

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MENTOURI-CONSTANTINE

**FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

N° d'ordre :...../Mag/2009.

Série :...../GM/2009.

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister
en Génie Mécanique

**ETUDE NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT TOURNANT AVEC
TRANSFERT DE CHALEUR SOUS L'EFFET D'UN CHAMP
MAGNETIQUE**

OPTION :

Energétique Appliquée en Engineering

Par :

MAHFOUD Brahim

Soutenu le 21 /10 /2009

Devant le jury composé de :

Président :	M ^f . M. KADJA	Professeur	Université Mentouri-Constantine
Rapporteur :	M ^f . R. BESSAIH	Professeur	Université Mentouri-Constantine
Examineurs:	M ^f . S. BENISSAAD	M.C	Université Mentouri-Constantine
	M ^f . K.TALBI	M.C	Université Mentouri-Constantine

REMERCIEMENTS

Je tiens évidemment à débiter ces remerciements en témoignant de ma profonde reconnaissance envers Monsieur Rachid BESSAÏH, Professeur à l'Université Mentouri-Constantine pour m'avoir encadré et dirigé ce travail avec patience.

Je remercie vivement Monsieur M.KADJA, Professeur à l'Université de Mentouri-Constantine, qui m'a fait l'honneur de présider le jury, ainsi que pour sa contribution à ma formation.

Je veux exprimer mes remerciements aux membres de jury, Monsieur S.BENISSAAD, Maître de conférences à l'Université Mentouri-Constantine et Monsieur K.TALBI, Maître de conférences à l'Université Mentouri-Constantine.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les enseignants du département de Génie Mécanique de l'Université Mentouri-Constantine.

Je remercie ma famille, spécialement mes parents ma femme et ma fille de leur soutien inconditionnel, sans oublier mes frères et proches amis qui ont été si présent, et n'ont jamais cessé de m'encourager.

Table des matières

Nomenclature	iv
Chapitre I	1
INTRODUCTION	1
Chapitre II	23
MODELE MATHEMATIQUE	23
II.1. Géométrie du problème :	23
II.2. Hypothèses simplificatrices :	25
II.3. Les équations gouvernant l'écoulement	26
II.4. Formes adimensionnelles des équations :	28
II.5. Les conditions aux limites et initiales:	30
II.5.1. Les conditions initiales :	30
II.5.2. Les conditions aux limites :	30
II.6 Paramètre d'analyse.....	32
II.6.1. La fonction de courant.....	32
II.6.2. La vorticité.....	32
II.6.3. Le nombre de Nusselt :	32
Chapitre III	33
METHODE DE RESOLUTION	33
III.1 Maillage	34
III.2. Discrétisation implicite de l'équation générale de transport :	37
III.3. Discrétisation de l'équation du potentiel électrique :	40
III.4. Algorithmes de résolution:	41
III.4.1 Algorithme SIMPLER :	41
III.4.2 Algorithme TDMA :	46
III.5. Critères de convergence:	47

Chapitre IV	48
RESULTATS ET DISCUSSIONS	48
IV.1. Effet du maillage :	49
IV.2. Validation du code :.....	53
IV.3. Présentations des résultats :	59
IV.4 Régime stable (permanent) :.....	61
IV.4.1 Convection forcée ($Ri=0$):.....	61
IV.4.2 Effet du gradient de température sur l'écoulement ($Ri=1$)	66
IV.5. Ecoulement en régime transitoire sans champ magnétique ($Ha=0$) :.....	70
IV.5.1. Situation en co-rotation des disques d'extrémités.....	70
IV.5.2. Situation en contre-rotation des disques d'extrémités	80
IV.5.3 Comparaison entre la co-rotation et la contre-rotation :	89
IV.6. Ecoulement en régime transitoire avec champ magnétique ($Ha\neq 0$) :.....	91
IV.6.1 Situation en co-rotation des disques d'extrémités.....	91
IV.6.2 Situation en contre-rotation des disques d'extrémités	102
IV.6.3 Comparaison entre la co-rotation et la contre-rotation :	111
IV.7 Récapitulations :	116
CONCLUSION	120
Bibliographie	122

NOMENCLATURE

- a : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- $A(|P_i|)$: Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet.
- B : Champ magnétique (Tesla).
- b : Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- C_p : Chaleur spécifique à pression constante ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$).
- D : Terme de diffusion dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- \vec{E} : Champ électrique local
- $\vec{e}_{r'}, \vec{e}_{z'}, \vec{e}_{\theta}$: Les vecteurs unitaires respectivement des directions radiale, axiale et azimutale
- F : Fréquence adimensionnelle.
- F_{cr} : Fréquence critique adimensionnelle.
- F : Terme de convection dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- $f'_{Lr'}, f'_{Lz'}, f'_{L\theta}$: les composantes de la force électromagnétique de Lorentz radiale, axiale et azimutale (N. m^{-3})
- $F_{Lr}, F_{Lz}, F_{L\theta}$: Les forces de Lorentz adimensionnelles dans les directions radiale, axiale et azimutale
- g : Accélération de pesanteur (m. s^{-2}).
- Gr : Nombre de Grashof. ($= Gr = \frac{\beta(T_h - T_c)gR^3}{\nu^2}$)
- H : Hauteur du cylindre (m)
- Ha : Nombre de Hartmann ($= Ha = BR\sqrt{\sigma/\rho\nu}$)
- \vec{j} : Densité volumétrique de courant (A. m^{-3}).
- J_r, J_z, J_{θ} : Les courants électriques adimensionnels dans les directions radiale, axiale et azimutale
- N : Paramètre d'interaction ($= \frac{Ha^2}{Re} = \frac{\sigma B^2}{\rho\Omega}$)
- Nu : Nombre de Nusselt local ($= -\gamma \left| \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right|_{z=0}$)
- \overline{Nu} : Nombre de Nusselt moyen ($= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} Nu(r) r d\theta dr$)
- P' : La pression (N. m^{-2}).
- P : La pression adimensionnelle.
- P_i : Nombre de Peclet ($= \frac{F_i}{D_i}$).
- Pr : Nombre de Prandtl ($= \frac{\nu}{\alpha}$)

r'	: Direction radiale (m).
R	: Rayon du cylindre (m).
r	: Rayon adimensionnelle du cylindre
Re	: Nombre de Reynolds ($= \frac{\Omega R^2}{\nu}$)
Re_{cr}	: Nombre de Reynolds critique
Ri	: Nombre de Richardson. ($= \frac{Gr}{Re^2} = \frac{\beta g(T_h - T_c)}{\Omega^2 R}$)
R_m	: Nombre de Reynolds magnétique ($= \mu_0 \sigma \Omega R$).
s	: Rapport de la vitesse angulaire du disque supérieur à celle du disque de fond
S_ϕ	: Terme source.
T	: Température(K).
t	: Temps (s).
T_c	: Température de disque froid (K).
T_h	: Température de disque chaud (K).
u'	: Composante de la vitesse suivant la direction radiale (m. s ⁻¹).
u	: Composante de la vitesse radiale adimensionnelle.
\vec{V}	: Vecteur de la vitesse dans le plan méridien.
v'	: Composante de la vitesse suivant la direction axiale (m. s ⁻¹).
v	: Composante de la vitesse axiale adimensionnelle.
VC	: Volume de contrôle (m ³)
w'	: Composante de la vitesse suivant la direction azimutale (m. s ⁻¹).
w	: Composante de la vitesse azimutale adimensionnelle.
z'	: Direction axiale (m).
z	: Hauteur adimensionnelle.

Symboles grecs

α	: Diffusivité thermique du liquide (m ² .s ⁻¹)
β	: Coefficient d'expansion thermique à pression constante (K ⁻¹)
γ	: Rapport d'aspect.
$\delta r_e, \delta z_n, \delta r_w, \delta z_s$: Sont respectivement les distances entre le nœud considéré P et les nœuds (E, W, N, S)
δ_t	: Epaisseur de couche limite thermique(m)
θ	: Direction azimutale (rad).
μ_m	: Perméabilité magnétique (H. m ⁻¹)

μ	: Viscosité dynamique (kg. m ⁻¹ .s ⁻¹)
μ_0	: Perméabilité magnétique du vide (H. m ⁻¹).
ν	: Viscosité cinématique (m ² .s ⁻¹)
ρ	: Masse volumique (kg. m ⁻³)
ρ_0	: Masse volumique de référence (kg. m ⁻³)
σ	: Conductivité électrique (Ω ⁻¹ .m ⁻¹)
τ	: Temps adimensionnel.
λ	: Conductivité thermique (w. m ⁻¹ . K ⁻¹).
φ	: Potentiel électrique (V)
ω	: Vorticité adimensionnelle
$\Delta\tau$: Incrément adimensionnel du temps
$\Delta r. \Delta z$: Dimensions du volume de contrôle considéré.
Ψ	: Fonction de courant adimensionnelle.
Ω	: Vitesse angulaire (rad. s ⁻¹).
Φ	: Potentiel électrique adimensionnel
Θ	: Température adimensionnelle.
ϕ	: Variable dépendante.
Γ_ϕ	: Coefficient de diffusion.
ζ	: Rapport de rotation.

Indices

P	: Nœud considéré du maillage
E, W, N, S	: Nœud considéré du côté Est, West, Nord, Sud, respectivement du nœud P
e, w, n, s	: Les faces Est, West, Nord, Sud, respectivement du volume de contrôle considéré.

Chapitre I

INTRODUCTION

La stabilité des écoulements en rotation est un sujet très vaste, lié à un grand nombre d'applications. Citons par exemple les machines rotatives et centrifuges, les paliers de butée, les viscosimètres, le pompage des métaux liquides à hautes températures de fusion, la production des cristaux par le procédé de tirage Czochralski, la rotation des disques durs d'ordinateurs : cet empilement de disques en rotation rapide entraîne une mince couche d'air interstitielle, dont les instabilités peuvent induire des vibrations, et donc un risque d'endommagement par contact avec la tête de lecture. Ce problème de stabilité des écoulements tournants est très délicat, du fait de deux effets antagonistes : (1) Un effet stabilisant, lié à une décroissance des perturbations selon la direction de l'axe de rotation ; ainsi la rotation tend à bidimensionnaliser l'écoulement. (2) Des effets déstabilisants, liés à un déséquilibre des forces centrifuges, à cause par exemple du frottement aux parois, on parle alors d'instabilités centrifuges. Ces difficultés rendent quasiment impossible une recherche de solutions exactes. Dans ce contexte, les expériences ou les simulations numériques s'avèrent indispensables pour étudier la stabilité des écoulements tournants, en s'appuyant sur une analyse en termes de mécanismes physiques élémentaires. Ce domaine de recherche est particulièrement actif en monde, tant du point de vue numérique qu'expérimental.

La rotation de la Terre fournit sans doute les observations les plus surprenantes des écoulements en rotation. À la fin du XIX^{ème} siècle, à l'heure des premières expéditions polaires, l'océanographe norvégien Nansen observa que la dérive des icebergs ne suivait pas, comme on aurait pu s'y attendre, la direction du vent, mais était systématiquement déviée vers la droite. L'explication de ce phénomène fut apportée dans l'année 1905 par le physicien suédois Walfrid Ekman [1], qui y vit l'influence de la force de Coriolis. En effet, pour un observateur lié à la Terre en rotation, un mouvement rectiligne apparaîtra comme une trajectoire courbée, déviée vers la droite dans l'hémisphère Nord. Ainsi le vent, en entraînant les masses d'eau sur une certaine profondeur, d'une centaine de mètres environ, leur imprime une déviation vers la droite : c'est là l'origine des grandes circulations océaniques.

En revanche, lorsque le disque et/ou le fluide ne s'étendent pas à l'infini, d'autres échelles de longueur peuvent intervenir, comme le rayon de cylindre par exemple, ou encore la hauteur de fluide. Si l'on suppose la situation la plus simple où le volume fini du fluide est confiné entre deux disques tournants (le disque supérieur pouvant jouer le rôle de la surface libre du fluide), on peut supposer en toute généralité l'existence de deux couches limites, centrifuge au voisinage du disque le plus rapide et centripète près du plus lent ! De ce problème apparemment simple, aucune solution analytique n'est pourtant connue, tant les équations du mouvement sans hypothèse de similitude, même en régime stationnaire, s'avèrent compliquées.

Au début des solutions analytiques ont été proposé par quelque théoricien comme Von Karman [2], par application de la transformation de similitude, les équations partielles sont décomposées en système d'équations ordinaires pour quatre inconnus. Ce problème a d'ailleurs donné lieu à une célèbre controverse de l'histoire de la mécanique des fluides : George Batchelor [3] a été partisan d'une solution à deux couches limites séparant une zone centrale en rotation solide, tandis que Keith Stewartson [4], défendait une solution à couche limite unique. Ce n'est que plus tard que fut montré que toute une classe de solutions, incluant celles de Batchelor et Stewartson, pouvait coexister dans cet écoulement. Les solutions analytiques dérivées par ces deux auteurs montrent le comportement qualitativement différent à la limite pour des nombres de Reynolds élevées pour Wijngaarden [5]. Le résultat apparemment contradictoire déduit de la solution de similitude de von Karman a mené Zandbergen & Dijkstra [6] à faire d'autres études en changeant les paramètres de contrôle.

Dans une installation plus réaliste des conditions aux limites, c.-à-d., les écoulements sur les disques finis, Delgado [7] a déterminé l'importance des conditions aux limites de la paroi latérale sur la nature de l'écoulement intérieur. Pour les écoulements dans le récipient cylindrique avec le disque supérieur tournant et le fond en Co-/contre rotation, Jaluria [8] a observé que la distribution de vitesse est semblable aux types de Batchelor et de Stewartson avec des paramètres choisie.

Coté expériences Vogel [9-10] a déterminé une courbe montrant les limites dans les quelles l'éclatement tourbillonnaire (vortex breakdown en anglais) apparaîtra dans une configuration de base fut constituée d'un cylindre droit contenant le fluide, avec un disque de

fond tournant, c'étaient les limites de stabilité dans le plant (H/R , $Re=\Omega R^2/\nu$), où R est le rayon du cylindrique, H sa hauteur et Re le nombre de Reynolds rotationnel.

Dans une autre expérience en 1977, Ronnenberg [11] avait rapporté des mesures de la structure entière du fluide avec $H/R=1.59$, $\Omega R^2/\nu=1.58$, ce qui correspond avec un état de vortex breakdown révélé dans les expériences de Vogel en confirmant les conclusions de ce dernier, et en démontrant quantitativement qu'un phénomène de pompage d'Ekman avait lieu, en presque accord avec l'analyse de Von Karman de l'écoulement de fluide en contact avec un disque tournant infini. Le disque tournant exerce sur le fluide une force d'attraction le long de la région centrale et en le dirigeant radialement vers l'extérieur dans une couche limite d'épaisseur $(1/\sqrt{Re})$ dite, "couche d'Ekman". Près de la paroi latérale de cylindre, le fluide tourne et suit des spirales en se dirigeant vers l'autre extrémité du cylindre, en dehors des zones pariétales (loin des parois) générera un équilibre entre les forces centrifuges et le gradient radial de pression, et a comme conséquence la présence d'un écoulement secondaire qui est la recirculation méridienne.

Escudier [12] en 1984 a utilisé la technique dite Laser-induced fluorescence (fluorescence induite par laser) pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire d'un fluide (glycérine/eau) occupant toute le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond tournant, il a découvert le comportement de l'écoulement avec une, deux, et trois bulles du vortex breakdown et établissait un diagramme de stabilité (rapport d'aspect du cylindre H/R et le nombre de Reynolds en rotation $\Omega R^2/\nu$) (Fig. I-1).

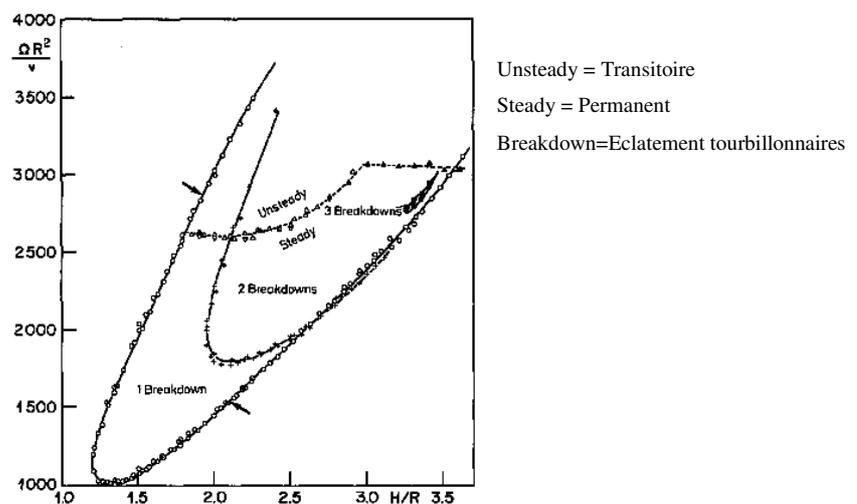


Figure I-1: Diagramme de stabilité obtenu expérimentalement par Escudier [12]

Les limites du nombre de Reynolds au delà desquelles l'écoulement est oscillatoire et même pour les grands nombres de Reynolds sont présentées sur ce diagramme, où le vortex breakdown peut se manifester avec une, deux ou trois bulles stationnaires successivement. Une autre observation qu'apportait les expériences d'Escudier est la perte négligeable de la symétrie axiale au sein de l'écoulement permanent, ce qui justifier notre hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement en question.

En 1994 Valentine et Jahnke [13] ont montré dans une étude d'un écoulement du fluide contenu dans une enceinte cylindrique avec un rapport d'aspect $\gamma=H/R=1.5$, induit par la rotation à même vitesse angulaire Ω des deux extrémités du cylindre avec un paroi latérale fixe, que les points de stagnation arrivent le long de l'axe de rotation entre le plan au milieu et les fonds tournants pour les valeurs appropriées des paramètres caractéristiques (le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect γ), ainsi que l'existence des solutions oscillatoires stables pour $Re=3000$ et $\gamma=1.5$.

L'influence de la rotation des deux disques d'extrémités qui tournent et le début des instabilités oscillatoires est une étude numérique présentée par Gelfgat et al. [14] ils ont détaillé des états stables et le début des instabilités oscillatoires, de l'écoulement tournant axisymétrique du fluide Newtonien incompressible confiné dans un cylindre droit, avec deux disques au sommet et au fond qui tournent indépendamment l'un par rapport à l'autre. La première partie de leur travail a été consacré à l'influence de la Co- et la contre-rotation du disque du fond sur le vortex breakdown qui a lieu dans le problème d'origine de l'écoulement dans un cylindre avec un sommet tournant, où ils ont caractérisé la rotation du disque de fond par le rapport des vitesses angulaires ($\zeta = \Omega_{\text{bottom}} / \Omega_{\text{top}}$) où rapport de rotation, et ont fait varier ce paramètre le long de l'intervalle ($-1 \leq \zeta \leq 1$) avec trois différentes valeurs du rapport d'aspect $\gamma = 1.5 ; 2.0 ; 2.5$. Ils ont trouvé que la faible contre-rotation du fond peut supprimer le vortex breakdown, et la plus forte contre-rotation peut induit un vortex breakdown stable à des nombres de Reynolds relativement grands pour lesquels un vortex breakdown ne peut pas apparaître dans le cas du fond stationnaire. Les faibles Co-rotation peuvent encourager le vortex breakdown à des Reynolds inférieurs que dans le cylindre avec le fond stationnaire. La co-rotation plus forte mène au détachement de la zone de la recirculation de l'axe et la fonction d'un anneau du vortex supplémentaire. La détection du début d'instabilité c'était leur deuxième partie de cette étude, avec un rapport d'aspect du cylindre $\gamma=1.5$. Ils ont utilisé la méthode spectrale de Galerkin pour les calculs des états stationnaires et l'analyse des

stabilités linéaires, et la méthode des volumes finies basée sur l'algorithme SIMPLER pour les calculs des états oscillatoires. Les nombres de Reynolds critiques et les fréquences critiques d'oscillations ont été calculées comme une fonction du rapport de rotation (ζ). L'analyse de stabilité a montré qu'il ya plusieurs modes linéaires les plus instables de la perturbation qui deviennent successivement dominant avec un changement continu de ζ . Il a été aussi montré que l'instabilité oscillatoire peut mener a une apparence et coexistence de plus qu'une bulle séparatrice du vortex.

Pour un aspect du cylindre $\gamma=2.5$, Lopez et Perry [15] ont présenté une étude numérique de l'écoulement périodique utilisant la théorie des systèmes dynamiques non-linéaires afin de décrire les changements cinématique de l'écoulement et l'installation de l'advection chaotique causée par les oscillations.

Dans un autre article, Escudier et Cullen [16] ont utilisé la technique dite laser-induced fluorescence d'un liquide viscoélastique pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire, stationnaire occupant complètement le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond tournant (Fig. I-2). Ils ont observé qu'un vortex intense s'est produit à proximité du fond tournant avec l'écoulement qui se développe en spirale à l'extérieur au dessus du fond lui même, ce vortex conduit un deuxième vortex qui circule en contre rotation avec une intensité plus basse dans la région du fond stationnaire. Ils ont observé aussi dans quelque circonstance un gicleur axial de fluide s'éloigner du fond tournant avec une structure de double vortex dans l'écoulement des liquides viscoélastiques légers et des liquides élastiques avec faible nombre de Reynolds.

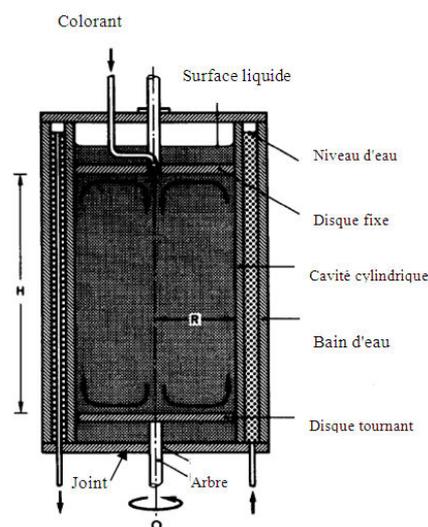


Figure I-2: Dessin schématique d'expérience [16]

Pour mettre en évidence des états oscillatoires qui existent dans le fluide d'un écoulement confiné dans un cylindre de rapport d'aspect $\gamma=2.5$, un travail expérimental et numérique mené par Stevens et al. [17] ont identifié trois états oscillants, deux d'entre eux sont périodiques et le troisième est quasi-périodique avec une fréquence de modulation beaucoup plus petite que la fréquence de base. La gamme des nombres de Reynolds pour lesquels l'écoulement est quasi-périodique existe entre les deux états périodiques. L'analyse harmonique des signaux temporels expérimentaux et numériques par la densité de spectre d'énergie (Power Spectrum Density) fournissait les descriptions quantitatives des états déjà mentionnés et leurs périodes adimensionnelles d'oscillations $\tau = \Omega T_{cyc}$, (T_{cyc} est le temps en secondes nécessaire pour un cycle complet) en terme de la vitesse angulaire de rotation Ω .

Xue et al. [18] ont utilisé la méthode de volume fini pour simuler l'écoulement viscoélastique tridimensionnelle, confiné dans un cylindre avec le fond tournant rempli avec polyacrylamide de basse viscosité (PPA) (Fig. I-3). Ils ont comparé leur investigation numérique avec des résultats expérimentaux, les mêmes résultats ont été observés pour le développement de vortex breakdown ou les visualisations expérimentales sont exactement reproduites pour les écoulements Newtoniens. Ils ont étudié aussi l'influence de l'élasticité sur les processus vortex breakdown, confirmant numériquement que le domaine d'existence de vortex breakdown se produit sensiblement plus grand que dans les fluides Newtoniens à cause de la force centrifuge qui mène à l'éclatement tourbillonnaire en fluides Newtoniens et équilibrée par les efforts normaux en fluides élastiques. En conséquence, l'éclatement tourbillonnaire sera sensiblement retardé ou même supprimé avec l'augmentation d'élasticité.

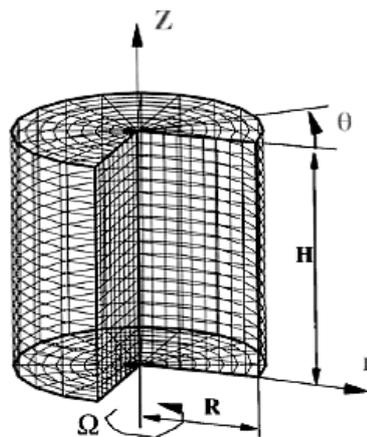


Figure I-3 : Géométrie de problème [18]

Sotiropoulos et Ventikos [19] ont étudié numériquement l'écoulement du fluide contenu dans une enceinte cylindrique. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis avec un schéma de second ordre pour tous les termes, en résolvant les équations de Navier-Stokes transitoires, tridimensionnelles, ils avaient expliqué l'origine de ces asymétries, clarifié les mécanismes de remplissage et de vidange à l'intérieur des bulles stationnaires du vortex breakdown, et aussi montré que les particules au sein de ces bulles stationnaires exposent des trajectoires chaotiques.

Pour contrôler ce type d'écoulement dans les applications industrielles, Mullin et al. [20] annonçaient les résultats d'une étude expérimentale et numérique de la création de points de stagnation du champ d'écoulement tournant de fluide dans un cylindre à extrémité en rotation, et ils ont montré que le fait d'ajouter un petit cylindre le long de l'axe de l'écoulement ou incliner sa paroi latérale (petit cylindre à l'intérieur), peut intensifier ou supprimer la recirculation.

Gauthier et al. [21] ont étudié expérimentalement l'écoulement entre deux disques parallèles proches enfermés par un cylindre et tournant indépendamment l'un de l'autre (Fig. I-4). Cet écoulement est très instable et fait apparaître une grande richesse de structures. Ils ont présenté un diagramme dans le plan (Re_h , Re_b) des différentes structures rencontrées. Ils ont observé que si l'écoulement en Co-rotation est similaire à l'écoulement rotor-stator et l'écoulement en Contre-rotation présente de nouvelles structures.

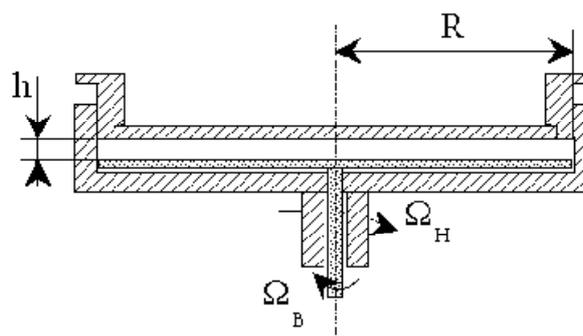


Figure I-4 : Dispositif expérimental. $R = 140$ mm et h est ajustable entre 3 et 16 mm. [21]

Dans le cadre de contrôler la physique de l'écoulement, Thompson et Hourigan [22] ont dirigé une étude numérique pour expliquer les observations expérimentales récentes employant des techniques visualisations par traceur, puis ont proposé que même pour les écoulements de faibles nombres de Reynolds, la bulle stable du vortex breakdown dans le

cylindre tournant ait une asymétrie, ainsi l'effet des imperfections dans la géométrie du conteneur est examiné numériquement, et particulièrement la détermination quantitative de l'effet d'un mauvais alignement très léger entre l'axe de rotation du disque tournant et l'axe du cylindre. Ils ont montré que des mauvais alignements même légers (non mesurables expérimentalement) peuvent produire les détails principalement visibles des bulles de vortex breakdown asymétriques, qui ont été observés dans plusieurs expériences.

Alors d'autres études dans le même cadre de contrôler l'écoulement mené par Mununga et al. [23] avaient présenté expérimentalement une méthode non-intrusive de contrôle de l'écoulement avec un petit disque ($r=0.15R$) en rotation monté en bas en face du couvercle tournant dans l'enceinte cylindrique afin de précipiter ou retarder le début du vortex breakdown (en co-rotation ou contre-rotation), car la co-rotation augmente les dimensions radiales et axiales de la bulle en la décalant vers l'amont, la contre-rotation a tendance de réduire la taille de la bulle, ou la supprimer complètement et la dirigeant vers la direction aval. Cette solution a aussi montré que l'emploi de petit disque en co-rotation est plus efficace que l'utilisation de fond tournant dans la manipulation de la bulle du vortex breakdown.

Pivaa et Meiburg [24] ont simulé le mouvement stable d'un fluide visqueux dans un conteneur cylindrique avec un disque de fond partiellement tournant et une surface libre au moyen de la résolution des équations de Navier-stokes axisymétriques, l'écoulement méridien est dominé par un vortex au-dessus du disque en rotation et un autre contre-tournant au-dessus de la partie stationnaire du fond. Ces simulations étaient conduites pour divers rapports d'aspect (H/R_d) et des nombres de Reynolds, pour évaluer les changements résultants des configurations du vortex breakdown, et puisque le rapport du rayon du cylindre au disque ($D= R_c/R_d$) augmente au-dessus d'une valeur d'environ 2.3, l'influence de la paroi latérale de cylindre sur les particularités du l'écoulement central au voisinage du disque tournant devient insignifiante. Cela est dû à la décroissance exponentielle de la vitesse azimutale au-delà du bord du disque.

Lopez et al. [25] ont utilisé la méthode spectral-Galerkin pour résoudre les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles d'un écoulement incompressible dans une enceinte cylindrique avec un fond tournant (Fig. I-5). Ils ont avec succès appliqué un code numérique ou ils ont obtenu plusieurs états tridimensionnels bifurqués, avec un comportement spatial et temporel complexe, en bon accord avec les expériences.

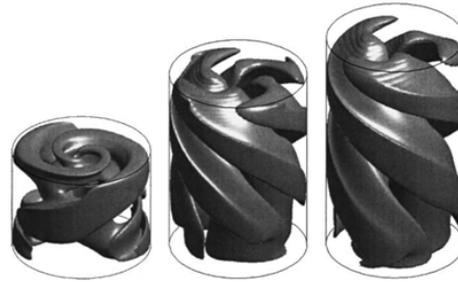


Figure I-5 : Perspective tridimensionnelle des valeurs paramétriques successive, nombres de Reynolds Re et le rapport d'aspect γ (2750,1.58) ; (2800, 2.90) ; (2150,3.5) [25]

Okulov et al. [26] ont étudié numériquement la création de recirculation de bulles dans un écoulement stationnaire du fluide visqueux, confiné dans une enceinte cylindrique avec Co/ contre-rotation des disques d'extrémités, (Fig. I-6), .Ils ont varié le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect H/R , avec divers régimes d'écoulement axisymétrique. Ils ont observé que la topologie des structures de vortex est associée à un changement de la symétrie hélicoïdale des lignes de vortex. Les calculs prouvent que les changements de symétrie du a l'augmentation du nombre de Reynolds, et que l'inversion d'écoulement sur l'axe de symétrie est associée à une croissance du paramètre de torsion de la ligne de vortex. Pour tous les cas étudiés d'écoulement, indépendamment du rapport d'aspect et du nombre de Reynolds, ils ont observé que le paramètre de torsion du vortex central (l'axe de symétrie) atteint une valeur-seuil de $K=0.6$ (où K est le paramètre adimensionnel local de torsion des lignes de vortex) au point où l'inversion d'écoulement a lieu.

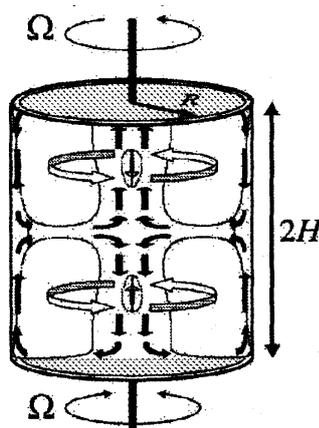


Figure I-6 : Dessin de domaine d'écoulement [26]

Le vortex breakdown et le régime transitoire c'est une étude numérique menée par Serre et Bontoux [27] qui ont montré comment en changeant les conditions en amont ou en

aval il est possible de changer et contrôler l'écoulement d'un fluide dans une enceinte cylindrique d'un aspect ($\gamma = H/R=4$) induit par la rotation de disque inférieur, l'autre extrémité est une surface libre (Fig. I-7). La dynamique d'écoulement est explorée par la solution numérique en résolvant les équations de Navier-Stokes transitoire tridimensionnels basés sur des approximations spectrale d'ordre élevé. Ils ont montré que l'existence d'une surface libre favorise le début de la périodicité, avec un nombre de Reynolds critique environ 15 fois inférieur que dans le cas avec une couverture rigide et les bifurcations se produisent sur une chaîne beaucoup plus court des nombres de Reynolds et mènent rapidement à un régime multifréquence avec plus de cinq différentes fréquences. Dans le régime instable, le vortex breakdown est caractérisé par une zone ovale et asymétrique de recyclage attachée à la surface libre autour de l'axe du récipient, en augmentant la rotation, la ligne circulaire de stagnation sur la surface libre prend une forme plus irrégulière et commence à se déplacer autour de l'axe du cylindre dans le même sens que le disque rotatif. Ils prouvent que la couche limite verticale contrôle le processus de vortex breakdown et la transition à l'instabilité.

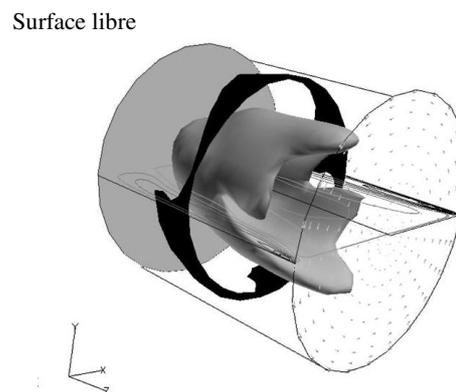


Figure I-7 : Ecouements tridimensionnels avec une bulle axisymétrique de vortex breakdown fixée à la surface [27]

Afin d'étudier les instabilités de l'écoulement entre deux disques tournants, Moisy et al. [28] ont mis au point au laboratoire le dispositif expérimental représenté en (Fig. I-8). Il est constitué de deux disques en vis-à-vis, chacun de rayon $R=14$ cm et distants d'une épaisseur h pouvant varier entre quelques mm et 3 cm environ. Le disque supérieur constitue le couvercle d'un récipient cylindrique tourné indépendamment du disque inférieur. Ce disque supérieur est en verre, ce qu'ils permettent de visualiser l'écoulement par le dessus. La visualisation est rendue possible en ensemençant l'eau de petites paillettes microscopiques. En suivant l'écoulement, les paillettes s'orientent selon la structure du champ de vitesse, et donnent lieu à des variations de l'intensité de la lumière réfléchi. Ainsi, sur les visualisations présentées

dans les figures obtenues, les zones claires correspondent à des paillettes majoritairement horizontales, tandis que les zones sombres à des paillettes plutôt verticales. Leur dispositif expérimental a permis, outre une étude détaillée des instabilités de couche limite (qui avaient déjà pu être observées expérimentalement et numériquement), de mettre en évidence un nouveau type d'instabilité, les spirales négatives, présentent uniquement en configuration contre-rotation. Motivés par ces récentes observations expérimentales, des travaux numériques sont venus récemment confirmer leur existence.

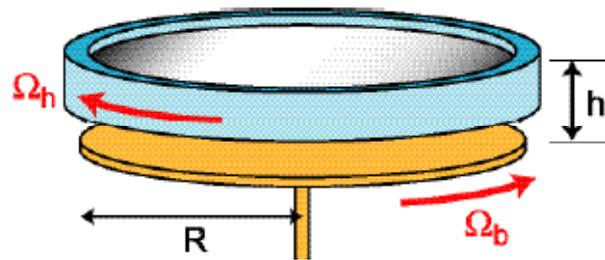


Figure I-8 : Dispositif expérimental utilisé dans la référence [28]

Pour étudier les instabilités de l'écoulement dans, une cavité correspond à deux disques lisses, Poncet et al. [29] ont mis un dispositif expérimental constitué de deux disques l'un en rotation (rotor) et l'autre fixe (stator), séparés par une distance h . Les disques sont bornés par un cylindre intérieur tournant de rayon a et un cylindre extérieur fixe de rayon b . Le rotor tourne avec une vitesse angulaire Ω . Un flux axial centripète ($Q > 0$) ou centrifuge ($Q < 0$) peut être imposé. Cette expérience représente une partie de la turbopompe à hydrogène liquide (TPH) du moteur Vulcain (Ariane V). Les mesures se font par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes, par 6 capteurs de pression positionnés sur le stator et par visualisations de l'écoulement au moyen d'une caméra CCD placée au-dessus du disque fixe. Ils ont observé qu'une instabilité de cisaillement se développe au-dessus d'un disque tournant à surface libre sous la forme de polygones dont le nombre de côtés est proportionnel à $(\Omega e^2/\nu)^{1/4}$ avec e la hauteur d'eau au repos. En considérant le nombre de Reynolds mixte basé sur le rayon du disque b et e la hauteur d'eau, le seuil d'apparition du premier mode est constant. Ils ont ajouté un cylindre de rayon a au centre du disque, la même instabilité est obtenue tant que a est inférieur au rayon critique d'apparition des structures $r = 0.73 b$. Les modes 1 à 8 ont été observés (Fig. I-9).

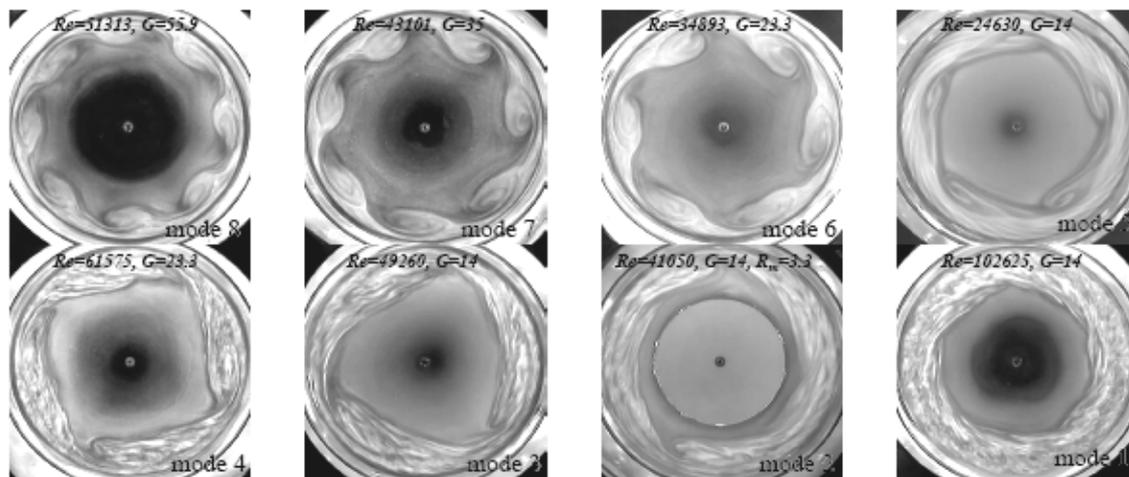


Figure I-9 : Les instabilités de l'écoulement dans une cavité correspond à deux disques lisses [29]

Ortiga et Fernandez [30] ont développé une méthode numérique pour simuler les écoulements incompressibles tridimensionnels dans une pipe circulaire tournante basée sur une décomposition de l'écoulement dans une partie axisymétrique, en termes de fonction de courant et circulation, et une partie non-axisymétrique en termes de fonction de vecteur potentielle. La méthode appropriée particulièrement à l'étude de la stabilité non-linéaire des écoulements axialement symétriques pour qu'ils suivent d'une manière ordonnée les différents modes non-axisymétriques, leur développement non-linéaire et leur interaction non-linéaire. La technique numérique combine la méthode de différences finies sur une grille non-uniforme dans la direction axiale, avec la méthode spectrale de Chebyshev dans la direction radiale, et une méthode spectrale de Fourier dans la direction azimutale pour le vecteur potentiel non-axisymétrique. Ils ont comparé leurs résultats avec des résultats précédents pour différents nombres de Reynolds.

LoJacono et al. [31] ont achevé une investigation combinée expérimentale et numérique pour contrôler le vortex breakdown dans un cylindre avec un couvercle tournant, (Fig. I-10). Ils ont placé sur l'autre extrémité stationnaire une tige tournante, le rapport d'aspect $H/R=1.85$ et le nombre de Reynolds constant $Re=2200$. Ils ont utilisé une technique dite SPIV (Stereoscopic Particle Image Velocimetry Technique) puis leur validation avec l'analyse numérique employant une méthode spectrale d'ordre élevé. Ils ont observé l'effet d'une tige de longueur finie, pendant que la tige tourne représente un terme source supplémentaire de vorticité, celui-ci et leur emplacement spatiaux influent sur le vortex breakdown.

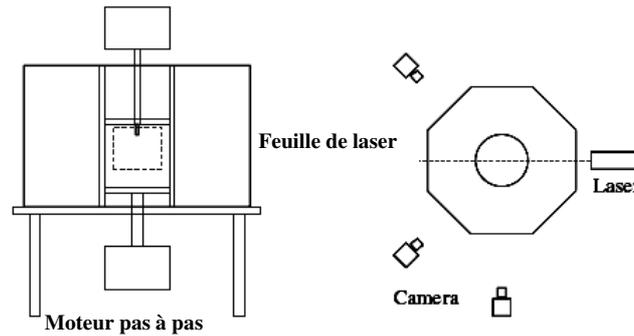


Figure I-10 : Dispositif expérimentale (SPIV technique) [31]

Cui [32] a présenté une étude numérique d'un écoulement d'un fluide engendré par la rotation et la contre rotation des extrémités d'une enceinte cylindrique .Il a observé qu'il ya un anneau de stagnation sur le fond tournant lentement, son apparition correspond à un écoulement de deux cellule dans le plan méridien ,là où un détachement d'écoulement se forme ,il a montré numériquement que en plus des motif unicellulaires et de deux cellule, existent aussi des motif plus complexes de cellules, à trois cellules et de cellule fusionner.

Les études qui font coupler l'écoulement de fluide avec le transfert de chaleur, ont été théoriquement étudiées par Barcilon et Pedlosky [33]. Une autre étude détaillée dirigée par Iwatsu [34], qui avait examiné numériquement les motifs des lignes de courant et les caractéristiques de transfert de chaleur de l'écoulement tourbillonnant du fluide visqueux incompressible et axisymétrique engendré par la rotation constante du couvercle supérieur dans une enceinte cylindrique sous l'hypothèse de Boussinesq, et la différence fixe des températures imposées entre les disques supérieure et inférieure $(T_0+\Delta T/2)$ et $(T_0-\Delta T/2)$ respectivement avec des parois latérales adiabatiques.ces résultats sont obtenues pour Reynolds $10^2 \leq Re \leq 3.10^3$ le nombre de Richardson $0 \leq Ri \leq 1.0$, $(Ri = k \Delta T g \gamma^3 / R \Omega)$, pour un fluide ayant un nombre de Prandtl $Pr = \nu / \alpha = 1.0$, confiné dans un cylindre de rapport d'aspect $\gamma = H/R = 1.0$ (ou k est le coefficient d'expansion thermique , α est la diffusivité thermique et ν viscosité cinématique).Diverses tracés des isothermes exposent la transition de la solution dominée par convection vers la solution dominée par conduction si Ri est augmenté. Alors, il était remarqué que quand Ri est augmenté, une structure de couche horizontale apparaît dans la moitié inférieure avec une distribution verticalement linéaire de la température, et pour des valeurs intermédiaires de Ri , $(0 \leq Ri \leq 1.0)$, des séparatrices apparaissent dans l'écoulement sur le disque de fond en fonction des valeurs de Re et Ri . Ainsi qu'une classification en plusieurs types différents des motifs des écoulements dans le plan (Ri, Re) avait été donnée

Dans un autre article d'Iwatsu [35] une étude numérique des écoulements stables tourbillonnants de fluide visqueux incompressible dans l'enceinte cylindrique, conduit par la rotation du disque de fond à une vitesse angulaire constante avec surface libre, où il a supposé l'axisymétrie de l'écoulement. Les mêmes paramètres avec l'étude précédente ($\gamma=H/R = 1$). Il avait présenté aussi un diagramme dans les plans (γ, Re) et une comparaison avec les études précédentes expérimentales et numériques.

Omi et Iwatsu [36] ont dirigé une étude numérique d'un écoulement de fluide Boussinesq, tourbillonnant confiné dans une enceinte cylindrique avec Co-ou contre-rotation des disques d'extrémités (Fig. I-11), avec un gradient de température verticalement stable et paroi latérale supposé adiabatique. Les écoulements étudiés sont presque similaires à ceux étudiés dans [34] du côté de paramétrages et intervalles de balayage à l'exception de $\gamma = 2$ (rapport d'aspect) et un nouveau paramètre ($s = \Omega_s/\Omega$) introduit, qui est le rapport de la vitesse angulaire du disque supérieur à celle du disque de fond, $-1.0 \leq s \leq 1.0$. Pour le cas $Ri \sim 0$ et Re élevé, le fluide intérieurement confiné tourne dans le même sens. Quand ces disques tournent en contre-rotation un écoulement de cisaillement aura lieu avec la création de la recirculation méridionale. Pour le cas de grand gradient de température ($Pr, Ri \sim O(1)$), la couche d'Ekman est supprimée et la couche limite de la paroi latérale disparaît au milieu de cylindre l'écoulement en gros s'approche de l'état de repos, laissant le aux alentours de chaque disque de fin en rotation dans chaque sens. Ils ont suggéré d'adopter une différence verticalement stable de la température pour contrôler le mouvement du liquide confiné à l'intérieur des enceintes cylindriques avec des disques tournants, et ont récapitulé les cas étudiés de l'écoulement considéré sous forme de diagrammes dans les plans (s, Re) et (s, Ri) .

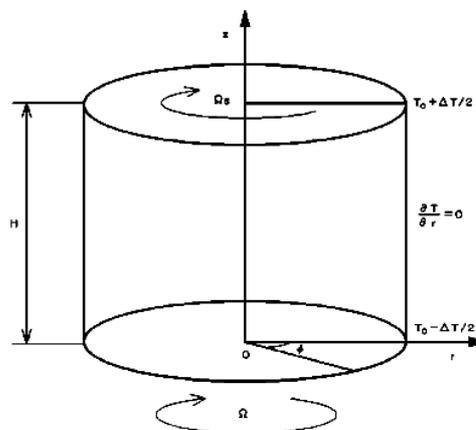


Figure I-11 : Configuration d'écoulement [36]

Le procédé le plus adapté dans le domaine industriel pour contrôler les écoulements tournants est l'utilisation d'un champ magnétique pour stabiliser l'écoulement du conducteur. En réalité, il a beaucoup d'aspects pour n'importe quel problème de production des cristaux et la compréhension du comportement hydrodynamique et thermique du fluide à faible nombre de Prandtl (métal liquide), et par conséquent, la distribution spatiale des composants était clairement visualisée par les ouvrages que nous avons déjà cités. Mais, comme la technique de tirage des cristaux de Czochralski est une méthode largement employée dans la production des cristaux, on pourra apprécier la multitude d'ouvrages traitants cette technique et ses relatifs. Toutefois, le régime de l'écoulement peut s'étendre de stable laminaire à instable, périodique laminaire à turbulent. En outre on a su que si l'écoulement n'est pas stable, des défauts dans le cristal formé, apparaissent. Une approche à l'obtention de cristaux de haute qualité est de contrôler la convection dans le fluide. Puisqu'un champ magnétique influence le mouvement d'un fluide électriquement conducteur, il est suggéré que le mouvement du fluide peut être contrôlé en cultivant un cristal en présence d'un champ magnétique.

Les écoulements des fluides conducteurs en présence d'un champ magnétique sont nommés des écoulements magnétohydrodynamiques (MHD). Un tel écoulement peut différer significativement d'un écoulement hydrodynamique ordinaire équivalent. Le mouvement du métal fondu à travers des lignes de champ magnétique produit un courant électrique qui agit réciproquement avec le champ magnétique pour produire une force motrice électromagnétique (EM), qui s'oppose au mouvement du liquide. Même un champ magnétique faible fournit assez de force EM d'amortissement pour éliminer la turbulence et l'instabilité dans la plupart du mouvement concerné, éliminant ainsi beaucoup de micro-défauts dans le cristal. Le taux d'amortissement dépendra en vertu de la force du champ magnétique appliqué aussi bien que son orientation en ce qui concerne la circulation convective [38].

Ben Hadid et al. [37] ont employé une méthode numérique spectrale a fin de résoudre directement les équations de Navier-stokes de l'écoulement tridimensionnel oscillatoire d'un métal liquide conducteur confiné dans une cavité cylindrique horizontal de longueur modérée, ainsi, ils examinaient les signaux temporels, les propriétés de symétrie et les bilans d'énergie caractérisant les oscillatoires de l'écoulement, et l'amortissement des écoulement oscillatoires par un champ magnétique vertical jusqu'à la stabilisation de cet écoulement.

Bessaih et al. [38] ont porté une étude numérique sur l'écoulement MHD laminaire d'un métal liquide contenu dans une enceinte cylindrique, ayant un rapport d'un aspect égal à 1, dont la paroi supérieure est en rotation. L'ensemble est soumis à un champ magnétique externe vertical. Un bon accord entre les résultats asymptotiques et numériques est obtenu par les auteurs. Ces derniers ont montré que l'on peut contrôler l'écoulement primaire par un bon choix de la conductivité électrique des parois de l'enceinte en question.

L'écoulement incité par un champ magnétique tournant, d'un métal liquide remplissant une enceinte cylindrique avait sa part dans le champ des études des procédés de stabilisations des écoulements industriels, tel que l'étude entreprise par Marty et al. [39] pour connaître les détails de l'interaction du champ magnétique tournant avec l'écoulement du fluide étudié. Ils ont montré que l'application d'un champ magnétique en rotation très modéré à un mouvement convectif du fluide au commencement instable est capable de reconstituer la stabilité de l'écoulement.

Des travaux expérimentaux et numériques récents soutiennent cette idée comme ceux fait par : Juel et al. [40] et [41], Bessaih [42] en montrant l'effet d'un champ magnétique orthogonal à la direction principale de l'écoulement du Gallium liquide en convection tridimensionnelle. Une fois le champ magnétique est appliqué, la convection sera réduite, aussi que les oscillations trouvées aux gradients élevés de température peuvent être supprimées, tandis que sans application de champ magnétique, l'écoulement est amené à une structure complexe qui soutient la transition observée à la convection oscillante.

Talmage et al. [43] ont publié un article présentant une étude plus approfondie du mouvement de rotation du métal liquide pendant la production de cristaux de silicium par le procédé de Czochralski avec un champ magnétique élevé, uniforme et vertical (Fig. I-12). Cet article traitait spécialement les effets inertiels dans la couche limite avec la résolution numérique des équations non-linéaires gouvernantes, et les équations de transport pour la vitesse primaire azimutale et pour la vorticité de l'écoulement secondaire avec la méthode de prédiction-corrrection d'Adams-Bashforth-Moulton de quatrième ordre. Ils ont discuté les effets d'inertie sur le mouvement de métal liquide, et ont prévu une compréhension plus claire du mouvement du liquide (silicium fondu), sans laquelle des cristaux plus propre seront difficiles de se produire sur une base cohérente.

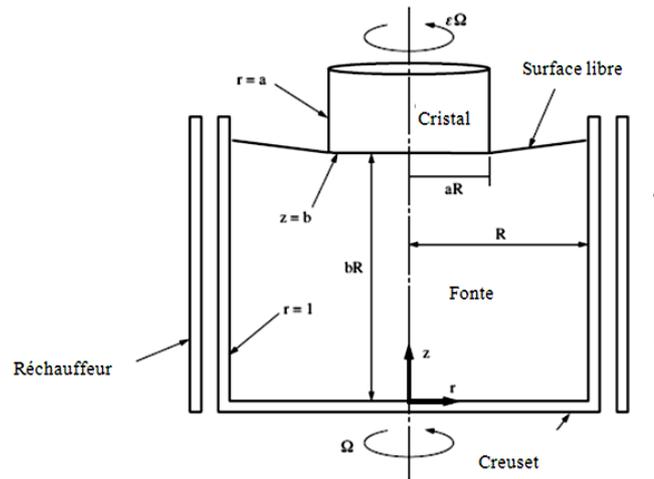


Figure I-12: Procédé de Czochralski avec un champ magnétique uniforme et vertical [43]

Bessaih et al. [44] ont dirigé une étude numérique et analytique du l'écoulement laminaire stable engendré par un disque tournant au sommet d'un cylindre ayant un rapport d'aspect $H/R = 1$, rempli d'un métal liquide et soumis à un champ magnétique axial, en résolvant les équations régissant l'écoulement par la méthode de volume finis. Ils donnaient différentes formules analytiques de vitesse et avaient montré qu'en présence d'un champ magnétique, les profils analytiques de vitesse proches des disques aux extrémités obtenus pour une valeur élevée du paramètre d'interaction magnétique N , présentant un excellent accord avec ceux obtenus par des simulations numériques. Ainsi, ils ont mis en évidence l'importance de la conductivité électrique des parois du conducteur (les deux disques et la paroi latérale) dans le contrôle de l'écoulement.

Dans un autre article Bessaih et al. [45] ont effectué une étude combinée numérique et analytique du même écoulement déjà mentionné. Ils ont montré la forte dépendance de structure de l'écoulement et le transfert de chaleur avec le champ magnétique et la conductivité électrique des parois constituant l'enceinte cylindrique, pour des écoulements à Pr élevé, afin de montrer l'analogie avec le problème du transfert de masse. En absence du champ magnétique, le nombre de Nusselt suit une dépendance semblable à celle trouvée pour un réservoir cylindrique mélangé avec une turbine à aubes. En présence du champ magnétique un amortissement important du transfert de chaleur était observé.

La méthode alternative d'amortir la convection en cultivant les cristaux en présence d'un champ magnétique reste largement utilisée et la plus récemment discutée en matière d'expérience et simulations numériques [46-50].

Yu et Gelfgat [51] ont mesuré les vitesses azimutales d'un écoulement RMF (Rotating Magnétique Field) de fluide confiné dans un conteneur cylindrique, par deux expériences différentes pour des rapports d'aspect différents et diverses magnitudes du champ magnétique (différentes valeurs du nombre de Hartmann Ha). Ils avaient expliqué quantitativement la dépendance entre la vitesse angulaire moyenne (normalisée) et le nombre de Hartmann, et même la vitesse moyenne angulaire en fonction du rapport d'aspect. Les résultats expérimentaux annoncés montrent que la rotation moyenne du liquide augmente plus rapidement avec l'augmentation de la hauteur relative de l'enceinte cylindrique ($H/R \geq 1$), au-delà de la valeur $H/R=1$, la croissance est linéaire.

Kharicha et al. [52] ont utilisé le code commercial Fluent V. 5 pour avoir une solution numérique du modèle de l'écoulement MHD laminaire, permanent conduit par un disque tournant au sommet d'une cavité cylindrique remplie d'un métal liquide. Les effets du champ magnétique, des conductivités électriques des parois et l'épaisseur pariétale sont examinées. Les paramètres appropriés par ce type d'écoulements ont été variés comme $Re \geq 100$ et le nombre de Hartmann $0 \leq Ha \leq 100$, ce qui correspond à une gamme de paramètre d'interaction $0 \leq Ha^2/Re \leq 100$. Malgré la supposition d'un très petit nombre de Reynolds magnétique R_m , le champ magnétique incité par ce petit R_m a été tenu en compte dans la formulation de leur problème. Leur étude est destinée à prédire l'influence d'un champ magnétique sur le taux de corrosion d'un métal liquide sur une paroi métallique. Ils ont résolu l'équation de concentration pour le produit de corrosion et ont montré que le transfert de masse évolue avec le Hartmann Ha , et pour une valeur de Ha fixe, le transfert de matière est plus élevé pour des parois électriquement conductrice que des parois isolantes.

Ma et al. [53] ont étudié numériquement le processus de croissance cristalline de bromure de potassium (KBr) dans une configuration verticale de Bridgman, en employant un modèle intégré qui combine une formulation globale de transfert de chaleur et des tensions thermiques. La distribution globale de température dans le cylindre, les formes des lignes de courant dans le métal liquide, aussi les effets de la convection naturelle aux fronts de croissance ont été examinés.

Dans un autre article Ma et al.[54] ont présenté une analyse de la stabilité linéaire de la convection thermocapillaire dans un pont liquide limité par deux interfaces liquide-solide

planes , maintenue à la même température et par une surface cylindrique avec une entrée axisymétrique de chaleur, les deux frontières solides sont mises en rotation à la même vitesse angulaire dans une direction azimutale et un champ magnétique tournant est appliqué dans l'opposé de la direction azimutale. Les valeurs critiques du nombre de Reynolds pour la convection thermocapillaire et les fréquences de mode critique sont présentées comme les fonctions du nombre de Reynolds pour la vitesse angulaire des frontières solides.

Volz et Mazuruk [55] ont montré que la force de Lorentz incitée par un champ magnétique en mouvement TMF (Travelling Magnétique Field) dans une enceinte cylindrique peut être employée pour contrôler l'écoulement des métaux fondus, électriquement conducteurs et la direction de l'écoulement résultant de l'application du champ magnétique peut être complètement changés. Un champ TMF peut être employé pour éviter partiellement l'écoulement conduit par les forces de buoyancy.

Kharicha et al. [56] ont effectué une autre investigation expérimentale de l'écoulement MHD laminaire dans le cas permanent induit par la rotation d'un disque au sommet d'une cavité cylindrique remplie d'eau ou de mercure. Ils ont analysé les distributions de vitesse en employant la technique de mesure par ultrasons (UPV). Leurs mesures ont été comparées avec des résultats obtenus par un modèle numérique.

Mittal et al. [57] ont présenté une simulation numérique pour analyser la convection naturelle bidimensionnelle des métaux liquide soumis au champ magnétique transversal. Dans leurs étude spatio-temporelle, ils avaient montré que l'écoulement oscillant change vers un écoulement stable avec l'augmentation de l'intensité de champ magnétique appliqué pour une gamme du nombre de Rayleigh (Ra) entre 10^5 et 10^8 , même pour cette gamme de Ra , la magnitude du champ magnétique amortie significativement l'amplitude des vitesses, et les amplitudes des oscillations aperiodiques de n'importe quelle variable dynamique. Alors, ils ont analysé l'interaction des forces de buoyancy et les forces électromagnétiques sur le développement et la formation spatio-temporelle des motifs de courant. Pour comprendre cette interaction, ils ont varié l'intensité du champ magnétique appliqué via la variation du nombre de Chandrasekhar Q ($Q = \sigma H^2 B_0^2 / \rho_0 \nu = Ha^2$) pour une gamme de Ra , en résolvant numériquement les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes, de l'énergie et de la MHD pour des métaux liquides à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$, cas des semi-conducteurs), confinés dans des cavités carrées de profondeur H . Ils ont aussi effectué une

analyse spectrale pour montre qu'avec l'augmentation de Q , le spectre des énergies (PSD) correspondant aux fréquences dominantes diminue, et le nombre de fréquences se réduit aussi en raison d'élimination des basses fréquences.

Berrahil et Bessaih [58] ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte cylindrique remplie d'un métal liquide à faible nombre de Prandtl ($Pr=0.015$). Ayant un rapport d'aspect égal à 2 et soumise à un gradient vertical de température et un champ magnétique. La méthode des volumes finis a été utilisée afin de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. Ils ont trouvé que la stabilité de l'écoulement est conservée pour des valeurs supérieures du nombre de Grashof, Gr . Un diagramme de stabilité a été établi selon les résultats numériques de cette recherche. Ce diagramme met en évidence la dépendance du nombre de Grashof critique, Gr_{cr} avec l'augmentation du nombre de Hartmann Ha . En conclusion, cette étude confirme la possibilité de stabilisation d'un écoulement de métal liquide en convection naturelle par application d'un champ magnétique axial.

Bessaih et al. [59] ont étudié la stabilité magnétohydrodynamique d'un écoulement tournant dans un cylindre contient du métal liquide ($Pr=0.015$) ayant un rapport d'aspect égal à 2 et soumis à un gradient vertical de température et un champ magnétique (Fig. I-13). La méthode des volumes finis a été utilisée afin de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et du potentiel électrique. Ils ont trouvé qu'en' absence de champ magnétique, le nombre de Reynolds critique est une fonction décroissante du nombre de Richardson (pour les valeurs du nombre de Reynolds critiques $Re_{cr} = 2575, 924, 802$ et 606), correspondant respectivement aux valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0, 0.5, 1.0$ et 2.0). Ils ont trouvé aussi en présence d'un champ magnétique vertical, la stabilité de l'écoulement est conservée pour des valeurs supérieures du nombre de Reynolds. Ils ont établi un diagramme de stabilité d'après les résultats numériques de cette investigation. Ce diagramme met en évidence la dépendance du nombre de Reynolds critique avec l'augmentation du nombre de Hartmann, Ha , pour différentes valeurs du nombre de Richardson. En conclusion, cette étude confirme la possibilité de stabilisation d'un écoulement de métal liquide en convection mixte par application d'un champ magnétique axial.

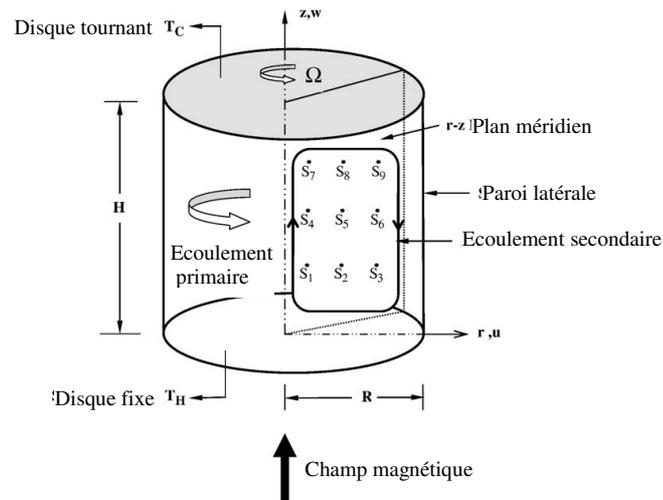


Figure I-13 : Géométrie de problème considéré avec les sondes utilisées dans les calculs numériques [59]

Kakarantzas et al [60] ont effectué une série de simulations numériques afin d'étudier la convection naturelle d'un écoulement MHD pour des métaux liquides dans un récipient cylindrique vertical avec un fond tournant et une distribution sinusoïdale de la température à la paroi supérieur, tandis que la paroi latérale est adiabatique, (Fig. I-14). À partir du cas hydrodynamique de bas ils ont évalué l'effet des champs magnétiques verticaux et horizontaux. Ils ont observé des écoulements à l'aide des paramètres (nombres de Rayleigh et Hartmann, axisymétrie), ils prouvent que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise le transfert thermique par la convection tandis que l'augmentation du nombre de Hartmann favorise la conduction de la chaleur. Le champ magnétique vertical réduit le nombre de Nusselt davantage qu'horizontal. Les modèles de circulation pour les cas les plus convecteurs sont confinés près du coin supérieur du récipient avec la formation simultanée d'un d'écoulement secondaire au coin inférieur, alors que pour les cas plus conducteurs seulement un modèle de circulation existe couvrant le domaine entier.

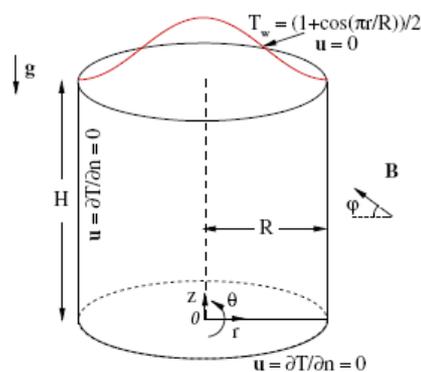


Figure I-14 : Configuration d'écoulement et conditions aux limites [60]

Notre objectif consistera à la détermination des instabilités hydrodynamiques et thermiques qui naissent dans l'écoulement engendré par deux disques tournants en Co/contre-rotation, à l'intérieur d'une enceinte fixe rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr=0.015$), soumise à un champ magnétique orienté verticalement. Avec la compréhension qu'elle fournisse cette configuration, des mécanismes qui contrôlent la physique du mouvement, en faisant la comparaison entre l'écoulement en co-rotation et ce en contre-rotation des disques d'extrémités pour cela on va déterminer la valeur critique du nombre de Reynolds Re_{cr} , pour chaque valeur de Richardson, $Ri= 0, 0.5, 1, 2$ et 4 , et du nombre de Hartmann, $Ha=0$ (absence du champ magnétique), $5, 10, 20, 30$ (présence du champ magnétique).

Le mémoire présentant ce travail est organisé en quatre chapitres et une conclusion. Dans ce premier chapitre du mémoire nous avons rappelé l'intérêt pratique du thème, résidant derrière l'importance primordiale d'étudier la stabilité des écoulements tournants confinés avec et sans champ magnétique et l'effet du gradient axial de température sur la formation du vortex breakdown. Ainsi, une étude bibliographique est rapportée sur les instabilités hydrodynamiques et thermiques de convection forcée et mixte des métaux liquides dans des configurations similaires à celle traitée dans notre étude et les écoulements MHD.

Dans le deuxième chapitre, le modèle mathématique décrivant la convection mixte des écoulements axisymétriques, en régime transitoire, en coordonnées cylindriques dans le plan méridien (r, z) est présenté.

Dans le troisième chapitre, la méthode numérique des volumes finis pour la résolution des systèmes d'équations différentielles partielles couplées et non-linéaires est décrite en conjonction avec le schéma, le maillage et l'algorithme de résolution adoptés.

Le code de calcul est validés, et les résultats obtenus sont présentés, commentés et visuellement récapitulés dans le quatrième chapitre, suivi d'une conclusion.

Chapitre II

MODELE MATHEMATIQUE

Nous présentons dans ce chapitre, les équations modélisant le problème traité dans ce mémoire. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides conducteurs (tel le cas des métaux liquides) en convection laminaire mixte (naturelle et forcée). Elles sont fondées selon les lois physiques : de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes), et d'énergie. Mais en présence d'un champ magnétique, l'apparition d'une nouvelle force (force de Lorentz) au sein du liquide (écoulement MHD), ajoute une autre équation pour compléter le système. Les démonstrations nécessaires à l'obtention des équations susmentionnées décrivant la dynamique de l'écoulement de fluide laminaire avec transfert de chaleur sont bien expliquées, et illustrées dans beaucoup d'ouvrages de mécanique des fluides et de transferts thermiques par exemple la référence [61]

II.1. Géométrie du problème :

La géométrie de la configuration considérée (Fig. II-1) est une enceinte cylindrique de rayon R et de hauteur H , dont le rapport d'aspect fixe ($\gamma = H/R = 2$). L'enceinte contient du l'aluminium liquide caractérisé par un faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$). Le couvercle (disque inférieur) est en rotation à la vitesse angulaire constante Ω et maintenu à la température T_h , l'autre extrémité (disque supérieur) en Co/contre -rotation et maintenu à la température T_c , ($T_h > T_c$) (on appelle co-rotation l'écoulement obtenu lorsque les deux disques tournent dans le même sens avec la même vitesse de rotation, l'écoulement contre-rotation, lorsque les deux disques tournent en sens opposé à la même vitesse de rotation). La paroi latérale rigide est adiabatique. L'ensemble peut être soumis à un champ magnétique B de magnitude constante, uniforme et orienté verticalement vers le haut. Les parois de l'enceinte cylindrique sont électriquement isolées.

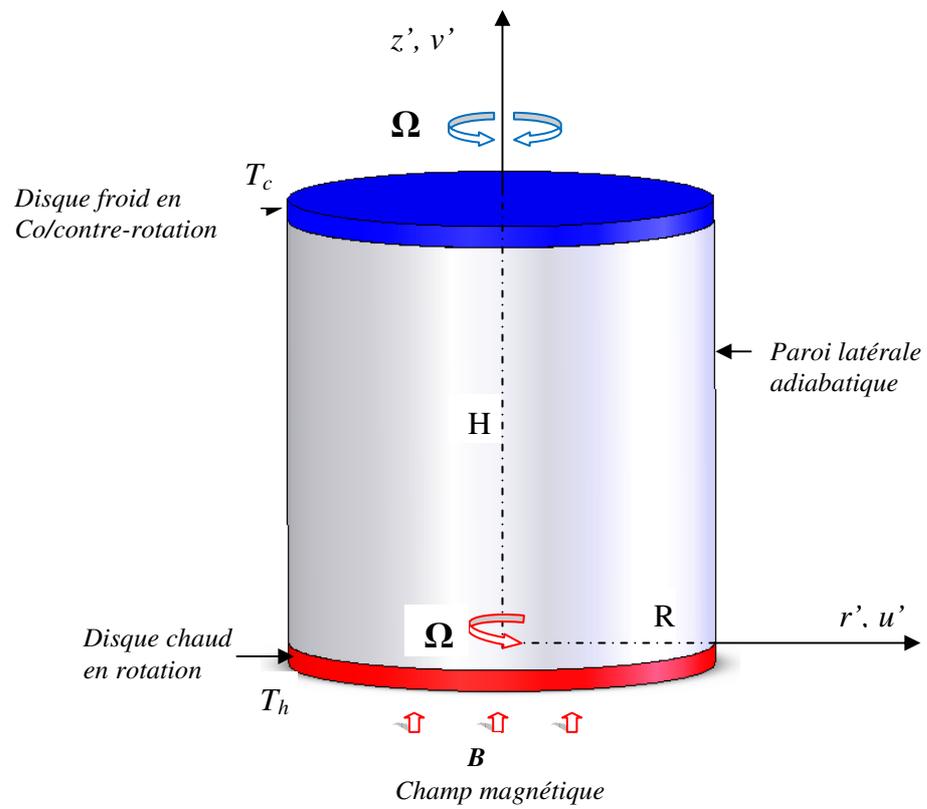


Figure II-1 : Géométrie de problème considéré

II.2. Hypothèses simplificatrices :

Afin d'aborder la résolution des équations régissant la convection mixte MHD d'un métal liquide, relatif à la géométrie déjà montrée, on va adopter les hypothèses de simplifications suivantes :

- ✓ L'écoulement avec tourbillon (swirl), laminaire et axisymétrique.
- ✓ Le métal liquide est incompressible (la masse volumique $\rho = Cste$) et Newtonien.
- ✓ L'effet Joule est négligeable.
- ✓ La dissipation visqueuse est négligeable.
- ✓ Le métal liquide est non-magnétisé puisque la perméabilité magnétique $\mu_m=1$.
- ✓ le nombre de Reynolds magnétique, un nombre adimensionnel qui caractérise la convection par rapport à la diffusion du champ magnétique, est supposé très faible ($R_m = \mu_0 \sigma \Omega R \ll 1$) : régime à diffusion prépondérante ; l'ordre de grandeur des courants électriques est tel que le champ magnétique est peu perturbé par les courants
- ✓ Les propriétés physiques du métal liquide (σ : conductivité électrique, λ : conductivité thermique, α : coefficient de diffusion thermique et ν : viscosité cinématique) sont supposées constantes.
- ✓ L'approximation de Boussinesq est valide : Si la variation de densité n'est pas large, on peut considérer la densité comme constante dans les termes transitoire et convectif, et la traiter comme variable seulement dans le terme gravitationnel suivant z' , en sachant qu'elle est exprimée par la formule [61] : $(\rho - \rho_0)g = -\rho_0 g \beta (T - T_0)$ où ρ_0 est la masse volumique de référence, et β est le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

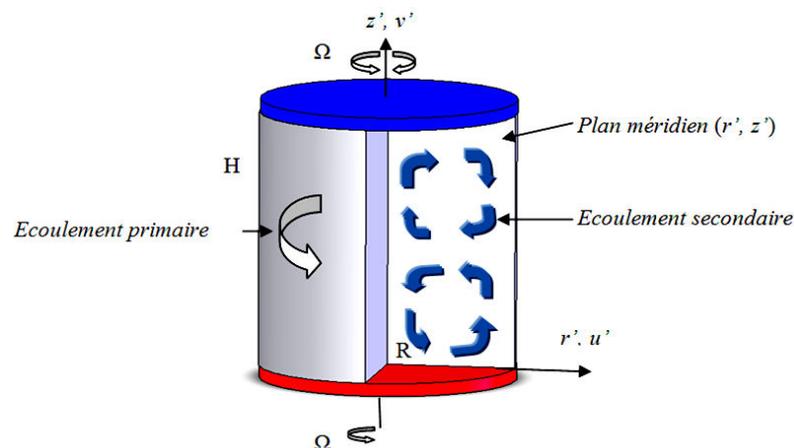


Figure II-2 : Volume de contrôle et mouvement considéré dans le repère de référence

II.3. Les équations gouvernant l'écoulement

Après l'application des hypothèses de simplification susmentionnées, les équations générales régissant l'écoulement secondaire du métal liquide (fig. II-2) dans le plan méridien, en considérant les forces de buoyancy (convection mixte). Ces équations rapportées à un système de coordonnées cylindriques (r', z', θ) sont données selon la description Eulérienne par :

- Equation de continuité

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial(r'u')}{\partial r'} + \frac{\partial v'}{\partial z'} = 0 \quad (\text{II-1})$$

- Equation de quantité de mouvement radiale:

$$\rho \left(\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial r'} + v' \frac{\partial u'}{\partial z'} - \frac{w'^2}{r'} \right) = - \frac{\partial P'}{\partial r'} + \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} - \frac{u'}{r'^2} \right) + f'_{Lr'} \quad (\text{II-2})$$

- Equation de quantité de mouvement axiale:

$$\rho \left(\frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial v'}{\partial r'} + v' \frac{\partial v'}{\partial z'} \right) = - \frac{\partial P'}{\partial z'} + \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial v'}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 v'}{\partial z'^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0) + f'_{Lz'} \quad (\text{II-3})$$

- Equation de quantité de mouvement azimuthale (Equation de swirl) :

$$\rho \left(\frac{\partial w'}{\partial t} + u' \frac{\partial w'}{\partial r'} + v' \frac{\partial w'}{\partial z'} + \frac{u'w'}{r'} \right) = \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial w'}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 w'}{\partial z'^2} - \frac{w'}{r'^2} \right) + f'_{L\theta} \quad (\text{II-4})$$

Où u', v', w' sont respectivement les composantes dimensionnelles de vitesse radiale, axiale et azimuthale, g est l'accélération de la pesanteur, ρ est la masse volumique du fluide et $f'_{Lr'}, f'_{Lz'}, f'_{L\theta}$ représentent respectivement les composantes de la force électromagnétique de Lorentz radiale, axiale et azimuthale donnée par la formule [44] :

$$f'_L = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (\text{II-5})$$

On note que pour l'écoulement secondaire (fig. II-2), la situation est purement bidimensionnelle (conséquence de l'axisymétrie), par suite la composante azimuthale w' de la vitesse est une grandeur scalaire, introduite dans ce systèmes d'équations seulement pour avoir une information de plus sur le champ de vitesse, et pour le calcul du potentiel électrique

- Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u' \frac{\partial T}{\partial r'} + v' \frac{\partial T}{\partial z'} = \alpha \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T}{\partial r'} \right) + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z'^2} \right) \right) \quad (\text{II-6})$$

Où $\alpha = \lambda / \rho C_p$: la diffusivité thermique du liquide, λ est sa conductivité thermique et C_p sa chaleur spécifique à pression constante.

• Equation de du potentiel électrique :

Cette équation est introduite aux systèmes d'équations gouvernant, lors de la présence du champ magnétique axial pour compléter ce système vis-à-vis l'apparition, d'une nouvelle force de volume (Force de Lorentz), dont les composantes sont les termes, $f'_{Lr'}$, $f'_{Lz'}$, $f'_{L\theta}$ ajoutés aux systèmes d'équations du Navier-Stokes (équations (II.2-II.4))

En supposant que la conductivité électrique σ du fluide est isotrope, la loi d'Ohm sera

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II-7})$$

Où \vec{j} est la densité volumétrique de courant et \vec{E} le champ électrique local. Suivons dans son mouvement un élément fluide ; dans un repère absolu, la dernière équation s'écrit :

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II-8})$$

$\vec{V} = u' \vec{e}_{r'} + v' \vec{e}_{z'} + w' \vec{e}_{\theta}$: désigne le vecteur de la vitesse dans le plan méridien

$\vec{B} = B \vec{e}_{z'}$: Le vecteur du champ magnétique

$\vec{e}_{r'}$, $\vec{e}_{z'}$, \vec{e}_{θ} : sont les vecteurs unitaires respectivement des directions radiale, axiale et azimutale dans le repère absolu.

Le courant électrique est conservé donc :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \quad (\text{II-9})$$

Et

$$\text{div} \vec{j} = 0 \quad (\text{II-10})$$

C.-à-d. : le courant électrique dérive d'un potentiel électrique φ

En substituant les équations (II-9) et (II-10) dans l'équation (II-8), on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \varphi + \vec{V} \wedge \vec{B}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta \varphi = \text{div}(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II-11})$$

Et en coordonnées cylindriques, l'équation du potentiel électrique φ s'écrit :

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \varphi}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} = B \left(\frac{w'}{r'} + \frac{\partial w'}{\partial r'} \right) \quad (\text{II-12})$$

Mais dans les équations de quantité de mouvement, en sachant que les composantes de vecteur densité de courant électrique soient, d'après les équations (II-8) et (II-9)

$$j_{r'} = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial r'} + w' B \right) \quad (\text{II-13a})$$

$$j_{z'} = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z'} \right) \quad (\text{II-13b})$$

$$j_{\theta} = \sigma(-u' B) \quad (\text{II-13c})$$

Les composantes de la force EM $f'_{Lr'}$, $f'_{Lz'}$, $f'_{L\theta}$ peuvent être exprimées comme suit :

$$f'_{Lr'} = -\sigma u' B^2 \quad (\text{II-14a})$$

$$f'_{Lz'} = 0 \quad (\text{II-14b})$$

$$f'_{L\theta} = \sigma B \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r'} - w' B \right) \quad (\text{II-14c})$$

Ces formules sont exprimées en termes de quantités dimensionnelles.

II.4. Formes adimensionnelles des équations :

Les expérimentales des écoulements sont souvent effectuées sur des modèles et les résultats sont montrés dans une forme sans dimensions, permettant ainsi des mesures échelonnées vers les conditions réelles des écoulements. La même approche peut être aussi entreprise dans des études numériques. Les équations gouvernant peuvent être transformées à la forme sans dimensions en employant la normalisation appropriée.

En introduisant les variables adimensionnelles suivantes respectivement pour le temps, la longueur, la vitesse, la pression, la température et le potentiel électrique :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{(1/\Omega)}, & r &= \frac{r'}{R}, & z &= \frac{z'}{R} \\ u &= \frac{u'}{(\Omega R)}, & v &= \frac{v'}{(\Omega R)}, & w &= \frac{w'}{(\Omega R)} \\ P &= \frac{P'}{\rho(\Omega R)^2}, & \Theta &= \frac{T-T_c}{T_h-T_c}, & \Phi &= \frac{\varphi}{(\Omega R^2 B)} \end{aligned}$$

Les équations adimensionnelles gouvernant le système s'écrivent alors :

- Equation de continuité

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (\text{II-15})$$

- Equation de quantité de mouvement radiale:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{w^2}{r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) + NF_{Lr} \quad (\text{II-16})$$

- Equation de quantité de mouvement axiale:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Ri \cdot \Theta \quad (\text{II-17})$$

- Equation de quantité de mouvement azimutale (Equation de swirl) :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \tau} + u \frac{\partial w}{\partial r} + v \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{uw}{r} \right) = \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{w}{r^2} \right) + NF_{L\theta} \quad (\text{II-18})$$

- Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \Theta}{\partial r} + v \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{1}{Re.Pr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right) \right) \quad (\text{II-19})$$

- Equation de du potentiel électrique :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \left(\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (\text{II-20})$$

Avec :

- Le nombre de Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$,
- Le nombre de Reynolds : $Re = \frac{\Omega R^2}{\nu}$
- Le nombre de Richardson : $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{\beta g(T_h - T_c)}{\Omega^2 R}$
- $Gr = \frac{\beta(T_h - T_c)gR^3}{\nu^2}$ le nombre de Grashof, qui exprime le rapport des forces buoyancy aux forces de viscosité.
- $N = \frac{Ha^2}{Re} = \frac{\sigma B^2}{\rho \Omega}$: Paramètre d'interaction qui représente le ratio entre les forces électromagnétiques et celles d'inertie [38]
- $Ha = BR\sqrt{\sigma/\rho\nu}$: Le nombre de Hartmann définit le rapport des forces électromagnétiques aux forces de viscosité [38]

Dans les équations de quantité de mouvement, F_{Lr} , F_{Lz} , $F_{L\theta}$ sont respectivement les forces de Lorentz adimensionnelles dans les directions radiale, axiale et azimutale, dont les expressions sont obtenues après normalisation des composantes dimensionnelles f'_{Lr} , f'_{Lz} , $f'_{L\theta}$

$$F_{Lr} = -u \quad (\text{II-21a})$$

$$F_{Lz} = 0 \quad (\text{II-21b})$$

$$F_{L\theta} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} - w \quad (\text{II-21c})$$

Les courants électriques adimensionnels dans les directions r , z et θ sont respectivement :

$$J_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + w \quad (\text{II-22a})$$

$$J_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (\text{II-22b})$$

$$J_\theta = -u \quad (\text{II-22c})$$

II.5. Les conditions aux limites et initiales:

II.5.1. Les conditions initiales :

Les conditions initiales sont prises pour chaque lancement de calculs comme étant la solution obtenue par le calcul antécédent (les répartitions de u , v , w , p , Φ et Θ dans le fluide). Pour la première exécution, on a supposé que le liquide soit au repos et la répartition de température soit nulle, ainsi qu'un champ de potentiel électrique partout nul dans le volume de contrôle. Alors à $\tau=0$ on aura :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \Theta = 0, \Phi = 0 \quad (0 < r < 1, 0 < z < \gamma) \quad (\text{II-23})$$

II.5.2. Les conditions aux limites :

Les conditions aux limites des quantités adimensionnelles pour l'écoulement de swirl avec transfert de chaleur et un champ magnétique, ainsi que les parois de l'enceinte cylindrique sont électriquement isolantes.

Pour un instant $\tau > 0$, sur l'axe de symétrie :

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial r} = 0, w = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0, (r = 0, 0 \leq z \leq \gamma) \quad (\text{II-24a})$$

A la paroi latérale adiabatique et électriquement isolée :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0, (r = 1, 0 \leq z \leq \gamma) \quad (\text{II-24b})$$

Au disque inférieur chaud et en rotation

$$u = 0, v = 0, w = r, \Theta = 1, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, (z = 0, 0 \leq r \leq 1) \quad (\text{II-24c})$$

Au disque supérieur froid en Co/contre-rotation :

- Co-rotation

$$u = 0, v = 0, w = r, \Theta = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, (z = \gamma, 0 \leq r \leq 1) \quad (\text{II-24d})$$

- Contre-rotation

$$u = 0, v = 0, w = -r, \Theta = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, (z = \gamma, 0 \leq r \leq 1) \quad (\text{II-24e})$$

En récapitulation, ces conditions aux limites sont visualisées schématiquement sur la figure (II-3).

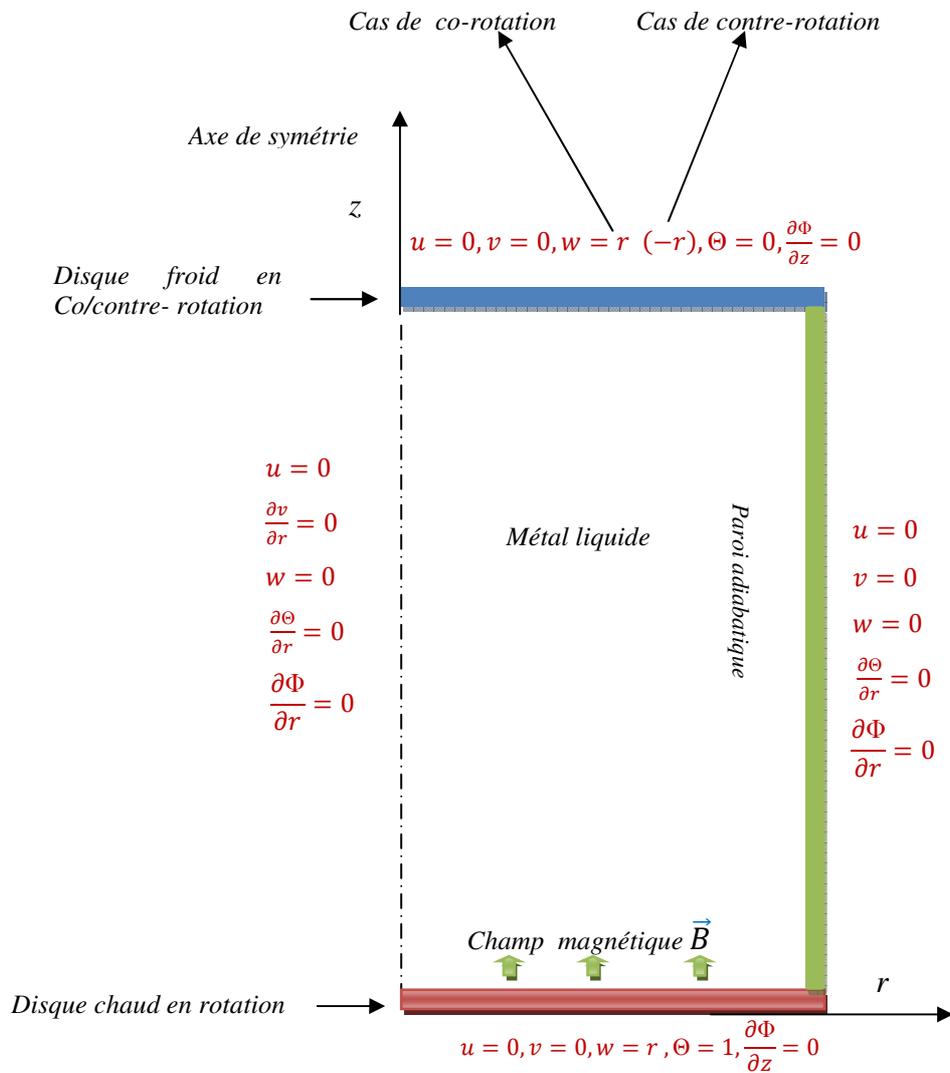


Figure II-3 : Conditions aux limites du problème adimensionnel

II.6 Paramètre d'analyse

Après la résolution des équations régissant la convection mixte de la cavité cylindrique remplie du métal liquide considéré, les six inconnues u, v, w, p, Θ, Φ donnent quantitativement une vue sur le phénomène étudié mais, ils existent d'autres paramètres qui peuvent attribuer aux solutions plus de clarté et substantialité quantitativement et qualitativement, et facilitent l'analyse du phénomène étudié. Quelques paramètres dont la nature peut différer (critère adimensionnel, fonction mathématique,... etc.), sont utilisés dans ce travail pour éclaircir la vision physique du problème.

II.6.1. La fonction de courant

Nous utilisons cet intelligent dispositif seulement pour identifier les lignes de courant hydrodynamique. La fonction de courant Ψ (dite de Stokes) est définie en coordonnées cylindriques pour un écoulement incompressible, axisymétrique ($\partial/\partial\theta = 0$) par :

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (\text{II-25})$$

$\Psi(r, z) = \text{Cste}$ (la fonction Ψ reste constante le long d'une ligne de courant)

II.6.2. La vorticité

Un autre outil la vorticité qui est associée au vecteur vitesse local \vec{V} , est définie par :

$$\omega = \overrightarrow{Rot} \vec{V} \quad (\text{II-26})$$

Mais dans les calculs on s'intéresse seulement à la composante azimutale de la vorticité, en la nommant vorticité elle-même :

$$\omega = \omega_\theta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \quad (\text{II-27})$$

II.6.3. Le nombre de Nusselt :

Cet outil est un nombre adimensionnel, aide à analyser les transferts thermiques par convection aux frontières, puisque il est inversement proportionnel à l'épaisseur δ_t de la couche limite thermique, et défini localement comme [45]

$$Nu(r) = -\frac{\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_{z'=0}}{\lambda \left(\frac{T_h - T_c}{H} \right)} = -\gamma \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} \quad \text{Avec} \quad \gamma = H/R \quad (\text{II-28})$$

Le nombre de Nusselt moyen calculé pour chaque disque d'extrémité de l'enceinte cylindrique

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} Nu(r) r d\theta dr \quad \text{Alors} \quad \overline{Nu} = 2 \int_0^1 Nu(r) r dr \quad (\text{II-29})$$

Chapitre III

METHODE DE RESOLUTION

Les équations régissant le phénomène étudié sont des équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires, dont la résolution analytique ne peut être possible au moyen des outils d'analyse mathématique contemporain. Mais, une solution numérique peut être possible en transformant ces équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations. Pour notre présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations du modèle mathématique.

Pour déterminer le champ de la variable dépendante ϕ dans un domaine d'étude par la méthode des volumes finis, les étapes à suivre sont essentiellement :

- Bien définir le domaine d'étude et le décomposer en de petits sous domaines appelés volumes finis.
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini obtenant ainsi une équation de bilan (Taux d'accumulation de ϕ dans le volume = flux entrant net de ϕ à travers les faces du volume + taux de production net de ϕ dans le volume).
- Discrétiser les différents termes de la forme intégrée de l'équation de transport (transformer l'équation différentielle ponctuelle en un système d'équations algébriques).
- Incorporer les conditions initiales et aux limites appropriées.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (itérative ou semi-itérative ou directe) pour un champ approché de ϕ dans des points discrets du domaine considéré.

Un avantage attirant de la méthode des volumes finis est qu'elle satisfait le bilan intégral de ϕ exactement sur chaque volume fini et donc sur tout le domaine. Cette méthode peut accommoder n'importe quel type de maillage, même pour les géométries complexes. Le

maillage définit seulement les frontières de volume de contrôle et n'a pas besoin d'être rapporté à un système de coordonnées. L'approche par volumes finis est peut-être la plus simple à comprendre et à programmer. Tous les termes qui doivent être approchés ont la signification physique c'est pourquoi cette méthode est choisie

III.1 Maillage

Le domaine physique est divisé en un certain nombre de volumes finis. Sur la figure (III-1), on montre un ensemble de volumes de contrôle bidimensionnels typiques

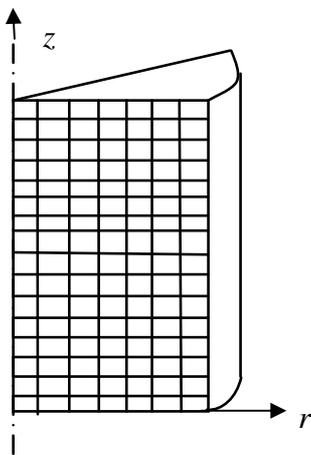


Figure III-1 : Maillages bidimensionnels axisymétrique

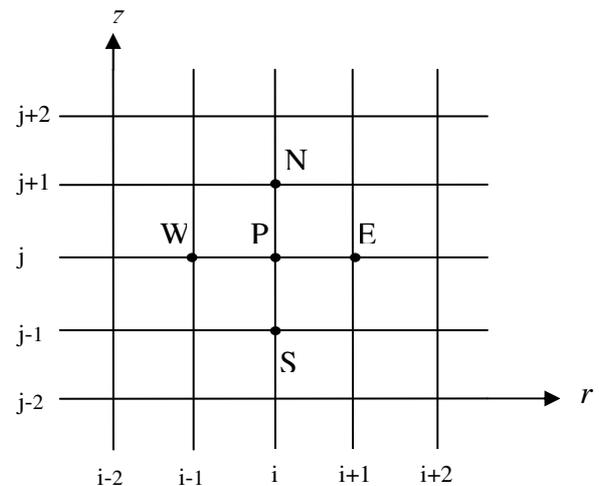


Figure III-2 : Nœuds du maillage

Les variables dépendantes sont stockées dans des points discrets appelés nœuds (points d'intersection des lignes du maillage) voir figure. (III-2). Les nœuds sont numérotés de 1 à N_i , suivant r le nœud (i, j) est appelé P, il est entouré par les nœuds E (Est), N (Nord), W (West) et S (Sud). À chaque nœud est associé un volume fini (fig. III-3), les faces du volume sont situées au milieu entre les nœuds, la surface de VC consiste en quatre plans, notés par des lettres minuscules correspondant à leur direction e, w, n et s (Exemple : la face w est au milieu entre les nœuds W et P).

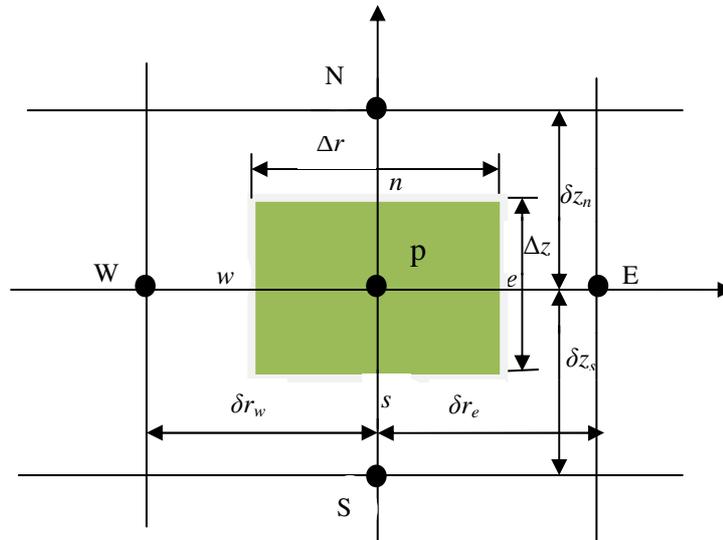


Figure III-3 : Volume de contrôle typique

Les incréments de distance $\Delta r, \Delta z, \delta r_e, \delta z_n, \delta r_w, \delta z_s$ sont définis sur la (fig. III-3). Les scalaires ϕ (composantes de vitesse azimutale w , pression P , température Θ et potentiel électrique Φ) sont stockés au nœud central. Les composantes de vitesse u et v sont stockées dans des nœuds décalés, (fig. III-4) l'emploi de tels maillages entrelacés permet le calcul des gradients de pression dans les équations de quantité de mouvement, sans interpolation des pressions et le calcul des flux convectifs dans les équations sans interpolations des vitesses, et d'éviter l'instabilité bien connue « *checkerboard* » [62] : dans lequel des cellules de réseau supplémentaires montrent des solutions complètement différentes.

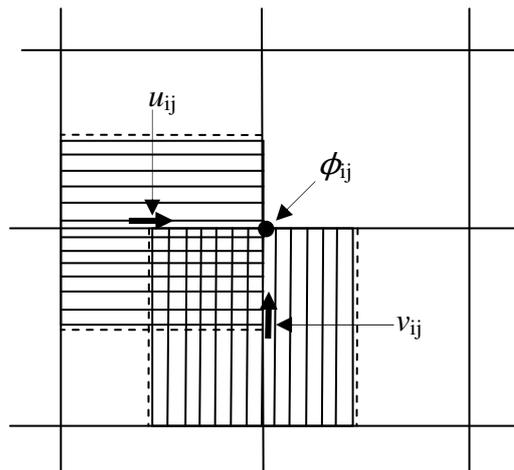


Figure III-4 : Volume de contrôle décalés pour u et v dans un maillage entrelacé

Dans les écoulements MHD, les couches limites de Hartmann se développent et diffèrent de celles ordinaires présentes en situation purement hydrodynamique. Aux parois perpendiculaires au champ magnétique, les couches limites de Hartmann sont caractérisées par une décroissance exponentielle de la vitesse vers la paroi [44-45] et [52]. Aux parois parallèles au champ magnétique, une couche appelée couche parallèle existe, et cela engendre d'importants gradients de vitesse et de température. Dans le but de comprendre ce qu'il s'est produit aux couches de Hartmann et parallèles, en prenant en considération la loi de variation de leurs épaisseurs, on a raffiné le réseau de maillage près des parois selon une progression géométrique de raison 1.05 dans la direction r et 1.05 dans la direction z (Fig. III-5).

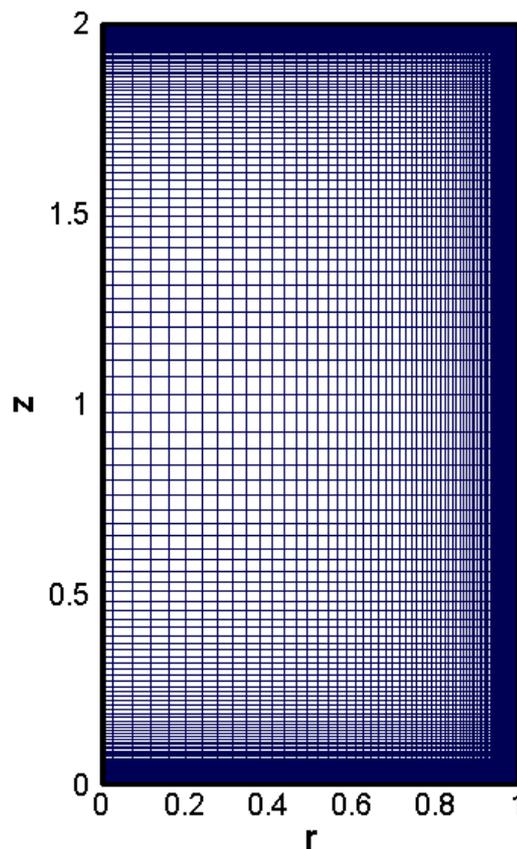


Figure III-5 : Maillage utilisé avec raffinement près des parois ($n_r \times n_z = 80 \times 160$), nombres de nœud suivant les directions r et z

III.2. Discrétisation implicite de l'équation générale de transport :

Les équations locales instantanées régissant l'écoulement en question peuvent s'écrire selon la suivante forme de l'équation généralisée de transport d'une variable dépendante ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial(u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial z} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right) + S_{\phi} \quad (\text{III-1})$$

Où :

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: représente le terme transitoire.

$\frac{\partial(u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial z}$: représente le transport par convection de ϕ

$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right)$: représente la diffusion de ϕ

S_{ϕ} : représente le terme source.

Le tableau suivant rassemble les expressions de la variable dépendante ϕ , du coefficient de diffusion Γ_{ϕ} et du terme source S_{ϕ} concernant les équations adimensionnelles citées au précédent chapitre (Eqs. (II.15-II.19)). Cependant, pour l'équation du potentiel électrique (Eq. II.20), elle est de type Poisson bien connue, et représente la loi de comportement pour la quantité Φ en régime stationnaire, et nous faisons abstraction des termes transitoires et de convection pour l'écrire sous la forme de transport générale (Eq. III.1).

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	$-u/r$
Quantité de mouvement radiale	u	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{Re} \cdot \frac{u}{r^2} - \frac{Ha^2}{Re} u + \frac{w^2}{r}$
Quantité de mouvement axiale	v	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial z} + Ri \cdot \Theta$
Quantité de mouvement azimutale	w	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{1}{Re} \cdot \frac{w}{r^2} + \frac{Ha^2}{Re} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} - w \right) - \frac{uw}{r}$
L'énergie	Θ	$\frac{1}{Re.Pr}$	0
Potentiel électrique	Φ	1	$-\frac{w}{r} - \frac{\partial w}{\partial r}$

Tableau III-1 : Différentes quantités transportées et leurs termes de transport

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante ϕ , on intègre l'équation générale de transport (III.1) suivant r et z après multiplication par r sur un volume fini de contrôle typique de dimensions $\Delta r \times \Delta z$ par unité de profondeur (pour plus de détail voir [62] et [65]) on obtient la forme algébrique finale suivante:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{III-2}$$

Les coefficients multiplicatifs (a_P, a_E, a_W, a_N, a_S) de la variable dépendante ϕ ainsi que le terme b de l'équation (III.2) sont décrits en détail dans le livre de Patankar [62] et sont rappelés ci-dessous:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \tag{III-3a}$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \tag{III-3b}$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \tag{III-3c}$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \tag{III-3d}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{P^0} \tag{III-3e}$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^0}{\Delta \tau} \right) r_P \Delta r \cdot \Delta z \tag{III-3f}$$

Avec $a_P, a_E, a_W, a_N,$ et a_S sont respectivement les coefficients correspondants aux nœuds central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle et a_{P^0} est le coefficient de la variable générale ϕ à calculer au point P en un instant précédent par :

$$a_{P^0} = \frac{r_P \Delta r \Delta z}{\Delta \tau} \tag{III-3g}$$

b : appelé terme source, qui englobe tous les termes supposés être constants dans le volume de contrôle. D_e, D_w, D_n, D_s et F_e, F_w, F_n, F_s sont respectivement les termes diffusifs et convectifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud. Leurs expressions sont :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta r_e} r_e \cdot \Delta z \quad (\text{III-4a})$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta r_w} r_w \cdot \Delta z \quad (\text{III-4b})$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta z_n} r_p \cdot \Delta r \quad (\text{III-4c})$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta z_s} r_p \cdot \Delta r \quad (\text{III-4d})$$

$$F_e = u_e r_e \cdot \Delta z \quad (\text{III-4e})$$

$$F_w = u_w r_w \cdot \Delta z \quad (\text{III-4f})$$

$$F_n = v_n r_p \cdot \Delta r \quad (\text{III-4g})$$

$$F_s = v_s r_p \cdot \Delta r \quad (\text{III-4h})$$

$$\text{Avec: } P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (\text{III-5})$$

Ces nombres appelés nombres du Peclet, désignent les rapports des flux convectifs aux flux diffusifs aux différentes faces du volume de contrôle. Les coefficients $a_p, a_E, a_W, a_N,$ et a_S dépendent du schéma numérique choisi et du nombre de Peclet.

Dans tous nos calculs, on a utilisé le schéma numérique de différences centrées [62]. Ce choix est motivé par le fait que ce schéma soit le plus usuellement utilisé dans la littérature pour découvrir les instabilités physiques. Ce schéma est donné par la fonction suivante:

$$A(|P_i|) = 1 - 0.5|P_i| \quad ; \quad i = e, w, n, s \quad (\text{III-6})$$

Cependant la résolution de l'équation (III.2) fait apparaître deux difficultés :

- les coefficients des équations discrètes dépendent des valeurs des variables, le système n'est donc pas linéaire.
- Les termes source des équations de quantité de mouvement font intervenir le gradient de pression.

III.3. Discrétisation de l'équation du potentiel électrique :

On multiplie l'équation du potentiel électrique (Eq. II.20) par r et on l'intègre sur un VC typique de dimensions $\Delta r \times \Delta z$ par unité de profondeur, on obtient :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) r dr dz + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} r dr dz = \int_s^n \int_w^e \left(\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) r dr dz \quad (\text{III-7})$$

Explicitons chaque terme :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) r dr dz = \int_s^n \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_w^e dz = \left[\left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_e - \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_w \right] \Delta z \quad (\text{III-8})$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} r dr dz = \int_w^e \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_s^n r dr = \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_n - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_s \right] r_p \Delta r \quad (\text{III-9})$$

Pour le terme de source, on prend sa valeur moyenne, en supposant que la quantité w ne varie pas sur le VC (c.-à-d.): $\left(\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \right)$

$$\begin{aligned} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) r dr dz &= \int_s^n \int_w^e \left(\frac{w}{r} \right) r dr dz \\ \int_s^n \int_w^e \left(\frac{w}{r} \right) r dr dz &= \int_s^n [w \cdot r]_w^e dz = [(rw)_e - (rw)_w] \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III-10})$$

On obtient l'équation linéaire générale, liant la valeur du potentiel électrique Φ au centre P du VC avec les valeurs nodales des VC voisins :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (\text{III-11})$$

Où ces coefficients sont :

$$a_E = \frac{r_e \Delta z}{\delta r_e} \quad (\text{III-12a})$$

$$a_W = \frac{r_w \Delta z}{\delta r_w} \quad (\text{III-12b})$$

$$a_N = \frac{r_p \Delta r}{\delta z_n} \quad (\text{III-12c})$$

$$a_S = \frac{r_p \Delta r}{\delta z_s} \quad (\text{III-12d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III-12e})$$

$$\text{Et le terme source constant : } b = (r_w w_w - r_e w_e) \Delta z \quad (\text{III-12f})$$

III.4. Algorithmes de résolution:

Pour résoudre les systèmes d'équations algébriques résultants des discrétisations des équations régissant le mouvement par la méthode des volumes finis, il faut remédier aux deux difficultés mentionnées à la fin de la section (III.2). Pour cette raison, on a fait appel à l'algorithme SIMPLER (Patankar [62]) pour construire les coefficients formant les systèmes des équations algébriques. Puis on les résout par l'algorithme TDMA [62], qui est plus approprié à ce genre de systèmes algébriques.

III.4.1 Algorithme SIMPLER :

La résolution des équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité donne en principe le champ des vitesses et le champ de pression. La question est : comment peut-on obtenir les pressions de l'équation de continuité si les vitesses sont obtenues des équations de quantité de mouvement? L'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equation Revised) est une méthode itérative qui permet justement le calcul des vitesses et la pression. Après convergence de la solution, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément l'équation de continuité et l'équation de quantité de mouvement.

Après intégration sur un volume fini et discrétisation des différents termes on aboutit à la forme algébrique des équations de quantité de mouvement

$$\left. \begin{aligned} a_e u_e &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i u_i + b_u + (P_P - P_E) \cdot A_e \\ a_n v_n &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i v_i + b_v + (P_P - P_N) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad \text{(III-13)}$$

Sur la base d'un champ de pression estimée P^* , ces équations donnent un champ de vitesses u^* et v^* qui ne satisfont pas l'équation de continuité. On a les relations :

$$\left. \begin{aligned} a_e u_e^* &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i u_i^* + b_u + (P_P^* - P_E^*) \cdot A_e \\ a_n v_n^* &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i v_i^* + b_v + (P_P^* - P_N^*) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad \text{(III-14)}$$

Pour aboutir à des champs corrects de vitesse et de pression u, v et P il faut corriger u^*, v^* et P^* Comme suit :

$$u = u^* + \tilde{u}$$

$$v = v^* + \tilde{v}$$

$$P = P^* + \tilde{P}$$

Comment déterminer les corrections de vitesse \tilde{u} et \tilde{v} et la pression \tilde{P} ?

Soustrayons (III-14) de (III-13) on obtient :

$$\left. \begin{aligned} a_e \tilde{u}_e &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{u}_i + (\tilde{P}_P - \tilde{P}_E) \cdot A_e \\ a_n \tilde{v}_n &= \sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{v}_i + (\tilde{P}_P - \tilde{P}_E) \cdot A_n \end{aligned} \right\} \quad \text{(III-15)}$$

A ce stade les termes $\sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{u}_i$ et $\sum_{i=E,W,N,S} a_i \tilde{v}_i$ sont omis. A noté que la solution finale des champs de vitesse et de pression ne contiendra pas d'erreur due à cette omission puisque tous les termes de ces équations tendent vers zéro. On obtient donc, pour les 4 faces e, w, n, s du volume central.

$$\left. \begin{aligned} u_e &= u_e^* + d_e(\tilde{P}_P - \tilde{P}_E) & \text{Où} & \quad d_e = A_e/a_e \\ u_w &= u_w^* + d_w(\tilde{P}_W - \tilde{P}_P) & & \quad d_w = A_w/a_w \\ v_n &= v_n^* + d_n(\tilde{P}_P - \tilde{P}_N) & & \quad d_s = A_n/a_n \\ v_s &= v_s^* + d_s(\tilde{P}_S - \tilde{P}_P) & & \quad d_s = A_s/a_s \end{aligned} \right\} \quad \text{(III-16)}$$

$A_e = A_w$: Surface ($\Delta z \times 1$)
 $A_s = A_n$: Surface ($\Delta r \times 1$)

En fait les vitesses peuvent être corrigées à condition que l'on ait une estimation du champ des corrections des pressions. C'est l'équation de continuité qui va être transformée pour donner une équation des corrections de pression.

L'intégration et la discrétisation de l'équation de continuité par rapport à un volume de contrôle central (pour un fluide compressible) donne.

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta r \Delta z}{\Delta \tau} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta z + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta r = 0 \quad \text{(III-17)}$$

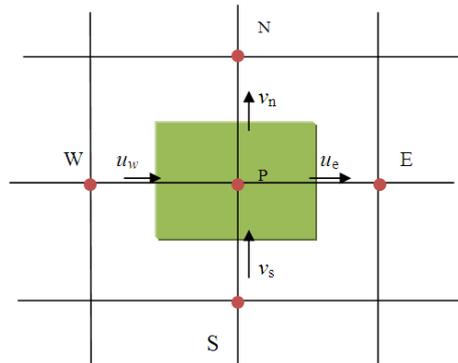


Figure III-6 : Volume de contrôle de l'équation de continuité

Substituons maintenant à la place des vitesses les expressions reliant les corrections de pression \tilde{P}_P , \tilde{P}_E , \tilde{P}_W , \tilde{P}_N , \tilde{P}_S :

$$a_P \tilde{P}_P = a_E \tilde{P}_E + a_W \tilde{P}_W + a_N \tilde{P}_N + a_S \tilde{P}_S + b_m \quad (\text{III-18})$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Où } a_E &= \rho d_e \Delta z, a_W = \rho d_w \Delta z, a_N = \rho d_n \Delta r, a_S = \rho d_s \Delta r \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-19})$$

$$b_m = \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta r \Delta z}{\Delta \tau} + [(\rho u^*)_W - (\rho u^*)_E] \Delta z + [(\rho v^*)_S - (\rho v^*)_N] \Delta r = 0 \quad (\text{III-20})$$

• Equation de la pression

L'équation utilisée pour obtenir le champ de pression et interprétée comme suite :

L'équation de mouvement (III-13) (pour le coté Est) peuvent s'écrire :

$$u_e = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_e)}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{III-21})$$

Où d_e donner par l'équation (III-16)

Maintenant nous définissons les pseudo-vitesses \hat{u} et \hat{v} donnée par les équations

$$\hat{u}_e = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_e)}{a_e} \quad (\text{III-22a})$$

$$\hat{u}_w = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i u_i + b_w)}{a_w} \quad (\text{III-22b})$$

$$\hat{v}_n = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i v_i + b_n)}{a_n} \quad (\text{III-22c})$$

$$\hat{v}_s = \sum_{i=E,W,N,S} \frac{(a_i v_i + b_s)}{a_s} \quad (\text{III-22d})$$

Ici b_e, b_w, b_n et b_s sont les termes de source ne contenant pas les gradients de pression.

Ainsi les vitesses s'écrivent :

$$u_e = \hat{u}_e + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{III-23a})$$

$$u_w = \hat{u}_w + d_w (P_W - P_P) \quad (\text{III-23b})$$

$$v_n = \hat{v}_n + d_n (P_P - P_N) \quad (\text{III-23c})$$

$$v_s = \hat{v}_s + d_s (P_S - P_P) \quad (\text{III-23d})$$

Il est facile de voir la similitude entre ces équations et (III-16)). Ici \hat{u} , \hat{v} apparaissent au lieu de u^* , v^* et la pression P lui-même remplace \tilde{P} , une équation pour la pression résulte :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad (\text{III-24})$$

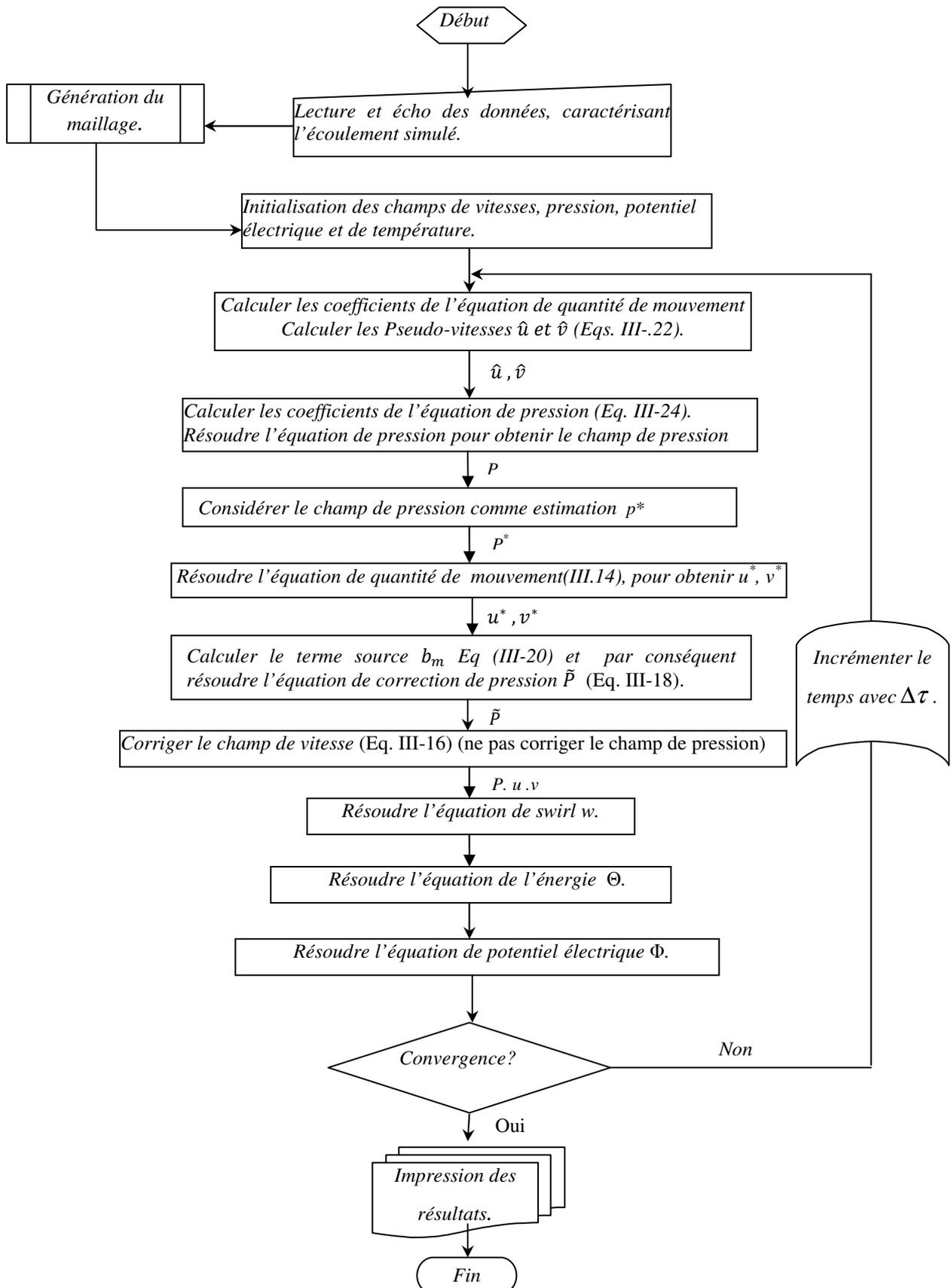
Avec a_E, a_W, a_N, a_S et a_P donner par Eq (III-19)

$$b = \frac{(\rho_P - \rho_P^0) \Delta r \Delta z}{\Delta \tau} + [(\rho \hat{u})_W - (\rho \hat{u})_E] \Delta z + [(\rho \hat{v})_S - (\rho \hat{v})_N] \Delta r \quad (\text{III-25})$$

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLER [62] est la suivante :

- 1- Deviner un champ de vitesse
- 2- Calculer les coefficients de l'équation de quantité de mouvement et par conséquent calculer les pseudo-vitesses \hat{u} et \hat{v} donnée par les équations :(III-22a)-(III-22d)
- 3- calculer les coefficients de l'équation de pression (III-24), et on la résout pour obtenir le champ de pression
- 4- Considérer le champ de pression comme estimation P^* , et résoudre l'équation de mouvement pour obtenir u^*, v^* .
- 5- Calculer le terme source b_m (Eq. III-20) et par conséquent résoudre l'équation de correction de pression \tilde{P}
- 6- Corriger le champ de vitesse en utilisant l'équation (III-16), mais ne pas corriger la pression.
- 7- Résoudre : - l'équation de swirl, et obtenir w .
- l'équation de l'énergie, pour obtenir Θ .
- l'équation de potentiel électrique Φ en utilisant les valeurs de w déjà obtenues.
- 8- Retourner à l'étape 2, avec le nouveau champ de vitesse jusqu'à convergence.

L'organigramme suivant montre les étapes entreprises pour programmer la méthode numérique de résolution et simuler le phénomène étudié.



III.4.2 Algorithme TDMA :

Dans le but de résoudre le système d'équations algébriques bidimensionnelles résultant on effectuera un double balayage qui consiste à déterminer les valeurs de la variable ϕ sur chaque ligne du domaine de calcul indépendamment des autres lignes, en conséquence, le système se transforme en un système unidimensionnel, et on considère les termes des autres dimensions comme des constantes en les ajoutant au terme source de la dimension dont-on veut résoudre son système. Le système d'équations en vertu du balayage est constitué d'une matrice tridiagonale qui peut être résolu par l'algorithme de TDMA [62].

Pour le nœud (i, j) du maillage, l'équation (III-2) peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle.

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + d_i \quad ; \quad i \text{ variant de } 1 \text{ à } N \quad (\text{III-26})$$

En réécrivant cette équation pour $i=i+1$ et en combinant les deux formes on peut écrire une relation liant uniquement ϕ_i et ϕ_{i+1}

$$\phi_i = G_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (\text{III-27})$$

Où G et Q sont deux tableaux de forme :

$$G_i = \frac{b_i}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad ; \quad Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i G_{i-1}} \quad (\text{III-28})$$

L'équation (III-26) pour $i=1$ (bord gauche) donne :

$$a_1 \phi_1 = b_1 \phi_2 + d_1 \quad (\text{III-29})$$

Naturellement il n'y a pas de point en $(i-1)$ étant donné que l'on est au bord.

Maintenant pour $i=N$ (bord droit) on a :

$$a_N \phi_N = b_N \phi_{N-1} + d_N \quad (\text{III-30})$$

De même que précédemment, il n'y a pas cette fois de point à droite en $i+1$.

Le calcul de G et Q en ces deux points donne :

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } i=1 \quad \quad \quad G_1 = \frac{b_1}{a_1} ; \quad Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \\ \text{b) } i=N \quad \quad \quad G_N = 0 ; \quad Q_N = \frac{d_N + c_N Q_{N-1}}{a_N - c_N G_{N-1}} \end{array} \right\} \quad (\text{III-31})$$

Étant donné les relations (III-28) liant G_i et Q_i à G_{i-1} et Q_{i-1} , la séquence de calcul est la suivante

- a) calcul de G_1 et Q_1
- b) pour $i=2$ à N calcul des G_i et Q_i
- c) Au point N , la relation (III-27) donne directement : $\phi_N = Q_N$
- d) Le calcul des ϕ_i s'effectue en « redescendant » :

Pour $i=N-1$ à 1 calcul des ϕ_i par la relation (III-27).

Cet algorithme permet donc la résolution d'un système de N équation à N inconnues, en évitant l'utilisation de matrices. Le surcoût de stockage est uniquement de deux tableaux de dimension N.

III.5. Critères de convergence:

Les calculs sont effectués avec continuation jusqu'à la satisfaction des critères de convergence qui consiste à déterminer l'écart entre les nombres de Nusselt moyens aux deux disques (froid \overline{Nu}_c et chaud \overline{Nu}_h), et signaler l'arrêt des calculs si cet écart ne dépassera pas une valeur de tolérance δ :

$$|\overline{Nu}_c - \overline{Nu}_h| \leq \delta \quad (\text{Avec } \delta = 5.10^{-5}) \quad \text{(III-30)}$$

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés dans ce chapitre sont obtenus pour un écoulement tournant confiné dans une cavité cylindrique, de convection mixte sans et avec présence de champ magnétique, avec un rapport d'aspect $\gamma=2$ et $Pr=0.015$, (cas des métaux liquides). Ces résultats numériques sont présentés graphiquement sous plusieurs formes (des lignes de courant, des isothermes, des potentiel, courant électrique et iso-valeurs des vitesses...etc) dans les deux cas traité : la co-rotation des disques d'extrémités et la contre-rotation. Pour bien présenter notre travail on a divisé ce chapitre en deux parties :

La première partie traite le problème sans champ magnétique, la deuxième partie concerne l'effet d'un champ magnétique sur la stabilité hydrodynamique et thermique en régime transitoire, on appliquant un champ magnétique axiale de diverses intensités en passant par la variation du nombre de Hartmann Ha . On va déterminer les nombres de Reynolds critiques Re_{cr} et leurs correspondants en fréquences critiques F_{cr} pour différentes valeurs des nombres de Richardson Ri , en faisant au même temps une comparaison entre les différents paramètres pour la co-rotation et la contre-rotation des disques d'extrémités de la cavité cylindrique de la configuration décrite au chapitre II.

Pour assuré des résultats numériques plus fiable, on commence par examiner l'effet du maillage sur la solution numérique, et déduire la qualité de l'approximation du solution, puis la validation du code utilisé dans les calculs, on compare les résultats trouvés avec d'autres données expérimentales et numériques trouvées dans la littérature.

IV.1. Effet du maillage :

L'indépendance des solutions numériques vis-à-vis de la grille de maillage utilisée, est vérifiée pour des valeurs représentatives de paramètres. Avec différentes grilles de maillage on a calculé les valeurs Max et Min pour u , v , Ψ , Nu_c et Nu_h pour le cas $Pr=0.015$, $Re=600$, $Ri=2.0$, $Ha=0$ et un pas de temps adimensionnel $\Delta\tau=10^{-3}$ (co-rotation) et pour le cas $Pr=0.015$, $Re=900$, $Ri=1$, $Ha=0$ et $\Delta\tau=10^{-3}$ (contre-rotation). Les résultats de l'effet de maillage sont présentés dans les tableaux (IV-1) et (IV-2).

1) Co-rotation

Grille $n_r \times n_z$	Nu_c	Nu_h	vitesse	Ψ
60×120	Max=1.3145 Min=0.78202	max=1.31768 min=0.78276	u max=0.29190 v max=0.31644	max=0.048150 min=-0.048505
70×140	Max=1.31632 Min=0.78204	Max=1.31524 Min=0.78326	u max=0.29196 v max=0.31633	Max=0.048131 Min=-0.048163
80×160	Max=1.31544 Min=0.78252	Max=1.31548 Min=0.78266	u max=0.29166 v max=0.31612	Max=0.048165 Min=-0.048181
90×180	Max=1.31606 Min=0.78232	Max=1.31506 Min=0.78264	u max=0.29160 v max=0.31641	Max=0.048166 Min=-0.048154

Tableau IV-1 : Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles de maillage (co-rotation)

2) Contre-rotation

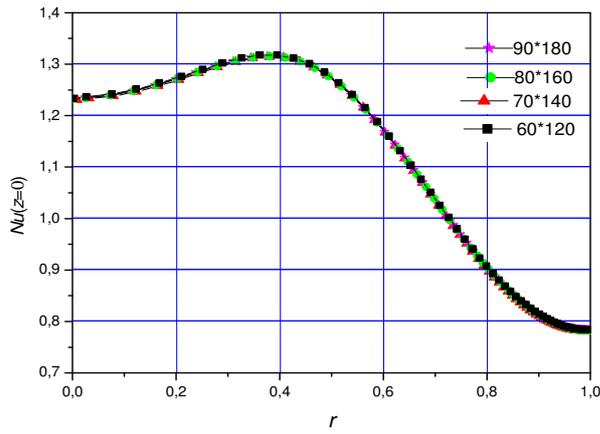
Grille $n_r \times n_z$	Nu_c	Nu_h	vitesse	Ψ
60×120	Max=2.07222 Min=0.65142	Max=2.09006 Min=0.65196	u max=0.37480 v max=0.63824	Max=0.061539 Min=-0.061537
70×140	Max=2.07222 Min=0.65142	Max=2.08844 Min=0.65162	u max=0.37464 v max=0.63974	Max=0.061532 Min=-0.061040
80×160	Max=2.07152 Min=0.65210	Max=2.08724 Min=0.65172	u max=0.37430 v max=0.64086	Max=0.061563 Min=-0.061560
90×180	Max=2.07240 Min=0.65170	Max=2.08622 min=0.65183	u max=0.37431 v max=0.64114	Max=0.061589 Min=-0.061593

Tableau IV-2 : Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles de maillage (contre-rotation)

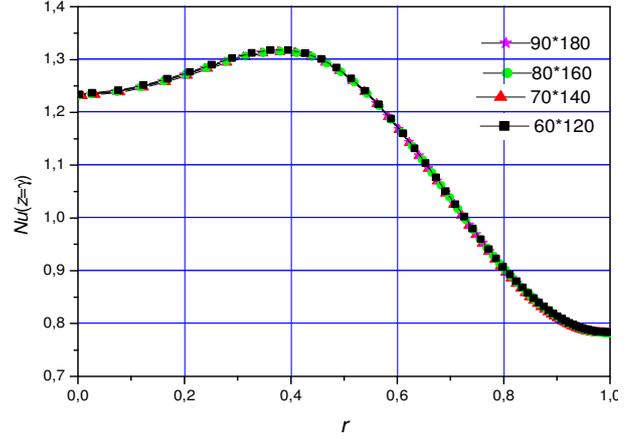
En examinant le tableau IV-1 qui regroupe les valeurs maximales et minimales des nombres de Nusselt locaux, les vitesses (radiales u , axiale v) et la fonction de courant Ψ on peut constater aisément que l'erreur numérique relative dans les valeurs, Nu ($z=0$) et Nu ($z=\gamma$) est inférieure à 0.12%, ainsi pour u_{Max} et v_{Max} où l'erreur relative ne dépasse pas 0.19%, on peut voir aussi que les valeurs Ψ_{Max} et Ψ_{Min} diffèrent de 0.04% et 0.065% respectivement entre la grille fine ($n_r \times n_z = 90.180$) et celle la moins dense (60×120), les différences entre la grille

moyenne($n_r \times n_z = 80 \times 160$) et la plus dense sont seulement de 0.042% et 0.056% pour Ψ_{Max} et Ψ_{Min} respectivement.

Le tableau IV-2 regroupe les mêmes valeurs mais dans le cas contre-rotation ou l'erreur numérique relative dans les valeurs de Nusselt locaux pour ($z=0$) et ($z=\gamma$) est inférieure à 0.18% ainsi pour u_{Max} et v_{Max} ou l'erreur relative ne dépasse pas 0.2%, on peut voir aussi que les valeurs Ψ_{Max} et Ψ_{Min} diffèrent de 0.08% et 0.055% respectivement entre la grille fine ($n_r \times n_z = 90.180$) et celle la moins dense (60×120), les différences entre la grille moyenne ($n_r \times n_z = 80 \times 160$) et la plus dense sont seulement de 0.04% et 0.054% pour Ψ_{Max} et Ψ_{Min} respectivement. Aussi, les divers profils de vitesse présentés (Figs. IV-3, IV-4) nous informent sur la qualité de la solution approchée qu'apportent ces différentes grilles de maillage dans quelques régions du domaine de calcul. Selon le résultat de cet essai le maillage choisi pour achever les calculs nécessaires à la résolution du problème considéré, est celui avec un nombre moyen de point de discrétisation, c.-à-d. la grille de ($n_r \times n_z = 80 \times 160$) pour capter bien les couches de Hartmann. Le calcul jusqu'à convergence d'une grille de 80×160 points prend environ une journée pour un cas stable, pour le cas instable nécessite des pas de temps plus petits ce qui prend plus de temps (exemple le cas $Ri=0$, $Ha=0$, où $\Delta\tau = 10^{-4}$ prend environ 3 jour de calcul c.à.d. 4 millions d'itérations avec un micro-ordinateur à deux processeurs (Core 2 Duo 1.60 GHZ).

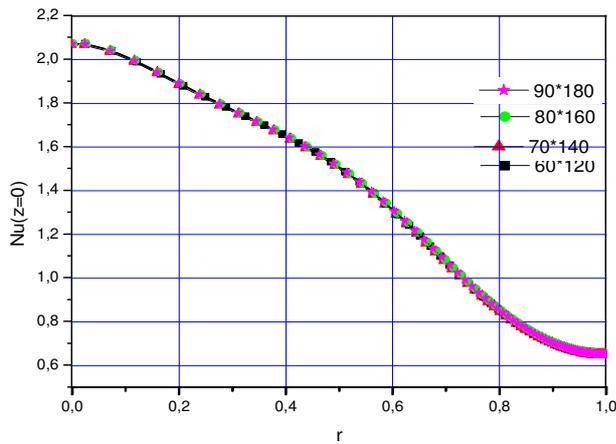


(a)

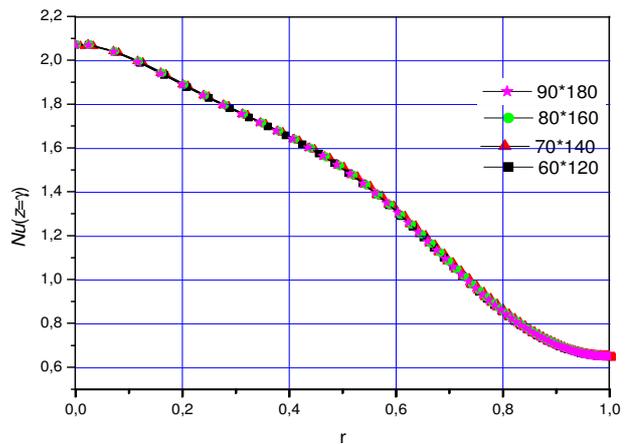


(b)

Figure IV-1: Comparaison des valeurs des nombres de Nusselt locaux pour différentes densités de maillage (a) disque inférieur tournant (b) disque supérieur en Co-rotation pour le cas stable $Pr=0.015$, $\gamma=2$, $Re=600$, $Ri=2$ et $Ha=0$



(a)



(b)

Figure IV-2 : Comparaison des valeurs des nombres de Nusselt locaux pour différentes densités de maillage (a) disque inférieur tournant (b) disque supérieur en contre-rotation pour le cas stable $Pr=0.015$, $\gamma=2$, $Re=900$, $Ri=1$ et $Ha=0$

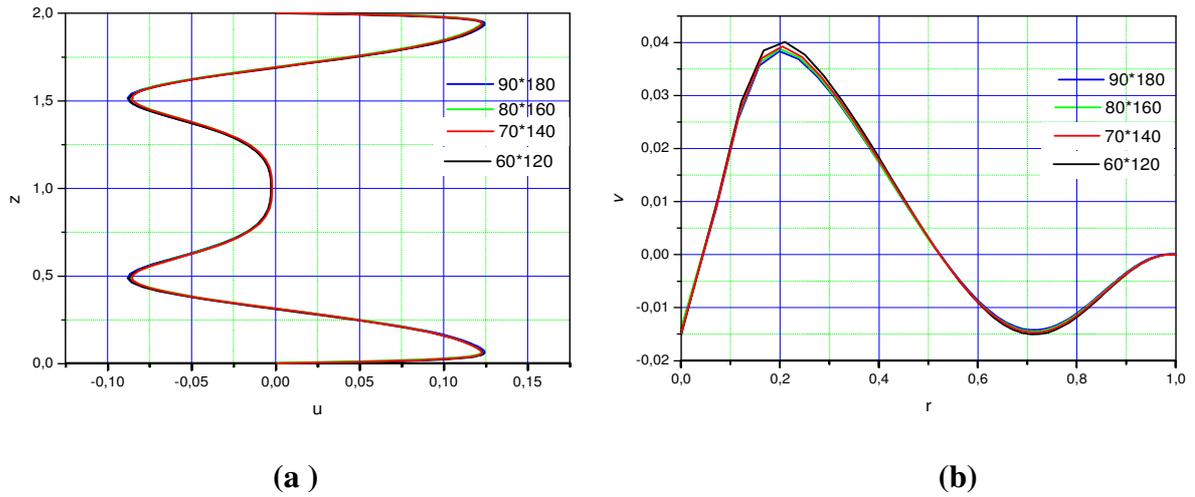


Figure IV-3 : Distributions (a) axiale de vitesse radiale u à $r=0.89$ et (b) radiale de la vitesse axiale v à $z=1.02$ obtenues avec différentes densités de maillage pour le cas Co-rotation, $Pr=0.015$, $\gamma=2$, $Re=600$, $Ri=2$, $Ha=0$

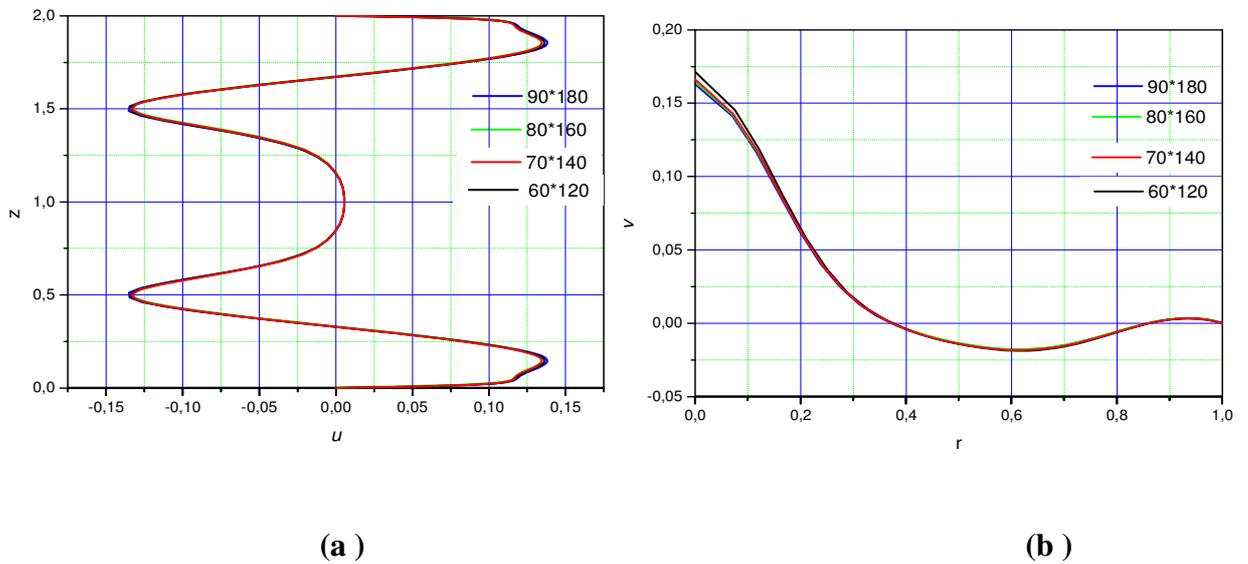


Figure IV-4: Distributions (a) axiale de vitesse radiale u à $r=0.89$ et (b) radiale de la vitesse axiale v à $z=1.02$ obtenues avec différentes densités de maillage pour le cas contre-rotation, $Pr=0.015$, $\gamma=2$, $Re=900$, $Ri=1$, $Ha=0$

IV.2. Validation du code :

Pour donner plus de confiance aux résultats de nos simulations numériques, on a établi quelques comparaisons quantitatives et qualitatives avec d'autres investigations expérimentales et numériques présentées dans la littérature.

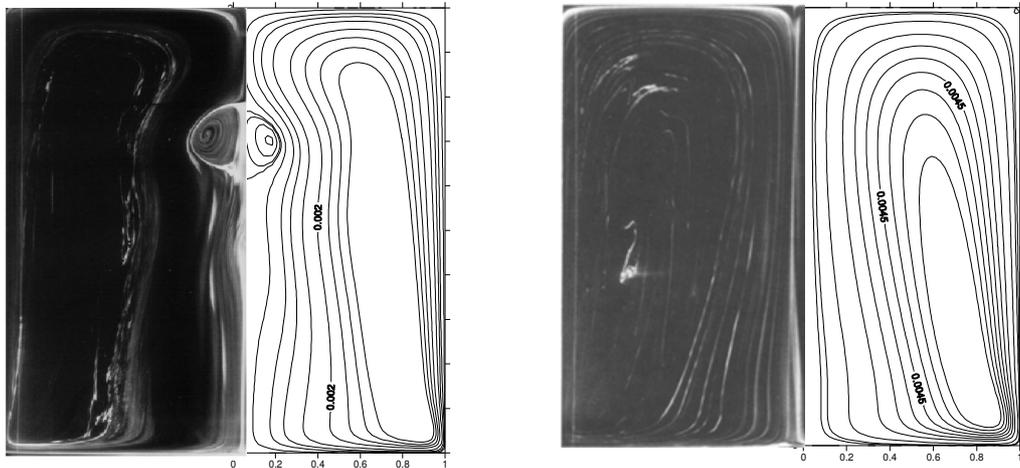
Premièrement la comparaison est faite avec les résultats expérimentales d'Escudier [12] qui a utilisé la technique dite "Laser-induced fluorescence" pour visualiser les contours des lignes de courant dans un enceinte cylindrique avec un fond tournant, de rapport $\gamma=H/R=2$ pour $Re=1854$, $Re=1002$, $Re=1492$, $Re=1449$, (Fig. IV-5) nos résultats sont présentés à droite de chaque figure (a),(b),(c),(d).

Aussi la comparaison est faite pour la distribution de la vitesse radiale u et azimutale w le long de lignes verticales $r=0.6, 0.7, 0.9$ avec les mesures expérimentales obtenues par Michelson [63], qui a utilisé la technique LDA (anémométrie laser Doppler) pour déterminer les distributions des vitesses radiales et azimutales dans une cavité cylindrique, dont le disque supérieur est en rotation, et cela pour $Re=1800$ et $\gamma=1$ (Figs. IV-6, IV-7a), et aussi faite pour un profil radial de vitesse axiale v avec des mesures prises par Spohn [64] (Fig. IV-7b), pour le cas $Re=1850$, $\gamma=1.75$ et $Ha=0$, où le disque tournant est celui en bas. On constate aisément que les valeurs calculées sont en excellent accord avec les mesures dans le champ d'écoulement entier à l'exception de la région près du fond de la cavité où de légères déviations peuvent être trouvées.

La troisième comparaison a été faite avec les résultats numériques obtenus par Omi et Iwatsu [36], qui ont étudié le transfert de chaleur d'un fluide ($Pr=1.0$) confiné dans une enceinte cylindrique de rapport de forme $\gamma=2$ avec les deux disques extrêmes en rotation par le rapport $s = \Omega_{top}/\Omega_{bottom}$ des vitesses angulaires (Ω_{top} : rotation du disque supérieur, Ω_{bottom} : rotation du disque inférieur).

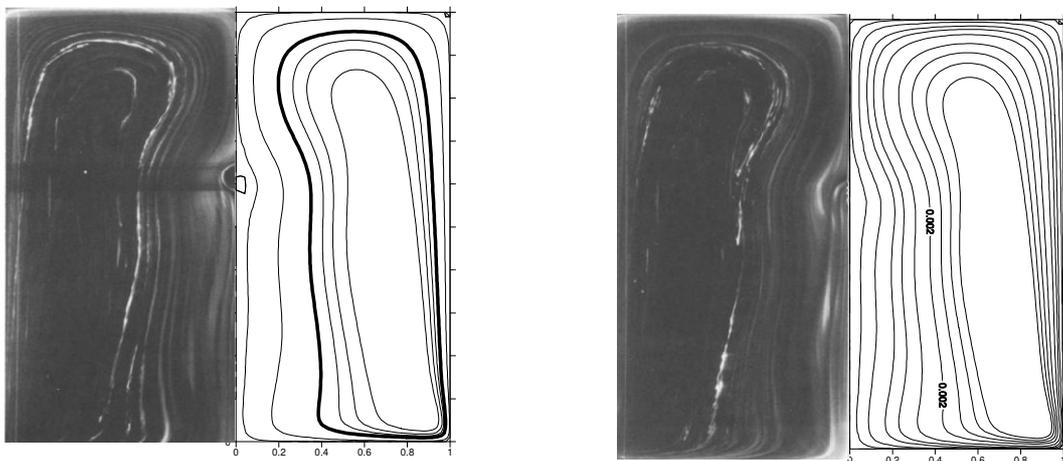
Nous avons utilisé une grille de maillages de 81×161 nœuds pour la comparaison avec l'étude numérique précédemment mentionnée, (la même grille utilisée par Omi et Iwatsu [36]). Nous avons présenté des contours de la fonction de courant, la vorticité, vitesse azimutale et les isothermes, pour le nombre de Richardson $Ri=0$, Reynolds $Re=1000$ et différents rapports des vitesses angulaires ($s=1, -1, 0, 0.1$) (Figs. IV-8, IV-11). Nous avons présenté aussi divers profils des paramètres tels que les vitesses radiales, axiales et azimutale et la température le long d'une ligne d'équation $r=0.8$, avec $Re=1000$ (Fig. IV-12). En examinant ces figures, nous pouvons constater que nos résultats numériques sont en bon accord tant qualitativement que quantitativement avec les résultats numériques [36], et tous ces

comparaisons valident notre code de calcul en l'attribuant la confiance désirée pour l'utilisation.



(a)

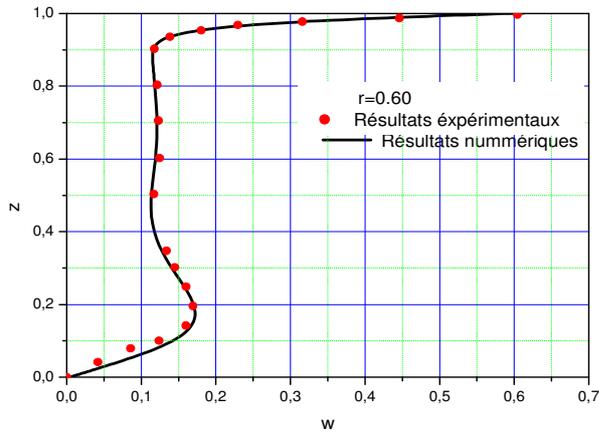
(b)



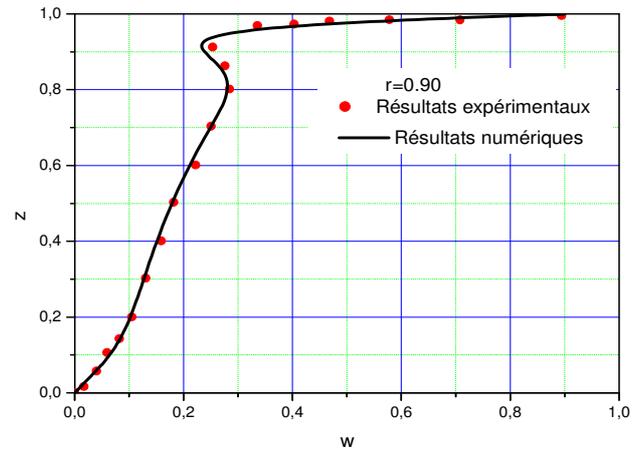
(c)

(d)

Figure IV-5 : Comparaisons avec Escudier [12] des résultats expérimentaux de contours des lignes de courant dans un cylindre de rapport $\gamma = H/R = 2$, (a) $Re = 1854$, (b) $Re = 1002$, (c) $Re = 1492$, (d) $Re = 1449$

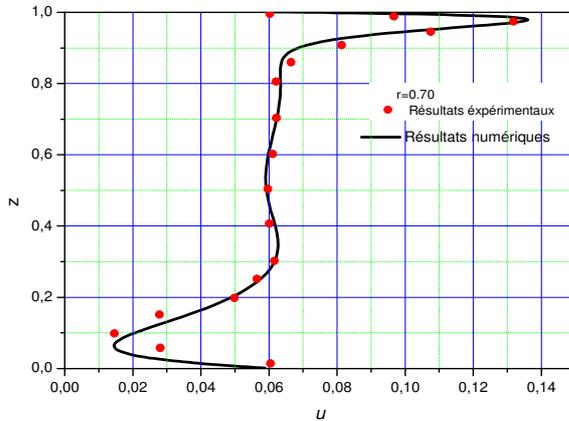


(a)

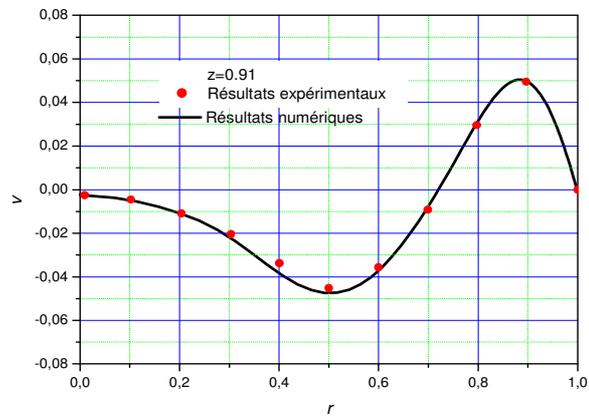


(b)

Figure IV-6 : Comparaison avec Michelson [63] de la distribution axiale de la vitesse azimutale à (a) $r=0.60$ (b) $r=0.90$ pour le cas $Re=1800$, $\gamma=1$



(c)



(d)

Figure IV-7 : Comparaison avec les mesures expérimentales des vitesses.
 (a) la composante radiale pour le cas $Re=1800$, $\gamma=1$ et $Ha=0$, ou $r=0.70$. Michelson [63]
 (b) la composante axiale v pour le cas $Re=1850$, $\gamma=1.75$ et $Ha=0$ ou le fond tournant pour le plan $z=0.91$, Spohn [64]

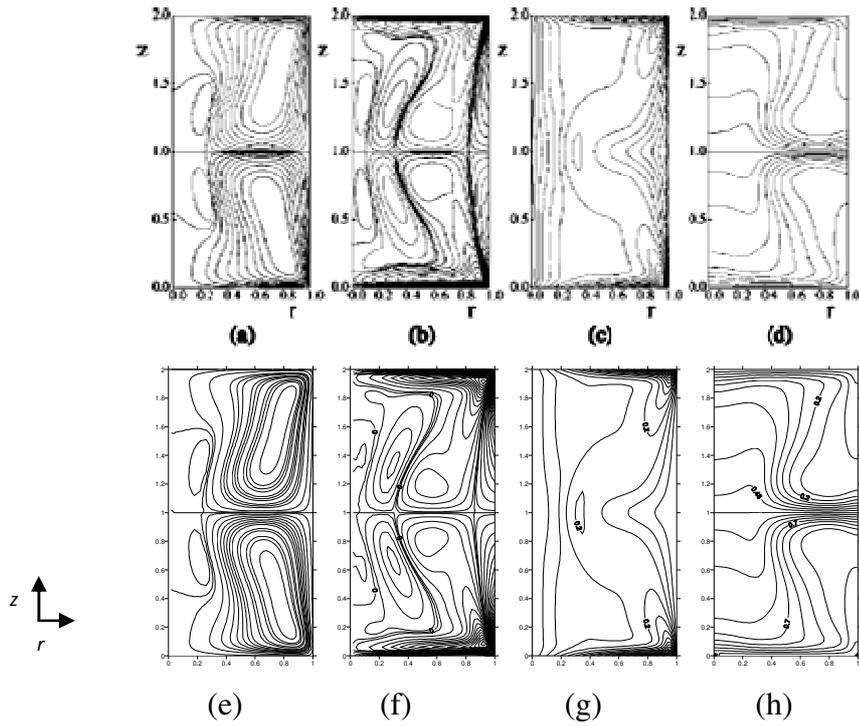


Figure IV-8 :Reproduction dans le plan(r - z) des contours des lignes de (e) courant, (f) champs de vorticité, (g) vitesse azimutale et (h) isothermes, en comparaison avec ceux correspondants de Omi et Iwatsu [36] (a),(b),(c),(d) pour le cas stable $Re=1000$, $Pr=1.0$, $Ri=0.0$, $s=\Omega_s / \Omega = 1.0$ et $\gamma=2$

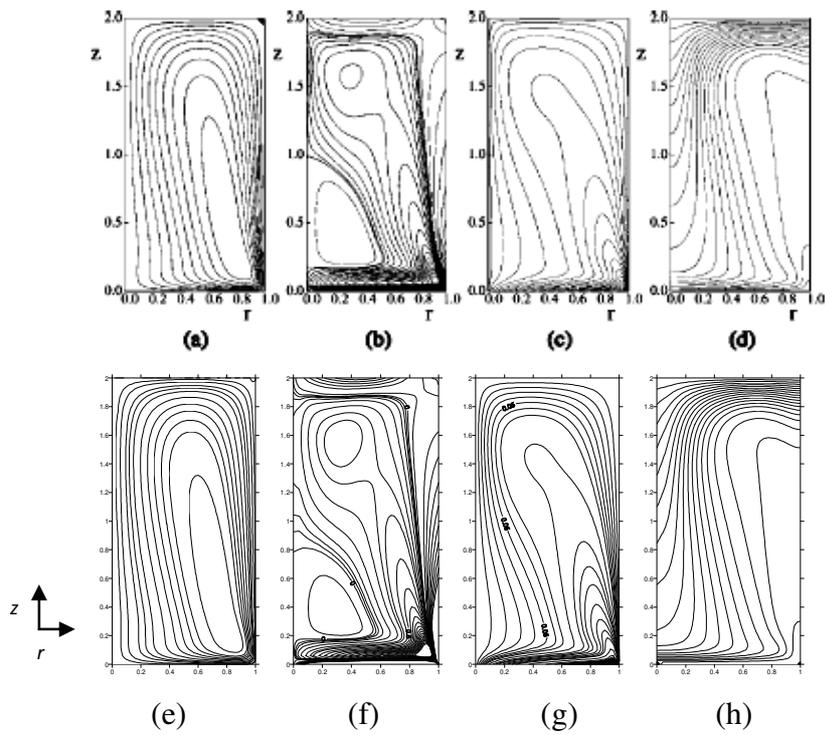


Figure IV-9 : La même comparaison et les mêmes paramètres que la figure IV-8 mais avec $s=0$

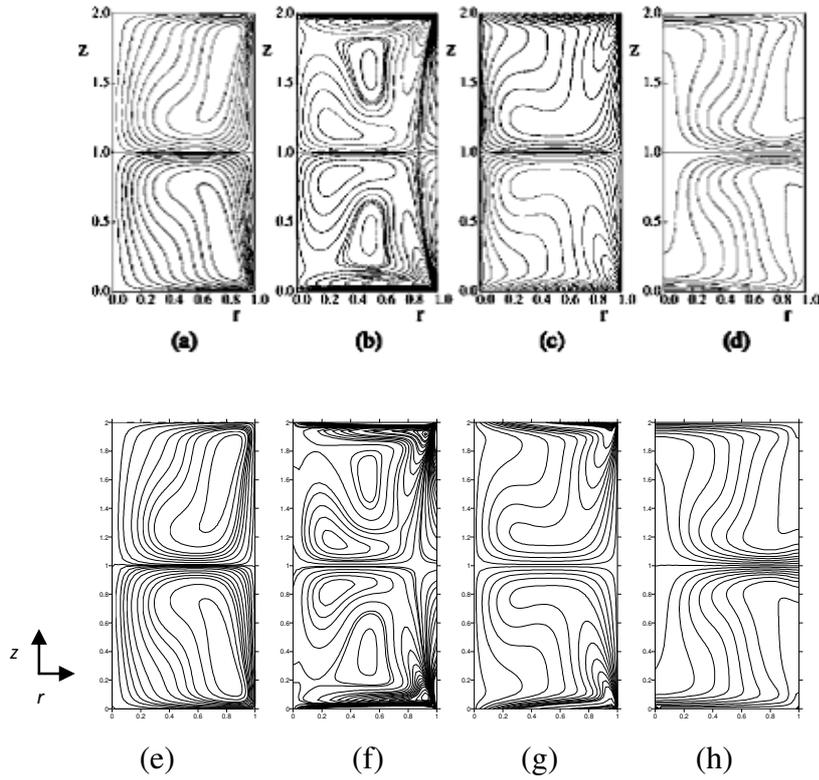


Figure IV-10 : La même comparaison et les mêmes paramètres que la figure IV-8 mais avec $s=-1.0$ (contre-rotation)

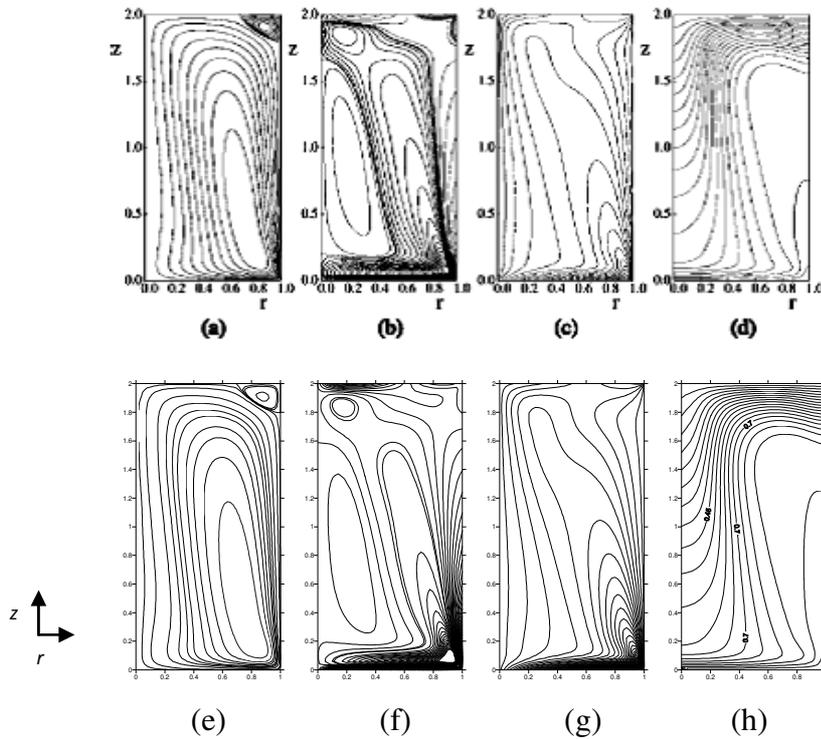


Figure IV-11 : La même comparaison et les mêmes paramètres que la figure IV-8 mais avec $s=0.1$

Résultats Omi et Iwatsu [36]

Nos simulations numériques

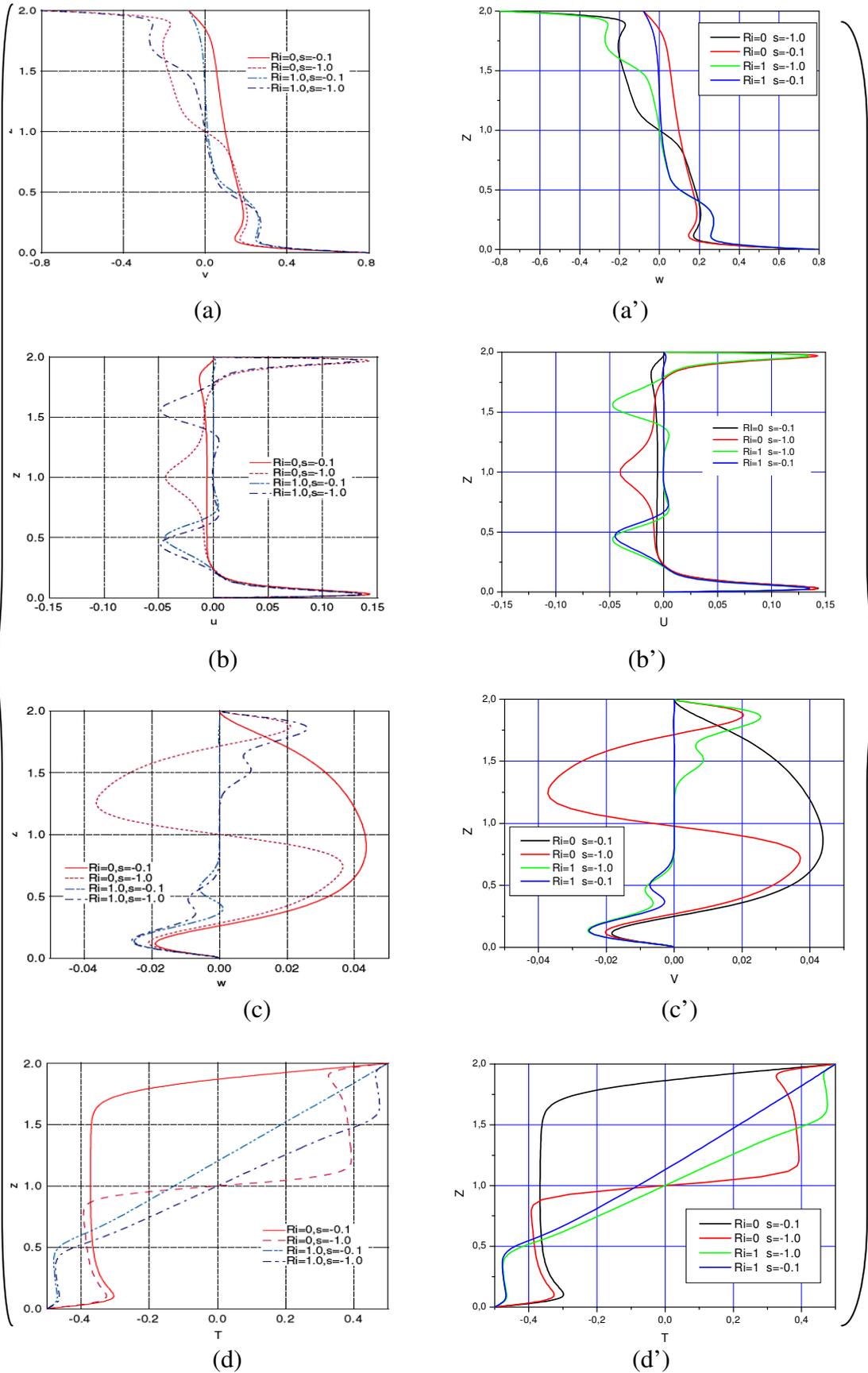


Figure IV-12 : comparaison avec Omi et Iwatsu [36] des distributions de vitesse et température (a),(b),(c),(d)avec nos résultats (a'),(b'),(c'),(d') à $r=0.8$ pour $Re=1000, Pr=1.0$ et $\gamma=2.0$,(l'indice v pour nos calculs si w pour[36])

IV.3. Présentations des résultats :

Dans ce mémoire on présente l'influence de la rotation des deux disques des extrémités et leurs sens de rotation (Co/contre-rotation) sur la naissance des instabilités physiques au sein de l'écoulement de convection mixte d'un métal liquide ($Pr=0.015$), contenu dans une enceinte cylindrique de rapport de forme $\gamma=2$. Cet écoulement est soumis à un champ magnétique vertical. Pour cela on va déterminer les nombres de Reynolds critique, à partir de quel l'écoulement devient instable (ne présente pas des solutions uniques quand les temps accroissent), dans les deux cas de rotation (co-rotation et contre-rotation), ensuite on présente une comparaison entre la co-rotation et la contre-rotation des différents paramètres de l'écoulement.

Dans les systèmes dynamiques, quand un système rentre dans l'instabilité il présente au début un caractère oscillatoire ou périodique, puis en raison du phénomène de bifurcation ce système deviendra apériodique, et en fin il rente dans la turbulence.

Pour détecter les instabilités physiques on va effectuer une succession de calculs numériques, en augmentant le nombre de Reynolds dans des intervalles prédéterminés. Pour les valeurs du nombre de Hartmann Ha comprises dans l'intervalle (0, 5, 10, 20, 30), et chaque rapport de Richardson Ri dans (0, 0.5, 1, 2, 4), on va découvrir le nombre de Reynolds critique Re_{cr} marquant le début des instabilités.

Les instabilités trouvées pour un pas du temps adimensionnel $\Delta\tau$ peuvent être numériques (non physiques), alors pour éliminer ces instabilités numériques, on recalcule la solution obtenue avec les mêmes paramètres de l'écoulement mais avec un pas du temps $\Delta\tau/2$, si les amplitudes des oscillations restent les mêmes dans tous les sondes après réduction du pas de temps, cette instabilité sera physique.

Pour capter les instabilités physiques on a utilisé des sondes leurs coordonnées sont présenté sur la figure (IV-13).

On a désigné neuf sondes $S_1(6,63)$, $S_2(15,63)$, $S_3(33,63)$, $S_4(6,80)$, $S_5(15,80)$, $S_6(33,80)$, $S_7(6,110)$, $S_8(15,110)$ et $S_9(33,110)$ qui enregistrent simultanément l'évolution temporelle des

trois composants de vitesse adimensionnelle u , v , w , la température adimensionnelle Θ et les valeurs du débit (fonctions de courant Ψ) dans les plans méridien voir tableau (IV- 3).

En peut aussi utiliser une sonde de position aléatoire pour prédire le changement de structure de l'écoulement méridien. Et plusieurs autres enregistrements de nombres de Nusselt locaux Nu (aux deux parois supérieur et inférieur), Nusselt moyen....

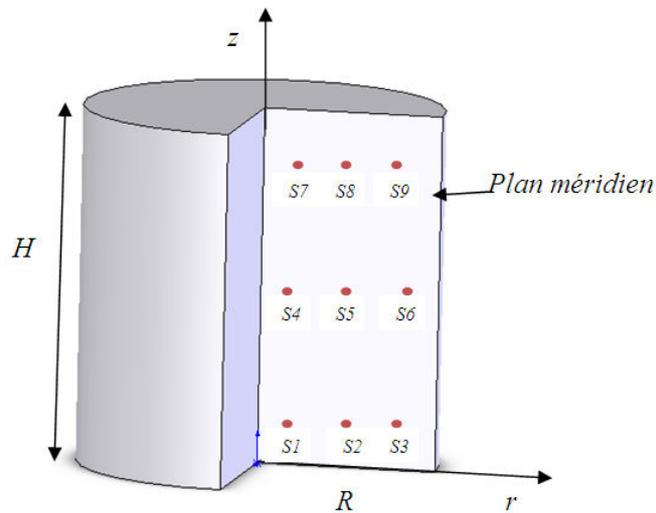


Figure IV-13 : Schéma présentant les positions des sondes utilisées dans les calculs numériques

S7 { $r=0.201$ $z=1.779$	S8 { $r=0.493$ $z=1.779$	S9 { $r=0.802$ $z=1.779$
S4 { $r=0.201$ $z=0.975$	S5 { $r=0.493$ $z=0.975$	S6 { $r=0.802$ $z=0.975$
S1 { $r=0.201$ $z=0.413$	S2 { $r=0.493$ $z=0.413$	S3 { $r=0.802$ $z=0.413$

Tableau IV-3 : Coordonnée des sondes pour le maillage ($n_r \times n_z = 80 \times 160$)

IV.4 Régime stable (permanent) :

On va faire une comparaison entre deux cas stables, un en co-rotation des disques d'extrémités et l'autre en contre-rotation de ces derniers, ainsi que l'effet du gradient de température sur l'écoulement. Pour cela on va considérer deux cas $Ri=0$ et $Ri=1$ pour éclaircir la vision physique du problème en régime permanent, on va comparer entre quelques paramètres d'écoulement, exemple les contours des lignes de courant, les composantes de vitesse (radiale u , axiale v et azimutale w), la vorticité ω , la température Θ et les nombres de Nusselt locaux Nu le long des deux disques inférieur et supérieur.

IV.4.1 Convection forcée ($Ri=0$):

La figure (IV-14) illustre le comportement des composantes de vitesse u , v au cours du temps pour les deux cas (a) co-rotation, (b) contre-rotations des disques d'extrémités dans un régime stable pour le nombre de Reynolds $Re=2000$. On remarque pour ce cas que la stabilisation de la solution en contre-rotation est satisfaite plus rapidement qu'en co-rotation.

En examinant attentivement les résultats présentés aux figures suivantes on peut remarquer aussi qu'en raison de la symétrie géométrique, les contours de (ψ , w , ω , Θ) sont symétriques par rapport au mi-plan ($z=H/2=1$) (Fig. IV-15).

Dans le cas où les deux disques tournent avec la même vitesse angulaire Ω dans la même direction (Fig. IV-16c) le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités, c.à.d. $(\Omega + \Omega)/2 = \Omega$.

L'écoulement de type de Batchelor est réalisé (deux couches limites séparant une zone centrale en rotation solide) avec la couche d'Ekman d'épaisseur $O(Re^{-1/2})$ sur les disques d'extrémité et la couche de Stewartson (couche limite unique) avec la double structure $(Re^{-1/4}, Re^{-1/3})$ sur la paroi latérale (Omi et Iwatsu [36]). Le flux de masse se produit sur les deux disques tournants. Car le récipient est fermé, la recirculation est induit dans la face méridienne afin de compenser le transfert de masse axial [36].

L'écoulement axial presque uniforme apparaît à proximité de l'axe tournant en raison du pompage d'Ekman (transport de fluide), ce phénomène est toujours présent dans ce type d'écoulement, conduit par rotation des parois du cylindre quelque soit le régime d'écoulement stable ou transitoire, (Bessaih [42]).

La figure (IV-17) représente le cas où les deux disques tournent avec la même vitesse angulaire Ω dans le sens opposé, on obtient une situation antisymétrique dans la quelle chaque disque tend à entrainer une demi épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative, Ω et $-\Omega$,

un écoulement de cisaillement inter-disque est créée. Ces résultats sont en accord avec les résultats obtenus par Moisy et al [28] et (Omi et Iwatsu [36]), avec la création de la recirculation méridienne. Pour ce cas de contre-rotation les contours de $(\psi, w, \omega, \Theta)$ sont antisymétriques par rapport au mi-plan $z=1$. (Fig. IV-17)

Sur la figure (IV-16a) qui représente les contours de lignes de courant exposent une paire des cellules secondaires symétriques près à l'axe de rotation à mi-plan ($z=1$), les mécanismes physiques qui induisent ces cellules sont discutés dans les littératures [13].

En observant les lignes isothermes dans le plan (r, z) (Figs. IV-16b et IV-17b) on constate bien que l'échange de chaleur se manifeste où la conduction domine le transfert thermique, une déviation remarquable des isothermes a lieu dans la région du contact de la fluide paroi latérale, ainsi que la pente de déviation pour le cas de contre-rotation est plus grand par rapport à la co-rotation.

On montre les distributions radiale, axiale et azimutale des composantes de vitesse le long de $r=0.926$ pour les deux cas de rotation (Fig. IV-18), l'écoulement radiale est tout à fait fort près des disques supérieur et inférieur à cause de la rotation. Il est clairement que la symétrie règne dans la distribution axiale de la vitesse azimutale w pour le cas de co-rotation des disques d'extrémités et antisymétrique dans l'autre cas (contre-rotation) voir la figure (IV-18b), on remarque aussi que la distribution de vitesse radiale u est symétrique dans les deux cas de rotation et la distribution de vitesse axiale v est antisymétrique dans les deux cas de rotation. La figure (IV-19) montre les distributions radiales des composantes de vitesse u, v et w au milieu de cylindre $z=0.975$. La différence dans le comportement d'écoulement du fluide dans les deux cas de rotation des disques d'extrémités décrit par des nombres de Nusselt locaux $Nu(r)$ au niveau des disques (Fig. IV-20) pour ce cas de $Re=2000, Ri=0$ et $Ha=0$ (solution stable).

La remarque la plus importante est que les nombres de Nusselt locaux $Nu(r)$ sont presque identiques pour les deux disques ($z=0, z=H$), les mêmes résultats déjà trouvés par Omi et Iwatsu [36]. On peut constater aisément que le transfert thermique est intense sous les deux disques à $r=0$ pour le cas de contre-rotation. Pour le cas de co-rotation le nombre de Nusselt sur les deux disques atteint son valeur extrême à approximativement $r=0.5$, provoqué par la recirculation méridienne. Si on fait la comparaison entre le cas de co-rotation et la contre rotation on voit bien que l'échange thermique de la contre-rotation est bien élevé au niveau des deux disques. à $r=0$, dû à l'écoulement de cisaillement, et prend presque les mêmes valeurs que la co-rotation à $r=1$.

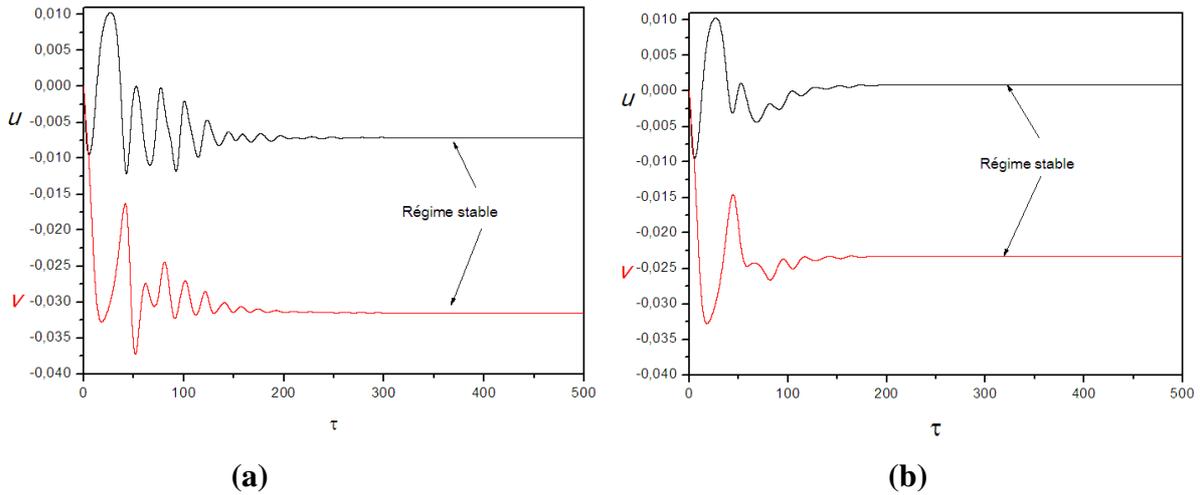


Figure IV-14: Comparaison entre la (a) Co-rotation et (b) la contre-rotation d'évolutions temporelles des composantes de vitesse u, v à la sonde $S_1(0.201,0.413)$, au cours du temps Pour $Re=2000, Ri=0$ et $Ha=0$.

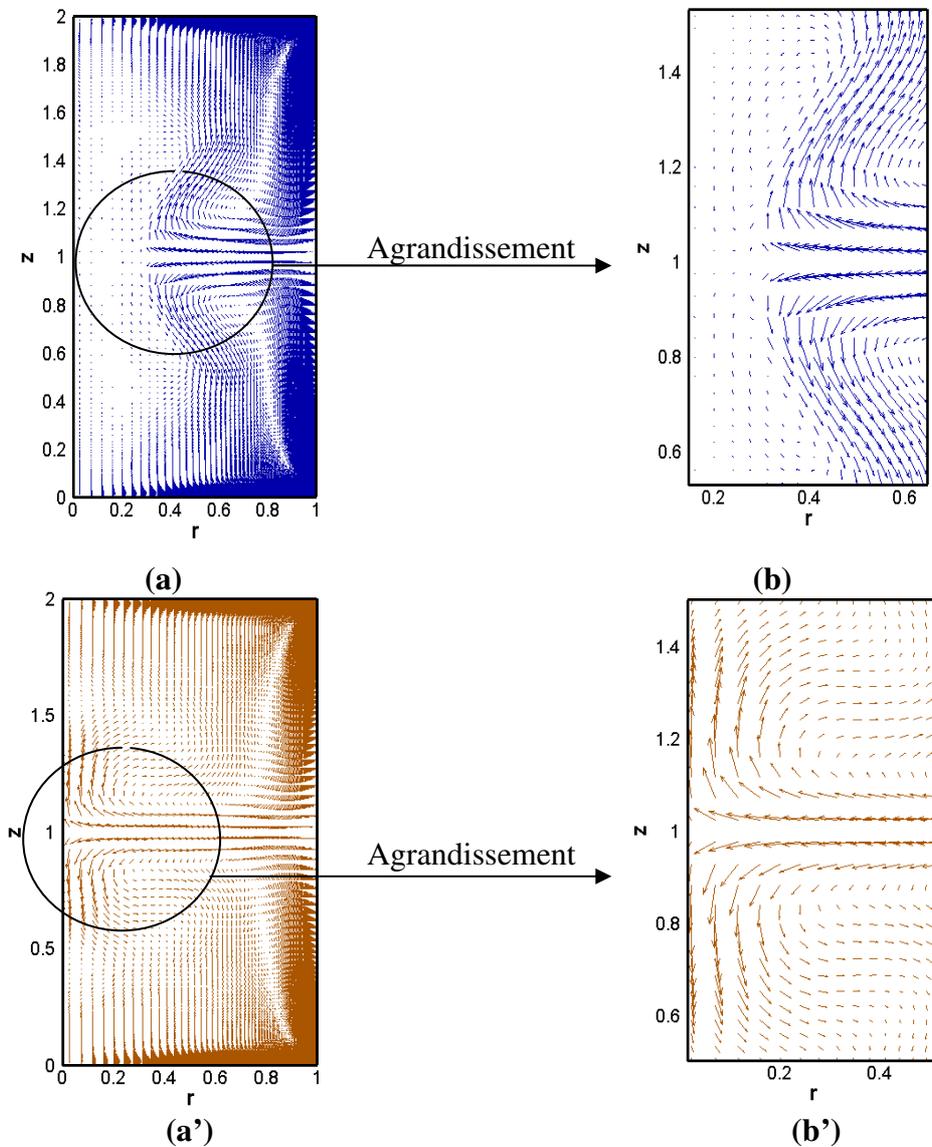


Figure IV-15 : Comparaison entre la Co-rotation (a-b) et la contre-rotation (a'-b') des champs méridiens des vitesses (u, v) pour $Re=2000, Ha=0$ et $Ri=0$.

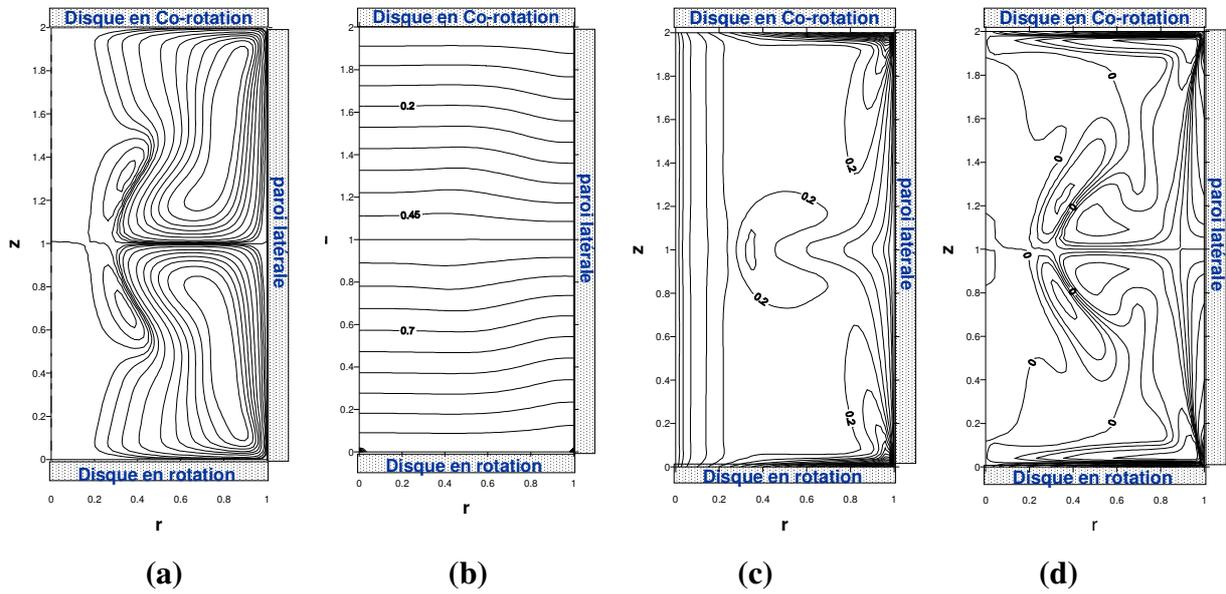


Figure IV-16 : Contours de (a) lignes de courant, (b) température Θ , (c) vitesse azimutale w , (d) vorticité ω pour le cas stable en Co-rotation des disques d'extrémités avec $Re=2000$, $Ha=0$ et $Ri=0$.

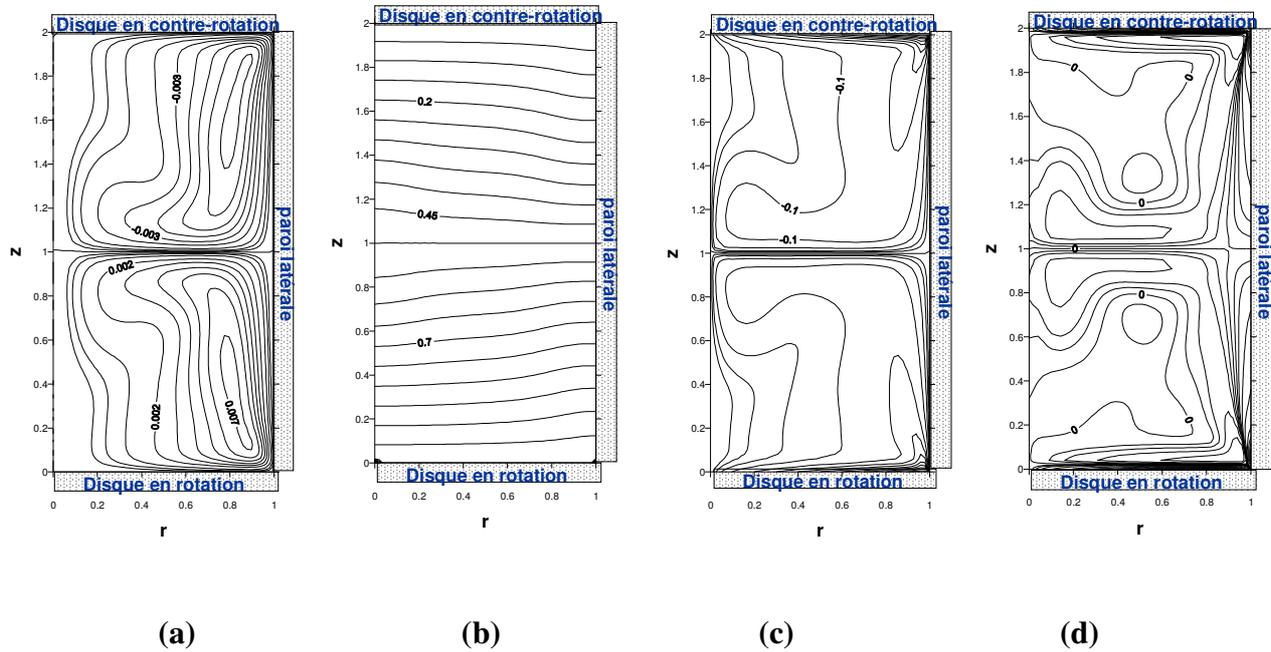


Figure IV-17 : Les même contours de figure IV-16 et même paramètres d'écoulement, mais dans le cas de contre-rotation.

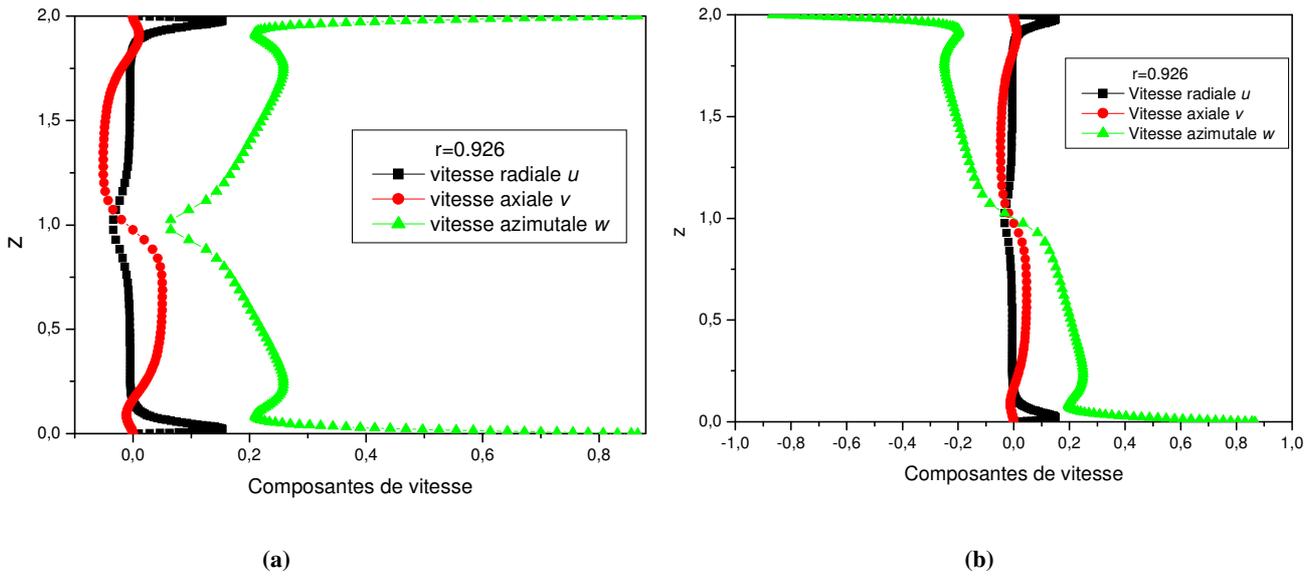


Figure IV-18 : Comparaison des profils axiaux des vitesses u , v et w à $r=0.926$ entre (a) la Co-rotation (b) la contre-rotation avec $Re=2000$ $Ri=0$ et $Ha=0$.

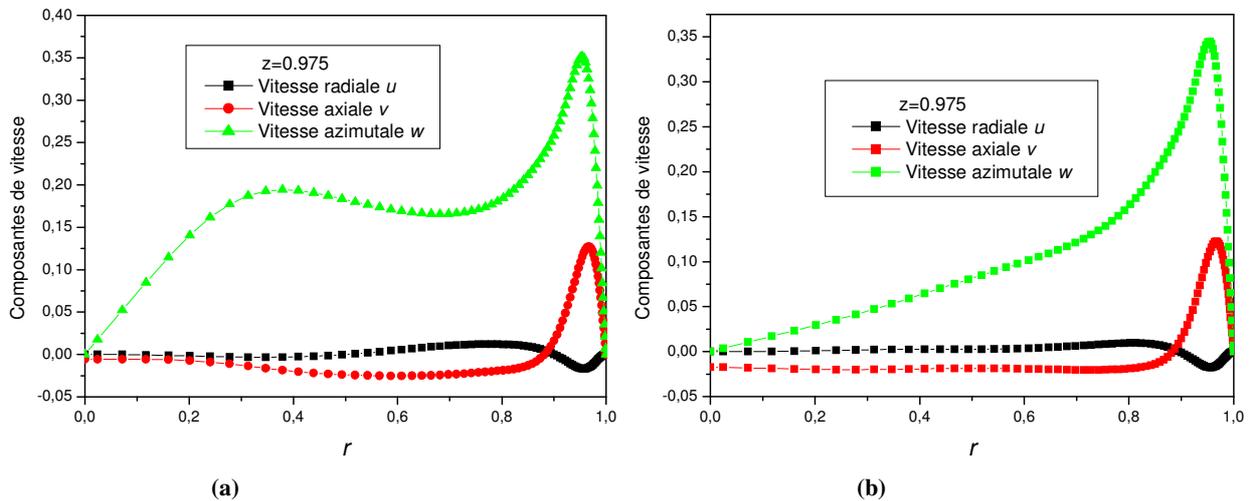


Figure IV-19 : Distributions radiales des vitesses u , v et w à $z=0.975$ avec $Re=2000$, $Ri=0$ et $Ha=0$ (a) Co-rotation, (b) contre-rotation

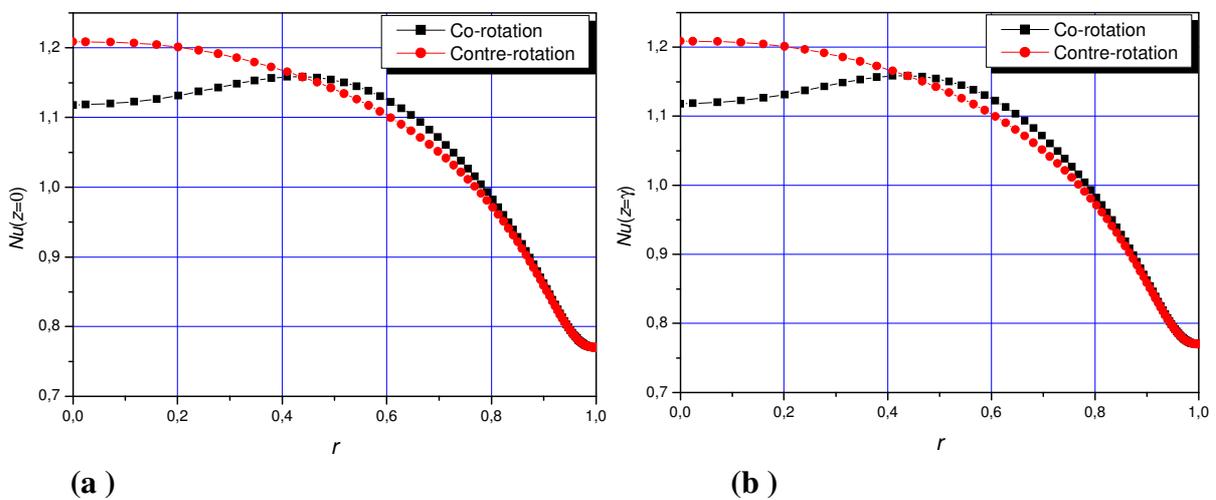


Figure IV-20 : Comparaison des nombres de Nusselt locaux aux disques d'extrémités du cylindre (a) Nu_h ($z=0$) chaud, (b) Nu_c ($z=\pi$) froid, avec $Re=2000$ $Ri=0$ et $Ha=0$.

IV.4.2 Effet du gradient de température sur l'écoulement ($Ri=1$)

L'écoulement avec gradient de la température est décrit dans le cas $Ri=1$ pour $Re=900$ et $Ha=0$. Presque la même remarque pour ce cas de régime stable ou la stabilisation de solution en contre-rotation atteint plus rapidement que la co-rotation (Figs. IV-21a et IV-21b). (Nous montrons plus tard que l'écoulement de contre-rotation est plus instable pour $Ha=0$ et présente une grande richesse dans les structures engendrées).

On remarque aussi que les couches limites sont formées sur les deux disques rotatifs en raison de l'inhibition du mouvement vertical par l'effet de la force de buoyancy [36]. Le pompage d'Ekman disparaît à l'intérieur du récipient (Fig. IV-22), la couche limite de la paroi latérale disparaît au milieu du cylindre de $z=0.5$ à $z=1.5$, (Figs. IV-23a et IV-24a'). Dans le cas de co-rotation le fluide dans le volume indépendamment des disques rotatif tourne en bloc avec une vitesse angulaire intermédiaire des disques d'extrémités (Fig. IV-23c). Dans le cas de contre-rotation le fluide tourne à la même vitesse angulaire Ω dans le sens opposé, où chaque disque tend à entrainer une demi épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative, Ω et $-\Omega$, un écoulement de cisaillement inter-disque est créé (Fig. IV-24c'). La conduction domine le transfert de chaleur comme il est clairement montré dans les contours des isothermes, (Figs. IV-23b et IV- 24b'). On montre les distributions radiale, axiale et azimutale des composantes de vitesse le long de $r=0.784$, pour les deux cas de rotation (Fig. IV-25). La figure (IV-26) montre les distributions radiales des composantes de la vitesse u , v et w au milieu de cylindre $z=0.975$. La figure (IV-27), représente les nombres de Nusselt locaux $Nu(r)$ au niveau des disques, pour ce cas de $Re=900$, $Ri=1$ et $Ha=0$ (solution stable).

L'adoption de la différence verticalement stable de la température fournisse des moyens technologiques de contrôler la rotation du fluide intérieur confiné dans des récipients avec les disques tournants d'extrémités [36].

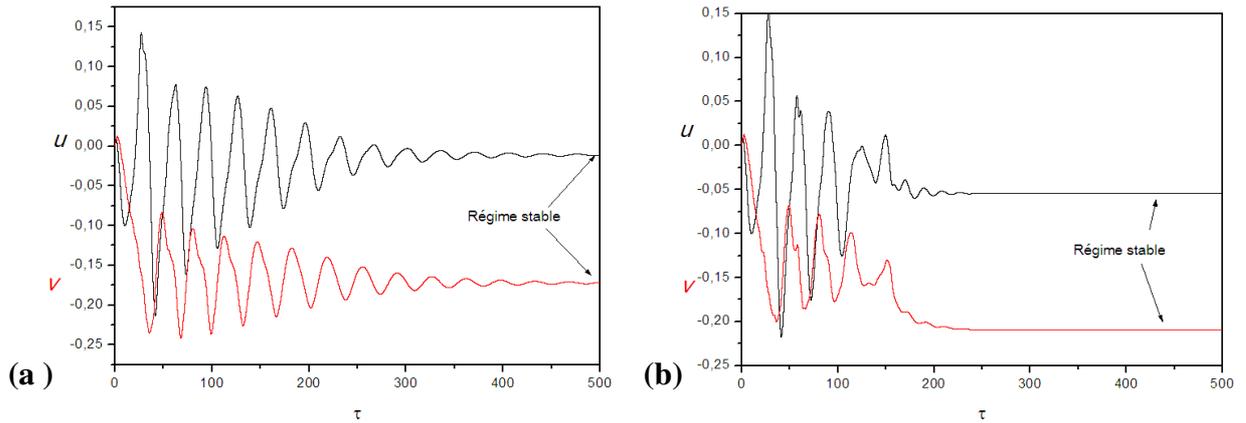


Figure IV-21 : Comparaison entre (a) la co-rotation et (b) la contre-rotation d'évolutions temporelles des composantes de vitesse u, v à la sonde S_3 au cours du temps pour $Re=900, Ri=1$ et $Ha=0$,

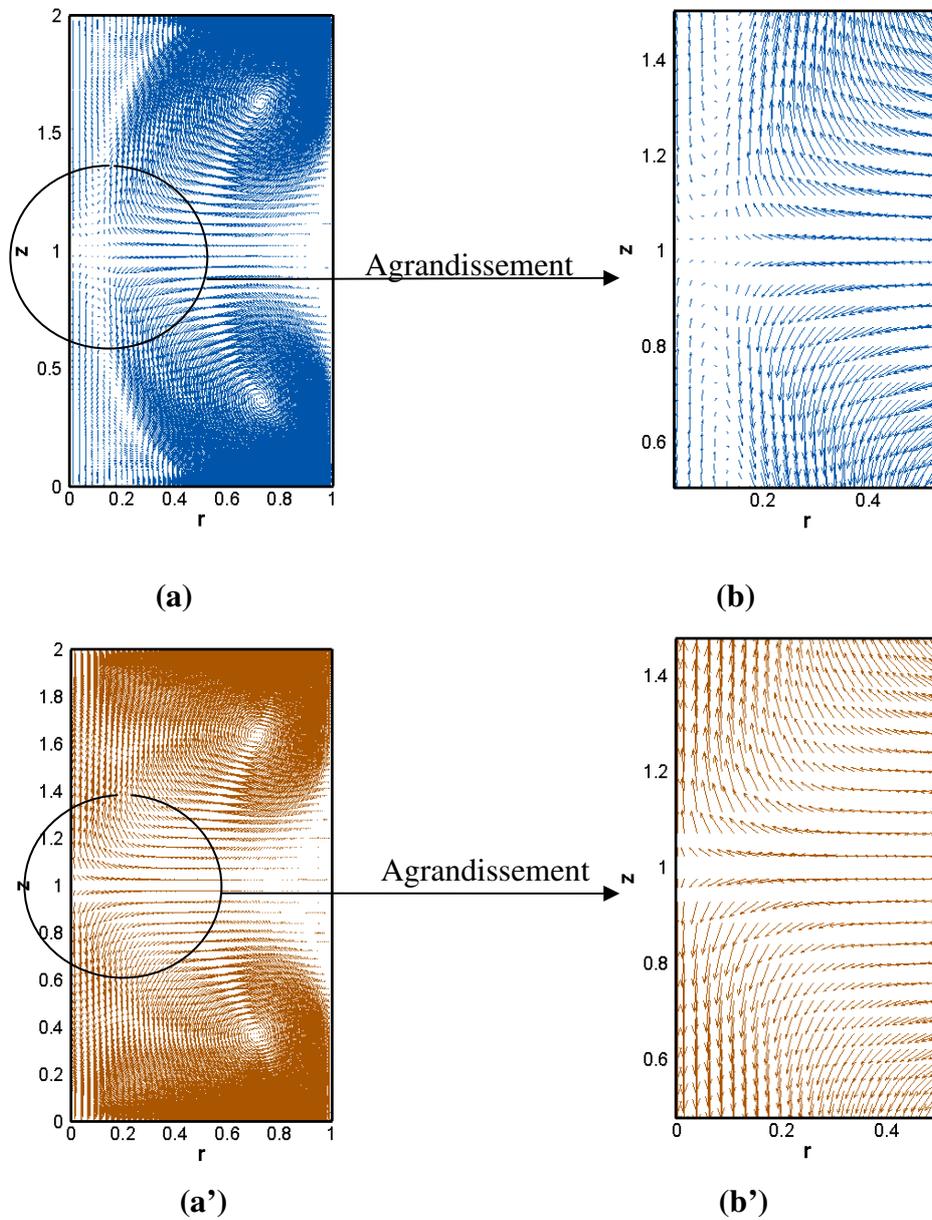


Figure IV-22 : Comparaison entre la co-rotation (a-b) et la contre-rotation (a'-b') des champs méridiens des vitesses (u, v) pour $Re=900, Ha=0$ et $Ri=1$.

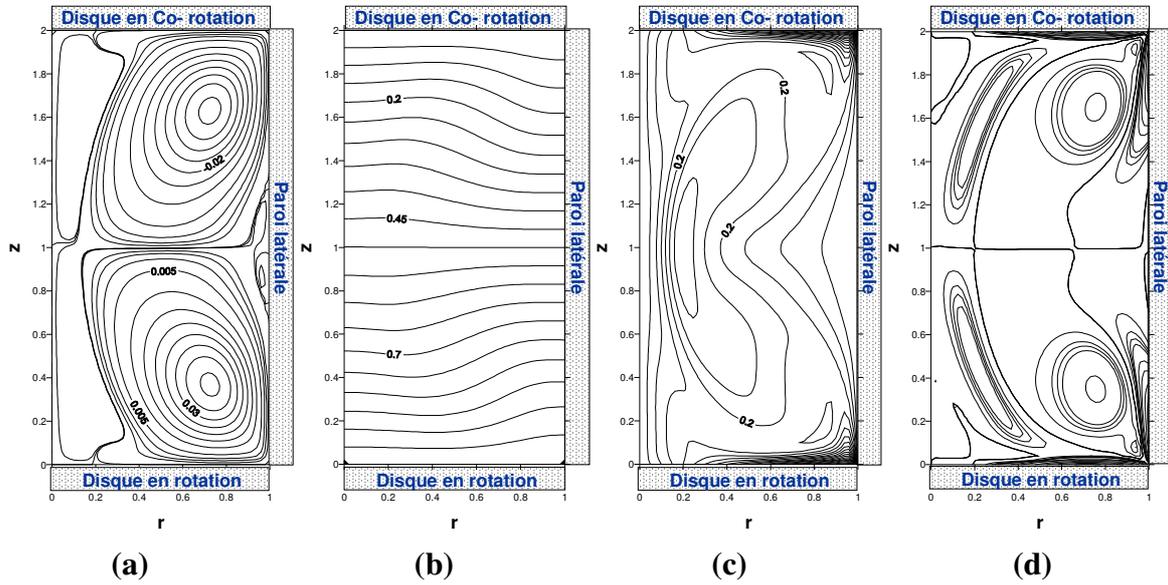


Figure IV-23: Contours de (a) lignes de courant, (b) température Θ , (c) vitesse azimutale w , (d) vorticité ω pour le cas stable en Co-rotation des disques d'extrémités avec $Re=900$, $Ha=0$ et $Ri=1$.

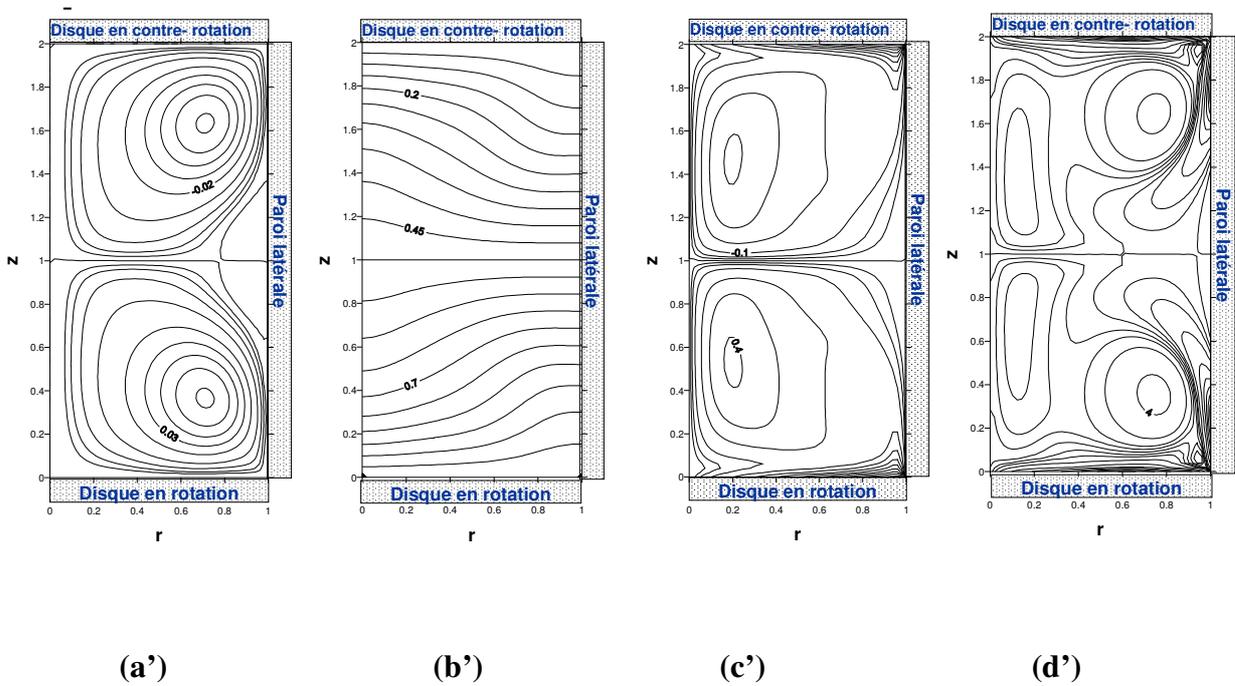


Figure IV-24 : Les mêmes contours de figure IV-23 (a' - d') et les mêmes paramètres d'écoulement, mais dans le cas contre-rotation.

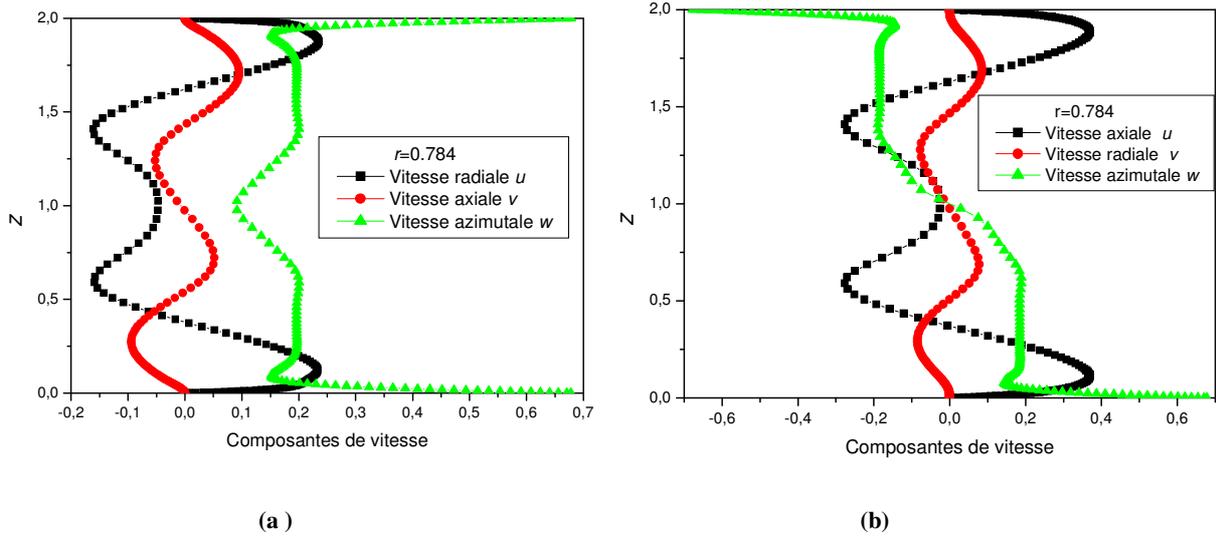


Figure IV-25 : Comparaison des profils axiaux des vitesses u , v et w à $r=0.784$ (a) la co-rotation (b) la contre-rotation avec $Re=900$ $Ri=1$ et $Ha=0$

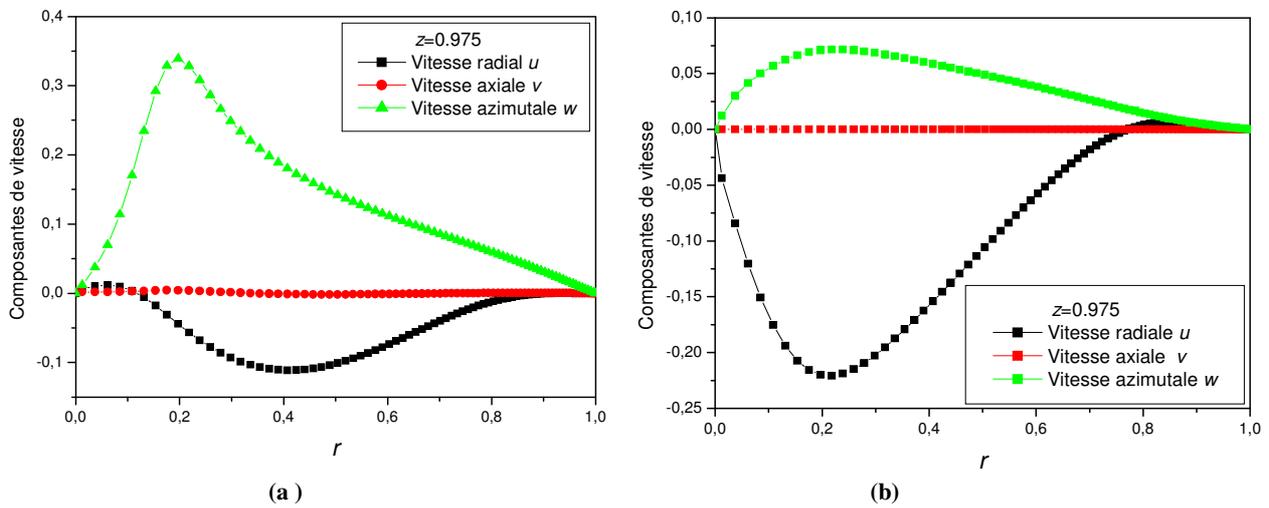


Figure IV-26 : Distributions radiales des vitesses u , v et w à $z=0.975$ avec $Re=900$, $Ri=1$, $Ha=0$ (a) co-rotation, (b) contre-rotation

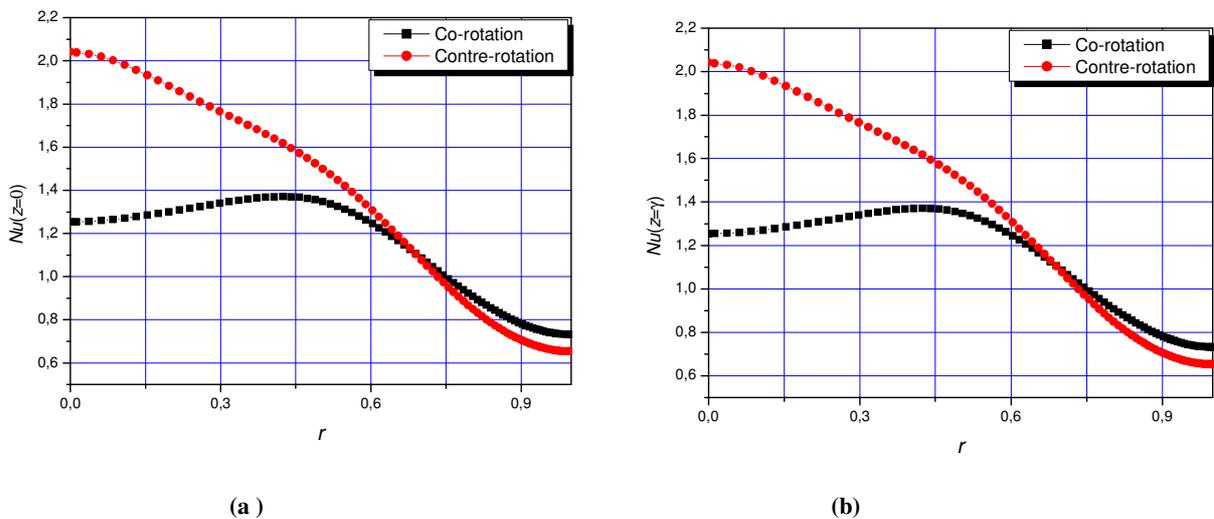


Figure IV-27 : Comparaison des nombres de Nusselt locaux aux disques d'extrémités du cylindre (a) Nu_h ($z=0$) chaud, (b) Nu_c ($z=H$) froid, avec $Re=900$ $Ri=1$ et $Ha=0$.

IV.5. Écoulement en régime transitoire sans champ magnétique ($Ha=0$) :

Nous intéressons dans cette partie à la situation en absence du champ magnétique ($Ha=0$) de l'écoulement en régime transitoire, alors seules les équations (II.15-II.19) vont être résolues numériquement, sans prendre en compte des termes des forces EM (de Lorentz ($F_{Lr}, F_{Lz}, F_{L\theta}$)) ajoutés aux équations de Navier-stokes.

Les résultats correspondant pour les différentes valeurs du rapport de Richardson $Ri=0, 0.5, 1, 2, 4$ sont récapitulés en fin de cette partie dans le tableau (IV-6), ainsi que deux diagrammes de dépendance ($Re_{cr}-Ri$) et ($F_{cr}-Ri$). Nous faisons la comparaison au même temps avec la co-rotation et la contre-rotation des disques d'extrémités, représenté dans les figures. (IV-87) et (IV-88).

L'écoulement primaire est représenté en utilisant la composante azimutale w , Tandis que l'écoulement secondaire est illustré avec des composantes méridiennes u et v et les lignes de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant Ψ .

IV.5.1. Situation en co-rotation des disques d'extrémités

Commençant par les figures (IV-28), (IV-34a), (IV-39), (IV-45) et (IV-51) qui représentent les cas stables juste avant le seuil d'apparition d'instabilité c.à.d. les nombres de Reynolds critiques.

La démonstration dans la figure (IV-28) pour $Re=2640$ qui présente le régime stable puis la figure (VI-29) où ils existent des oscillations marquant le début des instabilités physiques pour $Re_{cr}=2645$, $Ri=0$ et le test qui prouvent que ces instabilités apparentes sont vraiment physiques (on devise le pas de temps sur 2, si les amplitudes reste les même donc si vraiment des instabilités physiques nom numériques), (Fig. IV-30).

L'aspect oscillatoire des évolutions temporelles des paramètres de l'écoulement ($u, v, w, \theta, \Psi, \overline{Nu}$) enregistrés aux différentes sondes $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9$ et S_a , (Figs. IV.31-32, IV.34-35, IV.40-42, IV.46-48 et IV.52-54) indique que les instabilités oscillatoires commencent, et l'écoulement bifurque vers un régime instable. En comparant les amplitudes des paramètres en oscillation, on peut remarquer que ces amplitudes présentent des grandeurs différentes pour les différents points d'enregistrements historiques, cela conduit à conclure que les amplitudes des oscillations dépendent des positions des

particules dans le cylindre, tandis que les fréquences d'oscillations sont les mêmes partout (dans le fluide), ce qui justifie la périodicité ($1/F$) où F représente la fréquence d'oscillation régnant au sein de l'écoulement en global, cette définition de la périodicité a été utilisée par Lopez et Perry [15].

Ce comportement oscillatoire des différents paramètres signale l'existence d'un changement continu des structures de l'écoulement. Aussi on remarque clairement que les amplitudes des oscillations de la température sont plus petites que celles des vitesses radiales et axiales ceci peut être interprété par la domination de la conduction en transfert de chaleur dans ce type d'écoulement de fluides à faible nombre de Prandtl, comme l'on peut voir sur les figures (IV.32), (IV.35), (IV.41), (IV.47) et (IV.53). Ces figures présentent les courbes des évolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens au niveau des deux disques \overline{Nu}_c et \overline{Nu}_h , qui oscillent aux alentours de la valeur 1.

Les tracés des composantes adimensionnelles de vitesse dans les plan de phase, sont présentées aux figures (IV.36), (IV.43), (IV.49), (IV.55). Ces diagrammes qu'on les appelle portraits de phase sont des boucles fermées avec des harmoniques dominantes ce qui signifie que le régime d'écoulement quasi-périodique est atteint.

Les portraits de phase sont utilisés pour inspecter d'une façon intuitive et fiable sur le régime d'un mouvement, puisqu'ils présentent un point limite lorsque le régime est permanent ou un cycle limite dans le cas d'un régime oscillatoire, ou par un tore si le mouvement est aperiodique, et par un attracteur étrange (strange attractor) dans le cas du régime chaotique (plus les détails voir Stevens et al. [17]).

D'autre part, on a utilisé les portraits de phase durant les calculs pour s'assurer que les amplitudes sont uniformes ou en d'autres termes les évolutions temporelles ont le caractère sinusoïdal. On peut apercevoir ce caractère périodique derrière les cycles limites. Notons que chaque courbe est obtenue avec plus 1/2 million d'itérations $N_{ech} \geq 2^{19}$ pour $\Delta\tau = 10^{-3}$ et 4 million pour un pas de temps de $\Delta\tau = 10^{-4}$ (environ 3 jour de calcul).

Afin d'obtenir le spectre d'énergie des oscillations, on a utilisé la transformée rapide de Fourier (FFT) d'un nombre (N_{ech} , une certaine puissance de 2) d'échantillons, extraits des valeurs des variations temporelles des différents paramètres adimensionnels. Cette transformée est multipliée par son complexe conjugué et divisée par 2 pour obtenir la densité de spectre d'énergie PSD (Power Spectrum Density) en fonction des fréquences des oscillations F , définies par : $F = k/(N_{ech} \times \Delta\tau)$, ou $\Delta\tau$ l'incrément du temps et $k = \overline{1, N_{ech}/2}$

L'énergie est normalisée par N_{ech}^2 . Les valeurs de PSD en fonction de F présentent diverses échelles de grandeurs allant des très petites $O(10^{-25})$ aux élevées $O(10^{-5})$. Cette analyse spectrale concernera les évolutions temporelles des grandeurs adimensionnées aux sondes déjà mentionnées dans la section IV.3 du présent chapitre. Les fréquences prédominantes adimensionnelles (les plus grands piques) sont considérées comme celle jouant le rôle principale dans l'oscillation des l'écoulement et donc l'échange de l'énergie cinétique et thermique, mais puisqu'on est entrain d'un phénomène de bifurcation, elles peuvent exister plusieurs d'autres fréquences qui sont les multiplicateurs de celle prédominante [17].

Cette multitude de fréquences d'oscillations dans l'écoulement signifie qu'il est multicellulaire, en d'autre terme c'est le vortex breakdown (ou éclatement tourbillonnaire), ou elles existent une ou plusieurs zones de recirculation, chacune est séparée de l'autre et de l'écoulement secondaire par une ligne de courant n'ayant aucun débit $\Psi=0$ (line séparatrice) donc il ya plusieurs modes linéaires les plus instables de la perturbation qui deviennent successivement dominant avec un changement continu, et l'instabilité oscillatoire peut mener à une apparence et coexistence de plus qu'une bulle séparatrice du vortex. Ceci est en accord avec l'analyse de la stabilité linéaire de Gelfgat et al [14].

Sur les figures (IV.33), (IV.37), (IV.44), (IV.50), (IV-66), on montre l'analyse spectrale résultant de l'application de FTT aux évolutions temporelles de quelques paramètres, en indiquant les fréquences prédominantes pour chaque cas, qui correspond à l'harmonique ou elle a une énergie spectrale maximale. Ces fréquences critiques sont regroupées au tableau (IV- 6) avec les nombres de Reynolds critiques correspondants pour les différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri=0, 0.5, 1, 2$ et 4 .

IV.5.1.1. Structure de l'écoulement au cours d'une période :

Dans le but de comprendre la nature oscillatoire des différents paramètres de l'écoulement pour le cas de co-rotation des disques d'extrémités, on a choisi l'évolution temporelle au cours d'une période de la de la température adimensionnelle Θ pour le cas ou $Re_{cr}=1475$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$, pour explorer la structure de l'écoulement pendant des laps de temps adimensionnels notés par : τ_a, τ_b, τ_c et τ_d (Tableau. IV-4).

Les lignes de courant hydrodynamique au cours des temps adimensionnelles (τ_a, τ_b, τ_c et τ_d) présenté dans la première colonne du tableau (IV-4). Au cours des temps

adimensionnels τ_a, τ_b, τ_c et τ_d on peut remarquer que l'écoulement de base comporte deux cellules (déjà montré dans les cas stable), l'instabilité brisent l'axisymétrie de l'écoulement de base, et l'apparition d'une bulle au zone de recirculation secondaire près de l'axe de rotation, de côté disque supérieure., à cause d'instabilité de couche limite (spirales positives et cercle) selon Moisy et al. [28]. Aux instants $\tau_b; \tau_c$ les cellules forment des structures opposer, à l'instant τ_d la structure de la fonction de courant est parfaitement semblable à celle de l'instant τ_a , ce que signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique pendant une période d'environ $1/0.03232 \approx 30.94$ pour ce cas. Les dimensions des cellules de base se changent au cours des temps, ($\tau_a; \tau_b; \tau_c; \tau_d$) en subissant un élargissement puis un rétrécissement pendant chaque période.

Nous présentons dans la deuxième colonne du tableau (IV-4) des évolutions temporelles au cours d'une période de la température adimensionnelle Θ . On voit toujours la conduction domine le transfert de chaleur, pour les contours de vitesses azimutales et la vorticité représenté respectivement dans la troisième et la quatrième colonne du tableau (IV-4), on remarque clairement la brisent de symétrie et la structure à l'instant τ_d est parfaitement semblable à celle de l'instant τ_a , ce que signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique. Aussi on remarque la présence de la couche d'Ekman située sur les deux disques rotatifs est caractérisée par un débit massique important. On peut constater aisément que la p riodicite  des instabilités est liée à l'élargissement et le rétrécissement des cellules principale et secondaire.

• Cas : $Re_{cr}=2645, Ri=0$ et $Ha=0$ (co-rotation)

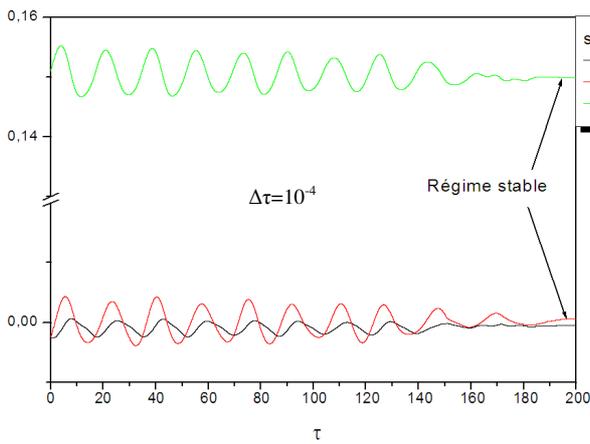


Figure IV-28 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u, v et w à la sonde1 (0.201,0.413) cas stable avec $Re=2640$ pour $Ri=0$ et $Ha=0$

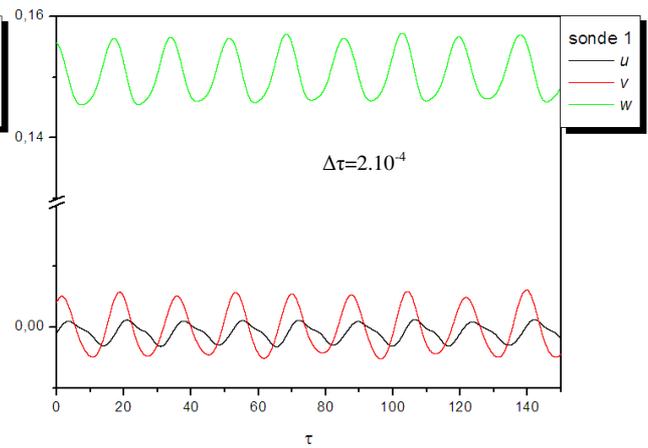


Figure IV-29 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u, v et w à la sonde1 (0.201,0.413), cas oscillatoire où $Re_{cr}=2645, Ri=0$ et $Ha=0$ avec $\Delta\tau=2.10^{-4}$

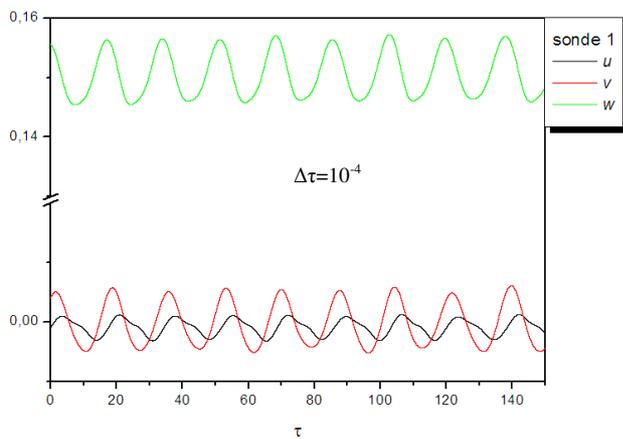


Figure IV-30 : élimination des instabilités numériques pour le même cas de $Re_{cr}=2645, Ri=0$ et $Ha=0$ avec $\Delta\tau=2.10^{-4}/2=10^{-4}$

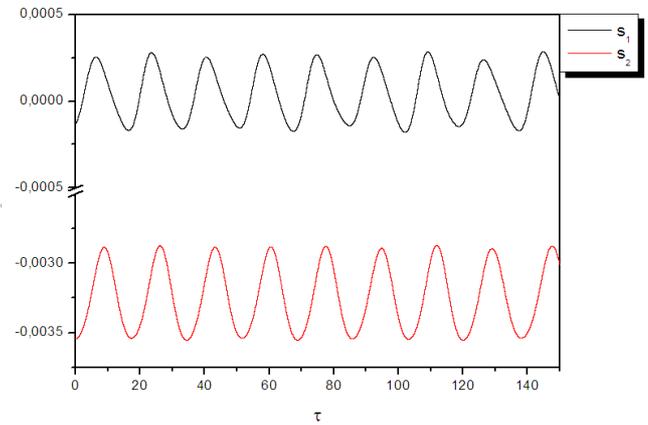


Figure IV-31 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr} =2645, Ri=0$ et $Ha=0$ aux sondes S_1 (0.201,0.413) et S_2 (0.493,0.413).

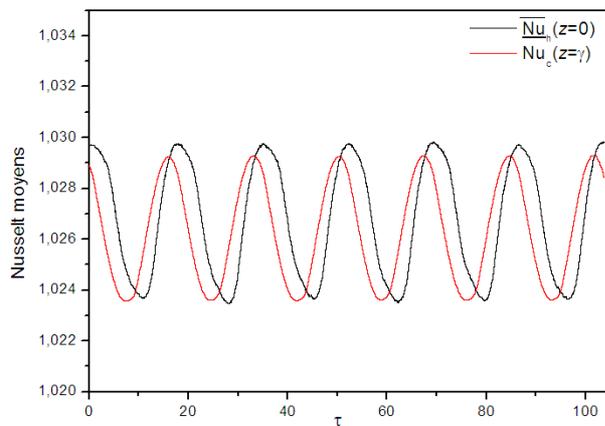


Figure IV-32 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu}_u pour $Re_{cr} =2645, Ri=0$ et $Ha=0$

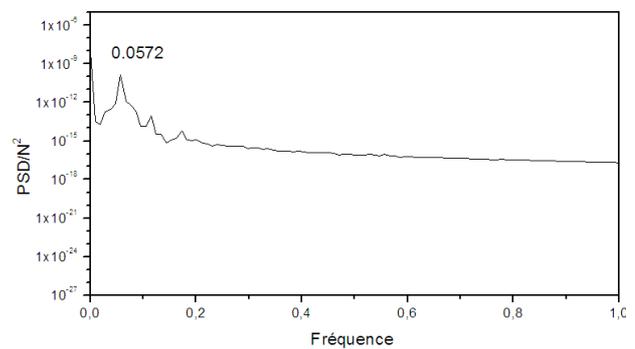


Figure IV-33 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la composante de vitesse u au point S_5 (0.493,0.975), pour $Re_{cr}=2645, Ri=0, Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-4}$ et $N_{ech}=2^{20}$

• Cas : $Re_{cr}=1475, Ri=0.5, Ha=0$, (co-rotation)

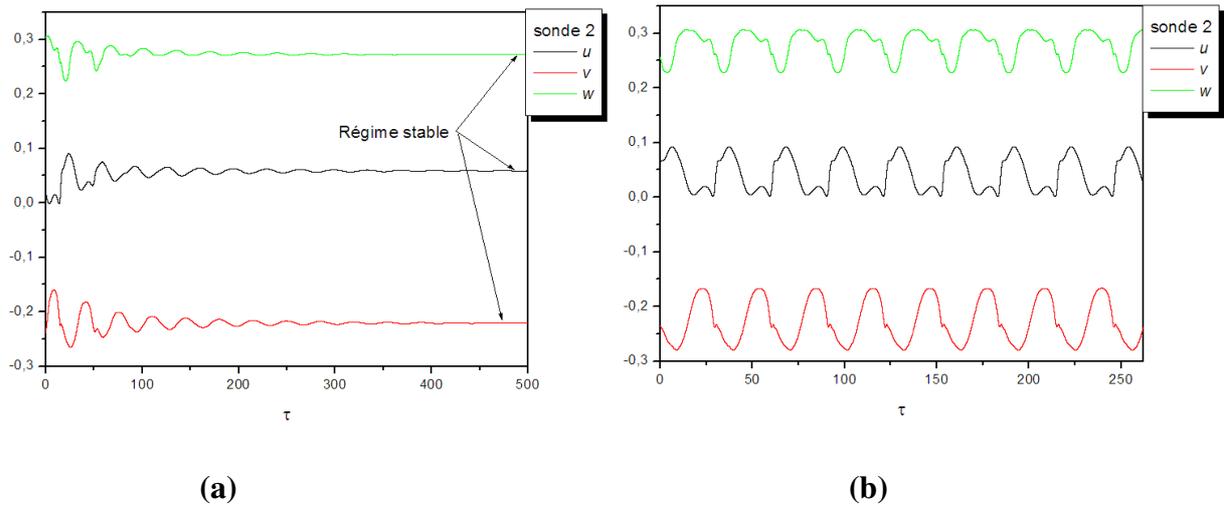


Figure IV-34: Evolutions temporelles de composantes de vitesse u, v et w à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=0.5$ et $Ha=0$ (a) cas stable de $Re=1474$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ (b) cas oscillatoire où $Re_{cr}=1475$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

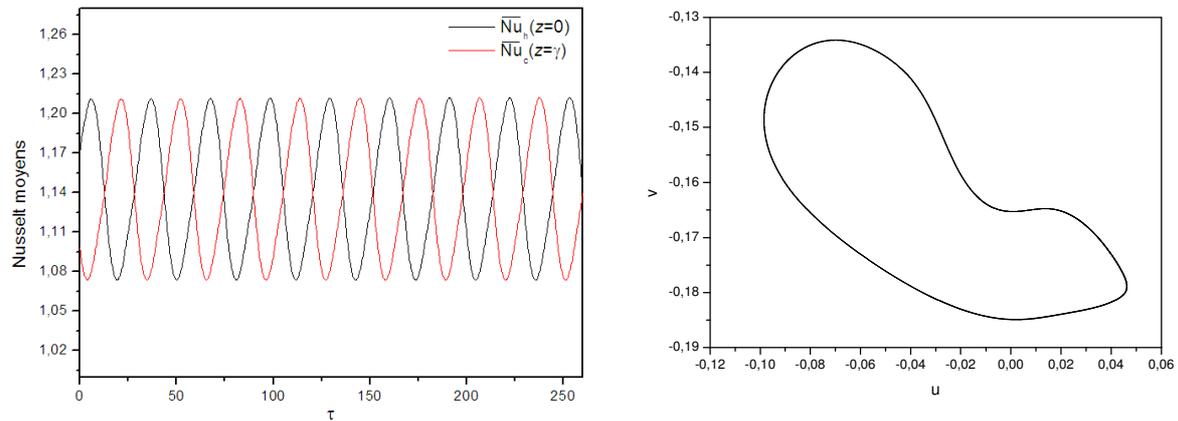


Figure IV-35 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=1475, Ri=0.5$ et $Ha=0$

Figure IV-36 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoire dans le plan de phase (u, v) à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Re_{cr}=1475, Ri=0.5$ et $Ha=0$

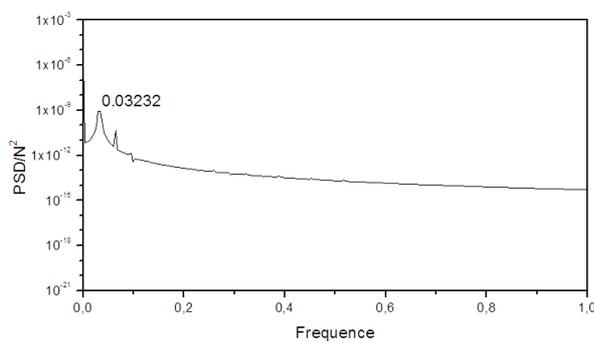


Figure IV-37 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_2 (0.493,0.413) pour $Re_{cr}=1475, Ri=0.5, Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

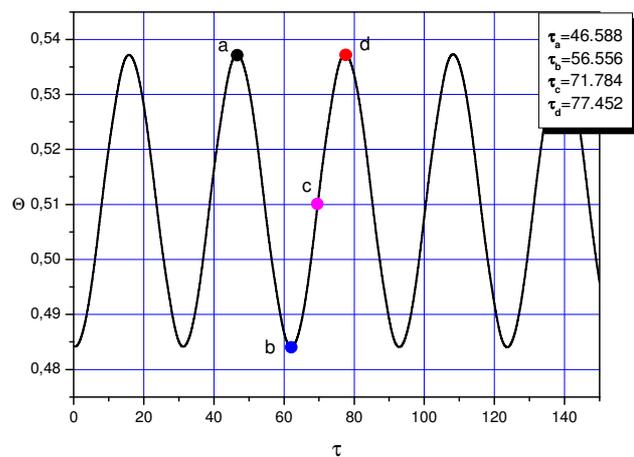


Figure IV-38 : Evolution temporelle de la température adimensionnelle Θ au point S_5 (0.493,0.975) avec des temps choisis (a, b, c, et d) pour visualiser les divers topologies de l'écoulement à $Re_{cr}=1475, Ri=0.5$ et $Ha=0$.

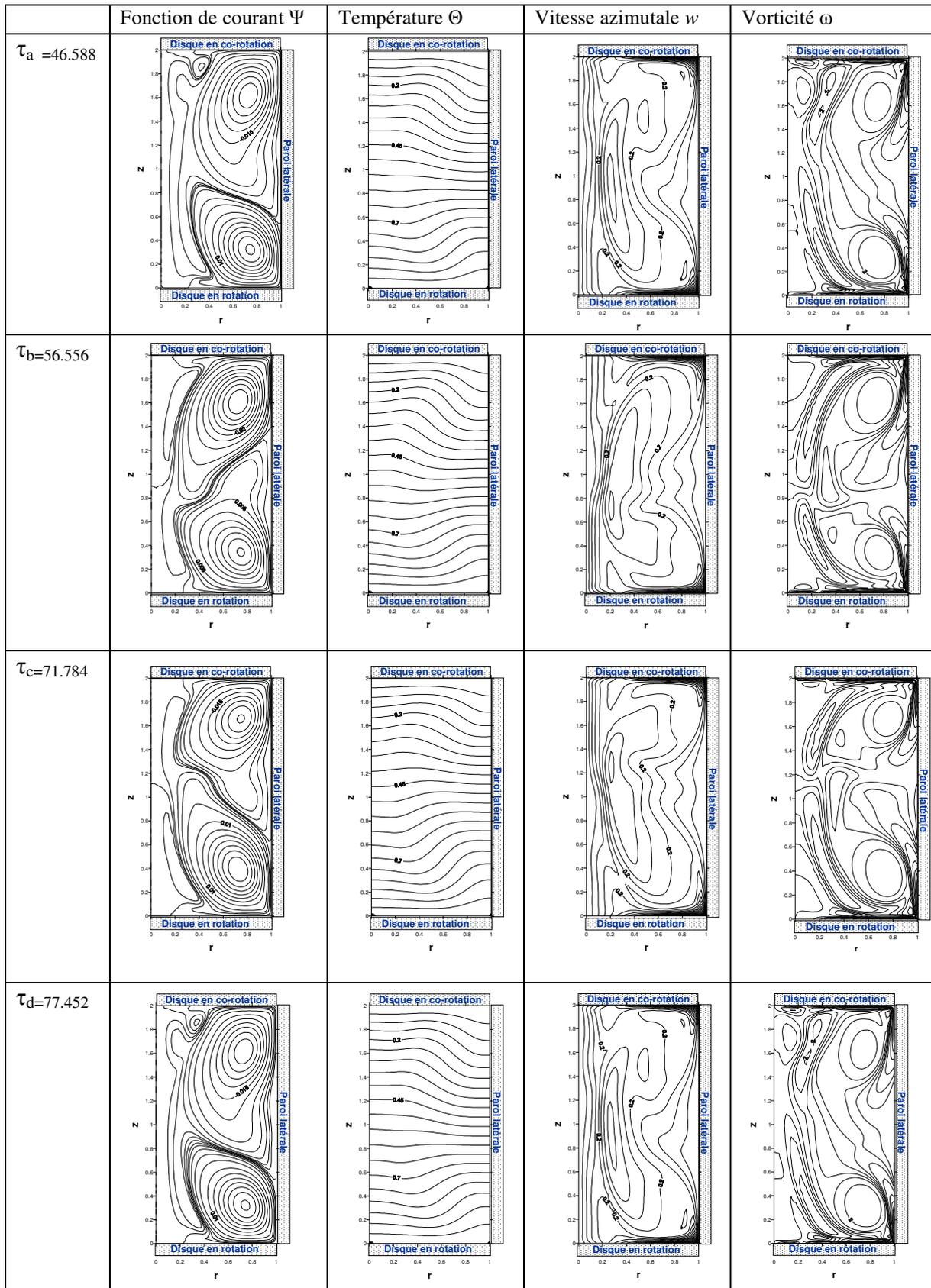


Tableau IV-4: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps τ_a , τ_b , τ_c , τ_d pour $Re_{cr}=1475$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$ (co-rotation)

- Cas : $Re_{cr}=929$, $Ri=1$ et $Ha=0$ (co-rotation)

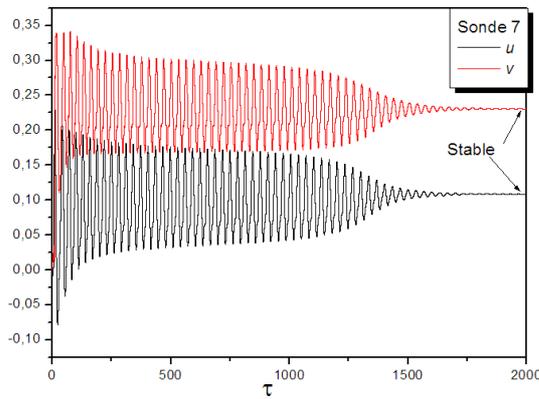


Figure IV-39: Evolutions temporelles de composantes de vitesse u, v à la sonde 7 (0.201,0.1.779) pour le cas stable avec $Re=928$ $Ri=1.0$ et $Ha=0$ $\Delta\tau=10^{-3}$

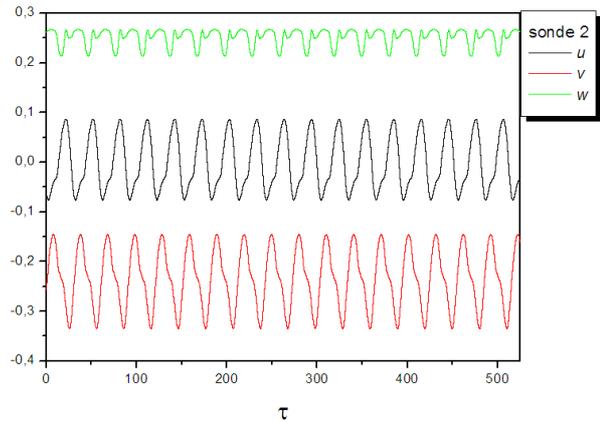


Figure IV-40 : Evolutions temporelles de composantes de vitesse u, v et w à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=1.0$ et $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=929$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

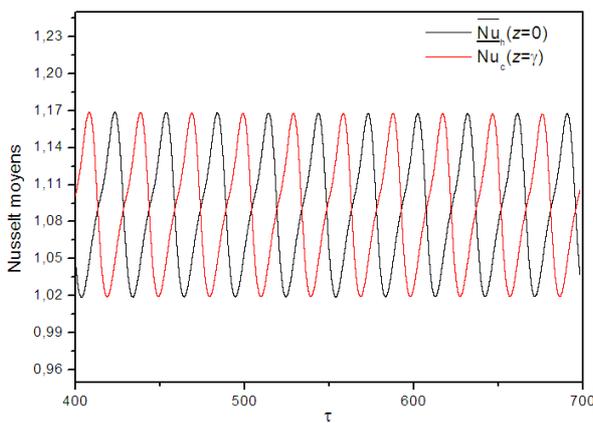


Figure IV-41 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu}_u pour $Re_{cr} =929$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$.

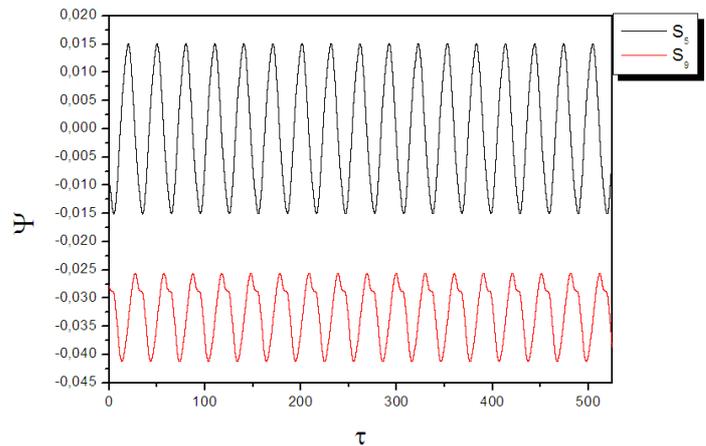


Figure IV-42 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr} =929$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$ aux sondes S_5 (0.493,0.975) et S_9 (0.802, 1.779).

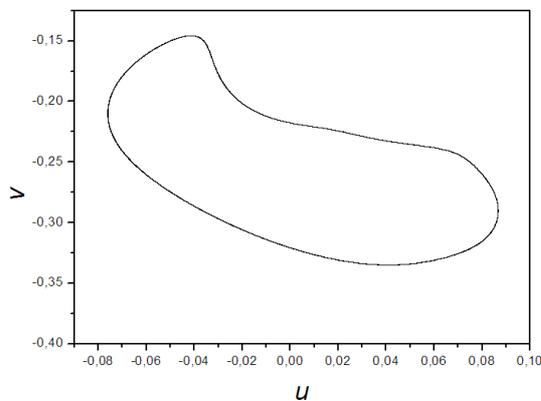


Figure IV-43 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Re_{cr}=929$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$.

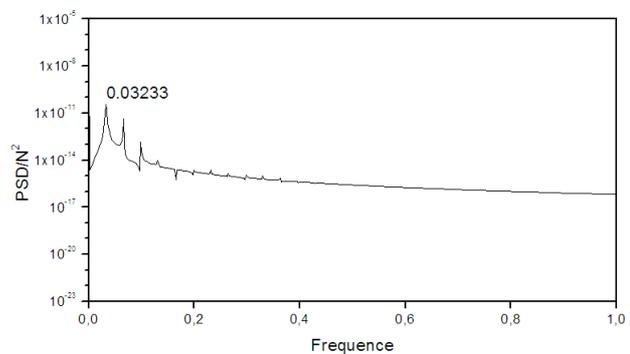


Figure IV-44 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_9 (0.802,1.779) pour $Re_{cr}=929$, $Ri=1.0$, $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

- Cas: $Re_{cr}=644$, $Ri=2$ et $Ha=0$ (co-rotation)

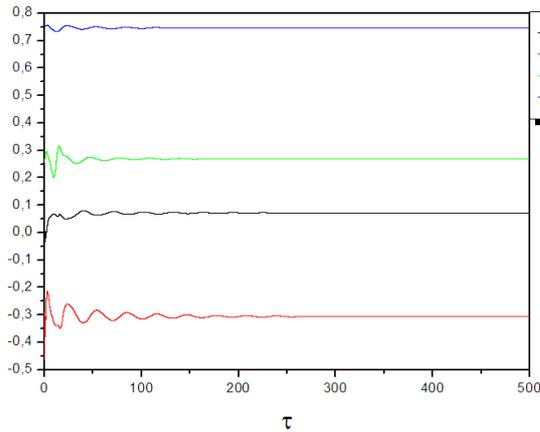


Figure IV-45: Evolutions temporelles de composantes de vitesse u , v , w et Θ à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour le cas stable avec $Re=643$, $Ri=2.0$, $Ha=0$, $\Delta\tau=10^{-3}$

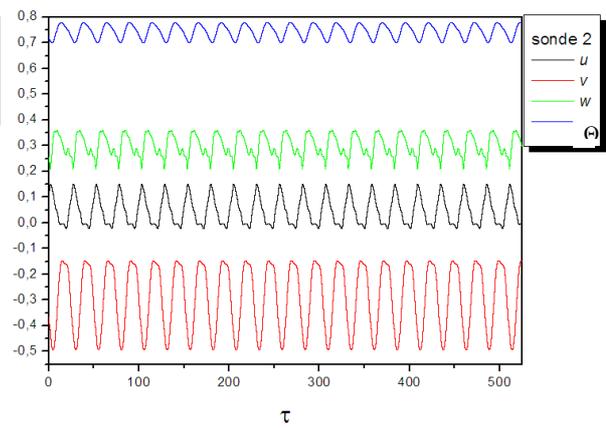


Figure IV-46: Evolutions temporelles de composantes de vitesse u , v , w et Θ à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour $Ri=2.0$, $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=644$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

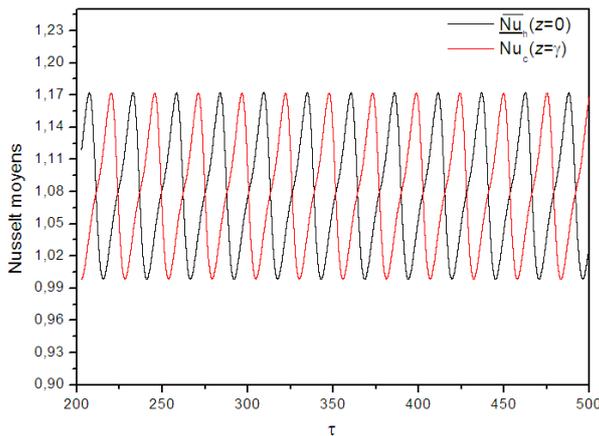


Figure IV-47: Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=644$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$.

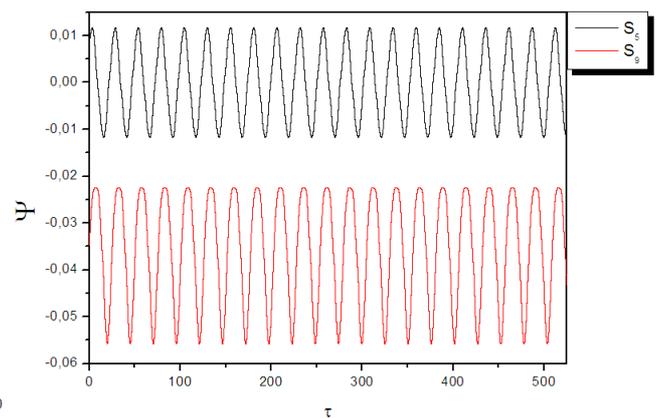


Figure IV-48: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=644$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$ aux sondes S_5 (0.493, 0.975) et S_9 (0.802, 1.779).

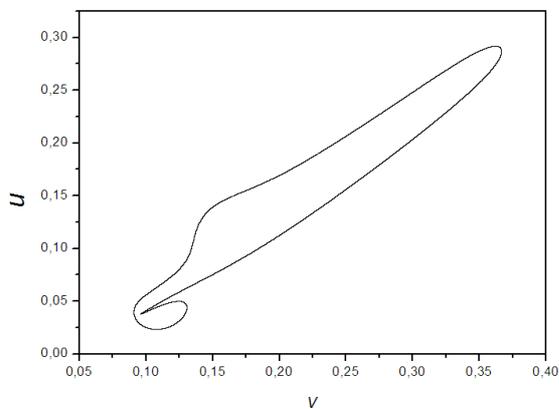


Figure IV-49: Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v , u) à la sonde 8 (0.493, 1.779) pour $Re_{cr}=644$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$.

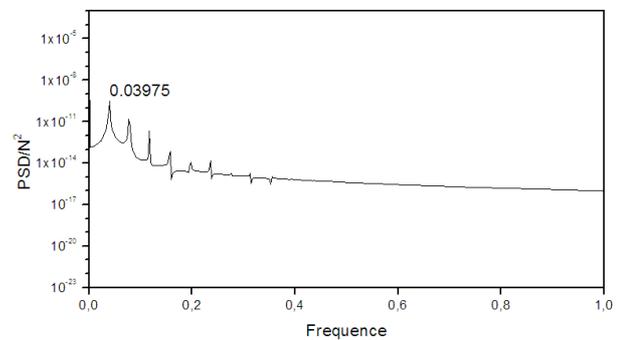


Figure IV-50: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_3 (0.802, 0.413) pour $Re_{cr}=644$, $Ri=2.0$, $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

• Cas : $Re_{cr}=448$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$ (co-rotation)

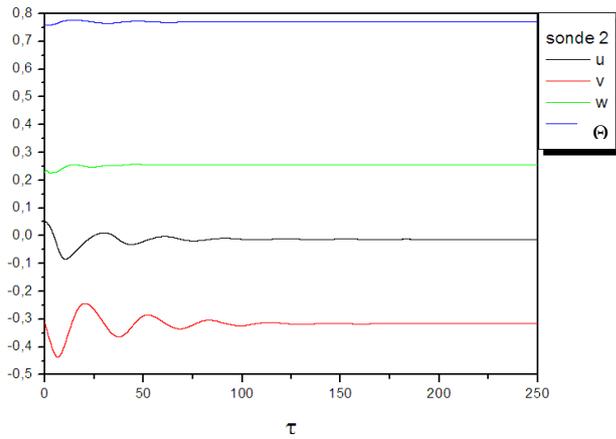


Figure IV-51: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v , w et Θ à la sonde 2 (0.493, 0.413) avec $Ri=4.0$, $Ha=0$ $\Delta\tau=10^{-3}$ cas stable $Re=447$.

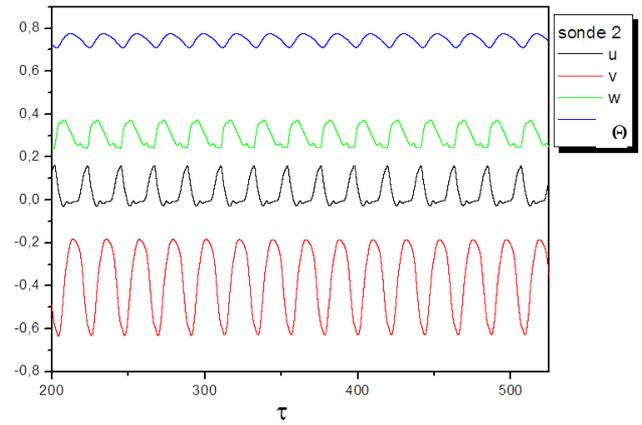


Figure IV-52: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v , w et Θ à la sonde 2 (0.493, 0.413) avec $Ri=4.0$, $Ha=0$ $\Delta\tau=10^{-3}$ cas oscillatoire $Re_{cr}=448$.

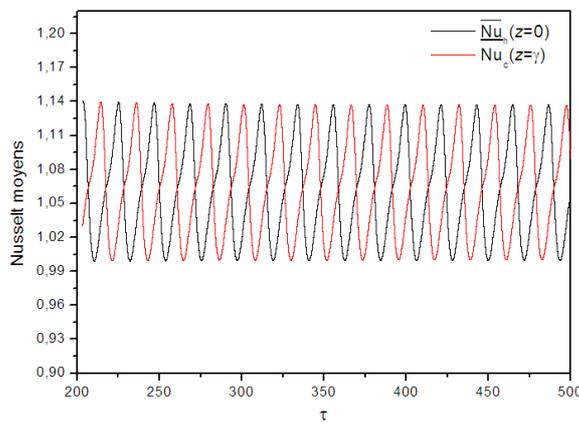


Figure IV-53 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=448$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$.

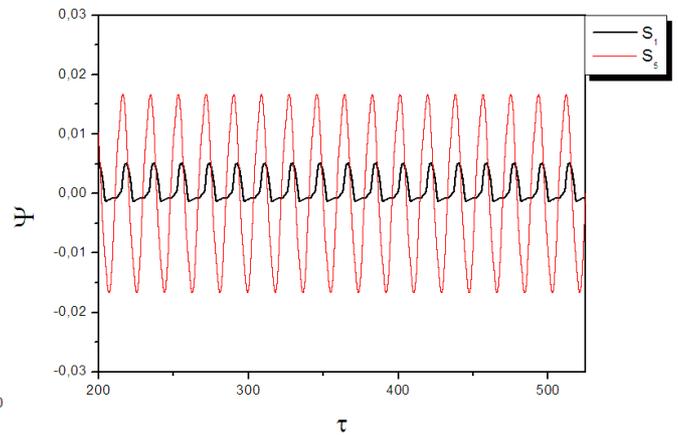


Figure IV-54 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=448$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$ aux sondes S_1 (0.201, 0.413) et S_2 (0.493, 0.975).

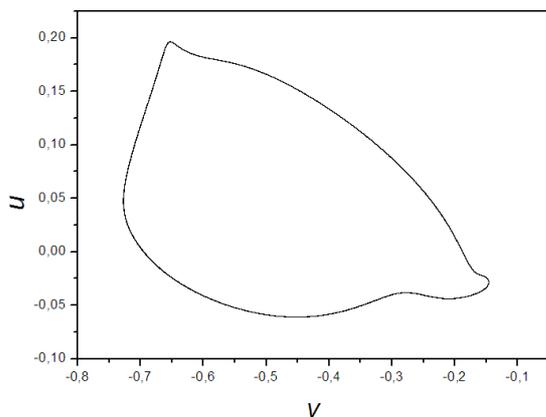


Figure IV-55 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v , u) à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour $Re_{cr}=448$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$.

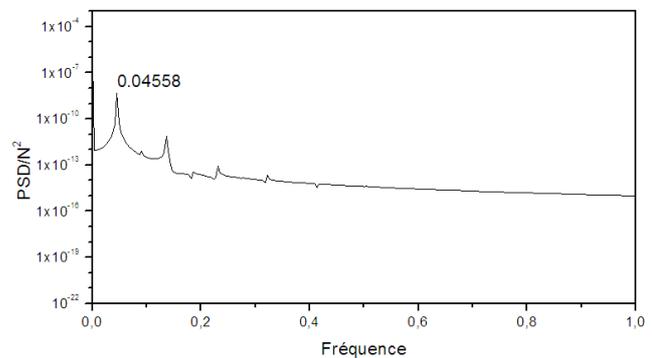


Figure IV-56 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_2 (0.493, 0.413) pour $Re_{cr}=448$, $Ri=4.0$, $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

IV.5.2. Situation en contre-rotation des disques d'extrémités

Le scénario précédent (co-rotation) se trouve quelque peu modifié dès lors qu'on s'intéresse à un régime contre-rotation, pour lequel un nouveau type de structure fait son apparition.

La première observation remarquable concernant cet écoulement que la détermination précise des Reynolds critiques est une tâche très délicate qui nécessite beaucoup de patience, et des ordinateurs plus puissants capables de calculer l'évolution temporelle de ce type d'écoulement en contre-rotation.

Presque la même représentation des figures que la section précédente de co-rotation ou les figures (IV-57), (IV-63), (IV-69), (IV-75) et (IV-81) présentent les cas stables. Le début des oscillations est présenté sur la figure (IV-58) qui donne l'évolution temporelle de la vitesse axiale v à la sonde A (0.409, 0.975). L'aspect oscillatoire des évolutions temporelles des paramètres de l'écoulement (u, v, w, Ψ) enregistrés aux différentes sondes, (Figs. IV.59-60, IV-64, IV-66, IV-70, IV-76, IV-78, IV-82 et IV-84), les mêmes remarques concernant le comportement oscillatoire des différents paramètres avec le cas de co-rotation. Les figures (IV-61), (IV-65), (IV-71), (IV-77) et (IV-83), présentent les courbes des évolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens au niveau des deux disques \overline{Nu}_c et \overline{Nu}_h , qui oscillent aux alentours de la valeur 1.

Les tracés des composantes adimensionnelles de vitesse dans les plan de phase, sont présentées aux figures (IV-72), (IV-79), (IV-85). La figure (IV-67) représente l'évolution temporelle de la température adimensionnelle Θ pour $Re_{cr} = 1278$, $Ri = 0.5$ et $Ha = 0$ aux sondes 1, 4 et 7. On remarque clairement que les amplitudes des oscillations de la température sont plus petites que celles des vitesses radiales et axiales ceci peut être interprété par la domination de la conduction en transfert de chaleur dans le cas de contre-rotation des disques d'extrémités.

Sur les figures (IV.62), (IV.68), (IV.73), (IV.80), (IV-86), on montre l'analyse spectrale résultant de l'application de FTT aux évolutions temporelles de quelques paramètres, ces fréquences critiques sont regroupées au tableau (IV-6) avec les nombres de Reynolds critiques correspondants pour les différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri = 0, 0.5, 1, 2$ et 4.

IV.5.2.1 Structure de l'écoulement au cours d'une période :

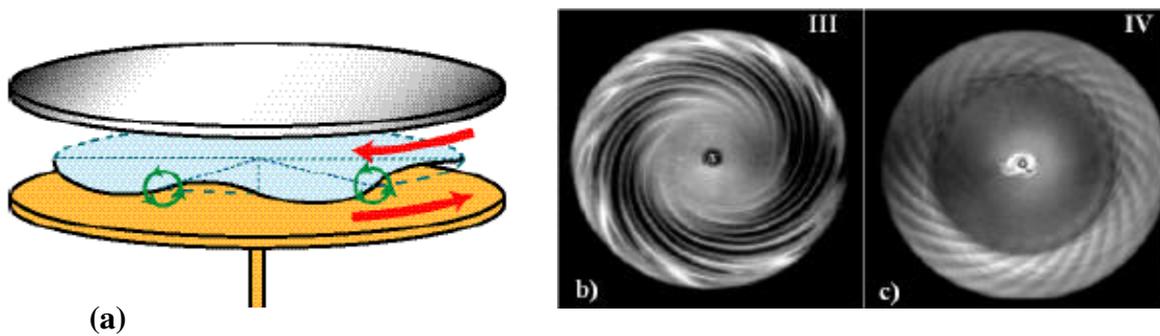
Dans le but de comprendre la nature oscillatoire des paramètres de l'écoulement en contre-rotation des disques d'extrémités, nous avons représenté les structures historiques pour le cas de $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$, au cours des laps des temps indiqués par τ_a , τ_b , τ_c et τ_d sur le tracé de l'évolution temporelle de la fonction de courant Ψ au point S_5 (0.493, 0.975) (Fig. IV-74). Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien pour le cas de $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$ sont représentées sur la première colonne du tableau (IV-5).

Au premier instant $\tau_a=246.41$, le régime d'écoulement devient multicellulaire avec l'apparition d'une cellule à coté de la paroi latérale (un détachement des cellules) et une autre à coté du disque inférieur, près du l'axe de rotation. On remarque aussi que la symétrie est disparue, et les couches d'Ekman se forment sur les deux disques rotatifs, pour l'instant $\tau_b =252.87$ un structure oppose à celle enregistré à l'instant τ_a (même observation dans le cas de co-rotation), à l'instant $\tau_c =259.55$ les dimensions des cellules se changent, en subissant un élargissement pour celle de coté disque supérieur et un rétrécissement de coté disque inférieur, à l'instant $\tau_d =272.88$, la structure de la fonction de courant est parfaitement semblable à celle de l'instant τ_a , ce que signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique pendant une période d'environ $1/0.03781 \approx 26.448$.

En découvrant les lignes isothermes dans le plan (r, z) dans la deuxième colonne du tableau (IV-5), on constate bien que l'échange de chaleur se manifeste mais avec une domination de la conduction, spécialement dans les régions près des deux disques inférieur et supérieur.

Pour les contours de vitesses azimutales et la vorticité représenté respectivement dans la troisième et la quatrième colonne du tableau (IV-5), on remarque clairement la que les couches limites sont formées sur les deux disques rotatifs en raison de l'inhibition du mouvement vertical par l'effet de force de buoyancy ($Ri=1$). Et la couche limite de la paroi latérale disparaît au milieu de cylindre. On peut se demander quel est le mécanisme d'instabilité responsable de ces structures, s'agit-il d'une instabilité de couche limite, comme pour le cas de co-rotation, ou plutôt d'un nouveau mécanisme selon Moisy et al. [28] et Gauthier et al. [21], il s'agit d'instabilité de cisaillement (spiraales négatives).

L'instabilité de cisaillement azimutale responsable de l'apparition des spirales négatives, ou l'écoulement de base peut être vue comme une couche de cisaillement séparant deux demi-espaces de rotation opposée. Cette couche se déstabilise selon une modulation azimutale et s'enroule selon les flèches circulaires vertes voir figure ci dessous. (Moisy et al. [28]).



- (a) Schéma de l'instabilité de cisaillement azimutale selon Moisy et al. [28].
- (b) Spirales négatives, Gauthier et al. [21].
- (c) Spirale positives, Gauthier et al. [21].

• Cas : $Re_{cr}=2284$, $Ri=0$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

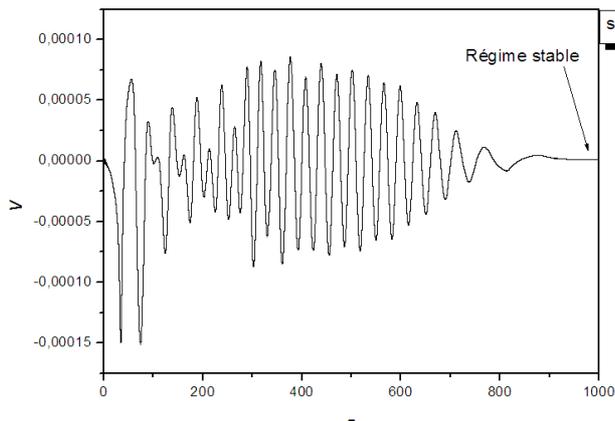


Figure IV-57 : Evolutions temporelles pour le cas de contre-rotation avec $Ha=0$, $Ri=0$ (a)composante de vitesse v (cas stable $Re=2280$), à la sonde5 (0.493,0.975)

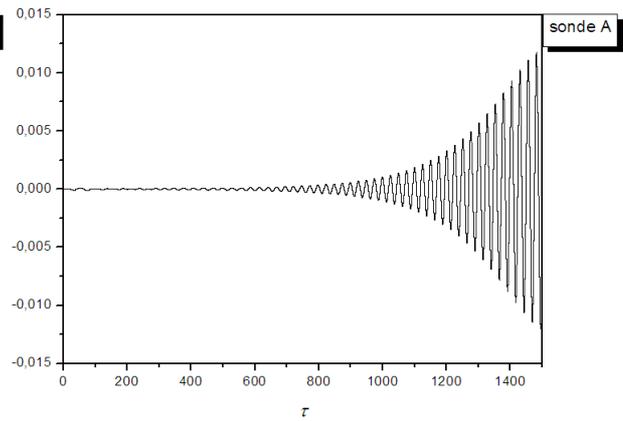


Figure IV-58 composante de vitesse v qui présente le début d'instabilité avec $Re_{cr}=2284$ à S_A (0.409, 0.975)

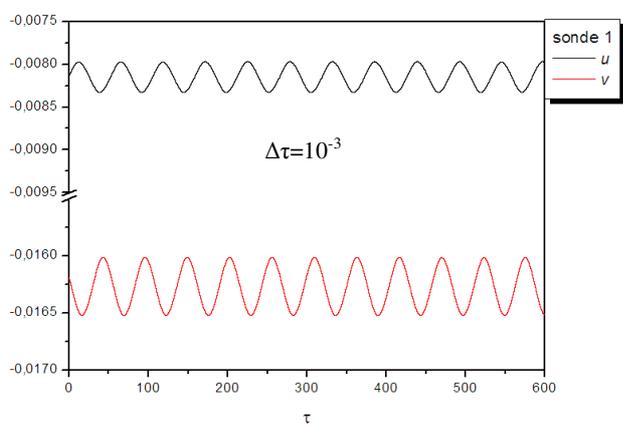


Figure IV-59 : composantes de vitesse u , v cas oscillatoire ou $Re_{cr}=2284$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ à $S_1(0.201, 0.413)$.

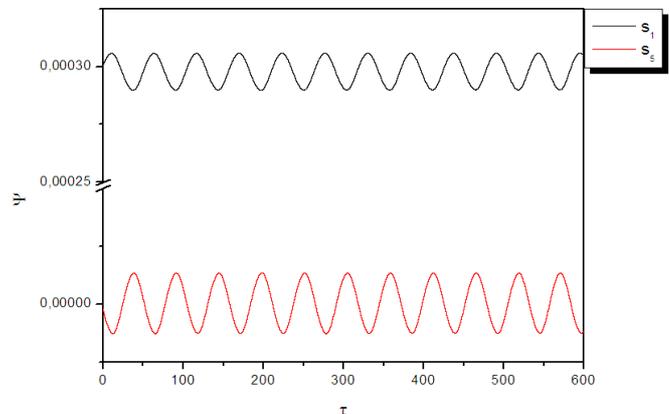


Figure IV-60 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=2484$, $Ri=0$ et $Ha=0$ en contre-rotation aux sondes $S_1(0.201,0.413)$ et $S_5(0.493,0.975)$

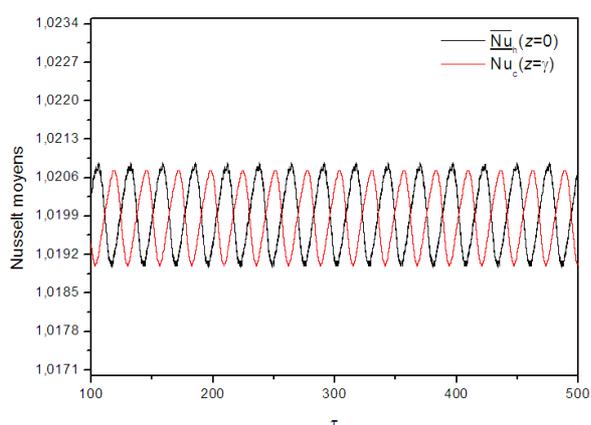


Figure IV-61 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=2284$, $Ri=0$ et $Ha=0$ en contre-rotation

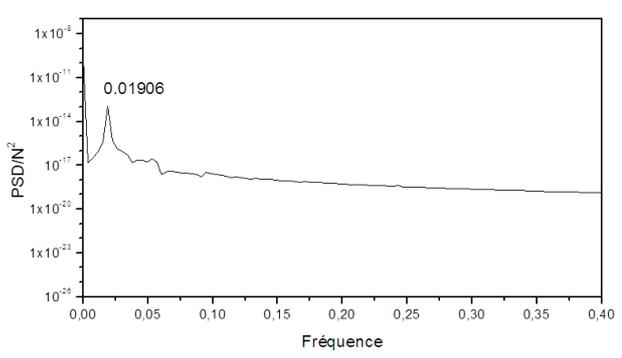


Figure IV-62 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la composante de vitesse u au point $S_1(0.201, 0.413)$, pour $Re_{cr}=2284$, $Ri=0,0$, $Ha=0$ (contre-rotation) avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

- Cas : $Re_{cr}=1278$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

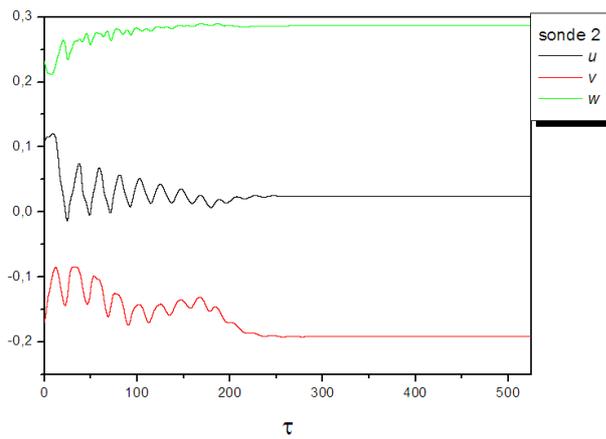


Figure IV-63: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v et w à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour le cas stable avec $Re=1277$, $Ri=0.5$, $Ha=0$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

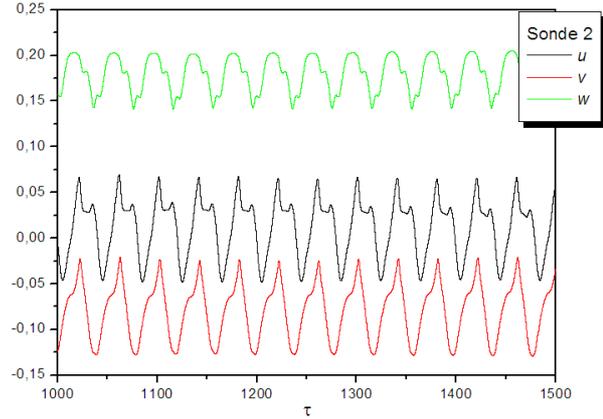


Figure IV-64 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v et w à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=0.5$, $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=1278$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

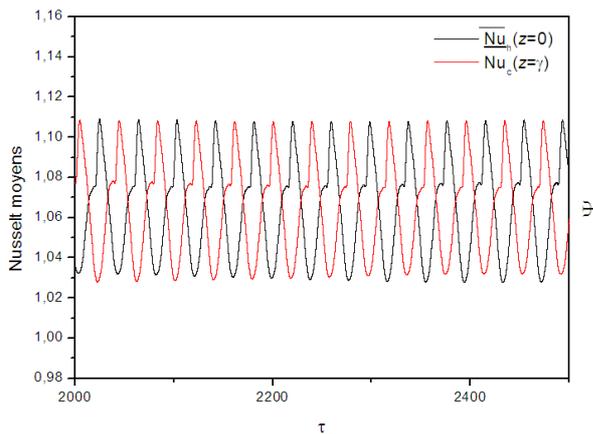


Figure IV-65 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr}=1278$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$.

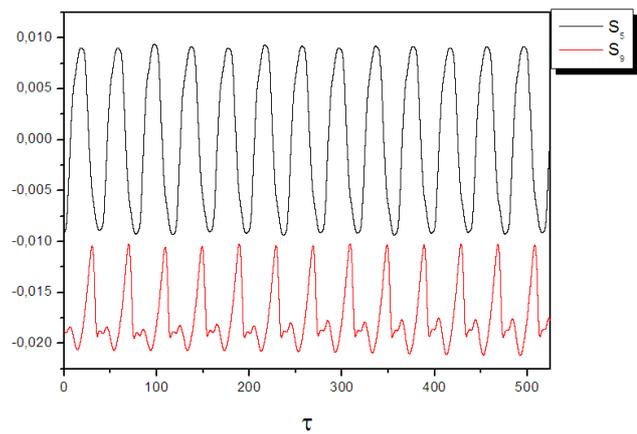


Figure IV-66 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=1278$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$ en contre-rotation aux sondes $S_3(0.802, 1.779)$ et $S_5(0.493,0.975)$.

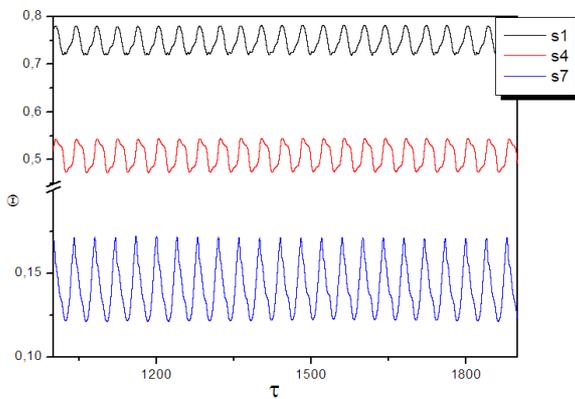


Figure IV-67 : Evolutions temporelles de la température adimensionnelle Θ pour $Re_{cr}=1278$, $Ri=0.5$ et $Ha=0$ aux sondes 1, 4, 7

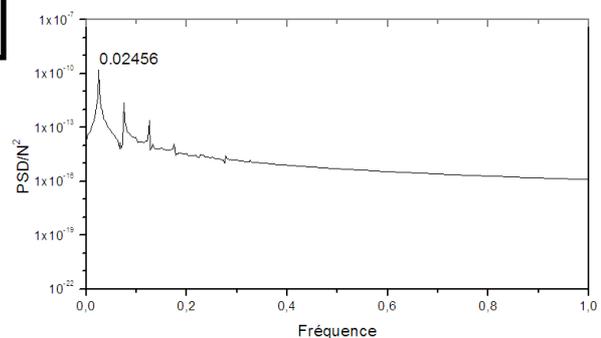


Figure IV-68: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point $S_2(0.493, 0.413)$ pour $Re_{cr}=1278$, $Ri=0.5$, $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

- Cas : $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

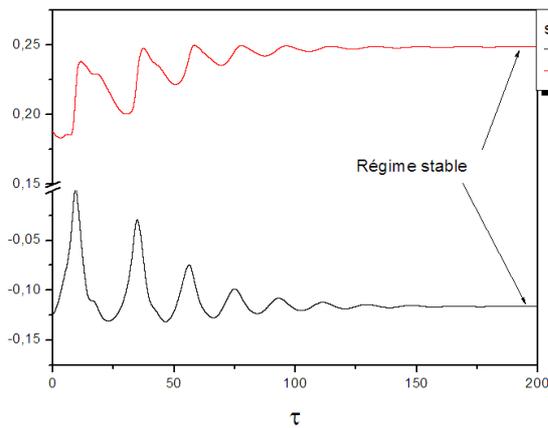


Figure IV-69: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u et v à la sonde 3 (0.802, 0.413) pour le cas stable avec $Re=943$, $Ri=1.0$, $Ha=0$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

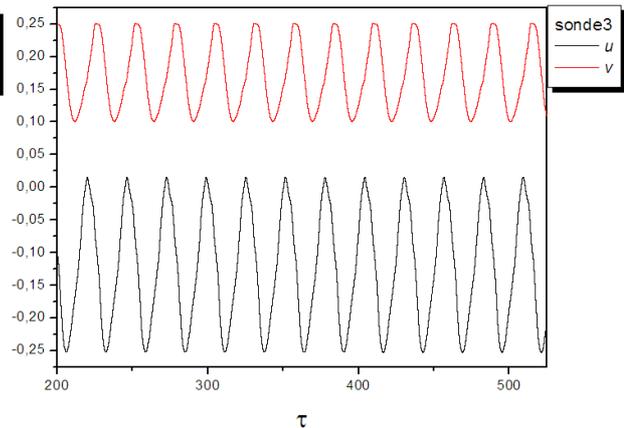


Figure IV-70: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v à la sonde 3 (0.802, 0.413) pour $Ri=1.0$, $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=944$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

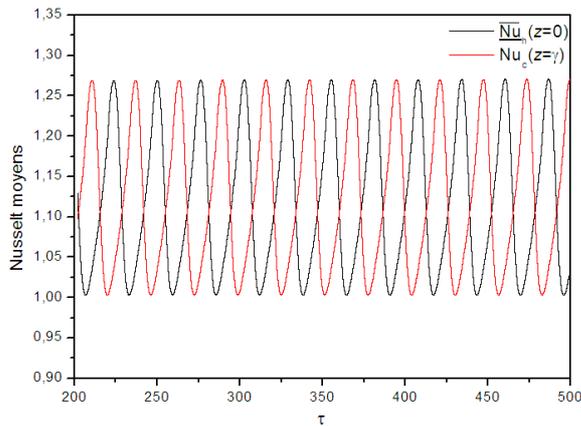


Figure IV-71: Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$

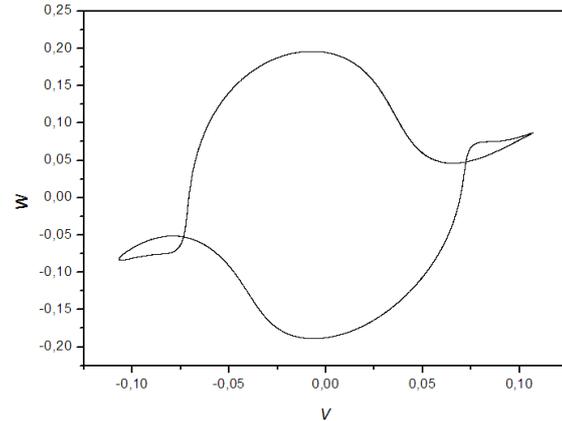


Figure IV-72: Cycles limites pour tracé des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v, w) à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$.

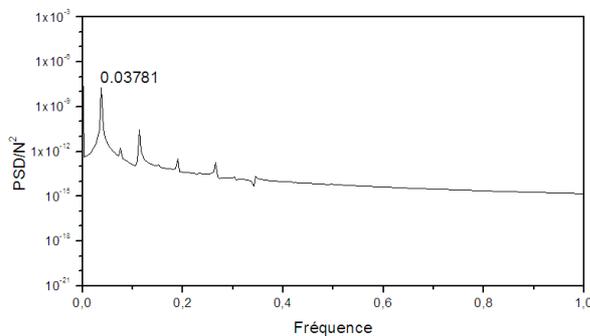


Figure IV-73: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_4 (0.201, 0.975) pour $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

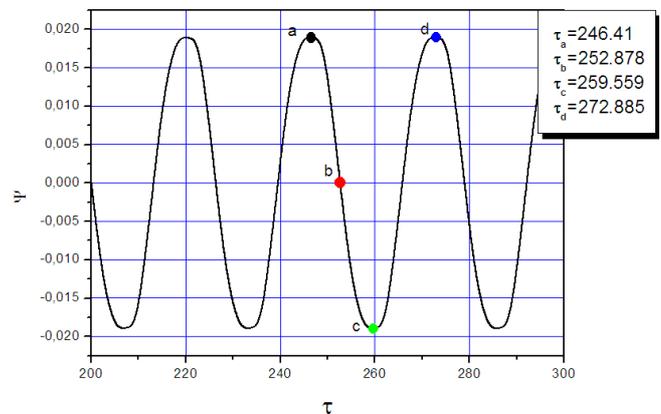


Figure IV-74: Evolution temporelle de la fonction de courant Ψ au point S_2 (0.493, 0.975) avec des temps choisis (a, b, c, et d) pour visualiser les divers topologies de l'écoulement à $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$.

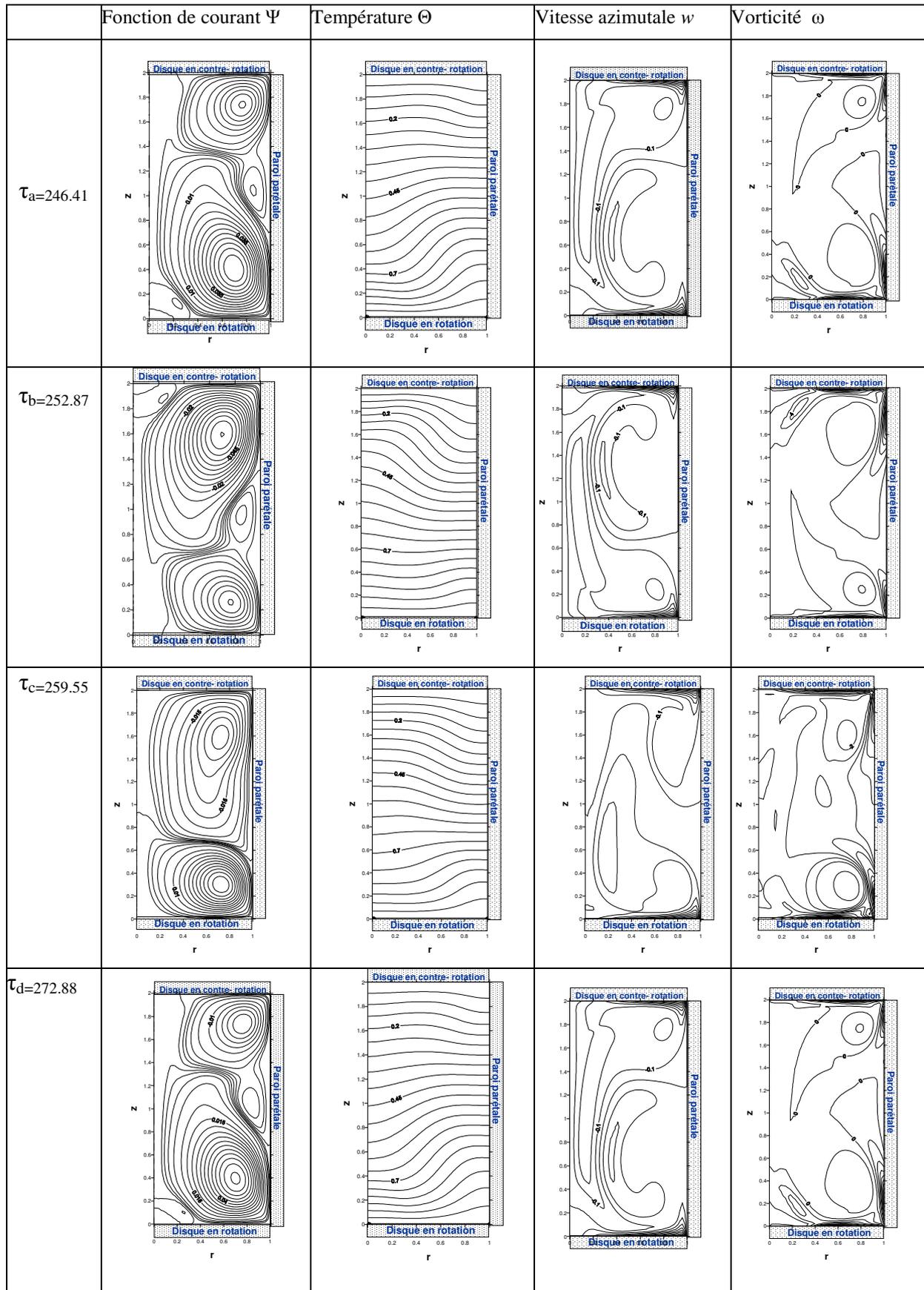


Tableau IV-5: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps τ_a , τ_b , τ_c , τ_d pour $Re_{cr}=944$, $Ri=1.0$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

- Cas : $Re_{cr}=648$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

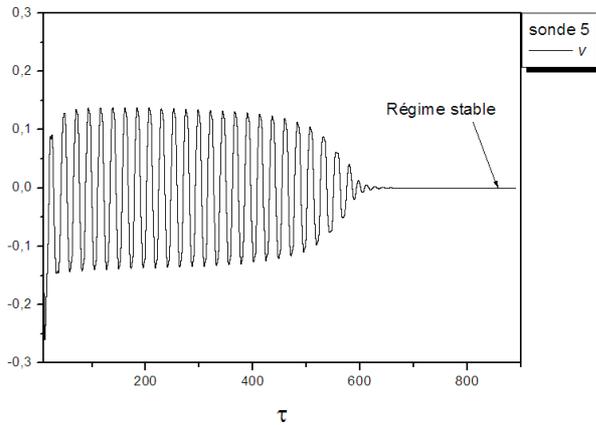


Figure IV-75: Evolutions temporelles de composante de vitesse v à la sonde 5(0.493, 0.975) pour le cas stable avec $Re=647$, $Ri=2.0$, $Ha=0$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

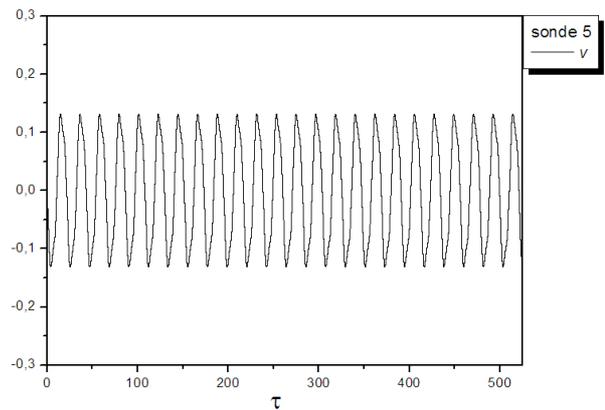


Figure IV-76: Evolutions temporelles de composante de vitesse v à la sonde 5 (0.493, 0.975) pour $Ri=2.0$, $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=648$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

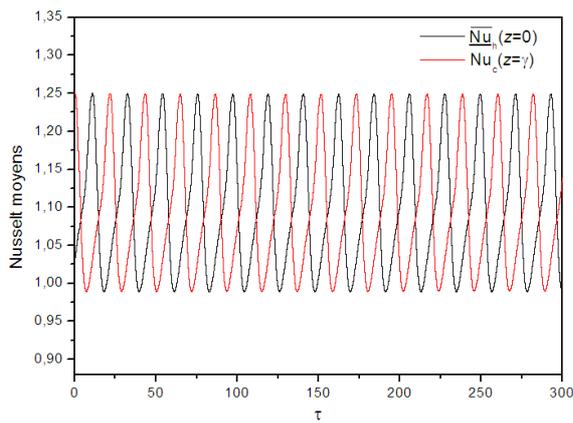


Figure IV-77: Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr}=648$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$.

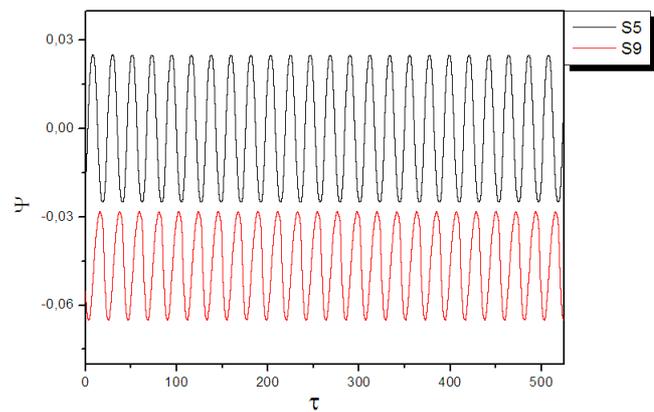


Figure IV-78: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=648$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$ en contre-rotation aux sondes S_9 (0.802, 1.779) et S_5 (0.493, 0.975).

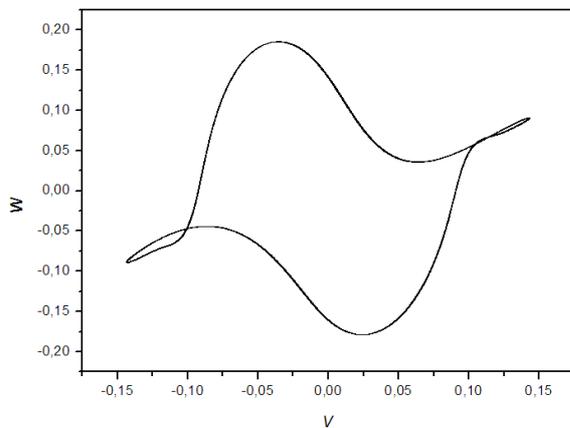


Figure IV-79: Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v , w) à la sonde 5 (0.493, 0.975) pour $Re_{cr}=648$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$.

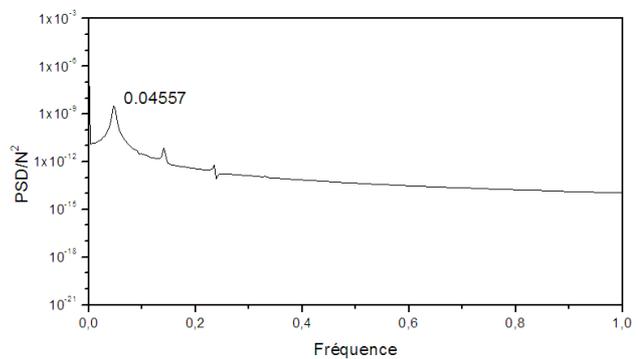


Figure IV-80: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S_5 (0.493, 0.975) pour $Re_{cr}=648$, $Ri=2.0$ et $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

• Cas : $Re_{cr}=450$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$ (contre-rotation)

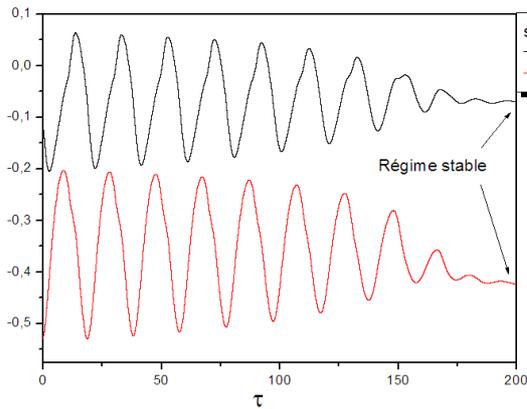


Figure IV-81 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u et v à la sonde 2 (0.493, 0.413) pour le cas stable avec $Re=449$, $Ri=4.0$, $Ha=0$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

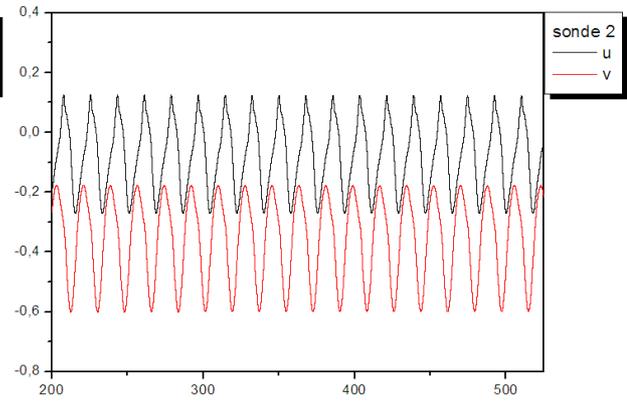


Figure IV-82 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=4.0$, $Ha=0$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=450$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

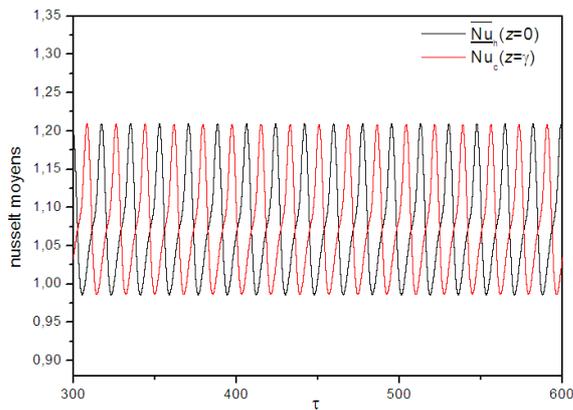


Figure IV-83 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=450$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$.

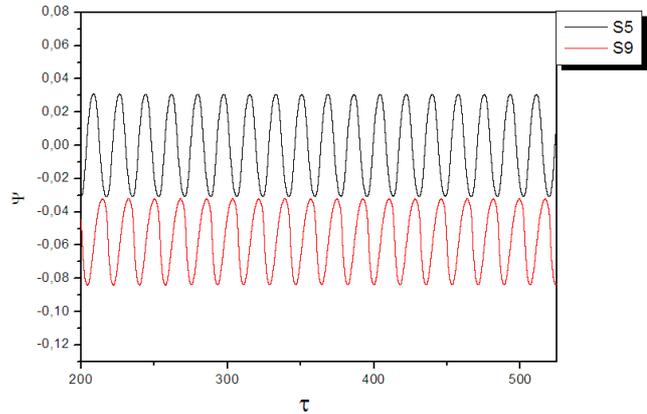


Figure IV-84 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=450$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$ en contre-rotation aux sondes S9 (0.802, 1.779) et S5 (0.493,0.975).

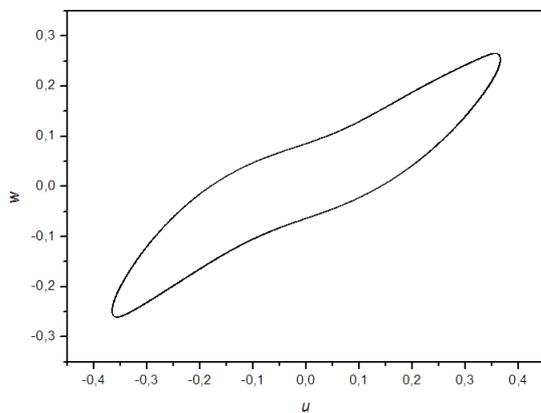


Figure IV-85 : Cycles limites pour tracé des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, w) à la sonde 4 (0.201, 0.975) pour $Re_{cr}=450$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$.

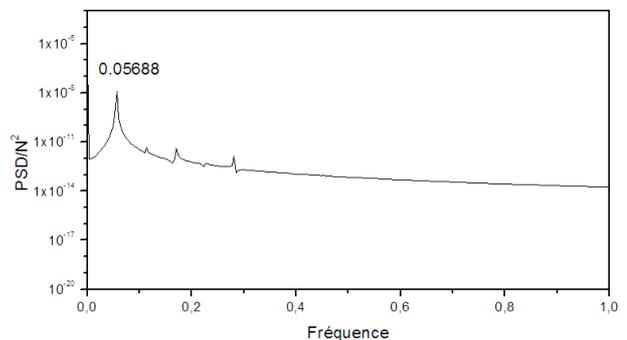


Figure IV-86 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S4 (0.201, 0.975) pour $Re_{cr}=450$, $Ri=4.0$ et $Ha=0$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

IV.5.3 Comparaison entre la co-rotation et la contre-rotation :

Nous présentons dans le tableau (IV-6), les nombres de Reynolds critiques Re_{cr} dans les deux cas de rotation avec leurs fréquences d'oscillations prédominantes F_{cr} , correspondant pour les différentes valeurs du rapport de Richardson $Ri=0, 0.5, 1, 2$ et 4 . Les diagrammes de stabilité présentés aux figures (IV-87) et (IV-88), mettent en évidence la variation du nombre de Reynolds critique Re_{cr} (Fig. IV-87) et la fréquence critique F_{cr} d'oscillation (Fig. IV-88) en fonction du rapport de Richardson Ri . Nous constatons que l'augmentation du nombre de Richardson provoque la diminution du nombre de Reynolds critique, c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ri déstabilise l'écoulement aux mêmes valeurs de Reynolds. Nous constatons aussi que l'écoulement de contre-rotation pour les valeurs du nombre de Richardson $Ri < 1$ est plus instable que l'écoulement en co-rotation les mêmes résultats sont obtenu par Gauthier et al [21].

Pour les valeurs de $Ri \geq 1$ les nombres de Reynolds critiques Re_{cr} dans les deux cas de rotations presque sont égaux (sont proche), qu'on peut interpréter par l'effet de la stratification thermique est substantiel.

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation								
Re_{cr}	2645	2284	1475	1278	929	944	644	648	448	450
F_{cr}	0.05720	0.01906	0.03232	0.02456	0.03233	0.03781	0.03975	0.04557	0.04558	0.05688

Tableau IV-6 : Fréquences critiques correspondantes aux Reynolds critiques trouvés pour $Ha=0$.

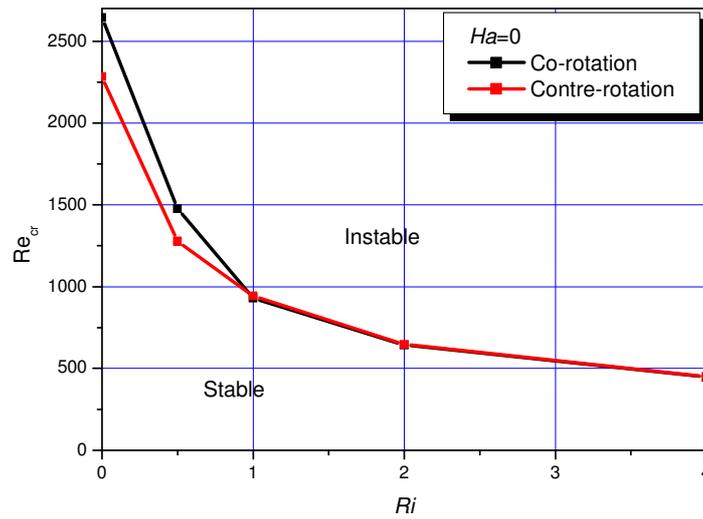


Figure IV-87 : Diagramme de stabilité Re_{cr} -Ri pour $Ha=0$

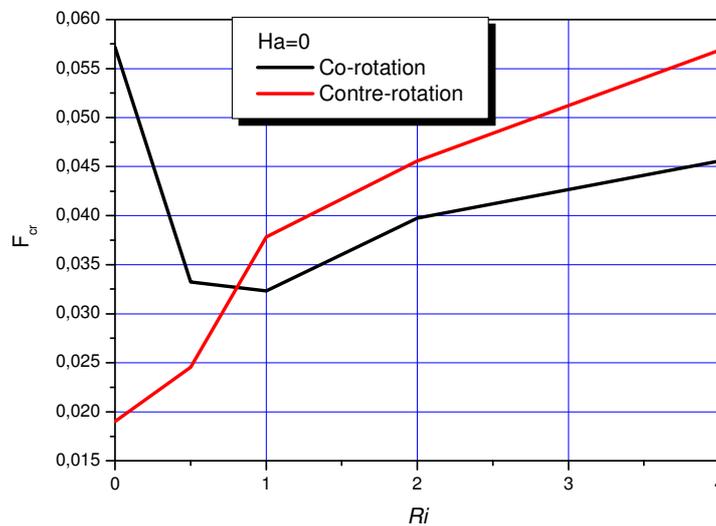


Figure IV-88: Diagramme de stabilité F_{cr} -Ri pour $Ha=0$

IV.6. Écoulement en régime transitoire avec champ magnétique ($Ha \neq 0$) :

L'application d'un champ magnétique vertical est reconnue sur la stabilité des écoulements convectifs ([44], [45],[52] et [58-60]). Quand un champ magnétique (axial) vertical est imposé, on observe quelques changements intéressants sur le mouvement du fluide et sur le transfert thermique, en cas d'écoulement turbulent, la présence du champ magnétique a comme conséquence la stabilisation de l'écoulement la tournant à laminaire et axisymétrique. En générale le champ magnétique supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique. Les écoulements en MHD subissent en général un amortissement dès lors qu'on applique un champ magnétique. Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela provoque l'apparition de fines couches où le gradient de vitesse est très élevé. Celles-ci sont appelées couches limites de Hartmann (Kakarantzas et al [60]).

Dans la présente partie de ce mémoire, nous intéressons à la situation en présence du champ magnétique appliqué verticalement à la configuration étudiée en régime transitoire, donc on a résolu numériquement le système d'équations EDP figurant au deuxième chapitre, y compris l'équation du potentiel électrique (Equations II.15-II.20).

De même que dans la partie précédente (situation sans champ magnétique), l'écoulement secondaire est étudié au moyen des composantes méridiennes u et v et les lignes de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant de Stokes Ψ , ainsi que quelques représentations des lignes méridiennes du potentiel et du champ électriques. Les résultats pour les diverses intensités du champ magnétique ($Ha=5, 10, 20$ et 30), et les différents cas du nombre de Richardson ($Ri=0, 0.5, 1, 2$ et 4) sont récapitulés en fin de cette partie dans les tableaux (IV-15), (IV-16) et les quatre diagrammes paramétriques (en Ri) de dépendance ($Re_{cr}-Ha$) et ($F_{cr}-Ha$) des deux cas de rotation dans les figures (IV.150-153).

IV.6.1 Situation en co-rotation des disques d'extrémités

Les cas stables sont représentés dans les figures (IV-89a), (IV-97), (IV-103), (IV-109) juste avant le début des instabilités. Sur les figures (IV-89b), (IV-91), (IV-104), (IV-100), (IV-110), (IV-112), nous avons présenté les évolutions temporelles des paramètres de l'écoulement (u, v, w, θ , et Ψ) enregistrés aux différentes sondes citées dans la section (IV-3) de ce chapitre. Alors, en remarquant le comportement oscillatoire des différentes historiques, On peut constater l'établissement d'un régime instable au sein de l'écoulement. Cette

instabilité peut être interprétée physiquement par l'interaction des forces de volume (force de Lorentz) et des forces de buoyancy ce qui donne naissance à un écoulement multicellulaire (Mittal [57]).

Aussi, la dépendance entre les amplitudes des oscillations et les positions des particules dans le cylindre est évidente, mais les fréquences d'oscillations sont les mêmes partout dans le fluide [15]. Ce caractère oscillatoire régnant dans l'écoulement de fluide est la cause de changement périodique des structures de l'écoulement de fluide périodiques instable, aussi la conduction domine le transfert de chaleur dans ce type d'écoulement de fluides à faible nombre de Prandtl, est appréciée sur les figures (IV-90), (IV-99), (IV-105), (IV-111), qui présentent les courbes des évolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens au niveau des deux disques (\overline{Nu}_c et \overline{Nu}_h), ces des derniers oscillent entre 1.02 et 1.2 pour $Ri \leq 1$ et entre 1.0 et 1,45 pour $Ri > 1$.

Les figures (IV-92), (IV-101), (IV-107), (IV-113), montrent quelques portraits de phase des composantes adimensionnelles de vitesse en quelques sondes dans l'écoulement oscillatoire instable. Nous pouvons remarquer que ces portraits de phase sont des cycles limites comme nous avons déjà parlé dans la section IV.5.1, présentant parfois des boucles avec deux feuilles, ce qui justifier le caractère oscillatoire déjà vu sur les courbes des évolutions temporelles. Aussi, on peut avoir une idée sur l'ordre des amplitudes d'oscillations des composantes de vitesse en remarquons les intervalles englobant ces cycles limites.

Même dans la situation où le champ magnétique est présent, l'augmentation des valeurs des nombres de Reynolds Re , de l'écoulement au-delà de celles critiques engendrera une bifurcation de l'écoulement vers le régime instable, ainsi qu'une multiplicité des fréquences d'oscillations dans l'écoulement aura lieu [14]. Ceci est illustré sur les figures (IV-93), (IV-102), (IV-106) et (IV-104) qui montrent les fréquences d'oscillation prédominantes pour quelques cas de l'écoulement oscillatoire. Cette analyse spectrale est les résultats de l'application de la transformée de Fourier rapide aux évolutions temporelles de quelques paramètres. Les fréquences critiques de la co-rotation pour tout les cas investigués dans ce travail sont regroupées au tableau (IV.19) avec les fréquences de la contre-rotation pour faciliter la comparaison entre les deux cas de rotation, les nombres de Reynolds critiques correspondant pour les différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ et différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri = 0, 0.5, 1, 2.0$ et 4 sont présentés au tableau (IV-19).

IV.6.1.1 Structure de l'écoulement MHD au cours d'une période :

Nous avons choisie deux cas de Reynolds critiques, en changeant le nombre de Richardson Ri et le nombre de Hartmann Ha pour comprendre la nature oscillatoire des différents paramètres de l'écoulement en co-rotation.

Nous avons présenté l'évolution temporelle au cours d'une période de la vitesse axiale adimensionnelle v pour le cas ou $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$, $Ha=5$, et nous avons indiqué les différents instants notés par τ_a , τ_b , τ_c et τ_d (Fig. IV-94).

Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien pour le cas de $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$ sont représentées sur la première colonne du tableau (IV-7). Au premier instant τ_a , on remarque l'existence deux cellules principale, la cellule de coté disque inferieur domine la recirculation secondaire et le sens du mouvement des particules fluides confinées dans cette cellule est a le même sens ordinaire des aiguilles d'une montre, tandis que l'autre cellule est contre le sens ordinaire des aiguilles d'une montre, ceci montré sur la figure (IV-95) ou nous avons représenté les suivis des particules en mouvement méridien. On remarque aussi que les deux cellules se dilate et rétrécie au cours des temps τ_b , τ_c , à l'instant τ_d on retour à la même structure déjà enregistré au l'instant τ_a , signifiant que le régime d'écoulement est périodique, avec une période d'environ $1/0.03038 \approx 32.916$.

Sur la figure (IV-96) sont présentés les vecteurs de courant méridien J_r et J_z (équations II-22a et II-22b), où on peut remarquer les vecteurs de courant électriques se concentrent sur les deux disques rotatifs et à la paroi latérale. Puisque le fluide est entouré d'un milieu totalement isolant et les lignes de courant électrique doivent nécessairement se refermer au sein du fluide. Les couches de Hartmann situées sous le disque inférieur en rotation et sur le disque supérieur en co-rotation, dans les quelle se referment les lignes de courant électriques ou l'équilibre azimutale est assuré par un équilibre entre les forces visqueuses et les forces électromagnétiques [42].

En découvrant les linges isothermes dans le plan (r, z) La deuxième colonne du tableau (IV-7), l'échange de chaleur se manifeste mais avec une domination de la conduction. La troisième colonne du tableau (IV-7), expose les iso-valeurs de la vitesse azimutale w dans le plan méridien. On peut dire que pour ce cas de $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$, qu'aux différents instant une vitesse azimutale de l'ordre de 0.2 règne dans la zone de recirculation, avec la

présence toujours de la couche d'Ekman située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités c.à.d. $(\Omega + \Omega)/2 = \Omega$. Pour la quatrième colonne du tableau (IV-7), expose la vorticité ω qui présente le taux de rotation local des petits éléments de fluide.

L'autre cas dont nous avons choisi de représenter les structures périodiques est avec un nombre de Hartmann ($Ha=20$), c'est le cas de co-rotation avec $Re_{cr}=1066$, $Ri=2$, les instants successifs choisis pour visualiser cet écoulement sont indiqués par τ_a, τ_b, τ_c et τ_d , ou nous avons présenté l'évolution temporelle au cours d'une période de la composante de vitesse w au point 5 (Fig. IV-108). Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien sont représentées sur la première colonne du tableau (IV-8), dans les différents instants de période balayée.

Remarquons qu'au premier instant τ_a l'écoulement présente deux cellules l'un de coté disque supérieure et la deuxième avec des dimensions plus grand se trouve du coté disque inférieur, aux instant τ_b, τ_c, τ_d la cellule située sur le disque tournant inférieur domine l'écoulement avec des dimensions plus grand que la cellule de coté disque supérieur, en subissant un élargissement et un rétrécissement, à l'instant τ_a les structures de la fonction de courant est parfaitement semblables à celles de instant τ_d , ce qui prouve que l'écoulement s'effectué d'une manière périodique pendant une période de $1/0.05300 \approx 18.867$. Les lignes isothermes dans le plan (r, z) présenté sur la deuxième colonne du tableau (IV-8), on peut constater la déviation importante des isothermes près de la paroi latérale, coté disque inférieur, ce que indique que le régime du transfert thermique est essentiellement convectif dans cette région. La troisième colonne du tableau (IV-8), expose les iso-valeurs de la vitesse azimutale w dans le plan méridien. Pour le cas de $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$, on remarque la présence toujours de la couche d'Ekman située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités (Ω). Pour la quatrième colonne du tableau (IV-8), expose la vorticité ω .

- Cas : $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$, $Ha=5$ (Co-rotation)

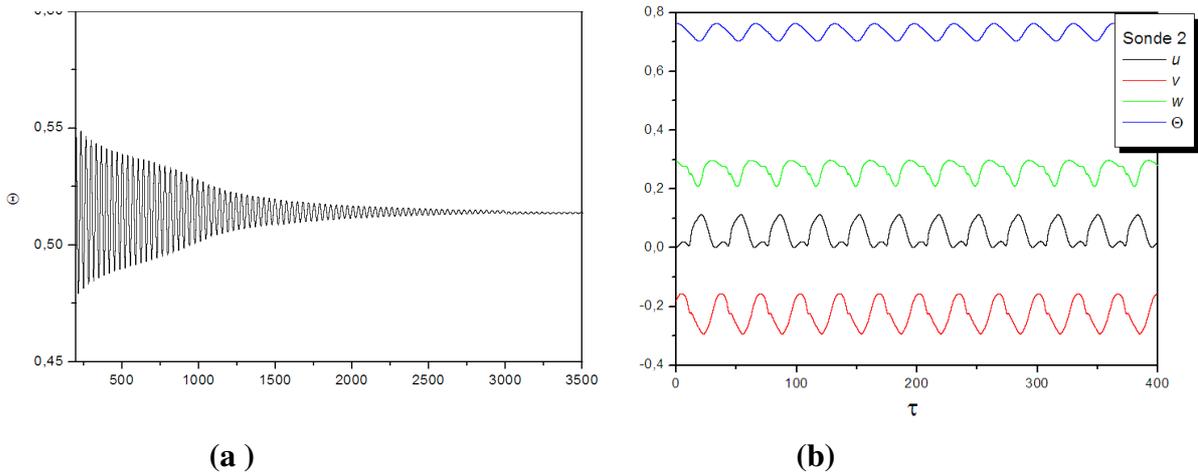


Figure IV-89 : Evolutions temporelles (a) de la température Θ à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Re=1502$, $Ri=0.5$, $Ha=5$ (cas stable) (b) des composantes de vitesse u , v et w et la température Θ à la sonde 2 ou $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$, $Ha=5$ et $\Delta\tau=10^{-3}$ (cas oscillatoire)

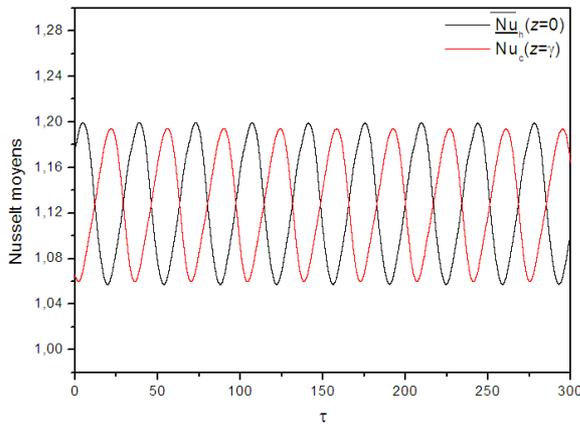


Figure IV-90 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5.0$.

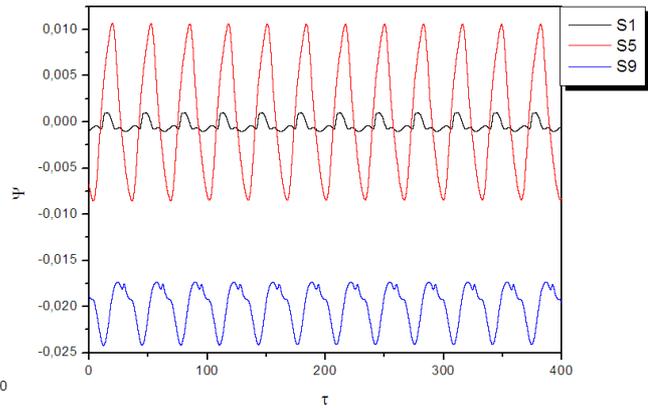


Figure IV-91 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$, aux sondes S1 (0.201, 0.413), S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779).

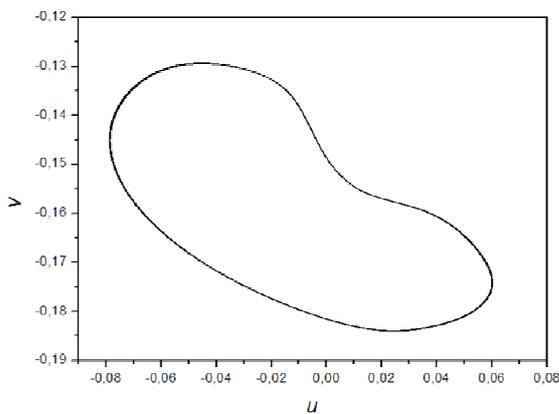


Figure IV-92 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde 3 (0.802,0.413) pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$.

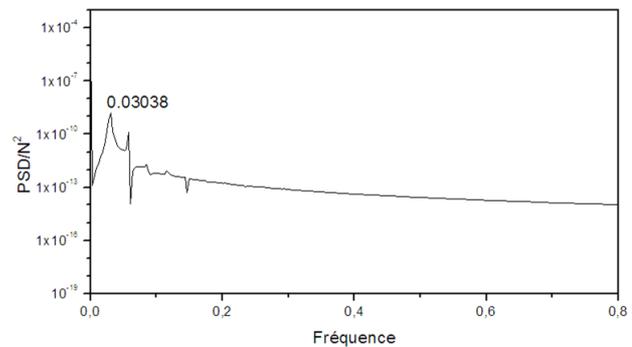


Figure IV-93 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S3 (0.802,0.413) pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$, $Ha=5$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

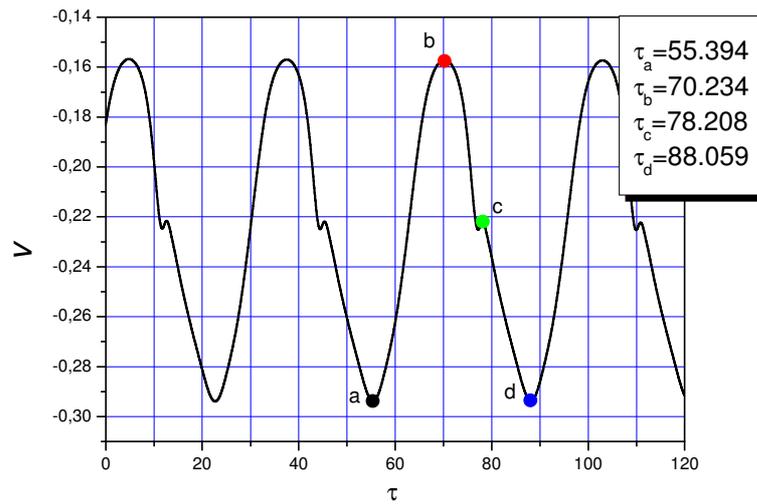


Figure IV-94 : Evolution temporelle de composante de vitesse v au point $S_2(0.493, 0.413)$ avec des temps choisis (a, b, c, et d) pour visualiser les divers topologies de l'écoulement à $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$.

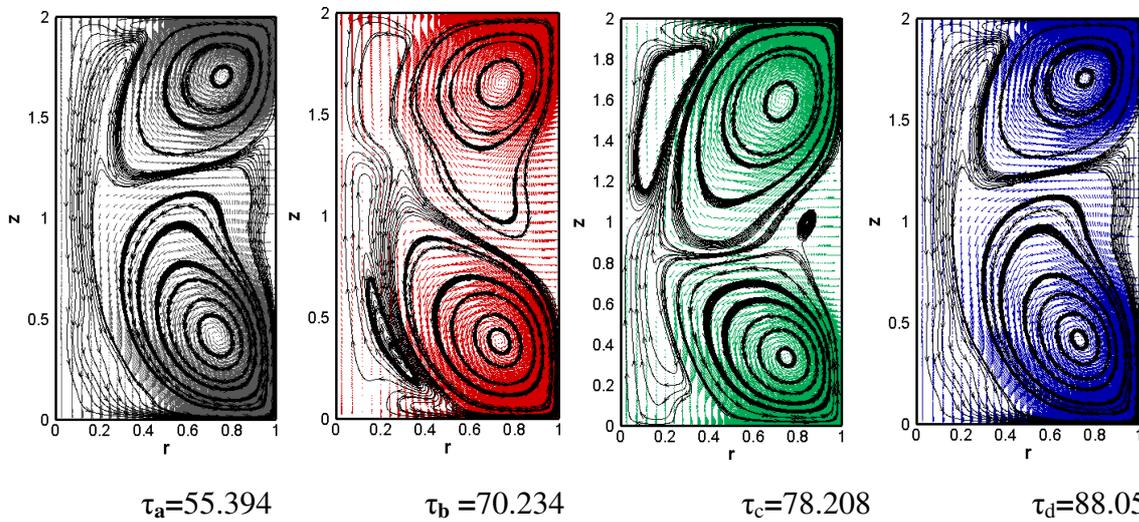


Figure IV-95 : Evolution temporelle des motifs de la fonction de courant adimensionnelle Ψ avec les champs méridiens (u, v) aux temps indiqués par (a, b, c, d) pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$

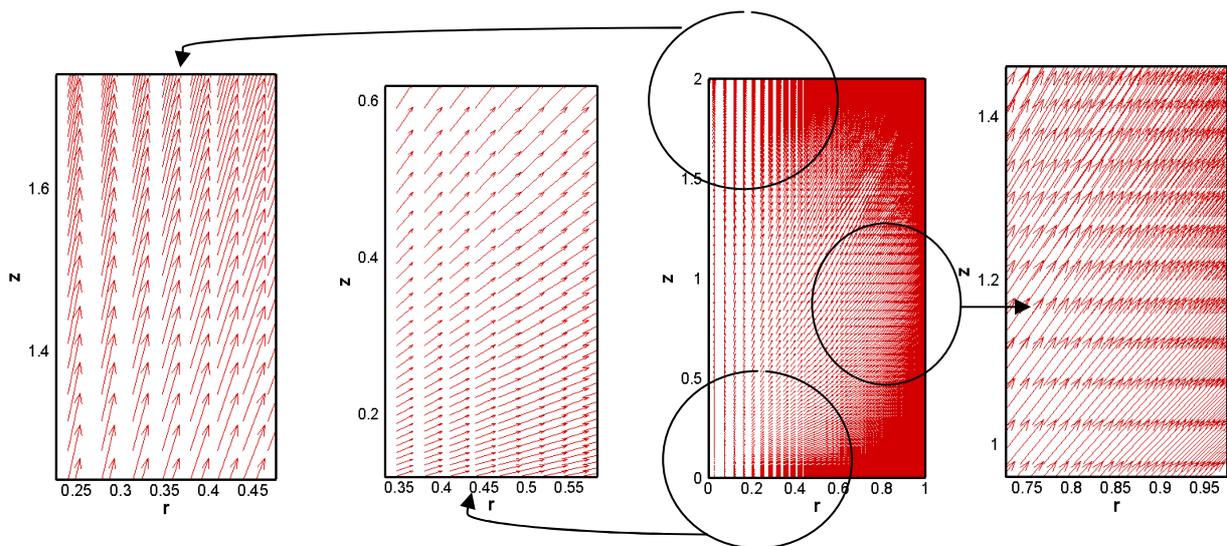


Figure IV-96 : Champ vectoriel des courants électriques (J_r - J_z) au sein du fluide conducteur à l'instant $\tau_a=41.069$ pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$

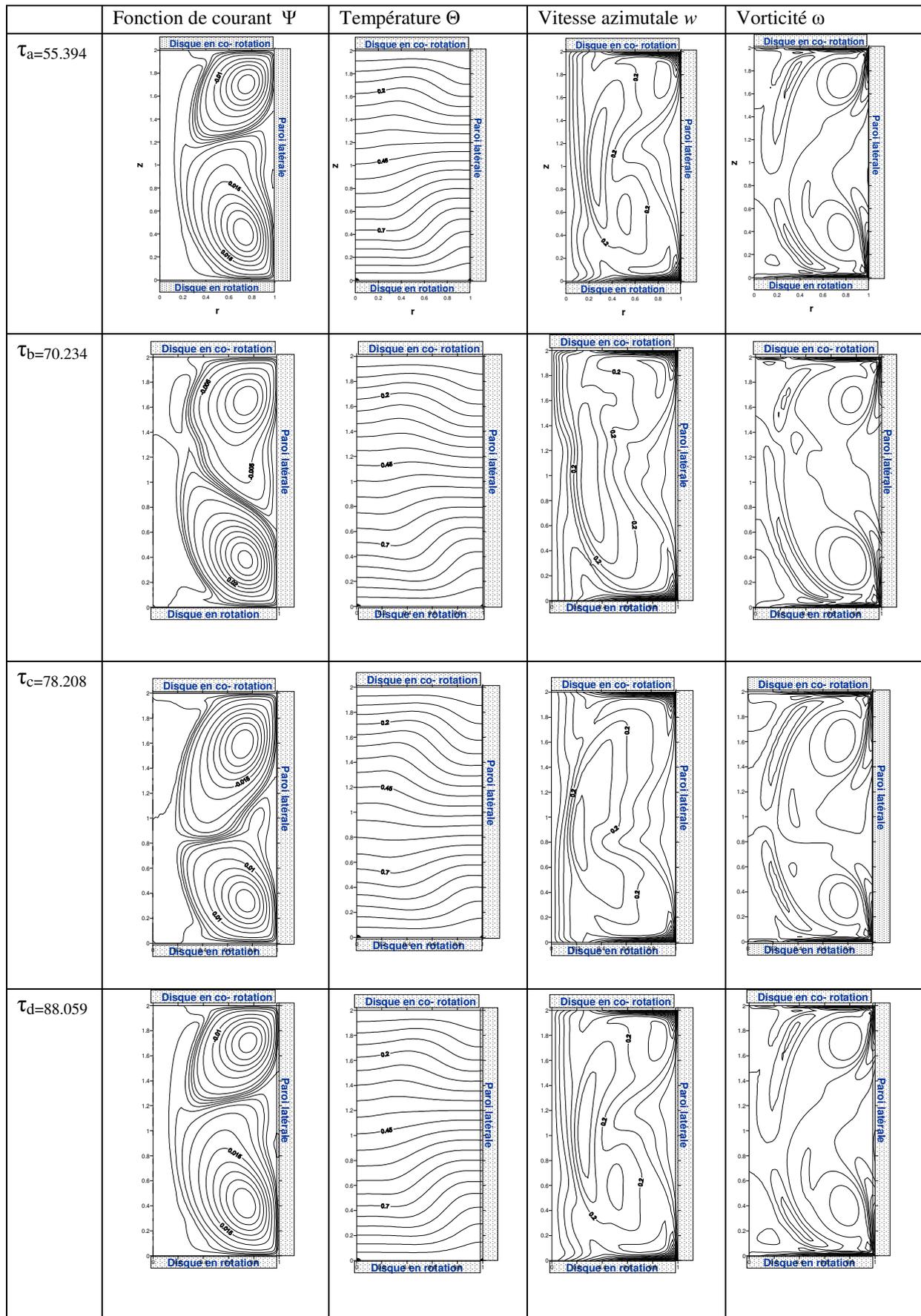


Tableau IV-7: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps τ_a , τ_b , τ_c , τ_d pour $Re_{cr}=1503$, $Ri=0.5$ et $Ha=5$

• Cas : $Re_{cr}=1038$, $Ri=1$ et $Ha=10$ (Co-rotation)

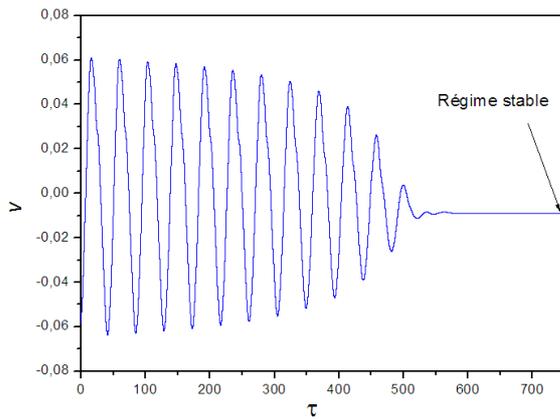


Figure IV-97: Evolutions temporelles de la composante de vitesse v enregistrée à la sonde 5 (0.493, 0.975) pour le cas stable avec $Re=1037$, $Ri=1.0$, $Ha=10$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

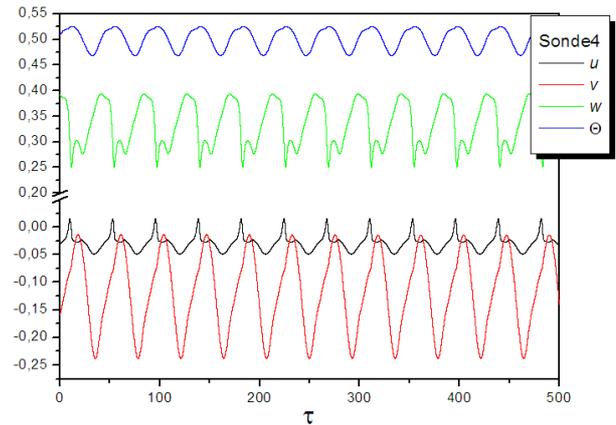


Figure IV-98 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v et w et la température Θ à la sonde 4 (0.201 ; 0.975) pour $Ri=1.0$, $Ha=10$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=1038$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

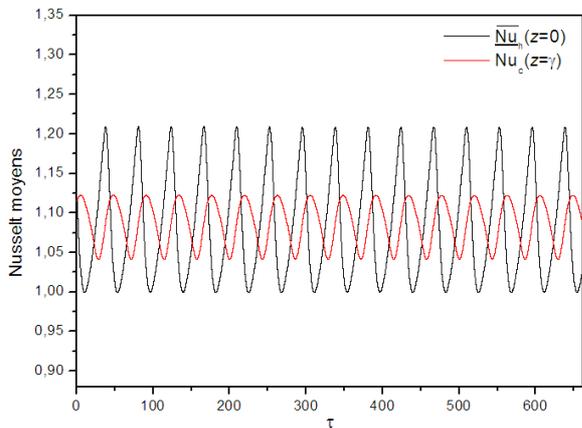


Figure IV-99 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr}=1038$, $Ri=1.0$ et $Ha=10$.

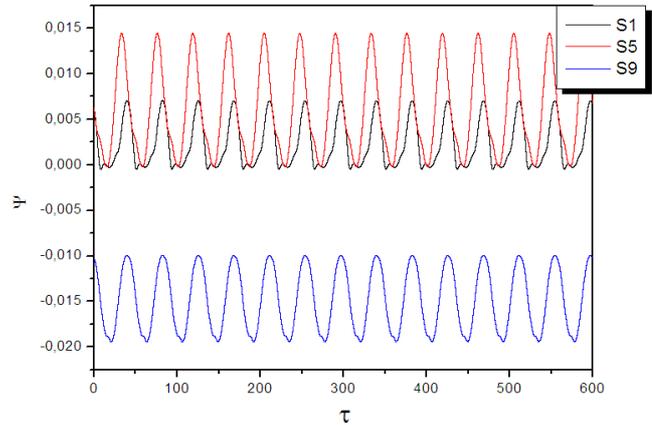


Figure IV-100: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=1038$, $Ri=1.0$ et $Ha=10$, aux sondes S1 (0.201, 0.413), S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779).

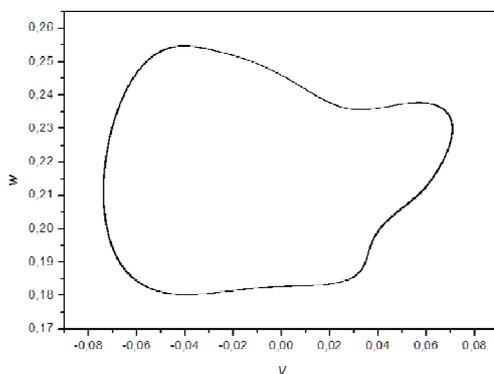


Figure IV-101 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v , w) à la sonde 3 (0.802,0.413) pour $Re_{cr}=1038$, $Ri=1.0$ et $Ha=10$.

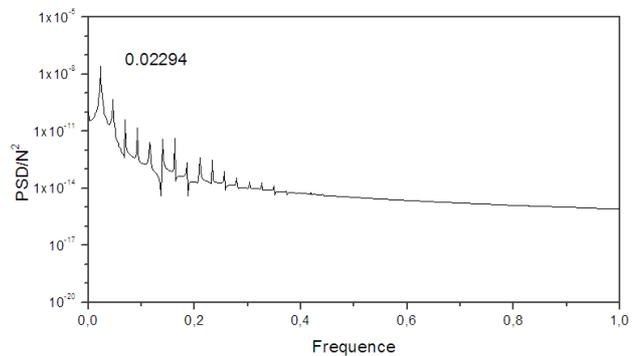


Figure IV-102 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la vitesse v au point S5(0.493,0.975) pour $Re_{cr}=1038$, $Ri=1.0$, $Ha=10$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{18}$

- Cas : $Re_{cr}=1066$, $Ri=2$ et $Ha=20$ (Co-rotation)

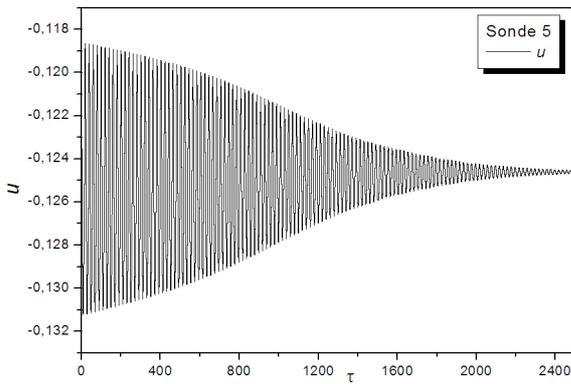


Figure IV-103: Evolutions temporelles de la composante de vitesse u enregistrée à la sonde 5 (0.493, 0.975) pour le cas stable avec $Re=1065$, $Ri=2.0$, $Ha=20$ et $\Delta\tau=2.10^{-3}$

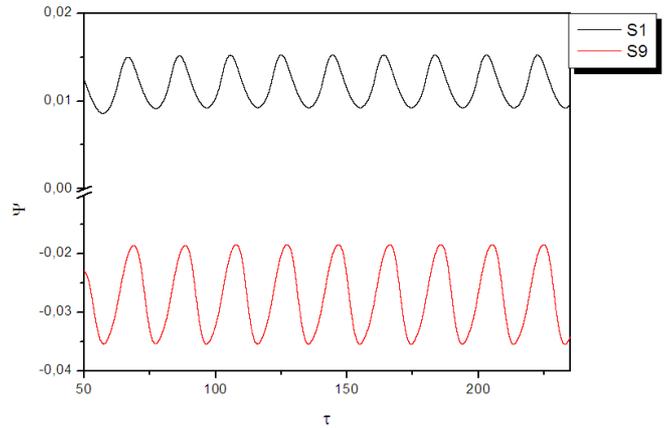


Figure IV-104: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$, aux sondes S1 (0.201, 0.413) et S9 (0.802, 1.779) .

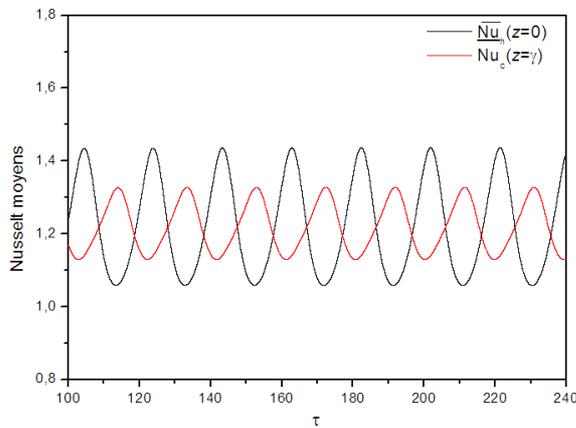


Figure IV-105 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$.

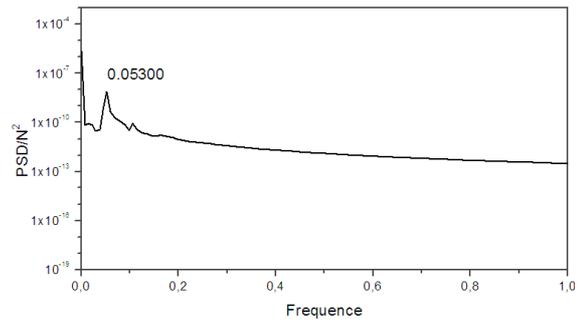


Figure IV-106 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S4 (0.201, 0.975) pour $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$, $Ha=20$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

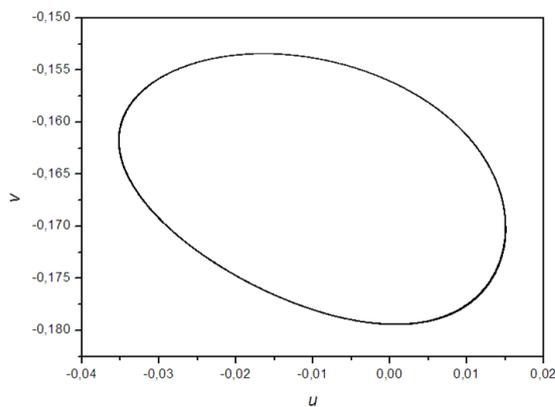


Figure IV-107: Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde 3 (0.802,0.413) pour $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$.

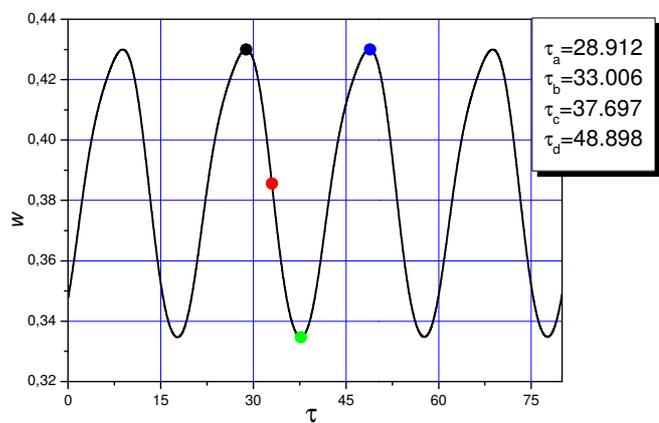


Figure IV-108: Evolutions temporelles de la composante de vitesse w au point 5 avec des temps adimensionnels (a, b, c, d) d'explorer le champ d'écoulement à $Re_{cr}=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$

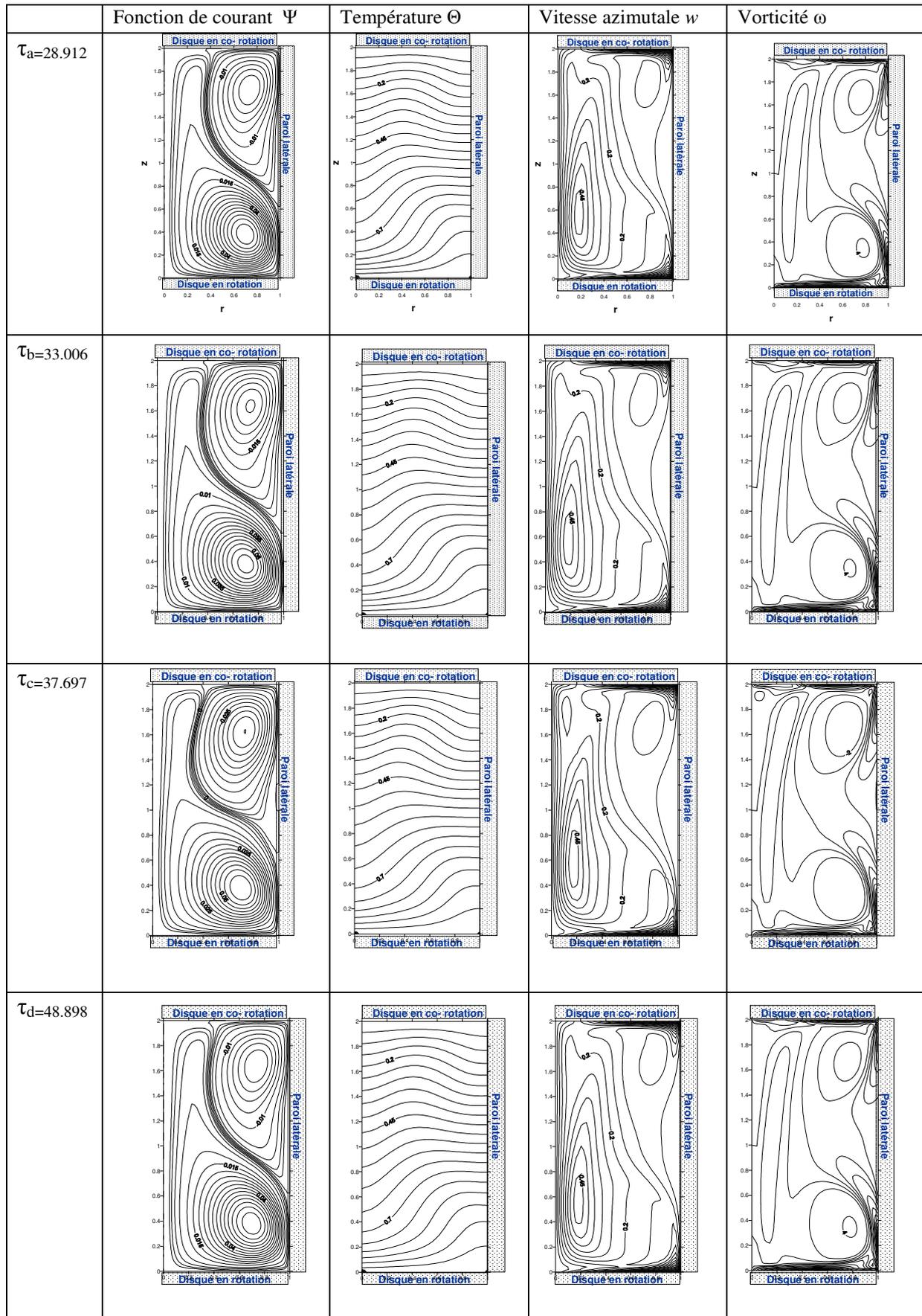


Tableau IV-8: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps $\tau_a, \tau_b, \tau_c, \tau_d$ pour $Re_c=1066$, $Ri=2.0$ et $Ha=20$.

- Cas : $Re_{cr}=704$, $Ri=4.0$ et $Ha=30$ (Co-rotation)

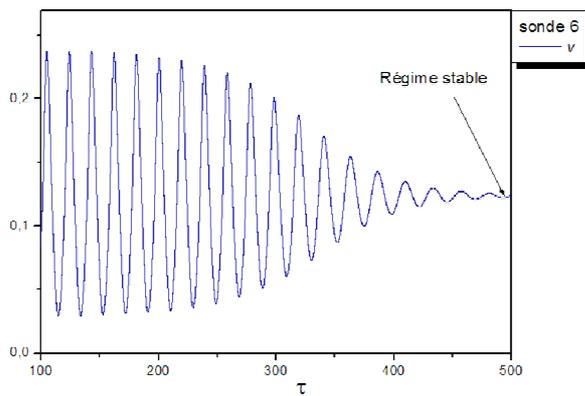


Figure IV-109: Evolutions temporelles de la composante de vitesse v enregistrée à la sonde 6 (0.802,0.975) pour le cas stable avec $Re=703$, $Ri=4.0$, $Ha=30$ et $\Delta\tau=10$

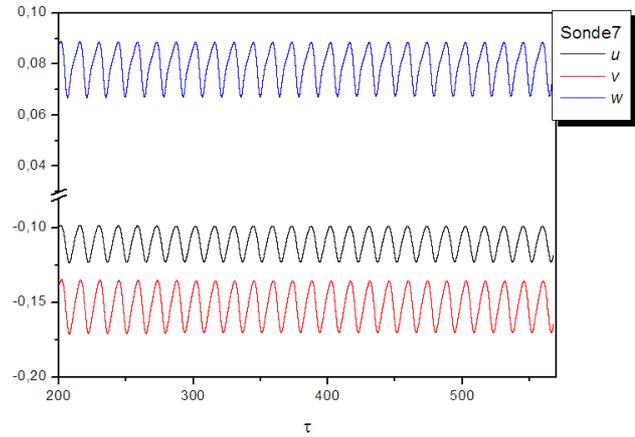


Figure IV-110 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v et w à la sonde 7 (0.201, 1.779) pour $Ri=4.0$, $Ha=30$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=704$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

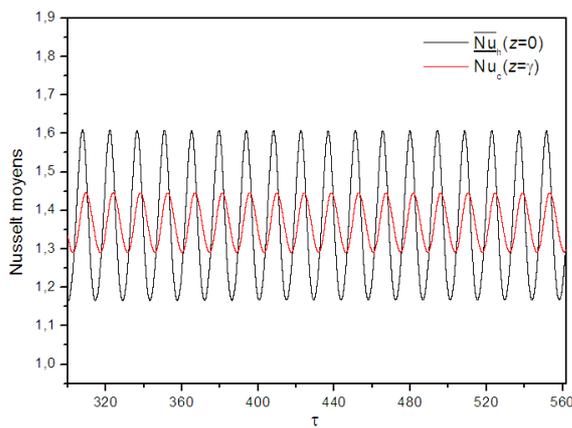


Figure IV-111 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr} = 704$, $Ri=4.0$ et $Ha=30$.

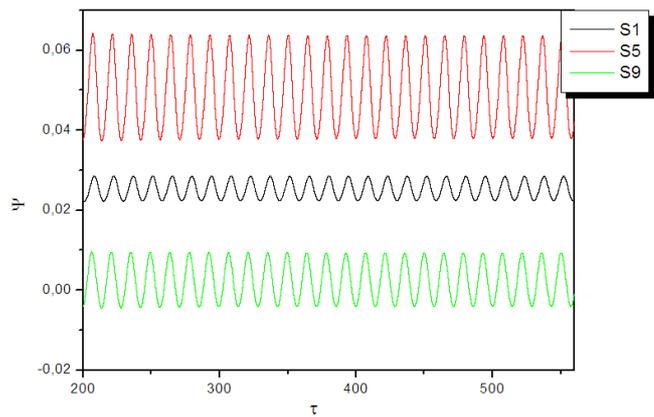


Figure IV-112: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr} = 704$, $Ri=4.0$ et $Ha=30$, aux sondes S1 (0.201, 0.413), S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779).

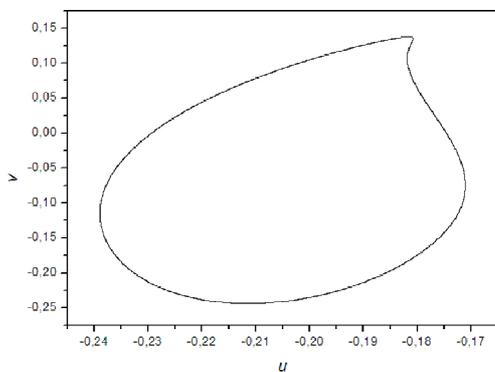


Figure IV-113 : Cycles limites pour tracé des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde 7 (0.201,1.779) pour $Re_{cr}=704$, $Ri=4.0$ et $Ha=30$.

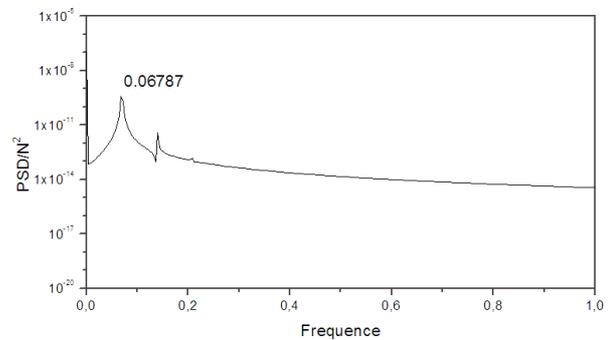


Figure IV-114 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point 7(0.201,1.779) pour $Re_{cr}=704$, $Ri=4.0$, $Ha=30$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

IV.6.2 Situation en contre-rotation des disques d'extrémités

Dans la présente section nous intéressons à la situation de contre-rotation des disques d'extrémités en présence du champ magnétique, on a déjà parlé dans la section précédente d'effet du champ magnétique vertical sur la stabilité des écoulements convectifs.

Commençons par observer les cas stables juste avant le début d'instabilité physique qui sont représentés sur les figures (IV-115), (IV-121), (IV-127), (IV-133).

L'aspect oscillatoire des évolutions temporelles des paramètres de l'écoulement (u, v, w, θ, Ψ) enregistrés aux différentes sondes, (Figs. IV.116, IV.122, IV.124, IV-128, IV.130, IV.144, IV.136), les mêmes remarques concernant le comportement oscillatoire des différents paramètres avec le cas de co-rotation. Les figures (IV.117), (IV.123), (IV.129), (IV.135), présentent les courbes des évolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens au niveau des deux disques \overline{Nu}_c et \overline{Nu}_h , qui oscillent aux alentours des valeurs 1. Les tracés des composantes adimensionnelles de vitesse dans le plan de phase, sont présentés aux figures (IV.119), (IV.125), (IV.131), (IV.137). Sur les figures (IV.118), (IV.126), (IV.132), (IV.138), on montre l'analyse spectrale résultant de l'application de FFT aux évolutions temporelles de quelques paramètres.

IV.6.2.1 Structure de l'écoulement MHD au cours d'une période :

Nous avons vu dans le cas de contre-rotation dans laquelle chaque disque tend à entraîner une demi-épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative Ω , à vitesse suffisamment élevée la couche de cisaillement entre les deux disques peut devenir instable, et s'enrouler selon des lignes de tourbillon orientées radialement, le champ magnétique va pouvoir amortir la perturbation [28].

Nous avons représenté les structures historiques pour le cas de $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$ et $Ha=5$, au cours des laps de temps indiqués par τ_a, τ_b, τ_c et τ_d sur le tracé de l'évolution temporelle de la vitesse axiale v point S5 (Fig. IV-120). Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien pour le cas de $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$ et $Ha=5$ sont représentées sur la première colonne du tableau (IV-9). Au premier instant $\tau_a = 14.783$, on remarque l'apparition de deux cellules qui subissent un élargissement puis un rétrécissement au cours d'une période. À l'instant $\tau_b = 25.824$ une structure opposée à celle enregistrée à l'instant τ_a , à l'instant $\tau_c = 32.292$, les dimensions des cellules se changent, en subissant un élargissement pour celle de côté disque supérieur et un rétrécissement de côté disque inférieur avec un détachement complet d'une petite cellule à l'instant $\tau_d = 36.888$, la structure de la fonction de courant est parfaitement semblable à celle de l'instant τ_a ce que

signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique pendant une période d'environ $1/0.04557 \approx 21.944$.

Dans la deuxième colonne du tableau (IV-9), nous avons présenté les lignes des isothermes, on constate bien que l'échange de chaleur se manifeste mais avec une domination de la conduction spécialement dans les régions près des deux disques inférieur et supérieur. Pour les contours de vitesse azimutale et la vorticité représenté respectivement dans la troisième et la quatrième colonne du tableau (IV-9), on remarque clairement la que les couches limites sont formées sur les deux disques rotatifs. On remarque aussi que la couche limite de la paroi latérale disparaît au milieu de cylindre. On peut dire que la couche de cisaillement séparant les deux demi-espaces de rotation opposée se déstabilise et on a perdu la symétrie déjà enregistré dans les cas stables.

Autre cas présenté sur le tableau (IV-10) est celui avec un nombre de Hartmann modéré, c'est le cas : $Re_{cr}=1841$, $Ri=1$ et $Ha=30$, les instants successifs choisis pour visualiser cet écoulement sont indiqués par τ_a, τ_b, τ_c , et τ_d sur le tracé de l'évolution temporelle de la vitesse radiale u enregistrée à la sonde S5 (Fig. IV-139).

Sur la figure (IV-140) nous avons représenté les suivis des particules en conjonction avec le champ méridien des vecteurs vitesses (u, v) . Puis sur la figure (IV-141) sont présentés les vecteurs de courant méridien J_r, J_z où les vecteurs de courant électriques se concentrent sur les deux disques rotatifs et la paroi latérale.

Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien pour ce cas de contre-rotation des disques d'extrémités sont représentées sur la première colonne du tableau (IV-10). Remarquons qu'au premier instant τ_a l'écoulement présente deux cellules, la petite cellule située sous le disque tournant supérieur et l'autre avec des dimensions plus grande se trouve sur le disque inférieur en co-rotation, au cours du temps chaque cellule se rétrécit en diminuant sa dimension axiale et s'agrandit dans la même direction.

Les lignes isothermes dans le plan (r, z) présenté sur la deuxième colonne du tableau (IV-10), on peut constater la déviation importante des isothermes près de la paroi latérale, côté disque inférieur, ce que indique que le régime du transfert thermique est essentiellement convectif dans cette région. La troisième colonne du tableau (IV-10), expose les iso-valeurs de la vitesse azimutale w dans le plan méridien. Pour le cas de $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$, on remarque la présence toujours de la couche d'Ekman située sur les deux disques rotatifs ou chaque disque tend à entrainer une demi-épaisseur de fluide et la couche de cisaillement entre les deux disques devient instable.

- Cas : $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$ et $Ha=5$ (Contre-rotation)

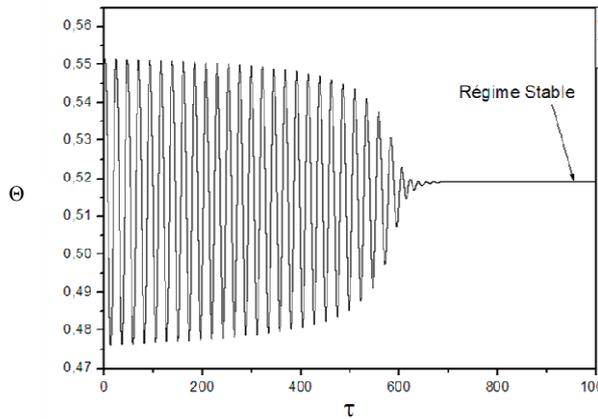


Figure IV-115: Evolutions temporelles de la température adimensionnelle Θ enregistrées à la sonde 5 (0.493,0.975) pour le cas stable avec $Re=690$, $Ri=2.0$, $Ha=5$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

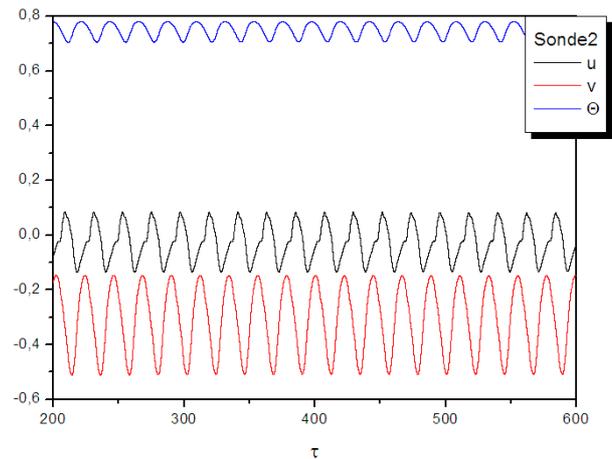


Figure IV-116 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v et la température Θ à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=2.0$, $Ha=5$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=691$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

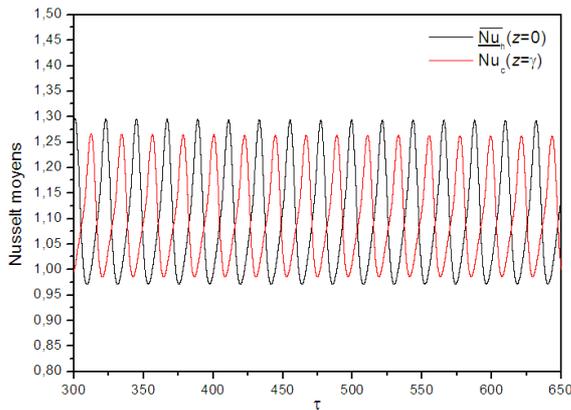


Figure IV-117 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr} =691$, $Ri=2.0$ et $Ha=5.0$.

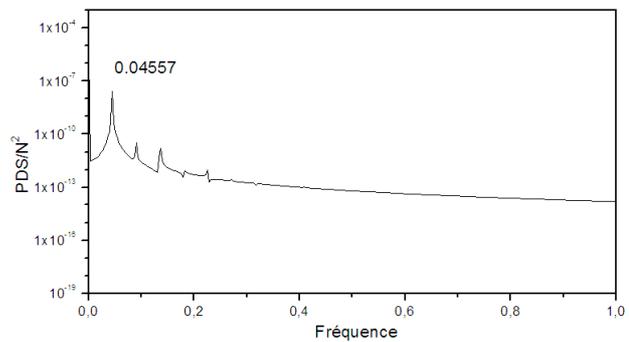


Figure IV-118 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point 5 (0.493,0.975) pour $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$, $Ha=5$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

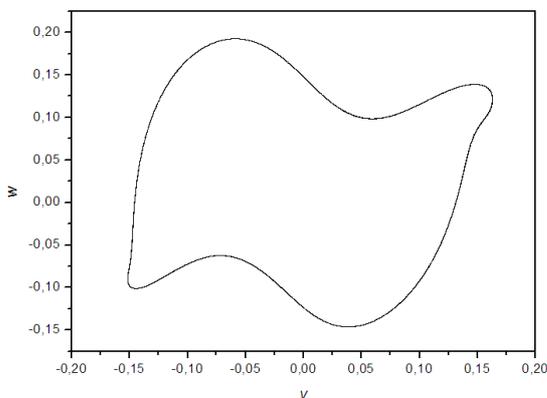


Figure IV-119 : Cycles limites pour tracé des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (v, w) à la sonde 5 (0.493,0.975) pour $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$ et $Ha=5$.

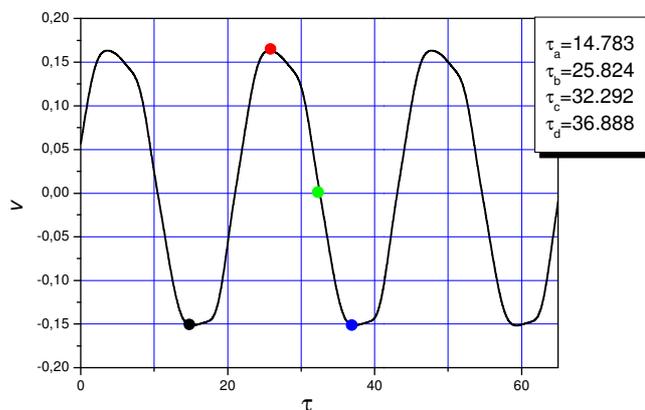


Figure IV-120: Evolutions temporelles de la composante de vitesse v au point 5 avec des temps adimensionnels (a, b, c, d) d'explorer le champ d'écoulement à $Re_{cr}=691$, $Ri=2.0$, $Ha=5$.

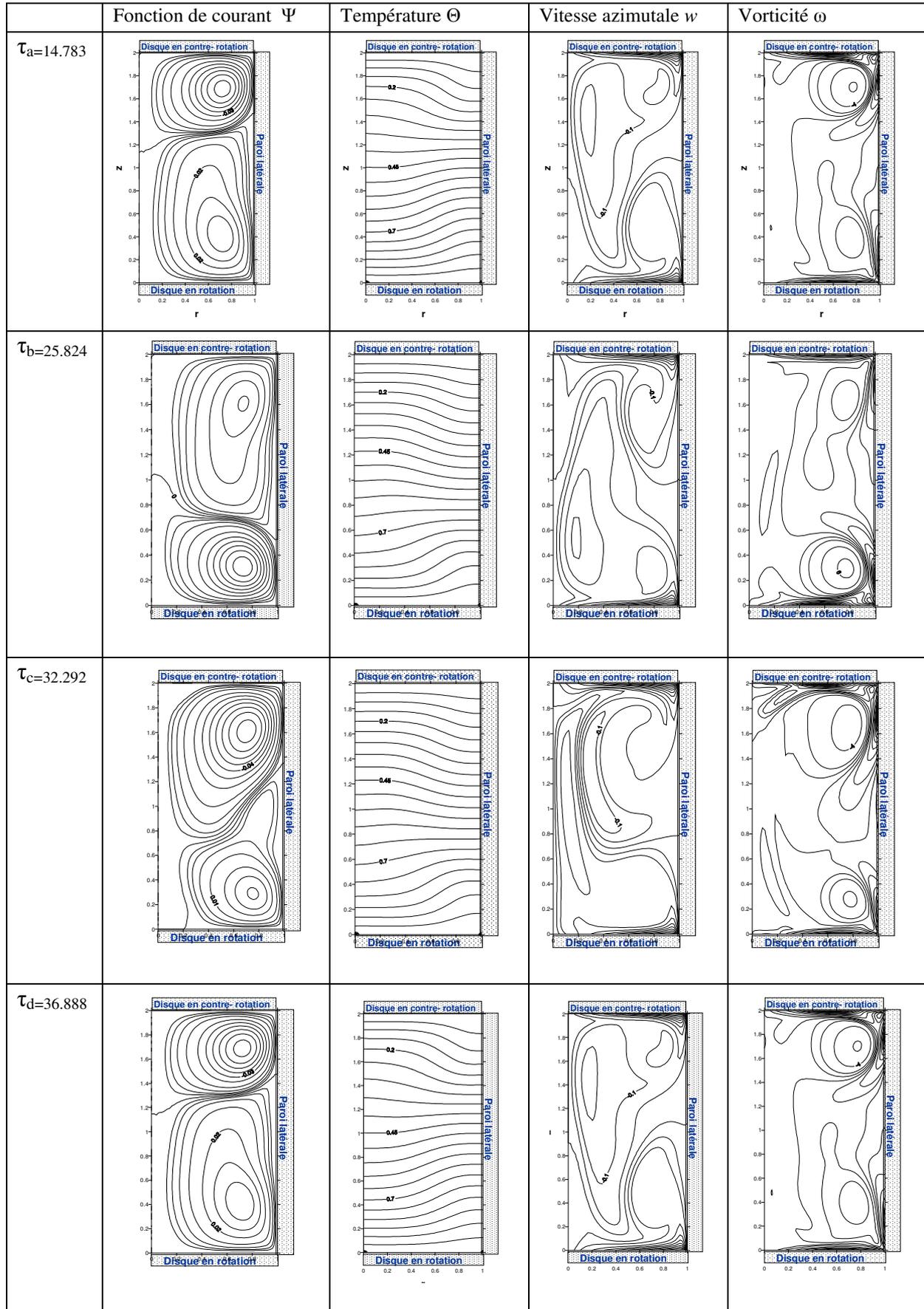


Tableau IV-9: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps τ_a , τ_b , τ_c , τ_d pour $Re_\tau=691$, $Ri=2.0$, et $Ha=5$.

- Cas : $Re_{cr}=550$, $Ri=4.0$ et $Ha=10$ (Contre-rotation)

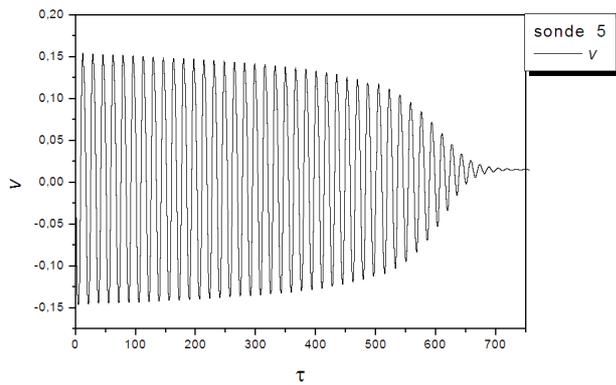


Figure IV-121 : Evolutions temporelles de la composante de vitesse enregistrée à la sonde 5 (0.493,975) pour le cas stable avec $Re=549, Ri=4.0, Ha=10$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

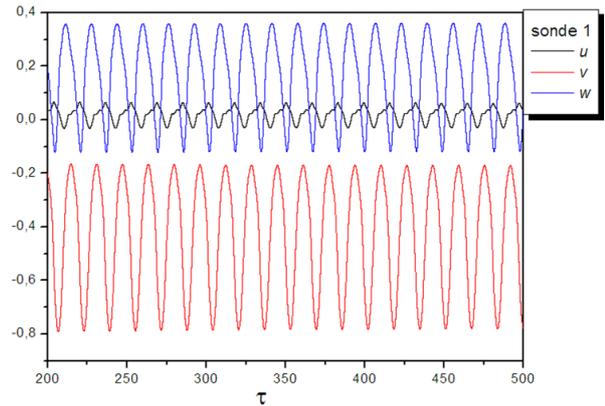


Figure IV-122 : Evolutions temporelles des composantes de vitesse u, v et w à la sonde 1 (0.201,0.413) pour $Ri=4.0, Ha=10$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=550$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

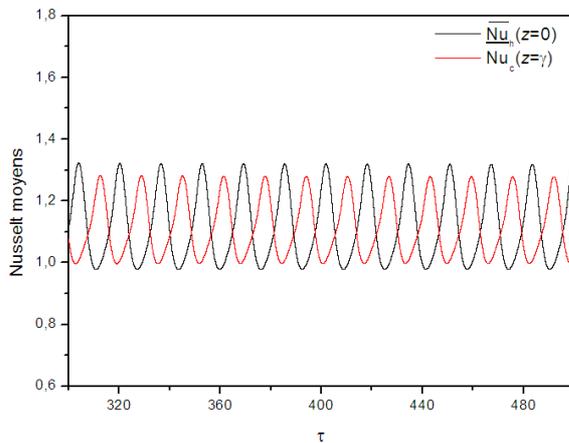


Figure IV-123 : Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \overline{Nu} pour $Re_{cr}=550, Ri=4.0$ et $Ha=10$.

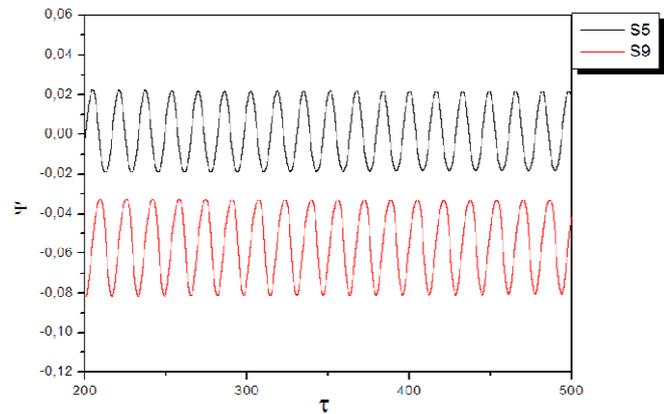


Figure IV-124 : Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr}=550, Ri=4.0$ et $Ha=10$, aux sondes S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779).

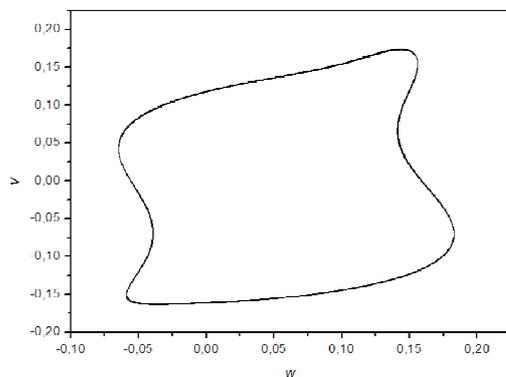


Figure IV-125 : Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (w, v) à la sonde 1 (0.201,0.413) pour $Re_{cr}=550, Ri=4.0$ et $Ha=10$.

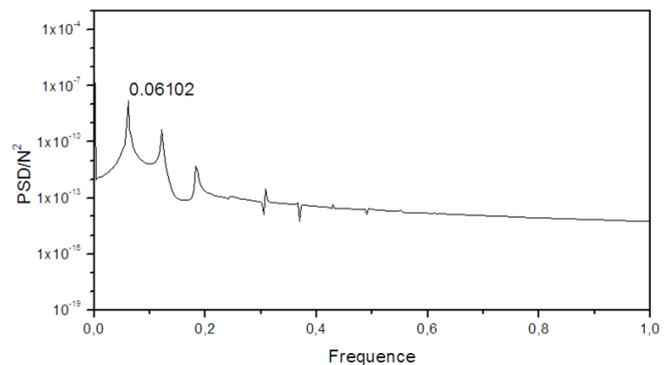


Figure IV-126 : Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point 1 (0.201,0.413) pour $Re_{cr}=550, Ri=4.0, Ha=10$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

- Cas : $Re_{cr}=2160$, $Ri=0.5$ et $Ha=20$ (Contre-rotation)

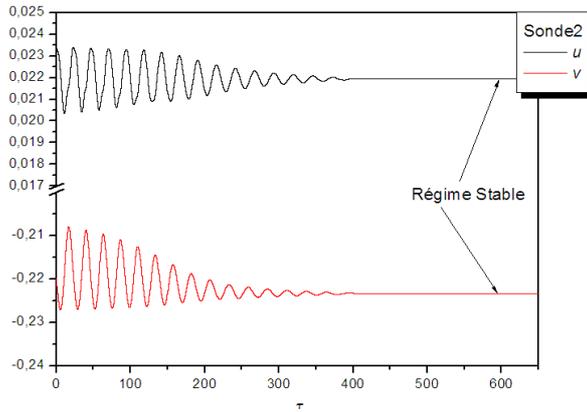


Figure IV-127: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u et v enregistrées à la sonde 2 (0.493,0.413) pour le cas stable avec $Re=2159$, $Ri=0.5$, $Ha=20$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

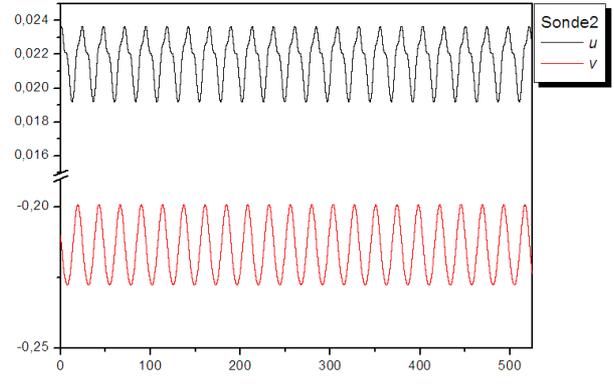


Figure IV-128: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v enregistrées à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Ri=0.5$, $Ha=20$ cas oscillatoire ou $Re_{cr}=2160$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

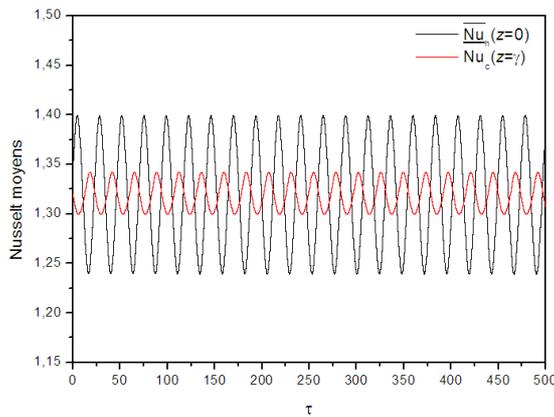


Figure IV-129: Evolutions temporelles des nombres de Nusselt moyens \bar{Nu} pour $Re_{cr} =2160$, $Ri=0.5$ et $Ha=20$.

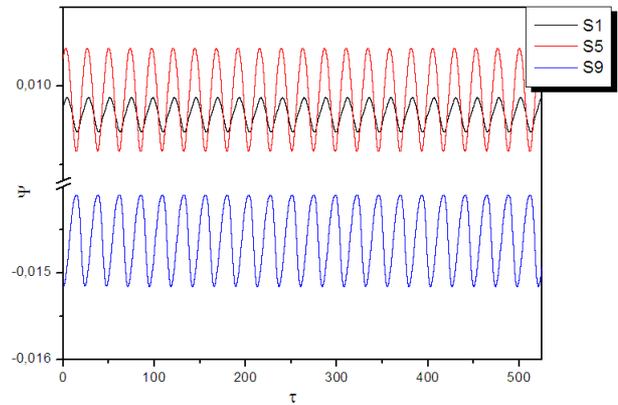


Figure IV-130: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr} =2160$, $Ri=0.5$ et $Ha=20$, aux sondes S1 (0.201, 0.413), S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779).

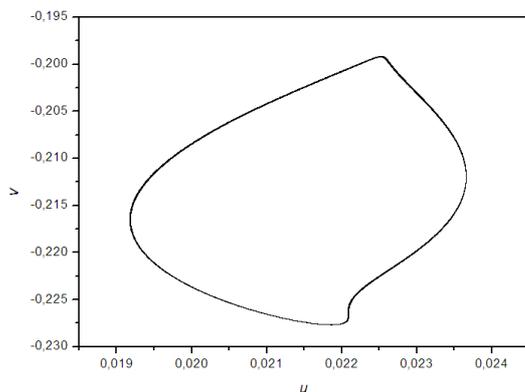


Figure IV-131: Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde 2 (0.493,0.413) pour $Re_{cr}=2160$, $Ri=0.5$ et $Ha=20$.

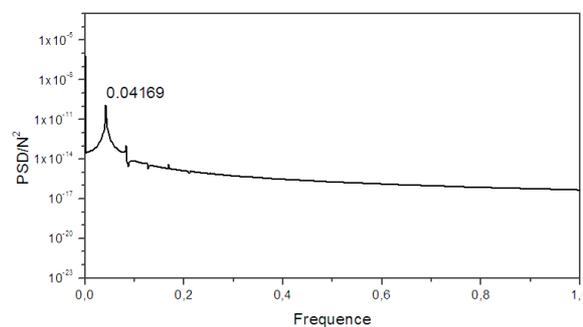


Figure IV-132: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température Θ au point S5 (0.493,0.975) pour $Re_{cr}=2160$, $Ri=0.5$, $Ha=20$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

- Cas : $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$ (Contre-rotation)

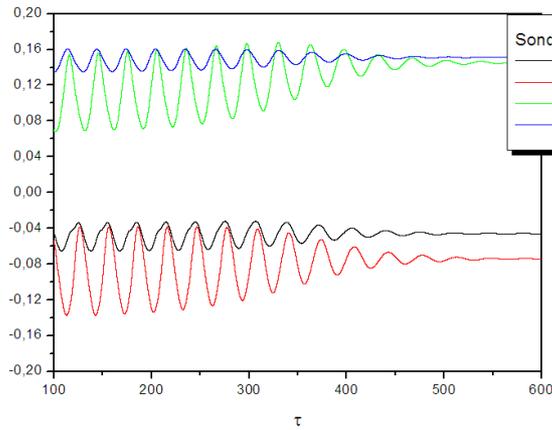


Figure IV-133: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v , w et la température Θ enregistrées à la sonde 7 (0.201, 1.779) pour le cas stable avec $Re=1840$, $Ri=1.0$, $Ha=30$ et $\Delta\tau=10^{-3}$

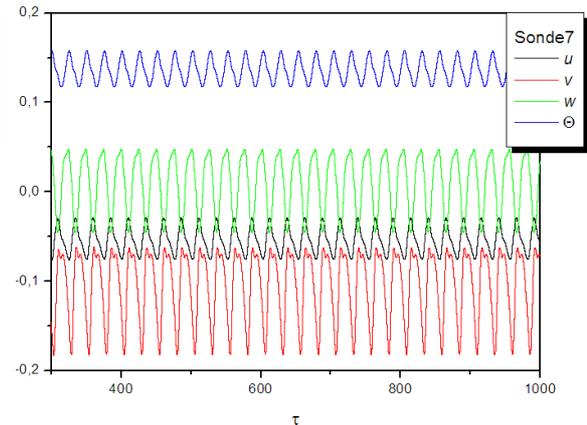


Figure IV-134: Evolutions temporelles des composantes de vitesse u , v , w et la température Θ à la sonde 7 (0.201, 1.779) pour $Ri=1.0$, $Ha=30$ cas oscillatoire avec $Re_{cr}=1841$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$

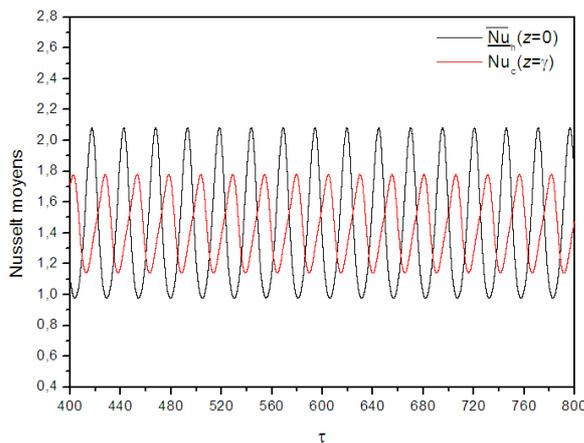


Figure IV-135: Evolutions temporelles des nombres du Nusselt moyens \overline{Nu} Pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$.

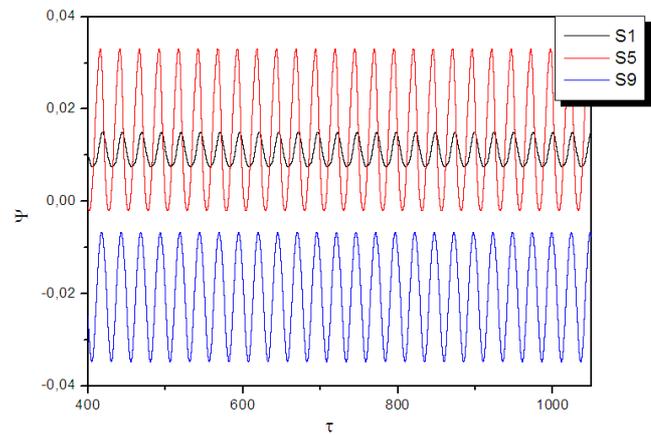


Figure IV-136: Evolutions temporelles de la fonction de courant adimensionnelle Ψ pour $Re_{cr} =1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$. aux sondes S1 (0.201, 0.413), S5 (0.493,0.975) et S9 (0.802, 1.779) .

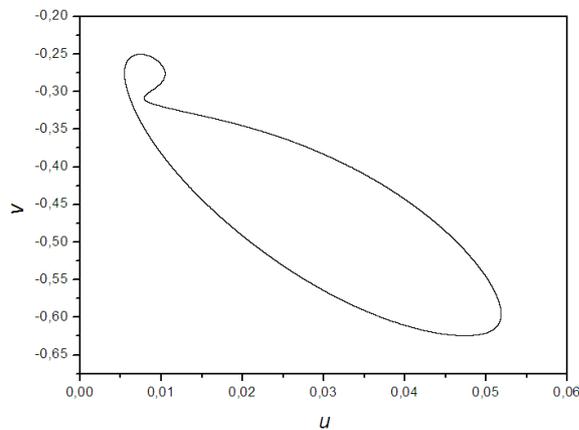


Figure IV-137: Cycles limites pour tracée des composantes de vitesse oscillatoires dans le plan de phase (u, v) à la sonde1 (0.201,0.413) pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$.

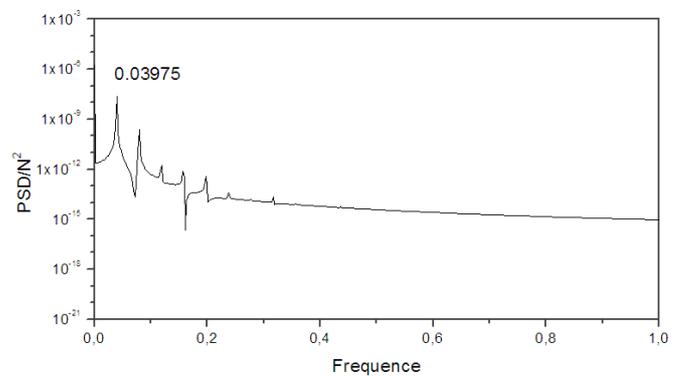


Figure IV-138: Densité du spectre d'énergie obtenue par transformation de Fourier de la température adimensionnelle Θ au point 1 (0.201,0.413) pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$, $Ha=30$ avec $\Delta\tau=10^{-3}$ et $N_{ech}=2^{19}$

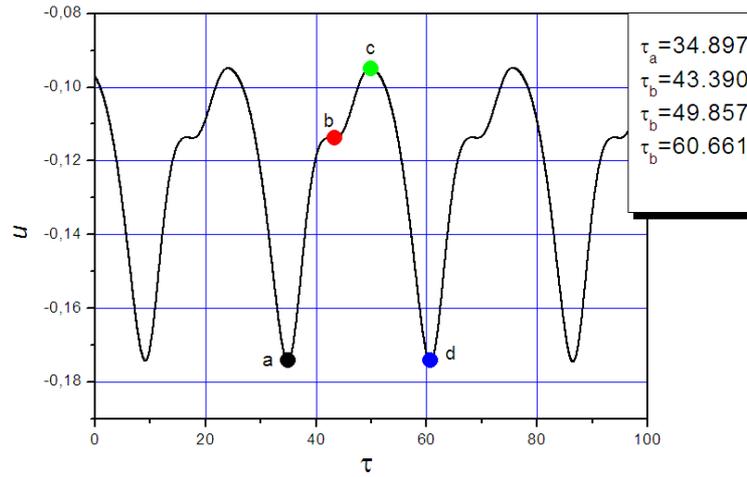


Figure IV-139: Evolution temporelle de la vitesse radiale adimensionnelle u au point S5 (0.493, 0.985) avec des temps adimensionnels (a, b, c, d) d'explorer le champ d'écoulement à $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$ (contre-rotation)

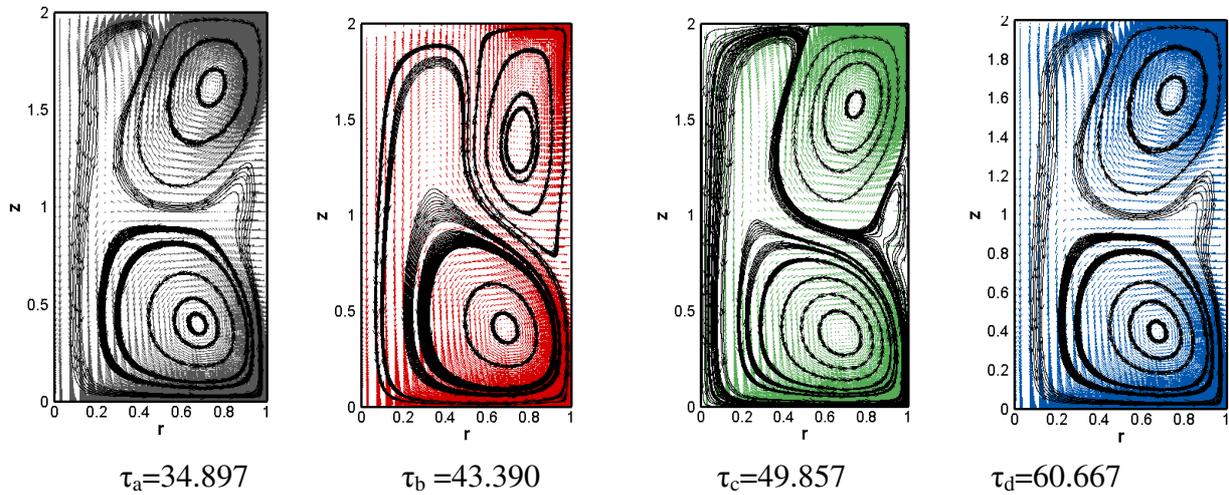


Figure IV-140 : Evolution temporelle des motifs de la fonction de courant adimensionnelle Ψ avec les champs méridiens (u, v) aux temps indiqués par (a, b, c, d) pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$

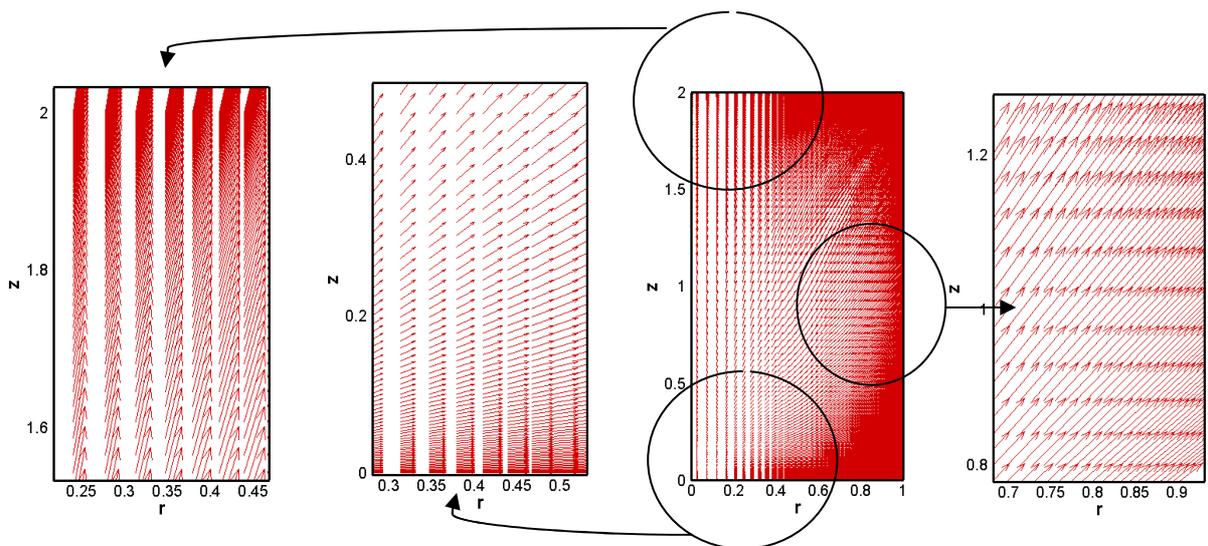


Figure IV-141 : Champ vectoriel des courants électriques (J_r, J_z) au sein du fluide conducteur à l'instant $\tau_a=41.069$ pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$ (contre-rotation)

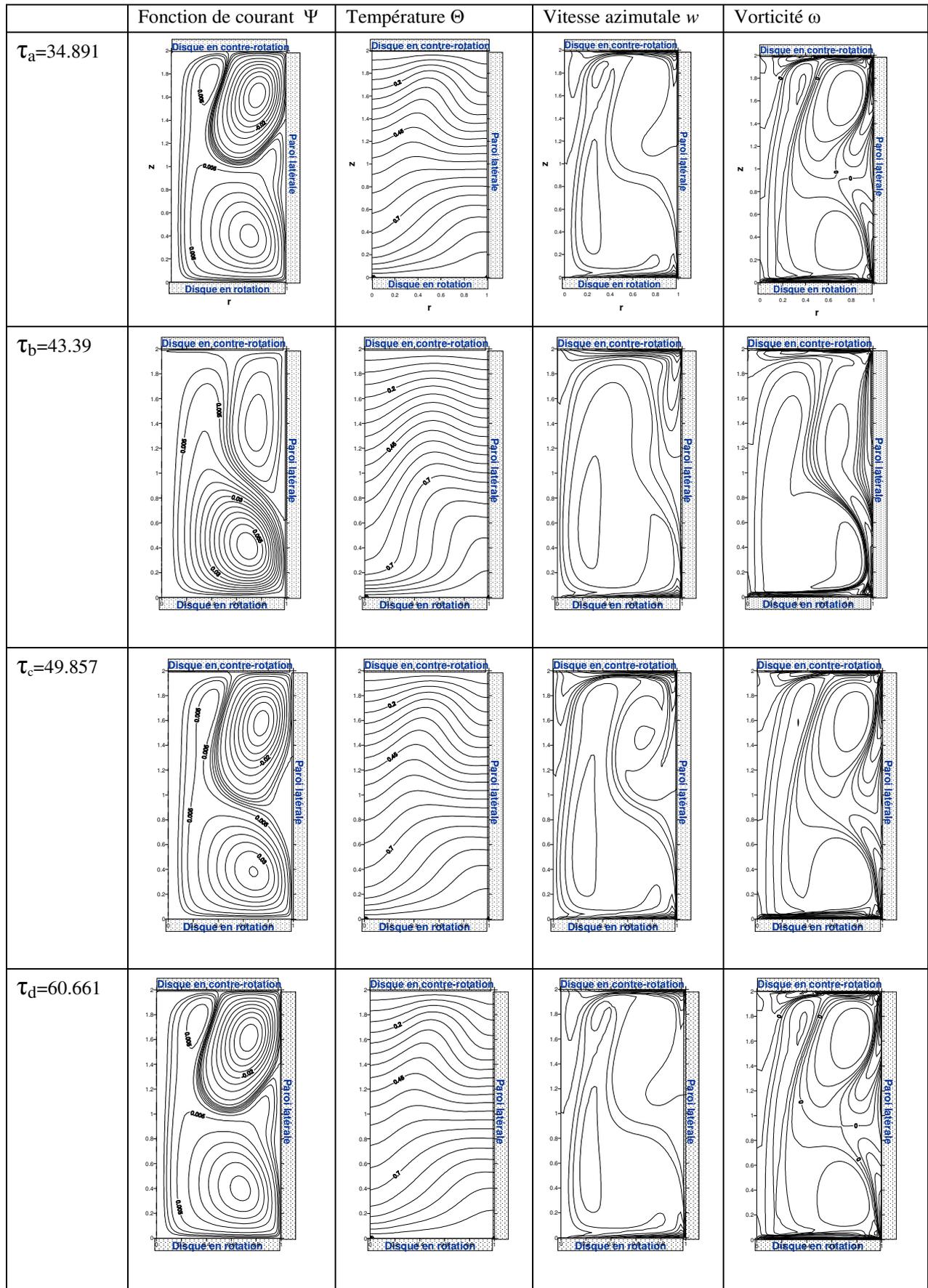


Tableau IV-10: Evolution temporelle des contours (Ψ , Θ , w et ω) aux temps τ_a , τ_b , τ_c , τ_d pour $Re_{cr}=1841$, $Ri=1.0$ et $Ha=30$

IV.6.3 Comparaison entre la co-rotation et la contre-rotation :

Pour voir l'effet de champ magnétique sur l'écoulement en co-rotation où bien en contre-rotation, on va faire une comparaison entre les deux cas de rotation

Nous présentons dans les tableaux (IV.11-14), les nombres de Reynolds critiques Re_{cr} pour les cas de $Ha= 5, 10, 20, 30$, respectivement avec leurs fréquences d'oscillations prédominantes F_{cr} correspondant pour les différentes valeurs du rapport de Richardson $Ri=0, 0.5, 1, 2$ et 4 .

Les diagrammes de stabilité présentés aux figures (IV-142) et (IV-143), mettent en évidence la variation du nombre de Reynolds critique Re_{cr} (Fig. IV-142) et la fréquence critique F_{cr} d'oscillation (Fig. IV-143) en fonction du rapport de Richardson Ri . Nous constatons que l'augmentation du nombre de Richardson provoque la diminution du nombre de Reynolds critique, c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ri déstabilise l'écoulement aux mêmes valeurs de Reynolds.

Nous constatons aussi que l'écoulement de contre-rotation avec $Ha=5.0$ pour les valeurs du nombre de Richardson $Ri < 1$ est plus instable que l'écoulement en co-rotation.

Pour $1 \leq Ri < 2$ on constate un petit décalage entre les deux courbes. Pour les valeurs de $Ri \geq 2$ les courbes des nombres de Reynolds critiques Re_{cr} dans les deux cas de rotations presque confondent.

Si nous faisons une comparaison entre l'état de l'écoulement sans champ magnétique ($Ha=0$) et l'état de l'écoulement ou $Ha=5$ on remarque la croissance de Re_{cr} .

Pour $Ha=10$ (Fig. IV-144) on remarque un changement, car l'écoulement de co-rotation pour les valeurs du nombre de Richardson $Ri < 2$ est plus instable que l'écoulement en contre-rotation. Pour les valeurs de $Ri \geq 2$ les deux courbes se confondent.

Pour $Ha=20$, (Fig. IV-146) l'écoulement en co-rotation pour $Ri < 1$ est plus instable que l'écoulement en contre-rotation des disques d'extrémités et Pour $Ri \geq 1$ les nombres des Reynolds critiques sont presque égaux.

Pour $Ha=30$, figure (IV-148) l'écoulement en co-rotation est plus instable que l'écoulement en contre-rotation jusqu'à $Ri=2$ à partir de ça les courbes se confondent.

On constate que la croissance de champ magnétique verticale provoque un écoulement stable jusqu'aux valeurs de nombres de Reynolds plus grands.

Cas : $Ha=5.0$

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation								
Re_{cr}	3010	2399	1503	1360	938	988	661	691	473	476
F_{cr}	0.05526	0.01965	0.03038	0.02844	0.02973	0.03781	0.03102	0.04557	0.04666	0.05850

Tableau IV-11 : Fréquences critiques correspondantes aux Reynolds critiques trouvés pour $Ha=5.0$

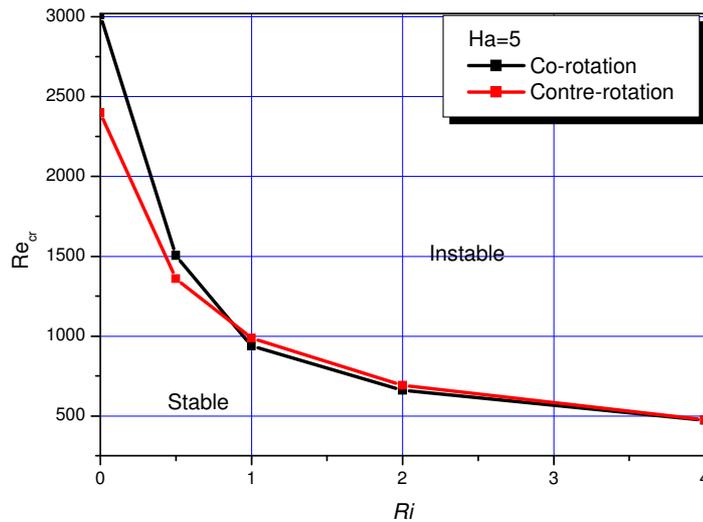


Figure IV-142 : Diagramme de stabilité Re_{cr} - Ri pour $Ha=5.0$

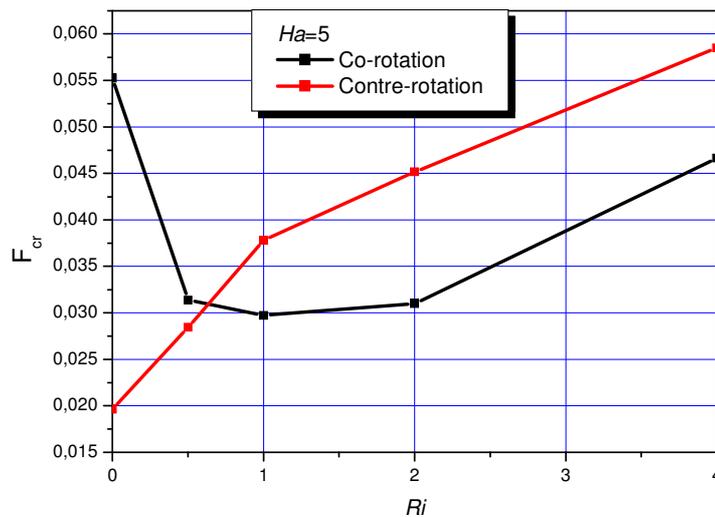


Figure IV-143 : Diagramme de stabilité F_{cr} - Ri pour $Ha=5.0$

Cas :Ha=10

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation								
Re _{cr}	4050	5520	1589	1634	1038	1129	787	782	551	550
F _{cr}	0.04940	0.01923	0.02294	0.03038	0.02294	0.03810	0.04169	0.05138	0.05184	0.06102

Tableau IV-12 : Fréquences critiques correspondantes aux Reynolds critiques trouvés pour Ha=10

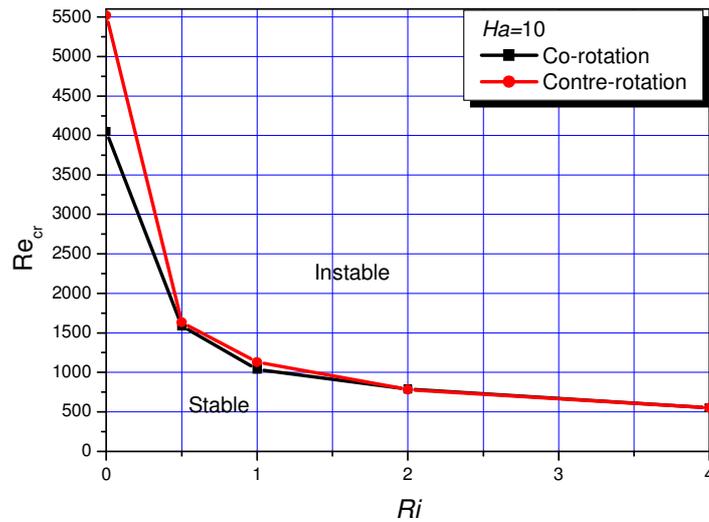


Figure IV-144: Diagramme de stabilité Re_{cr} - Ri pour $Ha=10$

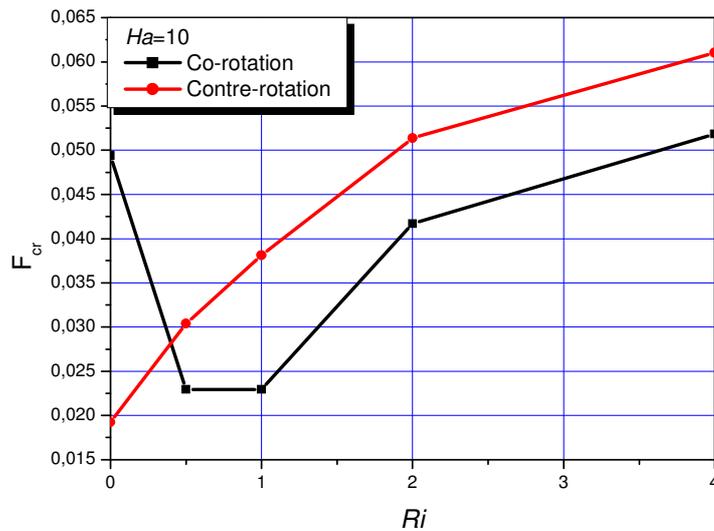


Figure IV-145 : Diagramme de stabilité F_{cr} - Ri pour $Ha=10$

Cas :Ha=20

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation								
Re _{cr}	8310	11120	1716	2160	1501	1509	1066	1039	747	716
F _{cr}	0.05401	0.01801	0.02663	0.04169	0.03813	0.04397	0.05300	0.05327	0.06851	0.06345

Tableau IV-13 : Fréquences critiques correspondantes aux Reynolds critiques trouvés pour Ha=20

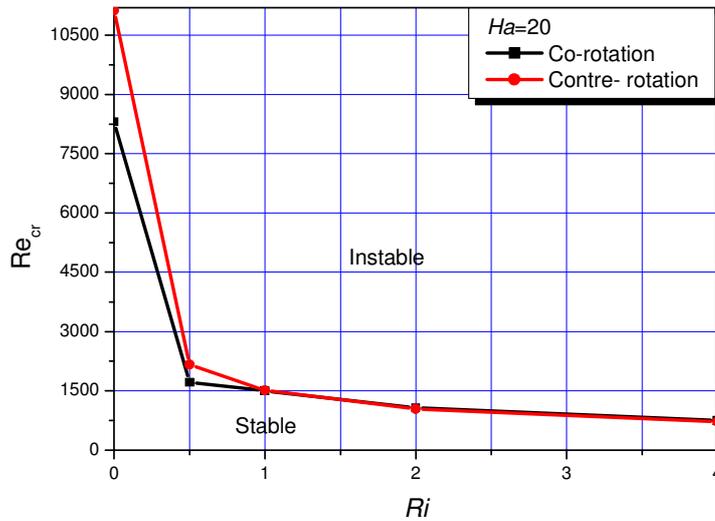


Figure IV-146 : Diagramme de stabilité Re_{cr} - Ri pour $Ha=20$

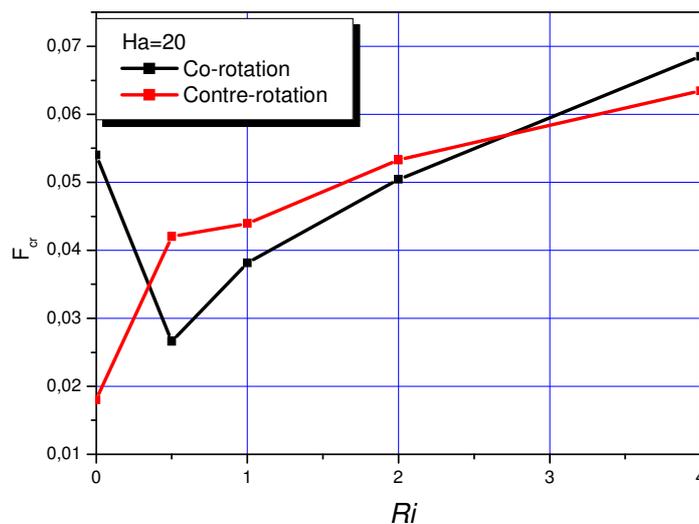


Figure IV-147 : Diagramme de stabilité F_{cr} - Ri pour $Ha=20$

Cas :Ha=30

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation								
Re _{cr}	11560	14175	2122	2608	1437	1841	996	1004	704	713
F _{cr}	0.05332	0.01301	0.02891	0.03038	0.03823	0.03975	0.05047	0.05035	0.06787	0.06802

Tableau IV-14 : Fréquences critiques correspondantes aux Reynolds critiques trouvés pour Ha=30

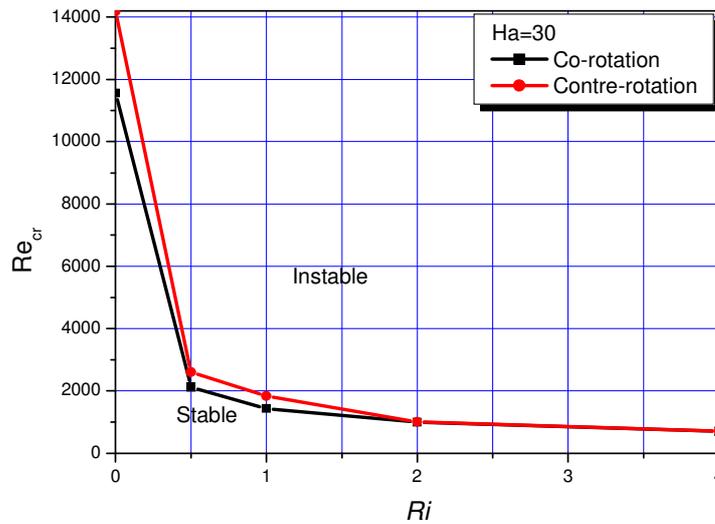


Figure IV-148 : Diagramme de stabilité Re_{cr} - Ri pour $Ha=30$

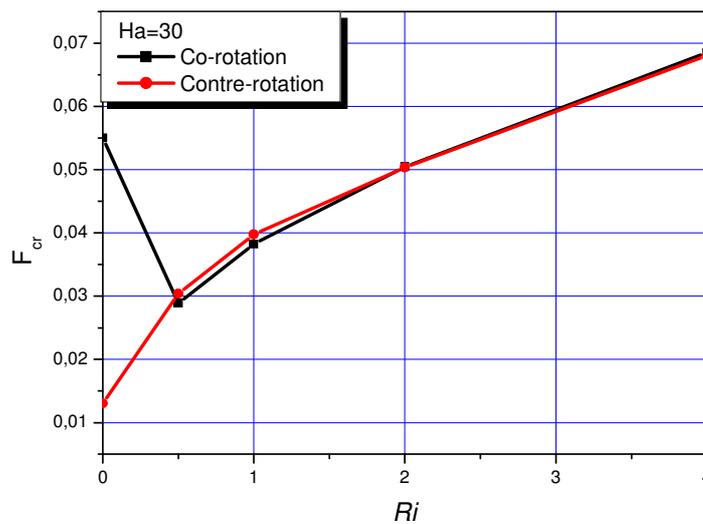


Figure IV-149 : Diagramme de stabilité F_{cr} - Ri pour $Ha=30$

IV.7 Récapitulations :

Dans le tableau (IV-15) sont récapitulés les résultats quantitatifs de la présente étude numérique, qui sont les différentes valeurs de Reynolds critiques Re_{cr} dans les deux cas traités (écoulement avec la co-rotation des disques d'extrémité et la contre-rotation de ces derniers). Leurs fréquences critiques correspondantes sont présentées dans le tableau (IV-16). Ces valeurs sont visualisées graphiquement dans les plans ($Re_{cr}-Ha$) et ($F_{cr}-Ha$) sous forme de courbes paramétriques aux différentes valeurs du nombre de Richardson Ri (Figs. IV.150-153).

Dans la première partie de ce mémoire (l'écoulement sans champ magnétique) nous avons constaté que la périodicité régnant dans l'écoulement instable est liée à l'élargissement et le rétrécissement des cellules. Ainsi que l'écoulement d'apparence si simple, présente donc deux classes d'instabilités associées à des mécanismes très différents : instabilité de couche limite pour le cas de co-rotation et instabilité de cisaillement pour le cas de contre rotation, par conséquent l'écoulement perd sa symétrie temporelle. Au même temps l'écoulement en contre-rotation est plus instable que l'écoulement en co-rotation. Annonçant que l'augmentation du rapport de Richardson, Ri rendra l'écoulement instable. Alors, l'application du champ magnétique a pour effet de stabiliser l'écoulement, et les courbes illustrées dans les figures (IV-150), (IV-151), donnent les limites de stabilité c.-à-d. que pour des valeurs du nombre de Reynolds Re et de Hartmann Ha , situées sous chaque courbe l'écoulement reste laminaire stable, pour les deux cas de rotation, et les figures (IV-152), (IV-153), montrent la dépendance des fréquences critiques F_{cr} correspondant à chaque nombre de Reynolds critique en fonction du nombre de Hartmann Ha et de même les deux cas de rotation (co-rotation et contre-rotation).

La croissance de Re_{cr} avec l'augmentation de Ha , est clairement vue dans les courbes de stabilité ($Re_{cr}-Ha$) pour les deux cas de rotation. Cette croissance est monotone sauf dans le cas $Ha=30$ et $Ri=1, 2, 4$ (co-rotation), où il y a une légère diminution du nombre de Re_{cr} , ce cas a été aussi obtenu par Gelfgat [51], Bessaih et al. [59]. Par contre dans le cas de contre-rotation aucune diminution n'a été observée.

En générale, le champ magnétique amortit le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique, en conséquence un champ magnétique plus fort est nécessaire pour garder l'écoulement stable pour certaines valeurs élevées du nombre de Reynolds. Globalement, l'écoulement en co-rotation pour $Ri < 2$ et $Ha \geq 10$ est plus instable que l'écoulement en

contre-rotation des disques d'extrémité. Pour $Ri \geq 2$ les nombres de Reynolds critiques sont proches.

Ri	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation
$Re_{cr}(Ha=0)$	2645	2284	1475	1278	929	944	644	648	448	450
$Re_{cr}(Ha=5)$	3010	2399	1503	1360	938	988	661	691	473	476
$Re_{cr}(Ha=10)$	4050	5520	1589	1634	1038	1129	787	782	551	550
$Re_{cr}(Ha=20)$	8310	11120	1716	2160	1501	1509	1066	1039	747	716
$Re_{cr}(Ha=30)$	11560	14175	2122	2608	1437	1841	996	1004	704	713

Tableau IV-15: Valeurs des nombres de Reynolds critiques

Fcr	0		0.5		1		2		4	
	Co-rotation	Contre-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation	Co-rotation	Conter-rotation
$Re_{cr}(Ha=0)$	0.05720	0.01906	0.03232	0.02456	0.03233	0.03781	0.03975	0.04557	0.04558	0.05688
$Re_{cr}(Ha=5)$	0.05526	0.01965	0.03038	0.02844	0.02973	0.03781	0.03102	0.04557	0.04666	0.05850
$Re_{cr}(Ha=10)$	0.04940	0.01923	0.02294	0.03038	0.02294	0.03810	0.04169	0.05138	0.05184	0.06102
$Re_{cr}(Ha=20)$	0.05401	0.01801	0.02663	0.04169	0.03813	0.04397	0.05300	0.05327	0.06851	0.06345
$Re_{cr}(Ha=30)$	0.05332	0.01301	0.02891	0.03038	0.03823	0.03975	0.05047	0.05035	0.06787	0.06802

Tableau IV-16 : Valeurs des fréquences critiques

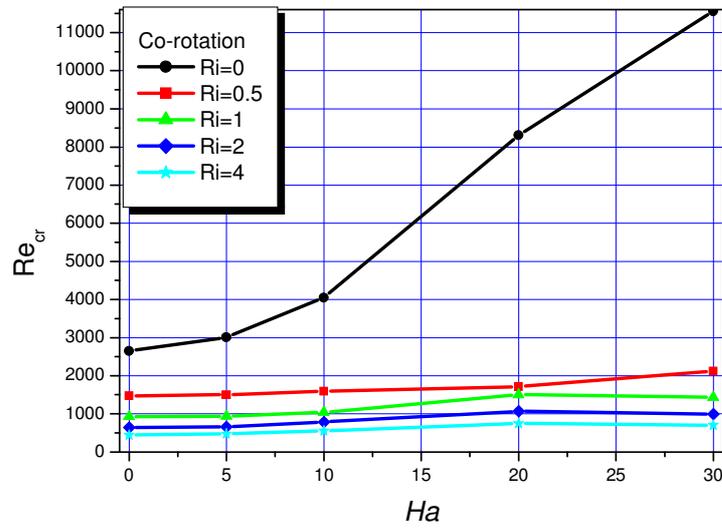


Figure IV-150 : Diagramme paramétrique de stabilité (Re_{cr} - Ha), en co-rotation des disques d'extrémités

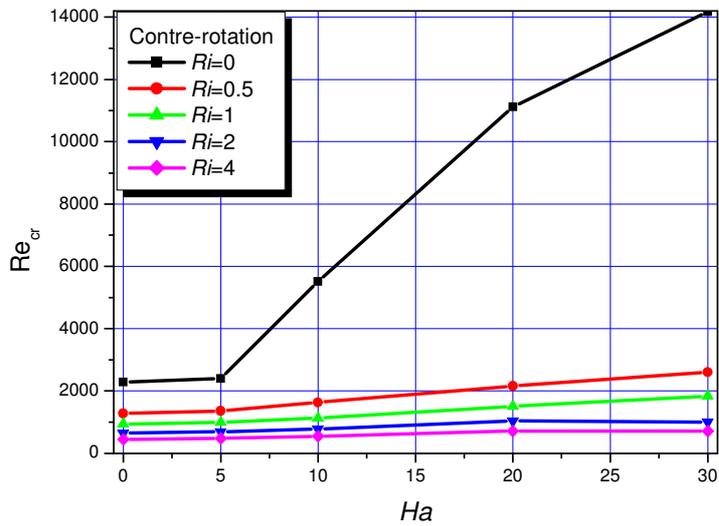


Figure IV-151 : Diagramme paramétrique de stabilité (Re_{cr} - Ha), en contre-rotation des disques d'extrémités

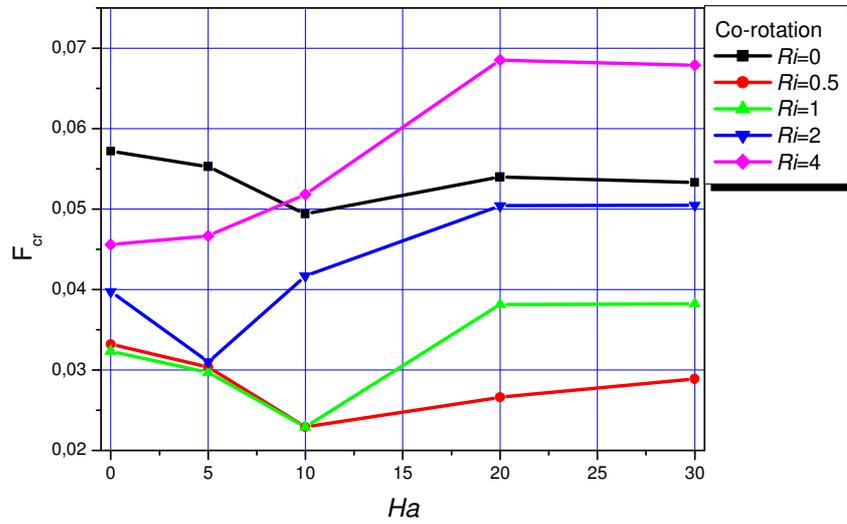


Figure IV-152 : Diagramme paramétrique de stabilité (F_{cr} - Ha), en co-rotation des disques d'extrémités

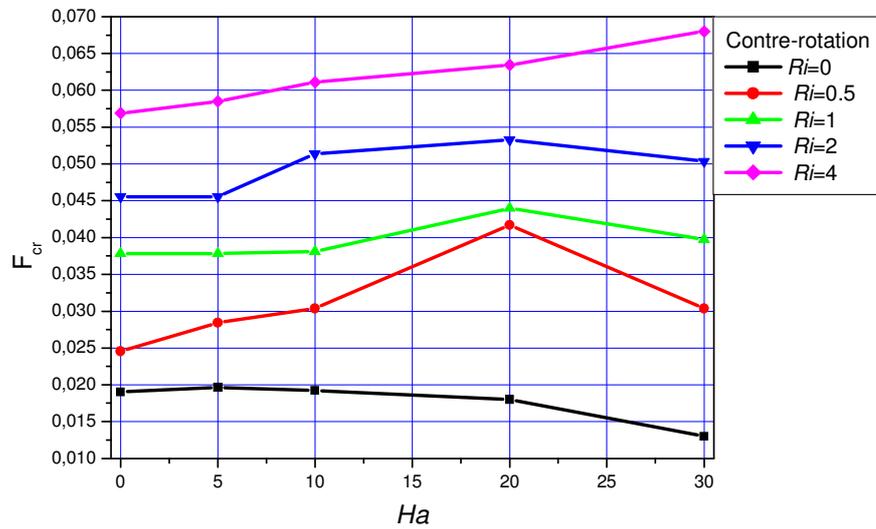


Figure IV-153 : Diagramme paramétrique de stabilité (F_{cr} - Ha), en contre-rotation des disques d'extrémités

CONCLUSION

Une étude numérique d'un écoulement engendré par deux disques tournants en Co/contre-rotation, à l'intérieur d'une enceinte cylindrique remplie d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr=0.015$), soumise à un gradient de température et un champ magnétique orienté verticalement, a été faite. Un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis a été utilisé pour résoudre numériquement les équations gouvernant le phénomène étudié.

Une validation du code de calcul a été faite, par comparaisons de ces résultats avec des mesures expérimentales et des données numériques trouvées dans la littérature. De même, un excellent accord est apprécié entre les mesures expérimentales et numériques et les résultats du code de calcul.

Les résultats obtenus pour le cas d'écoulement stable (régime permanent) ont montré l'existence du phénomène de pompage d'Ekman, dans le cas où les deux disques tournent avec la même vitesse angulaire Ω dans la même direction, le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités et les champs d'écoulement et les isothermes sont symétriques par rapport au mi-plan ($z=1$). Pour le cas de contre-rotation on obtient une situation antisymétrique dans laquelle chaque disque tend à entraîner une demi-épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative $+\Omega$ et $-\Omega$, respectivement, avec la création d'un écoulement de cisaillement inter-disque

Nos simulation numériques ont été présentées pour différentes valeurs du nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, 20$ et 30) et différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$), afin de voir leurs effets sur la valeur du nombre de Reynolds critique, Re_{cr} et de la fréquence d'oscillation critique, F_{cr} .

Les résultats obtenus montrent qu'en absence du champ magnétique ($Ha=0$), l'écoulement créé par la contre-rotation des deux disques était très différent de celui en configuration co-rotation. Au-delà d'une certaine vitesse (Re_{cr}), l'écoulement perd sa symétrie temporelle due à l'instabilité de couche limite pour la co-rotation et à l'instabilité de cisaillement dans le cas de contre-rotation, ainsi que l'écoulement dans les deux cas de rotation est périodique. Nous avons observé aussi que l'écoulement de contre-rotation est plus instable et présente des structures différentes pour $Ri < 1$. Pour les valeurs de $Ri \geq 1$ les

nombre de Reynolds critiques Re_{cr} dans les deux cas de rotations sont proches. Nous avons constaté que l'augmentation du nombre de Richardson provoque la diminution du nombre de Reynolds critique.

L'influence de champ magnétique est observée à partir de $Ha=10$ où la co-rotation est au contraire, plus déstabilisante pour $Ri < 2$, mais pour $Ri \geq 2$ les nombres des Reynolds critiques sont presque égaux dans les deux cas de rotation (les deux courbes se confondent).

Toutefois, en présence du champ magnétique verticale le fluide continue son écoulement stable jusqu'aux valeurs de nombre de Reynolds plus grandes que celles prévisibles d'avoir des instabilités oscillatoires bien que l'application d'un champ magnétique provoque un changement remarquable de la structure du champ d'écoulement et du transfert de chaleur. Les résultats obtenus dans cette étude mettent en évidence la fiabilité de la technique de stabiliser les écoulements industriels de convection mixte, par l'application d'un champ magnétique verticale. En plus, ces résultats permettront aux expérimentateurs et industriels de connaître les régimes oscillatoires naissant durant les écoulements des métaux liquides, afin d'améliorer la qualité des semi-conducteurs obtenus.

Il est recommandé dans les futurs travaux d'étudier les instabilités de l'écoulement engendré par deux disques tournants en configuration tridimensionnelle, soumise à un champ magnétique orienté horizontalement pour découvrir les structures engendrées.

Bibliographie

- [1]- W.Ekman. "On the influence of the Earth's rotation on ocean currents", Ark. Math. Astr .Fys. Vol 2, pp 1-52., 1905.
- [2]- Th.V.Karman. "Über laminaire und turbulente Reibung,Zeitschr" .Angew.Math.Mech. Vol. 4, pp.233-252, 1921.
- [3]- G.K.Batchelor "Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rottionally-symmetrie flow",Quart.Mech.1. pp.29-41, 1951.
- [4]- K.Stwartson "On the flow between two rotating coaxial disks" ,Proc.Camb.Phil.Coc. Vol. 49,pp333-341,1953
- [5]- L.v.Wijngaarden. "On multiple solutions and other phenomena in rotatings and other phenomena in rotating fluids" , Fluid Dynam.Trans. Vol. 12.1985
- [6]- P.j. Zandbergen et D.Dijkstra. "Von Karman swirling flows",Ann,Rev, Fluid Mech. Vol.19 ,pp.465-491, 1987
- [7]- A.Delgado "On the rotationally symmetric laminar flow of newtonian fluids induced by rotating disks" ,in: C.Egbers,G,Pfster (Eds);Physics of Rotating Fluids,Springer, pp.417-439, Berlin : s.n. 2000.
- [8]- Y.Jaluria " Fluid flow phenomena in materals processing-the 2000 Freeman scholar lecture",Trans. ASME M J . Fluids Eng.123. pp.173-210, 2001.
- [9]- H. U. Vogel. "Experimentelle Ergebnisse über die laminare Strömung in einem zylindrischen Gehäuse mit darin rotierender Scheibe", MPI Bericht 6, 1968.
- [10]-H. U. Vogel. "Rückströmungsblasen in Drallströmungen. Festschrift 50 Jahre Max-Plank-Institut für Strömungsforschung, 1975.
- [11]-B. Ronnenberg. " Ein selbstjustierendes 3-Komponenten-Laserdoppleranemometer nach dem Vergleichsstrahlverfahren, angewandt für Untersuchungen in einer stationären zylindersymmetrischen Drehströmung mit einem Rückstromgebiet",MPI Bericht 20, 1977.
- [12]-M. P. Escudier. "Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall", Experiments in Fluids, vol. 2, pp. 189-196, 1984.
- [13]-D. T. Valentine et C. C. Jahnke,"Flows induced in a cylinder with both end walls rotating", Physics of Fluids, vol. 6, pp. 2702-2710, 1994.

Bibliographie

- [14]-A. Yu. Gelfgat, P. Z. Bar-Yoseph et A. Solan, "Steady states and oscillatory instability of swirling flow in a cylinder with rotating top and bottom", *Physics of Fluids*, vol. 8, N°10, pp. 2614-2625, 1996.
- [15]-J. M. Lopez et A. D. Perry, "Axisymmetric vortex breakdown. Part 3: Onset of periodic flow and chaotic advection", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 234, pp. 449-471, 1992.
- [16]-M. P. Escudier et L. M. Cullen. "Flow of a Shear-Thinning Liquid in a Cylindrical Container with A Rotating End Wall " *Experimental Thermal and Fluid Science* . Vol.12,pp. 381-387, 1996.
- [17]-J.L.Stevens, J.M.Lopez et B.J. Cantwell. "Oscillatory flow states in an enclosed cylinder with a rotating end wall" *Journal of Fluid Mechanics*.Vol.389, pp.101-118, 1999.
- [18]-. S.C.Xue, N.Phan-Thien et R.I.Tanner."Fully three-dimensional, time-dependent numerical simulations of Newtonian and viscoelastic swirling flows in a confined cylinder Part I. Method and steady flows" *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* Vol.87,pp.337-367, 1999.
- [19]-F. Sotiropoulos et Y. Ventikos. "The three-dimensional structure of confined swirling flows with vortex breakdown", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 426, pp. 155-175, 2001.
- [20]-T. Mullin, J. J. Kobine, S. J. Tavener et K. A. Cliffe,"On the creation of stagnation points near straight and sloped walls", *Physics of Fluids*, vol. 12, N°2, 2000.
- [21]-G. Gauthier, P. Gondret et M. Rabaud. "structure de l'écoulement entre deux disques tournants", XVème Congrès Français de Mécanique Nancy. 7 Septembre 2001.
- [22]-M.C.Thompson et K.Hourigan. "The sensitivity of steady vortex breakdown bubbles in confined cylinder flows to rotating lid misalignment",*Journal of Fluid Mechanics*. Vol.496, pp.129-138, 2003.
- [23]-L. Mununga, K. Hourigan, M. C. Thompson et T. Leweke "Confined flow vortex breakdown control using a small rotating disk", *Physics of Fluids*, vol. 16, N° 12, pp. 4750-4753, 2004.
- [24]-M. Piva et E. Meiburg "Steady axisymmetric flow in an open cylindrical container with a partially rotating bottom wall", *Physics of Fluids*, vol. 17, 2005.
- [25]- J. M. Lopez, F. Marques et Jie Shen "An Efficient Spectral-Projection Method for the Navier–Stokes Equations in Cylindrical Geometries " *Journal of Computational Physics*. Vol.176, pp.384-401, 2002.
- [26]-Valery L.Okulov, Jens N .Sorensen et Lars.K.Voigt."Vortex scenario and Bubble generation in a cylindrical cavity with rotating top and bottom" *European journal of Mechanics B/Fluids* . Vol.24, pp.137-148, 2005.

Bibliographie

- [27]- E.Serre et P. Bontoux "Vortex breakdown in a cylindre with a rotating bottom and a flat stress-free surface", *Journal of Heat and Fluid Flow*. Vol.28, pp 229-248, 2007.
- [28]-F. Moisy, T. Pasutto, G. Gauthier, P. Gondret et M.Rabaud. "Instabilités spirales entre disques tournants", *Laboratoire FAST, Orsay*.
- [29]-S. Poncet, M.P. Chauve, R. Schieste, E. Serre, P. Le Gal et A. Randriamampianina. "Sur les Écoulements de Disques Tournants" ,*Laboratoire de Modélisation et Simulation Numérique en Mécanique-Génie des Procédés, UMR 6181,CNRS- Universités d'Aix-Marseille I, II & III*
- [30]-J. Ortega-Casanova et R.Fernandez-Feria. "A numerical method for the study of non linear stability of axisymmetric flows based on the vector potentia", *Journal of Computational Physics I*. Vol. 227, 3307–3321, 2008.
- [31]-D. LoJacono, J.N.Sørensen, M.C.Thompson et K.Hourigana. "Control of vortex breakdown in aclosed cylinder with a small rotating rod" , *Journal of Fluis and Structures*. Vol. 24. pp.1278–1283, 2008.
- [32]- Cui, X. "Cell pattern and stagnation ring of the flow driven by the counter-rotation in a fluid-filled cylinder" , *Computers & Fluids*. Vol. 37, pp.135-145, 2008.
- [33]-V.Barcilon et J.Pedlosky "Linear theory of rotating stratified fluid motions". *J.Fluid Mech*. Vol.29, pp.1-16, 1967.
- [34]-R. Iwatsu "Flow pattern and heat transfer of swirling flows in cylindrical container with rotating top and stable temperature gradient", *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol. 47, pp. 2755–2767, 2004.
- [35]-R. Iwatsu, "Numerical Study of Flows in a Cylindrical Container with Rotating Bottom and Top Flat Free Surface ", *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 74, N° 1, pp. 333-344, 2005.
- [36]-Y. Omi et R. Iwatsu, "Numerical study of swirling flows in a cylindrical container with co-/counter-rotating end disks under stable temperature difference", *International Journal of Heat and Mass Transfer* ,vol. 48, pp. 4854-4866, 2005.
- [37]-H. Ben Hadid, D. Henry et R. Touihri," Unsteady three-dimensional buoyancy-driven convection in a circular cylindrical cavity and its damping by magnetic field", *Journal of Crystal Growth*, vol. 180, pp. 433-441, 1997.
- [38]-R. Bessaih, Ph. Marty et M. Kadja,"Numerical study of disk driven rotating MHD flow of a liquid metal in a cylindrical enclosure", *Acta Mechanica*, vol. 135, pp. 153-167, 1999.
- [39]-Ph. Marty, L. M. Witkowski, P. Trombetta et T. Tomasino, "On The Stability of Rotating MHD Flows", *Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconducting Flows*, pp. 327-343, 1999.

Bibliographie

- [40]-A.Juel, T.Mullin,H.Ben Hadid et D.Henry. "Magnetohydrodynamic convection in molten gallium" ,Journal of Fluid Mechanics. Vol. 378, pp.97-118, 1999.
- [41]-A. Juel, T. Mullin, H. Ben Hadid et D. Henry, "Three-dimensional free convection in molten gallium", Journal of Fluid Mechanics, vol. 436, pp. 267-281, 2001.
- [42]-R. Bessaih, "Étude de la convection naturelle laminaire et turbulente dans des enceintes ", Thèse de doctorat d'état, Université Mentouri – Constantine, 2000.
- [43]-G. Talmage, S.-H. Shyu, J. M. Lopez et J. S. Walker, "Inertial effects in the rotationally driven melt motion during the Czochralski growth of silicon crystals with a strong axial magnetic field", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP, vol. 51, pp. 267-289, 2000.
- [44]-R. Bessaih , M. Kadja, K. Eckert et Ph. Marty, "Numerical and analytical study of rotating flow in an enclosed cylinder under an axial magnetic field", Acta Mechanica, vol. 164, pp. 175-188, 2003.
- [45]-R. Bessaih, Ph. Marty et M. Kadja,"Hydrodynamics and heat transfer in disk driven rotating flow under axial magnetic field", International Journal of Transport Phenomena, vol. 5, pp. 259-278, 2003.
- [46]-B. Hof, A. Juel and T. Mullin,"Magnetohydrodynamic damping of convective flows in molten gallium", Journal of Fluid Mechanics, vol. 482, pp. 163–179, 2003.
- [47]-N. Zabaras et B. Ganapathysubramanian, "Melt flow control using magnetic fields and magnetic field gradients", Computational Mechanics WCCM VI in conjunction with APCOM'04, Sept. 5-10, 2004.
- [48]-E. Balikci, A. Deal, et R. Abbaschian, "Antimony-doped germanium single crystals grown from the melt by the axial heat processing (AHP) technique", Journal of Crystal Growth, vol. 262, pp. 581-593, 2004.
- [49]-Y. Andrew, et J. J. Derby, "Dynamics of three-dimensional convection in microgravity crystal growth: g-jitter with steady magnetic fields," Journal of Crystal Growth, vol. 263, pp. 40-52, 2004.
- [50]-S. Yesilyurt, S. Motakef, R. Grugel, et K. Mazuruk, "The effect of the traveling magnetic field (TMF) on the buoyancy-induced convection in the vertical Bridgman growth of semiconductors," Journal of Crystal Growth, vol. 263, pp. 80-89, 2004.
- [51]-Yu. M. Gelfgat et A.Yu. Gelfgat, "experimental and numerical study of rotating magnetic field driven flow in cylindrical enclosures with different aspect ratios", Magnetohydrodynamics, vol. 40, No. 2, pp. 147–160, 2004.
- [52]-A. Kharicha, A. Alemany et D. Bornas, "Influence of the magnetic field and the conductance ratio on the mass transfer rotating lid driven flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, pp. 1997–2014, 2004.

Bibliographie

- [53]-N. Ma, R. Hui Zhang, D. J. Larson et K. C. Mandai, "Dynamics of melt-crystal interface and thermal stresses in rotational Bridgman crystal growth process," *Journal of Crystal Growth*, vol. 266, pp. 216-223, 2004.
- [54]-N. Ma, J. S. Walker et L. M. Witkowski, "Combined effects of rotating magnetic field and rotating system on the thermocapillary instability in the floating zone crystal growth process", *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, vol. 126, pp. 230-235, 2004.
- [55]-M. P. Volz et K. Mazuruk, "Lorentz body force induced by travelling magnetic fields," *Magnetohydrodynamics*, vol. 40, pp. 117-126, 2004.
- [56]-A. Kharicha, A. Alemany et D. Bornas, "Hydrodynamic study of a rotating MHD flow in a cylindrical cavity by ultrasound Doppler shift method", *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp. 589–615, 2005.
- [57]-V. Mittal, M. F. Baig et B. Kant Khan, "Buoyancy-driven convection in liquid metals subjected to transverse magnetic fields", *Journal of Indian Institute of Science*, vol. 85, pp. 119–129, 2005.
- [58]-F. Berrahil et R. Bessaih "Magnétohydrodynamique stabilité de convection naturelle oscillatoire dans une enceinte cylindrique remplie d'un métal liquide", *Word Journal of Engineering*. Vol. 5(1), pp. 1-9, 2008.
- [59]-R. Bessaih, A. Boukhari et Ph. Marty "Magnétohydrodynamique stabilité de convection naturelle avec transfert de chaleur" *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol 36, pp. 893-901, 2009.
- [60]-S.C. Kakarantzas et I.E. Sarris, A.P. Grecos et N.S. Vlachos "Magnétohydrodynamique convection naturelle dans une cavité cylindrique verticale avec une température mur sinusoïdale", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 250–259, 2009.
- [61]-J. H. Lienhard IV et J. H. Lienhard V, "A Heat Transfer Textbook", 3rd Ed., Cambridge, MA: Phlogiston Press, c2005.
- [62]-S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, 1980.
- [63]-J. A. Michelson, "Modeling of laminar incompressible rotating fluid flow", AFM 86-05, Ph. D. Dissertation. Dept of Fluid Mechanics, Tech. Univ. of Denmark, 1986.
- [64]-A. Spohn, "Écoulement et éclatement tourbillonnaires engendrés par un disque tournant dans une enceinte cylindrique", Thèse de Doctorat, Université de Grenoble I, 1991.
- [65]-F. Berrahil "Hydrodynamique, Transfert de chaleur d'un Écoulement Tournant et Stabilité MHD", Thèse de Magister, Université Mentouri – Constantine, 2005.

Résumé

Nous présentons une étude numérique d'un écoulement engendré par deux disques tournants en Co/contre-rotation, à l'intérieur d'une enceinte cylindrique, dont le rapport d'aspect $H/R=2$, rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr=0.015$), soumise à un gradient de température et un champ magnétique orienté verticalement. Un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis a été utilisé pour résoudre numériquement les équations gouvernant le phénomène étudié. Cet écoulement est très instable et fait apparaître une grande richesse de structures. Nous avons présenté le cas stable, en faisons la comparaison entre l'écoulement engendré par la co-rotation des disques d'extrémités et la contre rotation de ces derniers. Dans le cas de régime transitoire, nos simulation numériques ont été présentées pour différentes valeurs du nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, 20$ et 30) et différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$). Nous présentons leurs effets sur la valeur du nombre de Reynolds critique Re_{cr} et de la fréquence d'oscillation critique, F_{cr} . Des diagrammes de stabilité ont été établis pour mettre en évidence la dépendance du nombre de Reynolds critique avec l'augmentation du nombre de Hartmann Ha , pour différentes valeurs du Richardson Ri . En conclusion, l'écoulement en co-rotation était très différent de celui en contre-rotation et que l'action du champ magnétique a un effet stabilisant sur l'écoulement.

Mots clés : Co-rotation, Contre-rotation, Couche de cisaillement, Vortex breakdown

Abstract

We present a numerical study of a flow generated by two rotating disks in Co/counter-rotating, inside a fixed cylindrical enclosure having an aspect ratio H/R equal to 2, filled of a fluid with low Prandtl number ($Pr=0.015$), which is submitted to a vertical temperature gradient and axial magnetic field. The finite volumes method has been used to resolve the equations numerically controlling the studied phenomenon. This flow is very unstable and reveals a great richness of structures. We presented the Steady mode, let us make of it the comparison between the flow generated by the Co-rotating end disks and counter-rotating. In the unstable mode, our numerical simulation were presented for various values of the Hartmann number ($Ha=0, 5, 10, 20$ and 30) and various values of the Richardson number ($Ri=0, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$), We present their effects on the value of the critical Reynolds number, Re_{cr} and of the critical frequency of oscillation, F_{cr} . The stability diagram was established according to the numerical results of this investigation. These diagrams put in evidence the dependence of the critical Reynolds number and critical frequency of oscillations with the increase of the Hartmann number for various values of the Richardson number. In conclusion the flow between Co-rotating disks is very different as flow between counter-rotating disks. This study confirms the possibility of stabilization of a liquid metal flow in mixed convection by application of an axial magnetic field.

Keywords: co-rotating, counter-rotating, shearing boundaries, vortex breakdown

ملخص

يمثل هذا العمل دراسة رقمية لسريان سائل معدني ناتج عن دوران الغطاء السفلي والعلوي لاسطوانة مملوءة، حيث عدد برودنل يساوي ($Pr=0.015$) ونسبة الطول بنسبة للعرض هي 2، توضع الاسطوانة تحت تأثير حمل حراري وحقل مغناطيسي موجه عموديا، من اجل حل المعادلات التفاضلية التي تتحكم في هذه الظاهرة استعملنا طريقة الأحجام المنتهية. بما أن سريان المائع غير ثابت و يحتوي على تركيبات مختلفة، قمنا بمقارنة في وضعية الحل الثابت (ليس هناك تغير مع الزمن) بين سريان المائع في حالة الدوران في نفس الاتجاه وفي حالة الدوران في عكس الاتجاه. في حالة الحل الغير الثابت (الحل يتغير مع مرور الزمن) ومن اجل مختلف قيم عدد هارتمان ($Ha=0, 5, 10, 20, 30$) ومن اجل مختلف قيم عدد ريتشاردسون ($Ri=0, 0.5, 1, 2, 4$) أوضحنا تأثيره على عدد رينولدز الحرج Re_{cr} و التواتر الاهتزازي F_{cr} . أنجزنا مخططات توضح العلاقة بين عدد رينولدز الحرج وعدد هارتمان مع تغير عدد ريتشاردسون وكذلك مخططات تبين المقارنة للدوران في نفس الاتجاه والدوران في عكس الاتجاه للغطاء العلوي والسفلي للاسطوانة. من نتائج هذا العمل وجدنا أن حركة الدوران في نفس الاتجاه مختلفة تماما عن الحركة في اتجاه متعاكس، نلاحظ أيضا أن سريان السائل المعدني يتأثر بالحقل المغناطيسي العمودي ويتجه نحو الثبات.

كلمات مفتاحية: الدوران في نفس الاتجاه، الدوران في عكس الاتجاه، طبقة القص، عطل الفورتكس.