REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N^0 d'ordre :
Série :

MEMOIRE DE MAGISTER

SPECIALITE GENIE MECANIQUE

OPTION THERMO-FLUIDES

THEME

ETUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR A TRAVERS UNE AILETTE VERTICALE

PRESENTER PAR : **HAMADA KARIMA.**

DEVANT LE JURY

PRESIDENT :	M^r NEMOUCHI ZOUBIR.	PROF.Univ.de Constantine
RAPPORTEUR :	M^r KHOLAI OMAR.	M.C.Univ.de Constantine
MEMBRES :	M^r TALBI KAMEL.	M.C.Univ.de Constantine
	M^r BEN ISSAAD SMAIL	M.C.Univ.de Constantine

REMERCIEMENT

Ce travail à été élaboré au sein du département de Génie Mécanique de la Faculté des Sciences de L'ingénieur de L'université de Constantine sous la direction de M.KHOLAI OMAR, maître de conférence a L'université de Constantine, je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour son aide précieuse et sa compréhension.

Je remercie M. NEMOUCHI ZOUBIR, professeur a L'université de Constantine, qui Ma fait l'honneur de présider le jury.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. TALBI KAMEL maître de conférence à L'université de Constantine et M. BENISSAAD SMAIL maître de conférence a L'université de Constantine, qui ont accepté de faire partie du jury.

J'adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et collègues du Département de Génie Mécanique.
Un remerciement spécial à M. KADJA MAHFOUD professeur a L'université de Constantine. Et M. LAIDI SALAH.

DEDICACE

A mes très chers parents,

A mon frère : AHMED, et mes sœurs : HANANE, SOUAD et LEILA que j'aimes.

Une dédicace plus spéciale a ma petite famille :

mon mari : MAHMOUD AMIR

mon petit fils : MOHAMED MOUNDJI.

A mon beau père SAID, et ma belle mère NADIRA.

SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTRODUCTION

CHAPITRE II : GEOMETRIE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

CHAPITRE III : METHODES NUMERIQUES.

NOMENCLATURE

C_P	Chaleur spécifique	[J/Kg°K]
h	Hauteur de l'ailette	[m]
Nu	Nombre de Nusselt	
P	Pression adimensionnel	
p	Pression	[Pa]
Pe	Nombre de Peclet	
Pr	Nombre de Prandlt	
Q	Flux de chaleur	[J]
Re	Nombre de Reynolds	
T	Température	[°K]
t	Temps	[s]
U	Vitesse adimensionnelle suivant X	
V	Vitesse adimensionnelle suivant Y	
u	Vitesse suivant x	[m/s]
v	Vitesse suivant y	[m/s]
x ,y	Coordonnée cartésien	[m]
X ,Y	Coordonnée adimensionnelle	
W	Epaisseur de l'ailette	[m]

SYMBOLES GREQUES

a	Diffusion thermique	[m^2/s]
m	Viscosité dynamique	[kg/m.s]
r	Masse volumique	[kg/m^3]
Γ	Coefficient de diffusion générale	[kg/m.s] ;[W/m°K]
q	Température adimensionnelle	
f	Variable dépendante générale	[m/s] ;[°K]
n	Viscosité cinématique	[m^2/s]
a^*	Rapport de diffusivité thermique adimensionnelle	

INDICES

f	Fluide
I	Interface
S	Solide
e	Entrée

EXPOSANT

*	Valeur adimensionnelle
$'$	Valeur corrigée

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I-1 Introduction :

Le transfert de chaleur (conduction - convection) dans des milieux hétérogènes a fait l'objet de nombreux travaux théoriques et expérimentaux.

Les résultats de ces études ont permis d'importantes améliorations de système industriel, notamment dans le domaine des moteurs thermiques, et le refroidissement des réacteurs nucléaires.

Un exemple de retombée directe, concerne les échangeurs de chaleur compacts ou l'optimisation des performances nécessite une bonne compréhension physique du transfert de chaleur. Les avantages que présentent ces échangeurs de chaleur compacts sont un faible encombrement, coût moindre, et légèreté.

L'écoulement à travers les tubes de ses échangeurs est de faible débit, ce qui influe considérablement sur le taux de transfert de chaleur. Afin d'augmenter le rendement thermique de ces échangeurs l'idée est d'employer des tubes corrugués obtenus par moletage des tubes lisses. Ils comportent à des intervalles périodiques des étranglements ou le profil est généralement triangulaire ou rectangulaire disposés en anneau ou en hélice sur les parois.

L'utilisation de cette technique permet d'augmenter sensiblement le transfert de chaleur dans ces tubes parce que ces corrugations aident à créer des perturbations dans l'écoulement en même temps qu'elles engendrent des pertes de charges.

Récemment, des études expérimentales et numériques ont rapporté une augmentation substantielle du transfert de chaleur par l'usage de cette méthode.

I-2 ETUDE BIBLIGRAPHIQUE :

Après cette préface, nous exposons quelques travaux disponibles dans la littérature qui traitent l'écoulement avec transfert de chaleur à travers les ailettes.

C. HSIANG ET W. H. HUANG [1]

Ont effectué une étude numérique de la convection forcée laminaire à travers un canal horizontal muni de deux ailettes. La résolution numérique de l'équation de poisson, de la fonction du courant et de l'équation de l'énergie a permis de tracer le champs d'écoulement et les caractéristiques thermique pour les nombres de Reynolds (10, 50,100, et 200) tout en variant les hauteurs des ailettes. La présence des ailettes influent sensiblement sur le nombre de Nusselt.

Par contre le coefficient de pression et plus important au passage des ailettes. Dans cette étude l'épaisseur des ailettes ainsi que celle de la paroi ont été négligés.

Y. KABAR [2]

A fait l'étude numérique du transfert de chaleur (convection -conduction) dans un tube muni d'une ailette circonférentielle. Il à obtenu des résultats pour les déférents nombres de Reynolds (50,100 et 200) montrent que la présence de l'ailette dans le tube influe considérablement sur le champ hydrodynamique et thermique.

Il a constaté une augmentation conséquente du nombre de Nusselt local prés de l'ailette ainsi qu'une augmentation significative de celui-ci par rapport à la hauteur de l'ailette et les pertes de charge engendrées par l'ailette sont importantes.

M. MOBEDI ET B. SUNDEN [3]

Ont effectué une étude de transfert de chaleur pour une source de chaleur situé dans une ailette verticale.

L'ailette verticale plate à une épaisseur mince et longueur L. La source de chaleur à température T_0, la température ambiante est $T\infty$. La largeur de la source de chaleur est assumer négligeable et a la même épaisseur que l'ailette. Le transfert de chaleur de haut en bas de l'ailette est négligé.

Pour un petit nombre de Nusselt L'ailette se comporte comme une plate verticale isothermique et le transfert de chaleur pour l'ailette ne varie pas quand la source de chaleur à changée sa place. Lorsque le nombre de Nusselt à une grande valeur le taux du transfert de chaleur est influé par le changement de la place de la source de chaleur. Le maximum de taux du transfert de chaleur est obtenu par un grand nombre de Nusselt pour une meilleure location de la source de chaleur dans l'ailette ($\xi = 0.54$).

V.K.GARG ET K. VELUSAMY [4]

Ils ont mené une étude numérique de la convection mixte à travers une ailette verticale rectangulaire. Ils ont déterminés l'influence de la force de flottabilité sur le nombre de Nusselt local et total.

L'influence de combinaison de force de buoyancy et de force visqueuse sur l'efficacité de l'ailette sont démontrés.

M.J. HUANG ET C. CHEN [5]

Ont effectué une étude numérique du transfert de chaleur de convection forcée sur une ailette verticale d'épaisseur $2d$ et hauteur L. Elle est attachée a la paroi qui à une température T_0. La température ambiante est T_∞ où $T_0 \rangle T_\infty$.

Les résultats obtenus démontrent que la variation du nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la température et nombre de Prandtl. Le coefficient de transfert chaleur aussi augmente.

B. FARHANIEH ET C. HERMAN [6]

Ont mené une étude exprimentale et numérique sur le transfert de chaleur d'un écoulement laminaire à travers un canal muni d'ailettes disposées périodiquement le long de la paroi inférieure. A l'aide du champ thermique obtenu expérimentalement par la thermographie infrarouge, ils ont déterminé la distribution du nombre de Nusselt le long du canal.

Les résultas obtenus sont très proche de ceux obtenus par l'étude numérique pour des nombres de Reynolds variant de (100 à 1760). Ils ont constaté une nette augmentation du nombre de Nusselt .

T.M. NGUYEN J.M. KHODADI ET N.S. VLACHOS [7]

Ont effectué une étude numérique de l'écoulement laminaire à travers un tube muni d'une ailette, l'épaisseur de la conduite et de l'ailette est prise en compte, le phénomène du transfert de chaleur conjugué (convection- conduction) n'a pas été négligé. Ils ont conclu que le transfert de chaleur est soumis au rapport de la conductivité thermique de la paroi à celle du fluide. La présence de l'ailette a des effets significatifs sur les champs hydrodynamiques (perte de charge plus importante), le transfert de chaleur est nettement amélioré par la présence de l'ailette.

B.H. CHANG ET A.F. MILLS [8]

Ont mené une étude numérique d'un écoulement turbulent dans un canal muni d'ailette transversal. La résolution numérique du problème a été faite à l'aide du programme de simulation Phenics. En variant la hauteur de l'ailette de (10,15 et 20) ils ont constaté une nette influence de celle-ci sur le coefficient de frottement pour le nombre de Reynolds variant de (10000 à 30000) par contre le taux de transfert de chaleur est resté faible. Ils ont conclu que le model de la turbulence choisie donnait de mauvaises prédictions pour le transfert de chaleur, ils ont recommandé un autre modèle plus adéquat.

S. SDUTTA ET M. BAKER [9]

Ont fait l'étude exprimentale et numérique du transfert de chaleur dans un écoulement turbulent à travers un canal muni de deux ailettes. Dans cette étude ils se sont souciés sur la fiabilité des models de la turbulence en les confrontant aux résultas expérimentales obtenus a l'aide d'un anémométrie Lazer-Doppler.

GTROWLEY ET S.V. PATANKAR [10]

Ont présenté une étude numérique de l'écoulement laminaire et du transfert thermique dans des tubes cylindrique avec des ailettes périphériques interne. Les résultas sont présentés pour un Nombre de Reynolds précis et pour différentes valeurs des paramètres géométriques comme la hauteur et l'espacement des ailettes. La présence des ailettes donne lieu à un écoulement de recirculation dans l'espace entre deux ailettes successives. Bien que l'écoulement de recirculations aide le mélange et tende à augmenter le transfert thermique, l'obstruction par les ailettes éloigne l'écoulement de la paroi. Pour des fluides comme l'air, il se produit une décroissance du transfert pour le tube ailetté. Seul pour les fluides à grand nombre de prandtl comme l'eau, on obtient un accroissement du transfert thermique.

K.M. KELKAR ET K.E. STARNER [11]

Ont étudié numériquement la convection forcée laminaire dans un canal à plaque parallèle isotherme présentant des ailettes uniformes disposées d'une manière alternée. Les équation gouvernant le problème sont résolues par la méthode des volume finis, Ils ont présenté l'influence de la conductivité et la hauteur des ailettes, pour deux valeur de Prandtl (0.7, 4) sur le transfert de chaleur. Pour deux types de matériaux **(** $k = 0$, k ten vers ∞**)** et pour les différents nombre de Reynolds < 600. Ils ont déterminé les variations longitudinales des lignes de courant et du nombres du Nusselt .

L'écoulement est caractérisé par des zones de recirculations. L'implantation de ces ailettes entraîne un accroissement du transfert de chaleur et des pertes de pression, notamment pour les nombres de prandtl élevés. Par ailleurs le fait d'augmenter la conductivité des ailettes favorise l'échange thermique.

RAMON ET FERIDERIC [12]

Ont mené une étude numérique de transfert de chaleur dans un cube de coté L contient de l'air Pr = 0.71, l'ailette est attacher à la face chaude du cube (x = 0) de température Tc, et la face froide (x = 1) de température Tf. Les autres faces sont adiabatiques, le nombre de Raylegh variant de 10^3-10^6 et le rapport de conductivités thermiques ($Rk = k_s/k_f$)=10, 100,1000, 7000. La (largeur, l'épaisseur, longueur) = (s/l=0.5, e/l=0.1, b/l=1).

Ils sont déterminés la variation du nombre de Nusselt total et le taux de transfert de chaleur.

Y. VAROL ET F. HAKAN [13]

Ont mené une étude numérique de la convection naturelle dans un triangle avec une ailette attachée à la paroi horizontale. Les différents paramètres utilisés sont :

Nombre de Rayleigh, hauteur de l'ailette, position de l'ailette et nombre de prandtl.

Ils ont conclut que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Aussi la longueur et l'emplacement de l'ailette sont importants pour la distribution de température.

Le but de notre travail consiste en l'étude numérique du transfert de chaleur à travers une ailette vertical, à laide de la méthode de volumes finis. Pour voir l'influence de différentes paramètres sur les champs hydrodynamique et thermique et sur le taux de transfert de chaleur.

-ce mémoire contient quatre chapitre : le premier chapitre concerne l'introduction et l'étude bibliographique, et nous exposons dans le deuxième chapitre la géométrie du problème et la formulation mathématique ainsi les conditions aux limites du problème étudie. Le troisième chapitre concerne la discrétisation des équations gouvernantes et la méthode numérique utilisée pour la résolution du problème. Dans le quatrième chapitre nous présentons nos résultats et ses discutions avec une conclusion générale.

CHAPITRE II

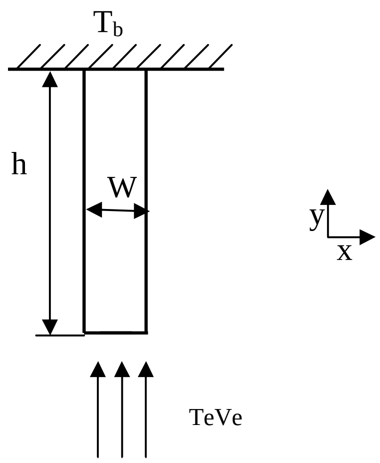
GEOMETRIE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II-1-<u>Introduction :</u>

Les phénomènes de convection forcée sont décrits par les équations générales de la dynamique des fluides et l'équation d'énergie déduite de l'application du premier principe de la thermodynamique.

II-2 <u>Géométrie du problème :</u>

IL s'agit d'une ailette verticale de hauteur h et l'épaisseur W (attachée à une paroi chaude).



Fig(II-1) : ailette verticale

Dans notre cas le problème est modélisé physiquement par le schéma suivant.

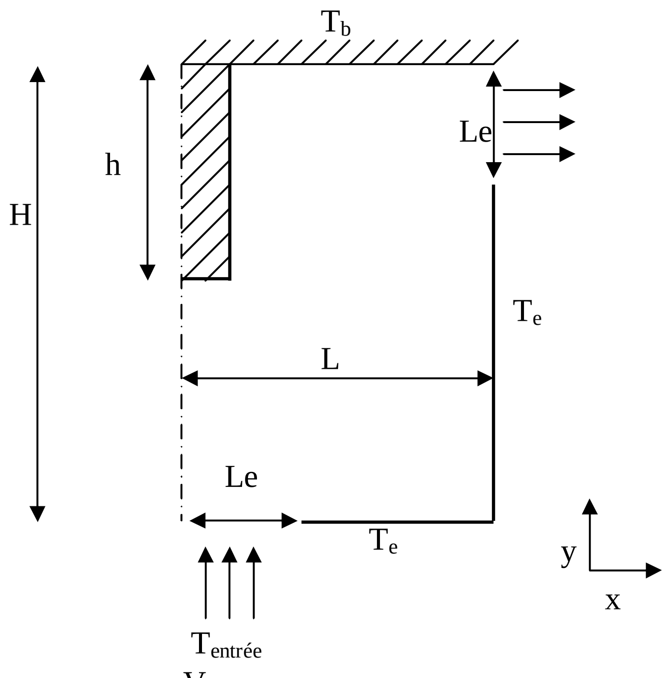


Fig (II-2) Géométrie du problème

II-3.<u>Equations générales de transport :</u>

Le système d’équation gouvernant les phénomènes de la convection forcée est régit par les équations générales de la conservation de la masse et de la thermodynamique.

II-3-1.<u>Equation de continuité :</u>

Elle est déduite le principe de la conservation de masse.

$$\frac{\partial r}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(r u_j\right)=0 \qquad \text{(II-1)}$$

(j =1,2,3 : indice de sommation).

II-3-2.<u>Equation de quantité de mouvement :</u>

D’après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, l’équation de conservation de quantité de mouvement d’un fluide incompressible, stationnaire et visqueuse est :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(r u_i)}_{a}+\underbrace{\frac{\partial (r u_j u_i)}{\partial x_j}}_{b}=\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x_i}}_{c}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[m\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)\right]}_{d}+\underbrace{F_i}_{e} \qquad \text{(II-2)}$$

j : 1,2,3 indice de somme.

a : taux de la quantité de mouvement.

b : taux de transport de quantité de mouvement

c : Représente les forces due à la pression.

d : Représente les forces de viscosité.

e : Représente les forces du volume .

II-3-3.<u>Equation de l’énergie</u> :

Elle est obtenue par l’application du premier principe de la thermodynamique.

Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s’écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_j T\right)=a\,\frac{\partial^2 T}{\partial x_j^{\,2}}+f \qquad \text{(II-3)}$$

$$a=\frac{k}{r c p}.$$

a : Diffusivité thermique.

k : Conductivité thermique.

Cp : Chaleur spécifique à pression constante.

f : La dissipation visqueuse.

II-4.<u>Equation simplifiée :</u>

Hypothèse :

1- Régime laminaire.

2- La dissipation visqueuse f est négligeable.

3- Fluide incompressible.

4- Le régime et permanent :

En tenant compte des hypothèses ci-dessus, les équations simplifiées sont **:**

.Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad . \qquad \text{(II-4)}$$

. Equation de quantité de mouvement suivant x :

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{m}{r}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] \quad . \qquad \text{(II-5)}$$

. Equation de quantité de mouvement suivant y :

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{m}{r}\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right] \quad . \qquad \text{(II-6)}$$

. Equation d'énergie :

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{k}{r\,cp}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \quad . \qquad \text{(II-7)}$$

II-5.<u>conditions aux limites :</u>

La résolution de ces équations différentielles aux dérivées partielles nécessite des conditions aux limites.

. A l'entrée :

y = 0.

u = 0.

v = profil uniforme.

T = $T_{entrée}$.

. A la sortie:

débit à la sortie = débit à l'entrée.

. A la paroi supérieur :

$u = v = 0$

$T = T_b$.

. Au plan de symétrie :

si $y \le H - h$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 . \quad \text{et } u = 0$$

. Paroi droite :

$T_e = T_{entrée}$

$v = 0$

$u = 0$

. Paroi inférieure :

A x = Le

$T_e = T_{entrée}$

$u = 0$

$v = v_{entrée}$

A x = L- Le

$T_e = T_{entrée}$

$v = 0$

$u = 0$

II-6.Adimentionnalisation :

La complexité des équations générales gouvernant les phénomènes de convection forcée nécessite l'utilisation de l'analyse adimensionnelle, qui rend la résolution du système d'équation simple et commode.

II-6.1.Grandeurs caractéristique et variables adimensionnelles :

- Le : longueur caractéristique [m].
- ΔT : température caractéristique [k^0].
- V_e : vitesse caractéristique [m/s].
- rV_e^2 : pression caractéristique [N/m^2].

Donc les variables adimensionnelles introduites dans les équations différentielles sont :

$$Y=\frac{y}{Le} \quad , \quad \mathrm{Y}=\frac{y}{Le} \quad , \quad U=\frac{u}{V_e} \quad , \quad V=\frac{v}{V_e}$$

$$P=\frac{p}{rV_e^2} \quad , \quad a^*=\frac{a_s}{a_f} \quad , \quad q=\frac{T-T_0}{\Delta T} \quad , \quad n^*=\frac{n}{n_f}$$

II-6-2.<u>Equations adimensionnelles :</u>

En introduisant les variables adimensionnelles précédentes dans les équations différentiels. 0n obtient les équations adimensionnelles suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{II-8}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{n^*}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right] \tag{II-9}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{n^*}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right] \tag{II-10}$$

$$U\frac{\partial q}{\partial X}+V\frac{\partial q}{\partial Y}=\frac{a^*}{\mathrm{Re}.pr}\left[\frac{\partial^2 q}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial Y^2}\right] \tag{II-11}$$

Tel que :

$$a^*=\begin{cases}1 \quad dans \quad le \quad fluide\\ une \quad valeure \quad dans \quad le \quad solide\end{cases}$$

Pr : est le nombre de Prandlt. $\quad \mathrm{Pr}=\frac{mCp}{a_f}=\frac{n}{a}$

Il représente le rapport de la diffusivité matière à la diffusivité thermique [14].

Re : est le nombre de Reynolds. $\quad \mathrm{Re}=\frac{rLeVe}{m_f}=\frac{V_e Le}{n}$

Il représente le rapport des forces d’inertie aux forces de viscosité [14].

CHAPITRE III

METHODE NUMERIQUE

III-1. INTRODUCTION

L'augmentation rapide de la puissance des calculateurs a rendu possible le développement de codes commerciaux traitant les problèmes de transport dans les fluides.

Les codes actuels utilisent 3 grandes familles de discrétisation :

- Les éléments finis.
- Les différences finis.
- Les volumes finis.

III-2.Principe de la méthode des volumes finis :

Le principe de la méthode des volumes finis, consiste à partager le domaine de calcul en un ensemble de petits volumes élémentaires. Chaque volume de contrôle contient un nœud central de telle sorte que l'ensemble de ces nœuds forme une grille.

Pour deux nœuds consécutifs, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un coté commun appelé interface et de manière a ce que la réunion de tous les volumes forme le domaine de calcul. Ceci va mettre en évidence la conservation des flux locaux et globaux au sein du volume de contrôle et du domaine.

L'idée principale de cette méthode est d'intégrer les équations différentielles dans le volume de contrôle, afin d'aboutir a une équation algébrique. L'assemblage de toutes les équations, relatives aux différents volumes du domaine, se traduit par un système d'équations algébriques qu'il faudra ensuite résoudre par des méthodes adéquates **[15].**

III-3.Le maillage :

Le domaine d'étude est divisé en un certain nombre de volumes de contrôles, chaque point du domaine est localisé à l'aide des indices (i, j).

Chaque volume de contrôle de dimension $\Delta X.\Delta Y.1$ doit stocker les grandeurs scalaires P et T dans le nœud du maillage qui se situe au centre du volume de contrôle (Fig. III-1) et les grandeurs vectorielles U et V au milieu des segments reliant les deux nœuds adjacent .

Les quatre faces sont repérées à l'aide des quatre points cardinaux (e,w, n,s) et les centres des volumes adjacents par E, W , N , S .

Ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires, appelé volumes de contrôle typique (Fig.III-2) et pour l'expression des grandeurs vectorielles, le volume de contrôle décalé vers la droite (Fig.III-3) et décaler vers le haut (Fig.III-4).

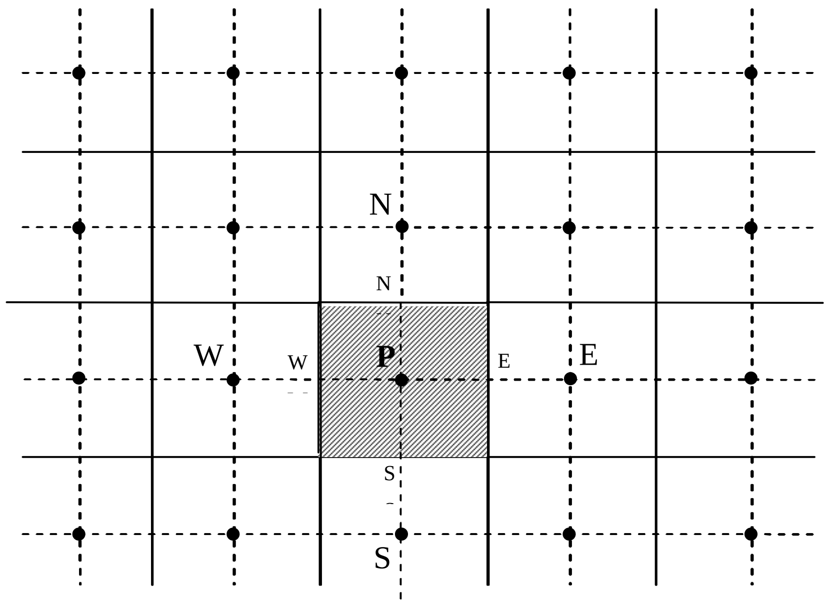
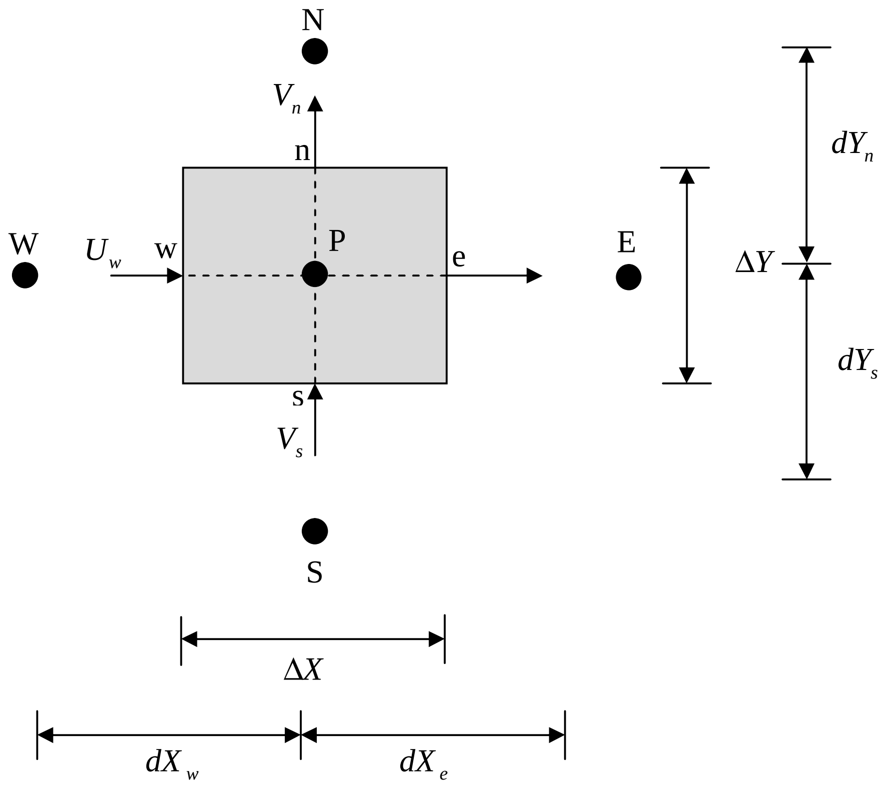
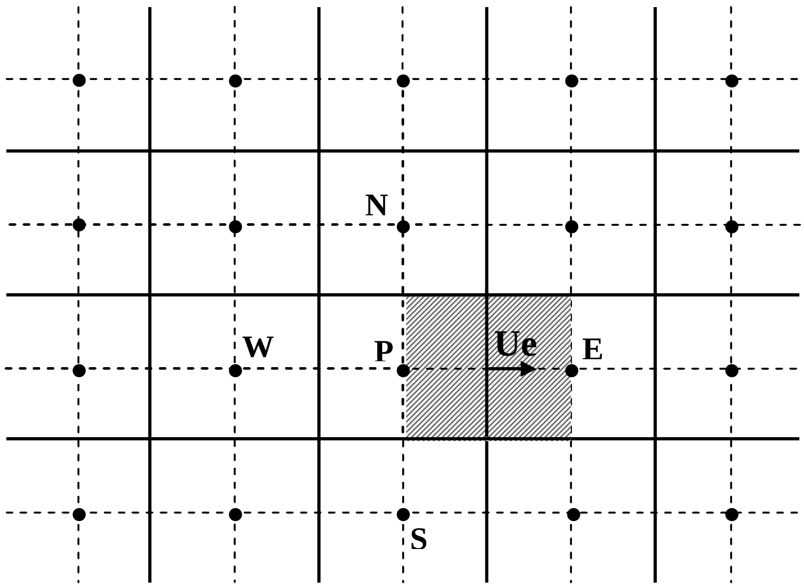


Fig (III-1) Volume de contrôle bidimensionnel



Fig(III-2) volume de contrôle typique.



Fig(III-3) Volume de contrôle décalé vers la droite

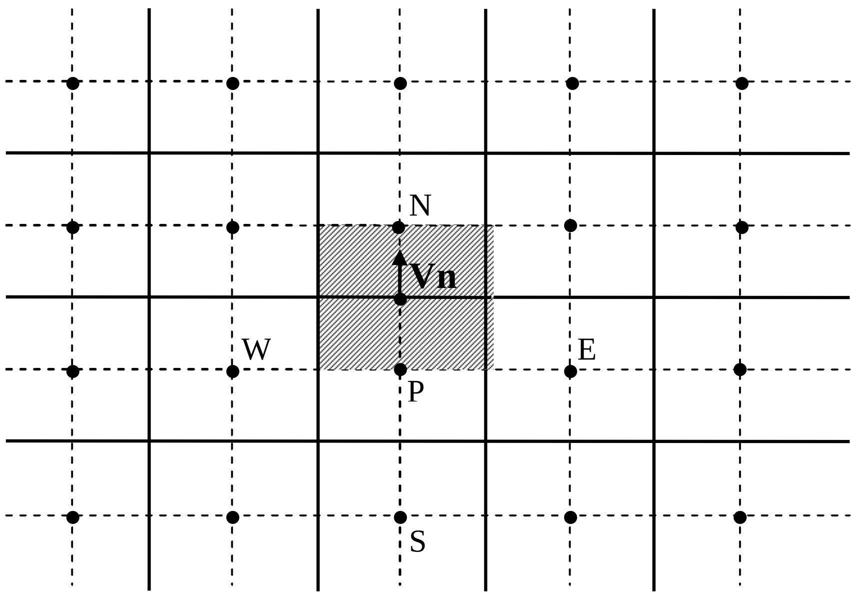


Fig (III-4) volume de contrôle décalé vers le haut

Dans notre domaine on choisi un maillage non uniforme comme le montré dans

La fig (III-5)

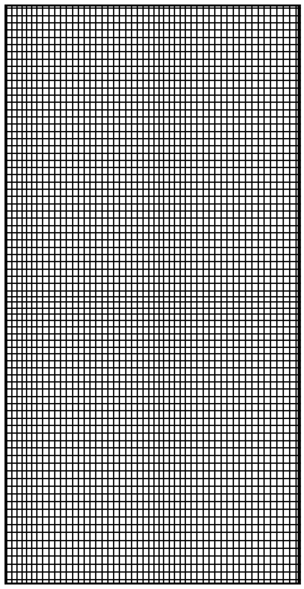


Fig (III-5) : Maillage du domaine étudié.

III-4.<u>Forme générale de l'équation de transport :</u>

L'équation de transport d'une entité physique quelconque f peut être exprimée d'une façon générale par la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial X_j}\left(U_j f\right) = \frac{\partial}{\partial X_j}\left[\Gamma \frac{\partial f}{\partial X_j}\right] + Sf \qquad \text{(III-1)}$$

Dans le système cartésien (X, Y) et pour un écoulement permanent incompressible, l'équation générale de transport s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial (Uf)}{\partial X} + \frac{\partial (Vf)}{\partial Y}}_{a} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X}(\Gamma \frac{\partial f}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y}(\Gamma \frac{\partial f}{\partial Y})}_{b} + \underbrace{S_f}_{c} \qquad \text{(III-2)}$$

Où :

A :. Terme de transport par convection.

B : Terme de transport par diffusion.

C : Terme source.

f : Variable généralisée.

Γ : Diffusivité.

Le tableau suivant rappelle les variables et les coefficients des équations qui gouvernent le Phénomène considéré dans cette étude.

Equation	f	Γ	S_f
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	U	$\frac{n^*}{\mathrm{Re}}$	$\frac{-\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement selon y	V	$\frac{n^*}{\mathrm{Re}}$	$\frac{-\partial P}{\partial Y}$
Energie	T	$\frac{a^*}{\mathrm{Re}.\mathrm{Pr}}$	0

Tableau III-1.Définition de f, Γ et Sf
des équations gouvernantes.

III-5. <u>la discrétisation des équations de transport :</u>

La discrétisation consiste à remplacer les équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement, par un système d'équation algébrique. La solution d'un tel système donne les valeurs de la pression, de la température et des vitesses U et V aux différentes positions du domaine où ont été stockée.

L'expression du volume de contrôle est :

dV = dX.dY.1

L'intégration de l'équation (III-2) sur le volume de contrôle relatif à la variable dépendante f .

$$\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial X}(Uf)dXdY + \int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial Y}(Vf)dXdY = \int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)dX.dY + \int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)dX.dY$$

$$+\int_w^e\int_s^n S_f\, dX.dY \qquad \text{(III-3)}$$

Intégration du terme convectif :

$$\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial X}(Uf)dXdY + \int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial Y}(Vf)dXdY = \int_s^n [(Uf)_e - (Uf)_w]dY + \int_w^e [(Vf)_n - (Vf)_s]dX$$

$$= [(Uf)_e - (Uf)_w]\Delta Y + [(Vf)_n - (Vf)_s]\Delta X \qquad \text{(III-4)}$$

Intégration du terme diffusif :

$$\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)dX.dY + \int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)dX.dY$$

$$= \int_s^n\left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_e - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_w\right]dY + \int_w^e\left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_n - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_s\right]dX$$

$$= \left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_e - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_w\right]\Delta Y + \left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_n - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_s\right]\Delta X \qquad \text{(III-5)}$$

Intégration du terme source :

$$\int_s^n\int_w^e S_f\, dX.dY = \bar{S}_f \qquad \text{(III-6)}$$

Alors l'équation (III-3) devient :

$$[(Uf)_e - (Uf)_w]\Delta Y + [(Vf)_n - (Vf)_s]\Delta X = \left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_e - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial X}\right)_w\right]\Delta Y + \left[\left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_n - \left(\Gamma\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_s\right]\Delta X$$

$$+\overline{S_f} \qquad \text{(III-7)}$$

III-6. Evaluation du coefficient de diffusion aux interfaces :

La présence d'obstacles dans le champ d'écoulement, doit être prise en considération, la Discontinuité à l'interface. Il est nécessaire d'introduire une viscosité et une conductivité thermique moyenne. La conductivité thermique à l'interface évoluée à partir du flux de chaleur. Ce dernier doit être représenté par la même moyenne, le calcul repose sur l'évaluation correcte de la contrainte de cisaillement aux interfaces.

III-6-1. Conductivité thermique interfaciale :

Pour illustrer le calcul de la conductivité à l'interface fluide-solide, examinons le cas unidimensionnel Fig (III-6).

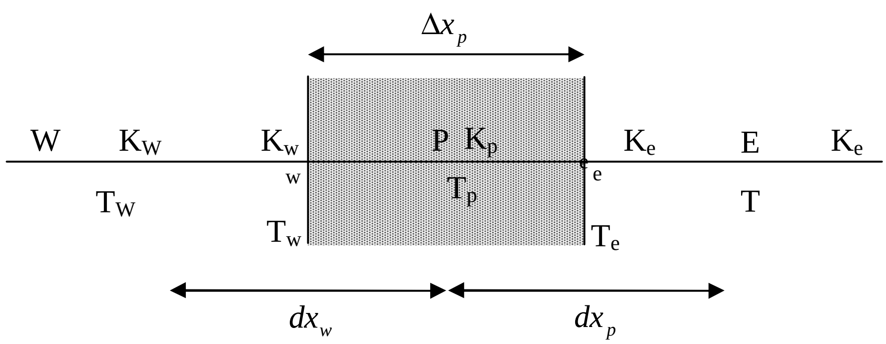


Fig (III-6) Volume de contrôle unidimensionnel pour la détermination de la conductivité thermique interfaciale

Le flux de la chaleur à travers l'interface 'e' peut être évalué de trois manières différentes :

$$q = K_e \frac{T_P - T_E}{dxp}$$

Pour chaque volume de contrôle on définie une conductivité thermique.

Donc :

$$q = 2K_p \frac{T_p - T_e}{\Delta x_p}$$

$$q = 2KE \frac{T_P - T_E}{\Delta x_E}$$

Où Te est la température de l'interface 'e'.

On peut écrire aussi :

$$Tp - T_E = \frac{qdx_P}{Ke} \tag{III-a}$$

$$T_P - T_e = \frac{q\Delta x_P}{2Kp} \tag{III-b}$$

$$T_e - T_E = \frac{q\Delta x_E}{2K_E} \tag{III-c}$$

L'addition des équations (III-c) et (III-b) nous donne :

$$T_P - T_E = q\left[\frac{\Delta xp}{2Kp} + \frac{\Delta x_E}{2K_E}\right] \tag{III-d}$$

En égalisant (III-d) et (III-a), on obtient :

$$K_e = \frac{2dx_p}{\dfrac{\Delta x_p}{K_P} + \dfrac{\Delta x_E}{K_E}} \tag{III-e}$$

Si le maillage est uniforme ($\Delta x_P = \Delta x_E$), la conductivité moyenne optimale est la moyenne harmonique des conductivités thermique des deux volumes de contrôle adjacents :

$$K_e = \frac{2K_P K_E}{K_E + K_P}$$

L'extension de la relation (III-e) au cas tridimensionnel est :

$$K_w = \frac{2dx_w}{\dfrac{\Delta x_p}{K_P} + \dfrac{\Delta x_w}{K_W}}$$

$$K_n = \frac{2dy_p}{\dfrac{\Delta y_p}{K_P} + \dfrac{\Delta y_n}{K_N}}$$

$$K_s = \frac{2dy_s}{\dfrac{\Delta y_p}{K_P} + \dfrac{\Delta y_s}{K_S}}$$

$$K_t = \frac{2dz_p}{\dfrac{\Delta y_p}{K_P} + \dfrac{\Delta x_t}{K_T}}$$

$$K_b = \frac{2dz_B}{\dfrac{\Delta z_p}{K_P} + \dfrac{\Delta z_B}{K_B}}$$

III-6-2. <u>Viscosité interfaciale :</u>

La difficulté d'évaluer la viscosité a l'interface provient du maillage décalé. Il existe aux moins deux région dans l'interface, l'une solide qui correspond à l'obstacle et l'autre fluide.

Pour illustrer comment évalué la viscosité à l'interface nous considérons le cas bidimensionnel représenté sur la figure (III-7). Les viscosités aux interfaces '**est**' et '**ouest**' du volume de contrôle sont connues, puisque on définit pour chaque volume de contrôle principal une viscosité stockée au nœud.

Cependant la détermination des viscosités aux interfaces '**nord**' et '**sud**' n'est pas triviale :

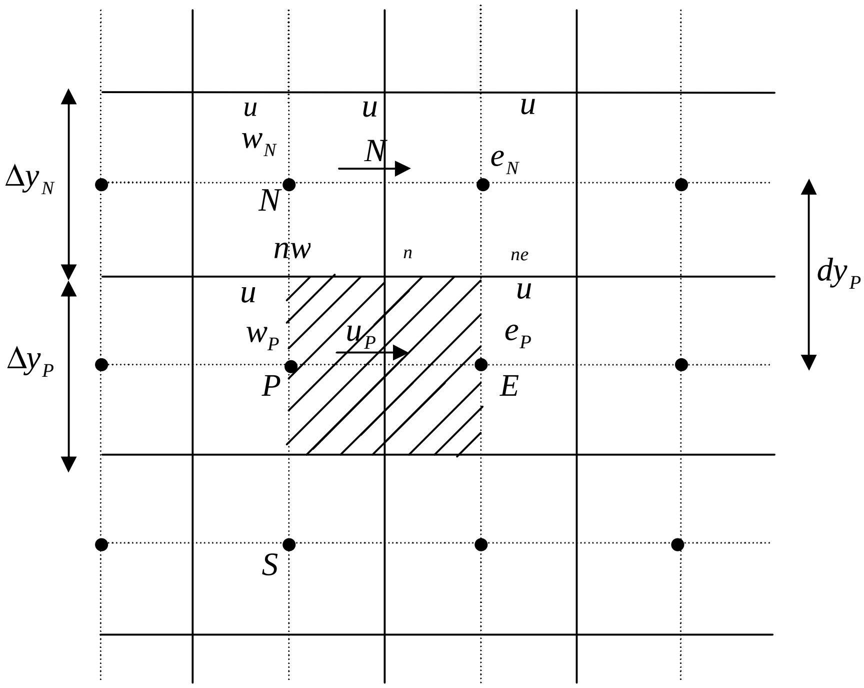


Fig (III-7) Volume de contrôle (2d) de la composante de vitesse u
Pour la détermination de la viscosité interfaciale

.

La contrainte à l'interface '**nord**' est définie par :

$$t_n = \frac{1}{2}\left(t_{nw} + t_{nw}\right) \qquad \text{(III-f)}$$

Où t_{nw} et t_{ne} expriment respectivement les contraintes aux interfaces (nw, n) et (n, ne).

Explication de chaque terme de l'équation

$$t_n = v_n \frac{u_n - u_p}{dy_p}$$

$$t_{ne} = v_{ne}\frac{u_n - u_p}{dy_p}$$

$$t_{nw} = v_{nw}\frac{u_n - u_p}{dy_p}$$

En reportant les expressions des contraintes dans l'équation (III-f), il vient alors

$$v_n = \frac{1}{2}(v_{nw} + v_{ne}) \tag{III-g}$$

Nous devons donc évaluer ' v_{nw} ' et ' v_{ne} '.la contrainte de l'interface (nw, n) s'exprime compte tenu de la position de l'interface par :

$$t_{nw} = 2v_{wN}\frac{u_{wN} - u_{nw}}{\Delta y_N}$$

$$t_{nw} = v_{nw}\frac{u_{wn} - u_{wp}}{dy_P}$$

$$t_{nw} = 2v_{wp}\frac{mu_{nw} - u_{np}}{\Delta y_p}$$

Ce qui permet d'écrire les égalités suivantes :

$$u_{wN} - u_{nw} = \frac{\Delta y_n}{2}\frac{t_{nw}}{v_{wN}} \tag{III-h}$$

$$u_{wN} - u_{np} = dy_P\frac{t_{nw}}{v_{nw}} \tag{III-i}$$

$$u_{nw} - u_{wp} = \frac{\Delta y_P}{2}\frac{t_{nw}}{v_{wp}} \tag{III-j}$$

L'addition des équations (III-h) et (III-j) nous donne :

$$u_{wN} - u_{wp} = t_{nw}\left[\frac{\Delta y_N}{2v_{wN}} + \frac{\Delta y_P}{2v_{wP}}\right]$$

$$v_{nw} = \frac{dy_P}{\dfrac{\Delta y_P}{2v_{wP}} + \dfrac{\Delta y_N}{2v_{wN}}}$$

On montre de façon similaire que la viscosité à l'interface (n, ne) est :

$$v_{ne} = \frac{dy_P}{\dfrac{\Delta y_P}{2v_{eP}} + \dfrac{\Delta y_N}{2v_{eN}}}$$

En introduisant les expressions des viscosités dans l'équation (III-g), on déduit viscosité à l'interface '**nord** '.

$$v_n = \left[\frac{dy_P}{\dfrac{\Delta y_P}{v_{wP}} + \dfrac{\Delta y_N}{v_{wN}}} + \frac{dy_P}{\dfrac{\Delta y_P}{v_{eP}} + \dfrac{\Delta y_N}{v_{eN}}} \right]$$

Par un développement identique on obtient la viscosité à l'interface ' **sud** ' :

$$v_s = \left[\frac{dy_S}{\dfrac{\Delta y_P}{v_{wP}} + \dfrac{\Delta y_S}{v_{wS}}} + \frac{dy_S}{\dfrac{\Delta y_P}{v_{eP}} + \dfrac{\Delta y_S}{v_{eS}}} \right]$$

III-7. les schémas de discrétisation :

Nous choisissons le schéma de discrétisation en tenant compte de plusieurs facteurs (le problème à traiter, la concordance de ces résultats avec les résultats physique, et la stabilité numérique).

Les différents schémas les plus utilisés sont :

-schémas des différences centrées.

-schémas décentrées amont (upwind premier et second ordres).

-schémas hybride.

-schémas power-law (lois puissance).

III-7-1. Schéma des différences centrées :

Ce schéma est appliqué dans le cas où la convection ne domine pas la diffusion, il permet un compromis satisfaisant entre précision et économie, mais une fois la convection est dominante ce schéma est sujet à une instabilité numérique sous forme d'une oscillation non physique des caractéristique de l'écoulement.

Pour ce schéma, on suppose que la quantité f varie linéairement entre les nœuds qui entourent chaque interface des volumes de contrôle, avec cette disposition on écrit :

$$\begin{cases} f_e = \dfrac{f_E + f_P}{2} & f_e = \dfrac{f_E + f_P}{2} \\ f_e = \dfrac{f_N + f_P}{2} & f_e = \dfrac{f_P + f_S}{2} \end{cases} \qquad \text{(III-8)}$$

De même pour le gradient de la quantité f :

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial f}{\partial X}\right|_e = \dfrac{f_E - f_P}{(dX)_e} \quad , \quad \left.\dfrac{\partial f}{\partial X}\right|_w = \dfrac{f_P - f_W}{(dX)_w} \\ \left.\dfrac{\partial f}{\partial Y}\right|_n = \dfrac{f_N - f_P}{(dY)_n} \quad , \quad \left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_s = \dfrac{f_P - f_W}{(dY)s} \end{cases} \qquad \text{(III-9)}$$

- f_P : la valeur de la quantité f au niveau du nœud P.
- f_E, f_W, f_S, f_N les valeurs de la quantité f au niveau des nœuds E, S, N, W.

Remplaçant les termes de (III-8) et de (III-9) dans l'équation (III-7) on obtient après arrangement :

$$A_P f_P = A_E f_E + A_W f_W + A_N f_N + A_S f_S + \overline{S}_f \qquad \text{(III-10)}$$

Où :

$$A_P = A_E + A_W + A_S + A_N$$

$$\begin{aligned} A_E &= \left[-\frac{(U)_e}{2}\Delta Y + \frac{\Gamma_e}{dX_e}\Delta Y\right] & & A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e \\ A_W &= \left[\frac{(U)_w}{2}\Delta Y + \frac{\Gamma_w}{dX_w}\Delta Y\right] & & A_W = \frac{F_w}{2} + D_w \\ A_S &= \left[\frac{(V)_s}{2}\Delta X + \frac{\Gamma_s}{dY_s}\Delta X\right] & \Rightarrow & A_S = \frac{F_s}{2} + D_s \\ A_N &= \left[-\frac{(V)_n}{2}\Delta X + \frac{\Gamma_n}{dY}\Delta X\right] & & A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n \end{aligned} \qquad \text{(III-11)}$$

III-7-2 <u>Schéma Upwind</u> :

Ce schéma est le plus simple il est appliqué dans le cas où la convection est dominante.

$f_e = f_p$ si $F_e > 0$ et $U_e > 0$; $f_e = f_E$ si $F_e < 0$ et $U_e < 0$

$f_w = f_W$ si $F_w > 0$ et $U_w > 0$; $fw = f_P$ si $F_w < 0$ et $U_w < 0$

(III-12)

$f_n = f_p$ si $F_n > 0$ et $U_n > 0$; $f_n = f_N$ si $F_n < 0$ et $U_n < 0$

$f_s = f_s$ si $F_s > 0$ et $U_s > 0$; $f_s = f_P$ si $F_s < 0$ et $U_s < 0$

si on définit l'opérateur $\|a,b\|$ comme le maximum entre (a) et (b), les équations (III-12) s'écrivent :

$$F_e f_e = f_p \|F_e,0\| - f_E \| - F_e,0\|$$

$$F_w f_w = -f_p \|F_w,0\| + f_E \| + F_w,0\| \qquad \text{(III-13)}$$

$$F_n f_n = f_p \|F_n,0\| - f_N \| - F_n,0\|$$

$$F_s f_s = -f_p \|F_s,0\| + f_S \| F_s,0\|$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation (III-7) et après arrangement des termes on obtient :

$$A_P f_P = A_E f_E + A_W f_W + A_N f_N + A_S f_S + \overline{S}_f$$

Avec :

$$A_N = D_n + \| - F_n,0\| = D_n [1 + \| - p_n,0 \|]$$

$$A_S = D_s + \|F_s,0\| = D_n [1 + \| p_s,0 \|]$$

$$A_E = D_e + \| - F_e,0\| = D_e [1 + \| - p_e,0 \|]$$

$$A_W = D_w + \|F_w,0\| = D_w [1 + \| p_w,0 \|]$$

$$A_p = A_N + A_S + A_W + A_E$$

Les solutions sont toujours physiquement réalistes, mais ce schéma du premier ordre engendre une diffusion artificielle.

III-7-3 <u>Schéma hybride</u> :

Le schéma hybride coïncide avec le schéma des différences centrées pour les valeurs du nombre de Peclet appartenant à l'intervalle [-2,2] et en dehors de l'intervalle coïncide avec le schéma Upwind, d'où l'appellation du schéma hybride.

La relation qui lie la valeur de la variable à l'interface du volume de contrôle aura la forme :

$$
\begin{aligned}
f_e &= f_e f_P + (1 - f_e) f_E \\
f_n &= f_n f_P + (1 - f_n) f_N \\
f_w &= f_w f_P + (1 - f_w) f_P \\
f_s &= f_s f_P + (1 - f_s) f_P
\end{aligned}
\qquad \text{(III-18)}
$$

f : un coefficient dépend du nombre de Peclet comme il est présenté dans le tableau suivant

Valeur de Peclet (p_e)	$p_e > 2$	$-2 < p_e < 2$	$p_e < -2$
Le schéma utilisée	Upwind	Centré	Upwind
f	1	1/2	0

Après des arrangements dans l'équation (III-7) on trouve :

$$A_P f_P = A_E f_E + A_W f_W + A_N f_N + A_S f_S + \overline{S}_f$$

Avec :
$$
\begin{aligned}
A_E &= D_e - (1 - f_e) F_e \\
A_W &= D_W + f_n F_W \\
A_N &= D_n - (1 - f_n) F_n \\
A_S &= D_s + f_s F_e
\end{aligned}
\qquad \text{(III-19)}
$$

O n peut écrire aussi :

$$
\begin{aligned}
A_E &= D_e \left(1 - 0.5 \left| p_{e,e} \right|\right) + \left\| -F_e, 0 \right\| \\
A_W &= D_w \left(1 - 0.5 \left| p_{e,w} \right|\right) + \left\| -F_w, 0 \right\| \\
A_N &= D_n \left(1 - 0.5 \left| p_{e,n} \right|\right) + \left\| -F_n, 0 \right\| \\
A_S &= D_s \left(1 - 0.5 \left| p_{e,s} \right|\right) + \left\| -F_s, 0 \right\|
\end{aligned}
\qquad \text{(III-20)}
$$

Ce schéma est très efficace grâce aux avantages du schéma centré dans les écoulements à transport diffusif dominant et les avantages du schéma Upwind dans les écoulements à transport convectif dominant.

III-7-4.Schéma loi de puissance :

C'est une amélioration du schéma hybride autour de Pe = ± 2

Pour $P_e < 10$; $\frac{A_e}{D_e} = -P_e$

Pour $-10 < P_e < 0$; $\frac{A_e}{D_e} = (1 + 0.1P_e)^5 - P_e$ (III-21)

Pour $0 \leq P_e \leq 10$; $\frac{A_e}{D_e} = (1 - 0.1P_e)^5$

Pour $P_e > 10$; $\frac{A_e}{D_e} = 0$

III-7-5 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numeriques :

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques tableau (III-2).

Schéma	$A(\|P\|)$
Différence entrée	1-0.5$\|P\|$
Upwind	1
Hybride	$\|\|0.1 - 0.5\|P\|\|\|$
Loi de puissance	$\|\|0, (1 - 0.1\|P\|)^5\|\|$
Exponentiel	$\|P\| / [\exp(\|P\|) - 1] 1$

tableau (III-2) la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Dans notre cas on se base sur le schéma power law **[15].**

Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X :

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant X sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne l'équation algébrique suivante.

$$A_P(i,j)U(i,j)=A_E(i,j)\,U(i+1,j)+A_W(i,j)\,U(i-1,j)+ A_N(i,j)\,U(i,j+1)+A_S(i,j)\,U(i,j-1)+b(i,j) \qquad \text{(III-23)}$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_E(i,j) &= D_e\,A(|P_e|) + \max(-F_e,0) \\ A_w(i,j) &= D_w A(|P_W|) + \max(F_w,0) \\ A_N(i,j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n,0) \\ A_s(i,j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s,0) \end{aligned} \qquad \text{(III-24)}$$

$$b(i,j) = [P(i,j) - P(i+1,j)]\ \Delta Y(j) \qquad \text{(III-25)}$$

$$A_P = A_E(i,j) + A_w(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j)$$

Les termes convectifs:

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{1}{2}[U(i+1,j)+U(i,j)]\Delta Y(j) \\ F_W &= \frac{1}{2}[U(i-1,j)+U(i,j)]\Delta Y(j) \\ F_n &= \frac{1}{2}[V(i,j)+V(i+1,j)]dX(i) \\ F_s &= \frac{1}{2}[V(i,j-1)+V(i+1,j-1)]dX(i) \end{aligned} \qquad \text{(III-26)}$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{1}{\mathrm{Re}}\,\frac{n^*(i,j)\Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)}$$

$$D_n = \frac{1}{\mathrm{Re}}\,\frac{\Delta X(i+1)}{\dfrac{\Delta Y(j)}{n^*(i+1,j)}+\dfrac{\Delta Y(j+1)}{n^*(i+1,j+1)}} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\,\frac{\Delta X(i)}{\dfrac{\Delta Y(j)}{n^*(i,j)}+\dfrac{\Delta Y(j+1)}{n^*(i,j+1)}} \qquad \text{(III-27)}$$

$$D_w = \frac{1}{\mathrm{Re}} \, \frac{n^*(i,j)\Delta Y(j)}{\Delta X(i)}$$

$$D_s = \frac{1}{\mathrm{Re}} \, \frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{n^*(i+1,j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{n^*(i+1,j)}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \, \frac{\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{n^*(i,j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{n^*(i,j)}}$$

<u>Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y</u>:

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut donne l'équation algébrique :

$$A_P(i,j)V(i,j) = A_E(i,j)\, V(i+1,j) + A_W(i,j)\, V(i-1,j) + A_N(i,j)\, V(i,j+1) + A_S(i,j)\, V(i,j-1) + b(i,j) \qquad \text{(III-28)}$$

Avec :

$$A_E(i,j) = D_e\, A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_w(i,j) = D_w A(|P_W|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N(i,j) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \qquad \text{(III-29)}$$

$$A_s(i,j) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i,j) = [P(i,j) - P(i+1,j)]\ \Delta X(i) \qquad \text{(III-30)}$$

$$A_P = A_E(i,j) + A_w(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) \qquad \text{(III-31)}$$

Les termes convectifs:

$$F_e = \frac{1}{2}\left[U(i,j) + U(i,j+1)\right] dY(j)$$

$$F_W = \frac{1}{2}\left[U(i-1,j) + U(i-1,j+1)\right] dY(j) \qquad \text{(III-32)}$$

$F_n = \frac{1}{2}[V(i, j+1) + V(i+1, j)]\Delta X(i)$

$F_s = \frac{1}{2}[V(i, j-1) + V(i, j)]\Delta X(i)$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\Delta Y(i+1)}{\frac{\Delta X(j)}{n^*(i, j+1)} + \frac{\Delta X(j+1)}{n^*(i+1, j+1)}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i)}{n^*(i, j)} + \frac{\Delta X(i+1)}{n^*(i+1, j)}}$$

$$D_n = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{n^*(i, j+1)\Delta X(i)}{\Delta Y(i+1)}$$

$$D_w = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\Delta Y(j+1)}{\frac{\Delta X(i-1)}{n*(i-1, j+1)} + \frac{\Delta X(i)}{n^*(i, j+1)}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i-1)}{n^*(i-1, j)} + \frac{\Delta X(i)}{n^*(i, j)}} \qquad \text{(III-33)}$$

$$D_s = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{n^*(i, j)\Delta X(i)}{\Delta Y(i)}$$

<u>Discrétisation de l'équation de l'énergie</u> :

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle sur un volume de contrôle typique donne l'équation algébrique :

$$A_P(i,j)\theta(i,j) = A_E(i,j)\,\theta(i+1,j) + A_W(i,j)\,\theta(i-1,j) + A_N(i,j)\,\theta(i,j+1) + A_S(i,j)\,\theta(i,j-1) + b(i,j) \qquad \text{(III-34)}$$

Avec :

$A_E(i,j) = D_e\, A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$

$A_w(i,j) = D_w A(|P_W|) + \max(F_w, 0)$ (III-35)

$A_N(i,j) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$

$A_s(i,j) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$

$b(i,j) = 0$ (III-36)

$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j)$ (III-37)

Les termes convectifs:

$F_e = U(i, j)\Delta Y(j)$

$F_W = U(i-1, j)\Delta Y(j)$ (III-38)

$F_n = V(i,j)\Delta X(i)$

$F_s = V(i,j-1)\Delta X(i)$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{1}{\mathrm{Re.Pr}} \frac{2\Delta Y(j)}{\dfrac{\Delta X(i)}{a^*(i,j)} + \dfrac{\Delta X(i+1)}{a^*(i+1,j)}}$$

$$D_w = \frac{1}{\mathrm{Re.Pr}} \frac{2\Delta Y(j)}{\dfrac{\Delta X(i-1)}{a^*(i-1,j)} + \dfrac{\Delta X(i)}{a^*(i,j)}}$$

$$D_n = \frac{1}{\mathrm{Re.Pr}} \frac{2\Delta X(i)}{\dfrac{\Delta Y(j)}{a^*(i,j)} + \dfrac{\Delta Y(J+1)}{a^*(i,j+1)}} \qquad \text{(III-39)}$$

$$D_s = \frac{1}{\mathrm{Re.Pr}} \frac{2\Delta X(i)}{\dfrac{\Delta Y(j-1)}{a^*(i,j-1)} + \dfrac{\Delta Y(J)}{a^*(i,j)}}$$

III-8.Algorithme SIMPLER :

Les différents séquences de l’algorithme SIPMLER sont comme suit :

1. Estimer un champ de vitesse.

2. Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et calculé les pseudo vitesses $\hat{U}$ et $\hat{V}$.

$$\hat{U} = \frac{\left[\sum_{nb=E,W,N,S} \left(A_{nb}(i,j)U_{nb}(i,j)\right) + b^u(i,j)\right]}{A_p(i,j)} \qquad \text{(III.40)}$$

$$\hat{V} = \frac{\left[\sum_{nb=E,W,N,S} \left(A_{nb}(i,j)V_{nb}(i,j)\right) + b^v(i,j)\right]}{A_p(i,j)}$$

$b^u(i,j)$: contient les termes sources de l’équation discrétisée de quantité de mouvement suivant X, sauf le terme de pression.

$b^v(i,j)$: contient les termes sources de l’équation discrétisée de quantité de mouvement suivant Y, sauf le terme de pression.

3. Calculer les coefficients des équations de pression discrétisée et résoudre cette équation pour obtenir le champ de pression P.

$$A_P(i,j)P(i,j) = A_E(i,j)P(i+1,j) + A_W(i,j)P(i-1,j) +$$
$$A_N(i,j)P(i,j+1) + A_S(i,j)P(i,j-1) + b(i,j) \qquad \text{(III-41)}$$

4. Considérer le champ de pression obtenue comme estimation P^* et résoudre les équations de quantité de mouvement discrétisé pour obtenir U^* et V^* :

$$A_P(i,j)U^*(i,j) = A_E(i,j)U^*(i+1,j) + A_W(i,j)U^*(i-1,j) + A_N(i,j)U^*(i,j+1)$$
$$A_S(i,j)U^*(i-1,j) + \left(P^*(i,j) - P^*(i+1,j)\right)\Delta Y(j) + b^u(i,j) \qquad \text{(III-42)}$$

Et

$$A_P(i,j)V^*(i,j) = A_E(i,j)V^*(i+1,j) + A_W(i,j)V^*(i-1,j) + A_N(i,j)V^*(i,j+1)$$
$$A_S(i,j)V^*(i,j-1) + \left(P^*(i,j) - P^*(i,j+1)\right)\Delta X(i) + b^v(i,j) \qquad \text{(III-43)}$$

5. Calculer le terme b de l'équation de correction de pression et résoudre cette équation pour obtenir $P^{'}$:

$$A_P(i,j)P^{'}(i,j) = A_E(i,j)P^{'}(i+1,j) + A_W(i,j)P^{'}(i-1,j) + A_N(i,j)P^{'}(i,j+1) +$$
$$A_S(i,j)P^{'}(i,j-1) + b(i,j)$$

6. corriger le champ de vitesse en utilisant les équations de correction de vitesse

$U(i,j) = U^*(i,j) + P_u(i,j)(P^{'}(i,j) - P^{'}(i+1,j))$

$V(i,j) = V^*(i,j) + P_V(i,j)(P^{'}(i,j) - P^{'}(i,j+1)$

7. Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie (III-34) pour obtenir la température$q$.

8. Considérer le champ de vitesse comme une nouvelle estimation des vitesses et retournée à l'étape (2) jusqu'à l'obtention de la convergence.

III-9. <u>Méthode de résolution algorithmique (T.D.M.A) :</u>

Le système des équations obtenues étant non linéaires car les coefficients qui apparaissent dans l'équation de discrétisation dépendent des variables elles mêmes. On va résoudre le système d'équations itérativement par double balayage en utilisant l'algorithme de THOMAS **[15].**

L'équation algébrique peut être écrite sous forme unidimensionnelle qui contient seulement trois inconnus : $f\ (i,j)$, $f(i,j+1)$, $f\ (i,j-1)$ comme suit :

$$A_P(i,j)\,f\ (i,j)=A_N\,(i,j)\ f\ (i,j+1)+A_S(i,j)\ f\ (i,j-1)+b'(i,j) \qquad \text{(III-44)}$$

Avec: $b'(i,j)=A_E(i,j)\ f\ (i+1,j)+A_w\,(i,j)\ f\ (i-1,j)+b\,(i,j)$ (III-45)

Pour résoudre le système d'équations au point i , on a :

$$a_j\,f_j=b_j\,f_{j+1}+c_j\,f_{j-1}+d_j \qquad \text{(III-46)}$$

la relation de récurrence pour f_j est donnée par :

$$f_j=P_j\,f_{j+1}+Q_j \qquad \text{(III-47)}$$

calculons f_{j-1} :

$$f_{j-1}=P_{j-1}\,f_j+Q_{j-1} \qquad \text{(III-48)}$$

En substituant l'équation (III-48) dans (III-46), on obtient :

$$a_j f_j=b_j f_{j+1}+c_j\,(P_{j-1}f_j+Q_{j-1})+d_j$$

En réarrangent cette équation, les coefficients P_j et Q_j s'obtient comme suit :

$$P_j=\frac{b_j}{a_j-c_jP_{j-1}},\ Q_j=\frac{d_j+c_jP_{j-1}}{a_j-c_jP_{j-1}} \qquad \text{(III-49)}$$

L'algorithme de Thomas se résume comme suit :

1. Calculer les quantités P_1 et Q_1 par :

$$P_1=\frac{b_1}{a_1} \qquad \text{et} \qquad Q_1=\frac{d_1}{a_1}$$

2. Utiliser les relations (III-47) pour obtenir les quantités P_j et Q_j pour 1,2,3……JL

3. Poser $f_{j1}=Q_{j1}$

III-10.<u>Sous relaxation</u> :

Pour ralentir le taux de convergence et pour éviter la divergence du à la forte variation de la valeur de f entre deux itérations successives. On utilise lors du calcul itératif une sous relaxation, c'est-à-dire :

$$f_p^1 = w f_p^* + (1-w) f_p^0$$

f_p^* : La solution de l'équation linéaire.

f_p^0 : La valeur à l'itération précédente.

w : Coefficient de sous relaxation généralement pris comme constant est qui varie de 0 et 1.

III-11.<u>Critère de convergence :</u>

On dit qu'un processus itératif à atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs de la variable f . Pratiquement, on exprime cette convergence par test d'arrêt du processus itératif appelé aussi «critère de convergence».

Un critère approprié est celui qui porte sur le résidus de quantité de mouvement, de la masse et la température. Ces résidus son définis par :

$$R_f = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} f_{nb} + b - a_p f_p$$

Évidement, quand l'équation discrétisée est satisfaite, R_f tend vers zéro mathématiquement, on traduit cela par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Omega} |R_f| < e_f$$

Ω : Domaine de calcul.

e_f : Valeur infiniment petite caractérisant l'erreur sur la solution .

III-12. <u>Structure du programme et organigramme</u> :

Les différents subroutines utilisées dans le code de calcul:

-DEFALT : permet de donner des valeurs par défauts aux variables de contrôle ainsi qu'aux facteurs de relaxation.

-READY : a pour rôle l'initialisation des variables des quantités géométriques concernant le maillage et les volumes de contrôle.

-HEART : c'est la partie qui calcul tous les coefficients des équations algébriques.

-SOLVE : résout le système d'équation par l'utilisation de la méthode TDMA .

-GRID : il donne les informations nécessaires de la grille.

-BEGIN : le rôle fondamentale de BEGIN est de donner les valeurs initiales de f .

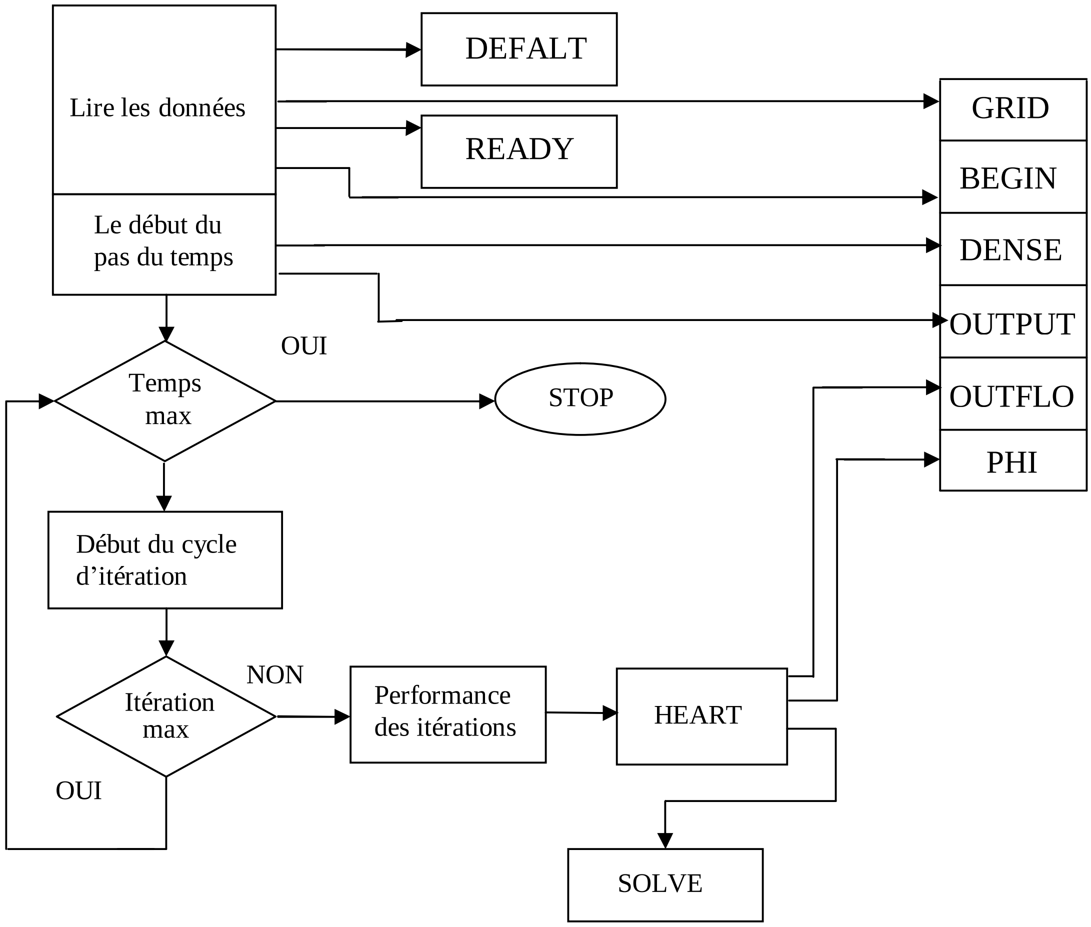
-DENSE : la tache de DENSE est de fournir les valeurs de RHO (I, J) dans le domaine de calcul.

-OUTPUT : affiche les résultats après chaque itération.

-OUTFLO : calcul la vitesse a la sortie du domaine en se basant sur la conservation du débit.

-PHI : a pour rôle de fournir les valeurs de S_c, S_p, et Γ et se spécifier les conditions aux limites.

L’organigramme du code de calcul est donné ci-dessous.



Fig(III-8) Organigramme du programme global

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSION

IV- Discussions des Résultats :

Toutes les simulations ont été réalisées et en fixant la valeur du nombre de Prandtl à 0.7 pour des nombres de Reynolds est variant comme (10, 50 et 100). Alors que les valeurs du coefficient de diffusivité thermique adimensionnelle a^* sont (1, 4.5, 50 et 1000).

IV-1. Validation du code :

Notre code de calcul à été validé avec la solution analytique classique : il s'agit d'une ailette soumise à la température Tb d'un coté et refroidie par un fluide avec un coefficient d'échange h.

L'équation gouvernante est :

$$kA\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - hp(T - T\infty) = 0.$$

cette équation exprime un équilibre parfait entre le transfert de chaleur par conduction qui arrive longitudinalement a la position 'x' et le transfert de chaleur par convection qui quitte l'ailette a travers la ligne latérale de contact avec le fluide **[16]** .

où :

h : coefficient du transfert de chaleur[$W.m^{-2}.k^{-1}$]

p : le périmètre de l'ailette [m].

k : conductivité thermique [$W.m^{-1}.k^{-1}$].

A : la section de l'ailette [m^2].

La solution analytique est donnée par l'équation :

$$\frac{T - T_\infty}{Tb - T_\infty} = \frac{\cosh[n(L - x)]}{\cosh(nL)}$$

ou :

$$n^2 = \frac{hp}{kA}$$

L : longueur de l'ailette[m].

La comparaison de nos résultas numériques avec les résultats analytique, est montrée dans la Figure (IV-1).

Les résultats montrent un meilleur accord de notre solution avec la solution analytique. et les erreurs de calcul relatives sont négligeables ou nulles.

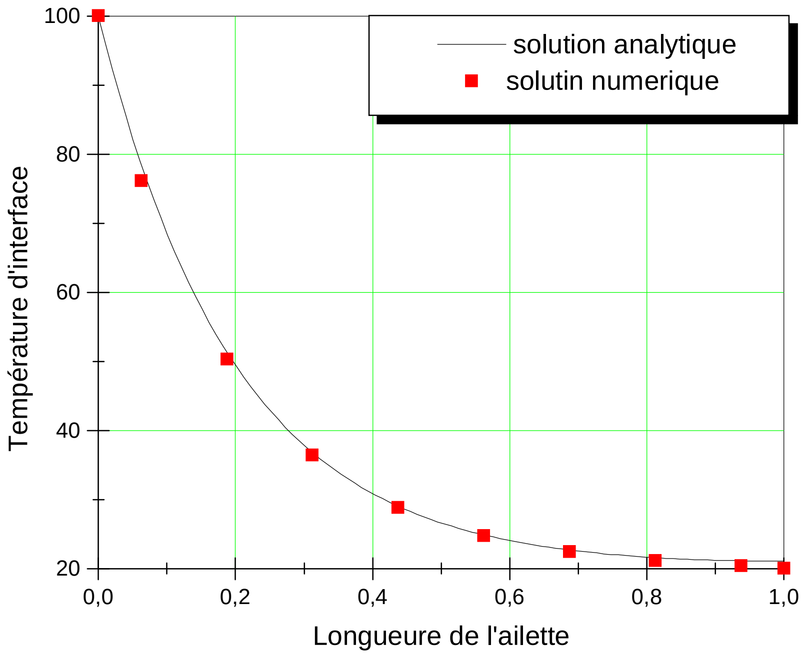


Fig (IV-1) température d’interface.

Comparaison la solution numérique avec la solution analytique

IV-2. **<u>Effet du maillage :</u>**

Avant de présenter les résultats obtenus, nous avons examiner l'influence du maillage sur la solution.

Pour étudier cette influence, plusieurs maillage sont prit en compte (41x62, 53x82, 68x102).

Re = 50 , Pr = 0.7 , W/Le = 0.20 et (a^* = 50 ,4.5).

- Les figures (IV-2 et IV-3) montrent l'effet du maillage sur la température d'interface et nombre de Nusselt pour a^* = 50.

- Les figures (IV-4 et IV-5) montrent l'effet du maillage sur la température d'interface et nombre de Nusselt pour a^* = 4,5.

-Pour toutes les figures sauf la figure (IV-5), nous avont constaté la dépendance de la solution du maillage utilisé concernant la figure (IV-5) l'erreur maximal est de l'ordre de 5%, et on peut la négligé.

Pour minimiser le temps et le coût de calcul nous choisissons le maillage 53x82 nœuds.

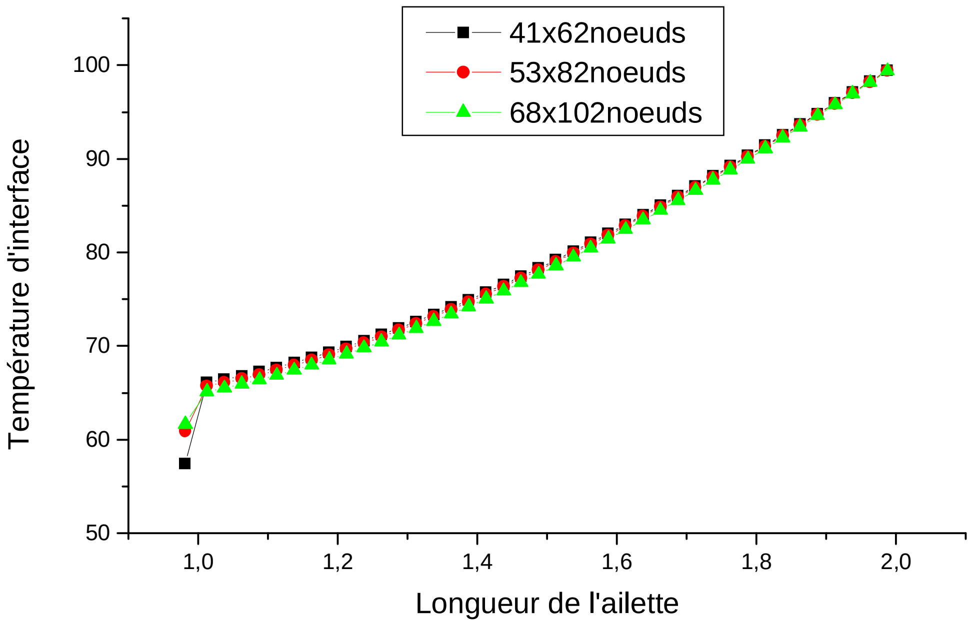


Fig (IV-2) : Effet du maillage sur la températures d'interface pour $a^*=50$, Re=50

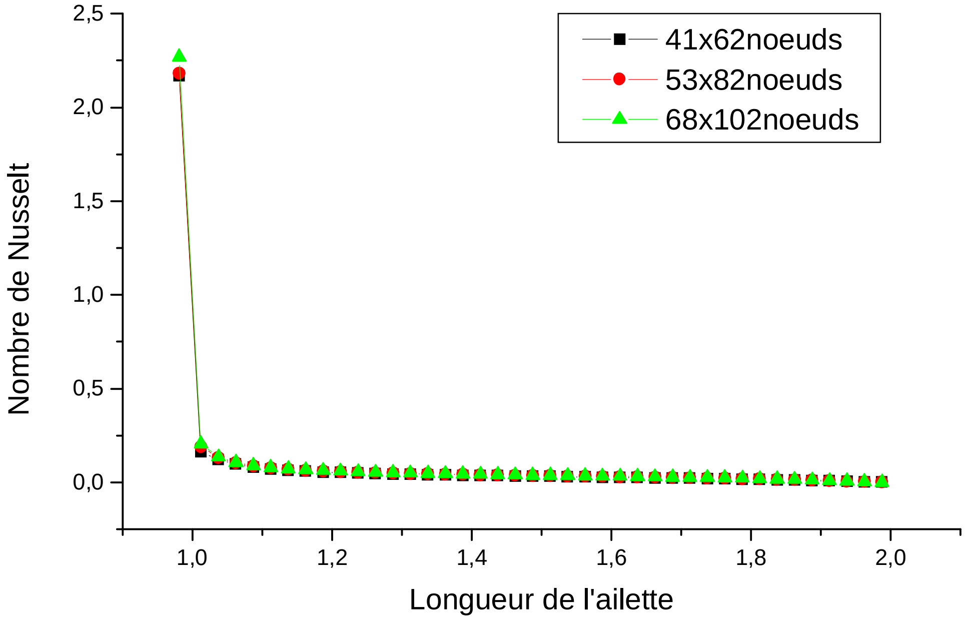


Fig (IV-3) : Effet du maillage sur le nombre de Nusselt pour $a^*=50$,Re=50

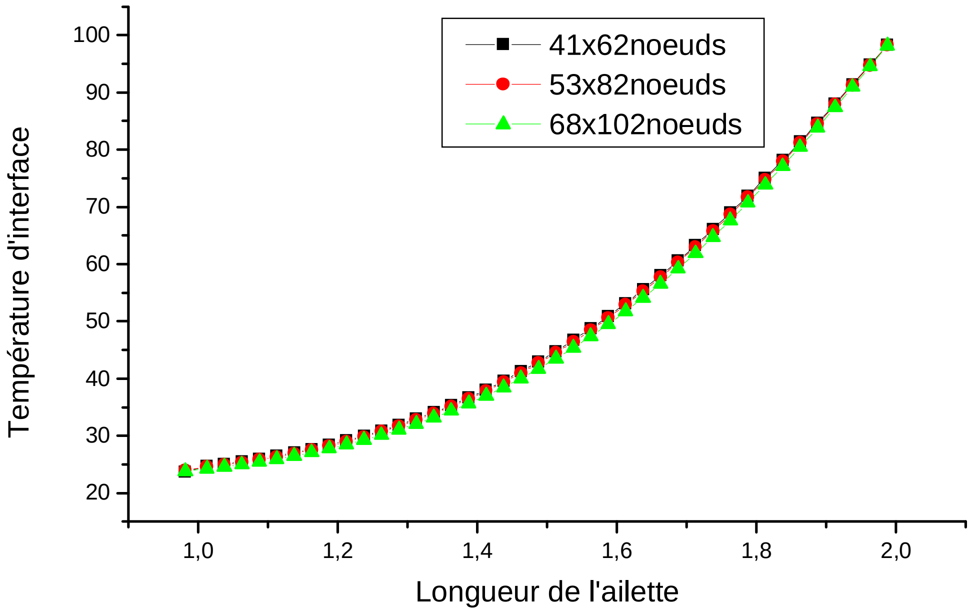


Fig (IV-4) : Effet du maillage sur la températures d'interface pour a^* =4.5, Re =50

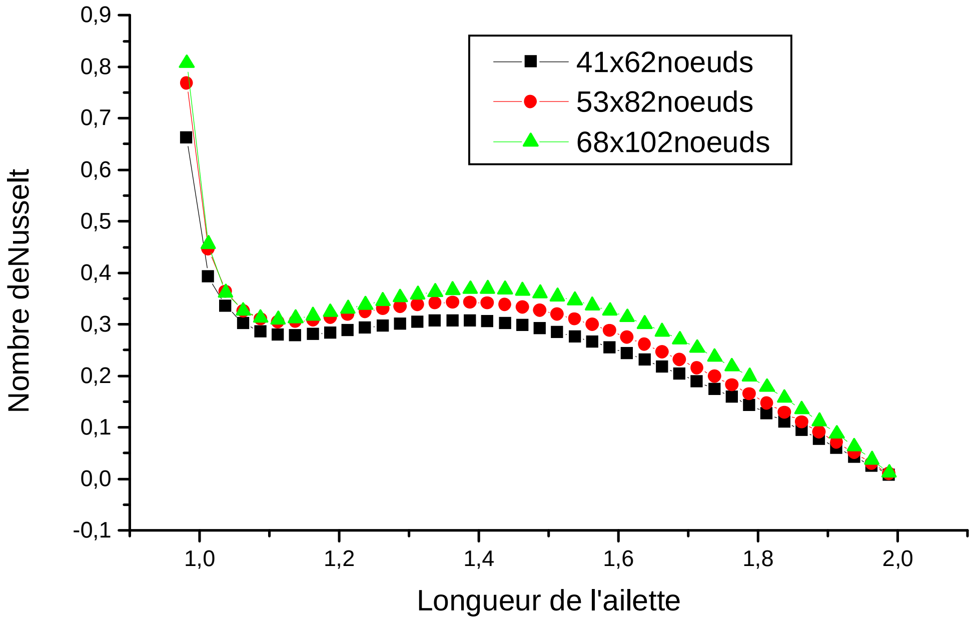


Fig (IV-5) : Effet du maillage sur le nombre de Nusselt pour a^* =4.5, Re=50

IV-3 <u>Effet du rapport de la diffusivité thermique :</u>

Les résultas de notre simulation numérique pour le champ d'écoulement et le champ thermique, sont présenté par des contours de fonction de courant Ψ et par des isothermes q

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \qquad et \;\; V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} .$$

Dans un premier lieu nous avons examiné l'effet du rapport de la diffusivité thermique de la région solide représentée par l'ailette à celle du fluide sur la structure d'écoulement, les champs thermiques et les vecteurs vitesse respectivement. Pour cela, nous avons fixé le nombre de Reynolds (Re=10), et considéré diverses valeurs du rapport de diffusivité thermique $a^* = \frac{a_s}{a_f}$ **=1**,4.5, 50 et 1000.

Les resultas de calcules sont montrés par les figures(IV-6, IV -7 et IV -8).

- On remarque qu'il y a une grande concentration des isothermes près de la paroi supérieur, ce phénomène peut être expliqué par le gradient de température $\frac{\partial q}{\partial Y}$ qui très élevée. Dans cette région le transfert de chaleur est considérable car la paroi supérieure dégage une énergie par conduction et convection dans l'écoulement.

-L'augmentation du rapport de la diffusivité thermique entraîne une nette augmentation de la température de l'interface le long du l'ailette Fig (IV-19).

-Par contre pour un rapport de diffusivité infini (a^*=1000), la température de l'interface le long du l'ailette tend ver la valeur de température de la paroi supérieure. Dans ce cas nous avons une dominance du transfert de chaleur par conduction sur le transfert de chaleur par convection, ceci est montré sur les figures (IV-6-d)et (IV-19).

IV-4 <u>Effet du nombre de Reynolds :</u>

Les figures (IV-9), (IV -10), (IV- 11) montrent les champs de courant, champs thermique et vecteurs vitesse pour l'écoulement du fluide a travers l'ailette dont l'épaisseur (W/Le = 0.20) pour les nombres de Reynolds (10 , 50 et 100) et a^* =4.5 respectivement.

Ces figures montrent une localisation du fluide devant l'ailette qui est traduit par des zones de recirculation. Ces zones sont plus intenses et plus grandes avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

On remarque aussi qu'au passage du fluide devant l'ailette les lignes de courant sont plut rapprochées ceci est du à une accélération du fluide lors de sont passage devant l'ailette pour que le principe de conservation de matière soit respecter.

-les figures (IV-21) (IV-23) et (IV-25) montre que le long de l'ailette la température diminuée lors l'augmentation du nombre de Reynolds. Ce que montre le refroidissement de la surface de l'ailette.

- le nombre de Nusselt varié avec la variation de Reynolds.

IV-5 <u>Effet de l'épaisseur :</u>

La variation de l'épaisseur de l'ailette (W/Le = 0.11, 0.20 et 0.30) influe sur le champ thermique.

-La figure (IV-12) montre une meilleur distribution de température lorsque W/Le = 0.30.

-pour les figures (IV-27) (IV-29) et (IV-31) la température de l'interface augmente avec l'augmentation de l'épaisseur de l'ailette (W/Le = 0.11, 0.20 et 0.30) pour R = 50 a^* = 4.5 , 1 et 1000, ce qui explique une bonne distribution de chaleur.

IV-6 <u>Nombre de Nusselt :</u>

Les résultats du transfert de chaleur sont exprimés par le nombre de Nusselt.

Le flux de chaleur est définie par :

$$q = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \qquad \text{(IV-1)}$$

$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$ est le gradient de température normale à la paroi à n'importe quelle section.

'k' es la conductivité thermique du fluide.

Le nombre de Nusselt est définie par :

$$Nu = \frac{hLe}{k} \tag{IV.2}$$

On introduisant l'équation (IV.1) dans l'équation (IV.2) et on utilisant la température Adimensionnel, on obtient :

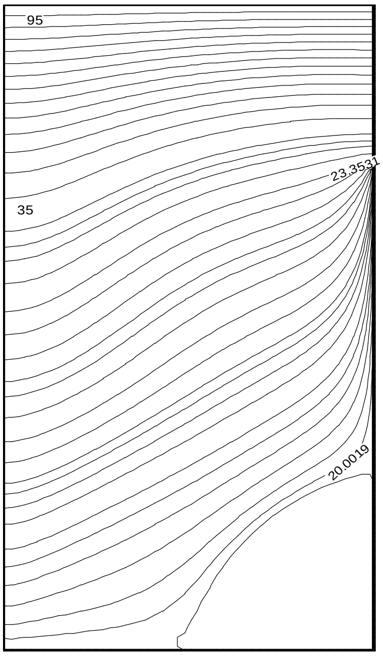
$$Nu = -\frac{\frac{\partial q}{\partial X}}{q_{paroi}} \tag{IV.3}$$

-la figure (IV-20) montre que le nombre de Nusselt local passe par un maximum lorsque $a^* = 1$ et l'augmentation de la diffusivité thermique engendre une diminution de nombre de Nusselt le long del'ailette avec des valeurs rélativement très grandes au bout de celle-ci.

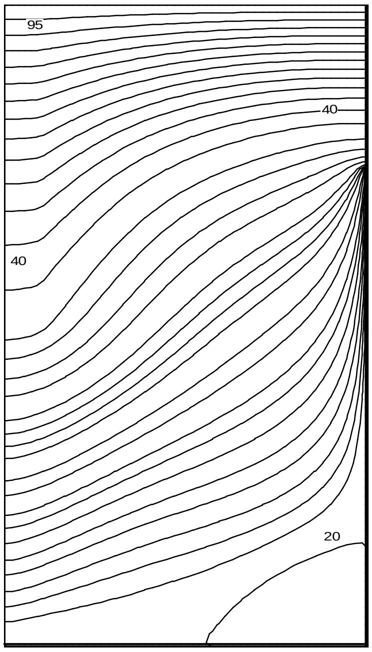
- les figures (IV -22) (IV -24) et (IV -26) représentent le nombre de Nusselt pour différents nombres de Reynolds (10,50,100), la diffusivité thermique adimensionnelle (a^*=1, 4.5 et 50)
et (W/Le = 0.20). On remarque que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de nombre de Reynolds le long de l'ailette.

-lorsque l'épaisseur de l'ailette augmente, le nombre de Nusselt augmente parce que la distribution de température soit meilleure et ça pour a^*=1 et 4.5 figures (IV-26) (IV-28). Mais la valeur de Nusselt passe par un maximum juste au début de l'ailette pour (a^*=1000, W/Le = 0.11) puis se décroît le long de l'ailette Figure (IV -30).

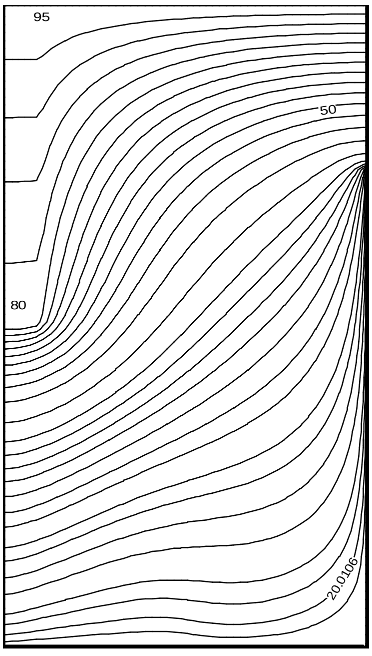
- Les figures (IV -15) (IV -16) et (IV -17) donnent la combinaison des différents paramètres (Re, a^*).



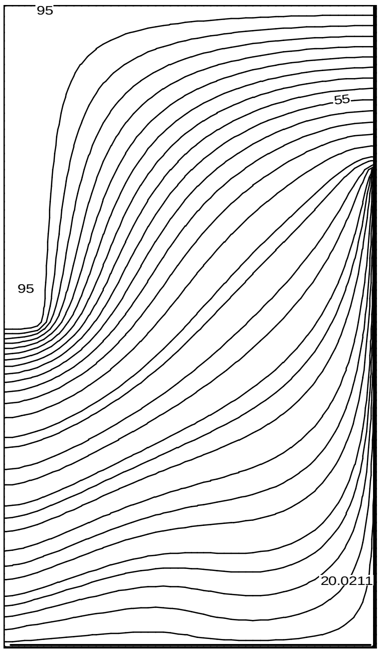
a) a^* **=1**



b) a^* **= 4.5**

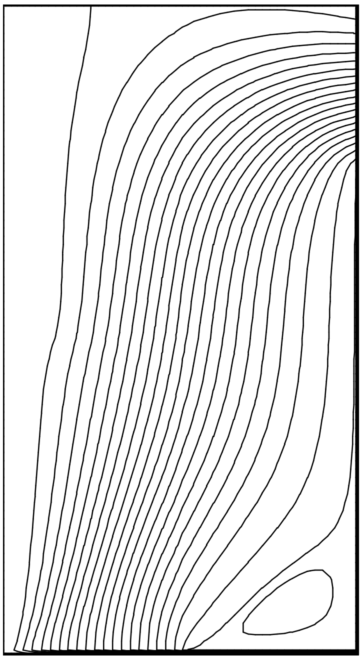


c) a^* **= 50**

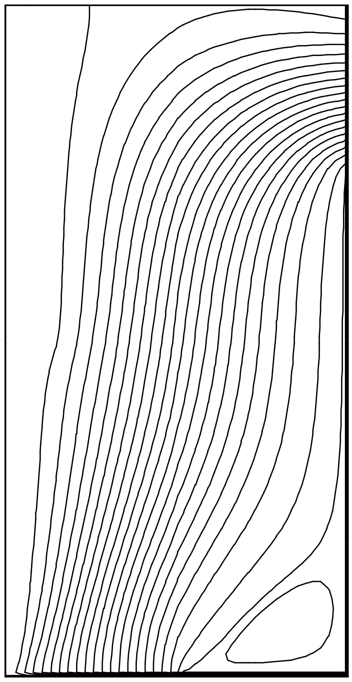


d) a^* **= 1000**

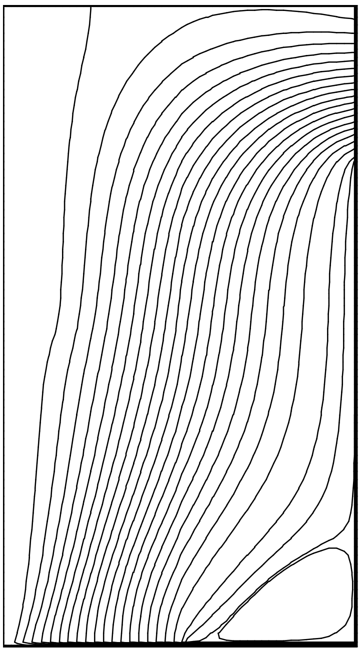
Fig (IV -6) champs thermique pour différents nombres de la diffusivité thermique a^* **= 1, 4.5, 50 et 1000 , Re = 10, W/Le = 0.20**



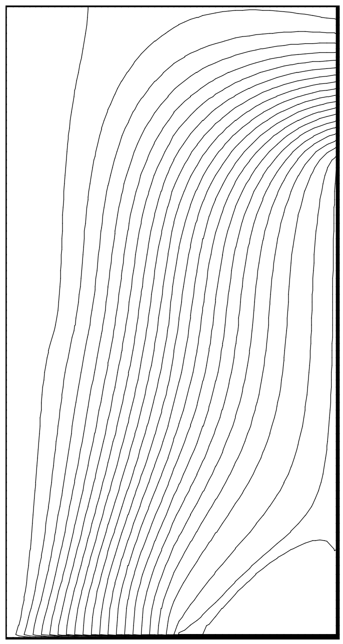
a) a^* **= 1**



b) a^* **= 4.5**

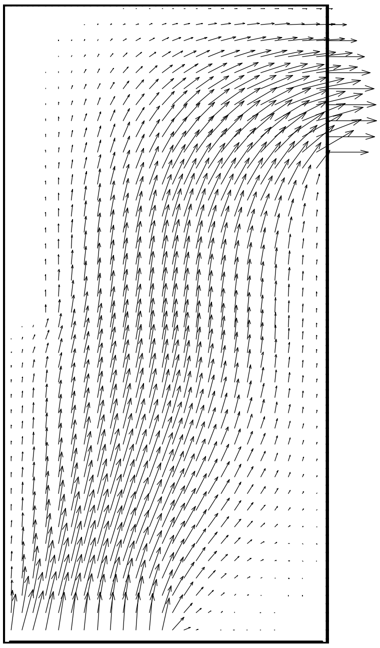


c) a^* **= 50**

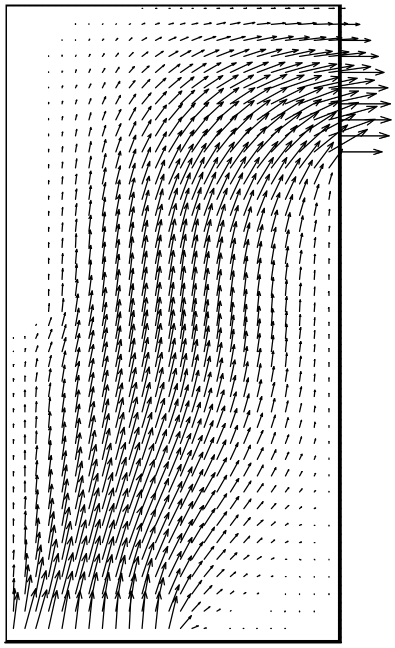


d) a^* **= 1000**

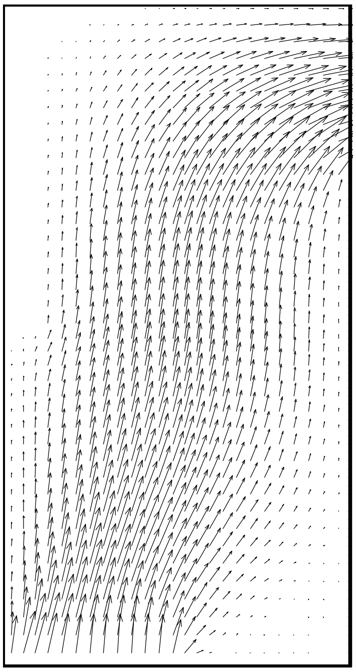
Fig (IV -7) champs de courant pour différents nombres de la diffusivité thermique a^* **= 1, 4.5, 50 et 1000 , Re = 10 , W/Le = 0.20**



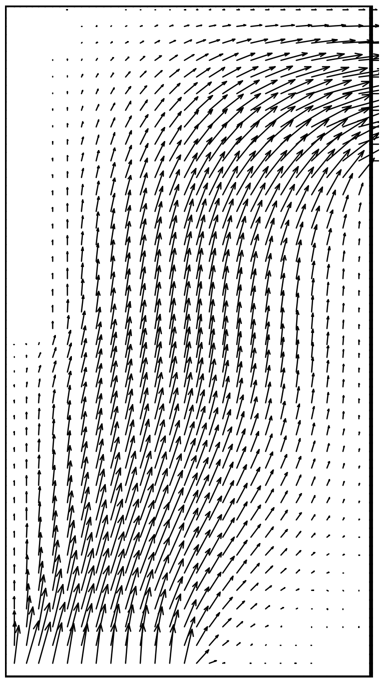
a) $a^* = 1$



b) $a^* = 4.5$

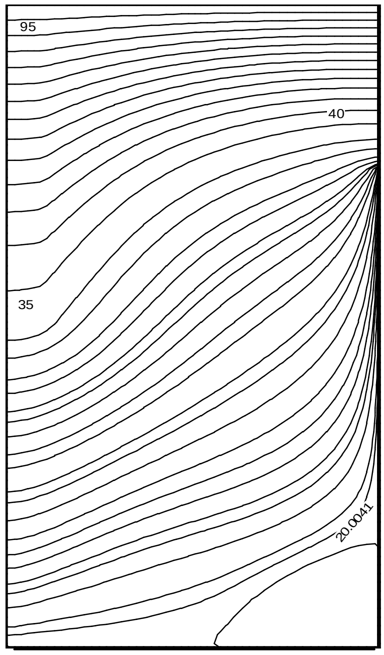


c) $a^* = 50$

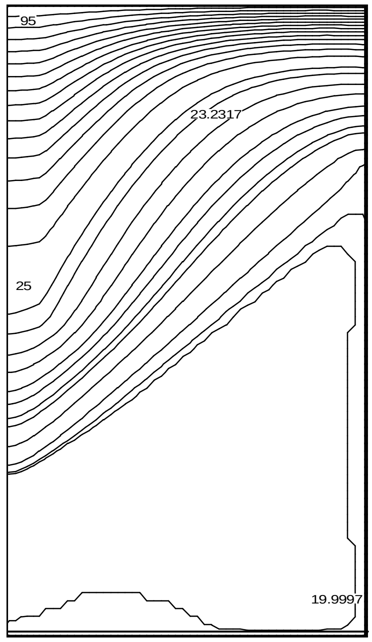


d) $a^* = 1000$

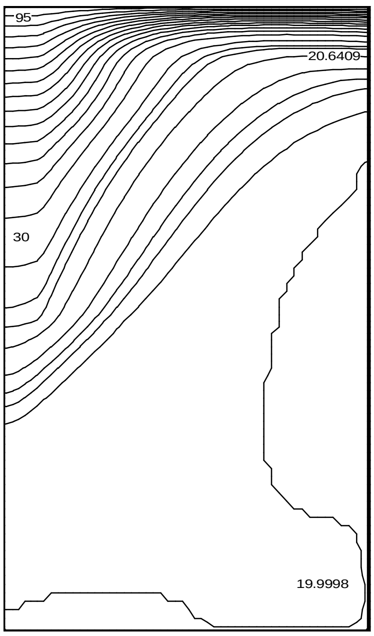
Fig (IV-8) Vecteurs vitesse pour différents nombres de la diffusivité thermique a^* = 1, , 4.5,50 et 1000 , Re = 10, W/Le = 0.20



a) Re = 10

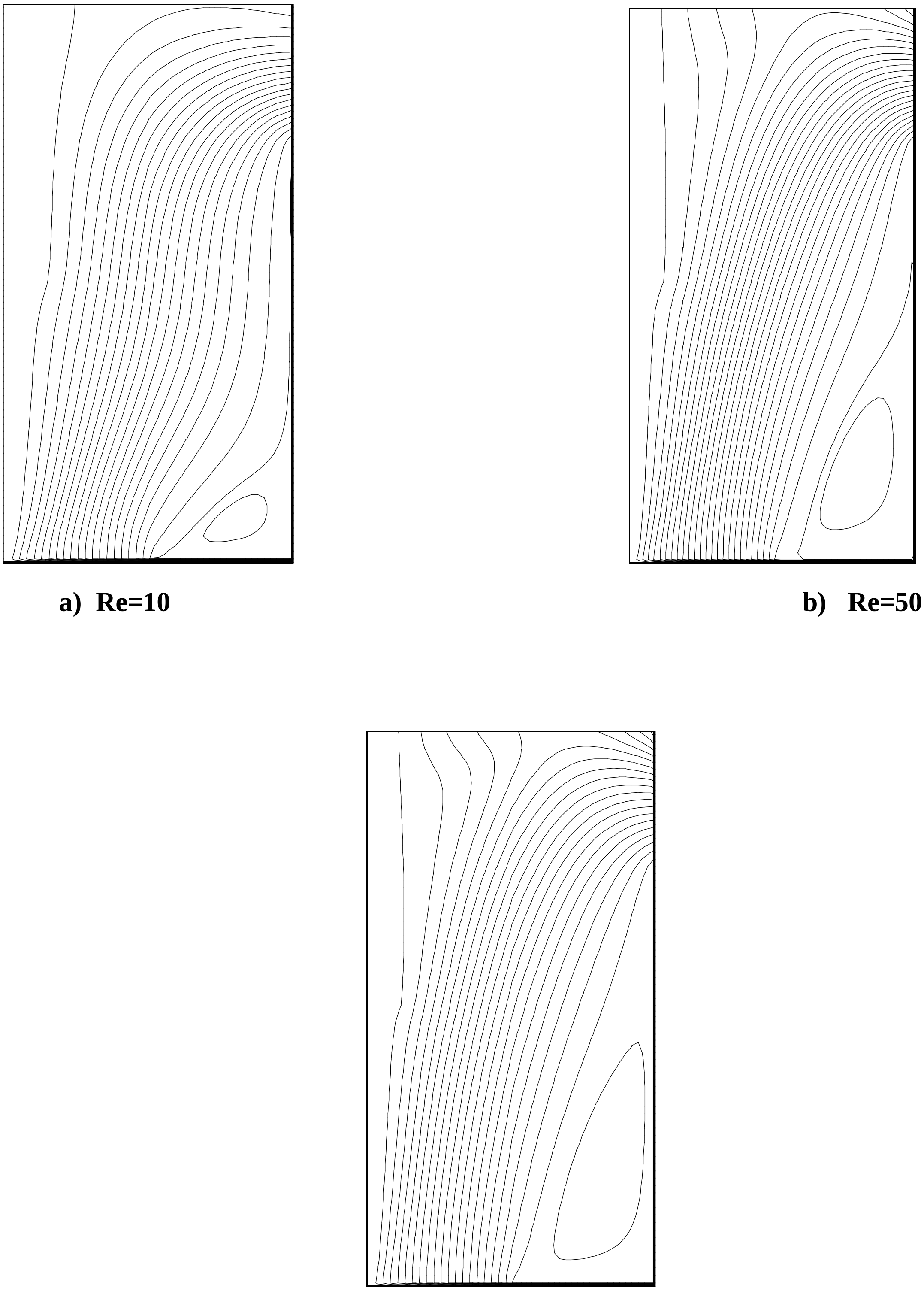


b) Re = 50



c) Re = 100

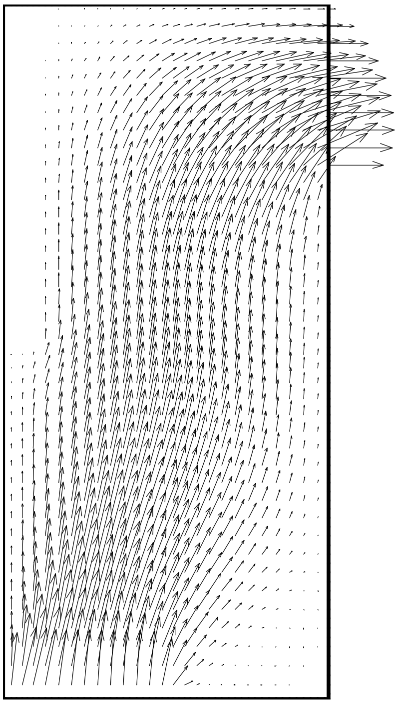
Fig (IV-9) champs thermique pour différents nombres de Reynolds
Re = 10 , 50 et 100 , W/Le = 0.20 et a^* = 4.5

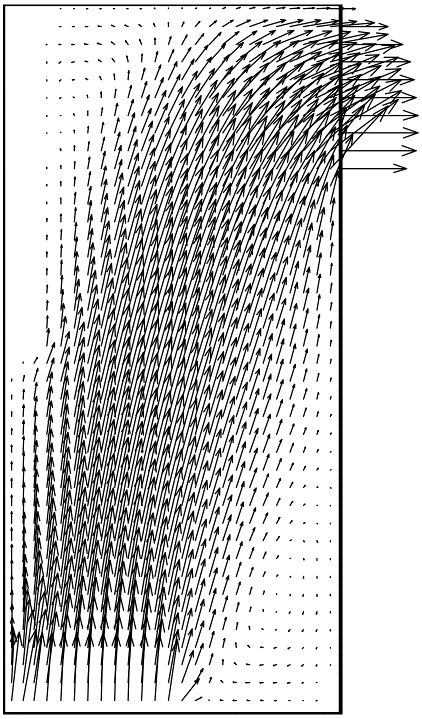


a) Re=10 b) Re=50

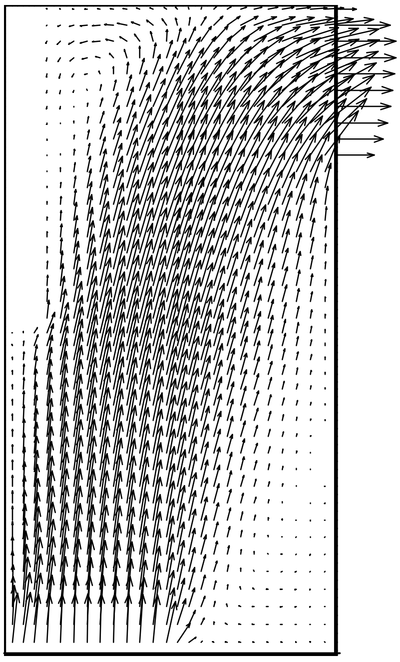
c) Re=100

Fig (IV-10) champs de courant pour différents nombres de Reynolds
Re = 10 , 50 et 100 , W/Le = 0.20 et a^* = 4.5



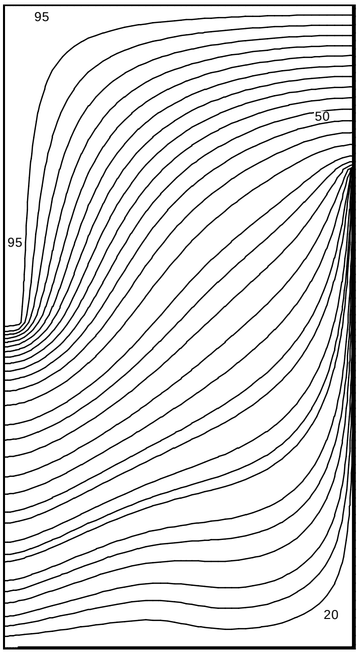


a) Re = 10 **b) Re = 50**

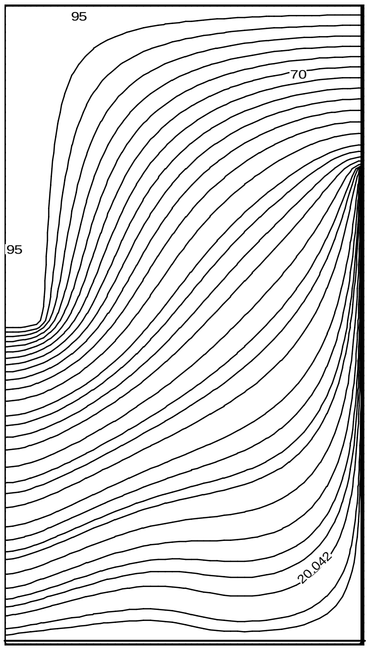


c) Re = 100

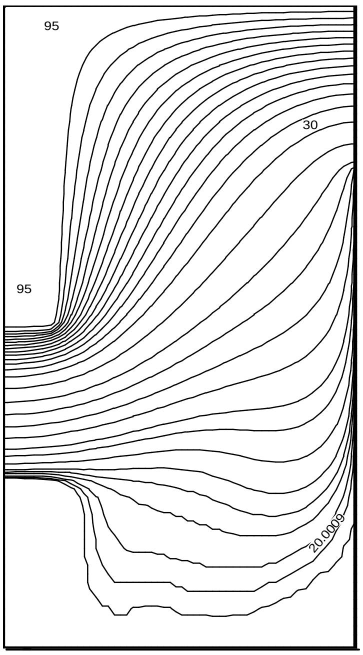
Fig (IV-11) Vecteurs vitesse pour différents nombres de Reynolds
Re = 10 , 50 et 100 , W/Le=0.20 et a^* = 4.5



a) W/Le = 0.11

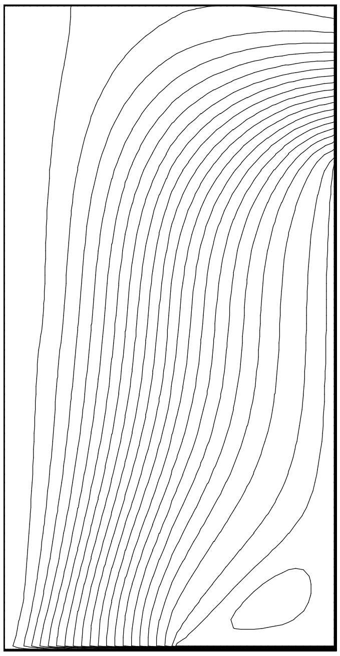


b) W/Le = 0.20

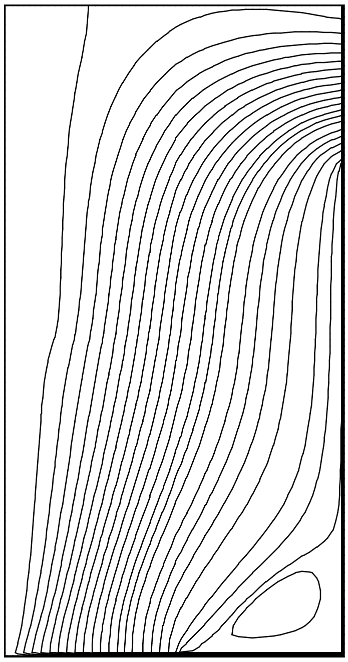


c) W/Le = 0.30

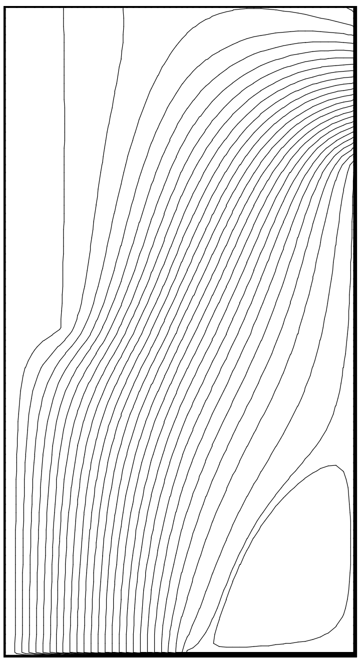
Fig (IV-12) champs thermique pour différents épaisseurs de l'ailette W/Le = 0.11 , 0.20 et 0.30 , Re = 10 , a^* = 1000



a) **W/Le = 0.11**

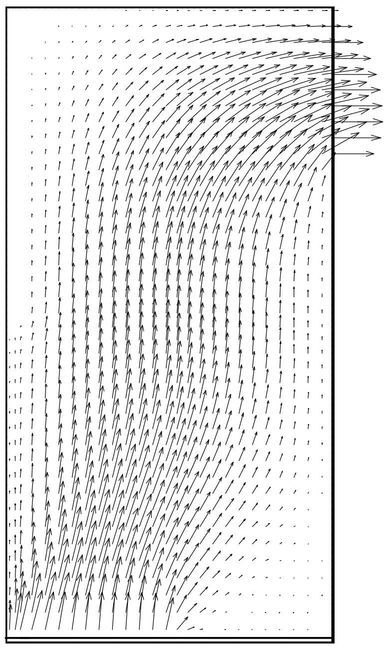


b) **W/Le = 0.20**

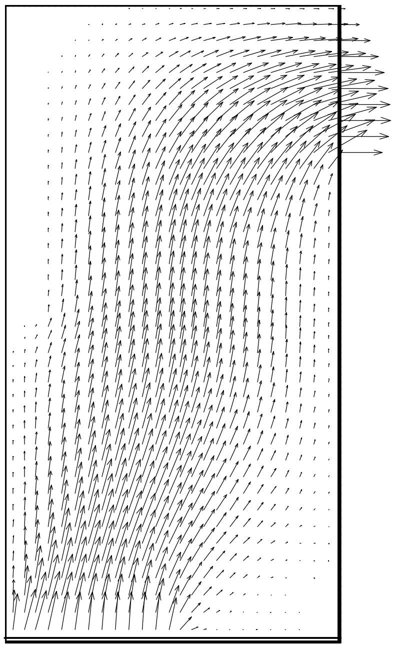


c) W/Le = 0.30

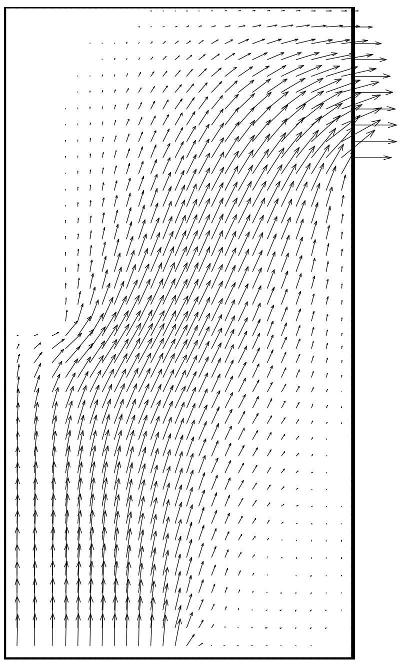
Fig (IV-13) champs de courant pour différents épaisseurs de l'ailette
W/Le = 0.11 , 0.20 et 0.30 , Re = 10 , a^* **= 1000**



a) W/Le=0.11

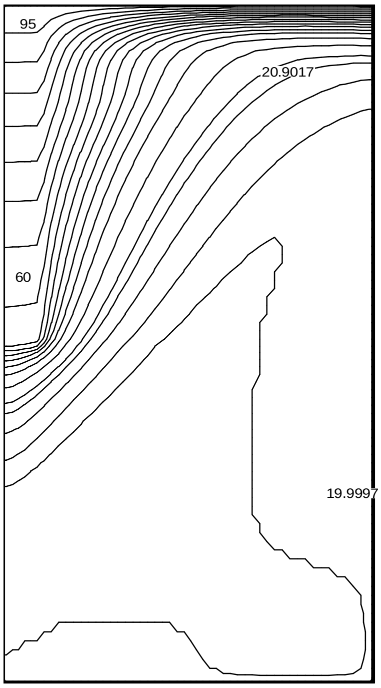


b) W/Le=0.20

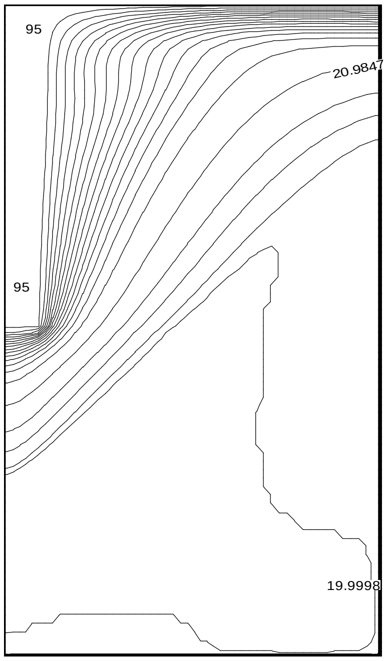


c) W/Le = 0.30

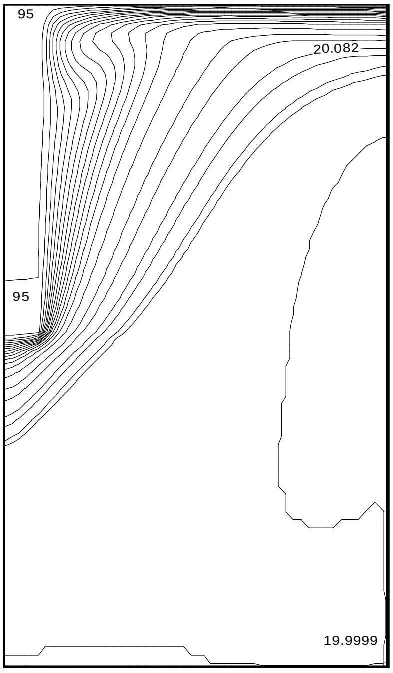
Fig (IV-14) Vecteurs vitesse pour différents épaisseurs de l'ailette W/Le = 0.11 , 0.20 et 0.30 , Re = 10 , a^* = 1000



a) Re=100, a^*=50

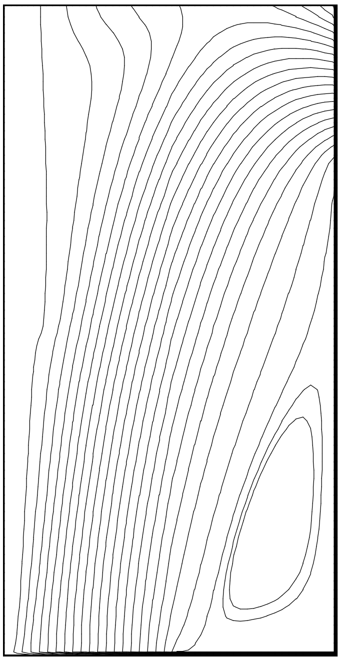


b) Re=100, a^*=1000

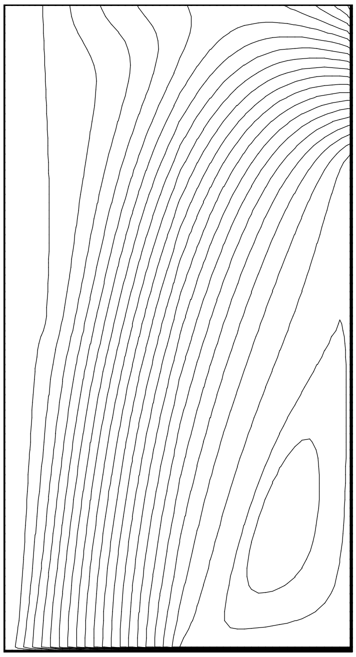


c) Re=200, a^*=1000

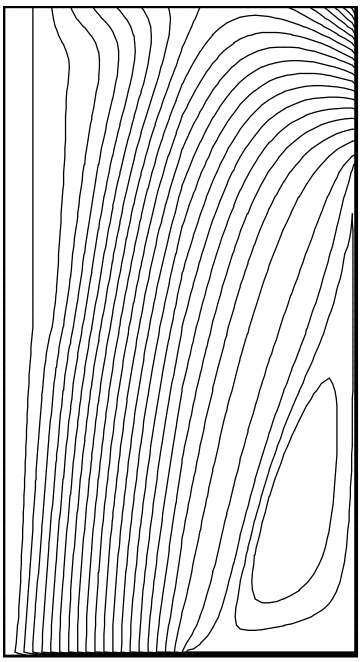
fig (IV-15) Combinaison des différents paramètres (Re , a^*)
pour les champs thermique



a) Re=100, a^*=50

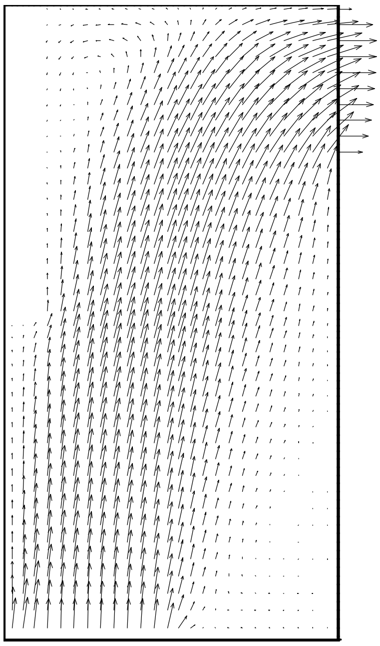


b) Re=100, a^*=1000

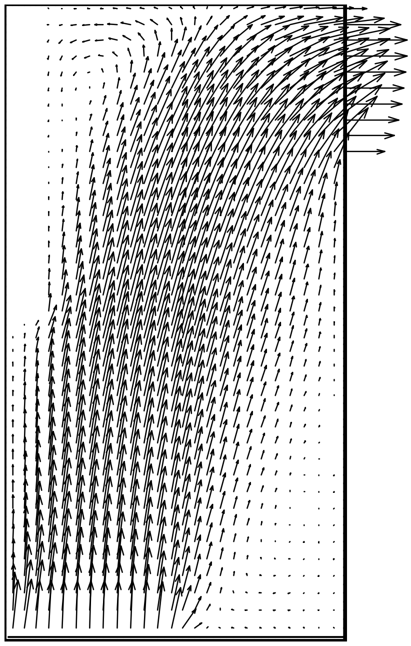


c) Re=200, a^*=1000

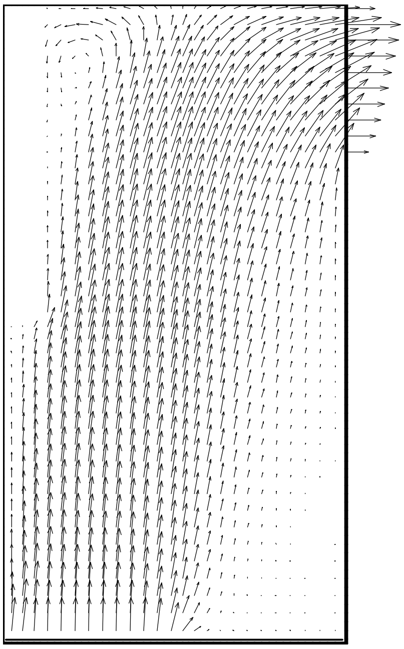
fig (IV-16) Combinaison des différents paramètres (Re , a^*) pour les champs de courant



a) Re=100, a^*=50



b) Re=100, a^*=1000



c) **Re=200, a^*=1000**

fig (IV-17) Combinaison des différents paramètres (Re , a^*)
pour les vecteurs vitesses

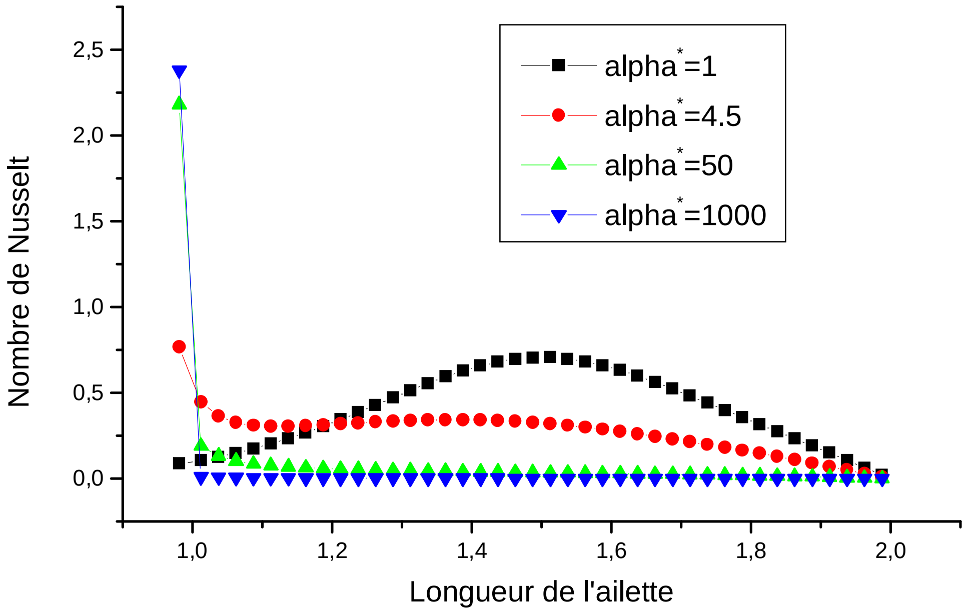


Fig (IV-18) Variation du nombre de Nusselt pour différents nombres de diffusivité thermique $a*$ = 1 , 4.5 ,50 et 1000, Re=50 , W/Le=0.20

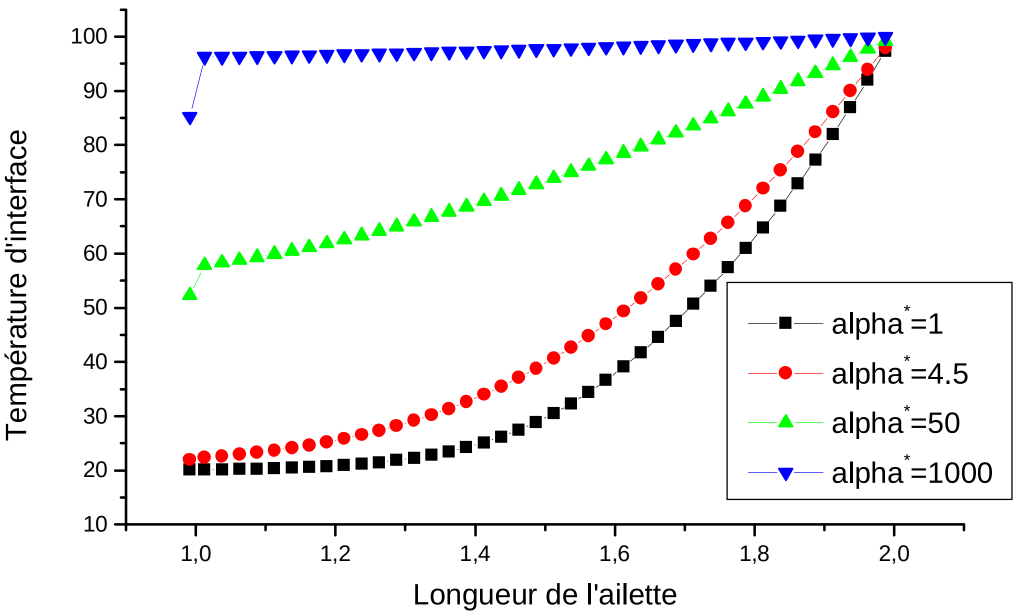


Fig (IV-19) Température d'interface pour différents nombres de diffusivité thermique $a*$=1, 4.5, 50 et 1000 , Re=50 ,W/Le=0.20

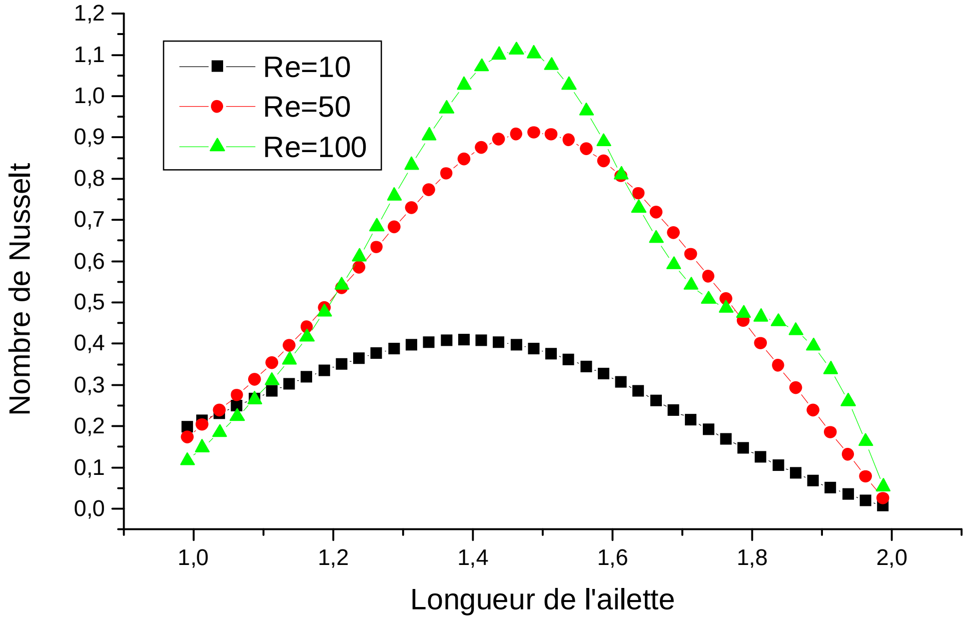


Fig (IV-20) Variation du nombre de Nusselt pour différents nombres de Reynolds Re=10,50 et 100 , $a*=1$ W/Le=0.20

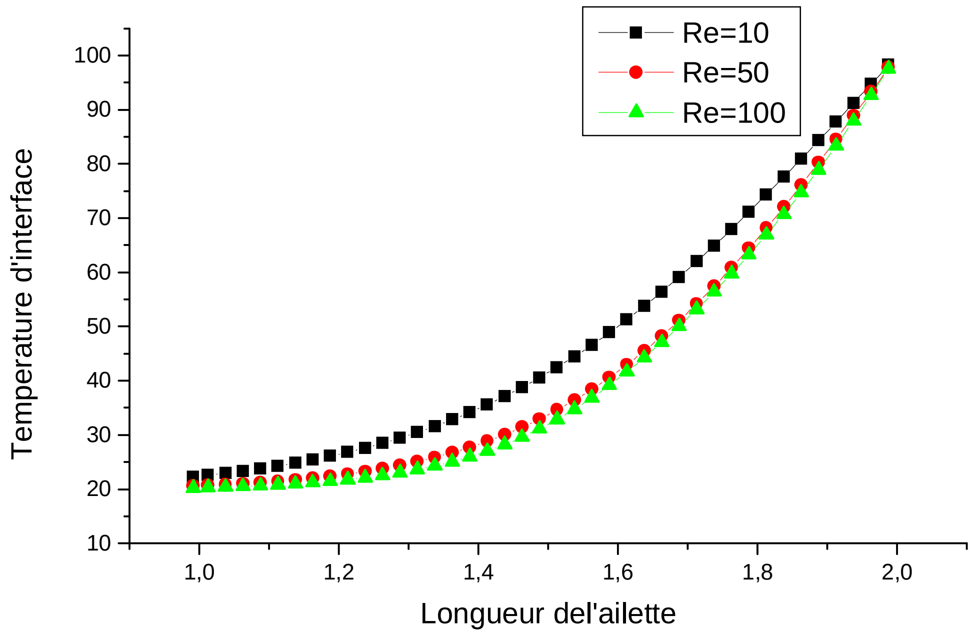


Fig (IV-21) Température d'interface pour différent nombres de Reynolds Re=10,50 et100 , $a*=1$ W/Le=0.20

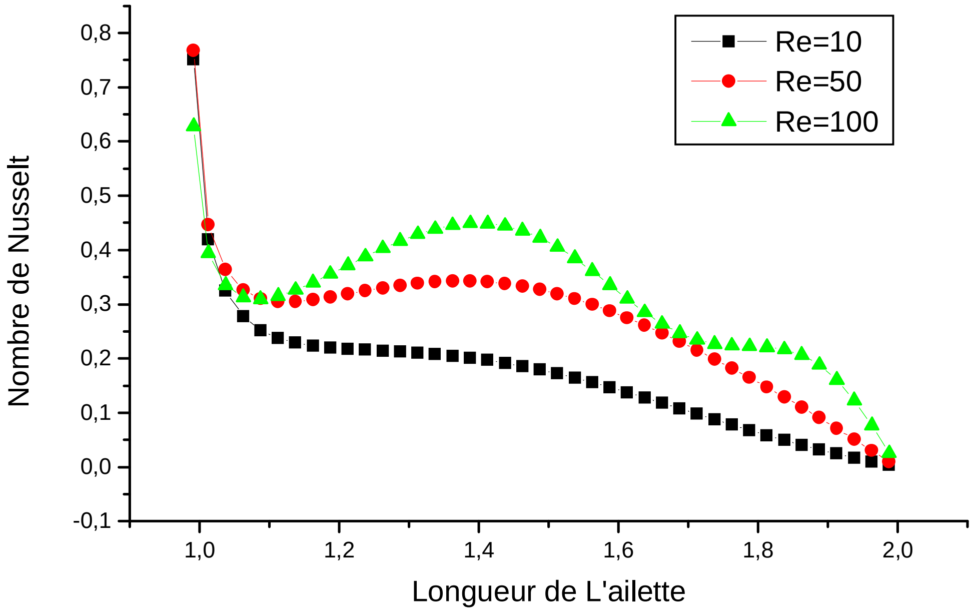


Fig (IV-22) Variation du nombre de Nusselt pour différents nombres de Reynolds Re=10, 50 et 100 , $a*= 4.5$, W/Le=0.20

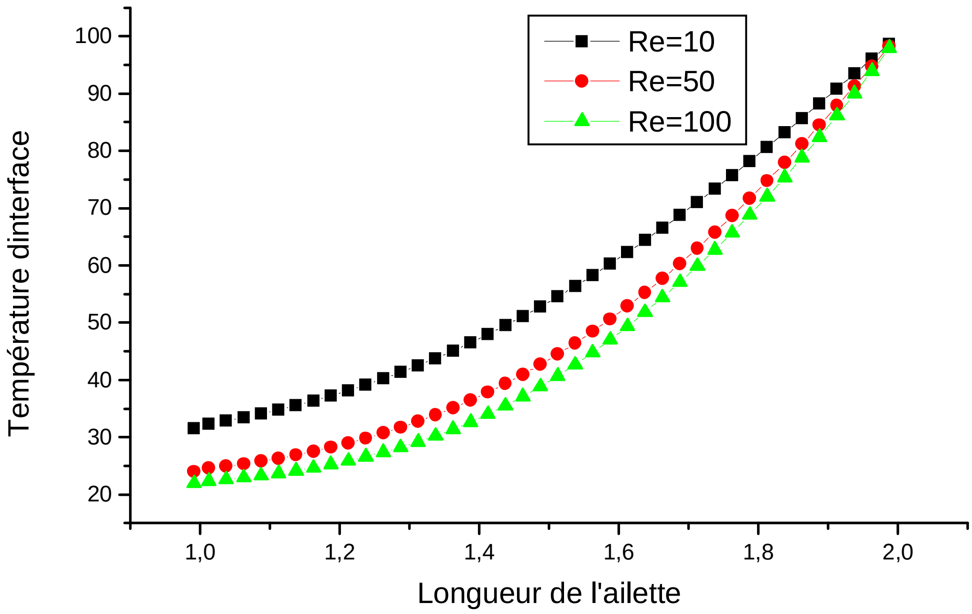


Fig (IV-23) Température d'interface pour différent nombres de Reynolds Re=10, 50 et 100 , $a*=4.5$, W/Le=0.20

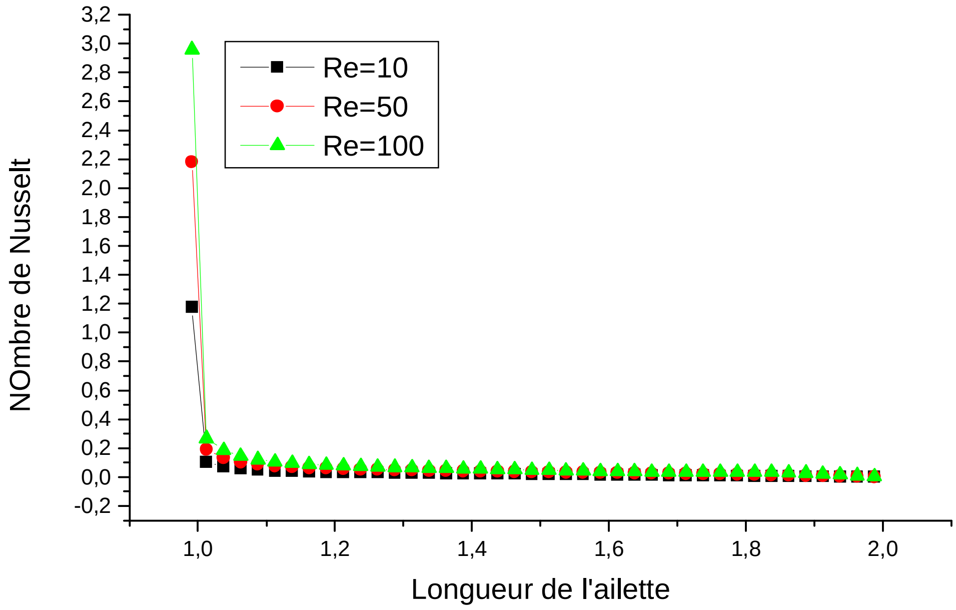
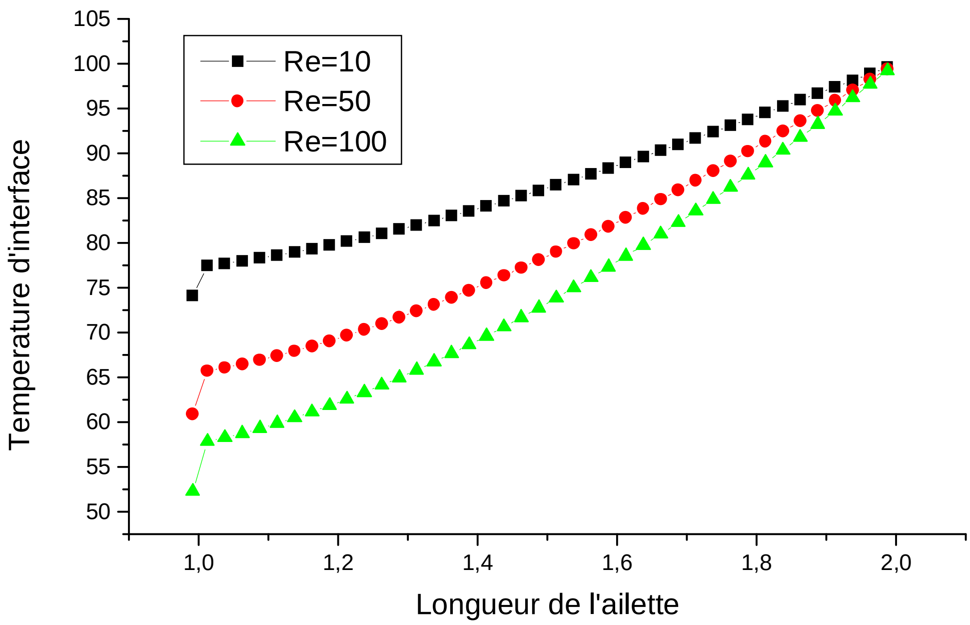


Fig (IV-24) Variation du nombre de Nusselt pour différents nombres de Reynolds Re=10,50 et100, $a*$=50 W/Le=0.20



v

Fig (IV-25) Température d'interface pour différent nombres de Reynolds Re=10, 50 et 100 , $a*$=50 W/Le=0.20

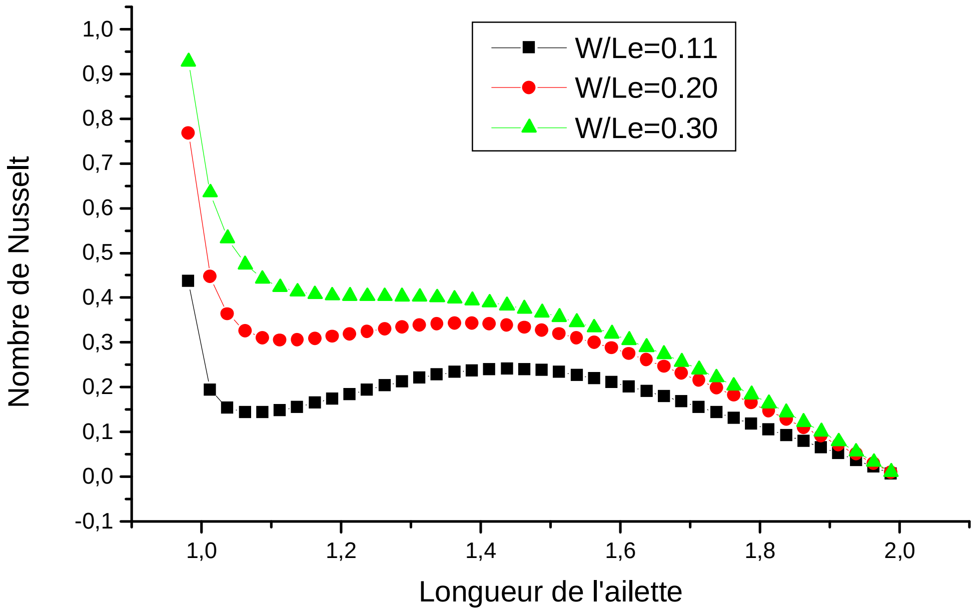


Fig (IV-26) Variation du nombre de Nusselt pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a*=4.5$

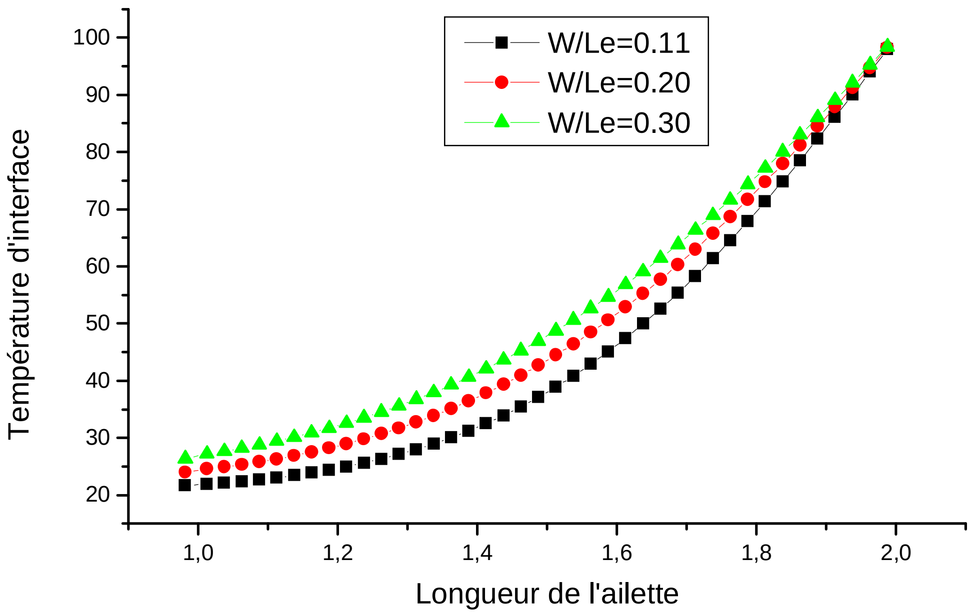


Fig (IV-27) Température d'interface pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a*=4.5$

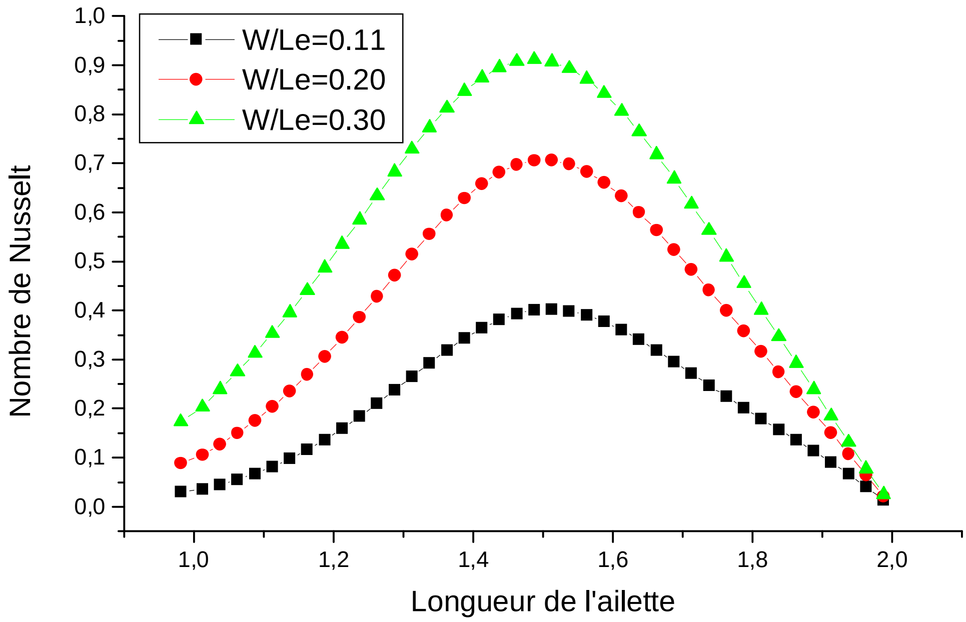


Fig (IV-28) Variation du nombre de Nusselt pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a* = 1$

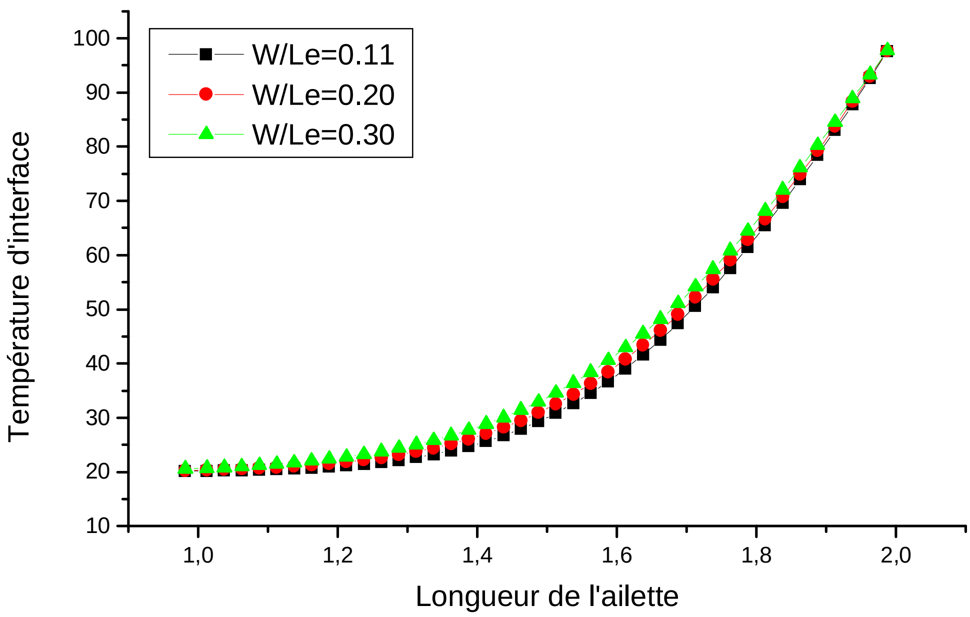


Fig (IV-29) Température d'interface pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a* = 1$

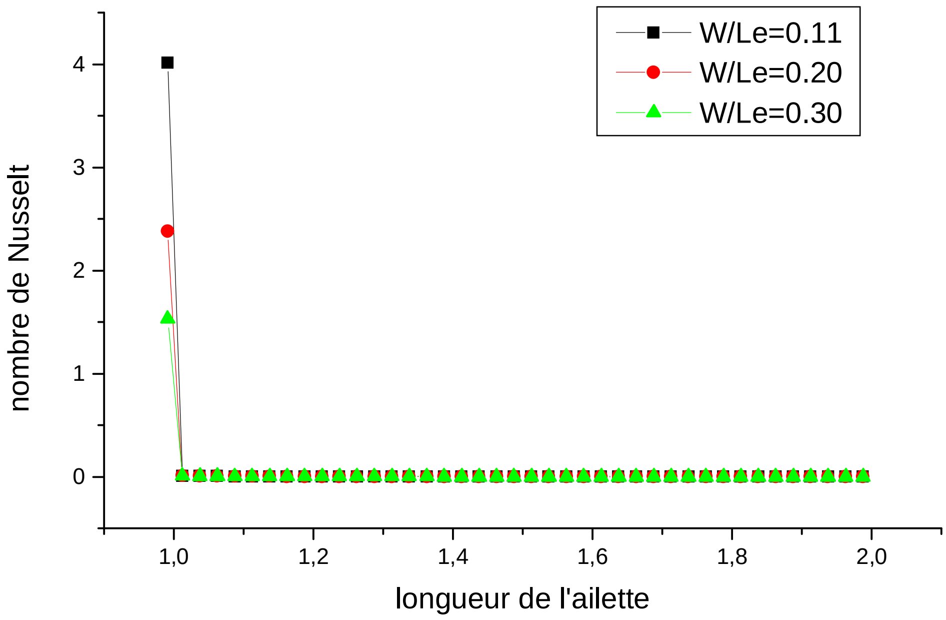


Fig (IV-30) Variation du nombre de Nusselt pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a* = 1000$

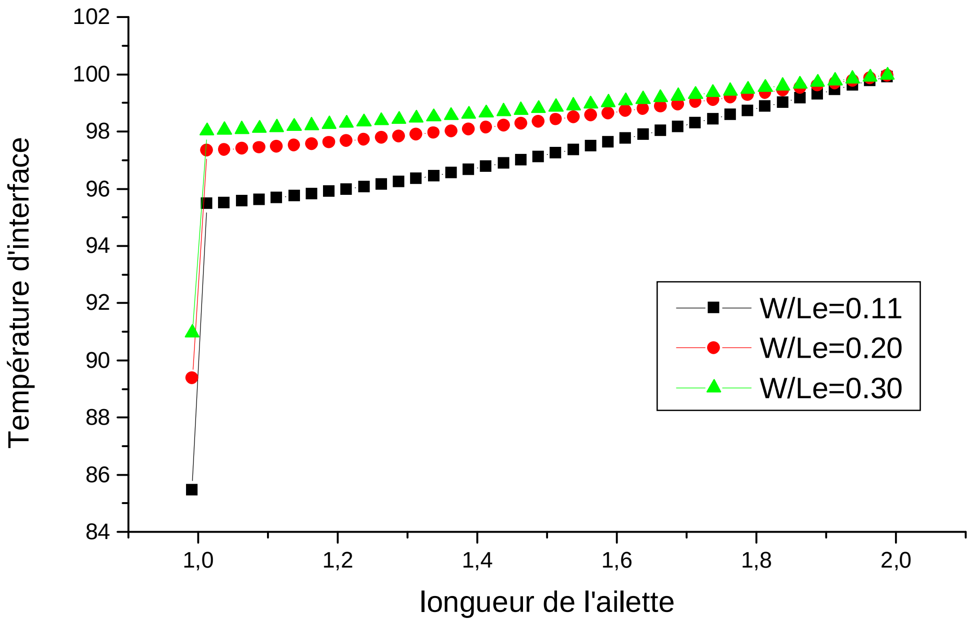


Fig (IV-31) Température d'interface pour différents épaisseur de l'ailette W/Le=0.11 , 0.20 et 0.30 Re=50 , $a* = 1000$

Conclusion

L’étude numérique de transfert de chaleur par convection forcée à travers une ailette verticale a été réalisée. Les équations élaborées par le modèle mathématique ont été résolues numériquement par la méthode des volumes finis.

Les résultats obtenus pour les différents nombres de Reynolds montrent que la présence de l’ailette influe considérablement sur le champ thermique. Et le transfert de chaleur est nettement amélioré.

On constate une augmentation conséquente du nombre de Nusselt prés de l’ailette, ainsi qu’une augmentation significative de celui-ci par rapport à l’épaisseur de l’ailette.
L’effet du nombre de Reynolds sur le transfert de chaleur est conséquent, et il lui est proportionnel.

La variation de température le long de l’ailette en fonction de diffusivité thermique est importante ce qui représente une bonne variation de transfe

ملخص:

تم دراسة ضاهرة التبادل الحراري عبر زعنفة قائمة مع فرض المائع نيوتوني في انسياب رقائقي و مستقر .

حل المعادلات المختصة بالنقل الحراري في وسط مختلط تم باستعمال طريقة الحجوم المنتهية.لاجل تحليل المعادلات الرياضية (معادلة الاستمرار، معادلة كمية الحركة والطاقة)

الموضوع تم حله و درسته عبرتغيير سمك الزعنفة،عدد رينولدز و اللانتشار الحراري.

النتائج المتحصل عليها تبين ان التبادل الحراري جيد عندما نزيد في قيمة عدد رينولدز و سمك الزعنفة.

مفتاح الكلمات: التبادل الحراري ، زعنفة قائمة ، الحجوم المنتهية.

RESUME.

Le phénomène du transfert de chaleur en convection forcée à travers une ailette verticale a été étudie.

Le fluide est supposé newtonien en régime laminaire est permanant pour la résolution des équations régissant le transfert de chaleur dans le milieu hétérogène.

On a utilisé la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations du model mathématique (équation de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie).

Le problème à été traité en variant les paramètres suivantes : l'épaisseur de l'ailette, le nombre de Reynolds et la diffusivité thermique.

Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur si on augmente
L'épaisseur de l'ailette et le nombre de Reynolds.

Mots clés : Convection forcée , ailette verticale , volumes finis

ABSTRACT

The phenomenon of heat transfer in forced convection through a vertical fin was studied.The fluid is supposed newtonien in regime laminaire and permanant for the resolution of equations governing the transfer of heat in the heterogeneous environment. One used the method of volumes finished for discrétiser equations of the mathematical model (equation of continuity, of quantity of movement and the energy).

The problem to been treated as varying parameters follows: the thickness of the fin, the number of Reynolds and the thermal diffusivité.

The gotten results show that the transfer of heat is better if one increases the thickness of the fin and the number of Reynolds.

Keys words: Vertical fin , Forced convection , finite-volum

Références :

[1]- C. HSIANG ET W. H. HUANG

Laminar forced convection flows in horisontal channels with transverse fins placed in the entrace region.Numerical heat transfer. VOL16 PP 77-100, 1989.

[2]- Y. KABAR

Etude numérique de la convection forcée dans les tubes munis d'ailettes intérieures.

Mémoire de magister, Département de génie mécanique, Université Mentourie-Constantine, Mag 4-56, 2002.

[3]- M. MOBEDI ET B. SUNDEN

Steady a heat transfer to laminar flow in a circulation tube with conduction in tube wall. Heat transfer J.RES. VOL1 PP.37-46, 1974.

[4]- V.K. GARG et K. VELUSAMY

A note on conjugate natural convection for a vertical plate fin embedded in high porisity Medium.int.J.Non-linear mecanical. VOL26 PP.135-140,1991.

[5]- M.J. HUANG ET C. CHEN

Mixed convecction and heat transfer for a fin in poros medium.

International journal of heat and mass transfer. Vol25,PP.961-973, 1982.

[6]- B. FARHANIEH ET C. HERMAN

Numerical and exprimental analysis of laminar fluid flow and forced convection heat transfer In grooved duct.International journal of heat and mass transfer. Vol 36 PP 1609-1617, 1993.

[7] - T.M. NGUYEN J.M. KHODADI ET N.S. VLACHOS

Laminar flow and congugate heat transfer in rib roughened tubes. Numerical heat transfer and mass transfer. Vol16 PP77-100, 1989.

[8]- B.H. CHANG ET A.F. MILLS

Turbulent flow in a channel with transverse rib heat transfer augmentation.

International journal of heat and mass transfer. Vol 36 PP 1459-1469, 1993.

[9]- S. SDUTTA ET M. BAKER

Periodicaly developed flow and heat transfer in a ribbed duct.

International journal of heat and mass transfer. Vol 36 PP 2069-2082, 1993.

[10]- G.T.ROWLEY ET S.V. PATANKAR

Analysis of laminar flow and heat transfer in tube with internalcircumferential fins.

International journal of heat and mass transfer. Vol 27 PP 553-560, 1984.

[11]- B.H. CHANG ET A.F. MILLS

Numerical prediction of flow and heat transfer in a prallel plate channel with stagered fins.

International journal of heat and mass transfer. Vol 109/25, 1987

[12]- RAMON ET FERIDERIC

Heat transfer and forced convection for a vertical fin array .

International journal of heat and mass transfer. Vol 48 PP 39-82, 2005.

[13]- Y. VAROL ET F.HAKAN

Natural convection in triangle enclusures withe a solide adiabatique fin attached to the horisontal wal. International journal of heat and mass transfer. Vol 34 19-27-2007.

[14]- J.F.SACADURA

Initiation au transfert thermique.

Technique et documentation 11, rue Lavoisier, 75008 Paris I.S.B.N.2-85206-618, 1980.

[15]- S.V. PATANKAR

Numerical heat transfert and fluid flow , Hemisphere, Washington, 1980

[16] - H. K. VERSTEEG and W. MALALASEKERA

An introduction to computational fluid dynamique (The finite volume method)

Longman Scientific et Technical. ESSEX CM 20-2JE, England, 1995.