

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MENTOURI – CONSTANTINE  
FACULTE DES SCIENCES ET DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**N° d'ordre :  
Série :**

**MEMOIRE  
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE  
MAGISTERE**

**EN GENIE MECANIQUE  
OPTION : CONSTRUCTION**

**THEME**

**ANALYSE DES PLAQUES COMPOSITES  
CARBONE/EPOXYDE SOUS L'EFFET DES EFFORTS  
DE PERCAGE**

**Présenté par :  
Driss BENDJABALLAH**

**Soutenu le :        /        /2009 devant le jury :**

**Président : Mr. A. BOUCHOUCHA  
Rapporteur : Mr. B. NECIB  
Examineur : Mr. A. BELAOUAR  
                 Mme. Z. LABED**

**Prof. Université Mentouri Constantine  
Prof. Université Mentouri Constantine  
Prof. Université Mentouri Constantine  
M.C. Université Mentouri Constantine**

# Remerciements

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur Mr. **B. NECIB**, Professeur au département de génie mécanique, Faculté des sciences de l'ingénieur, Université Mentouri Constantine et Directeur du laboratoire de mécanique, pour son aide et ses orientations durant la réalisation de ce travail et sa générosité dont il ma fait preuve.

Mes remerciements sont également prodigués à Mr. **A. BOUCHOUCHA**, Professeur au département de génie mécanique, Université Mentouri Constantine et Président du jury de soutenance de ce mémoire, ainsi qu'aux membres de ce jury : Mr **A. BELAOUAR** et Mme. **Z. LABED** qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être les modérateurs de ce travail.

Je souhaite également remercier tous les membres de l'équipe du laboratoire de génie mécanique de Toulouse ( LGMT ) où la partie expérimentale de ce travail a été réalisée.

Mes vifs remerciements vont aussi aux membres de ma famille pour leur soutien et leur encouragement et qu'ils trouvent ici mes profondes reconnaissances.

**Résumé :****« Analyse des plaques composites Carbone/Epoxyde sous l'effet des efforts de perçage »**

Les matériaux composites sont utilisés dans tous les domaines technologiques d'actualité de technologie tels que la mécanique, l'aéronautique et l'aérospatial pour fabriquer des pièces structurales ou vitales, du fait de leurs propriétés mécaniques, leur facilité de mise en forme et leur légèreté. D'où une optimisation du poids qui permet de réduire la consommation de carburant. Cependant la mise en forme et l'usinabilité de ces matériaux (par enlèvement de la matière, par jet d'eau ou par laser) reste toujours un problème ouvert pour la recherche, car l'usinage fait apparaître des dommages de natures différentes dans la structure. Ces dommages diminuent de façon importante les avantages fonctionnels des pièces en matériaux composites. Dans ce contexte une étude bibliographique et des applications expérimentales et numériques ont été réalisées et les différentes méthodes de perçage des matériaux composites ont présenté. Il a été constaté que les forets hélicoïdaux à deux lèvres, habituellement utilisés pour l'usinage des matériaux métalliques, restent toujours les plus utilisés en perçage de matériaux composites malgré les dommages engendrés sur la matière, et ce pour des raisons économiques (coût d'équipements, installation et temps de réalisation.....), écologiques (les gaz toxique et la pollution d'eau...) et faible risques lors de la manipulation. De ce fait, la détermination des efforts de coupe en perçage sur les plaques carbone/époxyde et l'apparition du délaminage en alésage sur des stratifiés ont été considéré et modélisé analytiquement et numériquement et de bons résultats ont remarqués.

**Mots clés :** Composites stratifiés, délaminage, perçage, alésage, fraisage, foret hélicoïdal.

**Summary:****« Analysis of the Carbon/Epoxy composite plates under the effect of the drilling efforts »**

The composite materials are used in all the technological fields of topicality of technology such as the mechanics, aeronautics and the aerospace to manufacture structural or vital parts, because of their mechanical properties, their facility of working and their lightness. From where an optimization of the weight which makes it possible to reduce the fuel consumption. However working and the workability of these materials (by removal of the matter, water jet or laser) remain always an open problem for research, because machining reveals damage of different nature in the structure. This damage decreases in a significant way the functional advantages of the composite material parts. In this context a bibliographical study and experimental and numerical applications were carried out and the various methods of drilling of composite materials presented. It was noted that the twist drills with two lips, usually used for the machining of metallic materials, remain always the most used in composite material drilling in spite of the damage generated on the matter, and this for reasons economic (cost of equipment, installation and time of ecological.....), realization (pollutant gases and the water pollution...) and weak risks during handling. So the determination of the cutting pressures in drilling on the plates carbone/époxyde and the appearance of delamination in boring on laminates were considered and modelled analytically and numerically and of good results noticed.

**Key words:** Laminated composites, delamination, drilling, reaming, milling, twist drill.

---

## ملخص : تحليل الصفائح المركبة من الكربون إيبوكسيد تحت فعل قوى الثقب

تستخدم المواد المركبة في مجال التكنولوجيا الحديثة، الهندسة الميكانيكية، وعلوم الطيران والفضاء وذلك لصناعة هياكل صناعية أو قطع حيوية، لما لها من الخصائص الميكانيكية كسهولة التشكيل والخفة. و من ثمة تقليل الوزن الذي من شأنه تخفيض استهلاك الوقود . مع ذلك، فإن تشكيل و تصنيع هذه المواد (بإزالة المواد، القذف المائي أو الليزر) وما يزال البحث مفتوحا لإيجاد حلول لهذه المشكلة، لأن التصنيع يكشف عن أنواع مختلفة من الأضرار على بنية المادة. تساهم هذه الأضرار بشكل كبير في انخفاض الفوائد الوظيفية للمواد المركبة.

وفي هذا السياق، فقد قمنا باستعراض الدراسات المكتبية والتجارب والتطبيقات الرقمية وكذا مختلف أساليب ثقب المواد المركبة. وقد تبين أن المثقب الخلزوني ثنائي الشفاه الذي عادة ما يستخدم في تصنيع المواد المعدنية لا يزال الأكثر شيوعا في ثقب المواد المركبة وذلك بالرغم من الأضرار الناجمة عن استعماله وذلك لأسباب اقتصادية (تكلفة تركيب المعدات ووقت الإنجاز) بيئية (الغازات السامة وتلوث المياه) ، وكذا التعرض لأخطار طفيفة أثناء استعماله ، وبالتالي تمكنا من تحديد قوة القطع عند ثقب لوحات من إيبوكسيد الكربون واستطعنا تحديد العيوب الناجمة عن عملية الثقب على جدران الصفائح كما أمعنا النظر فيها بدراسة تحليلية وأخرى رقمية ، وقد لوحظت نتائج جيدة.

الكلمات الحاسمة : الصفائح المركبة ، الثقب ، التفريز ، المثقب

الخلزوني

## Liste des figures

<b>Figure 1:</b> Défaut en entrée du trou .....	17
<b>Figure 2:</b> Localisation des défauts de perçage d'un stratifié en carbone/époxy .....	18
<b>Figure 3:</b> Défaut en sortie du trou .....	18
<b>Figure 4:</b> Délaminage à l'entrée du foret hélicoïdal.....	19
<b>Figure 5:</b> Schématisation des défauts sur la paroi du trou .....	20
<b>Figure 6 :</b> Foret hélicoïdal.....	22
<b>Figure 7:</b> Schématisation du défaut en sortie du trou .....	22
<b>Figure 8 :</b> Modèle de délaminage, foret scie .....	26
<b>Figure 9 :</b> Rapport des forces critiques $F_s/FA$ .....	26
<b>Figure 10 :</b> Modèle de délaminage utilisant les forets trépan .....	27
<b>Figure 11 :</b> Rapport des forces critiques d'un foret trépan et hélicoïdales .....	28
<b>Figure 12 :</b> perçage à 1000 tr/min et vitesse d'avance de 0.006mm/tr.....	29
<b>Figure 13 :</b> perçage à 3000 tr/min et vitesse d'avance de 0.006 mm/tr .....	29
<b>Figure 14 :</b> effet de l'avance sur le délaminage à 1000 tr/min .....	30
<b>Figure 15 :</b> effet de l'avance sur le délaminage à 3000 tr/min .....	31
<b>Figure 17 :</b> Paramètres d'usure des outils.....	34
<b>Figure 18 :</b> Usure d'un foret multifacial en perçage grande vitesse .....	34
<b>Figure 19 :</b> Principe du jet d'eau haute pression.....	36
<b>Figure 20 :</b> apparence typique de la surface supérieure lisse et des stries et rugosité.....	37
<b>Figure 21 :</b> l'usure de coupe et les paramètres de mode de coupe proposés par Hashis...39	
<b>Figure 22 :</b> Les trois étapes du processus, la phase d'entrée, le cycle de coupe et la phase de Sortie .....	39
<b>Figure 23 :</b> Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,23kg/min et pression du jet d'eau =172,4Mpa pour les 2 vitesses de coupe (fibre de verre/polymère) .....	40
<b>Figure 24 :</b> Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance:	

120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,32 kg/min et pression du jet d'eau =172,4Mpa pour les 2 vitesses de coupe .....	40
<b>Figure 25</b> : Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) Avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,23kg/min et pression du jet d'eau =241.3 Mpa pour les 2 vitesses de coupe .....	41
<b>Figure 26</b> : Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance:120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0, 32 kg/min et pression du jet d'eau =241.3 Mpa pour les 2 vitesses de coupe.....	41
<b>Figure 27</b> : Représentation de Ra avec oscillation (a)et sans oscillation (b) .....	42
<b>Figure 28</b> : principe du laser.....	44
<b>Figure 29</b> : Vitesse de coupe en fonction de l'épaisseur pour un acrylique .....	46
<b>Figure 30</b> : trou typique percé au laser dans une éprouvette APC-2 .....	48
<b>Figure 31</b> : coupe parallèle à l'axe des fibres d'une éprouvette en APC-2.....	49
<b>Figure 32</b> : Régions adjacente aux trous percés au laser APC-2 .....	50
<b>Figure 33</b> : Vue agrandie de la surface à l'intérieure du trou.....	50
<b>Figure 34</b> : Trous percés au laser de fibres (a)T300, (b)HM et (c) P100.....	52
<b>Figure 35</b> : Profils de gonflement mesuré pour les trois types de fibres après perçage laser de matériau tels quels (a) et de matériaux traités thermiquement (b).....	53
<b>Figure 36</b> : Comparaison de la charge de traction limite pour des éprouvettes Percées avec différentes méthodes et une sans trou .....	55
<b>Figure 37</b> : Résultat de tests de fatigue pour des éprouvettes avec trous fabriqués avec différentes méthodes .....	55
<b>Figure 38</b> : Plan moyen.....	57
<b>Figure 39</b> : Principe du calcul de Fz cas N° 5.....	72
<b>Figure 40</b> : coefficient Kf et l'avance (mm/tr).....	90
<b>Figure 41</b> : la variation de l'effort en fonction de l'avance.....	90
<b>Figure 42</b> : Forme d'usure sur un foret hélicoïdal .....	93
<b>Figures 43 et 44</b> : Usure du bec Dans la photo suivante on peut observer la forme d'un Bec.....	93
<b>Figure 45</b> : Pointe du foret (neuf).....	95

<b>Figure 46</b> : Usure de la face de dépouille.....	95
<b>Figure 47</b> : Usure en caractère de la face de coupe.....	96
<b>Figure 48</b> : face de dépouille.....	97
<b>Figure 49</b> : Face de dépouille usée.....	97
<b>Figure 50</b> : Effort de poussée et tour par minute.....	98
<b>Figure 51</b> : l'enregistrement de l'effort du poussée (FH3P) 4.2mm.....	99
<b>Figure 52</b> : l'enregistrement de l'effort du poussée (FD) 4.2mm.....	100
<b>Figure 53</b> : Effort de poussée et diamètre du foret.....	101
<b>Figure 54</b> : le rapport d'effort ( $F_{z_{4,8}}/F_{z_{15,8}}$ ) et l'avance (mm/tr).....	102
<b>Figure 55</b> : Répartition de l'effort de poussée entre l'âme et les arêtes principales.....	103
<b>Figure 56</b> : Enregistrement global et enregistrement sur les arêtes principales.....	104
<b>Figure 57</b> : Enregistrement et vraies grandeurs de la plaque.....	105
<b>Figure 58</b> : Modélisation du délaminage en sortie de trou.....	109
<b>Figure 59</b> : Décomposition de l'effort de poussée.....	110
<b>Figure 60</b> : schématisation de la partie modélisée (demi vue en coupe).....	110
<b>Figure 61</b> : Vue du maillage 1/2coupeet condition aux limites.....	111
<b>Figure 62</b> : Montage expérimental des essais de poinçonnement.....	112
<b>Figure 63</b> : Comparaison « expérience/modèle numérique » des efforts de Délaminage en Sortie de trou avec une stratification de $[90^\circ/+45^\circ/0^\circ/-45^\circ]$ , Une vitesse d'avance de l'outil de 1mm/min et un diamètre d'outil de 4.8mm.....	113

## Symboles et notations

**Dr** : diamètre réel du trou ;

**Dth** : diamètre théorique du trou ;

**$\theta$**  : angle relatif entre la direction de la vitesse de coupe et la direction des fibres.

**$G_{IC}$**  est l'énergie critique de propagation des fissures par unité de surface en mode I ;

**M** étant la rigidité par unité de largeur du matériau renforcé des fibres ;

**E** est le module d'Young ;

**$\nu$**  est le coefficient de Poisson du matériau.

**k** : Conduction thermique

**c** : Chaleur spécifique volumique

**q** : Source de chaleur

**T** : Température

**r** : Distance par rapport à l'axe de poutre

**$\chi$**  : Réflexion de la surface

**$Q_0$**  : Flux axial

**R** : Rayon de la poutre

**$M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$**  moment de flexion.

**$Q$**  : Effort tranchant.

**D** : raideur de la plaque.

**$q$**  : L'effort tranchant par unité de longueur d'une circonférence de rayon  $r$

**f** l'avance

**$f_z$**  est l'avance par dent

**d** est le diamètre du foret

**$K_f$**  est un coefficient dont la valeur varie en fonction du matériau usiné.

## Sommaire

<b>Introduction générale</b> .....	10
<b>I. Les matériaux composites et leurs différentes méthodes de perçage</b> .....	14
I.1 Spécificités des composites à l'usinage.....	14
I.1.1 Comportements du matériau .....	14
I.1.2 Spécificités des techniques d'usinage .....	15
I.2 Le perçage par enlèvement de matière.....	15
I.2.1 Défauts engendrés lors du perçage d'un matériau composite .....	15
I.2.2 Localisation des défauts .....	16
I.2.3 Les facteurs influençant les défauts .....	19
I.2.4 Représentation graphique des efforts et du moment pendant le perçage.....	24
I.2.5 Foret scie.....	25
I.2.6 Foret trépan .....	27
I.2.7 L'effet de la vitesse de rotation sur le délaminage.....	29
I.2.8 L'effet de la vitesse d'avance sur le délaminage.....	30
I.2.9 Usure des outils de coupe en usinage des composites.....	32
I.3 Usinage par jet d'eau.....	35
I.3.1 Principe.....	35
I.3.2 Le perçage avec et sans oscillation .....	37
I.3.3 Ses avantages et inconvénients .....	43
I.4 Découpe au laser.....	44
I.4.1 Principe .....	44
I.4.2 L'effet de l'épaisseur et la puissance du laser sur la vitesse de coupe .....	46
I.4.3 Aspects thermique du perçage laser de composites à fibres de carbone.....	46
I.4.4 Forme du trou .....	48
I.4.5 L'effet du traitement thermique sur le gonflement de différents types de fibres pendant le perçage laser.....	51
I.4.6 Ses avantages et inconvénients .....	54
I.5 Comparaison de la charge de traction limite pour des éprouvettes percées avec différentes méthodes.....	54
<b>II Mise en équations de matériaux composites sous l'effet des efforts de Coupe</b> .....	56
II.1 Méthodes de calcul.....	56
II.1.1 Démarche globale.....	56
II.1.2 Détermination de la flèche .....	57
II.1.3 L'expression de la variation virtuelle d'énergie élastique.....	61

II.1.4 L'expression du travail des efforts extérieurs .....	61
II.1.5 L'expression de l'énergie nécessaire à la propagation du délaminage.....	61
II.2 Modélisation de l'effort de poussée $F_z$ et des conditions aux limites .....	62
II.2.1 Sans avant trou.....	62
II.2.1.1 Calcul des flèches.....	66
II.2.1.2 Détermination de l'effort critique .....	69
II.2.2 Perçage avec avant trou.....	73
II.2.2.1 Calcul des flèches.....	75
II.2.2.2 Détermination de l'effort critique .....	80
<b>III. Détermination de l'effort de coupe en perçage avec un foret hélicoïdal .....</b>	<b>87</b>
III.1 Modèles de littérature et les essais réalisés .....	87
III.1.1 Détermination de l'effort de coupe en perçage pour un foret hélicoïdal Tronconique.....	87
III.1.2 Détermination de l'effort de coupe en perçage pour un foret hélicoïdal à affûtage trois pentes .....	88
III.1.3 Vérification de la précision de mesure de la platine en statique.....	91
III.1.4 Vérification de l'usure du foret .....	93
III.2 Influence de la vitesse de coupe $V_c$ sur l'effort de pénétration $F_z$ .....	98
III.3 L'influence de géométrie du foret sur l'effort de poussée .....	99
III.3.1 Perçage avec un foret hélicoïdal à affûtage trois pentes de diamètre 4.8mm (FH3P) .....	99
III.3.2 Perçage avec un foret diagèr de diamètre 4.2mm (FD).....	100
III.4 L'influence du diamètre du foret sur l'effort de poussée.....	101
III.5 L'influence du l'avant trous sur l'effort de poussé.....	103
III.6 Proposition du plan d'expérience .....	106
<b>IV. Détermination des efforts de coupe sur les plaques composites utilisant les modèles numériques... 108</b>	
VI.1 Modélisation numérique.....	109
VI.2 Maillage et conditions aux limites.....	110
VI.3 Résultats et interprétation.....	112
<b>Conclusion .....</b>	<b>114</b>
<b>Références .....</b>	<b>115</b>

## Introduction Générale

L'industrie moderne dans mécanique de construction, l'aéronautique, le génie civil et plus généralement le domaine des transports sont à la recherche de matériaux possédant des avantages fonctionnels comme la légèreté, une bonne résistance mécanique et chimique, une durée de vie élevée, une maintenance réduite, un temps de fabrication le plus court possible. Compte tenu des choix d'assemblage par perçage effectué dans l'industrie aéronautique, l'usinabilité de ces matériaux reste un problème ouvert. En effet, le perçage fait apparaître des dommages de nature différente dans la structure qui nuisent à la durée de vie des assemblages boulonnés ou rivetés ainsi que les joints d'étanchéité. Cependant, plusieurs défauts peuvent être induits durant le perçage de ces types de matériaux et spécialement au voisinage du trou. En fait, le perçage des plaques composites par enlèvement de matière est une opération courante pour réaliser des assemblages boulonnés ou rivetés dans le domaine de l'industrie. Cet usinage fait apparaître, dans les structures composites fibres longues, des dommages de nature différente qui cause des mauvaises tolérances d'assemblage et réduit l'intégrité structurelle du matériau et a le potentiel de détériorer les performances à long terme (la durée de vie des assemblages). Les défauts induits par l'opération de perçage sont classés suivant trois zones d'apparition : à l'entrée du trou - par la décohésion du pli supérieur du stratifié, sur la paroi du trou – par l'arrachement de fibres et la dégradation de la résine et en sortie du trou - par la décohésion du dernier pli. La qualité d'un trou est fortement influencée par les conditions d'usinage et la nature du matériau outil. Elle l'est aussi par la nature du matériau à usiner ainsi que la séquence d'empilement et plus particulièrement, par l'angle  $\theta$  compris entre la direction de la vitesse de coupe et l'orientation des fibres. Pendant le perçage, on évite l'apparition du défaut en entrée du trou, si le stratifié à usiner est appuyé sur la face d'attaque de la pièce. Les défauts qui se localisent sur la paroi du trou et en sortie du trou sont des défauts majeurs. Plusieurs travaux montrent que le défaut en sortie du trou est fortement influencé par la valeur de l'effort de poussée  $F_z$  résultant de l'avance de l'outil dans la matière. Cet effort dépend du choix de la géométrie de la pointe de foret ainsi que de la valeur de la vitesse d'avance de l'outil dans la matière [1] - [3] et [10]. Le travail présenté dans ce mémoire de magister comporte quatre chapitres :  
Le premier chapitre consiste à définir les spécificités et le comportement des matériaux

---

composites sous l'effet de l'usinage et qui sont fonction de propriétés suivantes :

**L'hétérogénéité :** les matériaux composites sont constitués d'un polymère contenant un réseau de fibres en nappes, éventuellement tissées. Il faut donc usiner simultanément deux matières de natures différentes (résine et fibres).

**L'anisotropie :** dans le cas de composites à fibres orientées, on peut aussi avoir une structure anisotrope (comportement différent selon la direction envisagée), ce qui s'ajoute aux difficultés d'usinage. En effet la rigidité, sera plus grande dans le sens longitudinal des fibres que dans le sens perpendiculaire, ce qui peut entraîner des déformations non souhaitées.

**La conductivité thermique :** La chaleur créée par l'opération d'usinage restant concentrée sur la zone usinée peut entraîner une déformation thermique importante et un risque de dégradation thermique.

**L'usure des outils :** la présence de fibres de carbone engendre une usure très rapide des outils.

Pour éviter le délaminage durant le perçage, la force axiale appliquée ne doit pas dépasser cette valeur critique qui est une fonction des propriétés du matériau ainsi que de l'épaisseur restante non percée  $h$ . La force axiale réelle est liée à la vitesse d'avance.

**Le foret scie :** Cet outil présente la plus grande force critique parmi les outils étudiés. La force axiale est divisée en une force linéaire circulaire et une autre force surfacique circulaire, ce qui explique la distribution uniforme de la charge mieux répartie qui réduit donc le délaminage.

Au chapitre deux, une mise en équations de matériaux composites sous l'effet des efforts de coupe a été considérée. Pour avoir un modèle analytique simple, on considère la partie au dessous du foret comme un disque troué et fixé par les extrémités. Dans la modélisation de Piquet [6] les chargements sont axisymétriques, cela sous entend que l'on suppose que le foret tourne suffisamment vite pour que les efforts exercés par les arêtes se répartissent sur le disque situé sous le foret. Les résultats obtenus pour le calcul de l'effort critique dépendent directement du choix de modélisation, de la répartition des efforts de coupe axiaux ainsi que les conditions aux limites aux extrémités du disque (appui ou encastrement). Cette répartition dépend directement de la géométrie du foret. Ainsi, plusieurs cas de chargement sont

considérés et pourront être utilisés pour d'autres forêts. Dans un deuxième temps, ces modèles seront comparés aux résultats expérimentaux et numériques.

Dans le troisième chapitre, l'effort de coupe en perçage avec un foret hélicoïdal tronconique et un foret à affûtage trois pentes a été déterminé, malgré les problèmes d'usure. Après une succession d'essais répétitifs et à l'aide d'une observation microscopique des deux types de foret on a trouvé que l'usure des becs et des deux arêtes de coupe du foret à affûtage trois pentes est parfaitement visible. Le foret observé présente une géométrie fortement altérée : angle de dépouille, arêtes principales et secondaires usées, donc le foret hélicoïdal à affûtage trois pentes est bien plus usé que celui tronconique, ce qui peut expliquer que l'effort de poussée est plus important.

Dans le chapitre quatre, les efforts de coupe sur les plaques composites utilisant les modèles numériques ont été analysés. Dans la première partie de ce chapitre, une brève description d'un modèle de la littérature pour le calcul analytique de l'effort critique de perçage provoquant le délaminage entre plis en sortie de trou, est présentée et ce pour le cas des stratifiés de minces fibres mais longues en carbone époxyde. Durant l'avancement du foret dans la matière, les plis non coupés sous l'outil sont entraînés vers le bas par l'effort de poussée et subissent une déformation élastique. Si la contrainte résultante en front de fissure (délaminage) dépasse une valeur critique, alors la fissure se propage. A cet instant, l'effort appliqué correspond à l'effort de poussée critique. On a noté que le comportement global du stratifié est supposé orthotrope linéaire. Le contact outil/plaque est modélisé par un chargement uniformément réparti ( $q$ ). Le bilan énergétique est appliqué sur la structure dans le domaine linéaire élastique. A partir des travaux de (Ho-Cheng et al. 1990) [9], l'auteur établit une relation pour prédire l'effort de poussée critique en fonction respectivement, du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{Ic}$ ) et des propriétés mécaniques élastiques de la plaque orthotrope.

Les résultats ainsi obtenus en comparaison avec les modèles analytiques montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte l'influence de l'effort tranchant ainsi que celle de la géométrie de la pointe de l'outil afin de diminuer la fissuration et la détérioration des matériaux considérés.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale en soulignant l'intérêt de l'utilisation des

forêts à deux lèvres, habituellement utilisés pour l'usinage des matériaux métalliques, qui restent toujours les plus utilisés en perçage de matériaux composites malgré les dommages engendrés sur la matière, et ce pour des raisons économiques (coût d'équipements, installation et temps de réalisation.....), écologiques (les gaz toxique et la pollution d'eau...) ainsi que leur faible risques lors de la manipulation. De ce fait, la détermination des efforts de coupe en perçage sur les plaques carbone/époxyde et l'apparition du délaminage en alésage sur des stratifiés ont été considéré et modélisé analytiquement et numériquement et de bons résultats ont été obtenus.

## **Chapitre I : Les matériaux composites et leurs différentes méthodes de perçage**

### **I.1 Spécificités des composites à l'usinage :**

#### **I.1.1 Comportements du matériau :**

Les caractéristiques des matériaux composites qui, de près ou de loin, ont une influence sur les opérations d'usinage sont les suivantes.

**Hétérogénéité :** les matériaux composites sont constitués d'un polymère contenant un réseau de fibres en nappe, éventuellement tissées. Il faut donc usiner simultanément deux matières de natures différentes (résine et fibres), voire trois si la matrice contient en plus des charges minérales. Avec ce type de matériau, l'usinage dit « par enlèvement de copeaux » se traduit en fait par une création de poudre et non pas par la formation d'un copeau. Ces poudres sont souvent propulsées dans l'air autour de l'outil de coupe avant de retomber. Il faut alors penser que ces poudres peuvent être abrasives (fibres de verre) ou conductrices d'électricité et susceptibles de générer un court-circuit (fibres de carbone).

**Anisotropie :** dans le cas de composites à fibres orientées, on peut aussi avoir une structure anisotrope (comportement différent selon la direction envisagée), ce qui s'ajoute aux difficultés d'usinage. La rigidité, par exemple, sera plus grande dans le sens longitudinal des fibres que dans le sens perpendiculaire, ce qui peut, à l'usinage, générer des déformations non souhaitées.

**Conductivité thermique :** ce sont des matériaux isolants sauf ceux chargés de particules métalliques ou renforcés de fibres de carbone. La chaleur créée par l'opération d'usinage restant concentrée sur la zone usinée peut entraîner une déformation thermique importante et un risque de dégradation thermique.

**Usure des outils :** la présence de fibres de verre engendre une usure très rapide des outils traditionnels (acier rapide). Les outils au carbure, voire diamantés, sont impératifs.

## I.1.2 Spécificités des techniques d'usinage :

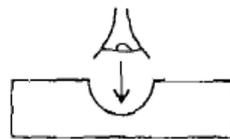
Usiner des composites signifie usiner des matériaux différents, en même temps : résine ou plastique plutôt mou et fibres souvent plus dures (le verre surtout). Il faut donc optimiser les paramètres pour cela, voire choisir une des techniques qui se sont développées justement à cause des difficultés rencontrées avec les moyens classiques : le **laser** ou le **jet d'eau**.

De plus, l'opération elle-même peut impliquer des endommagements aux abords de la zone usinée tels que arrachement de fibres, délaminage visible (arrachement de couche), délaminage interne (dissociation entre deux couches du matériau), dégradation thermique (échauffement trop important), obtention d'une surface rugueuse car les charges ou les fibres ont été arrachées et non pas coupées, etc.

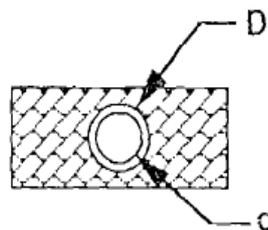
## I.2 Le perçage par enlèvement de matière :

### I.2.1 Défauts engendrés lors du perçage d'un matériau composite :

Rugosité  
*Surface roughness*



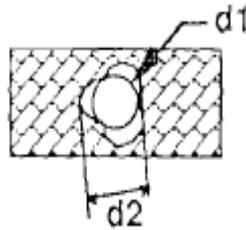
Variation du diamètre  
*Dimensional error*



$$\Delta D = D - d$$

Dû aux différentes orientations des plis ( $0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$ ).

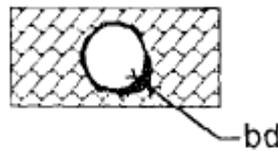
Circularité  
*Roundness error*



$$dc = \frac{1}{2} (d2 - d1)$$

Dû à la flexion des fibres à 0°.

Défauts côté débouchant  
*Damage of surface layers*



*spalling, edge chipping, delamination, fuzzing*

Ces défauts liés à la structure des matériaux composites :

- Pelûchement (cas des fibres aramide) ;
- Ecaillage des arêtes (bris de la résine coté débouchant) ;
- Délaminage (décohésion des plis sur la surface libre).

Fissuration  
*Crack formation*



Dû à la dégradation thermique, les arrachements localisés de la matrice et le délaminage entre les plis.

## I.2.2 Localisation des défauts :

Les défauts résultants des opérations de perçage par l'utilisation d'un foret hélicoïdal sont classés suivant leur localisation, en entrée de trou, sur la paroi de trou et en sortie de trou.

**\* Le défaut situé en entrée de trou :**

On note :

- le défaut de localisation ;
- la décohésion du premier pli.

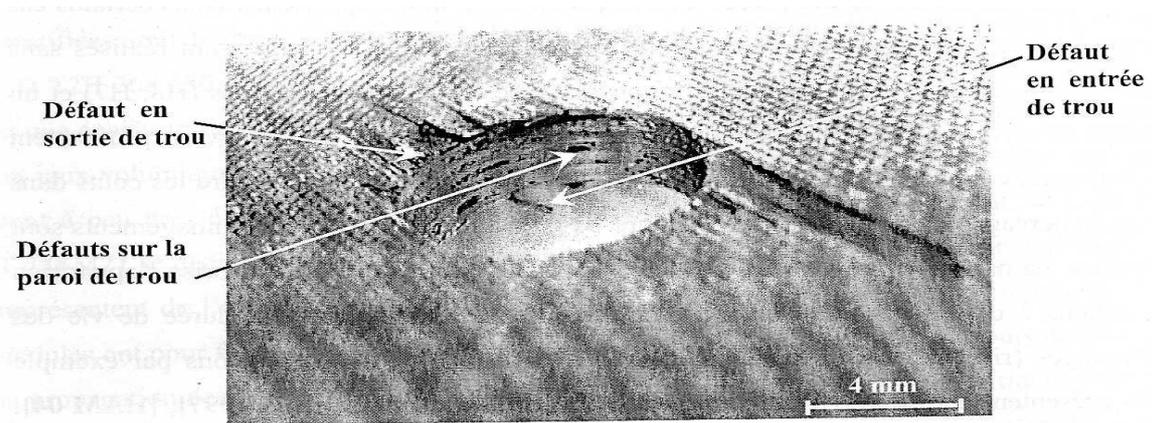


Figure 1: Défaut en entrée du trou

**\* Le défaut situé sur la paroi du trou :**

On relève :

- le défaut de circularité ;
- le défaut de rugosité ;
- les arrachements localisés de la matrice ;
- les arrachements de fibres ;
- la dégradation thermique de matrice.



**Figure 2:** Localisation des défauts de perçage d'un stratifié en carbone/époxy

**\* Le défaut situé en sortie de trou :**

On constate la décohésion de la matrice entraînant la flexion puis l'arrachement des derniers plis.



**Figure 3:** Défaut en sortie du trou

### I.2.3 Les facteurs influençant les défauts :

#### \* En entrée du trou :

Ces facteurs sont liés au matériau à usiner, à la géométrie de l'outil ainsi qu'aux conditions de coupe, il y a un effet de pelage à la périphérie des arêtes de coupes principales du foret hélicoïdal. Ce défaut correspond au décollement du premier pli et est directement lié à l'angle de coupe et à l'angle d'hélice du foret. Cet effet augmente avec l'angle de coupe des deux arêtes principales du foret.

Ce phénomène de décollement intervient dans les premiers temps du perçage lorsque le bec de l'outil atteint l'interface occupée par la matrice entre le pli supérieur et celui juste au dessous. La périphérie des arêtes de coup correspond à l'intersection entre l'arête principale et l'arête secondaire appelée listel. Le copeau en formation tend à remonter sous l'action de la face de coupe principale. Dans cette situation, la seule action qui s'oppose au délaminage du pli supérieur est due à la cohésion de la matrice. Les travaux réalisés par l'utilisation du plan d'expériences, montre que l'étendue du décollement des fibres du premier pli croit avec l'augmentation de la vitesse de coupe et l'avance par tour de l'outil (lors de l'usinage de stratifiés en verre époxy et carbone époxy).

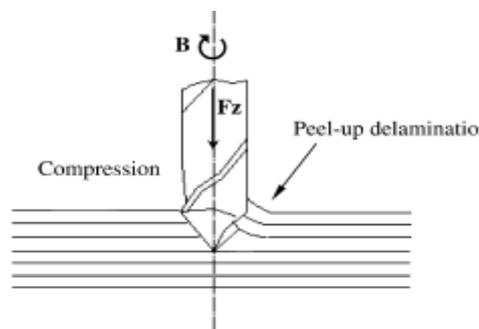


Figure 4: Délaminage à l'entrée du foret hélicoïdal

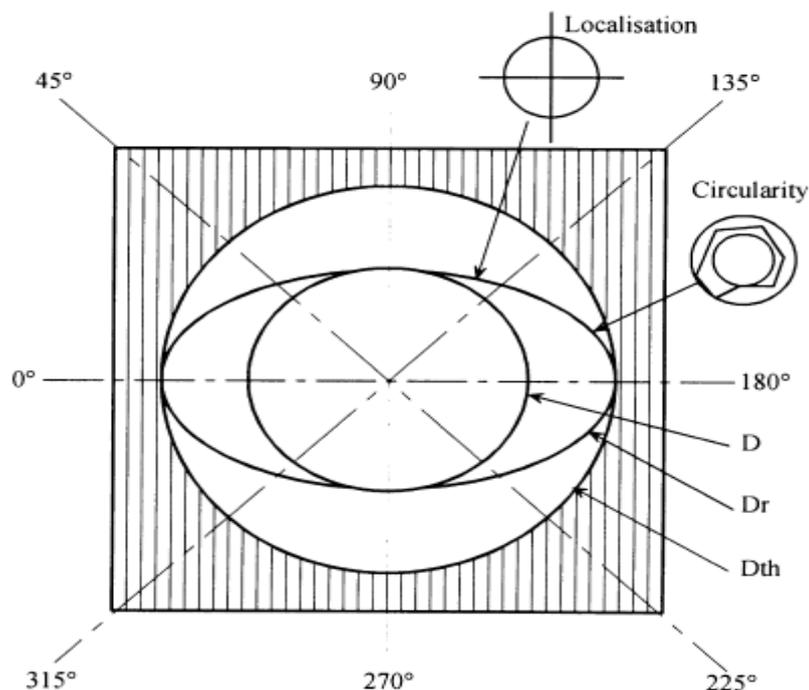
#### \* Sur la paroi :

Sous l'action des arêtes de coupe principales du foret, les fibres ont une déformation élastique assimilable à de la flexion avant la rupture fragile.

Sur les fibres coupées, on observe la présence d'une facette inclinée par rapport à la direction de coupe de l'arête secondaire (listel). Le retour élastique des fibres rompues provoque un resserrement du trou sur le foret ce qui a pour conséquence une diminution de diamètre  $\Delta D = D_{th} - D_r$  avec  $\Delta D < 0$ .

Cet auteur souligne que cette variation négative de diamètre est très peu influencée par l'avance de l'outil. Par contre, elle dépend directement de la nature du matériau à outil.

Le perçage d'un trou avec un foret en carbure de tungstène conduit à  $\Delta D < 0$ . La même opération du perçage avec outil en diamant produit un  $\Delta D > 0$ . L'utilisation d'un foret en diamant polycristallin provoque une valeur de la rugosité beaucoup plus faible que celle obtenue avec un foret de même géométrie en carbure de tungstène. Ceci est lié à la différence du rayon d'acuité d'arêtes entre les forets de carbure de tungstène et de diamant en plus il y a des outils en carbures revêtus en diamant mais le problème que le rayon d'arête est plus important. Le resserrement du trou sur le foret provoque une augmentation de la température à l'interface outil/paroi. Cela peut dans certains cas provoquer la dégradation locale de la matrice lorsque la température produite par l'usinage dépasse la température produite par l'usinage dépasse la température de transition vitreuse  $T_g$ .



**Figure 5:** Schématisation des défauts sur la paroi du trou [3]

**Dr** : diamètre réel du trou ;

**Dth** : diamètre théorique du trou ;

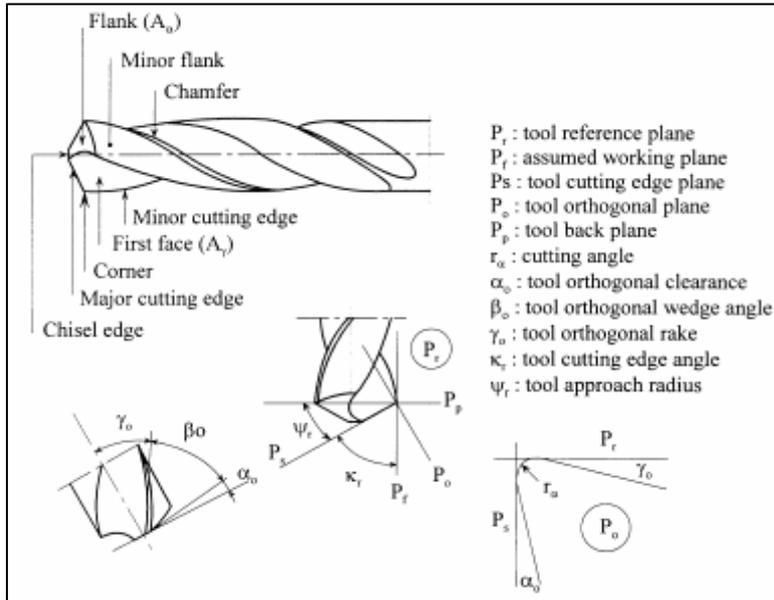
**$\theta$**  : angle relatif entre la direction de la vitesse de coupe et la direction des fibres.

Ce phénomène dû aux différentes orientations de fibres et il est d'autant plus intense que le stratifié usiné est globalement isolant et que l'outil est seul en mesure d'évacuer la chaleur produite par l'usinage. L'utilisation d'un outil en diamant permet de réduire les risques de dégradation thermique locale de la matrice grâce à un coefficient de conductivité thermique ( $\lambda$ ) supérieur à celui du carbure de tungstène.

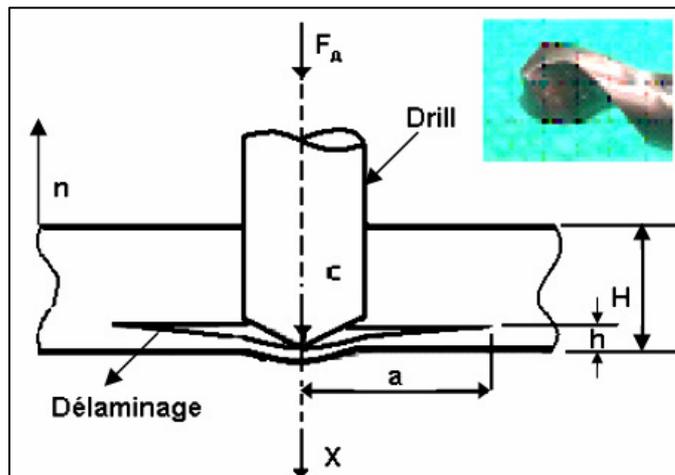
### **\* En sortie du trou :**

La vitesse de coupe varie d'un point à l'autre sur chacune des deux arêtes de coupe principales de l'outil et est nulle au centre de l'outil (âme). Donc la matière située devant l'âme du foret subit un effort axial résultant de l'avance de l'outil et  $V_c$  de l'âme du foret (ça ne coupe pas). Le défaut en sortie de trou apparaît lorsque l'âme du foret se trouve en présence du dernier pli. Dans cette situation, l'épaisseur du matériau non usinée diminue et entraîne une chute de raideur en flexion. L'effort de poussée du foret est supérieur à l'effort de cohésion de la matrice à l'interface entre les plis. Au delà, il y a création puis propagation d'une fissure par délaminage entre deux plis. La décohésion de la matrice engendre la flexion et l'arrachement des derniers plis. Les paramètres principaux qui influencent la valeur de l'effort de poussée  $F_z$  en perçage est :

- La vitesse d'avance de l'outil (mm/tours) ;
- La vitesse de coupe  $V_c$  ;
- Le matériau constitutif de l'outil ;
- L'état d'usure et d'endommagement de l'outil ;
- Les types d'affûtage concernant la géométrie de la pointe du foret.



**Figure 6 :** Foret hélicoïdal



**Figure 7:** Schématisation du défaut en sortie du trou [4]

La figure précédente décrit le modèle de délaminage des composites, le centre de la plaque est chargé par le foret hélicoïdal de diamètre  $d$  (rayon  $c$ ).  $F_A$  est la force axiale,  $X$  est le déplacement,  $H$  est l'épaisseur de la plaque,  $h$  est l'épaisseur non percée (ou restante) et  $a$  est le rayon du délaminage.

L'équation de l'effort critique  $F_A$  est :

$$F_A = \pi \sqrt{32 G_{IC} M} = \pi \left[ \frac{8 G_{IC} E h^3}{3(1 - \nu^2)} \right]^{1/2}$$

Avec :

$G_{IC}$  est l'énergie critique de propagation des fissures par unité de surface en mode I ;

$M$  étant la rigidité par unité de largeur du matériau renforcé des fibres ;

$E$  est le module d'Young ;

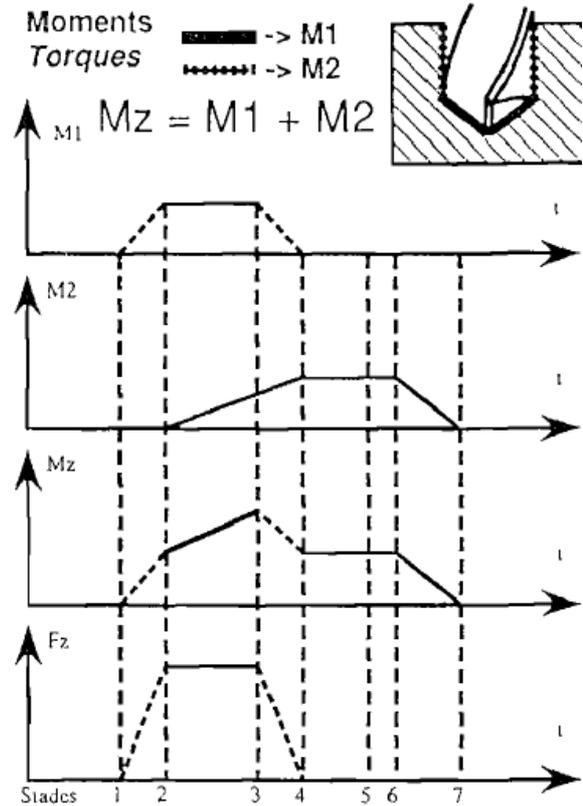
$\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau.

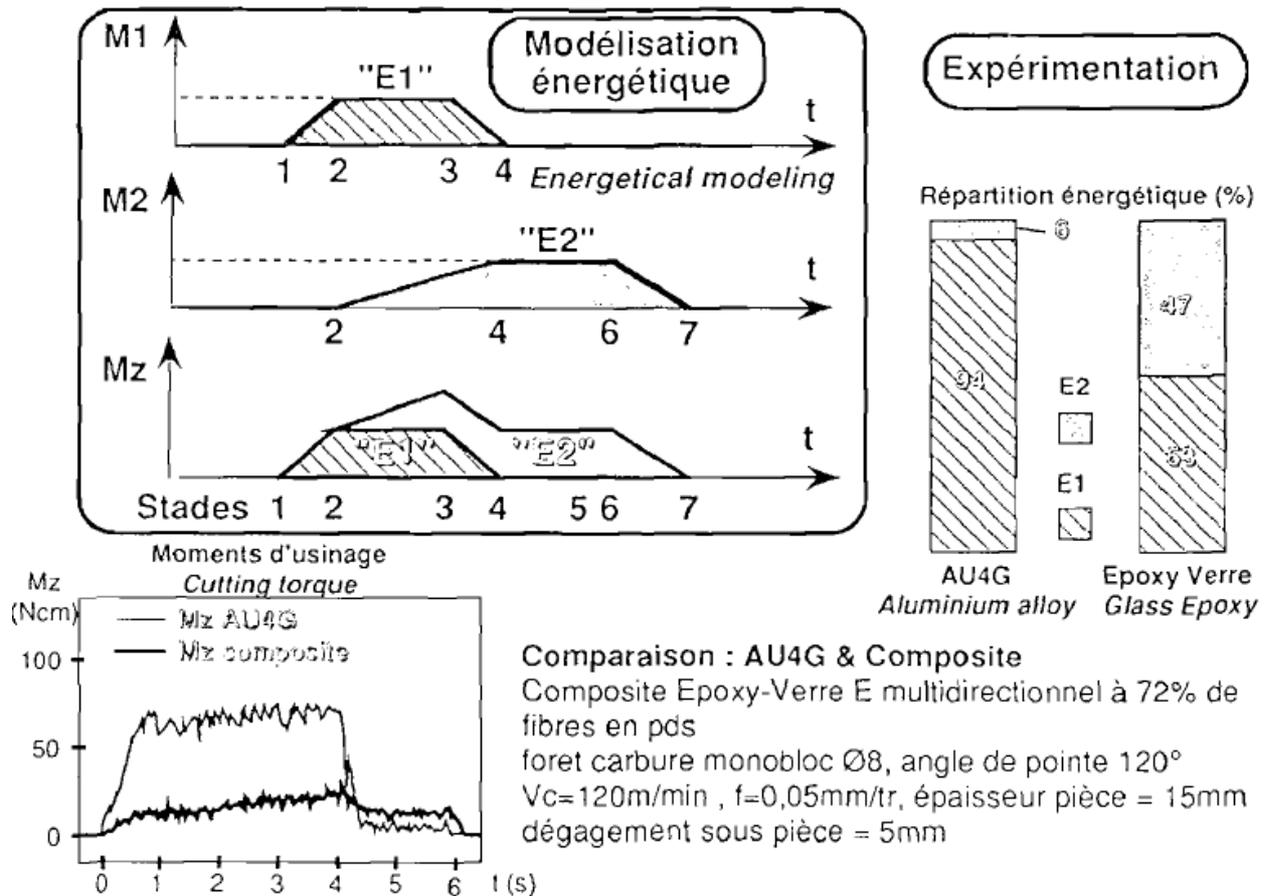
Pour éviter le délaminage durant le perçage, la force axiale appliquée ne doit pas dépasser cette valeur critique qui est une fonction des propriétés du matériau ainsi que de l'épaisseur restante non percée  $h$ . La force axiale réelle est liée à la vitesse d'avance. Quand l'épaisseur restante non percée diminue progressivement, la force axiale critique diminue également. La stratégie devrait être alors de percer avec une vitesse d'avance plus petite, car la résistance à la déformation diminue en approchant de la sortie.

Différentes géométries d'outils ont été élaborées pour réduire le délaminage à la sortie en cherchant à diminuer la force axiale appliquée ou en remplaçant la force concentrée en une charge surfacique répartie.

## I.2.4 Représentation graphique des efforts et du moment pendant le perçage :

Décomposition des efforts		Forces decomposition			
Stade	Schéma	Etape	M1	M2	Fz
1		1	Max	0	Max
2		2	Cte	Crois.	Cte
3		3	Max	Max	Max
4		4	0	Cte	0
5		5	0	Cte	0
6		6	0	Max	0
7		7	0	0	0



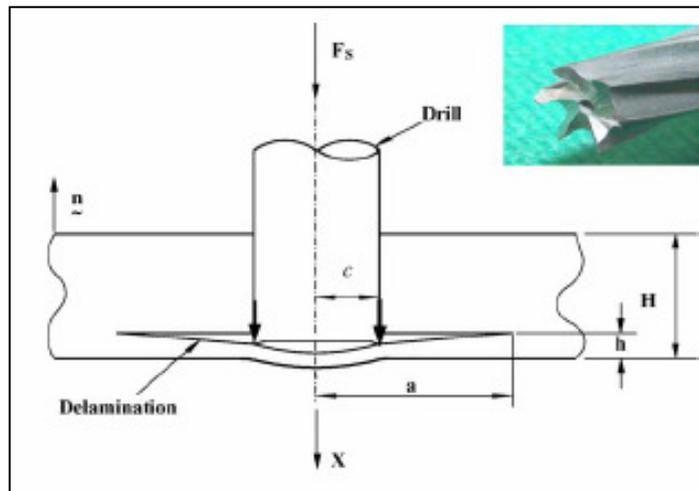


Par le biais d'une modélisation des efforts de perçage, le calcul du travail mécanique produit par frottement au niveau du listel du foret est dissociable du travail mécanique demandé par la coupe du matériau. Ceci rend possible une corrélation entre cette énergie de frottement et l'apparition du phénomène de dégradation thermique observable sur la paroi usinée. On peut alors définir une frontière énergétique liée au couple outil-matière, au delà de laquelle le matériau est dégradé thermiquement. [2]

### I.2.5 FORET SCIE :

Parmi les outils qui limitent le délaminage en sortie de trou, il existe les outils scie. La forme de ce foret est montrée sur la Figure. Cet outil présente la plus grande force critique parmi les outils étudiés. La force axiale est divisée en une force linéaire circulaire et une autre force surfacique circulaire, ce qui explique la distribution uniforme de la charge

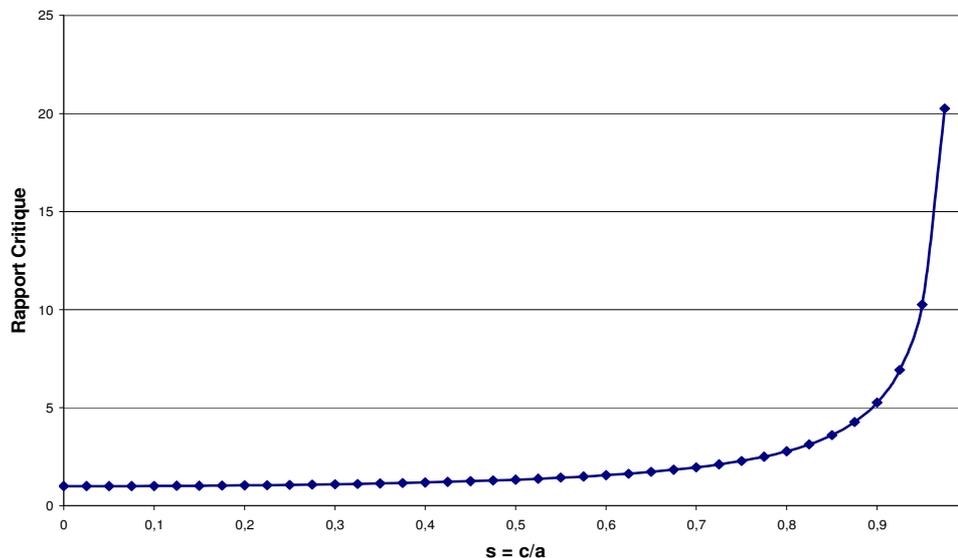
mieux répartie qui réduit donc le délaminage.



**Figure 8** : Modèle de délaminage, foret scie [4]

Le modèle de délaminage pour un foret scie est montré sur la **Figure** précédente, avec  $c$  le rayon d'application de la charge et  $a$  le rayon de la fissure,  $F_s$  est la force axiale critique,  $X$  le déplacement axial,  $H$  l'épaisseur de l'éprouvette et  $h$  l'épaisseur restante. Le foret scie offre une meilleure qualité de trou dans les matériaux composites. Une des raisons est que le foret scie distribue la charge axiale sur la surface, au contraire du foret hélicoïdal qui impose une force axiale ponctuelle centrée.

Avec  $s = c / a$ .



**Figure 9** : Rapport des forces critiques  $F_s/F_A$

On remarque sur la figure précédente pour la comparaison des forces critiques, que la force critique d'un foret scie augmente avec le rapport  $s$ .

Dans le but de minimiser le délaminage (c'est-à-dire le rapport  $S=c/a$  tant vers 1) on augmente la force  $F_s$  jusqu'à la valeur  $f_A$  (la force d'un foret hélicoïdal), mais quand on dépasse cette valeur la surface de délaminage augmente ( $S>1$ ).

### 1.2.6 Foret Trépan :

La forme générale de ces forets est celle d'un tube. Les forets trépan (core drill) ne présentent pas d'âme, ce qui évite d'extruder la matière en créant une force ponctuelle centrée. De plus, ils présentent deux avantages :

- La charge est distribuée en une charge uniformément répartie à la circonférence, ce qui diminue l'effet du délaminage de la charge concentrée.
- Ayant un changement de section dans ce foret comme montrée sur la figure ci-dessous, le perçage avec ce foret s'apparente au perçage avec avant-trou, ce qui réduit aussi le délaminage.

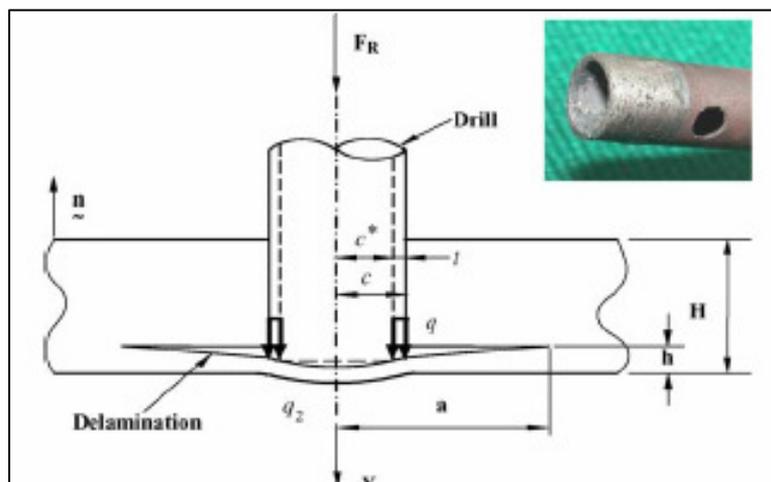


Figure 10 : Modèle de délaminage utilisant les forets trépan [1]

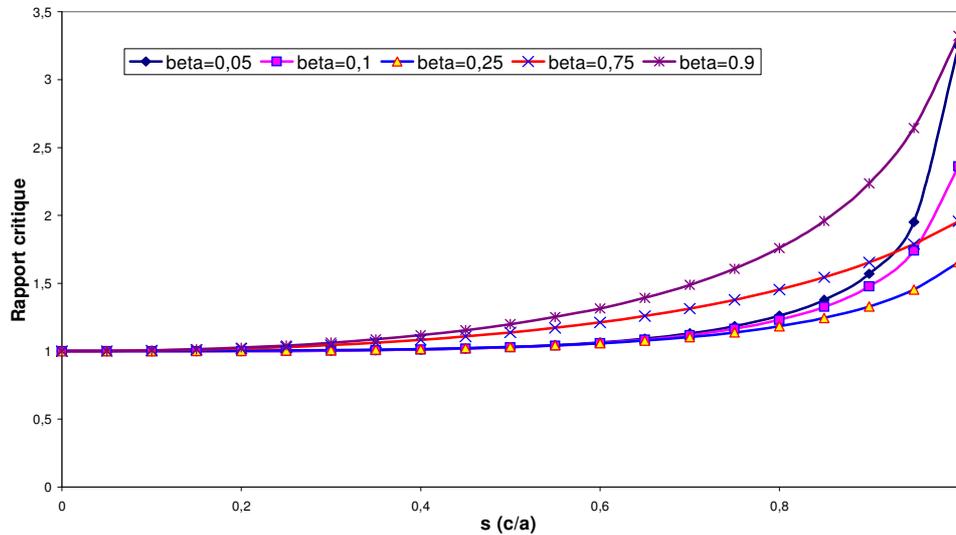
Une approche numérique simple a été faite pour prédire la force axiale critique de délaminage à la sortie de la plaque en utilisant les forets troués.

Sur la figure précédente,  $a$  est le rayon de la fissure circulaire lors du délaminage,  $c$  et  $c^*$  sont respectivement le rayon extérieur et le rayon intérieur d'application de la charge,  $t$  est l'épaisseur de la couronne sur laquelle s'applique la charge.  $H$  est l'épaisseur totale de la plaque et  $h$  est l'épaisseur restante non percée. La force axiale appliquée est notée  $F_R$  et la charge répartie le long du foret  $q$ .

On définit  $\beta$  comme étant le rapport de l'épaisseur sur  $c$  ( $\beta = t/c$ ) et  $s$  comme étant le rapport de  $c$  sur le rayon de la fissure ( $s = c/a$ ).

Pour un rapport  $\beta$  très faible, le foret trépan se comporte comme un foret scie (saw drill) ; et pour un rapport  $\beta$  proche de 1, le foret trépan se comporte comme un cylindre où la charge est totalement répartie sur toute la surface. Ainsi, plus le rapport  $s$  est grand, plus la différence entre ces forces critiques est importante.

Enfin, le foret trépan présente une force axiale critique de délaminage plus grande que celle du foret hélicoïdal, ce résultat recoupe les expériences industrielles.

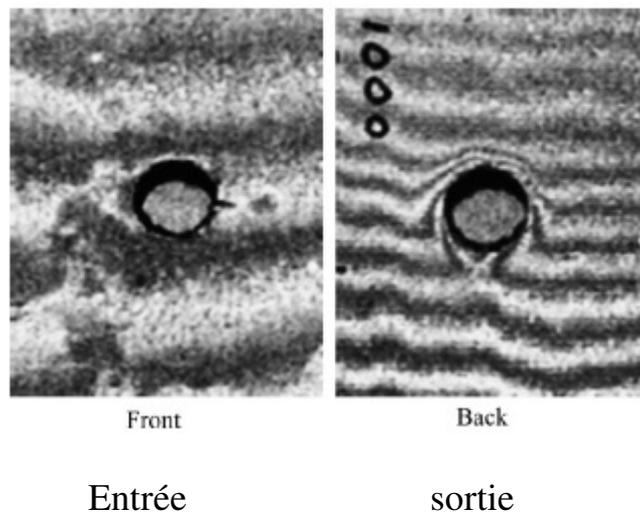


**Figure 11** : Rapport des forces critiques d'un foret trépan et hélicoïdales [1]

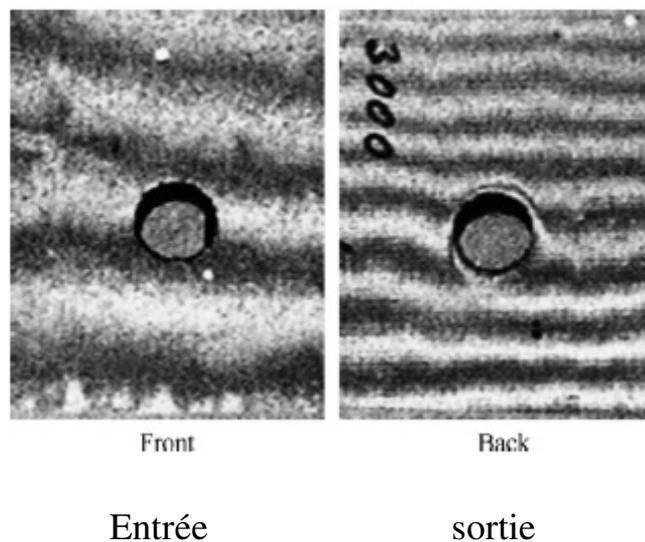
Les graphes nous démontre quand la valeur de beta augmente (c'est-à-dire le rapport  $t/c$  augmente) le rapport entre les deux forces  $F_R / F_A$  augmente et la zone de délaminage sera plus grande, donc il y a une proportionnalité entre les deux dernier rapport.

### I.2.7 L'effet de la vitesse de rotation sur le délaminage :

Les deux figures suivantes illustrent l'effet de la vitesse de rotation sur le délaminage (carbone /époxy) à 1000 et 3000 tr/min, à l'entrée et à la sortie du foret.



**Figure 12 :** perçage à 1000 tr/min et vitesse d'avance de 0.006mm/tr



**Figure 13 :** perçage à 3000 tr/min et vitesse d'avance de 0.006 mm/tr [7]

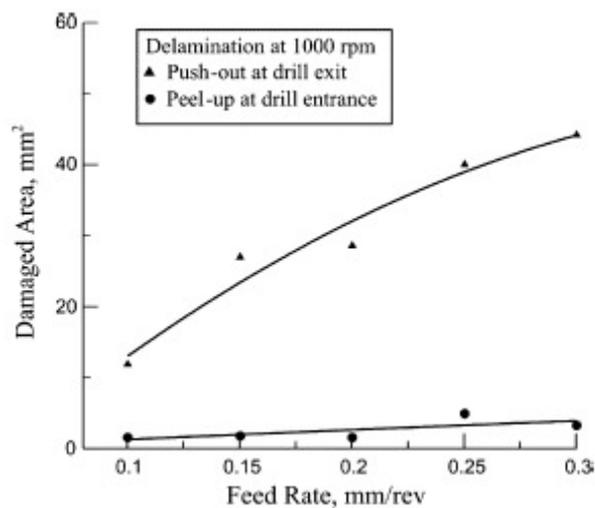
Les résultats montrent que la taille du délaminage diminue lorsque la vitesse de rotation augmente, et la zone endommagée à la sortie du foret est plus importante que celle à l'entrée du foret.

Dans cet article on n'a pas l'effet de la vitesse entre 1000 et 3000 tr /min.

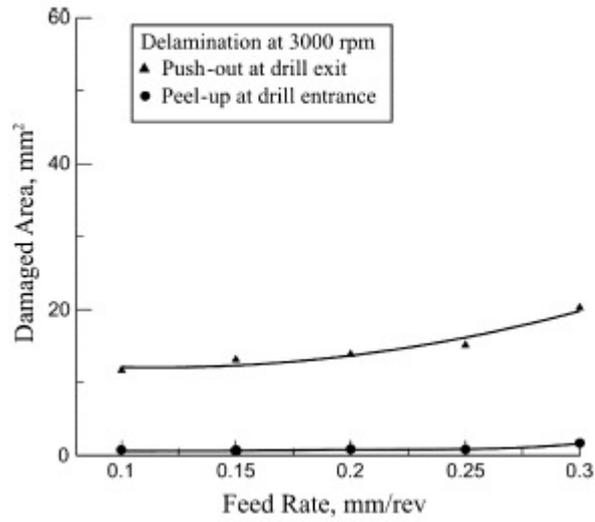
### 1.2.8 L'effet de la vitesse XC d'avance sur le délaminage :

Une campagne d'essais a été faite sur des éprouvettes en composite avec deux différentes vitesses de rotation (1000 et 3000 tr/min)

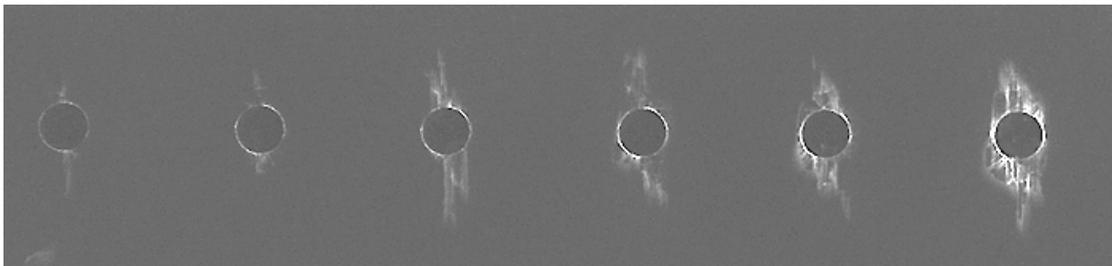
Les deux figures suivantes montrent l'effet de la vitesse d'avance sur le délaminage à l'entrée et à la sortie du foret.



**Figure 14** : effet de l'avance sur le délaminage à 1000 tr/min [7]



**Figure 15** : effet de l'avance sur le délaminage à 3000 tr/min



f (mm/tr)	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
-----------	-----	------	-----	------	-----

Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du taux d'avancement augmente la taille de zone endommagée, et le délaminage à la sortie du foré est plus grand que le dommage à l'entrée du foré.

### I.2.9 Usure des outils de coupe en usinage des composites :

Les études du comportement en usure des outils lors de la coupe des composites à matrice polymère ont été majoritairement menées pour des opérations de perçage. Toutefois, en fonction de la configuration de coupe (tournage, fraisage, etc. . .), les modes d'usure d'outils peuvent être variables. De plus, en raison de la diversité et de la complexité des géométries d'outils utilisées, les paramètres usuels de quantification de l'usure d'outil

	$\alpha$ (angle de dépouille)		$\gamma$ (angle de coupe)	
	faible	grand	faible	grand
Matériau usiné	inclinaison des fibres	surface rugueuse	chute du taux de détérioration de l'arête de coupe	faible taux de détérioration de l'arête de coupe
Outil	faible usure	éclatement de l'outil	faible usure	usure importante
Force	importante	faible	importante	faible

**Tableau 1** : Influence de la forme de l'arête de coupe sur l'usinabilité des composites à renfort continu de carbone. [11]

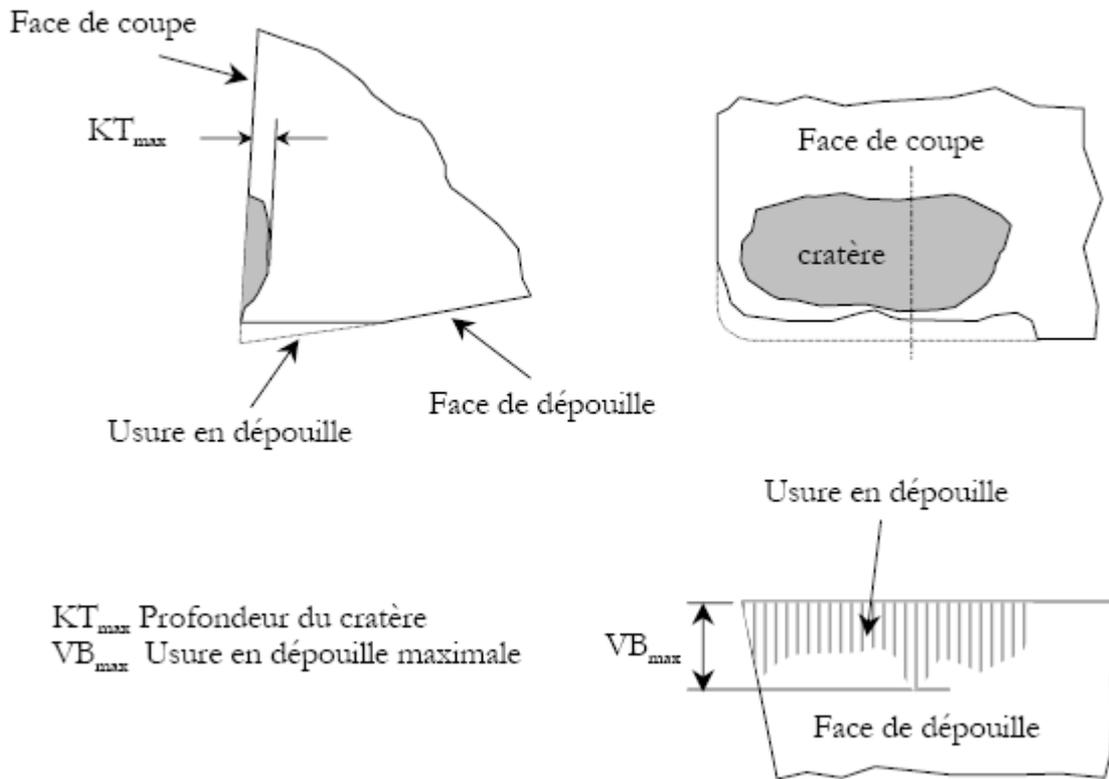
(Usure en dépouille  $VB_{max}$ , usure en cratère  $KT_{max}$ ), ne représentent pas systématiquement le bon moyen pour déterminer des taux d'usure. Lin et Shen ont été confrontés à ce problème dans une étude portant sur le comportement en perçage à grande vitesse de composites unidirectionnel renforcé de fibres de verre. La plage de vitesse de coupe étudiée était comprise entre 210 et 850 m.min<sup>-1</sup>. Deux types d'outils ont été testés : un foret hélicoïdal et un foret multi-facial. Lin et Shen ont observé que lors du perçage avec les forets multi-faciaux, la distance axiale  $A$  entre le bec de l'arête tranchante et la pointe du foret augmente avec l'usure d'outil. Ceci pousse les auteurs à proposer la variation de la hauteur de pointe

comme paramètre de quantification d'usure pour les forets multi-faciaux. Par ailleurs les conclusions de ce travail pointent le problème d'usure d'outil comme principal facteur limitatif de la coupe des composites à grande vitesse. Ce constat a été aussi confirmé par Lin et Chen dans le cas du perçage des composites à renfort fibreux en carbone. Dans cette étude, ils observent que l'usure des forets en carbure de tungstène devient très importante dès que la vitesse de coupe augmente. En étudiant l'usinabilité des composites carbone/époxy en tournage à l'aide d'un outil en

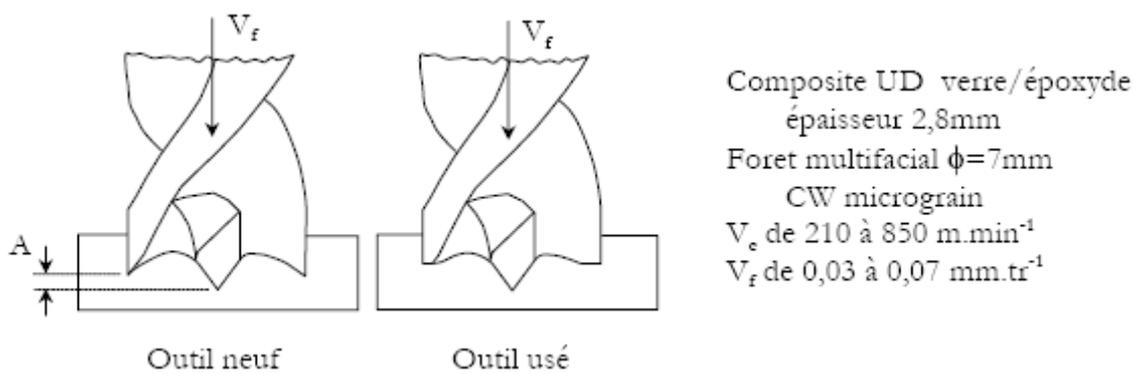
Carbure de tungstène K10, Kim confirme expérimentalement l'usure croissante de l'outil avec la vitesse de coupe. Ils constatent également que cette usure en dépouille est influencée par l'inclinaison des fibres. En effet, en appliquant le modèle de Taylor  $VcTn = C$  ( $Vc$ , vitesse de coupe en  $m.min^{-1}$  et  $T$ , durée de vie de l'outil en minutes,  $n$  et  $c$  liés au couple outil/matière), modèle couramment utilisé pour les matériaux métalliques, Kim et al. ont déterminé expérimentalement les coefficients  $n$  et  $C$  pour leur couple outil-matière. Par exemple, à une vitesse de coupe de  $50 m.min^{-1}$ , la durée de vie de ce type d'outil chute de 70% pour un stratifié à  $45^\circ$  par rapport à un unidirectionnel à  $0^\circ$ .

orientation des fibres	constantes	
	$n$	$C$
$0^\circ$	1,125	241,5
$\pm 15^\circ$	0,617	93,8
$\pm 30^\circ$	0,481	72,5
$\pm 45^\circ$	0,451	55,4

**Tableau 2 :** Valeurs numériques des constantes de Taylor en tournage de composite Carbone/époxy [11]



**Figure 17** : Paramètres d'usure des outils



**Figure 18** : Usure d'un foret multifacial en perçage grande vitesse [11]

Ramulu s'est intéressé aux performances d'outils de tournage avec insert en diamant polycristallin pour la coupe de composite carbone/époxy.

Ses conclusions sont :

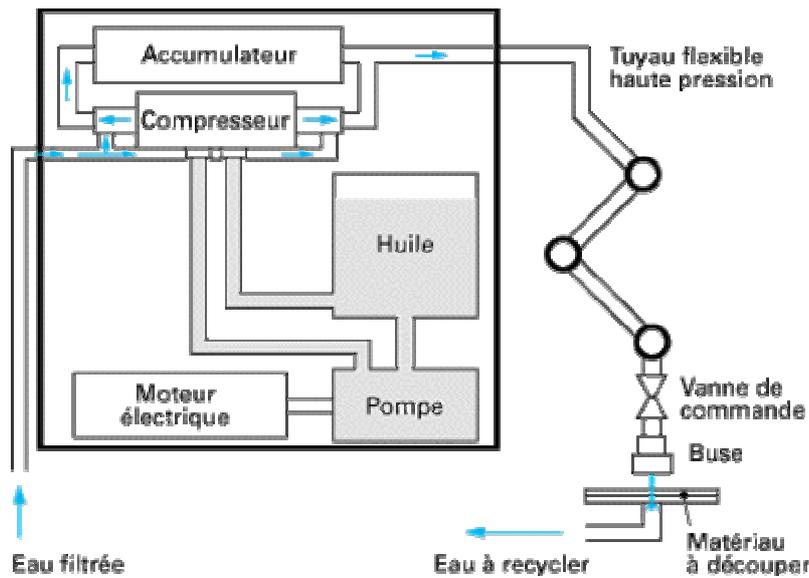
- Une taille de grains supérieure à 20  $\mu$ m permet d'obtenir une usure moins rapide qu'avec des grains de taille inférieure ;
- Pas d'usure en cratère, usure uniforme en dépouille ;
- Les outils en CW s'usent environ 120 fois plus vite que ceux en PCD. Leur usure en dépouille n'est pas uniforme. Les performances comparées des outils PCD et CW rejoignent les conclusions de H. Schulz dans ses études sur le fraisage grande vitesse des composites carbone/époxy et verre/époxy.

### **I.3. Usinage par jet d'eau :**

#### **I.3.1 Principe :**

Ce procédé est relativement récent puisque les premiers brevets, déterminants pour développer l'emploi d'un jet fluide hyperbare pour découper la matière, remontent aux débuts des années 1970 (sociétés américaines Flow Systems et Ingersoll Rand). Depuis, d'autres fournisseurs de pompes hyperbares sont apparus et des constructeurs d'installation complète se sont développés en parallèle.

La principale caractéristique, par rapport aux autres procédés de découpe, est qu'il assure une découpe à froid, sans endommagement ni déformations thermiques du matériau. Le procédé a beaucoup évolué depuis son apparition et cette technique tend à se généraliser. En 1991, 3 000 installations étaient recensées dans le monde, dont 145 environ en France dans des secteurs variés pour des matériaux divers : alimentaire, bois, cartons, cuirs, textiles, métaux, plastiques, céramiques, etc.



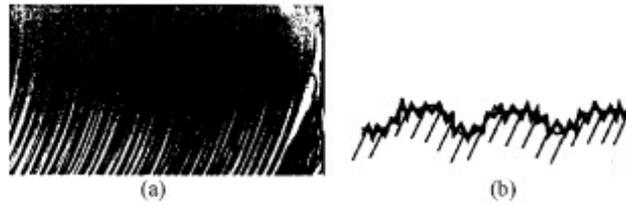
**Figure 19 :** Principe du jet d'eau haute pression

Cette technique utilise l'action mécanique d'un jet fin de liquide à forte pression et grande vitesse. Le matériau est découpé par dépassement de sa limite élastique. Industriellement, le procédé ne permet que la découpe et le perçage. Cependant certains laboratoires se penchent sur des études de fraisage et tournage au jet d'eau.

### **I.3.2 Perçage avec et sans oscillation :**

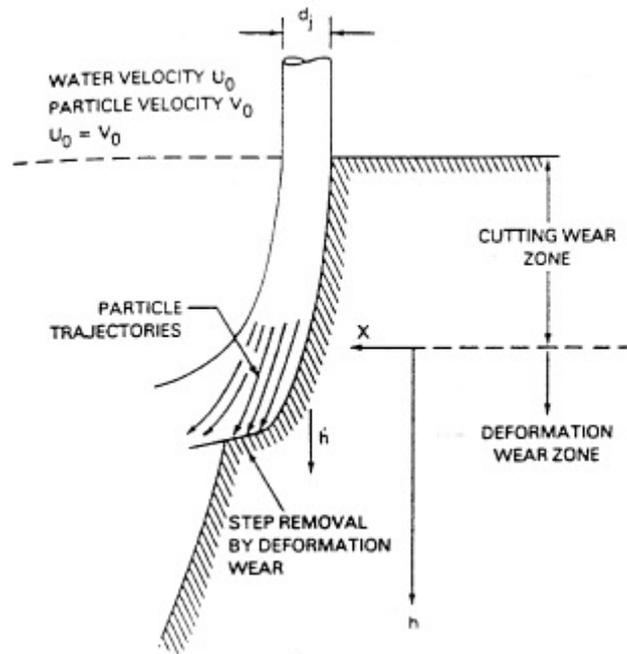
Le perçage avec oscillation est une nouvelle technique, qui est variante de l'usinage au jet d'eau traditionnel, fait des mouvements vers l'avant et l'arrière de la tête de coupe qui sont superposés au comportement normal linéaire. Pour obtenir les forces de coupe optimales. Une comparaison des résultats indique qu'il y a une amélioration significative de la qualité de surface produite par la technique d'oscillation par rapport à l'usinage normal. Dans certains cas, une amélioration de la qualité de surface, mesurée par la rugosité Ra, de plus de 20% fût trouvée.

Toutefois, même si cette technique recouvre les difficultés associées à l'usinage des composites, elle souffre de la formation de stries ou vagues de profondeur variable le long delà paroi coupée comme le montre la figure suivante.

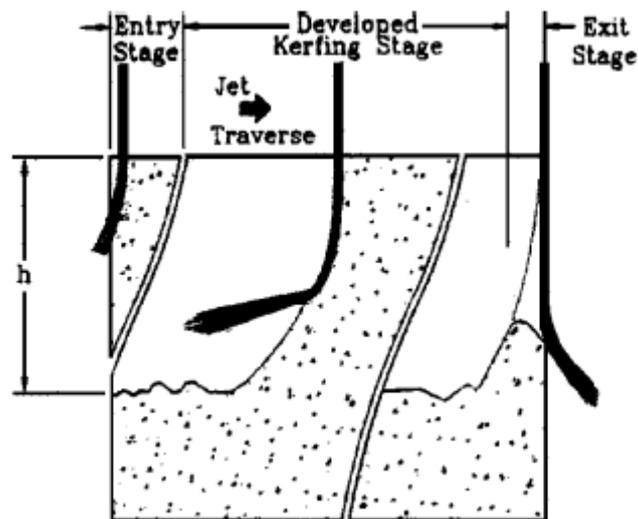


**Figure 20** : apparence typique de la surface supérieure lisse et des stries et rugosité

- Les caractéristiques de la topographie de la surface de coupe de matériaux relativement épais constituent une zone supérieure distincte lisse et une zone striée. En plus les surfaces ont une rugosité superposée aux vagues répétées
- En usinant des composites au jet d'eau, les charges directionnelles des particules abrasives sur la pièce peuvent aussi être une source possible de défauts, tel que le délaminage ou le retrait de fibres.
- Dans la technique d'oscillations, la tête coupante bouge dans une direction angulaire parallèle à la direction de coupe à un angle donné et une fréquence d'oscillation.
- Une explication physique largement acceptée du processus d'enlèvement de la matière et du mécanisme de formation de stries pour les matériaux ductiles et homogènes est celle de Hashish. Il a dit que le processus d'enlèvement de matière est une pénétration cyclique qui consiste en deux régimes de coupes, nommés « zone d'usure de coupe » et « zone d'usure de déformation ».



**Figure 21** : l'usure de coupe et les paramètres de mode de coupe proposés par Hashis [7]

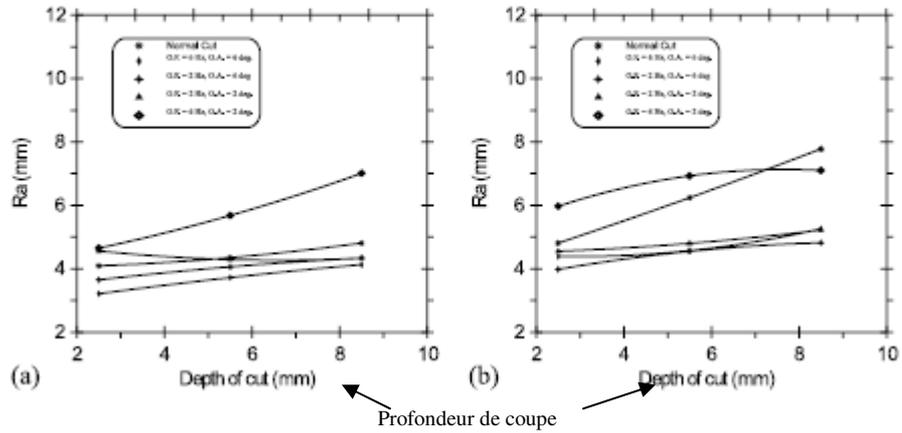


**Figure 22** : Les trois étapes du processus, la phase d'entrée, le cycle de coupe et la phase de Sortie [7]

- **Hashish** propose aussi que le processus de coupe consiste en 3 parties, qui sont la phase d'entrée, le cycle de coupe, et la phase de sortie. Dans la zone d'usure de coupe, l'enlèvement de la matière s'effectue par les particules abrasives frappant la matière à des angles d'attaques, alors que le retrait de matière dans la zone de déformation est effectué par des particules abrasives frappant avec un angle d'attaque important
- Le processus général d'érosion procède en cycles avec enlèvement de matière jusqu'à une profondeur critique  $h_c$ , le processus d'enlèvement instable produit de la formation de stries et vagues sur la paroi de la surface coupée.
- Les GFRP (Fibre de verre/polymère), comme beaucoup d'autres composites ne sont pas homogènes et contiennent à la fois des matériaux fragiles et ductiles, qui interagissent différemment avec les forces exercées par le jet d'eau abrasif.
- Parmi les différentes techniques développées pour accroître les performances de l'usinage au jet d'eau, tel que le multipassage, le jet incliné vers l'avant dans le plan de coupe, cette dernière technique est la plus efficace du fait d'une réduction des stries et d'une amélioration de la qualité de surface finie.
- En plus ils ont trouvé que AWJ (jet d'eau abrasif) est plus adaptée aux matériaux composites à cause de la diminution de la température d'interface, de faibles contraintes mécaniques et une meilleure intégrité de surface.

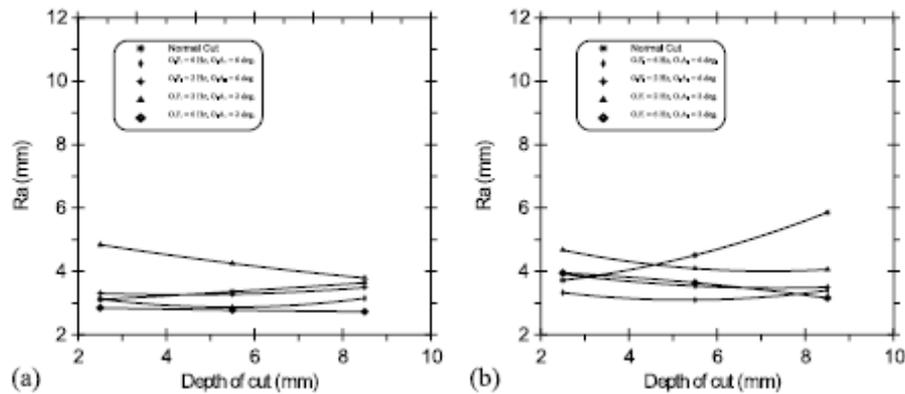
### **Résultats et discussion :**

Les résultats montrent que la qualité de surface du matériau usiné avec la technique d'oscillation est meilleure que pour l'usinage avec une méthode traditionnelle pour la plupart des combinaisons d'angles et de fréquences d'oscillations.



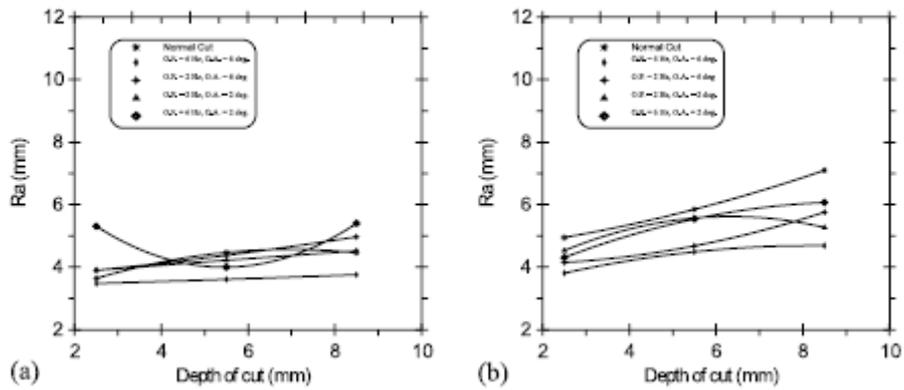
**Figure 23 :** Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,23kg/min et pression du jet d'eau =172,4Mpa pour les 2 vitesses de coupe (fibre de verre/polymère)

La figure précédente montre une amélioration importante de la qualité de surface avec à la fois un fait niveau d'angle et d'oscillation et de fréquence d'oscillation.



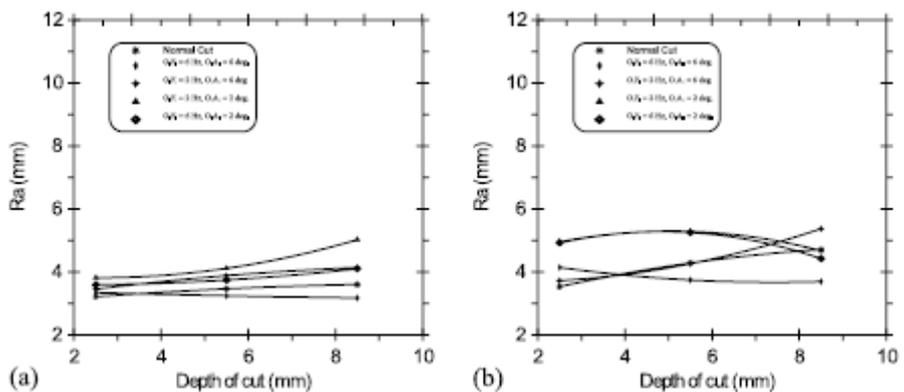
**Figure 24 :** Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,32 kg/min et pression du jet d'eau =172,4Mpa pour les 2 vitesses de coupe

L'effet de l'augmentation du flux abrasif de 0,23 à 0,32kg/min montre qu'il y a une amélioration de la qualité de surface.

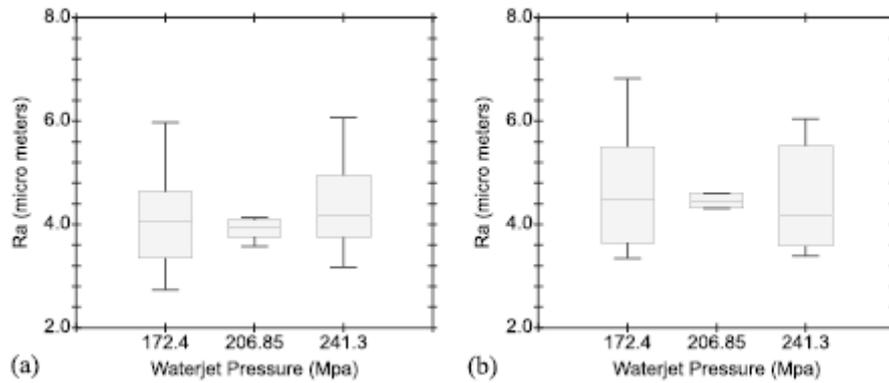


**Figure 25 :** Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,23kg/min et pression du jet d'eau =241.3 Mpa pour les 2 vitesses de coupe

L'effet de l'augmentation de la pression de 172.4 à 241.3 Mpa montre qu'il y a une amélioration de la qualité de surface.



**Figure 26 :** Rugosité obtenue par la coupe avec oscillation et traditionnelle: (a) avance: 120 mm/min et (b) : 300 mm/min. Flux massique abrasif = 0,32 kg/min et pression du jet d'eau =241.3 Mpa pour les 2 vitesses de coupe



**Figure 27 :** Représentation de  $R_a$  avec oscillation (a) et sans oscillation (b) [7]

Les résultats de ces analyses sont présentés sous la forme d'équation.

Pour la coupe normale est :

$$Ra = 6.205 - 0.0004p - 14.47m + 0.3465s - 1.58d$$

Pour la coupe avec oscillation. (Model avec un intervalle de confiance de 95%)

$$Ra = -4.683 - 0.004p - 5.168s + 0.0035d - 0.092\xi - 0.102\alpha$$

$p$  = pression de jet d'eau (MPa)

$m$  = flux massique en kg/min

$s$  = vitesse d'avance en mm/min

$d$  = distance de la surface supérieure (mm)

$\xi$  = fréquence d'oscillation (en Hz)

$\alpha$  = angle d'oscillation (en  $^\circ$ ).

### Conclusion :

Les résultats obtenus indiquent que des améliorations de la qualité de surface quantifiée par une mesure du  $R_a$  peuvent être obtenues en utilisant un usinage par oscillation. Ils indiquent aussi que :

\* L'amélioration de la qualité de surface est meilleure lorsqu'une haute valeur de fréquence et d'angle d'oscillation est utilisée.

\* Les améliorations de la qualité sont plus grandes avec l'augmentation de l'angle d'oscillation qu'avec l'augmentation de la fréquence d'oscillation.

### **I.3.3 Ses avantages et inconvénients :**

Le jet d'eau a toujours été comparé au laser qui est utilisé également comme outil de coupe dans l'industrie depuis quelques décennies.

#### **Ses avantages sont:**

- ❖ Aucun apport thermique donc pas de chaleur, ni échauffement ;
- ❖ Aucune pollution car utilisation par la possibilité de coupler plusieurs têtes de découpe ;
- ❖ Une facilité de mise en œuvre (contrairement au laser) ;
- ❖ Une évacuation des débris de coupe par le jet ;
- ❖ L'obtention d'une coupe franche et nette (comme le laser) ;
- ❖ Pas ou peu de déformations ;
- ❖ Plusieurs têtes sur la même pompe ;
- ❖ La possibilité de couper des matériaux souples ou très durs ;
- ❖ La possibilité d'intervenir dans tout secteur d'activité (au contraire du laser).

#### **Ses inconvénients sont:**

- ❖ Moins rapide que le laser ou le plasma (environ dix fois moins rapide) car il nécessite des vitesses d'avance inférieures ;
- ❖ Moins précis que le laser ou le plasma ;
- ❖ Très bruyant (à cause des chocs) ;
- ❖ Coût d'exploitation élevé par une faible durée de vie de certains composants (usure des buses) ;
- ❖ Projections d'eau et humidité ambiante ;
- ❖ Délaminage possible.

## I.4 Découpe au laser :

### I.4.1 Principe :

Le principe du L.A.S.E.R. (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) est la décharge d'électricité de quelques millions de volts qui active, entre deux électrodes, un mélange gazeux (dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  par exemple) à une pression de plusieurs millibars. Le dispositif est enfermé dans un tube en verre qui ne laisse sortir qu'un faisceau d'une longueur d'onde précise (10,6mm dans le cas du laser  $\text{CO}_2$ ).

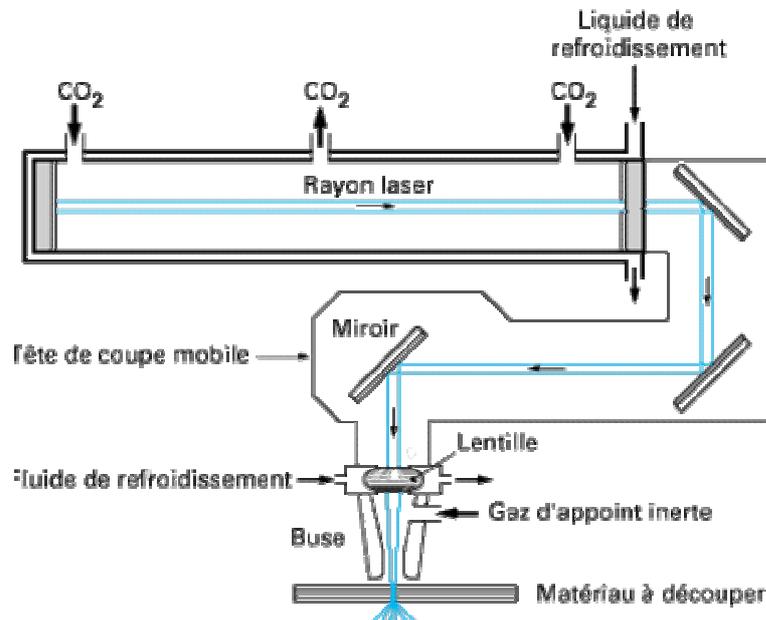


Figure 28 : principe du laser

Ce faisceau est renvoyé par un jeu de miroirs jusqu'à une tête de coupe mobile, puis focalisé par une lentille sur le matériau à usiner. La focalisation du rayon donne un diamètre de foyer d'environ 0,1 à 0,3mm, correspondant approximativement à l'épaisseur du trait de coupe. De manière générale, il y a les lasers à gaz carbonique ( $\text{CO}_2$ ), à flux rapide, à flux lent ou à flux transversal, et les lasers YAG (cf. article *Lasers pour usinage* dans le traité Électronique). Pour la découpe, les caractéristiques importantes du laser sont le mode, la puissance, la stabilité et la polarisation. Les variables les plus significatives sont la lentille de

focalisation, la position focale, la vitesse et le gaz d'assistance. Une installation complète comprend la source laser, la structure de support, le système de déplacement du faisceau, l'armoire de contrôle, le dispositif d'aspiration des fumées, les écrans de protection.

### **\* Principe du laser CO<sub>2</sub>**

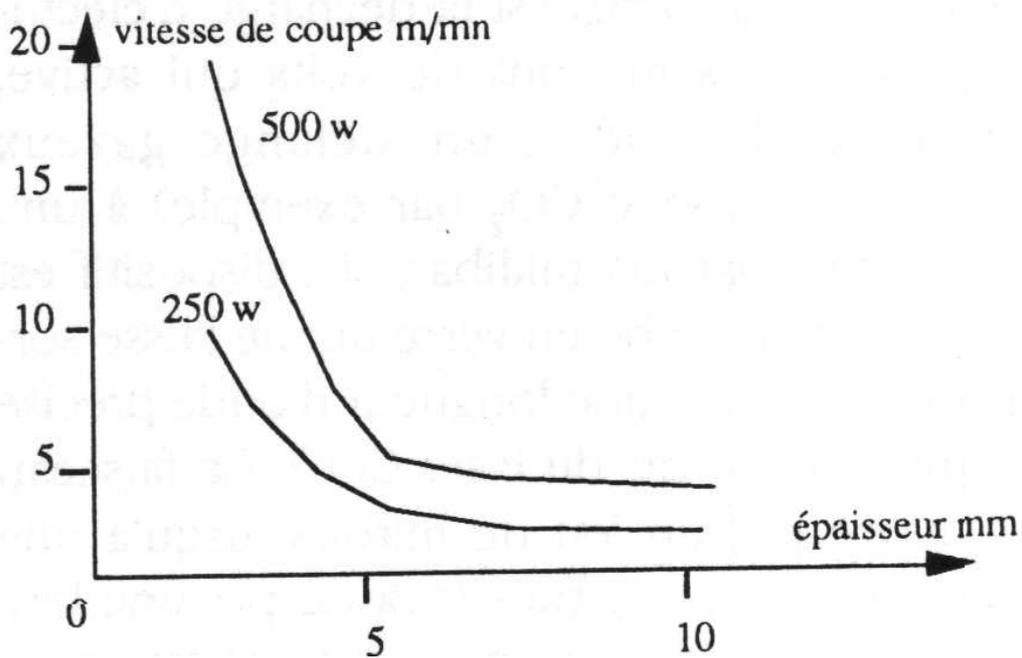
L'usinage résulte de l'action thermique du rayon qui vaporise la matière en quelques fractions de seconde. Entre la zone où la matière a été « vaporisée » et la zone restée « froide », il y a une zone affectée thermiquement, plus ou moins large selon la nature de la matière. Dans cette zone intermédiaire, il peut y avoir une carbonisation partielle de la matière organique, en général sur les bords de découpe.

Ainsi, rester trop longtemps au même endroit, pour la découpe de fortes épaisseurs par exemple, peut entraîner une carbonisation ou une inflammation de la matière sur les bords de la zone usinée. Il y a donc une vitesse d'avance minimale à respecter en fonction d'une énergie et de la nature de la matière. Cet aspect « thermique » peut générer des problèmes de sécurité, comme des dangers pour les yeux et la peau, mais aussi des dangers électriques, des risques de toxicité et d'inflammabilité.

La puissance minimale nécessaire est d'environ 250 W. La projection d'un gaz d'appoint refroidit la pièce et permet d'obtenir des profils de coupe plus soignés et non oxydés dans le cas d'un matériau sensible à l'oxygène de l'air et de l'utilisation d'un gaz inerte (azote). Généralement, le rayon est dispersé après la découpe mais, dans certains cas d'usinage, une protection arrière peut s'avérer nécessaire : elle est réalisée par des plaques de graphite.

Pour les risques liés à l'utilisation d'un laser, la norme NF C 43-801 établit la classification des lasers en cinq catégories correspondant à des classes de risques. Ceux utilisés pour la découpe sont de la classe 4. Une note de l'INRS (Institut national de recherche sur la sécurité) extraite du Cahier de notes documentaires n° 125, 4<sup>e</sup> trimestre 1986, définit les niveaux de risques liés aux rayonnements en particulier. Il est recommandé de travailler en cabine fermée en repérant les zones susceptibles d'être atteinte par le rayon.

#### I.4.2 L'effet de l'épaisseur et la puissance du laser sur la vitesse de coupe :



**Figure 29** : Vitesse de coupe en fonction de l'épaisseur pour un acrylique [8]

La figure précédente montre la vitesse de coupe diminue avec l'augmentation de l'épaisseur par contre elle augmente quand on utilise un laser puissant.

#### I.4.3 Aspects thermique du perçage laser de composites à fibres de carbone :

Des petits trous ont été percés au laser dans des plaques fines de métal et de thermoplastique renforcé de fibres de carbone. Un modèle numérique de différences finies sur les flux de chaleur a été développé.

L'équation générale de la conduction thermique est :

$$k\nabla^2 T + q = c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Avec : **k** : Conduction thermique  
**c** : Chaleur spécifique volumique  
**q** : Source de chaleur  
**T** : Température

Le model numérique :

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + q = c \frac{\partial T}{\partial t}.$$

$$\begin{aligned} & k_x \frac{T_{i-1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i+1,j,k}^n}{\Delta x^2} \\ & + k_y \frac{T_{i,j-1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n}{\Delta y^2} \\ & + k_z \frac{T_{i,j,k-1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k+1}^n}{\Delta z^2} \\ & + q = c \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$T(x,y,z,t) = T(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = T_{i,j,k}^n.$$

$$\frac{T_{i,j,k-1}^n - T_{i,j,k}^n}{\Delta z} = \frac{h}{k_z} (T_e - T_{i,j,k}^n)$$

$$T_{i,j,k-1}^n = T_{i,j,k}^n \left( 1 - \frac{h\Delta z}{k_z} \right) + T_e \frac{h\Delta z}{k_z}.$$

Distribution gaussienne du flux d'énergie :

$$Q(r) = (1 - \chi) Q_0 \exp\left(\frac{-2r^2}{R^2}\right) \quad [9]$$

Avec : **r** : Distance par rapport à l'axe de poutre

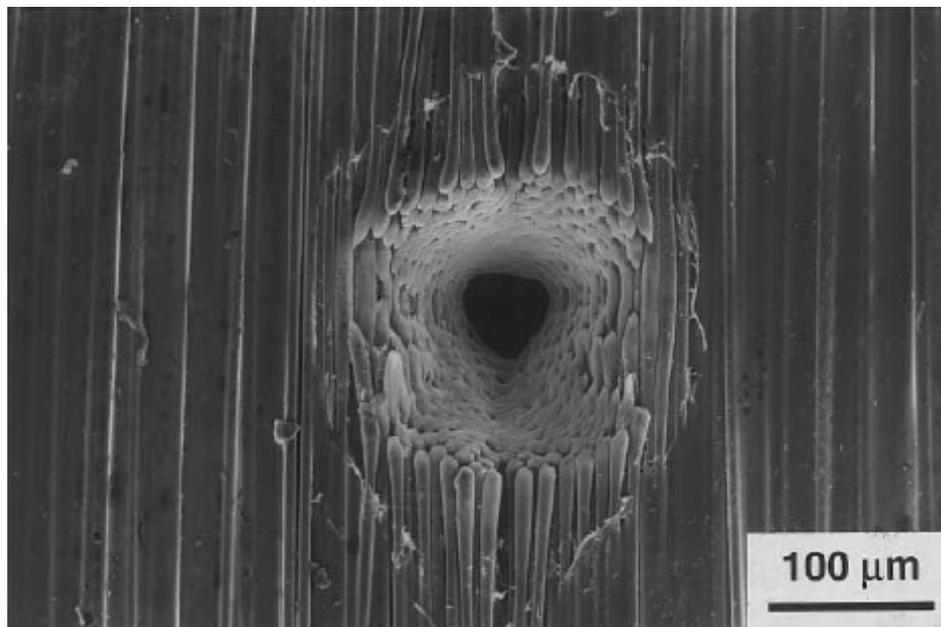
$\chi$  : Réflexion de la surface

**Q<sub>0</sub>** : Flux axial

**R** : Rayon de la poutre

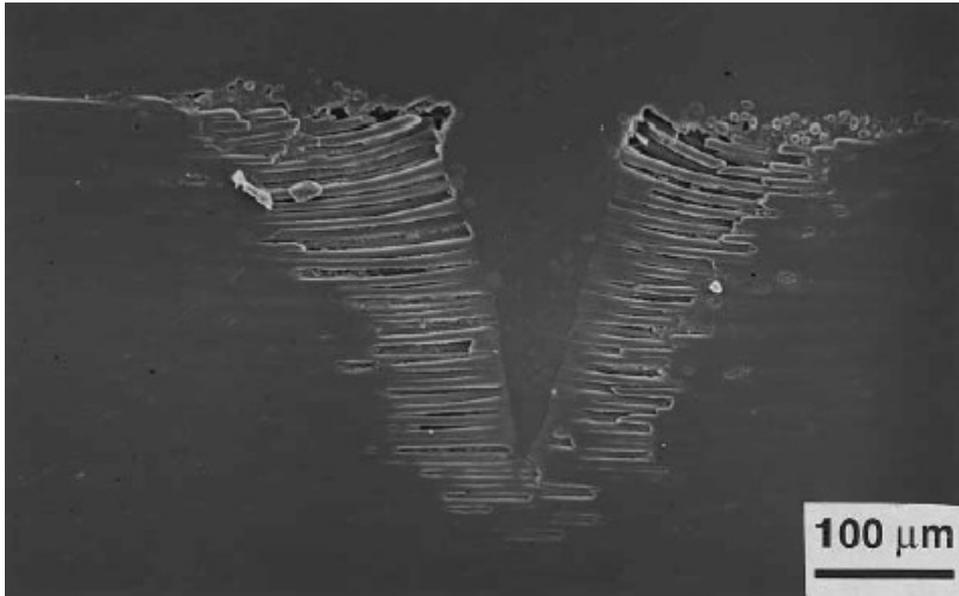
#### **I.4.4 Forme du trou :** (matériaux composite)

Les trous produits dans le composite sont asymétriques (forme elliptique), avec un diamètre plus long dans la direction des fibres. La source principale d'erreur vient de l'éjection de la matière fondue due à la cavité du trou sous l'influence de la pression générée par le faisceau laser. On note également que les fibres de carbone dans les zones affectées thermiquement autour du trou exhibent un gonflement de plus de 50% en diamètre. La région dans laquelle la matrice a fondu et s'est volatilisée est aussi asymétrique.



**Figure 30 :** trou typique percé au laser dans une éprouvette APC-2 [9]

La figure précédente montre la volatilisation de la matrice et l'effet du gonflement de l'extrémité des fibres.



**Figure 31** : coupe parallèle à l'axe des fibres d'une éprouvette en APC-2

On peut voir que la matrice s'est volatilisée de la région proche du trou et à proximité de la surface supérieure, permettant aux fibres de se courber vers le haut

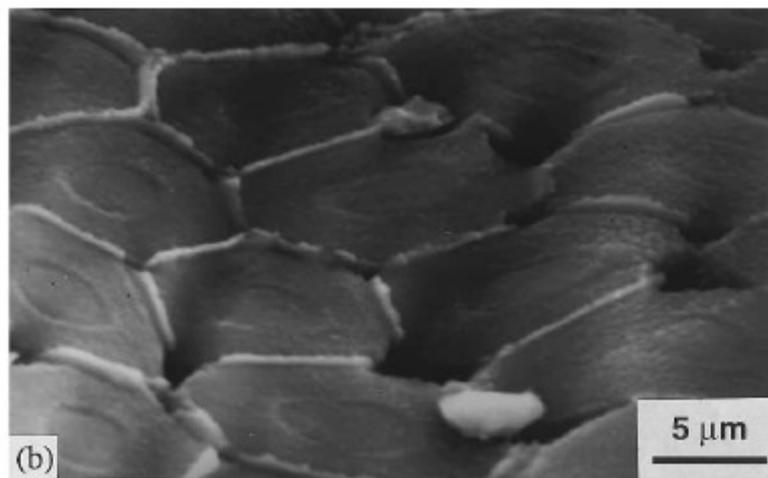
#### \* **Caractéristiques micro structurelles des composites percés**

On peut voir que la matrice a fondu et s'est volatilisée de la région autour du trou. La conductivité thermique du composite parallèle à l'axe des fibres a conduit au phénomène à être plus présent et légèrement plus important dans la direction de l'alignement des fibres. En outre la fonte de la matrice inter fibre est plus étendue et apparaît à une profondeur plus importante. On note également le gonflement de fibre de l'ordre de 50% due à la haute température.



**Figure 32 :** Régions adjacente aux trous percés au laser APC-2

La figure montre que la matrice fondue sur la surface libre avec l'extrémité des fibres visible



**Figure 33 :** Vue agrandie de la surface à l'intérieure du trou

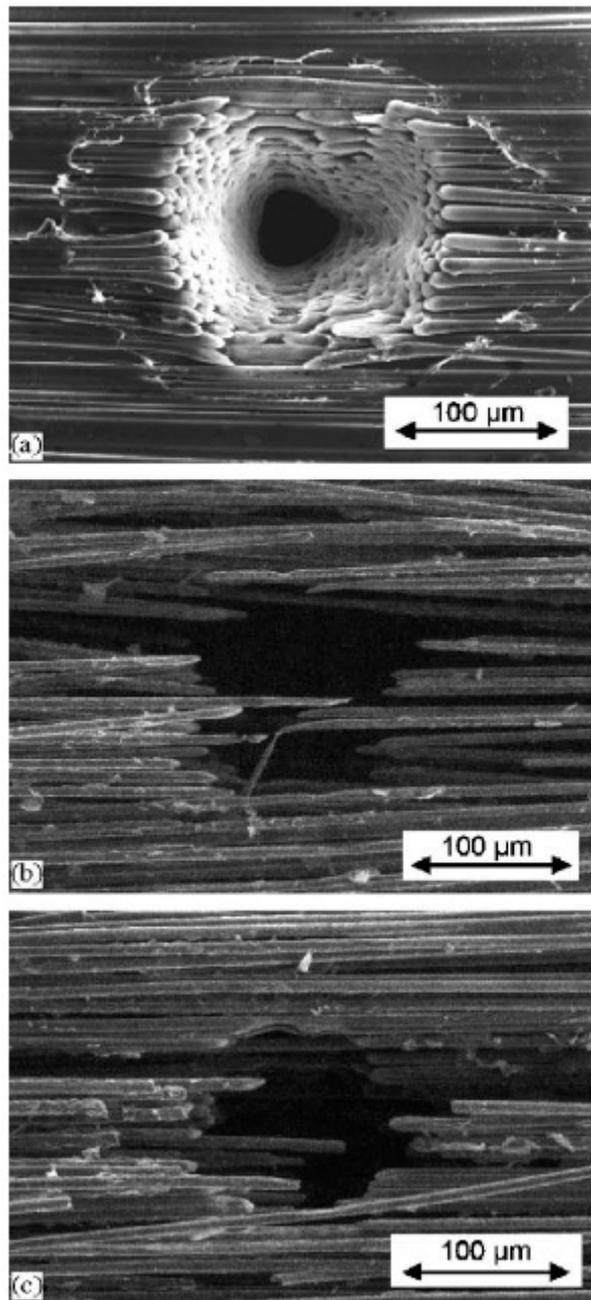
La figure précédente montre comment le gonflement des fibres éjecte la matrice à l'extérieure

#### **I.4.5 L'effet du traitement thermique sur le gonflement de différent type de fibre pendant le perçage laser :**

Des trous fins ont été percés au laser dans des stratifiés de fibres de carbone, en utilisant un laser Nd : YAG. L'examen des fibres percées montre que certaines d'entre elles ont gonflés de façon significative, avec une augmentation de diamètre de plus de 60%. Il a été déterminé que le gonflement excessif se produit seulement avec des modules faibles, des fibres à base de poly acrylo nitrile (PAN)[ T300] ,le mécanisme de gonflement est attribué simultanément au réarrangement structurel et la volatilisation des impuretés rapide du à la chaleur. Un traitement thermique a été trouvé pour réduire le gonflement induit par le laser. Un model numérique 2D de flux de chaleur a été utilisé pour analyser le domaine thermique généré pendant le perçage au laser des fibres de carbonnes, ces informations sont en corrélation avec les effets observés et les mécanismes de gonflement proposé.

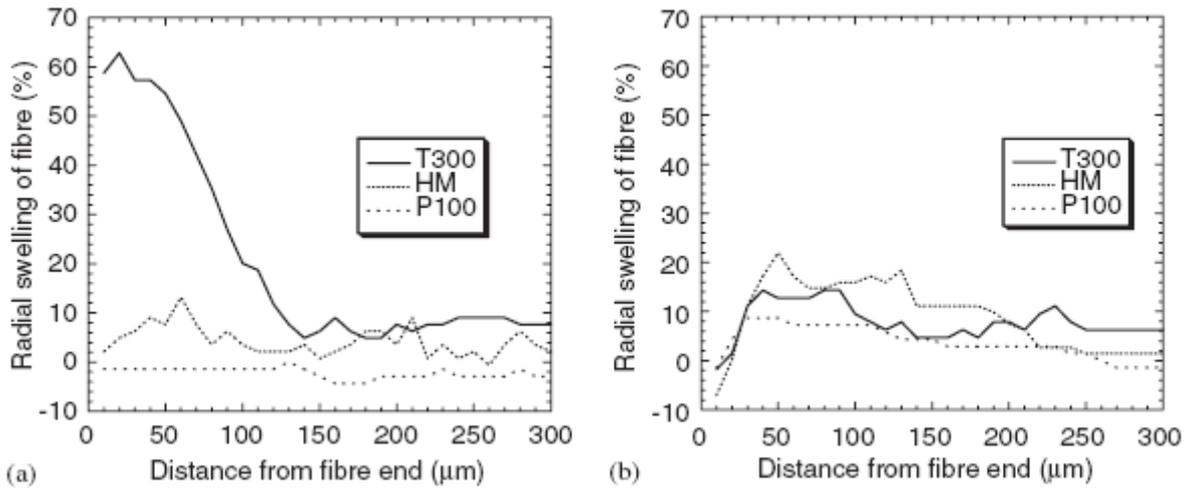
#### **\* Caractéristiques morphologiques des trous percés et des fibres :**

On peut voir sur la figure (4.7a) que, dans le cas de fibres T300, le trou est légèrement allongé (élongation) dans la direction des fibres. Ceci est du à la plus haute conductivité thermique dans cette direction. L'effet identique serait prévu dans les 2 types de fibre **HM** et **P100**. Toutefois le gonflement prononcée se produit avec les fibres **T300**, les fibre **HM** gonflent seulement légèrement figure (4.7b), et les fibres **P100** n'ont un gonflement important.



**Figure 34 :** Trous percés au laser de fibres (a)T300, (b)HM et (c) P100

### Représentation graphique du gonflement :



**Figure 35 :** Profils de gonflement mesuré pour les trois types de fibres après perçage laser de matériau tels quels (a) et de matériaux traités thermiquement (b)

On peut voir que le traitement thermique préalable réduit largement le gonflement exhibé par les fibres T300 .avec les autres fibres, le traitement thermique a peut d'effet.

### Conclusion :

- Pour les fibres T300, qui sont des fibres à base PAN incorporant un haut niveau de désordre structurel et d'impureté volatile, un gonflement important des fibres est généré dans une zone affecté thermiquement adjacent aux trous percés au laser (créé par pulsation d'environ 1ms).le gonflement est plus prononcé près du trou, ou le diamètre augmente d'environ 60%,mais est significatif à une distance de l'ordre de 100µm où la température est maximale .
- Les fibres T300 soumise à un traitement thermique à 2000°C ne génèrent aucun gonflement remarquable. De plus ces fibres présentent une réponse différente au perçage laser, un gonflement réduit.

- Les fibres HM et P100 qu'ils sont traités thermiquement (1800 et 250°C) ont des structures plus graphiques, ordonnées. Elles ont aussi un niveau d'impureté inférieur. Ces fibres exhibent beaucoup moins de gonflement pendant le perçage Laser.

- Il propose que le gonflement des fibres, observé autour de trous percés dans T300 est associé à la volatilisation rapide des impuretés contenues dans les fibres et apparaît en même temps que la réorganisation structurale espérée lors des hautes températures (1300-2000°C) [9]

#### **I.4.6 Ses avantages et inconvénients :**

**Ses avantages sont:**

- ❖ Grande vitesse, travail précis ;
- ❖ Forme de découpe non limitée ;
- ❖ Pas ou peu de déformation ;
- ❖ Pas d'usure.

**Ses inconvénients sont:**

- ❖ Emission de gaz toxique ;
- ❖ Peut affecter thermiquement la matière ;
- ❖ Coût élevé de l'installation ;
- ❖ Certaines fibres ne peuvent être coupées (réflexion).

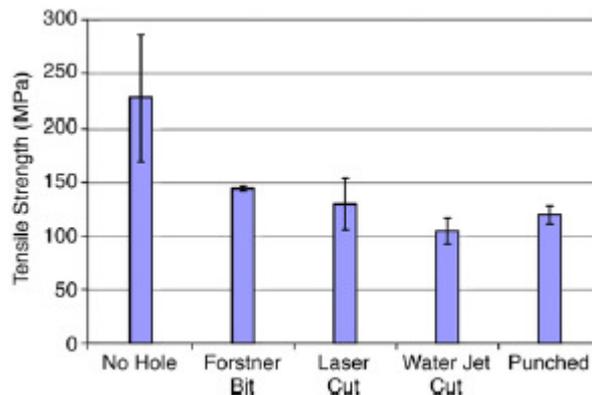
#### **I.5. Comparaison de la charge de traction limite pour des éprouvettes percées avec différentes méthodes :**

Plusieurs techniques de fabrication de trou (sur des éprouvettes de fibres de verre) ont été évaluées, incluant le perçage avec un foret standard, perçage au laser, au jet d'eau, et le poinçonnage.

Pour chaque méthode des trous de 12.07mm furent usinés au milieu d'échantillons de 76.2 par 254 par 3,2mm.

## Les résultats

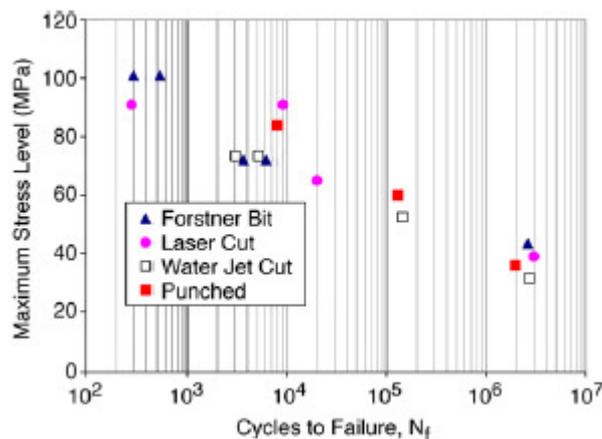
- Beaucoup d'éprouvettes percées au jet d'eau ont un délaminage visible et fissures au tour du diamètre du trou.
- La coupe du jet d'eau était striée au lieu de lisse et circulaire.
- Bien que l'usinage des trous au laser (laser conventionnel avec une vitesse d'avance linéaire 127-152 cm/min) n'avait pas de dommages visibles, mais il y avait quelques résidus de poussière de carbone sur la surface coupée.



**Figure 36 :** Comparaison de la charge de traction limite pour des éprouvettes percées avec différentes méthodes et une sans trou

## Les résultats de fatigue :

Les résultats de tests de fatigue avec et une fréquence de 5Hz à 70%, 50%, 30% de la charge limite ne présentent pas différence dramatique dans les performances en fatigue entre les éprouvettes.



**Figure 37 :** Résultat de tests de fatigue pour des éprouvettes avec trous fabriqués avec différentes méthodes

## **Chapitre II. Mise en équations de matériaux composites sous l'effet des efforts de coupe**

L'étude bibliographique que nous avons faite nous a montrée que le délaminage des derniers plis était dû à un effort de poussée supérieur à l'effort critique. On peut déterminer ce dernier expérimentalement (en faisant les essais de poinçonnements sur des plaques en composite). Afin d'éviter les essais répétitifs et coûteux, un modèle analytique de prédiction de l'effort critique est souhaitable.

On se place dans le cas du perçage avec avant trou. Pour avoir un modèle analytique simple, on considère la partie au dessous du foret comme un disque troué et fixé des extrémités. Dans la modélisation de Piquet les chargements sont axisymétriques, cela sous entend que l'on suppose que le foret tourne suffisamment vite pour que les efforts exercés par les arêtes se répartissent sur le disque situé sous le foret. Les résultats obtenus pour le calcul de l'effort critique dépendent directement du choix de modélisation, de la répartition des efforts de coupe axiaux ainsi que les conditions aux limites aux extrémités du disque (appui ou encastrement). Cette répartition dépend directement de la géométrie du foret. Ainsi, plusieurs cas de chargement sont considérés et pourront être utilisés pour d'autres forets. Dans un deuxième temps, ces modèles seront comparés aux résultats expérimentaux et numériques.

### **II.1 Méthode de calcul :**

#### **II.1.1 Démarche globale**

Pour déterminer l'effort critique de perçage, l'approche énergétique de la mécanique linéaire de la rupture sera utilisée selon le principe suivant :

Lors de l'avancée virtuelle ( $\delta a$ ) de la fissure, la variation des travaux des efforts extérieurs doit être égale à la somme des variations d'énergie élastique et des variations de l'énergie de délaminage :

$$\delta W = \delta U + \delta U_d$$

$\delta W$  : Variation virtuelle du travail des efforts.

$\delta U$  : Variation virtuelle de l'énergie de déformation des plis.

$\delta Ud$  : Variation virtuelle de l'énergie de délaminage.

### II.1.2 Détermination de la flèche

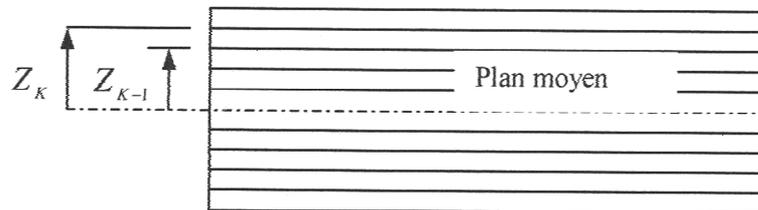
Le but principal de calculer la flèche analytiquement est de la comparer avec la flèche obtenue dans le modèle numérique. D'après **Timoshenko** l'équation d'équilibre locale pour une plaque chargée transversalement s'exprime par : [10]

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + \frac{2\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y} = -q \quad (2)$$

Avec  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$  moment de flexion.

Dans l'hypothèse des petits déplacements et si l'on considère la déformée due à l'effort tranchant négligeable, la loi de comportement de la plaque en flexion pure s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ -M_{yy} \\ -M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3)$$



**Figure 38** : Plan moyen

Les coefficients  $D_{ij}$  sont calculés en utilisant la relation suivante obtenue à partir de la théorie

des stratifiés :

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n \left( \overline{Q_{ij}} \right)_k \left( \frac{Z_k^3 - Z_{k-1}^3}{3} \right) \quad (4)$$

Les coefficients de la matrice de raideur s'expriment pour chaque pli dans le repère des fibres par :

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Avec :

$$\begin{cases} Q_{11} = \frac{E_l}{1-\nu_{lt}\nu_{tl}} \\ Q_{22} = \frac{E_t}{1-\nu_{lt}\nu_{tl}} \\ Q_{12} = \frac{\nu_{tl}E_l}{1-\nu_{lt}\nu_{tl}} = \frac{\nu_{lt}E_t}{1-\nu_{lt}\nu_{tl}} \\ Q_{66} = G_{lt} \end{cases}$$

La matrice de raideur peut être exprimée dans le repère global par la transformation de la matrice de raideur exprimée dans le repère d'un pli. La matrice de la transformation s'écrit alors :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha & \sin^2\alpha & 2\sin\alpha \cos\alpha \\ \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & -2\sin\alpha \cos\alpha \\ -\sin\alpha \cos\alpha & \sin\alpha \cos\alpha & (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Où  $\alpha$  définit l'orientation angulaire du pli par rapport au repère global.

La matrice de raideur devient dans le repère global :

$$\bar{Q}_{ij} = [T^{-1}][Q][T]$$

Le couplage flexion /torsion est négligé. Par conséquent, les termes  $D_{16}$  et  $D_{26}$  de la loi de comportement sont nuls. L'équation locale d'équilibre ( 2 ) peut alors s'écrire :

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -q \quad (7)$$

Dans l'hypothèse d'un chargement axisymétrique d'une plaque circulaire, pour un matériau isotrope, l'équation précédente peut être exprimée en coordonnées polaires par **Timoshenko** :

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = \frac{Q}{D} \quad (8)$$

Pour un matériau orthotrope on peut faire l'approximation suivante :

$Q$  : effort tranchant

$D$  : raideur de la plaque

$$D = \frac{1}{8} (3D_{11} + 2D_{12} + 4D_{66} + 3D_{22})$$

L'intégration successive de l'équation précédente permet de déterminer l'expression de la flèche  $w(r)$ . Les conditions aux limites permettent de déterminer les constantes d'intégration.

**Cas 1 :** La plaque est encadrée sur sa périphérie, la déformée et sa dérivée sont donc nulles pour  $r=a$  Soit :

$$w(r)|_a = 0$$

$$\left. \frac{\partial w(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$$

Et pour le contour intérieur le moment est nul

$$D\left(w''(b) + \frac{\nu}{b} w'(b)\right) = 0$$

**Cas 2 :** Supposant que la plaque est simplement appuyée sur le contour extérieur, la déformée est donc nulle pour  $r=a$  soit

$$w(r)|_a = 0$$

Et pour le contour intérieur le moment est nul.

$$D\left(w''(b) + \frac{\nu}{b} w'(b)\right) = 0$$

Le moment est nul en  $r = a$

$$D\left(w''(a) + \frac{\nu}{b} w'(a)\right) = 0$$

Pour un chargement connu, on peut déterminer l'effort tranchant  $Q$  puis intégrer l'équation (9) afin de calculer la flèche  $w(r)$  .

### II.1.3 L'expression de la variation virtuelle d'énergie élastique :

L'énergie de déformation d'une plaque en négligeant les déformations dues à l'effort tranchant est donnée par :

$$2U = \int_s \left[ M_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] ds$$

En tenant compte de la loi de comportement et si la plaque est considérée orthotrope, alors l'énergie de déformation peut être formulée par :

$$2U = \iint \left[ D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2D_{12} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] dx dy$$

### II.1.4 L'expression du travail des efforts extérieurs

Le travail des efforts extérieurs à la plaque sont le produit des efforts par les déplacements en tout point de la plaque :

$$W = \int_0^{2\pi} \int_0^{r1} q \times w(r) \times r \, dr \, d\theta$$

$r1$  Désigne le rayon limite de chargement

### II.1.5 L'expression de l'énergie nécessaire à la propagation du délaminage

Après le passage du foret à travers la matière (perçage du trou) seul les délaminages qui se sont propagés au-delà du diamètre du trou subsistent. Ainsi dans l'approche proposée, on considère l'instant où le délaminage sous le foret est de la taille du trou, puis on recherche l'énergie nécessaire à la propagation au de-là du rayon (a) du trou.

Ainsi, dans le cas du délaminage de forme circulaire et pour une avancée virtuelle circulaire, l'énergie de propagation du délaminage peut être exprimée à l'aide du taux de restitution d'énergie critique par :

$$Ud = G_s \quad S = G_c \quad \pi \quad a^2$$

Dans un souci de simplification, seul le mode I sera considéré. Car il est prépondérant sur le mode II. (l'effort axial  $F_z$  est beaucoup plus grand que l'effort radial) D'où :

$$Ud = G_{Ic} \quad S = G_{Ic} \quad \pi \quad a^2$$

La variation virtuelle de l'énergie de délaminage s'écrit alors :

$$\delta Ud = \frac{\partial Ud}{\partial a} \delta a = 2G_{Ic} \quad \pi \quad a \quad \delta a$$

## II.2 Modélisation de l'effort de poussée $F_z$ et des conditions aux limites

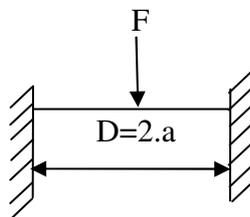
### II.2.1 Perçage sans avant trou :

De par sa géométrie, le foret hélicoïdal a des aptitudes à la coupe différentes selon la zone de la partie active que l'on considère. On peut distinguer l'âme et l'arête principale et éventuellement la partie de l'arête affûtée pour amincir l'âme.

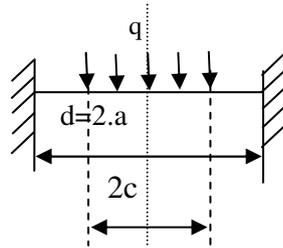
#### Effort exercé sur l'âme

L'effort de poussée exercé sur l'âme varie avec les conditions de coupe. La distribution le long du rayon de l'âme ( $c$ ) n'est pas connue. On peut envisager deux modélisations extrêmes :

L'effort sur l'âme est concentré en son centre :



L'effort sur l'âme est reparti le long du diamètre de l'âme :



### Effort exercé sur les 2 arêtes principales

La modélisation suivant le cheminement établi par Piquet, suppose la détermination d'un chargement axisymétrique équivalent.

Si  $q_l$  est le chargement linéique déterminé expérimentalement et  $q_s$  le chargement surfacique axisymétrique équivalent alors dans le cas d'un disque :

$$q_s = \frac{q_l}{\pi r}$$

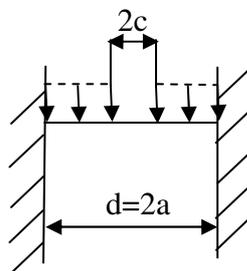
La modélisation de  $q_s$  et  $q_c$  peut prendre plusieurs allures que l'on peut répertorier par ordre croissant de complexité, mais aussi de fidélité par rapport à la réalité :

Avec :  $q_s$  Le chargement surfacique axisymétrique équivalent lors d'un disque troué

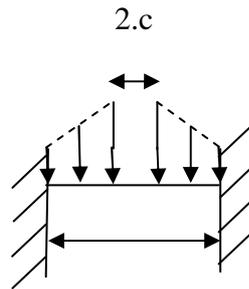
$q_c$  Le chargement circulaire axisymétrique équivalent

$r$  Le rayon du foret

- Le chargement est considéré comme constant :



- Le chargement est linéaire :

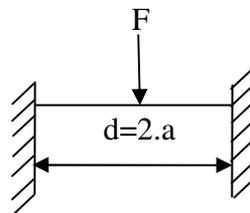


### Choix de la modélisation de $f_z$

Le chargement choisi pour le modèle doit être une combinaison des modélisations partielles proposée ci-dessus. Dans un premier temps 5 cas de chargement sont traités littéralement. La comparaison avec les valeurs expérimentales permettra de sélectionner celui qui représente le mieux la réalité.

**Cas n°1** : l'effort est modélisé par une charge ponctuelle  $F_z$

Ce chargement est intéressant pour la simplicité des équations qu'il engendre. L'action au centre du foret est dans cette privilégiée. Seule la modélisation de l'action de l'âme du foret.

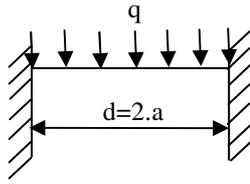


**Figure A** : Modélisation du chargement Cas n°1

**Cas n°2**: l'effort est modélisé par un chargement uniformément réparti sur la plaque de rayon

$$c \rightarrow F_z = \pi a^2 q$$

La répartition de  $F_z$  sur l'ensemble du disque minimise la flèche, et donc maximise l'effort critique calculé.



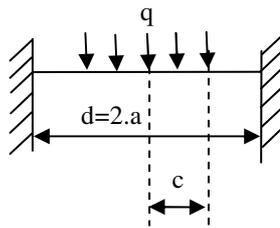
**Figure B :** Modélisation du chargement Cas n°2

**Cas n°3 :** l'effort est modélisé par un chargement uniformément réparti sur un disque de rayon  $c$

$$F_z = \pi c^2 q$$

Tout comme dans le cas n°1, dans le cas n°3, on ne prend en compte que la modélisation de l'action de l'âme du foret. On ne connaît pas la distribution exacte des efforts sur l'âme.

On peut donc envisager deux cas extrêmes que sont le chargement ponctuel (Cas n°1) et le chargement réparti (Cas n°3).

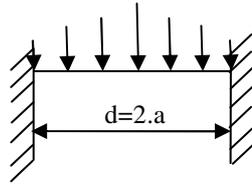


**Figure C:** Modélisation du chargement

**Cas n°4 :** l'effort est modélisé par un chargement qui suit une loi linéaire en fonction rayon  $b$

$$F_z = \int_0^a 2\pi b(ab + B)db$$

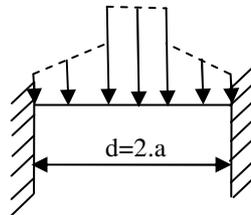
Cette modélisation permet de disposer d'un effort plus important au centre que sur la périphérie du foret, conformément aux observations effectuées lors de la recherche de la répartition des efforts. Ce cas est une simplification du cas n°5.



**Figure D** : Modélisation du chargement Cas n°4

**Cas n°5** : l'effort est modélisé par une composition du cas n°3 et du n°4

Cette modélisation est la plus proche de la distribution des efforts déterminée expérimentalement. Elle prend en compte les efforts sur l'âme et les efforts sur les arêtes principales.



**Figure E** : Modélisation du chargement Cas n°5

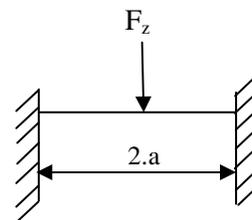
### II.2.1.1 Calcul des flèches :

Les équations des déformées de plaques circulaires soumises au cas de chargement décrit précédemment sont données ci-dessous

**Cas n°1** : chargement ponctuel

S. Timoshenko a déterminé l'équation de la déformée d'une plaque circulaire encastree sur ses bords soumise à un chargement ponctuel par :

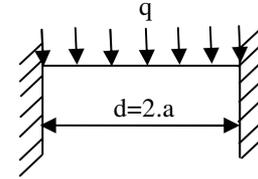
$$w(r) = \frac{F_z}{8\pi D} \left( \frac{a^2 - r^2}{2} + r^2 \ln \frac{r}{a} \right)$$



**Cas n°2 :** Chargement uniformément réparti sur tout le disque

S. Timoshenko a déterminé les flèches de ce cas par :

Avec : 
$$q = \frac{F_z}{\pi a^2}$$



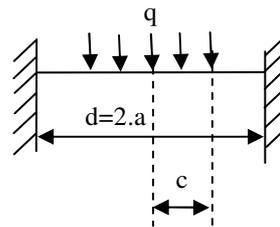
**Cas n°3 :** Chargement uniformément réparti sur un disque de rayon  $c$

L'expression de la flèche  $w$  est décomposée en deux parties :

$$w = w_1 + w_2$$

Avec  $\begin{cases} w_1 : \text{flèche pour les rayons inférieurs à celui de l'âme } c \\ w_2 : \text{flèche pour les rayons supérieurs à celui de l'âme } c \end{cases}$

L'expression Littérale de la flèche est :



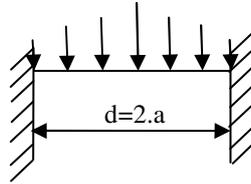
$$\begin{cases} w_1 = \frac{1}{64a^2D} qU(r)(r^4 a^2 - 2r^2 c^4 + (-8r^2 c^2 a^2) \ln(\frac{c}{a}) - 3c^4 a^2 + 4c^2 a^4) \\ w_2 = \frac{1}{64a^2D} qU(r-c)a^2(-r^4 + 5c^4 + (4c^4 + 8c^2 r^2) \ln(\frac{r}{c}) - 4c^2 r^2) \end{cases}$$

La flèche maximale est :

$$w_{\max} = w(r=0) = \frac{1}{64} \frac{q(-3c^4 + 4c^4 \ln(c/a) + 4c^2 a^2)}{D^2}$$

**Cas n°4 :** Chargement suivant une loi linéaire en  $r$

Le Chargement peut être exprimé par :  $q = Ar + B$



L'expression de la résultante de poussée  $F_z$  fournit une relation entre les paramètres A et B

$$F_z = \int_0^a 2\pi r(Ar + B)dr$$

$$B = -\frac{1 - 3F_z + 2\pi Aa^3}{3\pi a^2}$$

La flèche se déduit par intégration de l'équation d'équilibre locale :

$$w = \frac{1}{14400D} (r - a)^2 (64Ar^3 + 225Br^2 + 128r^2 Aa + 450raB + 96Aa^3 + 225Ba^2)$$

La flèche maximale vaut :

$$w_{MAX} = w_{r=0} = \frac{1}{14400D} a^4 (96Aa + 225B)$$

On peut remarquer que la flèche n'est connue que si l'on peut fixer un paramètre de plus (A) ou (B). Dans le cas n°4, on choisit (A) égal à la pente de la droite qui approxime la distribution des efforts trouvée expérimentalement.

**Cas n°5 :** Chargement réparti sur l'âme puis linéaire suivant r

Le chargement peut être défini comme suit :

Pour  $0 < r < c$

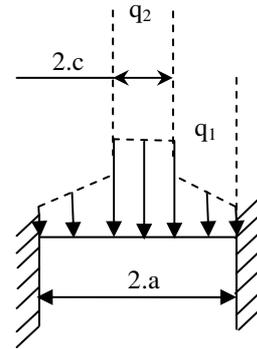
$$q_2 = CU(r) - CU(r - c)$$

Pour  $c < r < a$   $q_1 = Ar + B$

$$q_1 = (Ar + B)U(r - c)$$

Le chargement global s'écrit :  $q = q_1 + q_2$

Et  $A, B, C$  sont des constantes



L'intégration de l'équation locale de l'équilibre (9) donne la flèche :

$$w = -\frac{1}{14400D} (L_1 U(r) + L_2 U(r - c))$$

$L_1$  et  $L_2$  sont des constantes

**II.2.1.2 Détermination de l'effort critique :**

**Cas n°1 :** Chargement ponctuel

L'expression de la déformée est rappelée ici :

$$w = \frac{1}{16} \frac{Fz(a^2 - r^2 + 2r^2 \ln(r/a))}{\pi D}$$

Variation virtuelle de l'énergie de déformation

$$U = \frac{1}{256} \frac{Fz^2 a^2 (3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66})}{\pi D^2}$$

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial a} \delta a = \frac{1}{128} \frac{F_z^2 a (3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66})}{\pi D^2} \delta a$$

Variation virtuelle des travaux des efforts extérieurs

$$W_{ext} = \frac{1}{16} \frac{F_z^2 a^2}{\pi D}$$

$$\delta W_{ext} = \frac{\partial W_{ext}}{\partial a} \delta a = \frac{1}{8} \frac{F_z^2 a}{\pi D} \delta a$$

Variation virtuelle de l'énergie de délaminage

Compte tenu des hypothèses, l'énergie de délaminage est dans les 5 cas identique :

$$U_d = G I_c S = G I_c \pi a^2$$

Variation virtuelle de l'énergie de délaminage s'écrit alors :

$$\delta U_d = \frac{\partial U_d}{\partial a} \delta a = 2 G I_c \pi a \delta a$$

Calcul de la force critique de poussée

L'égalité des variations virtuelles d'énergie s'écrit :

$$\frac{1}{128} \frac{F_z^2 a (3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66})}{\pi D^2} + 2 G I_c \pi a - \frac{1}{8} \frac{F_z^2 a}{\pi D} = 0$$

La résolution de cette égalité polynomial d'ordre 2 donne l'effort critique de poussé :

$$F_{critique} = 16 \sqrt{\frac{-(3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66} - 16D) G I_c D}{3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66} - 16D}}$$

**Cas n° 2** : chargement uniformément réparti sur le disque

Le calcul de ce cas est similaire au cas précédent. L'effort critique de poussée peut être formulé par :

$$F_{critique} = 32 \frac{\pi \sqrt{-(9D_{11} + 9D_{22} + 6D_{12} + 6D_{66} - 48D)GlcD}}{3D_{11} + 3D_{22} + 2D_{12} + 2D_{66} - 16D}$$

**Cas n°3** : chargement uniformément repart sur un disque de rayon c

Les calculs se déroulent comme dans les cas précédents .Les intégrations sont effectuées sur deux parties au lieu d'une. L'effort critique de poussée peut être formule par :

$$F_{critique} = 32 \frac{\pi \sqrt{(-3D_{11} - 2D_{66} - 2D_{12} - 3D_{22} + 16D)Glc a^2 D}}{(-3D_{11} - 2D_{66} - 2D_{12} - 3D_{22} + 16D)(-2a^2 + c^2)}$$

**Cas n°4** : chargement suivant une loi linéaire suivant le rayon

Le chargement suit une loi linéaire en r (deux paramètres) :

$$q=Ar+B$$

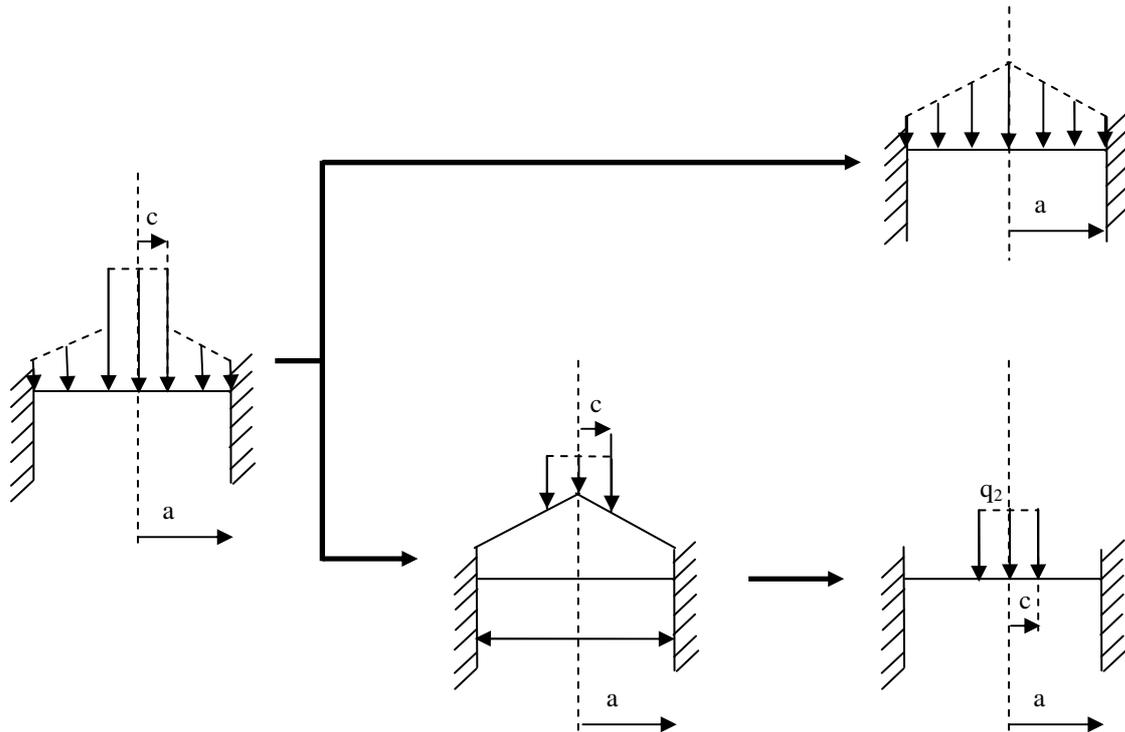
L'expression de l'effort critique de poussée est :

$$F_{critique} = \frac{1}{105} \pi \frac{AaL_1 + \sqrt{GlcD^2 L_2 + A^2 a^6 L_3}}{L_4}$$

**Cas n°5** : chargement repart sur l'âme puis linéaire suivant r

L'effort critique de perçage dans le cas du chargement n°5 peut être calculé à partir de l'expression de la flèche .Cela conduit à des équations littérales complexes .afin de limiter la

taille des expressions, le calcul est décomposé en deux, en utilisant le théorème de superposition



**Figure 39** : Principe du calcul de  $F_z$  cas N° 5

- Le 1<sup>er</sup> chargement est linéaire pour  $0 < r < a$  et peut être exprimé par :  $q_1 = Ar + B$

les résultats du cas n° 4 peuvent être réutilisés.

- Le 2<sup>ème</sup> chargement est constant pour  $0 < r < c$  et peut être exprimé par :  $q_2 = C$

les résultats du cas n°3 sont réutilisés.

$q_1$  est choisi confortement aux essais de détermination de la distribution des efforts le long de l'arête principale (pour  $a > r > c$ ). Les paramètres A et B sont fixés.

L'effort global  $F_1$  est l'inconnue du problème.

$$F_z = q_2 \pi c^2 + \int_0^c q_1 2\pi r dr + \int_a^a q_1 2\pi r dr$$

$$F_{critique} = \frac{64 \sqrt{39} \pi \sqrt{(-3D_{22} - 2D_{12} - 2D_{66} - 3D_{11} + 16D) G l c D}}{13 (-3D_{22} - 2D_{12} - 2D_{66} - 3D_{11} + 16D)}$$

## II.2.2 Perçage avec avant trou :

### Effort exercé par l'âme :

Comme le diamètre de l'avant trou est supérieur à celui de l'âme du foret hélicoïdale tronconique standard, l'effort exercé par l'âme est nul.

### Effort exercé par les deux arêtes principales :

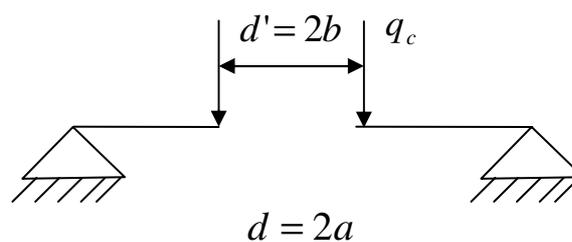
Si  $q_l$  est le chargement linéique déterminé expérimentalement et  $q_s$  le chargement surfacique axisymétrique équivalent alors dans le cas d'un disque :

$$q_s = \frac{q_l}{\pi r}$$

La modélisation de  $q_s$  et  $q_c$  peut prendre plusieurs allures que l'on peut répertorier par ordre croissant de complexité, mais aussi de fidélité par rapport à la réalité :

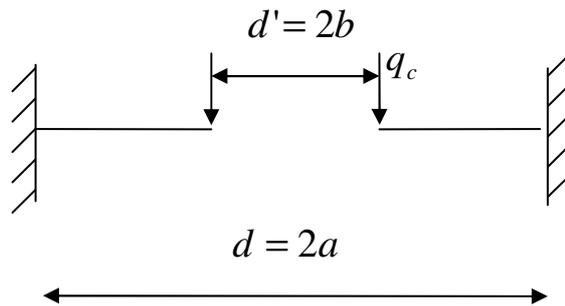
Différents cas de chargement considérés :

**Cas n°1 :** Le disque est simplement appuyé sur le contour extérieur avec un chargement circulaire au tour du diamètre de l'avant trou



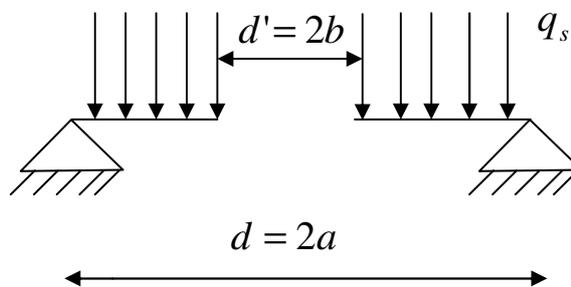
Avec :  $F_z = 2 \pi b q_c$

**Cas n°2 :** le disque est encastré autour de son diamètre extérieur avec chargement circulaire



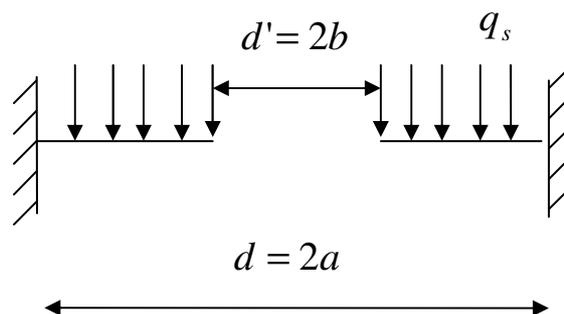
Avec :  $F_z = 2 \pi b q_c$

**Cas n°3 :** Le disque est simplement appuyé sur le contour extérieur avec chargement surfacique



Avec :  $F_z = \pi q_s ( a^2 - b^2 )$

**Cas n°4 :** Le disque est encastré autour de son diamètre extérieur avec chargement surfacique



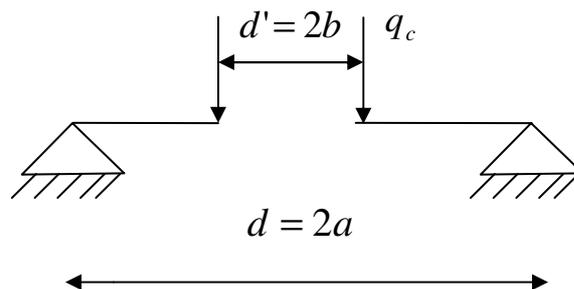
Avec :  $F_z = \pi q_s ( a^2 - b^2 )$

### II.2.2.1 Calcul des flèches :

Les équations des déformées de plaques circulaires soumises au cas de chargement décrit précédemment sont données ci-dessous.

Cas n°1 : disque appuyé sur le contour extérieur avec chargement circulaire

S.Timoshenko a déterminé l'équation différentielle de la déformée d'une plaque circulaire avec avant trou concentrique.



$$D \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = q$$

Avec  $q$  : l'effort tranchant par unité de longueur d'une circonférence de rayon  $r$

$$q = \frac{b}{r} q_c$$

Les conditions aux limites sont :

$$w(a) = 0$$

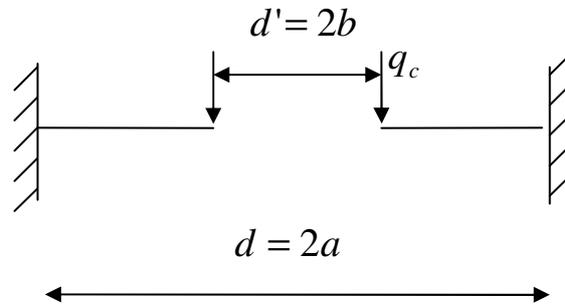
$$D \left[ w'(a) + \frac{\nu}{b} w'(a) \right] = 0$$

$$D \left[ w'(b) + \frac{\nu}{b} w'(b) \right] = 0$$

Après l'intégration de l'équation différentielle et détermination des constants d'intégration à l'aide des conditions aux limites, on trouve l'équation de la flèche.

$$w(r) = \frac{1}{8} \frac{1}{D(-1+\nu)(\nu+1)(a-b)(a+b)} \left( b(4b^2 \left( a^2(\nu+1) \ln\left(\frac{r}{a}\right) + \frac{1}{2}(a-r)(a+r)(-1+\nu) \right) \right. \\ \left. (\nu+1) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (-1+\nu)(a+b) \left( 2r^2(\nu+1) \ln\left(\frac{r}{a}\right) + (a-r)(a+r)(\nu+3) \right) (a-b) \right) q$$

**Cas n°2 :** Le disque encastré au tour de son diamètre extérieur avec chargement circulaire  
L'équation différentielle de la déformée d'une plaque circulaire avec avant trou concentrique est.



$$D \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = q$$

Avec  $q$  : l'effort tranchant par unité de longueur d'une circonférence de rayon  $r$

$$q = \frac{b}{r} q_c$$

Les conditions aux limites sont :

$$w(a) = 0$$

$$w'(a) = 0$$

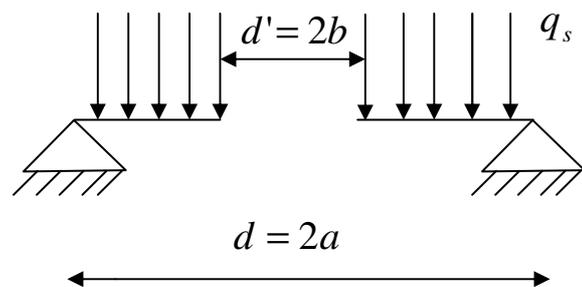
$$D \left[ w'(b) + \frac{\nu}{b} w(b) \right] = 0$$

Après l'intégration de l'équation différentielle de S.Timoshenko, et la détermination des constantes d'intégration à l'aide des conditions aux limites et on trouve l'équation de la flèche :

$$w(r) = \frac{1}{8D(b^2(-1-\nu)(-1+\nu)a^2)} \left( q \left( (-4b^2a^2(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (-4a^2 - 2r^2(1+\nu))b^2 \right. \right. \\ \left. \left. + 2r^2a^2(-1+\nu) \ln\left(\frac{r}{a}\right) + (a+r)(a-r)(-2b^2(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (-\nu-3)b^2 + (-1+\nu)a^2) \right) b \right)$$

**Cas n°3 :** disque appuyé sur le contour extérieur avec chargement surfacique

L'équation différentielle de la déformée d'une plaque circulaire avec un trou concentrique est.



$$D \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = q$$

Avec  $q$  : effort tranchant par unité de surface d'une circonférence de rayon  $r$

$$q = \frac{(r^2 - b^2)}{2r} q_s$$

Les conditions aux limites sont :

$$w(a) = 0$$

$$D[w'(a) + \frac{\nu}{b} w'(a)] = 0$$

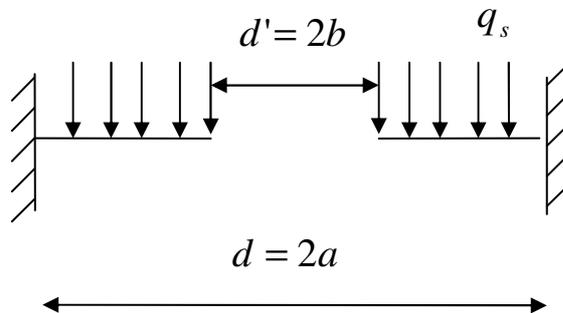
$$D[w'(b) + \frac{\nu}{b} w'(b)] = 0$$

Après l'intégration de l'équation différentielle de S.Timoshenko, et la détermination des constantes d'intégration à l'aide des conditions aux limites et on trouve l'équation de la flèche :

$$w(r) = \frac{1}{32} \frac{1}{D} \left( q(r^2 \left( \frac{(3+\nu)b^2}{1+\nu} - \frac{(6+2\nu)(a^2-b^2)}{1+\nu} + 4b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \right. \\ \left. + \frac{a^2 b^2 (6+2\nu+8(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right)) \ln\left(\frac{r}{a}\right)}{1-\nu} + 4(a^2-b^2) \ln\left(\frac{r}{a}\right) r^2 \right. \\ \left. + \frac{(3+\nu)a^2(2a^2-3b^2)}{1+\nu} - 4a^2 b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right)$$

**Cas n°4 :** Le disque encastré autour de son diamètre extérieur avec chargement surfacique

L'équation différentielle de la déformée d'une plaque circulaire avec un trou concentrique est :



$$D \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] = q$$

Avec  $q$  : effort tranchant par unité de surface d'une circonférence de rayon  $r$

$$q = \frac{(r^2 - b^2)}{2r} q_s$$

Les conditions aux limites sont:

$$w(a) = 0$$

$$w'(a) = 0$$

$$D[w'(b) + \frac{\nu}{b} w'(b)] = 0$$

Après l'intégration de l'équation différentielle de S.Timoshenko, et la détermination les constantes d'intégration à l'aide des conditions aux limites et on trouve l'équation de la flèche :

$$w(r) = \frac{1}{16} \frac{1}{D} (q((a^2 - b^2)) \left( \frac{2 \left( \ln \left( \frac{b}{a} \right) + 1 \right) (1 - \nu)}{\left( 1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)} \right) b^2 (1 + \nu)} - 2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) - 3 \right) r^2$$

$$+ \frac{4 \left( \ln \left( \frac{b}{a} \right) + 1 \right) \ln \left( \frac{r}{a} \right)}{1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)}} + 2 \ln \left( \frac{r}{a} \right) r^2 + 2a^2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) + 3a^2 - \frac{2a^2 \left( \ln \left( \frac{b}{a} \right) + 1 \right) (1 - \nu)}{\left( 1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)} \right) b^2 (1 + \nu)}$$

$$+ \frac{1}{(1 - \nu)(a^2 - b^2)} \left( a^4 r^2 + \frac{1}{2} a b^2 (1 + \nu) r^2 - \frac{1}{2} b^2 (3 + \nu) r^4 - a^2 b^2 (3 + \nu) (r^2 - a^2) \ln \left( \frac{r}{a} \right) \right.$$

$$\left. - a^6 - \frac{1}{2} a^4 b^2 (1 + \nu) + \frac{1}{2} a^2 b^2 (3 + \nu) r^2 \right)$$


---

## II.2.2.2 Détermination de l'effort critique

**Cas n°1 :** disque appuyé sur le contour extérieur avec chargement circulaire

A partir de l'expression de la déformée (23), l'énergie de déformation s'écrit :

$$\begin{aligned}
 U = & (11 F^2 D2 b^2 + (24 F^2 a^2 D6 b^2 + 64 F^2 a^2 b^2 D6 \nu - 40 F^2 a^2 D3 b^2 + 48 F^2 a^2 D6 b^2 \nu^2 + 32 \\
 & F^2 a^2 D1 b^2 \nu - 8 F^2 a^2 D3 \nu^2 b^2 - 64 F^2 a^2 D3 b^2 \nu^4 F^2 a^2 D1 b^2 + 4 F^2 a^2 D2 b^2 + 40 F^2 a^2 D2 b^2 \\
 & \nu^2 - 12 F^2 a^2 D2 \nu^4 b^4 - 8 F^2 a^2 D6 \nu^4 b^2 + 32 F^2 a^2 D2 b^2 \nu + 40 F^2 a^2 D1 b^2 \nu^2 - 16 F^2 a^2 D3 b^2 \nu^2 - \\
 & 12 F^2 a^2 D1 \nu^4 b^2) (\ln((b)/(a)))^2 + 18 F^2 D3 b^4 + 3 F^2 D1 b^4 \nu^4 + 2 F^2 D1 b^4 \nu^2 - 16 F^2 D1 b^4 \nu + 12 \\
 & F^2 D3 b^4 \nu^2 - 32 F^2 D3 b^4 \nu + 2 F^2 D3 b^4 \nu^4 + 2 F^2 D6 b^4 \nu^4 + 2 F^2 D2 b^4 \nu^2 - 16 F^2 a^4 D2 \nu - 16 F^2 \\
 & a^4 D1 \nu + 3 F^2 a^4 D2 \nu^4 + 2 F^2 a^4 D2 \nu^2 - 32 F^2 a^4 D3 \nu + 2 F^2 a^2 D1 \nu^4 + 12 F^2 a^4 D3 \nu^2 + 2 F^2 a^4 \\
 & D6 \nu^4 - 4 F^2 a^4 D6 \nu^4 + 2 F^2 a^4 D3 \nu^4 - 16 F^2 D2 b^4 \nu - 22 F^2 a^2 D2 b^2 + 3 F^2 a^4 D1 \nu^4 - 4 F^2 a^2 D6 \\
 & b^2 - 36 F^2 a^2 D3 b^2 - 22 F^2 a^2 D1 b^2 + 3 F^2 D2 b^4 \nu^4 - 6 F^2 a^2 D1 \nu^4 b^2 + 32 F^2 a^2 D1 b^2 \nu - 4 F^2 a^2 \\
 & D1 b^2 \nu^2 - 4 F^2 D6 b^4 \nu^2 - 4 F^2 a^2 D3 \nu^4 b^2 + 64 F^2 a^2 D3 b^2 \nu - 24 F^2 a^2 D3 b^2 \nu^2 - 6 F^2 a^2 D2 \nu^4 \\
 & b^2 + 32 F^2 a^2 D2 b^2 \nu^4 F^2 a^2 D2 b^2 \nu^2 - 4 F^2 a^2 D6 \nu^4 b^2 + 8 F^2 a^2 D6 b^2 \nu^2 + 2 F^2 D6 b^4 + 11 F^2 a^4 \\
 & D2 + 2 F^2 a^4 D6 + 18 F^2 a^4 D3 + 11 F^2 a^4 D1 + 11 F^2 D1 b^4) / (256 D^2 \text{Pi} a^2 - 512 D^2 \text{Pi} a^2 \nu^2 + 256 \\
 & D^2 \text{Pi} a^2 \nu^4 + 512 D^2 \text{Pi} b^2 \nu^2 - 256 D^2 \text{Pi} b^2 - 256 D^2 \text{Pi} \nu^4 b^2)
 \end{aligned}$$

La variation de l'énergie par rapport à (a) est alors:

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial a} \delta a$$

Soit :

$$\begin{aligned}
 \delta U = & 3/128 ((4 ((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6) \nu^2 + (-2 D1-2 D2-4/3 D3-4/3 D6) \nu - 1/3 \\
 & D2+10/3 D3-2 D6-1/3 D1) ((\nu+1))^2 b^4 (\ln((b)/(a)))^2 + 4 (a+b) ((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6) \\
 & \nu^2 + (-2 D1-2 D2-4/3 D3-4/3 D6) \nu - 1/3 D2+10/3 D3-2 D6-1/3 D1) ((\nu+1))^2 b^2 (a-b) \\
 & \ln((b)/(a)) + ((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6) \nu^2 + (2 D1+2 D2+4/3 D3+4/3 D6) \nu + 11/3 D1+11/3
 \end{aligned}$$

$$D2+6 D3+2/3 D6) ((a+b))^2 ((\nu-1))^2 ((a-b))^2) a F^2)/(((\nu-1))^2 ((\nu+1))^2 \pi D^2 ((a-b))^2 ((a+b))^2)$$

De même, la variation virtuelle du travail des efforts extérieurs s'écrit :

$$\delta W_{ext} = \frac{\partial W_{ext}}{\partial a} \delta a$$

$$\delta W_{ext} = \frac{1}{8 b \pi D (-1+\nu)(\nu+1)(a-b)^2 (a+b)^2} (a(2b^2(\nu+1)\ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a-b)(a+b)(\nu+3))$$

$$F^2 (2b^2(\nu+1)\ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a-b)(a+b)(-1+\nu))$$

En fin, il reste à exprimer la variation virtuelle de l'énergie de délaminage. Compte tenu des hypothèses, l'énergie de délaminage est dans les 4 cas identique :

$$Ud = G_{IC} S = G_{IC} \pi (a^2 - b^2)$$

La variation virtuelle de l'énergie de délaminage s'écrit alors :

$$\delta Ud = \frac{\partial Ud}{\partial a} \delta a = 2G_{IC} \pi a \delta a + G_{IC} \pi b^2$$

Ceci nous permet d'écrire la loi de conservation de l'énergie (1) en fonction de :

$a, b, D, D_1, D_2, D_3, D_6, G_{IC}, \nu$  et  $F$  :

$$-\frac{1}{8 b \pi D (-1+\nu)(\nu+1)(a-b)^2 (a+b)^2} (a(2b^2(\nu+1)\ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a-b)(a+b)(\nu+3))$$

$$F^2 (2b^2(\nu+1)\ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a-b)(a+b)(-1+\nu)) + 3/128 ((4 ((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6)$$

$$\nu^2 + (-2 D1 - 2 D2 - 4/3 D3 - 4/3 D6) \nu - 1/3 D2 + 10/3 D3 - 2 D6 - 1/3 D1) ((\nu+1))^2 b^4 (\ln((b)/(a)))^2 + 4$$

$$(a+b) ((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6) v^2+(-2 D1-2 D2-4/3 D3-4/3 D6) v-1/3 D2+10/3 D3-2 D6-1/3 D1) ((v+1))^2 b^2 (a-b) \ln((b)/(a))+((D1+D2+2/3 D3+2/3 D6) v^2+(2 D1+2 D2+4/3 D3+4/3 D6) v+11/3 D1+11/3 D2+6 D3+2/3 D6) ((a+b))^2 ((v-1))^2 ((a-b))^2 a F^2)/(((v-1))^2 ((v+1))^2 \pi D^2 ((a-b))^2 ((a+b))^2)+ 2Glc \pi a \delta a + Glc \pi b^2 =0$$

La résolution de cette égalité polynomiale d'ordre 2 donne l'effort critique de poussée :

$$F_{critique} = \left( 16 \pi \left( -2 b G_i \left( 4 (v+1)^2 b^4 \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (-2 D6 - 3 D1 - 3 D2 - 2 D3) v - 3 D6 - \frac{1}{2} D2 + 5 D3 - \frac{1}{2} D1 \right) b + 8 D - 8 D v^2 \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 4 (a+b) (v+1)^2 b^2 (a-b) \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (-2 D6 - 3 D1 - 3 D2 - 2 D3) v - 3 D6 - \frac{1}{2} D2 + 5 D3 - \frac{1}{2} D1 \right) b + 8 D - 8 D v^2 \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a+b)^2 (v-1)^2 (a-b)^2 \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (2 D6 + 3 D1 + 3 D2 + 2 D3) v + D6 + 9 D3 + \frac{11}{2} D1 + \frac{11}{2} D2 \right) b - 8 D (v+3) (v+1) \right) \right) \right) \frac{1}{2} D (v-1) (v+1) (a-b) (a+b) \right) / \left( 8 (v+1)^2 b^4 \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (-2 D6 - 3 D1 - 3 D2 - 2 D3) v - 3 D6 - \frac{1}{2} D2 + 5 D3 - \frac{1}{2} D1 \right) b + 8 D - 8 D v^2 \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 8 (a+b) (v+1)^2 b^2 (a-b) \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (-2 D6 - 3 D1 - 3 D2 - 2 D3) v - 3 D6 - \frac{1}{2} D2 + 5 D3 - \frac{1}{2} D1 \right) b + 8 D - 8 D v^2 \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + 2 (a+b)^2 (v-1)^2 (a-b)^2 \left( \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + D6 + \frac{3}{2} D1 \right) v^2 + (2 D6 + 3 D1 + 3 D2 + 2 D3) v + D6 + 9 D3 \right) \right) \right)$$


---

$$\left. + \frac{11}{2} D1 + \frac{11}{2} D2 \right) b - 8 D (v + 3) (v + 1) \left. \right)$$

**Cas n°2 :** Le disque encasté au tour de son diamètre extérieur avec chargement circulaire

A partir de l'expression de la déformée (24), Variation virtuelle de l'énergie de déformation s'écrit

$$\begin{aligned} \delta U = & \frac{1}{16} \frac{1}{(b^2 (-1 - v) + (-1 + v) a^2)^3 \pi D^2} \left( F^2 a \left( b^2 (1 + v) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2} (a \right. \right. \\ & \left. \left. - b) (a + b) (-1 + v) \right) \left( \left( - \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6 \right) (1 + v)^2 b^2 + a^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6 \right) v^2 + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v + \frac{1}{2} D2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} D1 - 5 D6 + 11 D3 \right) \right) b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2} (a + b) \left( \left( \left( -D3 - \frac{3}{2} D1 - D6 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{3}{2} D2 \right) v^2 + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v - 3 D6 + \frac{7}{2} D1 + 13 D3 + \frac{7}{2} \right. \\ & \left. \left. D2 \right) b^2 + a^2 \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6 \right) (-1 + v)^2 \right) (a - b) \left. \right) \end{aligned}$$

De même, la variation virtuelle du travail des efforts extérieurs s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} &= \frac{\partial W_{ext}}{\partial a} \delta a \\ \delta W_{ext} &= \frac{1}{8} \frac{F^2 \left( 2 b^2 (1 + v) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a - b) (a + b) (-1 + v) \right)^2 a}{(b^2 (-1 - v) + (-1 + v) a^2)^2 \pi b D} \end{aligned}$$

En fin, il reste à exprimer la variation virtuelle de l'énergie de délaminage :

$$U_d = G_{Ic} S = G_{Ic} \pi (a^2 - b^2)$$

La variation virtuelle de l'énergie de délaminage s'écrit alors :

$$\delta U_d = \frac{\partial U_d}{\partial a} \delta a = 2G_{Ic} \pi a \delta a + G_{Ic} \pi b^2$$

Ceci nous permet d'écrire la loi de conservation de l'énergie (1) en fonction de

$a, b, D, D_1, D_2, D_3, D_6, G_{Ic}, \nu$  et  $F$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{16} \frac{1}{(b^2(-1-\nu) + (-1+\nu)a^2)^3 \pi D^2} \left( F^2 a \left( b^2(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2}(a \right. \right. \\ & \left. \left. - b)(a+b)(-1+\nu) \right) \left( \left( -\left(\frac{3}{2}D_2 + D_3 + \frac{3}{2}D_1 + D_6\right) (1+\nu)^2 b^2 + a^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \left(\frac{3}{2}D_2 + D_3 + \frac{3}{2}D_1 + D_6\right) \nu^2 + (-6D_2 - 4D_3 - 6D_1 - 4D_6)\nu + \frac{1}{2}D_2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2}D_1 - 5D_6 + 11D_3 \right) \right) b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2}(a+b) \left( \left( \left( -D_3 - \frac{3}{2}D_1 - D_6 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{3}{2}D_2 \right) \nu^2 + (-6D_2 - 4D_3 - 6D_1 - 4D_6)\nu - 3D_6 + \frac{7}{2}D_1 + 13D_3 + \frac{7}{2} \right. \\ & \left. \left. D_2 \right) b^2 + a^2 \left( \frac{3}{2}D_2 + D_3 + \frac{3}{2}D_1 + D_6 \right) (-1+\nu)^2 (a-b) \right) \right) + 2G_{Ic} \pi a \delta a \\ & + G_{Ic} \pi b^2 - \frac{1}{8} \frac{F^2 \left( 2b^2(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a-b)(a+b)(-1+\nu) \right)^2 a}{(b^2(-1-\nu) + (-1+\nu)a^2)^2 \pi b D} = 0 \end{aligned}$$

La résolution de cette égalité polynomiale d'ordre 2 donne l'effort critique de poussée :

$$\begin{aligned}
F_{critique} = & \left( 8 D (b^2 (-1 - v) + (-1 + v) a^2) \pi \left( -8 G_i b \left( \left( -\left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 \right. \right. \right. \right. \right. \\
& + D6) (1 + v)^2 b^3 + 8 D (1 + v)^2 b^2 + \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6 \right) v^2 \right. \\
& + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v + \frac{1}{2} D2 + \frac{1}{2} D1 - 5 D6 + 11 D3) a^2 b \\
& - 8 a^2 D v^2 + 8 a^2 D) b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2} (a + b) (a - b) \left( \left( \left( -D3 - \frac{3}{2} D1 \right. \right. \right. \\
& - D6 - \frac{3}{2} D2) v^2 + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v - 3 D6 + \frac{7}{2} D1 \\
& + 13 D3 + \frac{7}{2} D2) b^3 + (8 D v^2 - 8 D) b^2 + \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6) a^2 \right. \\
& \left. \left. (-1 + v)^2 b - 8 a^2 D (-1 + v)^2) \right) \right) (b^2 (-1 - v) + (-1 + v) a^2) \left( b^2 \right. \\
& \left. (1 + v) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{2} (a - b) (a + b) (-1 + v) \right) \left. \right)^{\frac{1}{2}} \left/ \left( \left( 2 \left( -\left( \frac{3}{2} D2 \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\
& + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6) (1 + v)^2 b^3 + 8 D (1 + v)^2 b^2 + \left( \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 \right. \right. \right. \\
& + D6) v^2 + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v + \frac{1}{2} D2 + \frac{1}{2} D1 - 5 D6 + 11 \\
& D3) a^2 b - 8 a^2 D v^2 + 8 a^2 D) b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a + b) (a - b) \left( \left( \left( -D3 - \right. \right. \right. \\
& \left. \frac{3}{2} D1 - D6 - \frac{3}{2} D2) v^2 + (-6 D2 - 4 D3 - 6 D1 - 4 D6) v - 3 D6 + \frac{7}{2} D1 \right. \\
& + 13 D3 + \frac{7}{2} D2) b^3 + (8 D v^2 - 8 D) b^2 + \left( \frac{3}{2} D2 + D3 + \frac{3}{2} D1 + D6) a^2 \right. \\
& \left. \left. (-1 + v)^2 b - 8 a^2 D (-1 + v)^2) \right) \right) \left( 2 b^2 (1 + v) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a - b) (a + \right. \\
& \left. b) (-1 + v) \right) \left. \right)
\end{aligned}$$


---

Cas n°3 et 4 :

N°3 : Disque appuyé sur le contour extérieur avec chargement surfacique.

N°4 : Le disque encastré autour de son diamètre extérieur avec chargement surfacique.

Le calcul de ces deux cas est similaire aux cas précédents. Le détail du calcul de l'effort critique est fourni en annexe I.

## Chapitre III. Détermination de l'effort de coupe en perçage avec un foret hélicoïdal

L'objectif principal de la détermination de l'effort de coupe en perçage du composite est de prédire l'effort de pénétration  $F_Z$  du foret dans la matière, à partir de ce dernier on définit les conditions de coupes qui permettent d'avoir  $F_Z$  inférieur à  $F_{ZC}$  (déterminé par les essais de poinçonnements), par conséquent on évite les essais répétitif et coûteux.

### III.1 Modèles de la littérature et les essais réalisés

#### III.1.1 Détermination de l'effort de coupe en perçage pour un foret hélicoïdal Tronconique :

Dans la littérature, la formule simplifiée qui suit permet d'évaluer rapidement l'effort de coupe axial (effort de pénétration). Cette formule ne fait pas intervenir la vitesse de coupe dont l'influence sur les efforts est limitée en perçage. Le coefficient  $K_f$  est valable pour un foret à affûtage tronconique sans amincissement d'âme.

$$F = K_f \cdot f \cdot (d/2)$$

Avec :  $f = 2f_z$

$f$  l'avance

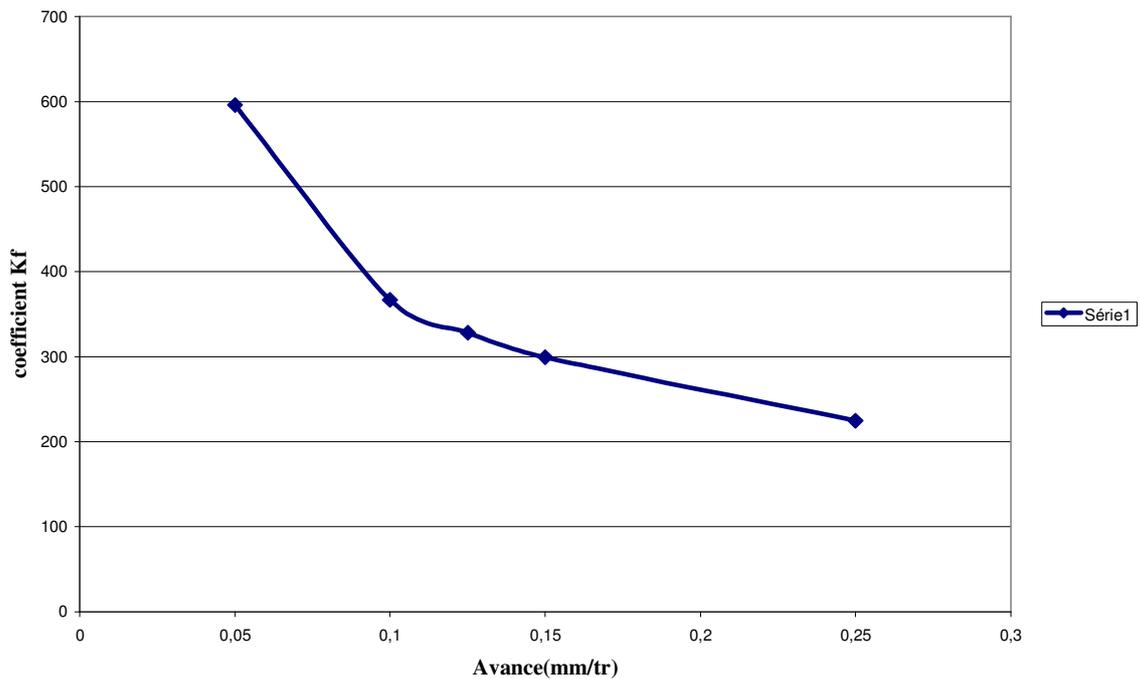
$f_z$  est l'avance par dent

$d$  est le diamètre du foret

$K_f$  est un coefficient dont la valeur varie en fonction du matériau usiné et de la plage d'avance considérée. Le tableau suivant donne les valeurs de  $K_f$  pour un foret hélicoïdal de base de **15.8 mm** et perçant du carbone résine époxy **T800-M21**.

F	f	D	Kf
471	0,05	15,8	596,202532
580	0,1	15,8	367,088608
648	0,125	15,8	328,101266
710	0,15	15,8	299,578059
887	0,25	15,8	224,556962

La variation de Kf en fonction de l'avance est présentée sur le graphe suivant



**Figure 40** : coefficient Kf et l'avance (mm/tr)

Les essais expérimentaux montrent que la valeur de  $K_f$  diminue avec l'augmentation de la vitesse d'avance.

### III.1.2 Détermination de l'effort de coupe en perçage pour un foret hélicoïdal à affûtage trois pentes:

En ce qui concerne les efforts de coupe, la forme d'affûtage du foret agit principalement sur l'effort de pénétration, elle a peu d'influence sur le couple de perçage. En

particulier, un amincissement de l'âme réduit l'effort de pénétration. Il est alors nécessaire de faire intervenir dans la formule permettant de calculer **F**, un terme correctif **K** de valeur inférieure à 1 :

$$F = K \cdot K_f \cdot f \cdot (d/2)$$

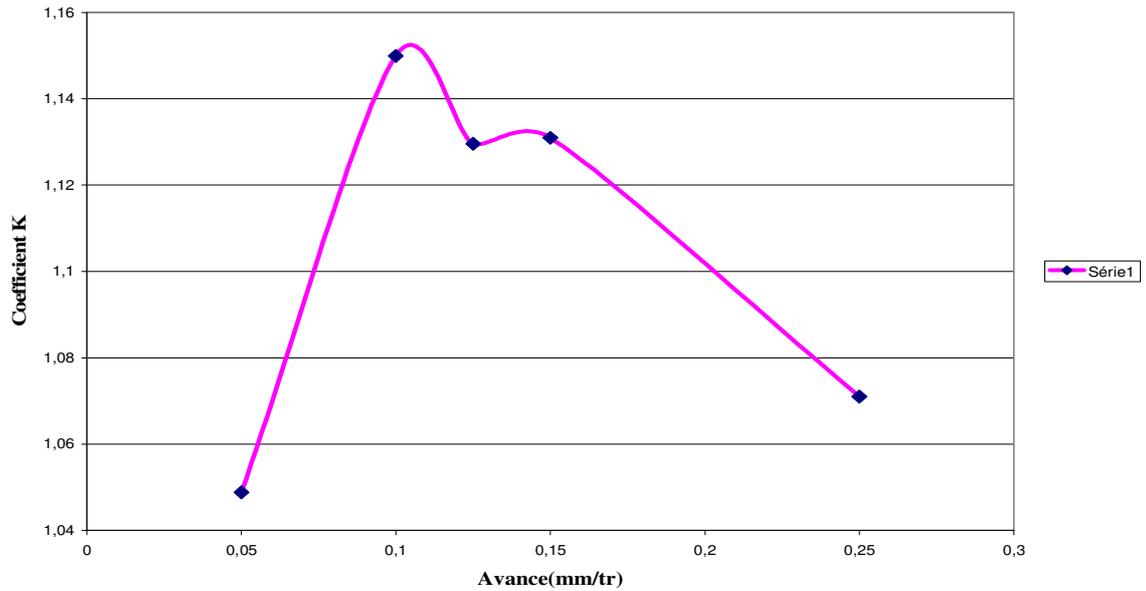
Ce terme correctif varie en fonction de la forme de l'amincissement d'âme, du matériau et de l'avance de travail.

### Les essais expérimentaux sur un foret à affûtage trois pentes:

Le tableau suivant donne les valeurs du terme correctif pour un matériau composite (carbone résine époxy **T800-M21**) et pour un affûtage avec amincissement d'âme du type trois pentes (Foret hélicoïdal à trois pentes et diamètre **15.8mm**).

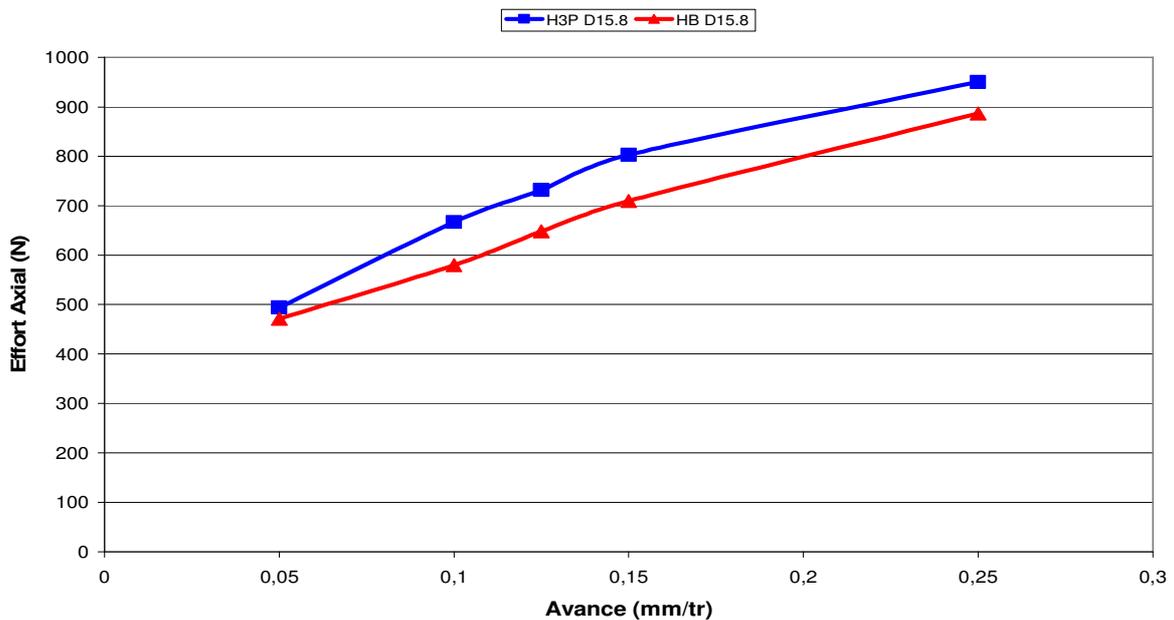
<b>F</b>	<b>f</b>	<b>D</b>	<b>Kf</b>	<b>K</b>
494	0,05	15,8	596,202532	1,04883227
667	0,1	15,8	367,088608	1,15
732	0,125	15,8	328,101266	1,12962963
803	0,15	15,8	299,578059	1,13098592
950	0,25	15,8	224,556962	1,07102593

La variation de K en fonction de l'avance est présentée sur le graphe suivant



**Figure 40 :** Coefficient K et l'avance (mm/tr)

Les valeurs du coefficient K que l'on a trouvé sont supérieures à 1, donc l'effort de pénétration du foret à trois pentes est supérieur à l'hélicoïdal tronconique.



**Figure 41 :** la variation de l'effort en fonction de l'avance

Le graphe précédent montre la variation de l'effort de pénétration en fonction de la vitesse

d'avance pour les deux types de foret (trois pentes, hélicoïdale tronconique).l'écart entre les deux valeurs d'effort augmente en proportion de la vitesse d'avance. Au lieu de trouver l'effort de pousse du foret hélicoïdal à trois pentes inférieur à celui tronconique on a obtenu le contraire. Afin de trouver une explication à ces résultats on a pris deux suppositions. La consiste à la précision de mesure de la platine et la deuxième à l'état de l'usure des deux forets.

### III.1.3 Vérification de la précision de mesure de la platine en statique :

On a mesuré cinq fois à vide la force suivant l'axe Z ( $F_z$ ) et chaque fois on prend la valeur moyenne. Les résultats de ces mesures sont indiqués dans le tableau suivant.

min	max	moyenne
-36.16	58.93	0.37
-34.47	30.78	-1.164
-39.17	35.24	-0.36
-22.29	30.04	1.33
-28.37	20.67	0.96

Malgré que l'écart entre les valeurs maximale et minimale soit important (dû au bruit) Les valeurs moyennes étaient proches de zéro, donc l'erreur De mesure à vide est faible.

En suite on a mesuré 25 fois le poids d'une masse de **79.6Kg**.

min	moyenne	max	$e_i$
675,38	699,85	743,22	-3,2792
639,02	700,31	741,38	-2,8192
668,42	700,24	723,59	-2,8892
673,03	705,86	725,99	2,7308
676,43	705,02	738,79	1,8908
670,32	705,25	728,14	2,1208
658,77	701,15	743,08	-1,9792
669,63	702,13	738,01	-0,9992
676,23	706,31	737,29	3,1808
655,74	703,44	725,14	0,3108
674,54	705,05	724,59	1,9208
673,51	701,07	726,51	-2,0592
651,79	703,56	750,74	0,4308
677,09	704,43	735,34	1,3008
675,98	705,48	729,93	2,3508
659,31	702,98	733,61	-0,1492
668,81	699,28	724,6	-3,8492
675,13	706,48	744,85	3,3508
683,52	705,03	733,42	1,9008
672,48	702,37	740,56	-0,7592
687,21	705,01	758,04	1,8808
675,1	703,66	742,24	0,5308
668,49	702	747,45	-1,1292
676,5	702,17	736,28	-0,9592
674,91	700,1	721,63	-3,0292

La moyenne de ces résultats est : **703,1292 N**

L'écart moyen est : **1,912032 N**

L'écart type sur la moyenne est : **2,221 N**

A partir de ces résultats on distingue que la répétabilité de mesure est bonne. l'écart entre les valeurs maximales et minimales  $\Delta(\max - \min)$  est important à cause du bruit.

La comparaison entre la valeur réelle (**796 N**) et le résultat de la mesure donne une différence d'environ **-93 N**, donc la justesse n'est pas bonne ce qui explique une erreur entre **-10%** et **-12%** par rapport à la valeur réelle. Comme on a utilisé la même platine pour les deux essais donc l'erreur de mesure est la même dans les deux essais

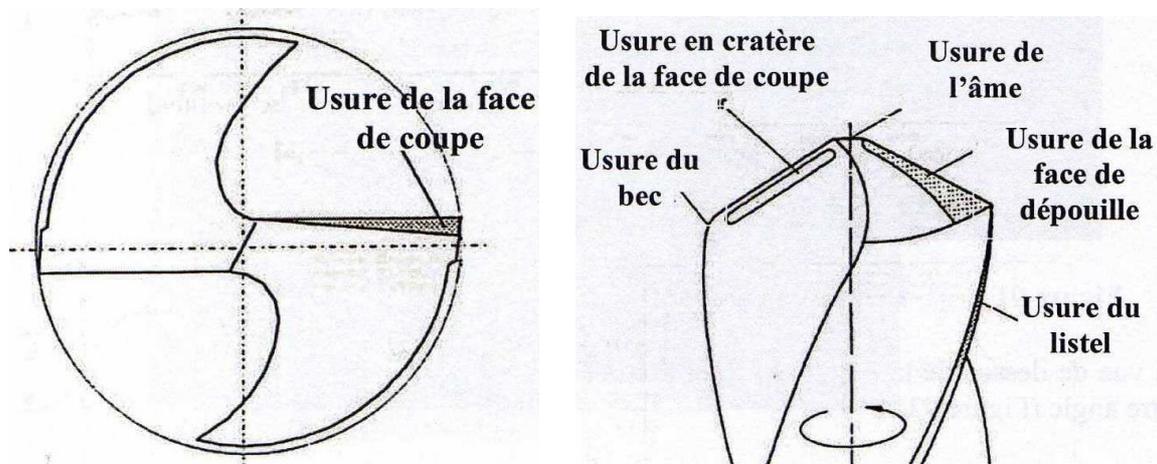
### **Conclusion :**

Le problème n'est pas dû de la platine

### III.1.4 vérification de l'usure du foret :

Afin d'observer l'usure du foret on a utilisé un projecteur de profil. De nombreux auteurs signalent le caractère abrasif de la fibre de carbone et de la résine époxyde, dans notre situation l'outil présente une usure non négligeable.

**Paoletti** a schématisé l'usure d'un foret hélicoïdal



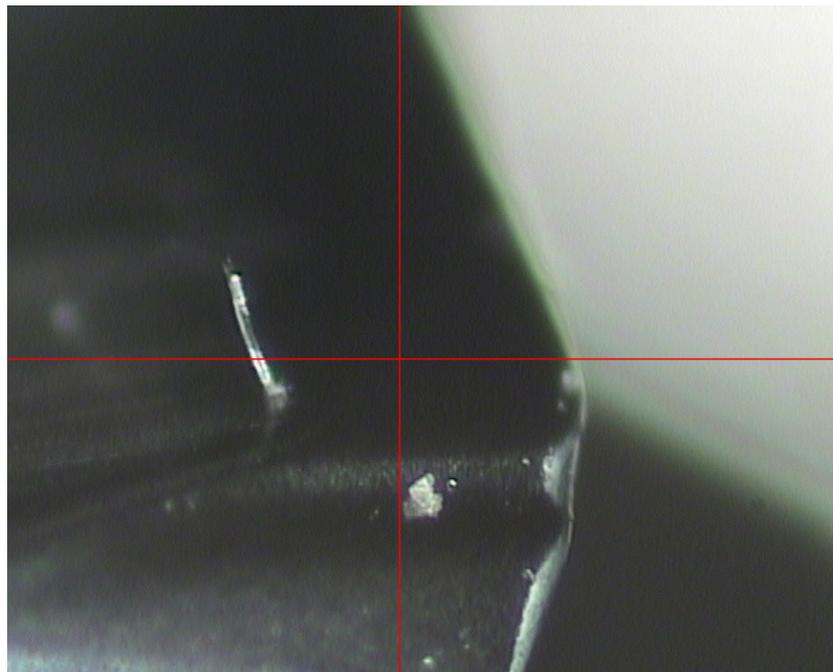
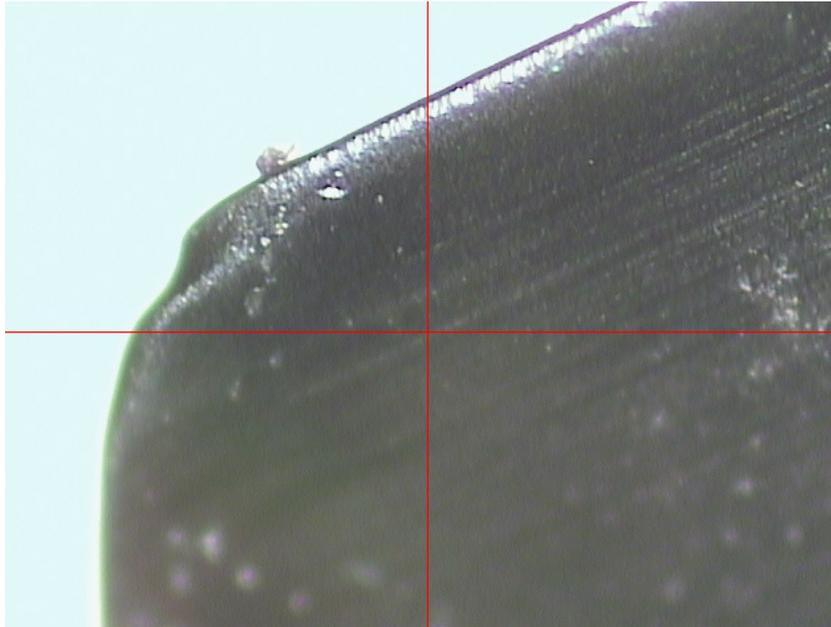
**Figure 42** : Forme d'usure sur un foret hélicoïdal

Pendant l'observation microscopique on a mesuré le rayon du bec des deux forets et on a obtenu les résultats suivants :

Le rayon du bec du foret hélicoïdal à trois pentes est :  $R = 0.4 \text{ mm}$

Le rayon du bec du foret hélicoïdal tronconique est :  $R \ll 0.1 \text{ mm}$

Les deux photos suivantes permettent de visualiser l'usure du bec de l'outil hélicoïdal à trois pentes.

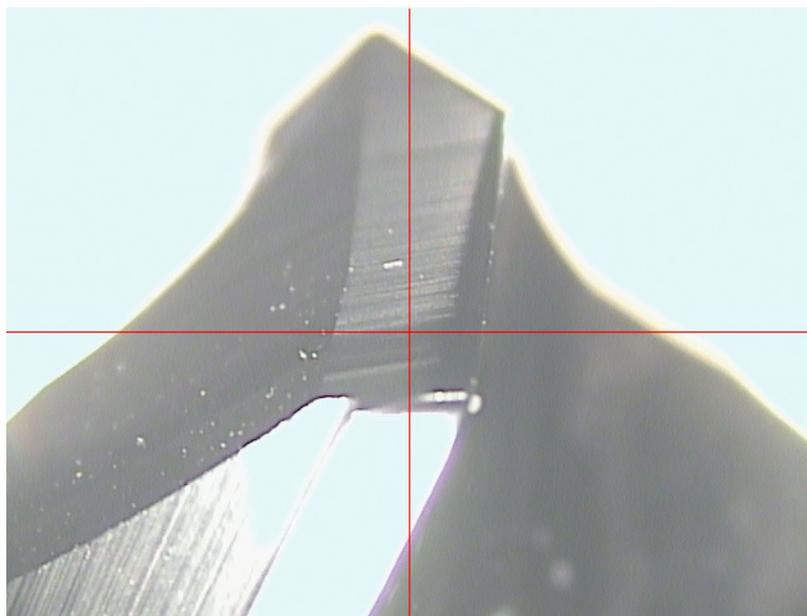


**Figures 43 et 44 :** Usure du bec Dans la photo suivante on peut observer la forme d'un bec outil neuf.

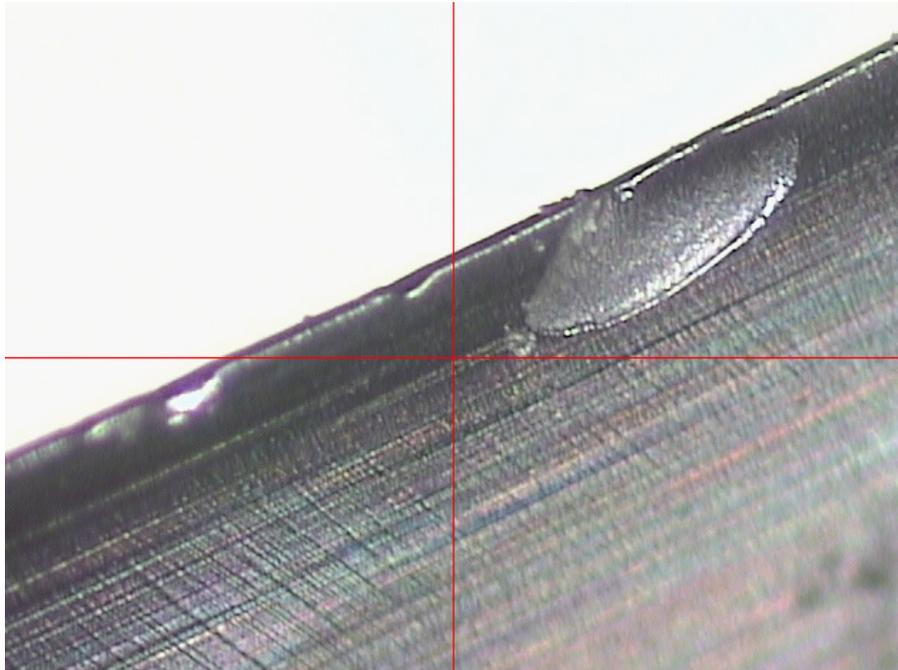


**Figure 45 :** Pointe du foret (neuf)

Les deux figures suivantes montrent que l'arête principale est suffisamment usée pour que son angle de dépouille soit fortement altéré.

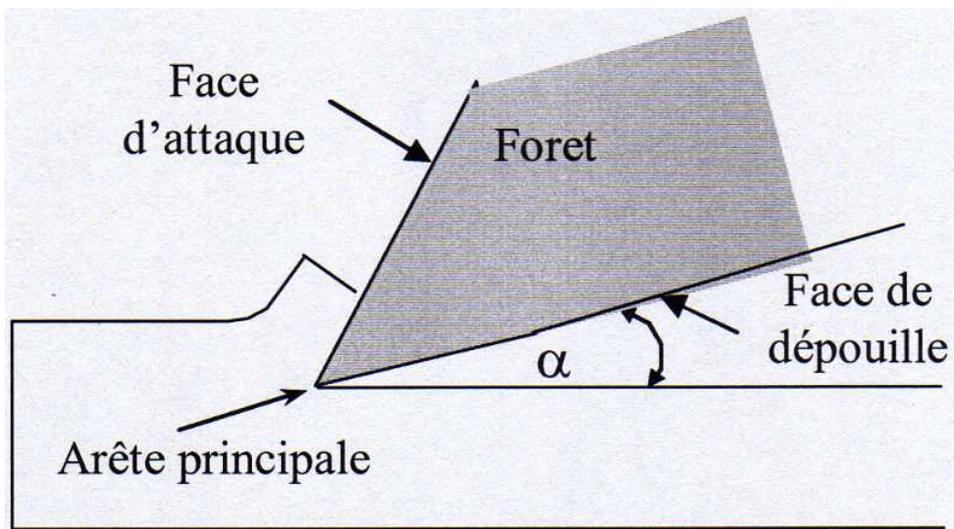


**Figure 46 :** Usure de la face de dépouille



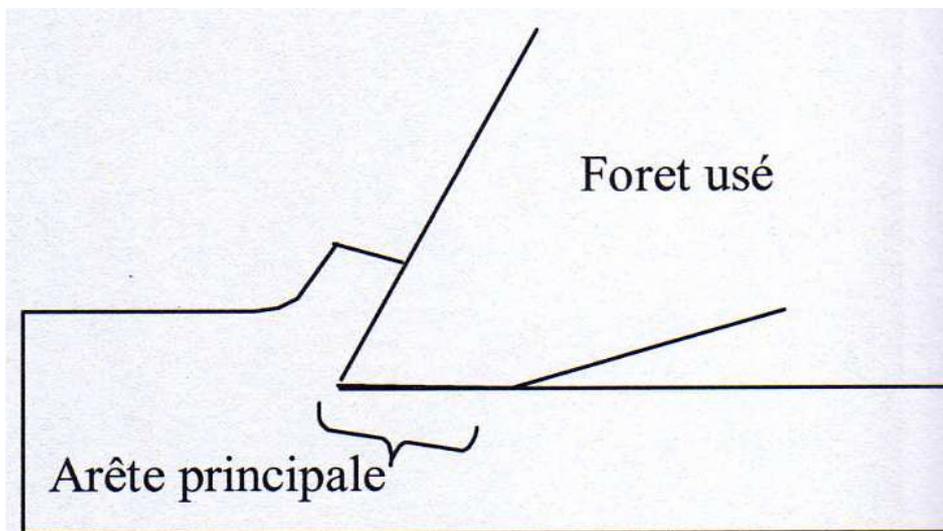
**Figure 47** : Usure en caractère de la face de coupe

Nous pouvons schématiser la coupe en perçage de la façon suivante :



**Figure 48** : face de dépuille

Le schéma suivant montre l'usure de la face de dépuille ce qui est notre cas.



**Figure 49** : Face de dépuille usée

### Conséquences:

L'usure des becs et des deux arêtes de coupe du foret à affûtage trois pentes est parfaitement visible au projecteur de profil. Le foret observé présente une géométrie fortement altérée : angle de dépouille, arêtes principales et secondaires usées.....

Donc le foret hélicoïdal à affûtage trois pentes est bien plus usé que celui tronconique, ce qui peut expliquer que l'effort de poussée soit plus important.

### III.3 L'influence de la vitesse de coupe $V_c$ sur l'effort de pénétration $F_z$

Afin de connaître l'évolution de l'effort de pénétration en fonction de la vitesse de coupe, on a varié cette dernière entre 14.9 et 595 m/min.

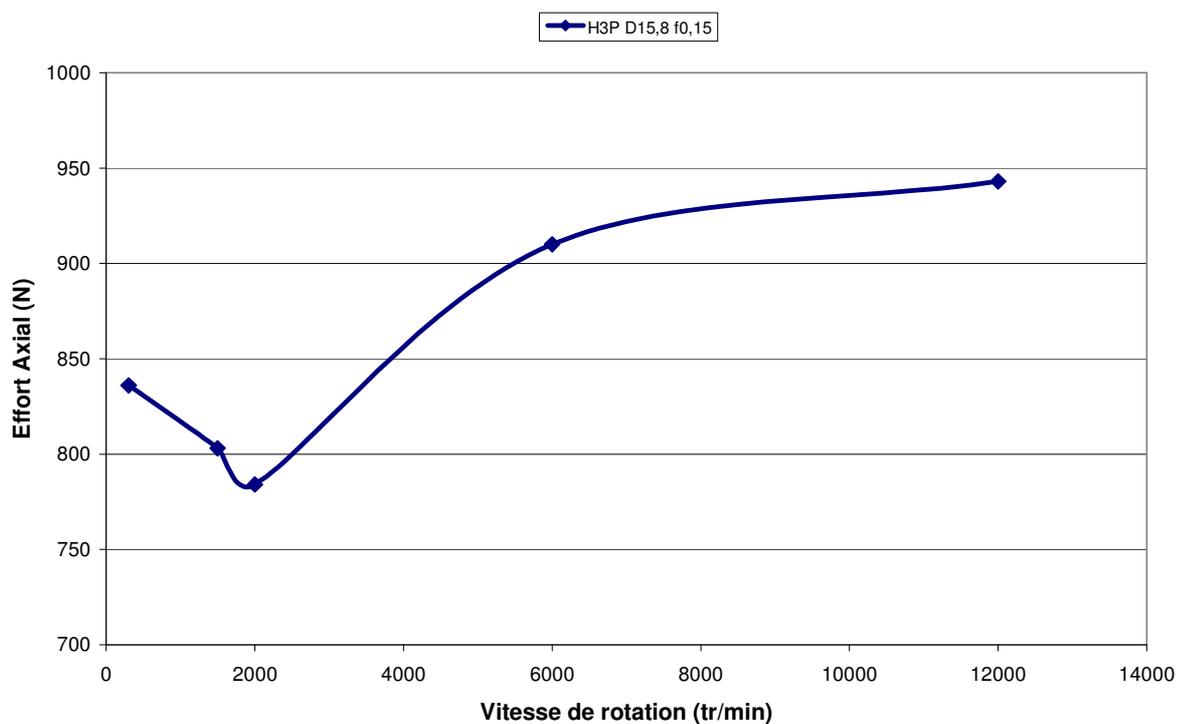


Figure 50 : Effort de poussée et tour par minute

D'après la littérature, la vitesse de coupe devrait avoir peu d'influence sur l'effort de pénétration. A l'inverse, nos résultats expérimentaux montrent qu'il y a une variation importante de l'effort de poussée quand on varie la vitesse de coupe  $V_c$ . On peut expliquer cette variation d'effort par le nombre d'essais insuffisants, car on fait une seule mesure pour chaque avance, sachant que la moyenne des essais de répétition dans la littérature est cinq. D'autre part, on a l'influence de l'usure du foret.

### III. 3 L'influence de géométrie du foret sur l'effort de poussée

Afin de connaître l'influence de la géométrie du foret sur l'évolution de l'effort de poussée, on a fait des essais de perçage sur des plaques en composite (fibre de carbone et résine époxyde) et avec deux types d'outil différents :

#### III.3.1 Perçage avec un foret hélicoïdal à affûtage trois pentes de diamètre 4.8mm (FH3P) :

L'enregistrement des résultats est affiché sur le graphe suivant

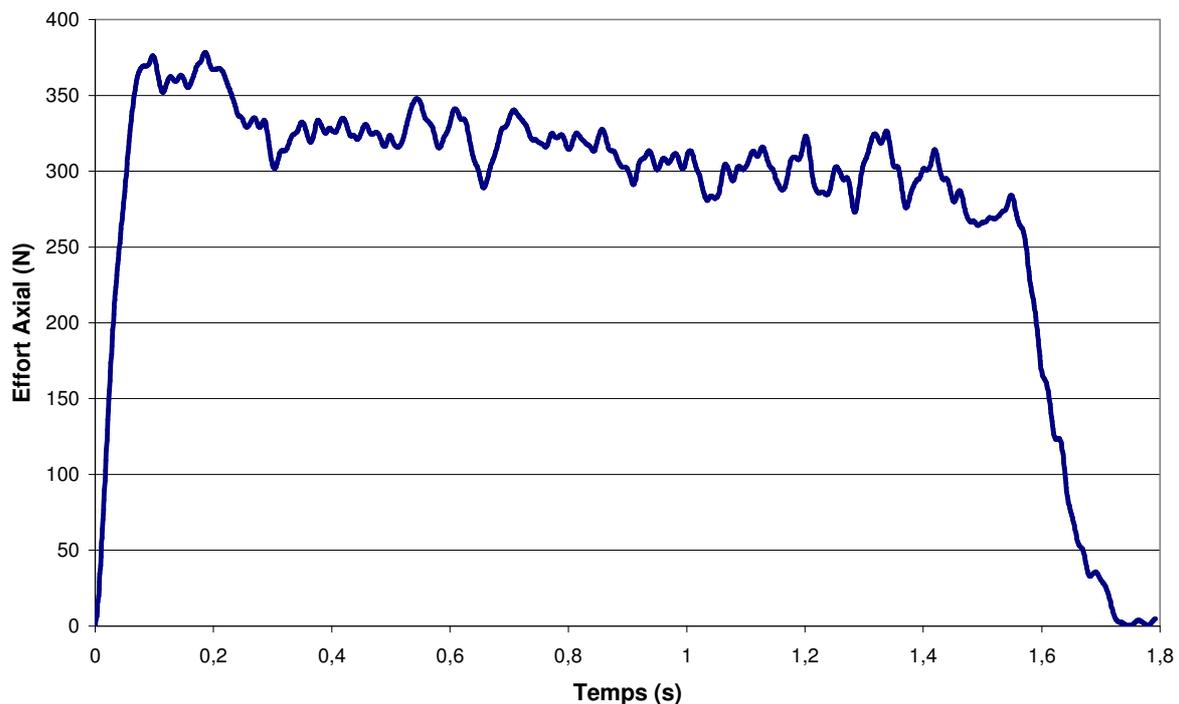
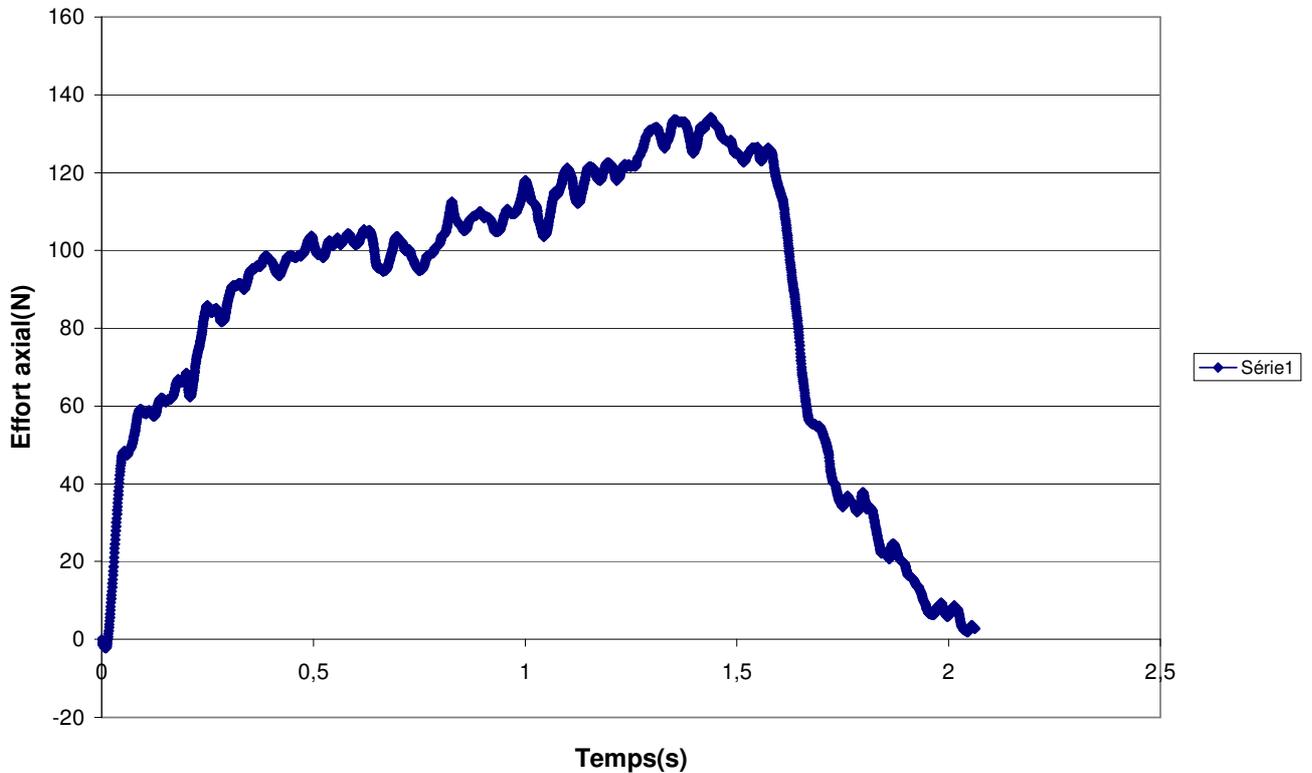


Figure 51 : l'enregistrement de l'effort de poussée (FH3P) 4.2mm

### III.3.2 Perçage avec un foret diagèr de diamètre 4.2mm (FD) :

Dans ce cas on a utilisé les mêmes conditions de coupe (vitesse d'avance de 75mm/min)

L'enregistrement de l'évolution de l'effort est affiché sur le graphe suivant



**Figure 52** : l'enregistrement de l'effort du poussée (FD) 4.2mm

D'après l'enregistrement de l'effort de pénétration on voit qu'il y a une large différence de l'évolution de l'effort pendant l'opération du perçage et la forme générale des deux courbes n'est pas identique. De plus ils n'ont pas pris le même temps d'usinage.

#### Remarque :

Les essais que l'on a fait ne nous permettent pas de comparer l'effort maximum car les deux forets n'ont pas le même diamètre.

### III.4 L'influence du diamètre du foret sur l'effort de poussée

Afin de connaître l'influence du diamètre du foret et la vitesse d'avance sur l'évolution de l'effort de poussée on a fait des essais avec deux diamètres différents (foret hélicoïdal à affûtage trois pentes de diamètre **15.8mm** et le deuxième de **4.8mm**), pour cinq valeurs de  $f_z$

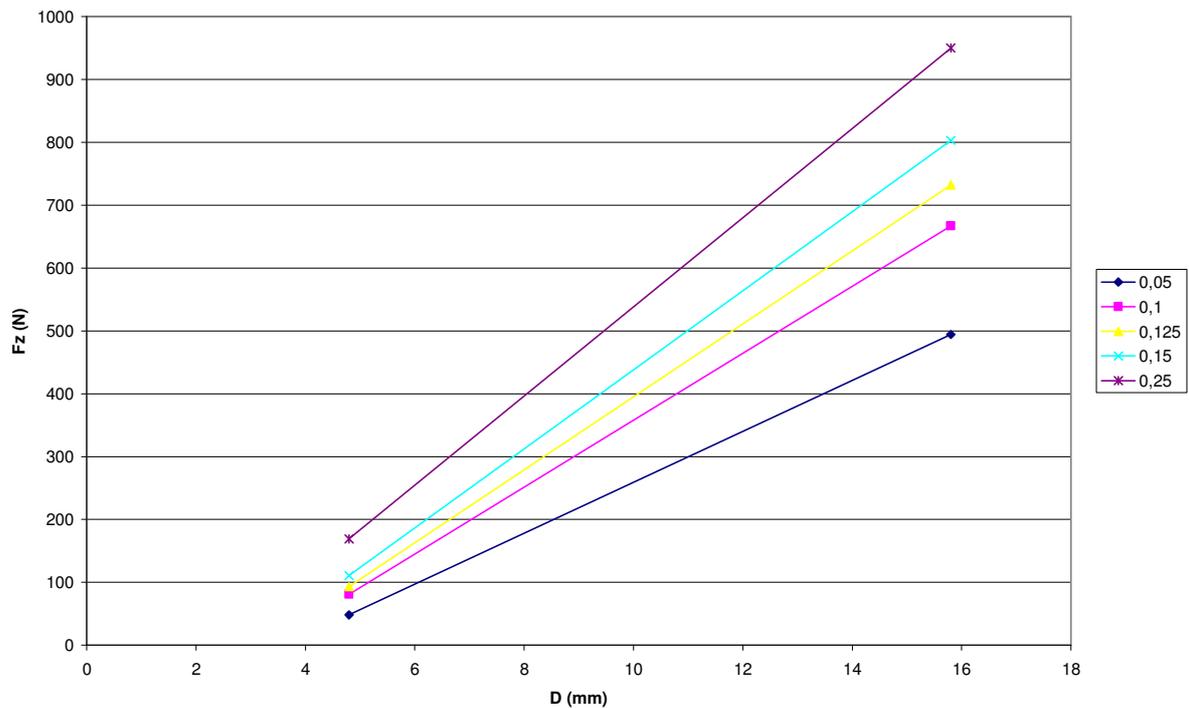


Figure 53 : Effort de poussée et diamètre du foret

Le schéma précédent montre que l'effort de pénétration augmente en proportion du diamètre de foret et de la vitesse d'avance.

#### Rapport d'effort ( $F_{z4,8}/F_{z15,8}$ )

Dans la littérature le model de l'effort de poussée s'écrit

$$F_{z4,8} = K_1 K f_1 f D_1$$

$$F_{z15,8} = K_2 K f_2 f D_2$$

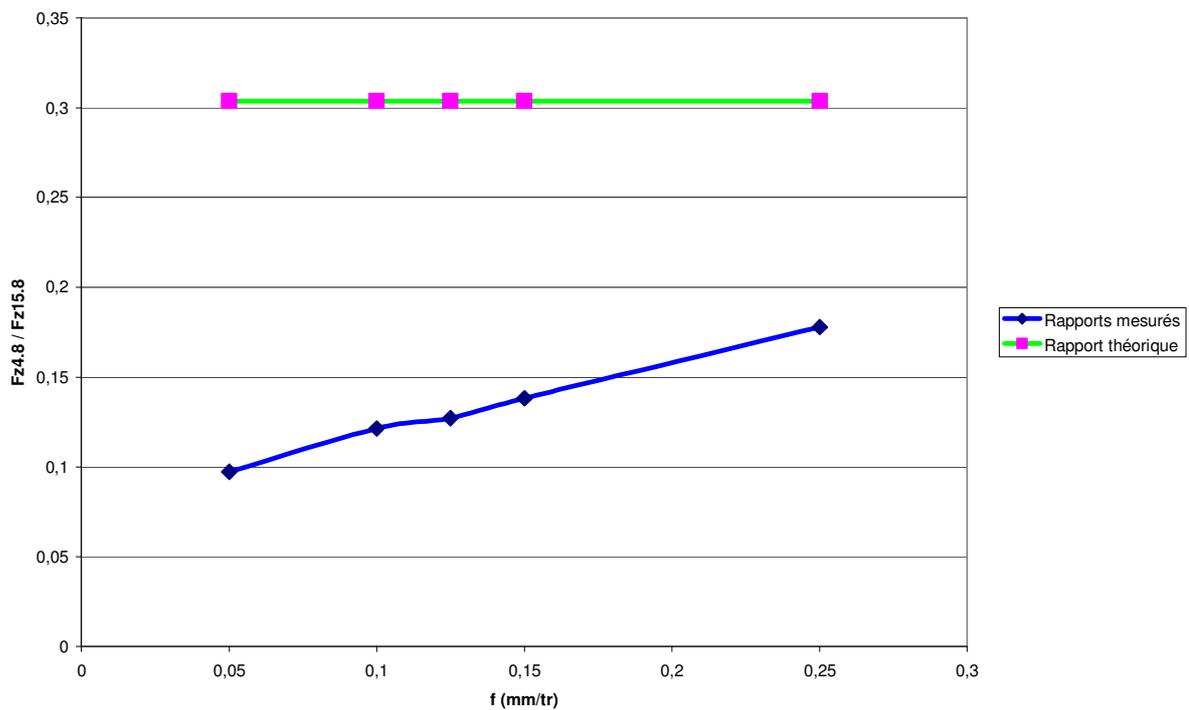
Comme les deux forets ont le même matériau donc

$$K_1 = K_2 \quad \text{et} \quad Kf_1 = Kf_2$$

Le rapport théorique d'effort s'écrit

$$\frac{Fz_{4.8}}{Fz_{15.8}} = \frac{D_1}{D_6} = CST = 0.303$$

Afin de comparer le rapport théorique avec l'expérimentale on a effectué des essais pour cinq valeurs de  $f_z$



**Figure 54 :** le rapport d'effort ( $Fz_{4.8}/Fz_{15.8}$ ) et l'avance (mm/tr)

Le graphe précédent montre que le rapport d'effort de pénétration augmente en proportionnalité de l'avance au lieu d'être constant. On peut expliquer ces résultats par l'effet de l'usure du foret 15.8mm.

Par conséquence :  $K_1 \neq K_2$  et  $Kf_1 \neq Kf_2$   $\frac{Fz_{4.8}}{Fz_{15.8}} \neq \frac{D_1}{D_6}$

### III.5 L'influence de l'avant trous sur l'effort de poussée

La géométrie du foret montre que son centre (âme) ne permet pas d'usiner (la vitesse de coupe est presque nulle et pas d'affûtage), donc afin d'éviter le délaminage des derniers plis, le perçage d'un avant trou du diamètre de l'âme peut à priori être une solution aux problèmes de délaminage.

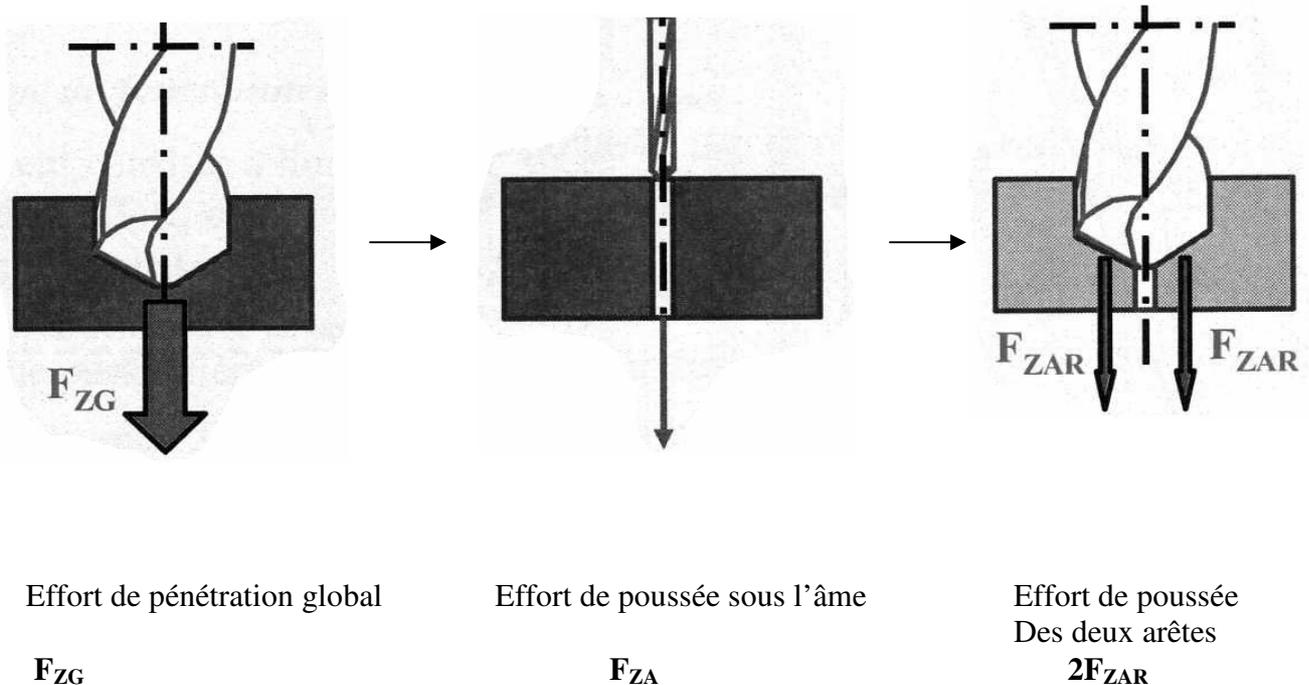
Afin montrer l'effort exercé par l'âme les essais expérimentaux se déroulent en trois étapes:

- Perçage au diamètre **15.8mm** (foret hélicoïdal à affûtage trois pentes), sans avant trou.

L'effort de pénétration correspond à l'effort global est noté  $F_{ZG}$

- Perçage d'un avant trou avec un foret Diager de diamètre **4.2mm**

- Perçage au diamètre 15.8mm avec avant trou. L'effort correspond alors au chargement exercé les deux arêtes principales que l'on note  $F_{ZAR}$



**Figure 55** : Répartition de l'effort de poussée entre l'âme et les arêtes principales

Donc on peut sortir la formule suivante

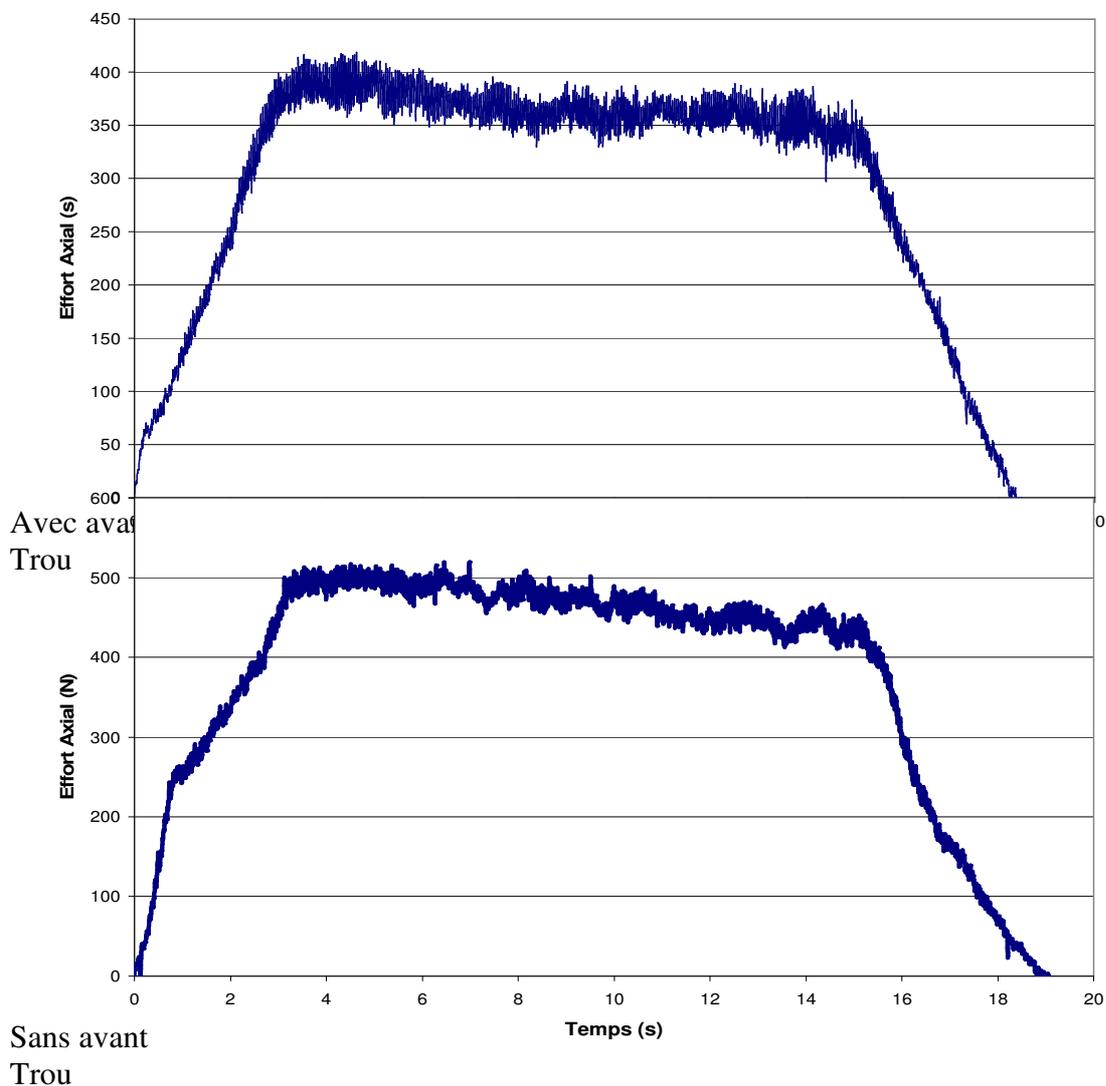
$$F_{ZA} = F_{ZG} - 2F_{ZAR}$$

### Remarque :

Les essais qu'on a fait ne nous permettent pas à calculer l'effort  $F_{ZA}$  car le diamètre de l'avant trou ne correspond pas au diamètre de l'âme (**0.76mm**). En plus, on constate l'influence de l'usure du foret (usure des deux arêtes principales et des becs du foret) sur les résultats.

### Analyse des enregistrements :

L'enregistrement de l'effort global (sans avant trou) est rapproché de celui des efforts sur les arêtes principales (avec avant trou). Les allures des enregistrements obtenus sont données à la même échelle.



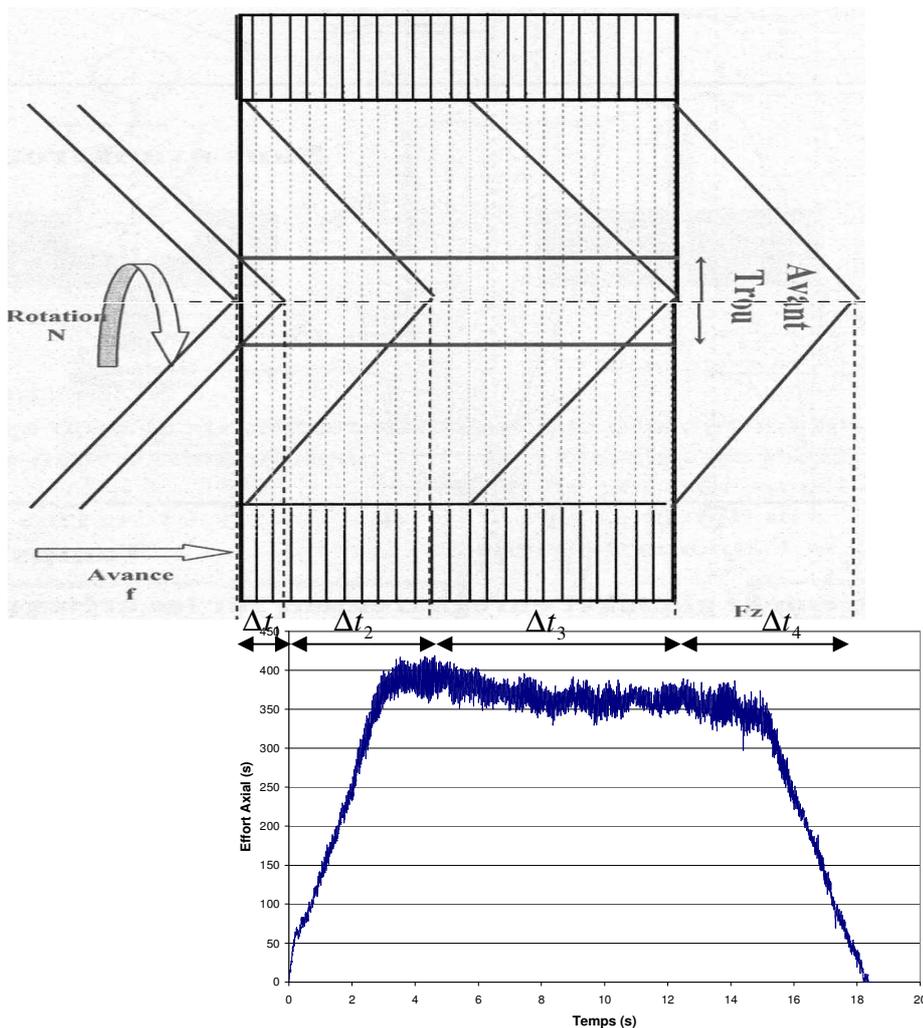
**Figure 56** : Enregistrement global et enregistrement sur les arêtes principales

Le contact entre la pointe du foret et le matériau se fait plus tard pour le perçage avec avant trou que pour le perçage sans avant trou, sachant que le temps total du perçage dans les deux cas est :

- Avec avant trou : 18.3 S
- Sans avant trou : 19.1 S

On a utilisé ici les mêmes conditions de coupe (1500 tr/min, 75 mm/min).

Par ailleurs, on constate que le niveau de l'effort de poussée ait diminué d'environ 20% si l'on procède au perçage avec avant trou. Par conséquent, les derniers plis sous le foret fléchissent moins que pour le perçage sans avant trou.



**Figure 57 :** Enregistrement et vraies grandeurs de la plaque

Le schémas précédent montre la variation de l'effort de poussée en fonction du temps d'usinage et la longueur de pénétration du foret dans l'épaisseur de la plaque réel, on peut observer au début le retard du contact entre le foret et la plaque, ce décalage est noté  $\Delta t_1$ .

### III.6 Proposition du plan d'expériences

Afin de déterminer les facteurs les plus influents sur la qualité du trou on a pensé d'utiliser un plan d'expériences, l'avantage de ce dernier est de faire peu d'essais et de définir le point optimum où le délaminage est minimum.

Au début on détermine le nombre de facteurs et le domaine expérimental

Dans notre cas on a pris 3 facteurs

DOMAINE EXPERIMENTAL	min	max
1. vitesse d'avance (mm/tr)	0,05	0,25
2. vitesse de rotation (tr/min)	300	6000
3. Diamètre de l'âme(mm)	0,075	3,9

Ensuite on établit le plan de criblage.

N°	i	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

N°	X1	X2	X3	f	N	D	force(N)	T°
1	-1	-1	-1	0,05	300	0,075		
2	1	-1	-1	0,25	300	0,075		
3	-1	1	-1	0,05	12000	0,075		
4	1	1	-1	0,25	12000	0,075		
5	-1	-1	1	0,05	300	3,9		
6	1	-1	1	0,25	300	3,9		
7	-1	1	1	0,05	12000	3,9		
8	1	1	1	0,25	12000	3,9		

À partir des résultats on calcule les coefficients  $a_i$  du model mathématique

$$Y \sim = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_{12} X_1 X_2 + a_{13} X_1 X_3 + a_{23} X_2 X_3$$

La matrice d'expérience X du système s'écrit :

X=

i	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1

Y=

force (N)

La matrice  $\hat{a}$  des coefficients  $a_i$  s'écrit

$$\hat{a} = (X^t \cdot X)^{-1} (X^t \cdot Y)$$

À partir de ces coefficients on détermine les facteurs influents et négligeables et en supposant que les interactions entre un facteur négligeable et un autre facteur sont négligeables, en suite on définit les conditions optimales qui permettent de minimiser l'effort de pénétration et la température.

## Chapitre IV. Détermination des efforts de coupe sur les plaques composites utilisant les modèles numériques

Dans cette partie, on propose une brève description d'un modèle de la littérature pour le calcul analytique de l'effort critique de perçage provoquant le délaminage entre plis en sortie de trou, dans le cas des stratifiés minces fibres longues en carbone époxyde. Durant l'avancement du foret dans la matière, les plis non coupés sous l'outil sont entraînés vers le bas par l'effort de poussée et subissent une déformation élastique. Si la contrainte résultante en front de fissure (délaminage) dépasse une valeur critique, alors la fissure se propage. A cet instant, l'effort appliqué correspond à l'effort de poussée critique. On note que le comportement global du stratifié est supposé orthotrope linéaire. Le contact outil/plaque est modélisé par un chargement uniformément réparti ( $q$ ). Le bilan énergétique est appliqué sur la structure dans le domaine linéaire élastique. A partir des travaux de (Ho-Cheng et al. 1990), l'auteur établit une relation pour prédire l'effort de poussée critique en fonction respectivement, du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{IC}$ ) et des propriétés mécaniques élastiques de la plaque orthotrope. On rappelle que :

$$F_z = 8.\pi \cdot \left( \frac{G_{IC} \cdot D}{\frac{1}{3} - \frac{D'}{8.D}} \right)^{1/2} \quad [1]$$

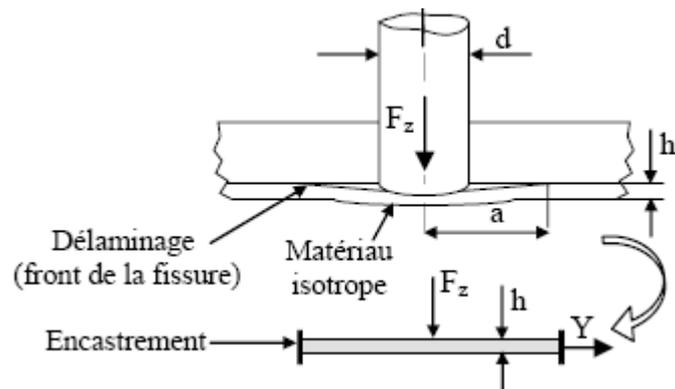
Avec :

$G_{IC}$  le taux de restitution d'énergie critique en mode I,

$$- D = \frac{1}{8} (3D_{11} + 2D_{12} + 4D_{66} + 3D_{22}), \quad [2]$$

$$- D' = \frac{D_{11} + D_{22}}{2} + \frac{D_{12} + D_{66}}{3}, \quad [3]$$

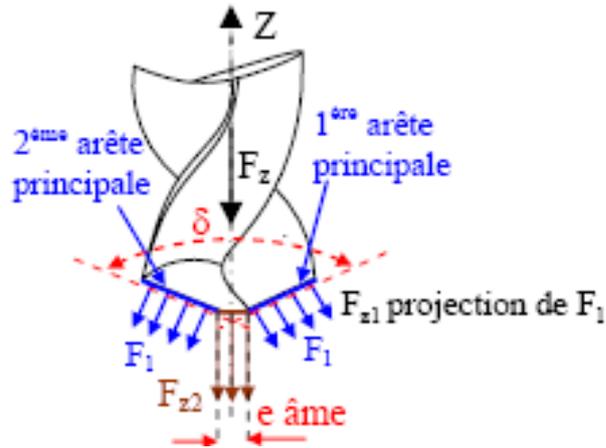
Et  $D_{ij}$  les coefficients de la matrice de rigidité de flexion de la "plaque" située sous La zone délaminée.



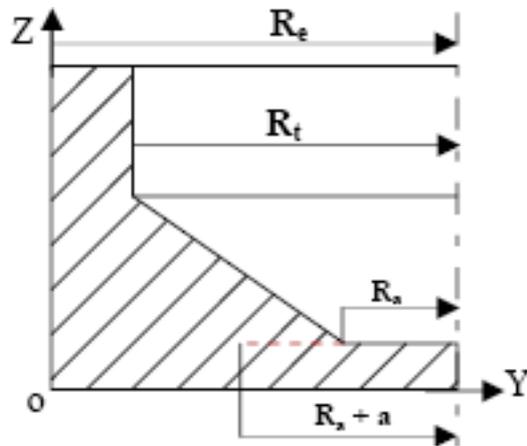
**Figure 58 :** Modélisation du délaminage en sortie de trou

#### **IV.1 Modélisation numérique :**

Le modèle numérique proposé présente l'avantage de prendre en considération les nouveaux aspects précités. Le premier aspect est la prise en compte des déformations dues aux efforts tranchants grâce à l'utilisation d'un élément fini adapté, disponible dans la bibliothèque du code E.F. Samcef (élément fini de type 11). Le second aspect correspond à l'influence de la conicité du foret dans la matière. Il permet de représenter d'une part, la présence d'une fissure au niveau de l'âme du foret et d'autre part, l'influence de la répartition du chargement sur l'âme et sur les arêtes de coupe principales. L'effort de poussée résultant  $F_z$  peut se décomposer en deux composantes  $F_{z1}$  et  $F_{z2}$  (cf. Figure 59), avec  $F_{z1}$  la part de l'effort de poussée induit par le contact des deux arêtes principales du foret avec le stratifié et  $F_{z2}$  la part de l'effort de poussée correspondant au contact de l'âme du foret avec le stratifié. On a, suivant la direction  $Z$ , l'égalité  $F_z = 2 F_{z1} + F_{z2}$ . La partie de la structure usinée est modélisée comme un volume de géométrie circulaire de rayon extérieur  $R_e$  et rayon intérieur  $R_t$  (avec  $R_t$  le rayon nominal du trou percé, cf. Figure 60). La figure (60) est une schématisation du système vu en coupe dans un plan noté  $(YZ)$ .  $R_a$  et  $e$  représentent respectivement, le rayon de l'âme et l'épaisseur des plis non usinés qui se situent sous l'âme du foret.



**Figure 59:** Décomposition de l'effort de poussée



**Figure 60 :** schématisation de la partie modélisée (demi vue en coupe)

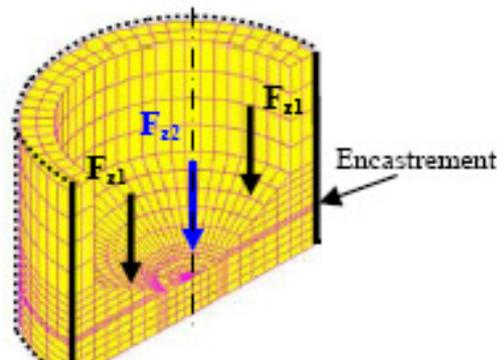
#### IV.2 Maillage et conditions aux limites :

La figure suivante représente le modèle des éléments finis correspondant au perçage d'un stratifié quasi isotrope en carbone époxyde. Dans cette modélisation, l'élément utilisé est de type isoparamétrique volumique de degré 2. Le calcul est réalisé dans un cadre statique linéaire avec l'hypothèse de volume composite. Les conditions aux limites imposées correspondent à un encastrement sur le tour du trou (de rayon  $R_e$ ). Une partie du chargement est imposée suivant la direction  $(0,Z)$  et appliquée sur les nœuds de la surface générée par l'âme lors de sa rotation. L'autre partie de l'effort est appliquée sur la périphérie conique du foret. Le principe de détermination de l'effort critique de poussée  $F_z$  - en fonction du nombre

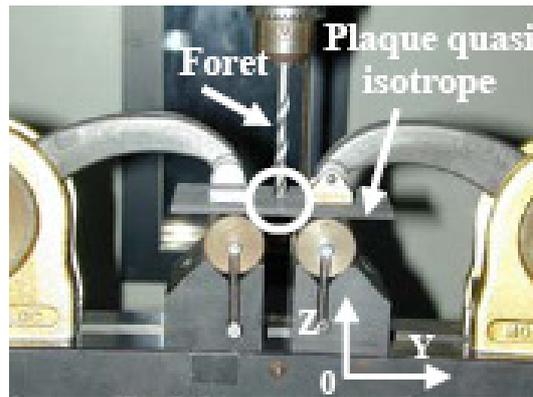
de plis sous le foret - est basé sur le calcul des taux de restitution d'énergie en mode I et II, pour une fissure localisée au niveau du diamètre de l'âme. On note que le front de cette fissure est circulaire et de rayon  $(Ra + a)$ . La valeur critique de l'effort de poussée  $Fz$  est atteinte si le critère énergétique classique suivant est vérifié :

$$\left( \frac{G_I}{G_{IC}} \right)^\alpha + \left( \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^\alpha = 1 \quad \text{avec } \alpha = 1.6$$

Le choix de la répartition de la part de l'effort de chargement transitant par l'âme et de celle reprise par les arêtes principales est inspiré des travaux de [1]. Dans cette étude, une quantification expérimentale de la partition du chargement est réalisée. On note que - pour des faibles vitesses d'avance du foret dans la matière - la part de l'effort de poussée  $Fz2$  générée par l'âme du foret est comprise entre 40 % et 50 % de l'effort de poussée total  $Fz$ . La validation de ce modèle numérique est effectuée grâce à des essais de poinçonnement quasi statique. Ces derniers sont réalisés sur une machine de traction type Instron. Les différentes éprouvettes étudiées sont fabriquées à partir de deux nappes unidirectionnelles.



**Figure 61 :** Vue du maillage 1/2 coupeet condition aux limites



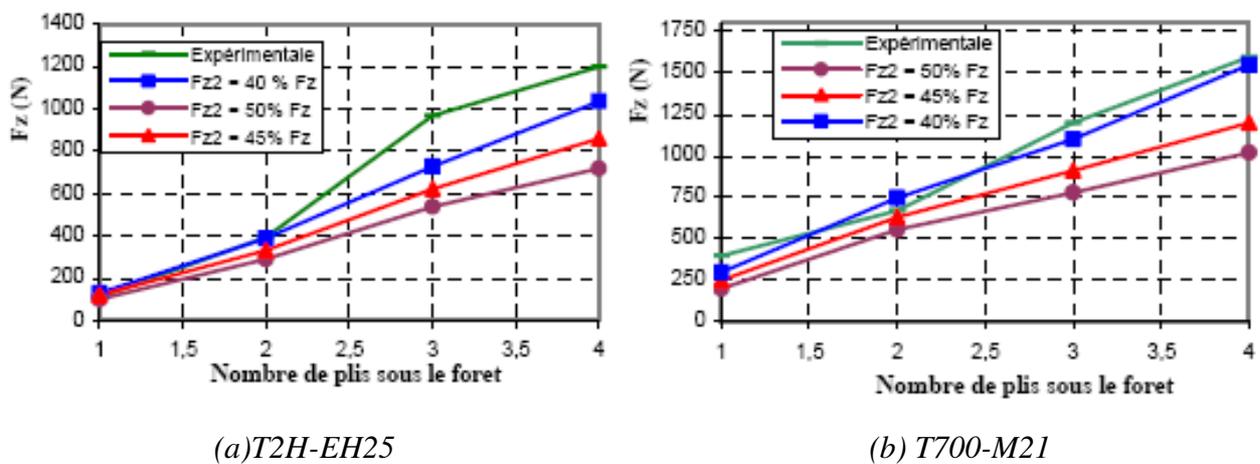
**Figure 62 :** Montage expérimental des essais de poinçonnement

La séquence d'empilement est quasi-isotrope. Des trous borgnes de diamètre 4.8mm sont usinés avec des nombres différents de plis sous le foret. L'effort axial est appliqué à l'aide d'un foret hélicoïdal (de diamètre 4.8mm) qui se déplace en translation dans le trou borgne. Comme préalable à l'analyse de la corrélation calcul/essai, l'étude de l'influence du maillage sur le calcul des taux de restitution d'énergie a été abordée. Les résultats de cette étude nous conduisent à utiliser - pour la suite - respectivement, un nombre total d'éléments volumiques de 3480, un rayon d'encastrement  $R_e$  de 2.9mm et une pré fissure de dimension de 0.mm

### **IV.3 Résultats et interprétations :**

La figure (63 a) représente une comparaison expérience/calcul numérique des efforts de poussée  $F_z$  (pour une plaque en carbone/époxyde fabriquée en T2H-EH25, d'épaisseur 4 mm avec une séquence d'empilement quasi-isotrope notée  $[90/+45/0/-45]_2s$ ). Si le chargement repris par l'âme du foret représente 50 % du chargement total, nous constatons que l'écart relatif entre les résultats - fournis par le modèle numérique - et ceux - donnés par l'expérience - est de l'ordre de 50 %. Cet écart important est vérifié dès que le nombre de plis sous le foret est supérieur à 2. Dans le cas où le chargement repris par l'âme représente 40 % du chargement total, les résultats du modèle numérique corroborent les mesures expérimentales. Dans ce cas de chargement - quel que soit le nombre de plis sous le foret - l'écart relatif reste inférieur à 11 %. Cependant pour le matériau T700-M21 (et dans le cas où

la part de chargement repris par l'âme est de 40 %), la figure (63 b) montre une bonne corrélation calcul/essai si le nombre de plis est supérieur à 1. De plus, on note que les efforts de poussée critique calculés pour le matériau T700-M21 sont plus importants que ceux calculés pour le matériau T2H-EH25 (et cela pour tous nombres de plis sous le foret). Une corrélation entre le modèle numérique/expérience/modèle analytique (qui n'est pas présentée ici) est discutée. Pour ce calcul numérique, la répartition du chargement retenue correspond à une reprise de 40 % de l'effort de poussée par l'âme de foret et le reste par les arêtes principales du foret. Le modèle analytique surestime les efforts critiques responsables du délaminage et ceci quel que soit le matériau étudié.



**Figure 63 :** Comparaison « expérience/modèle numérique » des efforts de délaminage en Sortie de trou avec une stratification de  $[90^\circ/+45^\circ/0^\circ/-45^\circ]$ , une vitesse d'avance de l'outil de 1mm/mn et un diamètre d'outil de 4.8mm

Pour l'analyse des conditions du perçage de structures composites fibres longues, nous avons proposé un modèle numérique permettant de restituer les efforts de poussée critique responsables de la formation du défaut en sortie du trou, pour un nombre de plis différents sous le foret. On peut noter une bonne corrélation entre les efforts calculés par le modèle numérique proposé et ceux obtenus expérimentalement (essais de poinçonnement quasi statique). Pour restituer les conditions de l'expérience, les résultats obtenus- en comparaison avec les modèles analytiques de la littérature - montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte l'influence de l'effort tranchant ainsi que celle de la géométrie de la pointe de l'outil.

## Conclusion :

Dans ce travail, nous avons essayé d'étudier quatre modèles analytiques pour la détermination de l'effort de poussée critique en perçage avec « avant trou » et cinq en perçage « sans avant trou ». A partir des résultats expérimentaux on a pu déterminer le modèle le plus proche de la réalité qui nous permettra d'éviter les essais répétitifs et coûteux, donc un modèle de pénétration de l'effort est souhaitable. L'étude bibliographique que j'ai faite et les essais expérimentaux qu'on a réalisés montrent que le perçage d'un avant trou permet de diminuer d'une façon importante l'effort de poussée  $F_z$  et par conséquent réduire l'apparition du délaminage. D'autre part, l'usure de l'outil a une grande influence sur l'évolution de l'effort de poussée, ce qui nous a empêché de trouver un modèle d'effort cohérent (pour prédire les bonnes conditions de coupe où  $F_z$  est inférieure à  $F_{Zcritique}$ ). A fin d'étudier les conditions du perçage de structures composites fibres longues, et d'après le modèle numérique qui a été proposé, on a noté une bonne corrélation entre les efforts calculés par ce modèle et ceux obtenus expérimentalement (essais de poinçonnement quasi statique). et que la géométrie de la pointe de l'outil reste une condition influençant les résultats de l'expérience.

Malgré les dommages engendrés sur la matière lors du perçage du composite les forets hélicoïdaux à deux lèvres, habituellement utilisés pour l'usinage des matériaux métalliques, restent toujours les plus utilisés dans les industries modernes.

## LISTE DES REFERENCES

[1]. **R. PIQUET, B. FERRET, F. LACHAUD, P. SWIDER.**

*Experimental analysis of drilling damage in thin carbon/epoxy plate using special drills,* Composites: Part A 31 (2000) 1107-1115.

[2]. **P. GUEGAN , F. LE MAITRE , J.C. HAMANN**

*Contribution a l'usinage des matériaux composite,* La construction navale en composites. Paris, 7-9 décembre 1992

[3]. **F. LACHAUD, R. PIQUET, F. COLLOMBET, L. SURCIN.**

*Drilling of composite structures,* Composite Structures 52 (2001) 511-516

[4]. **Pierre. RAHME,** Partie bibliographique de la thèse "*assemblage aeronotique boulonnée- Usinage des trous de rivets ou boulons*" Université Paul Sabatier

[5]. **M.A. Seif , U.A. Khashaba, R. Rojas-Oviedo,** *Measuring delamination in carbon/epoxy composites using a shadow moiré laser based imaging technique:* Composite Structures 79

[6]. **Lynn B. Klett et al.** *Attachment Techniques for Heavy Truck Composite Chassis Members,* High Strength Weight Reduction Materials 2004

[7]. **E. Lemma , L. Chen , E. Siores , J. Wang ,** *Study of cutting fiber-reinforced composites by using abrasive water-jet with cutting head oscillation,* Composite Structures 57 (2002) 297–303

[8]. **K.T. Voisey, S. Fouquet, D. Roy, T.W. Clyne,** *Fibre swelling during laser drilling of carbon fibre composites,* Optics and Lasers in Engineering 44 (2006) 1185–1197

[9]. **C. F. CHENG, Y. C. TSUI and T. W. CLYNE,** *Application of a three dimensional heat flow model to treat laser drilling of carbon fibre composites,* Acta Metallurgica Inc. PII: S1359-6454(98)00090-1

[10]. **R. Zitoune, F. Collombet,** *Numerical prediction of the thrust force responsible of delamination during the drilling of the long-fibre composite structures,* Composites: Part A 38 (2007) 858–866.

[11]. **Patrick GHIDOSSI,** Thèse de doctorat "*Contribution à l'étude de l'effet des condition d'usinage d'éprouvettes en composites à matrice polymère sur leur réponse mécanique*", École nationale supérieure d'arts et métiers

- [12]. **A. Vijayaraghavan**, Thèse de doctorat "Drilling of Fiber-Reinforced Plastics - Tool Modelling and Defect Prediction".
- [13]. **A.DESSARTHE, H.GUYOT, M;CARAYOL**, *Technique de fabrication de pièce mécanoque en plastique ou composite*, CETIM centre technique des industries mécanique
- [14]. **R. Zitoun**, Thèse de doctorat "Analyse des conditions d'usinage lors de perçage de structures composites fibres longues en carbone/époxy"Université Paul Sabatier
- [15]. **S. Timoshenko, S. Woinowsky-krieger**, Livre "Théorie des plaques et coques. Librairie Polytechnique CH. Béranger 1961 [16]. **A.DESSARTHE, H.GUYOT**,
- [16]. **Tsao C. C., Hocheng H**, *Taguchi Analysis of delamination associated with various drill bits indrilling of composite material*. Paris, 7-9 décembre 1992
- [17]. **L. SURCIN**, Thèse "contribution à l'étude théorique et expérimentale du perçage de plaque composite mince".

## Annexes

### Annexe°1 : Détail du calcul des forces critiques

Cas n°3 : disque appuyé sur le contour extérieure avec chargement surfacique

L'expression de la déformée est :

$$\begin{aligned}
 w(r) = & \frac{1}{32} \frac{1}{D} \left( q(r^2 \left( \frac{(3+\nu)b^2}{1+\nu} - \frac{(6+2\nu)(a^2-b^2)}{1+\nu} + 4b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \right. \\
 & + \frac{a^2 b^2 (6+2\nu+8(1+\nu) \ln\left(\frac{b}{a}\right)) \ln\left(\frac{r}{a}\right)}{1-\nu} + 4(a^2-b^2) \ln\left(\frac{r}{a}\right) r^2 \\
 & \left. + \frac{(3+\nu)a^2(2a^2-3b^2)}{1+\nu} - 4a^2 b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right)
 \end{aligned}$$

Variation virtuelle de l'énergie de déformation :

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial a} \delta a$$

$$\begin{aligned}
 \delta U = & \frac{3}{16} \frac{1}{D^2 \pi (a-b)^4 (a+b)^4 (\nu-1)^2 (\nu+1)^2} \left( F^2 a \left( \left( \left( \frac{2}{3} D6 + D2 + \frac{2}{3} D3 \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + D1 \right) \nu^2 + \left( -\frac{4}{3} D6 - 2 D2 - \frac{4}{3} D3 - 2 D1 \right) \nu - 2 D6 - \frac{1}{3} D2 - \frac{1}{3} D1 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{10}{3} D3 \right) b^6 (\nu+1)^2 \left( \frac{1}{2} b^2 + a^2 \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{1}{4} (a+b) \left( \left( (3 D1 + 2 D3 \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + 3 D2 + 2 D6) \nu^2 + (-6 D1 - 4 D3 - 6 D2 - 4 D6) \nu - \frac{26}{3} D6 - \frac{7}{3} D2 \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{38}{3} D3 - \frac{7}{3} D1 \right) b^2 + a^2 \left( \left( \frac{2}{3} D6 + D2 + \frac{2}{3} D3 + D1 \right) \nu^2 + \left( -\frac{4}{3} D6 - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. 2 D2 - \frac{4}{3} D3 - 2 D1 \right) \nu - \frac{5}{3} D1 - \frac{5}{3} D2 + 6 D3 - \frac{14}{3} D6 \right) \right) b^4 (\nu+1)^2
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
& (a-b) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{96} (a+b)^2 \left( \left( \left( \frac{26}{3} D6 + 13 D2 + 13 D1 + \frac{26}{3} D3 \right) v^4 \right. \right. \\
& + \left( -\frac{340}{3} D6 - 66 D1 - 66 D2 + \frac{284}{3} D3 \right) v^2 + (160 D3 - 112 D1 - 192 D6 \\
& - 112 D2) v - 27 D2 - 27 D1 + \frac{362}{3} D3 - \frac{262}{3} D6 \left. \right) b^4 - 2 a^2 (v-1)^2 \left( \left( \frac{2}{3} \right. \right. \\
& D6 + D2 + \frac{2}{3} D3 + D1 \left. \right) v^2 + \left( 2 D1 + \frac{4}{3} D3 + 2 D2 + \frac{4}{3} D6 \right) v + 9 D2 + \\
& 9 D1 + \frac{2}{3} D6 + \frac{50}{3} D3 \left. \right) b^2 + a^4 (v-1)^2 \left( \left( \frac{2}{3} D6 + D2 + \frac{2}{3} D3 + D1 \right) v^2 \right. \\
& + \left( 2 D1 + \frac{4}{3} D3 + 2 D2 + \frac{4}{3} D6 \right) v + 9 D2 + 9 D1 + \frac{2}{3} D6 + \frac{50}{3} D3 \left. \right) \left. \right) (a \\
& - b)^2 \left. \right)
\end{aligned}$$

Variation virtuelle des travaux des efforts extérieurs :

$$\begin{aligned}
\delta W_{ext} &= \frac{\partial W_{ext}}{\partial a} \delta a \\
\delta W_{ext} &= \frac{1}{96} \left( F^2 a \left( -168 b^6 v a^2 + 108 b^4 v a^4 + 18 b^4 v^2 a^4 - 28 b^6 v^2 a^2 - 24 b^2 v a^6 \right. \right. \\
& - 4 b^2 v^2 a^6 - 7 a^8 + 48 \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^2 b^6 v^2 + 101 b^8 - 96 \ln(b) \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^4 b^4 \\
& + 96 \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^2 b^6 v + 24 \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^4 b^4 v^2 + 96 \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^4 b^4 v + 192 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 \\
& a^2 b^6 v + 96 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 a^2 b^6 v^2 + 48 b^8 \ln(a^2) + 96 \ln(b) \ln\left(\frac{b}{a}\right) b^8 + 120 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \\
& a^4 b^4 + 48 \ln(b)^2 a^4 b^4 + 96 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 a^2 b^6 - 48 \ln\left(\frac{b}{a}\right) a^2 b^6 - 192 \ln\left(\frac{b}{a}\right) b^8 \\
& v - 72 \ln\left(\frac{b}{a}\right) b^8 v^2 + 48 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 a^4 b^4 + 96 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 b^8 v + 48 \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 b^8 v^2
\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
& - 48 \ln(b) b^8 - 72 \ln\left(\frac{b}{a}\right) b^8 - 48 \ln(b)^2 b^8 + 96 b^6 \ln(b) a^2 - 48 b^4 a^4 \ln(b) \\
& - 48 a^4 b^4 \ln(a^2) + 66 b^4 a^4 - 188 b^6 a^2 + 28 b^2 a^6 + 78 b^8 \nu + 13 b^8 \nu^2 + \\
& 6 a^8 \nu + a^8 \nu^2 \Big) \Big/ (\pi D (4 b^2 a^6 - a^8 + a^8 \nu^2 - 4 b^2 \nu^2 a^6 - 6 b^4 a^4 + 6 \\
& b^4 \nu^2 a^4 + 4 b^6 a^2 - 4 b^6 \nu^2 a^2 - b^8 + b^8 \nu^2))
\end{aligned}$$

La résolution de cette égalité polynomiale d'ordre 2 donne l'effort critique de poussée :

Cas n°4 : Le disque encasté au tour de son diamètre extérieur avec chargement  
Surfacique

L'expression de la déformée est :

$$\begin{aligned}
w(r) = & \frac{1}{16} \frac{1}{D} (q((a^2 - b^2)) \left( \frac{2 \left( \ln\left(\frac{b}{a}\right) + 1 \right) (1 - \nu)}{\left( 1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)} \right) b^2 (1 + \nu)} - 2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) - 3 \right) r^2 \\
& + \frac{4 \left( \ln\left(\frac{b}{a}\right) + 1 \right) \ln\left(\frac{r}{a}\right)}{1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)}} + 2 \ln\left(\frac{r}{a}\right) r^2 + 2 a^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + 3 a^2 - \frac{2 a^2 \left( \ln\left(\frac{b}{a}\right) + 1 \right) (1 - \nu)}{\left( 1 + \frac{a^2 (1 - \nu)}{b^2 (1 + \nu)} \right) b^2 (1 + \nu)} \\
& + \frac{1}{(1 - \nu)(a^2 - b^2)} \left( a^4 r^2 + \frac{1}{2} a b^2 (1 + \nu) r^2 - \frac{1}{2} b^2 (3 + \nu) r^4 - a^2 b^2 (3 + \nu) (r^2 - a^2) \ln\left(\frac{r}{a}\right) \right)
\end{aligned}$$

Variation virtuelle de l'énergie de déformation :

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial a} \delta a$$

$$\begin{aligned}
\delta U = & \frac{1}{256} \frac{1}{(a+b)^3 \pi D^2 (a-b)^3 ((-1-\nu)b^2 + a^2(\nu-1))^3} \left( F^2 \left( 96 b^6 \right. \right. \\
& \left. \left( \frac{1}{2} Dp (1+\nu)^3 b^6 + 3(1+\nu) \left( \nu Dp + \frac{1}{9} Dp + \frac{8}{27} D6 - \frac{16}{27} D3 \right) a^2 b^4 \right. \right. \\
& \left. - \frac{3}{2} a^4 Dp (\nu-1) (1+\nu)^2 b^2 + a^6 \left( \nu^2 Dp - 2\nu Dp - \frac{1}{3} Dp - \frac{8}{9} D6 \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{16}{9} D3 \right) (\nu-1) \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 24 b^4 \left( -3 \left( \nu^2 Dp + 2\nu Dp + \frac{1}{9} Dp \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{8}{27} D6 - \frac{16}{27} D3 \right) (1+\nu) b^8 \left( \frac{5}{6} Dp + \frac{8}{9} D3 - \frac{4}{9} D6 \right) \nu + \frac{4}{9} D3 \right. \\
& \left. - \frac{2}{9} D6 + \frac{5}{12} Dp \right) b^6 - 6 \left( \nu^3 Dp - 2\nu^2 Dp + \left( \frac{80}{27} D3 - \frac{40}{27} D6 + \frac{1}{9} \right. \right. \\
& \left. \left. Dp \right) \nu - \frac{4}{3} Dp \right) a^4 b^4 - 6 \left( \nu^2 Dp + \left( \frac{2}{9} Dp - \frac{32}{27} D3 + \frac{16}{27} D6 \right) \nu + \right. \\
& \left. \frac{16}{27} D3 - \frac{7}{9} Dp - \frac{8}{27} D6 \right) a^6 b^2 + a^8 \left( \nu^2 Dp - 2\nu Dp - \frac{1}{3} Dp - \frac{8}{9} D6 + \right. \\
& \left. \frac{16}{9} D3 \right) (\nu-1) \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (a+b) \left( \left( -13\nu^3 Dp - 39\nu^2 Dp + \left( -\frac{64}{3} D6 \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 37 Dp + \frac{128}{3} D3 \right) \nu - \frac{32}{3} D6 + 31 Dp + \frac{64}{3} D3 \right) b^{10} + 41 \left( \nu^3 Dp + \frac{45}{41} \right. \\
& \left. \nu^2 Dp + \left( \frac{11}{41} Dp - \frac{128}{123} D3 + \frac{64}{123} D6 \right) \nu - \frac{32}{123} D6 + \frac{64}{123} D3 + \frac{79}{41} Dp \right) a^2 \\
& b^8 - 46 a^4 \left( \nu^3 Dp - \frac{15}{23} \nu^2 Dp + \left( -\frac{32}{69} D6 + \frac{17}{23} Dp + \frac{64}{69} D3 \right) \nu - \frac{16}{69} D6 \right. \\
& \left. + \frac{32}{69} D3 - \frac{33}{23} Dp \right) b^6 + 22 \left( \nu^3 Dp - \frac{21}{11} \nu^2 Dp + \left( -\frac{32}{33} D6 + \frac{64}{33} D3 - \frac{7}{11} \right. \right. \\
& \left. \left. Dp \right) \nu + \frac{16}{33} D6 - \frac{32}{33} D3 + \frac{9}{11} Dp \right) a^6 b^4 - 5 \left( \nu + \frac{1}{5} \right) a^8 Dp (\nu-1)^2 b^2 \\
& \left. + a^{10} Dp (\nu-1)^3 \right) (a-b) \Big) a \Big)
\end{aligned}$$


---

Variation virtuelle des travaux des efforts extérieurs :

$$\delta W_{ext} = \frac{\partial W_{ext}}{\partial a} \delta a$$

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} = & \frac{1}{96} \frac{1}{(-b+a)^3 ((-1-\nu) b^2 + a^2 (\nu-1))^2 D \pi (a+b)^3} \left( F^2 a \left( 96 (1 \right. \right. \\ & + \nu) b^6 \left( \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \nu \right) b^4 - \frac{1}{2} a^2 (1+\nu) b^2 + a^4 (\nu-1) \right) \ln\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \\ & 24 \left( (3\nu^2 + 4\nu + 1) b^6 - 5(1+\nu) a^2 \left( \nu + \frac{3}{5} \right) b^4 + a^4 (\nu+5) (\nu \right. \\ & - 1) b^2 + (\nu^2 - 1) a^6 \left. \right) b^4 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (-b+a) \left( (-22\nu + 13\nu^2 - 23) \right. \\ & b^8 - 28 a^2 \left( \frac{1}{7} \nu + \nu^2 + \frac{12}{7} \right) b^6 + 18 \left( \nu^2 - \frac{13}{9} + \frac{4}{3} \nu \right) a^4 b^4 - 4 a^6 \nu \\ & \left. \left. (\nu-1) b^2 + a^8 (\nu-1)^2 \right) (a+b) \right) \end{aligned}$$

La résolution de cette égalité polynomiale d'ordre 2 donne l'effort critique de poussée

## Annexe°2 : Le programme sur Samcef.

```
.DEL.*
.TIT ETUDE DU DELAMINAGE PAR PERCAGE

precision 0.0000000001
mode echo 0

! Donnee des parametres geometriques

ABRE '/PI' '2.'           !Nombre de plis inf
ABRE '/PS' '14.'         !Nombre de plis sup

ABRE '/T1' '(/PI*0.26)'   !Epaisseur des plis sous le foret
ABRE '/T2' '(/PS*0.26)'   !Epaisseur des plis au dessus du foret
ABRE '/TM' '0.05' !'(/T1/5.0)' !Epaisseur de la maille de part et
d'autre du front
ABRE '/R1' '3.' !2.5      !Rayon du maillage exterieur
ABRE '/R2' '2.4'         !Rayon du perçage
ABRE '/R3' '0.6'         !Rayon de l'ame
ABRE '/R4' '0.25'        !dimension du front de front de fissure
ABRE '/con' '30.'        !Rayon du bec de l'outil
ABRE '/l' '0.002'        !décallage
ABRE '/F1' '440.'        !Effort de poinçonnement
ABRE '/F2' '660.'        !Effort de poinçonnement
ABRE '/NBL' '6' ! Nombre de maille sur le demi perimetre
ABRE '/NBP' '1' ! Nombre de mailles du perçage
ABRE '/NBM' '1' ! Nombre de mailles du materiau fictif
ABRE '/NBR' '5' ! Nombre de maille du perçage suivant rayon
ABRE '/NBI' '3' !1 Nombre de maille dans l'epaisseur du lamine inferieur
ABRE '/NBI1' '4' !1 Nombre de maille dans l'epaisseur du lamine inferieur
ABRE '/NBS' '2' !2 Nombre de maille dans l'epaisseur du lamine superieur

ABRE '/NBF' '1' ! Nombre de mailles en bordure exterieure du front de
fissure
ABRE '/NBE' '2' ! Nombre de mailles exterieures

ABRE '/ALPHA' '180'      !ANGLE DE ROTATION
ABRE '/E' '30'          !NOMBRE D'ELEMENTS POUR LA ROTATION

! Definition de la geometrie
.3POINT
      I2 X 0           Y 0      Z (/T1)
      I3 X /R3         Y 0      Z (/T1)
      I30 X /R3        Y 0      Z (/T1)
      I4 X (/R3+/R4)   Y 0      Z (/T1)
      I5 X /R2         Y 0      Z (/T1)
      I6 X /R1         Y 0      Z (/T1)
      I7 X /R3         Y 0      Z 0
      I8 X (/R3+/R4)   Y 0      Z 0
      I9 X /R2         Y 0      Z 0
      I10 X /R2        Y 0      Z (/T2+/T1)
      I34 X /R1        Y 0      Z (/T2+/T1)
      I11 X (/R3+/R4)  Y 0      Z ((/T1+/l)+/R4*tan(/con))
      I12 X /R2        Y 0      Z (/T1+/l+(/R2-/R3)*tan(/con))
```

---

```

I13 X /R2          Y 0      Z (/T1+(/R4)*tan(/con))
I14 X /R1          Y 0      Z (/T1+(/R4)*tan(/con))
I15 X /R1          Y 0      Z (/T1+1+(/R2-/R3)*tan(/con))
I16 X /R1          Y 0      Z /T1
I17 X (/R2)        Y 0      Z ((/T1+1)+/R4*tan(/con))
I18 X (/R1)        Y 0      Z ((/T1+1)+/R4*tan(/con))

I31 X /R3          Y 0      Z (/T1+1)
I33 X /R3          Y 0      Z (/T1+0.01)
I1   X 0           Y 0      Z 0
I111 X (-/R3)     Y 0      Z 0
I112 X (/R3)      Y 0      Z 0
I113 X (-/R3-/R4) Y 0      Z 0
I114 X (/R3+/R4)  Y 0      Z 0
I115 X (-/R2)     Y 0      Z 0
I116 X (/R2)      Y 0      Z 0
I117 X (-/R1)     Y 0      Z 0
I118 X (/R1)      Y 0      Z 0
I100 X (/R1)      Y 0.5    Z 0

```

```

.3DROITE I101 POINT 1 112
          I102 POINT 1 111
          I103 POINT 112 114
          I104 POINT 111 113
          I105 POINT 116 114
          I106 POINT 115 113
          I107 POINT 115 117
          I108 POINT 116 118

```

```
I70 POINT 30 4
```

```
I10 POINT 31 11
```

```
I13 POINT 5 4
```

```
I16 POINT 16 5
```

```
I17 POINT 17 18
```

```
I19 POINT 11 4
```

```
I21 POINT 18 15
```

```
I22 POINT 15 12
```

```
I23 POINT 12 11
```

```
I24 POINT 17 12
```

```
I25 POINT 30 31
```

```
I26 POINT 12 10
```

```
I27 POINT 10 34
```

```
I28 POINT 34 15
```

```
I29 POINT 17 5
```

```
I30 POINT 18 16
```

```

.ARC I113 CENTRE 1 POINT 111 112
      I114 CENTRE 1 POINT 113 114
      I115 CENTRE 1 POINT 115 116

```

```
I116 CENTRE 1 POINT 117 118
I117 CENTRE 1 POINT 112 111
I118 CENTRE 1 POINT 114 113
I119 CENTRE 1 POINT 116 115
I120 CENTRE 1 POINT 118 117
```

```
.PLAN I1 point 115 118 100
      I2 point 12 13 15
.CONT !I1 LIGNE 23 24 13 19
      I2 LIGNE 17 21 22 24
      !I3 LIGNE 70 25 10 19
      I4 LIGNE 27 28 22 26
      I6 LIGNE 101 102 113 point 1
      I7 LIGNE 101 102 117 point 1
      I8 LIGNE 103 113 104 114 point 1
      I9 LIGNE 103 118 104 117 point 1
      I10 LIGNE 105 114 106 115 point 1
      I11 LIGNE 105 119 106 118 point 1
      I12 LIGNE 108 115 107 116 point 1
      I13 LIGNE 108 120 107 119 point 1
      I14 LIGNE 16 30 17 29
```

```
.DOMA !I1 CONT 1 surf 2
      I2 CONT 2 surf 2
      !I3 CONT 3 surf 2
      I4 CONT 4 surf 2
      I6 CONT 6 surf 1
      ! I7 CONT 7 surf 1
      I8 CONT 8 surf 1
      ! I9 CONT 9 surf 1
      I10 CONT 10 surf 1
      ! I11 CONT 11 surf 1
      I12 CONT 12 surf 1
      ! I13 CONT 13 surf 1
      I14 CONT 14 surf 2
```

```
! Maillage auto transfini du composite
```

```
.GEN DEGRE 2
MODIFIE LIGNE 10 29 30 70 103 104 ELEM (/NBI)
MODIFIE LIGNE 16 17 108 107 22 27 ELEM /NBS
MODIFIE LIGNE 26 28 ELEM 4
MODIFIE LIGNE 121 122 ELEM /NBL
MODIFIE LIGNE 21 24 105 106 ELEM /NBR
MODIFIE LIGNE 25 ELEM 6
MODIFIE LIGNE 113 117 114 118 119 115 120 116 ELEM 15
MODIFIE LIGNE 101 102 ELEM 3
```

```
C1 22 C2 21 C3 17 C4 24
MAILLE 2 TRANSFINI OPTION 1
C1 17 C2 30 C3 16 C4 29
MAILLE 14 TRANSFINI OPTION 1
!C1 70 C2 25 C3 10 C4 19
!MAILLE 3 TRANSFINI OPTION 1
```

C1 101 C2 102 C3 113  
 MAILLE 6 TRANSFINI  
 C1 27 C2 28 C3 22 C4 26  
 MAILLE 4 TRANSFINI OPTION 1

C1 101 C2 102 C3 117  
 MAILLE 7 TRANSFINI  
 C1 103 C2 113 C3 104 C4 114  
 MAILLE 8 TRANSFINI  
 C1 103 C2 118 C3 104 C4 117  
 MAILLE 9 TRANSFINI  
 C1 105 C2 114 C3 106 C4 115  
 MAILLE 10 TRANSFINI  
 C1 105 C2 119 C3 106 C4 118  
 MAILLE 11 TRANSFINI  
 C1 108 C2 115 C3 107 C4 116  
 MAILLE 12 TRANSFINI  
 C1 108 C2 120 C3 107 C4 119  
 MAILLE 13 TRANSFINI

GENERE

!PARTIE TRIANGULAIRE

.NOE

!BOUT

I 100001 X (/R3) Y 0 Z (/T1+/1)  
 I 100002 X (/R3) Y 0 Z (/T1)  
 I 1 X ((/R4):3) Y 0 Z 0 Q 3 A 1  
 I 3 X 0 Y 0 Z (((/T1+/1)+/R4\*tan(/con))-(/T1)):3) Q 1 A 3  
 I 2 X 0 Y 0 Z (((/T1+/1)+/R4\*tan(/con))-(/T1)):3) Q 1 A 2  
 I 1 X 0 Y 0 Z (((/T1+/1)+/R4\*tan(/con))-(/T1)):3) Q 1 A 1

!ZONE RECTANGULAIRE + TRIANGLE SUPERIEUR

I 100012 X (((/R2)-(/R3)-(/R4)):5)+(/R3)+(/R4) Y 0 Z (/T1)  
 I 1 X (((/R2)-(/R3)-(/R4)):5) Y 0 Z 0 Q 4 A 1  
 I 5 X 0 Y 0 Z (((/T1+/1)+/R4\*tan(/con))-(/T1)):3) Q 3 A 5  
 I 5 X 0 Y 0 \$  
 Z (((/1+(/R2-/R3)\*tan(/con))-((/1)+/R4\*tan(/con))):5) Q 1 A 5  
 I 4 X 0 Y 0 \$  
 Z (((/1+(/R2-/R3)\*tan(/con))-((/1)+/R4\*tan(/con))):5) Q 1 A 4  
 I 3 X 0 Y 0 \$  
 Z (((/1+(/R2-/R3)\*tan(/con))-((/1)+/R4\*tan(/con))):5) Q 1 A 3  
 I 2 X 0 Y 0 \$  
 Z (((/1+(/R2-/R3)\*tan(/con))-((/1)+/R4\*tan(/con))):5) Q 1 A 2

.MAI

!ELEMENTS SURFACIQUES QUADRANGLE

```

I 100001 N 100002 100001 100006 100003 ATT 1
I 100003 N 100004 100007 100008 100005 ATT 1
I 100002 N 100003 100006 100007 100004 ATT 1
I 100005 N 100007 100009 100010 100008 ATT 1

I 100007 N 100005 100008 100017 100012 ATT 1
I 100008 N 100012 100017 100018 100013 ATT 1
I 1 M 1 ATT 0 Q 3 A 1
I 4 M 5 ATT 0 Q 2 A 4
I 6 M 5 ATT 0 Q 1 A 4
I 3 N 5 4 4 5 ATT 0 Q 1 A 3
I 2 N 4 3 3 4 ATT 0 Q 1 A 2
I 1 N 3 2 2 3 ATT 0 Q 1 A 1
I 100020 N 100008 100010 100022 100017 ATT 1
I 100021 N 100010 100011 100027 100022 ATT 1

```

.NOE I 200000 X 0 Y 0 Z 0

ORIGINE I 200000 C1

```

I 200001 X ((/R3)+((/R4):3)) Y 0 $
Z ((/T1)+(((/T1+1)+/R4*tan(/con))-(/T1)):3))
I 15 X 0 Y -(/ALPHA:(2*/E)) Z 0 R (2*/E))

I 1 X ((/R4):3) Y 0 Z 0 Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/T1+1)+/R4*tan(/con))-(/T1)):3) Q 1 A
((2*/E))+1)
I 1 X ((/R4):3) Y 0 Z 0 Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/T1+1)+/R4*tan(/con))-(/T1)):3) Q 1 A
((2*/E))+1)
I 1 X ((/R2-/R3-/R4):5) Y 0 Z 0 $
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/1+(/R2-/R3)*tan(/con))-((/1)+/R4*tan(/con))):5)$
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X ((/R2-/R3-/R4):5) Y 0 Z 0 $
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/1+(/R2-/R3)*tan(/con))-((/1)+/R4*tan(/con))):5)$
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X ((/R2-/R3-/R4):5) Y 0 Z 0 $
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/1+(/R2-/R3)*tan(/con))-((/1)+/R4*tan(/con))):5)$
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X ((/R2-/R3-/R4):5) Y 0 Z 0 $
Q 1 A ((2*/E))+1)
I 1 X 0 Y 0 Z (((/1+(/R2-/R3)*tan(/con))-((/1)+/R4*tan(/con))):5)$
Q 1 A ((2*/E))+1)

```

.MAI

```

I 200001 N 200001 200002 -200017 200032 200031 -200016 0 $

```

```

200001 200003 -200018 200033 200031 -200016 ATT 3
I      7 N 30 30 -30 30 30 -30 0 30 30 -30 30 30 -30 ATT 0 Q ((/E)-1) A 1
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)
I      1 N 2 2 -2 2 2 -2 0 2 2 -2 2 2 -2 ATT 0 Q 1 A (/E)

```

```

.REN NOEUD
      LIGNE 105 DEBUT 1 pas 1

```

```

.EXT ATTR 1 2 4 14
      Rz (-/ALPHA) element (/E) INTERFACE 1
      CONSERVER 0
      COLAGE 1
      EXECUTE 1

```

```

.EXT ATTRIBUT 13 12
      TZ /T1 ELEM /NBI1 INTERFACE 1
      COLAGE 0
      EXECUTE 1

```

```

.EXT ATTRIBUT 11 10
      TZ /T1 ELEM /NBI1 INTERFACE 1
      COLAGE 0
      EXECUTE 1

```

```

.EXT ATTRIBUT 9 8
      TZ /T1 ELEM /NBI1 INTERFACE 1
      COLAGE 0
      EXECUTE 1

```

```

.EXT ATTRIBUT 7 6
      TZ /T1 ELEM /NBI1 INTERFACE 1
      COLAGE 0
      EXECUTE 1

```

```

.NIN DEGRE 2

```

```

!.COLL MAILL
!      EXECUT
!      GENERE

```

```

.COLL ATTR 1 10 11 !(à ce niveau meme le 1 est collé avec le 11)
      EXECUT
      GENER

```

```

.COLL ATTR 8 10
      EXECUT
      GENER

```

```

.COLL ATTR 9 11

```

```

EXECUT
GENERE

.COLL ATTR 1 3
EXECUT
GENER

!.COLL ATTR 1 10 11 !(à ce niveau meme le 1 est collé avec le 11)
! EXECUT

.COLL ATTR 6 8
EXECUT
GENER

.COLL ATTR 10 12
EXECUT
GENER

.COLL ATTR 1 2
EXECUT
GENER
.COLL ATTR 2 4
EXECUT
GENER
.COLL ATTR 3 2
EXECUT
GENER

.SEL GROUPE 1 MAILL
    maille attr 2 14
.SEL GROUPE 3 MAILL
    MAILL ATTR 4
.SEL GROUPE 33 MAILL
    MAILL ATTR 1

.SEL GROUPE 2 MAILL
    maille attr 6 7 10 11 12 13 8 9

.SEL GROUPE 40 MAILL
    maille attr 3

    GROUPE 33 MOINS 40

.MOD MAILLE
    GROUPE 1 BASE 4
    GENERE
.MOD MAILLE
    GROUPE 33 BASE 5
.MOD MAILLE
    GROUPE 40 BASE 1

.MOD MAILLE
    GROUPE 3 BASE 4 !ou base 4

```

---

```

GENERE

.HYP GROUPE 1 2 3 33 40 VOLUME COMPO !

.MAT I1 NOM "CARBONE-EPOXY"

      YT 143000 9000 9000
      NT 0.337 0.02 0.02
      G  5500  3200 5500

!limite en traction 1 2 3
      XT 2000 70 70
      XC 1400 260 260
!cisaillement limite 23 13 12
      RST 105 105 97

.PLI AN   0 MAT 1 T 0.26 PLI 3 7 10 14
      AN  90 MAT 1 T 0.26 PLI 1 5 12 16
      AN  45 MAT 1 T 0.26 PLI 2 6 11 15
      AN -45 MAT 1 T 0.26 PLI 4 8 9 13

!   AN 0 MAT 1 T 0.125 PLI 25

.LAM LAM 1 PLI  I 1 J (/PI)
      LAM 2 PLI I (/PI+1) J (/PS+/PI)

.ETA
      GROUPE 2 LAM 1 PROJECTION DIR 1 0 0 !DIR 50000 50001
      GROUPE 1 3 33 40 LAM 2 PROJECTION DIR 1 0 0

.SEL

      GROUPE 4 FACE  NOM "charge"
      MAILLE ATTR 6 7 ORIENTATION 0 0 1
      GROUPE 5 NOEUD TRANSFORME  4

      !BOITE CYLINDRE 0 0 RAYON (/R3-0.0065) (/R3+0.0075)
      !ZI (/T1-0.001) ZS (/T1+0.001)

      GROUPE 6 NOEUD NOM "FIXATION" $
      BOITE CYLINDRE 0 0 RAYON (/R1-0.065) (/R1+0.075)
      ! ZI 0 ZS (/T1+(/R2-/R3)*tan(/con))

.SEL GROUPE 1000 NOEUD
      BOITE CYLINDRE 0 0 RAYON ((/R3+/R4)-0.006) ((/R3+/R4)+0.001) $
      ZI (/T1-0.01) ZS (/T1+0.01)

.SEL
      GROUPE 30 FACE PEAU
      MAILLE ATTRI 1

      GROUPE 31 FACE
      MAILLE ATTRI 1 ORIENTATION 0. 0. -1.

```

```

    GROUPE 30 MOINS 31

    GROUPE 32 NOEUD TRANSFORMATION 30

!.SAM DEG 2 IFO 1

! Calculs des Gi le long du front de fissure

.FIC GROUPE 1000 FISS 1 PER 1E-5 EXTR (/R3+/R4) 0 (/T1) TYPE 1

    GENERE

! Mise en charge par pression
.CLM
    ! PRESSION GROUPE 30 VAL 15 COMP 3
    CHA GROUPE 5 VAL ((/F1)/(-142)) COMP 3
    !CHA GROUPE 32 VAL ((/F2)/(-465)) COMP 3
    FIXATION GROUPE 6 COMP 1 2 3

.ALGO POCO 2
.SAI archive structure stype 3411 1411 3622 1622 1421 3421 3623 7623 8623 $
    1624 3624 sply 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

RETURN
```