uniforme. Ils ont prouvé que le mouvement transversal créé par l'écoulement secondaire augmente considérablement le transfert de chaleur. Dans un autre travail, **Boufendi et Afrid [8]** ont aussi étudié la même problématique en prenant en compte la conduction thermique dans la paroi solide du conduit et les propriétés physiques variables en fonction de la température. A l'interface solide-liquide, le flux de chaleur radial affiche des variations axiales et angulaires significatives. La variation de la conductivité thermique du fluide est faible. Par contre, celle de la viscosité est importante et doit également être prise en compte. **Touahri et Boufendi [9]** ont étudié l'influence de l'augmentation du nombre de Grashof sur la convection mixte dans un conduit cylindrique horizontal en considérant la thermo-dépendance des propriétés physiques de l'eau et les pertes de la paroi externe. Ils ont prouvé que le nombre de Nusselt est plus important dans le cas des propriétés variables d'une part et, d'autre part il augmente avec l'élévation du nombre de Grashof. Une corrélation pour calculer le nombre de Nusselt moyen a été développée dans cette étude.

## 2 Les nanofluides

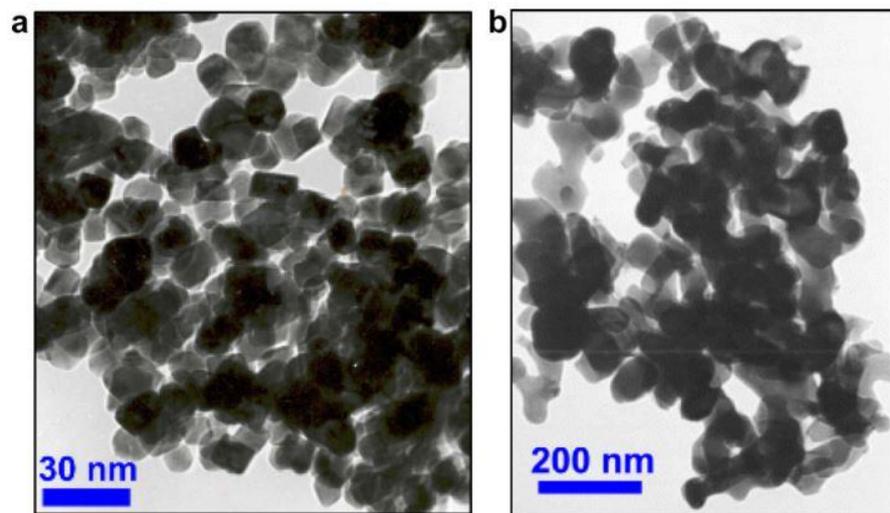
### 2.1 Introduction

Depuis plus d'une vingtaine d'années, l'amélioration de la nanotechnologie a permis de produire des particules à l'échelle nanométrique. En 1993, **Masuda et al. [10]** Un groupe de scientifiques japonais à l'université de Tohoku a étudié expérimentalement pour la première fois la possibilité d'accroître la conductivité thermique d'un liquide en dispersant une petite quantité de particules fines. Ils ont montré que la conductivité thermique de l' $Al_2O_3$  dispersé dans l'eau avec une

concentration de 4% a augmenté jusqu'à 30% par rapport l'eau pure. Le concept « **Nanofluide** » a été introduit pour la première fois par **Choi [11]** en 1995 au niveau du laboratoire d'Argonne aux USA et reste couramment utilisé pour caractériser ce type de suspension colloïdale. L'utilisation de cette nouvelle génération de fluides est en plein phase de recherche scientifique notamment en matière de transfert thermique.

## 2.2 Les nanoparticules et les fluides porteurs

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1 à 100 nm). Les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué et sont très étudiées de nos jours. La figure 1.1 montre une image MEB (microscopie électronique à balayage) d'une nanoparticule d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersée dans l'eau.



**Figure 1.1** Image MEB des nanoparticules : (a)  $\text{TiO}_2$  (15nm) (b)  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (80nm) [12].

On peut classifier les nanofluides suivant le type des nanoparticules dans la figure 1.2, tandis que le tableau 1.1 regroupe les propriétés physiques de plusieurs nanoparticules et fluides porteurs [13].

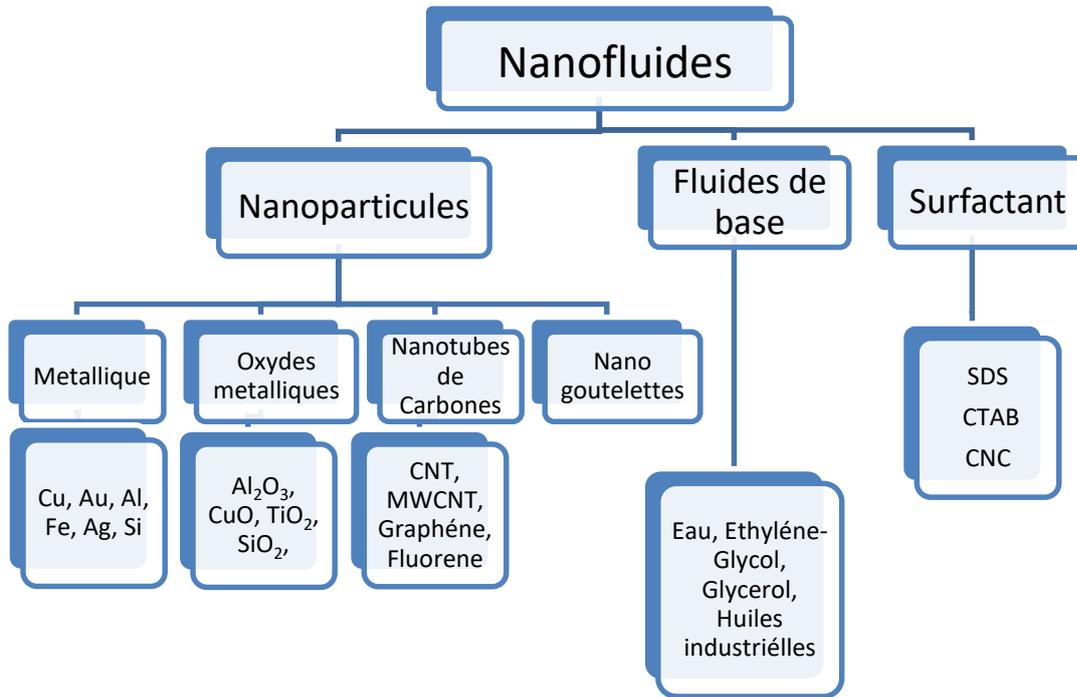


Figure 1.2 Classification des nanofluides.

Tableau 1.1 Propriétés physiques de différentes nanoparticules et fluides de base [13]

Type de substance	Nanoparticules et fluides de base	k [W/m. K]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Cp [J/kg. K]	$\mu$ [kg/m. s]
Métalliques	Cu	401	8954	385	
	Fe	80.2	7870	447	
	Ag	429	10500	235	
	Au	317	19300	129	
	Ni	90.4	8900	444	
Oxydes métalliques	C	2300	3500	509	
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	46	3970	765	
	CuO	69	6350	535	
	SiO <sub>2</sub>	1.38	2220	745	
	SiC	490	3160	675	
	TiO <sub>2</sub>	8.4	4157	710	
Liquides non métalliques à 25°C	ZnO <sub>3</sub>				
	Eau	0.613	997	4180	0.000891
	Ethylène-Glycol	0.258	1132	2349	0.0157
	Glycérol	0.286	1261	2416	0.993
	Huile industriel				

## 2.3 Production des nanofluides et des nanoparticules

La production des nano-particules peut être divisée en deux catégories principales, la synthèse physique et la synthèse chimique. **Yu et al. [14], Nikam et al. [15], Zhengjun [16].**

- Synthèse physique : Broyage mécanique, technique de condensation par gaz inerte.
- Synthèse chimique : Précipitation chimique, dépôt chimique en phase vapeur, microémulsions, pyrolyse par pulvérisation, projection thermique.

Tout en supposant que la suspension est stable et durable, l'agglomération de particules est négligeable, aucun changement chimique du fluide, la préparation des nanofluides peut se faire par l'une des méthodes suivantes :

### 2.3.1 Méthode à une seule étape

La méthode à une seule étape combine la production des nanoparticules et leur dispersion dans le fluide de base en une seule étape. On distingue plusieurs variations de cette technique, la plus courante est la méthode d'évaporation à simple étape. Dans cette technique, les nanoparticules sont sous forme de gaz, puis ils sont solidifiés directement dans le fluide de base. Cette méthode est désavantagée par le faible taux de production [14].

### 2.3.2 Méthode à deux étapes

Elle consiste d'abord à la fabrication d'une nano poudre sèche, puis les disperser dans de fluide de base. Cette méthode est utilisée dans production à grande échelle. Son inconvénient est la formation des grappes pendant la production [14].

## 2.4 Coût des nanofluides

Le coût des nanofluides diffère selon les matériaux (nanoparticules et fluides de base) et les méthodes de productions discutées précédemment. **Weislik [17]** a comparé les coûts des nanofluides couramment utilisés (1 dm<sup>3</sup>/EUR) avec plusieurs concentrations volumiques. Elle a aussi introduit deux corrélations afin de calculer le coût total d'un nanofluide.

$$C_{nano} = \frac{C_u \rho V}{0.001} + C_{other} \quad [\text{dm}^3/\text{EUR}] \quad (1.1)$$

$$C_T = C_{nano} + C_{base} \quad [\text{dm}^3/\text{EUR}] \quad (1.2)$$

Où  $C_{nano}$  est le prix du nanofluide,  $C_u$  est le prix de la nanoparticule,  $C_{other}$  est le coût additionnel,  $C_{base}$  est le prix du fluide de base et  $C_T$  est le coût total du nanofluide. Le tableau 1.2 affiche le coût des nanofluides le plus souvent utilisés.

**Tableau 1.2** Le coût des nanofluides couramment utilisés [17]

Nanofluide	Diamètre de la nanoparticule [nm]	Coût du nanofluides		Concentration volumique	Prix du matériau brut [EUR]
		1 dm <sup>3</sup> /EUR	1m <sup>3</sup> /EUR		
<b>Eau distillée</b>	-	0.07	70.76	-	54.49
<b>TiO<sub>2</sub></b>	4-8	3.03	3034.21	0.04	10g : 60.47
		5.26	5256.79	0.07	
		7.48	7479.37	0.1	
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	<50	1.4	1403.74	0.04	10g : 22.27
		2.4	2404.91	0.07	
		3.4	3403.21	0.1	
<b>SiO<sub>2</sub></b>	10-25	1.19	1186.35	0.04	50g : 113.95
		2.02	2024.47	0.07	
		2.86	2862.58	0.1	
<b>Ag</b>	<100	223.47	223,473.09	0.04	1g : 455.81
		391.01	391,010.53	0.07	
		558.54	558,542.26	0.1	

## 2.5 Impact des nanofluides sur la conductivité thermique

Dans cette partie nous allons présenter les études effectuées sur les différents types des nanofluides et leur impact sur la conductivité thermique. Les nanofluides sont classifiés suivant le type des nanoparticules.

### 2.5.1 Nanofluides à base d'oxydes métalliques

En utilisant des nanoparticules de CuO, de diamètre 36nm avec une fraction volumique de 5% dans de l'eau, **Eastman et al. [18]** ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 60%, deux fois supérieure à la conductivité thermique obtenue dans les mêmes conditions avec des nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. **Das et al. [19]** ont mesuré la conductivité thermique de nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau et CuO-eau. Ils ont trouvé que la conductivité thermique des nanofluides utilisés augmente linéairement en fonction de la température et de la fraction volumique des nanoparticules. **Murshed et al. [20]** ont mesuré la conductivité thermique du TiO<sub>2</sub>-eau par la méthode du fil chaud transitoire THW, ils ont remarqué une croissance entre 6 et 33% à des fractions volumiques allant de 0.55 à 5%. De leur part, **Zhu et al. [21]** ont mesuré expérimentalement aussi la conductivité thermique du Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-eau par la méthode du fil chaud transitoire THW, ils ont obtenu une augmentation de 38% à une concentration volumique de 4%.

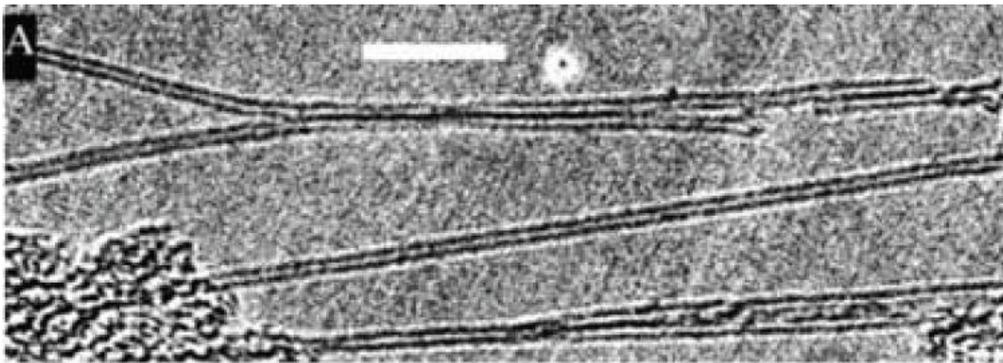
### 2.5.2 Nanofluides à base de nanoparticules métalliques

Les nanoparticules métalliques ont des conductivités thermiques plus supérieures à celles des oxydes métalliques. La conductivité thermique du cuivre à une température ambiante est environ 700 fois plus grande que celle de l'eau et environ 3000 fois plus grande que celle d'huile du moteur. **Xuan et Li [22]** ont trouvé que le rapport de la conductivité thermique ( $k_{nf}/k_f$ ) du nanofluide (Cu-eau) augmente de l'ordre de 75% et de 45% pour le nanofluide (Cu-huile), quand la fraction volumique des nanoparticules varie entre 2.5% à 7.5%. **Eastman et al. [23]** ont mesuré la conductivité thermique du Cu-eau via la méthode du fil chaud transitoire THW, ils ont obtenu une augmentation entre 22 et 40% à des fractions volumique allant de 0.3 à 4%. **Patel et al. [24]** ont étudié la conductivité thermique de plusieurs nanofluides à base d'argent et d'or. Pour le nanofluide (Au-Thiolate/Toluene) a une température de 60 ° C. Ils ont obtenu une amélioration de 8.8% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de nanoparticules  $\phi = 0.011\%$ . Tandis que pour le (Au-citrate/eau) ils ont obtenu une amélioration de 8,3% de la conductivité thermique pour  $\phi = 0.00026\%$ . Par contre, dans le cas du (Ag-citrate/eau) ils ont trouvé une croissance de 4.5% pour  $\phi = 0.001\%$ . Cette nette amélioration de

la conductivité thermique lors de l'utilisation des nanoparticules d'or par rapport aux particules d'argent pourrait être attribuée à la taille des nanoparticules d'or qui sont de l'ordre de 3 à 8 fois plus petites que celles d'argent. **Hong et al. [25]** ont mesuré la conductivité thermique d'un nanofluide Fe-eau par la méthode du fil chaud transitoire THW. Les résultats affichent une augmentation de 18% à une fraction volumique de 0.55%. En utilisant la même méthode de mesure, **Murshed et al. [20]** ont étudié la conductivité thermique de l'Al-eau, ils ont trouvé une croissance de 45% pour une fraction volumique de 5%.

### 2.5.3 Nanofluides à base de nanotube de carbone

Un nanotube de carbone est une structure cristalline du carbone proche des fullerènes. Ces tubes de quelques nanomètres de diamètre peuvent atteindre plusieurs centaines de micromètres de longueur (Figure 1.3). Les nanotubes peuvent être constitués d'une seule couche de graphène repliée sur elle-même : cas des nanotubes « mono feuillet » ou d'un enroulement de plusieurs couches de graphène cas des nanotubes « multi feuillets ».



**Figure 1.3** Image TEM des nanotubes de carbone « mono feuillet » **Wang et al. [26]**.

**Choi et al. [27]** ont mesuré la conductivité thermique des nanotubes de carbone multi feuillet MWCNT dispersés dans l'huile polyoléfine (PAO), ils ont obtenu une augmentation considérable l'ordre de 150% à une concentration volumique de 1%. **Xie et al. [28]** ont dispersé les nanotubes de carbone mono-feuillet MCNT dans plusieurs fluides de base, ils ont obtenu une amélioration de 20% à une fraction volumique de 1% dans le cas de l'eau pure. **Wen et Ding [29]** ont étudié l'impact de la température et de la fraction volumique sur les MCNT. Au-dessous de 30°C, ils ont trouvé une augmentation linéaire de la conductivité thermique avec la température. L'amélioration maximale obtenue était de 31% à une fraction volumique de 0.84%.

Ces augmentations considérables de la conductivité thermique sont dues à plusieurs facteurs. La théorie du milieu effectif qui prévoit de fortes augmentations de conductivité thermique pour des fluides contenant des nanoparticules ayant un grand rapport d'aspect [30] permet de calculer l'augmentation de la conductivité thermique du liquide en fonction du rapport d'aspect des nanotubes utilisés. Elle prédit que la conductivité thermique du nanofluide devrait augmenter fortement avec le rapport d'aspect des nanotubes. Autrement, l'effet des nanotubes de carbone sont considérés comme des nano-ponts thermiques susceptibles de conduire rapidement la chaleur d'un point à l'autre. Le Tableau 1.3 regroupe les résultats expérimentaux, donnant la conductivité thermique des nanofluides, obtenus par plusieurs auteurs avec des nanoparticules métalliques, oxydes métallique et nanotubes de carbone dispersées dans différents liquides porteurs et pour des différentes fractions volumiques.

**Tableau 1.3** Valeurs des rapports de la conductivité thermique avec des différentes tailles et concentrations des nanoparticules [31]

Les Nauofluides	d (nm)	$\phi$ (%)	Amelioration dans la conductivité thermique (%)	References
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - eau	13	4.3	30	Masuda et al. 1993
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - eau	33	5	30	Eastman et al. 1997
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - eau	38	4	25	Das et al. 2003
CuO - eau	36	5	60	Eastman et al. 1997
CuO - eau	28.6	4	36	Das el al. 2003
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -EG	60	5	30	Xie et al. 2002
CuO - EG	25	5	22.4	Liu et al. 2006
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - huile	60	5	40	Xie et al. 2002
TiO <sub>2</sub> - eau	27	4.35	10.7	Pak et Choi. 1998
TiO <sub>2</sub> - eau	15	5	33	Murshed et al. 2005
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> -eau	9.8	4	38	Zhu et al. 2006
Cu - huile	100	7.5	45	Xuan et Li 2000
Cu - EG	10	0.3	40	Eastman et al. 2001
Au - toluene	15	0.011	8.8	Patel et al. 2003
Au - eau	15	0.00026	8.3	Patel et al. 2003
Ag - eau	70	0.001	4.5	Patel et al. 2003
Fe - EG	10	0.55	18	Hong et al. 2006
MWCNTs-PAO		1	160	Choi et al. 2001
MWCNTs - eau		1	6	Xie et al. 2003
MWCNTs-EG		1	12	Xie et al. 2003

## 2.6 Paramètres influant sur la conductivité thermique des nanofluides

La conductivité thermique des nanofluides peut être influencée par de nombreux facteurs physiques ou chimiques tels que la fraction volumique des particules, le matériau particulaire, la taille des particules, le PH, le fluide de base et la température. [10, 32, 33]. Ces facteurs sont bien détaillés dans la partie suivante.

### 2.6.1 Concentration des nanoparticules

La concentration volumique des nanoparticules est un paramètre primordial dans la préparation des nanofluides. La plupart des chercheurs rapportent une conductivité thermique croissante en fonction de la fraction volumique des particules. **Xuan et Li [22]** ont trouvé une augmentation du rapport  $k_{nf}/k_f$  1.24 à 1.78 pour des fractions volumique de 2.5% à 7.5% dans le cas d'un nanofluide à base de cuivre dispersé dans l'eau. Dans une autre étude, **Jana et al. [34]** ont remarqué une augmentation de 74% à une fraction volumique de 0.3% pour le même nanofluide. **Choi et al [27]** ont étudié la conductivité thermique des nano tubes de carbone multi couches (MCWNT) dispersés dans l'huile. Ils ont trouvé une relation non-linéaire entre le rapport  $k_{nf}/k_f$  et la concentration volumique. Selon les auteurs, une telle relation non linéaire est une indication des interactions entre particules. Ils ont conclu que malgré une fraction volumique minimale, le gain en conductivité thermique dans le cas des nanotubes de carbone demeure toujours supérieur par rapport aux autres types des nanofluides.

### 2.6.2 Type des nanoparticules

La conductivité thermique d'un nanofluide dépend fortement de celle des nanoparticules solides. Les études effectuées montrent que le matériau de la particule peut considérablement affecter la conductivité des nanofluides. **Lee et al. [35]** ont trouvé que la conductivité du CuO-eau augmente davantage le transfert thermique par rapport à des nanofluides préparés à partir des nanoparticules d' $Al_2O_3$  notant que le CuO à une conductivité thermique inférieure à celle de l' $Al_2O_3$ . **Sinha et al. [36]** ont comparé l'effet des nanoparticules de cuivre Cu et du fer Fe dispersés dans l'eau sur la conductivité thermique. Ils ont remarqué une croissance maximale de 48% dans le cas du cuivre et 31% dans le cas du fer pour une fraction volumique similaire de 1%. De leur part, **Wang et al. [37]** ont montré aussi que le cuivre affiche une conductivité thermique plus importante que l' $Al_2O_3$ .

### 2.6.3 Effet du fluide de base

Plusieurs études ont montré que le rapport  $k_{nf}/k_f$  décroît en augmentant de conductivité thermique du fluide de base. **Gowda et al. [38]** ont trouvé que la conductivité thermique du

nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -EG est supérieure que celle du  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à des concentrations volumiques identiques. **Wang et al.** [39] ont utilisé l' $\text{Al}_2\text{O}_3$  et le CuO pour préparer des nanofluides avec plusieurs fluides de base ; l'eau, l'éthylène-glycol, le fluide de la pompe à vide et l'huile des moteurs. Le rapport des conductivités le plus élevé a été remarqué dans le cas du  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -EG, l'huile moteur a montré une conductivité thermique inférieure pendant que l'eau et le fluide de la pompe à vide ont affiché des taux minimaux de conductivité. Les nanofluides à base de CuO dispersés dans l'eau et dans l'éthylène-glycol ont montré des taux de conductivité égaux pour les mêmes concentrations volumiques. **Xie et al.** [40] ont étudié de la même façon l'effet de l'eau de-ionisée, le glycérol, l'éthylène-glycol et l'huile des pompes. En addition, ils ont testé l'effet des mélanges eau-glycérol et éthylène-glycol-eau à des différentes fractions volumiques. Les auteurs ont constaté une diminution dans le rapport des conductivités ( $k_{nf}/k_f$ ). Dans un autre travail, l'effet des nanotubes de carbone multi couche (MWCNT) dispersés dans l'huile synthétique du moteur et dans l'éthylène-glycol a été étudié par **Liu et al.** [41]. Ils ont mesuré la conductivité thermique par la méthode du fil chaud transitoire. A une concentration volumique de 1%, le MCWCNT-éthylène/glycol montre une croissance de 12.4% en conductivité thermique. Tandis que le MWCNT-huile montre une augmentation de 30% à une fraction volumique de 2%.

#### 2.6.4 Taille des nanoparticules

La taille des nanoparticules est aussi un paramètre très important qui influe sur la conductivité thermique des nanofluides. Les études effectuées dévoilent une certaine divergence entre les résultats. **Teng et al.** [42] ont étudié l'effet du diamètre des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersées dans l'eau sur la conductivité thermique en utilisant trois diamètres 20, 50 et 100nm. Ils ont trouvé une augmentation significative dans le rapport ( $k_{nf}/k_f$ ) en réduisant le diamètre des nanoparticules. Dans une autre étude, **Patel et al.** [43] ont aussi prouvé que la conductivité thermique augmente en réduisant le diamètre des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersées dans l'éthylène-glycol. Dans un autre travail, des nanofluides d' $\text{Al}_2\text{Cu}$  et  $\text{Ag}_2\text{Al}$  à base d'eau et d'éthylène-glycol ont été aussi testés par **Chopkar et al.** [44] [45]. Ils ont remarqué que le rapport ( $k_{nf}/k_f$ ) augmente avec la décroissance du diamètre de ces nanoparticules. **Shalkevich et al.** [46] ont investigué l'effet des nanoparticules d'or dispersées dans l'eau, les résultats affichent une diminution de la conductivité thermique en réduisant la taille des nanoparticules dans un intervalle de 2 à 40 nm.

### 2.6.5 Effet du rapport d'aspect et de la forme des nanoparticules

**Timofeeva et al. [47]** ont étudié l'effet de la forme des nanoparticules d'alumine sur la conductivité thermique. Ils ont trouvé que les formes plaquettes, briques, cylindres et lames ont une influence significative sur le rapport ( $k_{nf}/k_f$ ). En outre, **Buongiorno [48]** a montré que la forme tige des nanoparticules d' $Al_2O_3$  dispersés dans le PAO augmente davantage la conductivité thermique de ce nanofluide. Dans une autre étude menée sur les nanotubes de carbone CNT, **Jiang et al. [49]** ont trouvé que le rapport ( $k_{nf}/k_f$ )=1.43 dans le cas d'un rapport d'aspect égal à 18.8, et ( $k_{nf}/k_f$ )=2.04 lorsque le rapport d'aspect est de l'ordre de 666.7. Tandis que pour le nanofluide SiC-EG avec une fraction volumique constante, **Cherkasova et Shan [50]** ont obtenu des augmentations de 16.5 à 39.5% avec des rapports d'aspect allant de 4.8 à 9.6.

### 2.6.6 Effet de la température

**Yu et al. [51]** ont étudié l'effet de la température sur un nanofluide de cuivre (80 nm) dispersées dans l'éthylène-glycol à une concentration volumique de 0.5%. Ils ont remarqué une augmentation dans la conductivité thermique allant de 8 à 46% dans un intervalle de température de 10 à 50°C. Pour les nanoparticules d'argent Ag dispersés dans l'huile à  $\phi=0.001$  vol.%, **Murshed et al. [10]** ont remarqué une augmentation dans la conductivité de l'ordre de 3.2% à 30 °C et 4.5% à une température de 60°C. Dans le cas des nanofluides à base d'oxydes métallique, **Patel et al. [24]** ont remarqué une augmentation du rapport ( $k_{nf}/k_f$ ) en fonction de la température en utilisant  $Al_2O_3$ -eau avec deux diamètres de nanoparticules (11 et 150 nm). Plusieurs chercheurs ont aussi étudié l'effet de la température sur la conductivité thermique des nanofluides à base d' $Al_2O_3$ , CuO, ZnO à des différents diamètres et fractions volumiques. Ils ont obtenu des augmentations significatives.

### 2.6.7 Effet du potentiel d'hydrogène PH

Le potentiel d'hydrogène, souvent nommé PH, est une mesure de l'activité chimique des ions d'hydrogène qui mesure l'acidité ou la basicité d'une solution. **Wamkam et al. [52]** ont trouvé une augmentation significative de la conductivité thermique avec l'oxyde de zirconium et le dioxyde de titane pré du point isoélectrique ce qui indique que la stabilité de ces nanofluides est influencée par le PH. En dispersant les nanoparticules de Cu et d' $Al_2O_3$  dans l'eau, **Wang et al. [37]** ont remarqué qu'à un faible PH, le rapport des conductivités thermique augmente en fonction de  $\phi$ . Par contre, à une haute valeur du PH, le rapport ( $k_{nf}/k_f$ ) décroît. Ils ont conclu qu'à une valeur optimale procèdera un rapport de conductivités maximal. En utilisant un nanofluide basé d'eau et de  $SnO_2$ , **Habibzadeh et al. [53]** ont trouvé que la valeur du PH loin

du point d'isoélectrique améliore la dispersion des nanoparticules et la conductivité thermique. **Zhu et al. [54]** ont prouvé que la stabilité et le rapport des conductivités des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersés dans l'eau sont largement influencés par les valeurs du PH.

### 2.6.8 Effet des additifs

La production des nanofluides nécessite l'ajout de quelques additifs chimiques comme les surfactants et les dispersant qui ont pour but à assurer une bonne stabilité et ainsi une dispersion uniforme des nanoparticules au sein du fluide de base. Mais, leur influence sur la conductivité thermique fait l'objet de plusieurs recherches. **Zhu et al. [54]** ont fixé une concentration idéale du surfactant SDBS afin d'obtenir un taux de conductivité thermique optimal du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau. Pour le nanofluide MWCNT-PAO, **Yang et al. [55]** ont remarqué une diminution de la conductivité en utilisant le dispersant PIBSI à une concentration massique de 3%.

## 2.7 Écoulement et transfert thermique au sein des nanofluides

Le comportement hydrodynamique et thermique des nanofluides a été largement étudié expérimentalement et numériquement dans plusieurs configurations géométriques telles que les conduits, les cavités et les espaces annulaires. Dans cette étude bibliographique, nous illustrons les études expérimentales et numériques menées sur les nanofluides notamment dans les conduits cylindriques soumis à des flux de chaleur.

### 2.7.1 Etudes expérimentales

**Pak et Cho [56]** ont étudié le transfert thermique convectif de deux nanofluides ;  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et  $\text{TiO}_2$ -eau (ayant les diamètres des nanoparticules suivants 13nm et 27nm) dans un conduit cylindrique en considérant un régime turbulent et un flux de chaleur uniforme sur la paroi. Ils ont remarqué une augmentation considérable de la viscosité dynamique notamment avec les nanoparticules d'alumine. Le coefficient de transfert de chaleur convectif affiche une augmentation jusqu'à 75% dans le cas de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à une concentration volumique de 2,78%, ils ont aussi prouvé que l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau donne un meilleur transfert thermique que le  $\text{TiO}_2$  à des concentrations volumiques similaires.

**Xuan et Li [22]** ont étudié le transfert de chaleur du nanofluide Cu-eau qui s'écoule dans un tube circulaire en régime laminaire et en régime turbulent sous l'effet d'un flux de chaleur constant. Ils ont obtenus un accroissement de 60% dans le coefficient de transfert thermique convectif par rapport au fluide de base, cette augmentation est proportionnelle avec le nombre de Reynolds. Ils ont aussi lié cette augmentation au phénomène de dispersion thermique.

Les nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau sont largement utilisés dans l'expérimentation en raison de leur production relativement facile et leur faible coût. **Wen et Ding [57]**, **Hwang et al. [58]**, **Anoop et al. [59]** et **Kim et al. [60]** ont étudié le transfert thermique de ces nanofluides en régime laminaire et sous un flux de chaleur constant. **Wen et Ding [57]** ont effectué une étude en variant les valeurs de la concentration volumique de 0,6% à 1,6%, tandis que les diamètres des nanoparticules varient entre 27nm et 56nm. Ils ont remarqué une croissance du coefficient de transfert thermique convectif en fonction de la concentration volumique et du nombre de Reynolds. De plus, ils ont noté que le coefficient du transfert thermique convectif affiche une valeur maximale à l'entrée du tube.

**Almohammadi et al. [61]** ont considéré un écoulement laminaire de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau ( $D=15\text{nm}$ ) dans un tube circulaire avec des concentrations volumique 0,5% et 1%. Ils ont remarqué une croissance du coefficient de transfert thermique convectif de 11% à 20% avec une concentration volumique de 0,5% et une augmentation de 16% à 27% avec une concentration volumique de 1% par rapport à l'eau distillé. Ils ont noté aussi que le coefficient de transfert thermique convectif s'accroît en augmentant le flux de chaleur, ceci devient important avec des grandes valeurs du nombre de Reynolds. Par contre le coefficient de transfert thermique convectif décroît en allongeant la distance axiale.

**Ben Mansour et al. [62]** ont étudié les effets de plusieurs paramètres sur la convection mixte d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans un conduit cylindrique incliné soumis à un flux de chaleur uniforme. A un flux de chaleur  $P=298\text{W}$  et un débit massique de 1.8g/s la différence entre la température de la paroi et la température du nanofluide  $T_w-T_b$  augmente légèrement en fonction de la fraction volumique ( $\phi=0, 2$  et 4%).

**Utomo et al. [63]** ont effectué une étude expérimentale et numérique pour investiguer la conductivité thermique, la viscosité et le coefficient de transfert thermique convectif des nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et  $\text{TiO}_2$ -eau en écoulement dans deux conduit cylindriques horizontaux ayant  $D=4,57\text{mm}$  et  $D=10\text{mm}$ . La conductivité thermique mesurée expérimentalement s'accorde bien avec la prédiction du modèle de Maxwell pour l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, tandis que pour le  $\text{TiO}_2$ -eau les valeurs mesurées sont nettement inférieures à celles prédite par le même modèle. Pour la viscosité, les mesures du  $\text{TiO}_2$ -eau s'accorde bien avec le model de Krieger–Dougherty et affichent des valeurs supérieures à celles de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau qui sont sous prévu par le model de Einstein–Batchelor. Pour une fraction massique  $w_t=9\%$ , la croissance dans le coefficient de transfert thermique convectif est entre 1.5% et 5% pour l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et entre 0.5% et 12% pour

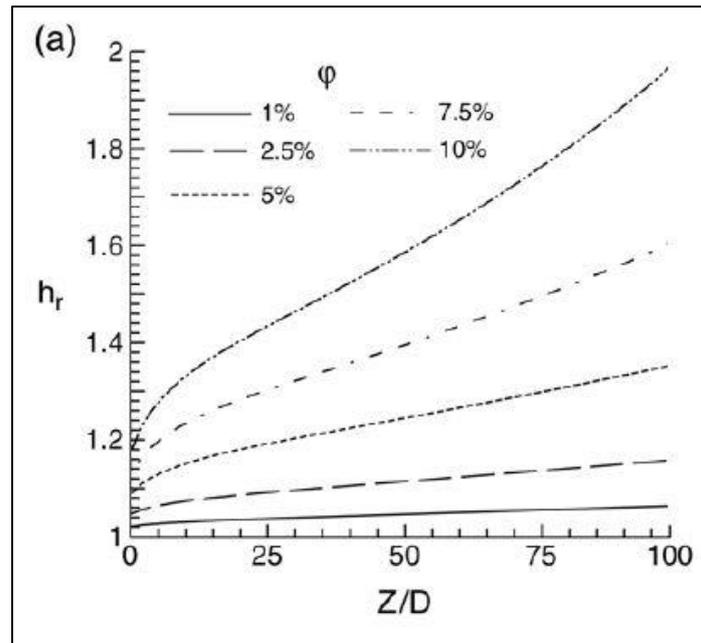
le TiO<sub>2</sub>-eau à un nombre de Reynolds donné. Les profils de température de la paroi extérieure de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau montre une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les résultats numérique, les températures au niveau de la paroi supérieure sont considérablement hautes comparées à celles de la paroi inférieure à cause de la convection naturelle.

### 2.7.2 Etudes numériques

**Roy et al. [64]** ont étudié numériquement l'écoulement d'un fluide de refroidissement. Les résultats ont montré que l'ajout des nanoparticules dans un refroidisseur traditionnel peut fournir une amélioration considérable des taux de transfert de chaleur, même avec une concentration des nanoparticules de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (des concentrations de 5 et 10% peuvent donner des augmentations de 45% et 110% dans le taux de transfert thermique).

**Maiga et al. [65]** ont étudié numériquement l'écoulement de deux types de nanofluide ; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-éthylène glycol dans conduit cylindrique soumis à un flux de chaleur uniforme et constant. A une concentration des nanoparticules de 10% les valeurs du produit  $\rho.C_p$  et la conductivité thermique s'accroît de l'ordre de 18% et 33% respectivement. Pour une concentration de 7,5% le coefficient de transfert thermique convectif augmente de 60% (figure 1.4) comparé à celui du fluide de base. Les auteurs ont aussi conclu que l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-éthylène glycol offre une augmentation dans le taux de transfert supérieure à celui de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau. Dans le cas du régime turbulent, les résultats affichent une croissance du taux de transfert thermique en augmentant le nombre de Reynolds. Par contre, L'inconvénient était l'accroissement du taux de cisaillement au niveau de la paroi qui accompagne l'augmentation de la concentration des nanoparticules.

**Akbari et Behzadmehr [66]** ont étudié la convection mixte d'un nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau dans un tube horizontal soumis à un flux de chaleur uniforme. Le tube est d'une longueur de L=1,96m et un diamètre D=0,02m. A un nombre de Reynolds donné (Re=300) et des concentrations volumiques 0%, 2% et 4%. L'ajout des nanoparticules solides n'a pas une influence sur le profil de la vitesse axiale. Par contre leur effet sur le coefficient de transfert thermique convectif est important, une augmentation de 9% à une fraction volumique de 2% et, 15% à une fraction volumique de 4%. Le coefficient de friction est affecté par l'augmentation de la fraction volumique sa valeur se diminue dans le cas de Gr=700000, dans le cas de Gr=50000 l'effet de la fraction volumique est négligeable.



**Figure 1.4** : Effet d'augmentation de concentration des nanoparticules en fonction de la direction axiale sur le coefficient du transfert thermique [65]

**Mirmasoumi** et **Behzadmehr** [67] ont étudié numériquement l'écoulement laminaire en convection mixte d'un nanofluide eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  en utilisant le modèle diphasique. Les résultats ont montré que l'utilisation des particules ayant un diamètre réduit augmente l'uniformité de la distribution des particules au niveau de la section transversale du tube. Tandis que l'augmentation du diamètre moyen des nanoparticules dans le cas d'un nombre de Grashof élevé pourrait entraîner une distribution non uniforme. En outre, le coefficient de transfert de chaleur convectif augmente d'une manière significative en utilisant des particules avec diamètre moyen plus petit. Dans une autre étude **Mirmasoumi** et **Behzadmehr** [68] ont démontré que le coefficient de transfert thermique convectif s'accroît avec la diminution du diamètre moyen des nanoparticules.

**He et al.** [69] ont étudié numériquement le transfert thermique convectif d'un nanofluide composé de  $\text{TiO}_2$  dans conduit cylindrique en régime laminaire. Les effets de la concentration de nanoparticules, du nombre de Reynolds et des configurations du transfert de chaleur (chauffage et refroidissement) ont été investigués. Cette étude est effectuée en utilisant deux approches théoriques ; l'approche monophasique et l'approche diphasique Euler/Lagrange. Les résultats montrent une amélioration significative du transfert de chaleur, notamment à l'entrée du tube. Par ailleurs, le coefficient thermique convectif est plus affecté par la conductivité

thermique que par la viscosité et la force brownienne. Alors que l'effet de la force de portance et la force thermo phorétique est nettement secondaire.

**Akbari et al. [70]** ont travaillé sur la convection mixte d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau en écoulement dans des conduits horizontaux et inclinés. Les résultats affirment que la concentration des nanoparticules n'influe pas l'écoulement secondaire et la vitesse axiale, le même cas pour le coefficient moyen de friction à la paroi. Tandis que le coefficient de transfert thermique convectif s'accroît de 4%. Dans le cas de l'inclinaison des conduits, l'écoulement secondaire devient plus faible. Alors que la vitesse axiale sera maximale dans la partie supérieure du conduit. Le coefficient moyen de friction à la paroi s'accroît avec l'angle d'inclinaison, la valeur du coefficient de transfert thermique convectif sera maximale à un angle d'inclinaison  $\theta = 45^\circ$ .

**Allahyari et al. [71]** ont étudié la convection mixte laminaire d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau dans un tube en cuivre incliné et soumis à un flux de chaleur sur sa moitié supérieure. Alors que la partie inférieure est supposée adiabatique. Les résultats obtenus prouvent l'influence de la fraction volumique sur les pertes de charge qui s'accroît de l'ordre de 31% à  $\approx 2\%$ . Tandis que le coefficient de transfert thermique convectif s'accroît seulement de 5%. Par contre la vitesse axiale et le coefficient de frottement ne sont pas affectés.

**Zabihi et al. [72]** ont effectué une étude expérimentale et théorique sur l'écoulement d'un nanofluide dans un conduit triangulaire. Les résultats expérimentaux affichent une amélioration de 6% et 13 % du coefficient de transfert thermique convectif pour des concentrations volumiques de 0,6% et 1% respectivement. De leur part, les résultats numériques affichent une augmentation de 20% pour une concentration de 3% des nanoparticules. En outre, l'accroissement du nombre de Reynolds amplifie significativement le coefficient de transfert thermique convectif.

**Bianco et al. [73]** ont évalué les performances hydrodynamique et thermique de l' $Al_2O_3$ -eau en écoulement laminaire dans conduit cylindrique horizontal. En appliquant l'approche monophasique et l'approche diphasique, ils ont constaté une hausse significative du transfert de chaleur à  $\phi = 2\%$  par rapport au fluide de base notamment à des valeurs importante du nombre de Reynolds.

**Ebrahimnia-Bajestan et al. [74]** ont effectué une étude numérique sur les paramètres influant sur l'écoulement laminaire d'un nanofluide dans conduit cylindrique soumis à un flux de

chaleur uniforme. En utilisant plusieurs modèles mathématiques et expérimentaux afin de prédire les propriétés thermo physiques, ils ont trouvé que la concentration volumique, le mouvement Brownien et le rapport d'aspect des nanoparticules améliorent davantage le coefficient de transfert thermique convectif. Par contre, l'augmentation du diamètre des nanoparticules a un effet négatif. En plus, ils ont constaté que le type des nanoparticules et le fluide de base affecte largement le transfert de chaleur.

**Benkhedda et Boufendi [75,76]** ont étudié la convection laminaire, forcée et mixte, dans le nanofluide  $Al_2O_3$ -eau en écoulement dans un conduit annulaire horizontal dont le cylindre extérieur est soumis à un à un flux de chaleur uniforme. L'approche monophasique a été utilisée dans cette modélisation tridimensionnelle. Ils ont trouvé que la présence des nanoparticules engendre une diminution des températures pariétale et moyenne surtout pour le cas des grandes valeurs du nombre de Reynolds. A une fraction volumique des nanoparticules fixées à 4%, ils ont remarqué que la température du nanofluide est très influencée par le nombre de Reynolds. Près de la zone d'entrée, ils ont observé aussi que la variation de la température à l'interface solide-liquide est similaire à celle de la convection forcée. Sous l'effet de convection naturelle, la variation azimutale de la température à l'interface devient plus prononcée. Par ailleurs, l'augmentation du nombre de Grashof engendre une croissance considérable du nombre de Nusselt axial ce qui reflète un meilleur transfert de chaleur.

Dans une étude récente, **Benkhedda et al. [77]**, ont comparé le nanofluide hybride Ag-TiO<sub>2</sub>-eau au nanofluide TiO<sub>2</sub>-eau en termes d'écoulement et de transfert thermique en mode de convection forcée et mixte laminaire dans un espace annulaire. Les auteurs ont considéré un flux de chaleur uniforme et constant sur la paroi externe tandis que la paroi interne est adiabatique. En utilisant l'approche monophasique, ils ont constaté une augmentation considérable du nombre de Nusselt axial en fonction de la concentration volumique avec une nette supériorité du nanofluide hybride notamment à  $Gr=10^6$ . La vitesse axiale demeure constante dans le cas des deux nanofluides utilisés et à n'importe quelle fraction volumique. Ils ont aussi développé des corrélations du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Grashof et Prandtl et de la concentration  $\phi$  pour TiO<sub>2</sub>-eau et pour Ag-TiO<sub>2</sub>-eau.

## 2.8 Propriétés physiques des nanofluides

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées, lors de ces deux dernières décennies afin de caractériser et prédire les propriétés physiques des nanofluides.

### 2.8.1 La Densité

La densité d'un matériau est définie par l'unité de masse divisée par l'unité de volume. La densité joue un rôle très important dans le transfert de chaleur, en particulier dans la convection naturelle, dans laquelle une variation de température engendre un gradient de densité au sein du fluide, ce qui résulte des variations latérales des forces de flottabilité. Dans le cas des nanofluides, la densité effective est en fonction des paramètres du fluide de base et des nanoparticules suivant leur concentration volumique. A une température donnée, nous supposons que le nanofluide est parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide), nous revenons à la définition de la masse volumique d'un mélange.

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_{m_f} + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (1.3)$$

La fraction volumique des nanoparticules, notée  $\phi$  désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\phi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_f + V_s} \quad (1.4)$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (1.5)$$

Où les indices  $f$ ,  $s$  et  $nf$  correspondent respectivement au fluide, solide et nanofluide.

Afin d'examiner la validité de l'équation (1.5), **Ho et al. [78]** ont mesuré la densité de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à des différentes fractions volumiques. A une température ambiante constante, ils ont trouvé une bonne concordance avec la corrélation théorique (1.5). La figure 1.4 montre une comparaison entre les valeurs de densité mesuré par **Pak et Cho [56]** et **Ho et al. [78]**.

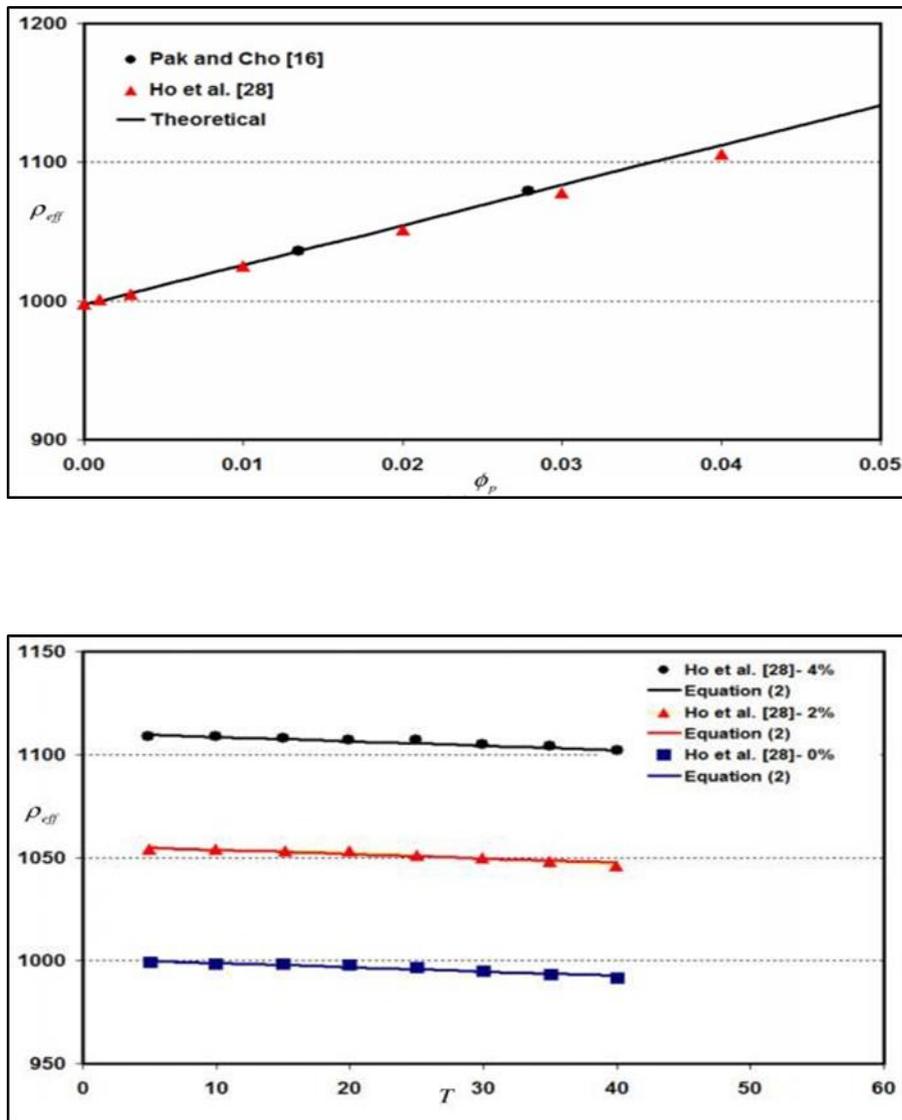
**Khanafer et Vafai [79]** ont développé une corrélation de la densité du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à base des données expérimentales de **Ho et al. [78]**.

$$\rho_{nf} = 1001.064 + 2738.6191\phi - 0.2095T \quad (1.6)$$

Avec  $0 \leq \phi \leq 0.04$  et  $5 \leq T(^{\circ}\text{C}) \leq 40$

La figure 1.5a affiche une comparaison entre les valeurs de densité mesurés par **Pak et Cho [56]** et **Ho et al. [78]** et les valeurs calculées à partir de l'équation (1.3). Tandis que la figure

1.5b montre le changement de la densité en fonction de la température à plusieurs fractions volumiques.



**Figure 1.5.** Effet de la fraction volumique sur la densité de l' $Al_2O_3$ -eau (a) température constante ; (b) température variable.

Le tableau 1.4 présente les valeurs des rapports de la densité de plusieurs nanofluides en fonction de la fraction volumique qui varie entre 0% et 8%.

**Tableau 1.4 :** Rapport des Masses Volumiques des Différents Nanofluides en Fonction de la Fraction Volumique [21]

$\rho_{nf}/\rho_f$
--------------------

$\phi$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -eau	CuO-eau	Cu-eau	Ag-eau	Au-eau
0%	1	1	1	1	1
1%	1.0296	1.0546	1.0797	1.0951	1.1833
2%	1.0593	1.1092	1.1594	1.1903	1.3666
3%	1.0890	1.1638	1.2391	1.2855	1.5500
4%	1.1186	1.2184	1.3188	1.3807	1.7333
5%	1.1483	1.2730	1.3985	1.4759	1.9167
6%	1.1780	1.3276	1.4782	1.5711	2.1000
7%	1.2077	1.3823	1.5579	1.6663	2.2834
8%	1.2373	1.4369	1.6376	1.7615	2.4667

### 2.8.2 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène  $C_p = dQ / mdT$ . La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K° lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a retrouvé suivant les auteurs l'une ou l'autre des deux relations suivantes. Plusieurs auteurs utilisent la corrélation simplifiée suivante :

$$C_{p_{nf}} = (1 - \phi)C_{p_f} + \phi C_{p_s} \quad (1.7)$$

D'autres chercheurs dont **Xuan** et **Roetzel** [80] ont utilisé l'équation suivante :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_s \quad (1.8)$$

Cette équation est largement utilisée dans la modélisation des nanofluides. Le tableau 1.5 présente les valeurs calculées à partir des deux corrélations précédentes (1.7) et (1.8) à  $\phi = 4\%$  et pour un nanofluide à base d'eau et des différentes nanoparticules.

**Tableau 1.5 :** Valeurs de  $(C_p)_{nf}/(C_p)_f$  pour  $\phi=4\%$  obtenus par les corrélations (1.7) et (1.8)

Substance	$C_{ps}$	$C_{pf}$	$C_{ps}/C_{pf}$	
			Eq. 1.5	Eq. 1.6
eau		4181.8		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	761.55		0.9672	0.8839
CuO	561		0.9653	0.8163
Cu	385		0.9636	0.7529
Ag	235		0.9622	0.7123
Au	129		0.9612	0.5675

### 2.8.3 Coefficient d'expansion thermique

Dans le cadre de notre étude, les fluides porteurs sont considérés incompressibles (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\delta \rho}{\delta T} \right)_p$  appelé également coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs (**Hwang et al. [81]**, **Ho et al. [78]**) ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation de la densité (Eq. 1.5) :

$$\beta_{nf} = (1 - \phi)\beta_f + \phi\beta_s \quad (1.9)$$

**Kim et al. [82]** ont supposé que le coefficient de dilatation des fluides est largement plus grand que celui des nanoparticules solides, ils ont simplifié l'équation (1.9) comme suit :

$$\beta_{nf} = (1 - \phi)\beta_f \quad (1.10)$$

Dans le cadre des études numériques menées sur le transfert thermique convectif dans les nanofluides, **Khanafar et al. [83]** ont proposé un modèle largement utilisé pour la prédiction du coefficient d'expansion thermique :

$$\beta_{nf} = \left[ \frac{(1-\phi_p)(\rho\beta)_f + \phi_p(\rho\beta)_p}{\rho_{nf}} \right] \beta_f \quad (1.11)$$

Ce modèle peut être écrit aussi sous la forme suivante :

$$\beta_{nf} = \left[ \frac{1}{1 + \frac{\phi \rho_p}{\phi \rho_f}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi) \rho_f}} \right] \beta_f \quad (1.12)$$

**Ho et al. [78]** ont mesuré le coefficient d'expansion thermique de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau à des différentes fractions volumiques dans un intervalle de température entre 15 et 80°C. **Khanafar et Vafai [79]** ont développé une corrélation à base de leurs données expérimentales.

$$\beta_{nf} = \left( -0.479\phi + 9.3158 \times 10^{-3}T - \frac{4.7211}{T^2} \right) \times 10^{-3} \quad (1.13)$$

Avec :  $0 \geq \phi \leq 0.04$  et  $10^\circ\text{C} \geq T \leq 40^\circ\text{C}$

#### 2.8.4 Viscosité Dynamique

La viscosité peut être définie comme la résistance d'un fluide aux déformations lorsqu'il est mis en mouvement. Nous pouvons aussi définir la viscosité comme une quantité mesurant la force nécessaire pour surmonter le frottement interne dans un fluide. L'ajout de particules solides dans un liquide provoque une augmentation plus ou moins importante de la viscosité du mélange obtenu. De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été menées afin d'estimer ou de mesurer la viscosité dynamique des nanofluides et de quantifier l'importance des principaux paramètres qui l'influencent. Pour des nanoparticules identiques (nature et taille) et un même fluide de base, la qualité de la dispersion et la température peuvent influencer considérablement sur la viscosité. Plusieurs modèles théoriques ont été développés pour prédire l'évolution de la viscosité dynamique des suspensions sous certaines conditions. Dans cette partie, nous nous intéresserons aux modèles largement utilisés dans la littérature.

**Einstein [84]** a introduit une relation pour calculer la viscosité dynamique d'un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5 \phi) \quad (1.14)$$

**Brinkman [85]** a étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (1.15)$$

Dans le cas des faibles concentrations volumiques, la formule de Brinkman sera la même que celle d'Einstein et ne prend pas en considération le mouvement Brownien et la taille des nanoparticules.

**Frankel et Acrivos [86]** ont proposé une technique asymptotique pour dériver la dépendance fonctionnelle de la viscosité effective sur la concentration volumique dans le cas des nanoparticules sphériques uniforme, ils ont développé la corrélation suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f \frac{9}{8} \left( \frac{(\phi/\phi_m)^{1/3}}{1-(\phi/\phi_m)^{1/3}} \right) \quad (1.16)$$

Où  $\phi_m$  est la fraction de volume maximale déterminée expérimentalement.

**Lundgren [87]** a proposé une formule dérivée du développement de Taylor :

$$\mu_{nf} = \mu_f \left( 1 + 2.5 \phi + \frac{25}{4} \phi^2 + O(\phi^3) \right) \quad (1.17)$$

En prenant en compte l'effet de l'interaction hydrodynamique entre deux nanoparticules sphériques, **Batchelor [88]** a montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de  $\phi$ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de  $\phi$  avec la présence d'un terme en  $\phi^2$  :

$$\mu_{nf} = \mu_f (6.2 \phi^2 + 2.5 \phi + 1) \quad (1.18)$$

Cette équation permet le calcul de la viscosité de suspension de nanoparticules avec  $\phi > 10\%$ . Le tableau 1.6 montre les valeurs des rapports  $\mu_{nf}/\mu_f$  du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau calculés à partir de trois modèles théorique.

**Maiga et al. [89]** à partir de résultats de mesures ont proposé la relation suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (123 \phi^2 + 7.3 \phi + 1) \quad (1.19)$$

**Pack et Cho [56]** ont proposé une corrélation pour les nanoparticules  $Al_2O_3$  dispersées dans l'eau :

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.9 \phi^2 + 39.11 \phi + 1) \quad (1.20)$$

**Tableau 1.6.** Rapport des viscosités du nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau obtenus à partir des différents modèles étudiés.

φ (%)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Einstein	1	1.0250	1.0500	1.0750	1.1000	1.1250	1.1500	1.1750	1.2000
Brinkman	1	1.0254	1.0518	1.0791	1.1074	1.1368	1.1673	1.1989	1.2318
Batchelor	1	1.026	1.0525	1.0806	1.1099	1.1405	1.1723	1.2054	1.2397

**Nguyen et al. [90]** ont proposé plusieurs corrélations après une étude expérimentale, les équations (1.21) et (1.22) sont utilisées pour l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau. Tandis que l'équation (1.23) est utilisée pour le CuO-eau :

$$\mu_{nf} = \mu_f (0.904 e^{0.148 \phi}) \quad (d = 47nm) \quad (1.21)$$

$$\mu_{nf} = (1 + 0.0025\phi + 0.015\phi^2)\mu_f \quad (d = 36nm) \quad (1.22)$$

$$\mu_{nf} = (1.475 - 0.319\phi + 0.051\phi^2 + 0.009\phi^3)\mu_f \quad (1.23)$$

**Khanafar et Vafai [79]** ont développé une corrélation basée sur une étude expérimentale sur la viscosité de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau/éthylène-glycol.

$$\mu_{nf} = (1 + 0.164 \phi + 302.34 \phi^2)\mu_f \quad (1.24)$$

Les corrélations précédentes sont développées afin de calculer la viscosité des nanofluides en fonction de la concentration volumique. **Nguyen et al. [90]** ont étudié expérimentalement l'effet de la température sur la viscosité des nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau et CuO-eau. Ils ont proposé deux formules en fonction de la température pour calculer la viscosité dynamique.

$$\mu_{nf} = (1.125 - 0.0007 \times T)\mu_f \quad (\phi = 1\%) \quad (1.25)$$

$$\mu_{nf} = (2.1275 - 0.0215 \times T + 0.0002T^2)\mu_f \quad (\phi = 4\%) \quad (1.26)$$

**Palm et al. [91]** ont aussi proposé deux corrélations pour l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau

$$\mu_{nf} = (0.034 - 2 \times 10^{-4} \times T + 2.9 \times 10^{-7} \times T^2)\mu_f \quad (\phi = 1\%) \quad (1.27)$$

$$\mu_{nf} = (0.039 - 2.3 \times 10^{-4} \times T + 3.4 \times 10^{-7} \times T^2)\mu_f \quad (\phi = 4\%) \quad (1.28)$$

**Khanafar et Vafai [79]** ont développé une corrélation pour calculer la viscosité dynamique de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau basée sur des résultats expérimentaux de plusieurs études précédentes. Cette corrélation est en fonction de la température, la concentration volumique et le diamètre des nanoparticules.

$$\mu_{eff} = -0.4491 + \frac{28.837}{T} + 0.574\phi - 0.1634\phi + 23.053 \frac{\phi^2}{T^2} + 0.0132\phi^3 - 2354.735 \frac{\phi}{T^3} + 23.498 \frac{\phi^2}{d_p^2} - 3.0185 \frac{\phi^3}{d_p^3} \quad (1.29)$$

$$0 \leq \phi \leq 0.0 \quad 20 \leq T(^{\circ}C) \leq 70 \quad 13 \leq d_p(nm) \leq 131$$

### 2.8.5 Conductivité thermique

A partir de la résolution de l'équation de l'énergie, beaucoup de modèles de calculs de la conductivité thermique ont été développés pour prédire l'estimation de la conductivité du nanofluide, constitués par des éléments très réguliers tels que les nanoparticules sphériques. Les modèles décrits dans la littérature sont des outils de prédictions développés afin d'appréhender les mécanismes de transfert thermique aux seins des nanofluides.

**Maxwell [1]** a été le premier à introduire un modèle de calcul de la conductivité thermique d'un fluide muni de particules sphérique. La formule de Maxwell est donnée par :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)\phi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\phi} \quad (1.30)$$

$k_{nf}$ ,  $k_f$  et  $k_s$  désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide de base et des particules solides. **Hamilton et Crosser [92]** ont déduit un modèle dérivé de celui de Maxwell [1], ce modèle prend en considération les nanoparticules non sphérique en introduisant un facteur de forme  $n$  dérivé expérimentalement.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\phi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (1.31)$$

Où  $n$  est un facteur de forme empirique donne par :

$$n = 3/\psi \quad (\Psi : \text{Sphéricité})$$

$n = 3$  pour les particules sphérique.

$n = 6$  pour les particules cylindriques.

Quand  $n = 1$  le modèle de Hamilton-Crosser [92] est identique au modèle de Maxwell [1].

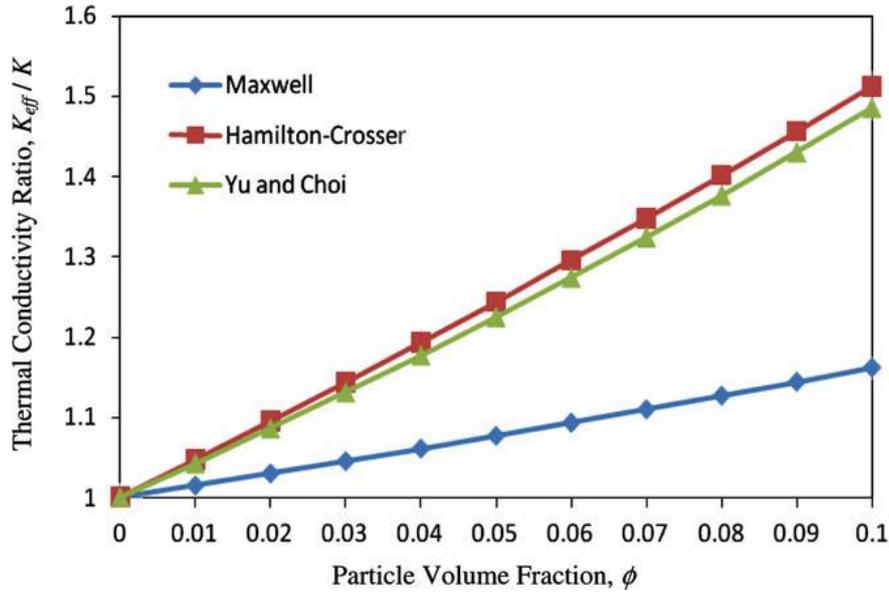
**Yu et Choi [93]** ont proposé un modèle pour calculé la conductivité thermique, ils ont supposé que les molécules du liquide de base et les nanoparticules sont séparé par une couche nanométrique, cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules. De plus, ils ont supposé que la conductivité thermique de la couche nanométrique est plus grande que la conductivité thermique du liquide.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \phi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \phi} \quad (1.32)$$

Où  $\beta$  est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules. La figure 1.6 illustre une comparaison entre les trois modèles de conductivité thermique effective cités précédemment.

### 2.8.5.1 Effet de la couche inter faciale nanoparticules-fluide

Les molécules d'un liquide à proximité d'une surface solide se présente suivant des structures en couches et se comporte physiquement comme état intermédiaire entre solide et liquide. La couche solide-liquide devrait conduire à une conductivité thermique plus élevée que celle du liquide de base. Par conséquent, cette couche agit comme un pont thermique entre une particule solide et un liquide. Sur cette hypothèse, **Yu et Choi [94]** ont modifié l'équation de Maxwell afin d'inclure l'effet de la couche inter faciale.



**Figure 1.6 :** Variation du rapport de conductivité thermique ( $k_{nf}/k_f$ ) en fonction de la concentration volumique [95]

$$k_{nf} = k_f + 3\phi \frac{k_c + k_f}{k_c + 2k_f - (k_c - k_f)\phi} k_f \quad (1.33)$$

Où l'indice « c » correspond à la couche inter faciale.

$$k_c = k_f + 3\phi \frac{k_s + k_f}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\phi} k_f \quad (1.34)$$

Pour étendre cette idée à des particules non-sphériques, **Yu et Choi [94]** ont modifié le modèle de Hamilton-Crosser pour obtenir une équation de conductivité thermique efficace pour les nanofluides ellipsoïdaux :

$$k_{nf} = k_f + \Psi^{-1}\phi \sum_{abc} \frac{k_{ci} + k_f}{k_{ci} + (3\Psi^{-1} - k_f) - (k_{ci} - k_f)\phi} k_f \quad (1.35)$$

Lorsque la sphéricité de la particule est définie comme le rapport de surface d'une sphère avec le volume égal à celui de la particule à la surface de la particule. La conductivité thermique  $k_i (i = a, b, c)$  de l'ellipsoïdale de la structure complexe des particules peut être estimée par l'équation suivante :

$$k_{ci} = k_s + \phi \frac{k_p + k_s}{k_s - (d_{pi} - \phi d_{ci})(k_p - k_s)} k_s \quad (1.36)$$

Les facteurs de dépolarisation  $d_i (i = a, b, c)$  sont définis comme :

$$d_i = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{1}{(i^2+w)\sqrt{(a^2+w)(b^2+w)(c^2+w)}} dw \quad (1.37)$$

### 2.8.5.2 Effet du mouvement brownien des nanoparticules

Le mouvement Brownien des nanoparticules en raison de leur taille et un autre facteur potentiel dans le calcul de l'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides. Dans la plupart des cas, l'effet du mouvement Brownien en suspension dans un fluide de base peut être considéré comme un ajout à la conductivité thermique prévue par les équations classiques de Maxwell. Sur la base de ce concept, **Xuan et al. [95]** ont proposé la modification suivante de l'équation de Maxwell :

$$k_{nf} = k_f + 3\phi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\phi} k_f + \frac{1}{2} \rho_s C p_s \phi \sqrt{\frac{k_B T}{3\pi\mu r}} \quad (1.38)$$

**Jang et Choi [96]** ont également développé un model dynamique qui prend en compte la convection induite par une nanoparticule Brownienne. Leur model peut être exprimé comme une modification de la règle des mélanges parallèles :

$$k_{nf} = (1 - \phi)k_f + \phi k_s + 3c(r_f/r_s)\phi \left( \frac{k_B T}{3\pi\mu_f r v_f l_f} \right)^2 Pr k_f \quad (1.39)$$

### 2.8.5.3 Nanofluide à base des nanotubes de carbone

Les nanotubes de carbone peuvent être considérés des sphéroïdes allongés. Par conséquent de nombreux modèles développés pour les suspensions sphéroïdes allongées peuvent être utilisés pour estimer la conductivité thermique effective des nanofluides à base des nanotubes de carbone. **Nan et al. [97]** ont proposé l'équation approximative suivante obtenue à partir de l'équation de Fricke en utilisant la condition  $k_r \gg k_a$  :

$$k_{eff} = k_f + \frac{1}{3} \phi \frac{k_s}{1 + Rk_s/a} \quad (1.40)$$

$R$ : traduit l'effet de la resistance de contact.

En négligeant l'effet de la résistance de contact, l'équation (1.40) devient :

$$k_{eff} = k_f + \frac{1}{3} \phi k_s \quad (1.41)$$

### 2.8.5.4 Corrélations expérimentales

Plusieurs études expérimentales ont été menées afin de mesurer la conductivité thermique des nanofluides en utilisant des différentes méthodes tel que le fil chaud transitoire, les plaques parallèles permanentes et l'oscillation de la température. Ces expériences sont effectuées à température constante ou à des températures variables. **Chon et al. [98]** ont mesuré la conductivité thermique de l'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau dans un intervalle de température entre 21 et 71°C en utilisant la méthode du fil chaud transitoire. En utilisant une approche analytique basée sur le théorème de Buckingham-Pi, ils ont développé trois corrélations qui décrivent l'influence des paramètres physiques individuelles sur la conductivité thermique. En plus, ils ont prouvé théoriquement que de la vitesse des nanoparticules (vitesse Brownienne) à un rôle clé dans la détermination de l'effet de la température sur la conductivité thermique des nanofluides.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7 \cdot f^{0.7460} \left(\frac{d_{BF}}{d_p}\right)^{0.3690} \left(\frac{k_p}{k_{BF}}\right)^{0.7476} \cdot Pr^{0.9955} \cdot Re^{1.2321} \quad (1.42)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + const \cdot \left(\frac{Pr(T)^{0.9955} T^{1.2322}}{d_p^{0.369} k_{BF}(T)^{0.7476} \mu^2(T)}\right) \quad (1.43)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + const \cdot \left(\frac{1}{d_p}\right)^{0.369} \left(\frac{T^{1.2322}}{10^{2.4642} B/(T-C)}\right) \quad (1.44)$$

Où  $f$ ,  $d_p$  sont la fraction volumique et le diamètre des nanoparticules, l'indice  $f$  indique le fluide de base.

**Khanafar et Vafai [79]** ont proposé deux corrélations expérimentales valables pour calculer la conductivité thermique des nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau et CuO-eau. L'équation (1.43) est développée à une température constante.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + 1.0112 \phi + 2.4375 \phi \left(\frac{47}{d_p}\right) - 0.0248 \phi \left(\frac{k_p}{0.613}\right) \quad (1.45)$$

Tandis que la corrélation (1.44) est développée à une température variable.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 0.9843 + 0.398 \phi^{0.7383} \left(\frac{1}{d_p}\right)^{0.2246} \left(\frac{\mu_{eff}}{\mu_f}\right)^{0.0235} - 3.9517 \frac{\phi}{T} + 34.034 \frac{\phi^2}{T^3} + 32.509 \frac{\phi^2}{T^3} \quad (1.46)$$

Avec  $0 \leq \phi \leq 0.1$ ,  $20 \leq T(^{\circ}C) \leq 70$ ,  $11 \leq d_p(nm) \leq 150$

## 2.9 Domaines d'application des nanofluides

Les nanofluides sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles notamment dans les systèmes thermiques tels que le refroidissement et le chauffage des différents équipements.

### 2.9.1 Refroidissement des composants électroniques

En raison de la densité plus élevée des composants électroniques récents, il est indispensable de développer des mécanismes efficaces pour évacuer la chaleur générée par ces dispositifs compacts. Les microprocesseurs par exemple, peuvent atteindre des températures avoisinant les 100°C. Pour assurer un fonctionnement correct et une fiabilité optimale, l'intérêt à un refroidissement efficace devient primordial. Les recherches récentes ont montré que les nanofluides pourraient augmenter le coefficient de transfert thermique convectif en augmentant la conductivité thermique du liquide de refroidissement. **Jang et Choi [99]** ont conçu un nouveau refroidisseur combinant un dissipateur thermique à des micros canaux avec nanofluides. Les performances de refroidissement obtenues sont améliorées par rapport à un système fonctionnant avec l'eau pure. Les nanofluides ont réduits à la fois la résistance thermique et la différence de température entre la paroi chauffée du micro canal et le liquide de refroidissement. **Nguyen et al. [100]** ont conçu un circuit fermé pour étudier l'amélioration du transfert de chaleur d'un système de refroidissement en remplaçant le fluide de base (eau distillée) par un nanofluide composé  $Al_2O_3$ -eau à différentes concentrations. Les données mesurées ont clairement montré que l'inclusion des nanoparticules dans l'eau distillée a produit une amélioration considérable du coefficient de transfert thermique convectif du bloc de refroidissement. Avec une concentration volumique des particules de l'ordre de 4.5%, ils ont obtenu une amélioration jusqu'à 23% par rapport à celle du fluide de base. Ils ont également observé qu'une augmentation de la concentration a produit une nette diminution de la température de jonction entre le composant chauffée le bloc de refroidissement. **Tsai et al. [101]** ont employé un nanofluide à base des nanoparticules d'Or dispersées dans l'eau pour refroidir un microordinateur via caloduc. Ils ont constaté une réduction significative de la résistance thermique en utilisant le nanofluide par rapport à l'eau pure.

### 2.9.2 Refroidissement des moteurs à combustion

Les nanofluides ont un grand potentiel pour améliorer les taux de refroidissement des moteurs à combustion en augmentant l'efficacité et en réduisant le poids et la complexité des systèmes de gestion thermique. Alternativement, il est avantageux de concevoir un système de refroidissement plus compact avec des radiateurs plus petits et plus légers ce qui permet

d'améliorer les performances et réduire la consommation de carburant des véhicules. Les nanofluides à base d'éthylène-glycol ont beaucoup attiré l'attention des chercheurs en matière de liquide de refroidissement des moteurs. **Kole et al. [102]** ont préparé un liquide de refroidissement pour moteur composé de nanoparticules d'alumine dispersée dans le liquide de refroidissement (HP KOOLGARD) comme fluide de base. Ils ont remarqué une augmentation de 10.41% en conductivité thermique à une fraction volumique de 3.5%. Les chercheurs du laboratoire national d'Argonne **[103]** ont évalué les applications des nanofluides dans les véhicules. L'utilisation de nanofluides à haute conductivité thermique dans radiateurs peut entraîner une réduction de la surface frontale du radiateur jusqu'à 10% et l'économie de carburant jusqu'à 5% vue la réduction de la traînée aérodynamique. Cela peut ouvrir les portes pour de nouvelles conceptions aérodynamiques automobiles. **Peyghambarzadeh et al. [104]** ont étudié expérimentalement l'amélioration du transfert de chaleur dans un radiateur de refroidissement en utilisant un nanofluide  $Al_2O_3$  dispersé dans un mélange éthylène glycol/eau. Ils ont remarqué une augmentation du taux de transfert thermique de 40% ce qui peut permettre aux ingénieurs de développer des systèmes de refroidissement compact et plus efficace.

### 2.9.3 Refroidissement des systèmes thermiques industriels

L'application des nanofluides dans le refroidissement industriel pourra économiser une grande quantité d'énergie et réduire les émissions des gaz à effet de serre. Pour l'industrie américaine, le remplacement des fluides caloporteurs conventionnels utilisés dans le refroidissement et le chauffage par des nanofluides diminuera la consommation énergétique de 1 billion de Btu d'énergie, **Wong et al. [105]** et **Routbort [106]**. En outre, l'utilisation des nanofluides dans les cycles de refroidissement en boucle des centrales électriques économisera entre 10 et 30 trillion Btu (équivalent de 50000 à 150000 foyers). La diminution des émissions du dioxyde de carbone est de l'ordre de 5.6 million de tonne et 8600 de tonnes pour le dioxyde de nitrogène tandis que le dioxyde de sulfure sera réduit de 21000 tonnes **[107]**.

### 2.9.4 Chauffage et climatisation dans les bâtiments

Les nanofluides peuvent être appliqués dans les systèmes de chauffage des bâtiments. **Kulkarni et al. [108]** ont étudié le chauffage des bâtiments dans régions froides en utilisant l'éthylène et le propylène glycol en mélange avec de l'eau à des différentes proportions en tant que fluides caloporteurs. L'éthylène glycol / eau 60/40 a été choisi comme fluide de base. Les résultats ont montré que l'utilisation de nanofluides dans les échangeurs de chaleur pourra réduire les débits volumique et massique, résultant une économie d'énergie de pompage. Les nanofluides nécessitent des systèmes de chauffage plus compact capables de fournir une quantité d'énergie

thermique identique qu'un système de chauffage conventionnel. Cela réduit la valeur initiale du coût des installations et ainsi réduire les émissions des gaz polluants.

### 2.9.5 Refroidissement des réacteurs nucléaires

L'institut de la technologie du Massachusetts a mis en place un centre de recherche interdisciplinaire où les chercheurs explorent les applications des nanofluides pour la dans le secteur de l'énergie nucléaire notamment dans trois domaines majeurs ; (a) refroidissement des réacteurs à eau sous pression (b) refroidissement des systèmes d'urgence (c) liquide de refroidissement pour la rétention du noyau fondu dans les navires lors d'accidents graves [107].

### 2.9.6 Espace et défense

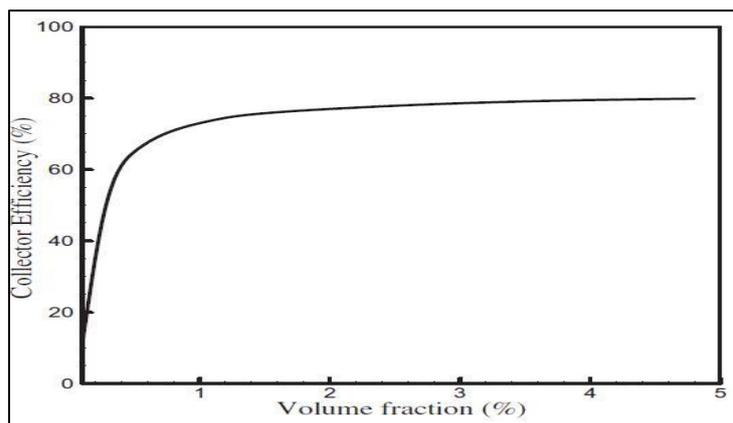
Dans le domaine de l'espace, les stations spatiales et les aéronefs sont soumis à plusieurs contraintes techniques telles que le poids et l'espace limité. Un système de refroidissement compact, léger et efficace est primordialement demandé. *You et al.* [109] et *Vassalo et al.* [110] ont comparé le point d'ébullition critique d'un nanofluide avec celui des fluides conventionnels afin de développer une nouvelle génération de fluides caloporteurs pour les systèmes générant des flux de chaleur important. Par ailleurs, dans le domaine militaire, certains dispositifs nécessitent un refroidissement efficace tel que les véhicules militaires, les sous-marins et les machines à diodes laser. Les nanofluides ayant des flux de chaleur critiques ont le potentiel de garantir le refroidissement recommandé pour ces systèmes.

### 2.9.7 Stockage de chaleur

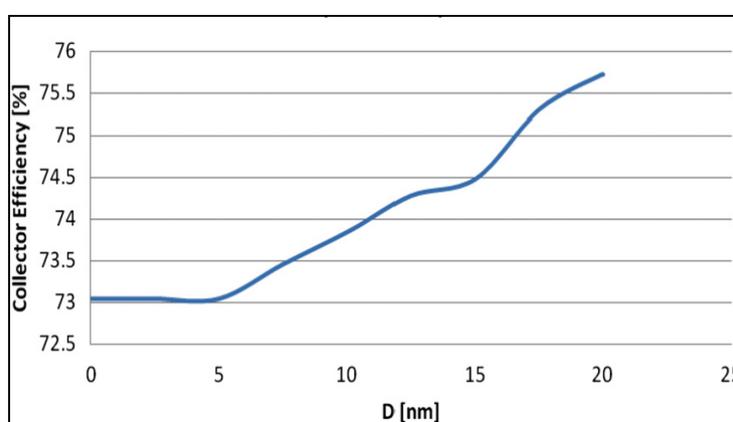
La différence temporelle entre la source énergétique et le consommateur demande un moyen de stockage thermique. Le stockage sous forme de chaleur latente et sensible est devenu très important dans la gestion et la conservation de cette énergie notamment dans les stations solaires thermique, l'industrie et les bâtiments. *Wu et al.* [111] ont évalué le changement de phase d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans les applications de refroidissement le stockage dans les systèmes thermiques. Les résultats ont montré que l'introduction des nanoparticules a diminué remarquablement le point de surfusion de l'eau. Le temps de solidification été diminué de 20.59% à une concentration massique de 0.2%. *Liu et al.* [112] ont préparé un nouveau matériau à changement de phase qui consiste d'un nanofluide  $\text{TiO}_2$ - $\text{BaCl}_2$ . Cette combinaison possède une conductivité thermique très élevée par rapport au fluide de base. Les résultats ont montré une nette amélioration des capacités de stockage par rapport au fluide de base  $\text{BaCl}_2$ .

### 2.9.8 Utilisation des nanofluides dans les capteurs solaires

Le capteur solaire thermique conventionnel est une technologie établie à une variété d'applications telles que le chauffage de l'eau domestique, le conditionnement d'air et la production d'électricité. Cependant, l'efficacité de ces capteurs est limitée par les propriétés du fluide caloporteur qui demeure moins efficace vu leurs propriétés physiques. Au cours des dernières années, de nombreux chercheurs ont étudié expérimentalement et théoriquement l'influence des nanofluides sur le rendement des dispositifs solaires thermiques. **Otanicar et al. [113]** ont investigué les performances d'un capteur solaire à base de nanofluides composé de diverses nanoparticules (NTC, graphite et argent). L'amélioration dans le rendement était de l'ordre de 5%. En outre, ils ont comparé les résultats expérimentaux avec un modèle numérique. Les résultats démontrent une augmentation rapide du rendement en fonction de la concentration volumique. **Youcefi et al. [114]** ont utilisé l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau comme fluide caloporteur dans un capteur solaire plan. A une concentration massique de 0.2%, le rendement du capteur s'est amélioré de l'ordre de 28.3%. **Tyagi et al. [115]** ont étudié théoriquement l'effet des différents paramètres sur l'efficacité d'un capteur solaire plan à absorption directe (DAC) en utilisant un nanofluide Al-eau comme fluide caloporteur. L'efficacité du capteur a augmenté d'une manière importante (figure 1.7) notamment à des faibles concentrations volumiques. **Saidur et al. [116]** ont prouvé que l'efficacité du capteur solaire est proportionnelle avec le diamètre des nanoparticules (figure 1.8). **He et al. [117]** ont étudié les caractéristiques de conversion lumière-chaaleur de deux nanofluides  $\text{TiO}_2$ -eau et les nanotubes de carbone CNT-eau dans un capteur solaire à tube sous vide dans des conditions météorologiques différentes. Les résultats expérimentaux montrent une amélioration significative de la conversion chaleur-lumière du nanofluide CNT- eau à une concentration massique de 0,5%. Ils ont aussi conclu que le nanofluide CNT- eau est plus approprié à utiliser dans les tubes sous vide par rapport au  $\text{TiO}_2$ -eau. **Li et al. [118]** ont étudié expérimentalement l'influence de plusieurs nanofluides sur les performances d'un capteur solaire tubulaire. L' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, le ZnO-eau et le MgO-eau ont été employés dans ce travail. Leurs résultats montrent que le nanofluide ZnO-eau avec une concentration volumique de 0,2% est le meilleur choix pour le collecteur en termes de rendement.



**Figure 1.7 :** Efficacité d'un chauffe-eau solaire en fonction de la fraction volumique [115]



**Figure 1.8 :** Efficacité du capteur solaire en fonction du diamètre des nanoparticules, Saidur et al [116]

**Kumar et al.** [119] ont calculé théoriquement le rendement thermique d'un chauffe-eau solaire utilisant un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau comme fluide caloporteur, les effets du débit massique et de la fraction volumique ont été pris en compte. Le rendement thermique affiche une augmentation de 31,64% par rapport à un chauffe-eau solaire conventionnel à un débit massique optimale de 1,5 l/min et une concentration volumique de 1,5% au-delà de cette valeur le rendement diminue due à la croissance du coefficient de frottement. **Tora et al.** [120] ont introduit un modèle numérique pour simuler le transfert thermique dans un capteur solaire plan qui contient un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau. A une concentration volumique  $\phi=0,005\%$ , ils ont obtenu une augmentation de 37,44% dans le rendement.

Le refroidissement des panneaux photovoltaïques peut améliorer davantage leur rendement. Appliqués déjà dans ce domaine, les nanofluides offrent une solution créative afin de garantir un refroidissement efficace sans compromettre la compacité des équipements utilisés. **Elmir et**

*al.* [121] ont utilisé la méthode des éléments finis pour simuler le refroidissement d'une cellule photovoltaïque à la silicone. Ils ont considéré une cavité inclinée de 30° qui contient un nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau. Les résultats affichent une augmentation significative du nombre de Nusselt moyen en fonction de la concentration volumique. Cela, implique une amélioration dans le refroidissement du capteur.

## **2.10 Modélisation des écoulements des nanofluides**

Bien qu'il existe plusieurs techniques numériques pouvant être utilisées pour simuler un écoulement de nanofluide, les équations gouvernantes sont basées sur l'équilibre des forces et les lois de conservation. Cependant, la modélisation numérique des écoulements et du transfert de chaleur des nanofluides peut être réalisée en utilisant deux approches fondamentales.

### **2.10.1 Approche monophasique**

Dans cette approche, le nanofluide est considéré comme un fluide monophasique dû au fait que les nanoparticules sont très petites (inférieur à 100nm) elles se fluidisent facilement dans le liquide de base [62-66, 73-77]. Dans ce cas l'effet des nanoparticules est pris en considération par l'utilisation des propriétés thermo physiques du nanofluide dans les équations gouvernantes. Cette approche demeure relativement facile à appliquer car ça ne nécessite pas beaucoup de temps de calcul.

### **2.10.2 Modèle monophasique avec dispersion thermique**

Dans ce modèle, le nanofluide est considéré monophasique. Mais, l'amélioration en transfert thermique obtenu par le nanofluide est due au phénomène de dispersion thermique qui se produit à cause du mouvement aléatoire des nanoparticules dans le fluide de base. Ce mouvement peut créer des perturbations dans la vitesse et la température. Ce phénomène est pris en considération dans le modèle de conductivité thermique proposé par **Xuan et Roetzel** [80].

### **2.10.3 L'approche diphasique**

La résolution d'un problème diphasique ou multiphasique consiste à résoudre les équations de la dynamique des fluides tout en couplant les problèmes entre les différentes phases par des relations de saut aux interfaces prenant en compte les échanges de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases solide et liquide. Pour la simulation des écoulements des nanofluides dans des conduits il existe trois modèles.

#### **2.10.4 Le modèle du mélange d'Euler**

Dans ce modèle, les équations de continuité, de l'énergie et de quantité de mouvement sont résolues pour le mélange (solide-liquide), ensuite les vitesses de chaque phase sont liées par des relations empiriques [67, 68, 122].

#### **2.10.5 Modèle Eulerien-Eulerien**

Ce modèle consiste à résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie séparément pour chaque phase. Les interactions entre les phases sont définies par des termes additionnels qui représentent la quantité de mouvement et le transfert de chaleur entre les deux phases solide et liquide [122].

#### **2.10.6 La méthode de trajectoire Lagrangienne des nanoparticules**

Dans cette méthode, le nanofluide est considéré monophasique. Tandis que les forces agissant sur les nanoparticules sont prises en considération par la deuxième loi de mouvement de Newton. La suspension des nanoparticules dans un liquide est souvent contrôlée par plusieurs forces telles que la force Brownienne, la force thermophorèse, la force de traînée hydrodynamique, la force gravitationnelle, la force de portance de Saffman, la force de masse virtuelle et la force du gradient de pression [73].

### **3 Conclusion et objectifs de ce travail**

En conclusion de cette étude bibliographique, il convient de retenir les points suivants :

- Les nanofluides sont une nouvelle classe de fluides. Ils se distinguent par des particules nanométriques solides en suspension dans des liquides de base.
- La majorité des études expérimentales menées sur les nanofluides sont consacrées à la mesure des propriétés thermo physiques en particulier la conductivité thermique et la viscosité dynamique. Ces études ont prouvé que l'ajout des nanoparticules solides améliore largement les propriétés mesurées.
- Le transfert thermique convectif dans les nanofluides en écoulement dans des conduits a été aussi étudié par des travaux expérimentaux et numériques. Les chercheurs ont obtenu des améliorations dans les taux de transfert de chaleurs variant selon les géométries, les types des nanoparticules et les fluides de base et plusieurs autres facteurs.

- Les nanofluides peuvent être utilisés dans plusieurs applications telles que les dispositifs solaires thermiques, les échangeurs de chaleur et le refroidissement des composants électroniques.

Notre travail consiste à étudier numériquement le transfert thermique et l'écoulement de plusieurs types de nanofluides. En effectuant des comparaisons, nous allons investiguer l'influence de certains paramètres tels que le type des nanoparticules, le type du fluide de base et la fraction volumique sur le comportement thermique et hydrodynamique des nanofluides mis en jeu. Le deuxième chapitre présentera le modèle mathématique qui sera appliqué dans cette simulation et ainsi les conditions aux limites. Dans le troisième chapitre, la discrétisation des équations gouvernantes et leur méthode de résolution seront bien détaillée. Le dernier chapitre illustrera les résultats obtenus. D'abord, l'effet du matériau des nanoparticules sera étudié, où deux nanofluides de natures différentes seront utilisés, l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (à base d'oxyde métallique) et le Cu-eau (à base de nanoparticule métallique). L'effet de la fraction volumique sera également démontré avec des variations allant de 2 à 8% pour les deux nanofluides cités précédemment. Ensuite, nous allons étudier l'effet du fluide de base en utilisant un mélange eau/éthylène-glycol avec deux concentration volumiques de ce dernier 30 et 50% dont des nanoparticules d'alumine sont dispersées avec une fraction volumique fixée à 4%. De plus, la contribution des nanofluides dans l'amélioration de la compacité des dispositifs thermiques sera également mise à l'épreuve.

# Chapitre 2

## Modélisation

### Mathématique

## Chapitre 2 Modélisation Mathématique

### 1 Introduction

L'étude bibliographique effectuée dans le premier chapitre nous a montré l'existence de plusieurs modèles théoriques permettant de prédire le comportement hydrodynamique et thermique des nanofluides dans des écoulements confinés. Vu la nature non-linéaire et la complexité des équations gouvernantes, l'utilisation d'une méthode analytique demeure inefficace. Pour cela, le développement d'un modèle numérique est une solution très importante pour le problème considéré. L'objectif de ce travail est la simulation numérique de l'écoulement et du transfert thermique de plusieurs types de nanofluides dans un conduit cylindrique. Cette géométrie est couramment utilisée dans plusieurs applications telles que les échangeurs de chaleur et les capteurs solaires thermiques. Dans ce chapitre, nous allons présenter les modèles des propriétés thermo physiques des nanofluides et les équations mathématiques gouvernantes sous formes dimensionnelles et adimensionnelles. De plus, les conditions aux limites spatiotemporelles et les corrélations du nombre de Nusselt seront bien illustrées dans ce chapitre.

### 2 Problématique

Le présent travail consiste à étudier le comportement thermique et hydrodynamique de plusieurs nanofluides en écoulement laminaire dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur constant et uniforme. Deux catégories de nanofluides sont utilisées :

- En premier lieu nous avons employé l'Alumine et le cuivre dispersés dans l'eau pure avec des fractions volumiques entre 2 et 8%.
- En outre, l'effet du fluide de base a été également étudié. Le mélange éthylène glycol/eau avec deux concentrations volumiques 30 et 50% dont la suspension des nanoparticules d'alumine avec une fraction volumique fixée à 4%.

### 3 Géométrie du problème

La géométrie utilisée est un conduit cylindrique horizontal en acier inoxydable ayant une longueur  $L = 1.05$  m, un diamètre intérieur  $D_i = 0,01$  m, diamètre extérieur  $D_o = 0.01178$  m et une conductivité thermique  $k = 16$  W/m · K. Ce conduit est soumis à un flux de chaleur constant est uniforme.

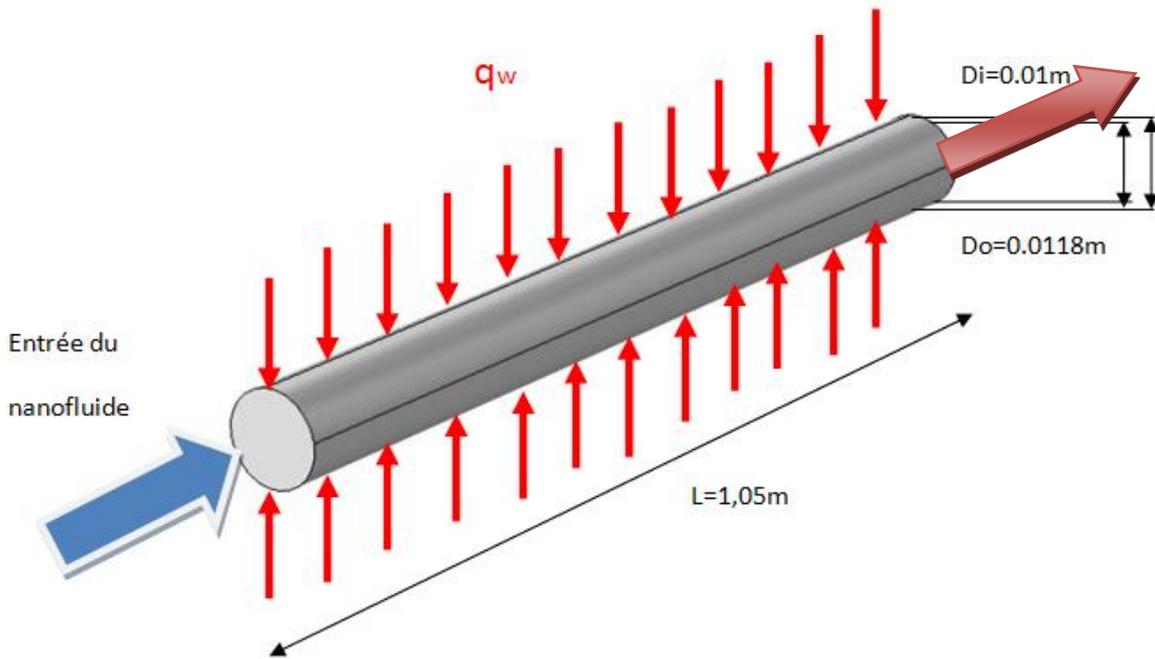


Figure 2.1 : Géométrie du problème physique à étudier

#### 4 Hypothèses simplificatrices

La résolution d'un tel problème nécessite l'adoption de quelques hypothèses simplificatrices qui se basent généralement sur des observations expérimentales et des considérations théoriques. Nous avons posé les hypothèses suivantes :

- Flux de chaleur uniforme sur toute la surface du conduit.
- Ecoulement laminaire et incompressible.
- Le nanofluide est considéré comme un fluide newtonien.
- L'approche monophasique est impliqué dans cette étude vu la taille (<100 nm) des nanoparticules.
- Les propriétés physiques du nanofluide sont supposées constantes sauf la densité qui varie linéairement avec la température (approximation de Boussinesq).
- La dissipation visqueuse est négligeable.

#### 5 Modèles des propriétés thermo physiques du nanofluide

Les propriétés thermo physiques des nanofluides sont largement influencées par l'ajout des nanoparticules solides. Plusieurs facteurs peuvent causer ce changement tel que la nature des

nanoparticules, leur taille, la fraction volumique, la conductivité thermique du fluide de base et celle des nanoparticules ainsi que la température du milieu. De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées afin de prédire les propriétés physiques des nanofluides en proposant des modèles mathématiques et des corrélations expérimentales. Dans la présente étude, nous avons choisi des modèles mathématiques largement utilisés dans la littérature.

- **Densité  $\rho_{nf}$**

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_p \quad (2.1)$$

Cette formule a été largement utilisée dans plusieurs études numériques (**Akbari** et **Behzadmehr** [66], **Bianco et al.** [73], **Benkhedda et al.** [76, 77]). Elle a été également validée par les travaux expérimentaux de **Pak** et **Cho** [56] et **Ho et al.** [78].

- **Chaleur Spécifique  $Cp_{nf}$**

En supposant que les nanoparticules et le fluide de base sont en équilibre thermique, **Xuan** et **Roetzel** [80] ont proposé le modèle suivant :

$$Cp_{nf} = \left[ \frac{(1-\phi)(\rho Cp)_f + \phi (\rho Cp)_p}{\rho_{nf}} \right] \quad (2.2)$$

- **Coefficient de dilatation  $\beta_{nf}$**

Donné par le modèle de **Khanafar et al.** [83] :

$$\beta_{nf} = \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \beta_f \quad (2.3)$$

- **Conductivité thermique  $k_{nf}$**

**Hamilton** et **Crosser** [92] ont proposé ce modèle qui prend en considération la forme des nanoparticules :

$$k_{eff} = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\phi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (2.4)$$

Où « n » est un facteur de forme empirique  $n = 3/\psi$  ( $\psi$  : Sphéricité). Dans notre étude, nous avons supposé que les nanoparticules sont sous forme sphérique ou  $n = 3$ . L'équation (2.4) s'exprime comme suit :

$$k_{nf} = \left[ \frac{k_s + 2k_f - 2(k_f - k_s)\phi}{k_s + 2k_f + (k_f - k_s)\phi} \right] k_f \quad (2.5)$$

- **Viscosité dynamique  $\mu_{nf}$**

La viscosité dynamique des nanofluides peut être calculée par plusieurs modèles élaborés pour les mélanges solides liquides présentés dans l'étude bibliographique. Dans notre problème nous avons choisi le modèle de **Brinkman [85]** car il couvre une variété de nanofluides et un grand intervalle de fractions volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2,5}} \quad (2.6)$$

## 6 Equations gouvernantes

- Equation de continuité :

$$\rho_{nf} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (V_z) \right] = 0 \quad (2.7)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant r :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left[ \frac{\partial(V_r)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_r V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (V_r V_z) - \frac{1}{r} V_\theta^2 \right] = - \frac{\partial P}{\partial r} + \\ \mu_{nf} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rV_r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right] + \rho_{nf} g \beta_{nf} (T_w - T) \cos \theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left[ \frac{\partial(V_\theta)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r V_\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (V_\theta V_z) + \frac{1}{r} V_r V_\theta \right] = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \\ \mu_{nf} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rV_\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{V_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} \right] - \rho_{nf} g \beta_{nf} (T_w - T) \sin \theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant z :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left[ \frac{\partial(V_z)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r V_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta V_z) + \frac{\partial}{\partial z} (V_z V_z) \right] = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rV_z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\rho_{nf} \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta T) + \frac{\partial}{\partial z} (V_z T) \right] = \frac{k_{nf}}{c p_{nf}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.11)$$

## 6.1 Adimensionnalisation des équations

L'adimensionnalisation a pour avantage de faciliter la simplification des équations et de généraliser les résultats. En posant les quantités adimensionnelles suivantes :

$$r^* = r/D_i \quad z^* = z/D_i \quad t^* = \frac{t}{D_i/V_0}$$

$$V_r^* = V_r/V_0 \quad V_\theta^* = V_\theta/V_0 \quad V_z^* = V_z/V_0$$

$$Re_{nf} = \frac{D_i \rho_{nf} V_0}{\mu_{nf}} \quad P^* = P/V_0^2 \rho_{nf} \quad Gr_{nf} = \frac{\rho_{nf}^2 g \beta_{nf} D_i^3 \Delta T}{\mu_{nf}^2}$$

$$Pr_{nf} = \frac{\mu_{nf} C_{p_{nf}}}{k_{nf}} \quad T^* = \frac{T-T_0}{q \cdot D_i/k_{nf}}$$

En remplaçant les quantités adimensionnelles dans les équations précédentes et après réarrangement on écrit les équations gouvernantes sous leurs formes conservatives :

- Equation de continuité :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (2.12)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant r :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(V_r^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_r^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_r^* V_z^*) - \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \\ & \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\Phi)^{2,5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2(r^* V_r^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial \theta^2} - \frac{V_r^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial z^{*2}} \right] - \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \right. \\ & \left. \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant  $\theta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(V_\theta^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_\theta^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_\theta^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_\theta^* V_z^*) + \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* = - \frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} + \\ & \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\Phi)^{2,5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2(r^* V_\theta^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial \theta^2} - \frac{V_\theta^*}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial z^{*2}} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \right. \\ & \left. \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(V_z^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_z^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_z^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_z^*) = - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \\ \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2(r^* V_z^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial z^{*2}} \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

- Equation d'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* T^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* T^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* T^*) = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\phi Cp)_f}{(\phi Cp)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Les relations de passage sont comme suit :

$$Re_{nf} = Re_f (1 - \phi)^{2,5} \left[ (1 - \phi) + \frac{\phi \rho_p}{\rho_f} \right] \quad (2.17)$$

$$Pr_{nf} = Pr_f \left[ \frac{(1-\phi) \rho_f}{\rho_{nf}} + \frac{\phi (\rho Cp)_p}{\rho_{nf} Cp_f} \right] \left[ \frac{k_s + 2 k_f - (k_s - k_f) \phi}{k_s + 2 k_f + 2 (k_s - k_f) \phi} \right] \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \quad (2.18)$$

$$Gr_{nf} = Gr_f \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi) \rho_f}{\phi \rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi \rho_p}{(1-\phi) \rho_f}} \right] \left[ (1 - \phi) + \frac{\phi \rho_p}{\rho_f} \right] (1 - \phi)^5 \quad (2.19)$$

## 7 Les conditions aux limites

- **A L'entrée du conduit :  $z = 0$**

Le profil de l'écoulement axial est de type poiseuille.

-Dans le domaine fluide :  $0 \leq r \leq r_i$      $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r = 0 \quad V_\theta = 0 \quad V_z = 2(1 - 4r^2) \quad T = T_0 \quad (2.20)$$

-Dans le domaine solide :  $r_i \leq r \leq r_o$      $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r = 0 \quad V_\theta = 0 \quad V_z = 0 \quad T = T_0 \quad (2.21)$$

- **A la sortie du conduit :  $z = L$**

Le conduit est considéré assez long pour permettre une invariance axiale des composantes de vitesse et du flux thermique diffusif axial.

-Dans le domaine fluide:  $0 \leq \theta \leq 2\pi$   $0 \leq r \leq r_i$

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.22)$$

-Dans le domaine solide:  $0 \leq \theta \leq 2\pi$   $r_i \leq r \leq r_o$

$$V_r = V_\theta = V_z = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.23)$$

- **Sur la paroi extérieure du conduit :**  $r = r_o$   $0 \leq z \leq L$   $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r = 0 \quad V_\theta = 0 \quad V_z = 0 \quad q = k \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.25)$$

- **Les conditions angulaires**

Pour  $0 \leq r \leq r_i$  et  $0 \leq z \leq L$

$$V_r(r, 0, z, t) = V_r(r, 2\pi, z, t)$$

$$V_\theta(r, 0, z, t) = V_\theta(r, 2\pi, z, t)$$

$$V_z(r, 0, z, t) = V_z(r, 2\pi, z, t)$$

$$T(r, 0, z, t) = T(r, 2\pi, z, t)$$

## 7.1 Forme adimensionnelle des conditions aux limites

- **A l'entrée du conduit :**  $z^* = 0$

Le profil de l'écoulement axial est de type Poiseuille.

-Dans le domaine fluide :  $0 \leq r^* \leq r_i^*$   $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r^* = 0 \quad V_\theta^* = 0 \quad V_z^* = 2(1 - 4r^{*2}) \quad T^* = 0 \quad (2.26)$$

-Dans le domaine solide :  $r_i^* \leq r^* \leq r_o^*$   $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r^* = 0 \quad V_\theta^* = 0 \quad V_z^* = 0 \quad T^* = 0 \quad (2.27)$$

- **A la sortie du conduit :**  $z^* = L^*$   $L^* = L/D_i$

Le conduit est considéré assez long pour permettre une invariance axiale des composantes de vitesse et du flux thermique diffusif axial.

-Dans le domaine fluide :  $0 \leq \theta \leq 2\pi$   $0 \leq r^* \leq r_i^*$

$$\frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} = \frac{\partial V_\theta^*}{\partial z^*} = \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k_{nf} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) = 0 \quad (2.28)$$

-Dans le domaine solide:  $0 \leq \theta \leq 2\pi$   $r_i^* \leq r^* \leq r_o^*$

$$V_r^* = V_\theta^* = V_z^* = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) = 0 \quad (2.29)$$

• **Sur la paroi extérieure du conduit :**  $r^* = r_o^*$   $0 \leq z^* \leq L^*$   $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$V_r^* = 0 \quad V_\theta^* = 0 \quad V_z^* = 0 \quad q^* = k \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \quad (2.31)$$

## 8 Le nombre de Nusselt

Le transfert thermique est caractérisé par le nombre de Nusselt qui représente le rapport entre le transfert par convection et le transfert par conduction. A la surface de contact solide –liquide, le nombre de Nusselt local est calculé comme suit :

$$Nu(\theta, Z^*) = \frac{h_i(\theta, Z)D}{k_{nf}} = \frac{\left( \frac{k_{nf}}{k} \right) \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_{r^*=0.5}}{T_w^*(0.5, \theta, Z^*) - T_b^*(Z^*)} \quad (2.32)$$

La température moyenne adimensionnelle est calculée par la relation suivante :

$$T_b^*(Z^*) = \frac{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} V^*(r^*, \theta, Z^*) T^*(r^*, \theta, Z^*) r^* dr^* d\theta}{\int_0^{0.5} \int_0^{2\pi} V^*(r^*, \theta, Z^*) r^* dr^* d\theta} \quad (2.33)$$

Le nombre de Nusselt axial  $Nu(z^*)$  est défini par :

$$Nu(Z^*) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu(\theta, z^*) d\theta \quad (2.34)$$

Le nombre de Nusselt moyen  $Nu_A$  est calculé comme suit :

$$Nu_A = \frac{1}{105.2\pi} \int_0^{105} \int_0^{2\pi} Nu(\theta, z^*) dz^* d\theta \quad (2.35)$$

# Chapitre 3

# Résolution

# Numérique

## Chapitre 3 Résolution numérique

### 1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé le problème physique présent par les équations différentielles adimensionnelles (2.12) jusqu'à (2.16) avec les conditions aux limites spatio-temporelles appropriées eq. (2.26) jusqu'à (2.31). Dans ce chapitre, nous présentons la méthode numérique de résolution de ces équations modélisant de conservation de la masse, des quantités de mouvement radiale, azimutale et axiale et de l'énergie dans un système de coordonnées cylindriques. La discrétisation spatiale et temporelle des équations sera largement détaillée dans ce chapitre ainsi que l'algorithme utilisé pour résoudre le système d'équations discrétisées. Vu la complexité des systèmes d'équations causée par la non-linéarité des termes, par la tridimensionnalité du problème et ainsi par le fort couplage inter-équations, Nous utilisons à cet effet la méthode numérique des volumes finis. En outre, nous allons présenter aussi dans ce chapitre l'influence du maillage utilisé et ainsi la validation du code de calcul.

### 2 Méthode des volumes finis

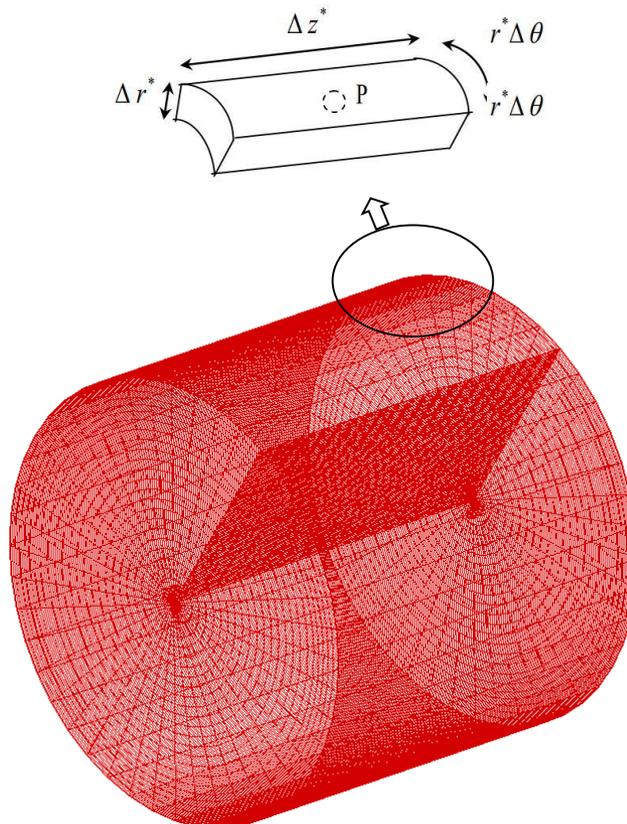
Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux [123]. Pour déterminer le champ de la variable dépendante  $\phi$  dans un domaine d'étude par la méthode des volumes finis, les étapes à suivre sont essentiellement :

- Bien définir le domaine d'étude et le décomposer en de petits sous domaines appelés volumes finis.
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini obtenant ainsi une équation de bilan (Taux d'accumulation de  $\phi$  dans le volume = flux entrant net de  $\phi$  à travers les faces du volume + taux de production net de  $\phi$  dans le volume).
- Discrétiser les différents termes de la forme intégrée de l'équation de transport (transformer l'équation différentielle ponctuelle en un système d'équations algébriques).
- Incorporer les conditions initiales et aux limites appropriées.

- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (itérative ou semi-itérative ou directe) pour un champ approché de  $\phi$  dans des points discrets du domaine considéré.

### 3 Maillage

Notre conduit cylindrique est divisé en un certain nombre de volumes de contrôle suivant les trois directions radiale, azimutale et axiale où  $\Delta V = r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^*$ . Les quantités scalaires (pression  $P^*$  et température  $T^*$ ) sont stockées dans le centre de chaque volume de contrôle. Tandis que les grandeurs vectorielles telles les composantes radiale, axiale et angulaire de la vitesse ( $V_r^*, V_\theta^*, V_z^*$ ) sont localisées aux centres des six faces latérales de chaque volume fini. Les faces Nord et Sud dans la direction radiale dont leurs centres sont (n) et (s), Est et Ouest dans la direction angulaire dont leurs centres sont (e) et (w) et Frontale et Dorsale dans la direction axiale dont leurs centres sont (t) et (b). Les figures 3.1 et 3.2 représentent respectivement le domaine numérique du conduit et ainsi que le volume de contrôle typique.



**Figure 3.1 :** Maillage du conduit cylindrique

## 4 Discrétisation d'une équation générale de transport

Les équations (2.12) à (2.16) peuvent être regroupées sous une forme générale faisant apparaître la conservation de la variable dépendante  $\varphi$ . Cette forme est exprimée comme suit :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* \varphi) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* \varphi) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* \varphi) = \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Gamma \frac{1}{r^*} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z^*} \right) \right] + S_\varphi \quad (3.1)$$

Le tableau 3.1 résume les variables  $\varphi$  et ainsi que les différentes expressions des coefficients des termes diffusifs  $\Gamma$  et des termes sources  $S_\varphi$ .

**Tableau 3.1** : Différentes valeurs de  $\varphi$ ,  $\Gamma$ ,  $S_\varphi$

Equation	$\varphi$	$\Gamma$	$S_\varphi$
Continuité	1	0	0
Q.M suivant $r^*$	$V_r^*$	$\frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}}$	$-\frac{\partial p^*}{\partial r^*} \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} - \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \left[ \frac{V_r^*}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} \right] - \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right]$
Q.M suivant $\theta$	$V_\theta^*$	$\frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}}$	$-\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} - \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* - \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \left[ \frac{V_\theta^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right]$
Q.M suivant $z^*$	$V_z^*$	$\frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}}$	$-\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$
Energie	$T^*$	$\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\phi C_p)_f}{(\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr}$	0

Les angles et les distances entre le nœud P et les nœuds voisins E, W, N, S, T, B sont  $d\theta_e$ ,  $d\theta_w$ ,  $dr_n^*$ ,  $dr_s^*$ ,  $dz_t^*$ ,  $dz_b^*$  respectivement tandis que les angles et les distances séparant les faces des nœuds voisins sont respectivement  $\Delta r_N^*$ ,  $\Delta r_S^*$ ,  $\Delta\theta_E$ ,  $\Delta\theta_W$ ,  $\Delta z_T^*$ ,  $\Delta z_B^*$ . Des projections du volume typique sont illustrées dans les figures : 3.2, 3.3, 3.4.

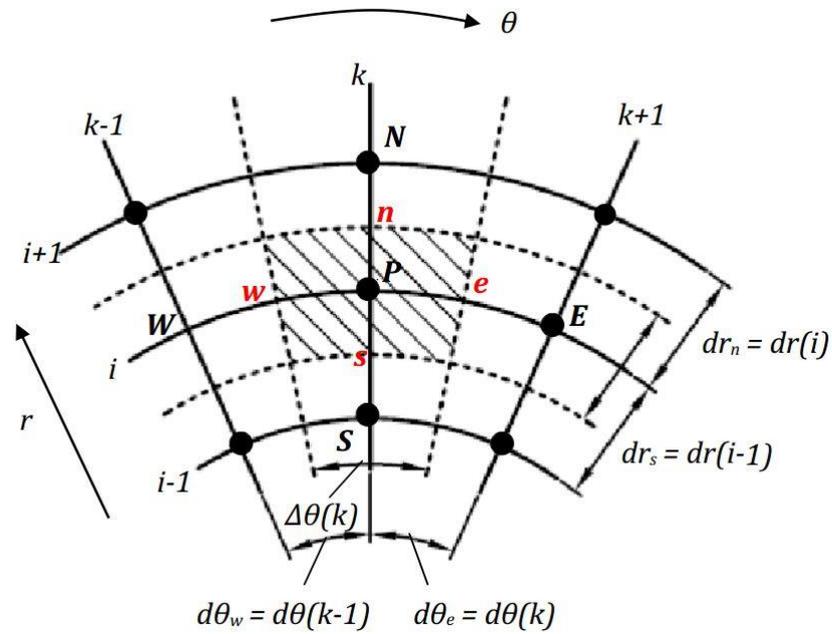


Fig 3.2 Projection du volume de control typique sur le plan  $(r^*, \theta)$

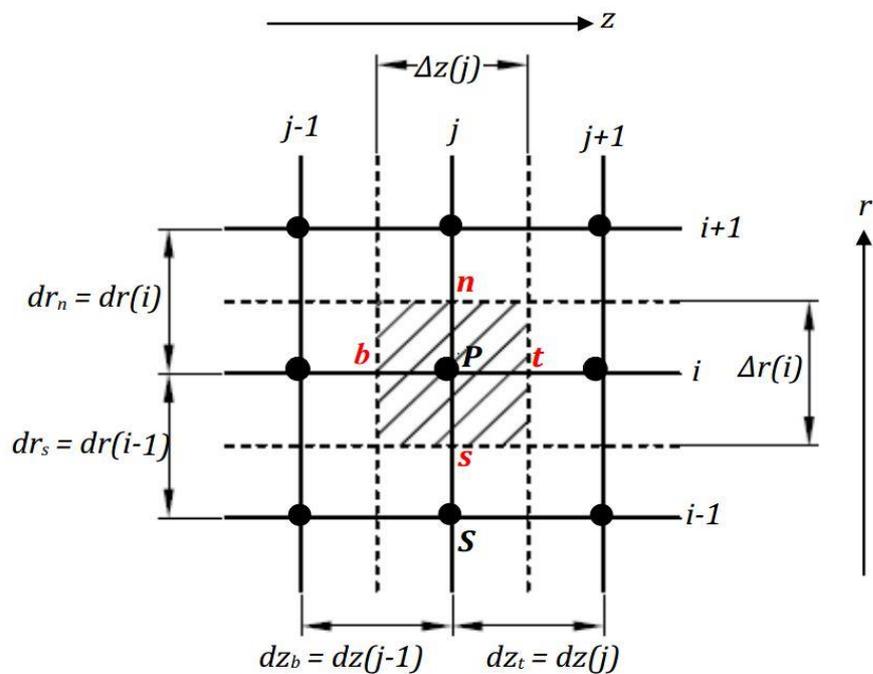


Fig 3.3 Projection du volume de control typique sur le plan  $(r^*, z^*)$

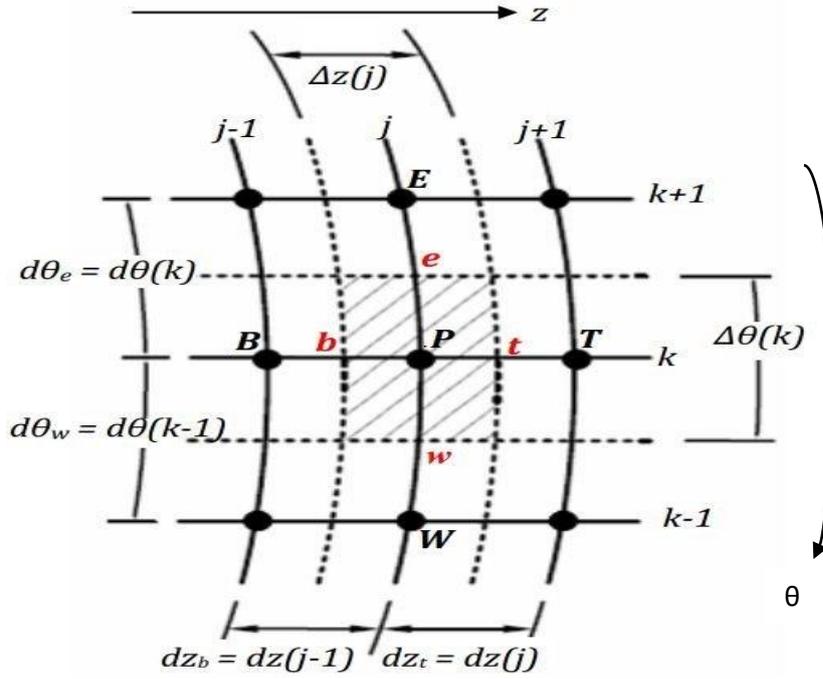


Fig 3.4 Projection du volume de control sur le plan  $(\theta, z^*)$

#### 4.1 Discrétisation temporelle au second ordre

Parmi les objectifs recherchés dans les développements des résolutions numériques, c'est l'amélioration des précisions des résultats numériques. Pour cela on a fait le choix d'une discrétisation spatiotemporelle du second ordre.

La discrétisation temporelle au second ordre d'une variable dépendante  $\varphi$  est obtenue à partir d'un développement limité en séries de Taylor par rapport au temps :

$$\varphi^t = \varphi^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{1!} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (3.2)$$

$$\varphi^{t-\Delta t} = \varphi^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)}{1!} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (3.3)$$

Si l'équation (3.3) est soustraite de l'équation (3.2) multipliée par 4, on peut montrer que :

$$\varphi^t - \varphi^{t-\Delta t} = 3\varphi^{t+\Delta t} - 2\Delta t \frac{\partial \varphi^{t+\Delta t}}{\partial t} + O(\Delta t)^2 \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} \approx \frac{3\varphi^{t+\Delta t} - 4\varphi^t + \varphi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + O(\Delta t)^2 \quad (3.5)$$

Et donc, la discrétisation de la variation temporelle locale avec une erreur de troncature d'ordre deux,  $(\Delta t)^2$  est :

$$\frac{\partial \varphi^{t+\Delta t}}{\partial t} = \frac{3\varphi^{t+\Delta t} - 4\varphi^t + \varphi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (3.6)$$

Cette discrétisation est celle d'**Euler** retardée [124].

La discrétisation des termes convectifs et non linéaires dans l'ensemble des équations suit le schéma explicite d'**Adam-Bashforth**. Ce schéma est obtenu par une expansion en série de Taylor au deuxième ordre de la variable  $\phi^{t+\Delta t}$ .

On multiplie l'équation (3.2) par 2 et retranche du produit l'équation (3.3), on peut montrer que :

$$\varphi^{t+\Delta t} = 2\varphi^t - \varphi^{t-\Delta t} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial^2 \varphi^{t+\Delta t}}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

$$\varphi^{t+\Delta t} \approx 2\varphi^t - \varphi^{t-\Delta t} + O(\Delta t)^2 \quad (3.8)$$

Et donc, une approximation, avec une erreur de troncature d'ordre deux,  $(\Delta t)^2$  d'une variable  $\varphi^{t+\Delta t}$  est :

$$\varphi^{t+\Delta t} = 2\varphi^t - \varphi^{t-\Delta t} \quad (3.9)$$

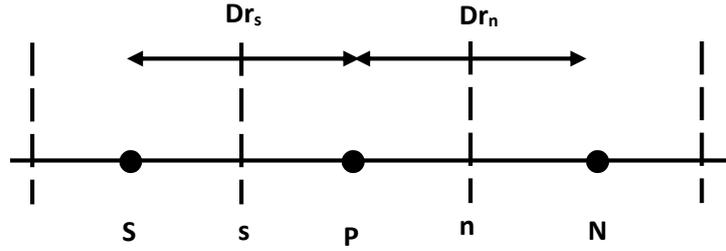
Cette discrétisation est celle d'**Adams-Bashforth** [125].

## 4.2 Discrétisation spatiale au second ordre

Les discrétisations spatiales se feront selon le schéma des différences centrées qui est un schéma d'une précision du second ordre. Considérons, dans la direction axiale (figure 3.7), les développements en série de Taylor suivants :

$$\varphi_P = \varphi_n - \frac{(dr_{n/2})}{1!} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n + \frac{(dr_{n/2})^2}{2!} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{(dr_{n/2})^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (3.10)$$

$$\varphi_N = \varphi_n + \frac{(dr_{n/2})}{1!} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n - \frac{(dr_{n/2})^2}{2!} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n + \frac{(dr_{n/2})^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (3.11)$$



**Figure 3.5 :** Maillage dans la direction axiale.

Avec la différence entre (3.10) et (3.11) on trouve :

$$\varphi_N - \varphi_P = dr_n \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_n - \frac{1}{4} \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right|_n (dr_n)^2 + \dots \quad (3.12)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_n \approx \frac{\varphi_N - \varphi_P}{dr_n} + \frac{1}{4} \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right|_n (dr_n)^2 \quad (3.13)$$

Donc

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_n = \frac{\varphi_N - \varphi_P}{dr_n} \quad (3.14)$$

Avec une erreur de troncature d'ordre  $(dr_n)^2$ .

De la même manière, la démonstration peut se faire dans les deux autres directions  $z$  et  $\theta$ . Alors notre discrétisation est du second ordre : une discrétisation temporelle avec une erreur de troncature d'ordre  $(\Delta t)^2$  et une discrétisation spatiale avec une erreur de troncature d'ordre  $(\Delta r)^2$ ,  $(\Delta z)^2$  et  $(\Delta \theta)^2$ .

La forme d'Euler retardée du second ordre donnée par l'équation (3.5) sera appliquée à toutes les dérivées par rapport au temps tandis que la discrétisation d'Adam-Bashforth donnée par l'équation (3.7) sera appliquée à tous les termes non linéaires tels que les termes advectifs et les termes de force de poussée thermique qui se retrouve dans les différentes sources. Enfin la discrétisation selon un schéma totalement implicite au temps  $(t+\Delta t)$  sera appliquée à tous les termes de gradients purement diffusifs et ceux de pression. Quant à la discrétisation dans l'espace, il lui sera appliqué le schéma des différences centrées qui est d'ordre deux (comme on l'a vu précédemment).

### 4.3 Discrétisation de l'équation de continuité

L'équation de continuité (2.12) est discrétisée dans le volume de contrôle typique comme suit :

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \rho_{nf} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right] r^* dr^* d\theta dz^* = 0$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (r_n^* V_{rn}^{*t+\Delta t} - r_s^* V_{rs}^{*t+\Delta t}) \Delta z_p^* \Delta \theta_p$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (V_{\theta e}^{*t+\Delta t} - V_{\theta w}^{*t+\Delta t}) \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (V_{zt}^{*t+\Delta t} - V_{zb}^{*t+\Delta t}) \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

La forme finale discrétisée de l'équation de continuité est :

$$(r_n^* V_{rn}^{*t+\Delta t} - r_s^* V_{rs}^{*t+\Delta t}) \Delta z_p^* \Delta \theta_p + (V_{\theta e}^{*t+\Delta t} - V_{\theta w}^{*t+\Delta t}) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (V_{zt}^{*t+\Delta t} - V_{zb}^{*t+\Delta t}) \Delta r_p^* \Delta \theta_p = 0 \quad (3.15)$$

### 4.4 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement radiale

L'équation de quantité de mouvement radiale (2.13) est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(V_r^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_r^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_r^* V_z^*) - \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \\ \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_r^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial \theta^2} - \frac{V_r^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial z^{*2}} \right] - \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \right. \\ \left. \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \end{aligned}$$

Chaque terme de l'équation de conservation de la quantité de mouvement radiale est intégré dans le volume de contrôle décalé  $r^* dr^* \Delta \theta \Delta z^*$  suivant la direction radiale (voir les figures (3.6.a) et (3.6.b)). L'équation (2.13) est discrétisée par chaque terme comme suit :

**Le terme  $\frac{\partial(V_r^*)}{\partial t}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial(V_r^*)}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3V_{rP}^{*t+\Delta t} - 4V_{rP}^{*t} + V_{rP}^{*t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* dr^* \Delta \theta \Delta z^*$$



**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(r^* V_{r_n}^{*t} V_{r_n}^{*t} - r^* V_{r_s}^{*t} V_{r_s}^{*t}) - (r^* V_{r_n}^{*t-\Delta t} V_{r_n}^{*t-\Delta t} - r^* V_{r_s}^{*t-\Delta t} V_{r_s}^{*t-\Delta t})] \Delta\theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_r^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(V_{\theta_e}^{*t} V_{r_e}^{*t} - V_{\theta_w}^{*t} V_{r_w}^{*t}) - (V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} V_{r_e}^{*t-\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t-\Delta t} V_{r_w}^{*t-\Delta t})] dr^* \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{\partial}{\partial z^*} (V_r^* V_z^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial z^*} (V_r^* V_z^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(V_{z_t}^{*t} V_{r_t}^{*t} - V_{z_b}^{*t} V_{r_b}^{*t}) - (V_{z_t}^{*t-\Delta t} V_{r_t}^{*t-\Delta t} - V_{z_b}^{*t-\Delta t} V_{r_b}^{*t-\Delta t})] r^* dr^* d\theta$$

**Le terme  $\frac{V_\theta^{*2}}{r^*}$**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* &= [2(V_{\theta_p}^{*t})^2 - (V_{\theta_p}^{*t-\Delta t})^2] dr^* d\theta dz^* \\ &= 2 \left[ \frac{V_{\theta_{ne}}^{*t} + V_{\theta_{nw}}^{*t} + V_{\theta_{se}}^{*t} + V_{\theta_{sw}}^{*t}}{4} \right] dr^* d\theta dz^* - \left[ \frac{V_{\theta_{ne}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{nw}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{se}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{sw}}^{*t-\Delta t}}{4} \right] dr^* d\theta dz^* \end{aligned}$$

**Le terme  $-\frac{\partial p^*}{\partial r^*}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (P_p^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) r^* \Delta\theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_r^*)}{\partial r^{*2}}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_r^*)}{\partial r^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ r^* \left( \frac{V_{r_n}^{*t+\Delta t} - V_{r_p}^{*t+\Delta t}}{dr_n^*} \right) - r^* \left( \frac{V_{r_p}^{*t+\Delta t} - V_{r_s}^{*t+\Delta t}}{dr_s^*} \right) \right] \Delta\theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial \theta^2}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 (r^* V_r^*)}{\partial r^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \left( \frac{V_{r_e}^{*t+\Delta t} - V_{r_p}^{*t+\Delta t}}{d\theta_e} \right) - \left( \frac{V_{r_p}^{*t+\Delta t} - V_{r_w}^{*t+\Delta t}}{d\theta_s} \right) \right] r^* dr^* \Delta z^*$$

**Le terme**  $-\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_{\theta}^*}{\partial \theta}$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t -\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_{\theta}^*}{\partial \theta} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = -\frac{2}{r^{*2}} (V_{\theta_e}^{*t+\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t+\Delta t}) r^* dr^* \Delta z^*$$

**Le terme**  $\frac{\partial^2 V_r^*}{\partial z^{*2}}$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial^2 V_r^*}{\partial z^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \left( \frac{V_{r_T}^{*t+\Delta t} - V_{r_P}^{*t+\Delta t}}{dz^*_t} \right) - \left( \frac{V_{r_P}^{*t+\Delta t} - V_{r_B}^{*t+\Delta t}}{dz^*_b} \right) \right] r^* dr^* \Delta \theta$$

**Le terme**  $\frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1+\frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1+\frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right]$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1+\frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1+\frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* =$$

$$= 2 \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1+\frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1+\frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t} + T_P^{*t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^* -$$

$$2 \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1+\frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1+\frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t-\Delta t} + T_P^{*t-\Delta t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^*$$

Après réarrangement des termes intégrés on écrit l'équation de discrétisation algébrique sous la forme suivante :

$$A_P V_{r_P}^{*t+\Delta t} = A_N V_{r_N}^{*t+\Delta t} + A_S V_{r_S}^{*t+\Delta t} + A_E V_{r_E}^{*t+\Delta t} + A_W V_{r_W}^{*t+\Delta t} + A_T V_{r_T}^{*t+\Delta t} + A_B V_{r_B}^{*t+\Delta t} + S_r^{*t+\Delta t} \quad (3.16)$$

$$A_N = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta \theta \Delta z^*}{dr_n^*}$$

$$A_S = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta \theta \Delta z^*}{dr_s^*}$$

$$A_E = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* dr^* \Delta z^*}{d\theta_e^*}$$

$$A_W = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* dr^* \Delta z^*}{d\theta_w^*}$$

$$A_T = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* dr^* \Delta\theta}{dz_t^*}$$

$$A_B = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* dr^* \Delta\theta}{dz_b^*}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_W + A_T + A_B + \frac{3}{2} \frac{r^* dr^* \Delta\theta \Delta z^*}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} S_r^{t+\Delta t} = & \frac{4V_{rP}^{*t}}{2\Delta t} r^* dr^* \Delta\theta \Delta z^* - \frac{V_{rP}^{*t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* dr^* \Delta\theta \Delta z^* + [(V_{r_n}^{*t-\Delta t} V_{r_n}^{*t-\Delta t} - V_{r_s}^{*t-\Delta t} V_{r_s}^{*t-\Delta t}) - \\ & 2(V_{r_n}^{*t} V_{r_n}^{*t} - V_{r_s}^{*t} V_{r_s}^{*t})] r^* \Delta\theta \Delta z^* + [(V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} V_{r_e}^{*t-\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t-\Delta t} V_{r_w}^{*t-\Delta t}) - 2(V_{\theta_e}^{*t} V_{r_e}^{*t} - \\ & V_{\theta_w}^{*t} V_{r_w}^{*t})] dr^* \Delta z^* + [(V_{z_t}^{*t-\Delta t} V_{r_t}^{*t-\Delta t} - V_{z_b}^{*t-\Delta t} V_{r_b}^{*t-\Delta t}) - 2(V_{z_t}^{*t} V_{r_t}^{*t} - V_{z_b}^{*t} V_{r_b}^{*t})] r^* dr^* \Delta\theta + \\ & 2 \left[ \frac{V_{\theta_{ne}}^{*t} + V_{\theta_{nw}}^{*t} + V_{\theta_{se}}^{*t} + V_{\theta_{sw}}^{*t}}{4} \right] dr^* d\theta dz^* \left[ \frac{V_{\theta_{ne}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{nw}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{se}}^{*t-\Delta t} + V_{\theta_{sw}}^{*t-\Delta t}}{4} \right] \\ & dr^* d\theta dz^* \end{aligned}$$

$$+ (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) r^* \Delta\theta \Delta z^* - \frac{2}{r^{*2}} (V_{\theta_e}^{*t+\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t+\Delta t}) r^* dr^* \Delta z^* +$$

$$2 \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t} + T_P^{*t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^* -$$

$$2 \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t-\Delta t} + T_P^{*t-\Delta t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^*$$

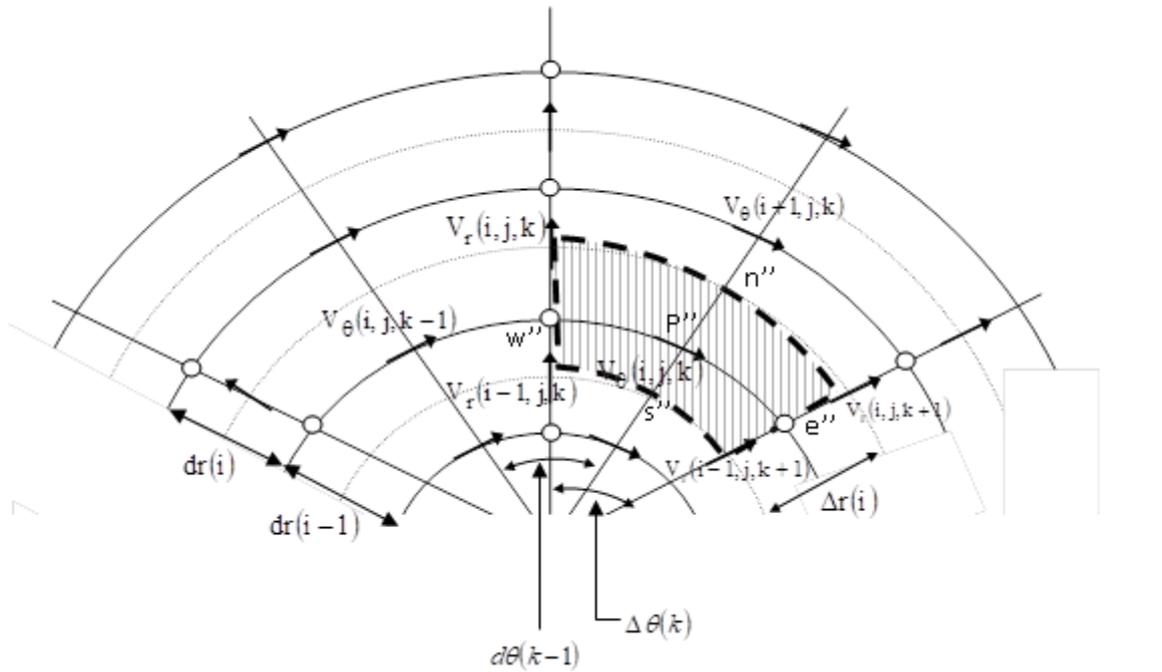
#### 4.5 Discrétisation de L'équation de quantité de mouvement azimutale

L'équation de conservation de la quantité de mouvement azimutale (2.14) est écrite comme suit :

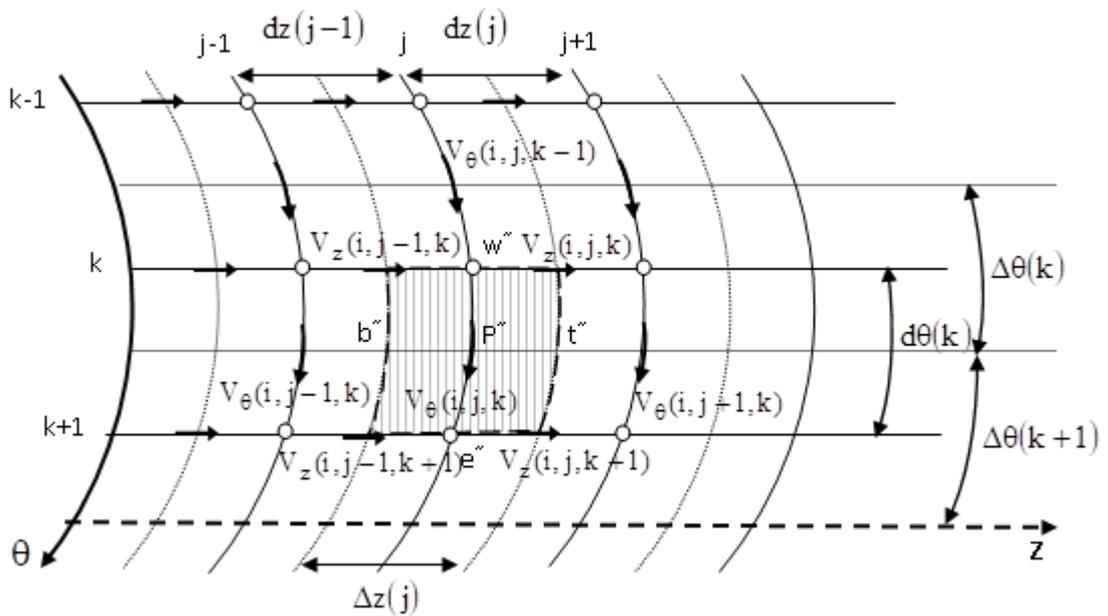
$$\frac{\partial(V_\theta^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_\theta^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_\theta^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_\theta^* V_z^*) + \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} +$$

$$\frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_\theta^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial \theta^2} - \frac{V_\theta^*}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial z^{*2}} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right]$$



**Figure 3.7(a)** Identification et positionnement des vitesses dans la direction angulaire dans le plan  $(r^*, \theta)$



**Figure 3.7(b)** : les faces, dans le plan  $(\theta, z^*)$ , des volumes finis décalés suivant la direction azimutale.

Chaque terme de l'équation de conservation de la quantité de mouvement azimutale est intégré dans le volume de contrôle décalé suivant la direction azimutale (voir les figures (3.7.a) et (3.7.b)). L'équation (2.14) est discrétisée par chaque terme comme suit :

**Le terme  $\frac{\partial(V_\theta)}{\partial t}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial(V_\theta)}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3V_{\theta P}^*{}^{t+\Delta t} - 4V_{\theta P}^*{}^t + V_{\theta P}^*{}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_\theta^*)$**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_\theta^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \\ = [2(r^* V_r^*{}^t V_\theta^*{}^t - r^* V_r^*{}^t V_\theta^*{}^t) - (r^* V_r^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t} - r^* V_r^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t})] d\theta \Delta z^* \end{aligned}$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_\theta^*)$**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_\theta^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \\ [2(V_\theta^*{}^t V_\theta^*{}^t - V_\theta^*{}^t V_\theta^*{}^t) - (V_\theta^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t} - V_\theta^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t})] \Delta r^* \Delta z^* \end{aligned}$$

**Le terme  $\frac{\partial}{\partial z^*} (V_\theta^* V_z^*)$**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial z^*} (V_\theta^* V_z^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(V_z^*{}^t V_\theta^*{}^t - V_z^*{}^t V_\theta^*{}^t) - (V_z^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t} - \\ V_z^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t})] r^* \Delta r^* d\theta \end{aligned}$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^*$**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ 2 \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* \Big|^t - \frac{1}{r^*} V_r^* V_\theta^* \Big|^{t-\Delta t} \right] r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^* = \\ (V_{rp}^*{}^t V_\theta^*{}^t - V_{rp}^*{}^{t-\Delta t} V_\theta^*{}^{t-\Delta t}) \Delta r^* d\theta \Delta z^* = \left[ \frac{V_{rne}^*{}^t + V_{rnw}^*{}^t + V_{rse}^*{}^t + V_{rsw}^*{}^t}{2} V_\theta^*{}^t - \right. \\ \left. \frac{V_{rne}^*{}^{t-\Delta t} + V_{rnw}^*{}^{t-\Delta t} + V_{rse}^*{}^{t-\Delta t} + V_{rsw}^*{}^{t-\Delta t}}{4} V_\theta^*{}^{t-\Delta t} \right] \Delta r^* d\theta \Delta z^* \end{aligned}$$

**Le terme  $-\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (P_p^{t+\Delta t} - P_E^{t+\Delta t}) \Delta r^* d\theta \Delta z^*$$

**Le terme**  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial^2(r^*V_\theta^*)}{\partial r^{*2}}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2(r^*V_\theta^*)}{\partial r^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ r^* \left( \frac{V_{\theta N}^{*t+\Delta t} - V_{\theta P}^{*t+\Delta t}}{dr_n^*} \right) - r^* \left( \frac{V_{\theta P}^{*t+\Delta t} - V_{\theta S}^{*t+\Delta t}}{dr_s^*} \right) \right] d\theta \Delta z^*$$

**Le terme**  $\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial \theta^2}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial \theta^2} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \frac{1}{r^*} \left( \frac{V_{\theta E}^{*t+\Delta t} - V_{\theta P}^{*t+\Delta t}}{d\theta_e} \right) - \frac{1}{r^*} \left( \frac{V_{\theta P}^{*t+\Delta t} - V_{\theta W}^{*t+\Delta t}}{d\theta_s} \right) \right] \Delta r^* \Delta z^*$$

**Le terme**  $\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = - \frac{2}{r^{*2}} (V_{r_e}^{*t+\Delta t} - V_{r_w}^{*t+\Delta t}) r^* \Delta r^* \Delta z^*$$

**Le terme**  $\frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial z^{*2}}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{\partial^2 V_\theta^*}{\partial z^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \left( \frac{V_{\theta T}^{*t+\Delta t} - V_{\theta P}^{*t+\Delta t}}{dz_t^*} \right) - \left( \frac{V_{\theta P}^{*t+\Delta t} - V_{\theta B}^{*t+\Delta t}}{dz_b^*} \right) \right] r^* \Delta r^* d\theta$$

**Le terme**  $\frac{Gr}{Re^2} \text{Sin } \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right]$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{Gr}{Re^2} \text{Sin } \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$= 2 \frac{Gr}{Re^2} \text{Sin } \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t} + T_P^{*t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^* -$$

$$2 \frac{Gr}{Re^2} \text{Sin } \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\Phi)\rho_f}{\Phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\Phi}{(1-\Phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t-\Delta t} + T_P^{*t-\Delta t}}{2} \right) r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^*$$

Après réarrangement des termes intégrés on écrit l'équation de discrétisation algébrique sous la forme suivante :

$$A_P V_{\theta P}^{*t+\Delta t} = A_N V_{\theta N}^{*t+\Delta t} + A_S V_{\theta S}^{*t+\Delta t} + A_E V_{\theta E}^{*t+\Delta t} + A_W V_{\theta W}^{*t+\Delta t} + A_T V_{\theta T}^{*t+\Delta t} + A_B V_{\theta B}^{*t+\Delta t} + S_\theta^{t+\Delta t} \quad (3.17)$$

$$A_N = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* d\theta \Delta z^*}{dr_n^*}$$

$$A_S = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* d\theta \Delta z^*}{dr_s^*}$$

$$A_E = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{r^* d\theta_e^*}$$

$$A_W = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{r^* d\theta_w^*}$$

$$A_T = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta r^* d\theta}{dz_t^*}$$

$$A_B = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta r^* d\theta}{dz_b^*}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_B + A_T + A_W + \frac{3}{2} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^*}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} S_{\theta}^{t+\Delta t} = & \frac{4V_{\theta P}^{*t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^* - \frac{V_{\theta P}^{*t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^* + [(r^* V_{r_n}^{*t-\Delta t} V_{\theta_n}^{*t-\Delta t} - \\ & r^* V_{r_s}^{*t-\Delta t} V_{\theta_s}^{*t-\Delta t}) - 2(r^* V_{r_n}^{*t} V_{\theta_n}^{*t} - r^* V_{r_s}^{*t} V_{\theta_s}^{*t})] d\theta \Delta z^* + [(V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t-\Delta t} V_{\theta_w}^{*t-\Delta t}) - \\ & 2(V_{\theta_e}^{*t} V_{\theta_e}^{*t} - V_{\theta_w}^{*t} V_{\theta_w}^{*t})] \Delta r^* \Delta z^* + [(V_{z_t}^{*t-\Delta t} V_{\theta_t}^{*t-\Delta t} - V_{z_b}^{*t-\Delta t} V_{\theta_b}^{*t-\Delta t}) - 2(V_{z_t}^{*t} V_{\theta_t}^{*t} - \\ & V_{z_b}^{*t} V_{\theta_b}^{*t})] r^* \Delta r^* d\theta + \left[ \frac{V_{rne}^{*t} + V_{rnw}^{*t} + V_{rse}^{*t} + V_{rsw}^{*t}}{2} V_{\theta_p}^{*t} - \right. \\ & \left. \frac{V_{rne}^{*t-\Delta t} + V_{rnw}^{*t-\Delta t} + V_{rse}^{*t-\Delta t} + V_{rsw}^{*t-\Delta t}}{4} V_{\theta_p}^{*t-\Delta t} \right] \Delta r^* d\theta \Delta z^* + (P_P^{t+\Delta t} - P_E^{t+\Delta t}) \Delta r^* d\theta \Delta z^* - \end{aligned}$$

$$\frac{2}{r^{*2}} (V_{r_e}^{*t+\Delta t} - V_{r_w}^{*t+\Delta t}) r^* \Delta r^* \Delta z^* + 2 \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \right.$$

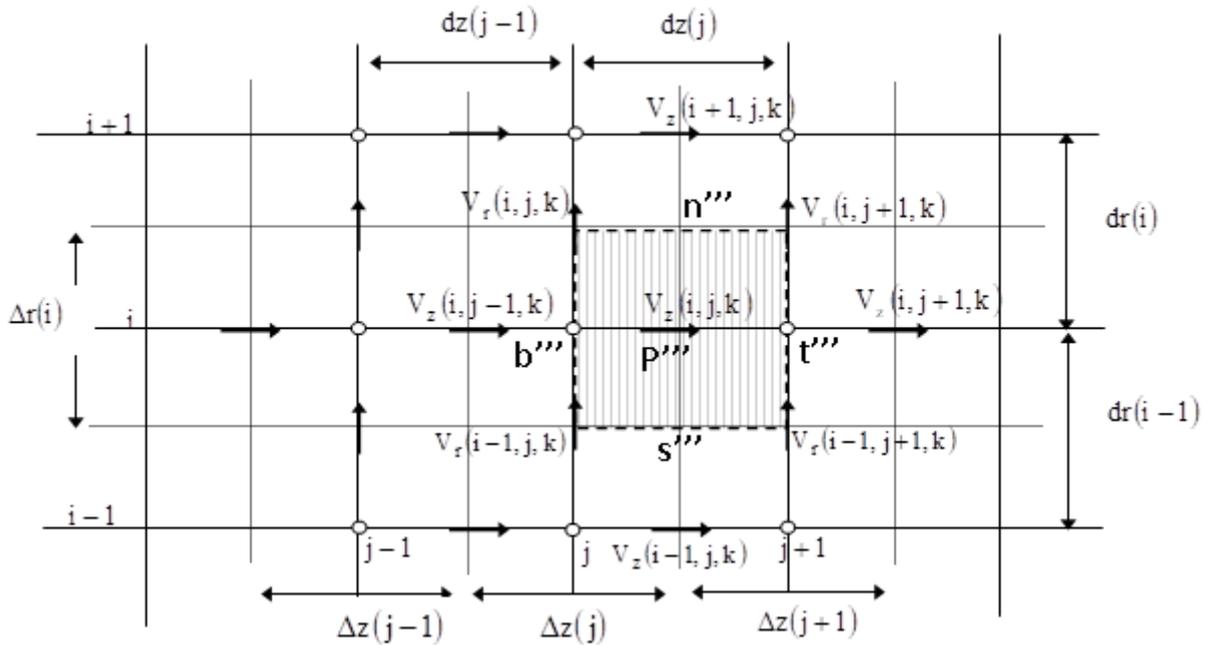
$$\left. \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t} + T_P^{*t}}{2} \right) r^* dr^* d\theta dz^* -$$

$$2 \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right] \left( \frac{T_N^{*t-\Delta t} + T_P^{*t-\Delta t}}{2} \right) r^* \Delta r^* d\theta \Delta z^*$$

### 4.6 Discrétisation de L'équation de quantité de mouvement axiale

L'équation de quantité de mouvement axiale (2.15) est écrite comme suit :

$$\frac{\partial(V_z^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_z^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_z^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_z^*) = - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_z^*)}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial z^{*2}} \right]$$



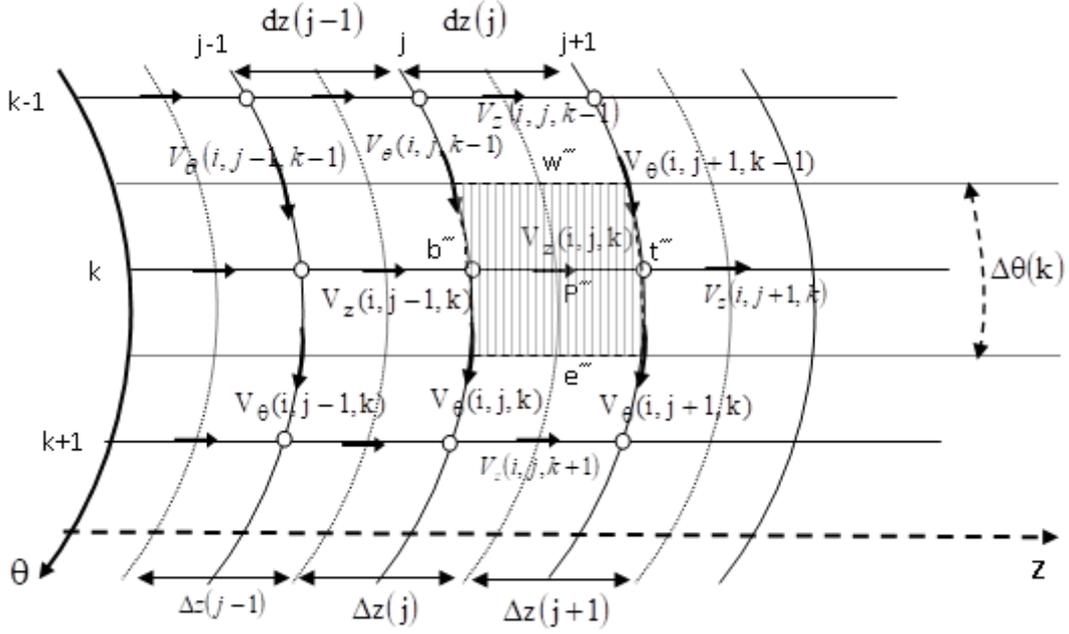
**Figure 3.8(a) :** les faces, dans le plan  $(r^*, z^*)$  des volumes finis décalés suivant la direction axiale.

Chaque terme de l'équation de conservation de la quantité de mouvement axiale est intégré dans le volume de contrôle décalé suivant la direction axiale (voir les figures (3.8.a) et (3.8.b)).

L'équation (2.15) est discrétisée par chaque terme comme suit :

**Le terme**  $\frac{\partial(V_z^*)}{\partial t}$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial(V_z^*)}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3 V_{zP}^*{}^{t+\Delta t} - 4 V_{zP}^*{}^t + V_{zP}^*{}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* \Delta \theta dz^*$$



**Figure 3.9(b) :** les faces, dans le plan  $(\theta, z^*)$ , des volumes finis décalés suivant la direction axiale.

Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_z^*)$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_z^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(r^* V_r^* V_z^* - r^* V_r^* V_z^*) - (r^* V_r^* V_z^* - r^* V_r^* V_z^*)] \Delta\theta dz^*$$

Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_z^*)$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* V_z^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(V_\theta^* V_z^* - V_\theta^* V_z^*) - (V_\theta^* V_z^* - V_\theta^* V_z^*)] \Delta r^* dz^*$$

Le terme  $\frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_z^*)$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_z^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = [2(V_z^* V_z^* - V_z^* V_z^*) - (V_z^* V_z^* - V_z^* V_z^*)] r^* \Delta r^* \Delta\theta$$

**Le terme**  $-\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) r^* \Delta r^* \Delta \theta$$

**Le terme**  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_z^*)}{\partial r^{*2}}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 (r^* V_z^*)}{\partial r^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ r^* \left( \frac{V_{zN}^{*t+\Delta t} - V_{zP}^{*t+\Delta t}}{dr_n^*} \right) - r^* \left( \frac{V_{zP}^{*t+\Delta t} - V_{zS}^{*t+\Delta t}}{dr_s^*} \right) \right] \Delta \theta dz^*$$

**Le terme**  $\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial \theta^2}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial \theta^2} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \frac{1}{r^*} \left( \frac{V_{zE}^{*t+\Delta t} - V_{zP}^{*t+\Delta t}}{d\theta_e} \right) - \frac{1}{r^*} \left( \frac{V_{zP}^{*t+\Delta t} - V_{zW}^{*t+\Delta t}}{d\theta_s} \right) \right] r^* \Delta r^* dz^*$$

**Le terme**  $\frac{\partial^2 V_z^*}{\partial z^2}$

$$\int_W^e \int_S^n \int_b^t \frac{\partial^2 V_z^*}{\partial z^2} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \left( \frac{V_{zT}^{*t+\Delta t} - V_{zP}^{*t+\Delta t}}{dz_t^*} \right) - \left( \frac{V_{zP}^{*t+\Delta t} - V_{zB}^{*t+\Delta t}}{dz_b^*} \right) \right] r^* \Delta r^* \Delta \theta$$

Après réarrangement des termes intégrés on écrit l'équation de discrétisation algébrique sous la forme suivante :

$$A_P V_{zP}^{*t+\Delta t} = A_N V_{zN}^{*t+\Delta t} + A_S V_{zS}^{*t+\Delta t} + A_E V_{zE}^{*t+\Delta t} + A_W V_{zW}^{*t+\Delta t} + A_T V_{zT}^{*t+\Delta t} + A_B V_{zB}^{*t+\Delta t} + S_z^{t+\Delta t} \quad (3.18)$$

$$A_N = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta \theta dz^*}{dr_n^*}$$

$$A_S = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta \theta dz^*}{dr_s^*}$$

$$A_E = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{\Delta r^* dz^*}{r^* d\theta_e^*}$$

$$A_W = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{\Delta r^* dz^*}{r^* d\theta_w^*}$$

$$A_T = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta}{dz_t^*}$$

$$A_B = \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta}{dz_b^*}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_B + A_T + A_W + \frac{3}{2} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta}{\Delta t} dz^*$$

$$S_\theta^{t+\Delta t} = \frac{4V_{zP}^{*t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* \Delta \theta dz^* - \frac{V_{zP}^{*t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* \Delta \theta dz^* +$$

$$[(r^* V_{rn}^{*t-\Delta t} V_{zn}^{*t-\Delta t} - r^* V_{rs}^{*t-\Delta t} V_{zs}^{*t-\Delta t}) - 2(r^* V_{rn}^{*t} V_{zn}^{*t} - r^* V_{rs}^{*t} V_{zs}^{*t})] \Delta \theta dz^*$$

$$+ [(V_{\theta n}^{*t-\Delta t} V_{zn}^{*t-\Delta t} - V_{\theta s}^{*t-\Delta t} V_{zs}^{*t-\Delta t}) - 2(V_{\theta n}^{*t} V_{zn}^{*t} - V_{\theta s}^{*t} V_{zs}^{*t})] \Delta r^* dz^*$$

$$+ [(V_{zn}^{*t-\Delta t} V_{zn}^{*t-\Delta t} - V_{zs}^{*t-\Delta t} V_{zs}^{*t-\Delta t}) - 2(V_{zn}^{*t} V_{zn}^{*t} - V_{zs}^{*t} V_{zs}^{*t})] r^* \Delta r^* \Delta \theta$$

$$+ (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) r^* \Delta r^* \Delta \theta$$

### 3.4.7 Discrétisation de l'équation de l'énergie

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* T^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* T^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* T^*) = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\phi C_p)_f}{(\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right]$$

**Le terme  $\frac{\partial T^*}{\partial t^*}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left. \frac{\partial T^*}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3T_P^{*t+\Delta t} - 4T_P^{*t} + T_P^{*t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* dr^* \Delta \theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* T^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left. \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* T^*) \right|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = 2[r^* V_{rn}^{*t} T_n^{*t} - r^* V_{rs}^{*t} T_s^{*t}] \Delta \theta \Delta z^* - [r^* V_{rn}^{*t-\Delta t} T_n^{*t-\Delta t} - r^* V_{rs}^{*t-\Delta t} T_s^{*t-\Delta t}] \Delta \theta \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* T^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left. \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta^* T^*) \right|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = 2[V_{\theta_e}^{*t} T_e^{*t} - V_{\theta_w}^{*t} T_w^{*t}] \Delta \theta \Delta z^* - [V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} T_e^{*t-\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t-\Delta t} T_w^{*t-\Delta t}] \Delta r^* \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* T^*)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* T^*) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = 2[V_{z_t}^{*t} T_t^{*t} - V_{z_b}^{*t} T_b^{*t}] \Delta\theta \Delta z^* - [V_{z_t}^{*t-\Delta t} T_t^{*t-\Delta t} - V_{z_b}^{*t-\Delta t} T_b^{*t-\Delta t}] \Delta r^* \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*})$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*}) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ r^* \left( \frac{T_N^{*t+\Delta t} - T_P^{*t+\Delta t}}{dr_n^*} \right) - r^* \left( \frac{T_P^{*t+\Delta t} - T_S^{*t+\Delta t}}{dr_s^*} \right) \right] \Delta\theta dz^*$$

**Le terme  $\frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right)$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \frac{1}{r^*} \left( \frac{T_E^{*t+\Delta t} - T_P^{*t+\Delta t}}{d\theta_e} \right) - \frac{1}{r^*} \left( \frac{T_P^{*t+\Delta t} - T_W^{*t+\Delta t}}{d\theta_s} \right) \right] \Delta r^* \Delta z^*$$

**Le terme  $\frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}}$**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \Big|^{t+\Delta t} r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \left( \frac{T_T^{*t+\Delta t} - T_P^{*t+\Delta t}}{dz_t^*} \right) - \left( \frac{T_P^{*t+\Delta t} - T_B^{*t+\Delta t}}{dz_b^*} \right) \right] r^* \Delta r^* \Delta\theta$$

Après réarrangement des termes intégrés on écrit l'équation de discrétisation algébrique sous la forme suivante :

$$A_P T_P^{*t+\Delta t} = A_N T_N^{*t+\Delta t} + A_S T_S^{*t+\Delta t} + A_E T_E^{*t+\Delta t} + A_W T_W^{*t+\Delta t} + A_T T_T^{*t+\Delta t} + A_B T_B^{*t+\Delta t} + S_z^{*t+\Delta t} \quad (3.19)$$

$$A_N = \frac{k_{nf} (\phi C_p)_f}{k_f (\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{r^* \Delta\theta \Delta z^*}{dr_n^*}$$

$$A_S = \frac{k_{nf} (\phi C_p)_f}{k_f (\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{r^* \Delta\theta \Delta z^*}{dr_s^*}$$

$$A_E = \frac{k_{nf} (\phi C_p)_f}{k_f (\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{r^* d\theta_e^*}$$

$$A_W = \frac{k_{nf} (\phi C_p)_f}{k_f (\phi C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{r^* d\theta_w^*}$$

$$A_T = \frac{k_{nf} (\phi Cp)_f}{k_f (\phi Cp)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta}{dz_t^*}$$

$$A_B = \frac{k_{nf} (\phi Cp)_f}{k_f (\phi Cp)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta}{dz_b^*}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_B + A_T + A_W + \frac{3}{2} \frac{r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^*}{\Delta t}$$

$$S_\theta^{t+\Delta t} = \frac{4T_P^*{}^t}{2\Delta t} r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^* - \frac{T_P^*{}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r^* \Delta r^* \Delta \theta \Delta z^* +$$

$$[(r^* V_{r_n}^{*t-\Delta t} T_n^{*t-\Delta t} - r^* V_{r_s}^{*t-\Delta t} T_s^{*t-\Delta t}) - 2(r^* V_{r_n}^{*t} T_n^{*t} - r^* V_{r_s}^{*t} T_s^{*t})] \Delta \theta \Delta z^*$$

$$+ [(V_{\theta_e}^{*t-\Delta t} T_e^{*t-\Delta t} - V_{\theta_w}^{*t-\Delta t} T_w^{*t-\Delta t}) - 2(V_{\theta_e}^{*t} T_e^{*t} - V_{\theta_w}^{*t} T_w^{*t})] \Delta r^* \Delta z^*$$

$$+ [(V_z^*{}^{t-\Delta t} T_t^{*t-\Delta t} - V_z^*{}^{t-\Delta t} T_b^{*t-\Delta t}) - 2(V_z^*{}^t T_t^{*t} - V_z^*{}^t T_b^{*t})] \Delta r^* \Delta z^*$$

### 3.7.8 Discrétisation des conditions aux limites

- **A l'entrée du conduit**

Domaine solide :

Le domaine numérique correspondant est :  $j=1, IL_s \leq i \leq IL, 1 \leq k \leq kL$

$$V_r^*(r^*, \theta, 0) = V_\theta^*(r^*, \theta, 0) = V_z^*(r^*, \theta, 0) = T^*(r^*, \theta, 0) = 0$$

Domaine fluide :

Le domaine numérique correspondant est :  $j=1, 1 \leq i \leq 20, 1 \leq k \leq kL$

$$V_r^*(r^*, \theta, 0) = V_\theta^*(r^*, \theta, 0) = T^*(r^*, \theta, 0) = 0, V_z^*(r^*, \theta, 0) = 2(1 - r^{*2})$$

a) La composante axiale doit vérifier l'équation suivante :

$$\begin{aligned} A_P(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i, j, k) &= A_N(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i+1, j, k) + A_S(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i-1, j, k) + \\ A_E(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i, j, k+1) &+ A_W(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i, j, k-1) + A_T(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i, j+ \\ 1, k) &+ A_B(i, j, k) V_z^*{}^{t+\Delta t}(i, j-1, k) + S_z^{t+\Delta t}(i, j, k) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Qui devra donc s'écrire :

$$\begin{aligned}
 1. V_{z_P}^{*t+\Delta t} = 0. V_{z_N}^{*t+\Delta t} + 0. V_{z_S}^{*t+\Delta t} + 0. V_{z_E}^{*t+\Delta t} + 0. V_{z_W}^{*t+\Delta t} + 0. V_{z_T}^{*t+\Delta t} + 0. V_{z_B}^{*t+\Delta t} + \\
 2(1 - r^{*2}) \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

Par identification les coefficients et le terme de source sont :

$$A_P^{t+\Delta t} = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t} = A_S^{t+\Delta t} = A_E^{t+\Delta t} = A_W^{t+\Delta t} = A_T^{t+\Delta t} = A_B^{t+\Delta t} = 0$$

$$S_Z^{t+\Delta t} = 2(1 - 4r^{*2})$$

b) De même pour les composantes  $V_r^*$ ,  $V_\theta^*$ , et la température  $T^*$  qui sont nulles à l'entrée.

$$A_P^{t+\Delta t} = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t} = A_S^{t+\Delta t} = A_E^{t+\Delta t} = A_W^{t+\Delta t} = A_T^{t+\Delta t} = A_B^{t+\Delta t} = 0$$

$$S_r^{t+\Delta t} = 0 \text{ (pour } V_r^*), S_\theta^{t+\Delta t} = 0 \text{ (pour } V_\theta^*), S_T^{t+\Delta t} = 0 \text{ (pour } T^*)$$

- **A la sortie du conduit**  $z^* = L^*$   $L^* = L/D_i$

Domaine solide :  $j=j_l$ ,  $IL_s \leq i \leq IL$ ,  $1 \leq k \leq kL$

$$V_r^*(r^*, \theta, L/D_i) = V_\theta^*(r^*, \theta, L/D_i) = V_z^*(r^*, \theta, L/D_i) = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^* \frac{\partial T^*(r^*, \theta, L/D_i)}{\partial z^*} \right) = 0$$

Domaine fluide :  $j=j_l$ ,  $j=1$ ,  $1 \leq i \leq IL$ ,  $1 \leq k \leq kL$

$$\frac{\partial V_r^*(r^*, \theta, L/D_i)}{\partial z^*} = \frac{\partial V_\theta^*(r^*, \theta, L/D_i)}{\partial z^*} = \frac{\partial V_z^*(r^*, \theta, L/D_i)}{\partial z^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^* \frac{\partial T^*(r^*, \theta, L/D_i)}{\partial z^*} \right) = 0$$

Ces conditions sont discrétisées par des différences régressives. On présente cette discrétisation pour la vitesse radiale qui est similaire à celles des autres composantes de la vitesse :

$$\frac{V_r^*(i, jL, k) - V_r^*(i, jL - 1, k)}{dz^*(jL - 1)}$$

$$V_r^*(i, jL, k) - V_r^*(i, jL - 1, k)$$

Si la dernière équation est identifiée à la forme standard de l'équation de discrétisation, les coefficients sont :

$$A_P^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1 \quad A_B^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_S^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_E^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_W^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_T^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 0$$

$$S_r^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 0$$

La condition sur la température :  $\frac{\partial}{\partial z^*} k^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \Big|_{z^*=L/D_i} = 0$  se discrétise autour de jL-1 selon

les différences centrées à l'ordre 2 :

$$k^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \Big|_t - k^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \Big|_b = 0$$

$$k_t^* \left( \frac{T^*(i, jL, k) - T^*(i, jL-1, k)}{dz^*(jL-1)} \right) - k_b^* \left( \frac{T^*(i, jL-1, k) - T^*(i, jL-2, k)}{dz^*(jL-2)} \right) = 0$$

$$T^*(i, jL, k) = T^*(i, jL-1, k) + \frac{k_b^* dz^*(jL-1)}{k_t^* dz^*(jL-2)} [T^*(i, jL-1, k) - T^*(i, jL-2, k)] = 0$$

Dans la partie solide : la conductivité thermique est constante  $k_t^* = k_b^* = k_n^* = k_s^*$  donc :

$$T^*(i, jL, k) = T^*(i, jL-1, k) + \frac{dz^*(jL-1)}{dz^*(jL-2)} [T^*(i, jL-1, k) - T^*(i, jL-2, k)] = 0$$

La discrétisation temporelle du deuxième terme à droite de cette équation est approché par l'approximation d'Adam-Bashforth et on déduit les différents coefficients :

$$A_P^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1 \quad A_B^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_S^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_E^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_W^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_T^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 0$$

$$S^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 2 \frac{dz^*(jL-1)}{dz^*(jL-2)} [T^{*t}(i, jL-1, k) - T^{*t}(i, jL-2, k)] - \frac{dz^*(jL-1)}{dz^*(jL-2)} [T^{*t-\Delta t}(i, jL-1, k) - T^{*t-\Delta t}(i, jL-2, k)]$$

Dans la partie fluide : la conductivité en t est directement celle du nœud JL alors que celle à l'interface b elle sera déduite par la moyenne harmonique entre les nœuds JL-1 et JL-2.

$$A_P^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1 \quad A_B^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_S^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_E^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_W^{t+\Delta t}(i, jL, k) = A_T^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 0$$

$$S^{t+\Delta t}(i, jL, k) = 2 \frac{k_b^{*t} dz^*(jL-1)}{k_t^{*t} dz^*(jL-2)} [T^{*t}(i, jL-1, k) - T^{*t}(i, jL-2, k)] -$$

$$\frac{k_b^{*t-\Delta t} dz^*(jL-1)}{k_t^{*t-\Delta t} dz^*(jL-2)} [T^{*t-\Delta t}(i, jL-1, k) - T^{*t-\Delta t}(i, jL-2, k)]$$

- **Sur la paroi**

$$k^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \Big|_t \quad A_S^{t+\Delta t}(iL, j, k) = 1$$

$$A_N^{t+\Delta t}(iL, j, k) = A_B^{t+\Delta t}(iL, j, k) = A_E^{t+\Delta t}(iL, j, k) = A_W^{t+\Delta t}(iL, j, k) = A_T^{t+\Delta t}(iL, j, k) = 0$$

$$S^{t+\Delta t}(iL, j, k) = 0$$

#### 4.7 Les équations de correction de pression

Le but de cette procédure est d'estimer les champs de pression qui apparait dans les termes sources afin de résoudre le système d'équation de quantité de mouvement. Une équation de discrétisation de la pression, à chaque point du calcul, est nécessaire pour une estimation de la pression. Cette estimation doit être corrigée. L'utilisation des équations de discrétisation des vitesses dans l'équation de discrétisation de continuité permet l'obtention d'une équation de discrétisation de la pression. On réécrit les équations de discrétisation des quantités de mouvement sous la forme suivant :

$$V_r^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{rnb}^{*t+\Delta t} + b_r^*(i, j, k)}{A_P} + d_{rn} (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) \quad \text{avec} \quad d_{rn} = \frac{r_n^* \Delta \theta_P \Delta Z_P^*}{A_P}$$

$$V_\theta^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{\theta nb}^{*t+\Delta t} + b_\theta^*(i, j, k)}{A_P} + d_{\theta e} (P_P^{t+\Delta t} - P_E^{t+\Delta t}) \quad \text{avec} \quad d_{\theta e} = \frac{\Delta r_P^* \Delta Z_P^*}{A_P}$$

$$V_z^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{znb}^{*t+\Delta t} + b_z^*(i, j, k)}{A_P} + d_{zt} (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) \quad \text{avec} \quad d_{zt} = \frac{r_n^* \Delta r_P^* \Delta \theta_P}{A_P}$$

On définit les pseudos vitesses  $\hat{V}_r^{*t+\Delta t}$ ,  $\hat{V}_\theta^{*t+\Delta t}$ ,  $\hat{V}_z^{*t+\Delta t}$  :

$$\hat{V}_r^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{rnb}^{*t+\Delta t} + b_r^*(i, j, k)}{A_P}$$

$$\hat{V}_\theta^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{\theta nb}^{*t+\Delta t} + b_\theta^*(i, j, k)}{A_P}$$

$$\hat{V}_z^{*t+\Delta t} = \frac{\sum_{nb=1}^6 A_{nb} V_{znb}^{*t+\Delta t} + b_z^*(i, j, k)}{A_P}$$

L'expression des composantes du champ de vitesse sont :

$$V_{rn}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{rn}^{*t+\Delta t} + d_{rn}(P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t})$$

$$V_{rs}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{rs}^{*t+\Delta t} + d_{rs}(P_S^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t})$$

$$V_{\theta e}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{\theta e}^{*t+\Delta t} + d_{\theta e}(P_P^{t+\Delta t} - P_E^{t+\Delta t})$$

$$V_{\theta w}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{\theta w}^{*t+\Delta t} + d_{\theta w}(P_W^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t})$$

$$V_{zt}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{zt}^{*t+\Delta t} + d_{zt}(P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t})$$

$$V_{zb}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{zb}^{*t+\Delta t} + d_{zb}(P_B^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t})$$

Sachant que l'équation de continuité discrétisée est :

$$[r_n^* V_{rn}^* - r_s^* V_{rs}^*] \Delta z_p^* \Delta \theta_p + [V_{\theta e}^* - V_{\theta w}^*] \Delta r_p^* \Delta z_p^* + [V_{zt}^* - V_{zb}^*] \Delta r_p^* \Delta \theta_p = 0$$

En remplaçant les vitesses par leurs expressions précédentes qui introduisent le champ de pression entre les faces du volume de contrôle, on obtient l'équation de pression discrétisée au nœud typique P, qui s'écrit dans sa forme final :

$$A_P P_P^{*t+\Delta t} = A_N P_N^{*t+\Delta t} + A_S P_S^{*t+\Delta t} + A_E P_E^{*t+\Delta t} + A_W P_W^{*t+\Delta t} + A_T P_T^{*t+\Delta t} + A_B P_B^{*t+\Delta t} + S_P^{*t+\Delta t}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_W + A_T + A_B$$

$$A_N = r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta Z_p^* \quad A_S = r_s^* dr_s^* \Delta \theta_p \Delta Z_p^* \quad A_E = \Delta r_p^* d\theta_e \Delta Z_p^*$$

$$A_W = \Delta r_p^* d\theta_w \Delta Z_p^* \quad A_T = r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_e dZ_t^* \quad A_B = r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_e dZ_b^*$$

$$S_P^{*t+\Delta t} = (r_s^* \hat{V}_{rs}^* - r_n^* \hat{V}_{rn}^*) \Delta z_p^* \Delta \theta_p + (\hat{V}_{\theta w}^* - \hat{V}_{\theta e}^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (\hat{V}_{zb}^* - \hat{V}_{zt}^*) \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$

Les équations de discrétisation du champ de vitesse et du champ de pression obtenues dépendent l'une de l'autre. On ne peut tirer la pression sans la connaissance des vitesses (et les pseudo-vitesses) ainsi que l'on ne peut tirer la vitesse sans connaître la pression. On peut comprendre qu'il faudrait des séquences successives d'estimation et de correction de la vitesse et de la pression pour aboutir à un champ de vitesses corrects. Supposons que :

$$P^* = P^{**} + \hat{P} \quad V_r^* = V_r^{**} + \hat{V}_r^* \quad V_\theta^* = V_\theta^{**} + \hat{V}_\theta^* \quad V_z^* = V_z^{**} + \hat{V}_z^*$$

$V_r^{**}, V_\theta^{**}, V_z^{**}$  sont les vitesses estimées associées à la pression estimée  $P^{**}$ .

$\hat{V}_r^*, \hat{V}_\theta^*, \hat{V}_z^*$  sont les corrections des vitesses associées à la correction de pression corrigée  $\hat{P}$ .

Les estimations des vitesses sont corrigées comme suit :

$$V_{rn}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{rn}^{*t+\Delta t} + d_{rn}(\hat{P}_P^{t+\Delta t} - \hat{P}_N^{t+\Delta t})$$

$$V_{rs}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{rs}^{*t+\Delta t} + d_{rs}(\hat{P}_S^{t+\Delta t} - \hat{P}_P^{t+\Delta t})$$

$$V_{\theta e}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{\theta e}^{*t+\Delta t} + d_{\theta e}(\hat{P}_P^{t+\Delta t} - \hat{P}_E^{t+\Delta t})$$

$$V_{\theta w}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{\theta w}^{*t+\Delta t} + d_{\theta w}(\hat{P}_W^{t+\Delta t} - \hat{P}_P^{t+\Delta t})$$

$$V_{zt}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{zt}^{*t+\Delta t} + d_{zt}(\hat{P}_P^{t+\Delta t} - \hat{P}_T^{t+\Delta t})$$

$$V_{zb}^{*t+\Delta t} = \hat{V}_{zb}^{*t+\Delta t} + d_{zb}(\hat{P}_B^{t+\Delta t} - \hat{P}_P^{t+\Delta t})$$

L'introduction de ces nouvelles expressions des vitesses dans l'équation de continuité discrétisée permettront d'une équation de discrétisation de la correction de pression  $\hat{P}^*$  avec des vitesses estimées :  $V_r^{**}, V_\theta^{**}, V_z^{**}$

$$A_P \hat{P}_P^{*t+\Delta t} = A_N \hat{P}_N^{*t+\Delta t} + A_S \hat{P}_S^{*t+\Delta t} + A_E \hat{P}_E^{*t+\Delta t} + A_W \hat{P}_W^{*t+\Delta t} + A_T \hat{P}_T^{*t+\Delta t} + A_B \hat{P}_B^{*t+\Delta t} + \hat{S}_P^{*t+\Delta t}$$

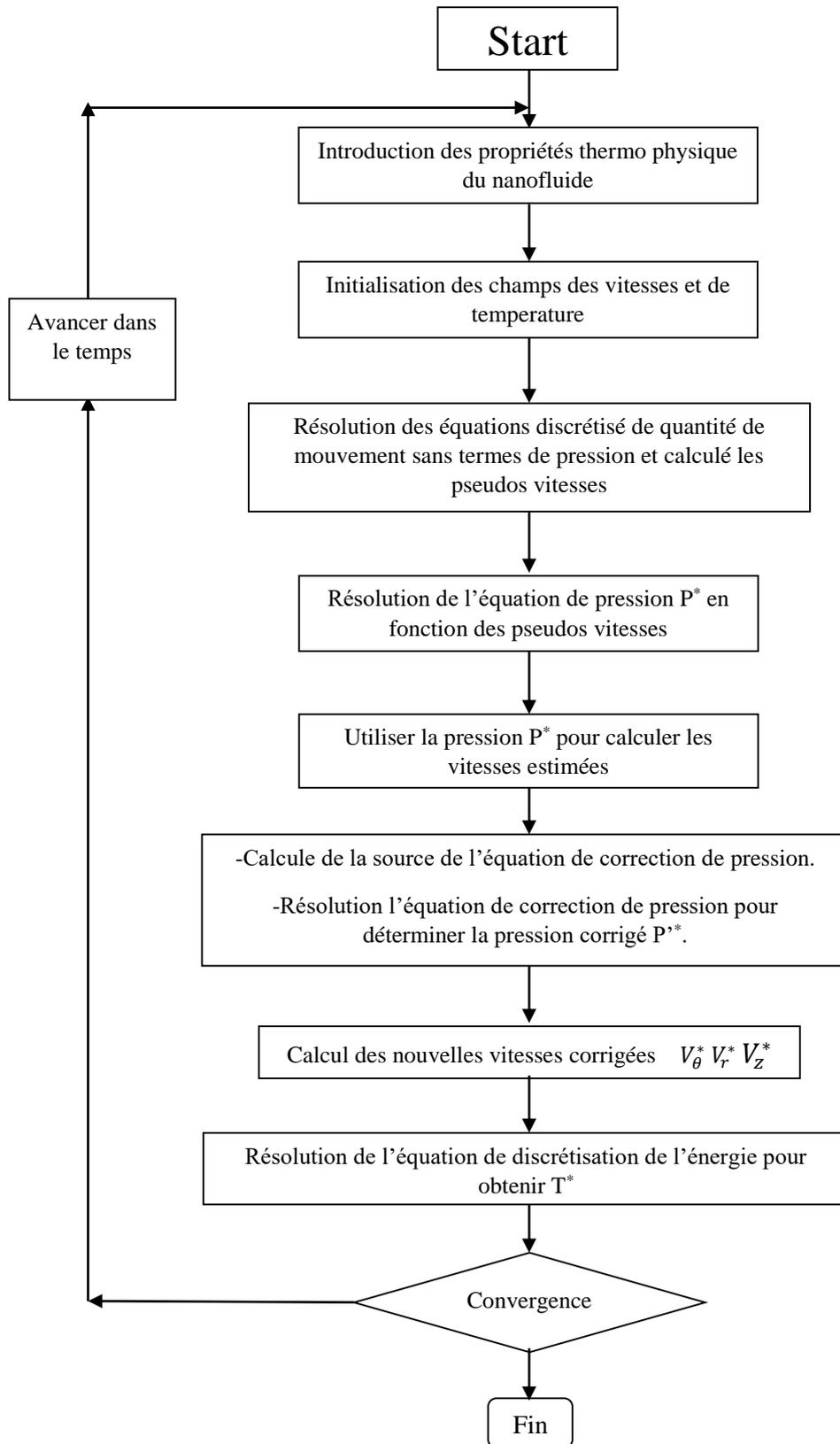
$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_W + A_T + A_B$$

$$A_N = r_n^* dr_n^* \Delta\theta_p \Delta Z_p^* \quad A_S = r_s^* dr_s^* \Delta\theta_p \Delta Z_p^* \quad A_E = \Delta r_p^* d\theta_e \Delta Z_p^*$$

$$A_W = \Delta r_p^* d\theta_w \Delta Z_p^* \quad A_T = r_p^* \Delta r_p^* \Delta\theta_e dZ_t^* \quad A_B = r_p^* \Delta r_p^* \Delta\theta_e dZ_B^*$$

$$\hat{S}_P^{*t+\Delta t} = (r_s^* V_{rs}^{**} - r_n^* V_r^{**}) \Delta Z_p^* \Delta\theta_p + (V_{\theta w}^{**} - V_{\theta e}^{**}) \Delta r_p^* \Delta Z_p^* + (V_{zb}^{**} - V_{zt}^{**}) \Delta r_p^* \Delta\theta_p$$

## 5 Organigramme de calcul



## 6 Influence du maillage

Afin d'estimer l'influence du maillage sur les résultats générés, **Touahri** et **Boufendi** [126] ont testé quatre types de maillage ; 26x22x42, 26x44x83, 26x44x162 et 26x88x323 suivant les trois directions radiale, azimutale et axiale. La paroi solide est divisée en 5 nœuds. Ils ont trouvé que les trois derniers maillages donnent des résultats similaires. Pour cela et ainsi pour une efficacité de calcul optimale nous avons choisi le maillage 26x44x162.

## 7 Validation du code de calcul

Notre code de calcul a été validé avec plusieurs résultats expérimentaux selon les conditions de l'écoulement. Dans le cas de la convection forcée ( $Gr=0$ ), la variation du nombre de Nusselt axial a été comparée avec les résultats de **Wen** et **Ding** [57] qui ont mené une étude expérimentale sur le transfert thermique convectif d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau en écoulement dans un tube en cuivre. A un  $Re=1050$ , les résultats montre une bonne concordance avec notre simulation. La figure 3.10 illustre cette validation.

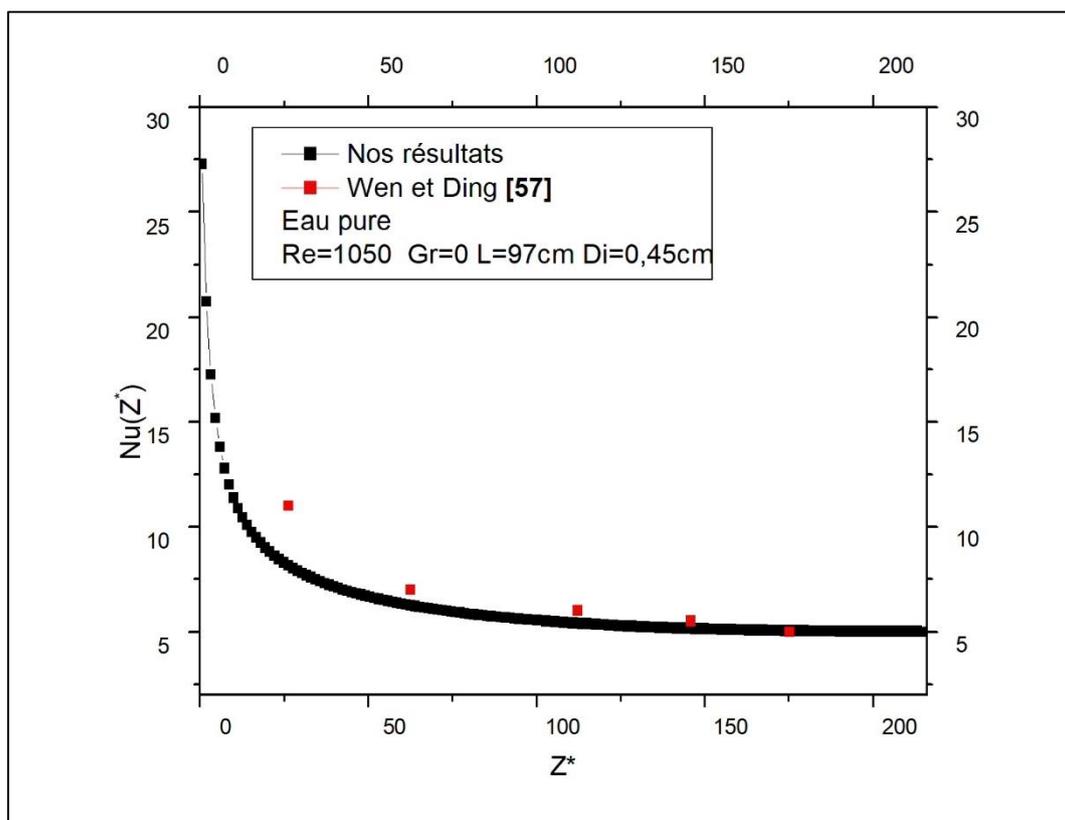
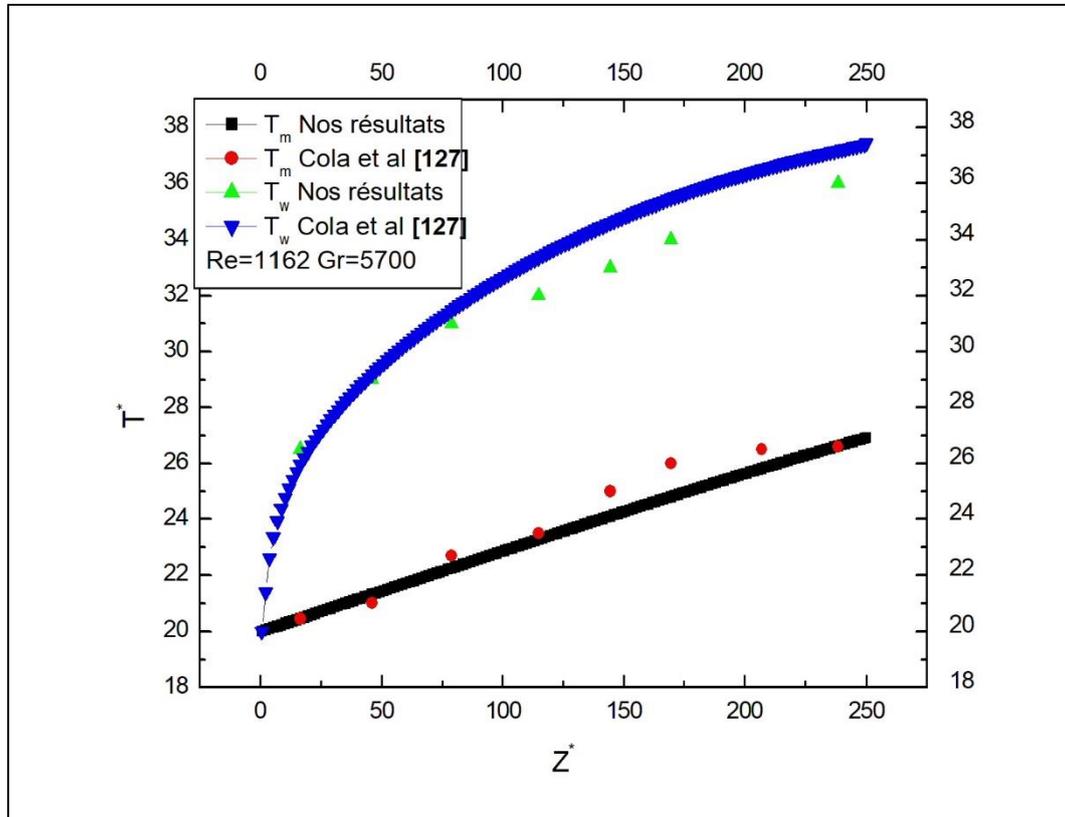


Fig 3.10 : Validation avec les résultats de **Wen** et **Ding** [57]

Dans le cas de la convection mixte, nous avons comparé nos résultats avec celles de **Cola et al. [127]** qui ont effectué une étude expérimentale afin d'examiner les performances thermique d'un nanofluide composé de nanoparticule d'oxyde de Titan dispersées dans l'eau. La figure 3.11 montre la variation axiale des températures pariétales et moyenne.



**Fig 3.11** : Validation avec les données expérimentales de **Cola et al. [127]**

Les tableaux 3.2 et 3.3 représentent les calculs d'erreurs dans les valeurs du nombre de Nusselt axial dans la validation avec les résultats de **Wen et Ding [57]** et les valeurs des températures moyennes et pariétales en validant avec les données expérimentaux de **Cola et al. [127]**.

**Tableau 3.2** : Calculs d'erreur dans la validation avec les résultats de **Wen et Ding [57]**

$Z^*$	Nu( $Z^*$ ) (simulation)	Nu( $Z^*$ ) (Wen et Ding)	Erreur (%)
26.162	8.330	11.001	24.270
62.181	6.391	7.039	9.205
112.557	5.649	6.113	7.590
146.371	5.371	5.557	3.347
175.355	5.001	5.094	1.820

**Tableau 3.3** : Calculs d'erreur dans la validation avec les résultats de **Cola et al. [127]**

$Z^*$	Nu( $Z^*$ ) (simulation)		Nu( $Z^*$ ) (Cola et al)		Erreur (%)	
	$T_m^*$	$T_w^*$	$T_m^*$	$T_w^*$	$T_m^*$	$T_w^*$
15.870	20.502	26.139	20.422	26.542	0.39	1.518
46.280	21.227	29.038	21.066	28.958	0.758	0.275
79.223	22.435	31.213	22.596	31.052	0.712	0.515
114.701	23.321	33.146	23.482	32.099	0.685	3.158
144.265	24.126	34.273	25.012	33.146	3.542	3.288
169.606	25.012	35.159	25.978	34.192	3.718	2.75
207.618	25.978	-	26.461	-	1.825	-
238.027	26.703	36.85	26.623	36.125	0.299	1.967

# Chapitre 4

## Résultats et

## Discussions

## Chapitre 4 Résultats et discussions

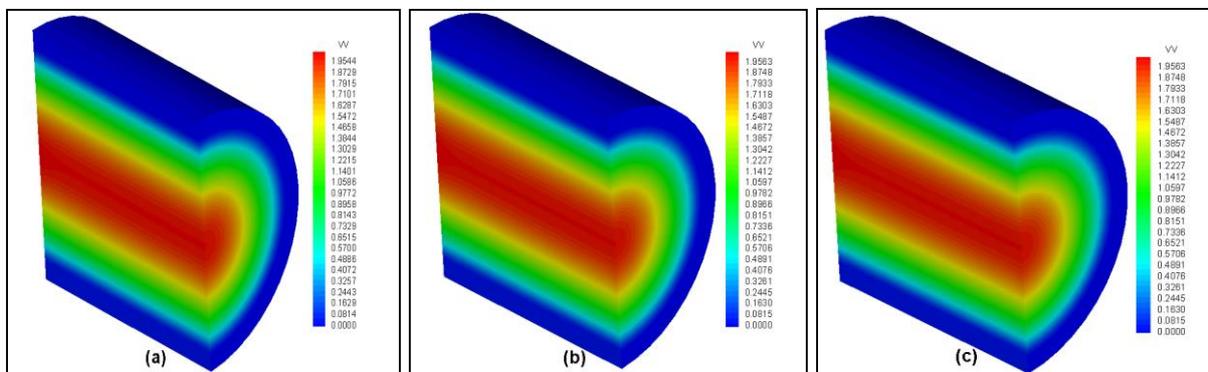
### 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons et discutons les résultats de la simulation numérique du transfert thermique convectif et de l'écoulement des nanofluides dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur uniforme ayant une densité de flux de  $3600 \text{ w/m}^2$ . Plusieurs nanofluides sont mis en œuvre dans cette simulation dont l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, le Cu-eau, l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -EG30% et l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -EG50%. Nos résultats ont été évalués à des nombres de Grashof allant de 0 (convection forcée) jusqu'à  $5 \cdot 10^5$  tandis que le nombre de Reynolds varie entre 300 et 1000. Quant à la concentration volumique des nanoparticules, elle est variable de 2% jusqu'à 8%.

### 2 Champ de vitesse axiale

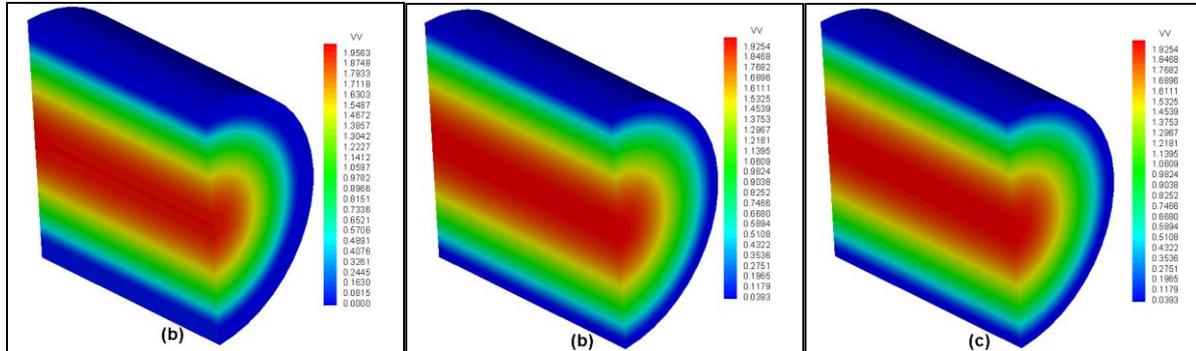
#### 2.1 Cas de référence : la convection forcée ( $Gr=0$ )

À l'entrée  $Z^*=0$ , nous avons considéré dans le deuxième chapitre que le profil de vitesse est de type Poiseuille, où les composantes radiales et azimutales sont nulles. Le profil présente des cellules circulaires concentriques à travers tout le long du conduit. À une section donnée, la valeur de la vitesse axiale est nulle à la paroi où la condition de non-glissement est considérée. Elle prend une valeur maximale au centre du conduit. En suspendant des nanoparticules solides au sein des fluides de base, les profils de vitesse sont presque similaires à ceux du fluide de base. La vitesse axiale s'accroît d'une façon très légère en fonction de la concentration volumique  $\phi$  de 2 à 6% pour l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et le Cu-eau. La figure 4.1a présente les profils de vitesse axiale pour les deux nanofluides cités précédemment.



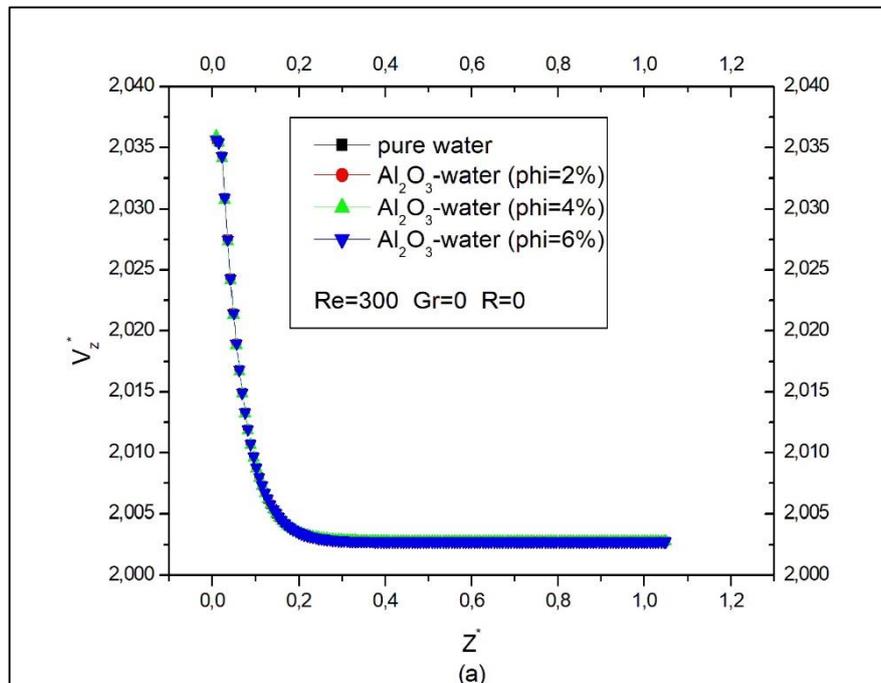
**Fig. 4.1a** : Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 0$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (c) Cu-eau à  $\phi = 4\%$

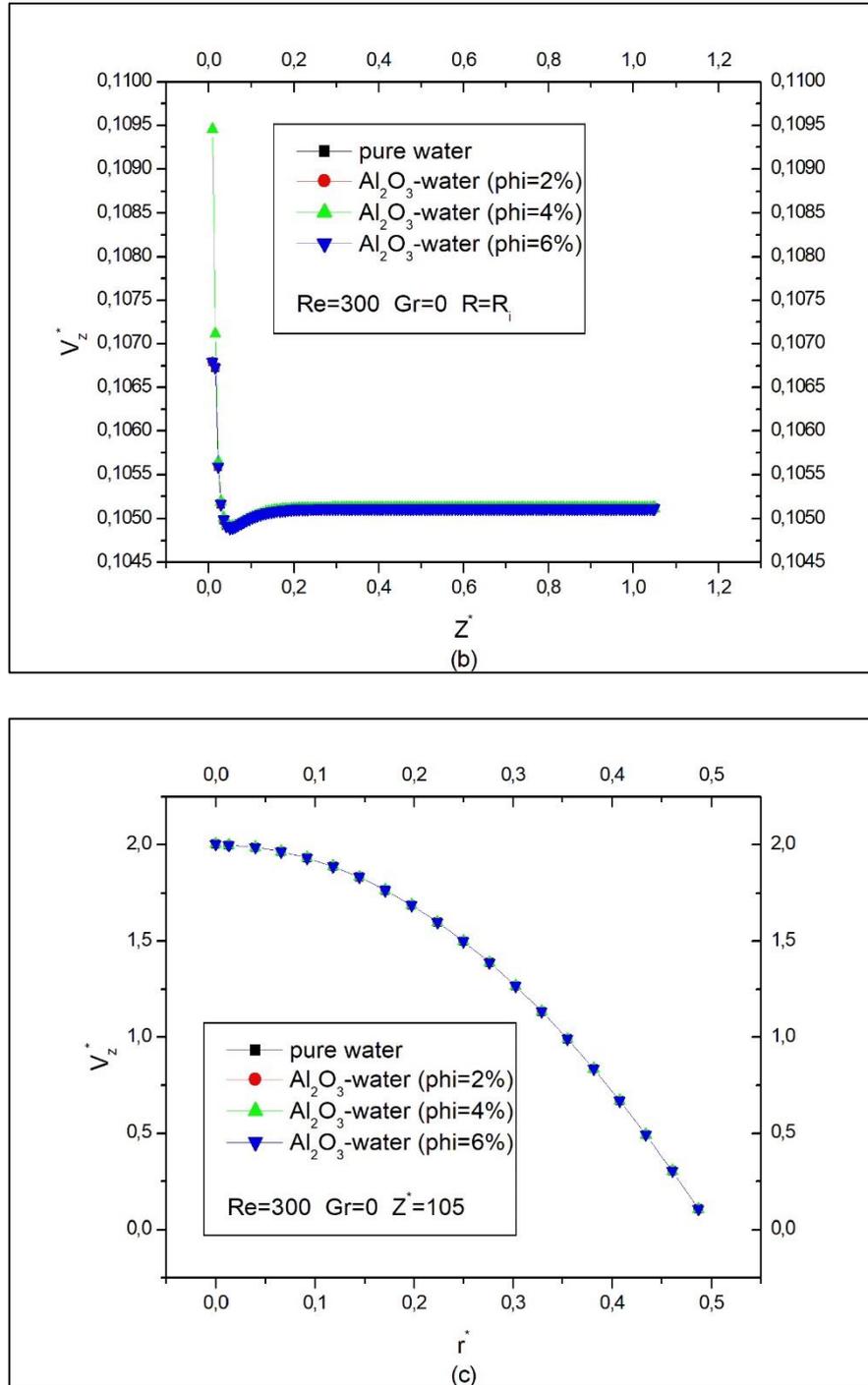
En comparant entre les fluides de base ; eau pure, EG30% et EG50% et à une concentration volumique donnée. Nous n'avons constaté aucun changement dans les profils de vitesse. La figure 4.1b montre les profils de vitesses pour  $Al_2O_3$  dispersée dans les trois fluides de base cités précédemment à  $\phi=4\%$ .



**Fig. 4.1b** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 0$  et  $Re = 300$ , (a)  $Al_2O_3$ -eau (b)  $Al_2O_3$ -EG30% (c)  $Al_2O_3$ -EG50% à  $\phi = 4\%$

Les figures 4.2a et 4.2b montrent respectivement le développement axial de la vitesse du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau à  $r^*=0$  et  $r^*=r_1^*$ . Tandis que la figure 4.2c illustre la distribution radiale de la vitesse axiale à la sortie du conduit pour le même nanofluide à des concentrations volumiques entre 0 et 6%.



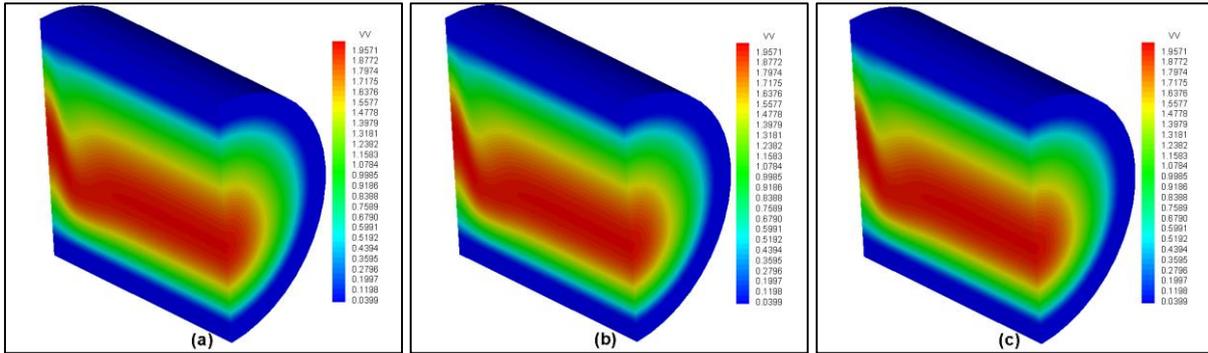


**Fig 4.2** (a) Variation de la vitesse axiale à  $r^*=0$  (b) Variation de la vitesse axiale à  $r^*=r_i^*$  (c) Distribution radiale de la vitesse axiale à la sortie du conduit ( $Z^*=105$ ) pour le  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau

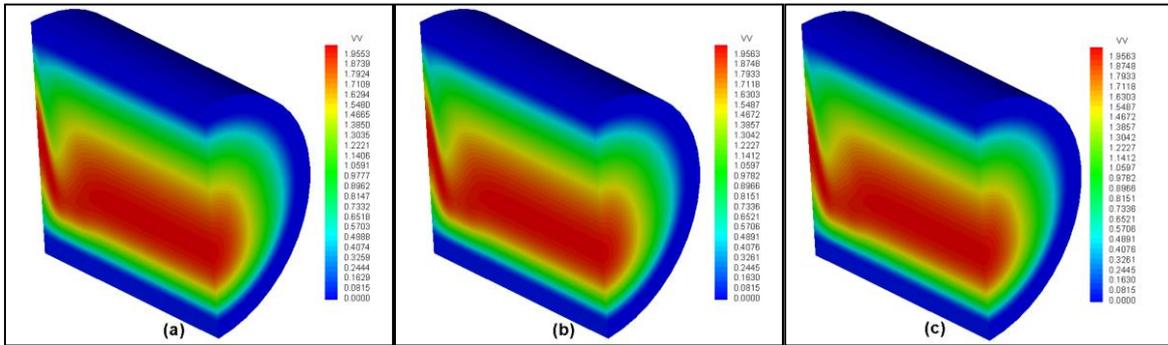
## 2.2 Cas de la convection mixte

L'augmentation du nombre de Grashof change complètement la structure de l'écoulement. A l'entrée du conduit, la vitesse diminue d'une manière rapide sous l'effet de la convection naturelle. A  $Z^*=16$ , la vitesse axiale atteint une valeur minimale puis elle s'accroît pour atteindre une valeur asymptotique jusqu'à la sortie. Cette valeur s'affiche faible comparée au cas de la

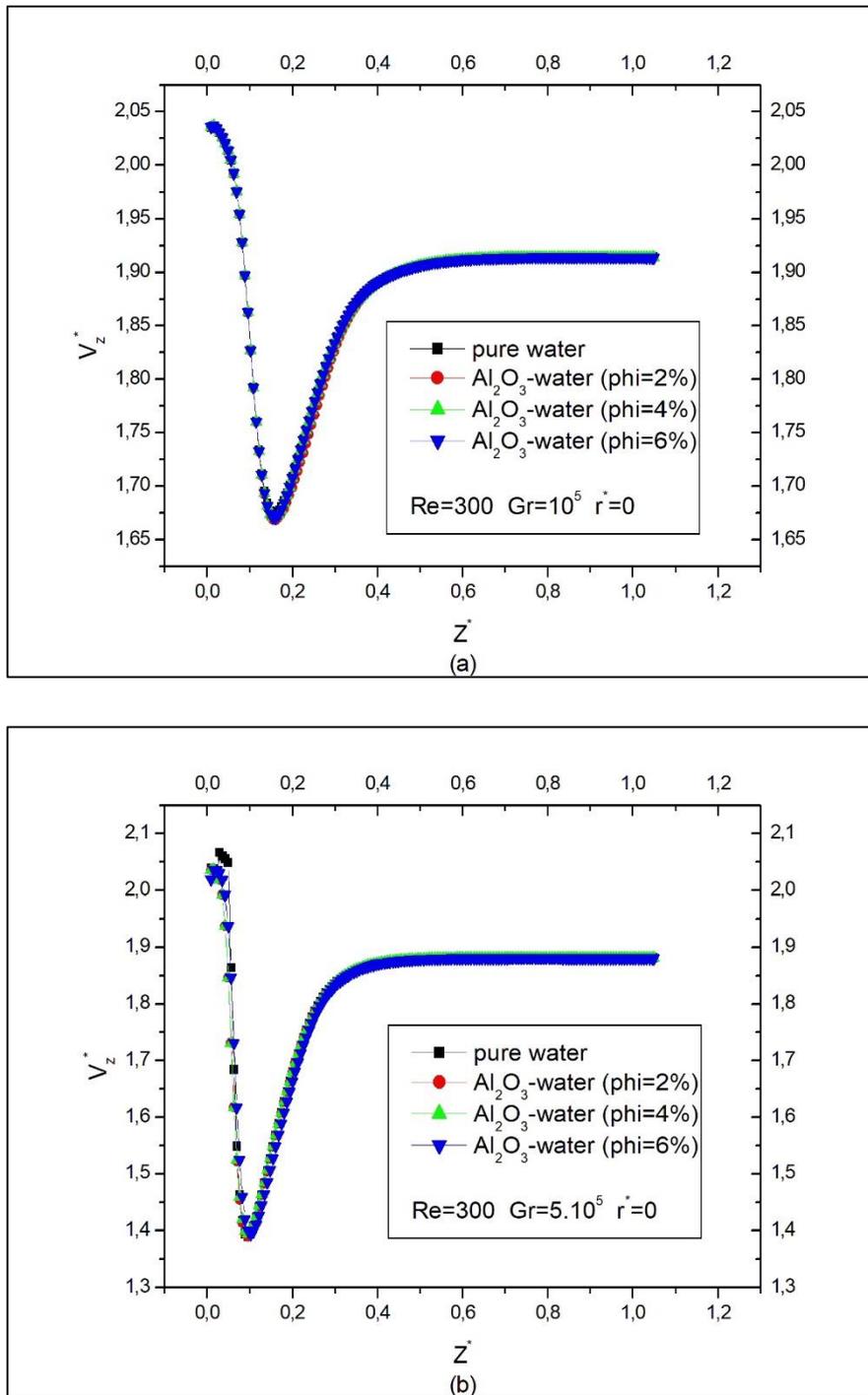
convection forcée. Dans le cas d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau, l'ajout des nanoparticules affecte légèrement la vitesse axiale. Une très faible diminution est remarquée à  $\phi=4\%$  et  $\phi=6\%$ . La figure 4.3 montre le développement de la vitesse axiale à des différentes fractions volumiques des nanoparticules d'alumine. La figure 4.3a et 4.3b présentent les profils de vitesse axiale de l'eau pure, l' $Al_2O_3$ -eau et le Cu-eau à  $\phi=4\%$  et  $Gr=10^5$  et  $5.10^5$  respectivement. Tandis que la figure 4.4 illustre la variation de la vitesse dans la direction axiale pour l' $Al_2O_3$ -eau à des différentes fractions volumiques.



**Fig. 4.3a** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 10^5$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau (c) Cu-eau à  $\phi = 4\%$



**Fig. 4.3b** Profils de la vitesse axiale à  $Gr = 5.10^5$  et  $Re = 300$ , (a) l'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau (c) Cu-eau à  $\phi = 4\%$



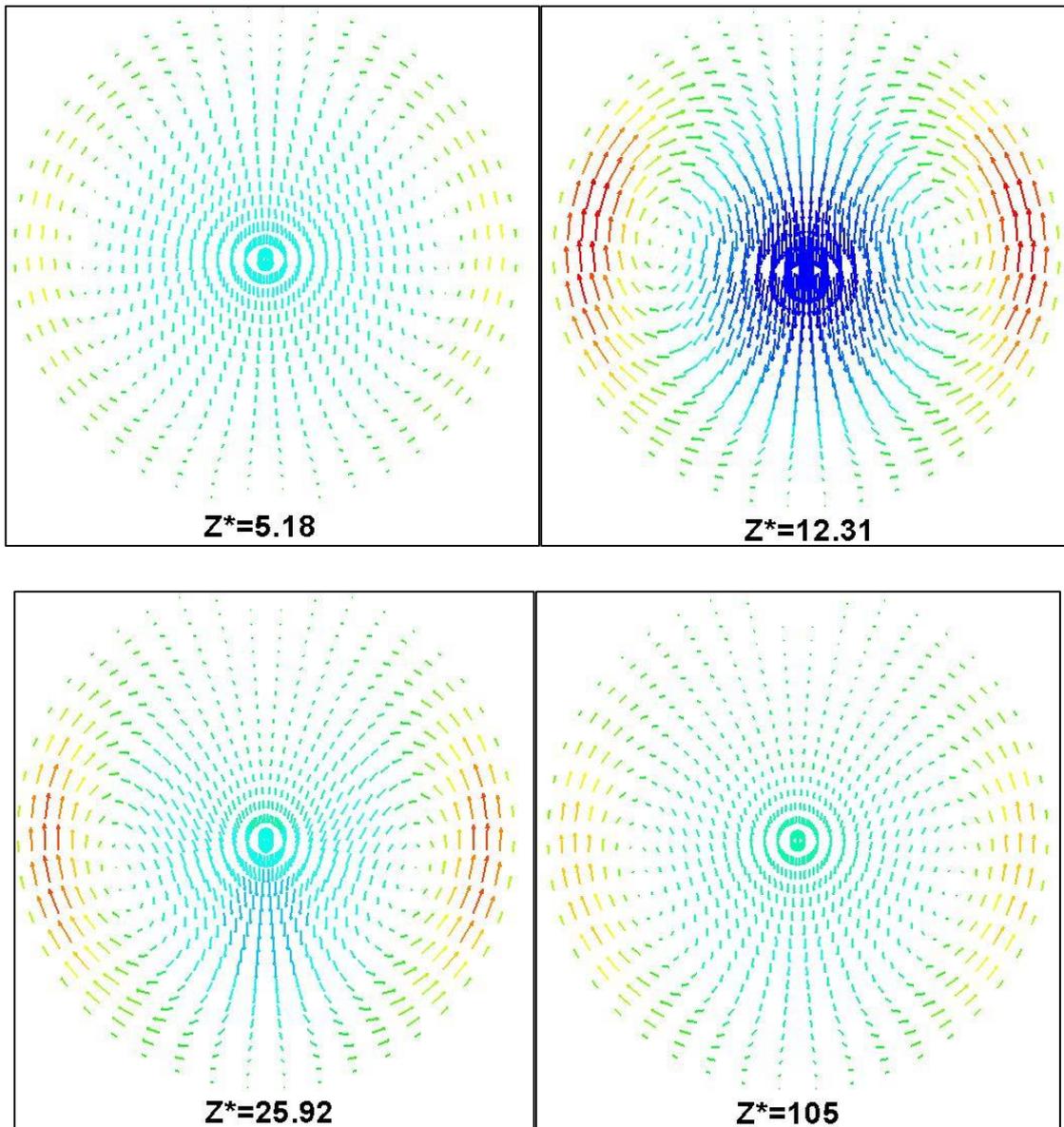
**Figure 4.4 :** Développement de la vitesse axiale (a)  $Gr=10^5$  (b)  $Gr=5.10^5$

Ce changement des profils de vitesse est causé par le développement d'un écoulement transversal qui sera bien détaillé dans la partie suivante. Ce phénomène influe largement sur le profil de la vitesse axiale. La valeur maximale est localisée au-dessus du centre du conduit.

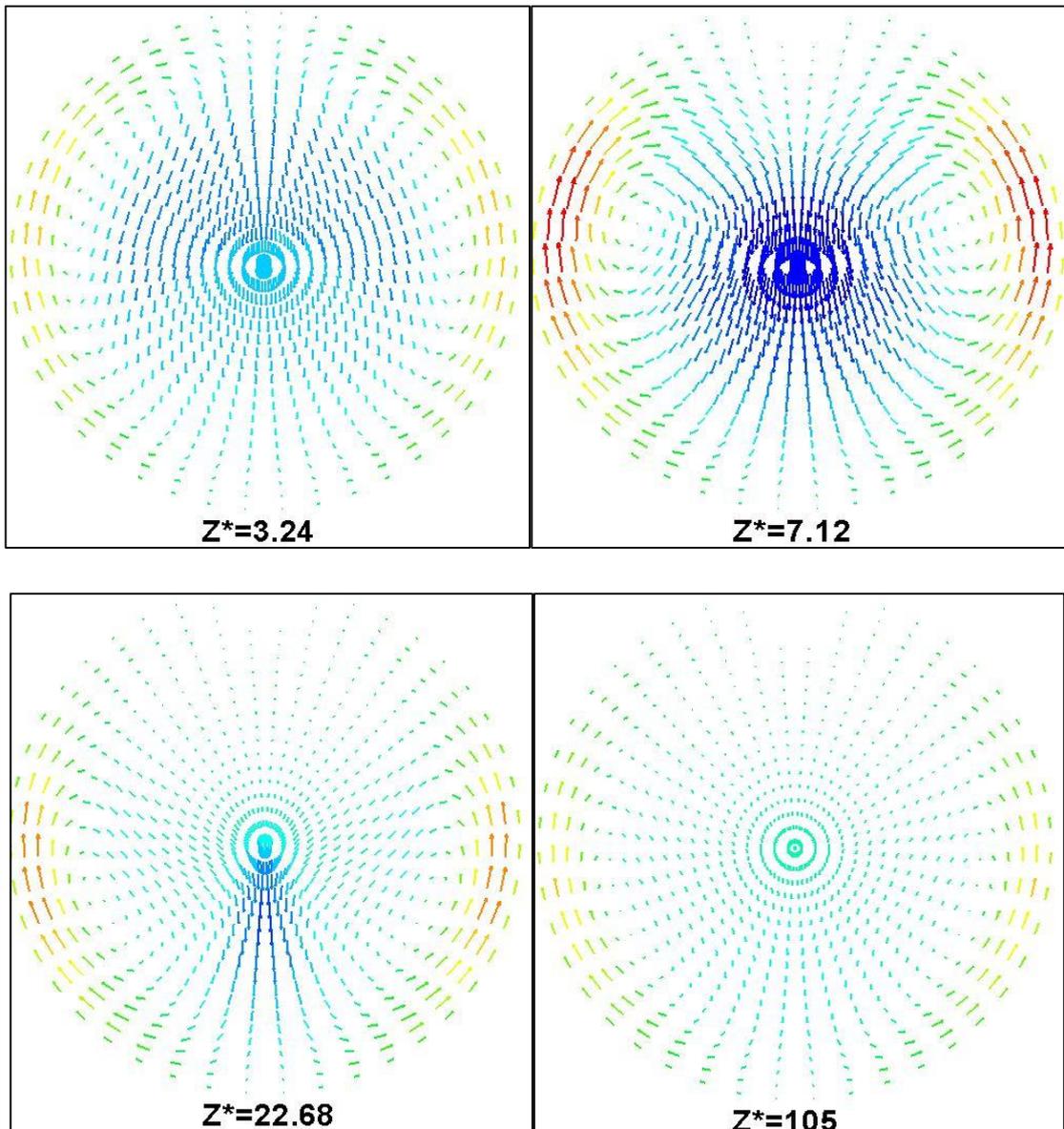
### 3 L'écoulement secondaire

A l'entrée ( $z^*=0$ ), l'écoulement transversal est inexistant car la température du fluide est constante. Juste après l'entrée, la chaleur générée dans la paroi du conduit crée un gradient thermique radial orienté vers l'intérieur du conduit de telle sorte que le fluide chaud est au voisinage de la paroi interne du conduit tandis que le fluide relativement froid est au centre entouré par le fluide chaud. Cette situation induit nécessairement la force de poussée thermique qui dépend de la variation de la température à créer un mouvement transversal du fluide dans le plan  $(r^*, \theta)$  ce qui induit une variation de la vitesse angulaire  $V_\theta$ . Le mouvement transversal s'explique par le déplacement du fluide chaud au long de la paroi chaude du bas du conduit ( $\theta=\pi$ ) vers le haut ( $\theta=0$ ) et redescend ensuite du haut vers le bas dans le centre du conduit. Le plan vertical passant à travers les angles ( $\theta=0$ ) et ( $\theta=\pi$ ) est un plan de symétrie. Deux cellules contrarotatives identiques sont créées par ce mouvement, ces deux cellules se déplacent du haut vers le bas le long du tube. Cette forme de la circulation du fluide par convection mixte dans le plan transversal du conduit est appelé l'écoulement secondaire. En allant dans la direction axiale, l'écoulement secondaire perd son intensité sous l'effet de la stratification thermique jusqu'à atteindre une condition asymptotique.

Qualitativement, l'addition des nanoparticules solides dans les fluides de base ne change pas la structure de l'écoulement secondaire. L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules jusqu'à 6% se manifeste par une très légère intensification des courants secondaires dans la zone de développement. Cela est dû à l'augmentation du taux de chauffage pariétal engendré par la concentration des nanoparticules. A  $Gr=10^5$ , l'intensité de l'écoulement secondaire prend sa valeur maximale à  $Z^*=12.59$  pour l'eau pure et les nanofluides  $Al_2O_3$ -eau et Cu-eau. Tandis qu'à  $Gr=5.10^5$ , nous remarquons un développement rapide de l'écoulement secondaire. Pour l'eau pure et l' $Al_2O_3$ -eau à  $\phi=4\%$  la valeur maximale devient obtenue à  $Z^*=7.12$  et  $7.77$  pour le Cu-eau à la même concentration volumique. La figure 4.5 illustre la structure de l'écoulement secondaire pour quatre positions axiales différentes pour les deux nanofluides étudiés à  $Gr=10^5$  et  $Gr=5.10^5$ .



**Figure 4.5a** : Développement de l'écoulement secondaire dans le cas de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à  $\phi=4\%$ ,  
 $\text{Re}=300$  et  $\text{Gr}=10^5$



**Figure 4.5b** : Développement de l'écoulement secondaire dans le cas du Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  
 $Re=300$  et  $Gr=5.10^5$

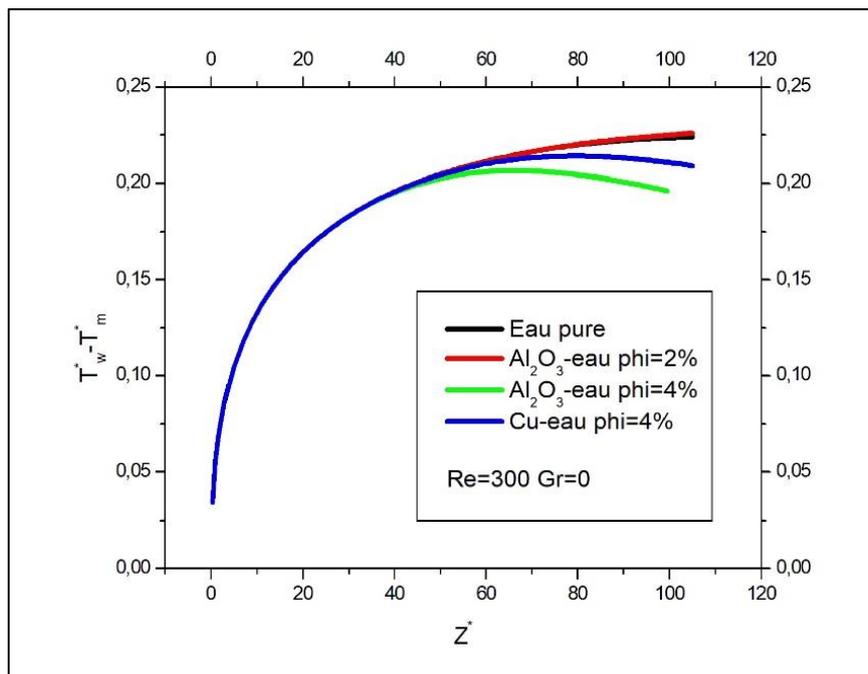
## 4 Profils de température

### 4.1 Cas de la convection forcée ( $Gr=0$ )

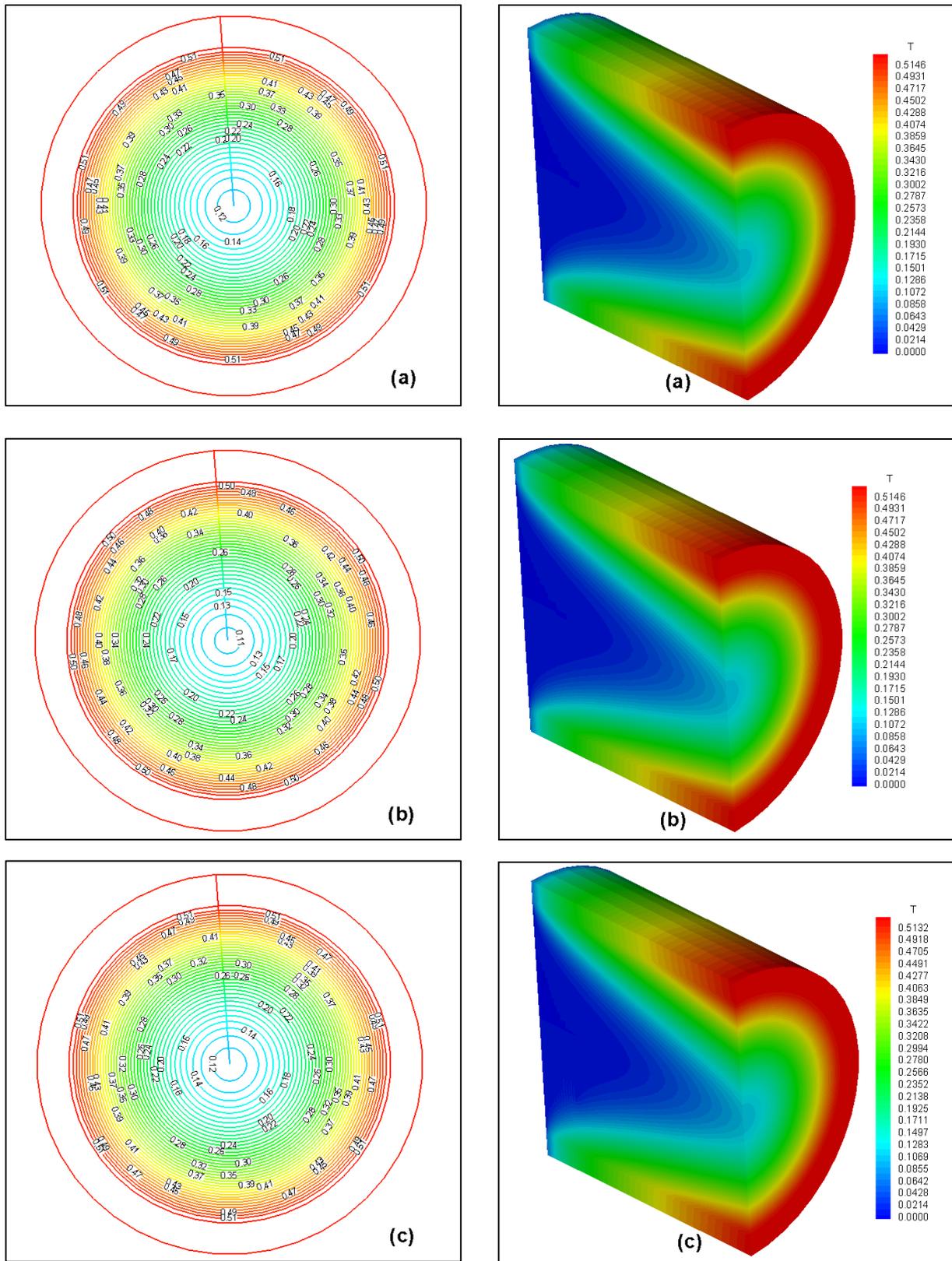
A l'entrée du conduit, nous avons supposé que le nanofluide entre avec une température  $T_i=25^\circ\text{C}$ . En allant dans la direction axiale, la chaleur dégagée par la paroi provoque une augmentation linéaire de la température moyenne du nanofluide. A cause de la valeur nulle de la composante azimutale et le profil parabolique de la composante axiale de l'écoulement, le champ de température garde une distribution axisymétrique pour chaque section axiale le long du conduit. Les isothermes forment des cercles concentriques avec une température maximale

sur la paroi et une température minimale sur l'axe du conduit. La figure 4.6 montre la distribution de température des nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et Cu-eau à  $\phi=4\%$  comparés à celle de l'eau pure.

L'ajout de nanoparticules solides avec une fraction volumique spécifiée augmente la conductivité thermique du fluide de base. Par conséquent, les nanofluides absorbent davantage la chaleur générée par la paroi interne du tube. Ainsi, la température moyenne du nanofluide augmente avec la fraction volumique, tandis que la température de la paroi diminue. En comparant nanofluides à base de cuivre et à base d'alumine, nous observons une légère diminution de la température de paroi liée à l'utilisation de nanoparticules de cuivre par rapport aux nanoparticules d'alumine en raison de la conductivité thermique plus élevée des particules solides de cuivre. La figure 4.7 montre la variation axiale de la différence des températures moyennes et pariétales pour l'eau pure, l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et le Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  $\text{Re}=300$  et  $\text{Gr}=0$ .

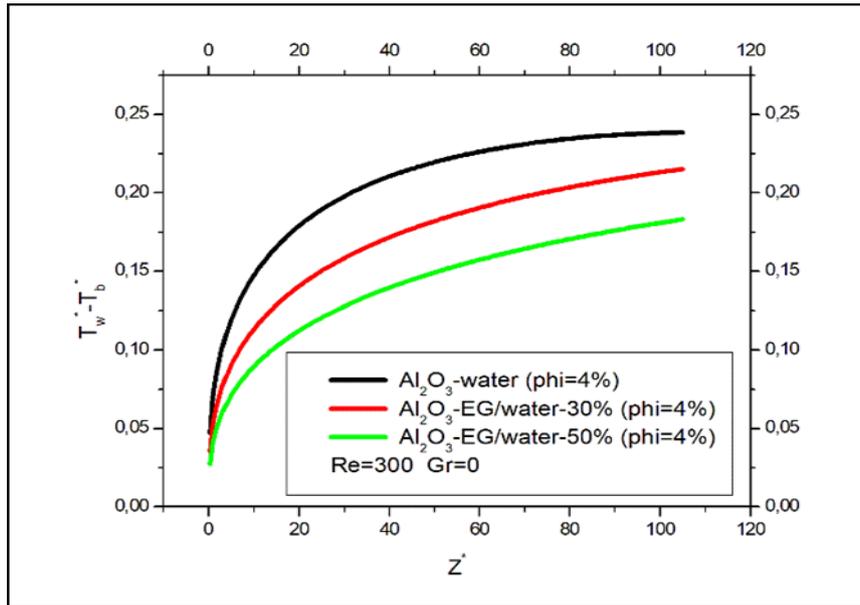


**Figure 4.7 :** Variation axiale de la différence des températures moyennes et pariétales ( $T_w^* - T_m^*$ )



**Figure 4.6 :** Champ de température dans le cas de la convection forcée  $Re = 300$ , (a) L'eau pure (b)  $Al_2O_3$ -eau  $\phi=4\%$  (c)  $Cu$ -eau  $\phi=4\%$

La figure 4.8 illustre le développement axiale des différences des températures moyenne et pariétales ( $T_w^* - T_m^*$ ) dans le cas des nanoparticules d'alumine en suspension ( $\phi=4\%$ ) dans un mélange éthylène-glycol/eau avec deux concentration volumiques 30 et 50%. Nous remarquons que l'utilisation de l'éthylène-glycol avec l'eau comme fluide caloporteur affecte considérablement la distribution des températures par rapport au cas de référence (le fluide de base est l'eau pure). La différence de température ( $T_w^* - T_m^*$ ) se décroît en augmentant la concentration volumique de l'EG.



**Figure 4.8 :** Développement axial de la différence des températures ( $T_w^* - T_m^*$ ) en utilisant le mélange EG/eau comme fluide caloporteur

## 4.2 Cas de la convection mixte

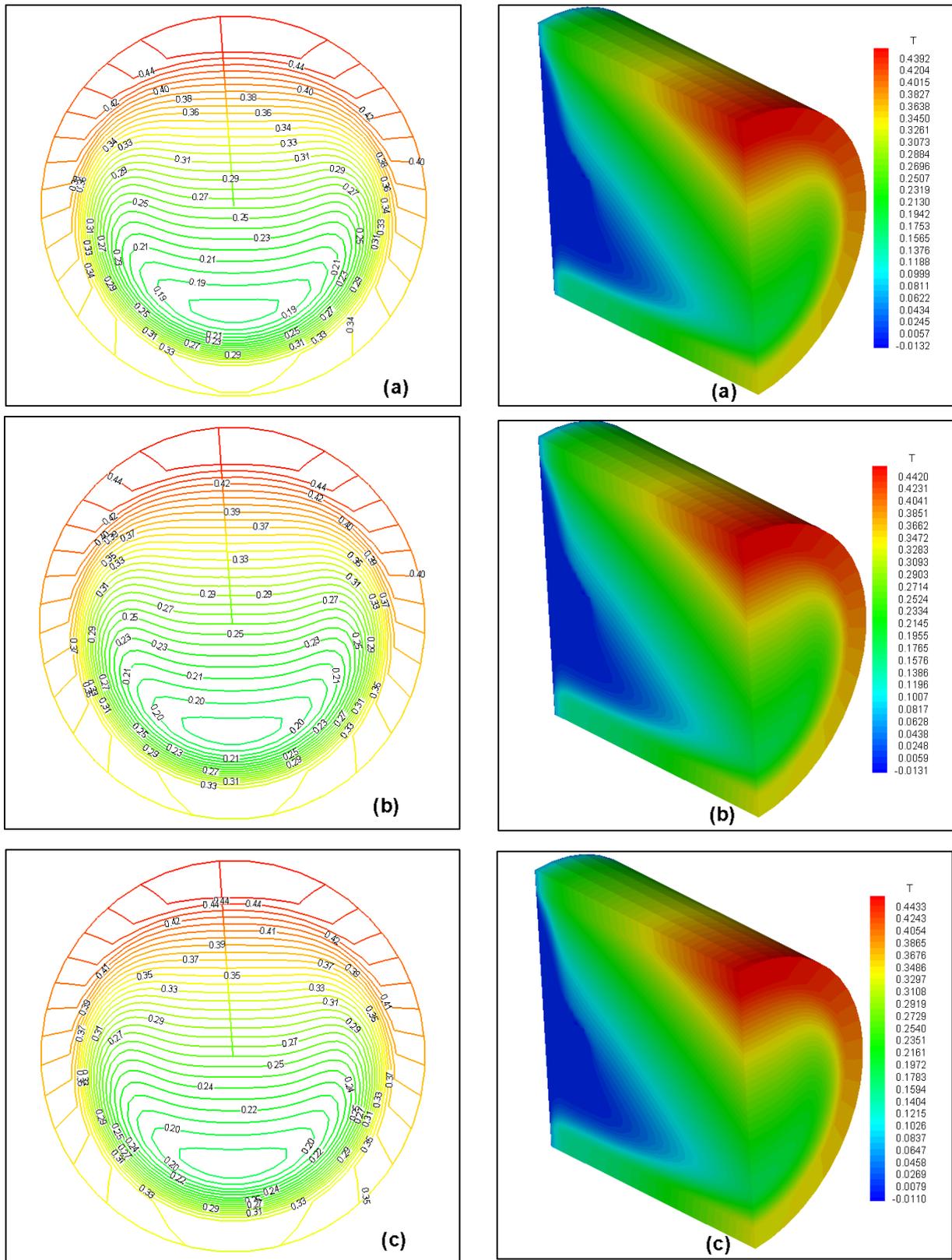
Dans le cas de référence (convection forcée) le champ de température est axisymétrique, pour chaque section axiale les isothermes sont des cercles concentriques avec une température maximum sur l'interface fluide-paroi et une température minimum sur l'axe du conduit. Dans le cas de la convection mixte, la naissance de l'écoulement secondaire change complètement la distribution axisymétrique du champ de température vue dans le cas précédent. Les isothermes qui étaient initialement circulaires et concentriques se déforment davantage et se déplacent vers la région centrale de la section à cause du mouvement descendant du fluide qui a créé une variation angulaire de la température. En allant dans la direction axiale, l'effet de chauffage s'étend sur une zone plus grande de la section. Le champ de température est drastiquement affecté en particulier dans la partie centrale et supérieure de la section où les isothermes sont horizontales indiquant une stratification thermique dans cette zone et par

conséquent, la stagnation d'une partie du fluide. Par ailleurs, le fluide froid se trouve confiné dans un espace réduit dans la partie inférieure de la section. La figure 4.9 montre la variation du champ thermique pour l'eau pure, l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et le Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  $\text{Re}=300$  et  $\text{Gr}=10^5$ . La présence des nanoparticules modifie légèrement le comportement thermique du mélange. Nous pouvons clairement observer que dans les deux nanofluides utilisés, la distorsion des isothermes est plus prononcée et la température augmente dans le centre du conduit. Par contre, elle diminue au voisinage de la paroi interne indiquant un meilleur transfert de la chaleur pariétale.

## 5 Nombre de Nusselt

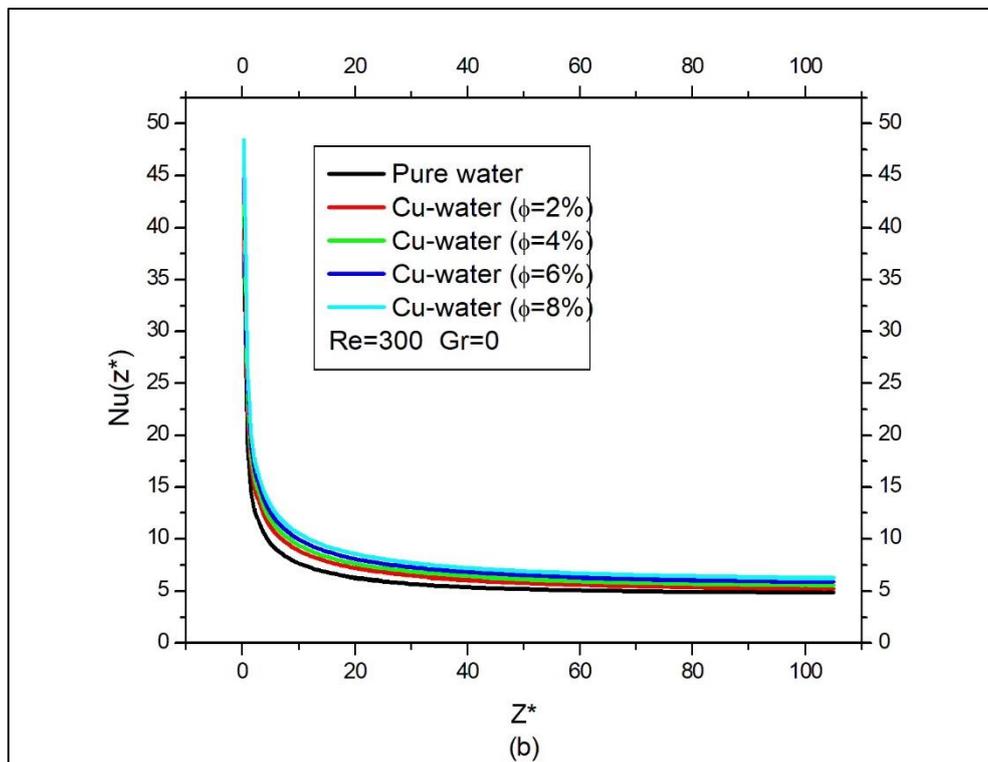
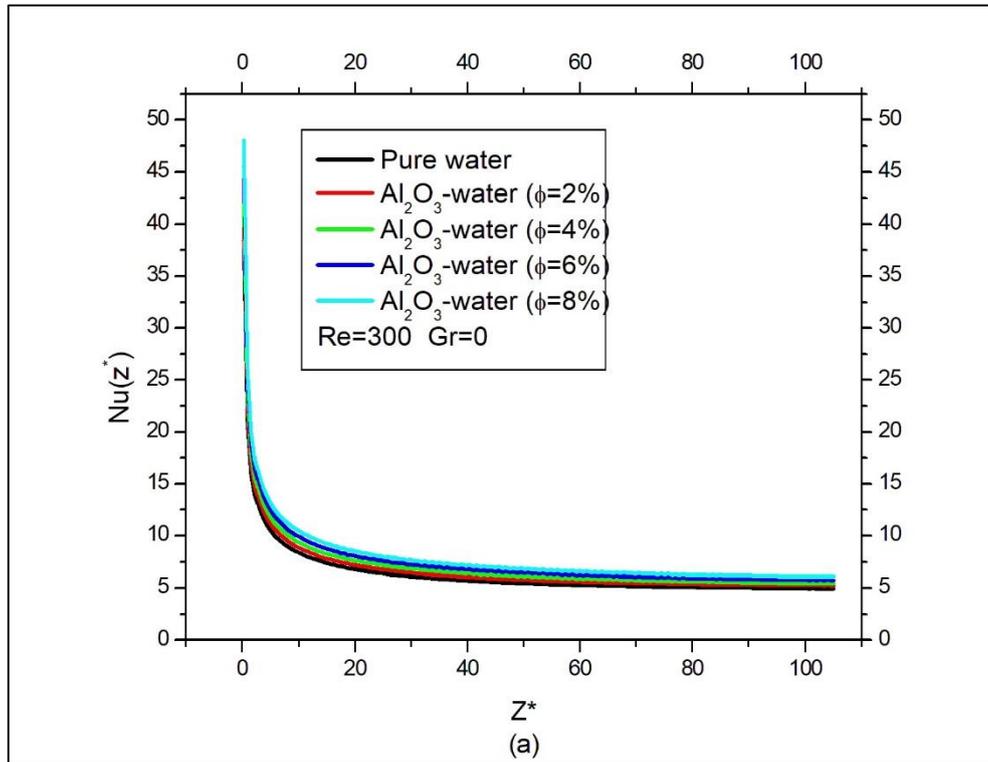
### 5.1 Convection forcée

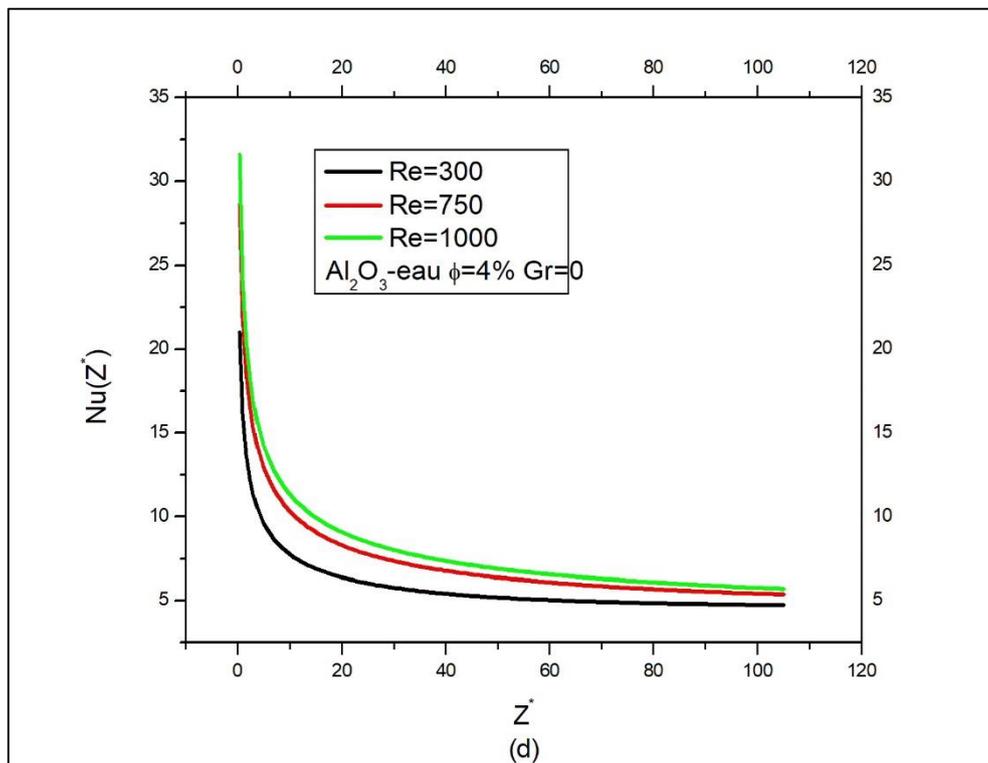
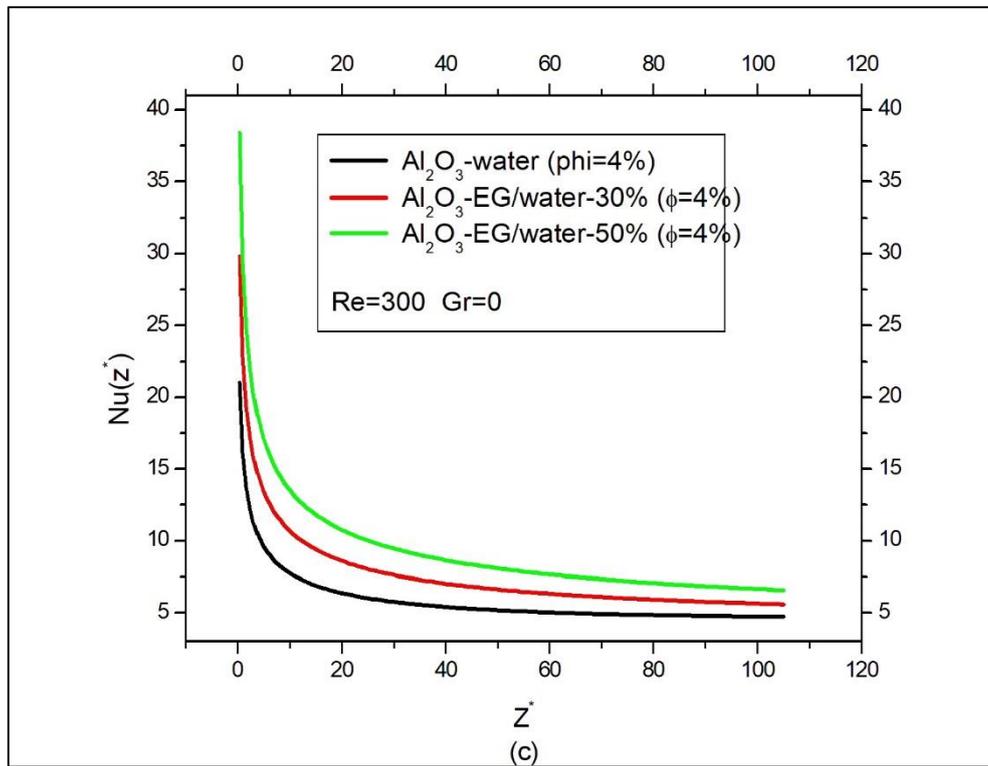
Le transfert de chaleur est caractérisé par le nombre de Nusselt moyen axial calculé au niveau de la paroi interne du conduit à partir de l'équation (2.34). Dans le cas de la convection forcée ( $\text{Gr}=0$ ), le nombre de Nusselt axial diminue rapidement dans une distance réduite à cause de la grande différence entre la température du nanofluide et celle de la paroi interne. À partir de  $Z^*=20$ , nous observons une lente diminution du nombre de Nusselt axial avant d'atteindre une valeur asymptotique dès  $Z^*=60$ . Dans les figures 4.10a et 4.10b, nous présentons la variation du nombre de Nusselt axial pour l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et le Cu-eau à  $\text{Re}=300$  et  $\text{Gr}=0$  en variant la fraction volumique des nanoparticules. Il est bien clair que l'ajout des nanoparticules solides jusqu'à  $\phi=8\%$  au sein du fluide de base améliore davantage le transfert de chaleur en gardant la même allure des courbes du Nusselt axial. Dans le cas des nanoparticules de cuivre, nous avons remarqué une très légère augmentation à la sortie du conduit par rapport à celles de l'alumine dispersées dans l'eau pure. En utilisant le mélange EG/eau pure avec deux concentrations volumiques 30 et 50% comme fluide de base contenant des nanoparticules d'alumine à  $\phi=4\%$ . Nous pouvons remarquer une augmentation considérable du nombre de Nusselt axial en augmentant la concentration en éthylène-glycol à 50%. Cette amélioration est attribuée à la chaleur spécifique et à la viscosité plus élevées des mélanges eau-EG par rapport à l'eau pure. En outre, la conductivité thermique de ces mélanges est également inférieure, ce qui peut affecter le transfert de chaleur, ce qui entraîne une augmentation du nombre de Nusselt. La figure 4.10c affiche la variation du Nusselt axial dans le cas des nanofluides à



**Figure 4.9 :** Distribution de la température pour ; (a) l'eau pure (b) l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (c) le Cu-eau à  $\phi=4\%$ ,  $\text{Re}=300$  et  $\text{Gr}=10^5$

base d'alumine dispersés dans des mélanges EG/eau pure. Tandis que la figure 4.10d montre l'effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt axial dans le cas de l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau à  $\phi = 4\%$ .

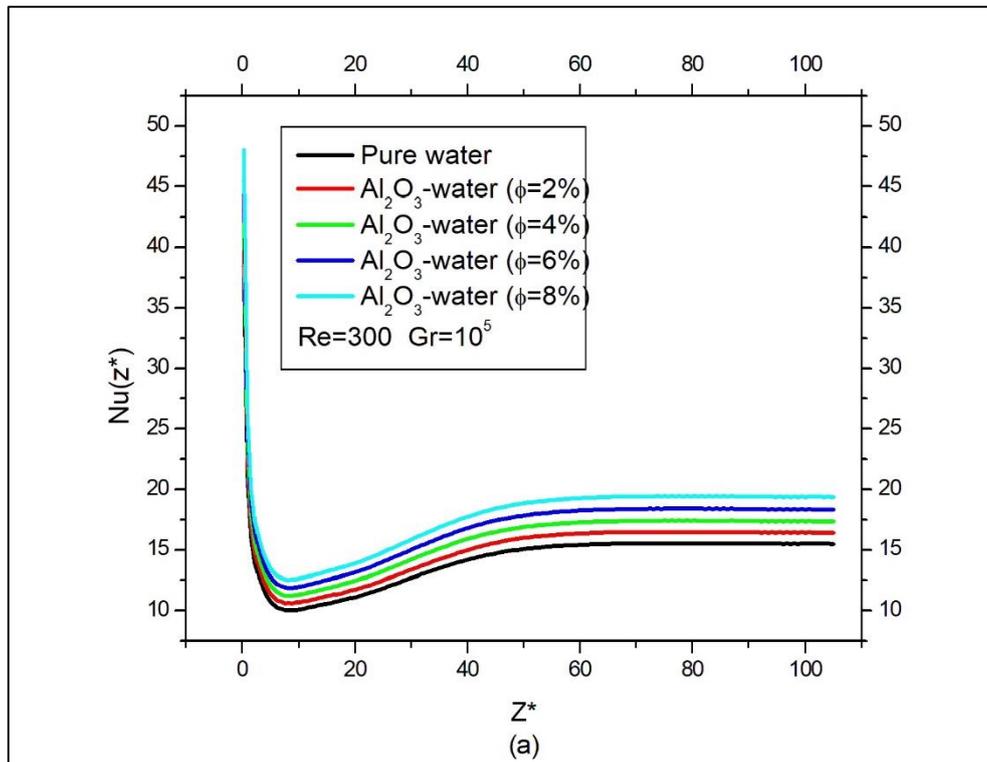


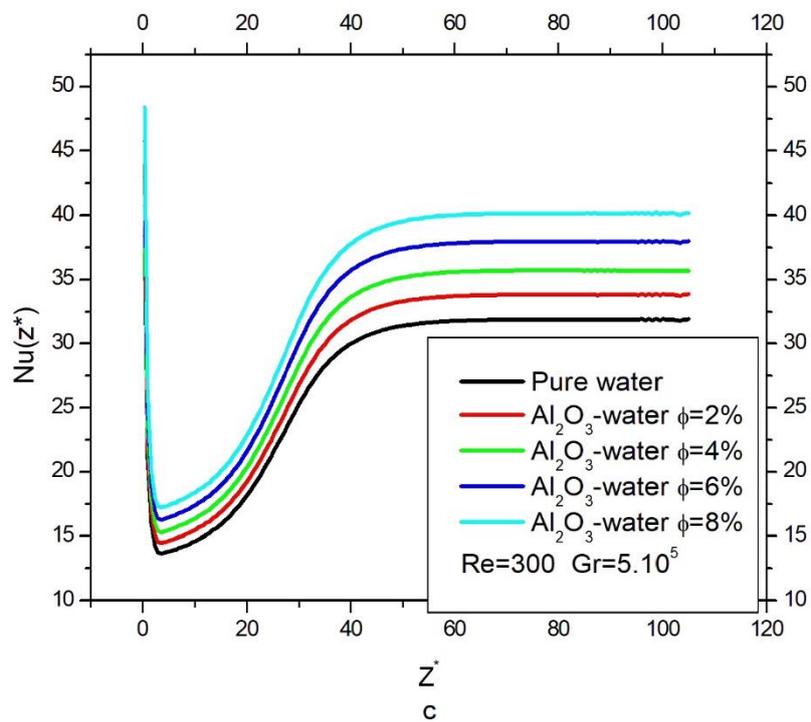
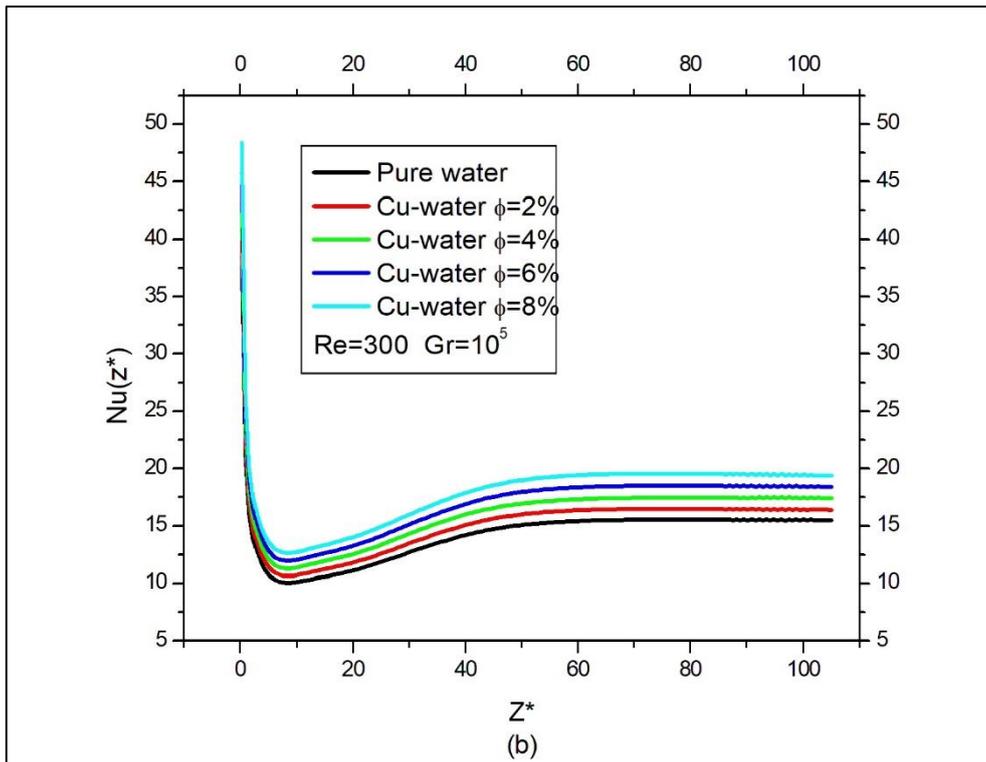


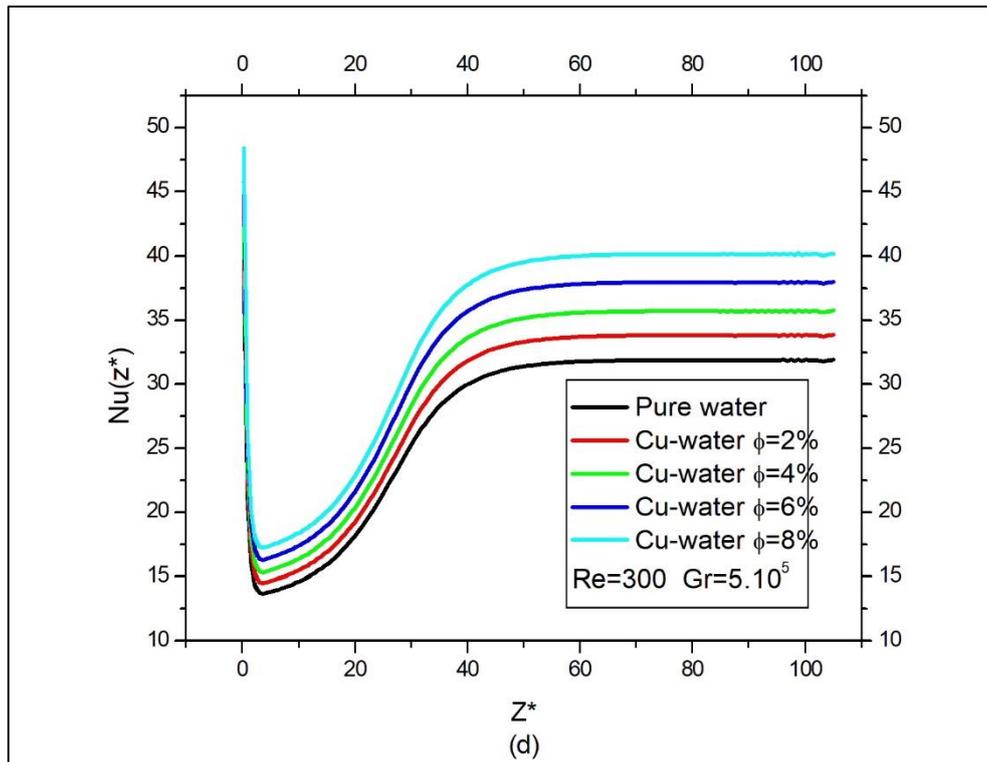
**Figure 4.10 :** Variation du nombre de Nusselt axial (a) pour l' $Al_2O_3$ -eau (b) le Cu-eau (c) effet du mélange EG/eau pure (d) effet du nombre de Reynolds

## 5.2 Convection mixte

En augmentant le nombre de Grashof, nous observons que le nombre de Nusselt axial descend à une valeur critique minimale près de la zone d'entrée, cette valeur dépend fortement du nombre de Grashof ( $Z^*=7$  à  $Gr=10^5$  et  $Z^*=3.62$  à  $Gr=5.10^5$ ) et elle correspond au cas où l'écoulement secondaire est plus intense (voir la figure 4.5). Le nombre de Nusselt axial croissent légèrement par la suite jusqu'à atteindre une valeur asymptotique. La figure 4.11 montre nettement que la présence des nanoparticules solides engendre une augmentation considérable du nombre de Nusselt. Cette augmentation est plus prononcée à des nombre de Grashof élevés. En comparant entre les nanofluides  $Al_2O_3$ -eau et Cu-eau, nous avons remarqué que ce dernier affiche une supériorité en matière de transfert de chaleur caractérisée dans le nombre de Nusselt axial. Cette différence est plus prononcée à un nombre de Grashof élevé ( $Gr=5.10^5$ ). Le tableau 4.1 affiche les valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit pour plusieurs types de nanofluides.







**Figure 4.11** (a)  $Al_2O_3$ -eau  $Gr=10^5$  (b) le Cu-eau  $Gr=10^5$  (c)  $Al_2O_3$ -eau  $Gr=5.10^5$  (d) le Cu-eau  $Gr=5.10^5$

Le tableau 4.1 regroupe les valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit pour les nanofluides à base d'alumine et du mélange eau/Eg. Tandis que le tableau 4.2 affiche les valeurs du nombre de Nusselt moyen pour les nanofluides employés dans cette étude.

**Tableau 4.1** Valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit

	Eau pure	$Al_2O_3$ -eau $\phi=2\%$	$Al_2O_3$ -eau $\phi=4\%$	$Al_2O_3$ -eau $\phi=6\%$	$Al_2O_3$ -eau $\phi=8\%$	Cu-eau $\phi=2\%$	Cu-eau $\phi=4\%$	Cu-eau $\phi=6\%$	Cu-eau $\phi=8\%$
$Nu(105)$ $Gr=0$	4.907	5.260	5.478	5.762	6.089	5.266	5.6	5.908	6.268
$Nu(105)$ $Gr=10^5$	15.51	16.41	17.371	18.351	19.380	16.402	17.445	18.411	19.403
$Nu(105)$ $Gr=5.10^5$	31.9	33.598	35.753	37,785	39,902	33.870	35.923	38.043	40.212

**Tableau 4.2** Valeurs du nombre de Nusselt moyen

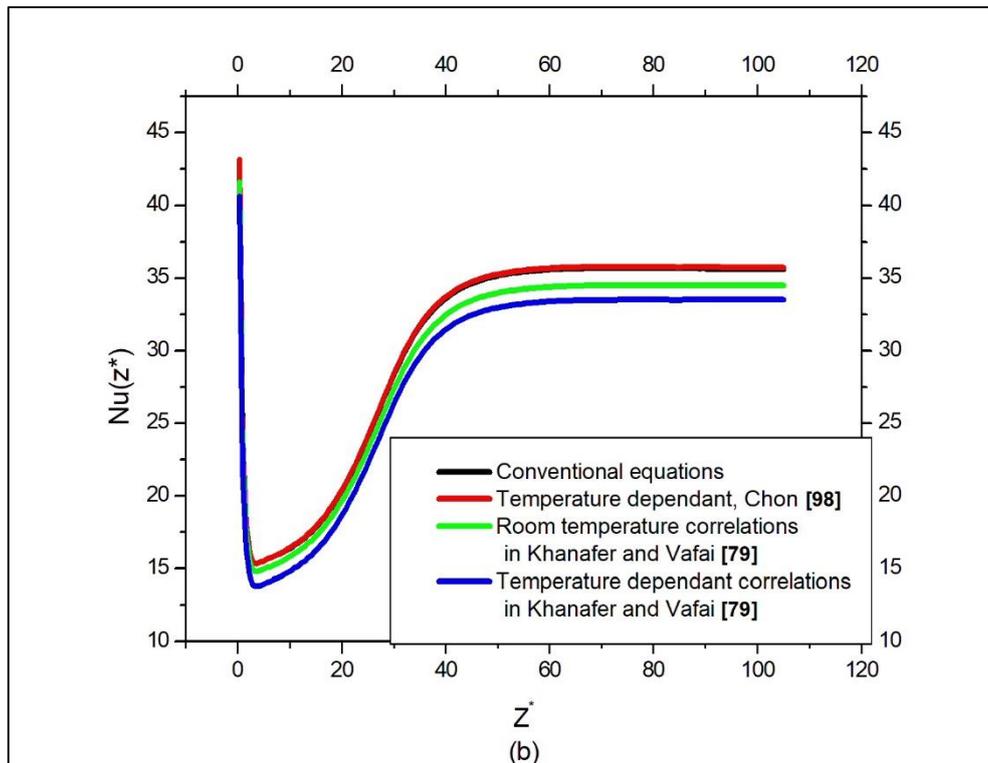
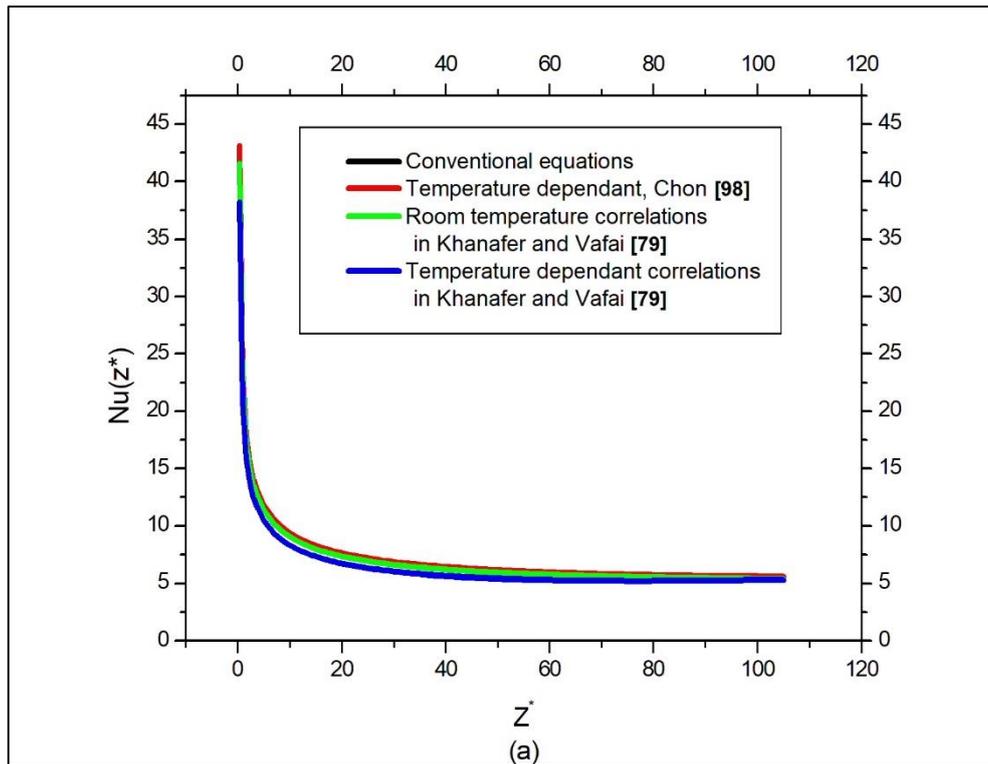
	Eau pure	$\phi=2\%$	$\phi=4\%$	$\phi=6\%$	$\phi=8\%$
$Nu_A (Al_2O_3\text{-eau}) / Gr = 0$	6.3595	6.7335	7.1167	7.4914	7.9426
$Nu_A (Cu\text{-eau}) / Gr = 0$	6.3595	6.7450	7.1495	7.5691	8.0079
$Nu_A (Al_2O_3\text{-eau}) / Gr = 500000$	27.4555	29.0308	30.7599	32.4885	34.3088
$Nu_A (Cu\text{-eau}) / Gr = 500000$	27.4555	29.1067	30.9687	32.663	34.5565

## 6 Effet des modèles mathématiques des propriétés physiques

Comme nous avons cité dans le premier chapitre, les propriétés thermo-physiques des nanofluides sont gouvernées par des corrélations théoriques et expérimentales. Ces corrélations de différent suivant plusieurs paramètres tels que le type des nanoparticules et le fluide de base, la forme et la taille des nanoparticules.....etc. Nous avons testé la validité des modèles mathématiques employés dans le deuxième chapitre en effectuant une comparaison avec quelques corrélations expérimentales couramment utilisées dans la littérature.

### 6.1 Influence sur le transfert de chaleur

Dans leur étude comparative, **Khanafar** et **Vafai** [79] ont proposé une variété de corrélations gouvernantes les propriétés thermo-physiques des nanofluides. A une température constante, ils ont présenté les corrélations (1.5), (1.7), (1.12), et (1.45) déjà détaillé dans le premier chapitre. Ainsi que des corrélations évaluées à une température variable, il s'agit des équations (1.6), (1.13), (1.29) et (1.46) détaillées aussi dans le chapitre 1. En plus, nous avons ajouté à notre comparaison la corrélation expérimentale de la conductivité thermique (équation 1.42) de **Chon et al.** [98]. Les figures 4.12a et 4.12b montrent la variation du nombre de Nusselt axial en utilisant des modèles mathématique et de corrélations expérimentales dans le cas de la convection forcée et mixte respectivement. Dans le cas de la convection forcée nous pouvons bien constater que la différence entre les résultats générés par l'ensemble des corrélations utilisées est presque identique ce qui montre une bonne concordance entre les modèles classiques et les corrélations expérimentales. Dans le cas de la convection mixte, nous pouvons percevoir une différence entre les résultats donnés par les modèles classiques et les corrélations de **Chon et al.** [98] d'une part est les résultats de **Khanafar** et **Vafai** [79] de l'autre part.



**Figure 4.12** Développement du nombre de Nusselt axial en employant plusieurs corrélations des propriétés thermos-physiques de nanofluides (a)  $Gr=0$ , (b)  $Gr=5.10^5$

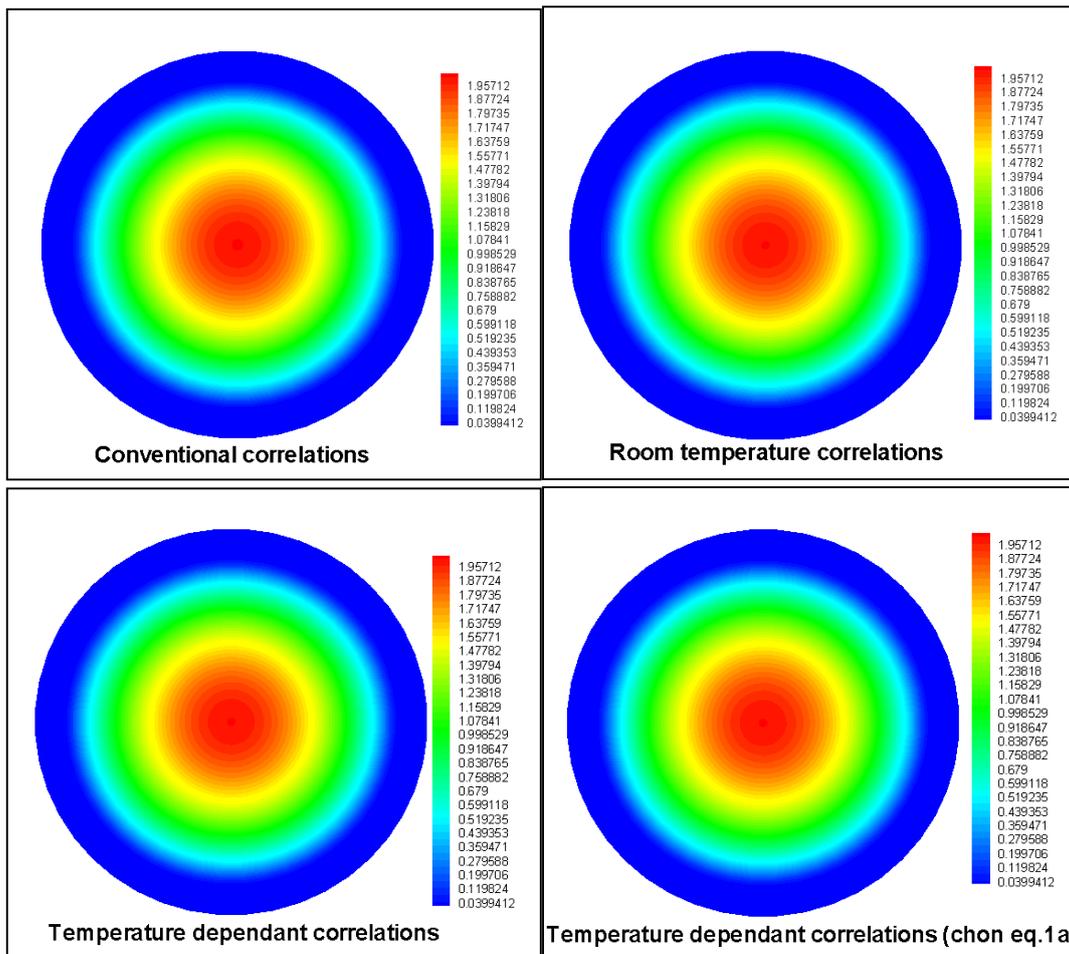
Le tableau 4.3 regroupe les valeurs du nombre de Nusselt dans les cas de la convection forcée et mixte en appliquant l'ensemble des corrélations employées dans notre étude.

**Tableau 4.3** Nombre de Nusselt moyen obtenu avec les différentes corrélations

$Nu_A$	Modèles classiques	Corrélations à température constante [79]	Corrélations à température variable [79]	Corrélations à température variable [98]
Gr=0	7,11672	6,88111	6,39281	7,13079
Gr=500000	30,73672	29,70434	28,80521	30,81304

### 6.2 Influence sur les profils de vitesse

Les figures 4.13 et 4.14 montrent les contours de vitesse à la sortie du conduit ( $z^*=105$ ) dans les cas de la convection forcée et la convection mixte respectivement. Il est bien clair que les profils sont presque inchangés en utilisant plusieurs corrélations théoriques et expérimentales.



**Figure 4.13** Champ de vitesse à la sortie du conduit à Gr=0, Re=300 et  $\phi=4\%$  en utilisant plusieurs corrélations

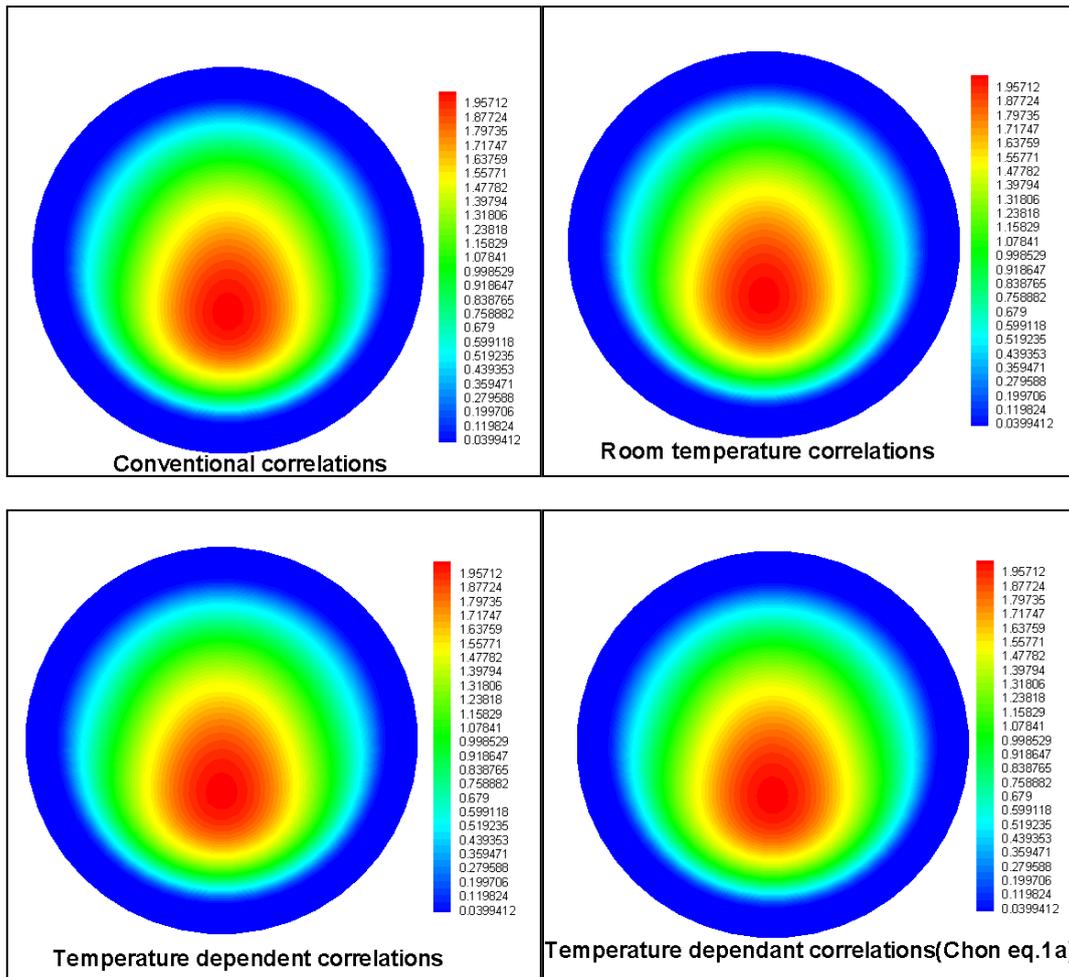


Figure 4.14 Champ de vitesse à la sortie du conduit à  $Gr=5.10^5$ ,  $Re=300$  et  $\phi=4\%$  en utilisant plusieurs corrélations

# Conclusion Générale

## Conclusion générale

Dans cette simulation numérique tridimensionnelle, nous avons étudié le comportement hydrodynamique et thermique de plusieurs types de nanofluides en écoulement laminaire dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur constant et uniforme. Nous avons choisi cette géométrie car elle est largement utilisée dans les dispositifs thermiques tels que les échangeurs de chaleur et les capteurs solaires. Notre étude bibliographique nous a permis de classer les nanofluides selon le matériau des nanoparticules et les fluides de base. Pour cela, nous avons choisi trois types de nanofluides dans cette étude, l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (Alumine-Eau), le Cu-eau (Cuivre-Eau) et l' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersé dans un mélange eau/EG (Alumine-Eau/Glycol d'éthylène). En outre, l'effet de la concentration volumique des nanoparticules a été également étudié, elle varie entre 2 et 8%. De plus, l'effet des nanofluides sur l'amélioration de la compacité des conduits a été aussi mis à l'épreuve.

La modélisation mathématique consiste des équations gouvernantes, il s'agit de l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement radiale, azimutale et axiale et l'équation de l'énergie. Les propriétés physiques des nanofluides sont considérées constantes. Par ailleurs, nous avons choisi des corrélations couramment utilisés dans la littérature afin de modéliser ces propriétés. A l'entrée du conduit, nous avons supposé un profil de vitesse de type Poiseuille et une température constante de  $25^\circ\text{C}$ .

Les équations différentielles aux dérivées partielles modélisantes, de conservation de la masse, des trois quantités de mouvement et de l'énergie dans un système de coordonnées cylindriques sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Les solutions sont obtenues avec un code de calcul en 3-D basé sur l'algorithme de SIMPLER avec une discrétisation spatio-temporelle du second ordre. Le maillage employé était  $26 \times 44 \times 162$  nœuds suivant les trois directions radiale, angulaire et axiale respectivement. La validation du code de calcul est vérifiée par la comparaison de nos résultats avec ceux trouvés dans la littérature.

Les résultats obtenus sont évalué à un nombre de Reynolds entre 300 et 1000 tandis que le nombre de Grashof varie entre 0 (convection forcée) et  $5 \cdot 10^5$ . Nous pouvons résumer les points conclus comme suit :

- L'introduction des nanoparticules dans les fluides de base avec de différentes concentrations volumique affecte légèrement les profils de vitesse par rapport aux fluides de bases.

- L'ajout des nanoparticules n'affecte pas la structure de l'écoulement secondaire dans le cas des deux nanofluides  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et Cu-eau.
- Les profils de températures sont influencés par l'introduction des nanoparticules. En augmentant la fraction volumique, le nanofluide absorbe davantage la chaleur dégagée par la paroi ce qui induit une croissance de la température moyenne du nanofluide et une diminution de celle de la paroi.
- L'utilisation des nanofluides augmente considérablement le taux de transfert thermique caractérisé par le nombre de Nusselt.
- La supériorité des nanoparticules de cuivre par rapport à celles d'alumine en matière de conductivité thermique n'est pas traduite dans le transfert de chaleur. Nous avons constaté une légère hausse en nombre de Nusselt moyen à n'importe quelle fraction volumique.
- Les modèles mathématiques des propriétés physiques des nanofluides utilisés dans cette étude ont été validés avec succès par les corrélations expérimentales de **Khanafar** et **Vafai [79]** et **Chon *et al.* [98]**.
- Nous avons aussi étudié la possibilité de réduire les dimensions des conduits et ainsi les dispositifs thermiques en utilisant les nanofluides à base de cuivre et d'alumine dispersés dans l'eau. Ces derniers offrent un échange thermique supérieur à celui de l'eau pure en écoulement dans des conduits plus longs.

## Références bibliographiques

- [1] **R. Benmansour**, Etude Théorique et Expérimentale de l'écoulement et du Transfert de Chaleur des Nanofluides, Thèse de doctorat, université de Sherbrooke, Québec, Canada (2008).
- [2] **J. C. Maxwell**, Treatise on Electricity and Magnetism, Oxford University Press Cambridge, (1904).
- [3] **R. L. Shannon, C. A. Depew**, Combined Free and Forced Laminar Convection in a Horizontal Tube with Uniform Heat Flux, Journal of Heat Transfer, pp.353-357, (1968).
- [4] **B. S. Petukhov, A.F. Polyakov**, Experimental Investigation of Visco-Gravitational Fluid Flow in a Horizontal Tube, Scientific Research. Inst of High Temp, Vol. 5 N°01, pp. 87-95, (1967).
- [5] **G. S. Barozzi, E. Zanchini, M. Mariotti**, Experimental Investigation of Combined Forced and Free Convection in Horizontal and Inclined Tubes, Meccanica, Vol. 20, N°01, pp. 18-27, (1985).
- [6] **I. B. SHOME**, Mixed Convection Laminar Flow and Heat Transfer of Liquids in Horizontal Internally Finned Tubes, Numerical Heat Transfer. Part A, Vol. 33, pp. 65-83. (1998).
- [7] **T. Boufendi, M. Afrid**, The physical Aspect of Three-Dimensional Mixed Convection In polya Uniformly Heated Horizontal Pipe, Sciences et Technologie A, N°22, pp. 39-52, (2004).
- [8] **T. Boufendi, M. Afrid**, Three-dimensional Conjugate Conduction-Mixed Convection with Variable Fluid Properties in a Heated Horizontal Pipe, Rev. Energies Renouvelables, Vol. 8, pp.1-18, (2005).
- [9] **S. Touahri, T. Boufendi**, Numerical Study of the Conjugate Heat Transfer in a Horizontal Pipe Heated by Joulean Effect, Thermal Science, vol. 16, no. 1, (2012) pp. 53-67.
- [10] **H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma**, Alteration of Thermal Conductivity and Viscosity of Liquid by Dispersing Ultra-fine Particles (dispersion of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>, and TiO<sub>2</sub> Ultra-fine particles). Netsu Bussei (Japan), vol. 7(4), pp. 227-233, (1993).
- [11] **S. U. S. Choi, J. A. Eastman**, Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, International Mechanical Engineering Congress & Exposition, (1995).

- [12] **S. M. S. Murshed, K.C. Leong, C. Yang**, Thermophysical and Electrokinetic Properties of Nanofluids – A Critical Review, *Applied Thermal Engineering* vol. 28, pp. 2109-2125, (2008).
- [13] **Y. A. Çengel, M. A. Boles**, *Thermodynamics an Engineering Approach*, fifth edition (2006), McGraw-Hill, New York.
- [14] **W. Yu, D. M. France, J. L. Routbort, S. U. S. Choi**, Review and Comparison of Nanofluid Thermal Conductivity and Heat Transfer Enhancements, *Heat Transfer Engineering*, vol. 29(5), pp. 432-460, (2008).
- [15] **N. Nikkam**, *Engineering Nanofluids for Heat Transfer Applications*, Thèse de doctorat, université de Stockholm Suede, (2014).
- [16] **X. Zhengjun**, *Characterization and Testing of Nanofluid Cooling Technology for Electronic Systems*, Thèse de doctorat, université nationale de Singapour, (2005).
- [17] **S. Weislik**, A Simple Economic and Heat Transfer Analysis of the Nanoparticles Use, *Chemical Papers*, vol. 71, pp. 2395-2401, (2017).
- [18] **J.A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, L.J. Thompson, S. Lee**, Enhanced Thermal Conductivity through the Development of Nanofluids, *Materials Research Society*, Vol. 457, pp. 3-11, (1997).
- [19] **S. K. Das, N. Putra, P. Thiesen, W. Roetzel**, Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 567-574, (2003).
- [20] **S. M. S. Murshed, K. C. Leong, C. Yang**, Enhanced thermal conductivity of TiO<sub>2</sub>-water based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 44, pp. 367–373, (2005).
- [21] **H. Zhu, C. Zhang, S. Liu, Y. Tang, Y. Yin**, Effects of Nanoparticle Clustering and Alignment on Thermal Conductivities of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> Aqueous Nanofluids, *Applied Physics Letters*, vol. 89, pp. 1-3, (2006).
- [22] **Y. Xuan, Q. Li**, Heat Transfer Enhancement of Nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 21, pp. 58-64, (2000).
- [23] **J.A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, W. Yu, L. J. Thompson**, Anomalously Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles, *Applied Physics Letters*, Vol. 78, pp. 718-720, (2001).
- [24] **H. E. Patel, S. K. Das, T. Sundararajan, A. S. Nair, B. George, T. Pradeep**, Thermal Conductivities of Naked And Monolayer Protected Metal Nanoparticle Based

- Nanofluids: Manifestation of Anomalous Enhancement and Chemical Effects, Applied Physics Letters, Vol. 83, pp. 2931-2934, (2003).
- [25] **T. Hong, H. Yang, C. J. Choi**, Study of the Enhanced Thermal Conductivity of Fe Nanofluids, Journal of Applied Physics, vol. 97, pp. 1-4, (2005).
- [26] **Y. Wang, Z. Iqbal, S. Mitra, Rapidly Functionalized**, Water-Dispersed Carbon Nanotubes at High Concentration, American Chemical Society, vol. 128, pp. 95-99, (2006).
- [27] **S. U. S. Choi, Z. G. Zhang, F. E. Lockwood, E. A. Grulke**, Anomalous Thermal Conductivity Enhancement in Nanotube Suspensions, Applied Physics Letters, vol. 79, pp. 2252-2254, (2001).
- [28] **H. Xie, H. Lee, W. Youn, M. Choi**, Nanofluids Containing Multi-Walled Carbon Nanotubes and their Enhanced Thermal Conductivities, Journal of Applied Physics, vol. 94, pp. 4967-4971, (2003).
- [29] **D. Wen, Y. Ding**, Effective Thermal Conductivity of Aqueous Suspensions of Carbon Nanotubes (Carbon Nanotube Nanofluids), Journal of Thermo-physics And Heat Transfer, vol. 18, pp. 481-485, (2004).
- [30] **P. Keblinski, J. A. Eastman, D. G. Cahill**, Nanofluids for Thermal Transport, Materialstoday, pp. 36-44, (2005).
- [31] **G. Bachir**, Contribution à L'étude de la Convection Naturelle dans les Nanofluides en Configuration de Rayleigh-Bénard, Thèse de doctorat, université de Toulouse, France, (2010).
- [32] **J. Philip, P. D. Shima**, Thermal Properties of Nanofluids, Advances in Colloid and Interface Science, vol. 183-184, pp. 30-45, (2012).
- [33] **S. ÖZERİNÇ**, Heat Transfer Enhancement with Nanofluids, Master of Science thesis, Middle East technical university, Ankara, Turkey, (2010).
- [34] **S. Jana, A. Salehi-Khojin, W. Zhong**, Enhancement of Fluid Thermal Conductivity by the Addition of Single and Hybrid Nano-Additives, Thermochemica Acta, vol. 462, pp. 45-55, (2007).
- [35] **S. Lee, S. U. S. Choi, S. Li, J. A. Eastman**, Measuring Thermal Conductivity of Fluids Containing Oxide Nanoparticles, Transactions of the ASME, vol. 121, pp. 280-289, (1999).
- [36] **K. Sinha, B. Kavlicoglu, Y. Liu, F. Gordaninejad, O. A. Graeve**, A Comparative Study of Thermal Behavior of Iron and Copper Nanofluids, Journal Of Applied Physics, vol. 106, pp. 1-7, (2009).

- [37] **X. Wang, D. Zhu, S. Yang**, Investigation of pH and SDBS on Enhancement of Thermal Conductivity in Nanofluids, *Chemical Physics Letters*, vol. 470, pp. 107-111, (2009).
- [38] **R. Gowda, H. Sun, P. Wang, M. Charmchi, F. Gao, Z. Gu**, Effects of Particle Surface Charge, Species, Concentration, and Dispersion Method on the Thermal Conductivity of Nanofluids. *Advances in Mechanical Engineering*, doi:10.1155/2010/807610, pp. 1-10, (2010).
- [39] **X. Wang, S. U. S. Choi, X. Xu**, Thermal Conductivity of Nanoparticle - Fluid Mixture, *Journal of Thermophysics And Heat Transfer*, vol. 13, N°4, pp. 474-480. (1999).
- [40] **H. Xie, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, F. Ai, Q. Wu**, Thermal Conductivity Enhancement of Suspensions Containing Nano-Sized Alumina Particles, *Journal of Applied Physics*, 91, pp. 4568-70. (2002).
- [41] **M. Liu, M. C. Lin, I. Huang, C. Wang**, Enhancement of Thermal Conductivity with Carbon Nanotube for Nanofluids, *International Community of Heat And Mass*, 32(9), pp. 1202-1210. (2005).
- [42] **T. P. Teng, Y. H. Hung, T. C. Teng, H. E. Moe, H. G. Hsu**, The Effect of Alumina/Water Nanofluid Particle Size on Thermal Conductivity, *Applied Thermal Engineering*, 30, pp. 2213-8. (2010).
- [43] **H. E. Patel, T. Sundararajan, S. K. Das**, An Experimental Investigation into the Thermal Conductivity Enhancement in Oxide and Metallic Nanofluids, *Journal of Nanoparticle Research*, vol. 12, pp. 1015-1031, (2010).
- [44] **M. Chopkar, S. Kumar, D. R. Bhandari, P. K. Das, I. Manna**, Development and Characterization of Al<sub>2</sub>Cu and Ag<sub>2</sub>Al Nanoparticle Dispersed Water and Ethylene Glycol Based Nanofluid, *Material Science and Engineering: B*, vol. 139, pp. 141-148, (2007).
- [45] **M. Chopkar, S. Sudarshan, P. K. Das, I. Manna**, Effect of Particle Size on Thermal Conductivity of Nanofluid, *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 39(7), pp. 1535-1542. (2008).
- [46] **N. Shalkevich, W. Escher, T. Burgi, B. Michel, L. S. Ahmed, D. Poulikakos**, On the Thermal Conductivity of Gold Nanoparticle Colloids, *Langmuir*, vol. 26, pp. 663-670. (2010).

- [47] **E. V. Timofeeva, J. L. Routbort, D. Singh**, Particle Shape Effects on Thermophysical Properties of Alumina Nanofluids, *Journal of Applied Physics*, vol. 106, pp. 014304, (2009).
- [48] **J. A. Buongiorno**, Benchmark Study on the Thermal Conductivity of Nanofluids. *Journal of Applied Physics*, vol. 106, pp. 094312. (2009).
- [49] **W. Jiang, G. Ding, H. Peng**, Measurement and Model on Thermal Conductivities of Carbon Nanotube Nanorefrigerants, *International Journal of Thermal Science*, vol. 48, pp. 1108-1115. (2009).
- [50] **A. S. Cherkasova, J. W. Shan**, Particle Aspect-Ratio Effects on the Thermal Conductivity of Micro- and Nanoparticle Suspensions, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 130, doi:10.1115/1.2928050, (2008).
- [51] **W. Yu, H. Xie, L. Chen, Y. Li**, Investigation on the Thermal Transport Properties of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles, *Powder technology*, vol. 197, pp. 218-221, (2009).
- [52] **C. T. Wamkam, M. K. Opoku, H. Hong, P. Smith**, Effects of pH on Heat Transfer Nanofluids Containing  $ZrO_2$  and  $TiO_2$  Nanoparticles, *Journal of Applied Physics*, vol. 109, <https://doi.org/10.1063/1.3532003>, (2011).
- [53] **S. Habibzadeh, A. K. Beydokhti, A. A. Khodadadi, Y. Mortazavi, S. Omanovic, M. S. Niassar**, Stability and Thermal Conductivity of Nanofluids of Tin Dioxide Synthesized via Microwave-Induced Combustion Route, *Chemical Engineering Journal*, vol. 156, pp. 471-478, (2010).
- [54] **D. Zhu, X. Li, N. Wang, X. Wang, J. Gao, H. Li**, Dispersion Behavior and Thermal Conductivity Characteristics of  $Al_2O_3$ - $H_2O$  Nanofluids, *Current Applied Physics*, vol. 9, pp. 131-139, (2009).
- [55] **Y. Yang, E. A. Grulke, Z. G. Zhang, G. Wu**, Thermal and Rheological Properties of Carbon Nanotube-In-Oil Dispersions, *Journal of Applied Physics*, vol. 99, <https://doi.org/10.1063/1.2193161>, (2006).
- [56] **B. C. Pak, Y. I. Cho**, Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles, *Experimental Heat Transfer*, vol. 11, pp. 151-170, (1998).
- [57] **D. Wen, Y. Ding**, Experimental Investigation into Convective Heat Transfer of Nanofluids at the Entrance Region under Laminar Flow Conditions, *International Journal of Heat And Mass Transfer*, vol. 47(24), pp. 5181-5188, (2004).

- [58] **K. S. Hwang, S. P. Jang, S. U. S. Choi**, Flow and Convective Heat Transfer Characteristics of Water-Based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluids in Fully Developed Laminar Flow Regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52(1-2), pp.193-199, (2009).
- [59] **K. Anoop, T. Sundararajan, S. K. Das**, Effect of Particle Size on the Convective Heat Transfer in Nanofluid in the Developing Region, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52(9-10), pp. 2189-2195, (2009).
- [60] **D. Kim, Y. Kwon, Y. Cho, C. Li, S. Cheong, Y. Hwang, J. Lee, D. Hong, S. Moon**, Convective Heat Transfer Characteristics of Nanofluids under Laminar and Turbulent Flow Conditions, *Current Applied Physics*, vol. 9(2, Supplement 1), pp. 119-123. (2009).
- [61] **H. Almohammadi, V. S. Nasiri, E. Esmailzadeh, A. Motezaker, A. Nokhosteen**, Experimental Investigation of Convective Heat Transfer and Pressure Drop of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Water Nanofluid in Laminar Flow Regime Inside a Circular Tube, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 6, No:8, pp. 1750-1755. (2012).
- [62] **R. Ben Mansour, N. Galanis, C. T. Nguyen**, Experimental Study of Mixed Convection with Water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluid in Inclined Tube with Uniform Wall Heat Flux, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 403-410, (2011).
- [63] **A. D. Utomo, H. Poth, P. T. Robbin, A. W. Pacek**, Experimental and Theoretical Studies of Thermal Conductivity, Viscosity and Heat Transfer Coefficient of Titania and Alumina Nanofluids, *International Journal of Heat And Mass Transfer*, vol. 55, pp. 7772-7781, (2012).
- [64] **G. Roy, C. T. Nguyen, P. R. Lajoie**, Numerical Investigation of Laminar Flow and Heat Transfer in a Radial Flow Cooling System with The Use of Nanofluids, Superlattices and Microstructures, vol. 35, pp. 497-511, (2004).
- [65] **C. Maiga, C. T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy**, Heat Transfer Behaviours of Nanofluids in a Uniformly Heated Tube, *Super Lattices Microstructures*, vol. 35, pp. 543-557, (2004).
- [66] **M. Akbari, A. Behzadmehr**, Developing Mixed Convection of a Nanofluid in a Horizontal Tube with Uniform Heat Flux, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 17, No. 6, pp. 566-586, (2007).

- [67] **S. Mirmasoumi, A. Behzadmehr**, Effect of Nanoparticles Mean Diameter on Mixed Convection Heat Transfer of a Nanofluid in a Horizontal Tube, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, pp. 557-566, (2008).
- [68] **S. Mirmasoumi, A. Behzadmehr**, Numerical Study of Laminar Mixed Convection of a Nanofluid in a Horizontal Tube Using Two-Phase Mixture Model, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, Pp. 717–727, (2008).
- [69] **Y. He, Y. Men, Y. Zhao, H. Lu, Y. Ding**, Numerical Investigation into the Convective Heat Transfer of  $\text{TiO}_2$  Nanofluids Flowing through a Straight Tube under the Laminar Flow Conditions, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, pp. 1965–1972, (2009).
- [70] **M. Akbari, A. Behzadmehr, F. Shahraki**, Fully Developed Mixed Convection in Horizontal and Inclined Tubes with Uniform Heat Flux Using Nanofluid, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, pp. 545–556, (2008).
- [71] **S. Allahyari, A. Behzadmehr, S. M. Hosseini Sarvari**, Conjugate Heat Transfer of Laminar Mixed Convection of a Nanofluid through a Horizontal Tube with Circumferentially Non-Uniform Heating, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 1963-1972, (2011).
- [72] **K. Zabihi, F. Gholamian, S. I. Vasefi**, Experimental and Numerical Investigation of  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Water Nanofluid inside a Triangular Tube, *World Applied Sciences Journal*, vol. 22 (5), pp. 601-607, (2013).
- [73] **V. Bianco, F. Chiacchio, O. Manca, S. Nardini**, Numerical Investigation of Nanofluids Forced Convection in Circular Tubes, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29(17-18), pp. 3632-3642. (2009).
- [74] **E. Ebrahimnia-Bajestan, H. Niazmand, W. Duangthongsuk, S. Wongwises**, Numerical Investigation of Effective Parameters in Convective Heat Transfer of Nanofluids Flowing under a Laminar Flow Regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 4376-4388, (2011).
- [75] **M. Benkhedda, T. Boufendi**, Numerical Study of Developing Laminar Forced Convection of a Nanofluid Heat Transfer in an Annular Horizontal Pipe, *Sciences et Technologies A*, N°40, pp. 31-36, (2014).
- [76] **M. Benkhedda, T. Boufendi, S. Touahri**, Prediction of Nanofluid Forced and Mixed Convection Heat Transfer through an Annular Pipe, *International Journal of Materials, Mechanics And Manufacturing*, Vol. 5, N° 2, pp. 87-91, (2017).

- [77] **M. Benkhedda, T. Boufendi, S. Touahri**, Laminar Mixed Convective Heat Transfer Enhancement by Using Ag-TiO<sub>2</sub>-Water Hybrid Nanofluid in a Heated Horizontal Annulus, *Heat and Mass Transfer*, <https://doi.org/10.1007/s00231-018-2302-x>.
- [78] **C. J. Ho, W. K. Liu, Y. S. Chang, C. C. Lin**, Natural Convection Heat Transfer of Alumina–Water Nanofluid in Vertical Square Enclosures: An Experimental Study, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, pp. 1345–1353, (2010).
- [79] **K. Khanafer, K. Vafai**, A Critical Synthesis of Thermophysical Characteristics of Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vo. 54, pp. 4410-4428, (2011).
- [80] **Y. Xuan, W. Roetzel**, Conception for Heat Transfer Correlation of Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 43(19), pp. 3701-3707, (2000).
- [81] **K. S. Hwang, J. H. Lee, S. P. Jang**, Buoyancy-Driven Heat Transfer of Water-Based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluids in a Rectangular Cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, pp. 4003–4010, (2007).
- [82] **J. Kim, Y. T. Kang, C. K. Choi**, Analysis of Convective Instability and Heat Transfer Characteristics of Nanofluids, *Physics of Fluids*, vol. 16(7), pp. 2395-2401, (2004).
- [83] **K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone**, Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 3639-3653, (2003).
- [84] **A. Einstein**, *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*, Dover Publications, New York, 1956.
- [85] **H. C. Brinkman**, The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution, *Journal of Chemical Physics*, vol. 20, pp. 571-581, (1952).
- [86] **N. A. Frankel, A. Acrivos**, On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres, *Chemical Engineering Science*, vol. 22, pp. 847, (1967).
- [87] **T. Lundgren**, Slow Flow through Stationary Random Beds and Suspensions of Spheres, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 51, pp. 273-299, (1972).
- [88] **G. K. Batchelor**, Brownian Diffusion of Particles with Hydrodynamic Interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 74(1), pp. 1-29, (1976).
- [89] **S. Maiga, S. Palm, S. Nguyen, C. Roy, G. Galanis**, Heat Transfer Enhancement by Using Nanofluids in Forced Convection Flows, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 26, pp. 530-546, (2005).
- [90] **C. T. Nguyen, F. Desgranges, G. Roy, N. Galanis, T. Maré, S. Boucher, H. A. Mintsa**, Temperature and Particle-Size Dependent Viscosity Data for Water-Based

- Nanofluids-Hysteresis Phenomenon, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, pp. 1492-1506. (2007).
- [91] **S. J. Palm, G. Roy, C. T. Nguyen**, Heat Transfer Enhancement with the Use of Nanofluids in Radial Flow Cooling Systems Considering Temperature Dependent Properties, *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, 2209-2218, (2006).
- [92] **R. L. Hamilton, O. K. Crosser**, Thermal Conductivity of Heterogeneous Two Component Systems, *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 1, pp. 182-191, (1962).
- [93] **W. Yu, S. U. S. Choi**, The Role of Interfacial Layers in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids: A Renovated Maxwell Model, *Journal of Nanoparticle Research*, vol. 5, pp. 167-171, (2003).
- [94] **S. Kakaç, A. Pramuanjaroenkij**, Review of Convective Heat Transfer Enhancement with Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 3187-3196, (2009).
- [95] **Y. Xuan, Q. Li, W. Hu**, Aggregation Structure and Thermal Conductivity of Nanofluids, *AIChE Journal*, vol. 49, N° 4, pp. 1038-1043, (2003).
- [96] **S. P. Jang, S. U. S. Choi**, Role of Brownian Motion in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids, *Applied Physics Letters*, vol 84, N° 21, pp. 4316-4318, (2004).
- [97] **C. W. Nan, G. Liu, Y. Lin, M. Li**, Interface Effect on Thermal Conductivity of Carbon Nanotube Composites, *Applied Physics Letters*, vol. 85, n° 16, pp. 3549-3551, (2004).
- [98] **C. H. Chon, K. D. Kihm, S. P. Lee, S. U. S. Choi**, Empirical Correlation Finding the Role of Temperature and Particle Size for Nanofluid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) Thermal Conductivity Enhancement, *Applied Physics Letters*, vol. 87, 153107, (2005).
- [99] **S. P. Jang, S. U. S. Choi**, Cooling Performance of a Microchannel Heat Sink with Nanofluids, *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, n° 17-18, pp. 2457-2463, (2006).
- [100] **C. T. Nguyen, G. Roy, N. Galanis, S. Suiro**, Heat Transfer Enhancement by Using  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Water Nanofluid in a Liquid Cooling System for Microprocessors, in *Proceedings of the 4<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Heat Transfer, Thermal Engineering and Environment*, pp. 103-108, Greece, (2006).
- [101] **C. Y. Tsaia, H. T. Chiena, P. P. Ding, B. Chanc, T. Y. Luhd, P. H. Chena**, Effect of Structural Character of Gold Nanoparticles in Nanofluid on Heat Pipe Thermal Performance, *Materials Letters*, vol. 58, p. 1461, (2004).

- [102] **M. Kole, T. K. Dey**, Thermal Conductivity and Viscosity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluid Based on Car Engine Coolant, *Journal of Physics D*, vol. 43, N° 31, , (2010).
- [103] **D. Singh, J. Toutbort, G. Chen**, Heavy vehicle systems optimization merit review and peer evaluation, Annual Report, Argonne National Laboratory, 2006.
- [104] **S. M. Peyghambarzadeh, H. Hashemabadi, M. S. Jamnani, S. M. Hoseini**, Improving the cooling performance of automobile radiator with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid, *Applied thermal engineering*, vol. 31, pp. 1833-1838, (2011).
- [105] **K. V. Wong, O. De Leon**, Applications of nanofluids: current and future, *Advances in mechanical engineering*, vol. 43, pp. 1-10, (2010).
- [106] **J. Routbort**, Argonne National Lab, Michellin North America, St. Gobain Corp., 2009, [http://www1.eere.energy.gov/industry/nanomanufacturing/pdfs/nanofluids\\_industrialcooling.pdf](http://www1.eere.energy.gov/industry/nanomanufacturing/pdfs/nanofluids_industrialcooling.pdf).
- [107] **W. Yu, H. Xie**, A Review on Nanofluids: Preparation, Stability Mechanisms, and Applications, *Journal of Nanomaterials*, vol. 2012, doi:10.1155/2012/435873.
- [108] **D. P. Kulkarni, D. K. Das, R. S. Vajjha**, Application of Nanofluids in Heating Buildings and Reducing Pollution, *Applied Energy*, vol. 86, N° 12, pp. 2566-2573, (2009).
- [109] **S. M. You, J. H. Kim, K. H. Kim**, Effect of Nanoparticles on Critical Heat Flux of Water in Pool Boiling Heat Transfer, *Applied Physics Letters*, vol. 83, n°. 16, pp. 3374-3376, (2003).
- [110] **P. Vassallo, R. Kumar, S. D'Amico**, Pool Boiling Heat Transfer Experiments in Silica-Water Nano-Fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, N° 2, pp. 407-411, (2004).
- [111] **S. Wu, D. Zhu, X. Zhang, J. Huang**, Preparation and Melting/Freezing Characteristics of Cu/Paraffin Nanofluid as Phase-Change Material (PCM), *Energy and Fuels*, vol. 24, N° 3, pp. 1894-1898, (2010).
- [112] **Y. D. Liu, Y. G. Zhou, M. W. Tong, X. S. Zhou**, Experimental Study of Thermal Conductivity and Phase Change Performance of Nanofluids PCMS, *Microfluidics and Nanofluidics*, vol. 7, N° 4, pp. 579-584, (2009).
- [113] **T. P. Otanicar, P. E. Phelan, R. S. Prasher, G. Rosengarten, R. A. Taylor**, Nanofluid-Based Direct Absorption Solar Collector, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, vol. 2, N° 3, <https://doi.org/10.1063/1.3429737>, (2010).

- [114] **T. Yousefi, F. Veysi, E. Shojaeizadeh, S. Zinadini**, An Experimental Investigation on the Effect of  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  Nanofluid on the Efficiency of Flat-Plate Solar Collectors, *Renewable Energy*, vol. 39, pp. 293-298, (2012).
- [115] **H. Tyagi, P. Phelan, R. Prasher**, Predicted Efficiency of a Low-Temperature Nanofluid-Based Direct Absorption Solar Collector, *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 131, N° 4, pp. 0410041–0410047, (2009).
- [116] **R. Saidur, T.C. Meng, Z. Said, M. Hasanuzzaman, A. Kamyar**, Evaluation of the Effect of Nanofluid-Based Absorbers on Direct Solar Collector, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 5899-5907, (2012).
- [117] **Y. He, S. Wang, J. Ma, F. Tian, Y. Ren**, Experimental Study on The Light-Heat Conversion Characteristics of Nanofluids, *Nanoscience and Nanotechnology Letters*, vol. 3, pp. 494-496, (2011).
- [118] **Y. Li, H. Xie, W. Yu, J. Li**, Investigation on Heat Transfer Performances of Nanofluids in Solar Collector, *Material Science Forum*, vol. 694, pp. 33-36, (2011).
- [119] **R. S. Kumar, R. Manimaran, K. Ramadoss, N. Shankar**, Experimental Analysis of Nano Fluid-Charged Solar Water Heater by Solar Tracking System, *Archives of Applied Science Research*, vol. 4 (6), pp. 2582-2590, (2012).
- [120] **E. A. H. Tora, T. Moustafa**, Numerical Simulation of an  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  Nanofluid as a Heat Transfer Agent for a Flat-Plate Solar Collector, *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 4, Issue 5, pp. 762-773, (2013).
- [121] **M. Elmir, R. Mehdaouia, A. Mojtabi**, Numerical Simulation of Cooling a Solar Cell by Forced Convection in the presence of a Nanofluid, *Energy Procedia*, vol. 18, pp. 594-603, (2012).
- [122] **S. Göktepe, K. Atalık, H. Ertürk**, Comparison of Single and Two-Phase Models for Nanofluid Convection at the Entrance of a Uniformly Heated Tube, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 80, pp. 83-92, (2014).
- [123] **S. V. Patankar**, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (1980), McGraw-Hill, New York.
- [124] **R. Eymard, T. Gallouet, R. Herbin**, *Finite Volume Methods* (2006), LATP, UMR 6632.
- [125] **H. Lomax, T. H. Pulliam**, *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics* (1999), p.103, NASA Ames Research Center.

- [126] **S. Touahri**, Phénomènes de Convection Mixte à Propriétés Variables dans les Conduits Cylindriques à Ailettes et sans Ailettes, thèse de doctorat, université des frères Mentouri, Constantine, (2012).
- [127] **L. Colla , L. Fedele, M.H. Buschmann**, Laminar Mixed Convection of Tio<sub>2</sub>-Water Nanofluid in Horizontal Uniformly Heated Pipe Flow, International Journal of Thermal Sciences, vol. 97, pp. 26-40, (2015).

## **Contribution à L'Etude Théorique des Fluides Caloporteurs tel les Nanofluides; Comparaison avec les Fluides Caloporteurs Usuels**

Le présent travail consiste à simuler numériquement la convection forcée et mixte laminaire tridimensionnelle dans les nanofluides. Les effets du matériau des nanoparticules, du fluide de base et de la concentration volumique ont été mis en évidence. L' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, le Cu-eau et l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau/éthylène-glycol sont utilisés dans cette étude. Ces nanofluides sont en écoulement dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un flux de chaleur constant et uniforme. En se basant sur l'approche monophasique, les équations de conservation de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie ont été résolues en utilisant la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites appropriées et les schémas de discrétisation spatiale et temporelle du second ordre. L'algorithme SIMPLER est utilisé pour la solution séquentielle du système d'équations discrétisé. A un nombre de Reynolds fixé à 300 et un nombre de Grashof qui varie entre 0,  $10^5$  et  $5.10^5$ , les résultats montrent une hausse considérable dans le transfert de chaleur en augmentant la concentration volumique des nanoparticules pour les deux nanofluides Cu-eau et l' $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau par rapport à l'eau pure. A une fraction volumique donnée, dans le cas de la convection forcée, le nombre de Nusselt n'augmente pas d'une façon significative. Cependant, en convection mixte, le nombre de Nusselt s'accroît considérablement. Cette croissance est plus prononcée avec les nanoparticules de cuivre. D'autre part, la dispersion des nanoparticules d'alumine dans le mélange eau/éthylène-glycol avec deux concentration volumiques 30 et 50% donne un meilleur taux de transfert thermique par rapport au fluide de base sous forme de l'eau pure. Les profils de vitesse demeurent inchangés par l'introduction des nanoparticules solides dans les deux cas de la convection forcée et mixte. Tandis que l'écoulement secondaire est légèrement influencé par l'augmentation de la fraction volumique. Il est également prouvé dans cette étude que les nanofluides peuvent contribuer à optimiser la compacité des dispositifs thermiques. En utilisant des nanofluides à base d'alumine et le cuivre avec des concentrations volumique de 2 et 4% respectivement, nous avons obtenu un taux d'échange supérieur par rapport aux conduits ayant une longueur plus étendus mais contenant de l'eau pure.

**Mots clés :** Nanofluide, convection forcée et mixte, simulation numérique, conductivité thermique, conduit cylindrique horizontal.

## **Contribution to the Theoretical Study of Heat Transfer Fluids such as Nanofluids; Comparison with the usual heat transfer fluids**

## Abstract

The present work is concerned of numerical simulation of three-dimensional laminar forced and mixed convection of nanofluids. The effects of nanoparticle material, base fluid and volume concentration were highlighted.  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, Cu-eau and  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau/ éthylène-glycol nanofluides were employed in this study at multiple volume fractions. The flow geometry is horizontal smooth pipe submitted to a constant and uniform heat flux. Based on single-phase approach, three dimensional conservation equations of mass, momentum and energy with the appropriate boundary conditions have been solved using finite volume method with the schemes of spatial and temporal discretization of second order precision and by using the SIMPLER. At a fixed Reynolds number  $\text{Re} = 300$  and Grashof number varying from 0 to  $5 \times 10^5$ . The results show an increase in heat transfer ratio compared to pure water at several volume fractions for both alumina and copper based nanofluids. At a fixed volume fraction, the axial Nusselt number does not increase significantly in forced convection case. However, in mixed convection case the axial Nusselt number augments considerably especially with Cu-water nanofluid. Instead, the dispersion of the alumina nanoparticles in the water / ethylene glycol mixture with two volume concentrations 30 and 50% gives a better heat transfer ratio compared to pure water base fluid. On the other hand, secondary flow and axial velocity are slightly affected by nanoparticles volume fraction. It is proved in this study that nanofluids can also contribute to optimise pipes compactness, using 2% and 4% of alumina and copper respectively dispersed in water flowing through a pipe with given length gives higher axial Nusselt number ratio compared to pipes larger length but containing pure water.

**Key words:** Nanofluid, Forced and mixed convection, Numerical simulation, Thermal conductivity, Horizontal pipe.

المساهمة في الدراسة النظرية لموانع نقل الحرارة مثل السوائل التي تحتوي على جسيمات نانومترية؛  
مقارنة مع سوائل نقل الحرارة العادية

## ملخص

تعتبر هذه الدراسة تقرير محاكاة رقمية ثلاثية الأبعاد بالحمل الحراري القسري والهجين لسائل يحتوي على جسيمات نانومترية يندفق داخل أنبوب أفقي تحت تأثير تدفق حراري على السطح الخارجي للأنبوب. قمنا باستعمال جسيمات الألمين والنحاس مشتتة في الماء المقطر بالإضافة إلى الألمين متناثرة في خليط الماء واثلين كليكول. هذه السوائل تندفق داخل أسطوانة أفقية ملساء تحت تأثير مصدر حراري ثابت ومنتظم. النموذج الرقمي لمعادلات الإنحفاظ للكتلة، الحركة والطاقة تحل عددياً بطريقة الحجم المنتهية باستعمال الخوارزم سمبلر. في حالة رقم رينولدز ثابت عند 300 و رقم قراشوف يتراوح بين 0 حتى  $5.10^5$ ، أظهرت النتائج زيادة في نسبة انتقال الحرارة مقارنة بالمياه النقية عند كافة تراكيز الجسيمات النانومترية سواء الألمين أو النحاس. عند تركيز ثابت، في حالة الحمل القسري، الزيادة في انتقال الحرارة تكون بصفة ضئيلة. لكن في حالة الحمل المختلط، الزيادة في انتقال الحرارة تكون بشكل أكبر خاصة باستعمال جسيمات النحاس. عند استعمال خليط الماء و اثلين كليكول بتركيزات في الحجم 30 و 50% الذي يحتوي على جسيمات الألمين، انتقال الحرارة يكون بشكل أكبر من الماء النقي. يتأثر التدفق الثانوي والسرعة المحورية بشكل طفيف. لقد أثبتت أيضاً هذه الدراسة أن استعمال هذا النوع من السوائل يساعد على إنقاص أبعاد الأسطوانات وبالتالي الأجهزة الحرارية التي تحتويها مع الحصول على انتقال أفضل للحرارة.

**الكلمات الدالة:** سائل يحتوي جسيمات نانومترية، حمل قسري وهجين، محاكاة رقمية، ناقلية حرارية، أنبوب أفقي.