

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° de Série:106/DS/2019

N° d'ordre :13/phy/2019

THESE

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences en Physique

Spécialité: Physique Energétique

Option : Photothermique

THEME

**Approche numérique de la convection naturelle thermo-solutale
dans une cavité rectangulaire poreuse saturée de fluide et à
orientation variable**

PAR

LATRECHE Abdelkrim

Soutenue le:27/06/2019

Devant le jury :

Président :	Pr.	BOUFENDI Toufik	Université Frères Mentouri Constantine 1
Rapporteur :	Pr.	DJEZZAR Mahfoud	Université Frères Mentouri Constantine 1
Examineurs :	Pr.	LAOUAR Salah	Université d'Oum El Bouaghi
	Dr.	TAYEBI Tahar	Université Bordj Bou Arreridj

A tous les membres de ma famille, grands et petits.

A tous mes amis

Remerciements

*Mes remerciements vont à mon encadreur de thèse, Monsieur **DJEZZAR Mahfoud**, Professeur à l'université Frères Mentouri Constantine 1, qui m'a proposé le sujet de thèse et qui m'a encadré tout au long de ces années. Au travers de nos discussions, il m'a apporté une compréhension plus approfondie en divers aspects du sujet. Je salue aussi la souplesse et l'ouverture de son esprit. Lui, qui a su me laisser une large marge de liberté pour mener à bien ce travail de recherche, qui n'aurait jamais pu aboutir sans lui. Ses conseils et sa disponibilité malgré ses lourdes tâches m'ont été précieux. Qu'il trouve ici l'expression de mes sincères gratitudee.*

*Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur **BOUFENDI Toufik**, Professeur à l'Université Frères Mentouri Constantine 1, qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider mon jury de thèse malgré ses nombreuses occupations.*

*Messieurs **LAOUAR Salah**, Professeur à l'Université d'Oum El Bouaghi et Dr. **TAYEBI Tahar**, Maître de Conférences à l'Université de Bordj Bou Arreridj, m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail et de participer à mon jury de Thèse, qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements.*

Je n'oublierai pas également de remercier tous ceux et celles qui m'ont aidé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

Sommaire

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 – RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	3
CHAPITRE 2 – MODELE MATHEMATIQUE	12
1^{er} cas	
2.1.1 Description du problème	12
2.1.2 Hypothèses simplificatrices	12
2.1.3 Formulation des équations gouvernantes	13
2.1.4 Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement	15
2.1.5 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles	16
2.1.6 Adimensionalisation	16
2.1.7 Transfert de chaleur et de masse	17
2^{ème} cas	
2.2.1 Description du problème	19
2.2.2 Hypothèses simplificatrices	19
2.2.3 Formulation des équations gouvernantes	19
2.2.4 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles	21
2.2.5 Adimensionalisation	21
2.2.6 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles	23
2.2.7 Transfert de chaleur et de masse	23
CHAPITRE 3 – RESOLUTION NUMERIQUE	25
1^{er} cas	
3.1.1 Introduction	25
3.1.2 Principe de la méthode des volumes finis	25
3.1.3 Volume élémentaire d'intégration	26
3.1.4 Discrétisation des équations de conservation	27
3.1.4.1 L'équation de la chaleur et l'équation de concentration	27
3.1.4.2 L'équation de quantité de mouvement	33
3.1.5 Discrétisation des conditions aux limites	34

3.1.6	Discrétisation des composantes de la vitesse	34
3.1.7	Processus du calcul	34
2^{ème} Cas		
3.2.1	Discrétisation des équations de conservation	37
3.2.2	Considérations pour le champ dynamique	40
3.2.3	Discrétisation des équations dynamiques	41
3.2.3.1	Equation du mouvement suivant x	41
3.2.3.2	Equation du mouvement suivant y	42
3.2.3.3	Discrétisation de l'équation d'énergie	46
3.2.3.4	Discrétisation de l'équation de concentration	46
3.2.4	Etude du maillage	47
3.2.5	Validation du code de calcul	49
CHAPITRE 4 - RESULTATS ET DISCUSSIONS		52
1^{er} cas		
4.1.1	Introduction	52
4.1.2	Influence de l'angle d'inclinaison α	52
4.1.3	Influence du rapport des forces de volume N	63
4.1.4	Influence du nombre de Lewis Le	67
2^{ème} Cas		
4.2.1	Introduction	71
4.2.2	Influence de l'angle d'inclinaison α	71
4.2.3	Influence du rapport des forces de volume N	76
4.2.4	Influence du nombre de Lewis Le	80
4.2.5	Influence du nombre de Rayleigh Ra	85
4.2.6	Influence du facteur de forme A	87
Conclusion		92
Références Bibliographiques		94

Nomenclature

Lettres latines:

<i>A</i>	facteur de forme de la cavité, [=L/H]	
<i>a</i>	Diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
<i>C</i>	terme source	
<i>C_p</i>	chaleur spécifique	$J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
<i>D</i>	Diffusivité massique	$m^2 \cdot s^{-1}$
<i>Da</i>	nombre de Darcy, [=K/H ²]	
<i>G</i>	facteurs de relaxation	
<i>g</i>	accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
<i>H</i>	hauteur de la cavité	m
<i>J</i>	Flux total (diffusion et convection)	
<i>k</i>	conductivité thermique du milieu poreux	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
<i>K</i>	perméabilité du milieu poreux	m^2
<i>L</i>	longueur de la cavité	m
<i>Le</i>	nombre de Lewis, [=a/D]	
<i>N</i>	rapport des forces de volume, [=β _s (S _h -S _l)/β _T (T _h -T _l)]	
<i>n</i>	ordre d'intégration	
<i>Nu</i>	nombre de Nusselt local	
<i>Nu</i>	nombre de Nusselt moyen	
<i>P</i>	pression	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
<i>P</i>	Pression adimensionnelle, [=ε ² H ² P/ρ ₀ a ²]	
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl, [=ν/a]	
<i>Ra</i>	nombre de Rayleigh, [=gβ _T (T _h -T _l)H ³ /να]	
<i>S</i>	concentration massique	$kg \cdot m^{-3}$
<i>S</i>	concentration massique adimensionnelle	
<i>Sh</i>	nombre de Sherwood local	
<i>Sh</i>	nombre de Sherwood moyen	
<i>t</i>	temps	s
<i>t</i>	temps adimensionnel, [=a.t /H ²]	
<i>T</i>	température dimensionnelle	K
<i>T</i>	température adimensionnelle, [(T-T _l) / (T _h -T _l)]	
<i>u</i>	composante de la vitesse suivant x	$m \cdot s^{-1}$
<i>u</i>	composante de la vitesse adimensionnelle suivant x [=H.u /a]	
<i>v</i>	composante de la vitesse suivant y	$m \cdot s^{-1}$
<i>v</i>	composante de la vitesse adimensionnelle suivant y [=H.v /a]	

x, y	coordonnées cartésiennes	m
x, y	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, [$=x(y) / H$]	

Lettres grecques :

α	angle d'inclinaison	°
β_s	coefficient d'expansion massique	$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$
β_T	coefficient d'expansion thermique	K^{-1}
λ	conductivité thermique	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
μ	viscosité dynamique	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
ε	porosité	
σ	facteur de la capacité thermique	
ΔC	écart de concentration, [$=C_1 - C_2$]	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
ΔT	écart de température, [$=T_1 - T_2$]	K
ρ	masse volumique du fluide	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
ψ	fonction de courant	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
ψ	fonction de courant adimensionnelle	

Indices:

h	supérieur (plus haute)
i	la couche poreuse
l	inférieur
0	état de référence
max	valeur maximale

Exposants:

'	correction
---	------------

INTRODUCTION GENERALE

La présence de gradients de température au sein d'un milieu poreux saturé par un fluide engendre une distribution non uniforme de la densité du fluide qui génère à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. On dit alors qu'il y a convection naturelle thermique. De la présence d'un gradient de concentration dans le fluide, soulève d'autres problèmes, dus à la compétition des forces volumiques d'origine thermique et solutale, dont les propriétés de diffusion sont différentes ; c'est la convection naturelle thermo-solutale.

Au cours de ces dernières années un effort de recherche considérable a été consacré à l'étude du transfert de chaleur et de masse induit par convection naturelle au sein d'un milieu poreux saturé par un fluide. L'intérêt pour ces phénomènes de convection naturelle est dû aux nombreuses applications technologiques en ingénierie. Parmi ces applications on peut citer: les étangs solaires, les réservoirs pour le stockage de gaz naturel et de déchet radioactif, la fabrication du cristal, le transport de polluant dans le sol, les problèmes de sécurité dans le cœur des réacteurs nucléaires, l'isolation thermique des bâtiments...etc.

L'objet du présent travail est une contribution à l'étude des mouvements de convection naturelle thermo-solutale se développant dans une cavité rectangulaire inclinée d'un angle α eu égard au plan horizontal, remplie par un milieu poreux (dans le premier cas) et deux milieux poreux de forme L (dans le deuxième cas) saturés par un fluide newtonien. Les paramètres dont dépend la structure de l'écoulement sont : le facteur de forme de la cavité, le nombre de Darcy et la porosité de chaque milieu poreux, le rapport des forces de volume, l'angle d'inclinaison et les nombres de Rayleigh, Lewis et Prandtl.

La présentation de cette thèse est articulée de la façon suivante :

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait à la convection thermo-solutale en cavité poreuse, pour diverses configurations et pour différentes conditions aux limites.

Le modèle physique choisi, les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées constituent le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que la validation de notre algorithme de calcul.

Nous rassemblons dans le chapitre quatre les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyse des divers résultats sont présentés à partir des distributions de certaines grandeurs physiques.

En fin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

CHAPITRE I :
RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

L'intérêt considérable qui a été porté, ces dernières années, à la convection naturelle thermo-solutale est dû principalement à sa présence dans plusieurs applications industrielles tels que: l'isolation thermique, les phénomènes de changement de phase des métaux, la récupération de pétrole, les mouvements convectifs dans les océans qui sont dus à la présence de gradient de température, et à la distribution non uniforme de la concentration du sel, le stockage souterrain des déchets nucléaires...etc. [1–9]. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte du phénomène par les expériences de **Bénard** [10] et l'analyse théorique de **Rayleigh** [11] au début du XX^{ème} siècle, jusqu'à présent. **Stern** [12] a réalisé la formulation théorique de **Stommel** [13] qui a découvert le phénomène de la double diffusion la première fois en 1959.

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour résoudre les problèmes de la convection naturelle thermo-solutale, tant expérimentales que théoriques et numériques. Une synthèse des travaux récents concernant ce phénomène dans les milieux poreux a été rapportée dans les livres : **Nield** et **Bejan** [14], **Ingham** et **Pop** [15], **Vadász** [16] et **Viskanta et al.** [17]. En incluant différents types de conditions aux limites et de méthodes de solutions, la plupart de ces études portent sur deux types de gradients de chaleur et de masse : le premier type concerne les gradients imposés horizontalement le long de l'enceinte. Il a été considéré par : **Makayssi et al.** [18] ont effectué des études analytiques et numériques de convection naturelle à double diffusion dans une enceinte peu profonde remplie d'un fluide non newtonien. Dans leur cas, les deux parois verticales étaient soumises à des flux de chaleur et de masse uniformes, tandis que les parois supérieure et inférieure étaient isolées et imperméables au transfert de masse. Ils ont examiné l'influence de différents paramètres (facteur de forme, nombre de Lewis, nombre de rapports de flottabilité, nombre de Prandtl, nombre de Rayleigh thermique) sur l'écoulement de fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse. Ils ont trouvé que l'augmentation de la valeur numérique de Rayleigh plus de 100 augmente les transferts thermiques et de masse. Ils ont également observé que le taux de flottabilité n'influence pas les transferts de chaleur et de masse par convection qu'au-delà de la valeur 10.

Teamah [19] a présenté une étude numérique sur la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire à deux dimensions. Des températures et des concentrations constantes ont été imposées le long des parois gauche et droite de l'enceinte, tandis que les

parois supérieure et inférieure étaient adiabatiques et imperméables au transfert de masse tandis qu'un champ magnétique uniforme était appliqué dans une direction horizontale. Le régime laminaire a été considéré dans des conditions stables. Il a couvert une large gamme de Ra_T ($10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$), N ($-10 \leq N \leq 10$), Ha ($0 \leq Ha \leq 200$) et ($-50 \leq \phi \leq +25$) pour un nombre de Lewis fixe $Le=1$ et un nombre de Prandtl $Pr=0,7$. Les résultats ont indiqué que le champ magnétique provoquait la réduction du transfert de chaleur et de la circulation du fluide dans la cavité. Il a également observé que le nombre de Nusselt moyen avait tendance à augmenter en présence d'un dissipateur thermique. Plus tard, **Teamah et al. [20]** ont analysé l'écoulement convectif naturel à double diffusion dans une cavité rectangulaire inclinée en présence de champ magnétique et source de chaleur. Leur cavité et leurs conditions étaient similaires à celles de **Teamah [19]**. Ils ont constaté que l'angle d'inclinaison avait une influence considérable sur le taux de transfert de chaleur et de masse, de sorte que les nombres maximaux de Nusselt et de Sherwood moyens ont été obtenus à deux angles d'inclinaison, 45° et 135° .

Harzallah et al. [21] ont étudié numériquement la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte poreuse verticale. En utilisant un modèle LTNE, la cavité étudiée était délimitée par des parois d'épaisseur finie avec des gradients de température et de concentration opposés sur les parois verticales, tandis que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques et imperméables. Le milieu poreux était supposé être hydro-dynamiquement anisotrope. Des calculs ont été effectués pour divers paramètres afin d'analyser les effets de deux facteurs principaux, notamment les parois conductrices d'épaisseur finie et l'anisotropie mécanique sur la convection naturelle instable à double diffusion.

Nikbakhti et Khodakhah [22] ont réalisé une étude numérique sur le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle à double diffusion dans une cavité bidimensionnelle avec différents facteurs de forme de 0,5 à 11 partiellement chauffée et refroidie par les parois latérales gauche et droite respectivement. Trois combinaisons thermiques différentes, haut-bas, milieu-milieu et bas-haut. L'analyse se concentre principalement sur l'effet du taux de flottabilité et la position des emplacements thermiquement partiellement actifs sur l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle à double diffusion dans la cavité. Ils ont trouvé que dans le cas opposé lorsque $-1 < N < 0$, l'écoulement de fluide est principalement dominé par les effets de la flottabilité thermique et le taux de transfert de chaleur et de masse est plus élevé dans le cas bas-haut, tandis que le cas haut-bas est le moins efficace en termes de transfert de chaleur et de masse dans la cavité. Pour $N < -1$, les forces de flottabilité solutale jouent un rôle important. Généralement La position des parois thermiquement partiellement

actives influençait considérablement l'écoulement de fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse.

Teamah et al. [23] ont résolu numériquement l'écoulement convectif à double diffusion dans une enceinte carrée avec des sources de chaleur segmentées. Ils ont imposé des températures et des concentrations constantes le long de la paroi droite de l'enceinte à basse température et à faible concentration, ce qui suppose un puits de chaleur et de masse. Ils ont supposé que les outils de chauffage sont à température et concentration constantes (une source de chaleur et de masse) sur la paroi gauche. Les deux autres parois de la cavité sont supposées adiabatiques. Ils ont considéré que l'écoulement est laminaire à l'état stable. La procédure numérique adoptée dans cette analyse fournit des performances constantes sur une large gamme de paramètres, nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$), longueurs de chauffe sans dimension ($0,2 \leq L_1/H \leq 1$), coefficient de flottabilité ($-10 \leq N \leq 10$) et le nombre de Prandtl, ($0,01 < Pr < 100$). L'étude a été réalisée pour un nombre de Lewis constant $Le=2$. Ils ont montré que le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood moyen augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, de la longueur de chauffage sans dimension et du nombre de Prandtl. Par contre, le nombre de Prandtl a un effet significatif sur les deux nombres (Nusselt et Sherwood) par rapport à la valeur de $Pr=0,7$. Les résultats pour le nombre de Nusselt moyen sont corrélés en fonction de la longueur du réchauffeur sans dimension, du taux de flottabilité, du nombre de Rayleigh et du nombre de Prandtl.

Le deuxième type concerne les gradients imposés verticalement : **Trevisan et Bejan [24]** ont étudié numériquement la convection double diffusive dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales maintenues à des températures et des concentrations constantes et des parois horizontales adiabatiques et imperméables. Ils ont utilisé une analyse d'échelle pour traiter ce problème dans les cas limites des écoulements entraînés par les effets thermiques ou massiques. Ils ont montré les divers effets qui influencent les résultats globaux de transfert de chaleur et de masse. Ils ont trouvé que l'écoulement du fluide était possible au-delà d'un certain nombre de Rayleigh critique quand $Le \neq 1$. Cependant, le mouvement du fluide disparaît complètement pour $Le=1$ et $N=-1$. Les résultats de cette analyse ont été trouvés en accord avec les calculs numériques. Peu après, **Trevisan et Bejan [25]** ont réétudié analytiquement et numériquement le problème précédant, mais cette fois en considérant une cavité poreuse rectangulaire dont les parois verticales sont soumises à des flux de chaleur et de masse uniformes. Une solution analytique a été présentée en régime de couche limite pour $Le=1$. Par contre, une méthode de similitude a été utilisée pour $Le > 1$ dans le cas d'un écoulement

doublement diffusif dominé par les effets thermiques.

Bansod et Jadhav [26] ont analysé les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse de la convection naturelle autour d'une surface horizontale intégrée dans un milieu poreux saturé. Une procédure intégrale est dérivée de la surface horizontale chauffée, où la température et la concentration de la surface sont fonction de la distance par rapport au bord d'attaque de la plaque poreuse. Ils ont présenté les variations du nombre de Nusselt et Sherwood local dans la couche limite graphiquement et dans des tableaux pour les différentes valeurs des paramètres du problème. Ils ont constaté que les champs de température et de concentration près de la plaque augmentent avec l'exposant n .

Zhao et al. [27] ont étudié numériquement la convection naturelle double diffusive bidimensionnelle dans une enceinte rectangulaire poreuse saturée de fluide binaire. Les mouvements multiples sont provoqués par les différences de température et de concentration externes imposées à travers les parois horizontales avec la présence simultanée de sources de chaleur et de contaminants distinctes. Le modèle général de Darcy étendu par Brinkman est adopté pour formuler l'écoulement de fluide dans la cavité. Le transport du fluide, de la chaleur et de l'humidité à travers la couche poreuse isotrope est analysé en utilisant les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations, et les variations du nombre total de Nusselt et de Sherwood. Les simulations numériques présentées couvrent une large gamme des principaux paramètres (nombres de Rayleigh thermiques, facteur de forme et nombre de Darcy) dans le domaine des forces de flottabilité solutale déstabilisantes. Ils ont montré que le potentiel de transfert de chaleur et de masse peut être favorisé, en fonction de la perméabilité du milieu poreux, des nombres de Rayleigh thermiques et solutaux.

Latreche et Djeddar [28] ont fait une étude numérique de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée et inclinée remplie de milieu poreux saturé de fluide. Des gradients de chaleur et de soluté sont appliqués sur les deux parois horizontales de la cavité, tandis que les deux autres parois sont imperméables et adiabatiques. Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq est utilisé pour résoudre les équations gouvernantes. Le flux est entraîné par un effet de flottabilité combiné dû aux variations de température et de concentration. Ils ont utilisé une approche par volumes finis pour résoudre les équations gouvernantes adimensionnelles. Ils ont trouvé que des changements importants se produisent sur la structure d'écoulement et sur les isothermes et les iso-concentrations dans l'enceinte lorsque des modifications sont apportées au nombre de Rayleigh-Darcy modifié et à l'angle d'inclinaison de l'enceinte. Des combinaisons du rapport de flottabilité et de l'angle d'inclinaison

peuvent entraîner des flux de chaleur et de masse considérables dans l'enceinte, et certaines combinaisons de ces paramètres peuvent même entraîner un transfert de chaleur et de masse maximal.

La littérature montre que relativement un peu d'attention a été donné au phénomène de la convection naturelle à double diffusion où les gradients de température et de concentration sont croisés. **Mohamad et Bennacer [29]** ont choisi l'extension de Brinkman du modèle de Darcy pour faire une analyse numérique de la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte horizontale remplie de milieu poreux saturé par un fluide. L'enceinte est chauffée et refroidie le long des parois verticales et le gradient solutal est imposé verticalement. L'objectif de leur travail est de comprendre la physique de l'écoulement et d'identifier ces régimes dans le cas thermique dominant ou solutal dominant. Les résultats sont rapportés pour un facteur de forme égal à deux, un nombre de Prandtl de 0,71 (air) et un nombre de Lewis de 10 (hydrocarbure). Les nombres de Grashof et de Darcy ont varié entre 10^6-10^8 et $10^{-4}-10^{-6}$, respectivement. Les résultats trouvés montrent que l'écoulement devient instable pour des rapports de forces de volume N variant de 0.8 à 1, dépendamment des conditions initiales. Une extension dans le domaine tridimensionnel de cette dernière étude a été réalisée par **Mohamad et Bennacer [30]**. Ils ont démontré que la structure de l'écoulement se compose principalement d'un écoulement thermiquement induit de recirculation superposé à un faible écoulement secondaire et se développant en spirales selon la direction transversale. Cependant, quand le rapport des forces de volume $N \approx -1$ (environ -0.8), l'écoulement bifurque selon deux cellules induites thermiquement. Par contre, quand N augmente (plus grand que l'unité dans le sens négatif) l'écoulement se stabilise et diminue en intensité. Les auteurs ont conclu qu'un modèle bidimensionnel est suffisant pour prédire correctement le taux de transfert de la chaleur et de la masse, au moins pour la gamme des paramètres étudiés.

Bourich et al. [31] ont rapporté des résultats numériques de la convection naturelle à double diffusion bidimensionnelle dans une cavité carrée poreuse soumise à des gradients de chaleur et de concentration croisés. Les paramètres régissant le problème sont le nombre de Rayleigh thermique ($100 \leq Ra \leq 200$), le nombre de Lewis ($0.1 \leq Le \leq 10$) et le rapport de flottabilité ($-10 \leq N \leq 10$). Ils ont démontré que la force de flottabilité solutale induite par les gradients de concentration horizontaux élimine la multiplicité des solutions obtenues en convection thermique pure lorsque N dépasse une valeur critique, qui dépend de Le et Ra . Pour $N > 0$ / ($N < 0$), la solution monocellulaire trigonométrique / (dans le sens horaire) est maintenue pour toutes les valeurs des paramètres gouvernants considérés.

A travers cette recherche bibliographique on constate, à notre connaissance, que les études concernant le transfert de chaleur et de masse induit par la convection naturelle thermo-solutale dans un milieu poreux saturé incliné où ce type de gradient est imposé, sont quasiment inexistantes. Ceci nous a incité, vu le grand champ d'applications, à développer ce thème de recherche dans le 1^{er} cas de ce travail. D'autre part la littérature montre que la plupart des études concernant la convection thermo-solutale en milieu poreux sont réalisées avec un seul milieu poreux et relativement peu d'attention a été accordée au phénomène de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité remplie avec plusieurs milieux poreux ce qui est plus proche de la réalité. **Hadidi et al. [32]** ont étudié numériquement la convection à double diffusion dans un collecteur rectangulaire incliné rempli de deux couches poreuses parallèles. Chaque couche est considérée comme homogène, isotrope et saturée avec le même fluide. Les parois verticales de la cavité poreuse sont soumises à une température et à une concentration uniforme où les autres parois sont adiabatiques et imperméables. Ils ont considéré le cas d'un écoulement principalement axé sur la concentration ($N=10$). Ils ont utilisé une analyse d'échelle pour caractériser l'effet du taux de perméabilité sur le transfert de chaleur et de masse. L'étude a montré que la perméabilité des deux couches poreuses avait un effet significatif sur la structure de l'écoulement et les transferts et indiquait l'existence de trois régimes, un régime diffusif de faibles valeurs du taux de perméabilité, un régime transitoire où les nombres moyens de Nu et de Sh augmentent avec une augmentation du taux de perméabilité et un régime asymptotique où Nu et Sh deviennent indépendants du rapport de perméabilité. Ils ont également analysé et discuté les effets de l'angle d'inclinaison sur les transferts de chaleur et de masse.

Hadidi et al. [33] ont étudié la convection naturelle thermo-solutale bidimensionnelle dans une enceinte poreuse à deux couches. Toutes les couches poreuses de la cavité peuvent occuper des positions différentes par rapport à l'axe horizontal pour des valeurs d'angle d'inclinaison comprises entre 0° et 60° . Une analyse d'échelle pour prédire le taux de transfert de masse est représentée pour le cas où les deux couches poreuses de la cavité sont disposées verticalement et pour le cas où les forces de volume solutales dominantes ($N \gg 1$). Les résultats numériques ont montré l'existence de la valeur d'angle d'inclinaison optimale menant à des transferts de chaleur et de masse maximum.

Baytas et al. [34] ont présenté une étude numérique sur la convection naturelle à double diffusion dans une autre géométrie multicouche; une couche poreuse saturée et une couche de fluide dans une enceinte. Ils ont utilisé le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le problème a été étudié pour deux cas; le premier cas où l'interface entre la couche fluide et la

couche poreuse est horizontale, et le deuxième où l'interface contient un pas avec une hauteur a . L'écoulement de fluide et le transfert de chaleur et de masse ont été étudiés pour différentes valeurs de la hauteur de pas et des nombres de Rayleigh et de Darcy. Ils ont montré que la hauteur « a » a un effet significatif sur le champ d'écoulement et le transfert de chaleur et de masse dans l'enceinte.

Bennacer et al. [35] ont analysé la convection double diffusive dans une enceinte verticale remplie par deux couches poreuses saturées confinant une couche de fluide. Ils ont discuté l'effet de l'anisotropie hydraulique sur le taux de transfert de chaleur et de masse et ils ont constaté que les taux de transfert de chaleur et de masse sont des fonctions faibles du nombre de Darcy pour des régimes de perméabilité élevée et faible. Pour une certaine gamme de paramètres, le taux de transfert de chaleur diminue lorsque l'écoulement pénètre la couche poreuse.

Nield [36-37], Somerton et Catton [38] ont étudié la convection purement thermique, dans un milieu horizontal et chauffé par le bas, le milieu est composé de couche poreuse et d'une couche fluide. Ils ont considéré la formulation de Darcy-Brinkman comme équation de quantité de mouvement, combinée avec les conditions de raccordement à l'interface.

Chen et Chen [39] ont étudié théoriquement la convection naturelle dans la même configuration par une analyse de stabilité linéaire. Ils ont adopté la formulation à deux domaines en considérant l'équation de Navier-Stokes dans la couche fluide et l'équation de Darcy dans le milieu poreux, avec des conditions de raccordement à l'interface. Ils ont présenté l'influence du rapport de l'épaisseur de la couche fluide et de la couche poreuse sur l'écoulement convectif. Ils ont trouvé une épaisseur relative critique de l'ordre de 0.13, En dessous de cette valeur, l'écoulement se développe essentiellement dans la couche poreuse, tandis que pour les valeurs supérieures ou égales à 0.13, l'écoulement se trouve confiné dans la couche fluide. Ensuite, ils ont confirmé leurs résultats expérimentalement [40].

Younsi et al. [41] ont analysé la convection double diffusive dans une cavité partiellement poreuse. Ils ont utilisé une seule équation de quantité de mouvement valable dans toute la cavité, ce qui permet d'affranchir les conditions aux limites du problème hydrodynamiques à l'interface milieu-poreux/milieu-fluide. L'effet des paramètres gouvernant le problème, tels que la perméabilité, l'épaisseur de la couche poreuse et le rapport de poussée a été mis en évidence. Ils ont montré à partir des profils de vitesse et des coefficients de transfert thermique et massique, que pour une couche poreuse de faible perméabilité, quelle que soit son épaisseur induit une chute abrupte des transferts, et l'écoulement est confiné dans la couche fluide.

Younsi et al. [42] ont analysé l'influence d'un champ magnétique transversal sur la convection thermo-solutale dans une cavité verticale partiellement occupée par une couche poreuse. Ils ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour aboutir à une seule équation valable dans toute la cavité. Ils ont effectué des simulations numériques pour une large gamme de paramètres où le nombre de Hartman « caractérisant l'intensité du champ magnétique » est de 0 à 100 et le nombre de Darcy de 10^{-8} à 1. L'un des résultats essentiels auxquelles auteurs ont abouti est que le champ magnétique affecte considérablement la structure de l'écoulement ainsi que les transferts thermique et massique.

Poulikakos et Bejan [43] ont analysé l'influence de la variation de la perméabilité et des épaisseurs des sous couches verticales dans une cavité rectangulaire soumise à un gradient de température et partiellement occupée par une couche poreuse verticale. Les auteurs ont montré que le transfert thermique est sensiblement influencé par l'épaisseur et la perméabilité de ces sous couches. **Lai et Kulacki [44]** ont utilisé les deux types de conditions Neumann et Dirichlet dans le même problème. Ils sont arrivés aux mêmes conclusions que ceux de **Poulikakos et Bejan [43]**.

Sath et al. [45] ont examiné numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle thermique dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. Ils ont utilisé le modèle de Darcy-Brinkman dans la couche poreuse et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide. Ils ont montré que le terme de Brinkman permet de satisfaire la condition d'un glissement aux parois solides et à l'interface. Des conditions de raccordement des vitesses verticales et horizontales, des contraintes normales et tangentielles ainsi que des températures et des flux de chaleur sont explicitement imposées à l'interface. Ils ont montré que le transfert thermique diminue fortement en présence de la couche poreuse et lorsque la conductivité du milieu poreux est supérieure à celle du fluide il existe un minimum pour le nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse.

Beckermann et al. [46] ont traité le même problème numériquement et expérimentalement. Ils ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour aboutir à une seule équation valable dans toute la cavité. Ils ont observé que pour des nombres de Rayleigh poreux thermiques faibles, l'écoulement prend place essentiellement dans la couche fluide et que le transfert de chaleur dans le milieu poreux se fait essentiellement par conduction. Par ailleurs, pour des valeurs

élevées de la perméabilité du milieu poreux, l'effet de pénétration du fluide devient plus important et modifie notablement le transfert de chaleur dans toute la cavité.

Gobin et al. [47] ont simulé numériquement la convection naturelle double diffusive dans une cavité composite fluide-poreuse. Ils ont utilisé le modèle de Darcy-Brinkman pour un rapport de forme $A=2$, et pour une épaisseur de la couche poreuse $e=0.2$. Pour un rapport des forces de volume $N=10$, et un nombre de Lewis compris entre 10 et 100, ils ont montré que la perméabilité du milieu poreux joue un rôle important dans l'apparition des écoulements multicellulaires.

A notre connaissance, aucun travail n'est cité dans un milieu incliné composé de deux milieux poreux de forme L qui fait l'objet de la deuxième partie de ce travail.

CHAPITRE II :
MODELE MATHEMATIQUE

1^{er} cas

2.1.1 Description du problème :

Considérons une cavité poreuse saturée rectangulaire et inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal de longueur L et de hauteur H . Les parois horizontales de la cavité sont imperméables au transport du soluté et sont soumises aux températures T_h et T_l aux parois inférieure et supérieure, respectivement, ($T_h > T_l$). Les parois verticales sont isolées thermiquement et sont soumises à des concentrations constantes, une concentration élevée à gauche S_h et une faible concentration S_l à la paroi droite de la cavité (cf. figure 2.1.1).

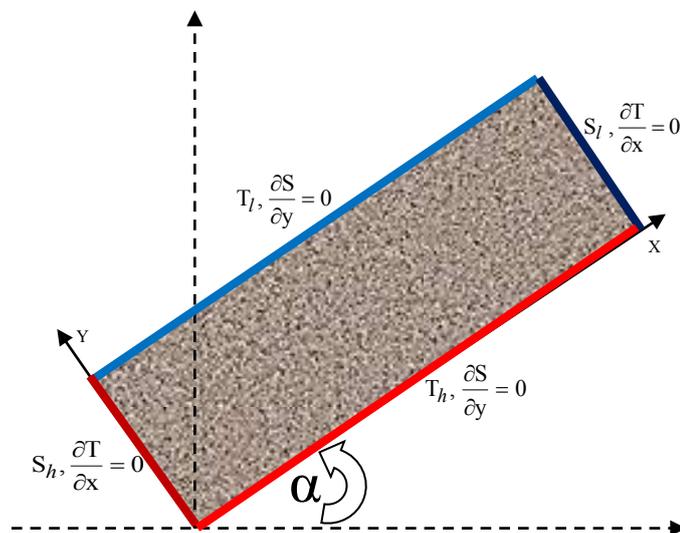


Figure 2.1.1: Définition du modèle physique : Cavité rectangulaire inclinée d'un angle α

Il se produit donc dans la cavité une convection naturelle thermo-solutale que nous nous proposons d'étudier numériquement.

2.1.2 Hypothèses simplificatrices :

De façon à obtenir un modèle mathématique simple, les approximations classiques suivantes sont faites :

- 1- La profondeur de la cavité est suffisamment grande par rapport aux autres dimensions pour que l'on puisse supposer un écoulement bidimensionnel.
- 2- Le fluide est newtonien et incompressible.
- 3- On suppose que la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide

- 4- L'écoulement engendré est laminaire et permanent.
- 5- Le transfert d'énergie par rayonnement est négligeable ainsi que les effets de Soret et Dufour (l'interaction entre les transferts de chaleur et de masse).
- 6- La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et la concentration. Cette variation est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)] \quad (2.1.1)$$

Où β_T et β_S : les coefficients d'expansion volumique thermique et solutal du fluide :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,S}, \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_{P,T} \quad (2.1.2)$$

On utilise donc une hypothèse simplificatrice (l'hypothèse de **Boussinesq [48]**) « la masse volumique ρ du fluide est supposée constante dans les équations hydrodynamiques, sauf dans le terme générateur de la convection naturelle ρg ou ses variations induisent directement des forces de poussée d'Archimède. Toutes les autres caractéristiques thermo-physiques du fluide (la viscosité dynamique μ , la conductivité thermique λ et la chaleur massique à pression constante C_p) sont considérées comme constantes et définies à la température et à la concentration de référence T_0 et S_0 respectivement». A température et pression ordinaire, β_T est positif pour la plupart des fluides, par contre β_S peut être négatif ou positif en fonction de la contribution des composantes de diffusion à la densité du fluide. À titre d'exemple, dans le cas où l'eau est considérée comme un solvant et le sel comme un soluté, le coefficient β_S est négatif car le sel contribue à l'augmentation de la densité de l'eau. Par contre dans le cas d'un mélange air-vapeur d'eau, le coefficient β_S est positif car l'air humide est moins dense que l'air sec.

2.1.3 Formulation des équations gouvernantes :

La résolution d'un problème de convection naturelle consiste en la détermination des champs de vitesse et de température en chaque point du domaine occupé par le fluide dans la cavité. Dans ce but nous allons établir les équations de base régissant la convection naturelle dans la cavité rectangulaire. Le mouvement du fluide ainsi que la répartition de température et de concentration dans un milieu poreux saturé par un fluide sont régis par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, équation de la chaleur et équation de concentration :

2.1.3.1 Formulation vectorielle :

- **équation de continuité :**

$$\text{div}\vec{V} = 0 \quad (2.1.3)$$

- **équation de mouvement :**

Comme la majorité des études concernant la convection dans les milieux poreux, nous utilisons la formulation classique de **Darcy [49]** où la vitesse moyenne de filtration (vitesse de Darcy) \vec{V} est proportionnelle à la somme du gradient de pression ∇P et de la force gravitationnelle \vec{g} , l'effet de l'inertie étant négligé.

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu}(\nabla P - \rho\vec{g}) \quad (2.1.4a)$$

Introduisant l'approximation de Boussinesq (2.1.1), l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu}(\nabla P - \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_S(S - S_0))\vec{g}) \quad (2.1.4b)$$

- **équation de la chaleur :**

Le principe de conservation de l'énergie conduit à l'équation suivante :

$$(\rho C_p)_f (\vec{V} \cdot \text{grad}) T = \lambda_p \nabla^2 T \quad (2.1.5)$$

Où :

k : Perméabilité du milieu poreux.

μ : Viscosité dynamique du fluide.

ρ : Masse volumique du fluide.

$(\rho C_p)_f$: Capacité thermique du fluide.

λ_p : Conductivité thermique du milieu poreux saturé.

- **équation de concentration :**

Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration suivante :

$$(\vec{V} \cdot \text{grad})S = D\nabla^2 S \quad (2.1.6)$$

D étant la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse saturée.

2.1.3.2 Formulation en coordonnées cartésiennes:

Introduisons les coordonnées cartésiennes définies sur la figure 2.1.1

Le problème étant bidimensionnel donc les équations (2.1.3-2.1.6) s'écrivent :

- **équation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1.7)$$

- **équation de mouvement :**

$$u = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_0 g (1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)) \sin \alpha \right) \quad (2.1.8a)$$

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial y} + \rho_0 g (1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)) \cos \alpha \right) \quad (2.1.8b)$$

- **équation de la chaleur :**

$$\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.9)$$

Où :

$$a = \frac{\lambda_p}{(\rho C_P)_f} : \text{Diffusivité thermique}$$

- **équation de concentration :**

$$\left(u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} \right) = D \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.10)$$

2.1.4 Elimination du terme de pression de l'équation du mouvement

En dérivant les équations du mouvement (2.1.8a) et (2.1.8b) respectivement par rapport à y et à x . Il vient :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} - \rho_0 g \sin \alpha \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial y} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial y} \right) \right) \quad (2.1.11a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} - \rho_0 g \cos \alpha \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial x} \right) \right) \quad (2.1.11b)$$

Donc:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{kg}{\nu} \left(\cos \alpha \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \sin \alpha \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial y} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial y} \right) \right) \quad (2.1.11c)$$

En introduisant la fonction de courant ψ telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.1.12)$$

Donc l'équation du mouvement s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi = -\frac{kg\beta_T}{\nu} \left(\cos \alpha \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\beta_S}{\beta_T} \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \sin \alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\beta_S}{\beta_T} \frac{\partial S}{\partial y} \right) \right) \quad (2.1.13)$$

2.1.5 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles :

Les conditions initiales dimensionnelles sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x, \forall y = 0 \quad T = T_h, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = \psi = 0 \\ \forall x, \forall y = H \quad T = T_l, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = \psi = 0 \\ \forall y, \forall x = 0 \quad S = S_h, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \psi = 0 \\ \forall y, \forall x = L \quad S = S_l, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \psi = 0 \end{array} \right. \quad (2.1.14)$$

2.1.6 Adimensionalisation:

Pour simplifier les équations et généraliser les résultats. Nous posons les quantités adimensionnelles suivantes :

$$x = \frac{x}{H}, \quad y = \frac{y}{H}, \quad u = \frac{H}{a} u, \quad v = \frac{H}{a} v, \quad \psi = \frac{\Psi}{a}, \quad T = \frac{T - T_l}{T_h - T_l}, \quad S = \frac{S - S_l}{S_h - S_l}$$

- **équation de continuité:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1.15)$$

- **équation du mouvement :**

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi = -Ra^* \left(\cos \alpha \left(\frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \sin \alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y} + N \frac{\partial S}{\partial y} \right) \right) \quad (2.1.16)$$

Avec :

$$Ra^* = Da.Ra = Da.Gr.Pr = \frac{k}{H^2} \cdot \frac{g\beta_T H^3 \Delta T}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{a} : \text{Nombre de Darcy-Rayleigh modifié}$$

$$N = \frac{\beta_S}{\beta_T} \frac{\Delta S}{\Delta T} : \text{Le rapport des forces de volume thermique et solutale}$$

- **équation de la chaleur:**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.17)$$

- **équation de concentration :**

$$u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \quad (2.1.18)$$

Avec: $Le = \frac{a}{D}$: Le nombre de Lewis qui représente le rapport de la diffusivité thermique à la diffusivité massique du milieu poreux saturé.

- **Formulation des conditions aux limites adimensionnelles :**

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x, \forall y = 0 \quad T = 1, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = \psi = 0 \\ \forall x, \forall y = 1 \quad T = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = \psi = 0 \\ \forall y, \forall x = 0 \quad S = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \psi = 0 \\ \forall y, \forall x = A \quad S = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \psi = 0 \end{array} \right. \quad (2.1.19)$$

2.1.7 Transfert de chaleur et de masse

L'étude du transfert de chaleur et de masse dans la cavité, nécessite la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse, donnés par le biais du nombre de Nusselt et Sherwood, respectivement.

Les valeurs du nombre de Nusselt sur les parois horizontales sont définies comme suit :

$$\text{- Sur la paroi chaude : } Nu_h = -\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} \quad (2.1.20a)$$

$$\text{- Sur la paroi froide : } Nu_l = -\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=l} \quad (2.1.20b)$$

Les valeurs du nombre de Sherwood sur les parois verticales sont définies comme suit :

$$\text{- Sur la paroi gauche : } Sh_h = -\frac{\partial S}{\partial x}\bigg|_{x=0} \quad (2.1.20c)$$

$$\text{- Sur la paroi droite : } Sh_l = -\frac{\partial S}{\partial x}\bigg|_{x=A} \quad (2.1.20d)$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et Sherwood le long de ces parois sont calculées par les intégrales suivantes :

$$\text{- Sur la paroi chaude : } Nu_h = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial T}{\partial y} dx \bigg|_{y=0} \quad (2.1.21a)$$

$$\text{- Sur la paroi froide : } Nu_l = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial T}{\partial y} dx \bigg|_{y=l} \quad (2.1.21b)$$

$$\text{- Sur la paroi gauche : } Sh_h = -\int_0^1 \frac{\partial S}{\partial x} dy \bigg|_{x=0} \quad (2.1.21c)$$

$$\text{- Sur la paroi droite : } Sh_l = -\int_0^1 \frac{\partial S}{\partial x} dy \bigg|_{x=A} \quad (2.1.21d)$$

2^{ème} cas

2.2.1 Description du problème :

On se propose d'étudier numériquement le phénomène de la convection naturelle thermo-solutale dans deux milieux poreux de forme L saturés par un fluide newtonien binaire et confinés dans une cavité rectangulaire imperméable de largeur L et de hauteur H , (figure 2.2.1). Les parois actives de la cavité (parallèle à l'axe x) sont supposées soumises à des températures et concentrations constantes mais différentes, tandis que les autres parois (parallèle à l'axe y) sont considérées comme adiabatiques. La cavité est inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal.

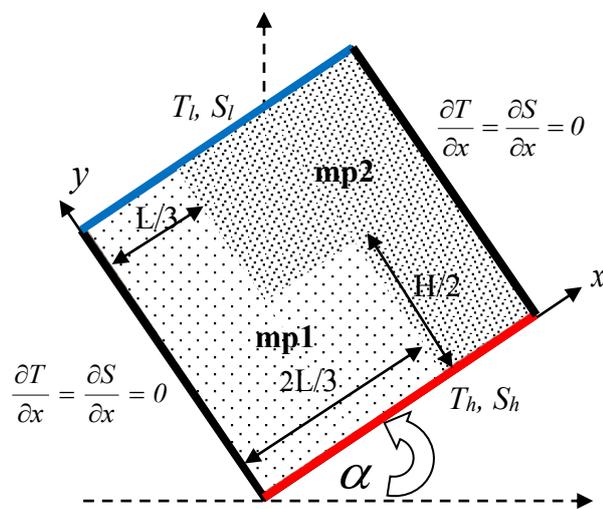


Figure 2.2.1: Définition du modèle physique

2.2.2 Hypothèses simplificatrices :

Nous adoptons ici aussi les mêmes hypothèses utilisées pour le premier cas.

2.2.3 Formulation des équations gouvernantes:

Les équations de Navier-Stokes à l'échelle du pore restent valables mais leur résolution est impossible vu la complexité géométrique du milieu poreux. Ces considérations imposent l'utilisation de la méthode d'homogénéisation dite "méthode des prises de moyennes". Elle permet de donner des explications théoriques aux formulations empiriques de Darcy, Darcy-Brinkman et Darcy-Brinkman-Forchheimer. La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans un milieu poreux saturé est celle retenue dans ce cas.

2.2.3.1 Formulation vectorielle:

- **équation de continuité :**

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (2.2.1)$$

- **équation de mouvement :**

$$\underbrace{\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon_i} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_i^2} (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right)}_{\text{forces inertiels macroscopiques}} = - \underbrace{\vec{\nabla} P}_{\text{gradient de pression}} + \underbrace{\frac{\mu}{\varepsilon_i} \nabla^2 \vec{V}}_{\text{terme visqueux de Brinkman}} - \underbrace{\frac{\mu}{k_i} \vec{V}}_{\text{terme de Darcy}} - \underbrace{\frac{\rho_f}{\sqrt{k_i}} \frac{1.75}{\sqrt{150 \varepsilon_i^3}} |\vec{V}| \vec{V}}_{\text{forces inertiels microscopiques}} + \underbrace{\rho_f \vec{g}}_{\text{forces de volume}} \quad (2.2.2)$$

- **équation de la chaleur :**

Le principe de conservation de l'énergie conduit à l'équation suivante :

$$(\rho C_p)_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T = \lambda_p \nabla^2 T \quad (2.2.3)$$

- **équation de concentration :**

Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration suivante :

$$\varepsilon_i \frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) S = D \nabla^2 T \quad (2.2.4)$$

2.2.3.2 Formulation en coordonnées cartésiennes:

Introduisons les coordonnées cartésiennes définies sur la figure 2.2.1.

Le problème étant bidimensionnel donc les équations (2.2.1-2.2.4) s'écrivent :

- **équation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2.5)$$

- **équation de mouvement :**

suivant x:

$$\rho_0 \left(\frac{1}{\varepsilon_i} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_i^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\varepsilon_i} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{k_i} u - \frac{\rho_0}{\sqrt{k_i}} \frac{1.75}{\sqrt{150 \varepsilon_i^3}} \sqrt{(u^2 + v^2)} u + \rho_0 (\beta_T (T - T_i) + \beta_S (S - S_i)) g \sin \alpha \quad (2.2.6)$$

suivant y:

$$\rho_0 \left(\frac{1}{\varepsilon_i} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_i^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{\varepsilon_i} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{k_i} v - \frac{\rho_0}{\sqrt{k_i}} \frac{1.75}{\sqrt{150 \varepsilon_i^3}} \sqrt{(u^2 + v^2)} v + \rho_0 (\beta_T (T - T_i) + \beta_S (S - S_i)) g \cos \alpha \quad (2.2.7)$$

- **équation de la chaleur :**

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.8)$$

- **équation de concentration :**

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \left(u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} \right) = D \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.9)$$

2.2.4 Formulation des conditions aux limites dimensionnelles :

Les conditions initiales dimensionnelles sont :

$$\forall x : \begin{cases} y = 0 : T = T_h, S = S_h, u = v = 0 \\ y = H : T = T_l, S = S_l, u = v = 0 \end{cases} \quad (2.2.10a)$$

$$\forall y : x = 0 \text{ ou } L : \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = u = v = 0 \quad (2.2.10b)$$

À l'interface entre les deux milieux poreux :

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{L}{3}, \quad \frac{H}{2} < y < H \\ x = \frac{2}{3}L, \quad 0 < y \leq \frac{H}{2} \\ y = \frac{1}{2}H, \quad \frac{1}{3}L < x \leq \frac{2}{3}L \end{array} \right\} \varphi_1 = \varphi_2 \quad (2.2.10c)$$

Où φ peut correspondre à P, u, v, T et S.

2.2.5 Adimensionalisation :

Pour simplifier les équations et généraliser les résultats. Nous posons les quantités adimensionnelles suivantes :

$$x = \frac{x}{H}, y = \frac{y}{H}, u = \frac{u}{a/H}, v = \frac{v}{a/H}, T = \frac{T - T_l}{T_h - T_l}, S = \frac{S - S_l}{S_h - S_l}, P = \frac{\varepsilon^2 H^2}{\rho_0 a^2} P, t = \frac{a}{H^2} t \quad (2.2.10d)$$

- **équation de continuité:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2.11)$$

- **équation du mouvement :**

Suivant x :

$$\varepsilon_i \frac{\partial u}{\partial t} + \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \varepsilon_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{Pr \varepsilon_i^2}{Da_i} u - 1.75 \sqrt{\frac{\varepsilon_i (u^2 + v^2)}{150 Da_i}} u + (T + NS) Ra Pr \varepsilon_i^2 \sin \alpha \quad (2.2.12)$$

Suivant y :

$$\varepsilon_i \frac{\partial v}{\partial t} + \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \varepsilon_i \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{Pr \varepsilon_i^2}{Da_i} v - 1.75 \sqrt{\frac{\varepsilon_i (u^2 + v^2)}{150 Da_i}} v + (T + NS) Ra Pr \varepsilon_i^2 \cos \alpha \quad (2.2.13)$$

- **équation de la chaleur:**

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.14)$$

- **équation de concentration :**

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \left(u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} \right) = \frac{I}{Le} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.15)$$

Toutes les équations qui gouvernent notre problème peuvent s'écrire sous la forme conservative suivante :

$$\underbrace{a_\phi \frac{\partial \phi}{\partial t}}_{\text{Terme temporel}} + \underbrace{u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y}}_{\text{Terme convectif}} = \underbrace{\Gamma_\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)}_{\text{Terme de diffusion}} + \underbrace{C_\phi}_{\text{Terme source}} \quad (2.2.16)$$

ϕ : représente u, v, T et S

Γ_ϕ : Le coefficient de diffusion

C_ϕ : Le terme source

Ses expressions sont indiquées dans le tableau 2.2.1

Tableau 2.2.1 : Expressions de Γ_\emptyset et C_\emptyset pour les différentes équations.

Equations	\emptyset	a_\emptyset	Γ_\emptyset	C_\emptyset
Continuité	1	0	0	0
du mouvement suivant x	u	ε_i	$P_r \varepsilon_i$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{P_r \varepsilon_i^2}{Da_i} u - 1.75 \sqrt{\frac{\varepsilon_i(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} u + (T + NS) R_a P_r \varepsilon_i^2 \sin \alpha$
du mouvement suivant y	v	ε_i	$P_r \varepsilon_i$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{P_r \varepsilon_i^2}{Da_i} v - 1.75 \sqrt{\frac{\varepsilon_i(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} v + (T + NS) R_a P_r \varepsilon_i^2 \cos \alpha$
De chaleur	T	σ	1	0
De concentration	S	ε_i	$\frac{1}{Le}$	0

2.2.6 Formulation des conditions aux limites adimensionnelles :

$$\forall x : \begin{cases} y = 0 : T = 1, S = 1, u = v = 0 \\ y = 1 : T = 0, S = 0, u = v = 0 \end{cases} \quad (2.2.17a)$$

$$\forall y : x = 0 \text{ ou } A : \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = u = v = 0 \quad (2.2.17b)$$

À l'interface entre les deux milieux poreux :

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{A}{3}, \quad \frac{1}{2} < y < 1 \\ x = \frac{2}{3} A, \quad 0 < y \leq \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3} A < x \leq \frac{2}{3} A \end{array} \right\} \phi_1 = \phi_2 \quad (2.2.17c)$$

Où ϕ peut correspondre à P, u, v, T et S .

2.2.7 Transfert de chaleur et de masse :

L'étude du transfert de chaleur et de masse dans la cavité, nécessite la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse, donnés par le biais du nombre de Nusselt et Sherwood, respectivement. Les valeurs de ces derniers sur les parois horizontales, sont définies comme suit :

- Sur la paroi chaude :

$$Nu_h = -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad Sh_h = -\frac{\partial S}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2.2.18a)$$

- Sur la paroi froide :

$$Nu_l = -\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=l}, \quad Sh_l = -\frac{\partial S}{\partial y}\bigg|_{y=l} \quad (2.2.18b)$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood le long de ces parois sont calculées par les intégrales suivantes :

- Sur la paroi chaude :

$$Nu_h = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial T}{\partial y} dx \bigg|_{y=0}, \quad Sh_h = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial S}{\partial y} dx \bigg|_{y=0} \quad (2.2.18c)$$

- Sur la paroi froide :

$$Nu_l = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial T}{\partial y} dx \bigg|_{y=l}, \quad Sh_l = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial S}{\partial y} dx \bigg|_{y=l} \quad (2.2.18d)$$

CHAPITRE III:
RESOLUTION NUMERIQUE

1^{er} cas

3.1.1 Introduction :

Dans le chapitre précédent nous avons développé les équations de base régissant la convection naturelle, en milieu poreux. Les équations résultantes forment un système d'équations différentielles partielles non-linaires couplées. Ce sont par conséquent des équations difficiles à résoudre analytiquement et en général, on ne peut obtenir une solution de ces dernières que par le biais de méthodes numériques. Pour la résolution du système d'équations couplées, obtenu, et les conditions aux limites associées, nous considérons pour l'équation, (2.1.16) qui est une équation du type elliptique, une solution numérique par la méthode des différences centrées. Alors que pour les équations (2.1.17 et 2.1.18), qui sont des équations du type parabolique, nous considérons une solution numérique par la méthode des volumes finis.

Les deux méthodes sont très utilisées dans la solution numérique des problèmes de transferts, et sont bien exposées par **Patankar [50]** et **Nogotov [51]**.

3.1.2 Principe de la méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. Les équations algébriques sont obtenues par l'intégration des équations de conservation à travers ces derniers dont les centres constituent les nœuds.

La figure 3.1.1 représente le domaine de calcul.

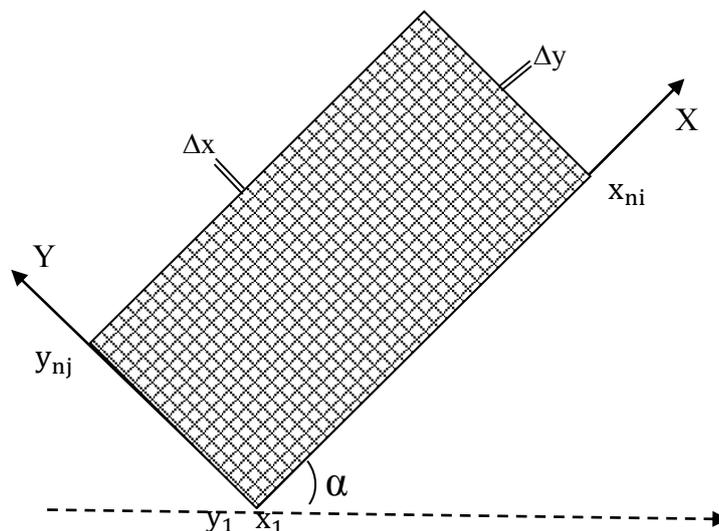


Figure 3.1.1 : Domaine de calcul

Nous utilisons des pas Δx et Δy constants et plus précisément, nous posons :

$$\Delta x = \frac{x_{ni} - x_1}{ni - 1}, \quad \Delta y = \frac{y_{nj} - y_1}{nj - 1}$$

$$A = \frac{x_{ni} - x_1}{y_{nj} - y_1} : \text{facteur de forme}$$

Avec:

ni : le nombre de points suivant x .

nj : le nombre de points suivant y .

3.1.3 Volume élémentaire d'intégration :

On découpe l'espace considéré selon les directions x et y en un ensemble de volumes élémentaires ou « volume de contrôle » égaux à « $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ ». (Le problème étant bidimensionnel, on prend l'unité dans la direction z comme épaisseur).

Le centre d'un volume fini typique est un point P et ses faces latérales « est », « ouest », « nord » et « sud », sont désignées respectivement, par les lettres, e , w , n et s . Chacun des volumes finis intérieurs est entouré de quatre autres volumes finis. Les centres de ces volumes sont les points E , W , N et S . Les variables scalaires (température, concentration,...) sont stockées aux points centrés dans les volumes finis. Donc les équations de transfert des variables scalaires sont intégrées dans le volume fini typique.

Les nœuds E et N sont pris dans les directions des coordonnées positives de x et y respectivement et les nœuds W et S dans les sens contraires.

La figure 3.1.2 représente un volume fini typique et son voisinage dans un domaine de calcul.

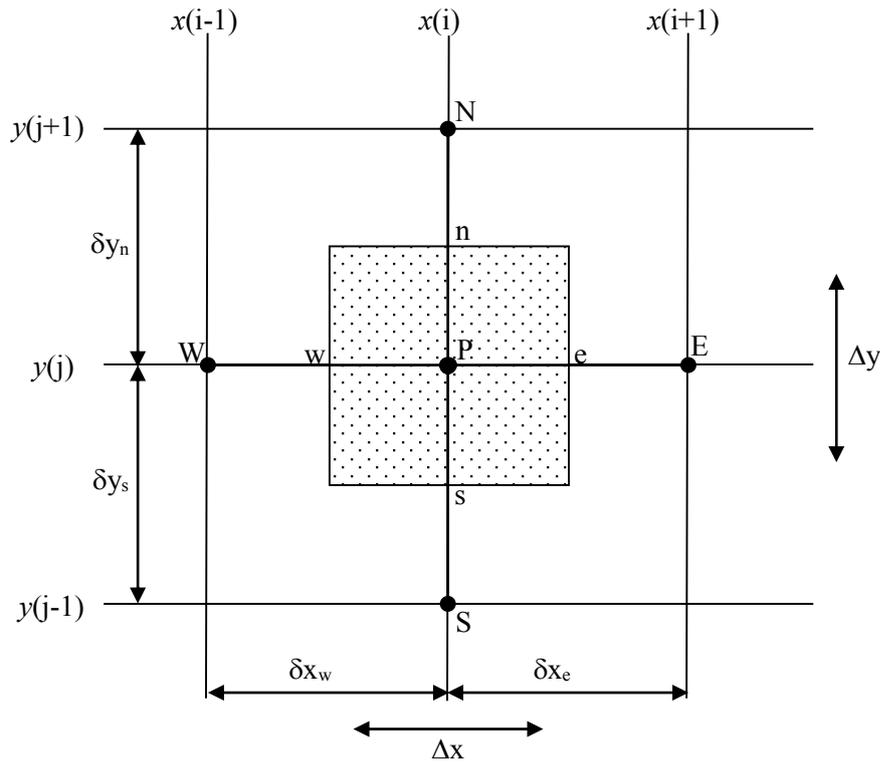


Figure 3.1.2 : Volume de contrôle

3.1.4 Discrétisation des équations de conservation :

3.1.4.1 L'équation de la chaleur et l'équation de concentration

Nous considérons l'équation de la chaleur (2.1.17), et l'équation de concentration (2.1.18) elles s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(uS - \frac{I}{Le} \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vS - \frac{I}{Le} \frac{\partial S}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.1.2)$$

Elles sont de la forme générale :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(u\varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = C_{\varphi} \quad (3.1.3a)$$

Le terme de source et le coefficient de diffusion sont spécifiés dans le tableau 3.1.1

Tableau 3.1.1 : Terme de source et coefficient de diffusion

Equation	φ	Γ_φ	C_φ
(3.1.1)	T	1	0
(3.1.2)	S	$\frac{1}{Le}$	0

L'équation de discrétisation d'une variable φ est obtenue par l'intégration de son équation de conservation dans un volume fini typique. Ci-après, nous présentons un cas de discrétisation d'une équation de transfert de φ .

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(u\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx dy + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(v\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx dy = 0 \quad (3.1.3b)$$

Posons :

$$J_x = \left(u\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \quad (3.1.4a)$$

$$J_y = \left(v\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \quad (3.1.4b)$$

Où J_x et J_y sont les flux totaux (convection plus diffusion)

En portant ces valeurs dans l'équation (3.1.3) et après l'intégration dans le volume de contrôle, on obtient :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = 0 \quad (3.1.5)$$

J_e, J_w, J_n et J_s sont les valeurs des flux totaux aux interfaces du volume de contrôle.

En intégrant aussi l'équation de continuité (2.1.15) dans le volume élémentaire, on obtient:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.1.6)$$

Où F_e, F_w, F_n et F_s sont les débits massiques (termes de convection) à travers les surfaces de ce volume :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= u_e \cdot \Delta y \\ F_w &= u_w \cdot \Delta y \\ F_n &= v_n \cdot \Delta x \\ F_s &= v_s \cdot \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (3.1.7)$$

En multipliant l'équation (3.1.6) par φ_P et en soustrayant l'équation obtenue de l'équation (3.1.5), il vient :

$$(J_e - F_e \cdot \varphi_P) - (J_w - F_w \cdot \varphi_P) + (J_n - F_n \cdot \varphi_P) - (J_s - F_s \cdot \varphi_P) = 0 \quad (3.1.8)$$

Nous utilisons le schéma de la loi de puissance (Power-Law) pour approcher les variations de φ entre les points du maillage, **Patankar [50]**. Ce schéma présente l'avantage d'être inconditionnellement stable. On peut représenter les termes entre parenthèses de l'équation (3.1.8) de la manière suivante :

$$\left. \begin{aligned} J_e - F_e \cdot \varphi_P &= a_E (\varphi_P - \varphi_E) \\ J_w - F_w \cdot \varphi_P &= a_W (\varphi_W - \varphi_P) \\ J_n - F_n \cdot \varphi_P &= a_N (\varphi_P - \varphi_N) \\ J_s - F_s \cdot \varphi_P &= a_S (\varphi_S - \varphi_P) \end{aligned} \right\} \quad (3.1.9)$$

Introduisons ces valeurs dans l'équation (3.1.8) on obtient :

$$a_E (\varphi_P - \varphi_E) - a_W (\varphi_W - \varphi_P) + a_N (\varphi_P - \varphi_N) - a_S (\varphi_S - \varphi_P) = 0 \quad (3.1.10)$$

Ce qui nous amène enfin à l'équation de discrétisation :

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S \quad (3.1.11)$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.1.12)$$

On introduit maintenant la fonction $A(|P|)$ du nombre de Péclet, qui est celle de la loi de puissance (Power-Law), d'après **Patankar [50]**, elle est donnée par :

$$A(|P|) = \left\| 0, (1 - 0.1|P|)^5 \right\|, \text{ Le symbole } \|A, B\| \text{ signifie que le maximum entre A et B est choisi.}$$

Les coefficients de l'équation algébrique (3.1.11) deviennent alors :

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + \| -F_e, 0 \| \\ a_W &= D_w A(|P_w|) + \| F_w, 0 \| \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + \| -F_n, 0 \| \\ a_S &= D_s A(|P_s|) + \| F_s, 0 \| \end{aligned} \right\} \quad (3.1.13)$$

Les grandeurs D_e, D_w, D_n et D_s sont les termes diffusifs, et P_e, P_w, P_n et P_s sont les nombres de Péclet, ils sont définis par :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{(\Gamma_\varphi)_e \Delta y}{(\delta x)_e}, & P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ D_w &= \frac{(\Gamma_\varphi)_w \Delta y}{(\delta x)_w}, & P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ D_n &= \frac{(\Gamma_\varphi)_n \Delta x}{(\delta y)_n}, & P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ D_s &= \frac{(\Gamma_\varphi)_s \Delta x}{(\delta y)_s}, & P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.14)$$

Les pas d'intégration $(\delta x)_e$, $(\delta x)_w$, $(\delta y)_n$ et $(\delta y)_s$ peuvent être égaux ou non aux pas de calcul Δx et Δy respectivement. Ils sont choisis constants et égaux aux pas Δx et Δy . Considérons que les interfaces n , s , e et w sont les milieux des (P, N) , (P, S) , (P, E) et (P, W) .

Dans ces conditions les grandeurs précédentes s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{(\Gamma_\varphi)_e \Delta y}{\Delta x} \\ D_w &= \frac{(\Gamma_\varphi)_w \Delta y}{\Delta x} \\ D_n &= \frac{(\Gamma_\varphi)_n \Delta x}{\Delta y} \\ D_s &= \frac{(\Gamma_\varphi)_s \Delta x}{\Delta y} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.15)$$

Parmi les conditions de convergence et de stabilité exigées par cette méthode, notons que tous les coefficients dans l'équation (3.1.11) doivent être positifs. Le coefficient a_P , doit être égal à la somme des autres coefficients.

La discrétisation précédente s'applique à l'équation d'énergie. En suivant les mêmes étapes de discrétisation, on obtient l'équation algébrique suivante :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S \quad (3.1.16)$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.1.17)$$

En introduisant la fonction de courant adimensionnelle ψ dans le système (3.1.7), il vient :

$$F_e = \Delta y \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_e, \quad F_w = \Delta y \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_w, \quad F_n = \Delta x \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_n, \quad F_s = \Delta x \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_s \quad (3.1.18)$$

Dans la suite nous supposons que :

$$\left. \begin{aligned} \psi_e &= \frac{\psi(i+1, j) + \psi(i, j)}{2}, & \psi_w &= \frac{\psi(i, j) + \psi(i-1, j)}{2} \\ \psi_n &= \frac{\psi(i, j+1) + \psi(i, j)}{2}, & \psi_s &= \frac{\psi(i, j) + \psi(i, j-1)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.19)$$

Le développement du gradient de la fonction de courant à l'interface "e" est établi d'après la démarche de **Nogotov [51]**, (cf. figure 3.1.3).

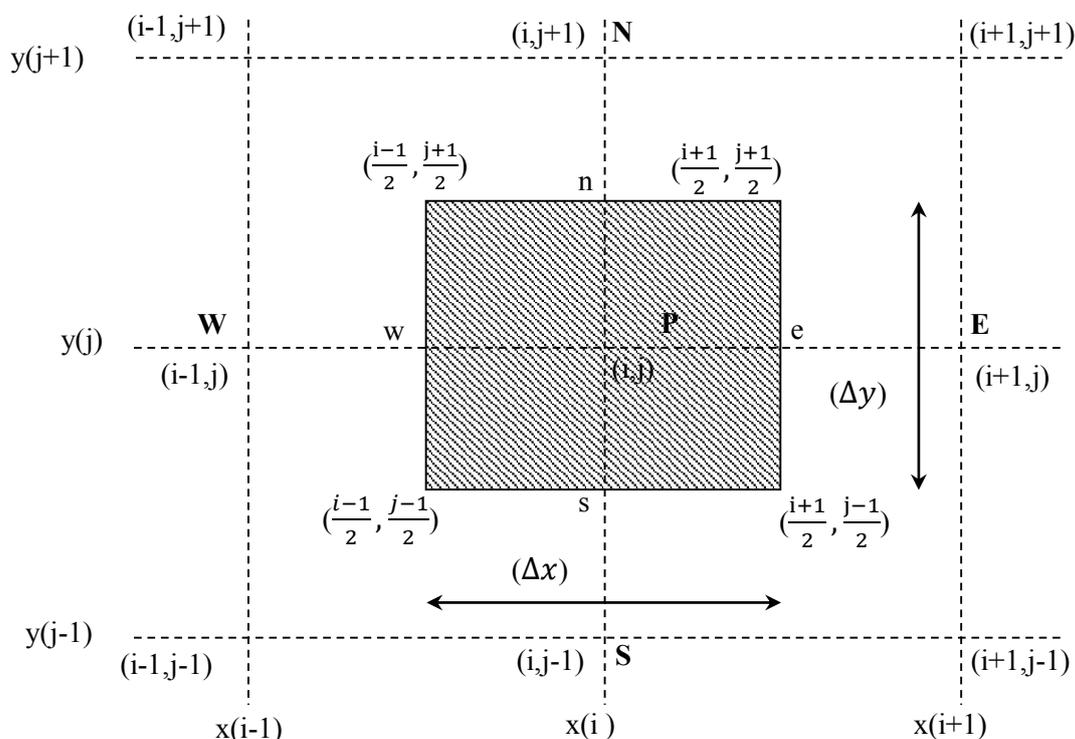


Figure 3.1.3 : Représentation schématique des nœuds P, E, W, N et S dans le maillage.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_e &= \frac{\psi\left(\frac{i+1}{2}, \frac{j+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{i+1}{2}, \frac{j-1}{2}\right)}{\Delta y} \\ &= \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{\psi(i+1, j+1) + \psi(i, j+1) + \psi(i, j) + \psi(i+1, j)}{4} - \frac{\psi(i+1, j) + \psi(i, j) + \psi(i, j-1) + \psi(i+1, j-1)}{4} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4\Delta y} (\psi(i+1, j+1) + \psi(i, j+1) - \psi(i, j-1) - \psi(i+1, j-1))$$

Donc:

$$F_e = \frac{1}{4} (\psi(i+1, j+1) + \psi(i, j+1) - \psi(i, j-1) - \psi(i+1, j-1)) \quad (3.1.20a)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_w = \frac{\psi\left(\frac{i-1}{2}, \frac{j+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{i-1}{2}, \frac{j-1}{2}\right)}{\Delta y}$$

$$F_w = \frac{1}{4} (\psi(i-1, j+1) + \psi(i, j+1) - \psi(i, j-1) - \psi(i-1, j-1)) \quad (3.1.20b)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_n = \frac{\psi\left(\frac{i+1}{2}, \frac{j+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{i-1}{2}, \frac{j+1}{2}\right)}{\Delta y}$$

$$F_n = \frac{1}{4} (\psi(i-1, j+1) + \psi(i-1, j) - \psi(i+1, j+1) - \psi(i+1, j)) \quad (3.1.20c)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_s = \frac{\psi\left(\frac{i+1}{2}, \frac{j-1}{2}\right) - \psi\left(\frac{i-1}{2}, \frac{j-1}{2}\right)}{\Delta y}$$

$$F_s = \frac{1}{4} (\psi(i-1, j) + \psi(i-1, j-1) - \psi(i+1, j) - \psi(i+1, j-1)) \quad (3.1.20d)$$

Comme nous l'avons montré précédemment dans le tableau 3.1.1, le coefficient Γ_φ prend la valeur 1. En portant cette valeur dans le système (3.1.15), les coefficients D_e , D_w , D_n et D_s s'écrivent :

$$D_e = D_w = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad D_n = D_s = \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.1.21)$$

Par suite, les nombres de Péclet dans le système (3.1.14) deviennent :

$$P_e = \frac{\Delta x}{\Delta y} F_e, \quad P_w = \frac{\Delta x}{\Delta y} F_w, \quad P_n = \frac{\Delta y}{\Delta x} F_n, \quad P_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} F_s \quad (3.1.22)$$

Pour homogénéiser les notations dans l'équation (3.1.16) on écrit P , E , W , N et S respectivement (i, j) , $(i+1, j)$, $(i-1, j)$, $(i, j+1)$, $(i, j-1)$.

Les coefficients a_E, a_W, a_N et a_S sont pris au nœud (i,j) . L'équation (3.1.16) peut finalement s'écrire sous la forme :

$$a_P T(i, j) = a_E T(i+1, j) + a_W T(i-1, j) + a_N T(i, j+1) + a_S T(i, j-1) \quad (3.1.23)$$

En suivant les mêmes étapes de discrétisation pour l'équation de concentration, on obtient :

$$D_e = D_w = \frac{l}{Le} \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad D_n = D_s = \frac{l}{Le} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.1.24)$$

$$P_e = \frac{\Delta x}{\Delta y} Le.F_e, \quad P_w = \frac{\Delta x}{\Delta y} Le.F_w, \quad P_n = \frac{\Delta y}{\Delta x} Le.F_n, \quad P_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} Le.F_s \quad (3.1.25)$$

$$a_P S(i, j) = a_E S(i+1, j) + a_W S(i-1, j) + a_N S(i, j+1) + a_S S(i, j-1) \quad (3.1.26)$$

3.1.4.2 L'équation de quantité de mouvement :

L'équation (2.1.16) étant de type elliptique, c'est pourquoi pour la discrétiser nous utiliserons les différences centrées:

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = \frac{\psi(i+1, j) + \psi(i-1, j) - 2\psi(i, j)}{\Delta x^2} + \frac{\psi(i, j+1) + \psi(i, j-1) - 2\psi(i, j)}{\Delta y^2} \quad (3.1.27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{T(i+1, j) - T(i-1, j)}{2\Delta x}, \quad \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{S(i+1, j) - S(i-1, j)}{2\Delta x} \quad (3.1.28a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{i,j} = \frac{T(i, j+1) - T(i, j-1)}{2\Delta y}, \quad \frac{\partial S}{\partial y} \Big|_{i,j} = \frac{S(i, j+1) - S(i, j-1)}{2\Delta y} \quad (3.1.28b)$$

L'équation (2.1.16) devient :

$$\begin{aligned} \psi(i, j) = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{-1} \left[\frac{\psi(i+1, j) + \psi(i-1, j)}{\Delta x^2} + \frac{\psi(i, j+1) + \psi(i, j-1)}{\Delta y^2} + \right. \\ & Ra^* (\cos \alpha \left(\frac{T(i+1, j) - T(i-1, j)}{2\Delta x} + N \frac{S(i+1, j) - S(i-1, j)}{2\Delta x} \right) \\ & \left. - \sin \alpha \left(\frac{T(i, j+1) - T(i, j-1)}{2\Delta y} + N \frac{S(i, j+1) - S(i, j-1)}{2\Delta y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.1.29)$$

3.1.5 Discrétisation des conditions aux limites :

Pour satisfaire les conditions imposées aux parois, on doit avoir :

$$\left. \begin{aligned} T(i, 1) = 1, \quad T(i, nj) = \theta, \quad S(1, j) = 1, \quad S(ni, j) = \theta \\ T(2, j) = T(1, j), \quad T(ni-1, j) = T(ni, j) \\ S(i, 2) = S(i, 1), \quad S(i, nj-1) = S(i, nj) \\ \psi(i, 1) = \psi(i, nj) = \psi(1, j) = \psi(ni, j) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1.30)$$

3.1.6 Discrétisation des composantes de la vitesse :

Nous utilisons aussi les différences centrées aussi, pour obtenir une expression discrétisée des composantes adimensionnelles u et v de la vitesse, ce qui nous donne :

$$\forall (i, j) : i \neq 1, i \neq ni, j \neq 1, j \neq nn$$

$$u(i, j) = \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{i, j} = \frac{\psi(i, j+1) - \psi(i, j-1)}{2\Delta y} \quad (3.1.31)$$

$$v(i, j) = - \left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{i, j} = - \frac{\psi(i+1, j) - \psi(i-1, j)}{2\Delta x} \quad (3.1.32)$$

3.1.7 Processus du calcul :

Pour résoudre le système d'équations (3.1.23), (3.1.26) et (3.1.29) nous utilisons la méthode proposée par **Nogotov [51]**.

Ces équations peuvent se mettre sous la forme suivante adaptée précisément à une résolution à l'aide d'une méthode itérative à coefficients de relaxation :

$$\begin{aligned} T^{n+1}(i, j) = & (1 - G_T) T^n(i, j) + \left(\frac{G_T}{a_P} \right) \left[a_E T^n(i+1, j) + a_W T^{n+1}(i-1, j) + \right. \\ & \left. a_N T^n(i, j+1) + a_S T^{n+1}(i, j-1) \right] \end{aligned} \quad (3.1.33)$$

$$\begin{aligned} S^{n+1}(i, j) = & (1 - G_S) S^n(i, j) + \left(\frac{G_S}{a_P} \right) \left[a_E S^n(i+1, j) + a_W S^{n+1}(i-1, j) + \right. \\ & \left. a_N S^n(i, j+1) + a_S S^{n+1}(i, j-1) \right] \end{aligned} \quad (3.1.34)$$

$$\begin{aligned}
\psi^{n+1}(i, j) = & (1 - G_P)\psi^n(i, j) + \frac{G_P}{2} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{-1} \left[\frac{\psi^n(i+1, j) + \psi^{n+1}(i-1, j)}{\Delta x^2} + \right. \\
& \frac{\psi^n(i, j+1) + \psi^{n+1}(i, j-1)}{\Delta y^2} + Ra^* (\cos \alpha) \left(\frac{T^{n+1}(i+1, j) - T^{n+1}(i-1, j)}{2\Delta x} + \right. \\
& N \frac{S^{n+1}(i+1, j) - S^{n+1}(i-1, j)}{2\Delta x} \left. \right) - \sin \alpha \left(\frac{T^{n+1}(i, j+1) - T^{n+1}(i, j-1)}{2\Delta y} + \right. \\
& \left. \left. N \frac{S^{n+1}(i, j+1) - S^{n+1}(i, j-1)}{2\Delta y} \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.1.35}$$

n : l'ordre d'intégration.

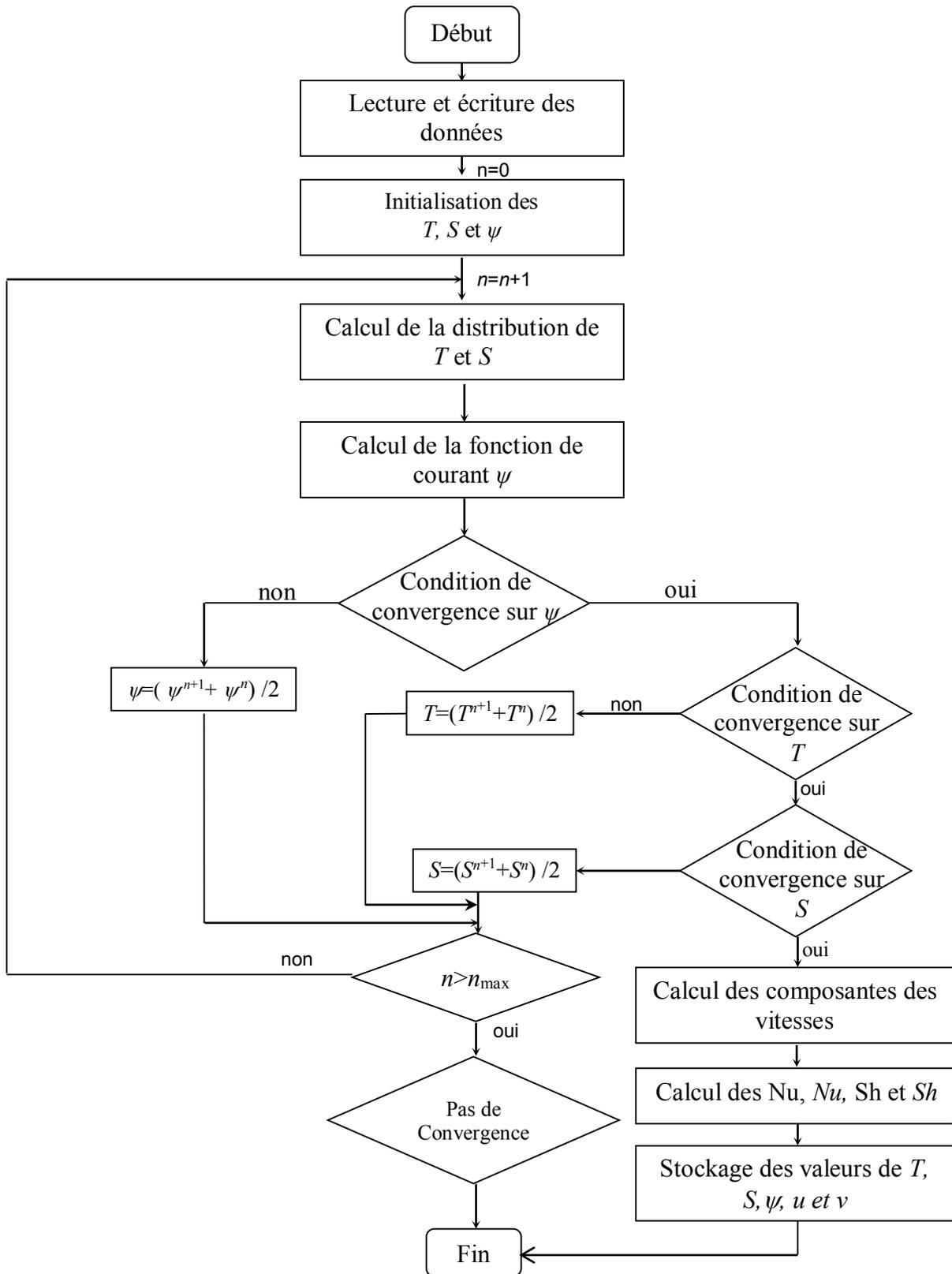
Les paramètres G_T , G_S et G_P sont les "facteurs de relaxation". Leurs valeurs dépendent, en principe, de la valeur du nombre de Darcy-Rayleigh modifié (Ra^*).

Nous résolvons le système d'équations (3.1.33), (3.1.34) et (3.1.35) de la façon suivante :

1. Initialisation des valeurs de chaque variable au sein du maillage.
2. Calcul de la distribution de la température et de la concentration.
3. Calcul de la distribution de la fonction de courant.
4. Le processus itératif répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement significatif de la valeur de ψ par rapport au critère de convergence suivant :

$$\left| \frac{\max \psi^{n+1} - \max \psi^n}{\max \psi^{n+1}} \right| \leq 10^{-8} \tag{3.1.36}$$

5. Le même critère est utilisé pour la température et la concentration.
6. Calcul des composantes de la vitesse.
7. Stockage des valeurs de T , S et ψ .



2^{ème} cas

3.2.1 Discrétisation des équations de conservation :

On intègre l'équation générale de transport (2.2.16) sur un volume de contrôle et en fonction du temps, on trouve alors :

$$\int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} A \phi \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt + \int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} \frac{\partial u \phi}{\partial x} dx dy dt + \int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} \frac{\partial v \phi}{\partial y} dx dy dt = \int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt + \int_{w_s} \int_t^{e n t + \Delta t} C \phi dx dy dt \quad (3.2.1)$$

$$\begin{aligned} & (\phi_P - \phi_P^0) A \phi \Delta x \Delta y + [(u \phi)_e - (u \phi)_w] \Delta y \Delta t + [(v \phi)_n - (v \phi)_s] \Delta x \Delta t = \\ & \left[\left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta t + \left[\left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \Delta t + \overline{C \phi} \cdot \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

ϕ_P et ϕ_P^0 sont les valeurs de la variable ϕ au point P aux temps $t + \Delta t$ et t respectivement.

$\overline{C \phi}$ est la valeur moyenne de $C \phi$ dans ce volume élémentaire. Ce terme peut généralement être linéarisé en fonction de ϕ_P (au nœud P) et se mettre sous la forme :

$$\overline{C \phi} = C_0 + C_P \cdot \phi_P \quad (3.2.3a)$$

C_0 est la partie de C qui ne dépend pas de ϕ_P et C_P est le coefficient de ϕ_P

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2}, \quad \phi_w = \frac{\phi_P + \phi_W}{2}, \quad \phi_n = \frac{\phi_N + \phi_P}{2}, \quad \phi_s = \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \quad (3.2.3b)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \quad (3.2.3c)$$

En remplace les termes des équations (3.2.3) par leurs expressions, on obtient l'équation:

$$\begin{aligned} & (\phi_P - \phi_P^0) \frac{A \phi \Delta x \Delta y}{\Delta t} + \left[u_e \frac{\phi_E + \phi_P}{2} - u_w \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \right] \Delta y + \left[v_n \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - v_s \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \right] \Delta x = \\ & \left[\Gamma \phi_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} - \Gamma \phi_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \right] \Delta y + \left[\Gamma \phi_n \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} - \Gamma \phi_s \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \right] \Delta x + (C_0 + C_P \cdot \phi_P) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{A_\phi \Delta x \Delta y}{\Delta t} + \frac{u_e}{2} \Delta y + \Gamma \phi_e \frac{\Delta y}{\delta x_e} - \frac{u_w}{2} \Delta y + \Gamma \phi_w \frac{\Delta y}{\delta x_w} + \frac{v_n}{2} \Delta x + \Gamma \phi_n \frac{\Delta x}{\delta y_n} - \frac{v_s}{2} \Delta x + \Gamma \phi_s \frac{\Delta x}{\delta y_s} - C_P \Delta x \Delta y \right) \phi_P = \\
 & \left(-\frac{u_e}{2} \Delta y + \Gamma \phi_e \frac{\Delta y}{\delta x_e} \right) \phi_E + \left(\frac{u_w}{2} \Delta y + \Gamma \phi_w \frac{\Delta y}{\delta x_w} \right) \phi_W + \left(-\frac{v_n}{2} \Delta x + \Gamma \phi_n \frac{\Delta x}{\delta y_n} \right) \phi_N + \left(\frac{v_s}{2} \Delta x + \Gamma \phi_s \frac{\Delta x}{\delta y_s} \right) \phi_S + \\
 & \frac{A_\phi \Delta x \Delta y}{\Delta t} \phi_P^0 + C_0 \Delta x \Delta y
 \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

Après l'arrangement on obtient l'équation :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{3.2.6}$$

Avec :

$$a_E = D_e - \frac{1}{2} F_e, \quad a_W = D_w + \frac{1}{2} F_w, \quad a_N = D_n - \frac{1}{2} F_n, \quad a_S = D_s + \frac{1}{2} F_s \tag{3.2.7}$$

$$\left. \begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Gamma \phi_e \Delta y}{\delta x_e} F_e = u_e \Delta y \\
 D_w &= \frac{\Gamma \phi_w \Delta y}{\delta x_w} F_w = u_w \Delta y \\
 D_n &= \frac{\Gamma \phi_n \Delta x}{\delta y_n} F_n = v_n \Delta x \\
 D_s &= \frac{\Gamma \phi_s \Delta x}{\delta y_s} F_s = v_s \Delta x
 \end{aligned} \right\} \tag{3.2.8}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s + a_P^0 - C_P \Delta x \Delta y \tag{3.2.9}$$

$$a_P^0 = \frac{A_\phi \Delta x \Delta y}{\Delta t} \tag{3.2.10}$$

$$b = C_0 \Delta x \Delta y + a_P^0 \phi_P^0 \tag{3.2.11}$$

En intégrant aussi l'équation de continuité dans le volume élémentaire, on obtient :

$$(u_e - u_w) \Delta y + (v_n - v_s) \Delta x = 0 \tag{3.2.12a}$$

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{3.2.12b}$$

L'équation (3.2.9) devient :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - C_P \Delta x \Delta y \tag{3.2.13}$$

Pour la discrétisation spatiale, nous utilisons le schéma de la loi de puissance (Power-Law), **Patankar [50]**.

$$A(|P|) = \left\| 0, (1-0.1|P|)^5 \right\| \quad (3.2.14)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (3.2.15)$$

Les coefficients de l'équation algébrique (3.2.6) deviennent alors :

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + \| -F_e, 0 \| \\ a_W &= D_w A(|P_w|) + \| F_w, 0 \| \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + \| -F_n, 0 \| \\ a_S &= D_s A(|P_s|) + \| F_s, 0 \| \end{aligned} \right\} \quad (3.2.16)$$

Notons que tous les coefficients dans l'équation (3.2.6) doivent être positifs. C_P doit être négatif et le coefficient a_P doit être égal à la somme des autres coefficients et $C_P \Delta x \Delta y$.

Pour résoudre le système d'équations, nous utilisons la méthode itérative à coefficients de relaxation. La technique de sous-relaxation est un moyen permettant de contrôler la divergence. Elle consiste à introduire un facteur de sous-relaxation G_ϕ compris entre 0 et 1 dans l'équation (3.2.6) comme suit :

$$\phi_P = (1 - G_\phi) \phi_P^* + \left(\frac{G_\phi}{a_P} \right) [a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b] \quad (3.2.17)$$

ϕ_P^* est la valeur de ϕ_P obtenue à une itération précédente.

L'équation ci-dessus peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{a_P}{G_\phi} \right) \phi_P = \frac{(1 - G_\phi)}{G_\phi} a_P \phi_P^* + [a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b] \quad (3.2.18)$$

3.2.2 Considérations pour le champ dynamique :

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse révèle que ces dernières ne peuvent être obtenues directement par la résolution des équations du mouvement. En effet, ces équations contiennent le gradient de pression qui est un terme source important, lequel n'est pas exprimé en termes de composantes de vitesse ou d'autres variables. Cependant, la pression est indirectement spécifiée à travers l'équation de continuité. Une autre difficulté surgit aussi pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux mêmes nœuds, plusieurs champs physiques irréels peuvent être considérés comme solutions. L'un des remèdes pour cet inconvénient est le maillage décalé. Ce type de maillage permet de stocker les composantes de la vitesse sur les faces des volumes de contrôle.

Dans le maillage décalé ; figures (3.2.3a) et (3.2.3b), les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables ϕ , y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux.

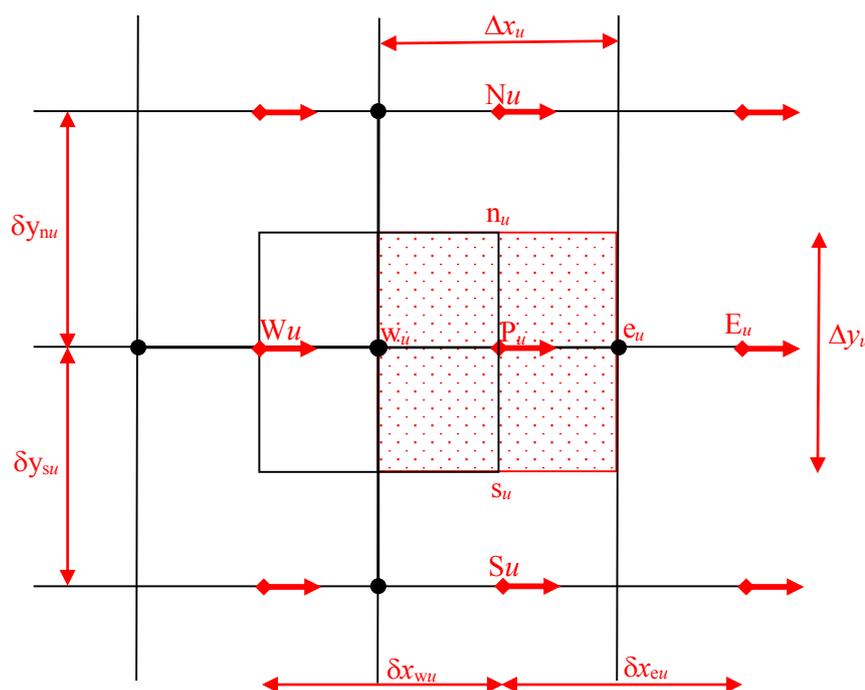


Figure 3.2.3a : Volumes de contrôle pour u (Maillage Décalé suivant x)

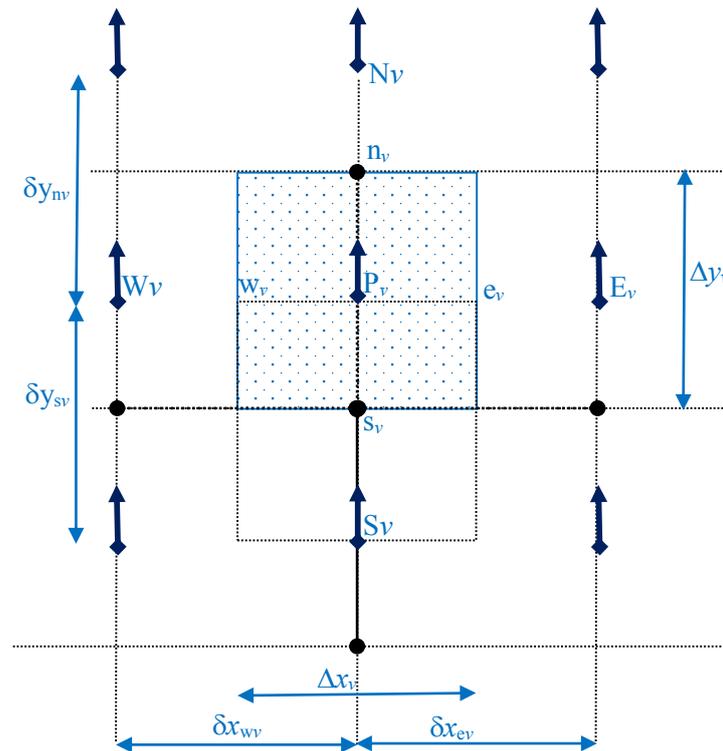


Figure 3.2.3b : Volumes de contrôle pour v (Maillage Décalé suivant y)

3.2.3 Discrétisation des équations dynamiques:

3.2.3.1 Equation du mouvement suivant x :

L'équation du mouvement dans la direction x sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure (3.2.3a). D'après cette figure, on peut noter que les nœuds, w_u , P_u et e_u correspondent respectivement aux nœuds P, e et E.

L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction x à travers le volume de contrôle de la figure (3.2.3a) donne :

$$a_{Pu}^u P_u = a_{Eu}^u E_u + a_{Wu}^u W_u + a_{Nu}^u N_u + a_{Su}^u S_u + b_u \tag{3.2.19}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{Eu} &= D_{eu} A(P_{eu}) + \| -F_{eu}, 0 \| \\ a_{Wu} &= D_{wu} A(P_{wu}) + \| F_{wu}, 0 \| \\ a_{Nu} &= D_{nu} A(P_{nu}) + \| -F_{nu}, 0 \| \\ a_{Su} &= D_{su} A(P_{su}) + \| F_{su}, 0 \| \end{aligned} \right\} \tag{3.2.20}$$

$$\left. \begin{aligned} D_{eu} &= \Gamma u_{eu} \frac{\Delta y_u}{\delta x_{eu}} = P_r \varepsilon_i \frac{\Delta y}{\Delta x}, & F_{eu} &= u_{eu} \Delta y_u = \frac{u_{Pu} + u_{Eu}}{2} \Delta y \\ D_{wu} &= \Gamma u_{wu} \frac{\Delta y_u}{\delta x_{wu}} = P_r \varepsilon_i \frac{\Delta y}{\Delta x}, & F_{wu} &= u_{wu} \Delta y_u = \frac{u_{Wu} + u_{Pu}}{2} \Delta y \\ D_{nu} &= \Gamma u_{nu} \frac{\Delta x_u}{\delta y_{nu}} = P_r \varepsilon_i \frac{\delta x_e}{\delta y_n}, & F_{nu} &= v_{nu} \Delta x_u = \frac{v_P + v_E}{2} \delta x_e \\ D_{su} &= \Gamma u_{su} \frac{\Delta x_u}{\delta y_{su}} = P_r \varepsilon_i \frac{\delta x_e}{\delta y_s}, & F_{su} &= v_{su} \Delta x_u = \frac{v_S + v_{SE}}{2} \delta x_e \end{aligned} \right\} \quad (3.2.21)$$

$$a_{Pu} = a_{Eu} + a_{Wu} + a_{Nu} + a_{Su} + a_{Pu}^0 - C_{Pu} \Delta x_u \Delta y_u \quad (3.2.22a)$$

$$a_{Pu}^0 = \varepsilon_i \frac{\Delta x_u \Delta y_u}{\Delta t} = \varepsilon_i \frac{\delta x_e \Delta y}{\Delta t} \quad (3.2.22b)$$

$$C_{Pu} \Delta x_u \Delta y_u = - \left(\frac{P_r}{Da_i} \varepsilon_i^2 + 1.75 \sqrt{\frac{(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} \varepsilon_i \right) \delta x_e \Delta y \quad (3.2.22c)$$

$$a_{Pu} = a_{Eu} + a_{Wu} + a_{Nu} + a_{Su} + \varepsilon_i \frac{\delta x_e \Delta y}{\Delta t} + \left(\frac{P_r}{Da_i} \varepsilon_i^2 + 1.75 \sqrt{\frac{(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} \varepsilon_i \right) \delta x_e \Delta y \quad (3.2.23)$$

$$\begin{aligned} b_u &= -(P_{eu} - P_{wu}) \Delta y_u + R_a P_r \varepsilon_i^2 (T_{Pu} + NS_{Pu}) \Delta x_u \Delta y_u \sin \alpha + \varepsilon_i \frac{\Delta x_u \Delta y_u}{\Delta t} u_{Pu}^0 \\ &= (P_P - P_E) \Delta y + R_a P_r \varepsilon_i^2 \left(\frac{T_E + T_P}{2} + N \frac{S_E + S_P}{2} \right) \delta x_e \Delta y \sin \alpha + \varepsilon_i \frac{\delta x_e \Delta y}{\Delta t} u_{Pu}^0 \end{aligned} \quad (3.2.24)$$

3.2.3.2 Equation du mouvement suivant y :

L'équation du mouvement dans la direction y sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers le haut, figure (3.2.3b). D'après cette figure, on peut noter que les nœuds s_v , P_v et n_v correspondent respectivement aux nœuds P, n et N.

En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en x , la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction y est obtenue comme suit:

$$a_{Pv} v_{Pv} = a_{Ev} v_{Ev} + a_{Wv} v_{Wv} + a_{Nv} v_{Nv} + a_{Sv} v_{Sv} + b_v \quad (3.2.25)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{Ev} &= D_{ev} A(P_{ev}) + \| -F_{ev}, 0 \| \\ a_{Wv} &= D_{wv} A(P_{wv}) + \| F_{wv}, 0 \| \\ a_{Nv} &= D_{nv} A(P_{nv}) + \| -F_{nv}, 0 \| \\ a_{Sv} &= D_{sv} A(P_{sv}) + \| F_{sv}, 0 \| \end{aligned} \right\} \quad (3.2.26)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{ev} &= \Gamma v_{ev} \frac{\Delta y_v}{\Delta x_{ev}} = P_r \varepsilon_i \frac{\delta y_n}{\Delta x_e}, & F_{ev} &= u_{ev} \Delta y_v = \frac{u_N + u_P}{2} \delta y_n \\ D_{wv} &= \Gamma v_{wv} \frac{\Delta y_v}{\Delta x_{wv}} = P_r \varepsilon_i \frac{\delta y_n}{\Delta x_w}, & F_{wv} &= u_{wv} \Delta y_v = \frac{u_W + u_{WN}}{2} \delta y_n \\ D_{nv} &= \Gamma v_{nv} \frac{\Delta x_v}{\delta y_{nv}} = P_r \varepsilon_i \frac{\Delta x}{\Delta y}, & F_{nv} &= v_{nv} \Delta x_v = \frac{v_{Nv} + v_{Pv}}{2} \Delta x \\ D_{sv} &= \Gamma v_{sv} \frac{\Delta x_v}{\delta y_{sv}} = P_r \varepsilon_i \frac{\Delta x}{\Delta y}, & F_{sv} &= v_{sv} \Delta x_v = \frac{v_{Sv} + v_{Pv}}{2} \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (3.2.27)$$

$$a_{Pv} = a_{Ev} + a_{Wv} + a_{Nv} + a_{Sv} + a_{Pv}^0 - C_{Pv} \Delta x_v \Delta y_v \quad (3.2.28a)$$

$$a_{Pv}^0 = \varepsilon_i \frac{\Delta x_v \Delta y_v}{\Delta t} = \varepsilon_i \frac{\Delta x \delta y_n}{\Delta t} \quad (3.2.28b)$$

$$C_{Pv} \Delta x_v \Delta y_v = - \left(\frac{P_r}{Da_i} \varepsilon_i^2 + 1.75 \sqrt{\frac{(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} \varepsilon_i \right) \Delta x \delta y_n \quad (3.2.28c)$$

$$a_{Pv} = a_{Ev} + a_{Wv} + a_{Nv} + a_{Sv} + \varepsilon_i \frac{\Delta x \delta y_n}{\Delta t} + \left(\frac{P_r}{Da_i} \varepsilon_i^2 + 1.75 \sqrt{\frac{(u^2 + v^2)}{150 Da_i}} \varepsilon_i \right) \Delta x \delta y_n \quad (3.2.29)$$

$$\begin{aligned} b_v &= -(P_{nv} - P_{sv}) \Delta x_v + R_a P_r \varepsilon_i^2 (T_{Pv} + NS_{Pv}) \Delta x_v \Delta y_v \cos \alpha + \varepsilon_i \frac{\Delta x_v \Delta y_v}{\Delta t} v_{Pv}^0 \\ &= (P_P - P_N) \Delta y + R_a P_r \varepsilon_i^2 \left(\frac{T_N + T_P}{2} + N \frac{S_N + S_P}{2} \right) \Delta x \delta y_n \cos \alpha + \varepsilon_i \frac{\Delta x \delta y_n}{\Delta t} v_{Pv}^0 \end{aligned} \quad (3.2.30)$$

Ces équations ne peuvent être résolues que lorsque le champ de pression est donné ou il est estimé. Le champ de vitesse résultant ne satisfera pas à l'équation de continuité sauf si le champ de pression correct est utilisé.

Un tel champ de vitesse imparfait basé sur un champ de pression prédéterminé P^* sera noté u^* , v^* . Ce champ de vitesse « * » résultera de la solution des équations discrétisés suivantes :

$$a_{Pu}u_{Pu}^* = a_{Eu}u_{Eu}^* + a_{Wu}u_{Wu}^* + a_{Nu}u_{Nu}^* + a_{Su}u_{Su}^* + (P_P^* - P_E^*)\Delta y + b'_u \quad (3.2.31)$$

$$a_{Pv}v_{Pv}^* = a_{Ev}v_{Ev}^* + a_{Wv}v_{Wv}^* + a_{Nv}v_{Nv}^* + a_{Sv}v_{Sv}^* + (P_P^* - P_N^*)\Delta x + b'_v \quad (3.2.32)$$

$$b'_u = R_a P_r \varepsilon_i^2 \delta x_e \Delta y \sin \alpha \left(\frac{T_E + T_P}{2} + N \frac{S_E + S_P}{2} \right) + \varepsilon_i \frac{\delta x_e \Delta y}{\Delta t} u_{Pu}^0 \quad (3.2.33a)$$

$$b'_v = R_a P_r \varepsilon_i^2 \Delta x \delta y_n \cos \alpha \left(\frac{T_N + T_P}{2} + N \frac{S_N + S_P}{2} \right) + \varepsilon_i \frac{\Delta x \delta y_n}{\Delta t} v_{Pv}^0 \quad (3.2.33b)$$

Soient u' , v' et P' les valeurs à apporter pour corriger la solution notée par (*). Les meilleures valeurs seront donc :

$$\left. \begin{aligned} u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \\ P &= P^* + P' \end{aligned} \right\} \quad (3.2.34)$$

Par une manipulation des équations (3.2.19), (3.2.25), (3.2.31), (3.2.32) et (3.2.34) et la négligence des termes $\sum au'$ et $\sum av'$ on obtient :

$$\left. \begin{aligned} u'_{Pu} &= d_{Pu} (P'_P - P'_E) \\ v'_{Pv} &= d_{Pv} (P'_P - P'_N) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.35)$$

$$\text{Avec : } d_{Pu} = \frac{\Delta y}{a_{Pu}}, \quad d_{Pv} = \frac{\Delta x}{a_{Pv}}$$

Après substitution, on obtient les équations de vitesses suivantes :

$$\left. \begin{aligned} u_{Pu} &= u_{Pu}^* + d_{Pu} (P'_P - P'_E) \\ v_{Pv} &= v_{Pv}^* + d_{Pv} (P'_P - P'_N) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.36a)$$

Donc

$$\left. \begin{aligned} u_e &= u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \\ v_n &= v_n^* + d_n (P'_P - P'_N) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.36b)$$

Comme u_e et v_n sont les bonnes valeurs, elles doivent donc satisfaire l'équation de continuité (3.2.12a). On obtient donc :

$$(u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) - u_w^* - d_w (P'_W - P'_P)) \Delta y + (v_n^* + d_n (P'_P - P'_N) - v_s^* - d_s (P'_S - P'_P)) \Delta x = 0 \quad (3.2.37a)$$

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b'_P \quad (3.2.37b)$$

$$\left. \begin{aligned} a_E &= d_e \Delta y, & a_W &= d_w \Delta y, & a_N &= d_n \Delta x, & a_S &= d_s \Delta x \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \end{aligned} \right\} \quad (3.2.38)$$

$$b'_P = (u_w^* - u_e^*) \Delta y + (v_s^* - v_n^*) \Delta x \quad (3.2.39)$$

Afin d'augmenter la vitesse de convergence de la solution, avec la résolution de l'équation précédente on peut utiliser l'algorithme SIMPLER, **Patankar [50]**, pour faire la correction de la pression. L'équation nécessaire pour obtenir le champ de pression peut être dérivée comme suit:

Premièrement on peut écrire l'équation (3.2.19) sous la forme:

$$u_e = \frac{\sum au + b'_u}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (3.2.40)$$

On définit des pseudo-vitesses (les vitesses sans le terme des forces de pression) par :

$$\hat{u}_e = \frac{\sum au + b'_u}{a_e}, \quad \hat{v}_n = \frac{\sum av + b'_v}{a_n} \quad (3.2.41)$$

L'équation (3.2.40) devient:

$$\left. \begin{aligned} u_e &= \hat{u}_e + d_e (P_P - P_E) \\ v_n &= \hat{v}_n + d_n (P_P - P_N) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.42)$$

La similitude entre ces équations et les équations (3.2.36) nous permet d'écrire l'équation de pression sous la forme :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b_P \quad (3.2.43)$$

a_P, a_E, a_W, a_N et a_S sont les mêmes que ceux définis dans l'équation (3.2.19)

$$b_P = (\hat{u}_w - \hat{u}_e) \Delta y + (\hat{v}_s - \hat{v}_n) \Delta x \quad (3.2.44)$$

L'algorithme SIMPLER consiste à résoudre les équations de pression et de correction de pression pour corriger les vitesses. Les opérations séquentielles pour cet algorithme sont:

- 1- On Commence par un champ de vitesse supposé.

- 2- On Calcule les coefficients des équations de quantité de mouvement, et donc on calcule les pseudo-vitesses \hat{u}, \hat{v} à partir des équations telles que (3.2.41).
- 3- On Calcule les coefficients des équations de pression (3.2.43), et les résoutre pour obtenir le champ de pression.
- 4- On traite ce champ de pression comme P^* , on résout les équations de quantité de mouvement pour obtenir u^*, v^* .
- 5- On calcule le terme source b'_p et on résout donc l'équation de P' .
- 6- On corrige le champ de vitesse par l'utilisation de l'équation (3.2.36), sans correction de la pression.
- 7- On résout les autres équations discrétisées pour les autres variables, si nécessaire.
- 8- On retourne à l'étape 2 et on répète jusqu'à ce qu'il y ait convergence.

3.2.3.3 L'équation d'énergie :

Après l'intégration de l'équation d'énergie dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (3.2.2), on obtient l'équation discrétisée suivante :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S \quad (3.2.45)$$

Les coefficients a_P, a_E, a_W, a_N et a_S sont définis dans l'équation (3.2.16), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \Gamma_{T_e} \frac{\Delta y}{\delta x_e} = \frac{\Delta y}{\delta x_e}, & F_e &= u_e \Delta y \\ D_w &= \Gamma_{T_w} \frac{\Delta y}{\delta x_w} = \frac{\Delta y}{\delta x_w}, & F_w &= u_w \Delta y \\ D_n &= \Gamma_{T_n} \frac{\Delta x}{\delta y_n} = \frac{\Delta x}{\delta y_n}, & F_n &= v_n \Delta x \\ D_s &= \Gamma_{T_s} \frac{\Delta x}{\delta y_s} = \frac{\Delta x}{\delta y_s}, & F_s &= v_s \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (3.2.46)$$

3.2.3.4 L'équation de concentration :

Après l'intégration de l'équation de concentration dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (3.2.2), on obtient l'équation discrétisée suivante :

$$a_P S_P = a_E S_E + a_W S_W + a_N S_N + a_S S_S \quad (3.2.47)$$

Les coefficients a_P, a_E, a_W, a_N et a_S sont définis dans l'équation (3.2.16), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \Gamma_{S_e} \frac{\Delta y}{\delta x_e} = \frac{l}{Le} \frac{\Delta y}{\delta x_e}, & F_e &= u_e \Delta y \\ D_w &= \Gamma_{S_w} \frac{\Delta y}{\delta x_w} = \frac{l}{Le} \frac{\Delta y}{\delta x_w}, & F_w &= u_w \Delta y \\ D_n &= \Gamma_{S_n} \frac{\Delta x}{\delta y_n} = \frac{l}{Le} \frac{\Delta x}{\delta y_n}, & F_n &= v_n \Delta x \\ D_s &= \Gamma_{S_s} \frac{\Delta x}{\delta y_s} = \frac{l}{Le} \frac{\Delta x}{\delta y_s}, & F_s &= v_s \Delta x \end{aligned} \right\} \quad (3.2.48)$$

3.2.4 Etude du maillage :

L'étude de l'influence du maillage sur la valeur du nombre de Nusselt et Sherwood moyen de la paroi chaude et sur la valeur de la fonction de courant maximale est illustrée par les figures (3.2.4), (3.2.5) et (3.2.6). Elle nous a permis de constater que le maillage choisi (66x66) réalisait un bon compromis entre le temps et la précision des calculs.

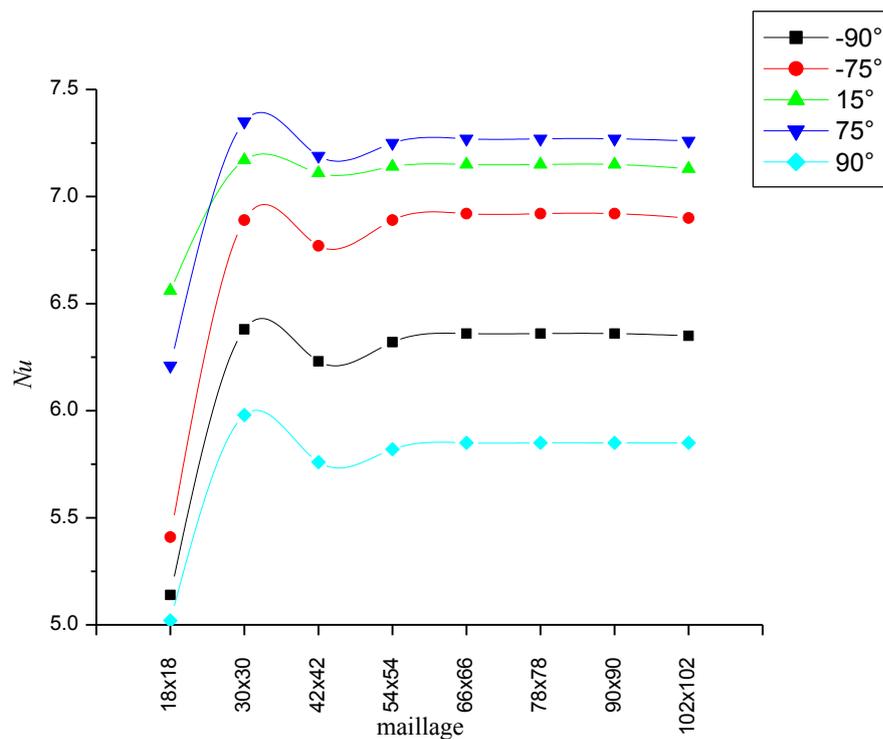


Figure 3.2.4 : Variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du maillage. $A=1$, $N=3$ et $Le=0.1$

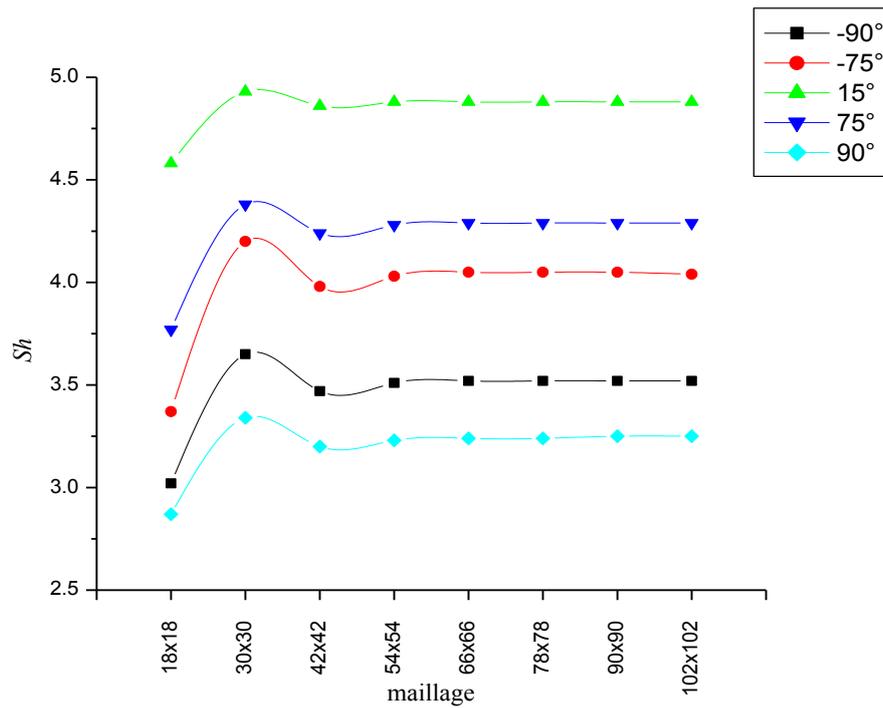


Figure 3.5 : Variation du nombre de Sherwood moyen Sh sur la paroi chaude en fonction du maillage. $A=1$, $N=3$ et $Le=0.1$

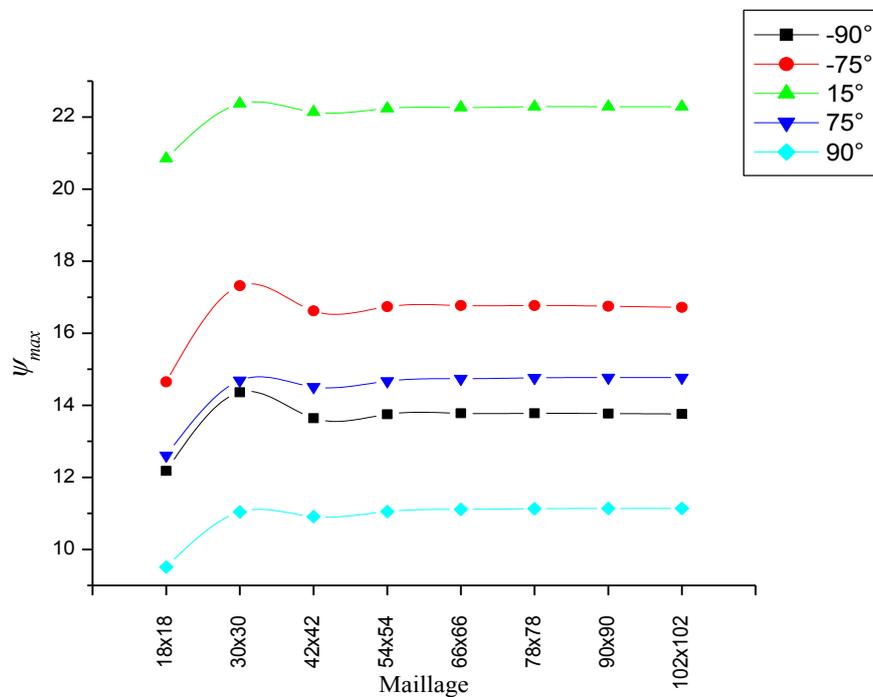


Figure 3.6 : Variation de la valeur de la fonction de courant maximale en fonction du maillage.

Nous avons utilisé aussi divers maillages pour essayer de voir si la structure de l'écoulement dépend du raffinement du maillage ou non. La figure 3.2.7 représente les lignes de courant pour les maillages (102x102), (78x78) et (66x66). Cette figure montre l'indépendance de la structure de l'écoulement, du raffinement du maillage.

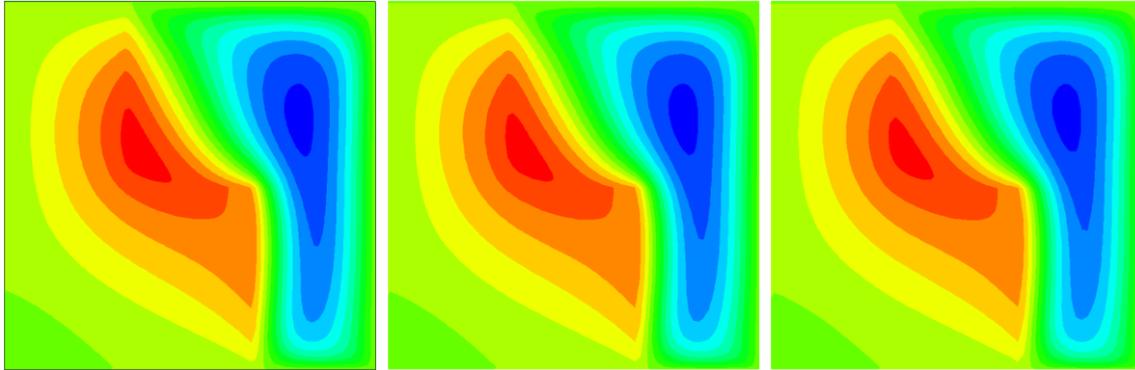


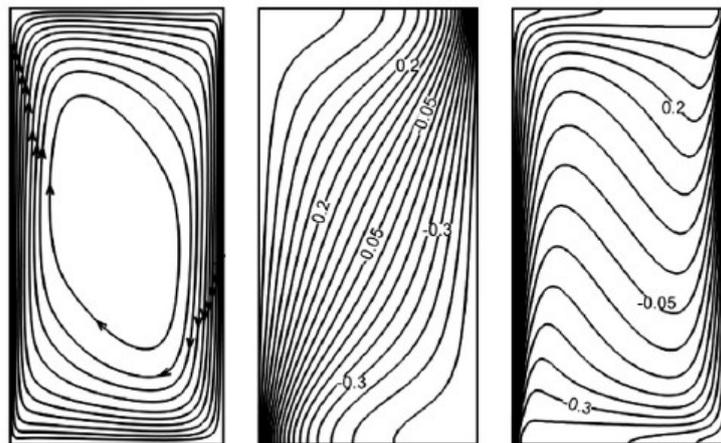
Figure 3.2.7 : Lignes de courant respectivement, pour les maillages (102x102), (78x78) et (66x66)

3.2.5 Validation du code de calcul :

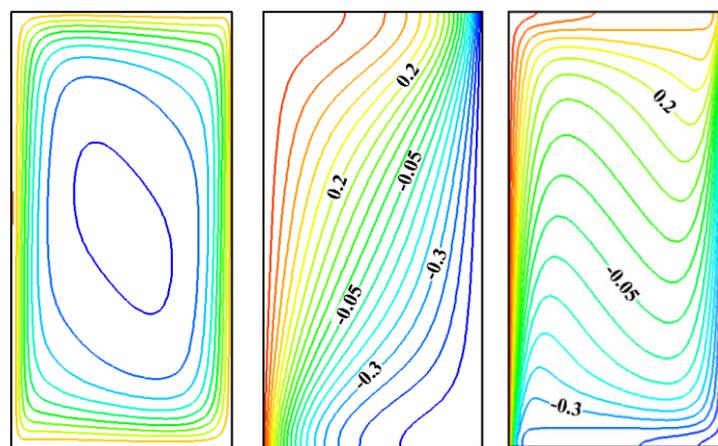
Afin de valider la précision du programme numérique développé dans le cadre de la présente thèse, nous l'avons testé sur un grand nombre de configurations. Nous présentons quelques comparaisons d'abord en convection naturelle dans le cas d'une cavité poreuse inclinée chauffée par le bas, la comparaison a porté sur le nombre adimensionnel caractérisant les transferts thermiques Nu (tableau 3.2.1), ensuite dans un cas de convection thermo-solutale dans une cavité rectangulaire inclinée, chauffée et salée par le bas (figure 3.2.8) et enfin des comparaisons pour la convection naturelle à double diffusion dans une cavité poreuse bicouche et inclinée (figure 3.2.9).

Tableau 3.1.2 : Comparaison du nombre de Nusselt en fonction de l'inclinaison α (Modèle de Darcy) pour $Ra^*=100$, $A=2$

$\alpha(^{\circ})$	Nu			
	Réf. [53]	Réf. [52]	Réf. [54]	Présente étude
0	2.46	2.59	2.65	2.58
5	2.53	2.60	2.64	2.65
10	2.55	2.24	2.60	2.68
15	2.39	2.39	2.44	2.47



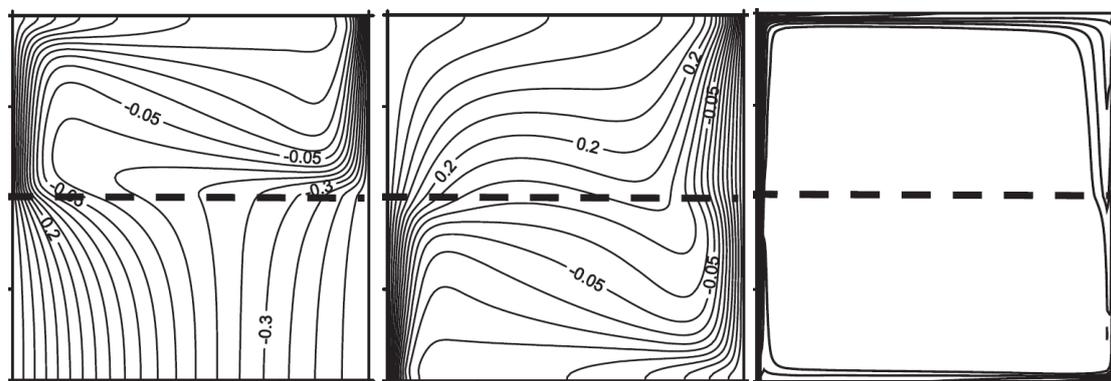
Al-Farhany et Turan [52]



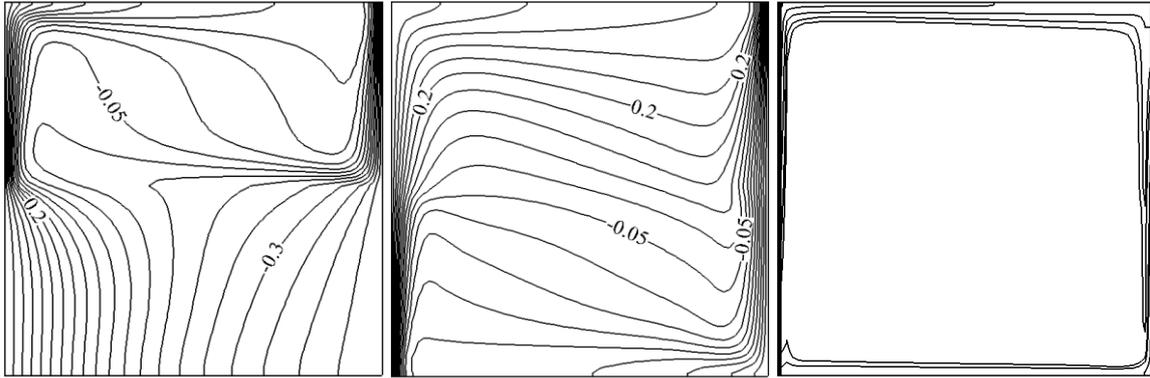
Présente étude

Figure 3.2.8 : Comparaison des lignes de courant (gauche), les isothermes (milieu) et les iso-concentrations (droite), pour $A=2$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^5$, $\alpha=45^\circ$, $Pr=10$, $Le=10$ et $N=10$ avec

Al-Farhany et Turan [52]



Hadidi et al. [32]



Présente étude

Figure 3.2.9 : Comparaison des isothermes (gauche) pour $Da_1=10^{-6}$, $Da_2=10^{-3}$, (milieu) pour $Da_1=10^{-3}$, $Da_2=10^{-4}$ et les iso-concentrations (droite) pour $Da_1=10^{-3}$, $Da_2=10^{-4}$ quand $\varepsilon_1=0.4$, $\varepsilon_2=0.5$, $Ra=7.10^6$, $\alpha=60$, $Pr=7$, $Le=100$ et $N=3$ avec **Hadidi et al. [32]**

Les résultats donnés ici sont en bon accord avec les études précédentes.

CHAPITRE IV:
RESULTATS ET DISCUSSIONS

1^{er} cas

4.1.1 Introduction :

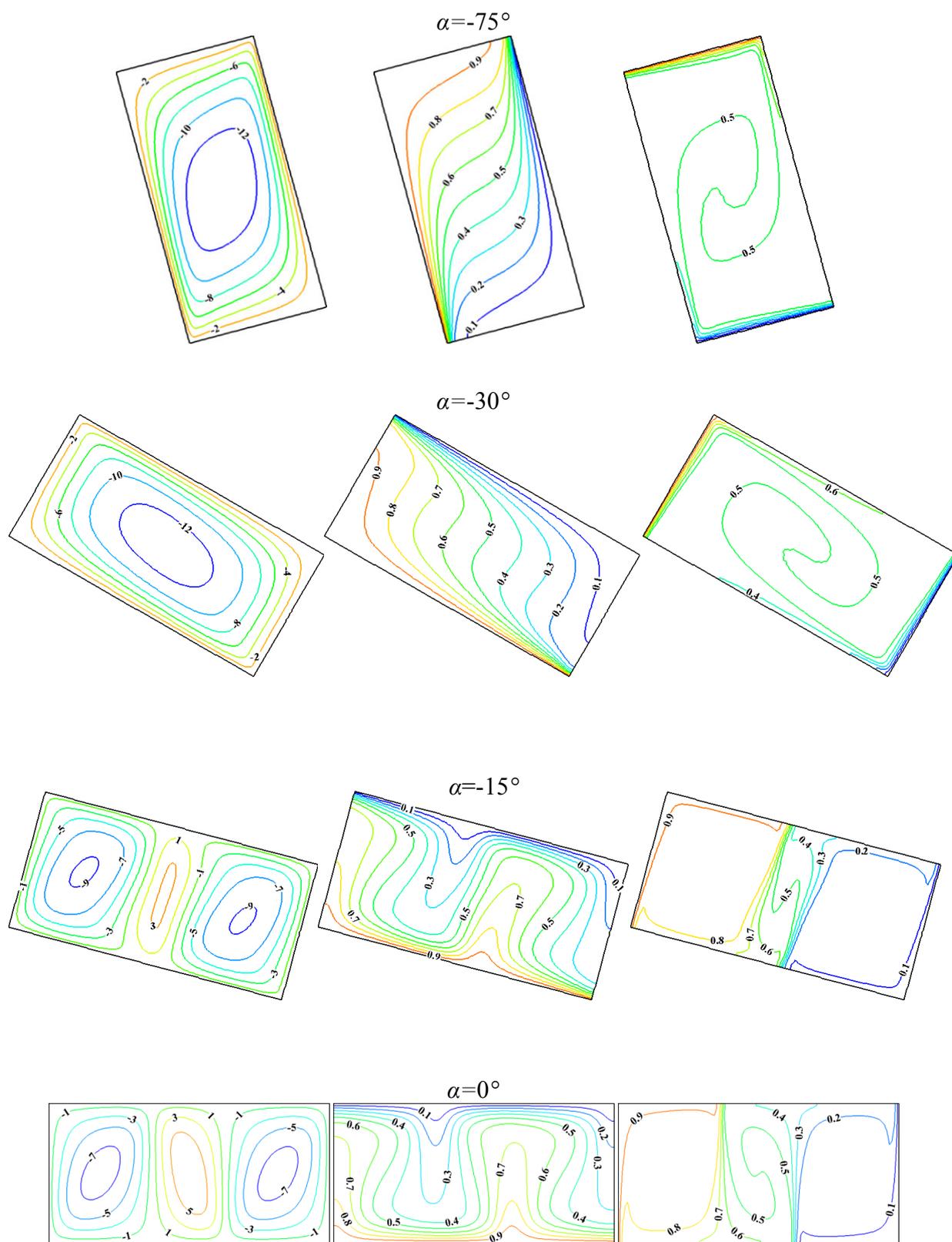
Dans le présent travail, les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant, isothermes et iso-concentrations pour étudier l'effet de l'angle d'inclinaison ($-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$), du rapport des forces de poussée ($-5 \leq N \leq 5$) et le nombre de Lewis ($0,1 \leq Le \leq 10$) tandis que le nombre de Darcy-Rayleigh modifié, le rapport de forme et le nombre de Prandtl sont respectivement égaux à 200, 2 et 0,71. Les taux de transfert de chaleur et de masse dans différentes conditions sont exprimés à travers les nombres de Nusselt et de Sherwood.

4-1-2 Influence de l'angle d'inclinaison α :

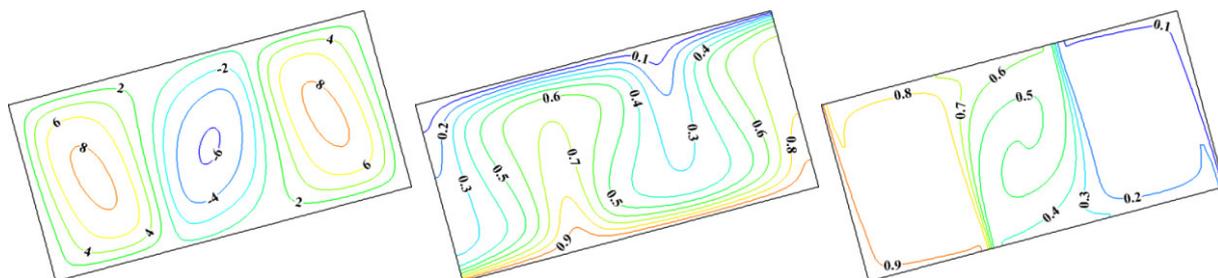
4-1-2 -1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

Pour montrer les effets de l'angle d'inclinaison α , deux cas limites sont présentés, à savoir $N=0.1$ (la convection induite par les gradients thermiques figure 4.1.1), $N=10$ (convection induite par les gradients solutaux (figure 4.1.2)) et enfin le cas général est considéré pour lequel la convection est induite par la combinaison des deux gradients (figure 4.1.3). Les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations présentées sont obtenues numériquement pour $Le=10$ et $Ra^*=200$.

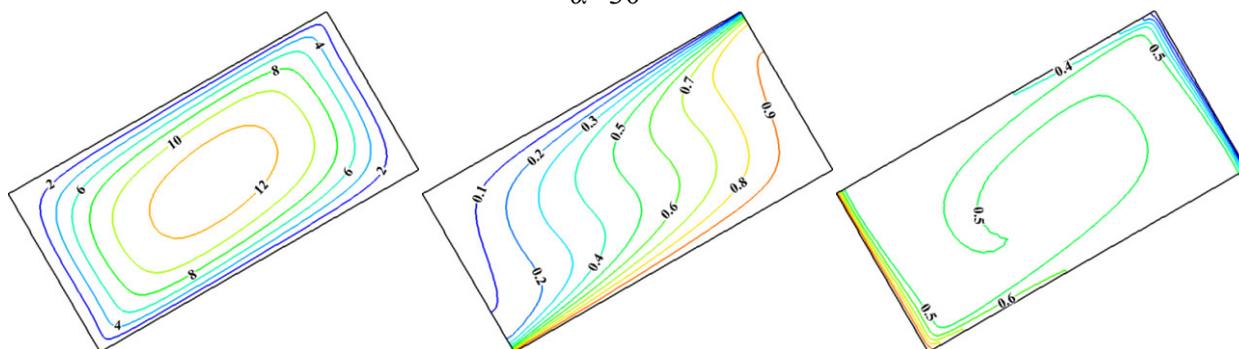
Quand N est très faible ($N=0.1$) (cf. figure 4.1.1), l'écoulement convectif est dû exclusivement aux effets thermiques, trois solutions caractérisées par des écoulements multicellulaires et monocellulaire horaire/trigonométrique ont été obtenues. Pour le cas où la cavité est horizontale ($\alpha=0^\circ$), l'écoulement est multicellulaire (3 cellules), on peut observer quatre régions où le gradient de concentration est important. Deux de ces régions sont situées à proximité de la partie supérieure de la paroi verticale droite et la partie inférieure de la paroi verticale gauche, où les cellules échangent la quantité importante de soluté avec ces parois. Les deux autres régions sont situées au voisinage des parties centrales supérieure et inférieure de l'enceinte, dans l'interface entre les cellules où l'échange de soluté se fait par diffusion. L'augmentation de α dans les deux sens, engendre une diminution de la taille et de l'intensité de la cellule au milieu en faveur des deux autres. Aux valeurs élevées de α ($15^\circ > \alpha$), les cellules se réorganisent pour donner lieu à un écoulement monocellulaire parallèle (dont le sens de rotation est horaire pour ($15^\circ > \alpha$) et trigonométrique pour ($15^\circ < \alpha$)) avec une stratification thermique et un régime de couche limite en concentration caractérisé par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales verticales se met en place. L'intensité de l'écoulement reste presque constante.



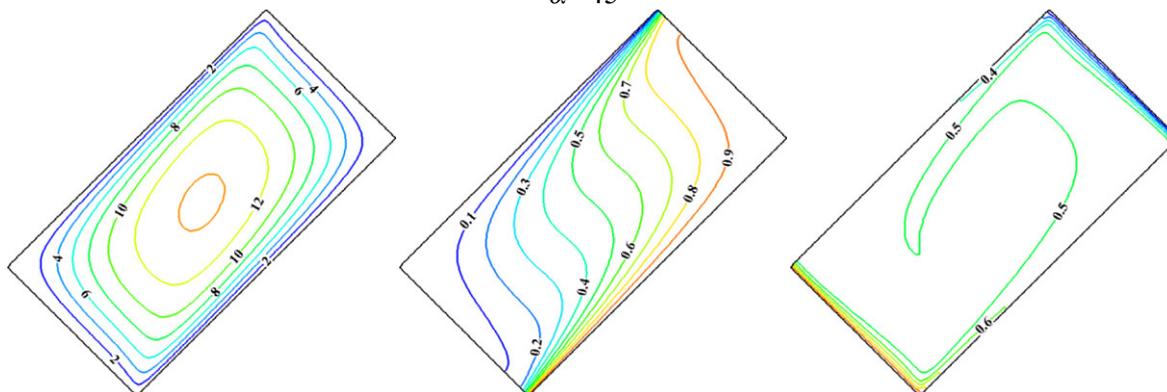
$\alpha=15^\circ$



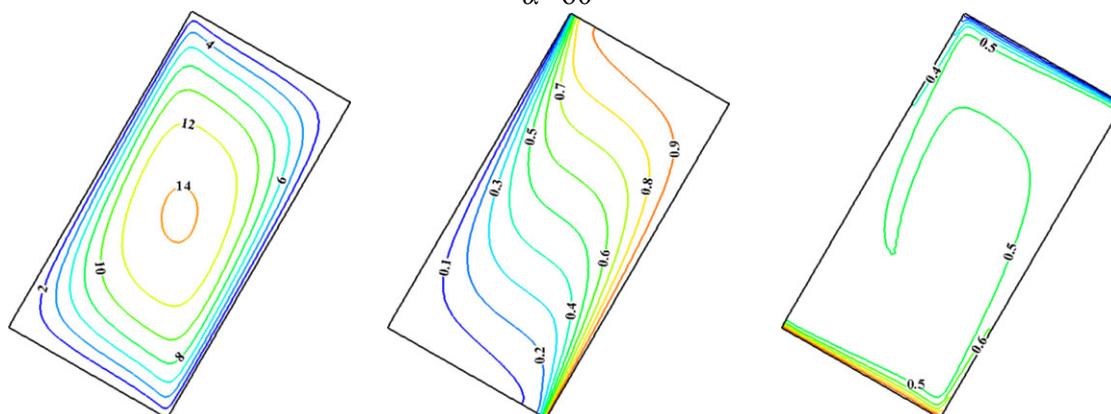
$\alpha=30^\circ$



$\alpha=45^\circ$



$\alpha=60^\circ$



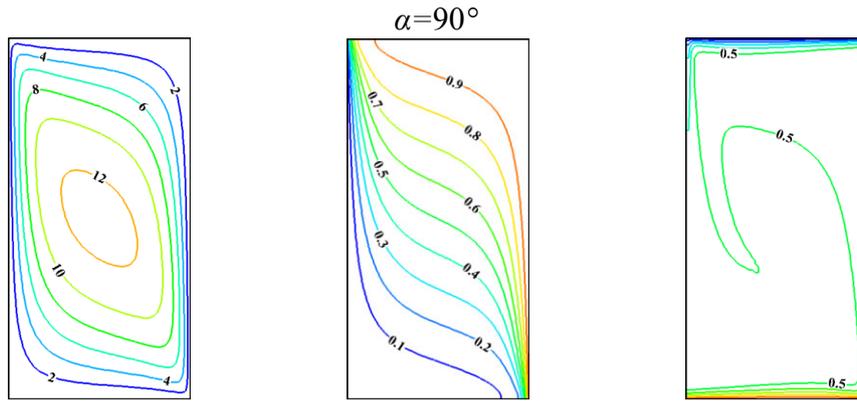
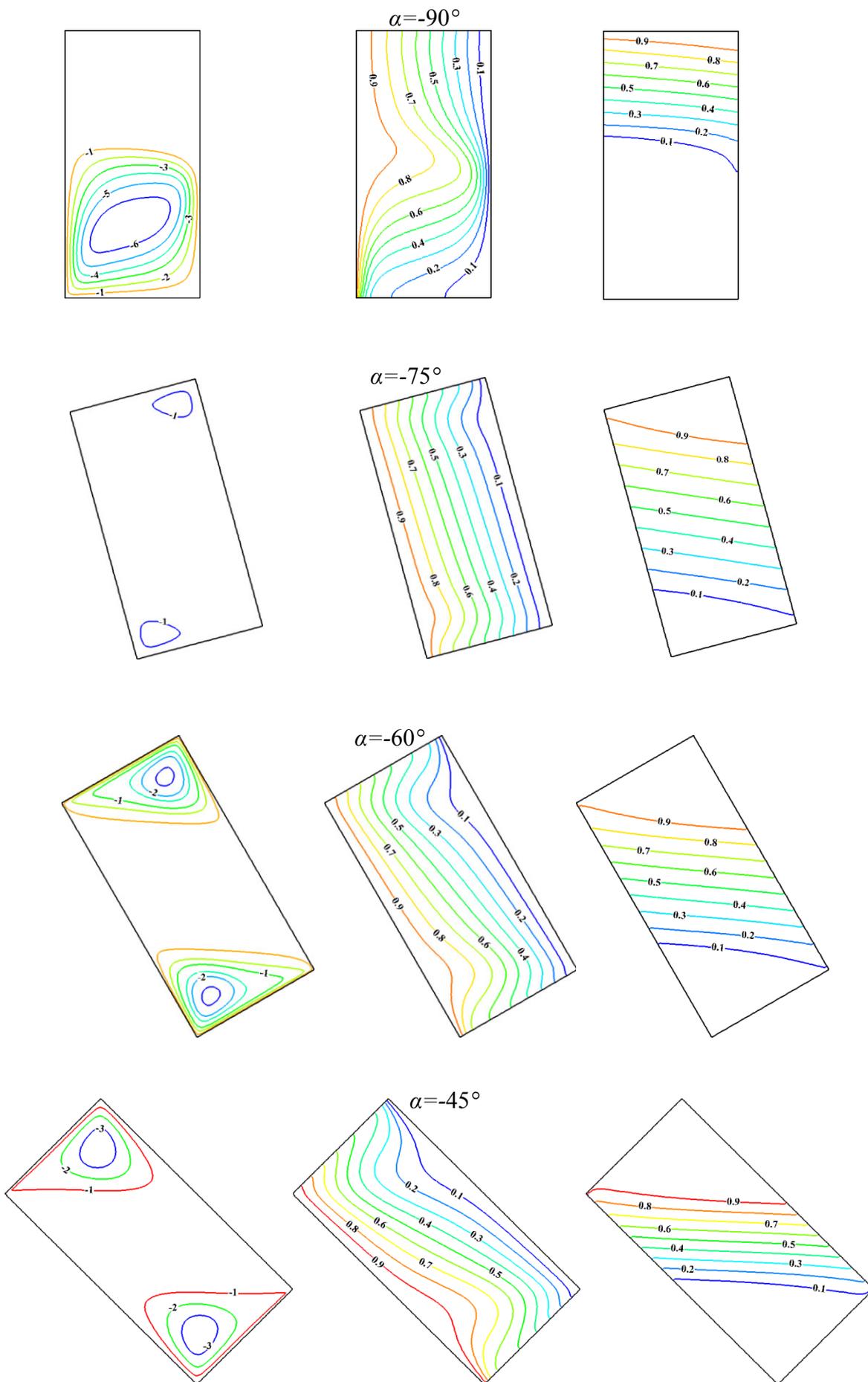
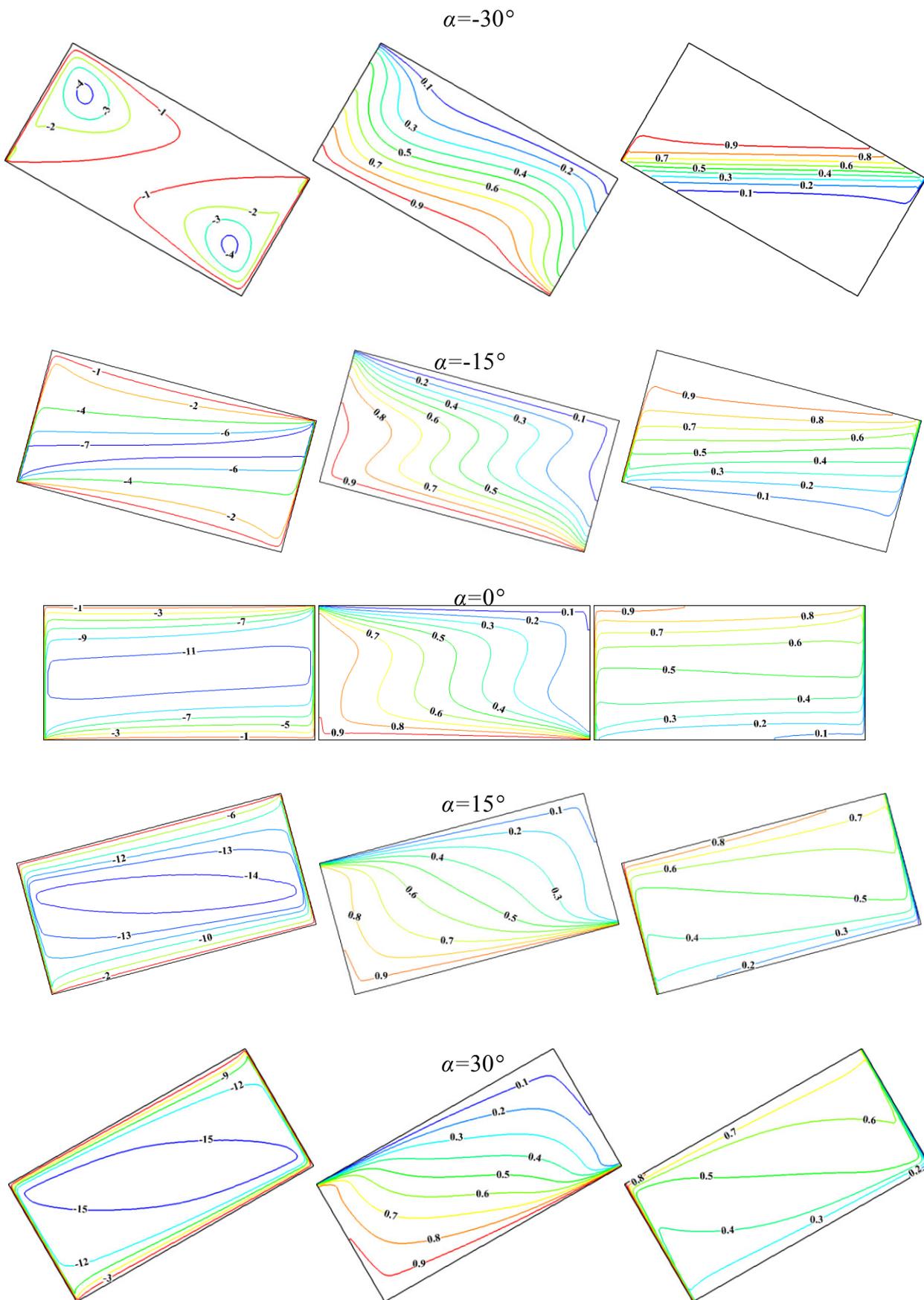


Figure 4.1.1 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $Le=10$ et $N=0.1$, pour différentes valeurs de α . [55]

Quand N est très grand ($N=10$) (cf. figure 4.1.2), l'écoulement convectif est dû exclusivement aux effets solutaux, deux solutions caractérisées par des écoulements, multicellulaire et monocellulaire horaires ont été obtenues. Pour le cas où la cavité est horizontale ($\alpha=0^\circ$), les lignes de courant dans le cœur de la cavité sont essentiellement parallèles, alors que celles donnant la température et la concentration sont linéairement stratifiées dans les directions, horizontale et verticale et par conséquent on tend vers un écoulement solutal dominant, qui est de plus en plus rapide quand l'inclinaison augmente dans le sens trigonométrique. L'augmentation de α dans le sens horaire engendre une diminution des effets solutaux, l'intensité de l'écoulement s'affaiblit de plus en plus avec l'augmentation de α . Ainsi, l'écoulement est divisé en deux cellules tournant dans le sens horaire et séparées par une région où le fluide est pseudo-stagnant. Des gradients solutaux importants règnent au centre de la cavité. Quand α dépasse -30° , les deux cellules se détachent et migrent vers le sommet et le fond de la cavité ce qui engendre une augmentation de la région entre eux et une diminution des gradients solutaux. Alors que la cellule inférieure s'intensifie quand $\alpha=-90^\circ$, celle supérieure s'éclipse (le fluide est pseudo-stagnant dans la partie supérieure de la cavité où l'échange de soluté se fait par diffusion).





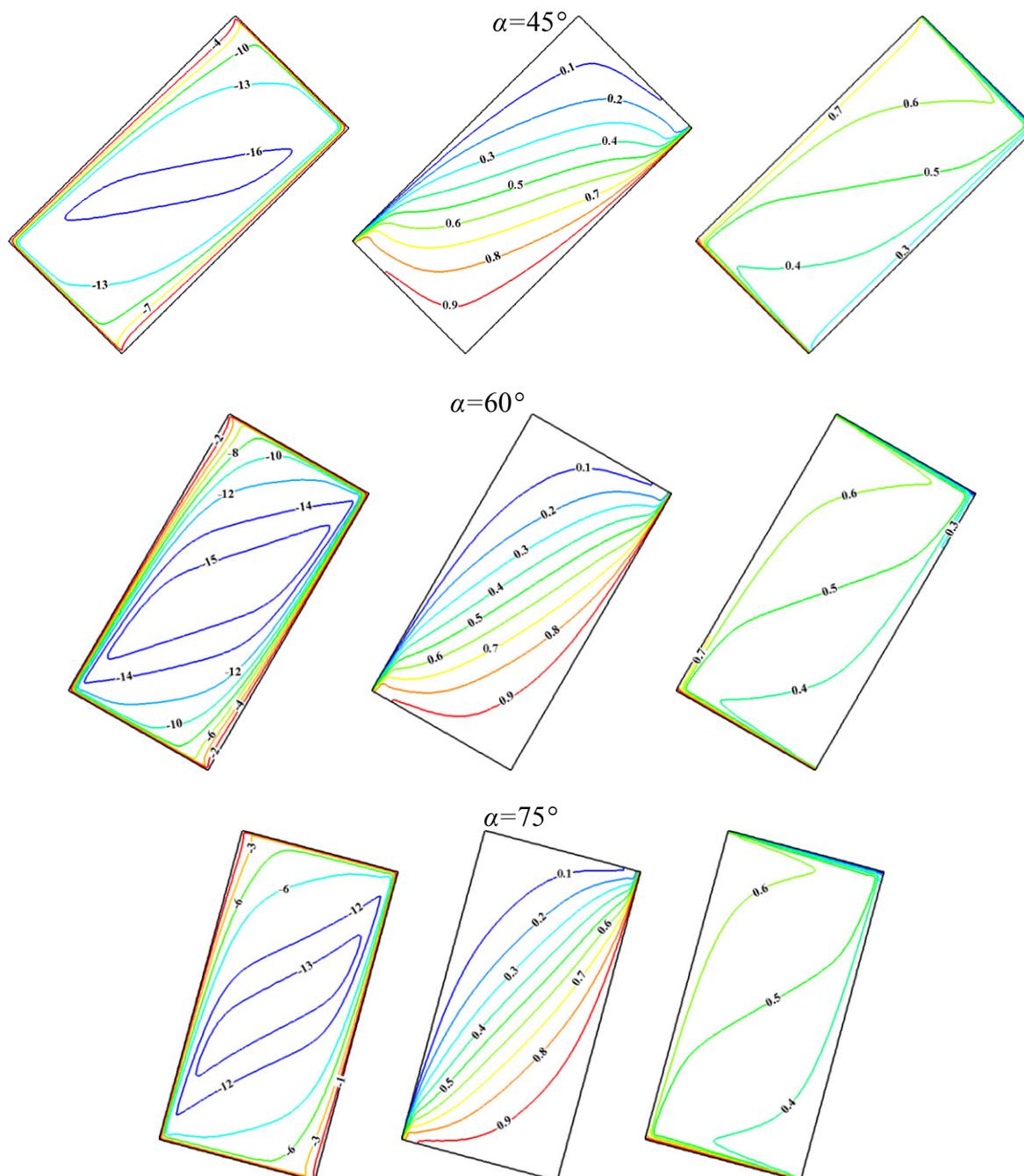
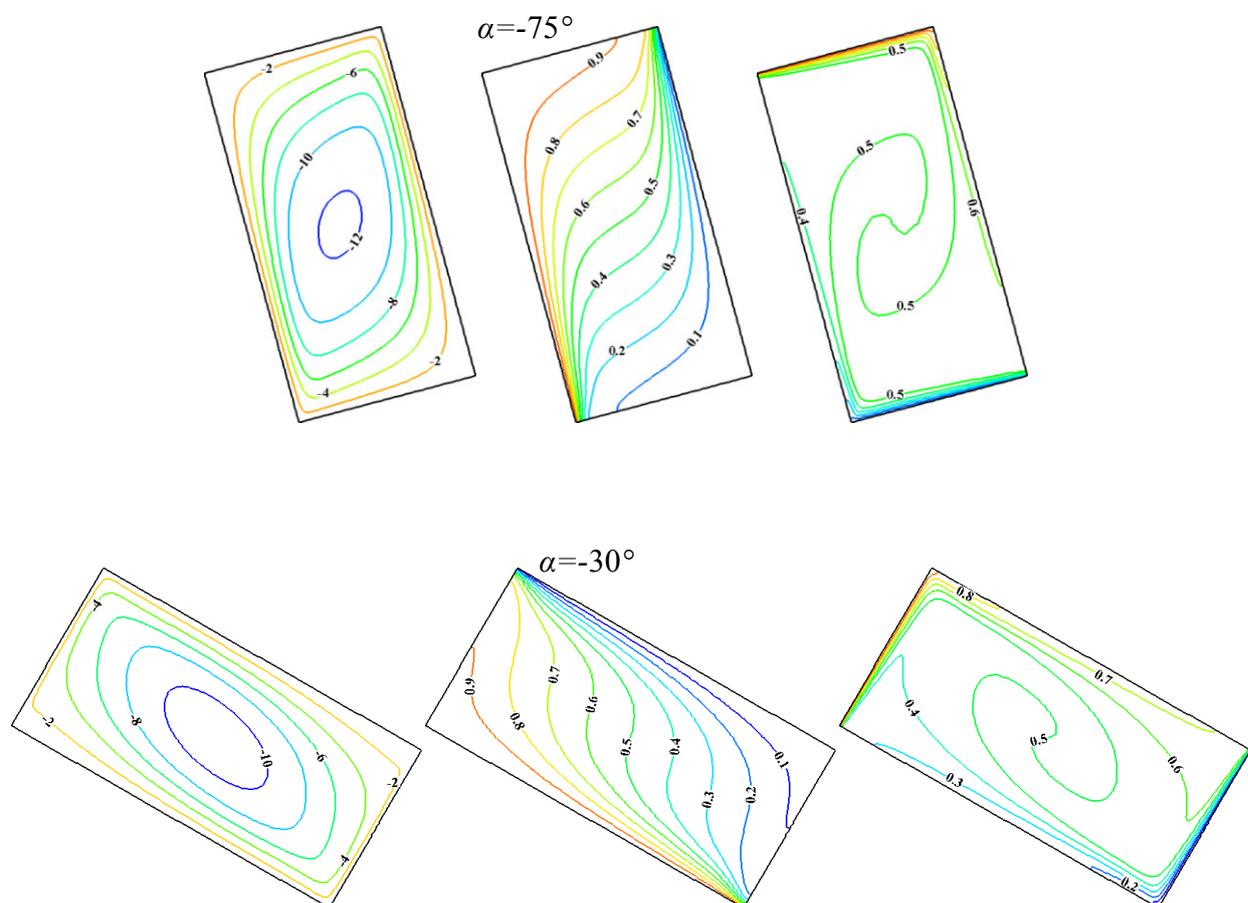
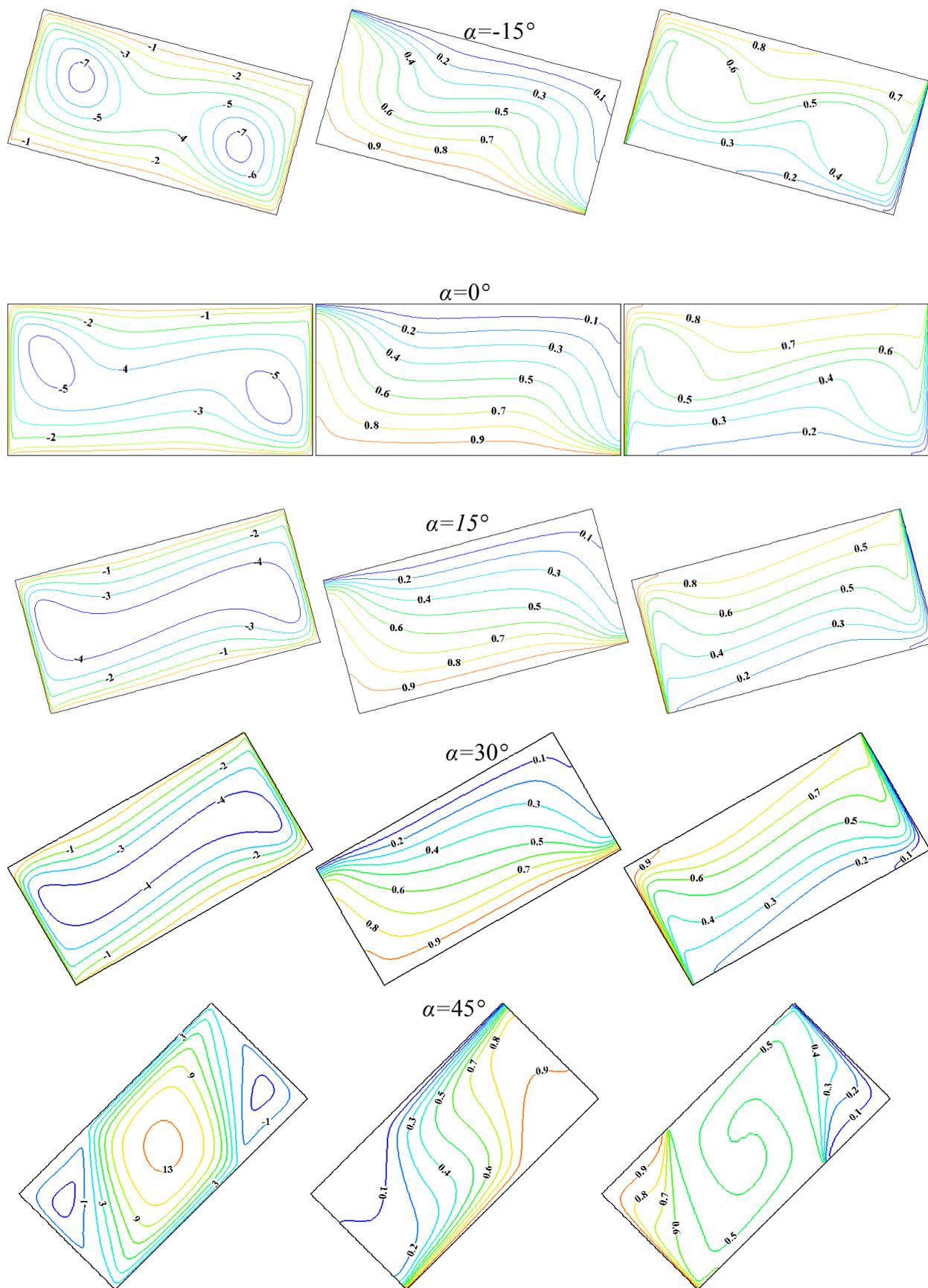


Figure 4.1.2 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $Le=10$ et $N=10$, pour différentes valeurs de α .

Dans le cas du régime intermédiaire ($N=1$) (cf. figure 4.1.3), où les forces de volume thermique et solutale sont comparables, cinq solutions caractérisées par des écoulements multicellulaire et monocellulaire horaire/antihoraire, naturelle/antinaturelle ont été obtenues. Pour le cas où la cavité est horizontale ($\alpha=0^\circ$), il y a un vortex tournant dans le sens horaire à l'intérieur de la cavité avec deux cellules internes égales, leurs centres sont décalés vers la partie supérieure de la paroi gauche et de la partie inférieure de la paroi droite. Les isothermes

correspondantes indiquent une distribution de température relativement parallèle aux parois horizontale supérieure et inférieure avec la domination du mode de transfert de chaleur par conduction au centre de la cavité. On peut observer deux régions où le gradient de concentration est important situées à la partie inférieure de la paroi gauche et à la partie supérieure de la paroi droite, et par conséquent on tend vers un écoulement solutal dominant. L'augmentation de α dans le sens horaire engendre une augmentation sur l'intensité de l'écoulement (écoulement naturel) et une stratification des profils de température occupe toute la hauteur de la cavité, on passe vers un écoulement thermique dominant quand α dépasse 30° . Quand la cavité est inclinée dans le sens trigonométrique, l'écoulement conserve la même direction de rotation et nous obtenons donc un écoulement antinaturel jusqu'à $\alpha=45^\circ$, quand α dépasse 45° l'écoulement s'intensifie 200% au centre de la cavité et devient multicellulaire avec une grande cellule tournante dans le sens trigonométrique et deux petites cellules tournantes dans le sens horaire ce qui produit une stratification thermique et l'apparition de deux autre régions où le gradient de concentration est important, et par conséquent on tend vers un écoulement thermique dominant. Alors que la grande cellule s'intensifie avec l'augmentation de α les deux petites cellules s'éclipsent quand $\alpha=90^\circ$.





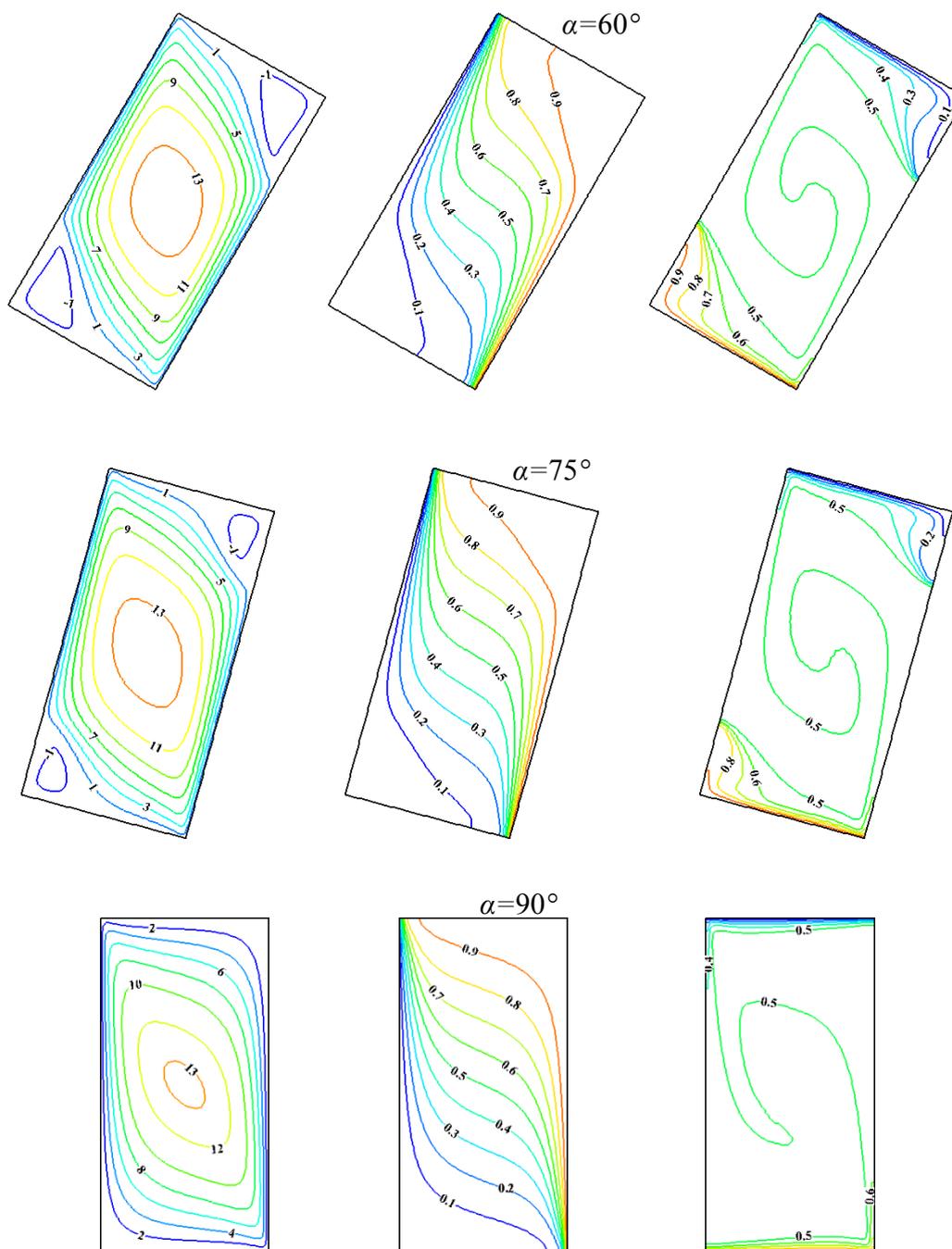


Figure 4.1.3: Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $Le=10$ et $N=1$, pour différentes valeurs de α .

4-1-2-2 Transfert de chaleur et de masse :

Sur la figure 4.1.4, nous avons représenté les variations des nombres de Nusselt et de Sherwood, qui caractérisent les transferts thermique et massique respectivement, en fonction de l'angle d'inclinaison pour trois cas de N (0.1, 1 et 10). Quand N est très faible ($N=0.1$), le nombre de Nusselt demeure pratiquement constant avec l'accroissement de α . Par contre, on peut

distinguer cinq zones pour le nombre de Sherwood; une faible augmentation quand $\alpha < -30^\circ$, puis on constate une forte diminution du nombre de Sherwood, Sh varie de 11.6 à 4.2 ce qui correspond à une augmentation de 64% lorsque α passe de -30° à -15° , puis il demeure presque constant avec l'accroissement de α de -15° à 15° et après on constate une forte augmentation, Sh varie de 4.4 à 10.1 ce qui correspond à une augmentation de 130% lorsque α passe de 15° à 45° , enfin on note une faible chute du nombre de Sherwood (4.5%) lorsque α passe de 45° à 90° .

Quand N est très grand ($N=10$), une diminution du nombre de Nusselt de 52% lorsque α passe de -90° à -75° , puis il augmente de 1.1 à 6.3 à l'inclinaison 45° puis une diminution de 13%. Lorsque α passe de -90° à -45° le nombre de Sherwood est très faible et presque constant, par contre, on constate une forte augmentation de 670% lorsque α passe de -30° à 15° puis une diminution après l'inclinaison 30° .

Dans le cas du régime intermédiaire ($N=1$), lorsque la cavité est horizontale le transfert massique est maximum, tandis que le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction. La rotation de la cavité dans les deux sens cause une diminution du transfert massique et une augmentation du transfert thermique sauf pour $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ où le transfert de chaleur reste par conduction. Ce qui attire l'attention, c'est lorsque α passe de 30° à 45° on constate une forte augmentation du nombre de Nusselt et une forte diminution du nombre de Sherwood à cause de la transformation d'un écoulement monocellulaire antinaturel à un écoulement multicellulaire.

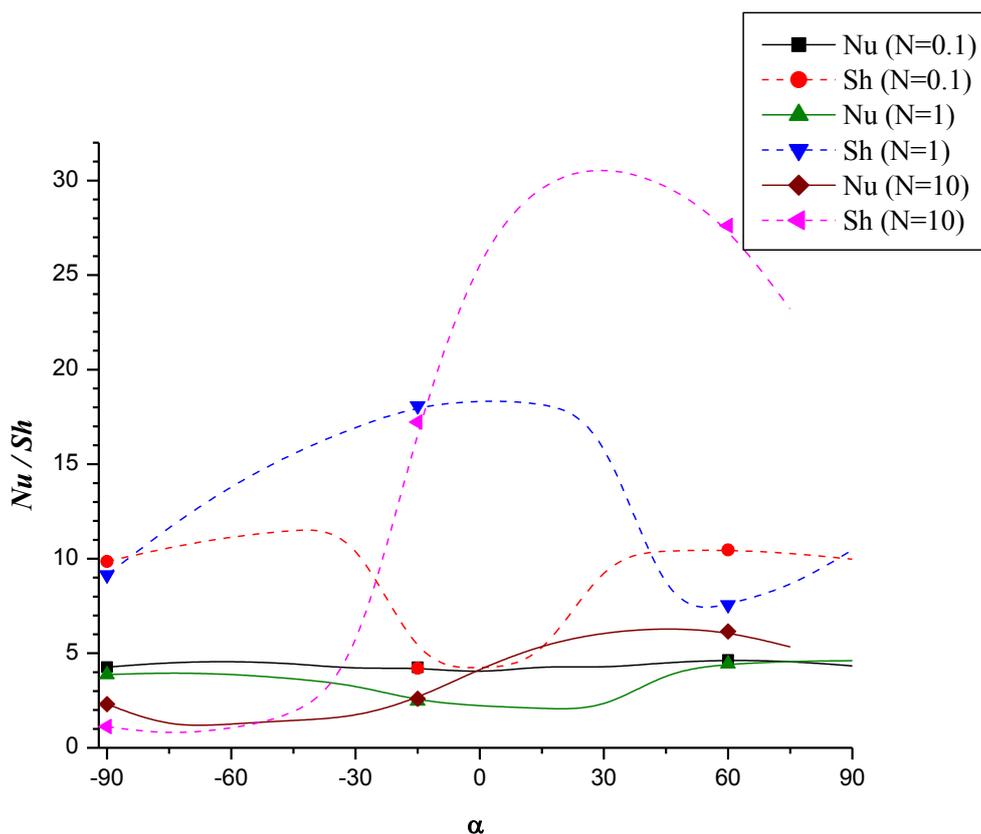


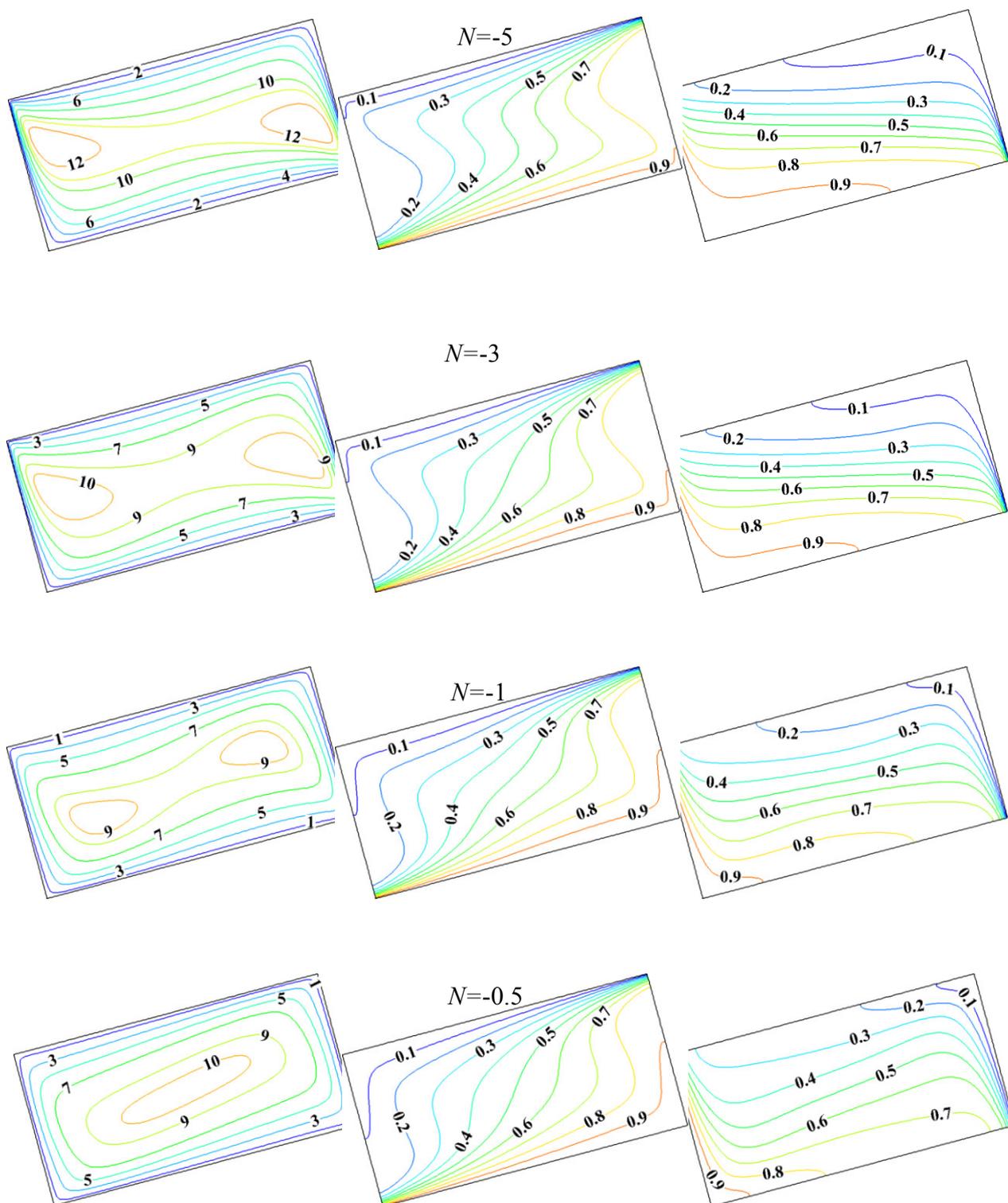
Figure 4.1.4: Variation du transfert de chaleur et de masse moyen en fonction de l'angle d'inclinaison α pour trois cas de N (0.1, 1 et 10) avec $Le=10$

4-1-3 Influence du rapport de flottabilités N :

4-1-3 -1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

Afin d'illustrer l'effet du rapport des forces de poussée N , nous avons représenté sur la figure 4.1.5, les lignes de courant (gauche), les isothermes (centre) et les iso-concentrations (droite) avec $Le=1$ (la diffusivité thermique est égale à la diffusivité massique, les forces de volume thermique et solutale sont comparables) et $\alpha=15^\circ$, pour différentes valeurs de N . Pour $N=0$, l'écoulement est multicellulaire (3 cellules, une petite cellule horaire au milieu de la cavité où la vitesse du fluide est inférieure à sa vitesse dans les deux autres cellules latérales trigonométriques), l'écoulement est entraîné uniquement par la force de volume thermique. L'augmentation de N engendre une augmentation de la taille et de l'intensité de la cellule au milieu de la cavité en faveur des deux autres. Au fur et à mesure que le rapport de poussée augmente, la structure de l'écoulement s'intensifie ce qui induit une stratification verticale en concentration et une stratification thermique horizontale et par conséquent on tend vers un

écoulement solutal dominant. Les conclusions faites dans le cas coopérant ($N \geq 0$) restent applicables au cas opposé $N < 0$, l'écoulement dans ce cas circule dans le sens trigonométrique. Il existe néanmoins une différence au niveau de la structure d'écoulement par rapport au cas coopérant qui consiste en l'absence du régime multicellulaire.



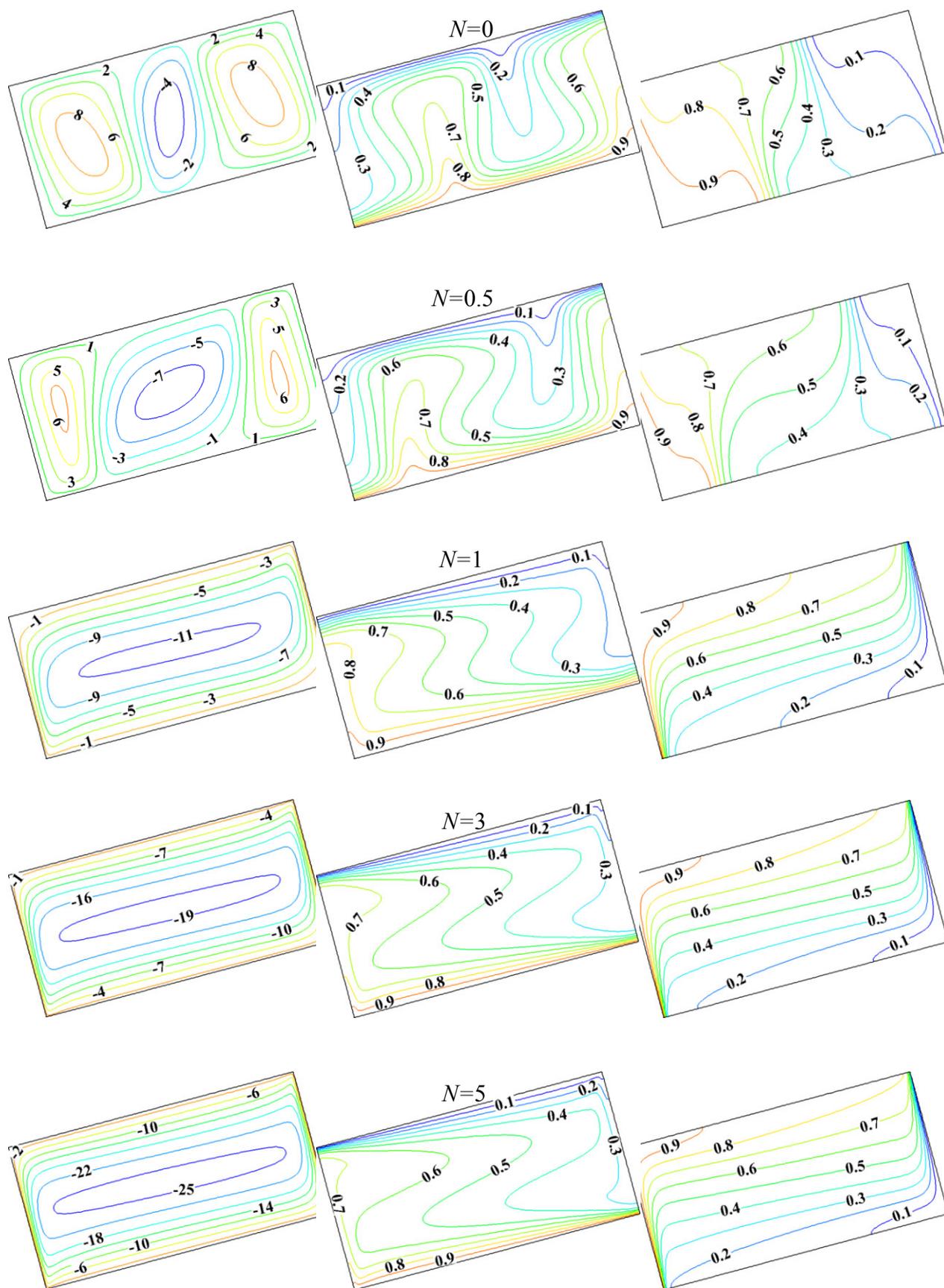


Figure 4.1.5 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $Le=1$ et $\alpha=15^\circ$, pour différentes valeurs de N .

4-1-3-2 Transfert de chaleur et de masse :

La figure 4.1.6 représente la variation du transfert de chaleur et de masse moyen avec le rapport de poussée N pour $Le=1$ et $\alpha=15^\circ$.

Dans le cas où l'écoulement est entraîné uniquement par la force de volume thermique ($N=0$), le transfert massique est minimum, il se fait essentiellement par diffusion à proximité des parois verticales et dans l'interface entre les cellules. Au fur et à mesure que $|N|$ augmente, les transferts de chaleur et de masse moyens augmentent, sauf quand $N=1$ et -1 le transfert de chaleur moyen est minimum.

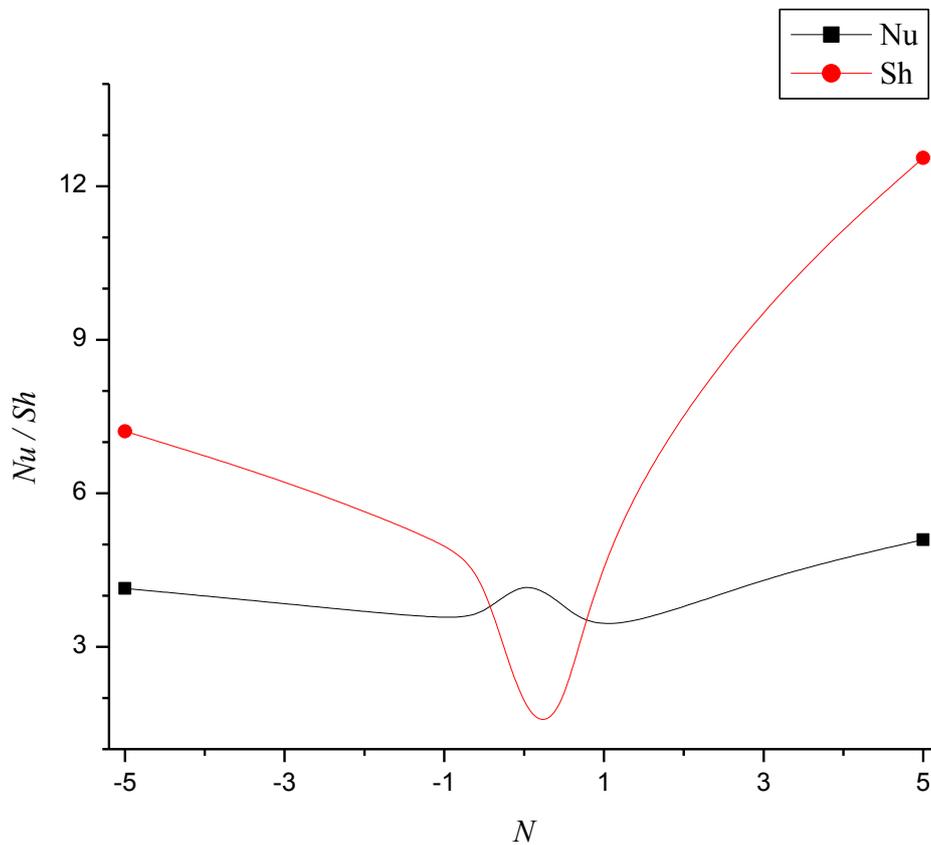


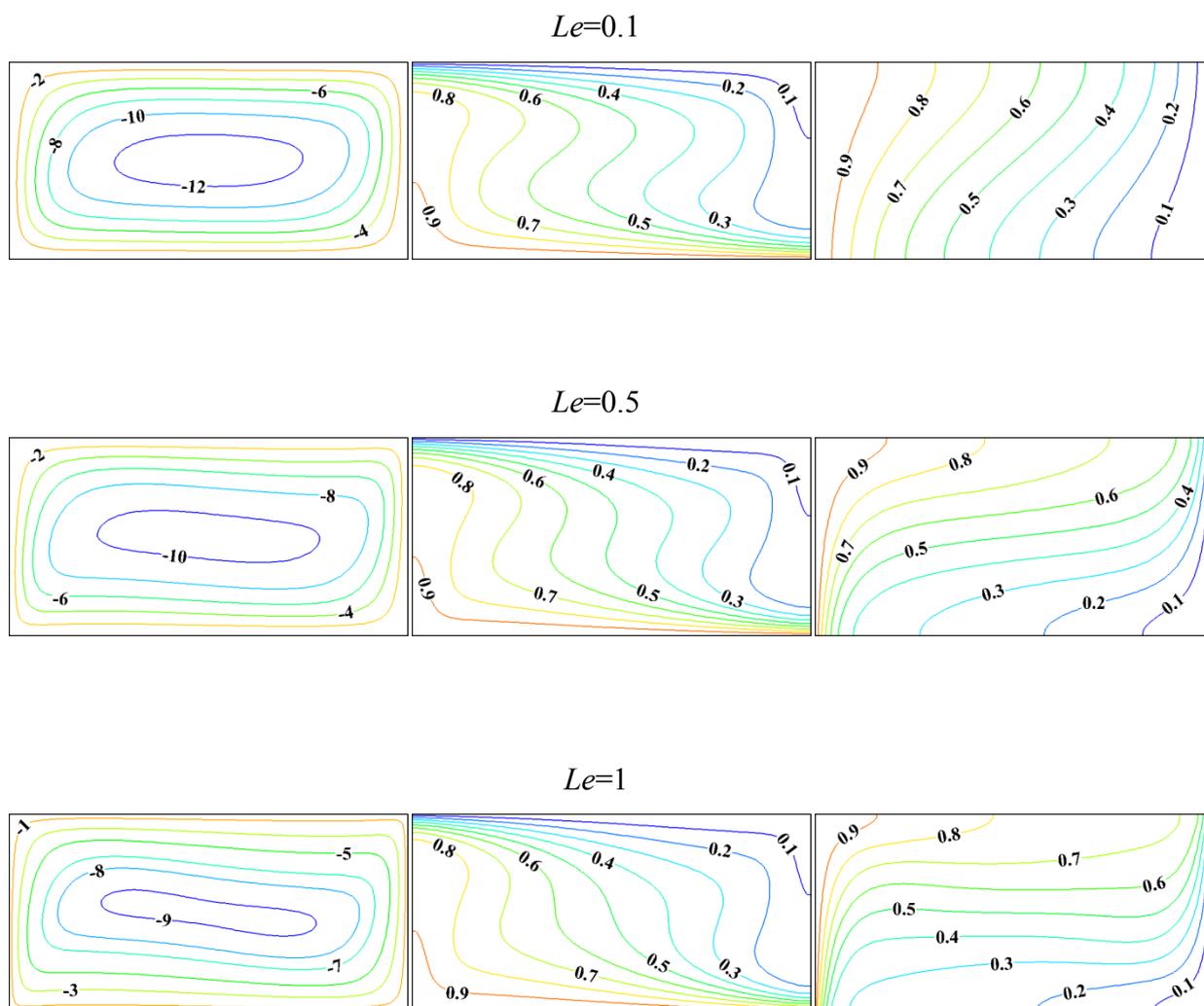
Figure 4.1.6: Variation du transfert de chaleur et de masse moyen en fonction de N pour, $Le=1$ et $\alpha=15^\circ$

4-1-4 Influence du nombre de Lewis Le :

4-1-4-1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

Afin d'illustrer l'effet du nombre de Lewis Le , nous avons représenté sur la figure 4.1.7, pour $N=0.5$ et sur la figure 4.1.8, pour $N=2$, les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations pour différentes valeurs de Le avec $\alpha=0^\circ$.

Pour les deux cas l'écoulement est monocellulaire dans le sens horaire avec l'apparition de deux cellules horaires près des parois verticales quand Le dépasse la valeur 3. Il est plus intense quand $Le=0.1$, cet intensité diminue au fur et à mesure que Le augmente. Pour Le faible ($Le < 1$), on constate qu'une stratification thermique occupe toute la largeur de la cavité, alors que les iso-concentrations sont presque parallèles à la paroi verticale, et par conséquent on tend vers un écoulement thermique dominant. On constate tout le contraire quand $Le \geq 1$ et par conséquent on tend vers un écoulement solutal dominant.



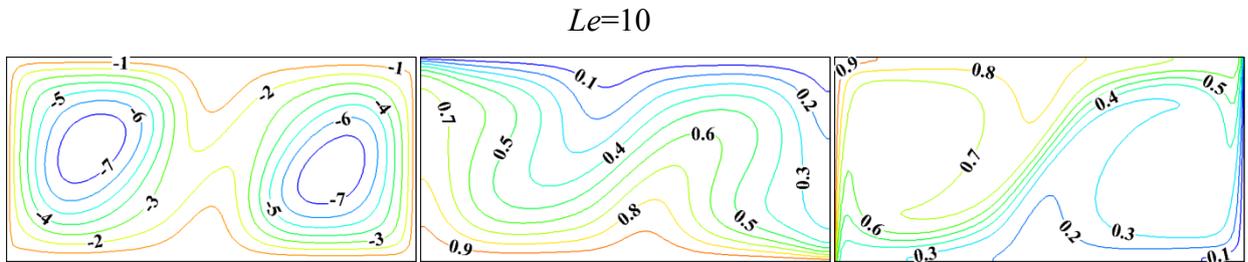
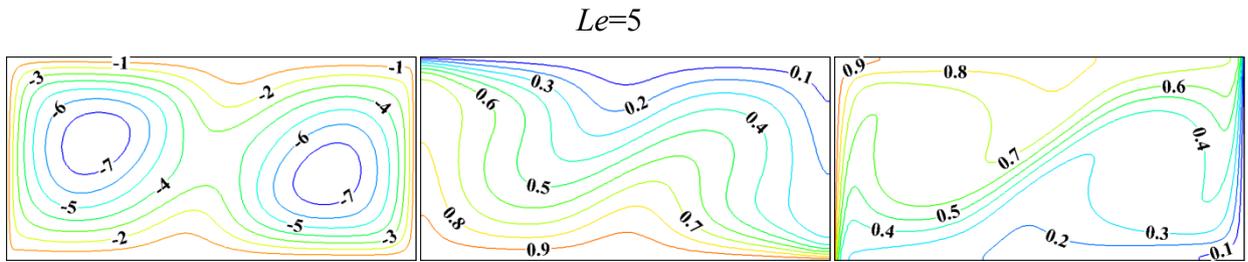
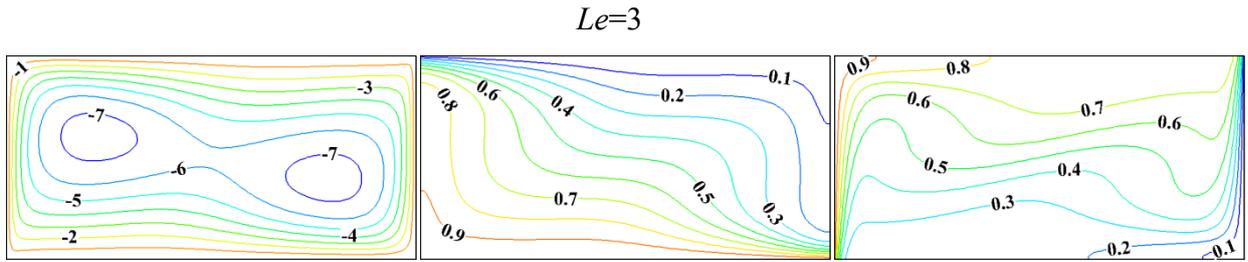
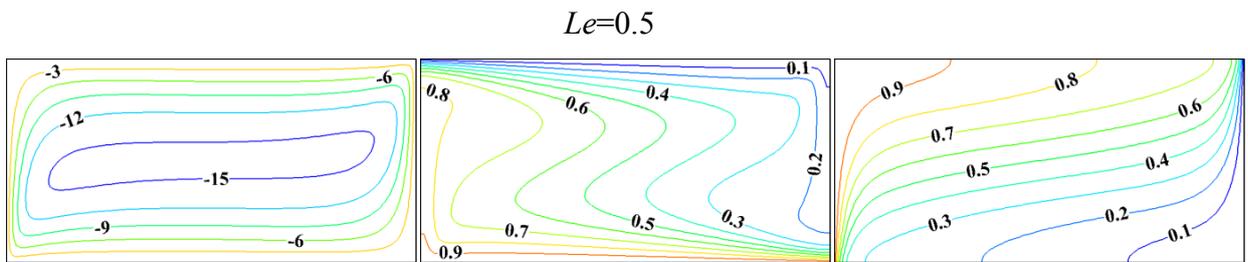
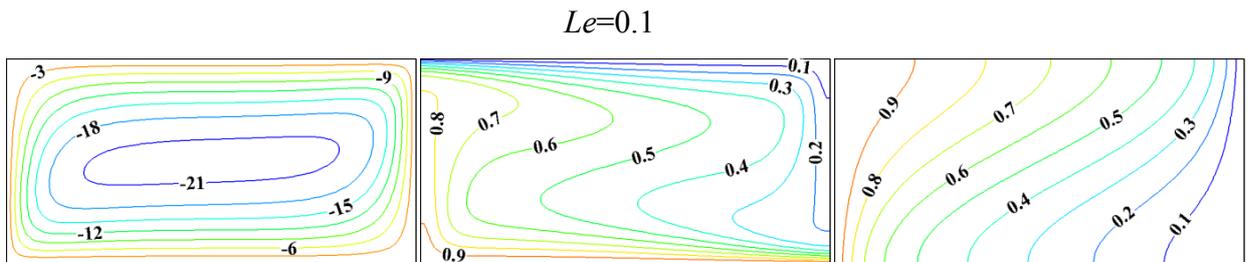


Figure 4.1.7 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $N=0.5$ et $\alpha=0^\circ$, pour différentes valeurs de Le .



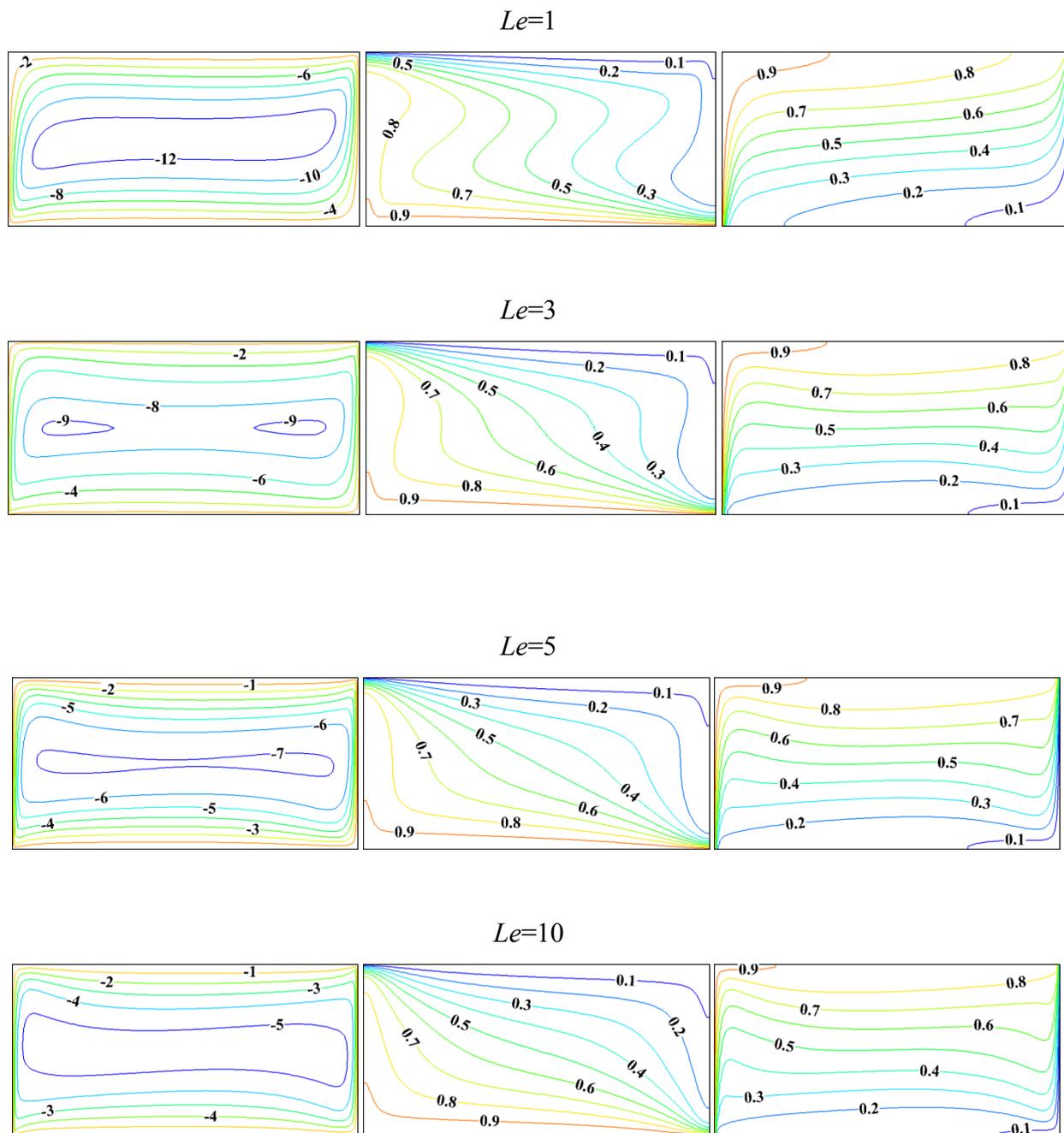


Figure 4.1.8 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (centre) et Iso-concentrations (droite) avec $N=2$ et $\alpha=0^\circ$, pour différentes valeurs de Le .

4-1-4-2 Transfert de chaleur et de masse :

La figure 4.1.9 représente la variation du transfert de chaleur et de masse moyen avec le nombre de Lewis Le pour $N=0.5$ et 2 et $\alpha=0^\circ$.

Dans les deux cas considérés de N , au fur et à mesure que Le augmente, le taux transfert de masse augmente, tandis que le transfert de chaleur diminue.

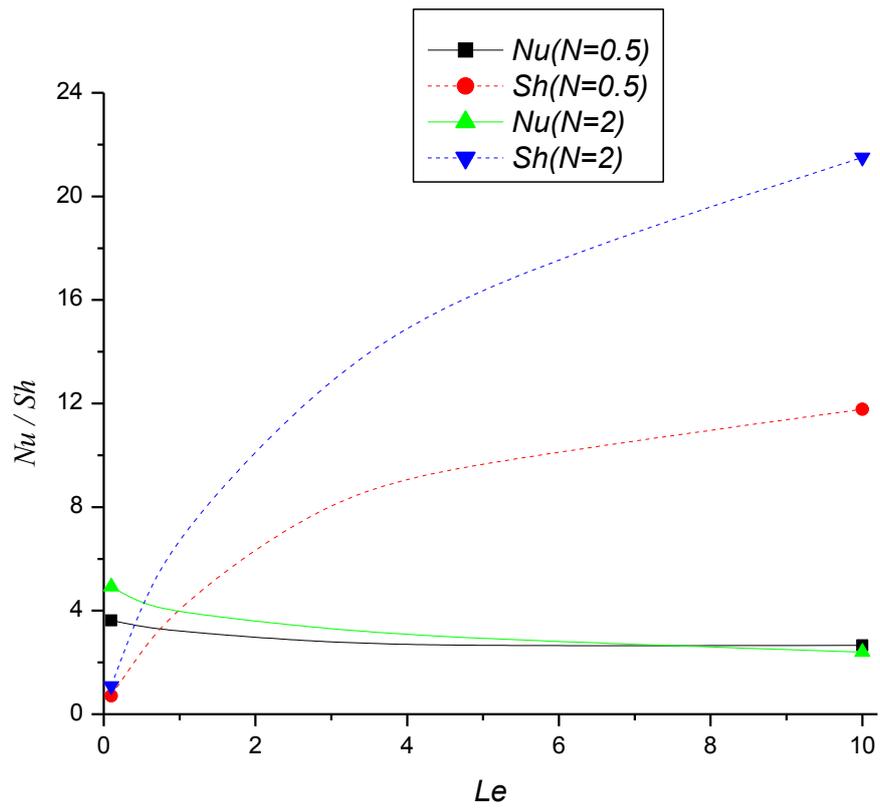


Figure 4.1.9: Variation du transfert de chaleur et de masse moyen en fonction de Le ($N=0.5$ et $N=2$, $\alpha=0^\circ$)

2^{ème} cas

4.2.1 Introduction :

Rappelons nos conditions de travail :

Les quatre cavités sont caractérisées par les facteurs de formes suivants : $A=1, 2, 3$ et 4 . Les conditions thermiques et massiques aux parois horizontales (T_l, T_h, S_l et S_h) ainsi que la hauteur de la cavité H sont supposées constantes.

Pour chaque cavité, nous donnons à :

- L'angle d'inclinaison $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.
- Le nombre de Lewis Le les valeurs $0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 .
- Le rapport des forces de volume N les valeurs $-5, -3, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 3$ et 5 (convection coopérante et opposée).
- Le nombre de Rayleigh Ra les valeurs $10^7 \leq Ra \leq 6.10^7$ et 10^8

Tandis que la porosité et le nombre de Darcy sont : $\varepsilon_1=0.4, Da_1=10^{-6}$ pour le premier milieu poreux et $\varepsilon_2=0.6, Da_2=10^{-5}$ pour le deuxième milieu poreux.

Dans cette étude nous nous limitons au cas d'un fluide à nombre de Prandtl supérieur à $1, Pr=4.5$. Ce choix est motivé par le fait que la plupart des travaux expérimentaux utilisant essentiellement des solutions aqueuses dans lesquelles le nombre de Lewis est supérieur à 1 à cause de la différence importante entre la diffusivité thermique et massique.

Le facteur de la capacité thermique σ est pris égal à l'unité.

4.2.2 Influence de l'angle d'inclinaison α :

4.2.2.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

Pour montrer les effets de l'angle d'inclinaison (α), les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations sont représentées sur les figures 4.2.1, 4.2.2 et 4.2.3 respectivement pour $N=3$ et $Le=3$.

Pour le cas où l'enceinte est non inclinée ($\alpha=0^\circ$), les lignes de courant de la figure 4.2.1 sont divisées en deux cellules distinctes, la grande cellule couvre la partie majoritaire de la cavité où l'écoulement est dans le sens trigonométrique et ψ_{\max} est environ quatre fois plus élevé que celle de la seconde cellule qui se trouve au coin supérieur à droite de la cavité. Cette seconde cellule disparaît une fois que la cavité s'incline dans le sens trigonométrique ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$), la vitesse du fluide dans les deux milieux poreux diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison α et le centre de la cellule se déplace vers la droite où les lignes de courants du côté droit sont parallèles à la paroi verticale. Une résistance importante à l'écoulement de la

première couche est perceptible; ce comportement est dû à la faible perméabilité de la première couche poreuse. A cet effet, la circulation du fluide dans la deuxième couche poreuse est plus favorable et la convection thermo-solutale est plus prononcée dans cette couche. Un comportement opposé peut être observé lorsque la cavité est inclinée dans le sens horaire ($-90^\circ \leq \alpha < 0^\circ$), l'augmentation de α dans cette direction engendre une augmentation de la taille et de l'intensité de la petite cellule en faveur de la grande cellule, cette dernière se décale vers la gauche où une troisième petite cellule horaire apparaît au coin inférieur gauche quand $\alpha=45^\circ$ et disparaît quand α dépasse 75° où les lignes de courant sont divisées en deux cellules contra-rotatives, la grande cellule couvre la partie majoritaire de la cavité où l'écoulement est dans le sens horaire et ψ_{\max} est plus de trois fois élevé que celle de la seconde petite cellule trigonométrique qui se trouve au centre de la cavité.

Les lignes isothermes de la figure 4.2.1, illustrent une stratification thermique horizontale avec deux régions où le gradient de température est important. La première est située à proximité de la paroi inférieure du premier milieu poreux et la deuxième région est située à proximité du milieu de la paroi supérieure du deuxième milieu poreux. Cette dernière se décale vers le coin supérieur droit de la cavité quand elle est inclinée dans le sens trigonométrique ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$). Par contre, elle se décale vers la gauche à l'interface entre les deux milieux poreux avec l'apparition d'une autre région à proximité de la paroi inférieure du deuxième milieu poreux quand la cavité est inclinée dans le sens horaire ($-90^\circ \leq \alpha < 0^\circ$) avec un décalage de la première région vers le haut, lorsque α dépasse 45° ($\alpha \leq -45^\circ$).

Les mêmes comportements des isothermes que nous pouvons voir pour les iso-concentrations avec l'augmentation de α dans les deux sens avec une grande déformation des iso-concentrations par apport aux isothermes.

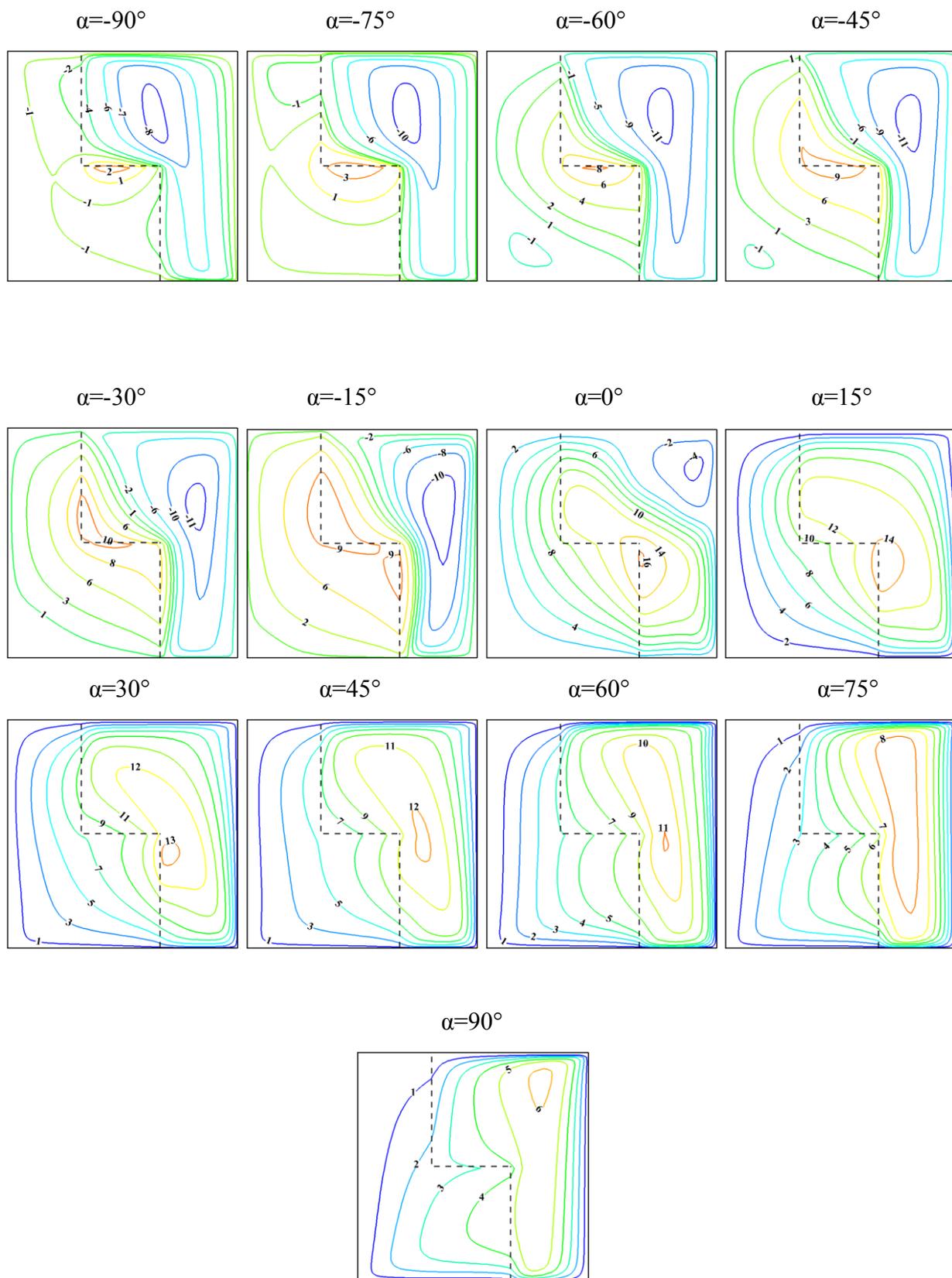


Figure 4.2.1: Lignes de courant pour différentes valeurs de α avec $Ra=2.10^7$, $N=3$ et $Le=3$

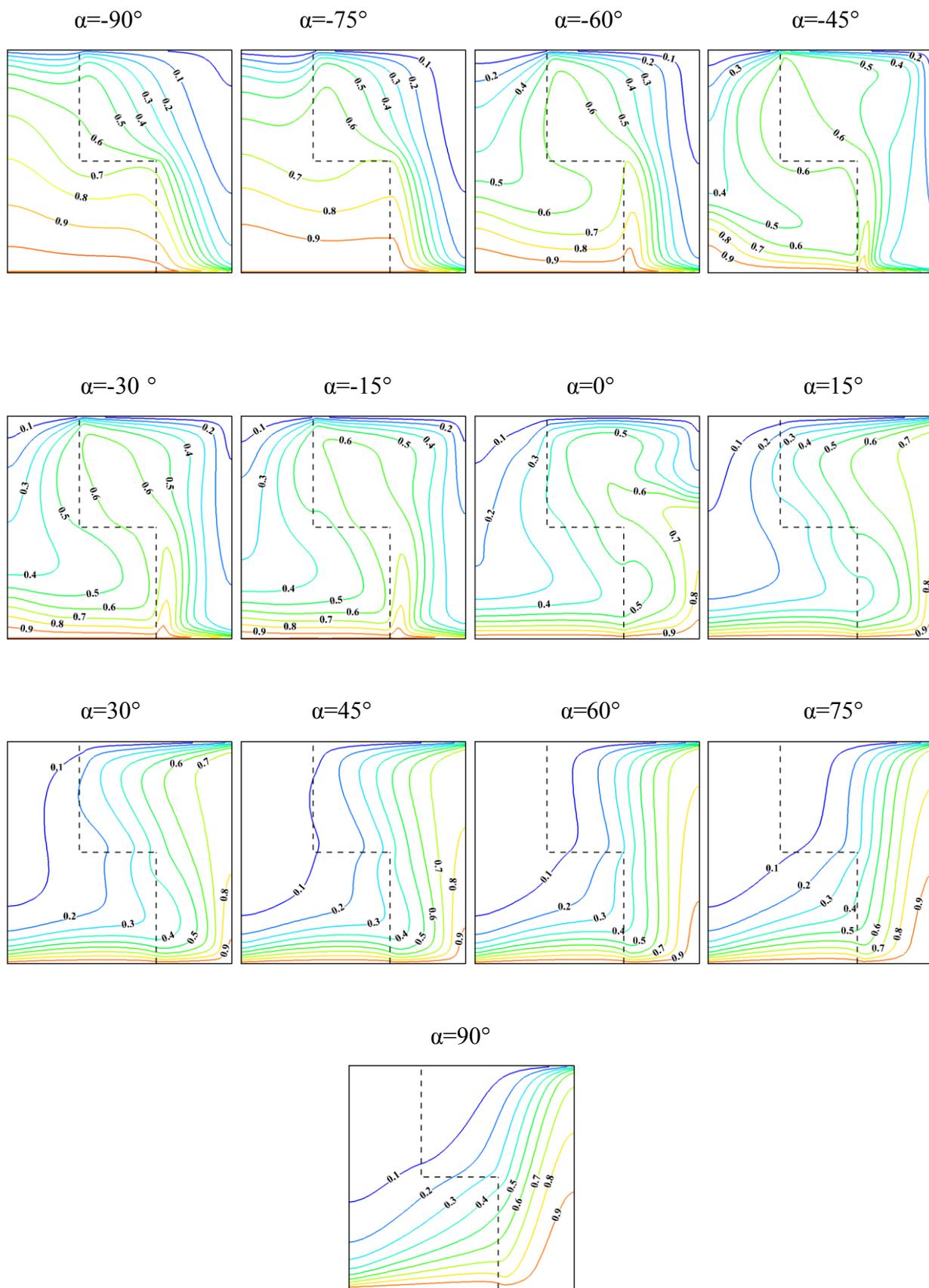


Figure 4.2.2: Isothermes pour différentes valeurs de α avec $Ra=2.10^7$, $N=3$ et $Le=3$.

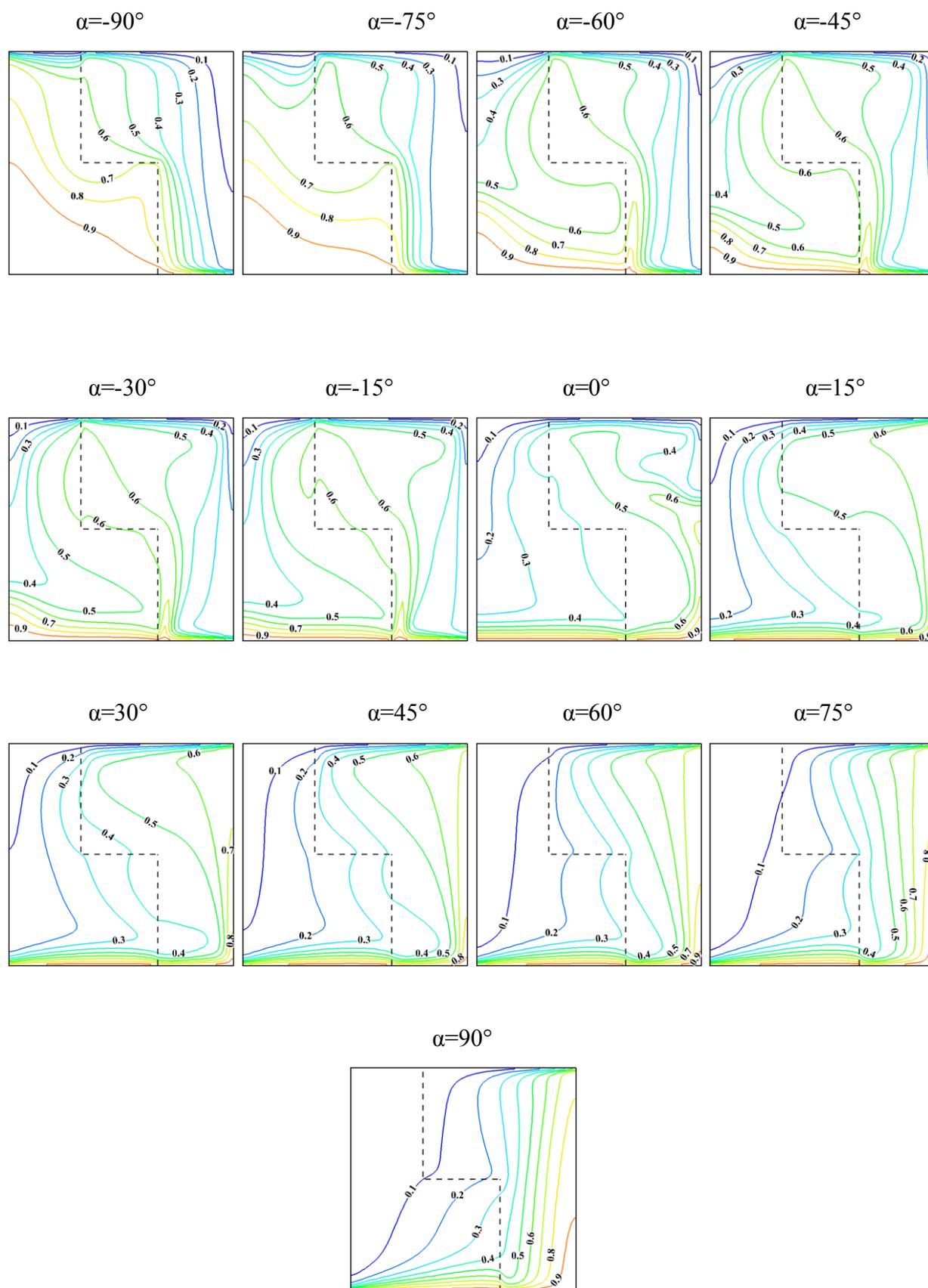


Figure 4.2.3: Iso-concentrations pour différentes valeurs de α avec $Ra=2.10^7$, $N=3$ et $Le=3$

4.2.2.2 Transfert de chaleur et de masse:

La variation du transfert de chaleur et de masse de la totalité de la cavité poreuse en fonction de l'angle d'inclinaison (α) est présentée sur la figure 4.2.4. En général, les deux nombres moyens de Nusselt et Sherwood ont le même comportement, lorsque l'angle d'inclinaison (α) augmente dans le sens horaire ou antihoraire, et ils augmentent jusqu'à ce que (α) atteigne 45° où les transferts thermiques et massiques diminuent avec α .

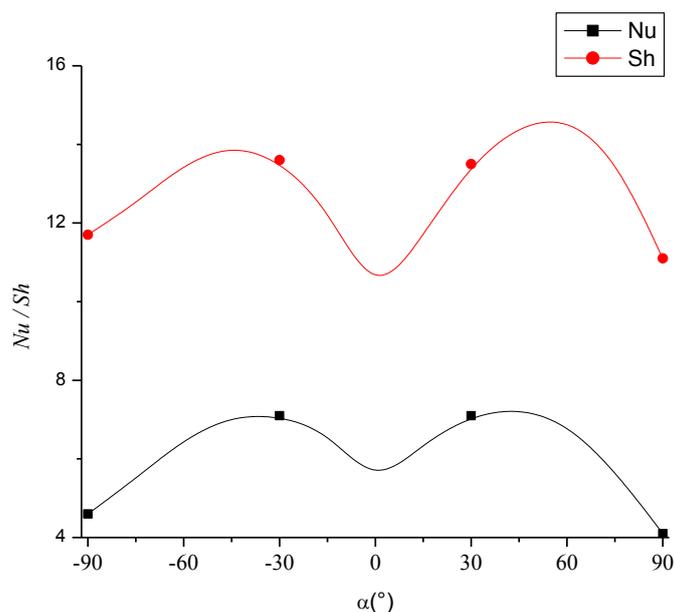


Figure 4.2.4 : Variation du transfert de chaleur et de masse moyen en fonction de l'angle d'inclinaison α avec $Ra=2.10^7$, $N=3$, $Le=3$ et $A=1$.

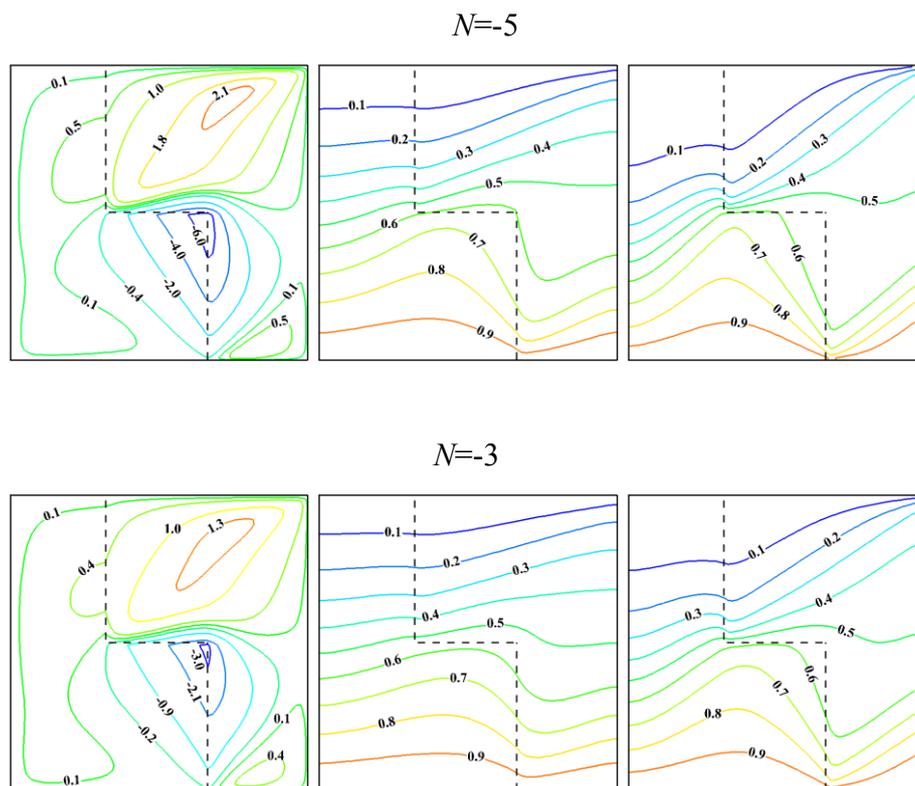
4.2.3 Influence du rapport des forces de volume N :

4.2.3.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

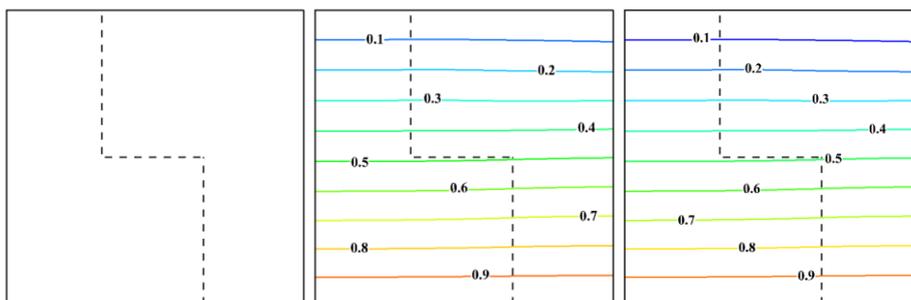
Les effets du rapport des forces de volume N sur les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations sont présentés sur la figure 4.2.5 pour l'angle d'inclinaison $\alpha=-45^\circ$, $Ra=2.10^7$ et $Le=3$. Les lignes de courant sont divisées en deux cellules distinctes pour toutes les valeurs de N sauf à $N=-0.5$, où l'écoulement est monocellulaire, et à $N=-1$ où les forces de volume thermique et solutale sont comparables et opposées, leur résultante est donc pratiquement nulle, et par conséquent il n'y a pas de recirculation dans la cavité. L'intensité de l'écoulement dans le milieu poreux augmente par l'augmentation du facteur de flottabilité, soit dans les cas opposés

ou coopérant. Une résistance importante à l'écoulement de la première couche est perceptible dans les cas opposés, surtout dans le tiers gauche de la cavité; ce comportement est dû à la faible perméabilité de la première couche poreuse.

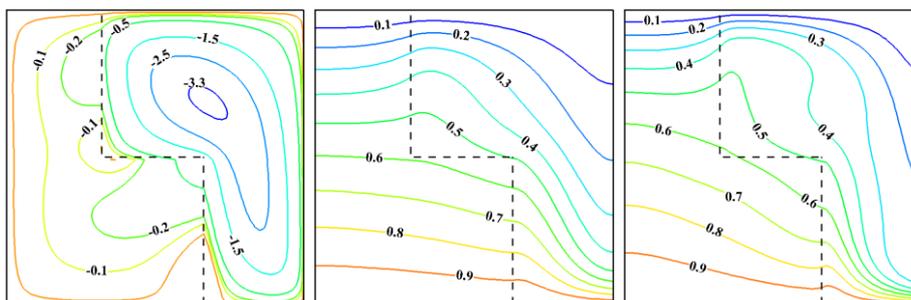
A cet effet, la circulation du fluide dans les deux autres tiers est plus favorable et la convection thermo-solutale est plus prononcée dans cette zone. Les isothermes et les iso-concentrations ont toujours le même comportement pour toutes les valeurs de N , on peut observer deux régions où le gradient de température et de concentration est important, la première est située à proximité de la paroi inférieure du deuxième milieu poreux et la deuxième région est située à proximité du milieu de la paroi supérieure de la cavité pour les cas coopérants. Cette dernière se décale vers le coin supérieur droit de la cavité pour les grandes valeurs de N ($N \leq -3$) dans le cas opposé.



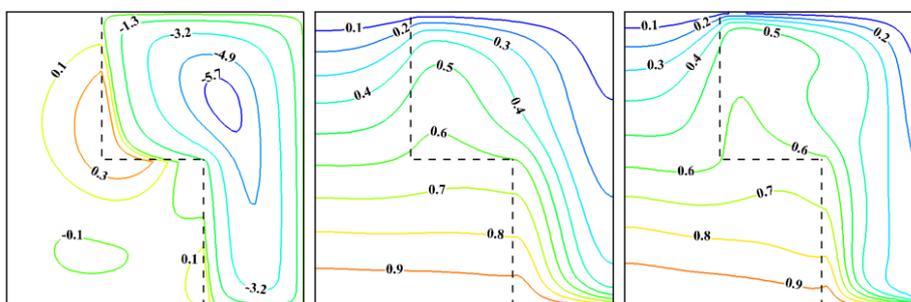
$N=-1$



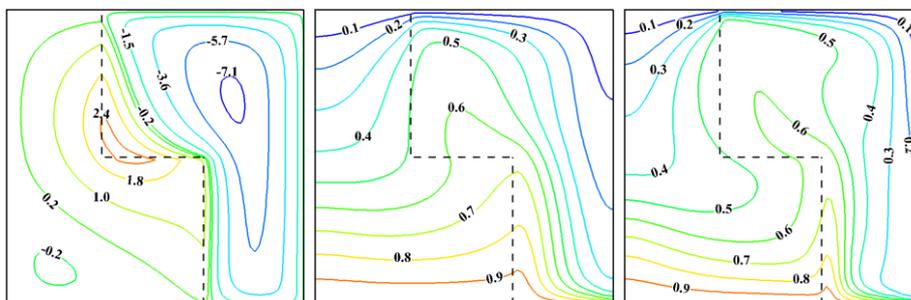
$N=-0.5$



$N=0$



$N=0.5$



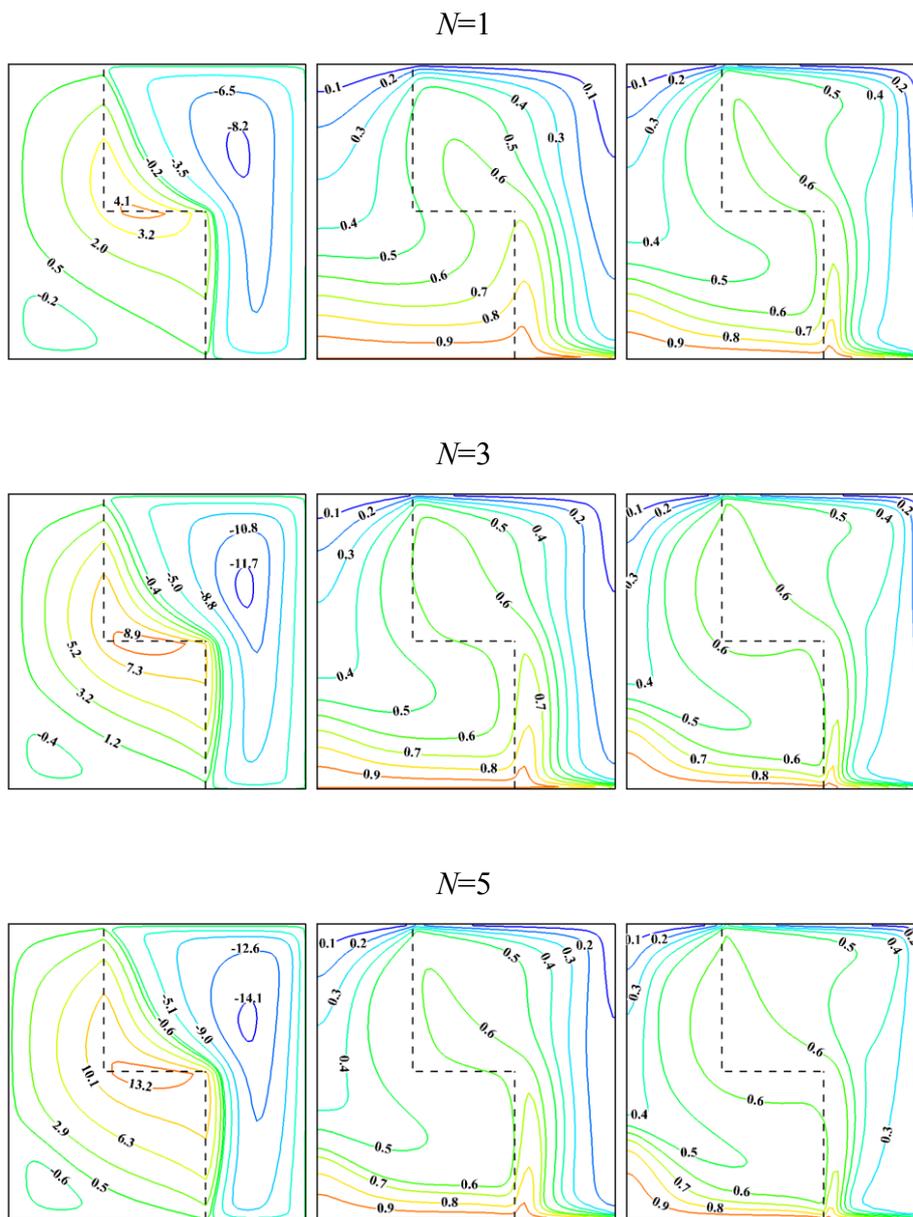


Figure 4.2.5: Lignes de courant (gauche), Isothermes (milieu) et Iso-concentrations (droite) pour différentes valeurs de N avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=-45^\circ$, $Le=3$

4.2.3.2 Transfert de chaleur et de masse:

La variation du transfert de chaleur et de masse à la paroi inférieure de la cavité en fonction du rapport de flottabilité N avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=-45^\circ$, $Le=3$ est représentée sur la figure 4.2.6. En général, le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Sherwood moyen ont le même comportement. En effet, lorsque les rapports des forces de volume augmentent ($-1 < N$) et que les deux effets (thermique et solutal) se renforcent, on s'attend à ce que l'écoulement soit plus intense, et que les transferts de chaleur et de masse soient accrus. Bien au contraire, lorsque N

augmente dans le cas opposé ($N \leq -1$) on constate que le transfert thermique est presque constant et reste conductif.

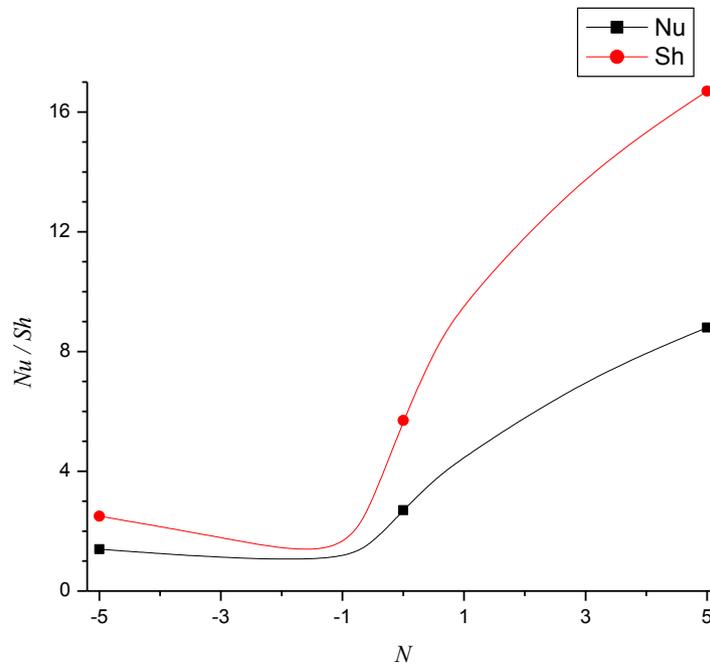


Figure 4.2.6: Variation du transfert de chaleur et de masse moyens en fonction du rapport de flottabilité N avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=-45^\circ$, $Le=3$.

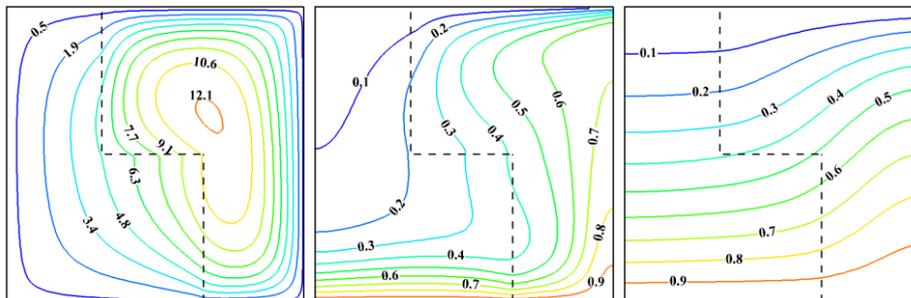
4.2.4 Influence du nombre de Lewis Le :

4.2.4.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

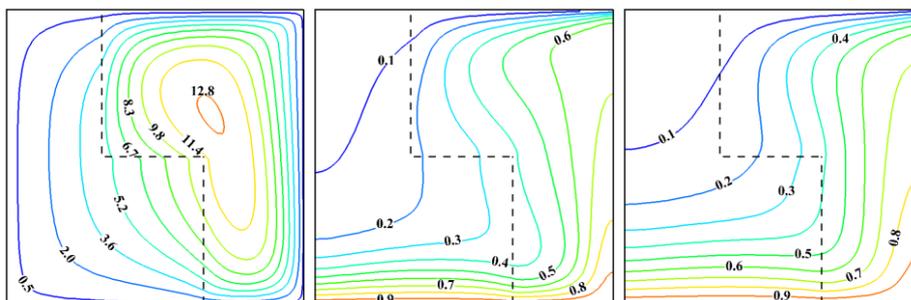
Les effets du nombre de Lewis Le sur les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations sont présentés sur la figure 4.2.7 pour l'angle d'inclinaison $\alpha=30^\circ$, $Ra=2.10^7$, $N=1$ et sur la figure 4.2.7 pour l'angle d'inclinaison $\alpha=45^\circ$, $Ra=2.10^7$ et $N=5$. L'écoulement est monocellulaire pour toutes les valeurs de Le , l'intensité de l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est diminué par l'augmentation du nombre de Lewis, soit dans les cas coopérants ou opposés (ce dernier n'est pas représenté), ψ_{\max} atteint une valeur maximale à la valeur $Le=0.5$. La circulation du fluide dans la deuxième couche poreuse reste plus favorable et la convection thermo-solutale est plus prononcée dans cette couche. Les isothermes et les iso-concentrations généralement ont toujours le même comportement pour toutes les valeurs de Le , on peut observer deux régions où le gradient de température et de concentration est important, la

première est située à proximité de la paroi inférieure de la cavité et la deuxième est située à proximité de la paroi supérieure du deuxième milieu poreux. Le gradient de concentration augmente avec le nombre de Lewis tandis que le gradient de température reste presque constant.

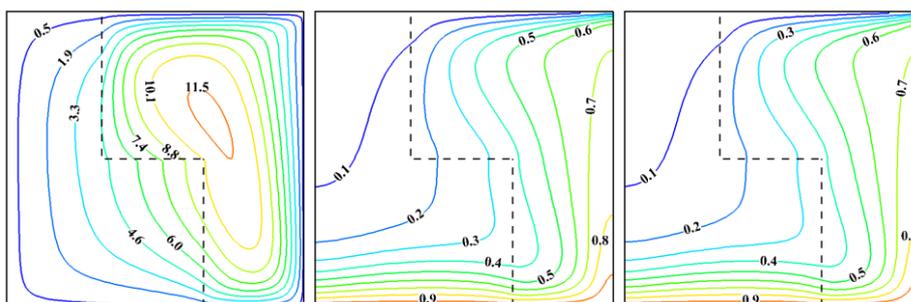
$Le=0.1$



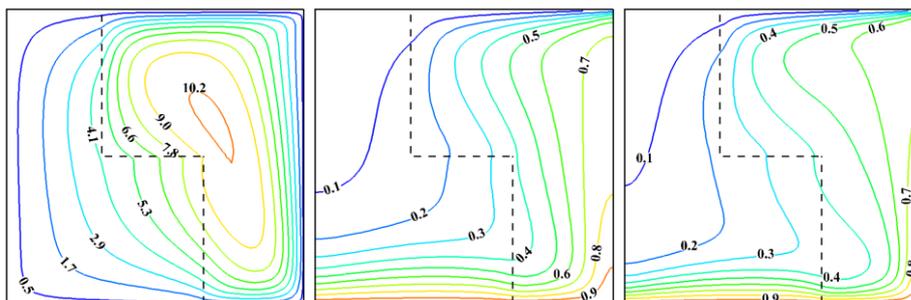
$Le=0.5$



$Le=1$



$Le=2$



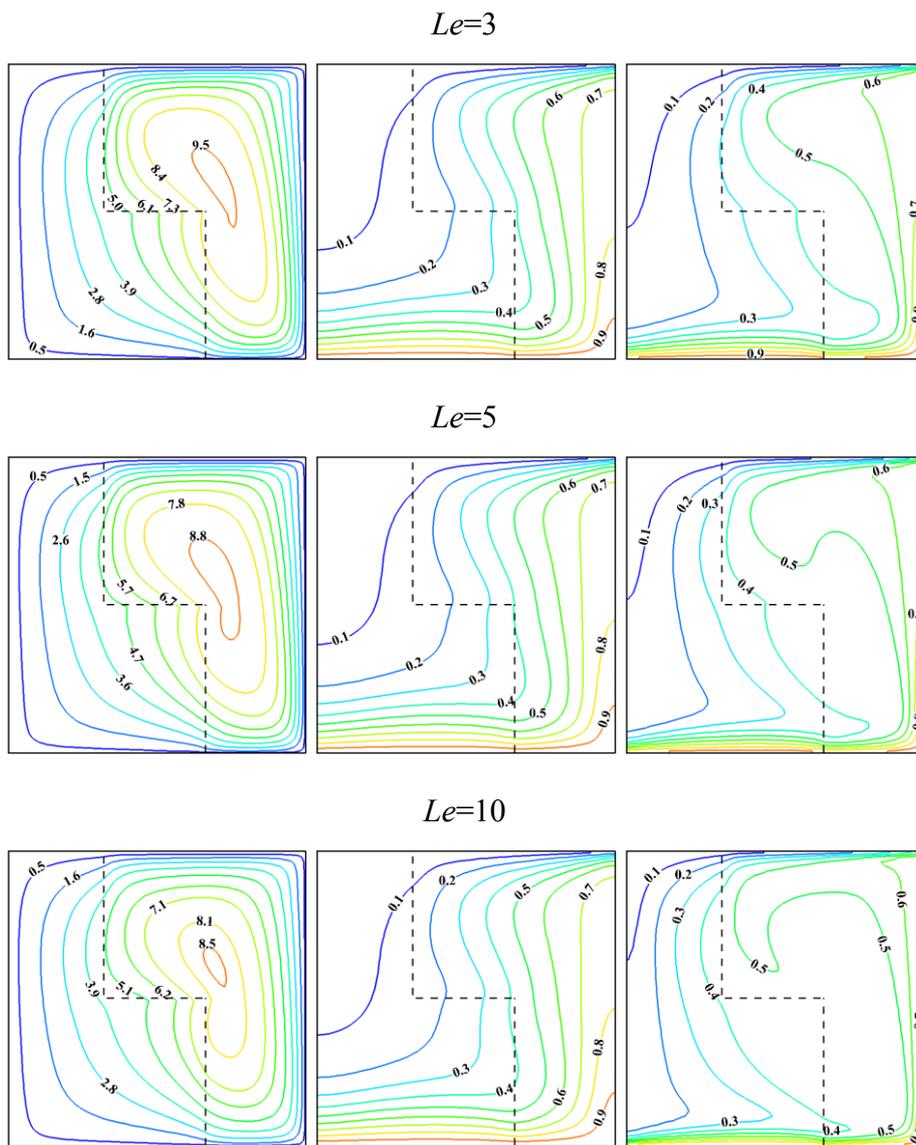
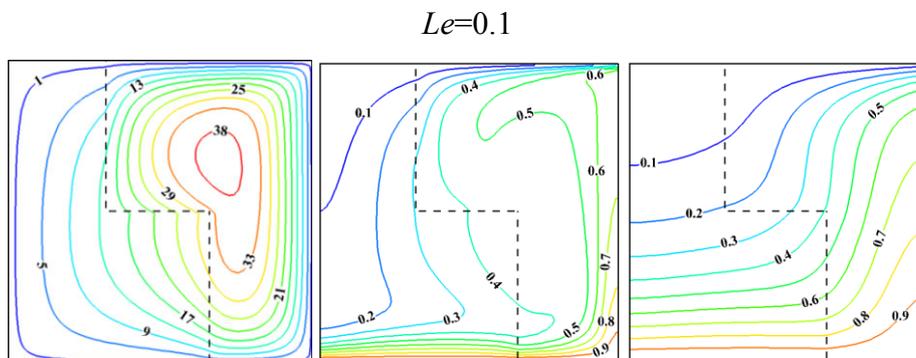
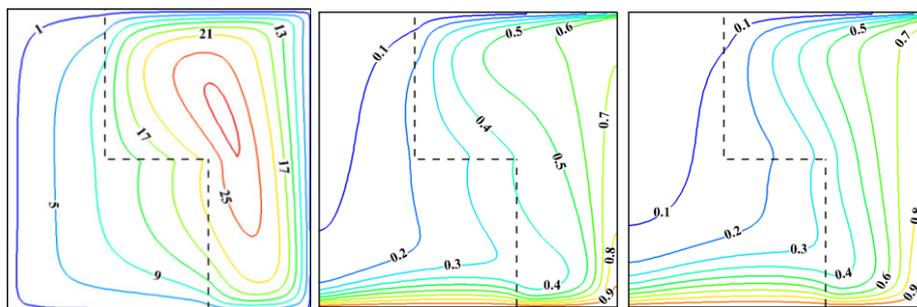


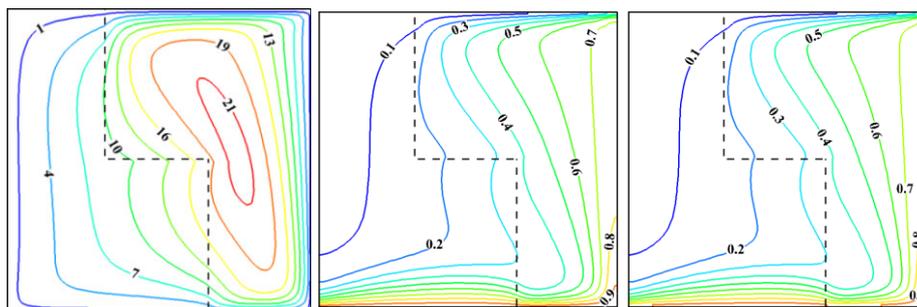
Figure 4.2.7 : Lignes de courant (gauche), Isothermes (milieu) et Iso-concentrations (droite) pour différentes valeurs de Le avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=30^\circ$ et $N=1$



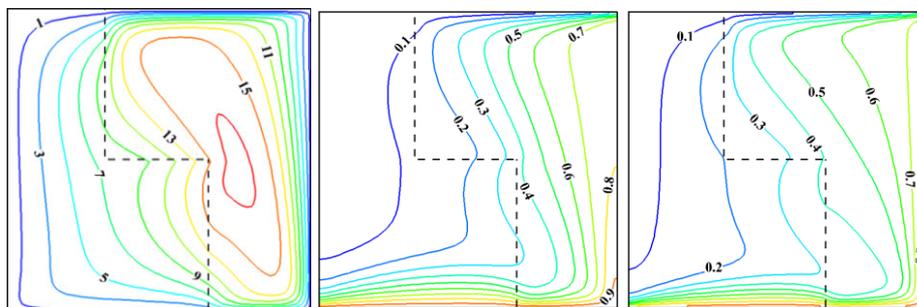
$Le=0.5$



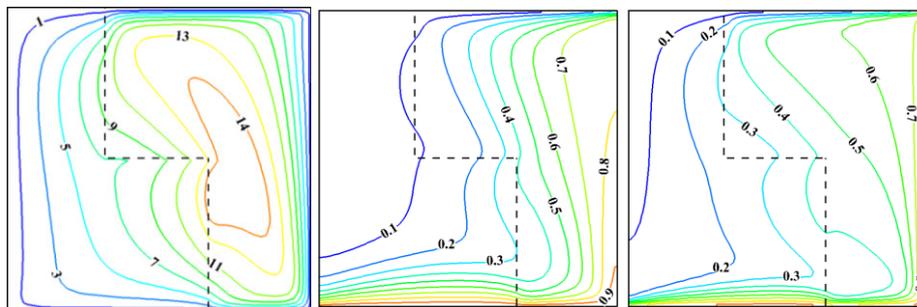
$Le=1$



$Le=2$



$Le=3$



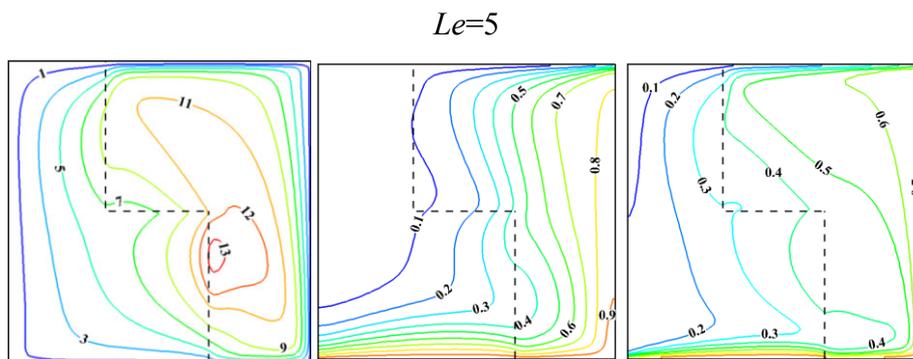


Figure 4.2.8: Lignes de courant (gauche), Isothermes (milieu) et Iso-concentrations (droite) pour différentes valeurs de Le avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=45^\circ$, $N=5$

4.2.4.2 Transfert de chaleur et de masse:

La variation du transfert de chaleur et de masse à la paroi inférieure de la cavité en fonction du nombre de Lewis Le avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=30^\circ$, $N=1$ et 5 est présentée sur la figure 4.2.9.

En général, le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Sherwood moyen ont un comportement contraire. On constate qu'à N donné, le transfert massique croît avec Le tandis que le transfert thermique diminue.

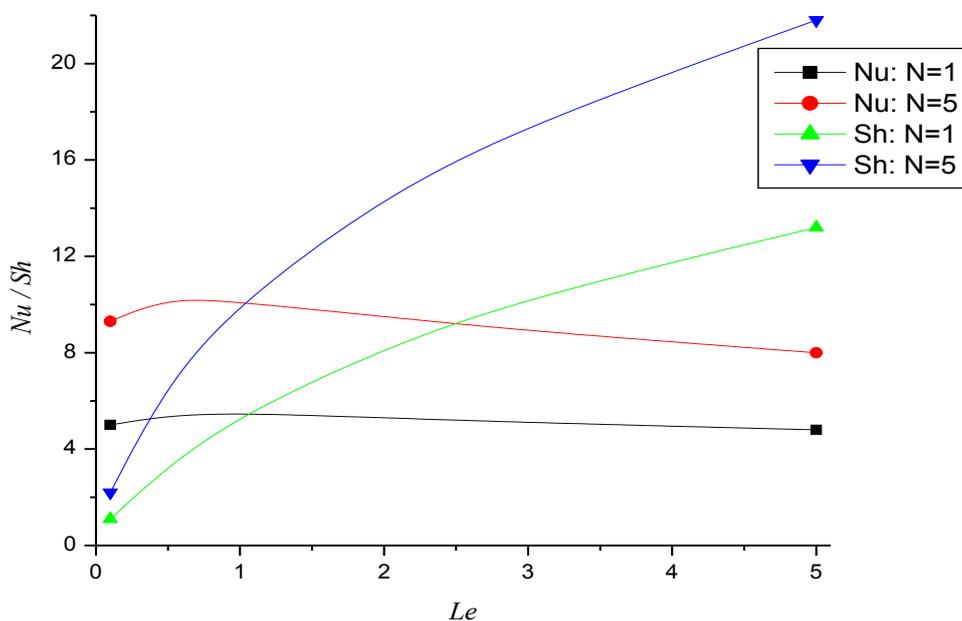
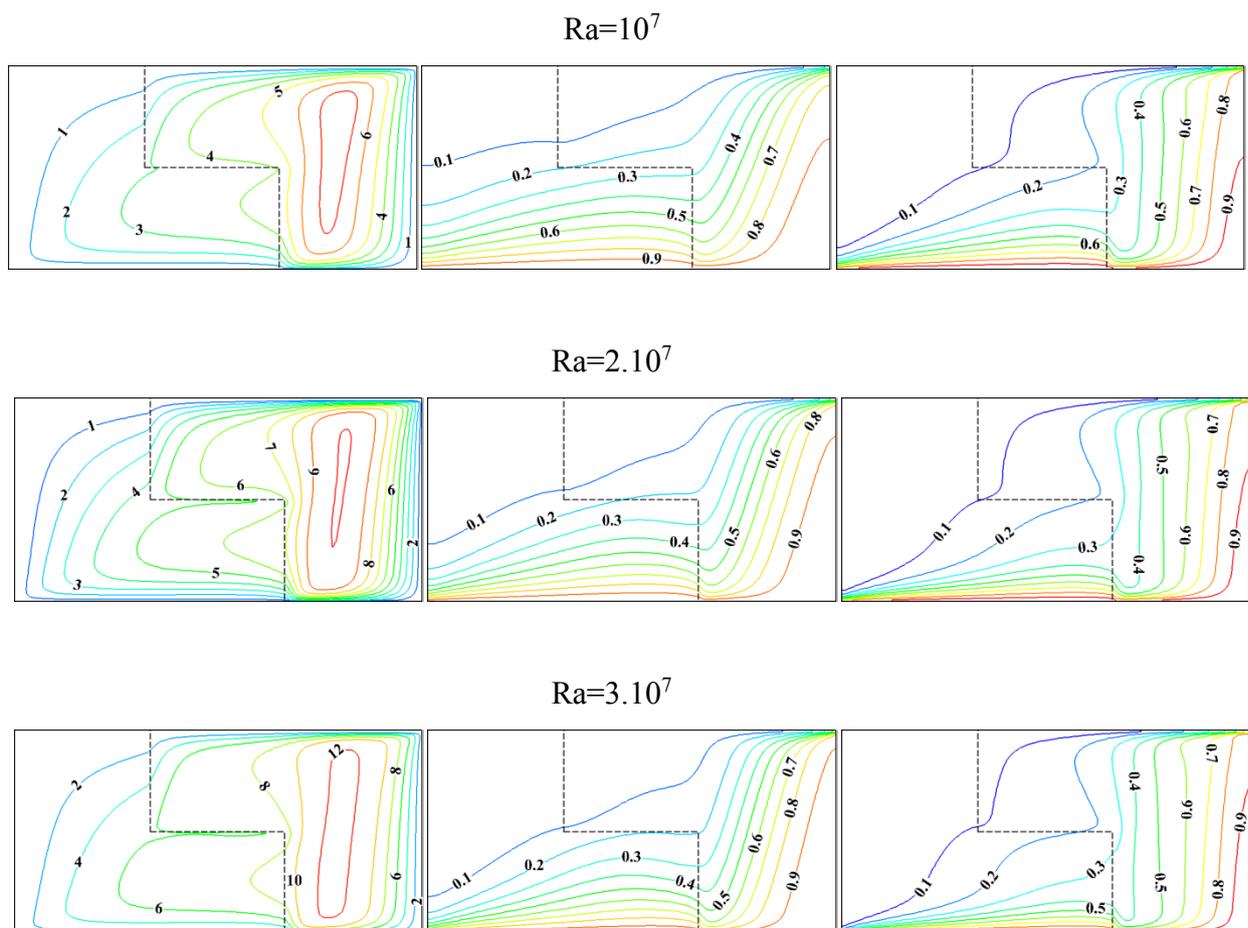


Figure 4.2.9 : Variation du transfert de chaleur et de masse moyen en fonction du rapport de nombre de Lewis Le avec $Ra=2.10^7$, $\alpha=30^\circ$, $N=1$ et 5.

4.2.5 Influence du nombre de Rayleigh Ra :

4.2.5.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

Les effets du nombre de Rayleigh Ra sur les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations sont représentés sur la figure 4.2.10 pour l'angle d'inclinaison $\alpha=90^\circ$, $N=3$ et $Le=3$. L'écoulement est monocellulaire pour toutes les valeurs de Ra , l'intensité de l'écoulement du fluide dans le milieu poreux augmente en augmentant le nombre de Rayleigh Ra . La circulation du fluide dans la deuxième couche poreuse reste plus favorable et la convection thermo-solutale est plus prononcée dans cette couche. Les isothermes et les iso-concentrations ont le même comportement pour toutes les valeurs de Ra , avec une stratification thermique et massique horizontale dans la deuxième couche poreuse. Les gradients de concentration et de température au niveau des parois actives augmentent avec le nombre de Rayleigh Ra .



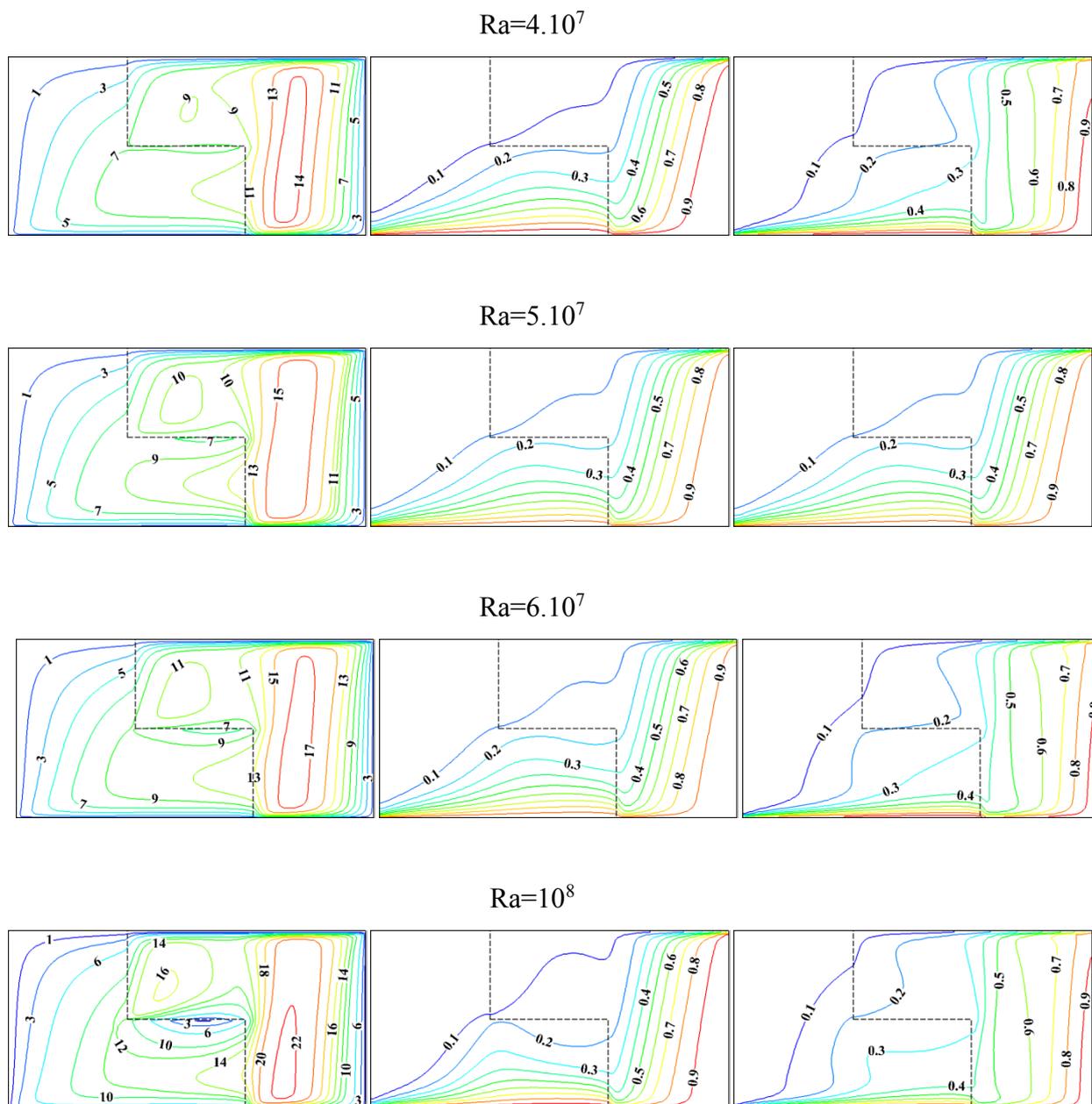


Figure 4.2.10: Lignes de courant (gauche), Isothermes (milieu) et Iso-concentrations (droite) pour différentes valeurs de Ra avec, $\alpha=90^\circ$, $N=3$, $Le=3$ et $A=2$.

4.2.5.2 Transfert de chaleur et de masse:

La variation du transfert de chaleur et de masse au niveau des parois actives de la cavité poreuse en fonction du nombre de Rayleigh Ra à différentes valeurs de l'angle d'inclinaison α est illustrée sur la figure 4.2.11. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood augmentent pour toutes les valeurs de l'angle d'inclinaison. Les résultats précédents montrent que le maximum de Nu et Sh se produit lorsque Ra est au maximum.

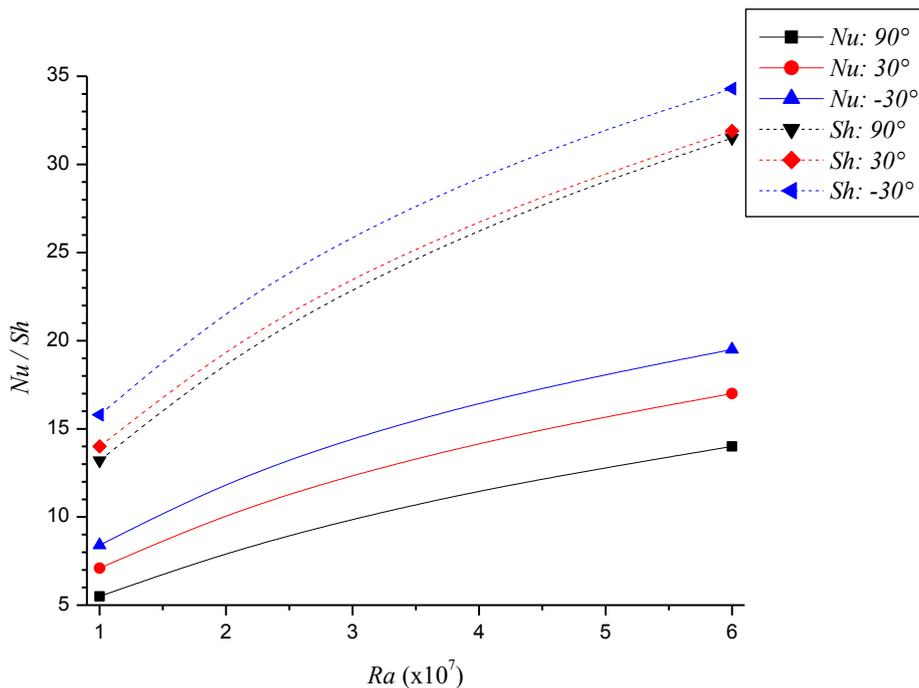


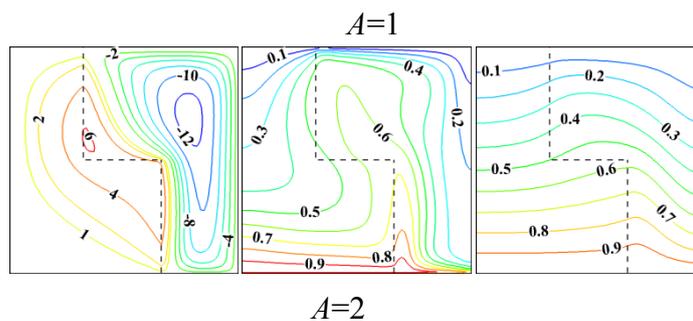
Figure 4.2.11 : Variation du transfert de chaleur et de masse moyens en fonction du nombre de Rayleigh Ra à différentes valeurs de l'angle d'inclinaison α , $N=3$, $Le=3$ et $A=2$.

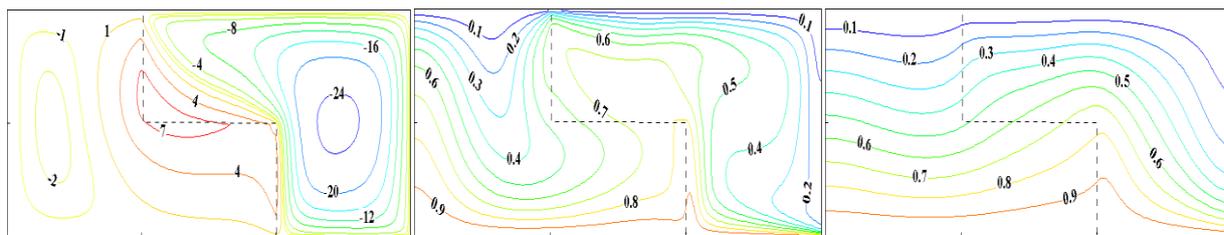
4.2.6 Influence du facteur de forme A :

4.2.6.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations :

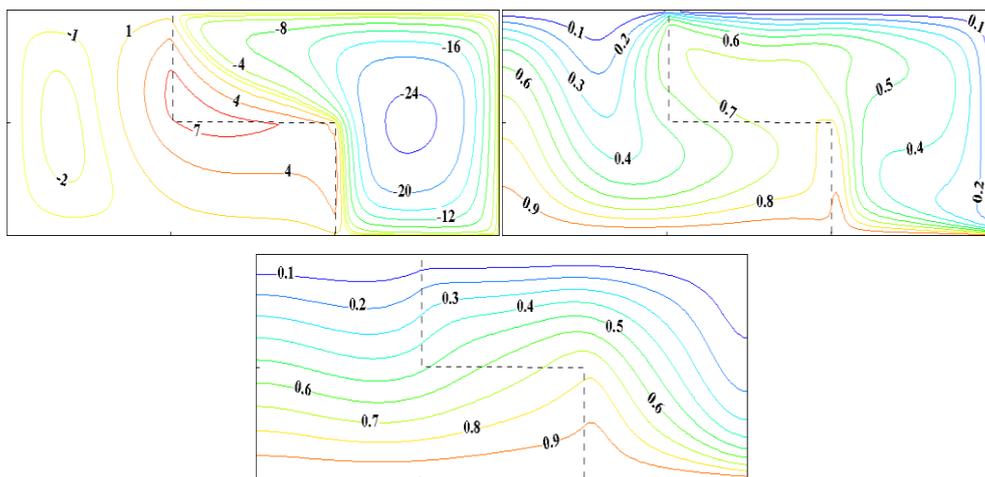
Les effets du facteur de forme A sur les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations sont représentés sur la figure 4.2.12, pour $N=0.5$, $Le=0.1$ et $\alpha=-30^\circ$ et sur la figure 4.2.13, pour $N=3$, $Le=3$, $\alpha=-30^\circ$ et $Ra=4.10^7$.

L'écoulement est multicellulaire pour toutes les valeurs de A , la force du vortex du fluide dans le milieu poreux augmente avec l'augmentation du facteur de forme A , soit dans les cas opposés ou coopérants. ψ_{max} atteint une valeur maximale à la valeur $A=4$.





$A=3$



$A=4$

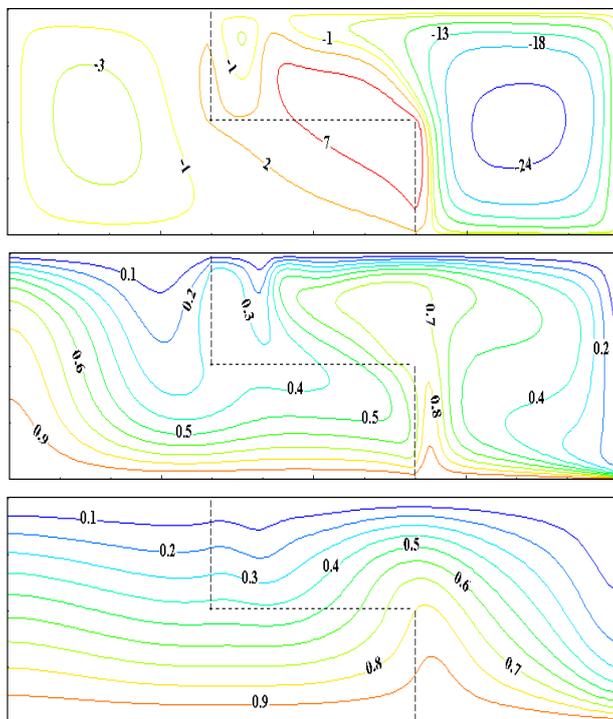
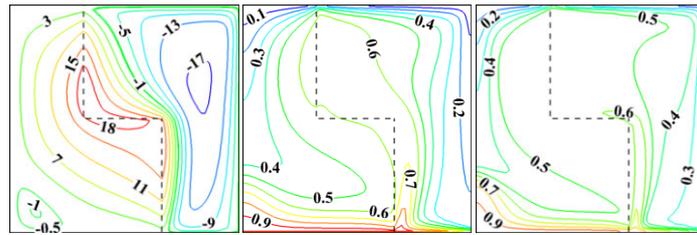
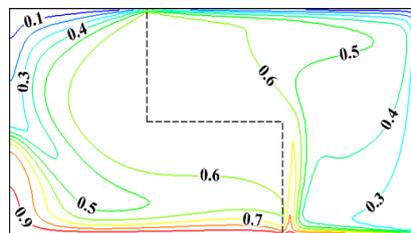
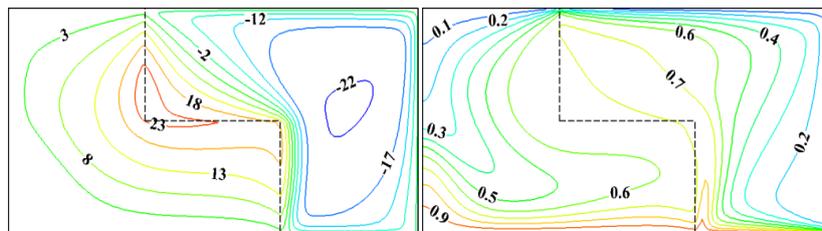


Figure 4.2.12 : Lignes de courant, Isothermes et Iso-concentrations pour différentes valeurs du facteur de forme A avec, $\alpha=-30^\circ$, $N=0.5$, $Le=0.1$ et $Ra=4.10^7$

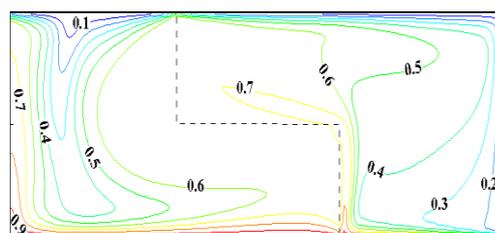
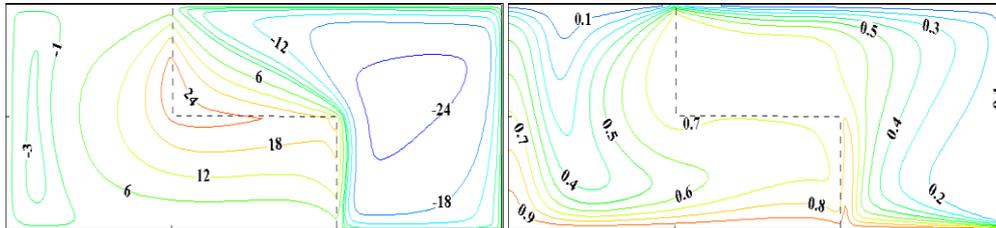
$A=1$



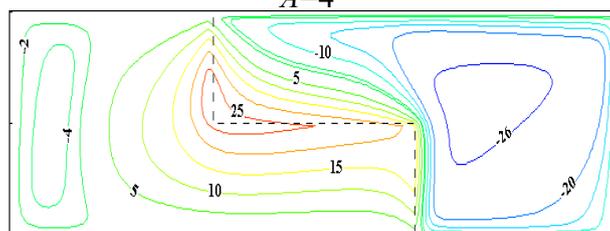
$A=2$



$A=3$



$A=4$



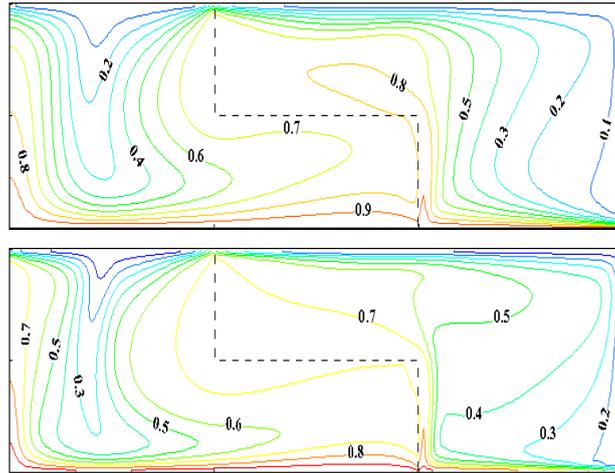


Figure 4.2.13 : Lignes de courant, Isothermes et Iso-concentrations pour différentes valeurs du facteur de forme A avec, $\alpha=-30^\circ$, $N=3$, $Le=3$ et $Ra=4.10^7$

4.2.6 .2 Transfert de chaleur et de masse:

La variation du transfert de chaleur et de masse de la totalité de la cavité poreuse en fonction du facteur de forme de la cavité A avec $N=0.5$, $Le=0.1$ (1^{er} cas) et $N=3$, $Le=3$ (2^{ème} cas) pour $\alpha=-30^\circ$ et $Ra=4.10^7$ est représentée sur la figure 4.2.14. Lorsque le facteur de forme de la cavité augmente, le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Sherwood moyen augmentent pour toutes les valeurs de Le et N . Les résultats précédents montrent que le maximum du transfert de chaleur et de masse moyens se produit lorsque ($A=4$).

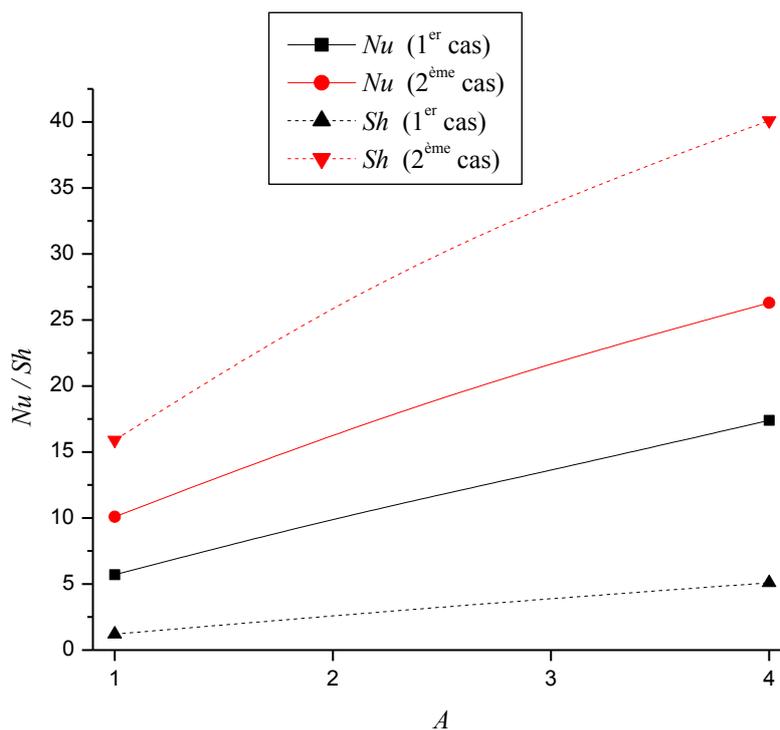


Figure 4.2.14 : Variation du transfert de chaleur et de masse moyens en fonction du facteur de forme de la cavité A avec $N=0.5$, $Le=0.1$ (1^{er} cas) et $N=3$, $Le=3$ (2^{ème} cas) pour, $\alpha=-30^\circ$ et $Ra=4.10^7$

Conclusion générale

L'étude des mouvements de convection naturelle thermo-solutale se développant dans une cavité rectangulaire inclinée d'un angle α eu égard au plan horizontal, remplie par un milieu poreux où les gradients de température et de concentration sont croisés (dans la première partie) et deux milieux poreux de forme L chauffés et salés par le bas (dans la deuxième partie) saturés par un fluide newtonien est présentée dans cette thèse. On utilise l'approximation de Boussinesq et la formulation de Darcy et de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour établir le modèle mathématique décrivant les transferts de chaleur et de masse couplés au sein de la cavité. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. Cette méthode a été utilisée pour la discrétisation des équations de type parabolique (chaleur et masse) et celle des différences centrées pour la discrétisation de l'équation de type elliptique (mouvement) de la première partie. Le système d'équations discrétisées est résolu par la méthode itérative de Gauss-Seidel avec une sous-relaxation. Les distributions de la température et de la concentration ainsi que la fonction de courant dans la matrice poreuse sont représentées en fonction des différents paramètres de contrôle. Les nombres adimensionnels de Nusselt et de Sherwood moyens déterminant les taux de transfert de chaleur et de masse sont également présentés en fonction de ces paramètres. La validation de nos résultats, nous a permis de trouver un bon accord avec la littérature, en ce qui concerne la convection naturelle purement thermique, ainsi que pour la convection naturelle double diffusive, pour un écoulement bidimensionnel laminaire et permanent dans une cavité rectangulaire inclinée d'un angle α eu égard au plan horizontal, remplie par un ou deux milieux poreux saturés par un fluide newtonien.

Dans le 1^{er} cas, la variation de l'inclinaison de la cavité à travers le rapport des forces de volumes, et ses influences sur les transferts thermiques et massiques ont été mises en évidence. Quand l'écoulement convectif est dû exclusivement aux effets thermiques, trois solutions caractérisées par des écoulements multicellulaires ($-15^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$) et monocellulaire horaire ($-90^\circ \leq \alpha < -15^\circ$) /antihoraire ($15^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) ont été obtenues, l'intensité de l'écoulement et le transfert thermique demeurent pratiquement constants avec l'accroissement de α , tandis qu'on a constaté une forte diminution du transfert massique lorsque α passe de -30° à -15° et une forte augmentation lorsque α passe de 15° à 45° . Quand l'écoulement convectif est dû exclusivement aux effets solutaux, l'intensité s'affaiblit de plus en plus avec l'augmentation de α et le sens de

circulation reste horaire avec une augmentation importante du transfert thermique et massique lorsque α passe de -30° à 30° . Par contre cinq solutions caractérisées par des écoulements multicellulaire et monocellulaire horaire/antihoraire, naturel/antinaturel ont été obtenues dans le cas du régime intermédiaire, l'aspect inattendu concerne l'écoulement monocellulaire antinaturel trouvé quand $0^\circ < \alpha \leq 30^\circ$ où le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction et le transfert de masse est maximum. Quand α dépasse 30° l'écoulement s'intensifie et devient multicellulaire avec une augmentation du transfert thermique et une diminution du transfert massique. L'effet du rapport des forces de volumes N et du nombre de Lewis Le ont été mis en évidence, au fur et à mesure que $|N|$ augmente la structure de l'écoulement s'intensifie et les transferts de chaleur et de masse moyens augmentent, sauf quand $N=1$ et -1 le transfert de chaleur moyen est minimum.

Dans le 2^{ème} cas, la variation de l'inclinaison de la cavité et ses influences sur les transferts thermiques et massiques ont été aussi mises en évidence. Deux solutions caractérisées par des écoulements multicellulaires ($-90^\circ \leq \alpha \leq 0^\circ$) et monocellulaire trigonométrique ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) ont été obtenues, l'intensité de l'écoulement diminue avec l'accroissement de α dans les deux sens, tandis qu'on a constaté une augmentation du transfert thermique et massique jusqu'à l'inclinaison 45° et 60° respectivement. L'effet du rapport des forces de volume N , du nombre de Lewis Le , du nombre de Rayleigh Ra et du facteur de forme de la cavité A ont été mis en évidence aussi dans ce cas, la structure de l'écoulement s'intensifie et les transferts de chaleur et de masse moyens augmentent avec l'augmentation de N , Ra et de A tandis qu'on a constaté le contraire avec Le sauf le transfert de masse qui conserve son augmentation.

Une suite intéressante à ce travail serait de généraliser l'étude en considérant le cas tridimensionnel de notre enceinte ainsi que de la variation des propriétés physique du fluide. En outre, dans certaines applications pratiques, les milieux poreux sont anisotropes et les transferts de chaleur et de masse interagissent. L'étude de l'influence des effets d'anisotropie en perméabilité et en conductivité thermique et celles des effets Soret et Dufour est hautement recommandée.

RÉFÉRENCES

1. A. Islama, M. Sharif, E. Carlsons, *Numerical investigation of double diffusive natural convection of CO₂ in a brine saturated geothermal reservoir*, *Geothermics*, Vol.48, pp.101-111, (2013).
2. T. Nagel, H. Shao, A. Singh, N. Watanabe, C. Roßkopf, M. Linder, *Non equilibrium thermo-chemical heat storage in porous media*, *Energy*, Vol.60, pp.254-270, (2013).
3. H. Shao, T. Nagel, C. Roßkopf, M. Linder, A. W€orner, O. Kolditz, *Non-equilibrium thermo-chemical heat storage in porous media*, *Energy*, Vol.60, pp.271-282, (2013).
4. Y. Liu, H. Wang, Z. Shen, Y. Song, *Estimation of CO₂ storage capacity in porous media by using X-ray micro-CT*, *Energy Procedia*, Vol.37, pp.5201-5208, (2013).
5. A. Nouri-Borujerdi, S. I. Tabatabai, *Porous media approach in thermo-hydraulic analysis of high temperature reactors in pressurized/depressurized cool down: an improvement*. *Prog. Nucl. Energy*, Vol.80, pp.119-127, (2015).
6. C. Beghein, F. Haghighat, F. Allard, *Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity*, *Int. J. Heat. Mass Transfer*, Vol.35, pp.833-846, (1992).
7. R. W. Schmitt, *Double diffusion in oceanography*, *Fluid Mech.*, Vol.26, pp.255-285, (1994).
8. J. S. Turner, *Double diffusive phenomena*, *Fluid. Mech.*, Vol.6, pp.37-56, (1974).
9. S. Ostrach, *Natural convection with combined driving forces*, *Physico. Chem. Hydrodyn.*, Vol.1, pp.233-247, (1980).
10. H. Bénard, *Les Tourbillons Cellulaires dans une Nappe Liquide Transportant de la Chaleur par Convection en Régime Permanent*, *Ann. Chim. Phys*, Vol.7, pp.62-79, (1901).
11. L. Rayleigh, *On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, When the Higher Temperature is on the underside*, *Phil. Mag*, Vol.32, pp.529-538, (1916).
12. M. E. Stern, *Collective Instability of Salt Fingers*, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.35, N°7, pp.209-218, (1969).
13. H. Stommel, A. B. Arons, D. Blanchard, *An oceanographic curiosity: the Perpetual Salt Fountain*, Vol.3, pp.152-153, (1956).
14. D. Nield, A. Bejan, *Convection in Porous Media*, 3rd. ed. Springer, New York Inc,

- (2006).
15. D. B. Ingham, I. Pop, *Transport phenomena in porous media*, 3rd. ed. Elsevier, Oxford, (2005).
 16. P. Vadász, *emerging topics in heat and mass transfer in porous media*, Springer, New York Inc. (2008).
 17. R. Viskanta, T. L. Bergman, F.P. Incropera, *Double diffusive natural convection*, in: S. Kakac, W. Aung, R. Viskanta (Eds.), (*Natural Convection: Fundamentals and Applications*, Hemisphere, Washington, DC), pp.1075-1099, (1985).
 18. T. Makayssi, M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, A. Raji, A. Bahlaoui, *Natural double-diffusive convection in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted from the side and filled with non-Newtonian power-law fluids: the cooperating case*, Energy Convers Manage, Vol.49, pp.2016–2025, (2008).
 19. M. A. Teamah, *Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source*, Int. J. Therm. Sci. 47, pp.237–248, (2008).
 20. M. A. Teamah, A. F. Elsafty, M. Z. Elfeky, E. Z. El-Gazzar, *Numerical simulation of double-diffusive natural convective flow in an inclined rectangular enclosure in the presence of magnetic field and heat source, part A: effect of Rayleigh number and inclination angle*, Alex. Eng. J. Vol.50, pp.269-282, (2011).
 21. H. S. Harzallah, A. Jbara, K. Slimi, *Double-diffusive natural convection in anisotropic porous medium bounded by finite thickness walls: validity of local thermal equilibrium assumption*, Transp. Porous Med. Vol.103, pp.207-231, (2014).
 22. R. Nikbakhti, J. Khodakhah, *Numerical investigation of double diffusive buoyancy forces induced natural convection in a cavity partially heated and cooled from sidewalls*, Engineering Science and Technology, an International Journal, (2015).
 23. M. A. Teamah, M. M. K. Dawood, W.M. El-Maghlany, *Double diffusive natural convection in a square cavity with segmental heat sources*, Eur. J. Sci. Res, Vol.54, N°2, pp.287-301, (2011).
 24. O. V. Trevisan, A. Bejan, *Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy Effects in a Porous Medium*, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol.28, pp.1597-1611, (1985).
 25. O. V. Trevisan, A. Bejan, *Mass and Heat Transfer by Natural Convection in a Vertical Slot Filled with Porous Medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.29, pp.403–415,

(1986).

26. V. J. Bansod, R. K. Jadhav, *An integral treatment for combined heat and mass transfer by natural convection along a horizontal surface in a porous medium*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.52, pp.2802–2806, (2009).
27. F. Zhao, D. Liu, G. Tang, *Natural convection in an enclosure with localized heating and salting from below*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.51, pp.2889-2904, (2008).
28. A. Latreche, M. Djezzar, *Convective heat and solute transfer in Newtonian fluid saturated inclined porous cavity*, International Journal of Physical Research, Vol.2, N°2, pp.78-84, (2014).
29. A. Mohamad, R. Bennacer, *Natural convection in a confined saturated porous medium with horizontal temperature and vertical solutal gradients*, Int. J. Therm. Sci., Vol.40, pp.82–93, (2001).
30. A. Mohamad, R. Bennacer, *Double diffusion, Natural Convection in an Enclosure Filled with Saturated Porous Medium Subjected to Cross Gradients; Stably Stratified Fluid*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.45, pp.3725-3740, (2002).
31. M. Bourich, A. Amahmid, M. Hasnaoui, *Double diffusive convection in a porous enclosure submitted to cross gradients of temperature and concentration*, Energy Conversion and Management, Vol.45, pp.1655-1670, (2004).
32. N. Hadidi, Y. Ould-Amer, R. Bennacer, *Bi-layered and inclined porous collector: optimum heat and mass transfer*, Energy, Vol.51, pp.422-430, (2013).
33. N. Hadidi, R. Bennacer, Y. Ould-Amer, *Two-dimensional thermosolutal natural convective heat and mass transfer in a bi-layered and inclined porous enclosure*, Energy, Vol.93, pp.2582-2592, (2015).
34. A. C. Baytas, A. F. Baytas, D. B. Ingham, I. Pop, *Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer: non-Darcy flow*, Int. J. Therm. Sci., Vol.48, pp.665-673, (2009).
35. R. Bennacer, H. Beji, A. A. Mohamad, *Double diffusive convection in a vertical enclosure inserted with two saturated porous layers confining a fluid layer*, Int. J. Therm. Sci., Vol.42, pp.141-151, (2003).
36. D. A. Nield, *Onset of convection in a fluid layer overlying a layer of a porous medium*, J. Fluid Mech., Vol.81, pp.513-522, (1977).
37. D. A. Nield, *The boundary correction for the Rayleigh – Darcy problem: Limitation of*

- the Brinkman equation*. J. Fluid Mech., Vol.128, pp.37-46, (1983).
38. C. W. Somerton, I. Catton, *On the thermal instability of superposed porous and fluid layers*. J. Heat Transfer. , Vol.104, pp.160-165, (1982).
 39. F. Chen, C. F. Chen, *Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer*. J. Heat Transfer, Vol.110, pp.403-409, (1988).
 40. F. Chen, C. F. Chen, *Experimental investigation of convection stability in a superposed fluid and porous layer when heated from below*. J. Fluid. Mech., Vol.207, pp.321-311, (1989).
 41. R. Younsi, A. Harkati, D. Kalache, *Heat and mass transfer in composite fluid-porous layer: Effect of permeability*. Arabian J. for Sc. and Eng. , Vol.27, pp.145-155, (2001).
 42. R. Younsi, A. Harkati, D. Kalache, *Numerical simulation of heat and mass transfer in composite fluid-porous layer with transverse magnetic field*, Comp. Ass. Mech. and Eng. Sc. J., Vol.10, N°1, (2003).
 43. D. Poulikakos, A. Bejan, *Natural convection in vertically and horizontally layered porous media heated from the side*. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.26, N°12, pp.1805-1814, (1983).
 44. F. C. Lai, F. A. Kulacki, *Natural convection across a vertical layered porous cavity*. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.31, N°6, pp.1247-1260, (1988).
 45. S. B. Sathe, T. W. Tong, *Measurements of natural convection in partially porous rectangular enclosures of aspect ratio 5*. Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol.15, pp.203-212, (1988).
 46. C. Beckermann, R. Viskanta, S. Ramadhyani, *Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers*. J. Fluid. Mech., Vol.186, pp.257-281, (1988).
 47. Gobin, B. Goyeau, J. P. Songbe, *Double-diffusive natural convection in a composite fluid – porous layer*, J. Heat Transfer, Vol.120, pp.234-242 , (1998).
 48. J. Boussinesq, *Théorie Analytique de la Chaleur mise en Harmonie avec la Thermodynamique et avec la Théorie Mécanique de la Lumière*, Tome 2, Gauthier-Villars, Paris, (1903).
 49. H. Darcy, *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, distribution d'eaux et filtrage des eaux*, Victor Dalmont, Paris, (1856).
 50. S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid flow*, Hemisphere, New York, (1980).

51. E. F. Nogotov, *Applications of Numerical Heat transfer*, McGraw-Hill book company, New York, (1978).
52. K. Al-Farhany, A. Turan, *Numerical study of double diffusive natural convective heat and mass transfer in an inclined rectangular cavity filled with porous medium inclined rectangular cavity filled with porous medium*. International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol.39, pp.174–181, (2012).
53. S. L. Moya, E. Ramos, M. Sen, *Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30, N°4, pp.741–756, (1987).
54. J. P. Caltagirone, S. Bories, *Solutions and stability criteria of natural convective flow in an inclined porous layer*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.155, pp.267–287., (1985).
55. A. Latreche, M. Djezzar, *Numerical study of natural convective heat and mass transfer in an inclined porous media*, *Engineering, Technology and & Applied Science Research*, Vol.8, N°4, pp.3223-3227, (2018).

Résumé

Dans cette thèse, les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle en milieux poreux ont été étudiés numériquement. Les parois horizontales sont soumises à des températures constantes et imperméables au transport du soluté dans le 1^{er} cas et à des températures et concentrations constantes dans le 2^{ème} cas, tandis que Les parois verticales sont isolées thermiquement et sont soumises à des concentrations constantes dans le 1^{er} cas et sont considérées comme adiabatiques dans le 2^{ème} cas. Le phénomène de la convection thermo-solutale est régi par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Les milieux poreux sont modélisés suivant le modèle général de Darcy et de Darcy– Brinkman – Forchheimer respectivement. L'écoulement convectif est régi par différents paramètres de contrôle, à savoir l'angle d'inclinaison (α), le nombre de Rayleigh (Ra), le rapport des forces de volume (N), le nombre de Prandtl (Pr), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Darcy (Da) le facteur de forme (A) et la porosité ε de la matrice poreuse. La méthode des volumes finis a été employée pour résoudre les équations de base en milieux poreux. Concernant la validation du code de calcul, l'accord obtenu entre nos résultats et ceux disponibles dans la littérature s'est avéré excellent. L'influence des paramètres physiques et géométriques est examinée. Dans le 1^{er} cas cinq solutions caractérisées par des écoulements multicellulaire et monocellulaire horaire /antihoraire, naturel/ antinaturel ont été obtenues dans le cas du régime intermédiaire avec la variation de l'inclinaison, la structure de l'écoulement s'intensifie et les transferts de chaleur et de masse moyens augmentent au fur et à mesure que $|N|$ augmente. Dans le 2^{ème} cas, deux solutions caractérisées par des écoulements multicellulaires ($-90^\circ \leq \alpha \leq 0^\circ$) et monocellulaire trigonométrique ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) ont été obtenues, l'intensité de l'écoulement diminue avec l'accroissement de α dans les deux sens, tandis que on a constaté une augmentation du transfert thermique et massique jusqu'à l'inclinaison 45° et 60° respectivement. La structure de l'écoulement s'intensifie et les transferts de chaleur et de masse moyens augmentent avec l'augmentation de N , Ra et de A tandis que on a constaté le contraire avec Le sauf le transfert de masse qui conserve son augmentation.

Mots clés : *Transfert de chaleur et de masse, milieux poreux, convection naturelle, Double diffusion, modèle de Darcy-Brinkmann-Forchheimer, volumes finis.*

TITLE: Numerical approach to thermo-solutal natural convection in a porous rectangular cavity saturated with fluid and with variable orientation

ABSTRACT

In this thesis, heat and mass transfers by natural convection in porous media have been studied numerically. The horizontal walls are subjected to constant temperatures and impermeable to solute transport in the first case and at constant temperatures and concentrations in the second case, while the vertical walls are thermally insulated and are subjected to constant concentrations in the first case, and are considered adiabatic in the second case. The phenomenon of thermo-solutal convection is governed by the conservation equations of mass, momentum, energy and concentration. The porous media are modeled according to the general model of Darcy and Darcy-Brinkman-Forchheimer respectively. The convective flow is governed by different control parameters, namely the angle of inclination (α), the Rayleigh number (Ra), the ratio of the forces of volume (N), the number of Prandtl (Pr), the number of Lewis (Le), the Darcy number (Da) the form factor (A) and the porosity ϵ of the porous matrix. The finite volume method was used to solve the basic equations in porous media. Regarding the validation of the calculation code, the agreement obtained between our results and those available in the literature proved to be excellent. The influence of physical and geometrical parameters is examined. In the first case, five solutions characterized by multicellular and single-cell clockwise / counterclockwise, natural / antinatural flows were obtained in the case of the intermediate regime with the variation of the inclination, the structure of the flow intensifies and the transfers of Heat and average mass increase as $|N|$ increases. In the second case, two solutions characterized by multicellular ($-90^\circ \leq \alpha \leq 0^\circ$) and single-cell trigonometric ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) flows were obtained, the intensity of the flow decreases with increasing of α in both directions, while there was an increase in heat transfer and mass up to inclination 45° and 60° respectively. The structure of the flow intensifies and the average heat and mass transfers increase with the increase of N , Ra and A while the contrary has been found with Le except the mass transfer which keeps its increase.

Key words: Heat and mass transfer, porous media, natural convection, Double diffusion, Darcy-Brinkmann-Forchheimer model, finite volumes.

العنوان: مقارنة عددية للحمل الحراري المادي الطبيعي في تجويف مسامي مستطيل مائل ومشبع بمائع الملخص:

في هذه الأطروحة ، تمت دراسة الحمل الحراري ثنائي الانتشار عددياً داخل وسائط مسامية مشبعة بمائع. الجدران الأفقية غير نفوذة و درجات حرارتها ثابتة في الحالة الأولى وكظومة وخاضعة لتراكيز ثابتة في الحالة الثانية ، في حين أن الجدران العمودية معزولة حرارياً و تراكيزها ثابتة في الحالة الأولى وتعتبر كظومة و غير نفوذة في الحالة الثانية.

تخضع ظاهرة الحمل الحراري مزدوج الانتشار إلى معادلات انحفاظ الكتلة، كمية الحركة، الطاقة والتركيز. تم نمذجة الوسائط المسامية المشبعة بمائع وفق نموذج دارسي في الحالة الأولى ونموذج دارسي-برينكمان-فورخايمر في الحالة الثانية. يتم التحكم في السريان بعدة معاملات مختلفة وهي: زاوية الميل (α) ، عدد رايلي (Ra) ، نسبة قوى الحجم (N) عدد برانتل (Pr)، عدد لويس (Le) ، عدد دارسي (Da) ، معامل الشكل (A) ومسامية الوسط (ε).

تم إنشاء برنامج رقمي يعتمد على طريقة الحجم المتناهية في حل المعادلات الأساسية لوسط نفوذ، مشبع ومتجانس الخصائص و تم التحقق من صحة النتائج عن طريق المقارنة مع الأعمال السابقة .

تم دراسة تأثير العوامل الفيزيائية والهندسية. ففي الحالة الأولى، تم الحصول على خمسة حلول تتميز بسريان متعدد الخلايا وأحادي الخلية إما باتجاه عقارب الساعة أو عكسه ، طبيعي أو غير طبيعي في حالة النظام الوسطي مع تغير الميل ، بحيث تزداد شدة السريان والتحويلات الحرارية والكتلية بزيادة نسبة قوى الحجم. في الحالة الثانية ، تم الحصول على حلين يتميزان بسريان متعدد الخلايا في حالة ($-90^\circ \leq \alpha \leq 0^\circ$) وأحادي الخلية عكس جهة دوران عقارب الساعة لما ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) حيث تنخفض شدة السريان بزيادة الميل في كلا الاتجاهين ، في حين كانت هناك زيادة في التحويل الحراري والكتلي إلى غاية الميل 45° و 60° درجة على التوالي. على العموم تزداد شدة السريان ومتوسط التحويلات الحرارية والكتلية بزيادة N و Ra و A بينما العكس مع Le باستثناء التحويلات الكتلية فتحافظ على نفس السلوك السابق.

الكلمات المفتاحية: انتقال الحرارة والكتلة ، الوسائط المسامية ، الحمل الحراري ، الانتشار المزدوج ، نموذج دارسي

برينكمان-فورخايمر ، الحجم المتناهية.