

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**  
**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

*UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE*  
*FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR*  
*DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE*

N° d'ordre: .....  
Série:.....

**MEMOIRE**

**PRESENTE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE MAGISTER EN GENIE**  
**MECANIQUE**  
**OPTION : THERMO-FLUIDE**

**Etude Numérique de la Convection Naturelle dans  
une Cavité Ayant Plusieurs Entrées.**

**PAR:**  
**BELHI Mamdouh**

Soutenu le:.....

**Devant le jury:**

<b>Président</b>	<b>: Mr Z.Nemouchi</b>	<b>Prof. Université de Constantine</b>
<b>Rapporteur</b>	<b>: Mr S.Boudebous</b>	<b>Prof. Université de Constantine</b>
<b>Examineurs</b>	<b>: Mr A.Bellaouar</b>	<b>Prof. Université de Constantine</b>
	<b>Mr O.Kholai</b>	<b>M.C. Université de Constantine</b>

**Promotion : 2006/2007**

# DEDICACES

*A ma famille et mes amis :*

*Mes premières dédicaces s'adressent à mes grands parents qui m'ont toujours supporté et qui m'ont donné beaucoup de soutien sur tous les plans, surtout à ma grand-mère que j'aime beaucoup et qui avec j'espère vivre le reste d'une existence possible et heureuse.*

*Je ne remercierai jamais assez ma mère et mon père pour tous les sacrifices qu'ils ont fait pour moi, pour l'amour qu'ils m'ont donné. C'est ainsi grâce à eux que j'ai pu atteindre mon but. J'espère pouvoir le leur rendre un jour. Je destine mes dédicaces aussi à mes soeurs Soria, khadidja, Marwa et mon frère Salaheddine qui m'aiment beaucoup. A ma famille entière, cousins et cousines, oncles et tantes et plus particulièrement : mon oncle Saïd.*

*Je remercie du fond du coeur ceux qui me soutiennent et qui sont toujours là pour me remonter le moral et me pousser à aller de l'avant, ainsi que tous mes amis*

*Merci enfin a tous ceux, famille, amis et collègues, qui vont m'honorer de leur présence lors de la soutenance.*

*A ma grand-mère*

# REMERCIEMENTS

*Je tiens avec tous mes compliments et mes expressions d'honneur à remercier mon encadreur Mr S.BOUDEBOUS pour ses conseils et ses orientations, Je lui exprime ma reconnaissance pour le soutien dont il a fait preuve tout le long de cette étude. Son aide a été précieuse tant sur le plan scientifique que sur le plan humain. Son enthousiasme et son optimisme à toute épreuve m'ont permis de toujours prendre plaisir à aborder les nouveaux problèmes et son exigence scientifique a été très formatrice et enrichissante.*

*Je remercie également Mr Z.NEMOUCHI pour avoir accepté la présidence du Jury.*

*J'exprime aussi mes remerciements à Mr A.BELLAOUR, et Mr O. KHOLAI, qui ont accepté de consacrer de leurs temps à l'examen de ce mémoire.*

*Enfin, je remercie tous ceux qui de loin ou de près, ont contribué à la réalisation de ce travail, particulièrement Mr.M. S.BOULAHLIB, pour son aide et ses excellents conseils que j'ai beaucoup appréciés.*

# SOMMAIRE

**RESUME**

**ABSTRACT**

**NOMENCLATURE**

## **INTRODUCTION**

A- Généralités.....	1
B- Revue bibliographique.....	2
C- objectifs et définition du problème.....	3
D- Contenu du mémoire.....	4

## **CHAPITRE I : FORMULATION MATHEMATIQUE**

I-1 Généralités .....	5
I-2 Formulation générale des équations de la convection naturelle .....	10
I-3 Approximation de Boussinesq.....	11
I-4 Conditions aux limites .....	13
I-5 Formulation mathématique des équations du problème considéré .....	14
I-5-1 Forme adimensionnelle des équations .....	15
I-5-2 Formulation : fonction de courant $\psi$ – vorticité $\omega$ .....	18
I-5-3 Equation de la pression .....	20
I-5-4 Nombre de Nusselt moyen .....	21

## **CHAPITRE II : PROCEDURE NUMERIQUE**

II-1 Description du problème.....	22
II-2 Discrétisation temporelle.....	23
II-3 Discrétisation des termes convectifs et diffusifs.....	24
I-4 Méthode de résolution des systèmes d'équations .....	30
II-5 Calcul du nombre de Nusselt moyen.....	33

## **CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSION**

III-1 Choix du maillage .....	34
III-2 Validation du code de calcul.....	37
III-3 Résultats.....	39
<b>III-3-A</b> Convection forcée.....	39
<b>III-3-A</b> Convection mixte.....	53
<b>III-3-A</b> Convection naturelle.....	66

<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>79</b>
---------------------------------	-----------

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## **ANNEXE**

# RESUME

La convection naturelle dans des espaces confinés reste un sujet très intéressant, tant pour ses applications pratiques dans l'industrie, que pour les questions fondamentales qu'elle soulève.

Dans le présent travail, nous nous intéressons à la simulation numérique de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ayant plusieurs entrées. La paroi verticale gauche est soumise à une température uniforme constante, tandis que les autres parois sont maintenues adiabatiques. Une revue de la littérature montre que tous les travaux utilisant la formulation « fonction de courant  $\psi$  et de la vorticité  $\omega$  » et portant sur la ventilation des cavités considèrent une seule entrée du fluide. L'absence d'études concernant plusieurs entrées du fluide dans la cavité nous a motivé à entreprendre cette investigation.

Les équations régissant le phénomène sont décrites à l'aide de la formulation « *fonction de courant  $\psi$  et de la vorticité  $\omega$*  ». La discrétisation de ces équations est faite par la méthode des différences finies. L'approche numérique est basée sur la méthode implicite des directions alternées (A.D.I). Nous avons utilisé plusieurs schémas pour la discrétisation des termes convectifs alors que le schéma de différences centrées est utilisé pour les termes diffusifs. Le système d'équations obtenu après discrétisation est résolu à l'aide de l'algorithme de Thomas pour la température et la vorticité et d'une manière itérative pour la fonction de courant. Les champs dynamique et thermique ainsi que le coefficient du transfert thermique (Nombre de Nusselt) ont été déterminés pour différents nombres de Richardson en considérant un nombre croissant d'entrées du fluide dans la cavité.

## **Mots clés :**

Convection mixte / formulation « fonction de courant  $\psi$  et vorticité  $\omega$  » / Méthode des différences finies / Cavité ventilée /.

# ABSTRACT

The natural convection in confined spaces remains a subject very interesting, as well for its practical applications in industry, as for the fundamental questions which it raises.

In this work, we are interested in the numerical simulation of the laminar mixed convection in a square cavity having several entries. The left vertical wall is subjected to a constant uniform temperature, while the other walls are maintained adiabatic. A review of the literature shows that all work using the formulation “stream function  $\psi$  and the vorticity  $\omega$ ” on the ventilation of the cavities considers only one entry of the fluid. The absence of studies concerning several entries of the fluid in the cavity motivated us to undertake this investigation.

The equations governing the phenomenon are described using the formulation “stream function  $\psi$  and the vorticity  $\omega$ ”. The discretization of these equations is made by the finite differences method. The numerical approach is based on the implicit method of the alternate directions (A.D.I). We used several schemes for the discretization of the convective terms whereas the central differences scheme is used for the diffusive terms. The system of equations obtained after discretization is solved with an iterative technique using the Thomas algorithm. The dynamics and thermics fields as well as the thermal heat transfer coefficient (Nusselt number) were given for various Richardson numbers by increasing the number of entries of the fluid in the cavity.

**Key words:**

Mixed convection/formulation “stream function  $\psi$  and vorticity  $\omega$ ”/ finite differences method /ventilated Cavity/.

## مختصر

الحمل الطبيعي للحرارة داخل فضاءات مغلقة يبقى موضوع للبحث بالغ الأهمية أكثر منه للاستعمالات التطبيقية الواسعة في الصناعة منه للأسئلة الأساسية التي يطرحها.

في هذا العمل المقدم ، لقد صب اهتمامنا على المحاكاة العددية للحمل المختلط الغير متوتر داخل غرفة مربعة متعددة المداخل، الواجهة العمودية اليسرى للغرفة تخضع لدرجة حرارة ثابتة و متجانسة، لكن باقي الواجهات الأخرى كلها معزولة. لقد بينت مجلة الأعمال التطبيقية بأن كل الأعمال التي استعملت عبارة "دالة السيل و الدوامة " و التي تخص بالضرورة تهوية الغرف، اعتمدت إلا على مدخل واحد. إن غياب دراسات خاصة بوجود مداخل متعددة في الغرفة حفزتنا إلى الخوض في هذا البحث.

إن المعادلات الرياضية الخاصة بدراسة هذه الظاهرة تم وصفها عن طريق العبارة "دالة السيل  $\psi$  و الدوامة  $\omega$ " هذه المعادلات تم تحليلها عن طريق الاختلافات الممركزة، بينما اعتمد التقارب العددي على الطريقة المختزلة للاتجاهات المتناوبة . لقد استعملنا مخططات عديدة لتحليل الأطراف الحاملة، بينما استعملنا مخططات الاختلافات الممركزة للأطراف الناقلة.

إن نظام المعادلات المتحصل عليه بعد عملية التحليل ، تم حله بواسطة خوارزمية توماس. المجالات الديناميكية و الحرارية و عامل النقل الحراري (عدد نوسالت) تم الحصول عليهم باتخاذ أعداد ريتشارد سن مختلفة و عدد متصاعد لمداخل السائل داخل الغرفة.

كلمات أساسية: حمل مختلط، دالة السيل  $\psi$  و الدوامة  $\omega$  ، طريقة الاختلافات المحدودة، غرفة مستهوية.



# NOMENCLATURE

$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante	J/Kg.k
$g$	Accélération due à la pesanteur	m/s <sup>2</sup>
$Gr$	Nombre de Grashof, $g b D t L^3 / n^2$	-
$h$	Coefficient de transfert thermique moyen	W/m <sup>2</sup> .k
$L$	Hauteur dimensionnelle de la cavité	m
$k$	Conductivité thermique	W/m.k
$Num$	Nombre de Nusselt moyen	-
$ne$	Nombre d'entrées du fluide dans la cavité.	-
$Nx$	Nombre de Nusselt local	-
$p$	Pression	Pa
$P$	Pression adimensionnelle, $(p-p_0)/rV_0^2$	
$Pr$	Nombre de Prandtl, $n/a$	-
$Re$	Nombre de Reynolds, $V_0 L / n$	-
$T$	Température	k
$T_o$	Température du fluide à l'entrée	k
$T_w$	Température de la paroi latérale gauche	k
$u,v$	Composantes des vitesses	m/s
$U,V$	Composantes adimensionnelles des vitesses, $u/V_0, v/V_0$	-
$V_0$	Vitesse du fluide entrant	m/s
$x, y$	Coordonnées d'espace dimensionnelles	m
$X, Y$	Coordonnées d'espace adimensionnelles	
$Ri$	Nombre de Richardson, $Gr/Re^2$	

## Symboles grecs:

$\alpha$	Diffusivité thermique $K/\rho.C_p$	$m^2/s$
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique	$K^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide	$m^2/s$
$\rho$	Masse volumique du fluide	$Kg/m^3$
$t$	Temps	s
$\tau$	Temps adimensionnel, $t V_0/L$	-
$\psi$	Fonction de courant adimensionnée	-
$\omega$	Vorticité adimensionnée	-

---

# INTRODUCTION

## A. Généralités :

Le transfert de chaleur entre des parois et un fluide est un processus par lequel de l'énergie est échangée sous forme de chaleur grâce au gradient de températures qui peut exister entre ces deux milieux. Comme le gradient de pression, le gradient de température va donner naissance à une nouvelle force (poussée d'Archimède) dont il faudra tenir compte dans l'établissement du bilan total des forces appliquées à une particule fluide en mouvement. En fait la différence de température aura pour conséquence une modification de la densité déclenchant ainsi un mouvement au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède. Ce mouvement de brassage, dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle "convection". Le mouvement du fluide peut être *naturel* ou *forcé*. Les mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression, l'écoulement induit obéit aux lois de la mécanique des fluides. Si les deux modes de convection sont importants, la convection est dite mixte. La distinction entre ces différents modes dépend d'un nombre sans dimension (nombre de Richardson) dont la valeur est proportionnelle au rapport de la poussée d'Archimède (nombre de Grashof) et des forces visqueuses (nombre de Reynolds). Si cette valeur est assez importante les effets de la convection forcée sont négligeables et dans le cas contraire ce sont ceux de la convection naturelle qui le sont. Lorsque cette valeur est égale à une dizaine d'unités les effets des deux modes sont d'égale importance et nous sommes dans le domaine de la convection mixte. En fait il n'existe pas, jusque à présent, des limites bien déterminées de la valeur de ce paramètre pour distinguer entre les différents modes car cette valeur dépend de plusieurs paramètres dont la forme géométrique dans laquelle se produit l'écoulement.

Le transfert de la chaleur par convection constitue, jusqu'à présent, un principe de base pour de nombreuses applications industrielles. Parmi celles-ci figure la ventilation d'espaces confinés. La diversité géométrique de ces espaces confinés ainsi que leur mode de chauffage ou de refroidissement constitue un vaste champ d'étude dont nous nous proposons d'apporter une modeste contribution ayant pour objet « *la simulation numérique d'un écoulement en convection dans le but de ventiler une cavité par des jets entrant par plusieurs ouvertures* ».

## B. Revue bibliographique :

L'étude des écoulements de convection mixte dans des espaces confinés (cavités fermées) est devenue, au jour d'aujourd'hui, un sujet classique. Les travaux ayant traité de ce sujet sont très nombreux. La nature physique du phénomène de convection mixte ainsi que le transfert de chaleur qui en résulte ont été largement étudiés et sont, d'une manière générale, raisonnablement maîtrisés. En outre la forme géométrique des cavités, dans lesquelles se produit l'écoulement par convection, a été largement traitée en raison de son aspect fondamental.

Une étude exhaustive de travaux relatifs à cette configuration géométrique est rapportée par S. Ostrach [1] et complétée par T. Fusegi et J.M. Hyun [2]. Il est à noter que certains de ces travaux servent, actuellement, comme modèles de référence et de validation avant leur extension à des cas plus complexes.

Durant cette dernière décennie, et concernant toujours les espaces confinés, nous remarquons que le sujet reste encore en exploration, toutefois la tendance de la recherche s'oriente vers la considération, d'une part, de nouvelles formes de la géométrie des cavités : H. Asan et L. Namli [3] pour une forme triangulaire et F. Moukalled et S. Acharya [4] pour une forme trapézoïdale et d'autre part la prise en compte de divers paramètres telle par exemple l'inclinaison de la cavité par rapport à la direction horizontale O. Aydin et al [5].

La circulation d'un fluide quelconque à travers des ouvertures pratiquées dans la cavité dont les parois sont soumises à différents types de chauffage ou de refroidissement permet la ventilation de celle-ci. Ce type d'écoulement est d'une importance capitale étant donné ses diverses applications dans presque tous les domaines industriels. Aussi la recherche contemporaine s'est orientée naturellement dans l'analyse de la structure générale des écoulements en convection naturelle, forcée et mixte en considérant des cavités ventilées.

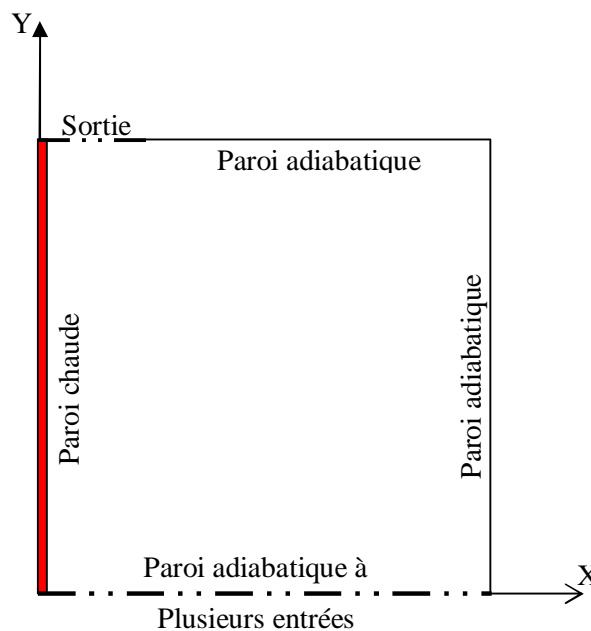
De nombreux chercheurs ont présentés, lors des dernières décennies, des travaux dont la majeure partie représente des études numériques relatifs à l'étude du phénomène de la convection mixte dans la géométrie mentionnée ci-dessus. Afin d'alléger au maximum ce mémoire nous n'avons pas établi, comme c'est de coutume, une série de travaux consacré à ce sujet. Toutefois, pour ceux qui sont intéressés, une revue détaillée relative aux travaux les plus récents a été déjà faite par S. Zermane [6], S. Zermane et al [7] et complétée plus récemment par S. Boudebous et Z. Nemouchi [8].

### C. Objectifs et définition du problème :

La revue bibliographique invoquée précédemment montre que tous les travaux concernant le sujet en question considèrent des cavités ventilées par un jet pénétrant par une seule et unique issue. L'absence d'études incluant plusieurs entrées des jets du fluide dans la cavité nous a motivé à entreprendre cette investigation.

Nous considérons, comme le montre, la figure 1, une cavité carrée dont la paroi gauche est soumise à une température constante supérieure à celle du milieu ambiant alors que toutes les autres parois sont adiabatiques. Le fluide servant à la ventilation de la cavité pénètre, à une température ambiante, par plusieurs ouvertures pratiquées dans la paroi inférieure et sortant par un passage situé dans la partie gauche de la paroi supérieure. Il faut préciser que nous avons fixé la valeur de la largeur de la sortie égale à la somme de celle de toutes les entrées et celle-ci est égale à 1/10 de la longueur de la cavité.

Le présent travail sera consacré principalement à la détermination des champs de vitesses, de températures et du coefficient de transfert thermique. Une attention particulière portera sur l'influence du nombre d'entrées du fluide dans la cavité sur les différents champs cités ci-dessus et sur le nombre de Nusselt.



*Figure 1 : Schéma de la cavité*

## **D. Contenu du mémoire :**

Ce mémoire est structuré de la manière suivante :

Faisant suite à la présente introduction au contenu de ce mémoire, Dans le premier chapitre nous avons présenté quelques notions de base du transfert thermique pour établir les équations générales régissant le phénomène de la convection naturelle, et leurs transformations en adoptant comme variables principales du problème la fonction de courant  $\psi$  et la vorticité  $\omega$ .

Le second chapitre est consacré à la discrétisation des équations établies précédemment en utilisant la méthode des différences finies. Les méthodes de résolution des systèmes d'équations ainsi déduits sont présentées dans ce même chapitre.

Le troisième chapitre présente les principaux résultats obtenus par de nombreuses simulations ainsi que leurs interprétations, nous avons commencé par valider notre code de calcul, ensuite nous avons exposé les profils des vitesses, et des températures ainsi que les lignes de courant pour les différents nombres d'entrées du fluide dans la cavité. La variation du nombre de Nusselt en fonction du temps est aussi présentée.

Ce document se termine par une conclusion générale qui reprend les objectifs de ce travail, les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées et jugées utiles pour la poursuite de cette étude.

Enfin, afin d'illustrer plus en détail certains aspects de ce travail, un article présenté au Congrès Français de Thermique en juin 2007 est annexé à ce document.

# CHAPITRE I

## FORMULATION MATHÉMATIQUE

### I.1. Généralités :

Dans le présent chapitre nous avons jugé utile de donner les notions de base nécessaire à la compréhension du phénomène de transmission de la chaleur par convection. A titre indicatif les ouvrages suivants [9-10] traitent tous en détail la théorie des différents modes de transfert thermique.

#### Convection thermique :

La convection est un mode de transfert de chaleur où celle-ci est advectée par au moins un fluide. La chaleur est transférée de manière beaucoup plus efficace que par la conduction thermique ou le rayonnement, qui sont les deux autres modes de transfert de chaleur. Ce phénomène physique, très commun, se produit dans de nombreux systèmes (casserole, manteau terrestre, étoile, ...)

En général, le transfert thermique par convection traite l'interaction thermique entre une surface autour de laquelle circule un fluide et dont la température diffère de celle-ci. Nous pouvons citer comme exemple l'écoulement d'un fluide au-dessus d'un cylindre, à l'intérieur d'un tube ou entre des plaques parallèles. Ce phénomène de convection est expliqué, d'une manière élémentaire, par la figure (I.1.a). En effet une particule fluide située près de la paroi chaude absorbe la chaleur au contact de celle-ci, devient plus légère et remonte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Elle arrive près de la paroi froide, échange sa chaleur et se refroidit. Elle devient alors plus lourde et redescend vers le bas, où elle sera à nouveau réchauffée pour entretenir un cycle permanent.

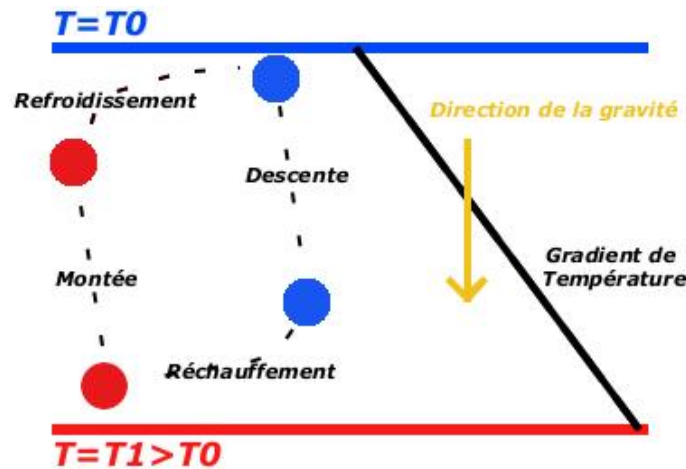


Figure ( I.1.a) : Principe de fonctionnement de la convection thermique

### a. Facteurs Importants dans le transfert thermique par Convection :

Considérant le cas de l'ampoule électrique montrée dans la figure (I.1.b). La température de surface et le flux thermique sont  $T_s$  et  $q_s''$  respectivement. La température du fluide ambiant est  $T_\infty$ . L'énergie électrique est transformée en chaleur à un taux fixe déterminé par la capacité de l'ampoule. Négligeant le rayonnement, l'énergie dissipée est transférée par convection à partir de la surface vers le fluide ambiant. Supposant que la température de surface résultante est trop importante et que nous souhaitons l'abaisser.

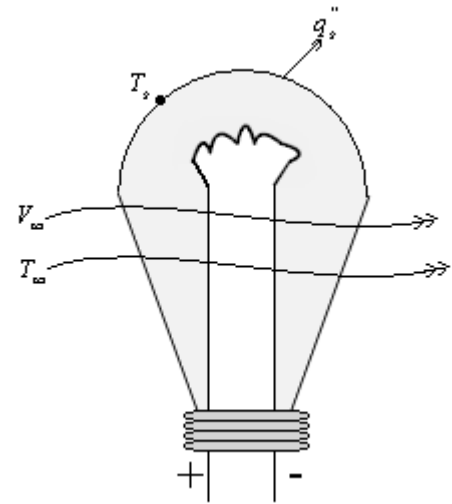


Figure (I.1.b)

Pour cela nous pouvons :

- Placez un ventilateur devant l'ampoule et forcez le fluide ambiant à s'écouler autour de l'ampoule pour la refroidir.
- Changez le fluide, prendre un fluide bon conducteur de la chaleur.
- Augmentez la surface de contact en re-concevant la géométrie de l'ampoule.

Nous concluons que trois facteurs jouent des rôles majeurs dans le transfert thermique par convection : *Le mouvement du fluide, La nature du fluide et la géométrie de la surface de contact.*



### **b. Transfert thermique par convection :**

Les problèmes de la convection thermique s'intéressent à la détermination du taux de transfert thermique et/ou la température de surface. Ces facteurs importants d'ingénierie sont établis une fois la distribution de température dans le fluide en mouvement est déterminée. Le point focal dans le transfert thermique par convection est la détermination de la distribution de la température dans un fluide mobile.

### **c. Concept de la continuité et l'équilibre thermodynamique :**

L'étude de transfert thermique par convection dépend de propriétés substantielles comme la masse volumique, la pression, la conductivité thermique et la chaleur spécifique. Ces propriétés familières que nous pouvons évaluer quantitativement et les mesurer sont en fait la manifestation de la nature moléculaire et de l'activité du matériau. Toutes les matières se composent de molécules qui sont dans un état de mouvement continu et de collisions aléatoires. Dans le modèle de continuité nous ignorons les caractéristiques de molécules individuelles et au lieu de cela on traite leur effet moyen ou macroscopique. Ainsi, la continuité est assumée pour des matières continues. Cependant, il y a des conditions dans lesquelles la supposition de continuité s'écroule ; Elle est valable tant qu'il y a suffisamment un nombre de molécules dans un volume donné pour faire la moyenne statistique de leurs activités significatives.

L'équilibre thermodynamique dépend de la fréquence de collisions de molécules avec une surface adjacente. À l'équilibre thermodynamique, le fluide et la surface adjacente ont la même vitesse et la même température.

### **d. Loi de Fourier:**

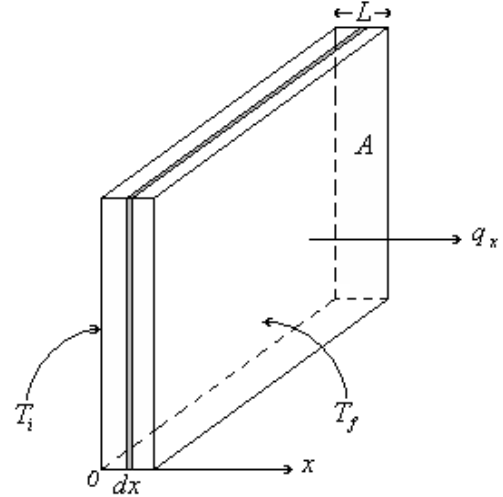
L'expérience montre que si une extrémité d'une barre en métal est chauffée, sa température à l'autre extrémité commencera à s'élever, par la suite. Ce transfert d'énergie est dû à l'activité moléculaire. Les molécules à l'extrémité chaude échangent leurs énergies cinétiques et vibratoires avec des couches voisines par le mouvement et les collisions aléatoires. Un gradient de température est établi avec de l'énergie transportée continuellement dans la direction de la température décroissante. Ce mode de transfert d'énergie s'appelle la conduction. Le même mécanisme a lieu dans les fluides, qu'ils soient stationnaires ou mobiles.

Le mécanisme de l'échange d'énergie à l'interface entre un fluide et une surface se fait par conduction. Cependant, le transport d'énergie dans un fluide en mouvement se fait par conduction et convection.

Considérant l'état d'équilibre et soit  $q_x$  le taux de transfert de chaleur dans la direction  $x$ . Les expériences ont montré que pour une plaque d'épaisseur  $L$  et une surface  $A$  avec un écart de température  $(T_i - T_f)$  entre les deux extrémités de cette plaque figure (I.1.c),  $q_x$  est directement proportionnel à  $A$  et inversement proportionnel à  $L$  :

$$q_x \propto \frac{A(T_i - T_f)}{L}$$

Introduisant une constante proportionnelle  $k$ , nous obtenons :



**Figure (I.1.c)**

$$q_x = k \frac{A(T_i - T_f)}{L} \quad (\text{I.1.1})$$

Où  $k$  est une propriété de matériau appelée la « conductivité thermique ».

L'équation (I.1.1) est valide pour : (i) un état d'équilibre, (ii)  $k$  est une constante, (iii) conduction unidimensionnelle.

Appliquant (I.1.1) à l'élément  $dx$  montré sur la figure (I.1.c) et notant que  $T_i \rightarrow T(x)$ ,  $T_f \rightarrow T(x + dx)$ ,  $T(x + dx) - T(x) = dT$  et  $L$  est remplacée par  $dx$ , nous obtenons :

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} \quad (\text{I.1.2})$$

Il est utile d'introduire le terme flux thermique  $q_x''$  qui est défini comme suit :

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (\text{I.1.3})$$

Bien que (I.1.3) soit basée sur la conduction unidimensionnelle, elle peut être généralisée aux bidimensionnelle et au régime transitoire, en notant que le flux thermique est un vecteur :

$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx}, \quad q_y'' = -k \frac{dT}{dy} \quad (\text{I.1.4})$$

L'équation (I.1.4) est connue comme la loi de Fourier.

Cette loi nous permet donc de déterminer le flux de la chaleur dans n'importe quelle direction connaissant la distribution  $T(x, y, t)$  de la température.

### **e. Loi de newton :**

Une autre approche de la détermination du taux de transfert thermique entre une surface et un fluide adjacent et mobile est basée sur la loi du Newton. Isaac Newton a postulé que le flux superficiel dans la convection est directement proportionnel à la différence de la température entre la surface et le fluide :

$$q_s'' \propto (T_s - T_\infty) \quad (\text{I.1.5})$$

Où  $q_s''$  est le flux de surface,  $T_s$  la température de la surface et  $T_\infty$  la température de fluide loin de la surface. Introduisant une constante de proportionnalité pour exprimer cette dernière relation sous la forme de :

$$q_s'' = h(T_s - T_\infty) \quad (\text{I.1.6})$$

Ce résultat traduit la loi du Newton. La constante  $h$  est appelée « coefficient de transfert thermique ». Ce coefficient dépend de la géométrie, des propriétés du fluide, de l'écoulement et de la différence de température  $(T_s - T_\infty)$ ,

$$h = f(\text{géométrie, écoulement du fluide, propriétés du fluide, } \Delta T)$$

La combinaison des lois de Fourier et Newton (I.1.4) et (I.1.6) respectivement donne :

$$h = \frac{-k \frac{dT(x, y=0)}{dy}}{(T_s - T_\infty)} \quad (\text{I.1.7})$$

La détermination de la distribution de la température nous permet celle du coefficient du transfert thermique  $h$ .

**f. Nombre du Nusselt:**

D'après l'équation (I.1.7) nous avons :

$$h = \frac{-k \frac{dT(x, y = 0)}{dy}}{(T_s - T_\infty)}$$

$$\Rightarrow \frac{hx}{k} = -x \frac{dT(x, y = 0)}{(T_s - T_\infty)dy} \quad (I.1.8)$$

Le coefficient  $\frac{hx}{k}$  est connu sous le nom du nombre de Nusselt et puisque ce dernier dépend de l'abscisse  $x$  il est désigné sous le nom du nombre de Nusselt local ( $Nu_x$ ).

$$Nu_x = \frac{hx}{k} \quad (I.1.9)$$

Le nombre de Nusselt moyen  $\bar{Nu}_L$  pour une surface de longueur  $L$  est basé sur le coefficient moyen  $\bar{h}$  :

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} \quad (I.1.10)$$

Où  $\bar{h}$  pour le cas unidimensionnel est donné par :

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx \quad (I.1.11)$$

**I.2. Formulation générale des équations de la convection naturelle :**

L'analyse de la convection thermique se fonde sur l'application des trois lois fondamentales de la physique générale : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie. En outre, les lois de Fourier et de Newton déjà présentées précédemment sont également considérées. L'objectif visé étant la détermination de la distribution de la température, de la pression et des

vitesse. Dans le but d'établir la formulation du phénomène de la convection nous considérons les équations classiques de Navier-Stokes écrites sous forme vectorielle:

$$\textit{Équation de conservation de la masse : } \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{rV} = 0 \quad \dots\dots(I.2.1)$$

$$\textit{Équation de la conservation de la quantité de mouvement : } \quad \mathbf{r} \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{r}g - \nabla p + \mathbf{m}\nabla^2 \mathbf{V} \quad \dots(I.2.2)$$

$$\textit{Équation de l'énergie : } \quad \rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot k\nabla T + \rho T \frac{Dp}{Dt} + \rho f \quad \dots\dots(I.2.3)$$

L'opérateur  $\nabla$  est un vecteur défini comme suit :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j$$

Et :

$$\frac{D}{Dt} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t}$$

$f$  est la fonction de la dissipation définie comme suit :

$$f = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$

### **I.3. Approximation de Boussinesq :**

Le mouvement de fluide dans la convection naturelle est produit par le changement de la densité. Donc la supposition de la densité constante ne peut pas être faite dans l'analyse des problèmes de la convection naturelle. Au lieu de cela une simplification alternative appelée "approximation de Boussinesq" est faite. L'approche de base dans cette approximation est de considérer la densité comme constante dans l'équation de continuité et le terme d'inertie de l'équation de quantité de mouvement, mais elle change avec la température dans le terme de pesanteur. Dans ce cas l'équation (I.2.2) devient :

$$r_{\infty} \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = r_{\infty} \mathbf{g} - \nabla p + m \nabla^2 \mathbf{V} \quad (\text{I.3.1})$$

Où  $r_{\infty}$  est la densité de fluide à un certain état de référence où la température est uniforme et le fluide est stationnaire ou en mouvement avec une vitesse uniforme. Donc à l'état de référence nous

avons :

$$\frac{D\mathbf{V}_{\infty}}{Dt} = \nabla^2 \mathbf{V}_{\infty} = 0 \quad (\text{a})$$

L'application de (I.3.1) à l'état de référence  $\infty$  et l'utilisation de (a) donnent :

$$r_{\infty} \mathbf{g} - \nabla p_{\infty} = 0 \quad (\text{b})$$

La soustraction de (b) de (I.3.1) donne :

$$r \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = (r - r_{\infty}) \mathbf{g} - \nabla(p - p_{\infty}) + m \nabla^2 \mathbf{V} \quad (\text{I.3.2})$$

Le terme  $(r - r_{\infty})$  et peut s'exprimer en terme de différence de température. Cela est accompli à travers l'introduction du coefficient d'expansion  $b$  défini comme suit :

$$b = -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_p \quad (\text{c})$$

La variation de la pression dans la convection naturelle est habituellement petite, en outre l'effet de la pression sur  $b$  est aussi petit. En d'autre termes, dans la convection naturelle  $b$  peut être considéré comme indépendant de  $p$ . nous réécrivons (c) :

$$b \approx -\frac{1}{r_{\infty}} \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right) \quad (\text{d})$$

Par ailleurs, Nous constatons que pour un petit changement de température le changement de la densité est approximativement linéaire. Subséquemment nous récrivons (d) comme :

$$b \approx -\frac{1}{r_{\infty}} \frac{r - r_{\infty}}{T - T_{\infty}} \quad (\text{e})$$

Ce résultat donne :

$$r - r_{\infty} = -br_{\infty}(T - T_{\infty}) \quad (f)$$

L'équation (f) relie le changement de la densité avec le changement de la température, et en substituant (f) dans (I.3.2) nous obtenons, ci-dessous, l'équation de la quantité de mouvement d'un fluide en mouvement du à la convection naturelle à partir de l'approximation Boussinesq.

$$\boxed{\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -b\mathbf{g}(T - T_{\infty}) - \frac{1}{r_{\infty}}\nabla(p - p_{\infty}) + \nu\nabla^2\mathbf{V}} \quad (I.3.3)$$

#### **I.4. Conditions aux limites généralement rencontrées dans le transfert thermique par convection :**

Pour obtenir les solutions des champs de vitesse, de pression et de température, des conditions aux limites doivent être formulées et indiquées. Les conditions aux limites sont des équations mathématiques décrivant ce qui a lieu physiquement à une frontière. Dans le transfert thermique par convection, il est nécessaire d'indiquer les conditions aux limites de la vitesse et de la température. Les conditions rencontrées sont généralement :

##### **Condition de non-glissement :**

La vitesse du fluide est considérée comme nulle à une frontière stationnaire telle que la paroi d'un tube, la surface d'une plaque, d'un cylindre, ou d'une sphère. En coordonnées cartésiennes cette condition est exprimée mathématiquement par:  $\mathbf{V}(x,0,t) = 0$

Où y est la coordonnée normale sur la surface et l'origine est à y=0. On a donc :

$$u(x,0,t) = v(x,0,t) = 0 \quad (I.4.1)$$

##### **Condition d'un écoulement libre :**

Loin d'un objet il est courant d'assumer une vitesse uniforme ou nulle. Par exemple, une composante de vitesse uniforme dans la direction x à y = 0 est exprimée comme :

$$u(x, \infty, t) = V_{\infty} \quad (I.4.2)$$

De même, la température uniforme loin d'un objet est exprimée :

$$T(x, \infty, t) = T_{\infty} \quad (\text{I.4.3})$$

### Conditions thermiques de surface :

Deux conditions thermiques extérieures communes sont couramment employées dans l'analyse des problèmes de convection. Ce sont :

#### Une température indiquée :

Cette condition est :

$$T(x, 0, t) = T_s \quad (\text{I.4.4})$$

La température de surface  $T_s$  n'a pas besoin d'être uniforme ou constante. Elle peut changer aussi bien avec l'abscisse  $x$  qu'avec le temps  $t$ .

#### Un flux thermique indiqué :

La condition au limite pour une surface qui est chauffée ou refroidie à un flux indiqué est exprimée comme suit :

$$-k \frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial y} = \pm q_0'' \quad (\text{I.4.5})$$

## I.5. Formulation mathématique des équations du problème considéré :

Le problème considéré est gouverné par les équations couplées de Navier Stokes pour un fluide incompressible, tenant compte de l'hypothèse de Boussinesq, et de l'énergie dans laquelle le terme de la dissipation visqueuse a été négligé. La projection des équations (I.2.1), (I.2.2) et (I.2.3) dans un plan de coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  donne respectivement :



Equation de continuité : 
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (I.5.1)$$

Equations de quantité de mouvement :

Suivant x : 
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial (p - p_0)}{\partial x} + u \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (I.5.2.a)$$

Suivant y : 
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial (p - p_0)}{\partial y} + u \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + gb(T - T_0) \quad (I.5.2.b)$$

Equation de l'énergie : 
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (I.5.3)$$

### I.5.1. Forme adimensionnelle des équations :

Dans le but de généraliser la solution du problème considéré dans cette étude nous procédons à l'adimensionnalisation des équations établies précédemment.

#### A. Variables adimensionnelles :

Pour adimensionnaliser les variables dépendantes et indépendantes, nous employons des quantités caractéristiques qui sont constantes dans tout le champ d'écoulement et de température. Ces quantités sont :  $L, V_0, T_w, T_0$  et  $p_0$ .

Nous considérons des coordonnées cartésiennes et définissons les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad q = \frac{T - T_0}{T_w - T_0}, \quad t = \frac{V_0 t}{L}, \quad P = \frac{(p - p_0)}{rV_0^2}$$

$$\Rightarrow x = X \times L, \quad y = Y \times L, \quad u = V_0 \times U, \quad v = V_0 \times V, \quad T - T_0 = \Delta T \times q, \quad t = \frac{L \times t}{V_0}, \quad p - p_0 = rV_0^2 P$$

**B. Forme adimensionnelle de l'équation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial X} \frac{V_0}{L} = \left( \frac{1}{L} \right) \frac{\partial U}{\partial X} \quad \dots\dots (a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{V_0}{L} = \left( \frac{1}{L} \right) \frac{\partial V}{\partial Y} \quad \dots\dots (b)$$

Substituant (a) et (b) dans (I.5.1) :

$$\left( \frac{V_0}{L} \right) \frac{\partial U}{\partial X} + \left( \frac{V_0}{L} \right) \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0} \quad (I.5.4)$$

**C. Forme adimensionnelle des équations de quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left( \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} \right) = \left( V_0 \frac{\partial U}{\partial t} \frac{V_0}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) \frac{\partial U}{\partial t} \quad \dots\dots (c)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = V_0 \times U \left( \frac{\partial u}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = V_0 \times U \left( V_0 \frac{\partial U}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) U \frac{\partial U}{\partial X} \quad \dots\dots (d)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial y} = V_0 \times V \left( \frac{\partial u}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = V_0 \times V \left( V_0 \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) V \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \dots\dots (e)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( V_0 \frac{\partial U}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \frac{V_0}{L} \times \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \frac{\partial X}{\partial x} = \left( \frac{V_0}{L^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad \dots\dots (f)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( V_0 \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \frac{V_0}{L} \times \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \frac{\partial Y}{\partial y} = \left( \frac{V_0}{L^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad \dots\dots (g)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \left( \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} \right) = \left( V_0 \frac{\partial V}{\partial t} \frac{V_0}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) \frac{\partial V}{\partial t} \quad \dots\dots (h)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} = V_0 \times U \left( \frac{\partial v}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = V_0 \times U \left( V_0 \frac{\partial V}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) U \frac{\partial V}{\partial X} \quad (i)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial y} = V_0 \times V \left( \frac{\partial v}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = V_0 \times V \left( V_0 \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0^2}{L} \right) V \frac{\partial V}{\partial Y} \quad (j)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( V_0 \frac{\partial V}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \frac{V_0}{L} \times \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right) \frac{\partial X}{\partial x} = \left( \frac{V_0}{L^2} \right) \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \quad (k)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( V_0 \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \frac{V_0}{L} \times \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \frac{\partial Y}{\partial y} = \left( \frac{V_0}{L^2} \right) \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \quad (l)$$

La substitution de (c), (d), (e), (f) et (g) dans (I.5.2.a) donne :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{u}{V_0 L} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)$$

Introduisant le nombre de Reynolds :  $Re = \frac{V_0 L}{u}$  nous obtenons :

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)} \quad (I.5.5.a)$$

La substitution de (h), (i), (j), (k) et (l) dans (I.5.3) donne :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{u}{V_0 L} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{gb\Delta T}{V_0^2} Lq$$

Introduisant le nombre de *Grashof*  $Gr = \frac{gb\Delta TL^3}{u^2}$  qui mesure le rapport des forces de gravité

aux forces de viscosité agissant sur le fluide (il représente l'effet de buoyancy) et de Richardson

$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$  : l'équation précédente s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ri q} \quad (I.5.5.b)$$

**D. Forme adimensionnelle de l'équation d'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} \right) = \left( \Delta T \frac{\partial q}{\partial t} \frac{V_0}{L} \right) = \left( \frac{V_0 \times \Delta T}{L} \right) \frac{\partial q}{\partial t} \quad (\text{m})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = V_0 \times U \left( \frac{\partial T}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = V_0 \times U \left( \Delta T \frac{\partial q}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0 \times \Delta T}{L} \right) U \frac{\partial q}{\partial X} \quad (\text{n})$$

$$v \frac{\partial T}{\partial y} = V_0 \times V \left( \frac{\partial T}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = V_0 \times V \left( \Delta T \frac{\partial q}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \left( \frac{V_0 \times \Delta T}{L} \right) V \frac{\partial q}{\partial Y} \quad (\text{o})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta T \frac{\partial q}{\partial X} \frac{1}{L} \right) = \frac{\Delta T}{L} \times \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial q}{\partial X} \right) \frac{\partial X}{\partial x} = \left( \frac{\Delta T}{L^2} \right) \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} \quad (\text{p})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \Delta T \frac{\partial q}{\partial Y} \frac{1}{L} \right) = \frac{\Delta T}{L} \times \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial q}{\partial Y} \right) \frac{\partial Y}{\partial y} = \left( \frac{\Delta T}{L^2} \right) \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \quad (\text{q})$$

Remplaçant par (m), (n), (o), (p) et (q) dans (I.5.3) :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} = \frac{a}{V_0 L} \left( \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \right)$$

Prenant :  $\text{Pr} = \frac{u}{a}$ , on aura :

$$\boxed{\frac{\partial q}{\partial t} + U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{I.5.6})$$

**I.5.2. Formulation fonction de courant - vorticité  $y-w$  :**

La formulation du modèle mathématique du problème considéré, en introduisant la fonction de courant et celle de la vorticité, a pour but d'éliminer la pression des équations primaires et ainsi réduire le nombre de variables et les équations à résoudre.

La fonction de courant et la vorticité sont définies par les relations suivantes :

$$U = \frac{\partial y}{\partial Y} \quad V = -\frac{\partial y}{\partial X} \quad w = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}$$

Dérivant (I.5.5.a) et (I.5.5.b) par rapport à Y et X respectivement, et retranchant les deux équations résultantes membre à membre pour éliminer le gradient de la pression, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + U \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + V \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left( \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left( \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + Ri \frac{\partial q}{\partial X}$$

Avec :  $w = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}$

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial X} + V \frac{\partial w}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) + Ri \frac{\partial q}{\partial X}} \quad (\text{I.5.7})$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2} \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial^2 y}{\partial X^2}$$

$$\Rightarrow w = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial^2 y}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2} = -w} \quad (\text{I.5.8})$$

Finalement nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial q}{\partial t} + U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} &= \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \right) \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial X} + V \frac{\partial w}{\partial Y} &= \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) + Ri \frac{\partial q}{\partial X} \\
 \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2} &= -w \\
 U = \frac{\partial y}{\partial Y} \quad , \quad V = -\frac{\partial y}{\partial X}
 \end{aligned}
 \tag{I.5.9}$$

La forme adimensionnelle des équations (I.5.9) est régie par les trois paramètres suivant : le nombre de Reynolds  $Re$ , le nombre de Prandlt  $Pr$  et le nombre de Richardson  $Ri$ . Le nombre de Reynolds est associé à l'écoulement visqueux tandis que le nombre de Prandtl, propriété physique du fluide, est un paramètre caractérisant le transfert thermique. Pour déterminer si la convection est laminaire ou turbulente, l'utilisation du nombre de Reynolds n'est pas satisfaisante, car il est impossible de considérer la densité du fluide comme constante. Le nombre sans dimension utilisé dans ce cas est plutôt le nombre de Grashof ou le nombre de Rayleigh (égale au produit du nombre Grashof et du nombre de Prandlt). Quand au nombre de Richardson, défini précédemment et qui a été mis en évidence par Lewis Fry Richardson (1881-1953), il indique le mode de convection.

### I.5.3. Equation de la pression :

Dérivant (I.5.5.a) et (I.5.5.b) par rapport à  $Y$  et  $X$  respectivement, et ajoutant les deux équations résultantes membre à membre, on obtient :

$$\left( \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} \right) = - \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 - 2 \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y} - \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + Ri \frac{\partial q}{\partial Y}$$

Avec :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 = \left( \frac{\partial^2 y}{\partial X \partial Y} \right)^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial y}{\partial X} \right) = -\frac{\partial^2 y}{\partial X^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial y}{\partial Y} \right) = \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2}$$

$$\left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 = \left( \frac{\partial^2 y}{\partial Y \partial X} \right)^2$$

On obtient alors :

$$\boxed{\left( \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} \right) = -2 \left( \frac{\partial^2 y}{\partial X \partial Y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial X^2} \frac{\partial^2 y}{\partial Y^2} + Ri \frac{\partial q}{\partial Y}} \quad (I.5.10)$$

#### I.5.4. Nombre de Nusselt moyen :

D'après la relation (I.1.9) on a :

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -X \frac{dq(X, Y=0)}{dY}$$

A la paroi chaude droite  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq 1$  la relation (I.1.9) devient :

$$Nu_y = -Y \frac{dq(X=0, Y)}{dX} = \int_0^1 \left[ -\frac{dq}{dX} \right]_{X=0} dY$$

Donc le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude est exprimé par le nombre de Nusselt moyen défini par l'intégrale suivante :

$$\boxed{Num = \int_0^1 \left[ -\frac{dq}{dX} \right]_{X=0} dY} \quad (I.5.11)$$

# CHAPITRE II

## PROCEDURE NUMERIQUE

Dans le chapitre précédent nous avons établi le modèle mathématique qui traduit l'écoulement du fluide dans la cavité étudiée. Dans le présent chapitre nous allons exposer la méthode numérique pour la résolution de ce problème. Nous avons choisi la méthode des différences finies comme méthode de discrétisation. La discrétisation de tous les termes figurant dans le système d'équations (I.5.9) régissant le phénomène étudié sera exposé en détail. Les conditions initiales et aux limites, nécessaires à la résolution complète du problème, seront-elles aussi précisées et discrétisées.

### II.1. Description du problème :

Nous considérons une cavité schématisée par la figure 1 déjà présenté en introduction. Initialement, dans cet espace, le fluide est au repos et sa température adimensionnelle est nulle dans toute la cavité. La paroi gauche de celle-ci est soumise à une température adimensionnelle égale à 1.0. La condition d'adiabacité, gradient de température nul, est adoptée pour les autres parois. Le fluide pénètre, avec une vitesse adimensionnelle uniforme égale à 1.0 ( $V_0 = 1.0$ ), dans la cavité par les différentes ouvertures disposées de part et d'autre par rapport à l'axe vertical de symétrie (figure II.1). La valeur de la fonction de courant est égale à 0.0 sur la paroi gauche alors sur les autres parois elle résulte de l'intégration des équations (I.5.9.d). La vorticité sur les parois solides est évaluée par un développement de Taylor, du premier ordre, de la fonction de courant à la paroi. L'expression mathématique de cette condition est:

$$w_{wall} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}$$

A la sortie nous avons adopté une condition non restrictive exprimée par la relation suivante [11] :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0.$$



# CHAPITRE III

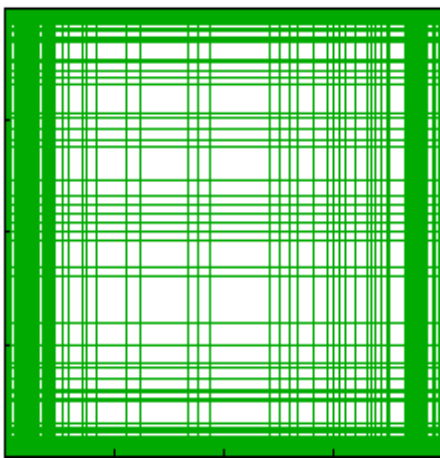
## RESULTATS ET DISCUSSIONS

Toutes les simulations ont été réalisées en considérant la valeur de 0.71 du nombre de Prandtl et une valeur de  $10^6$  du nombre de Grashof. Alors que le nombre de Richardson varie entre les valeurs de 0.1 à 25. Le nombre d'entrées varie de 1 à 40. Mais pour plus de clarté nous avons jugé utile de ne présenter que les résultats en considérant trois nombres de Richardson, 0.1 pour la convection forcée, 1.0 pour la convection mixte et 25.0 pour la convection naturelle ; alors que les nombres d'entrées du fluide dans la cavité sont : 1, 2, 4, 8, 12, 16, 20 et 32.

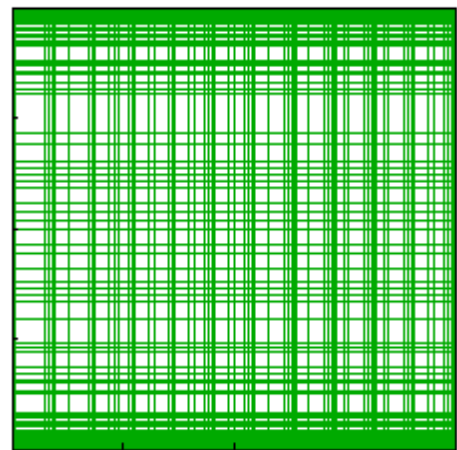
Les résultats exposés, pour chaque mode de convection et pour chaque nombre d'entrées concernent le champ des isothermes, des iso courants et des vecteurs vitesse. Pour plus de détail relatif à l'écoulement du fluide dans la cavité nous avons aussi affiché les profils des températures et des vitesses suivant les deux directions (verticale et horizontale) et cela dans les stations situées à X et/ou Y = 0.25, 0.50 et 0.75. Enfin nous avons aussi montré l'évolution du nombre de Nusselt en prenant en compte tous les paramètres cités précédemment. Par ailleurs nous avons exposé les résultats relatifs à une seule entrée du fluide dans la cavité à titre indicatif et pour pouvoir comparer certains d'entre eux avec ceux de D. Agirasa [18].

### III.1.Choix du Maillage :

Nous avons utilisé un maillage non uniforme, très dense près des parois et aux entrées de fluide pour tenir compte des gradients importants dans ces couches limites. La figure III.1 montre le maillage de la cavité pour un nombre d'entrées égale à 2 et 12.



2 entrées



12 entrées

Figure III.1 : Grilles de maillage

Nous avons testé la dépendance de la solution par rapport au maillage en considérant un nombre de Richardson égale à 1 et deux entrées du fluide. La figure III.2.a, b et c montre, respectivement les profils de température et de vitesses dans la direction horizontale (X) et verticale (Y) ainsi que l'évolution du nombre de Nusselt moyen. Nous avons constaté, qu'entre les maillages de 151x151 et 161x161, un écart maximum de l'ordre de 3% entre les valeurs des différentes variables. Ceci est confirmé d'une manière qualitative par la figure III.3 et d'une manière quantitative par le tableau III.1. Finalement nous avons opté pour une grille de 161x161 pour tenir compte du nombre assez élevé des différentes entrées du fluide dans la cavité.

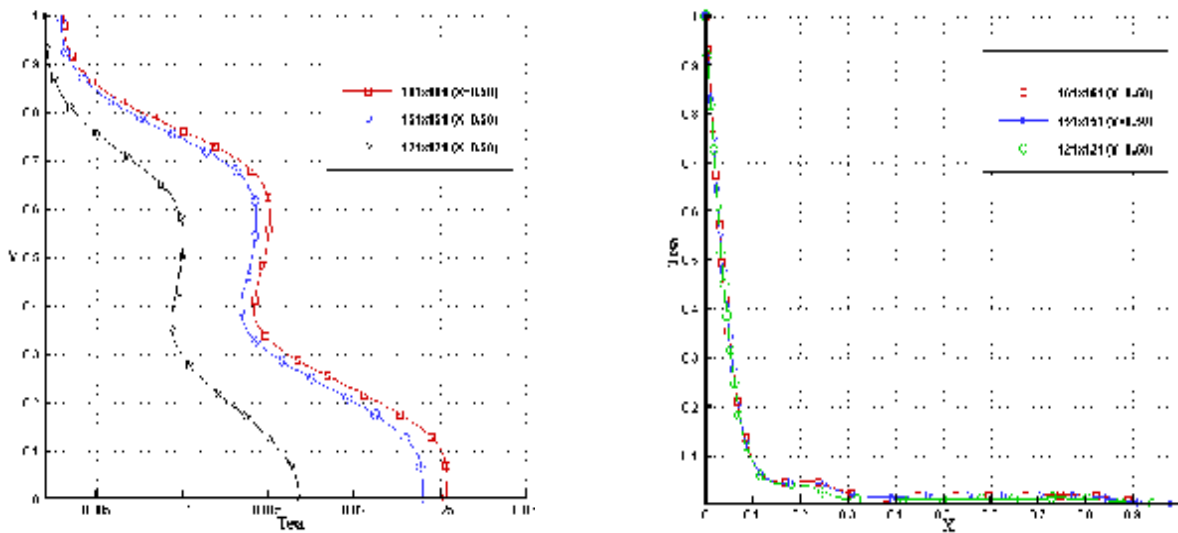


Figure III.2.a : profils de température

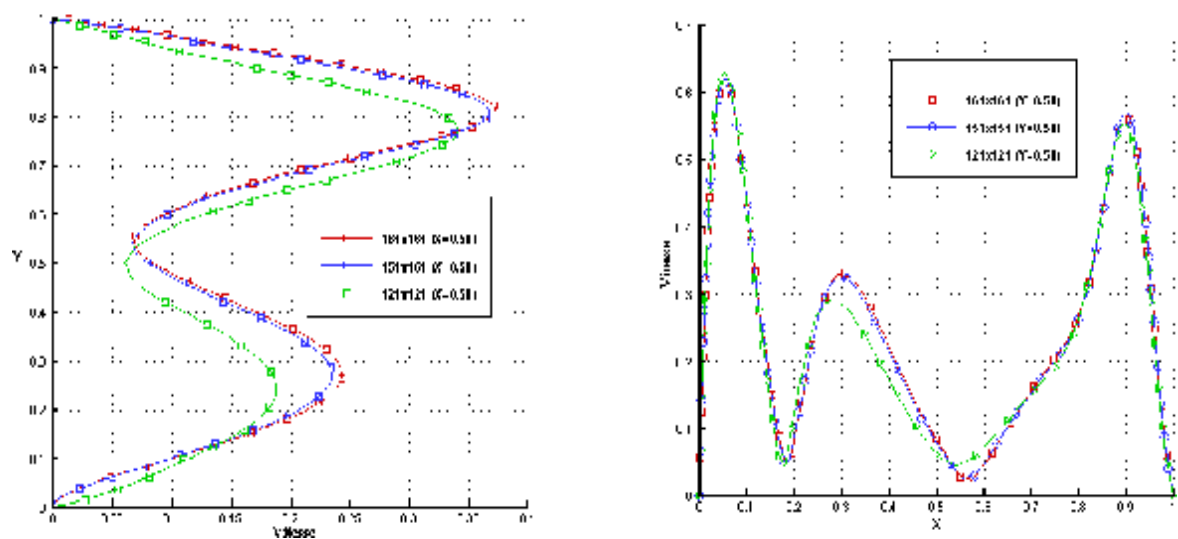


Figure III.2.b : profils de vitesse

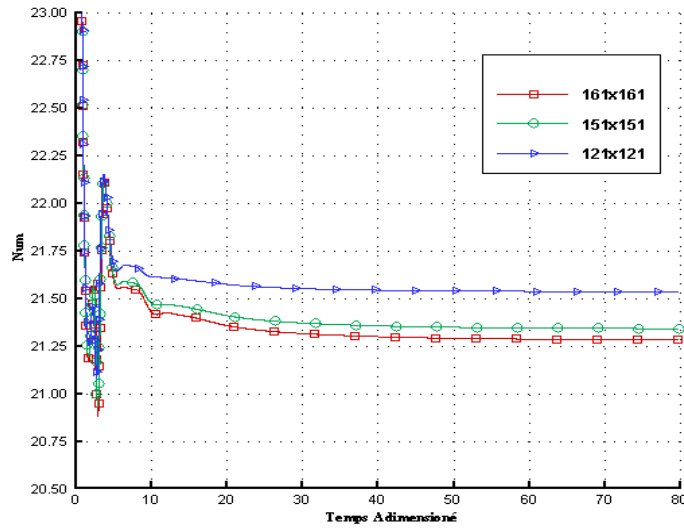
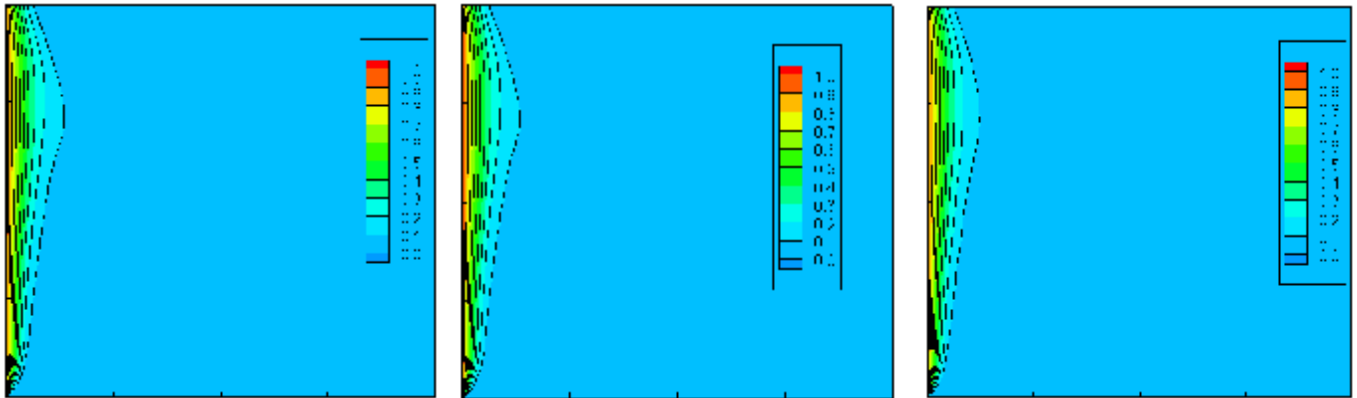


Figure III.2.c : Evolution du nombre de Nusselt moyen

-a-

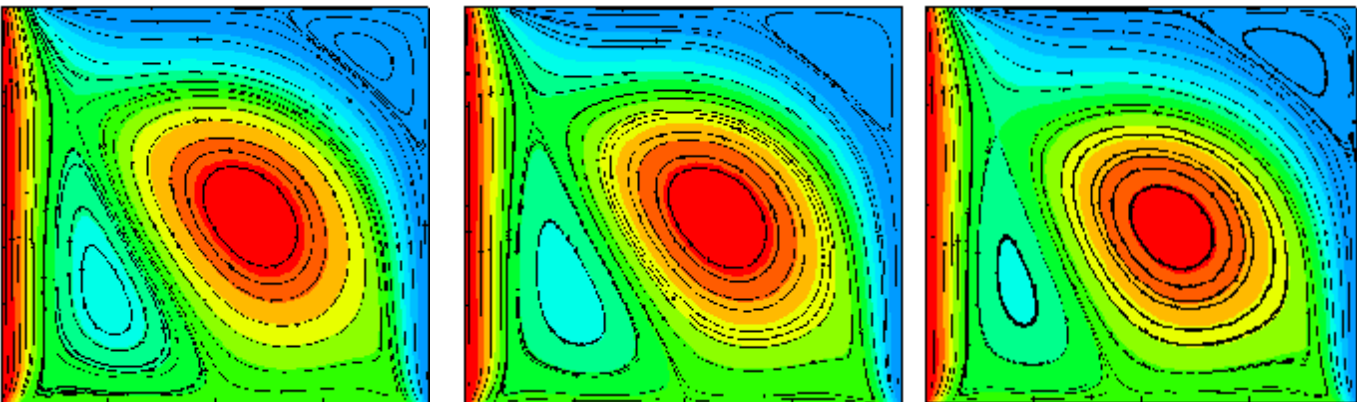


161X161

151X151

121X121

-b-



161X161

151X151

121X121

Figure III.3 : Champs thermiques (a) et dynamiques (b) pour les différents maillages

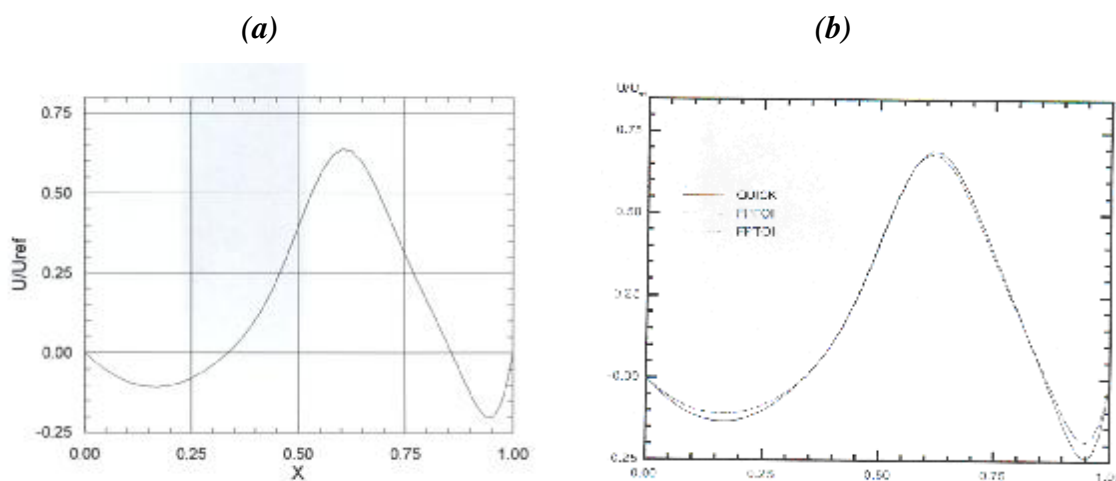
	$\theta_{\text{moy}}$	$\Psi_{\text{moy}}$	$U_{\text{moy}}$	$V_{\text{moy}}$
161x161	0,1073358	-0,0603542	-0,0406194	0,2693087
151x151	0,1080774	-0,0603415	-0,0395926	0,2745148
121x121	0,1176845	-0,0603378	-0,0351658	0,3021310

*Tableau III.1 : Valeurs moyennes des différentes variables pour les différents maillages*

### III.2. Validation de code de calcul :

Pour valider notre code de calcul nous avons considéré deux cas.

- (a) Le premier cas examine l'écoulement d'un fluide dans une cavité carrée sans transfert de chaleur. Le fluide pénètre obliquement par une ouverture pratiquée dans le coin inférieur de la paroi gauche et ressort horizontalement par une autre ouverture située dans le coin supérieur de la paroi droite. La figure III.4 compare le profil de la vitesse verticale adimensionnelle au niveau du plan situé à mi-hauteur obtenu par notre code de calcul (a) et celui obtenu par B.Song et al [16] (b). Nous avons constaté un accord satisfaisant entre ces résultats.

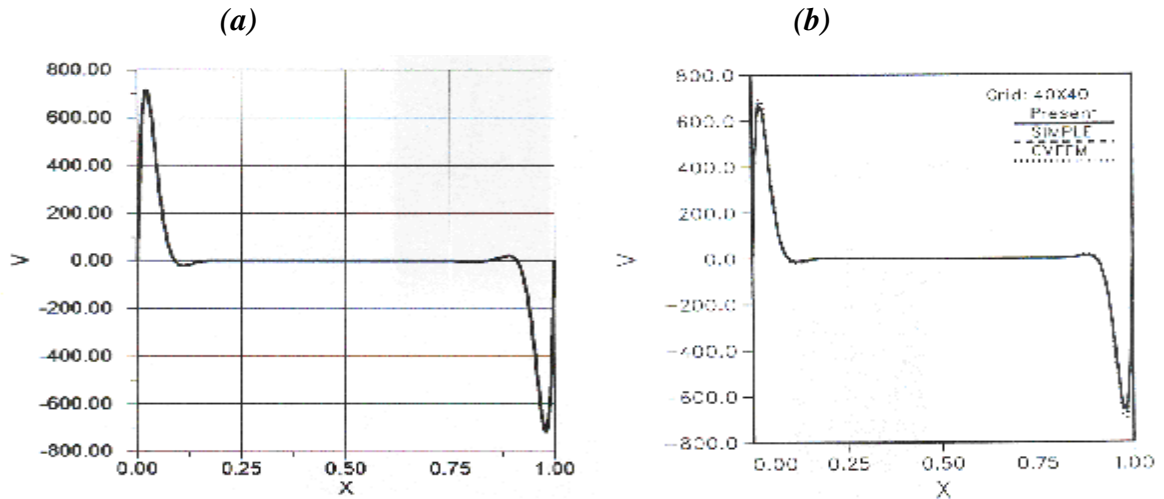


*Figure III.4 : Comparaison du profil de la vitesse verticale (Y=0.5)*

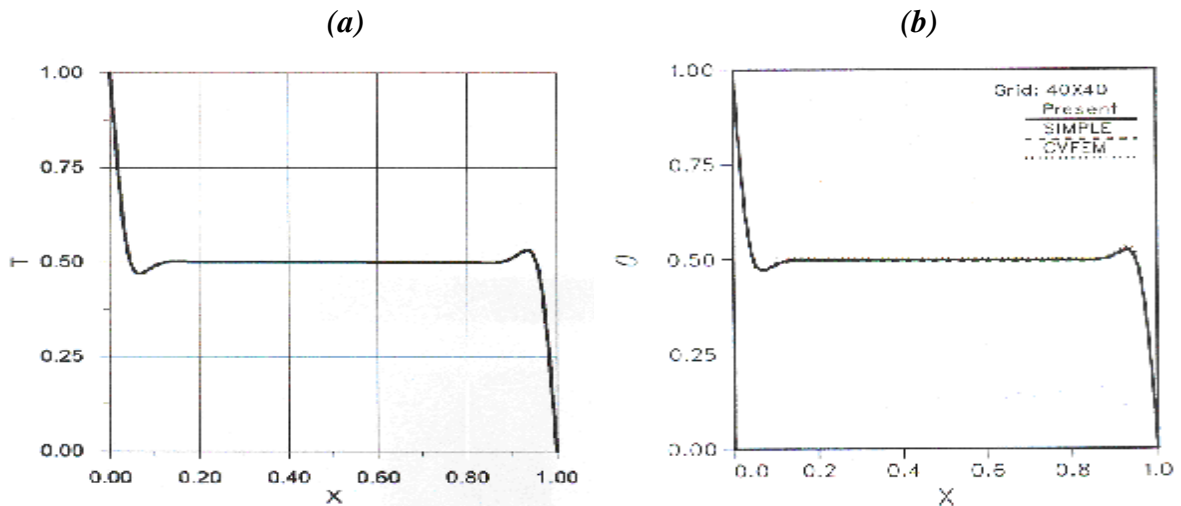
*(a) Présente étude (b) B. Song et al [16]*

- (b) Le deuxième cas considère l'écoulement d'un fluide dans une cavité carrée fermée. La paroi gauche est soumise à une température fixée supérieure à celle à laquelle est soumise la paroi droite tandis que les autres parois sont adiabatiques. La figure III.5 compare le

profil de la vitesse verticale adimensionnelle et La figure III.6 celui de la température tous deux pris au niveau du plan situé à mi-hauteur obtenu par notre code de calcul (a) et celui obtenu par M.M. Rahman et T. Siikonien [17] (b). Dans ce cas aussi nous avons constaté un accord satisfaisant entre les résultats.



**Figure III.5 : Comparaison du profil de la vitesse verticale ( $Y=0.5$ )  
 (a) Présente étude (b) M.M. Rahman et T. Siikonien [17]**



**Figure III.6 : Comparaison du profil de la température ( $Y=0.5$ )  
 (a) Présente étude (b) M.M. Rahman et T. Siikonien [17]**

### III.3. résultats :

#### A. Convection forcée ( $Ri=0.1$ ):

**A-1 Champ thermique :** Ce champ est représenté dans la figure III-7. La partie -A- expose les isothermes et la partie -B- les profils des températures suivant la direction horizontale à gauche et verticale à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

D'une manière générale nous constatons que les isothermes sont concentrées près de la paroi chaude; cependant, au fur et à mesure que le nombre d'entrées augmente la chaleur a tendance à se propager dans les deux sens (horizontal et vertical) et cela au niveau de la partie inférieure de la cavité. Les profils de la température confirment cette tendance. Nous remarquons qu'à partir d'un nombre d'entrées égal à quatre les isothermes présentent des distorsions visibles dans la partie gauche de la cavité. Nous pensons que le transfert de la chaleur par convection dû aux différents jets du fluide à travers la cavité devient de plus en plus dominant. En effet, pour un nombre d'entrées égale à quatre la température maximale suivant la direction horizontale est d'environ 0.3 et elle se trouve à  $y = 0.1$ . Pour un nombre d'entrées égale à huit cette température est d'environ 0.65 et elle se trouve à  $y = 0.25$ . Alors que pour un nombre d'entrées égale à douze celle-ci est d'environ 0.65 et elle se trouve à  $y = 0.5$ . Nous remarquons aussi que pour des nombres d'entrées supérieurs à douze les isothermes ainsi que les profils des températures conservent pratiquement la même position dans la cavité.

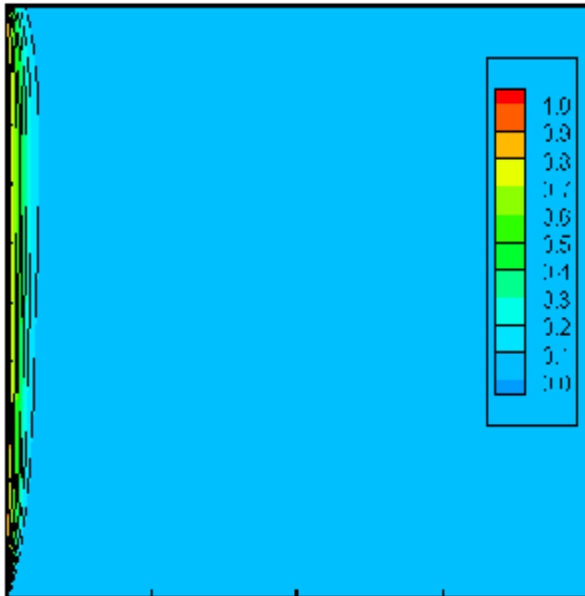
**A-2 Champ dynamique :** Ce champ est représenté dans la figure III-8. La partie gauche (a) montre les lignes de courant, la partie (b) le champ du vecteur vitesses et la partie (c) les profils de la vitesse verticale  $V$  suivant la direction horizontale  $X$  à gauche et les profils de la vitesse horizontale  $U$  suivant la direction verticale  $Y$  à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

Qualitativement nous distinguons, quelque soit le nombre d'entrées, deux parties principales qui composent l'écoulement dans la cavité. La première partie adjacente à la paroi chaude est caractérisée par deux zones de recirculation, l'une dans le sens horaire et l'autre dans le sens contraire. Ces zones sont de plus en plus importantes au fur et à mesure que le nombre d'entrées augmente. Cette partie contribue à la diffusion de la chaleur à travers la cavité grâce à la recirculation du fluide ce qui justifie ainsi la configuration générale des isothermes. La seconde partie montre des trajectoires continues, depuis l'entrée du fluide dans la cavité jusqu'à la sortie. Celles-ci contournent la première partie formant ainsi une barrière à la propagation de la chaleur vers la portion droite de la cavité. Enfin nous discernons une zone réduite de recirculation du fluide dans le coin supérieur droit de la cavité.

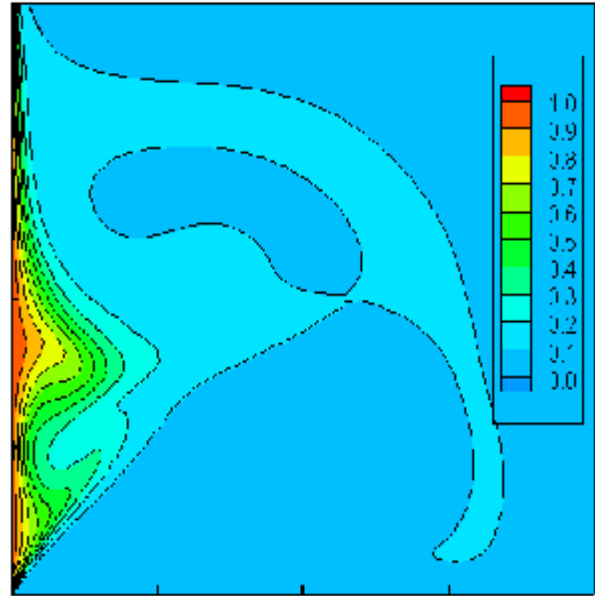
L'examen des champs de vecteurs vitesses montre que le fluide, dès son entrée dans la cavité, est dévié vers la paroi froide. Ceci confirme la propagation de la chaleur vers cette dernière. A partir d'un nombre d'entrées supérieur à quatre les profils de la vitesse horizontale  $U$  sont de type « couches limites ». Ils affichent des pics positifs au niveau de la paroi inférieure et des pics négatifs près de la paroi supérieure. Par ailleurs les profils de la vitesse verticale  $V$  arborent des pics positifs assez importants au niveau de la paroi droite de la cavité. Cette image de l'écoulement clarifie la disposition générale des lignes de courant.

**A-3 Nombre de Nusselt** : L'évolution temporelle du nombre de Nusselt est représentée sur la figure III-9 pour les différents nombres d'entrées. D'une manière générale ce nombre décroît brusquement pendant les tous premiers instants (transport de la chaleur par conduction), ensuite il subit des oscillations pendant un certain temps, probablement dues à l'apparition et au développement de zones de recirculation du fluide, puis diminue régulièrement pour se stabiliser à une valeur fixe. Pour un nombre d'entrées égale à deux l'évolution du nombre de Nusselt constitue un cas particulier. En effet nous remarquons que les oscillations sont assez importantes et elles subsistent dans le temps.

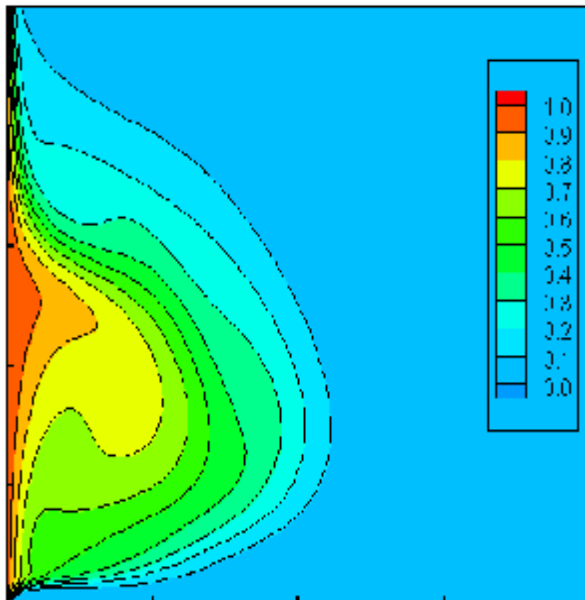
-(A)-



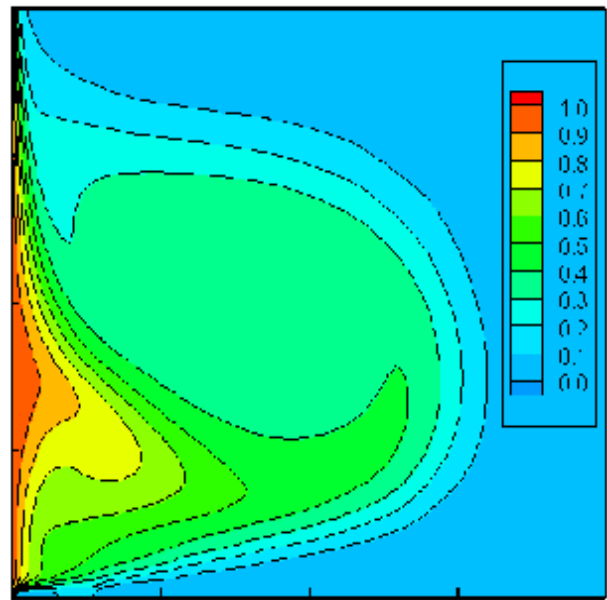
1 entrée



2 entrées

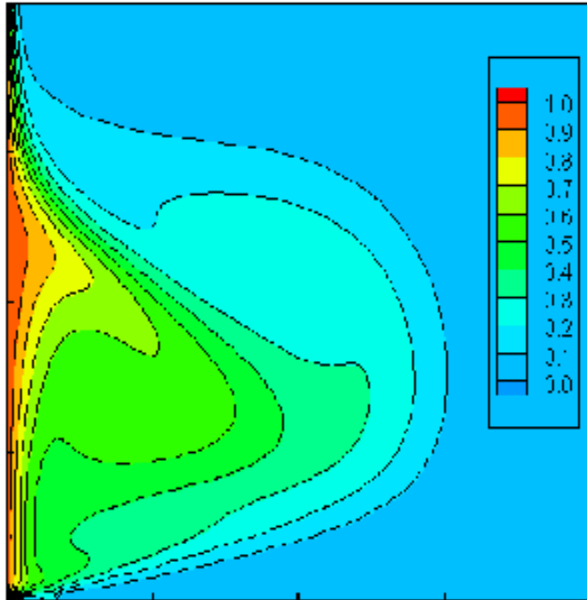


4 entrées

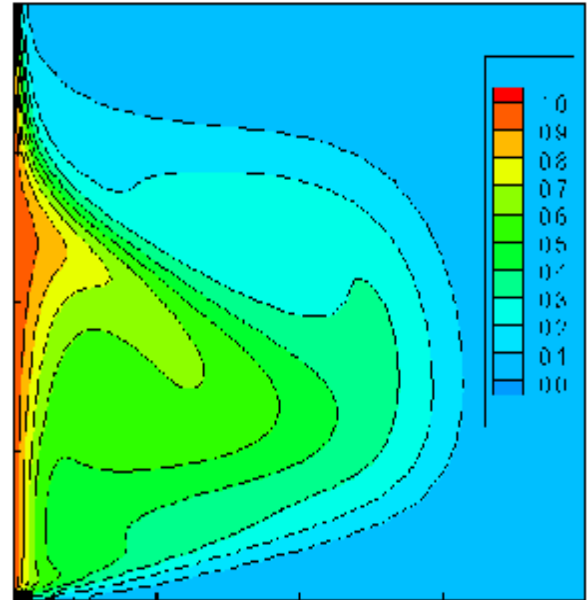


8 entrées

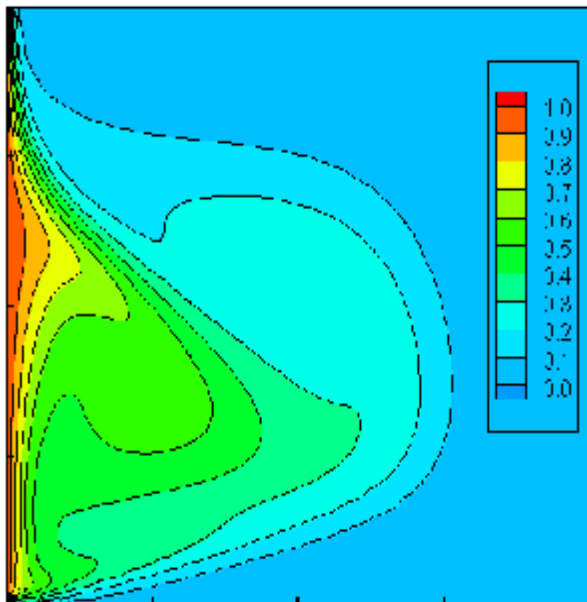




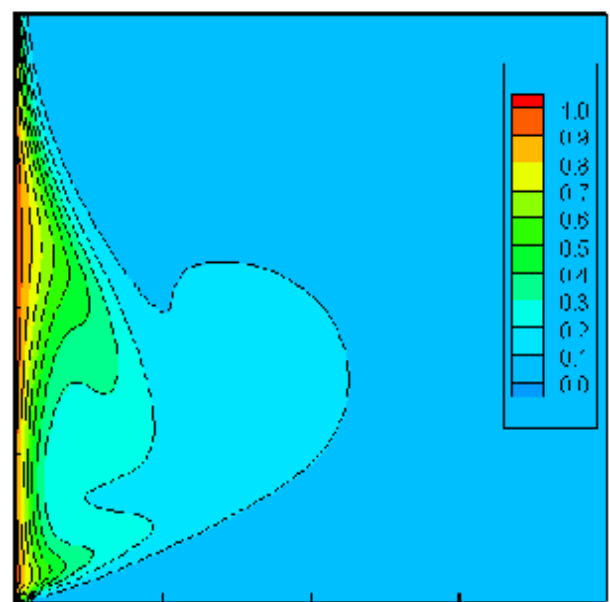
12 entrées



16 entrées

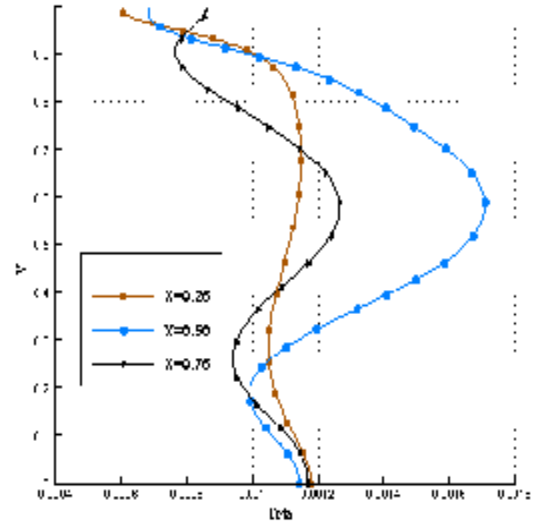
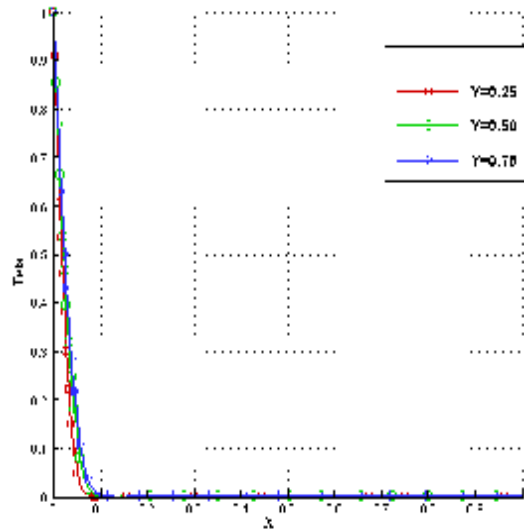


20 entrées

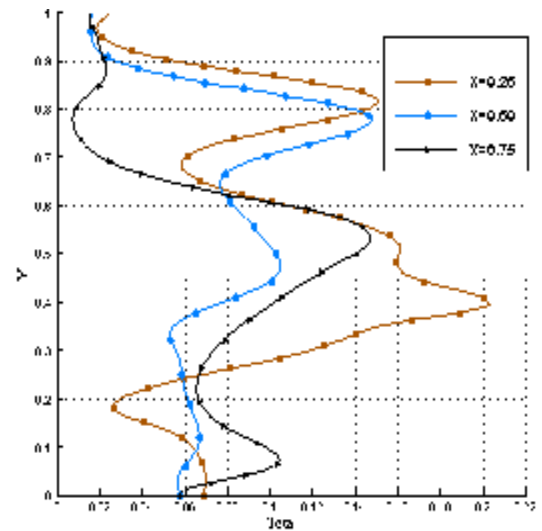
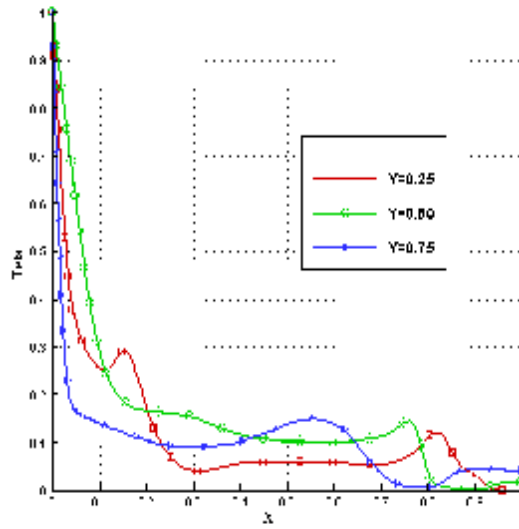


32 entrées

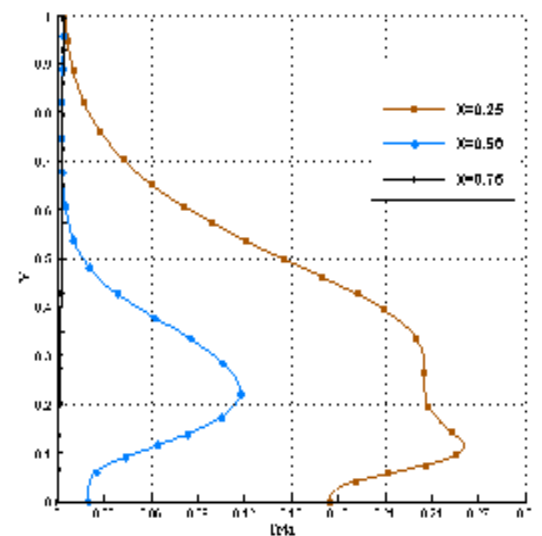
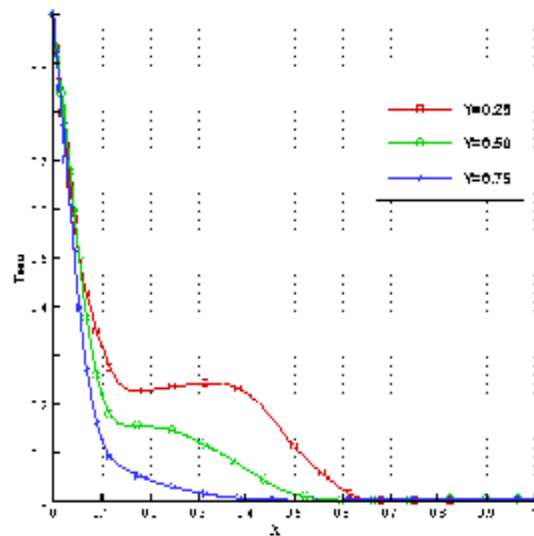
-(B)-



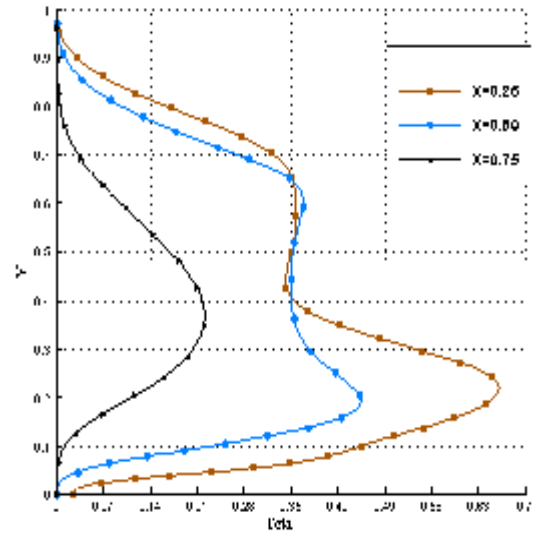
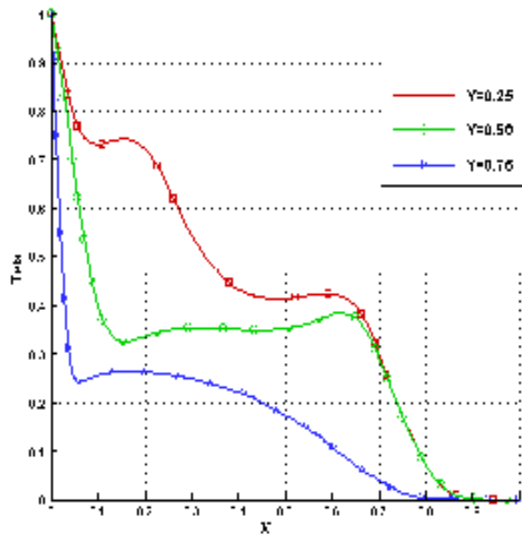
1 entrée



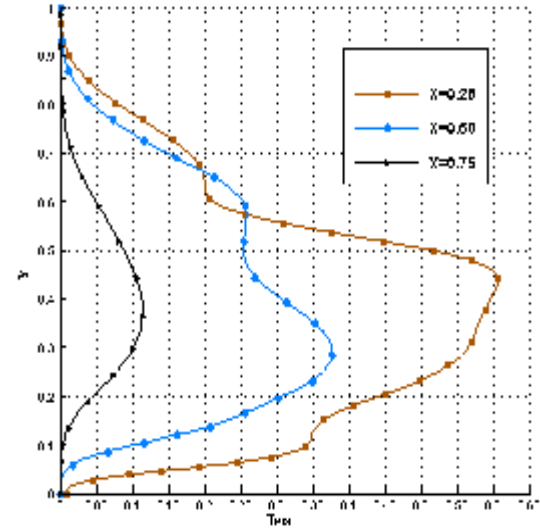
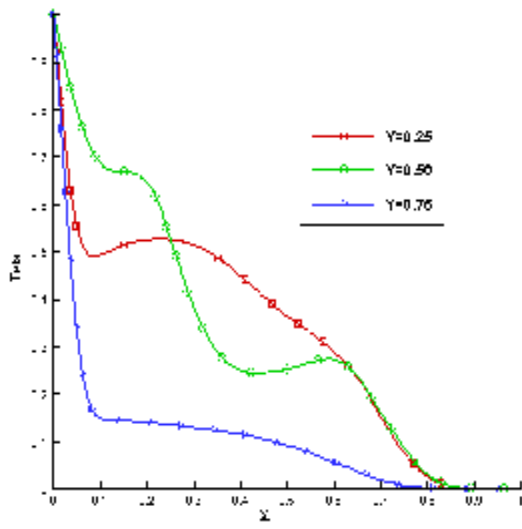
2 entrées



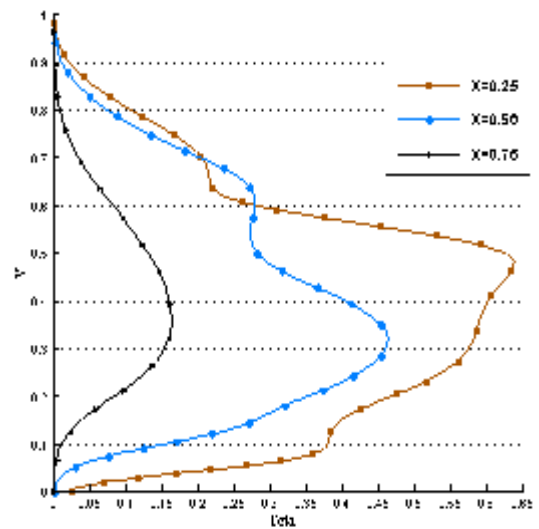
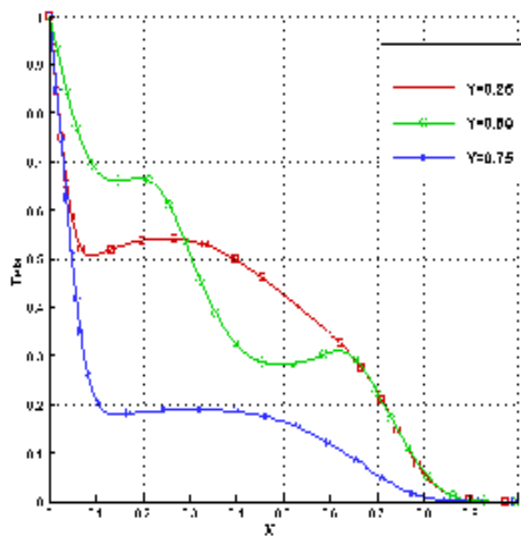
4 entrées



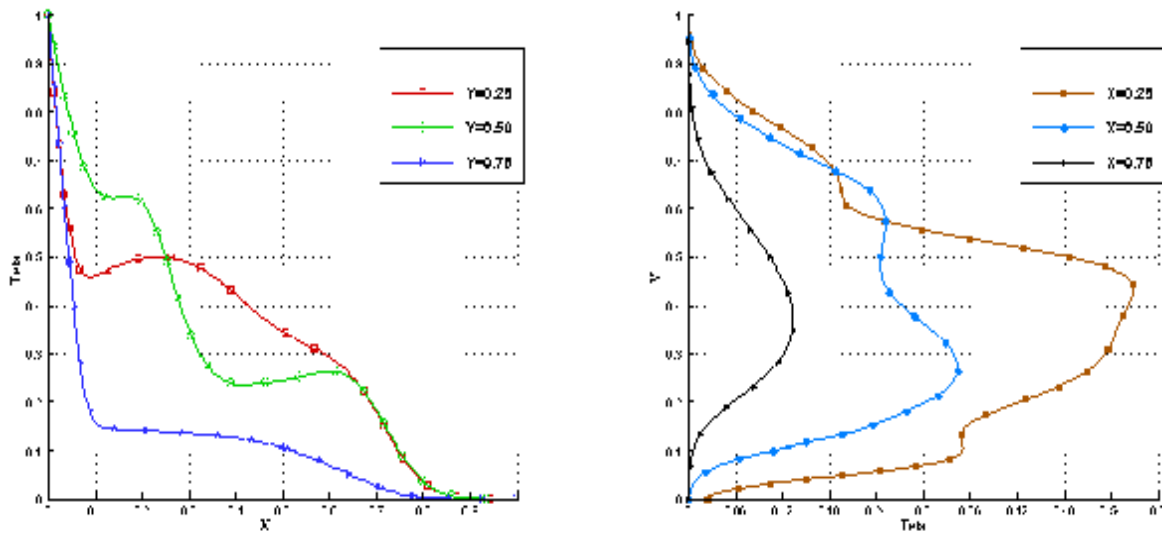
8 entrées



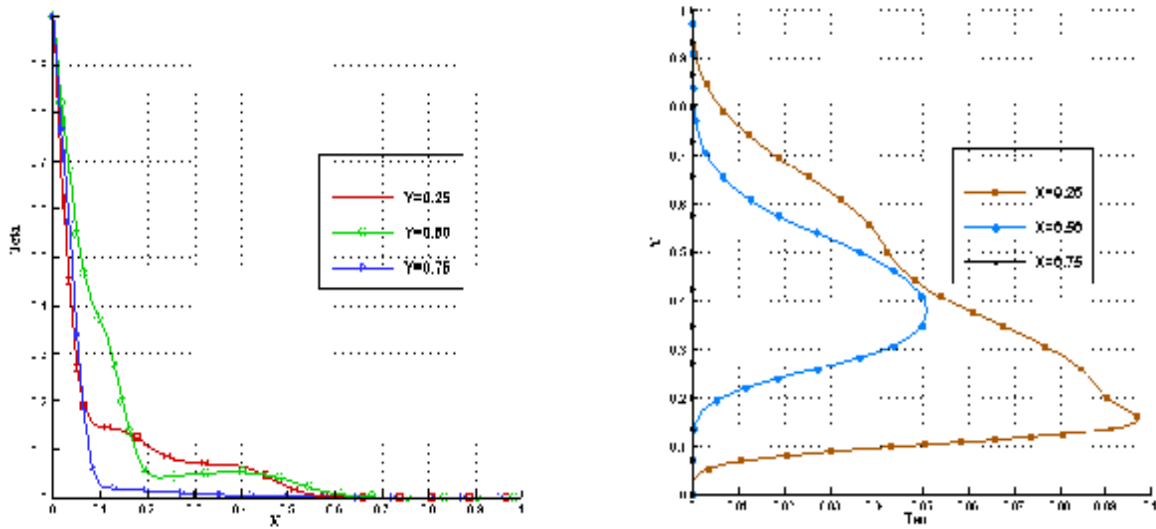
12 entrées



16 entrées



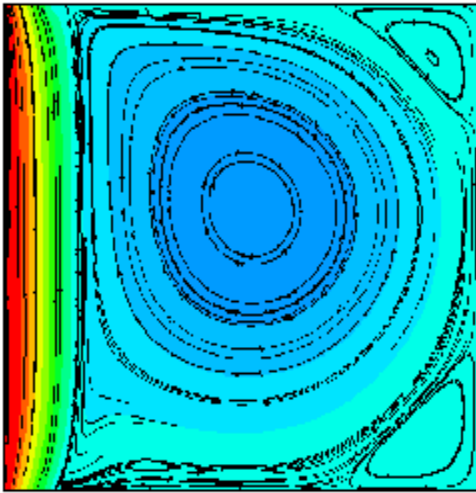
20 entrées



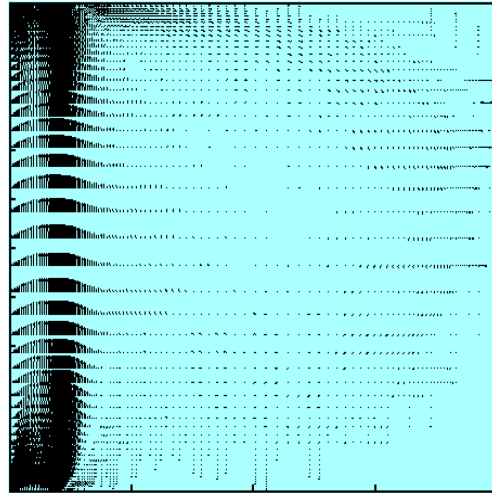
32 entrées

Figure III.7 : Convection forcée ( $Ri=0.1$ ), Champ thermique :  
 -(A)-Isothermes -(B)- Profils des températures

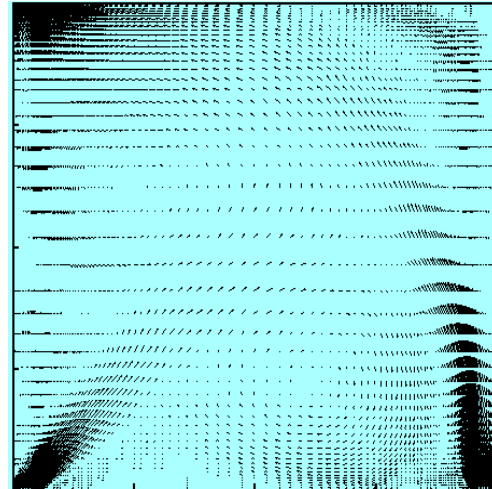
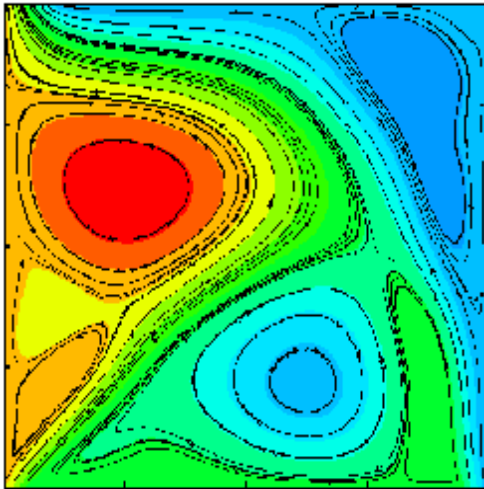
(a)



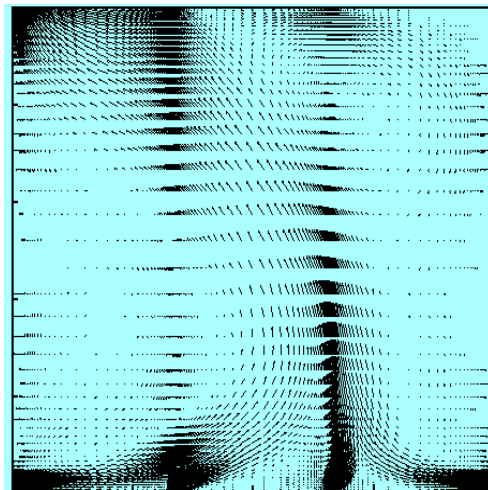
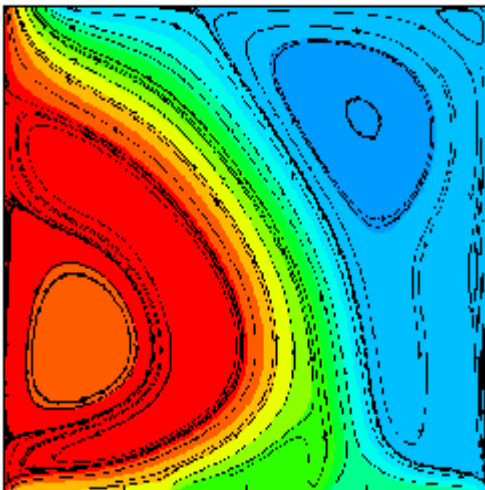
(b)



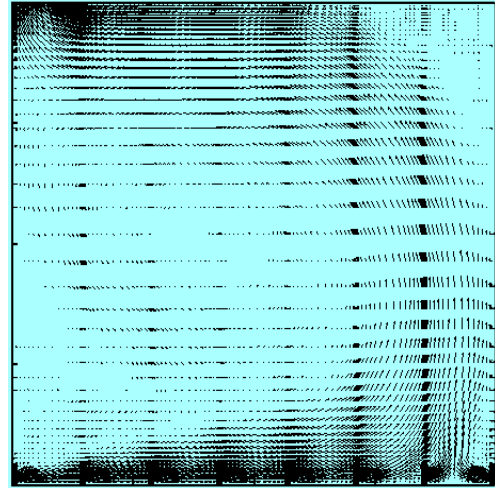
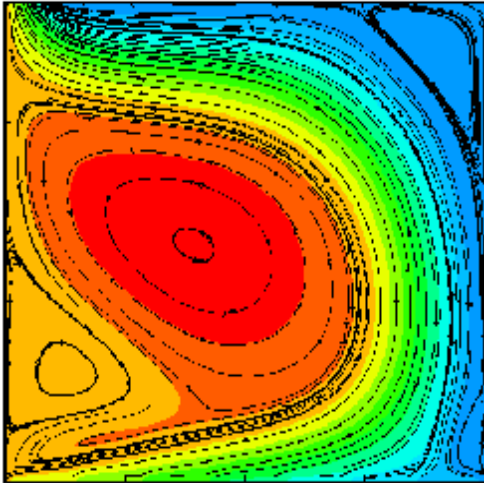
1 entrée



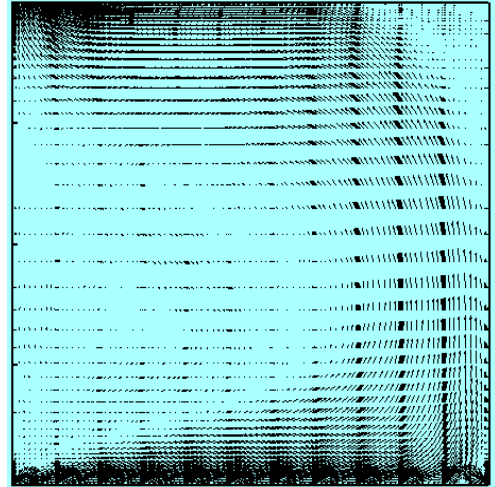
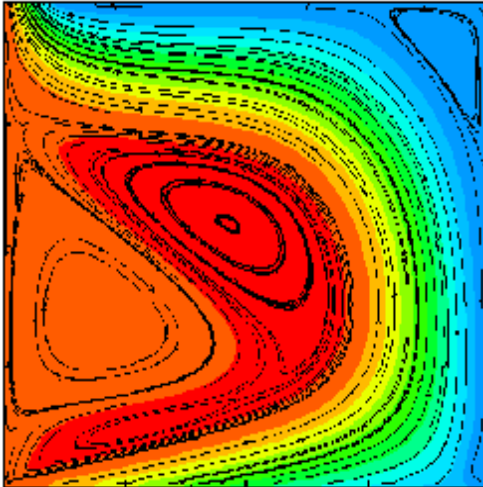
2 entrées



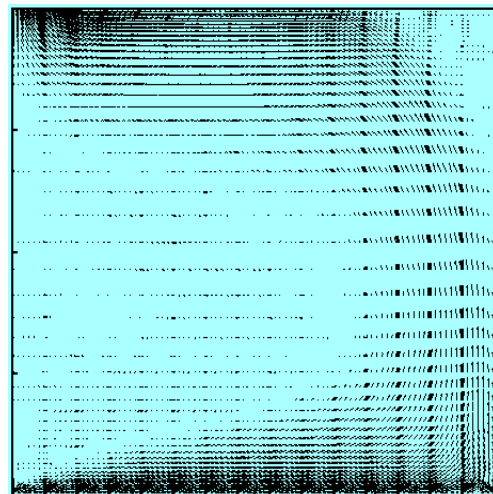
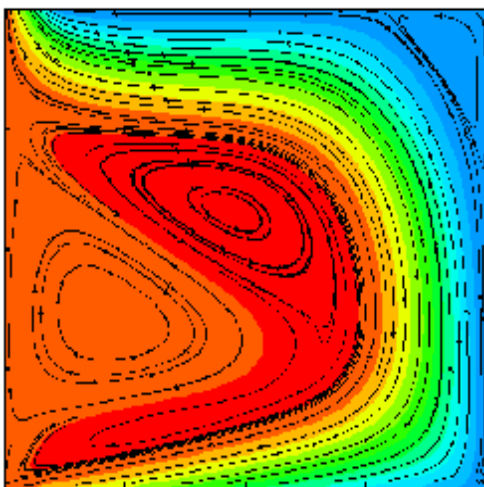
4 entrées



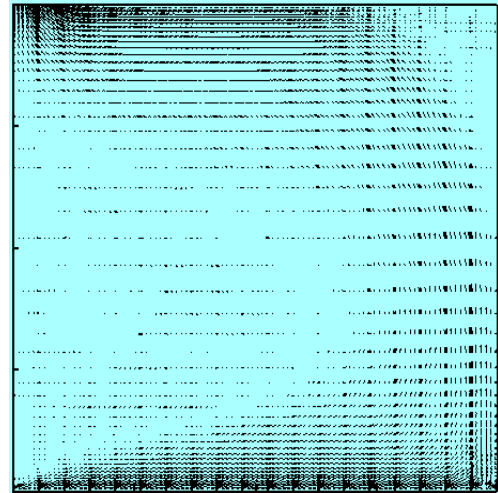
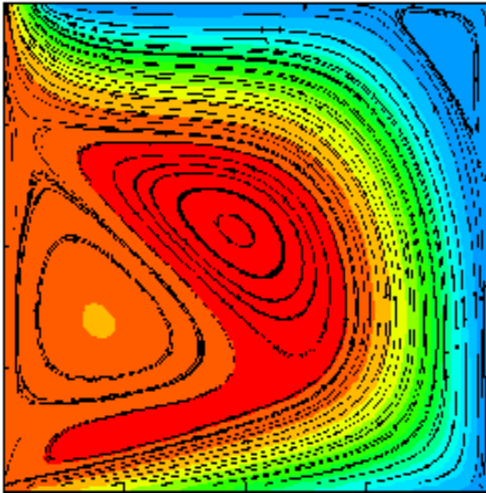
8 entrées



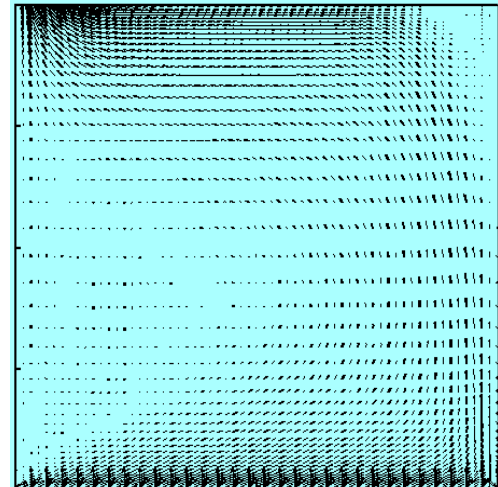
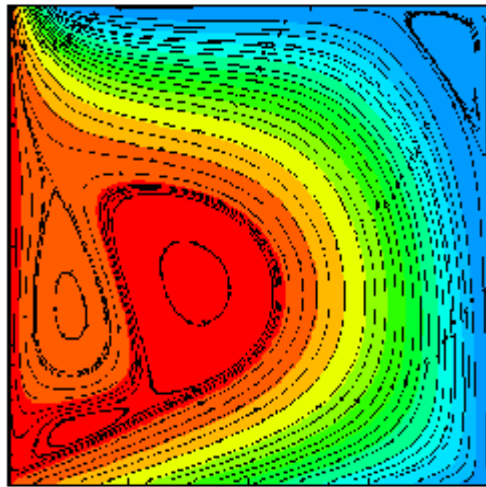
12 entrées



16 entrées

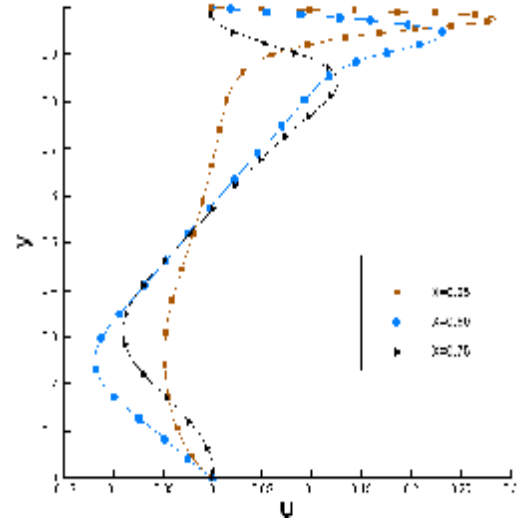
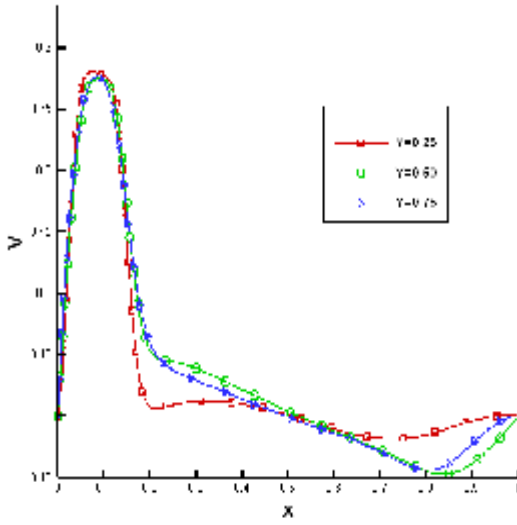


20 entrées

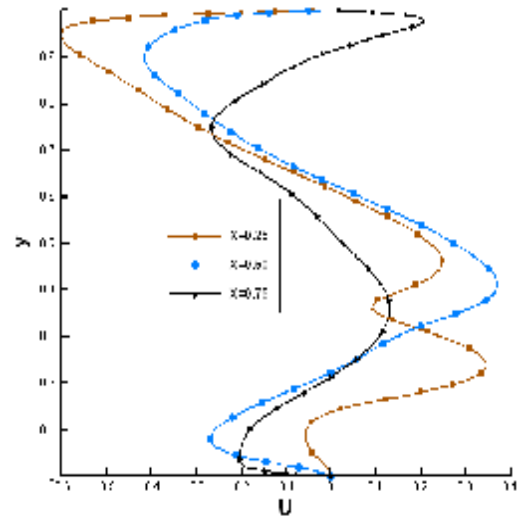
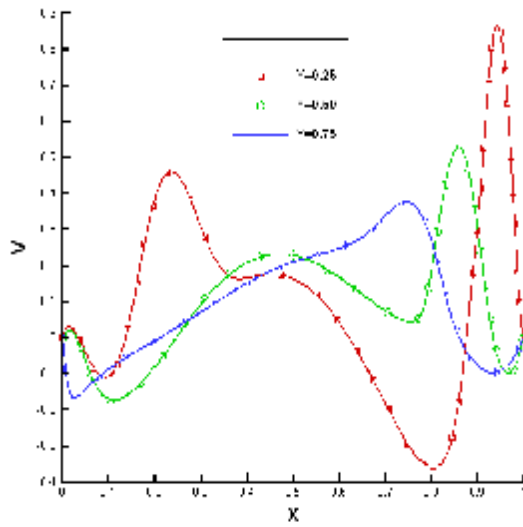


32 entrées

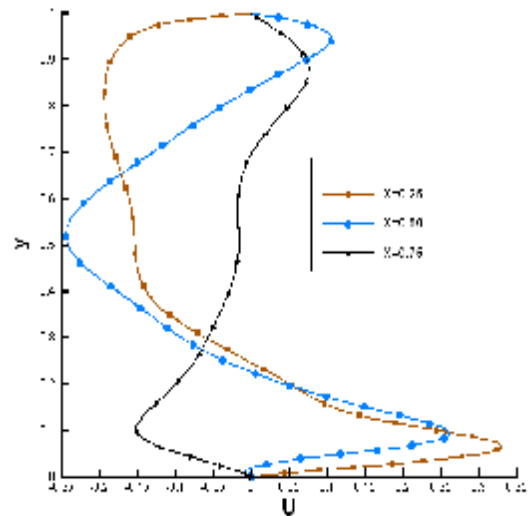
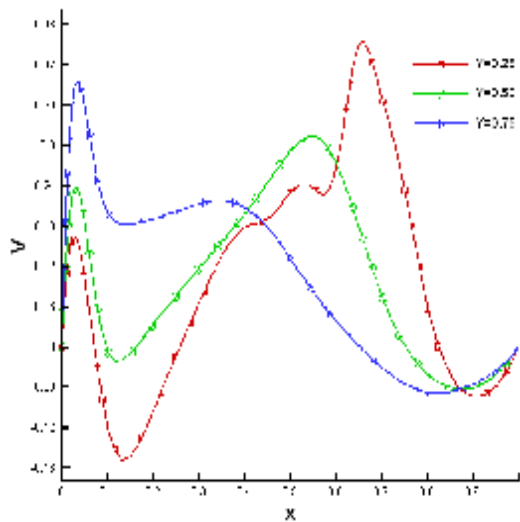
(c)



1 entrée

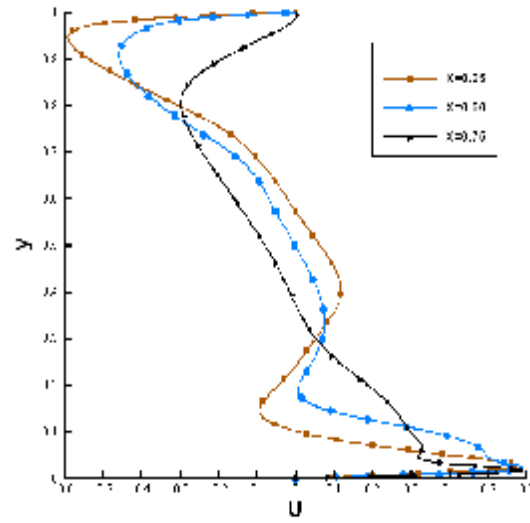
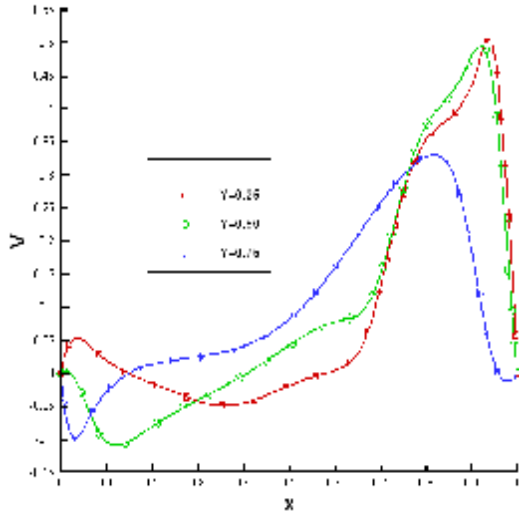


2 entrées

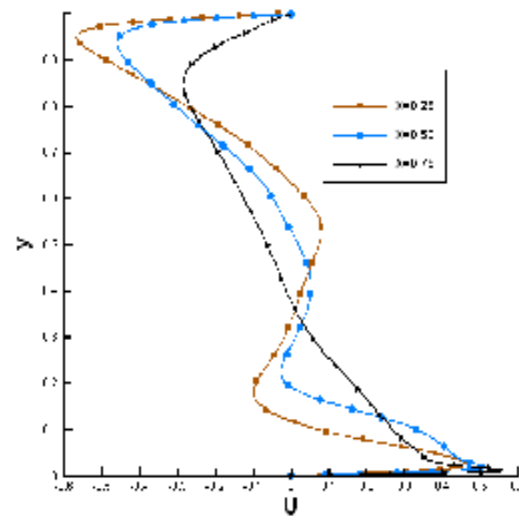
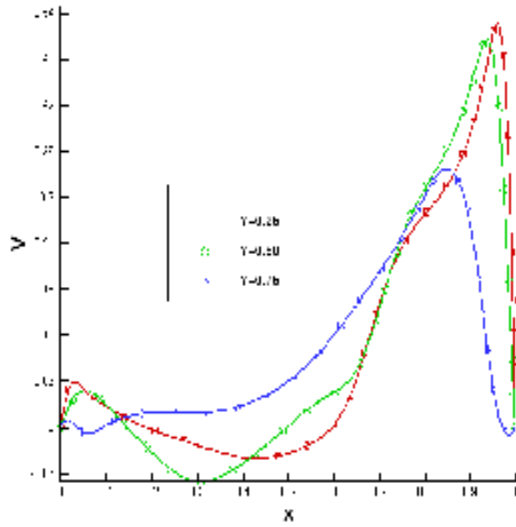


4 entrées

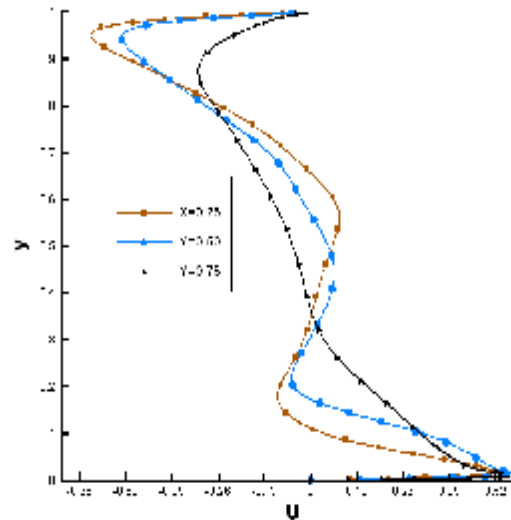
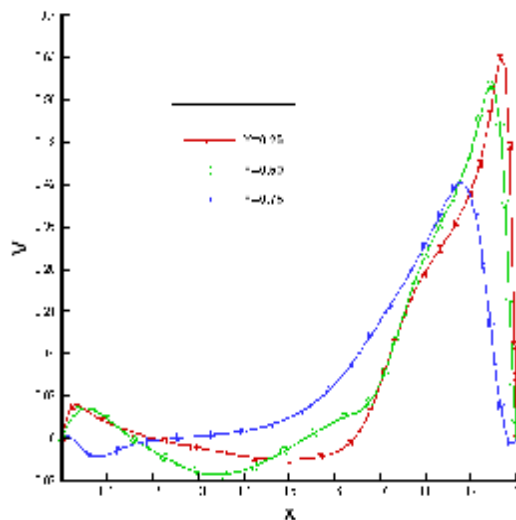




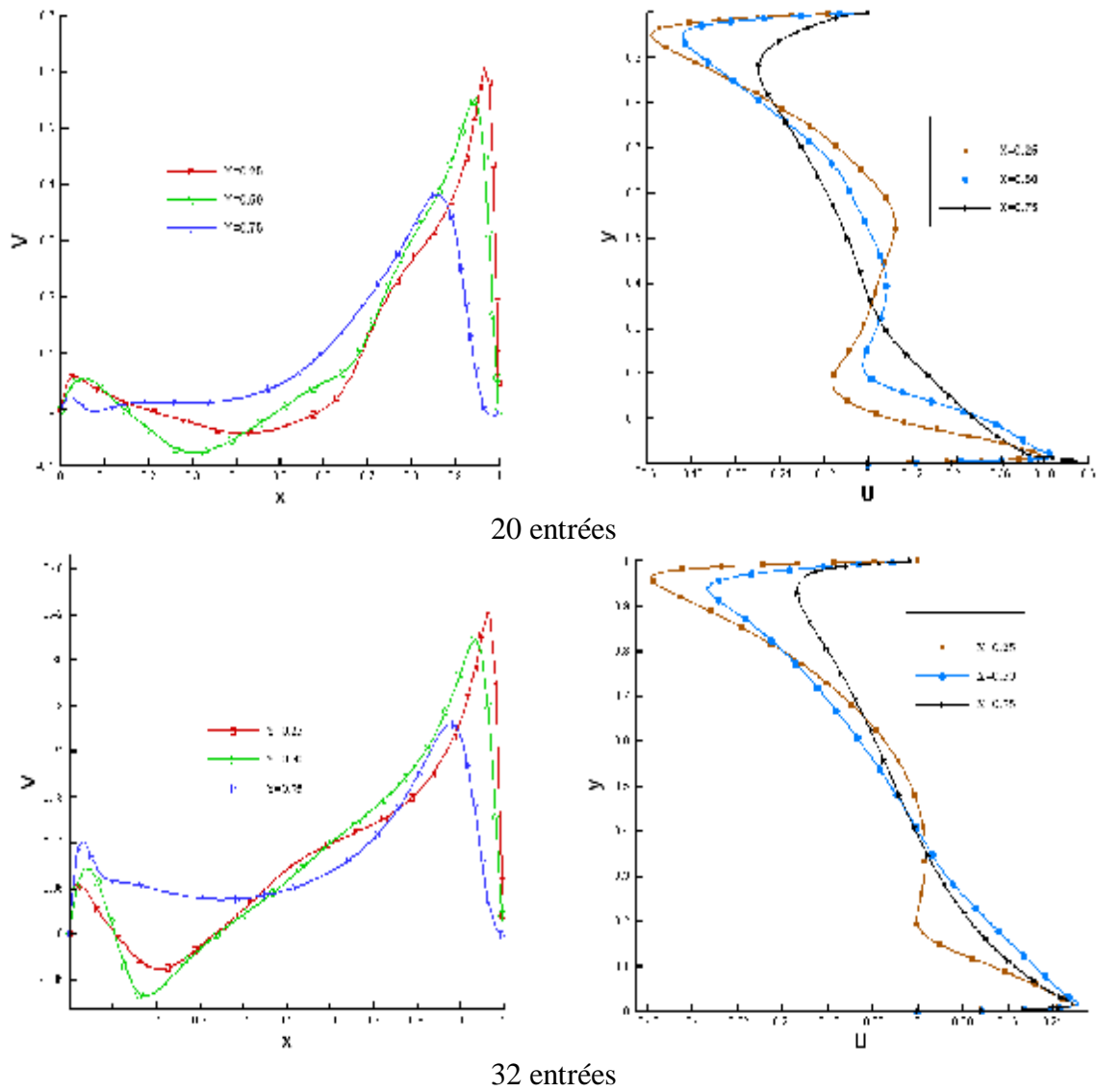
8 entrées



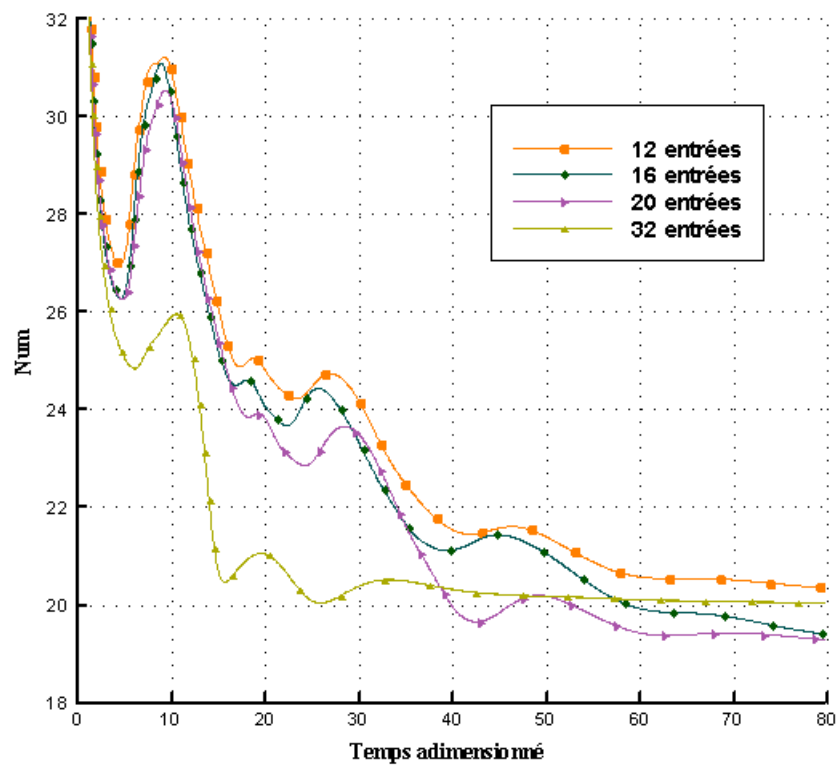
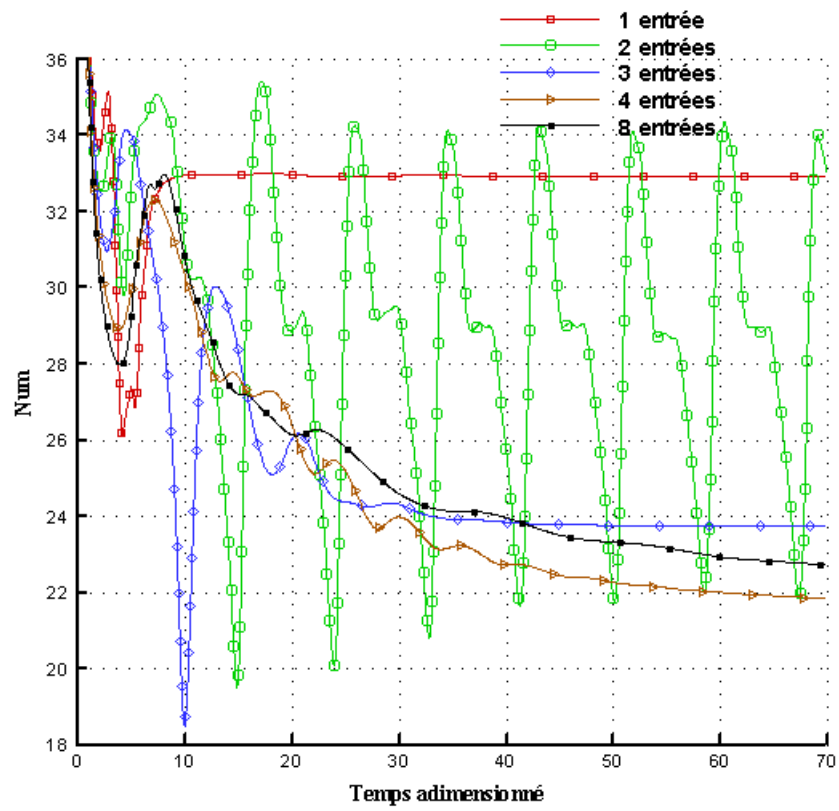
12 entrées



16 entrées



**Figure III.8 : Convection forcée ( $Ri=0.1$ ), Champ dynamique :  
 (a) Lignes de courant (b) Vecteurs vitesse (c) Profils des vitesses**



*Figure III.9 : Convection forcée (Ri=0.1)  
Evolution du nombre de Nusselt moyen*

## B. Convection mixte ( $Ri=1.0$ ) :

**B-1 Champ thermique** : Ce champ est représenté dans la figure III-10. La partie -A- expose les isothermes et la partie -B- les profils des températures suivant la direction horizontale à gauche et verticale à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

Dans ce cas nous constatons que les isothermes sont concentrées près de la paroi chaude. Lorsque le nombre d'entrées est supérieur à quatre, nous remarquons que les isothermes conservent pratiquement la même position dans la cavité. Ceci est confirmé par les profils des températures sur lesquels nous ne relevons presque aucune différence.

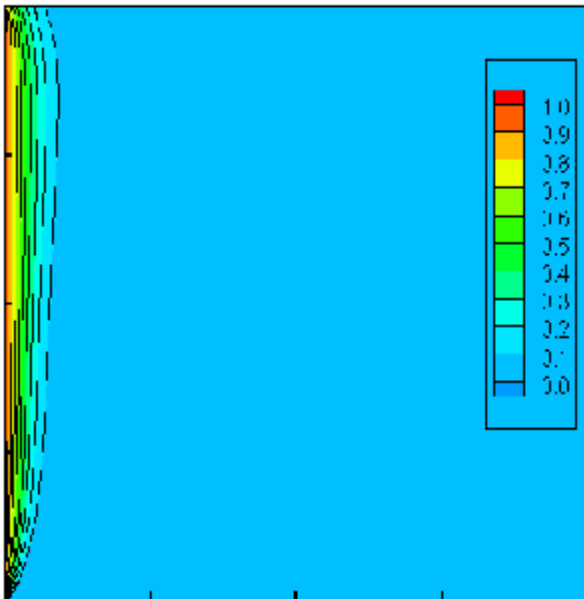
**B-2 Champ dynamique** : Ce champ est représenté dans la figure III-11. La partie gauche (a) montre les lignes de courant, la partie (b) le champ du vecteur vitesses et la partie (c) les profils de la vitesse verticale  $V$  suivant la direction horizontale  $X$  à gauche et les profils de la vitesse horizontale  $U$  suivant la direction verticale  $Y$  à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

Par rapport à la situation précédente la seule différence notable est la disparition de la zone de recirculation du fluide dans le sens horaire. L'examen des champs des lignes de courant et des vecteurs vitesses montre que les particules fluides pénètrent dans la cavité en ayant une certaine énergie cinétique qui leur permet de s'élever progressivement à l'intérieur de la cavité en empruntant des trajectoires de forme parabolique jusqu'à la paroi chaude où elles sont convectées, grâce aux forces d'Archimède, jusqu'à la sortie. Ceci a pour conséquence directe de confiner l'écoulement principalement le long de la paroi chaude empêchant ainsi la propagation de la chaleur vers la partie droite de la cavité.

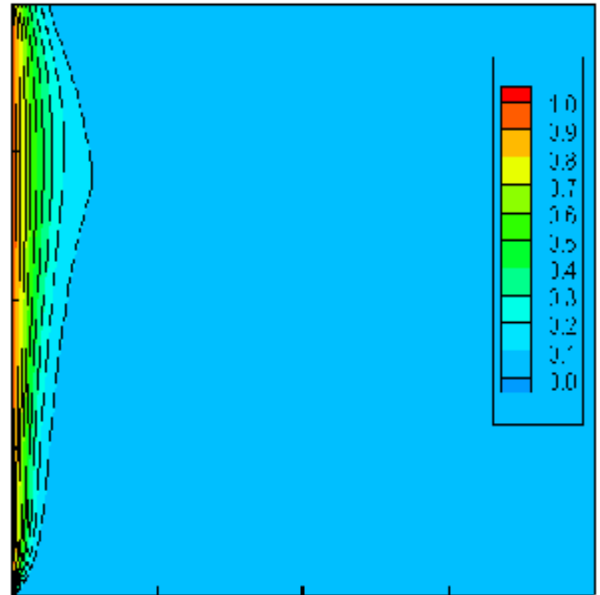
L'examen des champs de vecteurs vitesses montre que le fluide, dès son entrée dans la cavité, est toujours dévié vers la paroi froide. A partir du même nombre d'entrées supérieur à quatre les profils de la vitesse horizontale  $U$  sont de type « couches limites ». Ils affichent des pics positifs au niveau de la paroi inférieure et des pics négatifs près de la paroi supérieure. Mais contrairement au cas précédent les profils de la vitesse verticale  $V$  arborent des pics positifs aussi bien au niveau de la paroi droite qu'au niveau de la paroi gauche de la cavité.

**B-3 Nombre de Nusselt** : L'évolution temporelle du nombre de Nusselt est représentée sur la figure III-12 pour les différents nombres d'entrées. Qualitativement ce nombre évolue de la même façon. L'augmentation du nombre d'entrées du fluide dans la cavité a pour conséquence la diminution de ce nombre et celle-ci devient insignifiante pour un nombre d'entrées égal ou supérieur à 12. Pour le nombre d'entrées égal à deux l'évolution du nombre de Nusselt ne présente plus ces oscillations qui subsistent dans le temps.

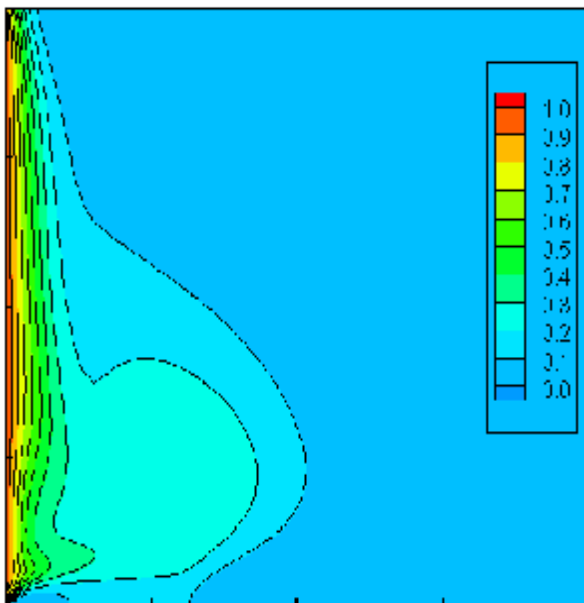
-(A)-



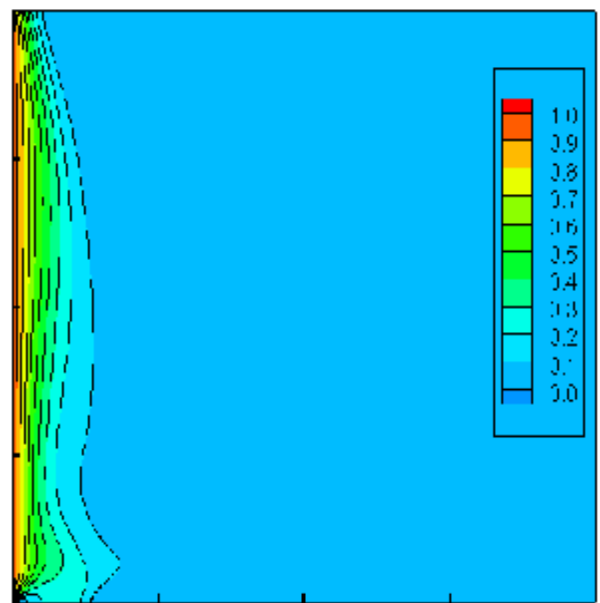
1 entrée



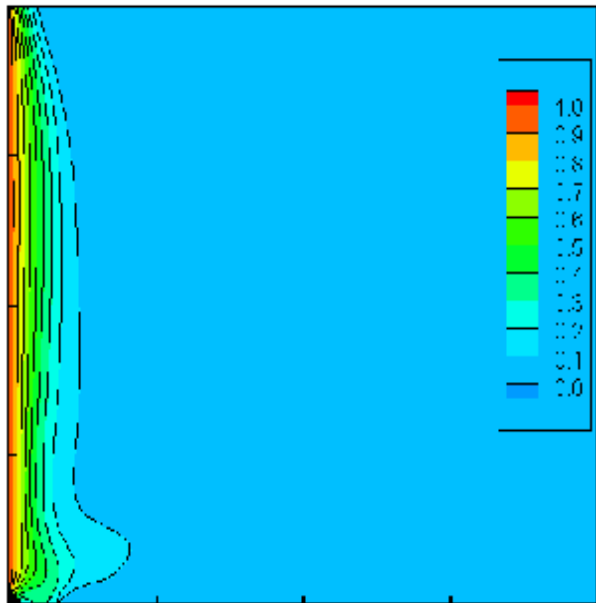
2 entrées



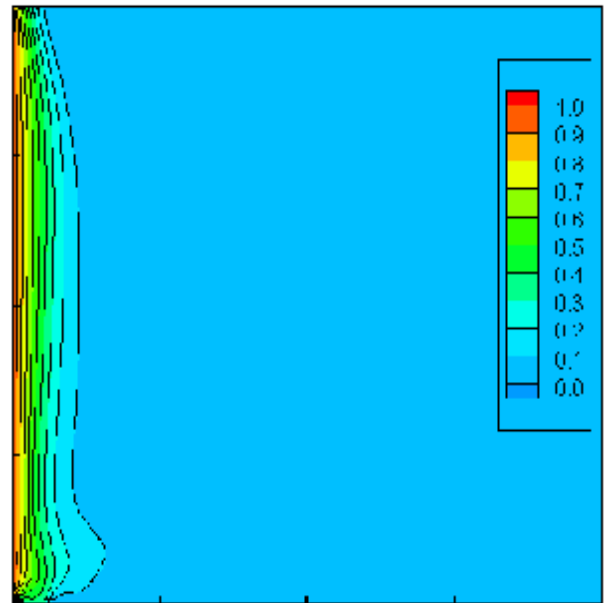
4 entrées



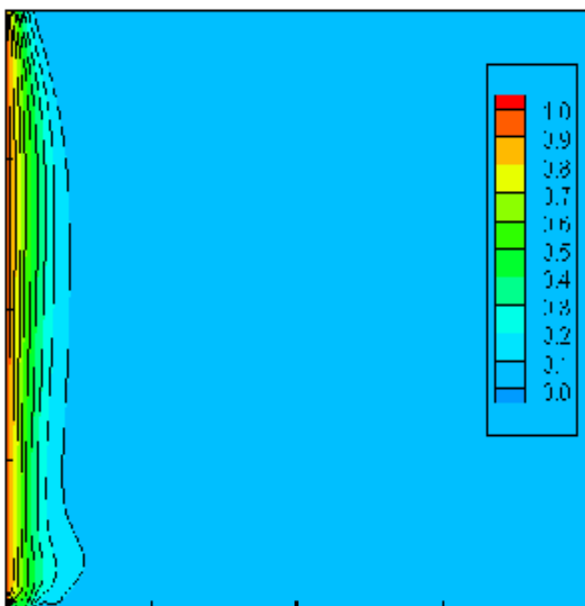
8 entrées



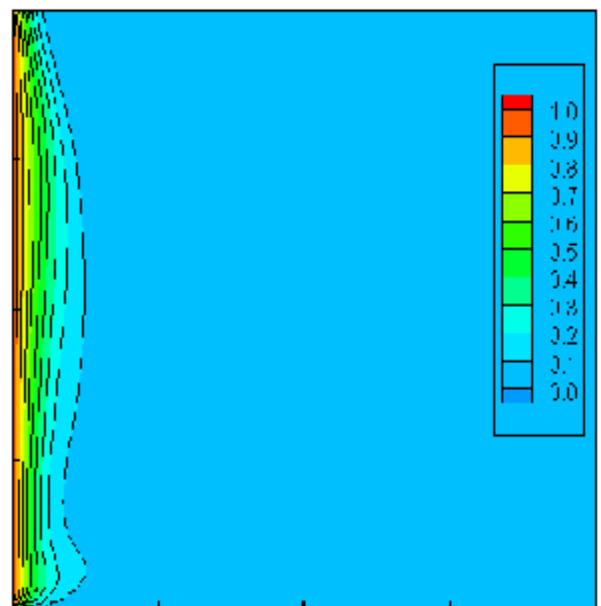
12 entrées



16 entrées

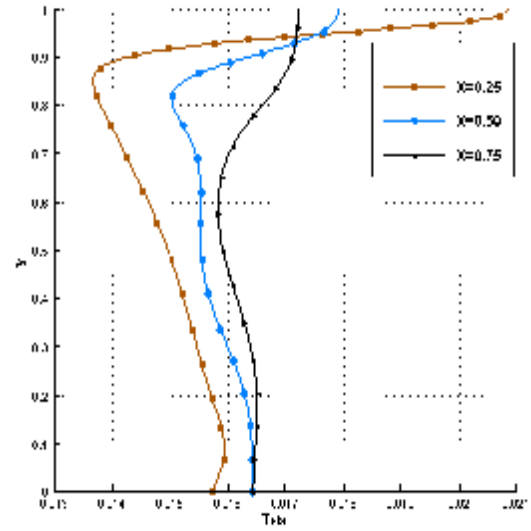
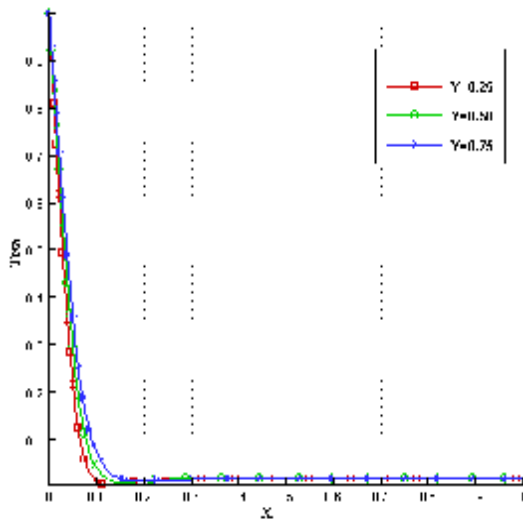


20 entrées

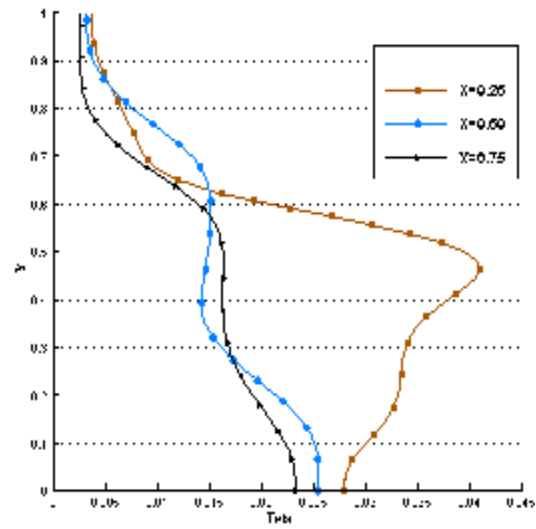
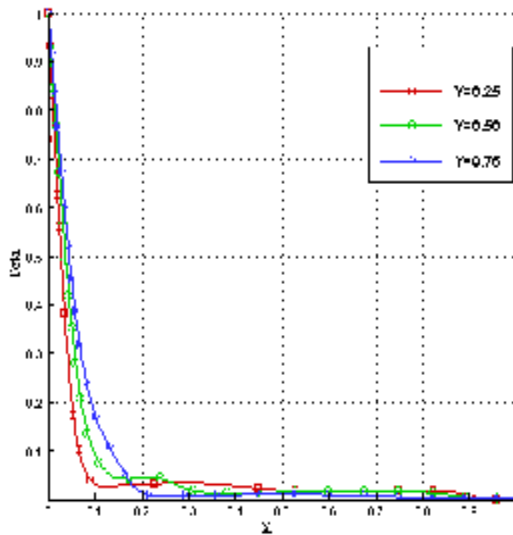


32 entrées

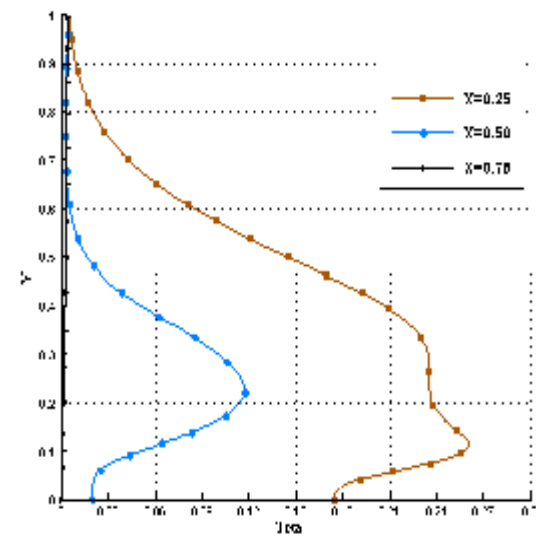
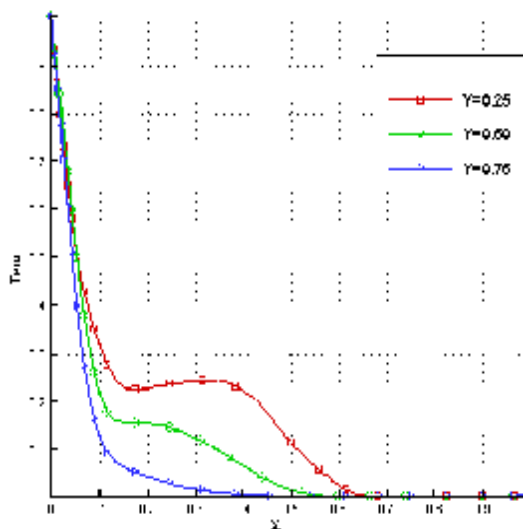
-(B)-



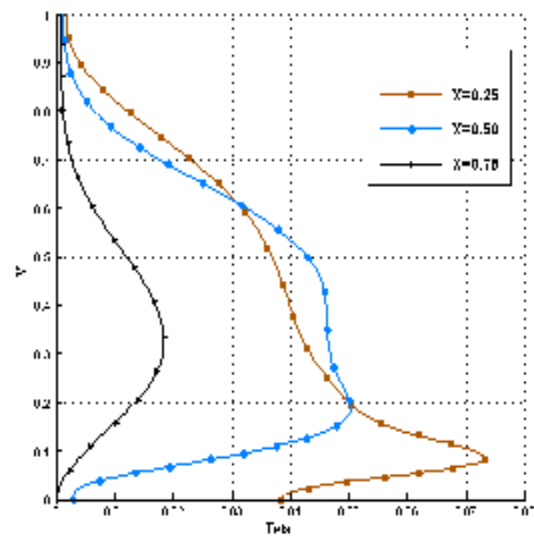
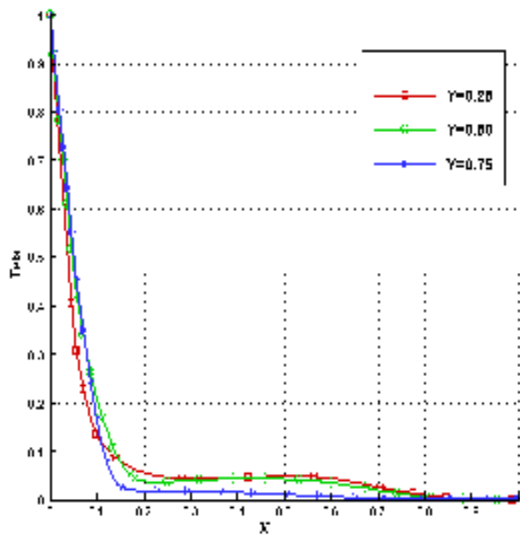
1 entrée



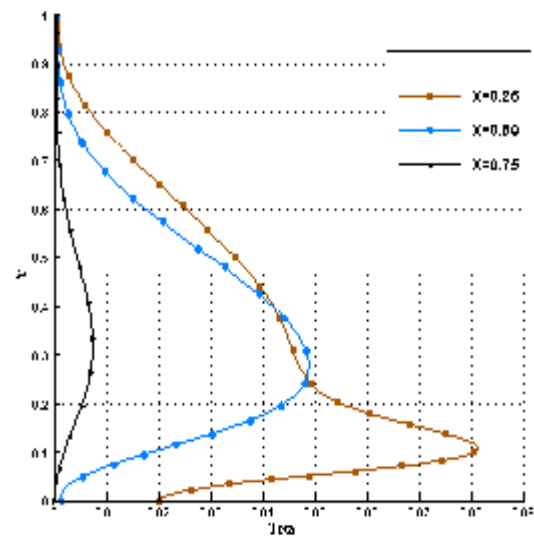
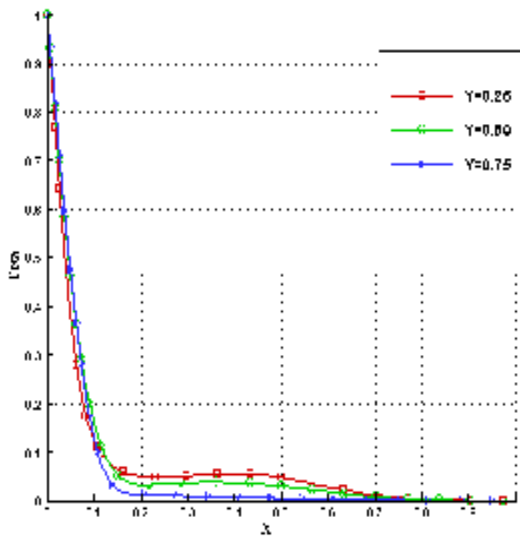
2 entrées



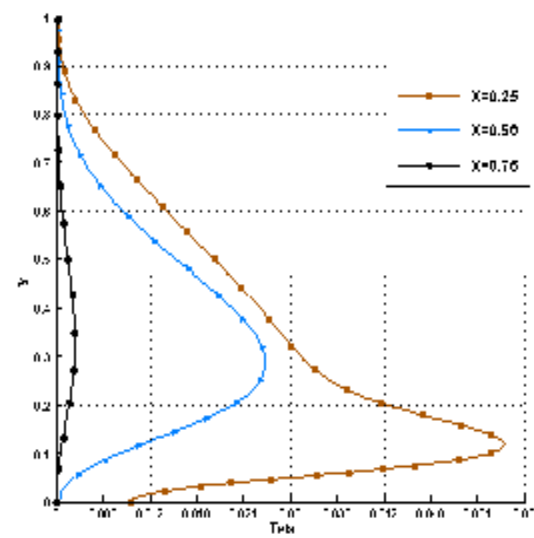
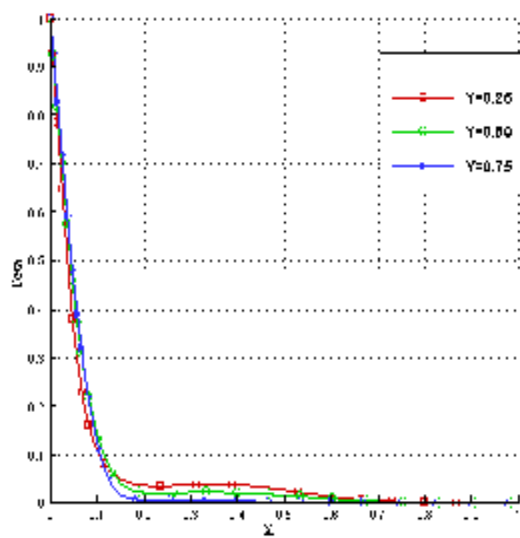
4 entrées



8 entrées

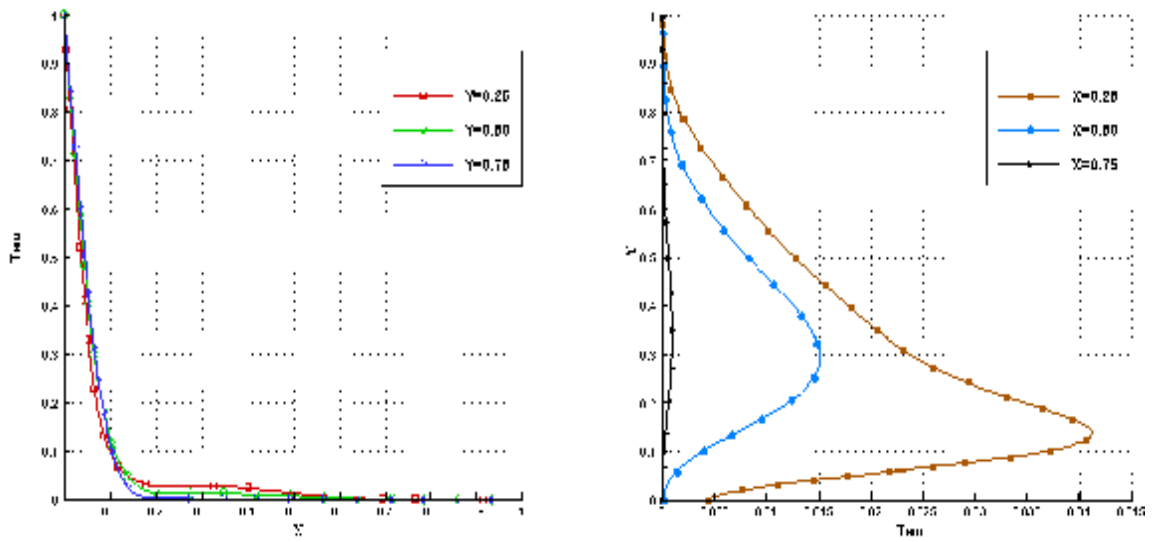


12 entrées

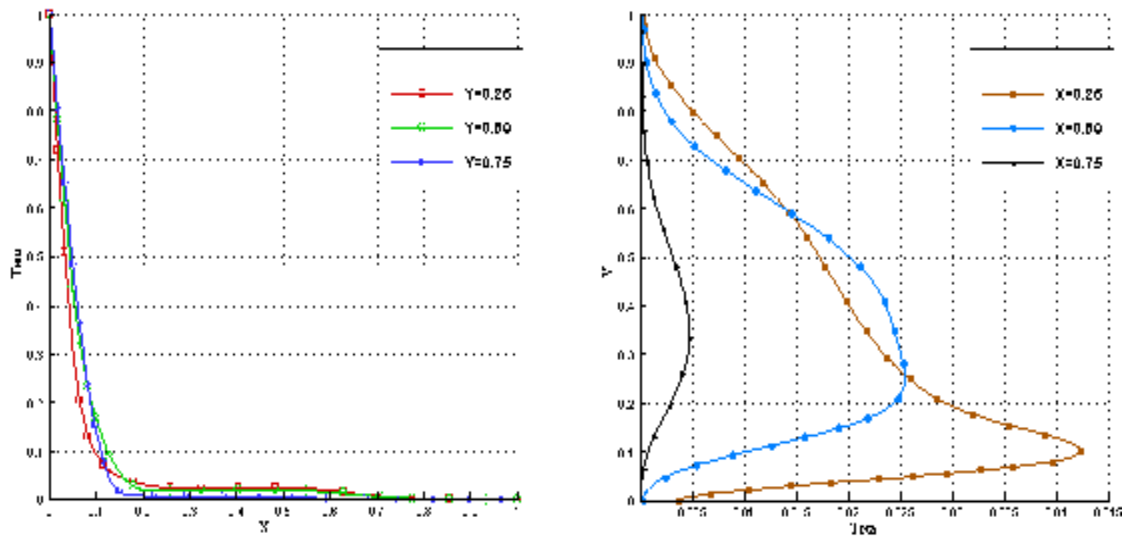


16 entrées



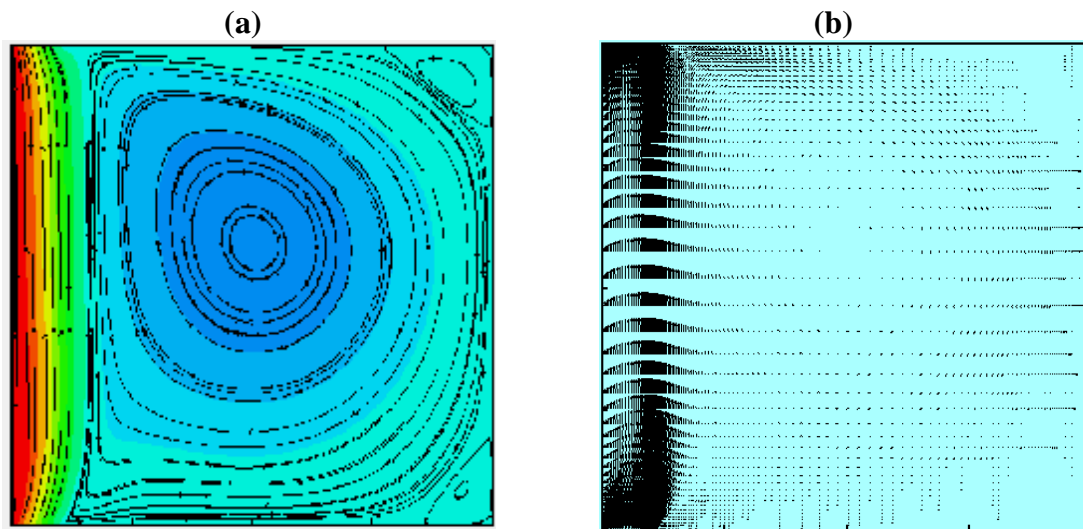


20 entrées

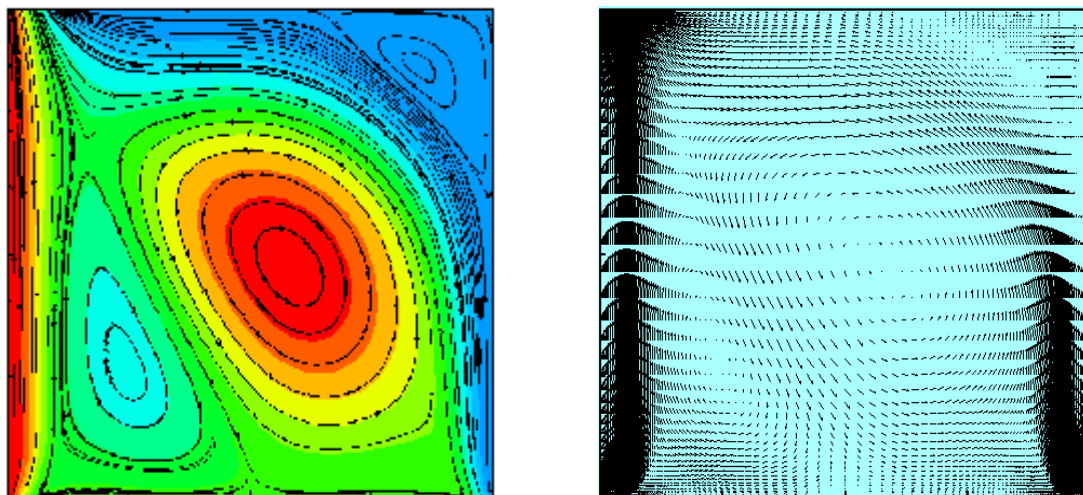


32 entrées

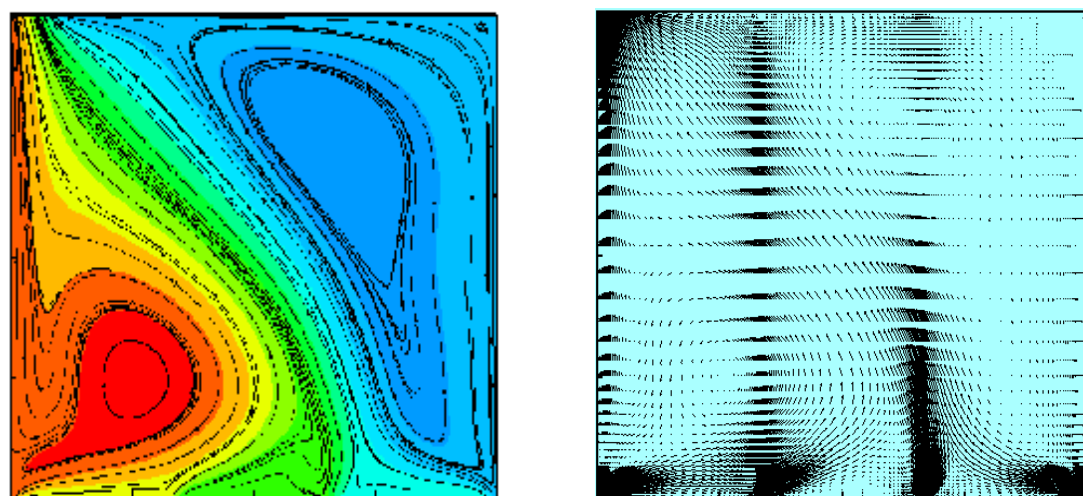
Figure III.10 : Convection mixte ( $Ri=1.0$ ), Champ thermique :  
 -(A)-Isothermes -(B)- Profils des températures



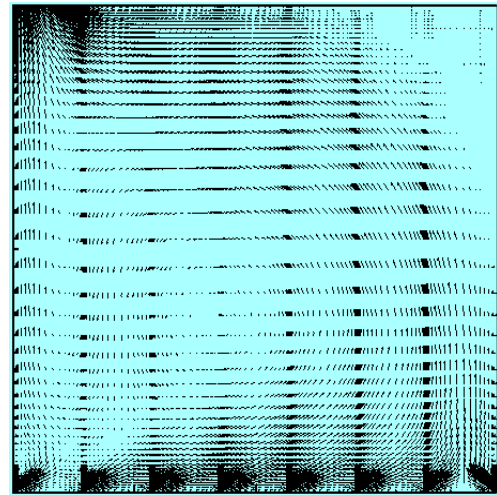
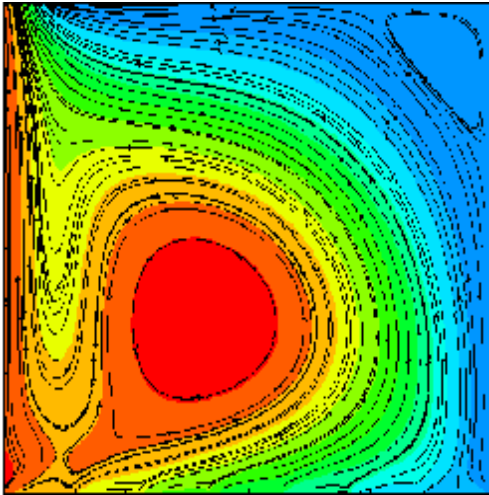
1 entrée



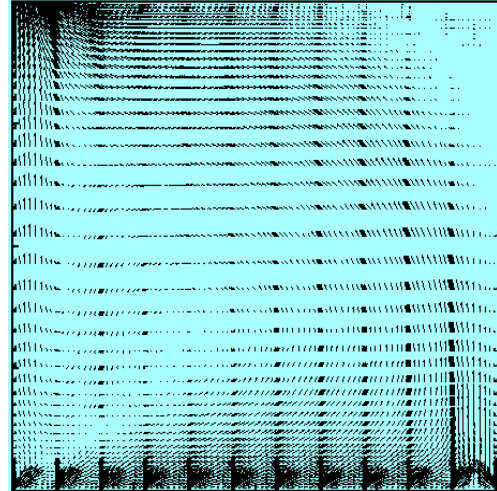
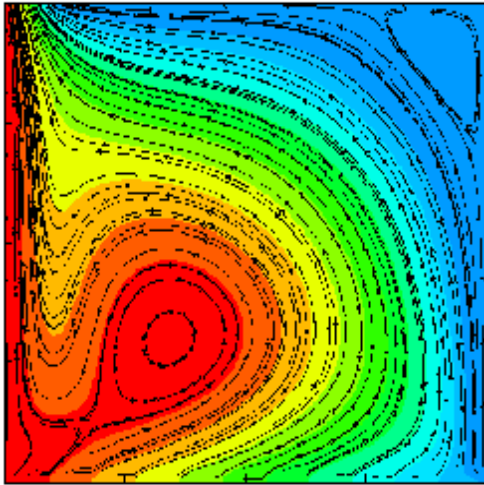
2 entrées



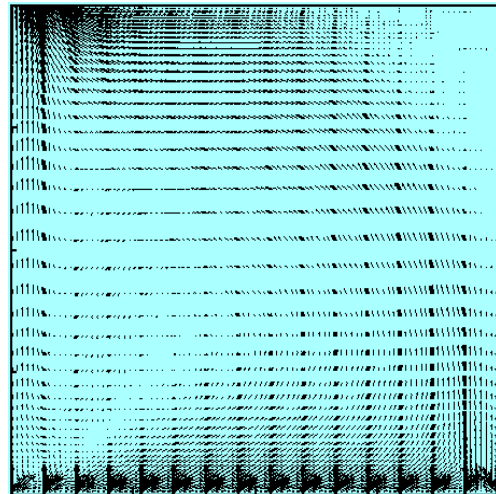
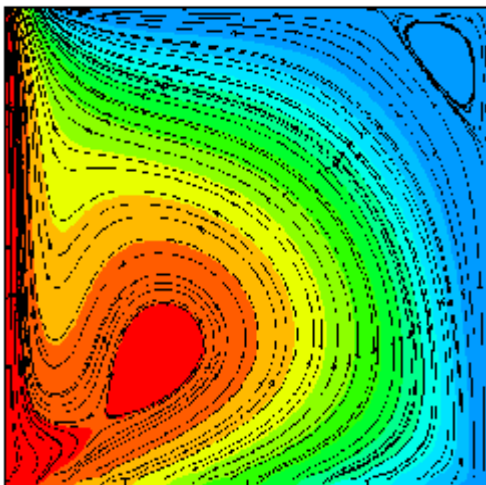
4 entrées



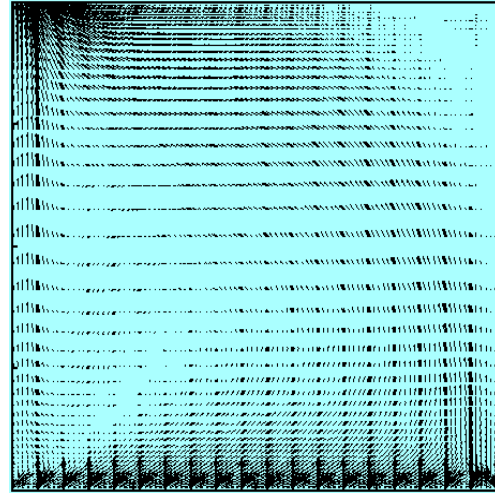
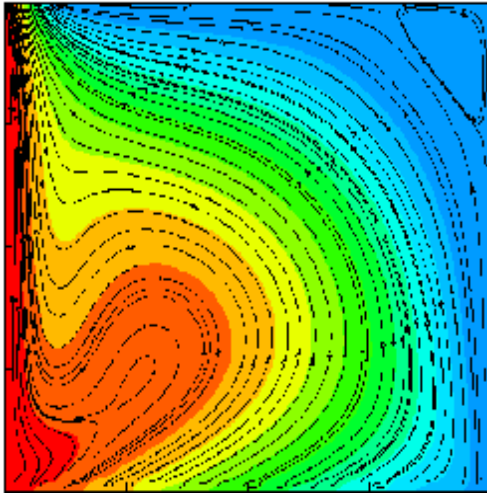
8 entrées



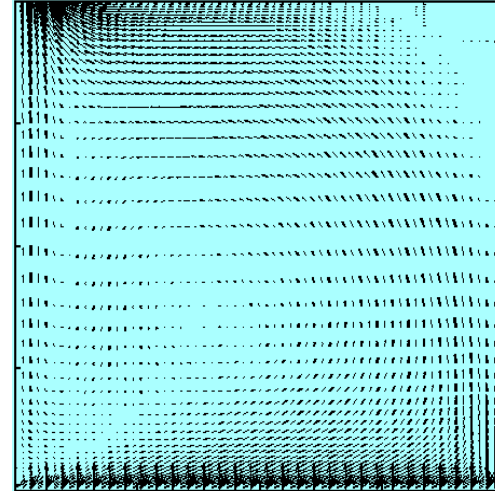
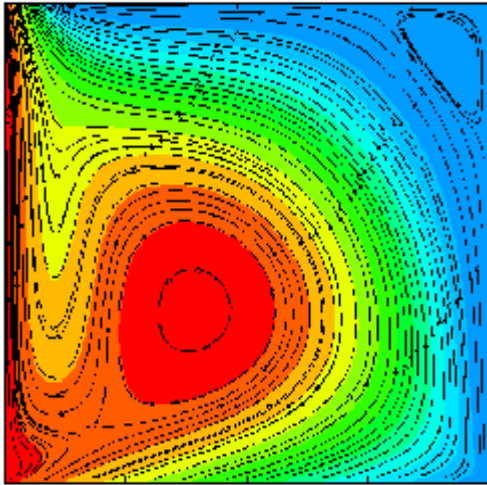
12 entrées



16 entrées

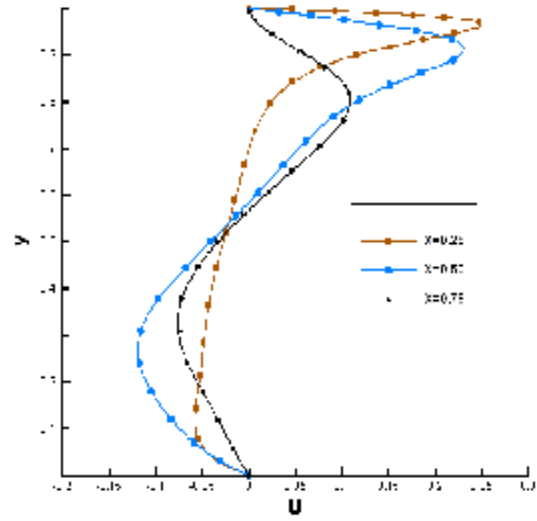
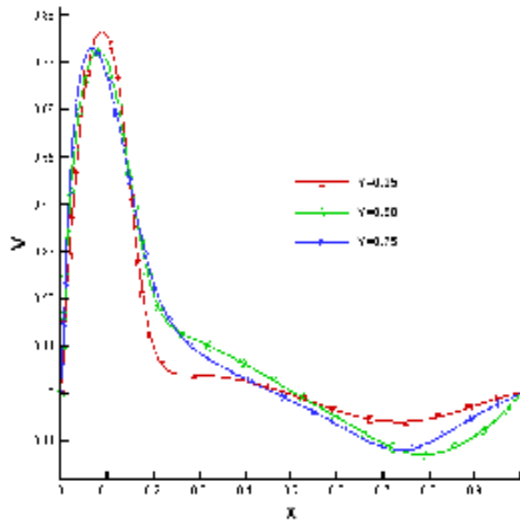


20 entrées

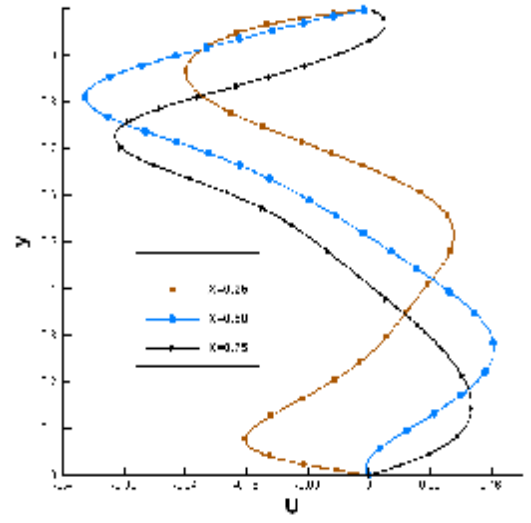
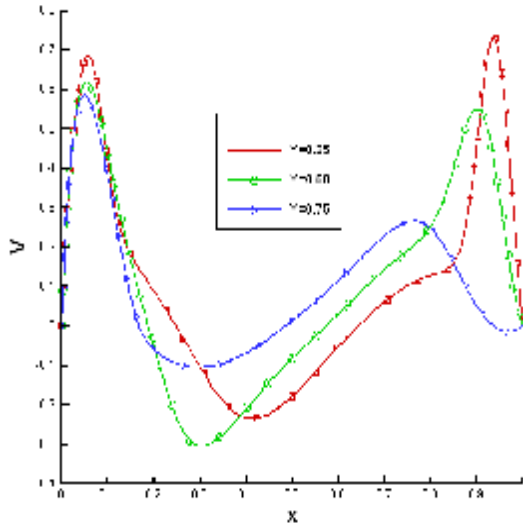


32 entrées

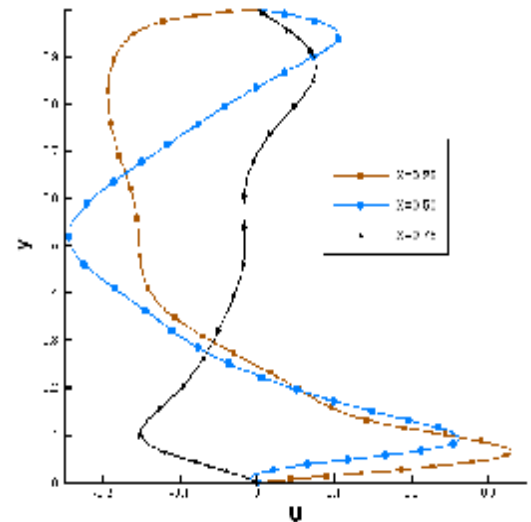
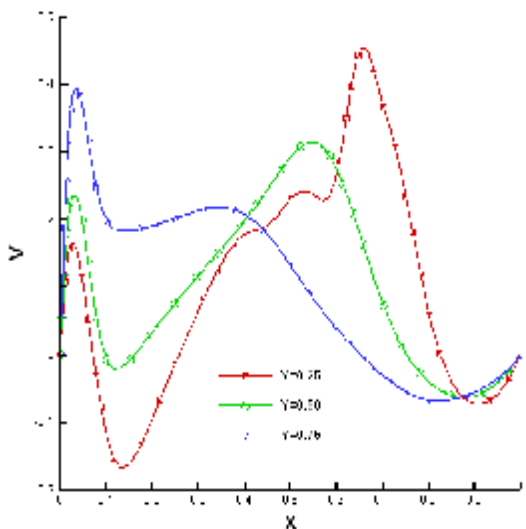
-(c)-



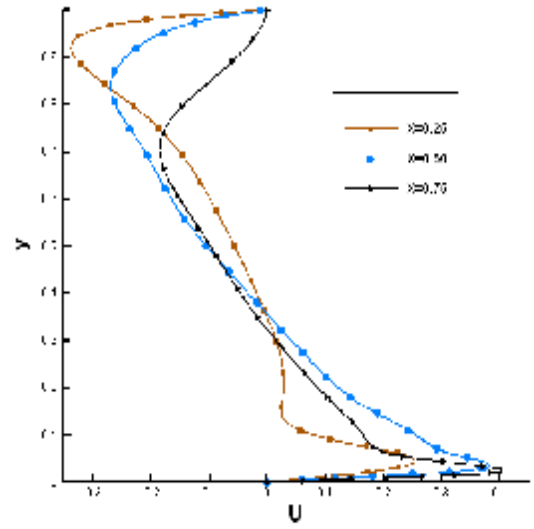
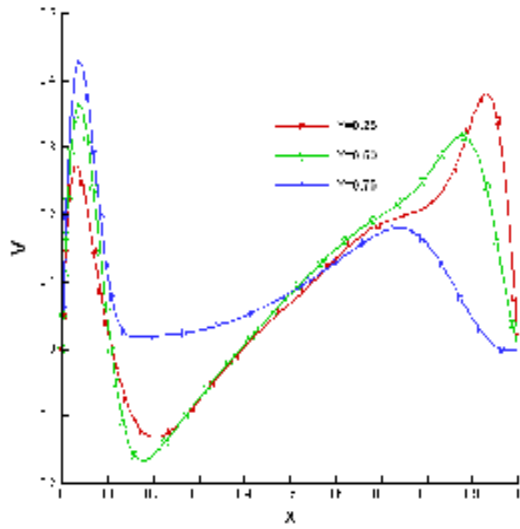
1 entrée



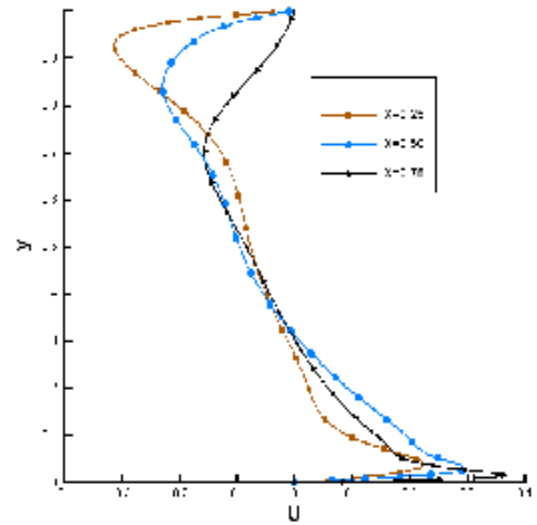
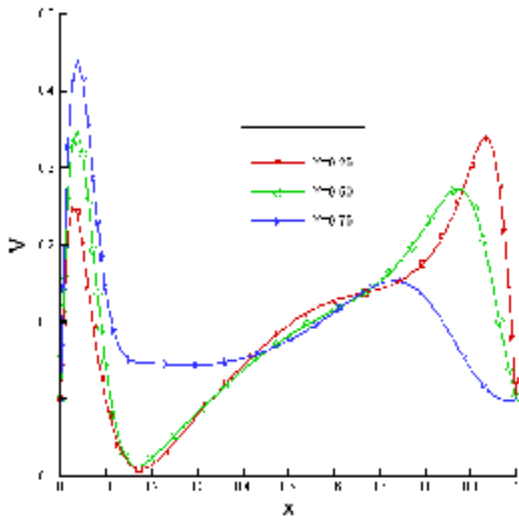
2 entrées



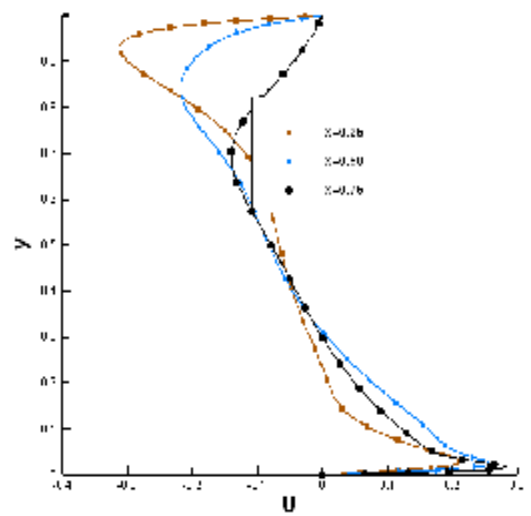
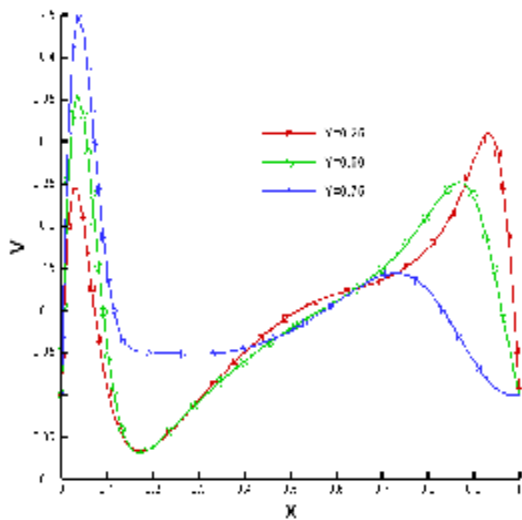
4 entrées



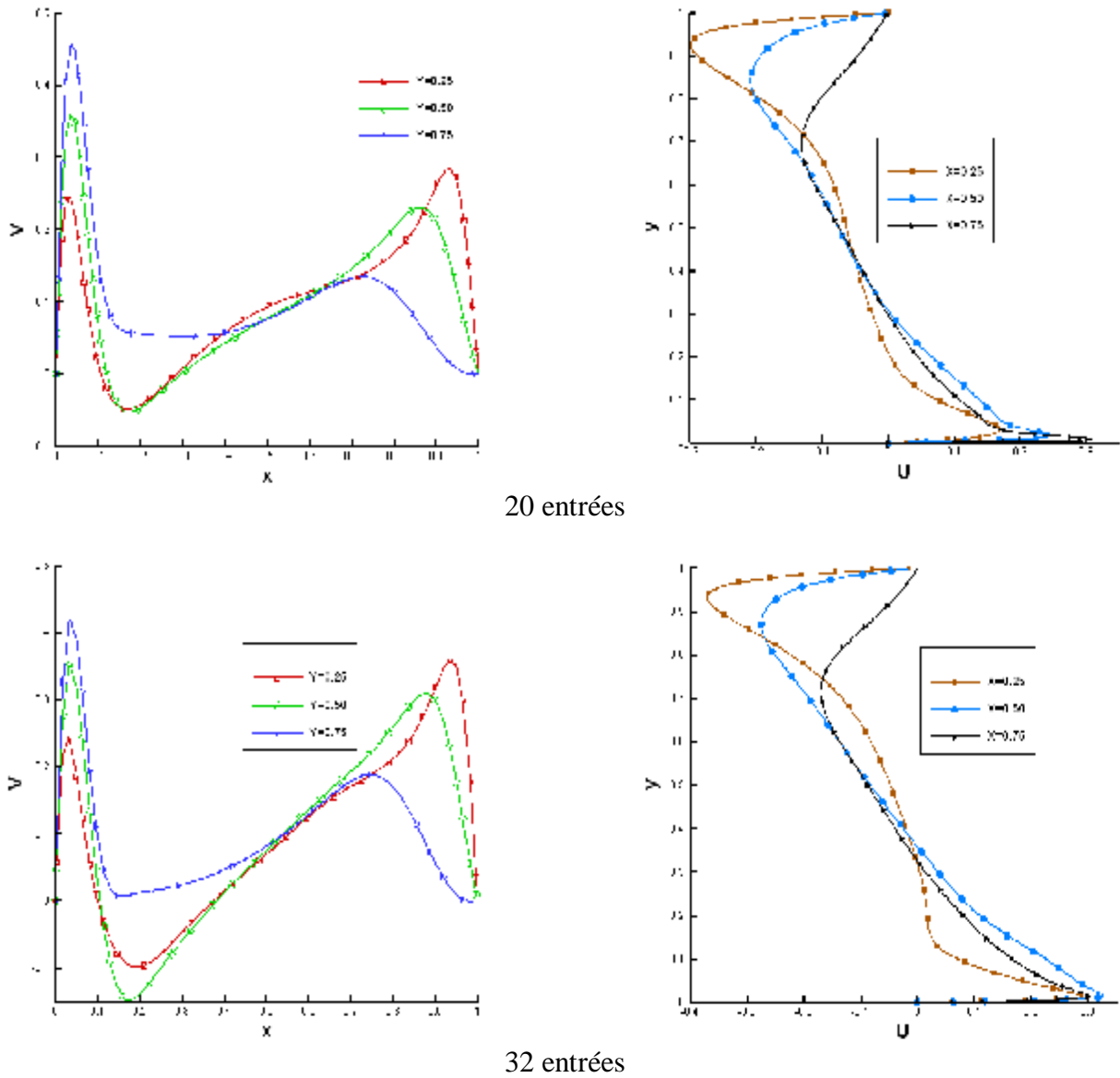
8 entrées



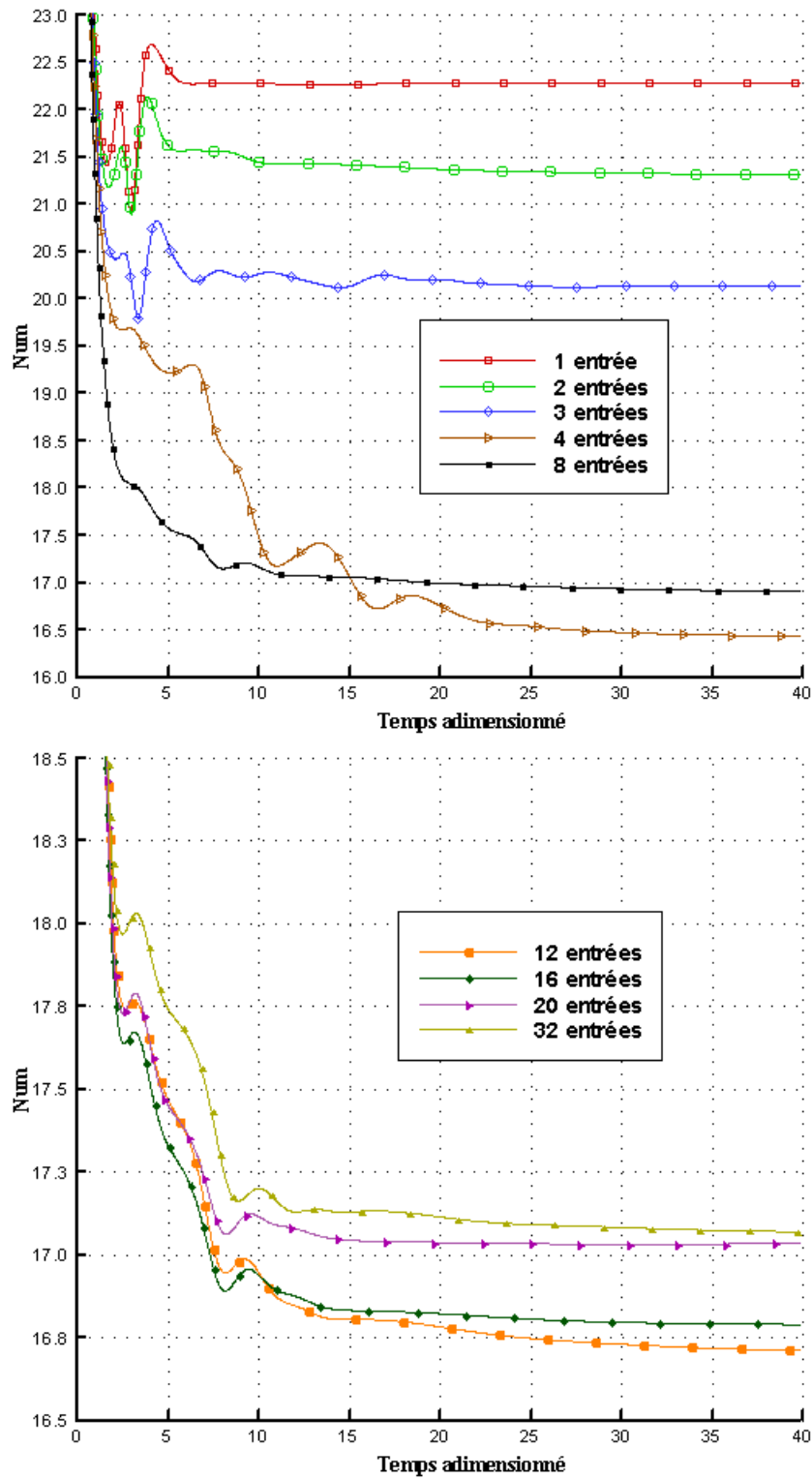
12 entrées



16 entrées



**Figure III.11 : Convection mixte ( $Ri=1.0$ ), Champ dynamique :**  
 (a) Lignes de courant (b) Vecteurs vitesse (c) Profils des vitesses



**Figure III.12 : Convection mixte ( $Ri=1.0$ )**  
**Evolution du nombre de Nusselt moyen**



### C. Convection naturelle ( $Ri=25.0$ ) :

**C-1 Champ thermique :** Comme pour les cas précédent ce champ est représenté dans la figure III-13. La partie -A- expose les isothermes et la partie -B- les profils des températures suivant la direction horizontale à gauche et verticale à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

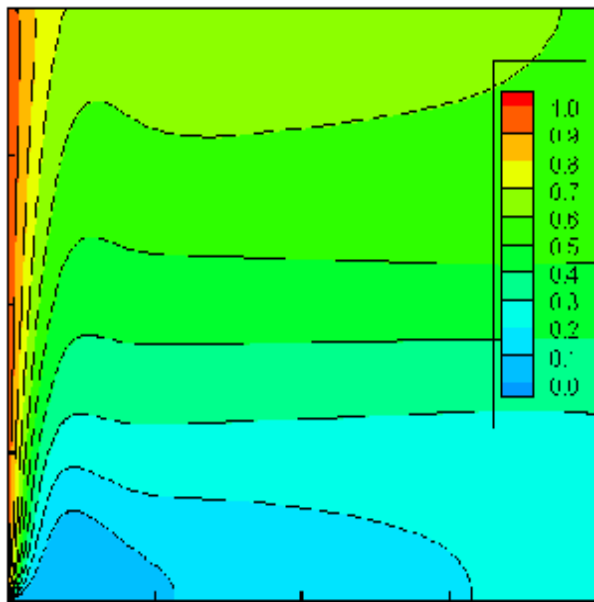
Dans ce cas nous constatons que les isothermes partent serrées suivant la direction verticalement près de la paroi chaude puis elles se dirigent perpendiculairement à la direction horizontale vers la paroi froide. Ainsi la répartition de la température dans la cavité se caractérise par une stratification quelque soit le nombre d'entrées. Ceci est confirmé par les profils des températures qui présentent un fort gradient près de la paroi chaude puis une valeur uniforme.

**C-2 Champ dynamique :** Ce champ est représenté dans la figure III-14. La partie gauche (a) montre les lignes de courant, la partie (b) le champ du vecteur vitesses et la partie (c) les profils de la vitesse verticale  $V$  suivant la direction horizontale  $X$  à gauche et les profils de la vitesse horizontale  $U$  suivant la direction verticale  $Y$  à droite pour les différents nombres d'entrées considérés.

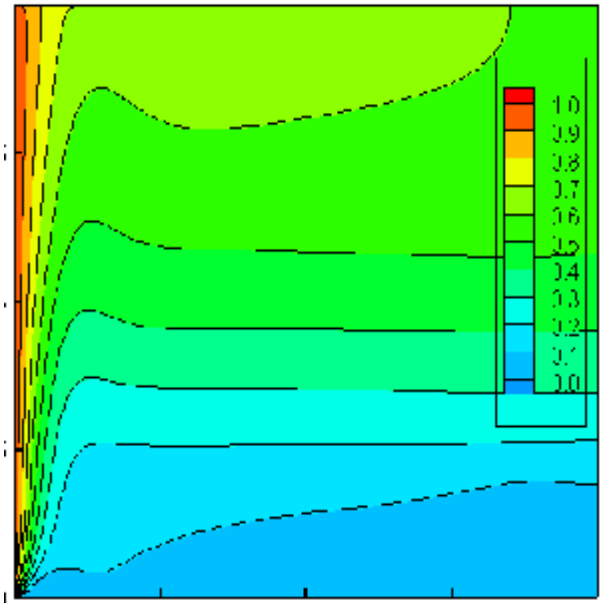
Dans ce cas de figure nous distinguons, quelque soit le nombre d'entrées, trois parties principales qui composent l'écoulement dans la cavité. La première partie adjacente à la paroi constitue l'écoulement principal du fluide. La seconde partie est caractérisée par une zone de recirculation l'une dans le sens horaire située dans la majeure partie supérieure de la cavité. Cette zone est le principal moteur de la stratification de la température dans la cavité. Enfin une troisième partie située dans la partie inférieure de la cavité constituée par des particules fluides qui entrent avec une faible énergie cinétique (nombre de Reynolds égale à 40). Une fois leur énergie dissipée ces particules se dirigent vers la paroi chaude pour absorber l'énergie libérée par celle-ci et parvenir ainsi à la sortie de la cavité. L'examen des champs de vecteurs vitesses montre que le fluide, dès son entrée dans la cavité, est toujours dévié vers la paroi froide. Les profils de la vitesse verticale  $V$  arborent des pics positifs très importants uniquement au niveau de la paroi gauche (chaude).

**C-3 Nombre de Nusselt :** L'évolution temporelle du nombre de Nusselt est représentée sur la figure III-15 pour les différents nombres d'entrées. Ce nombre évolue de la même façon que précédemment, seulement l'augmentation du nombre d'entrées du fluide dans la cavité n'a presque aucune conséquence sur la valeur de ce nombre.

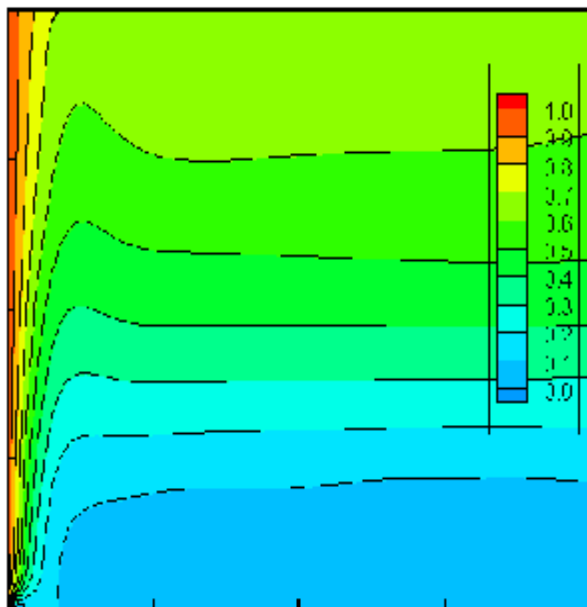
-(A)-



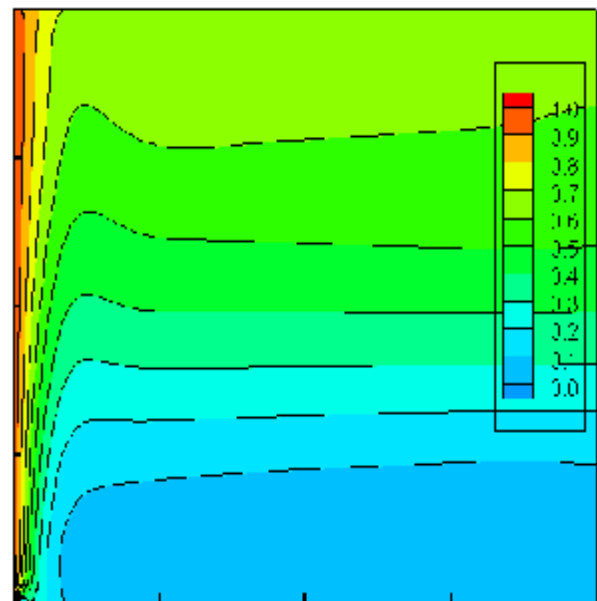
1 entrée



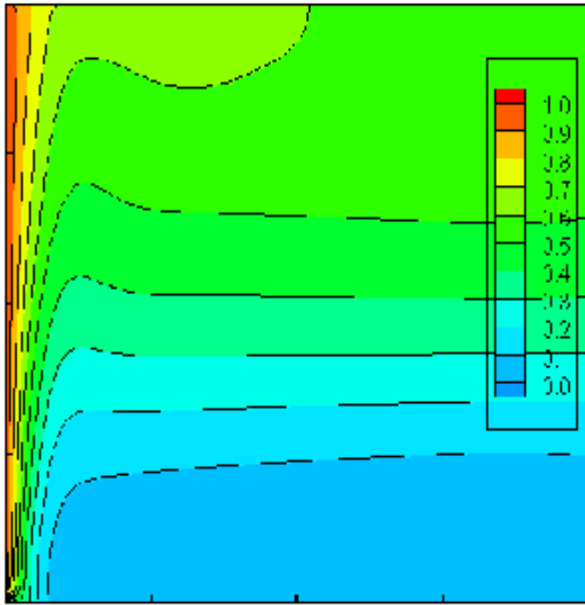
2 entrées



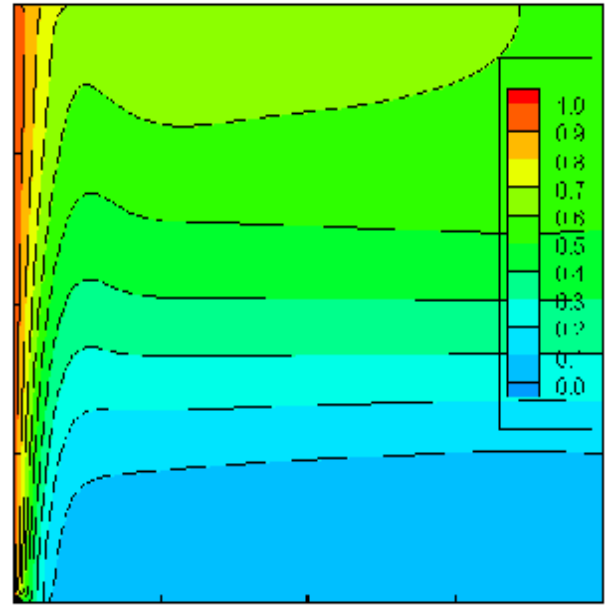
4 entrées



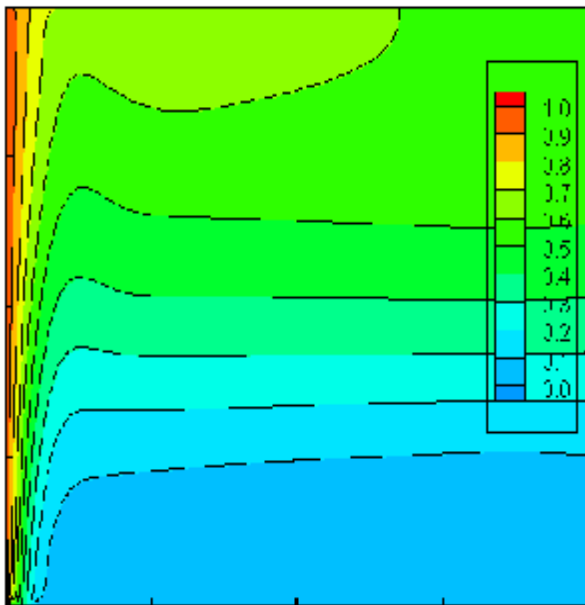
8 entrées



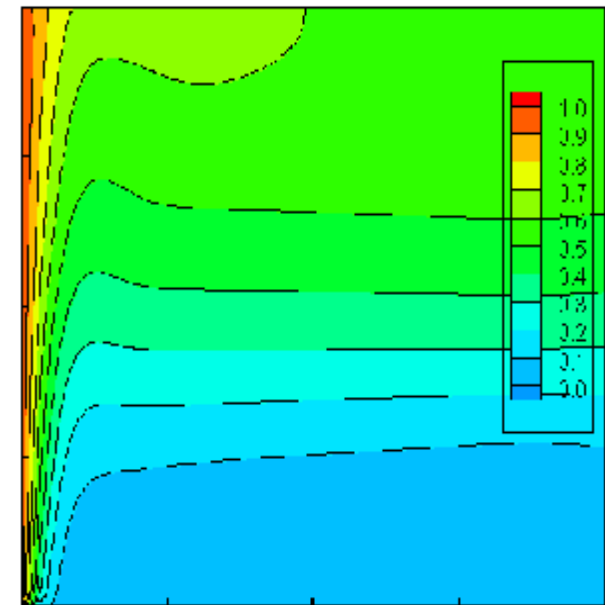
12 entrées



16 entrées

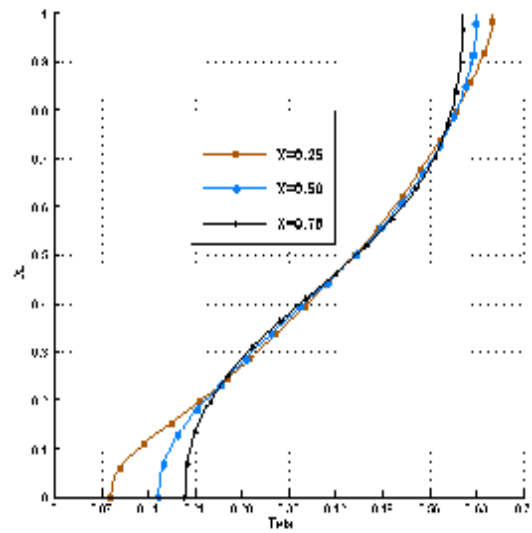
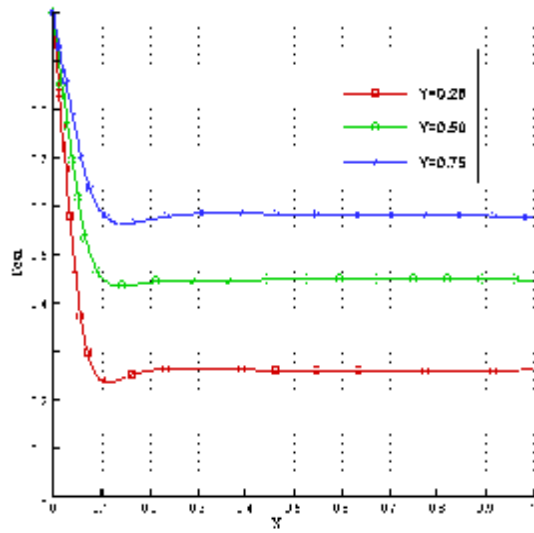


20 entrées

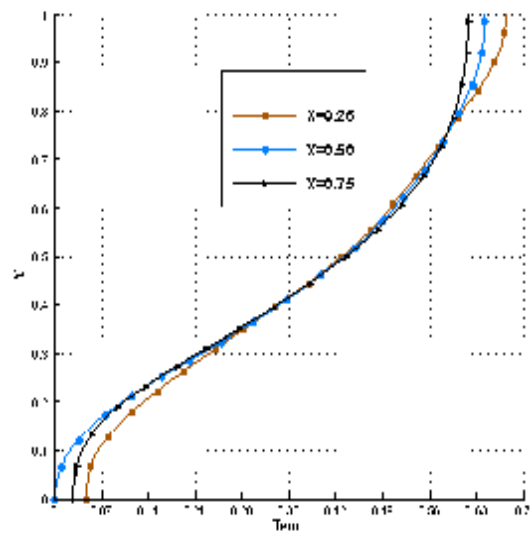
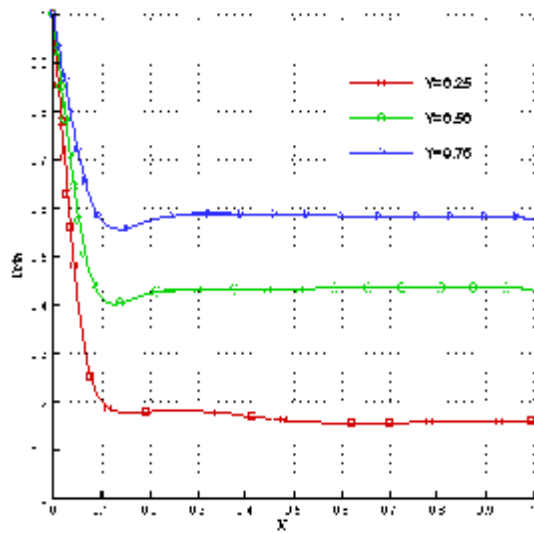


32 entrées

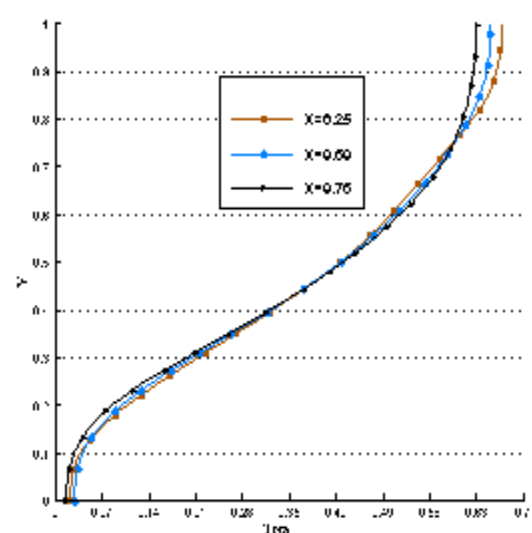
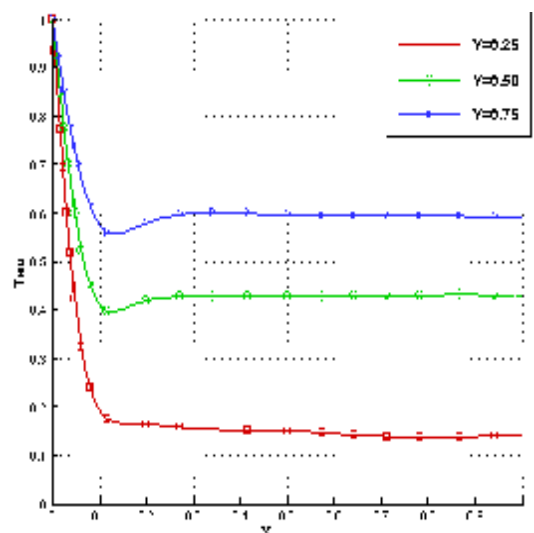
-(B)-



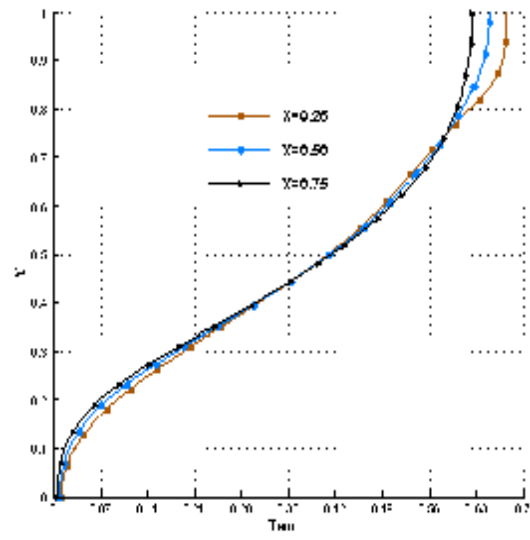
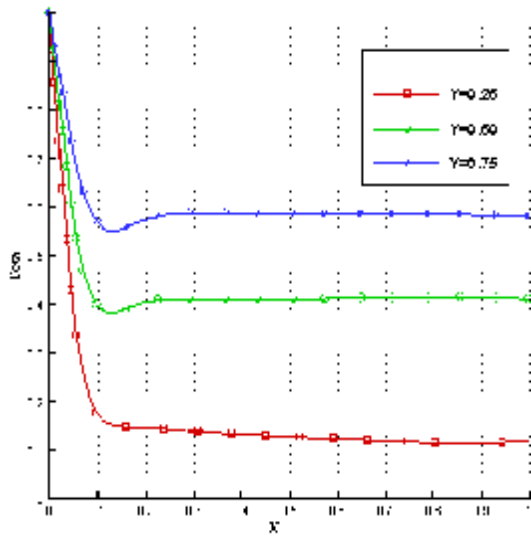
1 entrées



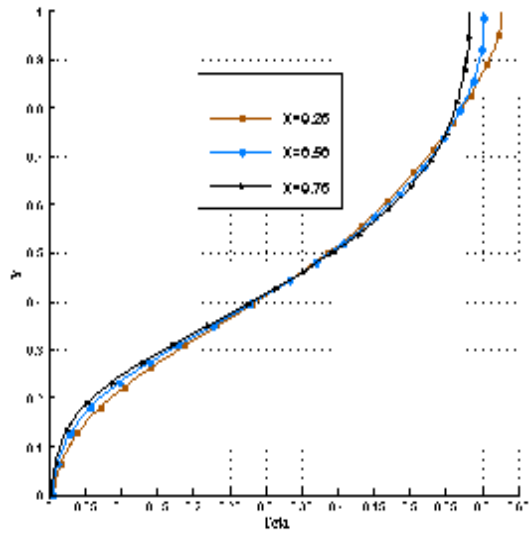
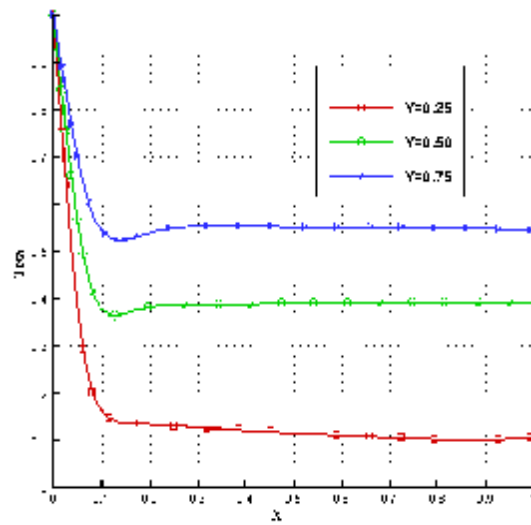
2 entrées



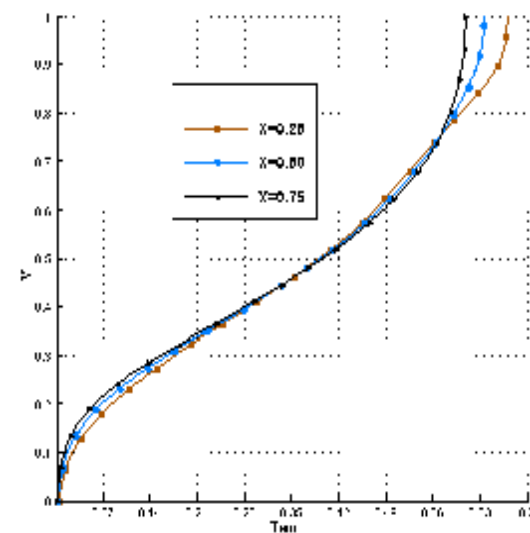
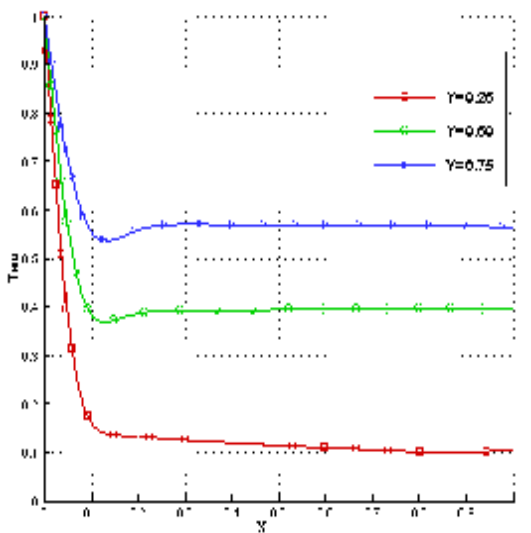
4 entrées



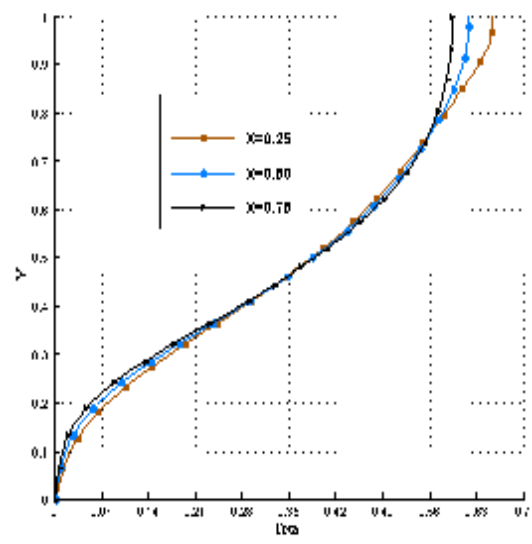
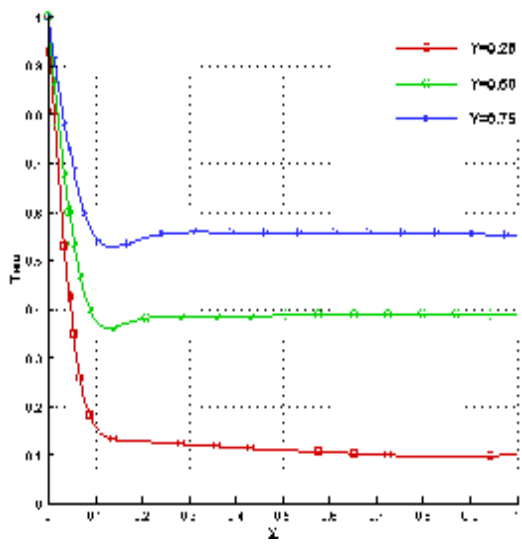
8 entrées



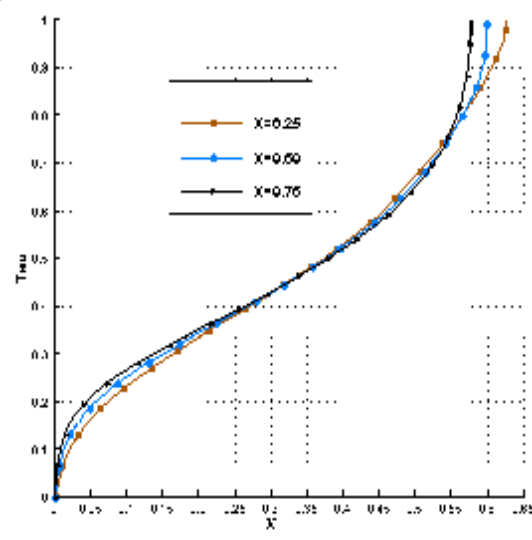
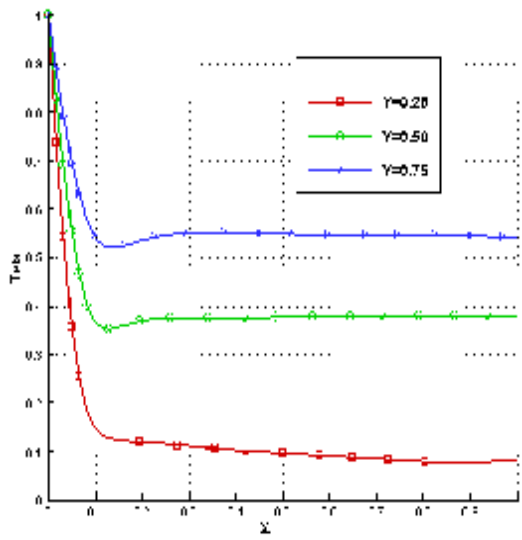
12 entrées



16 entrées



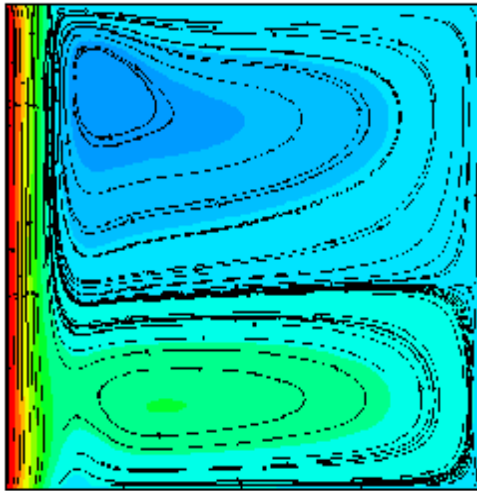
20 entrées



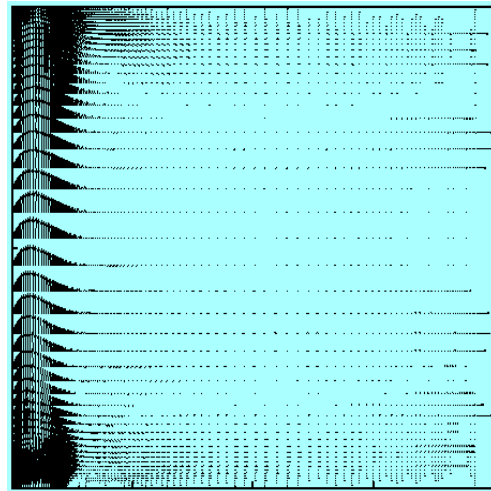
32 entrées

**Figure III.13 : Convection naturelle ( $Ri=25.0$ ), Champ thermique :  
 -(A)-Isothermes -(B)- Profils des températures**

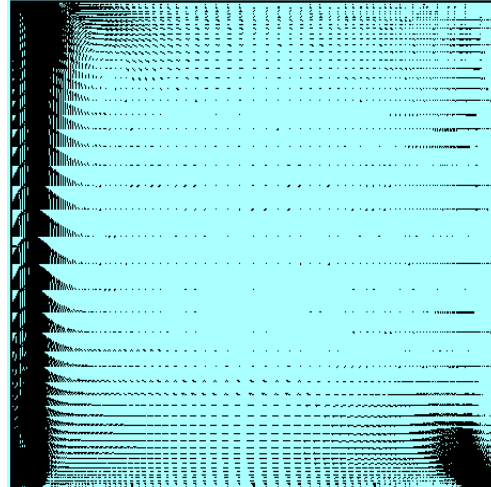
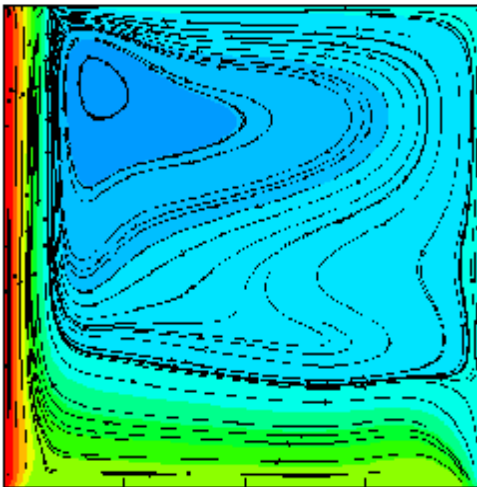
-(a)-



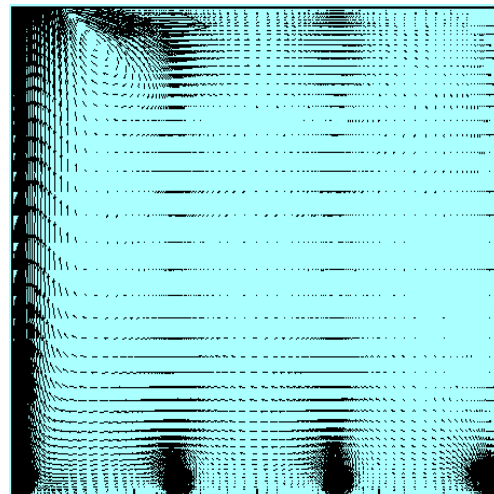
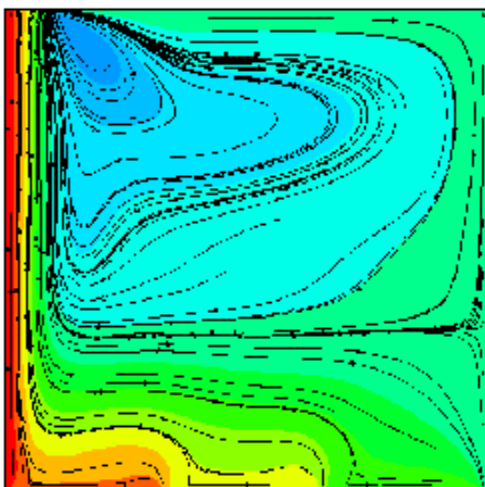
-(b)-



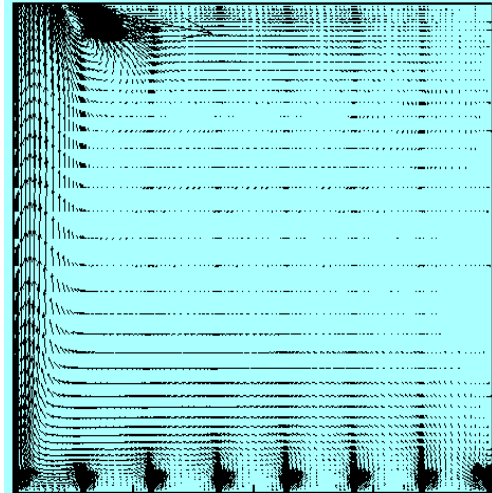
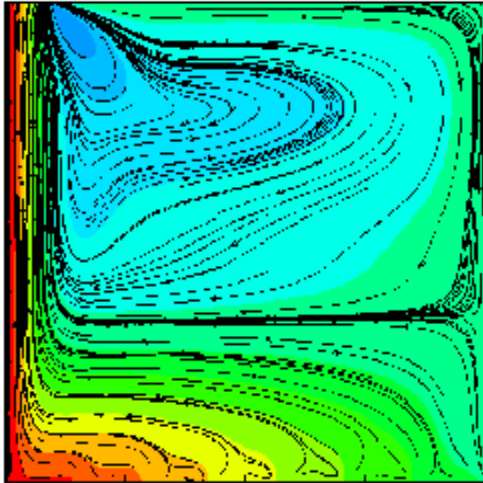
1 entrée



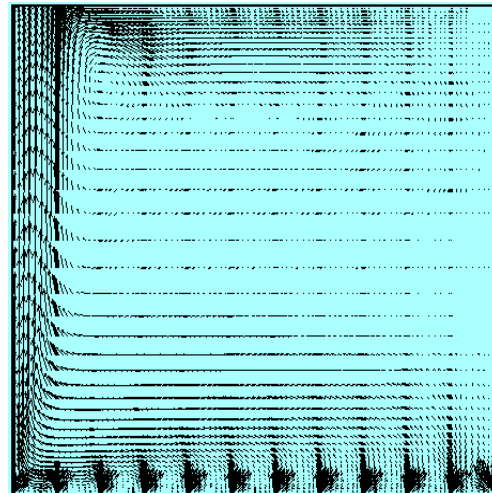
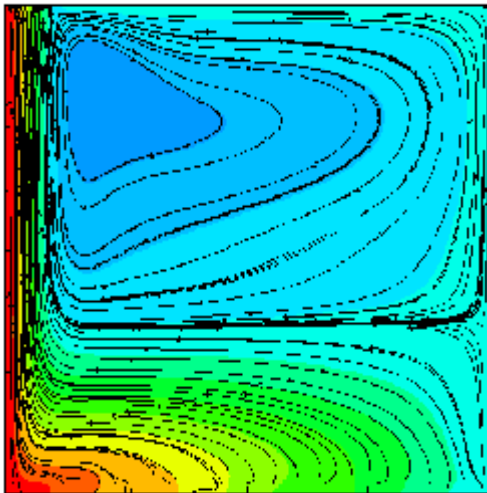
2 entrées



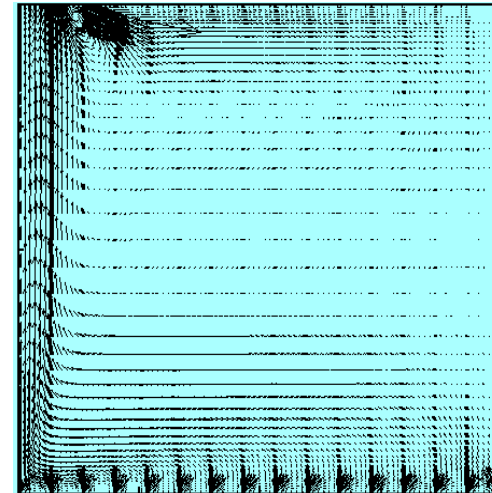
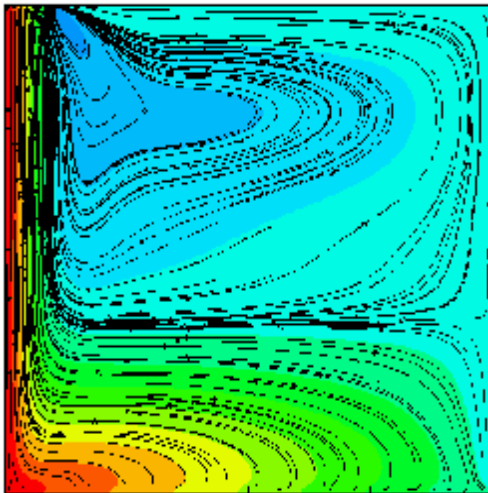
4 entrées



8 entrées

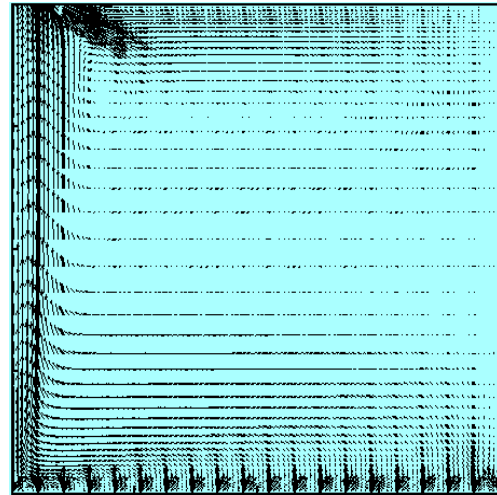
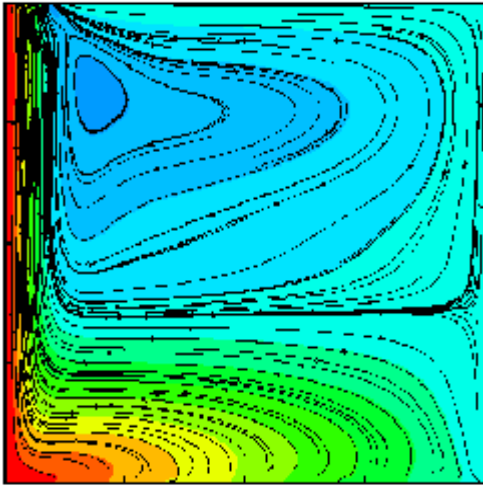


12 entrées

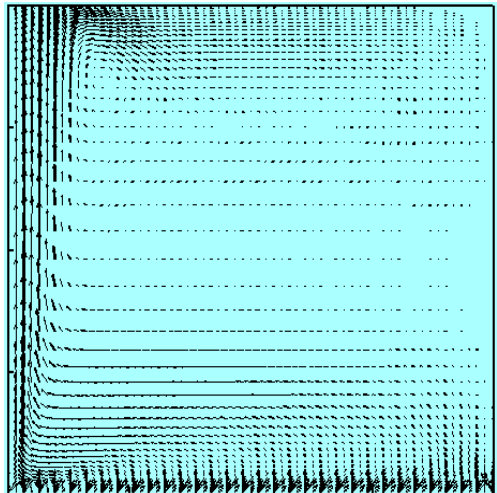
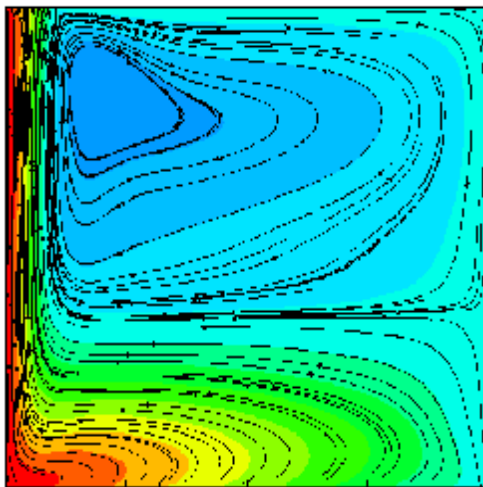


16 entrées



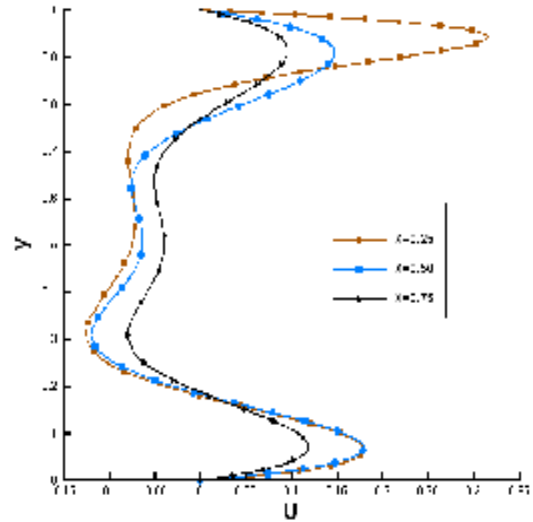
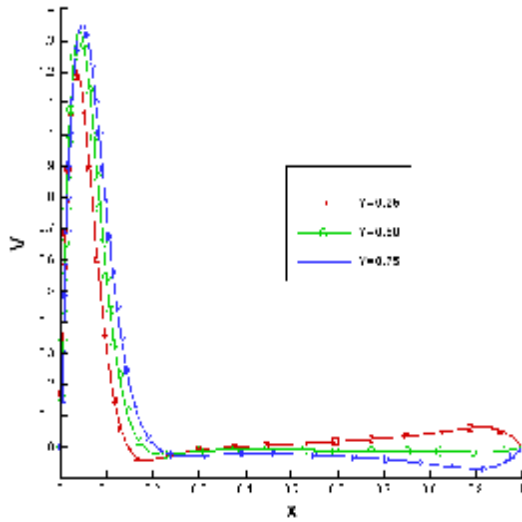


20 entrées

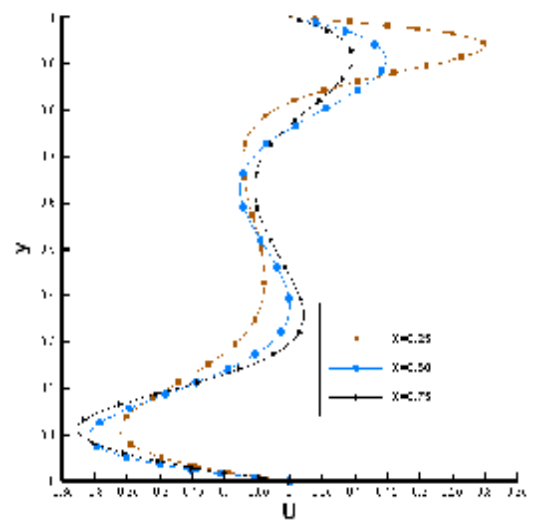
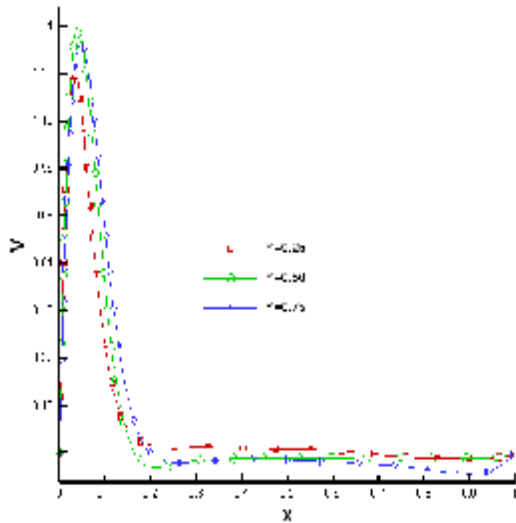


32 entrées

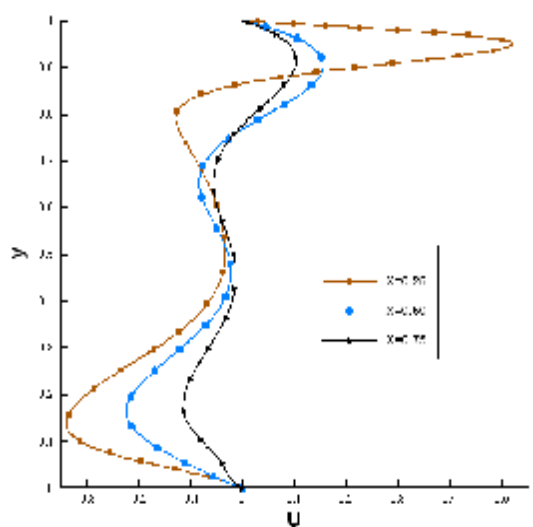
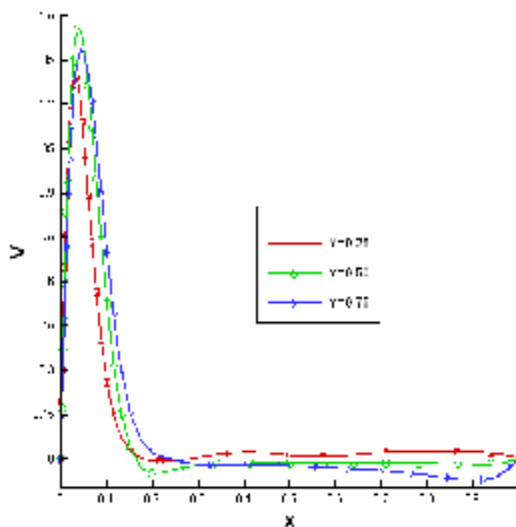
-(c)-



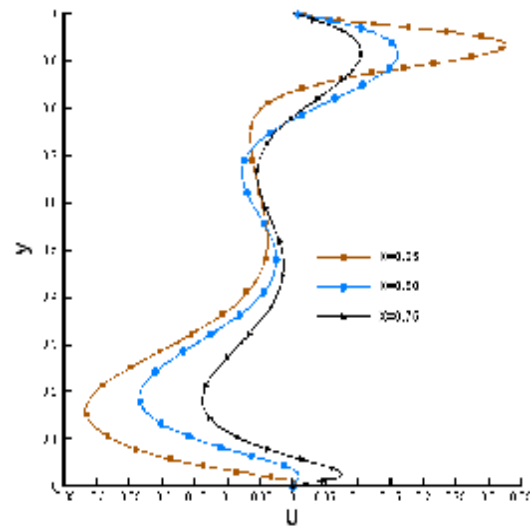
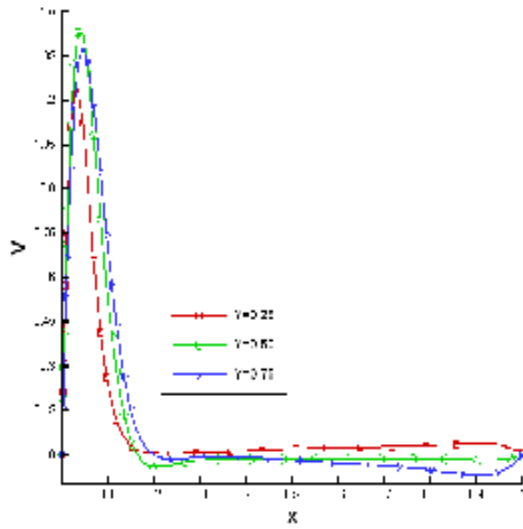
1 entrée



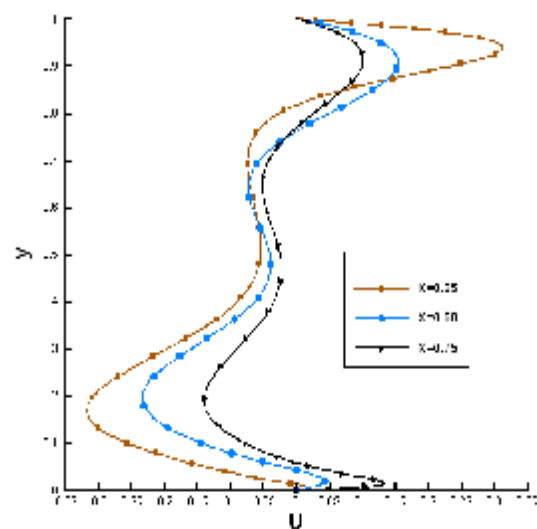
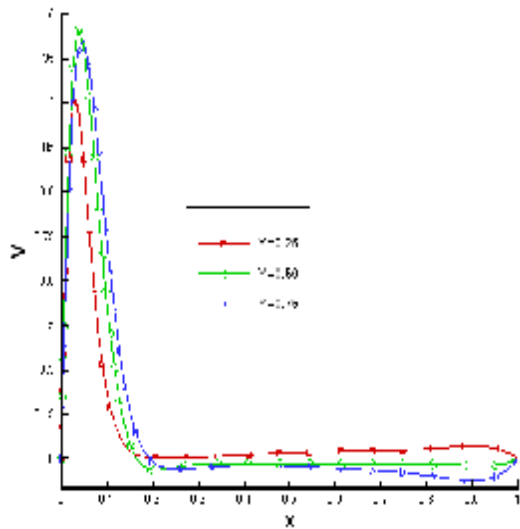
2 entrées



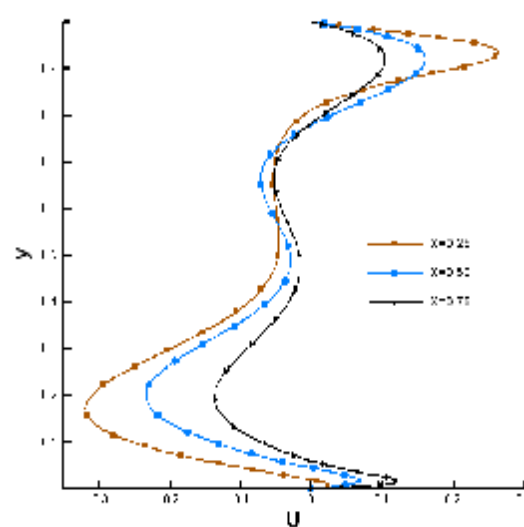
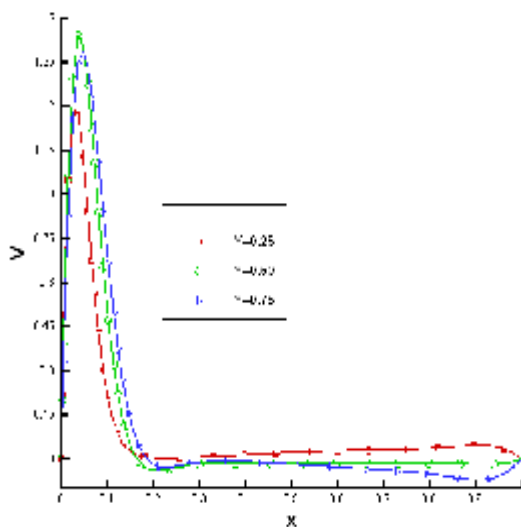
4 entrées



8 entrées



12 entrées



16 entrées

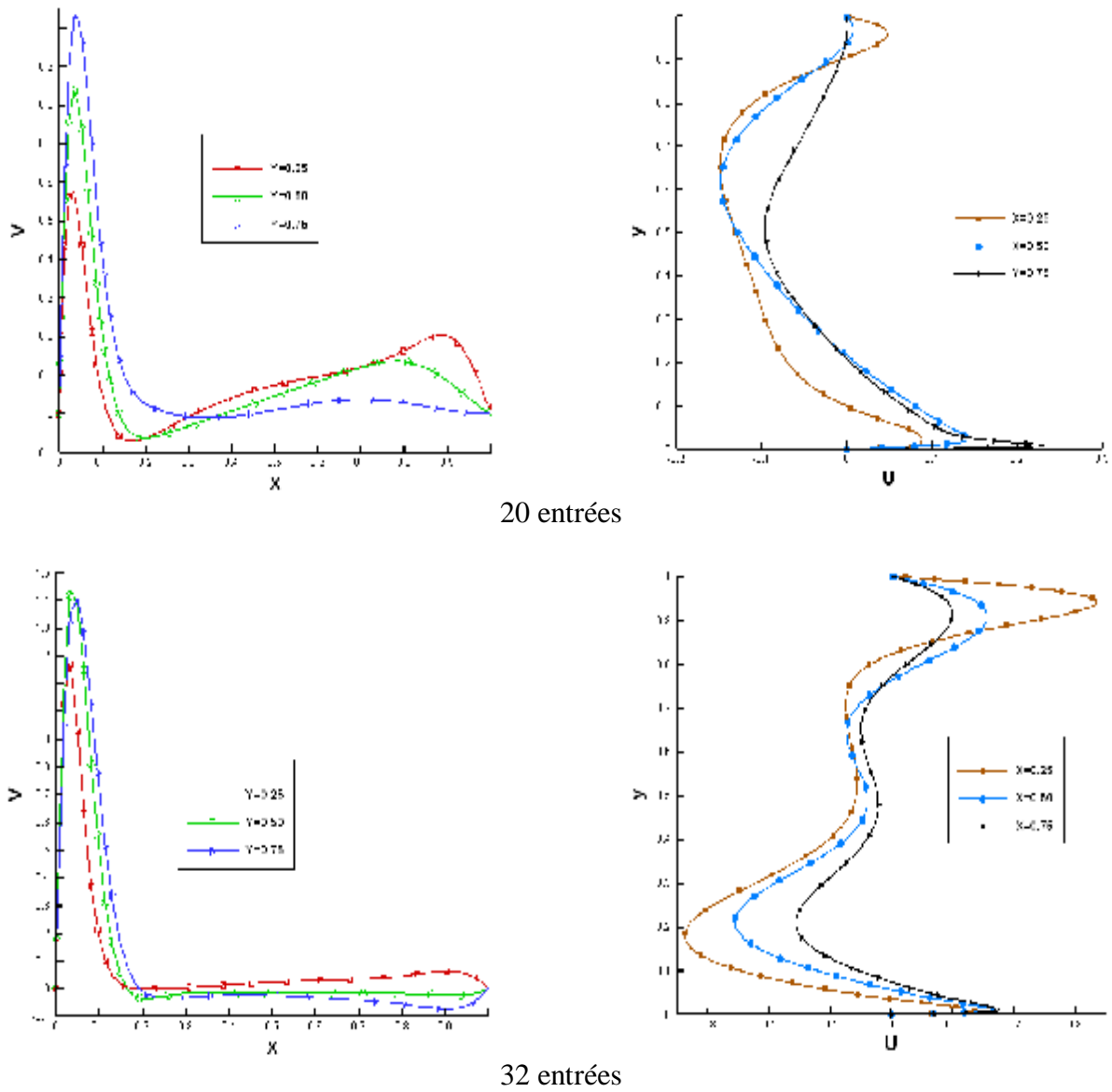


Figure III.14 : Convection naturelle ( $Ri=25.0$ ), Champ dynamique :  
 (a) Lignes de courant (b) Vecteurs vitesse (c) Profils des vitesses

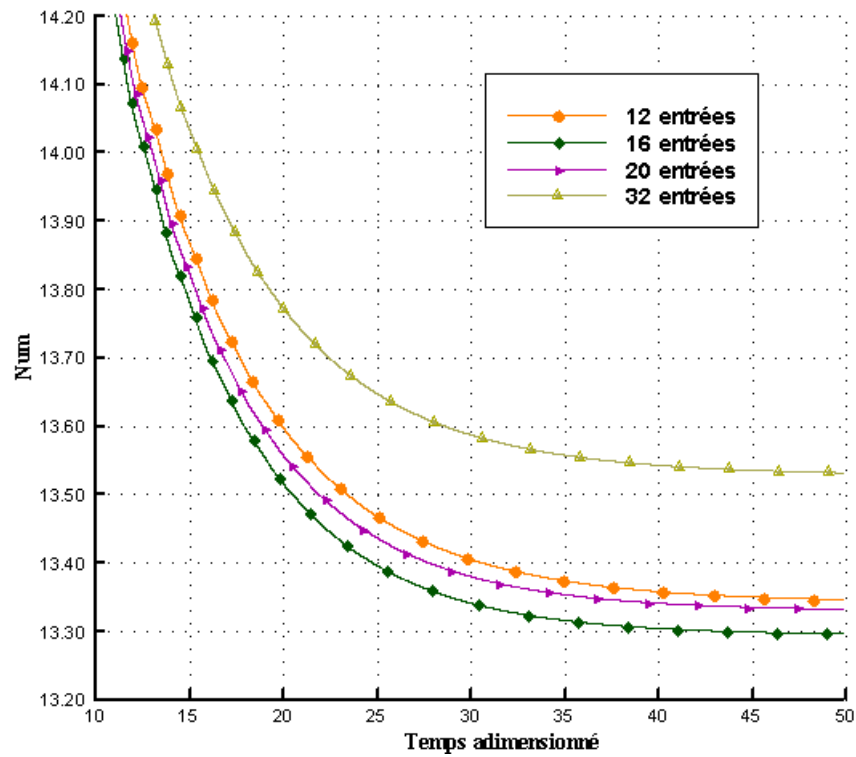
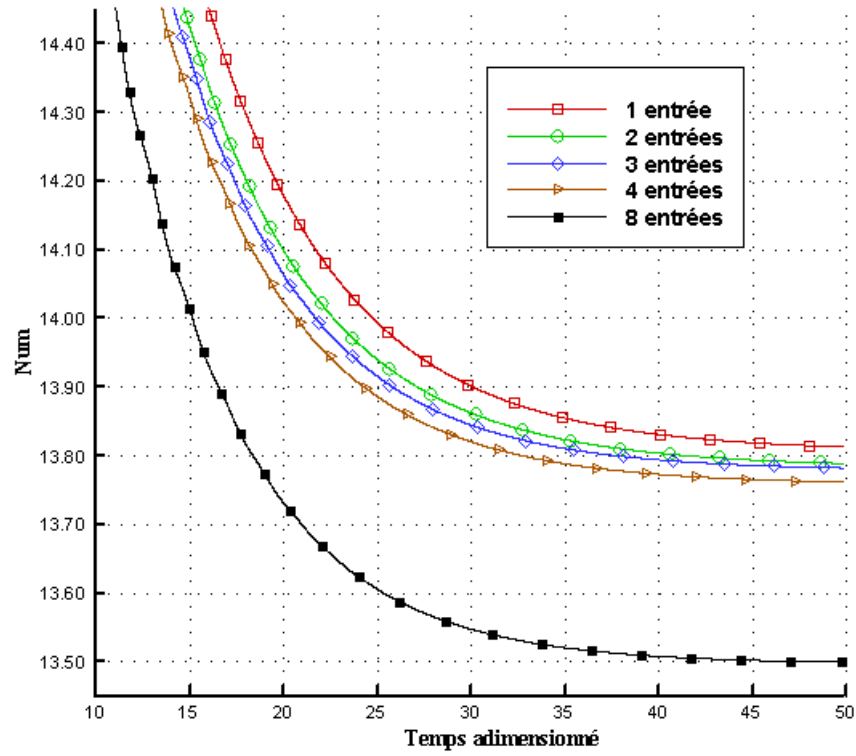


Figure III.15 : Convection naturelle (Ri=25.0)  
Evolution du nombre de Nusselt moyen

## CONCLUSION GENERALE

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la convection laminaire dans une cavité ventilée. La paroi latérale verticale gauche de la cavité est soumise à une température constante supérieure à la température ambiante, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques. Le fluide pénètre par une ou plusieurs entrées pratiquées dans la paroi inférieure de la cavité. Cette étude est justifiée par le fait qu'il n'existe, à notre connaissance, des travaux concernant le même sujet et qui incluent plusieurs entrées des jets du fluide dans la cavité.

En se basant sur la méthode des différences finies pour discrétiser les équations écrites en considérant la formulation « fonction de courant  $\psi$  - vorticité  $\omega$  », nous avons pu déterminer les lignes de courant, les isothermes, les profils des vitesses et des températures, ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du temps, pour les différents nombres d'entrées du fluide et pour les différents régimes de convection.

L'analyse des résultats obtenus par les différentes simulations montrent que:

- Ø Pour le régime en convection purement naturelle c'est-à-dire pour un nombre de Richardson égal à 25. le nombre d'entrées du fluide dans la cavité n'a presque aucune influence sur la structure générale de l'écoulement. Lorsque ce nombre est égal à 1. (convection mixte) la structure de l'écoulement ne présente des différences notables que pour un nombre d'entrées inférieur à huit. Alors que pour la convection forcée (nombre de Richardson égal à 0.1) l'influence du nombre d'entrées ne se manifeste que pour des valeurs de ce même nombre inférieures à douze.
- Ø Les valeurs moyennes du nombre de Nusselt sont, respectivement de 20, 17 et 13.5 pour les nombres de Richardson correspondant à 0.1, 1.0 et 25. Ceci confirme que la transmission de chaleur par conduction en mode de convection naturelle évolue progressivement vers une transmission par convection en mode de convection forcée.

Dans un proche avenir nous avons prévu de développer le code de calcul réalisé dans le cadre de ce travail pour l'étude du même phénomène et dans la même géométrie considérant cette fois-ci le régime turbulent de l'écoulement.

# REFERENCES

- [1] S.Ostrach, Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer ASME* 110 (1988), 1175.
- [2] T.Fusegi, and J.M. Hyun, Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions, *Int. J. Heat Fluid Flow.* 3 (1994), 258-268.
- [3] H. Asan and L. Namli, Numerical simulation of buoyant flow in a roof of triangular cross section under winter day boundary conditions, *Energy Build.* **33** (2001), pp. 753–757.
- [4] F. Moukalled and S. Acharya, Natural convection in trapezoidal enclosure with offset baffles, *J. Thermophys. Heat Transf.* **15** (2001), pp. 212–218.
- [5] O. Aydin, A. Unal and T. Ayhan, A numerical study on buoyancy-driven flow in an inclined enclosure heated and cooled on adjacent walls, *Num. Heat Trans. Part A* **36** (1999), pp. 585–589.
- [6] S. Zermame, Etude numérique de la convection mixte laminaire dans des cavités ventilées, université Mentouri de Constantine faculté des sciences de l'ingénieur département de chimie industrielle, thèse de magister 2004.
- [7] S. Zermame, S. Boudebous et M. Boulekroune, Etude numérique de la convection mixte dans des cavités ventilées, revue science et technologie, université Mentouri Constantine, Vol n°23 pp 33-44 Juin 2005.
- [8] S. Boudebous et Z. Nemmouchi, Heat transfer by unsteady laminar mixed convection in 2-D ventilated enclosures using the vorticity-stream function formulation, *Advanced computational methods in heat transfer IX*, WIT transactions on engineering sciences, vol 53, pp 33-42 2006.
- [9] Latif M. Jiji, heat convection, City University of New York School of engineering Dept. of Mechanical Engineering, Springer 2006.
- [10] John H.Lienhard IV/ John H.Lienhard V A heat transfer textbook.Third edition (2005) Phlogiston Press Cambridge, Massachusetts,U.S.A.  
<http://web.mit.edu/lienhard/www/ahtt.html>.
- [11] Abdelghani Raji et Mohammed Hasnaoui .Corrélations en convection mixte dans des cavités ventilées Correlations on mixed convection in ventilated cavities *Revue Générale de Thermique, Volume 37, Issue 10, November 1998, Pages 874-884.*
- [12] T.J. Chung, Computational Fluid Dynamics, University of Albania in Huntsville, Cambridge university press, 2002

- [13] Suhas V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Taylor and Francis, 1980
- [14] M.Boumahrat et A.Gourdin, Méthodes numériques appliquées, Seconde Edition, Paris, 1968.
- [15] G.Sewell, The numerical solution of ordinary and partial differential equations , Edition Academic Press Inc , London, 1988.
- [16] B. Song, G.R.Liu, and K.Y.Lam, Four Point Interpolation Schemes for convective fluxes approximation *Numer. Heat Transfer. Part B* **36** (1999), pp. 23–29.
- [17] M.M. Rahman, and T.Siikonien, An Improved SIMPLE Method on a Collocated Grid, *Numer. Heat Transfer. Part B* **38** (2000), pp. 177–201.
- [18] D.Angirasa Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface, *Fluid Dynamics Research* 26, (2000), 219-233.



ANNEXE

# Etude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées.

Mamdouh BELHI\* et Saadoun BOUDEBOUS

L.E.A.P. (Laboratoire d'Energétique Appliquée et de la Pollution)

Département de Génie Mécanique, Université Mentouri de Constantine Algérie.

\*(auteur correspondant : belhimamdouh @ yahoo.fr)

**Résumé** - La convection mixte dans des espaces confinés reste un sujet très intéressant, tant pour ses applications pratiques dans l'industrie, que pour les questions fondamentales qu'elle soulève. Dans le présent travail, nous nous intéressons à la simulation numérique de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ayant plusieurs entrées. Une revue de la littérature montre que tous les travaux utilisant la formulation « fonction de courant  $\psi$  et vorticité  $\omega$  » et portant sur la ventilation des cavités considèrent une seule entrée du fluide. L'absence d'études concernant plusieurs entrées du fluide dans la cavité nous a motivé à entreprendre cette investigation.

## Nomenclature

g	accélération de la gravité, $m.s^{-2}$	v	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
L	largeur, $m$	$\psi$	fonction de courant adimensionnée
t	temps, $s$	$\omega$	vorticité adimensionnée
T	température, K	$\tau$	temps adimensionné
U	composante horizontale de la vitesse adim.	$\theta$	température adimensionnée
V	composante verticale de la vitesse adim.	<i>Indices</i>	
X	coordonnée horizontale adimensionnée	o	état de référence
Y	coordonnée verticale adimensionnée	w	paroi chaude
<i>Symboles grecs</i>		n	normal à la paroi
$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$		
$\beta$	coefficient de dilatation, $K^{-1}$		

## 1. Introduction

La convection dans des espaces confinés est devenue un sujet classique. Les articles ayant traité de ce sujet sont assez nombreux pour être cités ici. Une revue exhaustive de certains travaux disponibles est signalée dans [1] et plus récemment dans [2]. Parmi les études qui ont considéré la ventilation des cavités en utilisant la formulation «  $\psi$ - $\omega$  » nous pouvons citer ceux figurant dans [3] et [4], lorsque la cavité est rectangulaire, celui figurant dans [5], lorsque la cavité est trapézoïdale avec une ventilation horizontale dans les deux cas, et enfin ceux figurant dans [6], et [7] lorsque la cavité est carrée avec une ventilation verticale. L'absence d'études concernant plusieurs entrées du fluide dans la cavité en utilisant la formulation «  $\psi$ - $\omega$  » nous a motivé à entreprendre cette investigation. Le problème physique considéré est schématisé par la figure 1.

## 2. Equations

Le problème considéré est gouverné par les équations couplées de Navier-Stokes, tenant compte de l'hypothèse de Boussinesq, et de l'énergie dans laquelle le terme de la dissipation

visqueuse a été négligé [8]. La fonction de courant et la vorticité sont définies par les relations suivantes:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (1)$$

Compte tenu des hypothèses simplificatrices et des définitions précédentes les équations adimensionnelles à résoudre s'écrivent de la façon suivante:

Equation de la fonction de courant:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (2)$$

Equation de la vorticité:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (3)$$

Equation de l'énergie:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Re, Ri et Pr dénotent, respectivement, les nombres de Reynolds, de Richardson et de Prandlt et sont définis par les relations suivantes:

$$\text{Re} = \frac{V_o L}{\nu} \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2} \quad Gr = \frac{g\beta(T_w - T_o)L^3}{\nu^2}$$

Gr représente le nombre de Grashof et les autres grandeurs sans dimensions utilisées sont :

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{V_o} \quad V = \frac{v}{V_o} \quad \theta = \frac{T - T_o}{T_w - T_o} \quad \tau = \frac{V_o t}{L}$$

Initialement le fluide est au repos et sa température adimensionnelle est nulle dans toute la cavité. La paroi gauche de celle-ci est soumise à une température adimensionnelle égale à 1. La condition d'adiabacité (gradient de température aux paroi nuls) est adoptée pour les autres parois. Le fluide pénètre, avec une vitesse adimensionnelle uniforme égale à 1, dans la cavité par les différentes ouvertures disposées de part et d'autre par rapport à l'axe vertical de symétrie. La valeur de la fonction de courant est égale à 0 sur la paroi gauche alors que sur les autres parois elle résulte de l'intégration des équations (1). La vorticité sur les parois solides est évaluée par un développement de Taylor, du premier ordre, de la fonction de courant à la paroi. L'expression mathématique de cette condition est:

$$\omega_{\text{wall}} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}$$

A la sortie nous avons adopté une condition non restrictive exprimée par la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} = 0$$

$\Phi$  représente  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $\psi$ , U et V. La largeur de la sortie du fluide est prise égale à 0.1 et la somme de toutes les largeurs des différentes entrées situées sur la paroi inférieure est égale aussi à 0.1.

Le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude est exprimé par le nombre de Nusselt moyen défini par l'intégrale suivante :

$$\text{Num} = \int_0^1 \left[ -\frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=0} dY$$

### 3. Procédure numérique

Les équations (1-4) en tenant compte des conditions aux limites sont résolues par la méthode des différences finies. La discrétisation temporelle est assurée par la méthode A.D.I. (Alternating Direction Implicit) [9]. Les termes diffusifs ainsi que ceux relatifs aux forces d'Archimède sont discrétisés en utilisant des différences centrales, alors que les termes convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma hybride. Les systèmes d'équations algébriques obtenus relatifs à la vorticité et à la température sont résolus par l'algorithme de Thomas. L'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode itérative de sur-relaxation successive et sa convergence est obtenue à chaque pas de temps. Nous avons utilisé un maillage non uniforme, très dense près des parois pour tenir compte des gradients importants dans ces couches limites.

Nous avons testé la dépendance de la solution par rapport au maillage et nous avons constaté un écart, entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen, de l'ordre de 1% déterminé avec des maillages non uniformes de 121x121 et de 151x151. Finalement nous avons opté pour une grille de 161x161 pour tenir compte du nombre assez élevé des différentes entrées du fluide dans la cavité.

Le code de calcul développé pour cette étude a été validé en considérant les travaux figurant dans [10]. La comparaison du profil de la vitesse axiale à  $X=0.5$  ainsi que la répartition des lignes de courant ont été comparés et les résultats sont en bon accord, ce qui confirme la fiabilité du code.

### 4. Résultats

Toutes les simulations ont été réalisées en considérant les valeurs des nombres de Richardson, de Prandtl et de Grashof respectivement de 5, 0.7 et  $10^6$ . Le temps adimensionnel total est de 80 (régime établi), avec un pas  $\Delta\tau$  fixé à  $4 \cdot 10^{-4}$ . Le nombre d'entrées varie de 1 à 40, mais pour plus de clarté nous avons présenté les résultats pour 1, 2, 4, 12, 20 et 32 entrées.

L'évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen est représentée par la figure 2 pour les différents nombres d'entrées. D'une manière générale ce nombre décroît brusquement pendant les tous premiers instants (transport de la chaleur par conduction), ensuite il subit de légères oscillations très courtes dans le temps, probablement dus à l'apparition et au développement de zones de recirculation du fluide, puis diminue régulièrement pour se stabiliser à une valeur fixe. L'augmentation du nombre d'entrées du fluide dans la cavité a pour conséquence la diminution de ce nombre et celle-ci devient insignifiante pour un nombre d'entrées égale ou supérieur à 12.

Les isothermes (partie gauche) et les trajectoires (partie droite) sont matérialisées dans la figure 3. La répartition de ces deux caractéristiques dépend du nombre d'entrées. Pour une seule entrée, l'écoulement est subdivisé en trois parties. L'écoulement principal, constituant la première partie, a lieu le long de la paroi chaude. La seconde partie est caractérisée par une zone de recirculation du fluide, dans le sens horaire, située dans la tranche supérieure de la cavité et qui se prolonge, sur une petite épaisseur, jusqu'à l'entrée de celle-ci. La troisième partie est formée par une autre zone de recirculation, dans le sens anti-horaire, située dans la partie inférieure droite de la cavité. La première zone favorise le transfert de la chaleur vers la paroi droite et la seconde la défavorise. Lorsque le nombre d'entrées augmente, tout en restant inférieur à 12, nous notons la présence de tourbillons causée par l'entrée du fluide ainsi que le

rétrécissement progressif de la zone de recirculation supérieure. Ceci a pour effet la ventilation de la partie inférieure droite de la cavité. Lorsque le nombre d'entrées est supérieur à 12, nous remarquons que les isothermes occupent presque la même position dans la cavité. La hauteur de la zone de recirculation se réduit graduellement et se scinde en deux tourbillons (nombre d'entrées égal à 32), l'un situé près de l'entrée et l'autre dans le coin supérieur droit. Les particules fluides pénètrent dans la cavité en ayant une certaine énergie cinétique qui leur permet de s'élever progressivement à l'intérieur de la cavité en empruntant des trajectoires de forme parabolique jusqu'à la paroi chaude où elles sont convectées, grâce aux forces d'Archimède, jusqu'à la sortie. Ceci a pour conséquence directe de confiner l'écoulement principalement le long de la paroi chaude empêchant ainsi la propagation de la chaleur vers la partie droite de la cavité. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen, étant proportionnelles au gradient de température à la paroi chaude, tendent vers une valeur fixe lorsque le nombre d'entrées augmente à partir de 12.

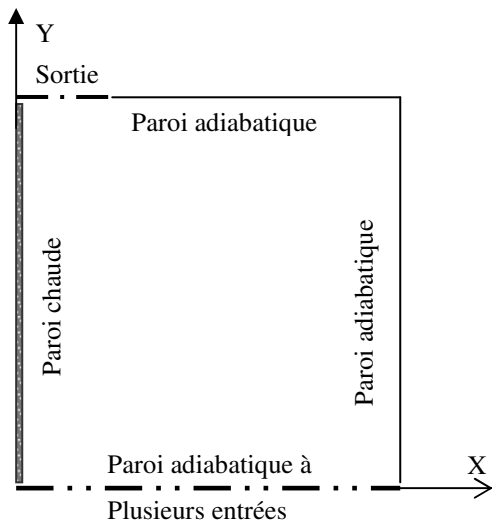


Figure 1 : Schémas de la cavité

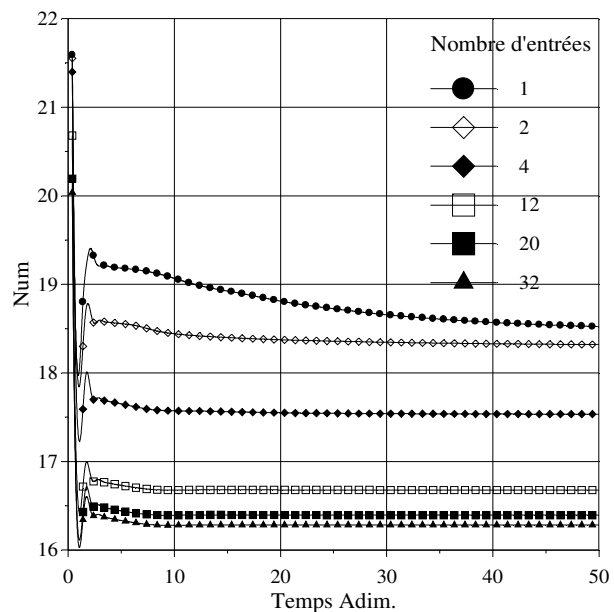
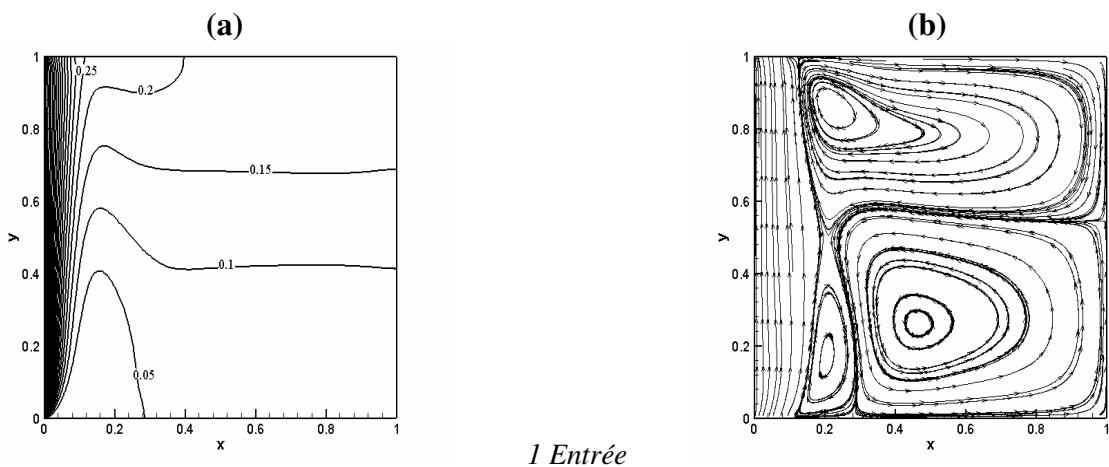
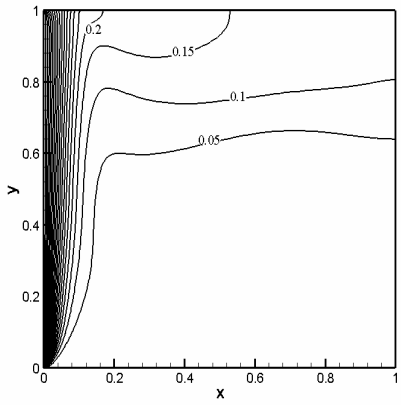


Figure 2 : Evolution du nombre de Nusselt moyen pour les différents nombres d'entrées.

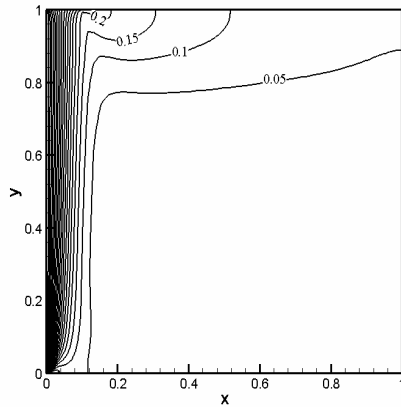
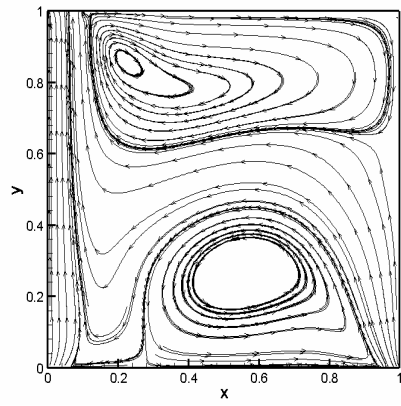


1 Entrée

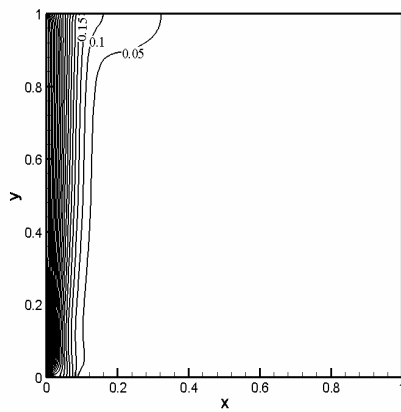
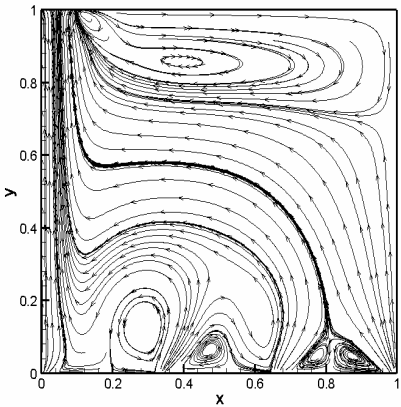
Figure 3 : Isothermes (a) et lignes de courant (b) pour les différents nombres d'entrées



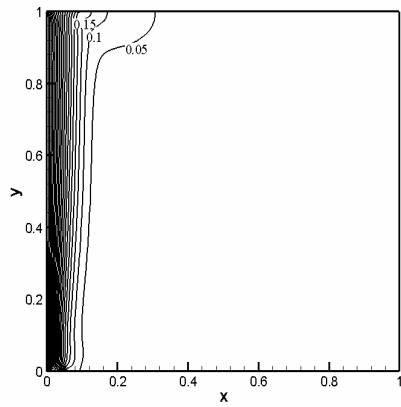
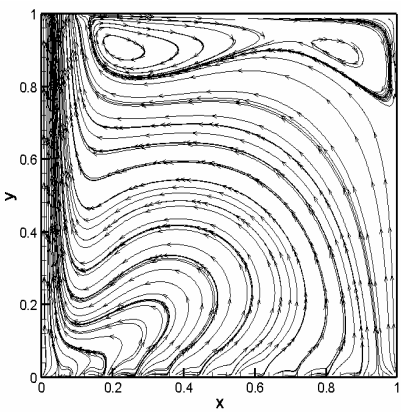
2 Entrées



4 Entrées



12 Entrées



20 Entrées

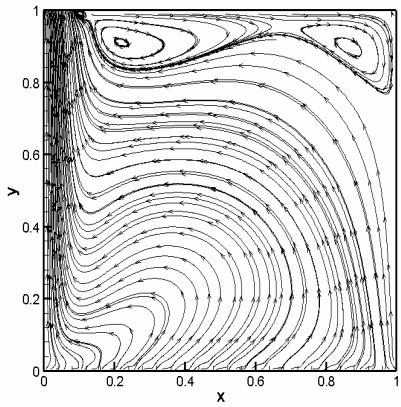
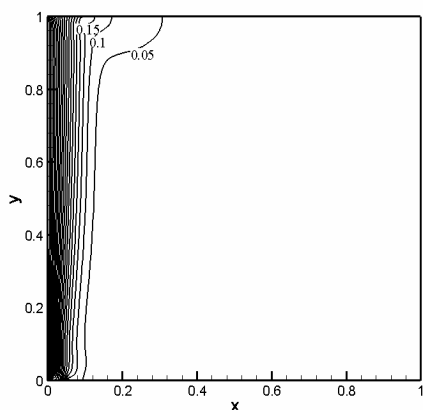


Figure 3 : suite



32 Entrées

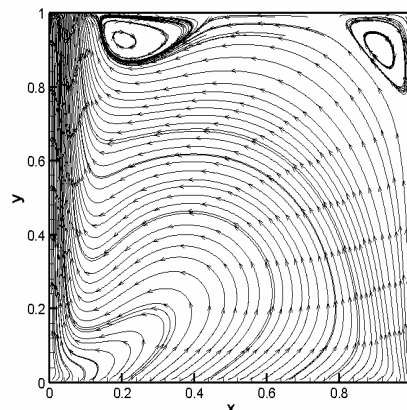


Figure 3 : suite

## 5. Conclusion

La convection mixte, se développant au sein d'une cavité dont la paroi verticale gauche est soumise à une température fixe et dont la paroi inférieure possède plusieurs entrées, a été étudiée numériquement à l'aide d'une formulation fonction de courant-vorticité ( $\psi-\omega$ ). Les premiers résultats montrent qu'au delà d'un nombre d'entrées critique (12 pour le cas considéré) la répartition des isothermes et des lignes de courant dans la cavité étudiée reste inchangée. Les prochaines étapes vont nous permettre une étude plus détaillée de ce nombre critique pour les autres cas de ventilation de la cavité (convection naturelle et forcée).

## Références

- [1] S.Ostrach, Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer ASME* 110 (1988), 1175.
- [2] T.Fusegi, and J.M. Hyun, Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions, *Int. J. Heat Fluid Flow*. 3 (1994), 258-268.
- [3] M. Farge et P. Duhamel, Simulation numérique du régime thermo hydraulique transitoire d'un jet bidimensionnel injecté dans une cavité rectangulaire, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24-10 (1981), 1599-1609.
- [4] A. Raji, et M. Hasnaoui, Correlations en convection mixte dans des cavités ventilées. *Rev. Gen. Therm.* 37, (1988), 874-884.
- [5] I. Tmartnhad, M. Najam, M. El Alami, R. Sehaqui, F. Penot, Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas, *12<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique*, (Tanger, Maroc 15-17Noembre 2005), 363-365.
- [6] D.Angirasa Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface, *Fluid Dynamics Research* 26, (2000), 219-233.
- [7] S.Boudebous and Z.Nemouchi, Heat transfer by unsteady laminar mixed convection in 2-D ventilated enclosures using the vorticity-stream function formulation, *Advanced Computational Methods in Heat Transfer IX WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol.53 (2006), 33-42.
- [8] R.B Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley & Song,
- [9] D.W.Peaceman, and H.H. Rachford, Numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *J. Soc. Indust. Appl. Math.* 3, (1955), 28-41.
- [10] B. Song, G.R. Liu, and K.Y. Lam, Four-point interpolation schemes for convective fluxes *Numerical Heat Transfer, Part B*, 35, (1999), 23-39.