

N° d'ordre : 240 / UAG / 2009
Série : 008 / GM / 2009



Mémoire :
Présenté en vue d'obtention du
Diplôme de Magister en Génie Mécanique

Option :
Thermo-fluides

THÈME :
ETUDE DE LA CONVECTION MIXTE
(FAVORABLE / DEFAVORABLE)
DANS UN TUBE VERTICAL

Par :
BELAID Abd Elfetah

Soutenu le : 07/07/2009.

Devant les membres de jury :

- | | | | |
|----------------|-----------------------|-------|---------------------------------|
| • Président : | Mr. NEMOUCHI Zoubir | Prof. | Université Mentouri Constantine |
| • Rapporteur : | Mr. KHOLAI Omar | M.C. | Université Mentouri Constantine |
| • Examineurs : | Mr. BOUDEBOUS Sâadoun | Prof. | Université Mentouri Constantine |
| | Mr. BELLOUAR Ahmed | Prof. | Université Mentouri Constantine |
-

Juillet 2009

Dédicace

*A mon père et ma très chère maman, qui m'ont éclairés
le chemin en me donnant la main tout au long de mes années d'étude
« que dieu me les gardes ».*

A ma grand-mère.

A mes frères.

A ma sœur.

A tous mes amis sans exception.

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur Kholai Omar Docteur à l'université Mentouri – Constantine. Je le remercie pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier à Monsieur Nemouchi Zoubir, professeur à l'université Mentouri – Constantine, qui ma fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Boudebous Saadoune professeur à l'université Mentouri – Constantine et Monsieur Belaour Ahmed professeur à l'université Mentouri – Constantine d'avoir accepter de participer au jury.

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

RÉSUMÉ

Le travail proposé étudie numériquement le transfert de chaleur en convection mixte pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal verticale. Les parties médianes externes des parois sont maintenues à une température constante, alors que les autres parties en haut et en bas des parties chauffées sont adiabatiques.

Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier Stokes et l'équation de conservation d'énergie. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes et l'algorithme SIMPLE pour traitement couplage pression vitesse.

Les calculs sont effectués pour différentes valeurs du rapport $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0,1$). Pour chaque valeur de Ri , la nature de la convection (forcée, mixte et naturelle) est déduite, et l'évaluation du transfert de chaleur a été déterminée.

L'influence de la longueur de la partie chauffée et l'épaisseur du canal sur les cas instables obtenus ont été étudiées.

Mots clés : *Convection mixte, Canal vertical, Méthode des volumes finis, Ecoulement laminaire, Refroidissement.*

ABSTRACT

The proposed work studies numerically the mixed convection heat transfer for the decreasing flow inside a vertical channel. The medium parts of the external walls are kept at a constant temperature, while the other parts higher and lower of the heated parts are adiabatic.

The governing equations of this problem are: the masse conservation equation, Navier-Stocks equation and energy conservation equation. The finite volume method is used in order to discrete the governing equations, and the SIMPLE algorithm is used to treat the coupling pressure-speed.

The calculus are carried out for different rations values of $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0.1$). For each value of Ri , the nature of the convection (forced, mixed and natural) are deduced.

The influence of the length of the heated part and the channel thickness on the instable cases obtained is studied.

Key words: *Mixed convection, Vertical Channel, Finite volume method, Laminar flow, Cooling.*

ملخص

هذا العمل المقترح يدرس حسابيا انتقال الحرارة في حالة الحمل المختلط لسيلان الهواء داخل قناة عمودية. تم تثبيت الأجزاء الوسطى الخارجية من الجدارين عند درجة حرارة معينة, في حين أن الأجزاء الأخرى فوق و تحت الأجزاء الساخنة كظومية.

المعادلات المتحكممة في هذه الدراسة هي : معادلة الحفاظ على المادة, معادلات Navier-Stocks و معادلة الحفاظ على الطاقة. استعملت طريقة الحجوم المنتهية لحل المعادلات المتحكممة كما أستعمل برنامج SIMPLE لمعالجة التزاوج بين السرعة و الضغط.

تم القيام بالحسابات من أجل قيم متعددة للنسبة $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0,1$) تم تحديد طبيعة الحمل (قصري, مختلط و طبيعي) من أجل كل قيمة لـ Ri , كما تم تقييم إنتقال الحرارة في كل حالة.

تأثير طول الجزء الساخن و كذا سمك الجدار تمت دراسته في الحالات غير المستقرة المتحصل عليها.

الكلمات الدالة : الحمل المختلط, قناة عمودية, طريقة الحجوم المنتهية, السيلان الطبقي, تبريد.

TABLE DES MATIÈRES

Nomenclature.....	viii
-------------------	------

Chapitre I

INTRODUCTION ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. Introduction.....	1
I.2. Contenu du mémoire.....	2
I.3. Revues bibliographiques.....	3

Chapitre II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

III.1. Introduction.....	10
III.2. Modèle physique.....	10
III.3. Formulation mathématique.....	11
III.3.1. Hypothèses simplificatrices.....	11
III.3.2. Mise en équations du problème.....	12
III.4. Adimensionnalisation des équations.....	14
III.5. Les conditions aux limites.....	16
III.6. Conclusion.....	17

Chapitre III

METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction.....	18
III.2. Notions générales sur la méthode des volumes finis.....	19
III.3. Distribution des volumes de contrôle.....	19
III.4. Discrétisation de l'équation générale de transport.....	21
III.5. Schémas d'interpolation.....	23
III.6. Méthode de résolution.....	25
III.7. Couplage Vitesse Pression.....	26
III.8. Détails numériques.....	29
III.8.1. La sous relaxation.....	29
III.8.2. Critère de convergence.....	30

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1.	Introduction.....	31
IV.2.	Choix du maillage.....	31
IV.3.	Validation du code de calcul.....	34
IV.4.	Résultats et discussions.....	35
IV.4.1.	Régime stable.....	35
IV.4.2.	Régime transitoire.....	38
IV.4.3.	L'effet de la variation de la partie chauffée sur l'instabilité.....	42
IV.4.4.	L'effet de l'épaisseur sur l'instabilité.....	49
IV.4.5.	Nature de l'instabilité.....	56
IV.4.6.	Evolution périodique de la température et de la fonction du courant.....	56
	CONCLUSION GENERALE.....	58
	<i>Bibliographie.....</i>	<i>60</i>

NOMENCLATURE

A_P, A_E, A_W, A_N, A_S	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée.
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique.
A	Elément de la matrice tri diagonal.
$b(i, j)$	Terme source dans l'équation de transport discrétisée.
b, c, d	Eléments de la matrice tri diagonal.
C_p	Chaleur spécifique à pression constante [J/kg.K].
∂v	Volume infinitésimal.
D_e, D_w, D_n et D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisée.
F_e, F_w, F_n et F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisée.
g	Accélération de pesanteur [m/s ²].
H	Largeur du canal [m].
i, j	Coordonnées logiques des points.
K	Conductivité thermique [W/m.K].
K_{air}	Conductivité thermique de l'air [W/m.K].
K^*	Conductivité thermique adimensionnelle.
L	Longueur du canal [m].
L_u	Longueur de la partie préchauffée [m].
L_c	Longueur de la partie chauffée [m].
L_d	Longueur de la partie post-chauffée [m].
n	Nombre entier.
P_0	Pression atmosphérique [Pa].
p	Pression [Pa].
P^*	Pression adimensionnelle.
P_e, P_w, P_n, P_s	Nombre de Peclet aux interfaces e, w, n et s.
S	Terme source de l'équation de transport discrétisée.
T_0	Température ambiante [K].
T_w	Température constante des parois chauffée [K].
t	Temps [s].
u, v	Composantes de la vitesse dimensionnelle.
U, V	Composantes de la vitesse adimensionnelle.
x, y	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles [m].
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

Symbole Grecs

α	Diffusivité thermique [m ² /s].
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante $\beta = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} [\text{K}^{-1}]$.
θ	Température adimensionnelle $\theta = (T - T_0)/(T_w - T_0)$.
δ	Epaisseur [m].
Δ	Rapport de l'épaisseur sur la largeur $\Delta = \delta/H$.
Γ	Coefficient de diffusivité générale.
ϕ	Variable dépendante générale.
ν	Viscosité cinématique [m ² /s].
ρ	Masse volumique [kg/m ³].
ρ_0	Masse volumique à T_0 [kg/m ³].
τ	Temps adimensionnel $t/(H/V_0)$.
$\Delta\tau$	Incrément du temps adimensionnel.
ΔT	Différence de température [°C].
Δx	Dimension d'un volume de contrôle suivant « x » [m].
Δy	Dimension d'un volume de contrôle suivant « y » [m].

Indices et exposants

<i>air</i>	Air.
<i>n</i>	Compteur d'itération correspondant au temps τ .
<i>n+1</i>	Compteur d'itération correspondant au temps $\tau + 1$.
0	Valeur initiale.

Nombre sans dimensions

<i>Nu</i>	Nombre de Nusselt moyen $Nu = \int_A \frac{\partial \theta}{\partial n} dA$.
<i>Pr</i>	Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu_{air}}{\alpha_{air}} = 0.71$.
<i>Gr</i>	Nombre de Grashof $Gr = \frac{g \beta (T_w - T_0) H^3}{\nu_{air}^2}$.
<i>Re</i>	Nombre de Reynolds $Re = \frac{U_0 H}{\nu_{air}}$.
<i>Ri</i>	Nombre de Richardson $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$.

CHAPITRE I

INTRODUCTION ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. INTRODUCTION

Le phénomène de convection mixte est rencontré dans diverses applications concernant les échangeurs de chaleur destinés au chauffage ou au refroidissement des fluides visqueux dans les procédés chimiques et les industries alimentaires, les échangeurs de chaleur compacts pour les écoulements de gaz ainsi que ceux intervenant dans les applications biomédicales. Cependant, le transfert thermique en régime de convection mixte ne se limite pas au cas des échangeurs, car on le retrouve aussi dans le transport des huiles par pipelines, l'évacuation de la chaleur dans les réacteurs nucléaires et le refroidissement des composants électroniques qui représente un cas concret de combinaison des deux modes de convection forcée et libre. D'autres champs d'applications peuvent être aussi considérés, il s'agit entre autres des collecteurs solaires, sachant que dans ce type d'appareils, l'écoulement s'effectue généralement aux faibles nombres de Reynolds ce qui permet d'induire des courants secondaires par convection naturelle dus aux variations de la masse volumique du fluide près des parois. Ces courants modifient à leur tour la distribution des champs de vitesse et de température et donnent ainsi à l'écoulement un caractère tridimensionnel qui complique davantage le traitement et la résolution de tels problèmes.

Notons enfin que les écoulements géophysiques (couches limites atmosphériques, courants marins) sont souvent des écoulements siège de phénomènes de convection mixte. Cela est très important pour les problèmes de pollution, les effets de gravité pouvant, selon le cas, augmenter ou diminuer l'intensité de turbulence et par conséquent augmenter ou diminuer les transferts

Les processus de transfert en écoulement de conduite en régime de convection mixte étant mal maîtrisés, l'idée d'entreprendre une étude numérique pour essayer d'analyser ces phénomènes s'avérerait utile.

L'étude présentée dans ce mémoire a pour but l'analyse du phénomène de l'écoulement laminaire et du transfert de chaleur associé en régime de convection mixte. La recherche dans cet axe couvre un domaine vaste, car, les applications industrielles s'articulant autour sont extrêmement variées. Nous nous intéressons dans ce travail à étudier le transfert de chaleur en convection mixte pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal vertical par une température constant appliqué sur la paroi externe.

I.2. CONTENU DU MÉMOIRE

Dans un premier temps, nous présentons une revue des différents travaux concernant l'étude des écoulements et du transfert de chaleur en régime de convection mixte.

La description mathématique complète du problème fera l'objet du deuxième chapitre dans lequel nous présentons, après démonstration, les équations de conservation qui régissent ce type d'écoulement, à savoir, l'équation de continuité, l'équation de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie. L'introduction de variables adimensionnelles dans ces équations fait ressortir des adimensionnels qui sont les nombres de Reynolds et de Grashof caractérisant ainsi le système.

La résolution numérique des équations de conservation est abordée au troisième chapitre. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de conservation exprimées en variables primitives, c'est-à-dire, en formulation vitesse-pression. Le traitement du couplage de ces variables est réalisé à travers l'utilisation de l'algorithme SIMPLE. C'est ainsi que nous avons développé un code de calcul en configuration bidimensionnelle permettant la résolution des équations.

En dernier lieu, une validation du code de calcul sera effectuée au moyen d'une comparaison avec des études disponibles dans la littérature. Le quatrième chapitre contiendra aussi les résultats des calculs effectués en vue de déterminer l'influence de la variation du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. L'influence de la longueur de la partie chauffée et l'épaisseur de la paroi sur les cas d'instabilité hydrodynamique et thermique obtenues sera étudiée.

Finalement, nous terminons cette mémoire par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus lors de cette étude et qui trace les perspectives et les extensions à donner à ce travail.

I.3. REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

L'analyse du développement simultané de l'écoulement et du transfert de chaleur en convection mixte avec viscosité variable dans un tube horizontale isotherme a été effectuée par **B. Shome et al.** Des calculs paramétriques ont été exécutés pour étudier l'effet du nombre de Prandtl, nombre de Rayleigh, différence de la température de paroi et profil axial de vitesse sur les nombres de Nusselt et les coefficients de frottement apparents pour des cas de chauffage et de refroidissement. Les résultats indiquent que la viscosité variable a un effet plus grand sur le coefficient de frottement que sur les nombres de Nusselt. En outre, l'effet du nombre de Rayleigh et du profil de vitesse sur les nombres de Nusselt et le coefficient de frottement existe seulement dans la région proche d'étude. Un paramètre trouvé par une analyse a été employé pour corrélérer empiriquement le nombre de Nusselt calculé et le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt expérimental pour le développement simultané de l'écoulement et du transfert de chaleur. Les corrélations développées sont plus précises, ont une large gamme d'applicabilité que ceux disponibles dans la littérature et devraient être très utiles aux concepteurs [1].

La convection mixte conjuguée tridimensionnelle dans un canal rectangulaire a été étudiée par **C. Y. Choi et al.** Ils ont basé sur les effets de la flottabilité locale produits par une source de chaleur discrète montée sur la conduite. Les calculs couvrent $0.126 \leq Re \leq 1260$, $Gr = 7.8789 \times 10^7$, $1 \leq k \leq 100$, et $Pr = 0.71$, respectivement. Dans le régime de convection mixte, le nombre de Nusselt local à la surface supérieure de la source de chaleur donne une forme très différente de celle au le fond. En outre, le nombre de Nusselt au centre de la source de chaleur indique des effets de tridimensionnalité significatifs. Une corrélation pour $\theta_{max} / K^{1/2}$ est trouvée, et le régime de convection mixte est déterminé pour $1.81 \times 10^3 \leq Re/Gr^{1/2} < 2.80 \times 10^{-2}$ [2].

Les résultats des études théoriques et expérimentales de la convection mixte laminaire de l'eau dans un tube horizontale maintenue à une température constante sont présentés par **G. J. Hwang et al.** Les paramètres gouvernantes de l'écoulement sont le nombre de Rayleigh, $0 \leq Ra \leq 5 \times 10^7$, la température d'entrée $5 \text{ °C} \leq T_0 \leq 18 \text{ °C}$ et la température de la paroi $T_w = 0 \text{ °C}$. Les effets de densité sur les champs hydrodynamique et thermique sont présentés.

Les expériences ont été effectuées en mesurant la température d'entrée, de sortie et de paroi. Les écoulements secondaires ont été visualisés en injectant quelques gouttes de mercurochrome à l'entrée du tube. Le taux de transfert de chaleur mesuré et calculé, les photos des écoulements secondaires visualisés et les structures des écoulements obtenues numériquement avec l'effet de densité sont également présentés [3].

G. Laplante et al ont étudié numériquement la convection mixte laminaire descendante à l'intérieur d'un tube verticale dans laquelle la conduction dans la paroi est significative. Les équations ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes de contrôle et l'algorithme SIMPLER. Les résultats montrent qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci lorsque les valeurs de K (rapport des conductivités thermiques solide-fluide) et Δ (rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube) sont élevées. En certains cas les effets du chauffage ont été ressentis jusqu'à une distance égale à 25 fois le diamètre en amont de la section chauffée. De plus, les résultats indiquent que pour un rapport de $Gr/Re^2 = 5000$, une cellule de recirculation s'étend en amont de la section chauffée. Cette cellule agit comme un isolant entre le fluide et la paroi de sorte que la chaleur se propage dans la paroi jusqu'au début de la cellule avant d'être transmise au fluide [4].

J. Orfi et al ont étudié numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement d'un fluide incompressible dans un tube incliné par rapport à l'horizontale et soumis à un flux de chaleur uniforme sur sa surface extérieure. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations paraboliques de la convection mixte sous forme adimensionnelle. Les résultats, obtenus pour de l'eau et pour différentes combinaisons du nombre de Grashof et de l'inclinaison du tuyau, montrent une amélioration du transfert de chaleur moyen avec une augmentation de la contrainte de cisaillement pariétale par rapport à un écoulement forcé pur [5].

A. Barletta a fait une analyse de la convection mixte dans un canal vertical, en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse. Les deux parois verticales ont été considérées isothermes. Les champs de vitesses et de températures adimensionnels et le nombre de Nusselt ont été évalués dans les deux cas. Les résultats montrent que l'effet de la dissipation visqueuse peut être important, spécialement, dans le cas de l'écoulement ascendant. L'une des conséquences des termes de la dissipation visqueuse est que le transfert de chaleur n'est pas dû simplement à la conduction pure comme dans le cas où on néglige la dissipation visqueuse [6].

Des mesures expérimentales de transfert de chaleur en convection mixte dans un canal carré vertical sont présentées par **S. Dutta et al.** La direction de l'écoulement d'eau est choisie telle que la flottabilité coopère ou s'oppose avec le gradient de pression de l'écoulement. La configuration étudiée présente une condition de chauffage non symétrique (deux côtés chauffés et deux isolés) et montre l'évolution du nombre de Nusselt pour des états d'écoulement coopérant et opposé. Les coefficients d'échange de chaleur observés sont différents pour les canaux chauffés symétriquement. L'écoulement opposé présente en général des coefficients de transfert de chaleur plus élevés et le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation des rapports de Gr/Re ou Gr/Re^2 pour les écoulements coopérants et opposés. Une corrélation basée sur la flottabilité a été développée [7].

T. Hoang et al ont étudié un écoulement bidimensionnel et laminaire en convection mixte dans un tube vertical, avec échange convectif à la surface externe, lorsque l'entrée est soumise à un échelon de débit. Les calculs ont été effectués avec des échelons positifs ou négatifs. Ils confirment une forte différence du comportement thermo-hydraulique de l'écoulement entre ces deux cas. De plus, une première étude de similitude semble montrer que le coefficient de poussée thermique Ri_∞ , Re_∞ et les échanges extérieurs caractérisés par un groupement adimensionnel Bi^*/Pe (Bi^* : nombre de Biot généralisé) jouent un rôle important en convection mixte laminaire sur le transfert de chaleur à la paroi et sur l'écoulement [8].

L'influence de la convection naturelle et de la viscosité variable sur l'écoulement laminaire forcée d'un fluide newtonien dans un tube annulaire horizontal est étudiée par **C. Nour**. Les cylindres intérieur et extérieur sont soumis à un flux thermique constant. Le profil de température à l'entrée est uniforme. L'hypothèse de Prandtl et de Boussinesq ont été adoptées. L'équation de continuité et les équations de mouvement et d'énergie sont résolues numériquement avec la méthode de différences finies. Près de la section d'entrée, la convection forcée est le mécanisme dominant. Les résultats numériques montrent qu'une diminution de la viscosité du fluide avec la température mène à : (i) une augmentation de la vitesse axiale dans la partie supérieure du conduit annulaire et une diminution dans la partie inférieure ; (ii) une élévation de l'intensité d'écoulement secondaire ; (iii) une réduction dans la différence de la température entre les parties supérieures et inférieures du cylindre ; (iv) une augmentation du coefficient de transfert de chaleur global [9].

M. Ouzzane et al ont étudié l'écoulement laminaire en convection mixte d'un fluide de type Boussinesq dans une conduite inclinée. Les équations différentielles décrivant le système ont été résolues numériquement pour quatre conditions thermiques différentes : flux

thermique uniforme sur toute la circonférence ou seulement sur la moitié supérieure de celle-ci, applique soit sur la surface extérieure de la conduite ou directement à l'interface solide-fluide. Les résultats obtenus autant pour les variables locales (distribution circumférentielle de la température de l'interface, profil de vitesse axiale, etc.) que pour les paramètres moyens (valeurs moyennes en une section du nombre de Nusselt et de la contrainte de cisaillement pariétale) sont très différents, surtout pour des valeurs élevées du nombre de Grashof. Ainsi, pour $Gr = 10^6$, $Re = 500$ et $Pr = 7$, le nombre de Nusselt moyen asymptotique pour un flux uniforme applique à la surface extérieure de la conduite est 16,47 ; les valeurs correspondantes de Nu pour un flux thermique imposé à l'interface fluide-solide sont 26,14 pour un flux uniforme sur toute la circonférence et 29,71 pour un flux appliqué seulement sur la moitié supérieure de celle-ci [10].

A. Barletta et al ont étudié analytiquement la convection mixte laminaire avec dissipation visqueuse dans un canal incliné, dont les parois sont maintenues respectivement aux températures T_1 et T_2 . Deux cas sont considérés : en premier lieu, la convection forcée avec dissipation visqueuse et les effets des forces de flottabilité pour des valeurs fixes du nombre de Brinkman $Br = \Delta T / (T_2 - T_1)$ avec $\Delta T = \mu U_0^2 / k$ est la différence de température de référence, U_0 est la vitesse à l'entrée, μ est la viscosité dynamique du fluide et k est la conductivité thermique. En second lieu, la convection mixte sans dissipation visqueuse et les effets du nombre de Brinkman pour des valeurs fixes du nombre de Grashof ont été analysés. Les résultats montrent que la dissipation visqueuse améliore les effets des forces de flottabilité [11].

Song et al ont étudié numériquement le comportement thermique de l'écoulement de l'air dans une enceinte rectangulaire de rapport d'aspect 4, chauffée en bas à une température qui varie sinusoidalement avec le temps. L'objectif du travail était de savoir l'influence de cette condition sur le seuil d'instabilité thermique et sur les performances du transfert de chaleur de la convection oscillatoire cellulaire près des conditions critiques. Pour examiner l'effet de l'échauffement dans plusieurs conditions, l'inclinaison de l'enceinte a été considérée. Les résultats montrent que la modulation de la paroi inférieure avec une haute amplitude et/ou avec une basse fréquence mène à une stabilité [12].

N. Islam et al ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte en régime laminaire stationnaire à l'entrée de l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux. Le tube intérieur est maintenu à un flux de chaleur constante tandis que le tube extérieur est adiabatique. Ils ont trouvé que l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une

augmentation du transfert de chaleur. Aussi, ils ont montré que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect et du nombre de Prandtl [13].

L'écoulement laminaire ascendant dans un tube vertical chauffé uniformément sur une partie de sa longueur a été étudié numériquement par **M. Zghal et al.** Les résultats ont été obtenus en solutionnant les équations elliptiques de Navier Stokes, de continuité et de conservation d'énergie pour l'air et plusieurs valeurs de la longueur de chauffage, du nombre de Reynolds et du nombre de Richardson. Ces paramètres déterminent le régime d'écoulement. Les conditions qui engendrent des zones de re-circulations et celles qui correspondent à une importante diffusion axiale de chaleur et/ou de la quantité de mouvement sont identiques pour différentes longueurs de la section de chauffage [14].

A. Behzadmehr et al ont étudié numériquement la convection mixte dans un long tube verticale pour deux valeur du nombre de Reynolds (1000 et 1500) et Grashof ≤ 108 , les surfaces extérieurs du canal sont chauffée avec un flux de chaleur constant. Les propriétés du fluide sont supposées constantes sauf la densité de la force de volume qui varie linéairement avec la température. La turbulence est modelée avec le modèle k- ϵ (Launder et Sharma) à faible nombre de Reynolds. Les équations différentielles couplées ont été discrétisé avec la méthode des volumes finis. Pour les termes convectif et diffusif, le schéma "upwind" du deuxième ordre a été employé tandis que la procédure SIMPLEC a été utilisée pour le couplage pression-vitesse. Les résultats montrent qu'il y a trois valeurs critiques du nombre de Grashof pour chaque nombre de Reynolds (4×10^5 , 8×10^6 et 5×10^7 pour $Re = 1000$ et 3×10^5 , 2×10^6 et 10^8 pour $Re = 1500$) qui correspond à la transition d'un régime laminaire à un régime turbulent. Une corrélation de l'évaluation du nombre de Nusselt en fonction des nombres de Grashof et Reynolds a été proposée, celle-ci est valide en régime laminaire ainsi qu'en régime turbulent pour $1000 \leq Re \leq 1500$ et $Gr \leq 5 \times 10^7$ [15].

A. Barletta et al ont étudié analytiquement et numériquement la convection mixte laminaire dans un canal vertical où les deux surfaces extérieures du canal sont maintenues à une température T_0 . Les propriétés des liquides étant supposées comme constant et l'effet de dissipation visqueux sera tenu en compte. Les équations d'énergie, de masse et de mouvements ont été écrites selon l'approximation Boussinesq. Ces équations ont été résolues par deux méthodes : analytique et numérique. D'autre part, un choix de la température de référence a été nécessaire pour déterminer le gradient de pression axial. La procédure de solution a révélé que ni le champ de vitesse ni le champ de température est influencé par le choix de la température de référence. Ils ont observés que la solution existe seulement pour

une valeur du nombre de Reynolds qui ne dépasse pas $Re \leq 228.1286$ c'est-à-dire une limite supérieure pour l'écoulement en régime laminaire [16].

O. Kholai, A. Bellaouar et M. Kadja ont étudié numériquement la convection mixte dans un tube circulaire incliné par rapport à l'horizontale et chauffé à l'aide d'un flux de chaleur constante et uniforme sur sa face circonférentielle. L'écoulement à l'intérieur du tube est supposé laminaire pour un fluide incompressible (l'eau). Les résultats sont obtenus pour un nombre de Reynolds $Re = 500$ et différentes combinaison de nombre de Grashof Gr (10^4 , 10^5 , 10^6) et d'angle d'inclinaison α (0° , 30° , 60° , 90°). Ils ont observé l'apparition d'un écoulement secondaire avec un $Gr = 10^6$. Ils ont montré aussi que le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation de nombre de Grashof et la diminution d'angle d'inclinaison [17].

B. Premachandran et al ont étudié numériquement la convection mixte dans un canal horizontal. Dans ce dernier à été montées sur sa paroi inférieure quatre sources de chaleur, les surfaces extérieurs du canal sont supposées adiabatiques. L'écoulement est supposé stable, laminaire, incompressible, hydrodynamiquement et thermalment développé. Le fluide utilisé est l'air. Les équations gouvernantes sont résolues en employant la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE est employé pour traiter le couplage vitesse-pression. L'objectif principal du travail est d'étudier l'effet des forces de flottabilité où les paramètres géométriques sont fixés. Les résultats indiquent que la température diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds et l'effet de la radiation diminue aussi avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ils ont observé que l'augmentation du nombre de Grashof provoque une diminution linéaire de la température [18].

La convection mixte laminaire dans un canal vertical dont la section est finie et soumise à une variation linéaire de la température a été étudiée numériquement par **Tsai-Shou Chang**. Les variations des variables locaux de vitesse, température, nombre de Nusselt locale et moyen sont déterminées pour démontrer l'influence des paramètres étudiés ; nombre de Reynolds, nombre de Grashof et le degré de variation de la température de paroi. Une attention particulière a été confiée à l'étude de l'effet de la variation linéaire de la température. Les résultats suggèrent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec nombre de Reynolds et le nombre de Grashof. D'ailleurs, le nombre de Nusselt est plus haut avec une température linéairement croissante à la paroi qu'avec une température linéairement décroissante à la paroi. En conclusion, il a proposé une corrélation pour prévoir le nombre de Nusselt en fonction des paramètres étudiés [19].

La convection mixte laminaire bidimensionnelle dans un canal vertical dont les parois sont non adiabatiques avec une source de chaleur discrète et isotherme a été étudiée par **L. Martinez-Suástegui et al.** Les équations gouvernantes (Navier – Stocks et équation d'énergie) sont discrétisées par la méthode des différences finies et utilise le schéma upwind pour l'interpolation. Les résultats illustrent les effets du nombre de Richardson et de Reynolds sur la nature des écoulements (laminaire ou transitoire) et transfert thermique (nombre de Nusselt) de la partie chauffée. La réponse régulière oscillatoire finale de l'écoulement est obtenue selon la valeur de Richardson et de Reynolds. Ils ont évalué les valeurs critiques pour obtenir de l'instabilité [20].

CHAPITRE II

FORMULATION MATHEMATIQUE

III.1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la mise en équations du problème physique considéré en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces dernières expriment les principes fondamentaux de la physique.

On commence par l'écriture des équations sous leurs formes générales, puis on passera aux différents traitements de ces équations ainsi que les conditions aux limites associées.

III.2. MODÈLE PHYSIQUE

Le problème considéré consiste en l'étude du transfert de chaleur conjugué pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal vertical chauffé par une température constante appliquée aux parois externes. Une représentation schématique de la géométrie considérée avec les conditions aux limites est présentée sur la Figure II-1.

L'épaisseur de la paroi du canal est égale à δ . Une température constante T_w est appliquée à la surface externe du canal, sur la section chauffée L_c . Des sections adiabatiques ont été rajoutées en amont et en aval de la section chauffée afin de permettre l'étude de la diffusion thermique axiale dans le fluide et la paroi.

La vitesse de l'air à l'entrée du canal est uniforme V_0 et la température du milieu ambiant est T_0 .

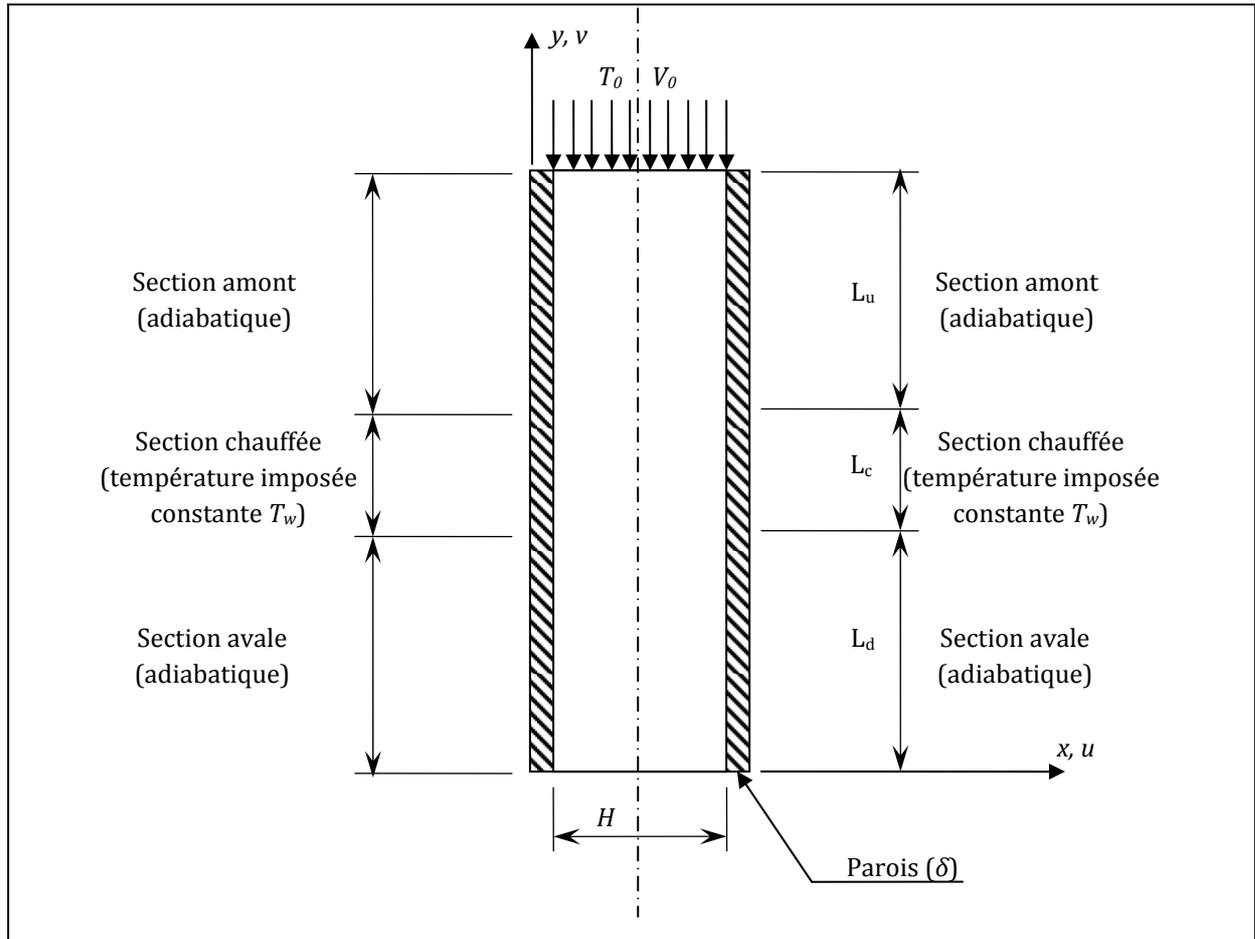


Figure II-1 : Configuration géométrique du problème considéré.

III.3. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Dans cette section, nous allons exposer les différentes étapes de la formulation mathématique nécessaires pour aboutir au système d'équations final régissant ainsi les phénomènes de conservation.

III.3.1. Hypothèses simplificatrices

Un ensemble d'hypothèses est retenu dans cette étude, afin de simplifier la modélisation mathématique du problème. Ces hypothèses sont issues des propriétés physiques de l'écoulement de l'air dans une conduite verticale avec transfert de chaleur en régime de convection mixte.

Les principales hypothèses prises en compte dans cette étude sont les suivantes :

1. Fluide visqueux newtonien dont la masse volumique est constante sauf dans le terme des forces de poussée d'Archimède où l'on adopte l'hypothèse de Boussinesq. Cette hypothèse consiste que la variation de la masse volumique dans le terme de poussée

d'Archimède est due uniquement aux variations de température, alors que celles liées aux variations de pression sont négligeables.

Ainsi, l'expression linéaire de ρ est la suivante :

$$\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T) \quad (\text{II-1})$$

où ρ_0 est la masse volumique déterminée à une température de référence T_0 caractéristique du problème étudié, et β est le coefficient de dilatation thermique donné par :

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II-2})$$

2. L'écoulement est bidimensionnel ;
3. L'écoulement est laminaire ;
4. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable ;
5. La dissipation visqueuse est négligeable ;
6. Les propriétés physiques (C_p , ν , k , ρ) du fluide et du solide k_s seront supposées constantes et uniformes;

Il s'agit à présent d'écrire les équations régissant le phénomène de convection mixte, en tenant compte des hypothèses précédentes.

III.3.2. Mise en équations du problème

Nous avons adopté la notation indicielle dans l'écriture des entités vectorielles et tensorielles. La convention d'Einstein relative à la sommation de l'indice muet est systématiquement adoptée. Alors les équations de conservation s'écrivent comme suit :

❖ Equation de conservation de la masse :

Elle est donnée par l'équation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j) = 0 \quad (\text{II-3})$$

En tenant compte des hypothèses précédentes, cette équation s'écrit en coordonnées cartésiennes comme :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-4})$$

❖ **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

Le mouvement du fluide est régi par l'équation :

$$\rho \frac{dV_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II-5})$$

ρg_i représente la force de volume.

$$\rho g_x = 0, \quad \rho g_y = -\rho g \quad (\text{II-6})$$

Introduisons la pression motrice p^* proposée par Patankar [21] où :

$$p^* = p + \rho_0 g h \quad (\text{II-7})$$

En considérant la variation de la viscosité avec la température, Les projections de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent suivant Ox, et Oy respectivement comme :

• Suivant x :

$$\rho_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(vu) \right] = -\frac{\partial p^*}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{II-8})$$

• Suivant y :

$$\rho_0 \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) \right] = -\frac{\partial p^*}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \rho_0 g \beta (T - T_0) \quad (\text{II-9})$$

❖ **Equation de conservation de l'énergie :**

Cette équation exprime la conservation de l'énergie totale du système ; elle s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad (\text{II-10})$$

Posons :

$$\varphi = \tau_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad (\text{II-11})$$

où φ désigne la *fonction de dissipation visqueuse* qui représente la dégradation des forces intérieures en chaleur.

Dans le cas où la fonction φ est négligée (d'après nos hypothèses), l'équation (II-10) s'écrit en coordonnées cartésiennes, comme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) = \alpha \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{II-12})$$

où $\alpha = k/\rho C_p$ représente la diffusivité thermique du fluide.

III.4. ADIMENSIONNALISATION DES ÉQUATIONS

L'adimensionnalisation des équations consiste à réduire le nombre de paramètres d'étude. Pour cela, on introduit un ensemble de variables réduites. Ainsi, l'étude devient plus simple et les résultats obtenus peuvent être généralisés à tous les phénomènes similaires.

Introduisons les variables réduites suivantes :

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad \tau = \frac{t}{H/V_0}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad P^* = \frac{p^*}{\rho V_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_w - T_0}$$

où : H : hauteur caractéristique ;

H/V_0 : temps caractéristique ;

ρV_0^2 : pression caractéristique ;

ΔT : température caractéristique ;

V_0 : vitesse caractéristique ;

Alors, les équations précédentes s'écrivent en fonction des variables réduites prédéfinies comme suite :

❖ **Equation de conservation de la masse (équation de continuité) :**

L'équation (II-4) devient alors :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II-13})$$

❖ **Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

• Selon x :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \quad (\text{II-14})$$

• Selon y :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (\text{II-15})$$

❖ **Equation de conservation de l'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (\text{II-16})$$

où Gr, Pr et Re sont respectivement les nombres de Grashof, de Prandtl et de Reynolds.

Ils sont définis par les expressions suivantes :

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T_w - T_0)H^3}{\nu_0^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_0 C_p}{k}, \quad \text{Re} = \frac{V_0 H}{\nu_0}$$

Les équations (II-13), (II-14), (II-15), et (II-16) forment le système d'équations qui régit notre problème. Remarquons que toutes ces équations sont de la forme des équations de transport qui s'écrivent sous la forme générale :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \Gamma_\phi \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right] + S_\phi \quad (\text{II-17})$$

où : ϕ est la variable dépendante;

Γ_ϕ est le coefficient de diffusion;

S_ϕ est le terme source.

Après identification avec le système d'équation précédent, on peut établir le Tableau (II-1) dans lequel on donne pour chaque équation le coefficient de diffusion et le terme source relatif à la variable indépendante ϕ .

Equations		ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
De continuité (II-13)		1	0	0
De l'impulsion	Selon x (II-14)	V	$\frac{1}{\text{Re}}$	S_V
	Selon y (II-15)	U	$\frac{1}{\text{Re}}$	S_U
De l'énergie (II-16)		θ	$\frac{1}{\text{Pr. Re}}$	S_θ

Tableau II-1 : Identification des équations par rapport à l'équation générale de transport.

Les termes sources présentés dans le tableau précédent sont donnés par les expressions suivantes :

$$S_U = -\frac{\partial P^*}{\partial X}, \quad S_V = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \theta, \quad S_\theta = 0$$

III.5. LES CONDITIONS AUX LIMITES

Le système d'équations précédent doit être résolu sous certaines conditions aux limites bien déterminées. Ces conditions correspondent aux caractéristiques du problème de convection mixte dans un canal verticale.

À $\tau = 0$, $U = V = 0$, $\theta = 0,5$.

Pour $\tau > 0$, on a les conditions aux limites pour le champ dynamique et le champ thermique illustrées dans la Figure II-2 et le Tableau II-2.

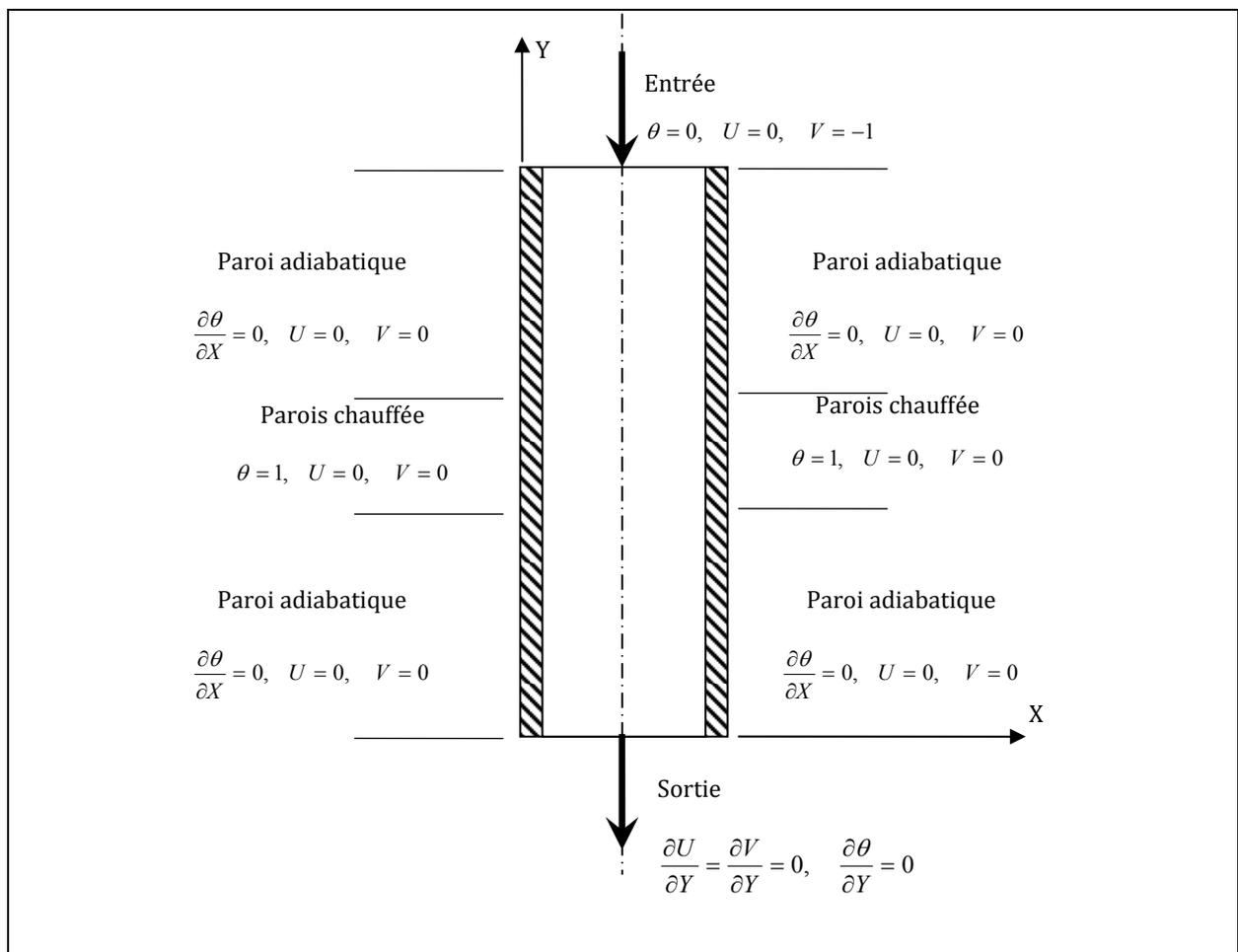


Figure II-2 : Conditions aux limites sous forme adimensionnelle du champ de vitesse et du champ de température.

Limite		Conditions Hydrodynamiques	Conditions Thermiques
$Y = L/H$ (à l'entrée)		$U = 0, V = 1$	$\theta = 0$
$Y = 0$ (à la sortie)		$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$X = 0$ et $X = H + 2\Delta$ (aux parois)	L_w/H	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
	L_c/H	$U = V = 0$	$\theta = 1$
	L_d/H	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$

Tableau II-2 : Conditions aux limites hydrodynamique, thermique sous forme adimensionnelles

III.6. CONCLUSION

Le système d'équations établi et les conditions aux limites associées constituent la formulation mathématique de notre étude et cela en tenant compte des hypothèses émises précédemment. C'est un système fortement couplé qui a pour inconnues P^* , U , V , et θ .

La résolution analytique d'un tel système est impossible. On fera donc appel aux méthodes numériques pour la recherche de la solution de notre problème physique, partie qui fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE III

METHODES NUMERIQUES

III.1. INTRODUCTION

Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles : "E.D.P." associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général, sauf dans certains cas classiques connus depuis bien longtemps. Ces cas sont pédagogiquement intéressants mais demeurent beaucoup trop limités pour l'industriel en particulier au niveau des géométries considérées.

On cherche donc des méthodes basées sur l'approximation numérique. Celle-ci a pour but de définir une ou plusieurs suites convergentes (vers la solution analytique du système, qui ne converge pas d'ailleurs nécessairement vers un état d'équilibre) dont nous calculons les termes les uns après les autres par itérations successives. Le principe est d'approcher l'équation continue "E.D.P." déduite de la théorie par une équation algébrique de récurrence liant les termes de ces suites. Nous voyant ici l'utilité des conditions initiales et aux limites permettant de donner un "départ" à notre calcul. Or nous comprenons bien que cette solution ne puisse s'effectuer continûment sur le domaine de calcul. Nous allons donc décomposer ce domaine en plusieurs mailles. Cette notion de maillage sera approfondie plus loin. Actuellement, trois grandes méthodes numériques sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations à dérivées partielles régissant les différents écoulements de transfert de chaleur, de masse etc., ce sont les méthodes des différences finies, des éléments finis et des volumes finis.

La méthode des différences finies consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini en calculant chaque dérivée partielle à l'aide d'un développement en séries de Taylor tronquées pour obtenir des équations linéaires reliant la valeur des inconnues en un nœud aux valeurs de ces mêmes inconnues aux nœuds voisins.

La technique des éléments finis discrétise l'espace à l'aide d'éléments géométriques simples (généralement des triangles ou des quadrangles). En suite, la forme forte des équations est remplacée par la forme faible dans laquelle les inconnues sont approximées par une combinaison linéaire de fonctions de base dont le support est un des éléments.

La méthode des volumes finis qui a été adoptée dans cette étude consiste à exprimer le bilan de la grandeur étudiée (masse, énergie, quantité de mouvement ...) sur un volume de contrôle [21]. Ces volumes de contrôle sont généralement rectangulaires délimités par des lignes parallèles aux axes des coordonnées. Cependant, il est possible, actuellement, d'utiliser des volumes de diverses formes. L'un des principaux avantages de cette méthode est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour cette raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

III.2. NOTIONS GÉNÉRALES SUR LA MÉTHODE DES VOLUMES FINIS

Dans le but de ne pas trop alourdir ce mémoire nous allons évoquer les bases de la méthode des volumes finis et pour de plus amples détails l'ouvrage de Patankar [21] constitue un excellent guide.

La résolution d'un problème cité précédemment, par la méthode des volumes finis, passe par les étapes suivantes :

- Maillage du domaine physique de calcul (distribution des volumes de contrôle)
- Discrétisation des différentes équations régissant le phénomène considéré.
- Choix d'un algorithme de résolution des systèmes d'équations obtenues après discrétisation.

III.3. DISTRIBUTION DES VOLUMES DE CONTRÔLE

Dans la méthode des volumes finis, la zone d'intégration est divisée en un certain nombre de volumes élémentaires (voir *Figure III-1*). Il faut bien distinguer les indices en lettres majuscules qui désignent des grandeurs attachées au point situé au centre du volume et les indices en lettres minuscules qui désignent les grandeurs attachées aux faces des volumes. Si nous appelons P le nœud considéré alors les points qui lui sont adjacents sont dénommés : East (E), West (W), North (N), et South (S) pour des écoulements bidimensionnels.

Les faces du volume de contrôle seront dénommées de la même façon. Dans le but d'assurer une expression correcte du bilan de conservation d'une entité physique quelconque cette méthode utilise un maillage décalé (staggered grid) en fonction de la nature même de l'entité considérée. La pression et la température sont calculées en considérant un volume de contrôle centré autour du point P , donc entre les faces e , w , s , et n (en bidimensionnel). Les vitesses seront estimées dans un volume centré sur la face est entre deux plans passant par les nœuds P et E et limité par les faces sud et nord. Il découle directement de cette localisation que le calcul des flux de masse à travers des interfaces (ex : $Fe = (\rho u)_e \Delta y$) se fera sans aucune interpolation de la vitesse sur ces interfaces.

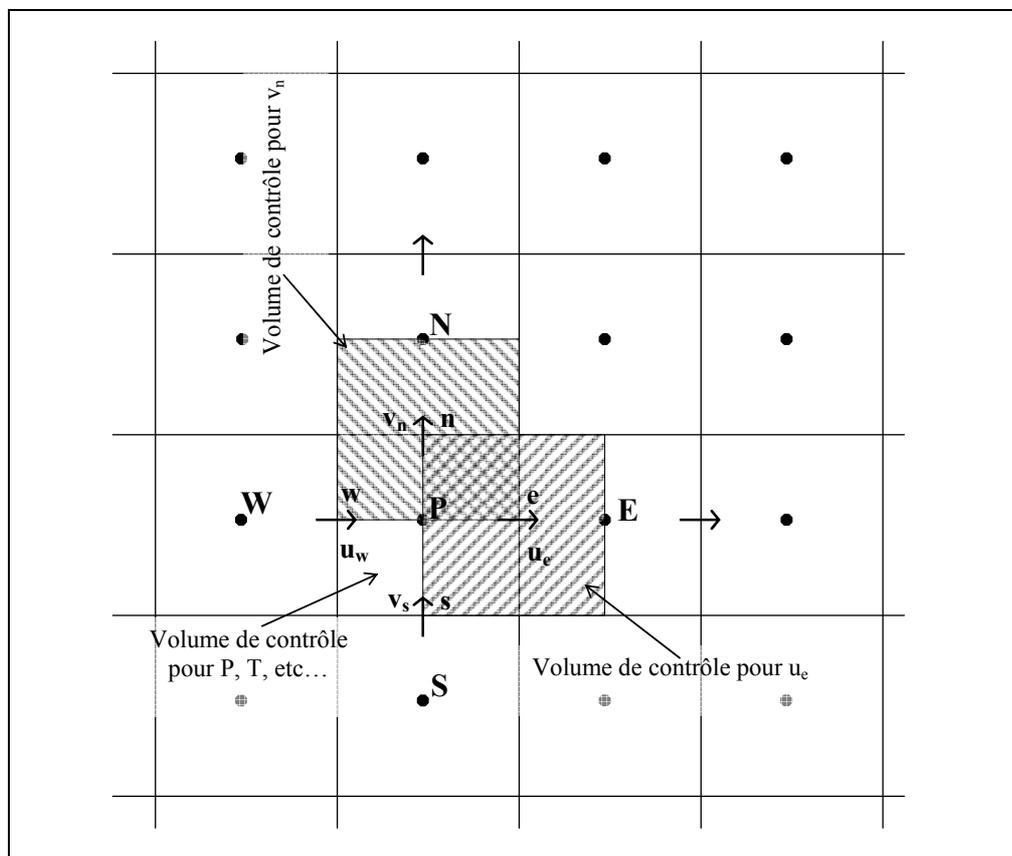


Figure III-1 : Distribution des volumes de contrôle avec maillage décalé.

L'avantage de cet arrangement est nettement plus important au niveau de l'équation de continuité, car celle-ci étant intégrée sur le volume de contrôle principal fera apparaître la différence entre deux vitesses adjacentes, éliminant ainsi les problèmes d'interpolation. D'autre part au niveau de l'équation de la quantité de mouvement, la différence de pression prise en compte sera elle aussi issue de deux nœuds adjacents et sera donc la force motrice naturelle pour la vitesse.

Du point de vue physique la pression et la température sont des grandeurs scalaires plus facilement calculables en un point (supposé représentatif du volume), tandis que la vitesse est plutôt liée à un flux (que nous considérons constant) à travers une surface. Conformément aux hypothèses faites précédemment (grandeurs et flux constants) il conviendra de prendre des maillages suffisamment raffinés de façon à ce que les moyennes effectuées soient représentatives.

III.4. DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION GÉNÉRALE DE TRANSPORT

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide et le transfert de chaleur sont régis par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations se présentent sous la forme générale d'une équation de transport, soit :

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t}}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi)}_{II} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)}_{III} + \underbrace{S_\phi}_{IV} \quad (\text{III-1})$$

- où :
- U_j : les composantes du vecteur vitesse ;
 - ϕ : est la variable dépendante ;
 - Γ : est le coefficient de diffusion ;
 - S_ϕ : est le terme source.

Cette équation de transport comporte quatre termes représentant les processus par lesquels la variable ϕ peut changer.

- I : terme de la variation temporelle au sein du volume,
- II : terme de convection à travers les faces du volume,
- III : terme de diffusion à travers les faces du volume,
- IV : terme de génération ou destruction au sein du volume.

On intégrant sur un volume de contrôle typique (voir Figure III-2) ; on obtient :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial (U \phi)}{\partial x} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial (V \phi)}{\partial y} dx dy dt =$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_\phi dx dy dt \quad (\text{III-2})$$

où : n : correspond au temps (t).

$n+1$: correspond au temps ($t + \Delta t$)

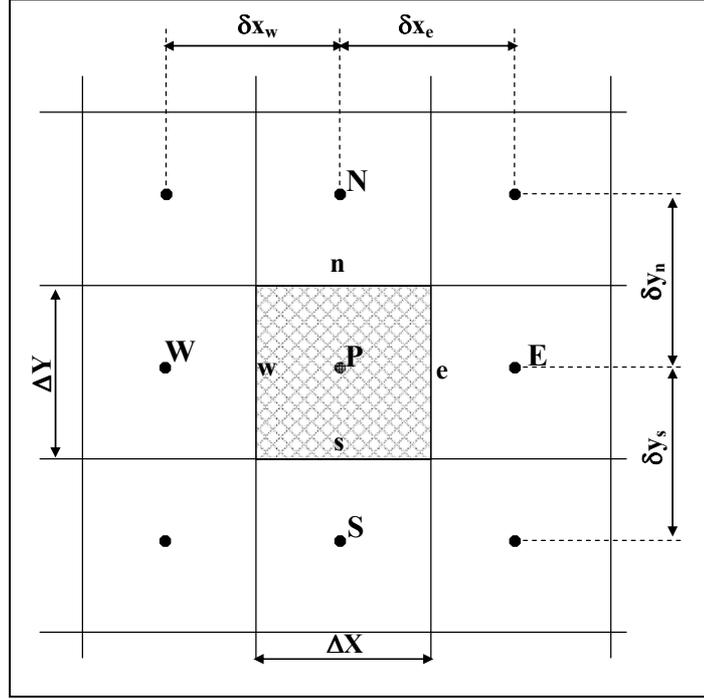


Figure III-2 : Volume de contrôle typique.

On évaluant chaque terme séparément, nous obtenant :

- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt = (\phi_p^{n+1} + \phi_p^n) \Delta X \Delta Y$
- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (U \phi)}{\partial x} dx dy dt = (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y \Delta t$
- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (V \phi)}{\partial y} dx dy dt = (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X \Delta t$
- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y \Delta t$
- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X \Delta t$
- $\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dt = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \Delta t$

En réduisant les termes semblables, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & (\phi_p^{n+1} + \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y + (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X = \\
 & \left[\left(\Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_n - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad \text{(III-3)}
 \end{aligned}$$

En posant :

- $J_x = U \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$
- $J_y = V \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$

Donc le résultat de l'équation (III-3) donne :

$$(\phi_p^{n+1} + \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + J_e^{n+1} + J_w^{n+1} + J_n^{n+1} + J_s^{n+1} = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (\text{III-4})$$

où :

$$\left. \begin{aligned} J_e &= U_e \phi_e \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e \Delta Y \\ J_w &= U_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \Delta Y \\ J_n &= V_n \phi_n \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n \Delta X \\ J_s &= V_s \phi_s \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-5})$$

Les quantités J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle. $\overline{S_\phi}$ est évalué au centre de volume de contrôle.

III.5. SCHÉMAS D'INTERPOLATION

Nous introduisons maintenant quelques schémas d'interpolation servant à déterminer la valeur de la variable dépendante ϕ aux interfaces du volume de contrôle, Parmi ces schémas, on distingue le schéma aux différences centrées (*Central Difference Scheme*) qui utilise une procédure d'interpolation linéaire mais qui reste, cependant, limité pour des valeurs de $|P| < 2$.

Une autre alternative à ce schéma est la procédure aux différences décentrées (*Upwind Scheme*). Ce schéma est moins précis que celui aux différences centrées pour les écoulements qui ne sont pas à convection dominée. Par conséquent, un certain nombre d'auteurs ont proposé des combinaisons des deux schémas précédents. Spalding a développé le schéma hybride (*Hybrid Scheme*) qui rejoint le schéma aux différences centrées pour $|P| < 2$ et le schéma aux différences décentrées pour $|P| > 2$ [21].

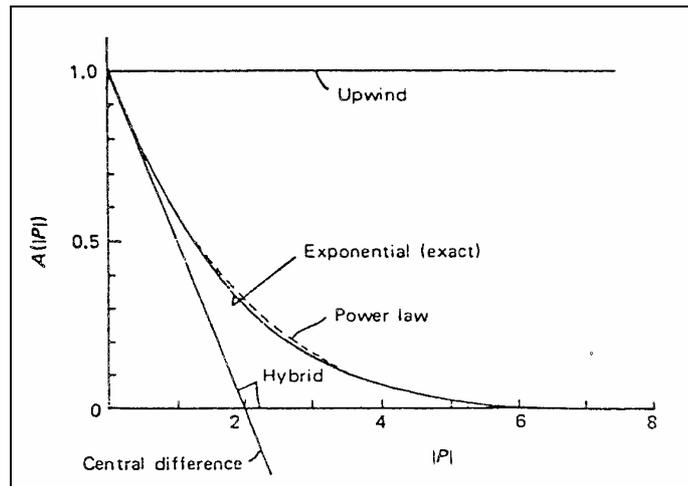


Figure III-3 : La fonction $A(|P|)$ pour chacun des schémas.

L'inconvénient majeur du schéma hybride est l'erreur introduite au voisinage de $|P| = 2$, (voir Figure III-3). Ainsi, un certain nombre de méthodes ont été développées afin de présenter un changement plus graduel et qui sont en bon accord avec la solution exacte d'un problème monodimensionnel. Patankar propose le schéma d'approximation de la loi de puissance (*Power Law Scheme*) qui s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte (voir Figure III-4).

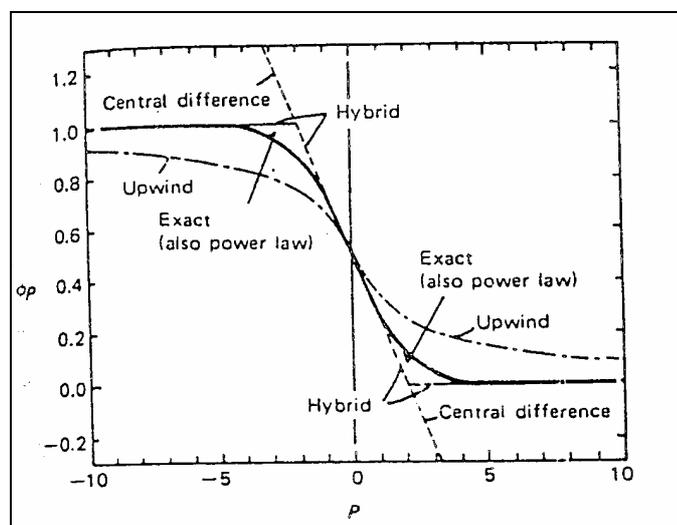


Figure III-4 : Prédiction de ϕ_p par les différents schémas dans un intervalle des nombres de Peclet.

Ce schéma a été développé à partir du schéma exponentiel exact (*Exponential Scheme*). Ce dernier n'a pas été utilisé à cause du temps de calcul important nécessaire au calcul des exponentielles [21].

Le schéma de la loi de puissance est le plus recommandé dans la littérature, aussi nous l'adapterons dans notre travail, On note aussi que le temps de calcul pour ce schéma est

légèrement plus important que le schéma hybride. Par ailleurs les schémas préalablement définis peuvent être vus comme des choix particuliers de la fonction $A(|P|)$. Ainsi on établit le tableau suivant :

Schémas	Expressions de $A(P)$
Centré	$1 - 0,5 P $
Upwind	1
Hybride	$\max \left\ 0, (1 - 0,5 P) \right\ $
Loi de puissance	$\max \left\ 0, (1 - 0,5 P)^5 \right\ $
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

Tableau III-1 : La fonction pour chacun des schémas.

Dans le présent travail nous allons utiliser le schéma hybride, car il exige moins de temps de calcul et permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et des résultats proches de la solution exacte.

III.6. MÉTHODE DE RÉOLUTION

D'une manière générale, le succès de la simulation dépend fortement et presque exclusivement de la méthode de résolution des systèmes d'équations algébriques obtenues après discrétisations des équations différentielles. Une attention particulière a alors été consacrée à ce point et le résultat est un algorithme de résolution très performant pour les problèmes étudiés dans le cadre de ce mémoire. Nous présentons ici une description succincte de cet algorithme [22].

L'algorithme est un assemblage de plusieurs techniques différentes et complémentaires. Ce sont :

- La technique TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) ou algorithme de Thomas.
- La technique de balayage rangée par rangée (ligne par ligne).
- La technique de correction par blocs.

Nous commençons par balayer le domaine de calcul rangée par rangée, dans une direction donnée. Pour chaque rangée, nous appliquons la technique TDMA pour déterminer le champ de la variable considérée sur toute la rangée en question. Après le balayage complet, nous procédons à la correction du champ obtenu et ceci en calculant une correction par rangée (le système d'équations décrivant la répartition des corrections étant résolu par la même

technique TDMA). Nous effectuons ensuite les mêmes étapes mais cette fois dans l'autre direction. Ainsi une itération a été réalisée et nous procédons à un test de convergence. Si le critère de convergence est satisfait le champ est déterminé sinon nous recommençons les calculs au début avec le balayage suivant la direction choisie initialement.

Cet algorithme permet de fournir une solution, après seulement quelques itérations ; même pour le champ de pression qui est le plus difficile à calculer à cause de son couplage avec celui des vitesses et que nous allons traiter dans le paragraphe suivant.

III.7. COUPLAGE VITESSE PRESSION

La présence de la pression dans les équations de conservation de la quantité de mouvement sous forme de gradient rend la résolution de celles-ci plus compliquée, pour la principale raison que cette pression est inconnue et constitue l'une des variables du problème. Pour la déterminer, il faut tout d'abord trouver une équation pour la décrire. Cette équation sera constituée à partir de l'équation de la conservation de la masse. Mais, avant de passer à ce point, faisons les deux remarques suivantes :

- La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement fait apparaître un problème lié à la pression. En effet, lors de cette discrétisation en un nœud P , par exemple, seules les pressions aux nœuds voisins apparaîtront dans l'équation finale. En passant à un nœud voisin (E par exemple) nous verrons apparaître la pression au nœud initial P et au nœud situé à l'est du nœud E . Nous constatons ainsi que les équations discrétisées utilisent deux champs de pression complètement indépendants. Ce qui est inadmissible et conduit, si nous n'y remédions pas, à des résultats complètement fantaisistes.
- Le même problème apparaît aussi lors de la discrétisation de l'équation de continuité. Nous voyons apparaître deux champs de vitesses sans relation l'un avec l'autre et sans aucun fondement physique.

Pour éviter ces deux inconvénients, Nous décalons le maillage de la pression par rapport à celui des vitesses. Nous allons alors localiser la pression au centre de l'élément de volume et les vitesses sur les faces de celui-ci comme indiqué sur la figure III-1.

Revenons maintenant à la constitution d'une équation pour la pression ou plus exactement pour une correction de la pression P' définie par :

$$P = P^* + P' \tag{III-6}$$

Où P est la pression exacte et P^* une estimation de départ qu'il faut corriger en déterminant P' . Le problème est ramené à la détermination de P' au lieu de P . L'équation de conservation de la quantité de mouvement discrétisée s'écrit pour les deux composantes de vitesses :

$$a_p^{(u)}U_p = a_E^{(u)}U_E + a_W^{(u)}U_W + a_N^{(u)}U_N + a_S^{(u)}U_S + b_p^{(u)} \quad (\text{III-7a})$$

$$a_p^{(v)}V_p = a_E^{(v)}V_E + a_W^{(v)}V_W + a_N^{(v)}V_N + a_S^{(v)}V_S + b_p^{(v)} \quad (\text{III-7b})$$

Les termes sources $b_p^{(u)}$ et $b_p^{(v)}$ font intervenir la pression inconnue. Nous allons donc travailler par itérations successives. Nous supposons pour démarrer que la pression est connue (estimation P^*) et nous calculons le champ des vitesses. Or, les vitesses calculées avec une estimation de la pression ne satisfont pas, en général, l'équation de continuité qui doit être respectée à tout moment. Nous allons alors les corriger en utilisant, comme pour la pression ci-dessus, une correction telle que :

$$U = U^* + U' \quad (\text{III-8a})$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{III-8b})$$

Où V^* et U^* sont les vitesses calculées avec P^* . U' et V' étant les corrections de ces vitesses à déterminer pour retrouver les vitesses exactes U et V de l'itération en cours.

Le calcul des corrections U' et V' s'effectue en utilisant les relations (III-8) dans les équations (III-7) en faisant des hypothèses simplificatrices.

$$U'_p = \frac{\Delta y}{a_p^{(u)}}(P'_w - P'_e) \quad (\text{III-9a})$$

$$V'_p = \frac{\Delta x}{a_p^{(v)}}(P'_s - P'_n) \quad (\text{III-9b})$$

Pour déterminer la correction de pression P' nécessaire pour le calcul des corrections des vitesses, nous utilisons l'équation de continuité discrétisée suivante (élément de volume scalaire) :

$$(U_E - U_W)\Delta y + (V_N - V_S)\Delta x = 0 \quad (\text{III-10})$$

Nous remplaçons dans cette équation, les vitesses par leurs valeurs données par les relations (III-8). Par identification avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement (tout ce qui est en fonction des vitesses U^* et V^* disparaît), nous obtenons une

équation pour la correction des vitesses. En utilisant les relations (III-9) dans cette dernière, nous obtenant l'équation suivante :

$$a_p^{(p')} P_p' = a_e^{(p')} P_e' + a_w^{(p')} P_w' + a_n^{(p')} P_n' + a_s^{(p')} P_s' + b_p^{(p')} \quad (\text{III-11})$$

Avec :

$$a_e^{(p')} = \rho \frac{(\Delta y)^2}{(a_p^{(u)})_e} ; \quad a_w^{(p')} = \rho \frac{(\Delta y)^2}{(a_p^{(u)})_w}$$

$$a_n^{(p')} = \rho \frac{(\Delta x)^2}{(a_p^{(v)})_n} ; \quad a_s^{(p')} = \rho \frac{(\Delta x)^2}{(a_p^{(v)})_s}$$

$$a_p^{(p')} = a_e^{(p')} + a_w^{(p')} + a_n^{(p')} + a_s^{(p')}$$

$$b_p^{(p')} = \rho [(U_w^* - U_e^*) \Delta y + (V_s^* - V_n^*) \Delta x]$$

Cette équation permet de déterminer le champ de la correction P' . La correction des pressions et des vitesses et maintenant possible et les valeurs déduites sont considérées comme des nouvelles estimations et la procédure est recommencée jusqu'à la convergence. Cette procédure est connue dans la littérature sous le nom de SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressur Linked Equation) et est très largement utilisée [21].

L'algorithme SIMPLE sera donc défini par les étapes suivantes :

- 1- Estimer le champ de pression ;
- 2- Résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir U^* et V^* ;
- 3- Résoudre l'équation en P et cela en utilisant U^* et V^* ;
- 4- Calculer le champ de pression P et le champ des vitesses U et V à partir de leurs expressions de correction en utilisant P ;
- 5- Résoudre l'équation discrétisée pour d'autres variables dépendantes ϕ (température, concentration.... etc.) s'ils influencent le champ d'écoulement ;
- 6- Traiter la pression P comme un nouveau estimé P' , et revenir à l'équation (III-6) pour répéter la même procédure jusqu'à convergence.

III.8. DÉTAILS NUMÉRIQUES

III.8.1. La sous relaxation

La sous- relaxation est généralement utilisée dans les problèmes non linéaires pour éviter que le processus itératif décrit précédemment ne diverge. Elle consiste à diminuer la rapidité des changements des valeurs d'une variable, d'une itération à l'autre, par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ .

Comme nous l'avons vu précédemment, toutes les équations de transport, après avoir été discrétisées, peuvent être mises sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi \quad (\text{III-12})$$

Si nous notons ϕ_p^* la valeur de ϕ_p à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\phi_p = \phi_p^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_p} - \phi_p^* \right] \quad (\text{III-13})$$

Le terme entre parenthèse dans cette relation représente le changement survenu à ϕ_p pendant une itération. Cette variation peut être alors amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation α_ϕ de la manière suivante :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_p} - \phi_p^* \right] \quad (\text{III-14})$$

Il est bien évident que cette procédure de relaxation n'est valable que si la résolution finale de l'équation (III-14) (à la fin des itérations) satisfait bien l'équation (III-12). C'est ici le cas dans la mesure où lorsque le processus a convergé, ϕ_p est censée ne plus varier d'une itération à l'autre. La relation $\phi_p = \phi_p^*$ est alors obtenue et associée à l'équation (III-14) donne finalement l'équation (III-12) recherchée.

Concernant la pression, la sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage vitesse- pression. Elle est simplement introduite dans la correction de pression P' sous la forme suivante :

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (\text{III-15})$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et plus la convergence est lente. Mais plus, ils sont forts, plus la sous relaxation est faible et plus il y a de chance de faire introduire des instabilités dans le processus itératif.

Il n'existe pas de règle générale pour choisir les coefficients de sous relaxation. Cela peut dépendre de la nature du problème, du nombre et de la taille des cellules du maillage, de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour le bon déroulement de la procédure itérative. Enfin, nous rappelons que la valeur de ces coefficients peut être différente d'une variable à une autre.

III.8.2. Critère de convergence

Une procédure est convergente si toute erreur tend à décroître au cours des itérations. Elle a convergée lorsque les itérations ne produisent plus de changements significatifs sur les variables selon un critère bien défini. Le critère de convergence est donc utilisé pour stopper le processus itératif lorsqu'il est satisfait.

Le critère de convergence utilisé dans ce travail repose sur le résidu de l'équation de transport, comme suit :

$$R_\varphi = \sum_{\text{mailles}} (a_e \varphi_e + a_w \varphi_w + a_n \varphi_n + a_s \varphi_s + b - a_p \varphi_p) \quad (\text{III-16})$$

Dans le cas de l'équation de continuité, le résidu est la source de masse S_m , pour toutes les variables, les résidus sont normalisés par F_φ (masses entrantes, la somme de la quantité de mouvement à l'entrée). Il est alors attendu que ces grandeurs soient inférieures à un critère de convergence prédéfini par :

$$\frac{\sum |R_\varphi|}{F_\varphi} \leq \text{epsilon} \quad (\text{III-17})$$

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisi epsilon de l'ordre de 10^{-3} .

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. INTRODUCTION

Nos simulations numériques ont été accomplies grâce aux exécutions faites par un code de calcul sur un micro ordinateur personnel Dual Core de fréquence $2,5 * 2,5$ GHz, et de capacité de mémoire égale à 2 Go. Dans ce chapitre nous présentons tous les résultats obtenus de ces simulations concernant l'étude de la convection mixte dans un canal verticale.

Rappelons que ce canal a une hauteur L et une largeur H . Les parties médianes externes des parois verticales sont chauffées et maintenues à une température constante, alors que les autres parties en haut et en bas des parties chauffées sont adiabatiques.

Le fluide utilisé pour le refroidissement est de l'air, et son écoulement a l'intérieur du canal contrôlé par les nombres adimensionnels suivants :

- Le nombre de Prandtl, Pr
- Le nombre de Reynolds, Re
- Le nombre de Grashof, Gr
- Le nombre de Richardson, Ri

IV.2. CHOIX DU MAILLAGE

L'influence du maillage sur la solution numérique a été examinée avant de passer aux calculs de notre étude.

Nous avons testé la dépendance de la solution par rapport au maillage en considérant un nombre de Richardson égale à 1, une longueur de la partie chauffée $L_c/H = 1$ et une épaisseur de la paroi égale à 0,1. Les graphes IV-1, IV-2, IV-3 et IV-4 montrent, respectivement les profils de température, de vitesse V dans la direction horizontale (x), l'évolution du nombre

de Nusselt local et Nusselt moyen. Ceci est confirmé d'une manière quantitative par le tableau IV-1.

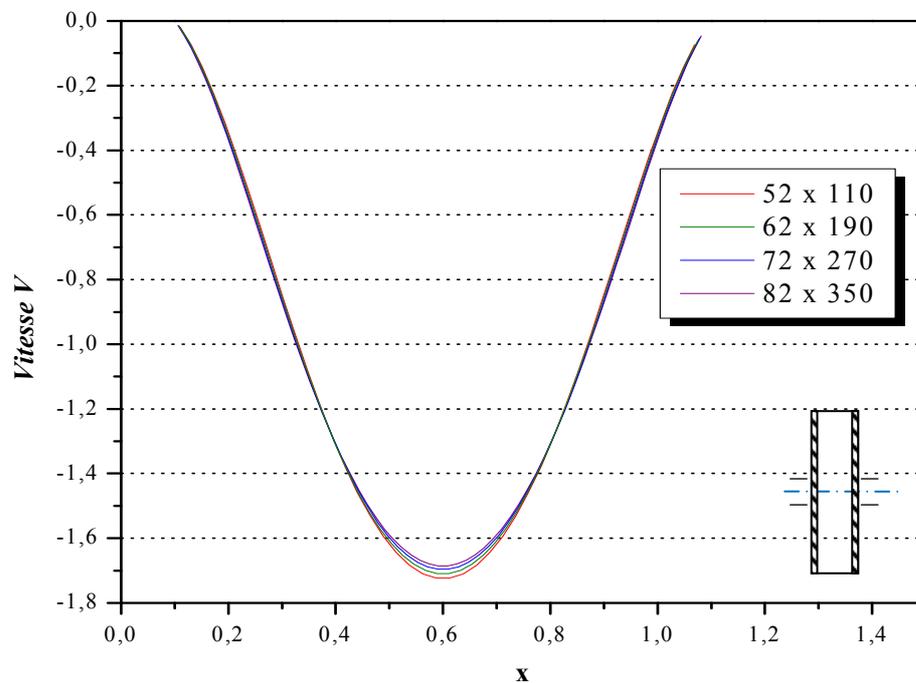
Maillage	52x110	62x190	72x270	82x350
V_{max}	-1,7235	-1,7094	-1,6957	-1,6856
θ_{max}	0,3012	0,2956	0,2923	0,2938
Nu moyen	1,12602 E -2	1,53632 E -2	1,88921 E -2	1,96523 E -2

Tableau IV-1 : Valeurs des différents variables pour différents maillages.

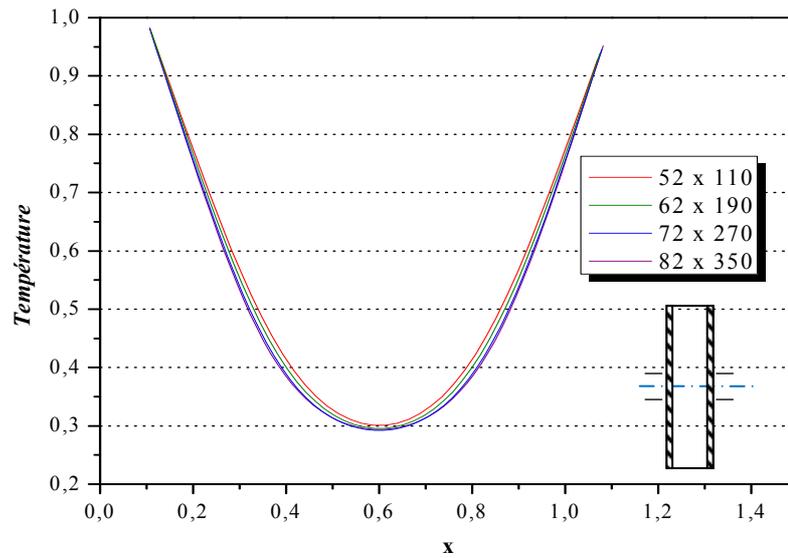
Les résultats obtenus par ces différents maillages sont très proches, cependant, le maillage 82×350 donne un résultat très précis mais nécessite un temps d'exécution du programme de calcul élever par rapport aux autres maillages.

Nous avons constaté, qu'entre les maillages de 82×35 et 72×270, un écart maximum de l'ordre de 3,8 % entre les valeurs des différentes variables. Ceci est confirmé d'une manière qualitative par le graphe IV-3 et d'une manière quantitative par le tableau IV-1.

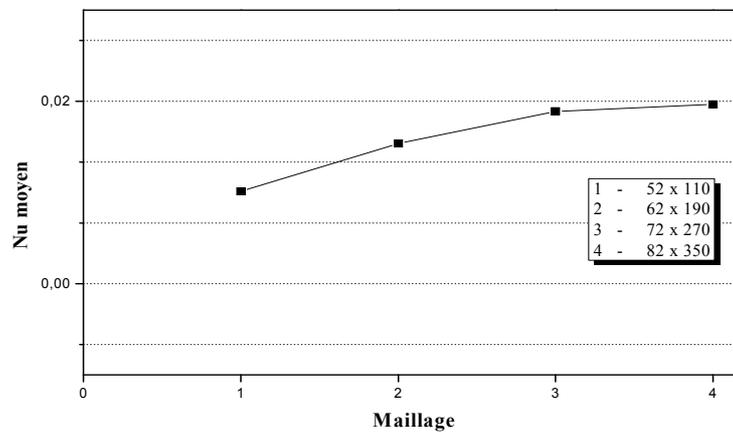
Finalement, notre choix a été définitivement orienté vers le maillage 72×270.



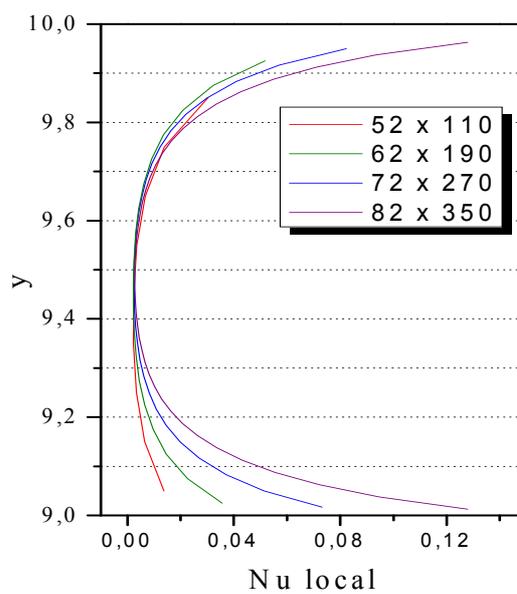
Graphe IV-1 : Profile de la vitesse au niveau du centre de canal.



Graphe IV-2 : Profil de la température au niveau du centre de canal.



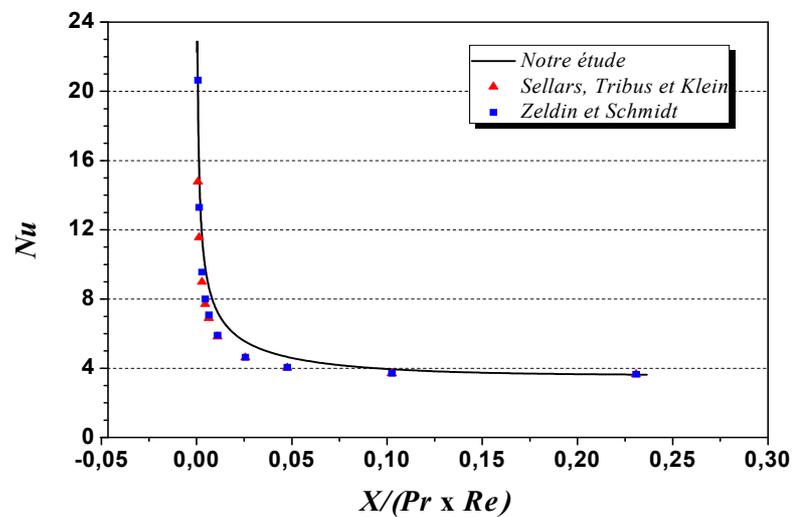
Graphe IV-3 : Evaluation du nombre de Nusselt moyen pour les différents maillages.



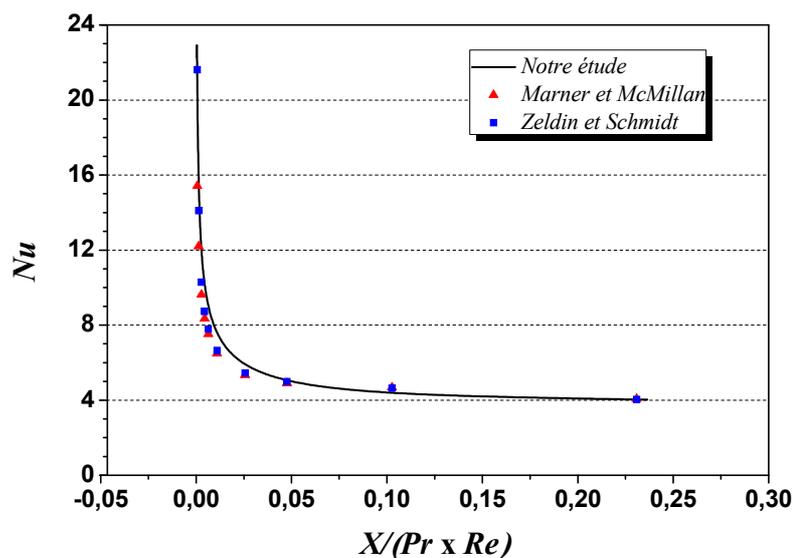
Graphe IV-4 : Evaluation du nombre de Nusselt local pour les différents maillages

IV.3. VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Afin de valider le code de calcul, deux cas de test ont été considérés. Les résultats du premier cas sont présentés dans le graphe IV-5 qui compare l'évolution du nombre de Nusselt local en convection forcée dans un tube vertical dont les parois sont maintenues à une température constante ($Pe = 252,5$) dans le cas de notre étude avec des résultats expérimentaux et numériques obtenus par Zeldin et Schmidt [23], et Sellars et al [24]. Les résultats du deuxième cas sont présentés dans le graphe IV-6 qui compare les mêmes paramètres mais pour la convection mixte avec les résultats expérimentaux de Zeldin et Schmidt, et Marner et McMillan [25]. On peut bien remarquer que l'accord est satisfaisant.



Graph IV-5 : Comparaison du nombre de Nusselt local pour convection forcée avec $Pe = 252,5$



Graph IV-6 : Comparaison des nombres de Nusselt $Gr/Re = -30$ pour $Pe = 252,5$

IV.4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats des simulations numériques concernant notre étude sont représentés dans les graphes et figures qui suivent.

L'augmentation du nombre de Richardson ou du nombre de Grashof pour un nombre de Reynolds fixe correspond à une intensification de la convection naturelle par rapport à la convection forcée. Pour notre étude, l'influence des forces de flottabilité sur la structure globale de l'écoulement est examinée en fixant le nombre de Reynolds à $Re = 100$, et en variant le nombre de Richardson à partir de $Ri = 0.1$.

IV.4.1. Régime stable (permanant)

❖ Champ thermique :

La figure IV-1 représente le champ thermique dans le cas de $Ri = 0.1, 1.5, 2$ et 2.5 . Généralement, on constate que les isothermes sont concentrés près de la partie chauffée indiquant un échange de chaleur maximal. On remarque aussi une parfaite symétrie.

❖ Champ dynamique :

La figure IV-2 et le graphe IV-7 illustrent les lignes de courants et les profils de vitesse V au niveau du centre du canal respectivement pour le même cas de Ri .

Concernant les fonctions de courant, on constate que : pour $Ri = 0.1$, les lignes de courant sont présentées par des lignes quasi-parallèles verticales. La domination de la convection forcée ne permet pas l'apparition des zones de re-circulation. A partir de $Ri = 1.5$, les zones de re-circulation apparaissent et leurs taille augmente au fur et à mesure que Ri augmente. La symétrie est confirmée par le champ dynamique.

Les profils de vitesse montrent que lorsque les forces de flottabilité augmentent, les zones de re-circulation sont intensifiées et la valeur maximale de la vitesse longitudinale augmente également.

❖ Nombre de Nusselt :

Le graphe IV-8 montre la variation du nombre de Nusselt local en fonction de la longueur de la partie chauffée sur l'une des parois du canal. Nous remarquons que le nombre de Nusselt local prend presque la même valeur dans les différents cas de Ri et ceci jusqu'au milieu de la partie chauffée où $Nu_{local} = 0.0012$ et $y = 9.4$, cependant, en s'éloignant du milieu, le nombre de Nusselt local augmente rapidement. Ceci revient à l'augmentation du transfert

de chaleur puisque en s'approche du fluide plus froid. Les valeurs du nombre de Nusselt local sont plus élevées dans le cas de $Ri = 0,1$ et décroît lorsque le nombre de Richardson augmente.

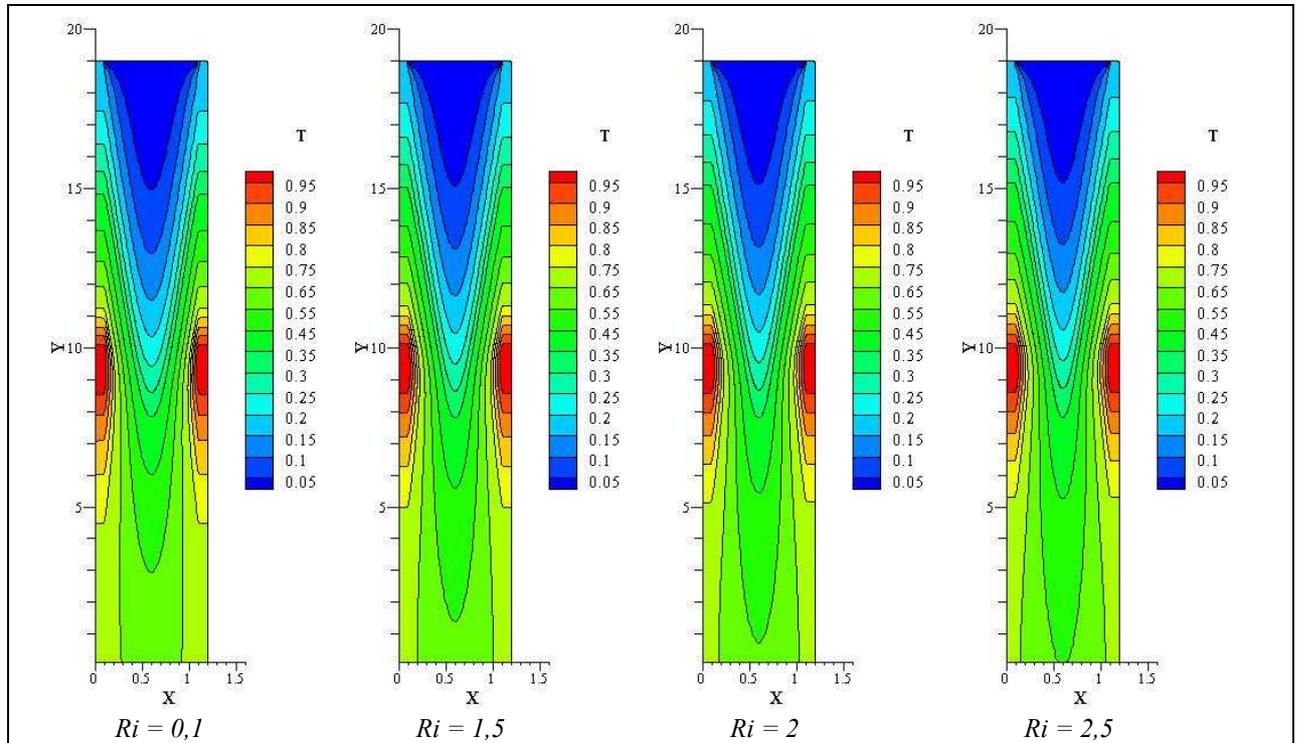


Figure IV-1 : Contours des isothermes pour $Re = 100$ et différentes valeurs de Ri .

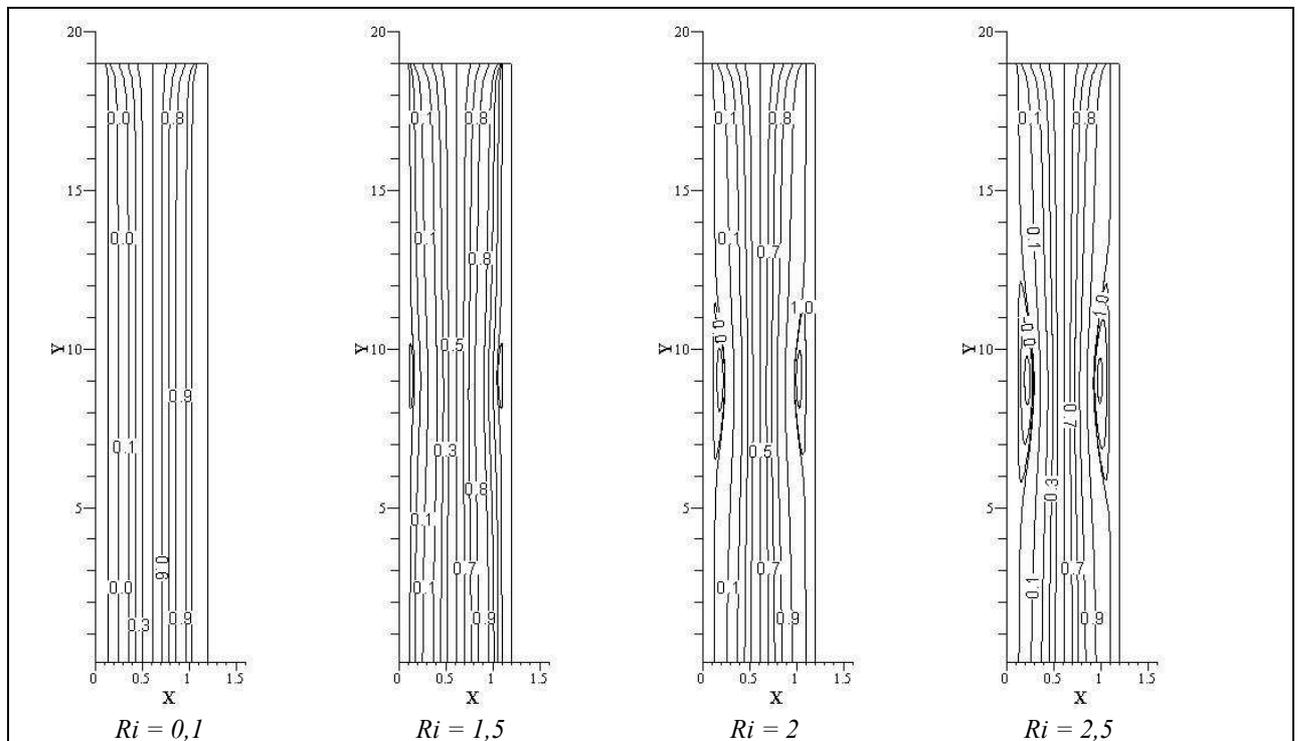
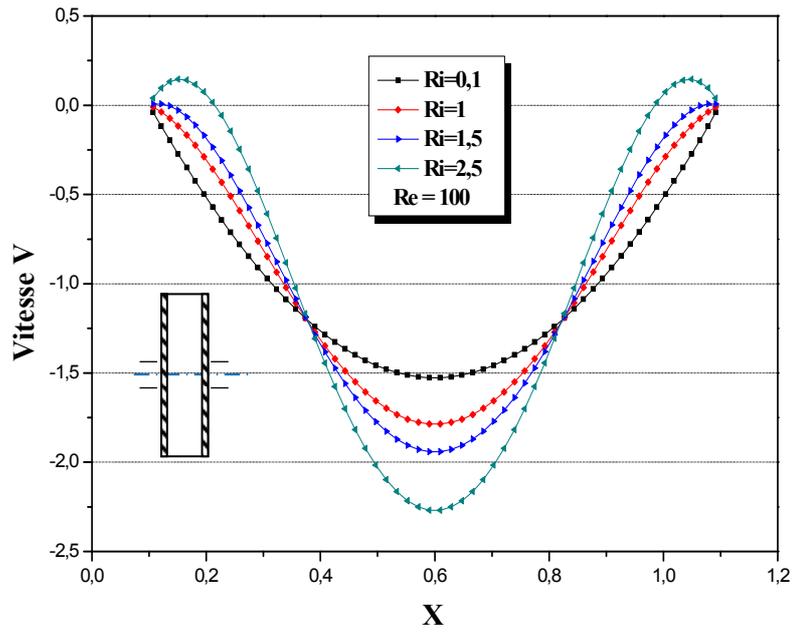
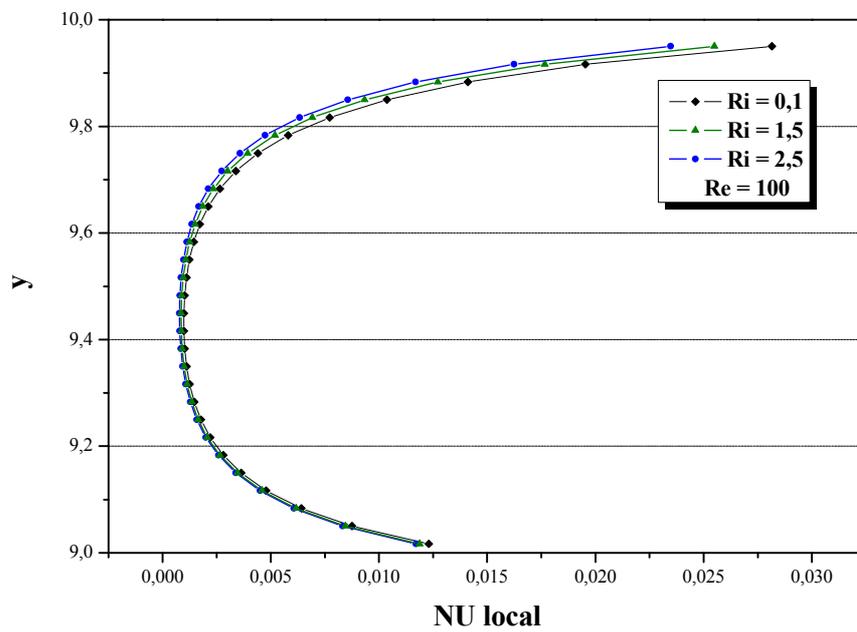


Figure IV-2 : Contours des fonctions de courant pour $Re = 100$ et différentes valeurs de Ri .



Graphe IV-7 : Profile de la vitesse au niveau du centre de canal et différents valeurs de Ri .



Graphe IV-8 : Variation de Nu local pour différents valeurs de Ri .

IV.4.2. Régime transitoire

❖ Champ thermique :

La figure IV-3 représente le champ thermique dans le canal pour une épaisseur de la paroi $\Delta = 0,1$ avec une longueur de la partie chauffée $L_c/H = 1$, et ceci pour différentes valeurs du nombre de Richardson.

Pour les deux cas où Ri est égale 2,5 et 2,6 les isothermes sont concentrés autour de deux parties chauffées d'une manière symétrique par rapport à la ligne passant par le milieu du canal. Ces deux situations indiquent un régime stationnaire et stable.

A partir de la valeur 2,7 du nombre de Richardson les isothermes sont concentrées toujours autour des deux parties chauffées avec une légère déformation des isothermes. Cette déformation devient plus accentuée avec l'augmentation du nombre de Richardson, ce qui donne une dissymétrie par rapport à la ligne médiane du canal. La dissymétrie observée continue à se déplacer vers la gauche et vers la droite du canal dans le temps, ce qui indique un régime transitoire (instable).

Ainsi, on peut considérer la valeur du nombre de Richardson $Ri = 2,7$ comme valeur critique à partir de laquelle l'instabilité se déclenche.

❖ Champ dynamique :

Le champ dynamique est représenté sur la figure IV-4 par des lignes de courants pour les mêmes nombres de Richardson.

On remarque dans les cas de $Ri = 2,5$ et 2,6 la présence de deux cellules chacune collée à une partie chauffée. La cellule près de la partie chauffée gauche a un sens de rotation horaire, par contre, celle de droite a un sens de rotation antihoraire. On constate une symétrie par rapport à la ligne médiane verticale.

L'apparition des zones de recirculation peut être expliquée par l'opposition entre les sens des forces de flottabilité et les forces visqueuses près de la partie chauffée.

La zone de re-circulation apparaît d'une façon symétrique jusqu'à la valeur critique du nombre de Richardson. Au delà de cette valeur, le nombre des zones de recirculation ainsi que leurs tailles augmente au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente.

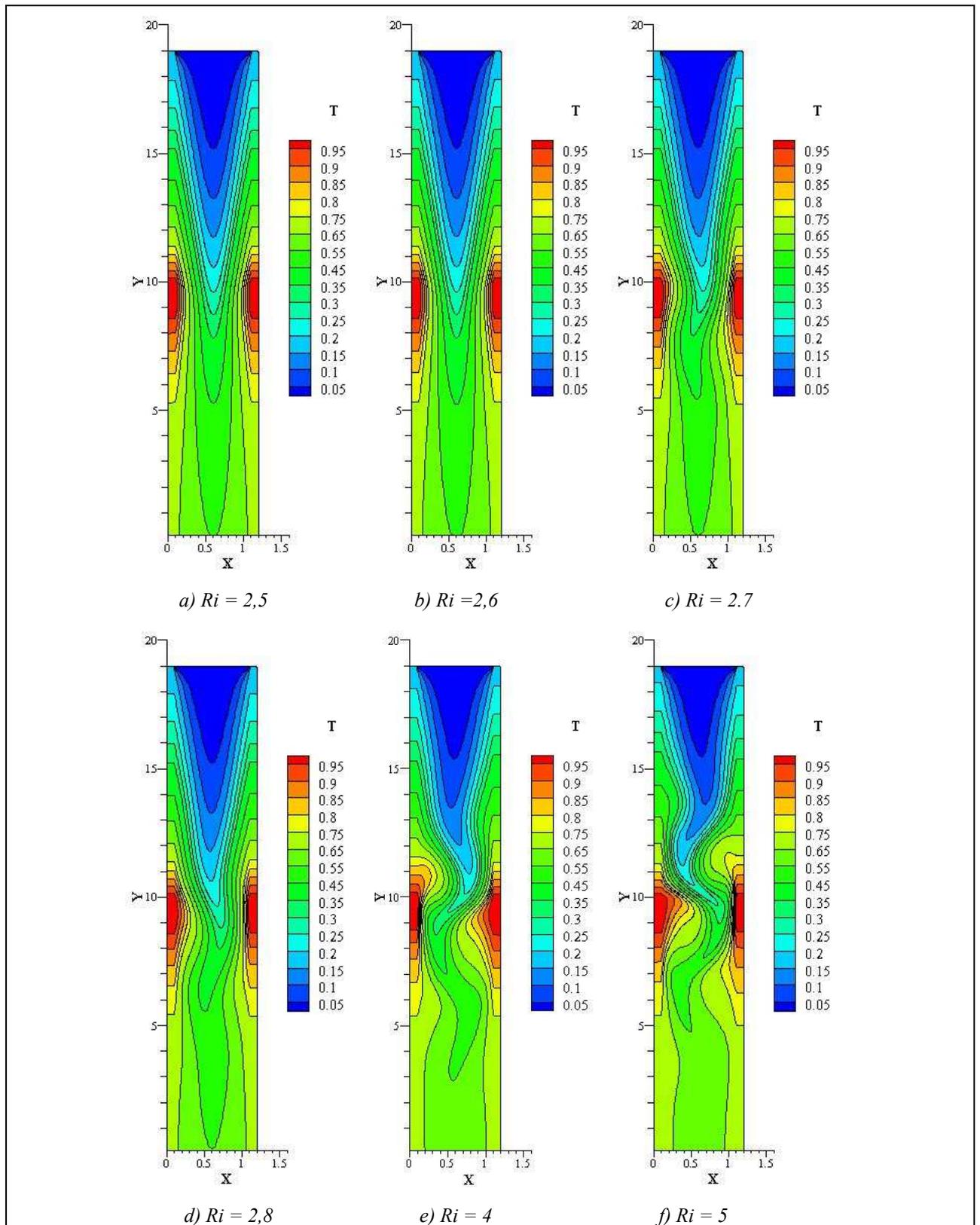


Figure IV-3 : Contours des isothermes pour différents Ri .

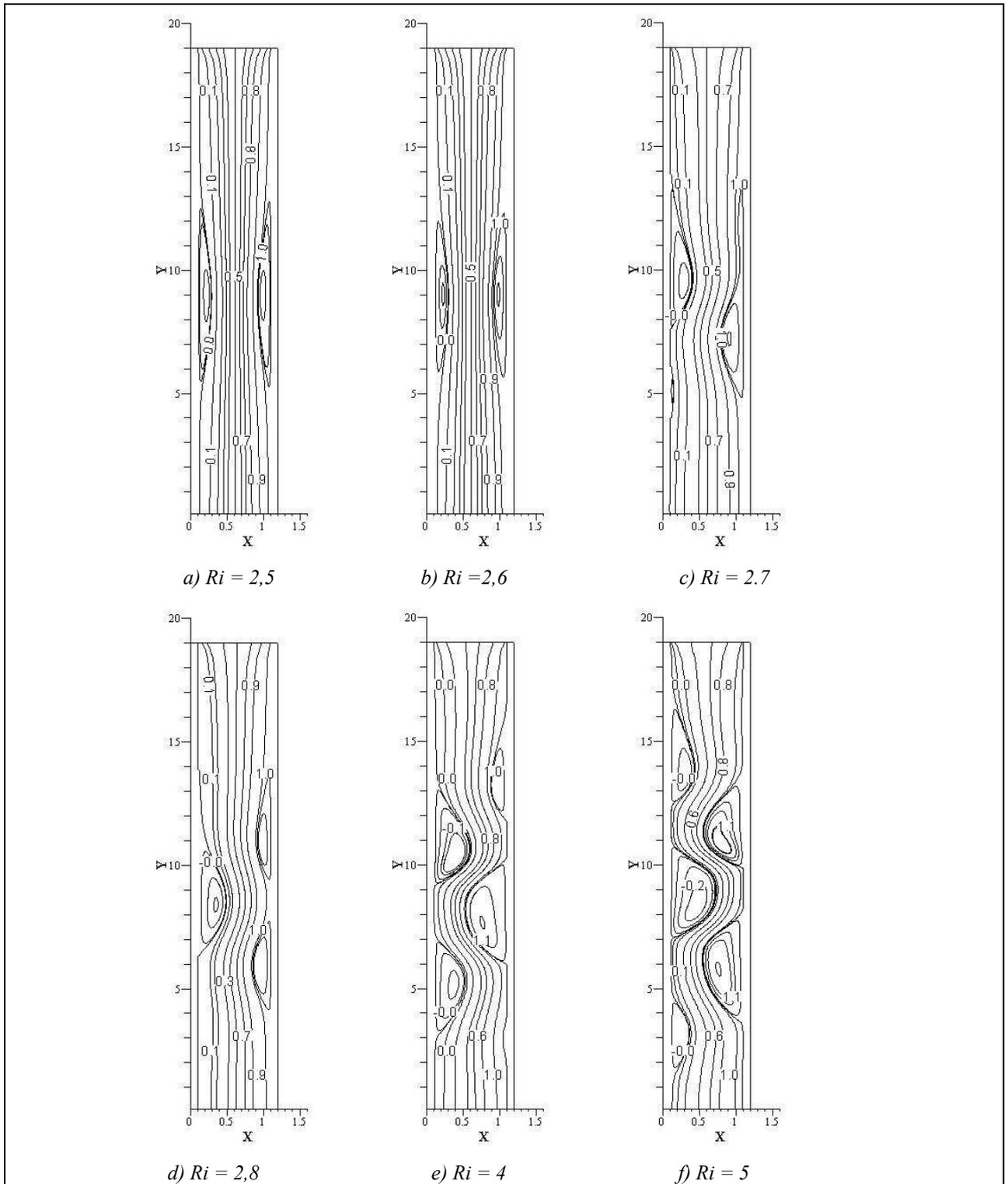


Figure IV-4 : Contours des fonctions de courant ψ pour différents Ri .

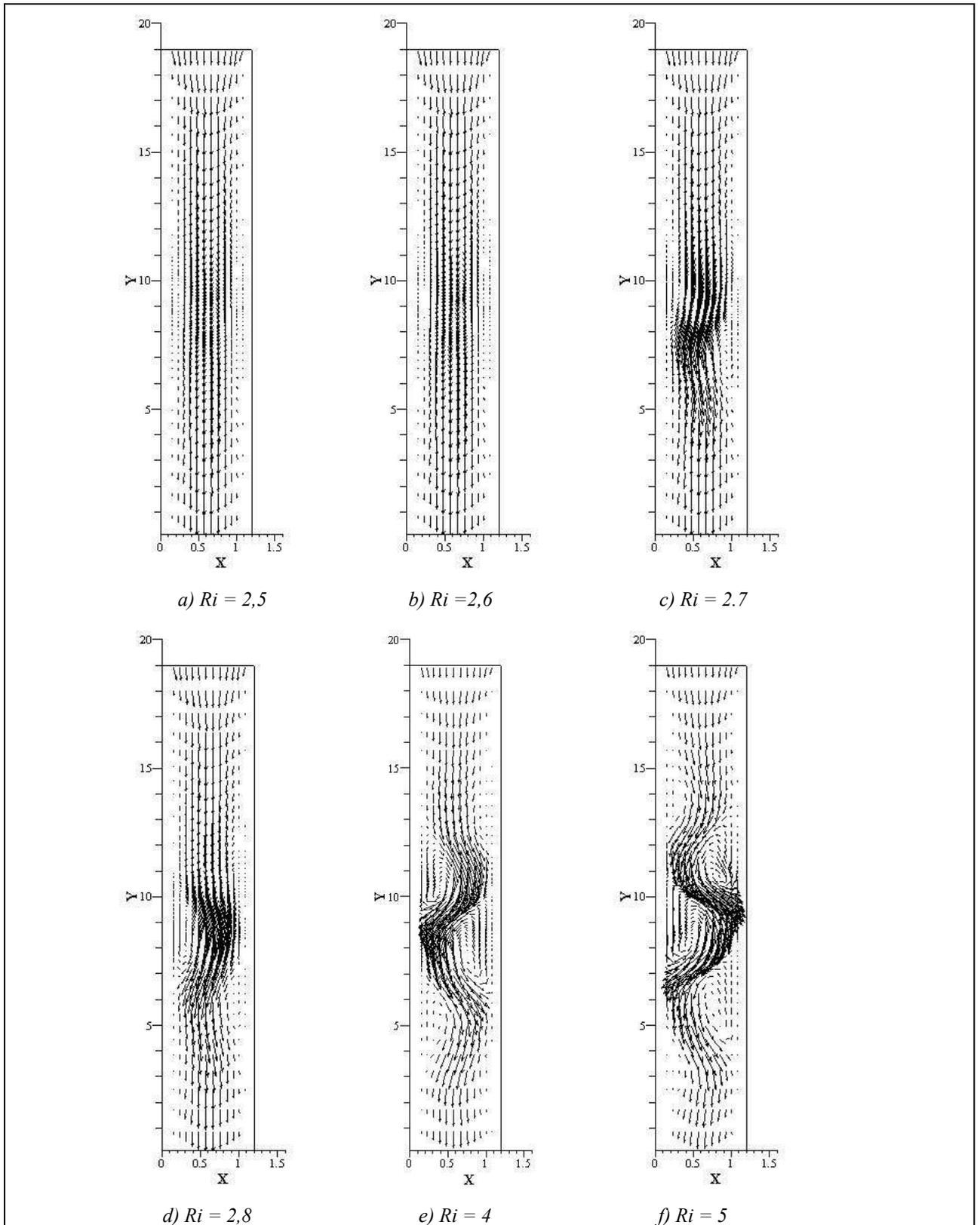


Figure IV-5 : Vecteur des vitesses pour différents Ri .

IV.4.3. L'effet de la variation de la partie chauffée sur l'instabilité

Tous d'abord, sur les figures IV-6 et IV-8, en fixant le nombre de Richardson à la valeur critique précédente ($Ri = 2.7$) et en variant la longueur de la partie chauffée L_c/H entre 0.25 et 2 ; on observe que l'instabilité augmente avec l'augmentation de L_c/H . Ceci est dû à l'augmentation des forces de flottabilité.

Dans les figures IV-7 et IV-9 et pour une valeur de $Ri = 4$ et différentes longueurs L_c/H , on observe que l'instabilité s'augmente de plus en plus avec l'augmentation de L_c/H d'une façon périodique.

Pour le champ dynamique (figures IV-8 et IV-9) on observe qu'il y a une augmentation du nombre ainsi que la taille des zones de re-circulation avec l'augmentation de L_c/H et Ri .

Les graphes VI-9, VI-10 et IV-11 représentent la variation temporelle de la température, de la vitesse V et de la vitesse U dans le point central du canal respectivement.

Pour les trois cas (a, b et c), la température ainsi que la vitesse V décroît brusquement pendant les premières instants. On remarque que les limites inférieures de la température et de la vitesse V se diffèrent d'un cas à l'autre, ainsi que l'oscillation de la température et de la vitesse V se débute a partir de différentes marges de temps et différentes nombres de Richardson périodiquement et avec différentes amplitudes, par exemple, pour le cas de $Ri = 2,8$, l'oscillation commence après une marge du temps $\tau = 250$ pour $L_c/H = 0,25$, et après une marge de $\tau = 150$ pour $L_c/H = 1$, et enfin après une petite marge de $\tau = 100$ pour $L_c/H = 2$.

Pour la vitesse U , et dans les trois cas (a, b et c) on observant une symétrie parfaite par rapport à l'axe de la valeur moyenne $U = 0$, ainsi qu'une périodicité mais avec des amplitudes différentes.

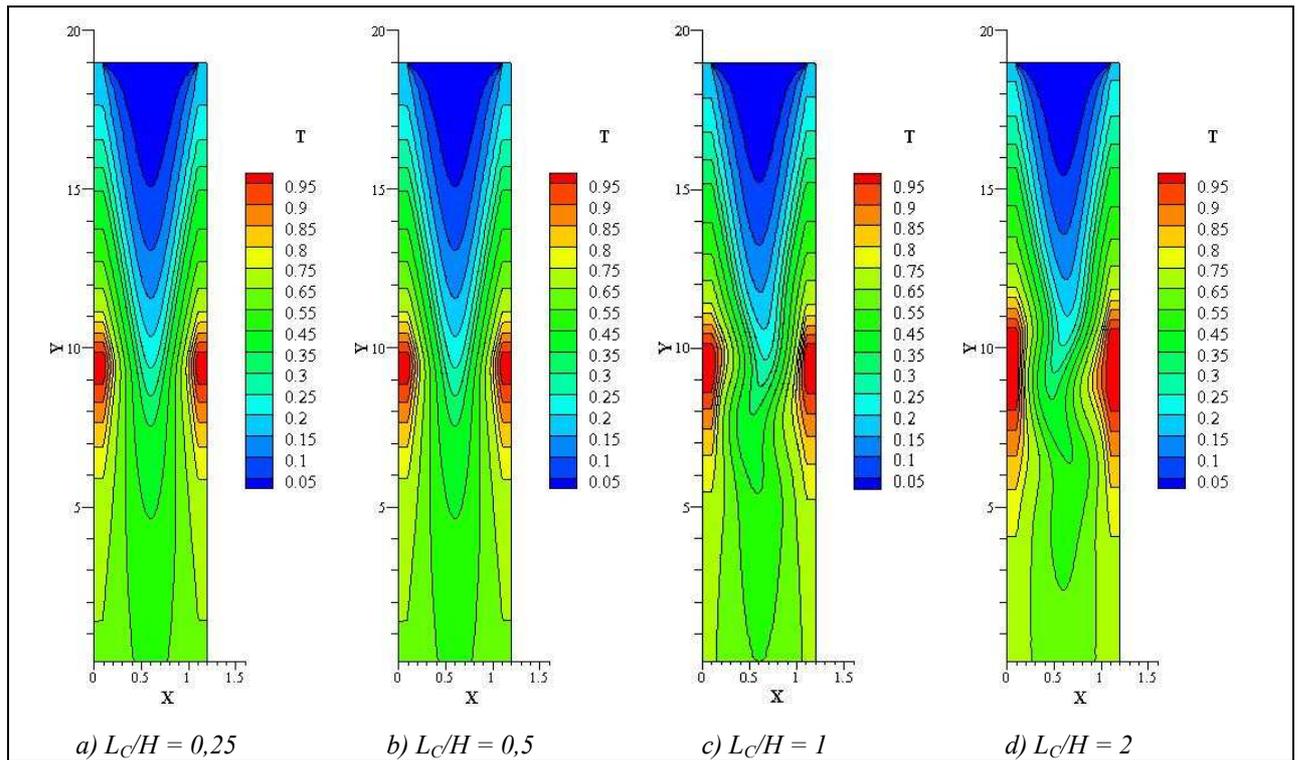


Figure IV-6 : Contours des isothermes pour $Ri = 2,7$ et différents L_c/H .

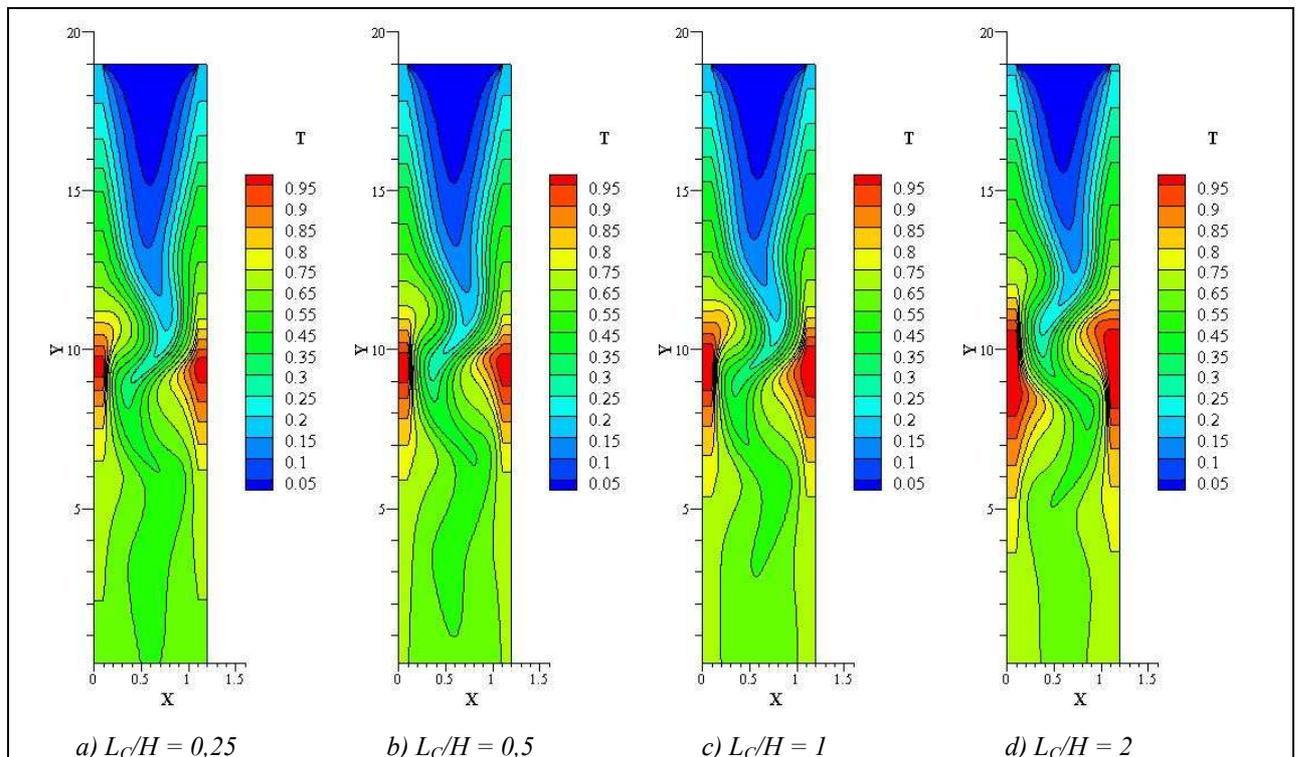


Figure IV-7 : Contours des isothermes pour $Ri = 4$ et différents L_c/H .

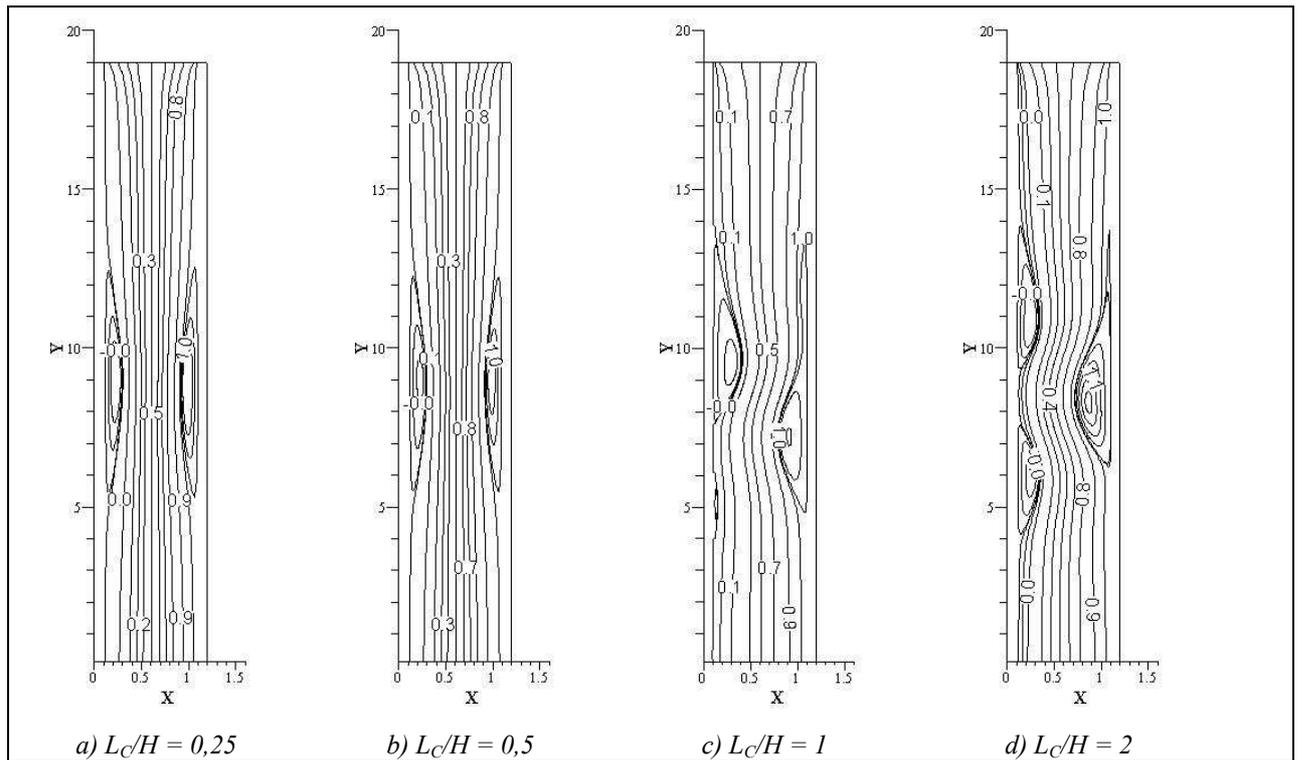


Figure IV-8 : Contours des fonctions de courant ψ pour $Ri = 2,7$ et différents L_c/H .

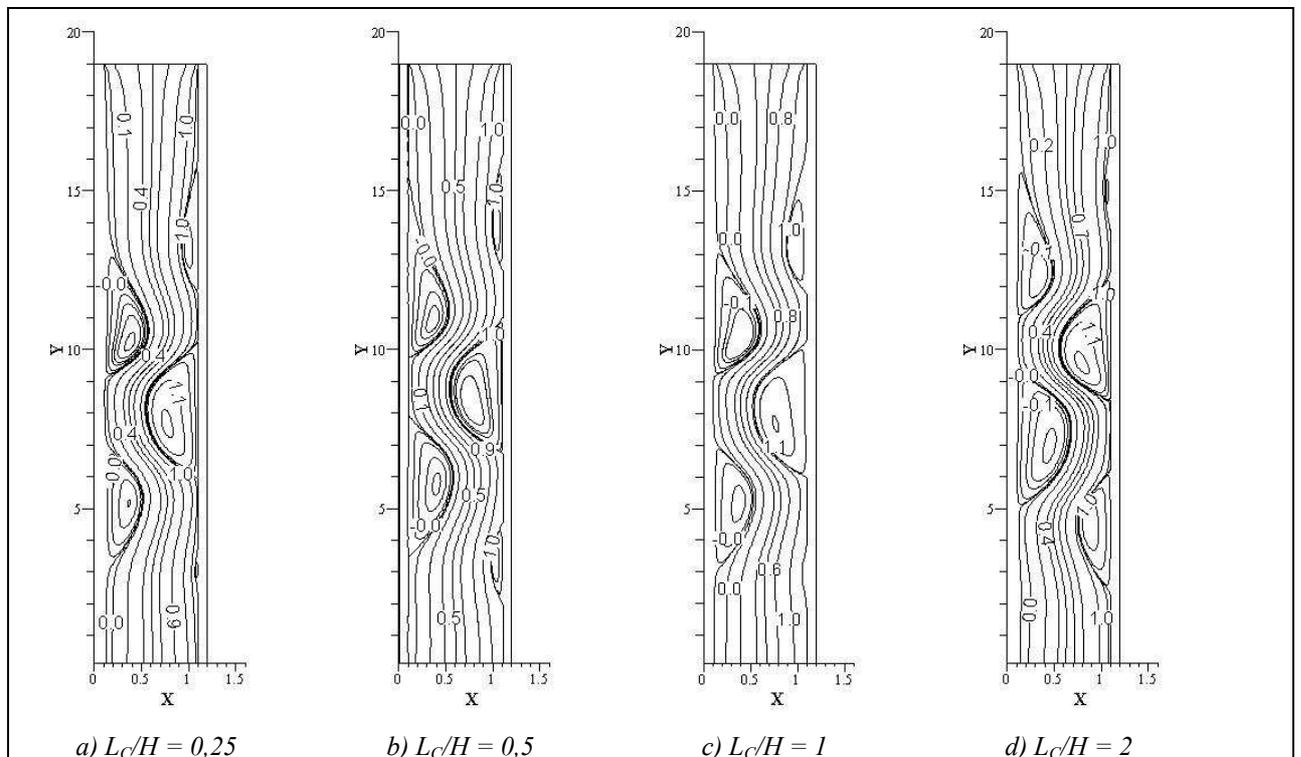


Figure IV-9 : Contours des fonctions de courant ψ pour $Ri = 4$ et différents L_c/H .

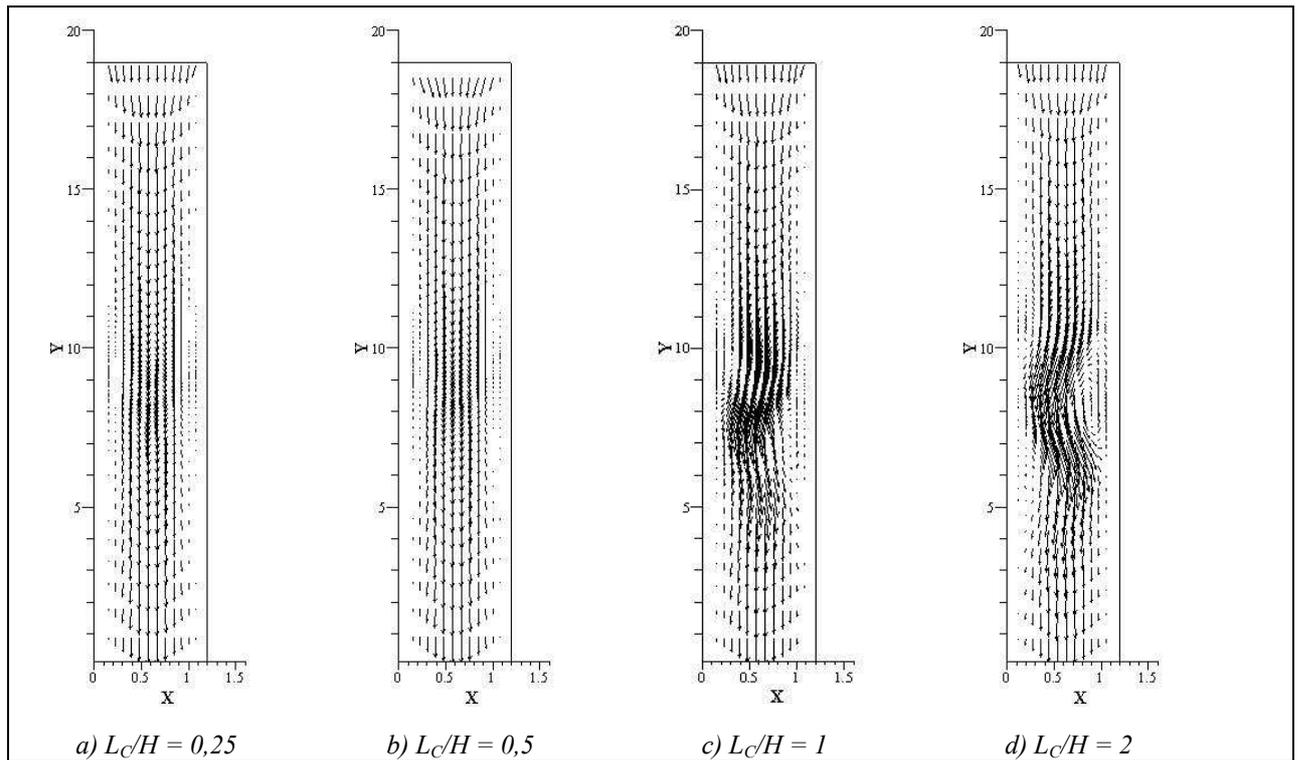


Figure IV-10 : Vecteur des vitesses pour $Ri = 2,7$ et différents L_c/H .

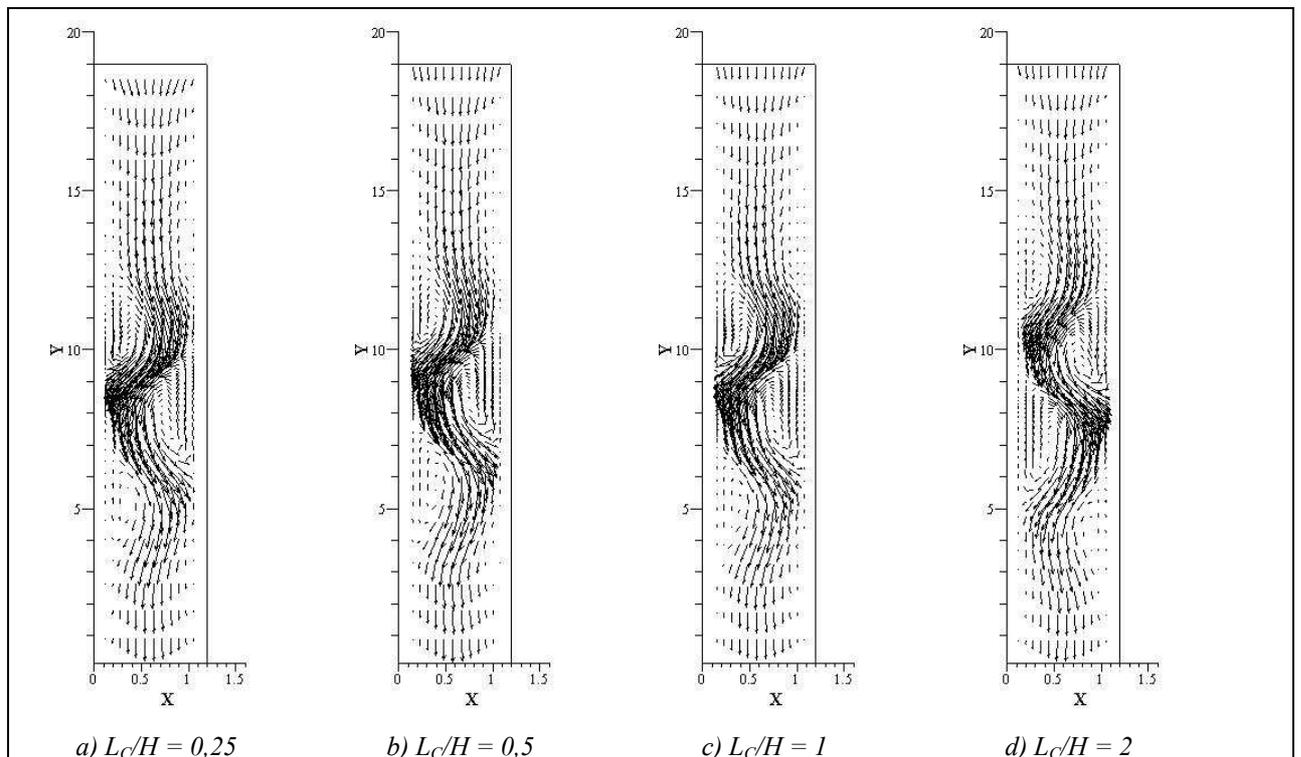
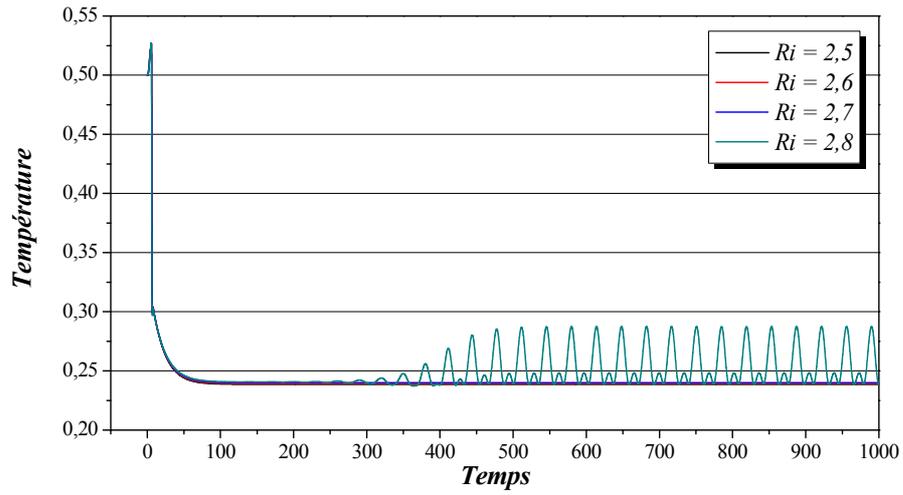
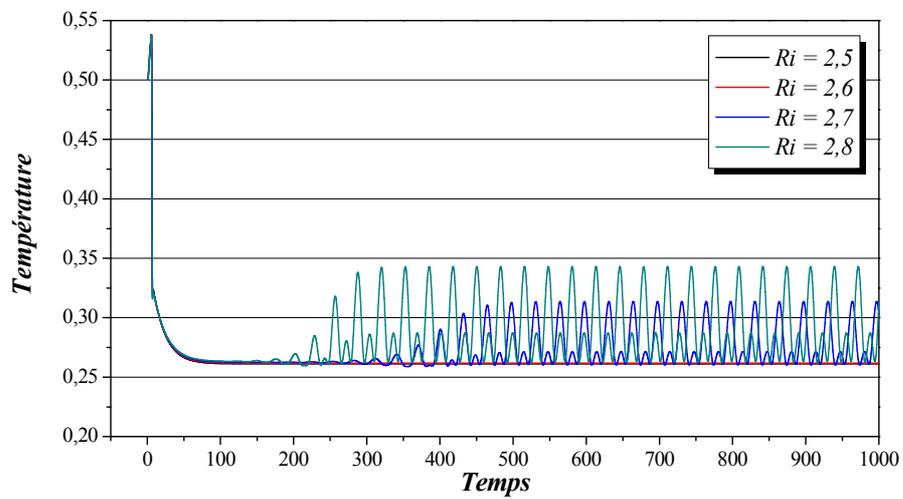


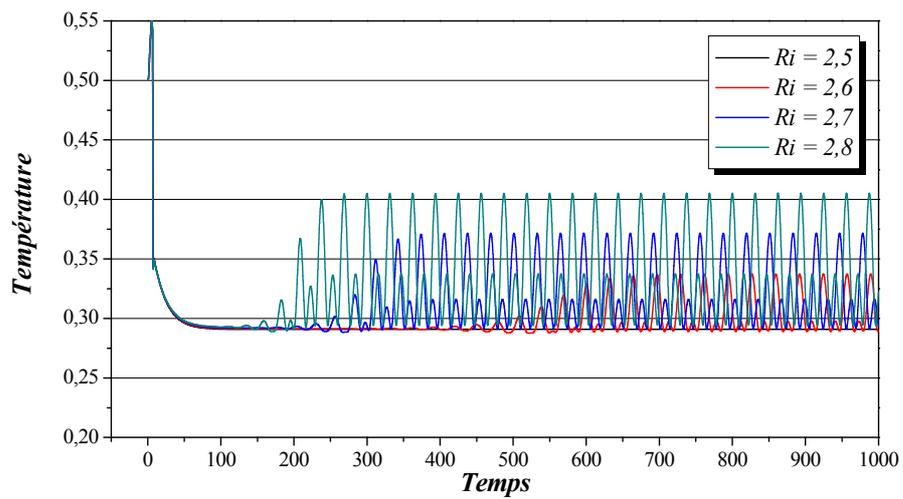
Figure IV-11 : Vecteur des vitesses pour $Ri = 4$ et différents L_c/H .



(a)



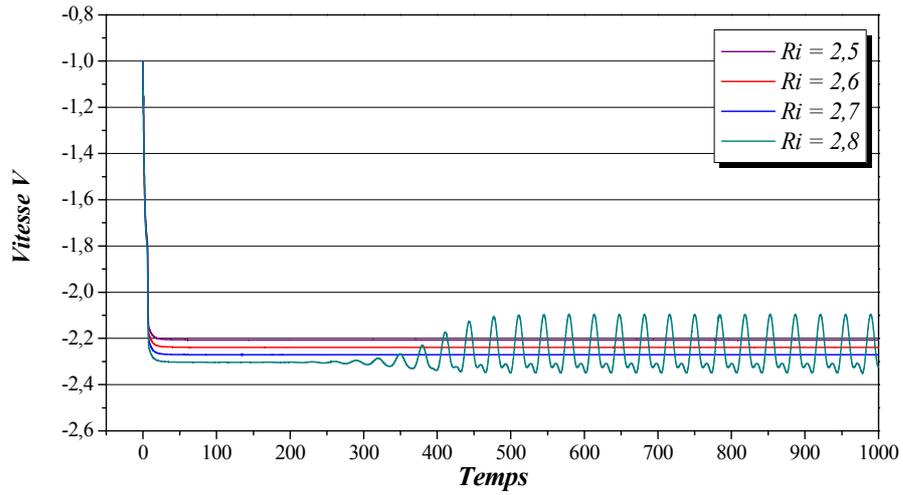
(b)



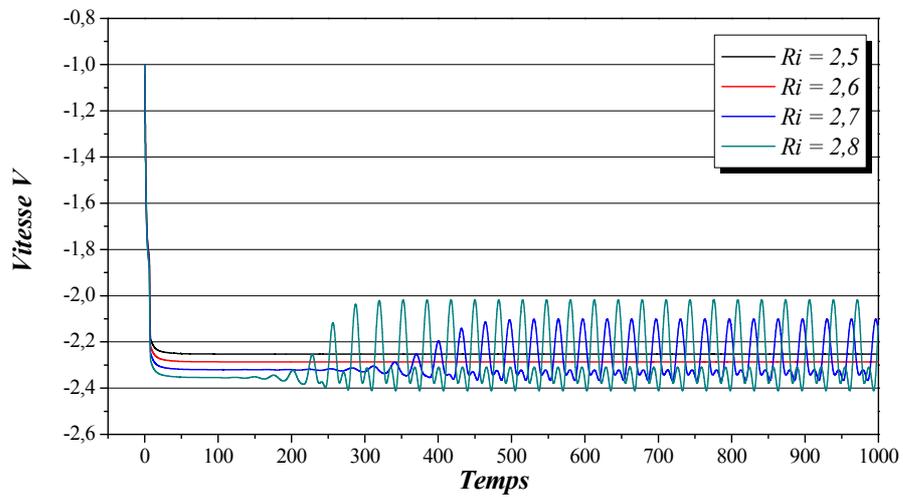
(c)

Graphe IV-9 : Variation de la température pour différents Ri

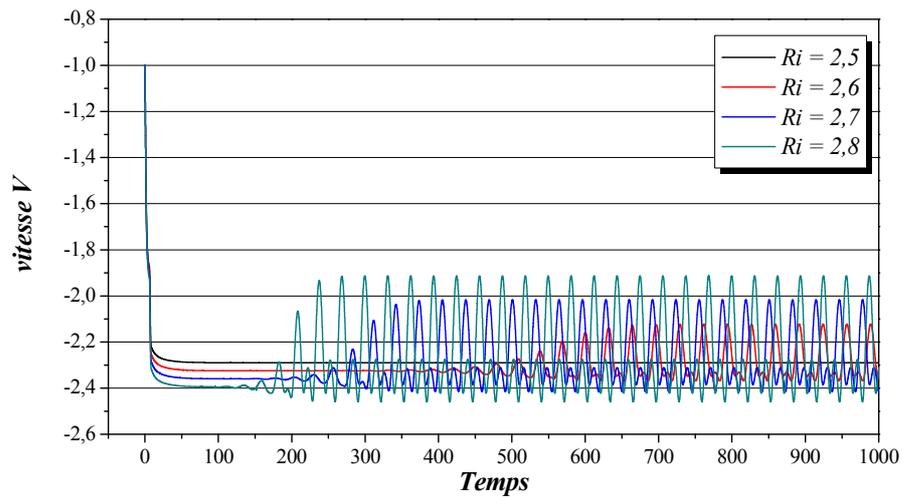
a) $L_c/H = 0,25$; b) $L_c/H = 1$; c) $L_c/H = 2$.



(a)



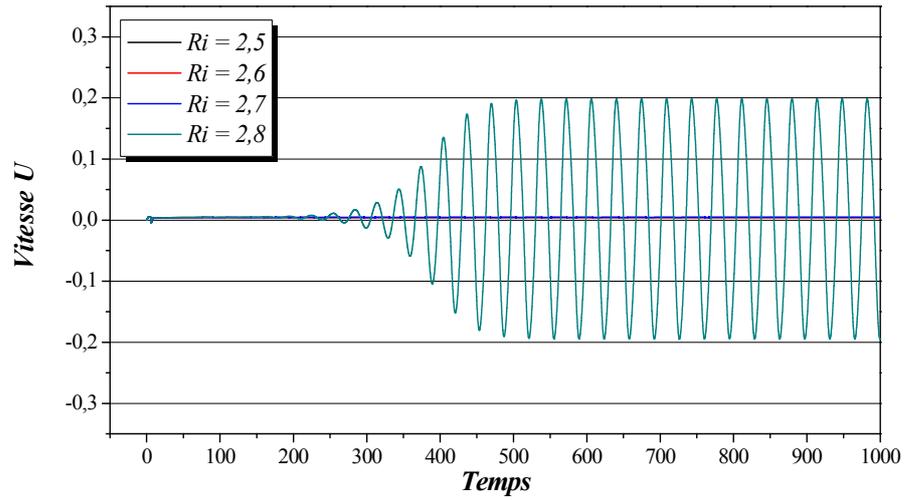
(b)



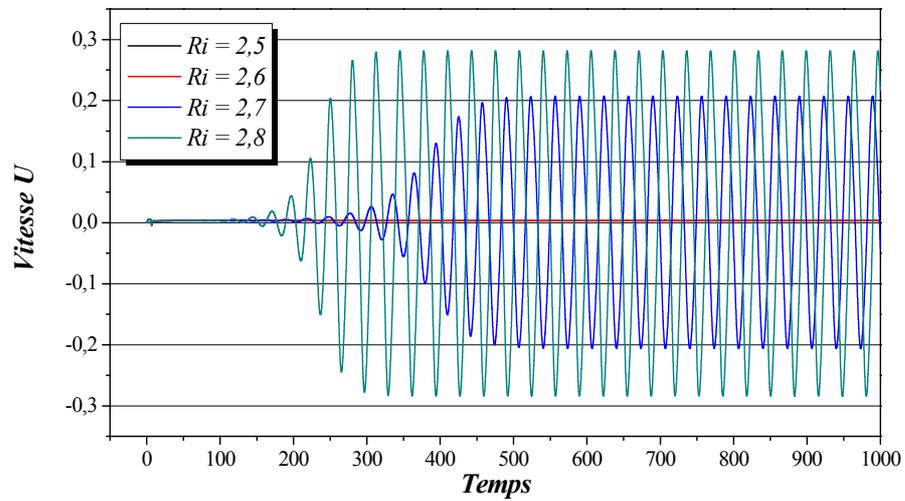
(c)

Graphe IV-10 : Variation de la vitesse V pour différents Ri

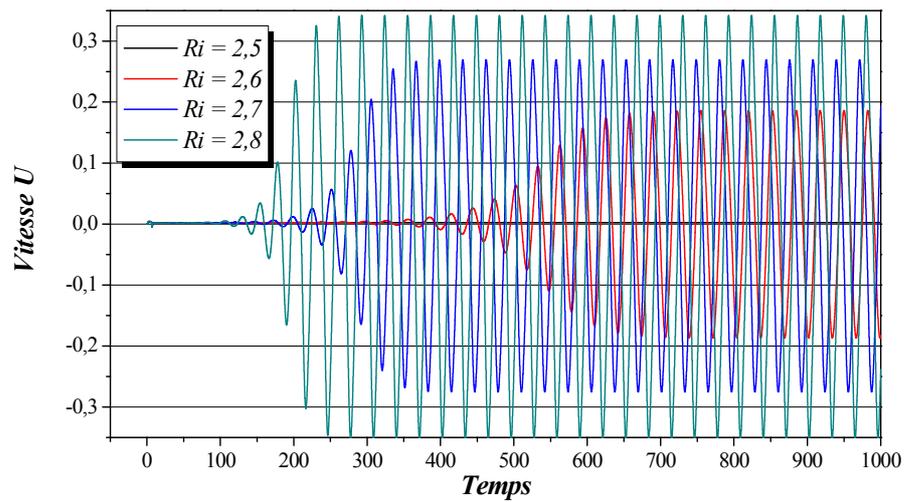
a) $L_c/H = 0,25$; b) $L_c/H = 1$; c) $L_c/H = 2$.



(a)



(b)



(c)

Graphe IV-11 : Variation de la vitesse U pour différents Ri

a) $L_c/H = 0,25$; b) $L_c/H = 1$; c) $L_c/H = 2$.

IV.4.4. L'effet de l'épaisseur sur l'instabilité

En fixant le nombre de Richardson à la valeur critique $Ri = 2.7$ et en variant l'épaisseur du canal Δ entre 0.05 et 0.2.

Pour étudier l'effet de l'épaisseur de la paroi sur l'instabilité (champs thermique, champs dynamique, variation temporelle de la température et des composantes de la vitesse V et U), on a établie les résultats représentées sur les figures IV-12 à IV-15, où l'on observe les mêmes variations remarquer dans le cas de l'effet de la partie chauffée mais dans un sens inverse, c'est-à-dire que la stabilité ainsi que la symétrie sont obtenues quand l'épaisseur de la paroi augmente de plus en plus. Ceci peut être expliquer par la diminution du l'effet de la force de flottabilité par rapport aux forces visqueux.

Dans le cas de $Ri = 4$, on observe une augmentation des cellules de re-circulation en nombre et en taille avec l'augmentation du l'épaisseur Δ . Ceci indique que les forces visqueuses sont prédominantes par rapport aux forces de flottabilité.

Les graphe IV-12 et IV-13 représentent respectivement la variation temporelle de la température et de la vitesse V dans le plan central du canal.

Pour les trois cas (a, b et c), la température ainsi que la vitesse V décroît rapidement pendant les premiers instants. On remarque que les limites inférieures de la température et de la vitesse V se diffèrent d'un cas à l'autre, ainsi que l'oscillation de la température et de la vitesse V et se débute a partir de différentes marges de temps et différentes nombres de Richardson périodiquement et avec différentes amplitudes, par exemple, pour le cas de $Ri = 2,8$, l'oscillation commence après une marge du temps $\tau = 100$ pour $\Delta = 0.05$, et après une marge de $\tau = 150$ pour $\Delta = 0.1$, et enfin après une marge plus grande d'une valeur de $\tau = 250$ pour $\Delta = 0.2$.

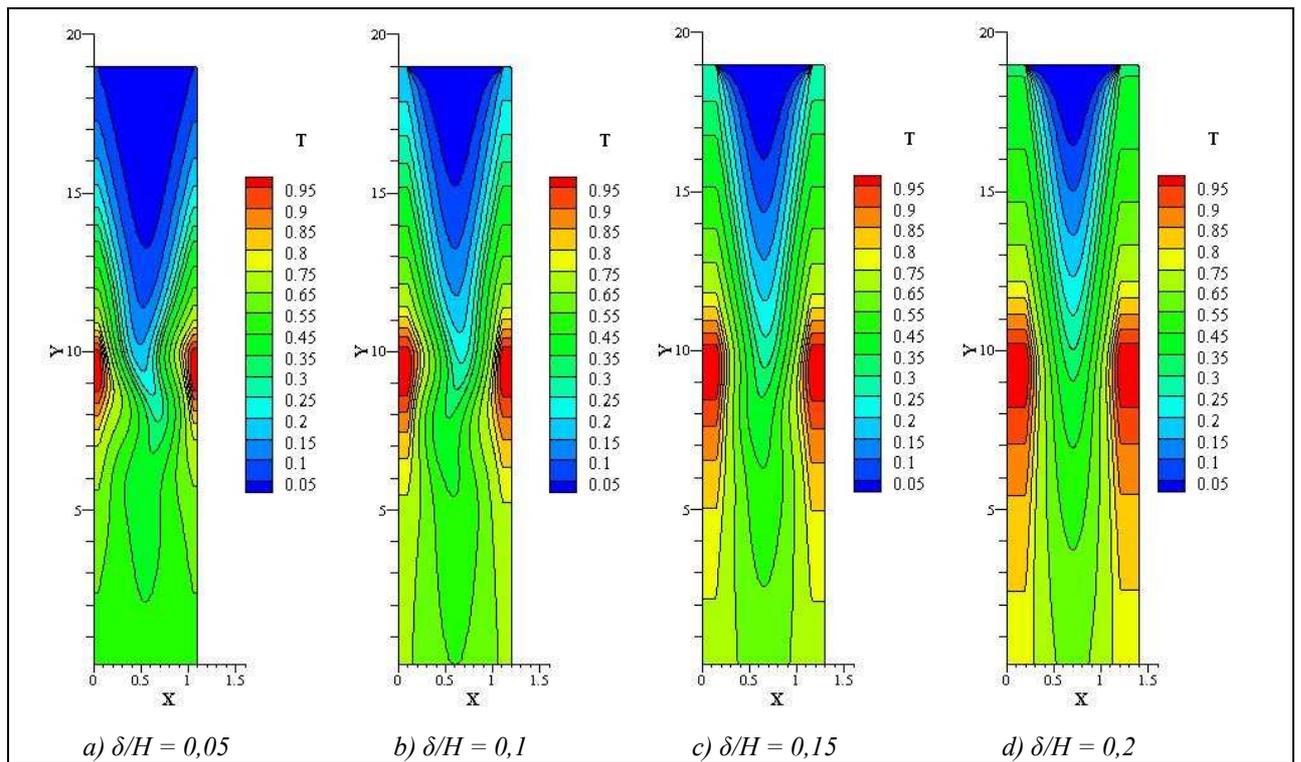


Figure IV-12 : Contours des isothermes pour $Ri = 2,7$ et différents δ/H .

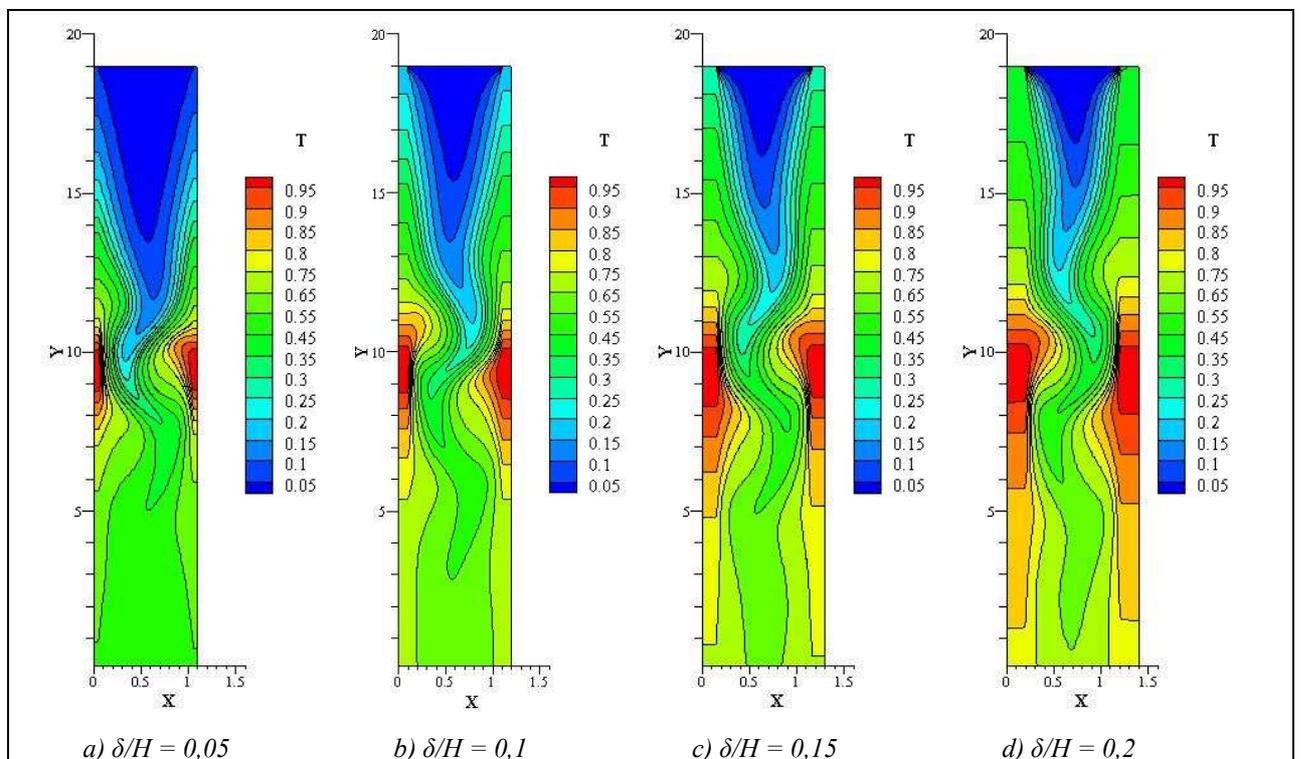


Figure IV-13 : Contours des isothermes pour $Ri = 4$ et différents δ/H .

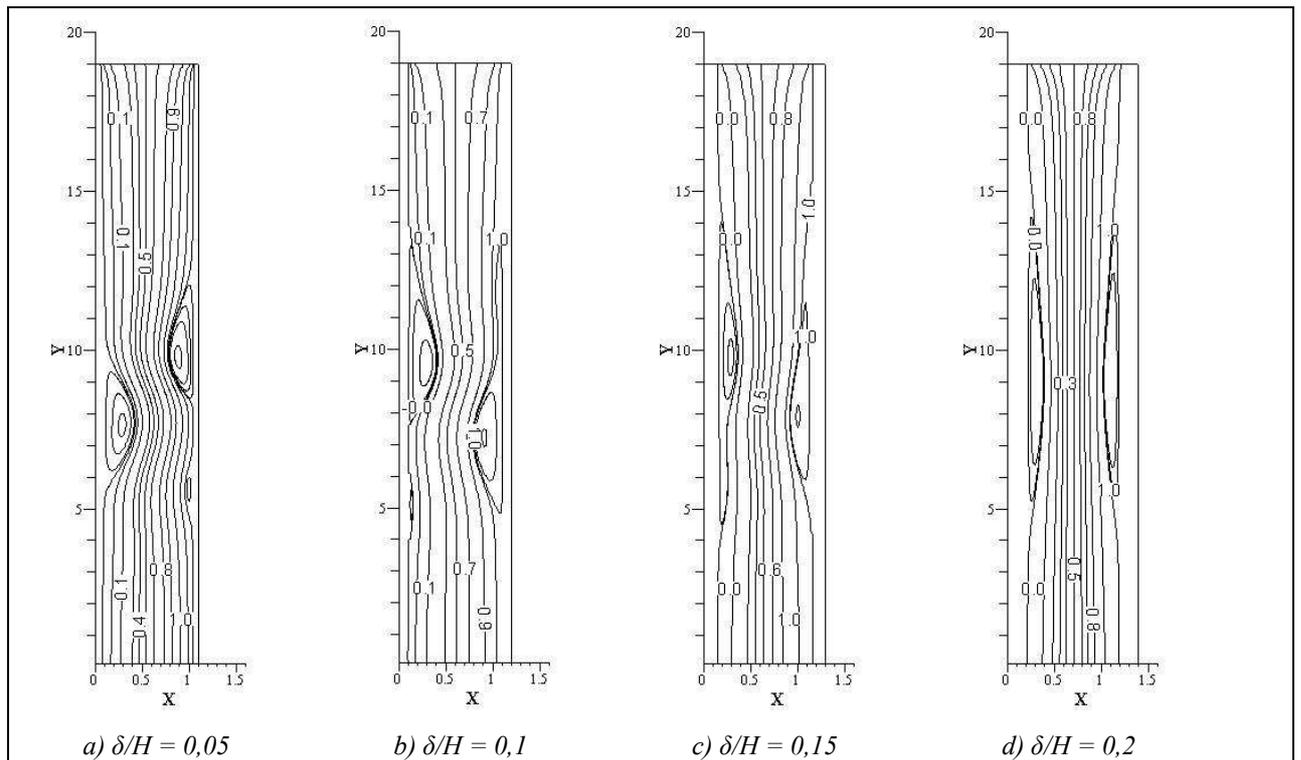


Figure IV-14 : Contours des fonctions de courant ψ pour $Ri = 2,7$ et différents δ/H .

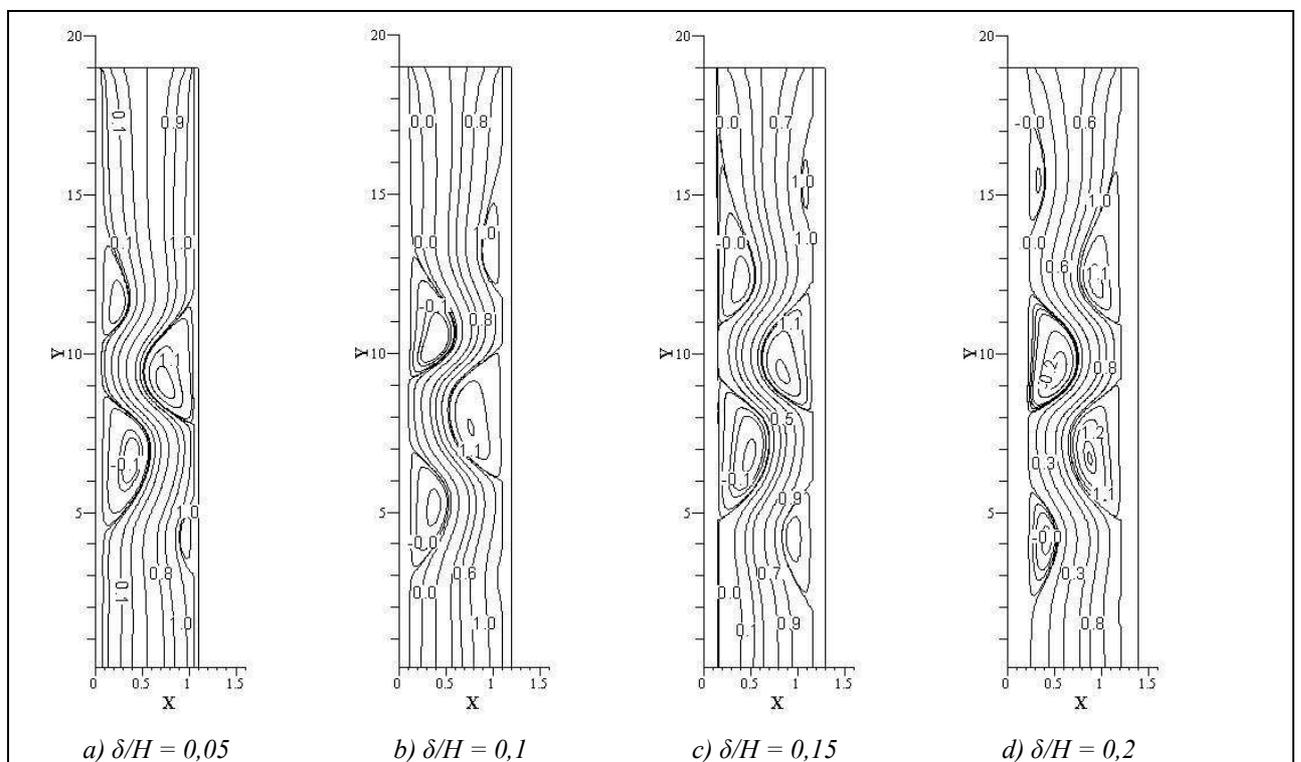


Figure IV-15 : Contours des fonctions de courant ψ pour $Ri = 4$ et différents δ/H .

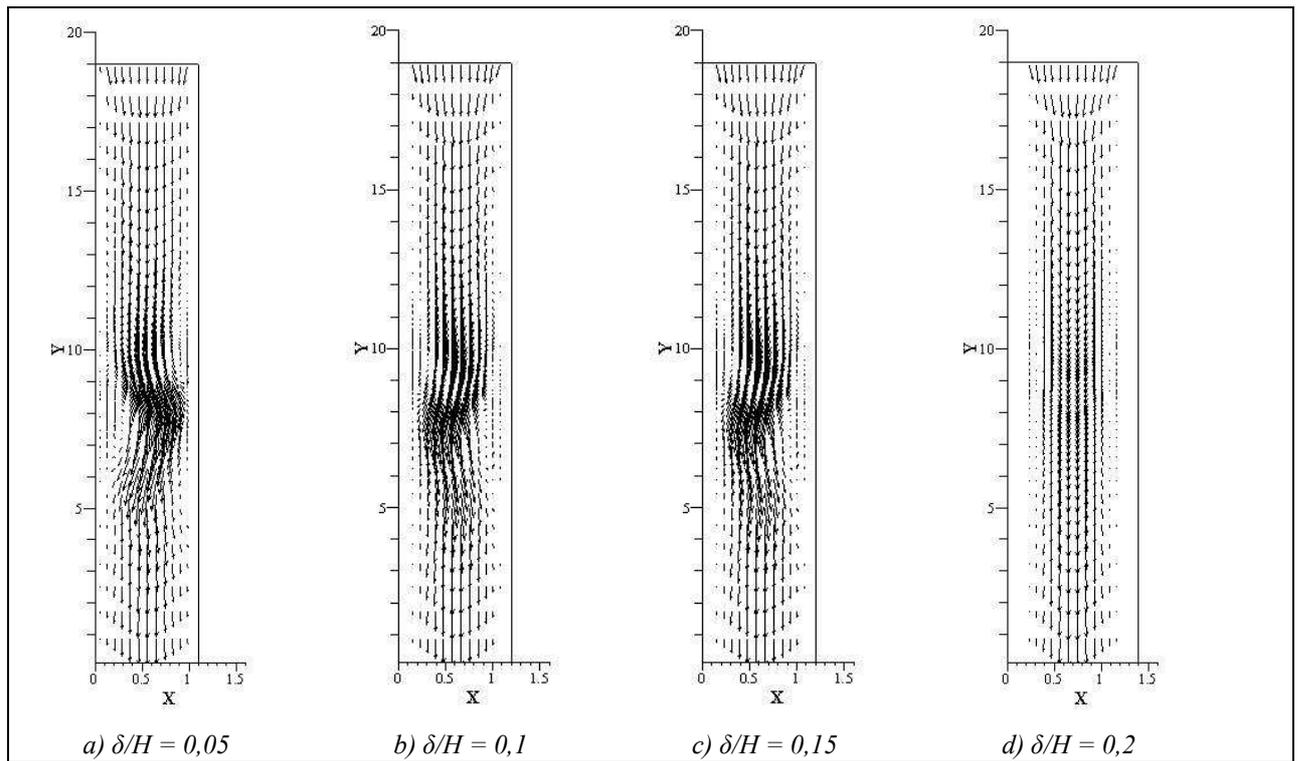


Figure IV-16 : Vecteur des vitesses pour $Ri = 2,7$ et différents δ/H .

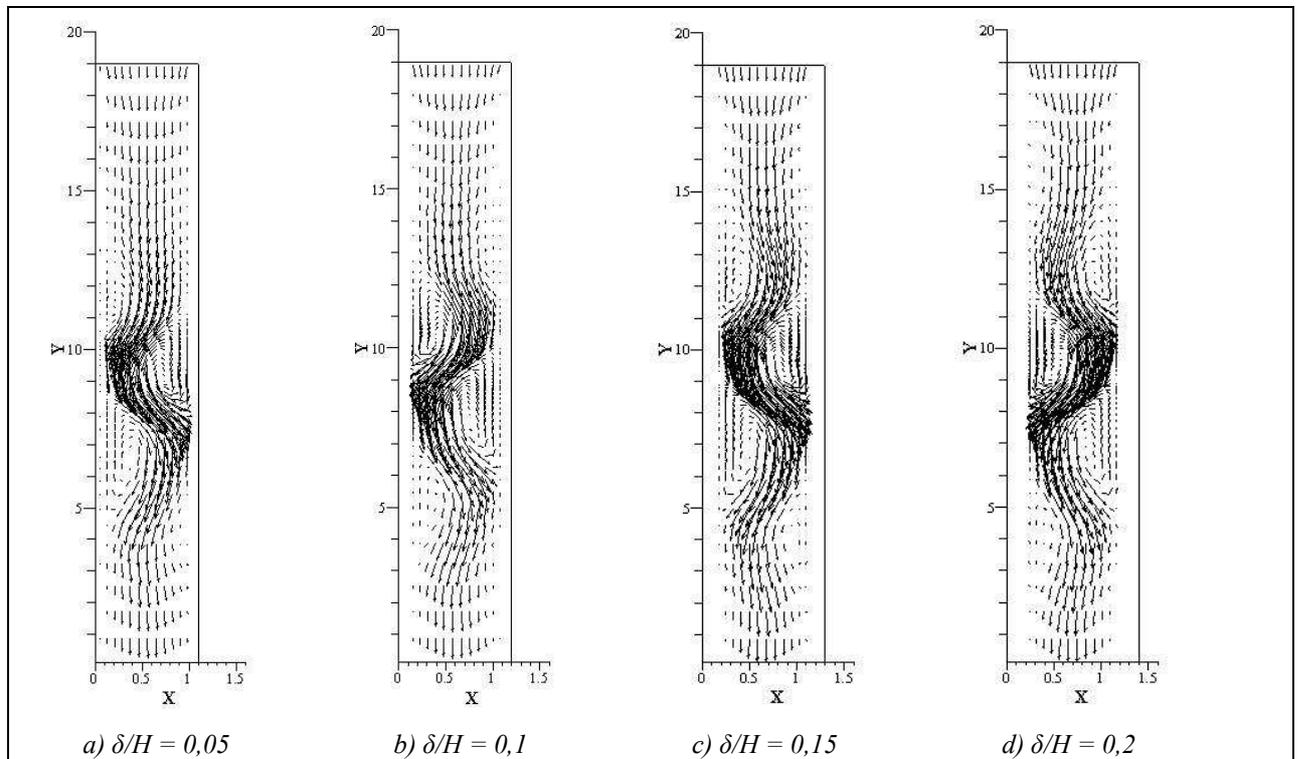
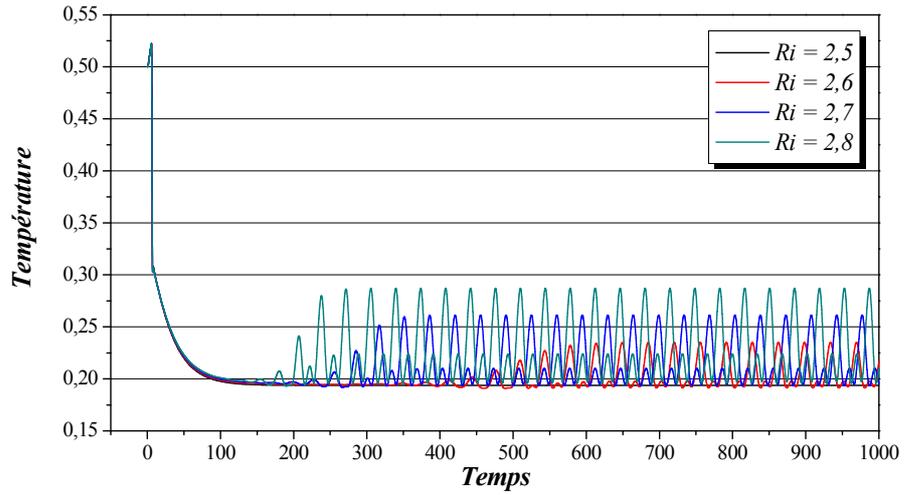
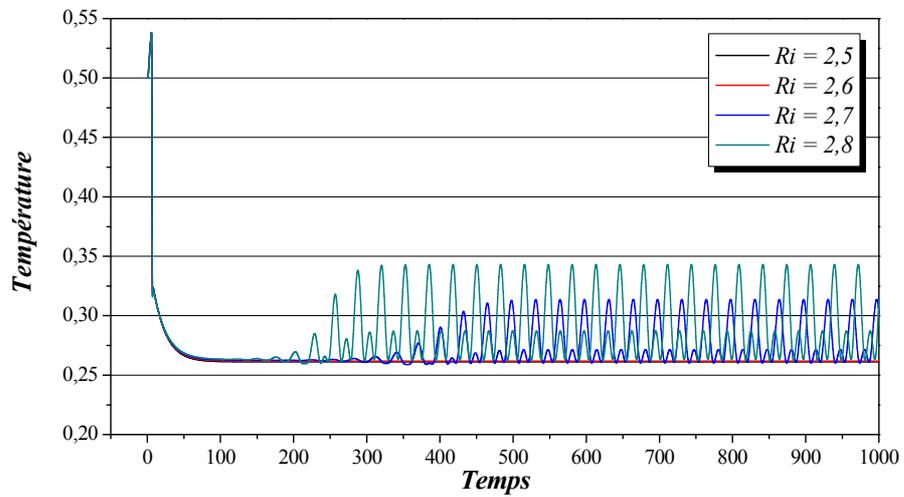


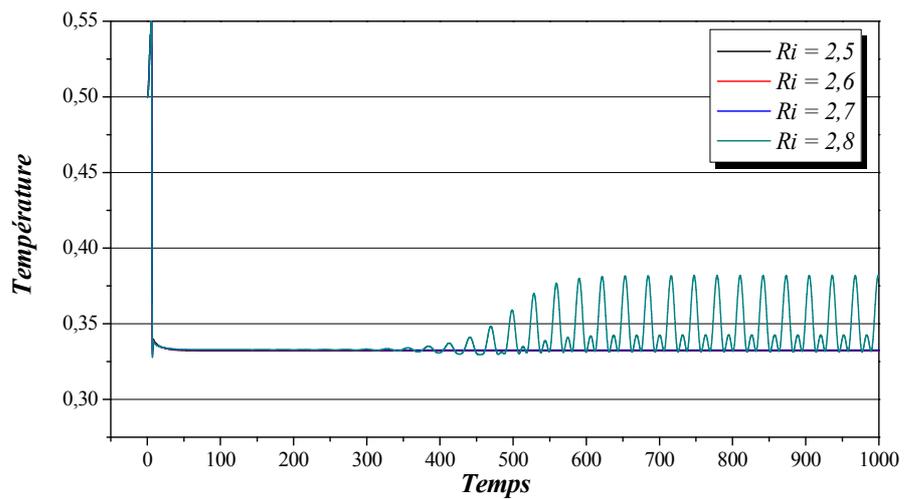
Figure IV-17 : Vecteur des vitesses pour $Ri = 4$ et différents δ/H .



(a)



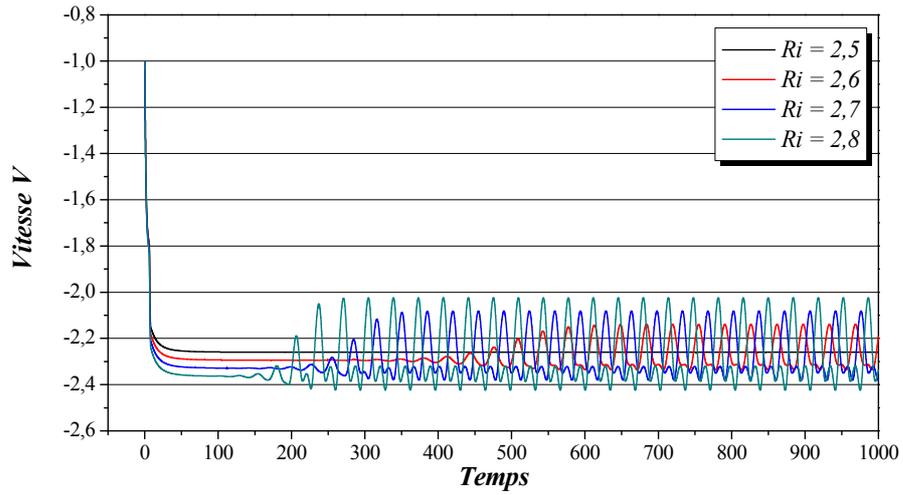
(b)



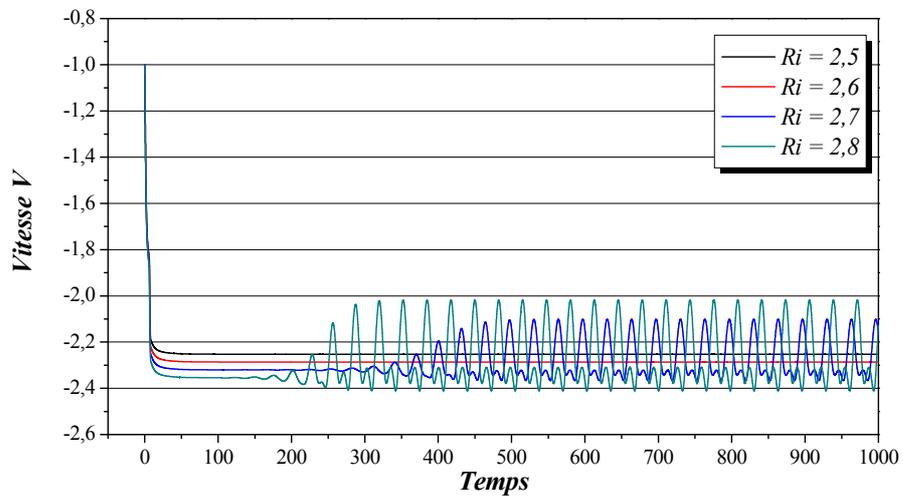
(c)

Graphe IV-12 : Variation de la température pour différents Ri

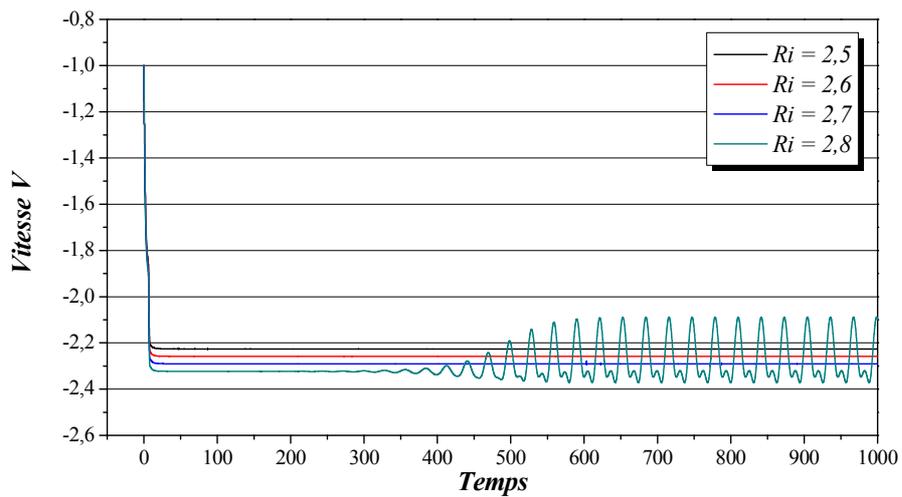
a) $\Delta = 0,05$; b) $\Delta = 0,1$; c) $\Delta = 0,2$.



(a)



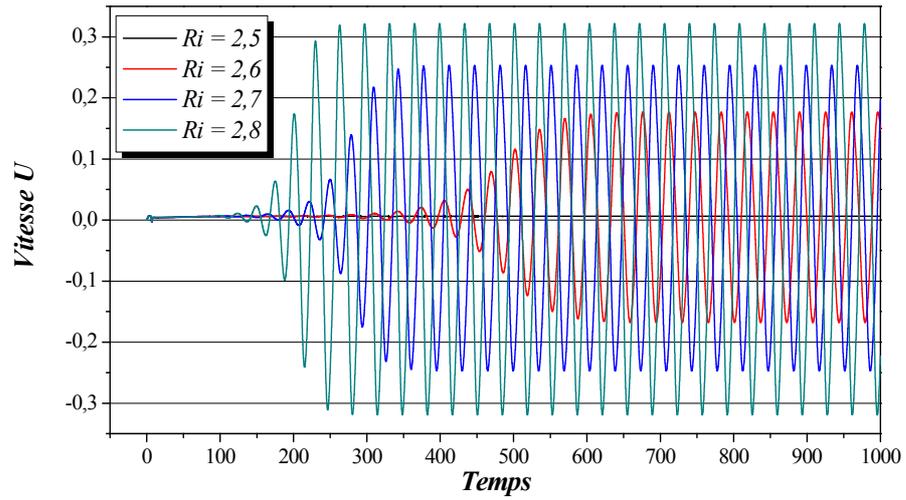
(b)



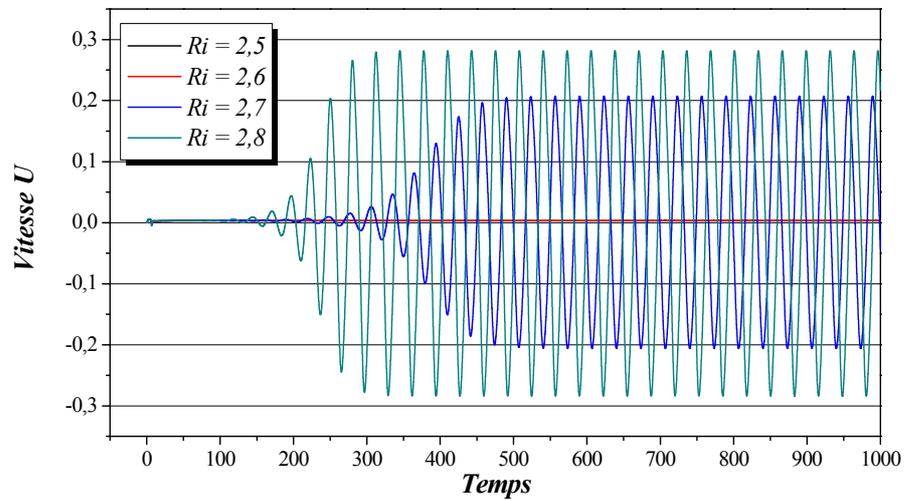
(c)

Graphe IV-13 : Variation de la vitesse V pour différents Ri

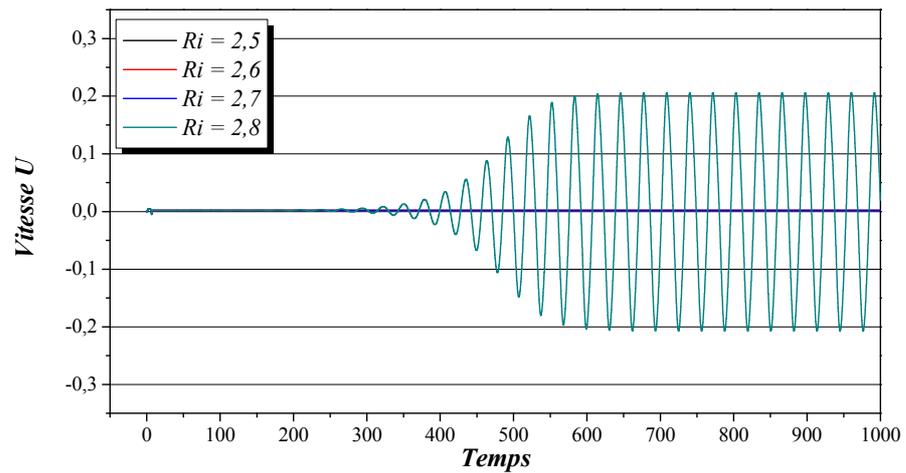
a) $\Delta = 0,05$; b) $\Delta = 0,1$; c) $\Delta = 0,2$.



(a)



(b)



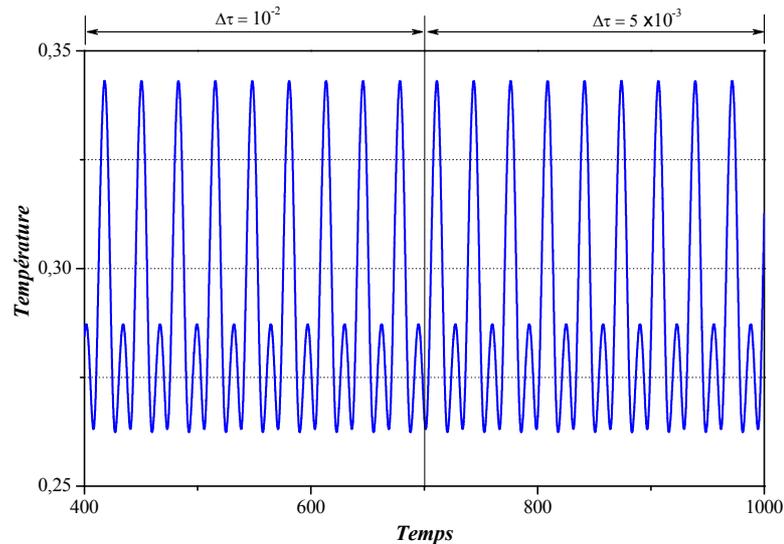
(c)

Graphe IV-14 : Variation de la vitesse U pour différents Ri

a) $\Delta = 0,05$; b) $\Delta = 0,1$; c) $\Delta = 0,2$.

IV.4.5. Nature de l'instabilité

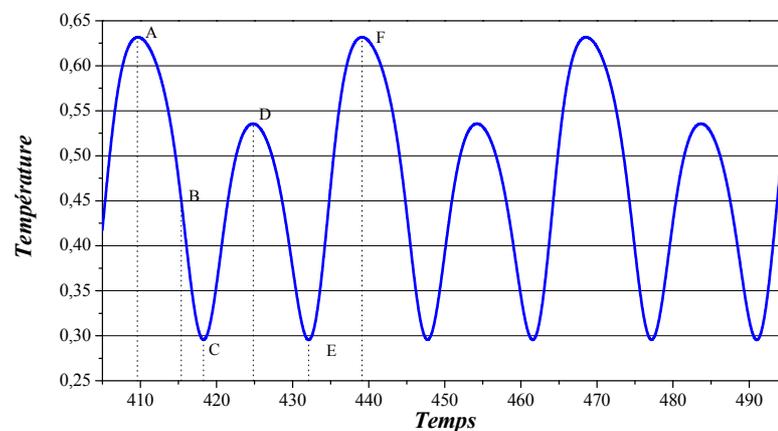
Pour assuré que les oscillations obtenues sont des instabilités physiques et non numériques (erreurs d'arrondissement ou de calcul machine), nous divisons le pas de temps sur 2, puis nous observons le comportement de l'amplitude. D'après le graphe IV-15, cette dernière a restée la même, ainsi, nous pouvons dire que nous sommes face à des instabilités physiques.



Graph IV-15 : Instabilité physique pour : $\Delta = 0.1$, $L_c/H = 1$ et $Ri = 2.8$.

IV.4.6. Evolution périodique de la température et de la fonction du courant

Le graphe IV-16 représente l'évolution temporelle de la température au centre du canal où les points A , B , C , D , E et F correspondent aux instants $\tau_A = 409,6$, $\tau_B = 415,3$, $\tau_C = 418,3$, $\tau_D = 424,8$, $\tau_E = 432,1$ et $\tau_F = 439,6$ respectivement.



Graph IV-16: Evolution temporelle de la température au centre du canal

$Ri = 4$; $L_c/H = 1$ et $\Delta = 0,1$.

A l'instant τ_A on observe une augmentation de la température dans la partie gauche jusqu'au pic A puis une diminution de la température à droite à l'instant τ_B où l'en constat un changement du tourbillon intérieur. A l'instant τ_C le phénomène s'inverse, la température augment jusqu'au pic D puis diminue de nouveau jusqu'au temps τ_E . Le phénomène s'inverse à nouveau, la structure de la température au temps τ_F est parfaitement semblable à celle du temps τ_A . Ceci signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique.

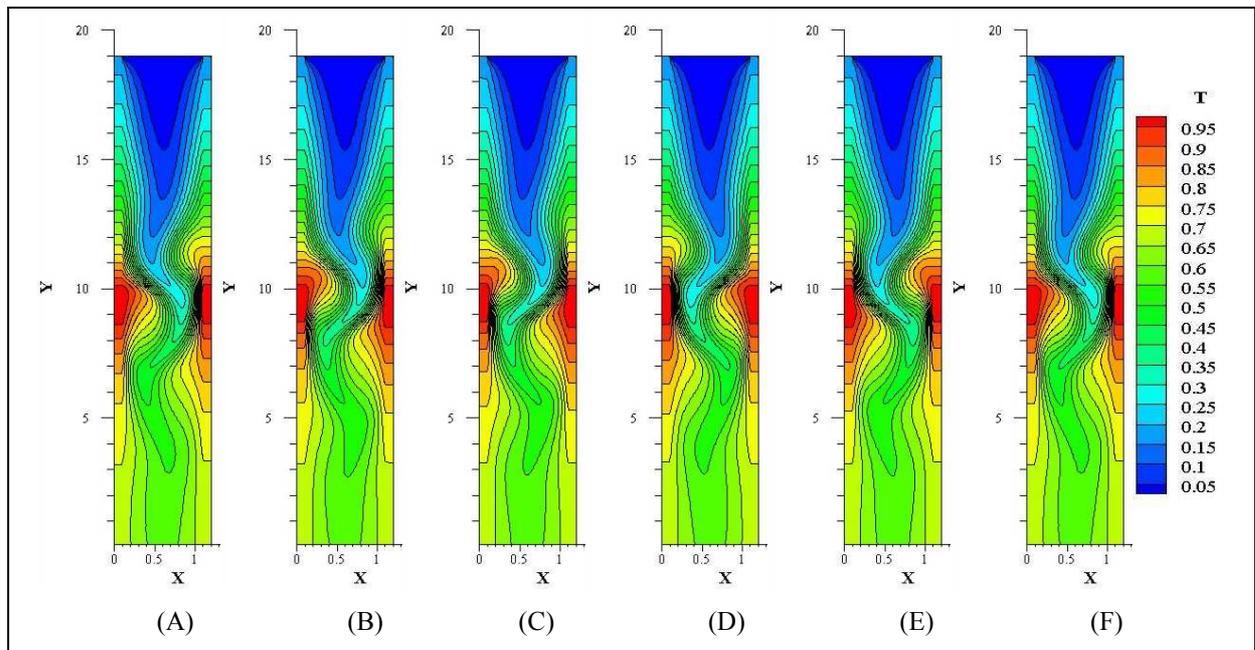


Figure IV- 18 : La structure des isothermes dans les différents instants du cycle.

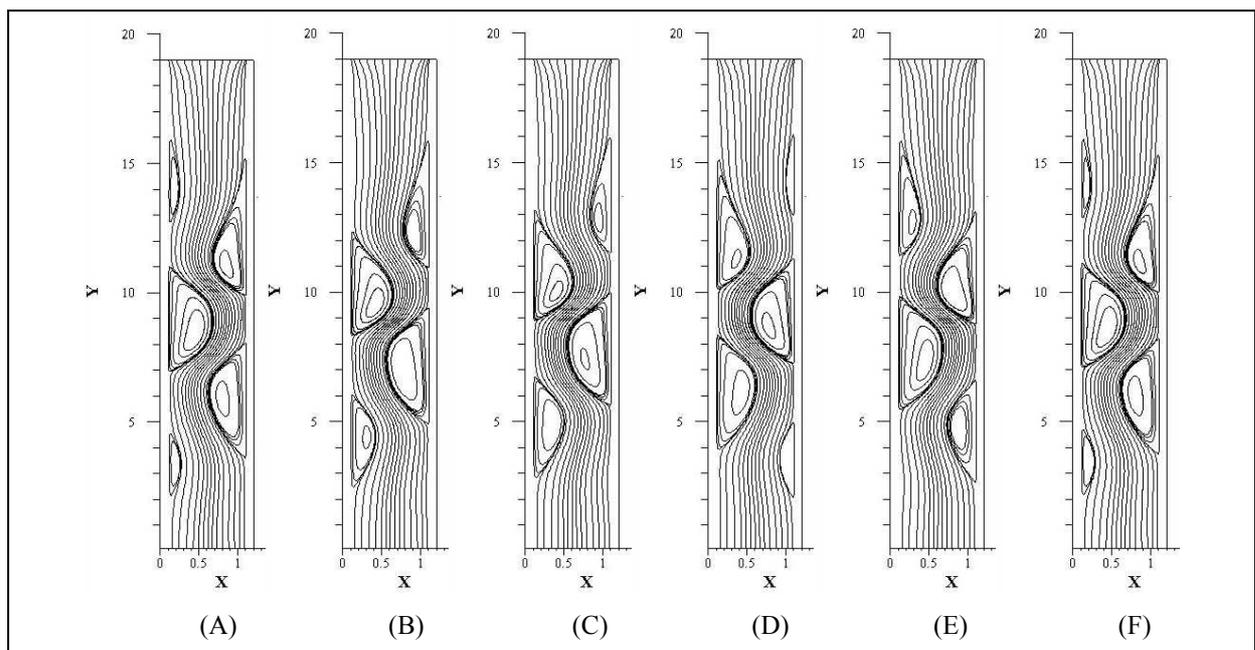


Figure IV- 19 : La structure des fonctions de courant ψ dans les différents instants du cycle..

CONCLUSION GENERALE

L'une des principales motivations de ce travail a été la contribution à la compréhension du phénomène de la convection mixte dans un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal verticale bidimensionnel, qui représente une section importante du champ d'étude qu'est le transfert de chaleur. Les parties chauffée sur les parois extrêmes verticales sont soumises à une température constante.

Pour cela, nous avons opté pour méthode numérique basée sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations gouvernantes et l'algorithme SIMPLE pour le couplage vitesse pression.

La validation du code de calcul a été faite avec des travaux numériques trouvés dans la littérature. Un bon accord a été obtenu entre nos simulations avec les simulations numériques relatives à la convection mixte.

Cette étude a démontré qu'une importante quantité de chaleur fournie à la partie chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci.

L'analyse des résultats, effectuée dans cette étude par les différentes simulations, montrent que :

- Les cellules de re-circulation créées par la partie chauffée constituent un isolant naturel, et la partie la plus importante du transfert se fait aux bords de cette partie chauffée.

- L'augmentation de la partie chauffée provoque l'instabilité de l'écoulement et de transfert de chaleur. Par contre l'augmentation de l'épaisseur du canal provoque la stabilité de l'écoulement.

- Bien que notre étude soit basée sur de nombreuses hypothèses simplificatrices, où nous avons étudié un cas bidimensionnel, on s'intéressant dans l'avenir à obtenir le résultat d'une simulation numérique tridimensionnelle pour confirmer les résultats obtenus dans ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

- [1]. **B. Shome et M. K. Jensen**, "*Mixed convection laminar flow and heat transfer of liquids in isothermal horizontal circular ducts*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, No. 11, pp. 1945 – 1956, 1995.
- [2]. **C. Y. Choi et S. J. Kim**, "*Conjugate mixed convection in a channel : modified five percent deviation rule*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 39, No. 6, pp. 1223 – 1234, 1996.
- [3]. **G. J. Hwang et C. W. Tsai**, "*Theoretical and experimental studies of laminar mixed convection in water pipe flow with density inversion effect*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 40, No. 9, pp. 2019 – 2033, 1997.
- [4]. **G. Laplante et M. A. Bernier**, "*Convection mixte défavorable et conjuguée dans un tube vertical*", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 40, No. 15, pp. 3527 – 3536, 1997.
- [5]. **J. Orfi, N. Galanis et C. T. Nguyen**, "*Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte*", Rev Gén Therm vol. 36, pp. 83 – 92, Elsevier, Paris, 1997.
- [6]. **A. Barletta**, "*Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 41, pp. 3501 – 3513, 1998.
- [7]. **S. Dutta, X. Zhang, J. A. Khan et D. Bell**, "*Adverse and favourable mixed convection heat transfer in a two-side heated square channel*", Experimental Thermal and Fluid Science, vol. 18, pp. 314 – 322, 1999.
- [8]. **T. Hoang, N. El Wakil et J. Padet**, "*Transfert de chaleur dans un tube vertical avec écoulement de convection mixte à débit variable*", Int. Journal of Thermal Science, vol. 38, pp. 277 – 283, 1999.
- [9]. **C. NOUR**, "*Numerical solution for laminar mixed convection in horizontal annular duct: Temperature dependent viscosity effect*", Int. J. Numer. Meth. Fluids, vol. 29, pp. 849 – 864, 1999.

- [10]. **M. Ouzzane et N. Galanis**, "*Effets de la conduction pariétale et de la répartition du flux thermique sur la conservation mixte près de l'entrée d'une conduite inclinée*", Int. J. Ther. Sci, vol. 38, pp. 622 – 633, 1999.
- [11]. **A. Barletta et E. Zanchini**, "*Mixed convection with viscous dissipation in an inclined channel with prescribed wall temperatures*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 4267 – 4275, 2001.
- [12]. **C.Y. Song, P.Y.Tzeng et C.D. Hsieh**, "*Numerical study of bottom wall temperature modulation effects thermal instability and oscillatory cellular convection in a rectangular enclosure*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, pp. 3855-3868, 2001.
- [13]. **N. Islam, U. N. Gaitonde et G. K. Sharma**, "*Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli*", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 2107 – 2120, 2001.
- [14]. **M. Zghal, N. Galanis et C. T. Nguyen**, "*Developing mixed convection with aiding flottabilité in vertical tubes: a numerical investigation of different flow regimes*", Int. J. Thermal Science, vol. , pp. 816 – 824, 2001.
- [15]. **A. Behzadmehr, N. Galanis et A. Lanevilleal**, "*Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform wall heat flux*", Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 46, pp. 4823 – 4833, 2003.
- [16]. **A. Barletta, E. Magyari et B. Kelleret**, "*Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes*", Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp. 4835 – 4845, 2005.
- [17]. **O. Kholai, A. Bellaour et M. Kadja**, "*Etude de la convection mixte dans un tubes incline*", JITH, Albi, France, 2007.
- [18]. **B. Premachandran et C. Balaji**, "*Conjugate mixed convection with surface radiation from a horizontal channel with protruding heat sources*", Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 49, pp. 3568 – 3582, 2006.

- [19]. **T. S. Chang**, "*Effects of a finite section with linearly varying wall temperature on mixed convection in a vertical channel*", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 50, pp. 2346 – 2354, 2007.
- [20]. **L. Martinez-Suástegui et C. Trevino**, "*Transient laminar opposing mixed convection in a differentially and asymmetrically heated vertical channel of finite length*", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 55, 2008.
- [21]. **S. V. Patankar**, "*Numerical heat transfer and fluid flow*", Hemisphere, Washington DC, 1980.
- [22]. **H.K. Versteeg et W. Malalasekera**, "*An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method*", Ed. Longman, England, 1995.
- [23]. **Zeldin B. et Schmidt F.W.**, "*Developing flow with combined forced-free convection in an isothermal vertical tube*", J. Heat Transfer, 94, MAY, pp. 211-223, 1972.
- [24]. **Sellers J.R., Tribus, M. et Klein J.S.**, "*Heat transfer to laminar flow in a round tube or flat conduit- the Graetz problem extended*", Trans. ASME, Vol.78, Part 1, pp. 441-448, 1956.
- [25]. **Marnier W.J. et McMillan H.K.**, "*Combined free and forced laminar convection in a vertical tube with constant wall temperature*", J. Heat Transfer, Vol. 92, N° 3, pp. 559-562, 1970.

RÉSUMÉ

Le travail proposé étudie numériquement le transfert de chaleur en convection mixte pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal verticale. Les parties médianes externes des parois sont maintenues à une température constante, alors que les autres parties en haut et en bas des parties chauffées sont adiabatiques. Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier Stokes et l'équation de conservation d'énergie. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes et l'algorithme SIMPLE pour traitement couplage pression vitesse. Les calculs sont effectués pour différentes valeurs du rapport $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0,1$). Pour chaque valeur de Ri , la nature de la convection (forcée, mixte et naturelle) est déduite, et l'évaluation du transfert de chaleur a été déterminée. L'influence de la longueur de la partie chauffée et l'épaisseur du canal sur les cas instables obtenus ont été étudiées.

Mots clés : Convection mixte, Canal vertical, Méthode des volumes finis, Ecoulement laminaire.

ABSTRACT

The proposed work studies numerically the mixed convection heat transfer for the decreasing flow inside a vertical channel. The medium parts of the external walls are kept at a constant temperature, while the other parts higher and lower of the heated parts are adiabatic. The governing equations of this problem are: the masse conservation equation, Navier-Stocks equation and energy conservation equation. The finite volume method is used in order to discrete the governing equations, and the SIMPLE algorithm is used to treat the coupling pressure-speed. The calculus are carried out for different rations values of $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0.1$). For each value of Ri , the nature of the convection (forced, mixed and natural) are deduced. The influence of the length of the heated part and the channel thickness on the instable cases obtained is studied.

Key words: Mixed convection, Vertical Channel, Finite volume method, Laminar flow.

ملخص

هذا العمل المقترح يدرس حسابيا انتقال الحرارة في حالة الحمل المختلط لسيلان الهواء داخل قناة عمودية. تم تثبيت الأجزاء الوسطى الخارجية من الجدارين عند درجة حرارة معينة, في حين أن الأجزاء الأخرى فوق و تحت الأجزاء الساخنة كظومية. المعادلات المتحكممة في هذه الدراسة هي : معادلة الحفاظ على المادة, معادلات Navier-Stocks و معادلة الحفاظ على الطاقة. استعملت طريقة الحجوم المنتهية لحل المعادلات المتحكممة كما أستعمل برنامج SIMPLE لمعالجة التزاوج بين السرعة و الضغط. تم القيام بالحسابات من أجل قيم متعددة للنسبة $Ri = Gr/Re^2$ ($Ri \geq 0,1$) تم تحديد طبيعة الحمل (قصري, مختلط و طبيعي) من أجل كل قيمة لـ Ri , كما تم تقييم إنتقال الحرارة في كل حالة. تأثير طول الجزء الساخن و كذا سمك الجدار تمت دراسته في الحالات غير المستقرة المتحصل عليها.

الكلمات الدالة : الحمل المختلط, قناة عمودية, طريقة الحجوم المنتهية, السيلان الطبقي.