

SIMULATION ET ESTIMATION DE LA TURBULENCE ATMOSPHERIQUE

Y. Deniaud

► **To cite this version:**

Y. Deniaud. SIMULATION ET ESTIMATION DE LA TURBULENCE ATMOSPHERIQUE. Journal de Physique Colloques, 1976, 37 (C1), pp.C1-177-C1-180. <10.1051/jphyscol:1976126>. <jpa-00216453>

HAL Id: jpa-00216453

<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00216453>

Submitted on 1 Jan 1976

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SIMULATION ET ESTIMATION DE LA TURBULENCE ATMOSPHERIQUE

Y. DENIAUD

Laboratoire de recherches, Direction de l'Enseignement Général,
Ecole Spéciale Militaire de Saint-Cyr, 56210 Coëtquidan, France

Résumé. — Nous étudions la simulation et l'estimation des composantes longitudinale et verticale du vent dans la couche limite de surface. La méthode de simulation est basée sur les hypothèses statistiques de stationnarité au second ordre et de densité de probabilité gaussienne et tient compte du profil du sol. L'estimation dans le cas de stationnarité au second ordre, voire même de non-stationnarité au second ordre, apporte une connaissance plus précise de la turbulence.

Abstract. — We study the generation and the estimation of longitudinal and vertical components of wind in the atmospheric boundary layer. Method of generation is based upon statistical hypothesis of stationnarity and Gaussian density of probability and takes into account the ground profile. Estimation based upon stationnarity, even on non-stationnarity, brings a large understanding on the turbulence future.

Cette étude concerne la simulation et l'estimation des composantes longitudinale et verticale de la vitesse du vent dans la couche limite de surface (entre 0 et 200 m environ). Elle vise plus à décrire le futur du phénomène qu'à étudier la turbulence atmosphérique en elle-même.

1. **Simulation.** — Développons d'abord une méthode de simulation basée sur des hypothèses statistiques. Après avoir déterminé la fonction de corrélation du phénomène, on génère des séquences de vitesse du vent telles qu'elles sont susceptibles de se produire. Cette simulation tient compte du profil du sol qui intervient par l'épaisseur de rugosité.

1.1 **HYPOTHÈSES STATISTIQUES.** — Quelle que soit la composante du vent considérée, on peut l'écrire sous la forme classique : d'une partie constante (sa moyenne) et d'une partie fluctuante, soit :

$$U(t) = \bar{U}(t) + u(t). \tag{1.1}$$

Alors $u(t)$ est un processus stochastique, muni des deux hypothèses statistiques : la stationnarité au second ordre et une distribution de probabilité gaussienne. Nous supposons d'autre part et dans toute la suite de cette étude l'hypothèse d'ergodisme [1].

La méthode de simulation utilisée est définie par les propriétés suivantes.

Soit \mathbf{X} une variable aléatoire vectorielle à n dimensions, gaussienne, centrée, dont les composantes sont corrélées. La matrice d'intercorrélation est symétrique et est donnée par :

$$\Gamma = E \{ \mathbf{X}_i \tilde{\mathbf{X}}_j \} \tag{1.2}$$

où $\tilde{\mathbf{X}} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ est le vecteur \mathbf{X} transposé. On

montre [2] qu'il existe une matrice triangulaire S telle que :

$$S \cdot \tilde{S} = \Gamma. \tag{1.3}$$

Cette matrice S définit une transformation qui fait correspondre à la variable aléatoire vectorielle \mathbf{X} à n dimensions et à composantes corrélées, une variable vectorielle \mathbf{Y} à n dimensions et à composantes non corrélées définie par :

$$\mathbf{Y} = S^{-1} \cdot \mathbf{X}. \tag{1.4}$$

Réciproquement d'un ensemble de variables aléatoires non corrélées on peut déduire un ensemble de variables aléatoires corrélées par la transformation :

$$\mathbf{X} = S \cdot \mathbf{Y} \tag{1.5}$$

où S est une matrice triangulaire à coefficients positifs [3].

1.2 **SIMULATION DE LA TURBULENCE ATMOSPHERIQUE.** — Le processus de simulation que nous avons défini précédemment nécessite la connaissance de la matrice d'intercorrélation Γ et d'un jeu de nombres aléatoires gaussiens non corrélés : la variable vectorielle \mathbf{Y} . Nous nous proposons de simuler, pour une altitude de 10 m, les composantes u longitudinale et w verticale de la vitesse du vent en atmosphère neutre compte tenu des variations du relief. A partir de la relation (1.5) nous pouvons obtenir le vecteur \mathbf{X} ou plus exactement $\tilde{\mathbf{X}}$ sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{X}} = (u_1, w_1, u_2, w_2, \dots, u_i, w_i, \dots, u_n, w_n) \tag{1.6}$$

où $\dim \tilde{\mathbf{X}} = 2n$, $u_i = u(t_i)$, $w_i = w(t_i)$, et t_i un instant donné.

L'étude statistique de la turbulence atmosphérique permet d'obtenir la densité spectrale énergétique. C'est

donc à partir des spectres longitudinaux, verticaux et du cospectre associé que nous déterminerons la matrice d'intercorrélation Γ et ce dans le cadre restreint de la zone d'inertie [4]. Dans le cas neutre par exemple, la densité spectrale énergétique longitudinale $S_u(n)$ peut être donnée par la formule établie par Davenport [5] :

$$S_u(n) = \frac{4 \cdot u^{*2}}{n} \cdot \frac{X(n)}{(1 + X^2(n))^{4/3}} \quad (1.7)$$

où

$$X(n) = \frac{1\,200 \cdot n}{\bar{U}_{10}} \quad (1.8)$$

avec u^* : la vitesse de friction en m/s ; n la fréquence en Hz et \bar{U}_{10} le vent moyen en m/s à 10 m d'altitude.

Panofsky et McCormick [6] fournissent la densité spectrale énergétique verticale :

$$S_w(n) = \frac{\sigma_w^2}{n} \cdot \frac{Y(n)}{(1 + Y(n))^2} \quad (1.9)$$

où

$$Y(n) = \frac{n \cdot z}{\delta \cdot \bar{U}_z} \quad (1.10)$$

avec $\sigma_w = A \cdot u^*$, $A = 1,05$ et $\delta = 0,3$ étant deux constantes fournies par l'analyse dimensionnelle [7], \bar{U}_z le vent moyen à l'altitude z en m/s, z l'altitude en m et n la fréquence en Hz. Enfin, le cospectre associé est donné par la relation suivante :

$$S_{uw}(n) = -N \cdot C \cdot S_w(n) \quad (1.11)$$

où $N = 3,5$ et $C = 0,41$ sont deux constantes sans dimensions [8]. Les transformées de Fourier de ces différentes densités spectrales déterminent la matrice de corrélation Γ . Considérant maintenant un processus de génération de nombres aléatoires gaussiens g_i centrés et indépendants nous pouvons construire une variable aléatoire vectorielle \mathbf{Y} à $2n$ composantes. L'application de la relation fondamentale de simulation (1.5) nous fournit les valeurs des composantes longitudinale u et verticale w à chaque instant (le pas choisi est de 1 s) à une altitude de 10 m.

1.3 RÉSULTATS. — Cette simulation de la turbulence atmosphérique vise comme on l'a dit précédemment à déterminer l'influence du profil du sol sur l'intensité des composantes longitudinale et verticale du vent. Cette influence se traduit par l'épaisseur de rugosité z_0 qui apparaît dans les densités spectrales ci-dessus dans les vitesses moyennes \bar{U}_{10} et \bar{U}_z .

Dans la simulation que nous avons effectuée, les valeurs de l'épaisseur de rugosité étaient comprises entre 0,05 m et 1 m, c'est-à-dire correspondant à des sols plats et ras jusqu'à des sols légèrement accidentés et touffus.

En atmosphère neutre, l'influence du profil du sol sur les composantes longitudinale et verticale est repré-

sentée par les graphiques de la figure 1 où l'on montre les variations d'énergie liées aux fluctuations longitudinale et verticale du vent.

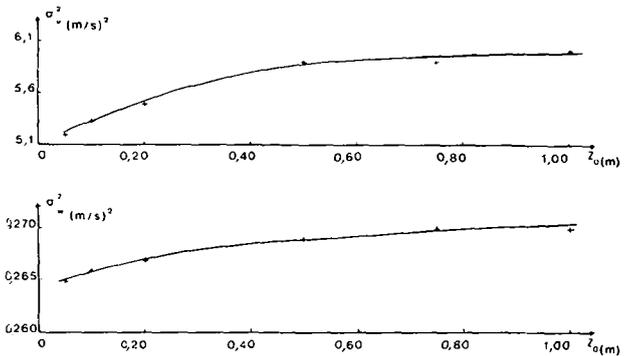


FIG. 1. — *Haut.* — Evolution de la variance des fluctuations longitudinales avec l'épaisseur de rugosité : z_0 . *Bas.* — Evolution de la variance des fluctuations verticales avec l'épaisseur de rugosité : z_0 .

Les résultats que nous avons obtenus au cours de cette simulation peuvent se résumer comme suit :

- les fluctuations de la composante longitudinale u augmentent en valeur absolue de l'ordre de 35 % avec l'épaisseur de rugosité z_0 ;
- les fluctuations de la composante verticale ne subissent qu'une faible augmentation (de 10 % environ) dans les mêmes conditions.

2. Estimation. — En nous basant cette fois sur des hypothèses statistiques moins restrictives, nous établissons un processus d'estimation. Partant d'une série d'observations corrélées de la fonction aléatoire considérée (vitesse longitudinale, par exemple) on estime grâce à un critère de variance l'évolution de cette fonction.

2.1 HYPOTHÈSES STATISTIQUES. — Comme dans la simulation, nous écrivons la composante du vent à estimer suivant la relation (1.1). Mais cette fois, nous admettons des hypothèses statistiques moins restrictives à savoir : la stationnarité au second ordre et l'hypothèse d'ergodisme, la nature de la densité de probabilité pouvant être quelconque. Plus loin, nous élargirons ces hypothèses en considérant des phénomènes non stationnaires au second ordre.

Soit donc à estimer la valeur d'une fonction aléatoire $u(t)$ à l'instant t_{N+1} sachant qu'on possède un ensemble G de réalisations passées de cette fonction jusqu'à l'instant t_N .

$$G = \{ u(t_i) / i \in [0, N] \subset \mathbb{N} \} \quad (2.1)$$

Ces réalisations sont prises pour des instants réguliers tels que :

$$t_{i+1} - t_i = \tau.$$

Pour résoudre ce problème, considérons la valeur

prédite $\hat{u}(t_{N+1})$ à l'instant t_{N+1} comme une combinaison linéaire des $N + 1$ valeurs observées auparavant.

$$\hat{u}(t_{N+1}) = \sum_{i=0}^N a_i \cdot u(t_i). \quad (2.2)$$

Cette hypothèse admise, il va de soi que la connaissance de $\hat{u}(t_{N+1})$ est liée directement à la connaissance des coefficients a_i , $i \in [0, N]$. Or les coefficients a_i doivent être choisis afin de rendre $\hat{u}(t_{N+1})$, la valeur prédite, aussi voisine que possible de $u(t_{N+1})$ la valeur effectivement observée à l'instant t_{N+1} . L'erreur d'estimation *a priori* étant :

$$\varepsilon = u(t_{N+1}) - \hat{u}(t_{N+1}) \quad (2.3)$$

et afin d'utiliser la corrélation entre les différentes réalisations on minimise cette erreur à l'aide d'un critère de variance [9]

$$Q = E \{ \varepsilon^2 \}. \quad (2.4)$$

La minimisation de l'expression (2.4) fournit les relations suivantes entre les a_i :

$$\Gamma_u(i+1) = \sum_{j=0}^N a_j \cdot \Gamma_u(i-j) \quad i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (2.5)$$

où :

$$\Gamma_u(i) = E \{ u(t_k) \cdot u(t_l) \} \quad (2.6)$$

avec :

$$|t_k - t_l| = i \cdot \tau.$$

Enfin, la résolution du système linéaire (2.5) fournit l'ensemble des coefficients a_i cherchés, et par conséquent la valeur prédite à l'horizon 1 : $\hat{u}(t_{N+1})$.

Ce processus d'estimation ne prédit à ce stade que la valeur immédiate, on peut étendre cette prédiction aux horizons 2, 3 ou plus, c'est-à-dire prédire les valeurs $\hat{u}(t_{N+2})$, $\hat{u}(t_{N+3})$, ... Pour ce faire, on introduit dans le passé du phénomène la dernière valeur prédite et on recommence le même processus en modifiant toutefois le critère compte tenu du fait qu'une erreur due à la valeur estimée s'introduit dans le nouveau calcul.

On peut encore élargir la prédiction aux phénomènes non stationnaires au second ordre : ceux dont la valeur moyenne est une fonction du temps (en particulier $\bar{U}(t)$). Cette fois on part d'un ensemble F de réalisations passées du phénomène jusqu'à l'instant t_N :

$$F = \{ U(t_i), U(t_i) = \bar{U}(t_i) + u(t_i), i \in [0, N] \} \quad (2.7)$$

on détermine par lissage le polynôme $\bar{U}(t_i)$ sur cet ensemble de valeurs. On obtient alors un nouveau jeu d'observations passées du phénomène $u(t_i)$ de moyenne constante au cours du temps.

On peut alors envisager deux cas. Si l'on connaît *a priori* l'évolution de la moyenne dans le futur, on revient à un nouvel ensemble G du même type que (2.1)

et on utilise le même processus que précédemment. Dans le cas contraire, on procède à une double estimation : moyenne et fluctuation, avec le même processus. Alors, l'estimation à l'horizon 1 s'effectue en ajoutant à la valeur $\hat{u}(t_{N+1})$ la valeur prédite de la moyenne en t_{N+1} , soit $U(t_{N+1})$. On étend la prédiction aux instants suivants par le même procédé que celui utilisé pour les phénomènes stationnaires au second ordre.

2.2 ESTIMATION DE LA TURBULENCE. — Pour vérifier la méthode proposée, nous avons utilisé des données qui nous ont été fournies par le C. N. E. T. de Lannion sur la fréquence f_0 F2 (fréquence de coupure de la couche F2 de l'ionosphère). Ces données sont tantôt stationnaires au second ordre sur de petits intervalles de temps, tantôt non stationnaires au second ordre. Elles ont permis de mettre au point la méthode que nous envisageons d'appliquer à la turbulence atmosphérique.

2.3 RÉSULTATS. — Pour réaliser ces estimations nous avons procédé dans les deux cas de la même manière. Nous considérons un ensemble δ de réalisations passées, pour des intervalles de temps égaux, suffisamment grand pour pouvoir déterminer la fonction de corrélation $\Gamma_u(\tau)$ nécessaire pour la résolution de (2.5). D'autre part, nous considérons G un sous ensemble de δ , contenant la borne supérieure de δ : $u(t_N)$. C'est cet ensemble G qui nous fournira l'observation passée nécessaire pour appliquer l'hypothèse de base (2.2). Dans les estimations que nous avons faites nous avons pris δ et G tels que :

$$\dim \delta = 100 \quad \text{et} \quad \dim G = 15.$$

Dans les deux cas nous avons procédé à une estimation jusqu'à l'horizon 5.

Les résultats obtenus dans les différents cas peuvent se résumer de la façon suivante :

— pour les données quasi stationnaires, l'erreur moyenne est de l'ordre de 4 % (par rapport à la valeur vraie) avec une dispersion de 3 % ;

— pour les données non stationnaires dont on connaît *a priori* l'évolution de la moyenne, l'erreur moyenne est de 8 % avec une dispersion de 6 % ;

— pour les données non stationnaires sans connaissance *a priori* de l'évolution de la moyenne dans le futur, la double prédiction (moyenne et fluctuation) conduit à une erreur d'estimation moyenne de l'ordre de 15 % avec une dispersion de 10 %.

Il faut noter que ces résultats ont été obtenus à partir de données dont la corrélation est faible. En effet, les coefficients de corrélation s'étalent entre $-0,35$ et $+0,4$, mais sont plus généralement inférieurs à $0,25$ en valeur absolue. Aussi, même si nous avons vérifié qu'il est possible d'améliorer l'estimation dans les différents cas en jouant sur la finesse du lissage ou sur le nombre N de données, la très faible intercorrélacion ne nous permet pas d'obtenir des résultats sensiblement

meilleurs. Toutefois, la valeur du pas : $\tau = 1$ jour, et les variations saisonnières auxquelles sont sujettes les fluctuations de la fréquence f_0 F2, nous permettent de penser raisonnablement qu'il nous sera possible d'obtenir des résultats très supérieurs (dans les cas non stationnaires en particulier) quand nous pourrons appliquer nos techniques de prédiction à la turbulence atmosphérique. Ces espoirs sont fondés sur la possibilité de réduire le pas d'estimation à l'ordre de la seconde et d'obtenir par là un ensemble de données fortement corrélées.

D'autre part, on peut envisager de faire une prédiction en temps réel. Ceci n'est évidemment possible que si le temps de calcul est inférieur au pas

$$\tau = t_{N+1} - t_N.$$

Pour l'instant il est de l'ordre de 15 s (sur l'ordinateur CII 10070 de l'Université de Rennes).

Plus que des résultats d'ensemble sur les phénomènes de turbulence telles qu'on peut les simuler d'après la première partie, l'estimation permet de fournir avec une assez bonne marge d'erreur le futur immédiat du phénomène. Faisant intervenir le passé et le présent du phénomène l'estimation permet de mieux suivre l'évolution de la turbulence atmosphérique.

Remerciements. — Nous tenons à exprimer notre gratitude au département Mesures Ionosphériques et Radioélectriques du C. N. E. T. de Lannion qui en nous fournissant les données sur la fréquence f_0 F2 nous a permis de pouvoir mener à bien cette étude.

Bibliographie

- [1] BLANC-PIERRE, A. et FORTET, R., *Théo. des fonct. aléat.* (édité par Masson) 1953, p. 112-114.
- [2] CARSWELL, J. M., *Generation of Pseudo-Random Winds and atmospheres for the Monte-Carlo analysis of vertically rising vehicles* (Chrysler Corporation, New-Orleans, Louisiana.)
- [3] ANGOT, *Compléments de Math.* (Dunod) 1965, p. 803.
- [4] LUMLEY, J. et PANOFSKY, H. A., *The structure of Atmospheric Turbulence* (J. Wiley and Sons) 1964, p. 163-167.
- [5] DAVENPORT, A. G., *Quart. J. Roy. Soc.* **87** (1961) 206-209.
- [6] PANOFSKY, H. A. and MCCORMICK, R. A., *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **86** (1960) 498.
- [7] LUMLEY, J. et PANOFSKY, H. A., *The structure of Atmospheric Turbulence* (J. Wiley and Sons) 1964, p. 131-134.
- [8] LUMLEY, J. et PANOFSKY, H. A., *The Structure of Atmospheric Turbulence* (J. Wiley and Sons) 1964, p. 187-188.
- [9] KAUFMAN et GROBILLOT, *Prévision Economique à court terme* (Dunod) 1968, p. 161-165.