

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITÉ MENTOURI – CONSTANTINE  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE**

N° d'ordre :

Série :

**MÉMOIRE**

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister  
En Génie Mécanique

**MODÉLISATION DE LA CONVECTION A FAIBLE  
NOMBRE DE PRANDTL**

**OPTION :  
Thermo-fluides**

Par :  
**DJIMLI Samir**

Soutenu le : ... /... /...

Devant le jury :

Président :	R. BESSAIH	Prof.	Université Mentouri – Constantine
Directeur du Mémoire :	M. KADJA	Prof.	Université Mentouri – Constantine
Rapporteur :	S. BENISSAAD	M.C.	Université Mentouri – Constantine
Examineurs :	K. TALBI	M.C.	Université Mentouri – Constantine
	O. KHOLAI	M.C.	Université Mentouri – Constantine

**DEDICACES**

*A mes chers parents, mes frères et  
mes sœurs, mes amis et mes collègues  
d'étude.*

## **Remerciements**

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à **Messieurs M. KADJA** et **S. BENISSAAD**, d'avoir dirigé ce travail de recherche. Leurs suggestions, leurs conseils et leurs critiques m'ont permis l'élaboration de ce travail. Qu'ils soient rassurés de mes remerciements les plus respectueux.

Ma gratitude s'adresse à **Mr R. BESSAIH**, Professeur à l'Université Mentouri-Constantine, pour avoir accepté la présidence du jury. Je remercie vivement **Mr K. TALBI** Maître de Conférences à l'Université Mentouri-Constantine et **Mr O. KHOLAI** Maître de Conférences à l'Université Mentouri-Constantine, qui ont accepté de faire partie du jury.

J'adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et collègues du Département de Génie Mécanique

**SOMMAIRE**

Remerciement.....	i
Dédicaces.....	ii
Sommaire.....	iii
Nomenclature.....	iv

<b>I. Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
--------------------------------------	----------

**Chapitre I : Généralités et Bibliographie**

<b>I.1 Généralité.....</b>	<b>3</b>
<b>I.1.1 Convection.....</b>	<b>3</b>
<b>I.1.1.1 Convection dans les cavités.....</b>	<b>4</b>
<b>I.1.1.1.1 Cavité avec gradient de température vertical.....</b>	<b>4</b>
<b>I.1.1.1.2 Cavité avec gradient de température horizontal.....</b>	<b>5</b>
<b>I.1.2 Les fluides à faible nombre de Pr (les métaux Liquide).....</b>	<b>6</b>
<b>I.1.2.1 Propriétés de quelques métaux liquides.....</b>	<b>7</b>
<b>I.1.2.1.1 Le Gallium.....</b>	<b>7</b>
<b>I.1.2.1.2 Le Mercure.....</b>	<b>7</b>
<b>I.1.2.2 Applications des métaux liquides.....</b>	<b>8</b>
<b>I.1.2.2.1 Les méthodes d'élaboration des monocristaux.....</b>	<b>8</b>
<b>I.1.2.2.2 Refroidissement des composants électroniques.....</b>	<b>11</b>
<b>I.2 Synthèse bibliographique.....</b>	<b>12</b>

**Chapitre II : Modèle Mathématique et Présentation du Fluent**

<b>II.1 Modèle Mathématique.....</b>	<b>16</b>
<b>II.1.1 Configuration.....</b>	<b>16</b>
<b>II.1.2 Equations gouvernantes.....</b>	<b>17</b>
<b>II.1.3 Modèle mathématique du problème étudié.....</b>	<b>18</b>
<b>II.1.3.1 Equations dimensionnelles.....</b>	<b>18</b>
<b>II.1.3.2 Equations adimensionnelles.....</b>	<b>20</b>
<b>II.1.4 Modèles de turbulence.....</b>	<b>22</b>

<b>II.2 Présentation des logiciels Gambit et fluent.....</b>	<b>23</b>
<b>II.2.1</b> Préprocesseur Gambit.....	23
<b>II.2.2</b> Code Fluent.....	27
<b>II.2.3</b> Condition aux limites utilisée par le code FLUENT.....	29
<b>II.2.4</b> Modelé Numérique utilisée par le code FLUENT.....	30

## **Chapitre III : Résultats et discussions**

<b>III. 1 Validation du code.....</b>	<b>36</b>
<b>III.1.1</b> Régime stationnaire.....	36
<b>III.1.2</b> Régime instationnaire.....	42
<b>III.2 Influence du nombre de Prandtl.....</b>	<b>44</b>
<b>III.3 Etude du Mercure.....</b>	<b>50</b>
<b>III.3.1</b> Simulation en 2D.....	50
<b>III.3.1.1</b> influence du nombre de Grashof (due à la variation du gradient de température $\Delta T$ ).....	50
<b>III.3.1.2</b> Influence du nombre de Rayleigh .....	54
<b>III.3.1.3</b> Régime instationnaire .....	60
<b>III.3.1.4</b> Régime turbulent.....	62
<b>III.3.1.5</b> Influence du rapport d'aspect.....	64
<b>III.3.2</b> Simulation en 3D.....	69

## **Conclusion**

<b>Conclusion.....</b>	<b>71</b>
------------------------	-----------

## **Références**

<b>Références.....</b>	<b>73</b>
<b>Résumés.....</b>	<b>75</b>

## **Annexe**

## Nomenclature

A	Rapport d'aspect, $A=L /H$
$A_p, A_e, A_w, A_s, A_n$	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée.
$A( P )$	Fonction de schéma numérique.
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante, [J/kg.K]
$D_e, D_w, D_n, D_s$	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n,s de l'équation de transport discrétisée.
$F_e, F_w, F_n, F_s$	Flux convectifs aux interfaces e, w, n,s de l'équation de transport discrétisée.
$F_i$	Force suivant la direction i par unité de volume, [ $N.m^{-3}$ ]
g	Accélération de la pesanteur, [ $m.s^{-2}$ ]
H	Hauteur de la cavité, [m]
i,j	Coordonnées logiques des points.
L	Longueur de la cavité, [m]
Nu	Nombre de Nusselt.
$P'$	Pression hydrodynamique, [Pa]
P	Pression totale, [Pa]
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra= g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$
Gr	Nombre Grashof, $Gr=Ra/Pr$
S	Terme source de l'équation de transport discrétisée.
T	Température dimensionnelle, [K]
t	Temps dimensionnel, [s]
U,V	Composantes de la vitesse adimensionnelles.
u,v	Composantes de la vitesse dimensionnelles, [ $m.s^{-1}$ ]
X,Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.
x,y	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles, [m]

### **Symboles grecs**

$\alpha$	Diffusivité thermique, [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique à pression constante, [ $\text{K}^{-1}$ ]
$\lambda$	Conductivité thermique, [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ]
$\Phi$	Variable dépendante.
$\mu$	Viscosité dynamique, [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\nu$	Viscosité cinématique, [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\theta$	Température adimensionnelle.
$\rho$	Masse volumique, [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
$\tau$	Temps adimensionnel.
$\psi$	Fonction de courant adimensionnelle.
$\Delta\tau$	Incrément du temps adimensionnel.
$\Delta T$	Différence de température, [K]
$\Gamma$	Coefficient de diffusivité.

### **Indices et exposants**

c	Paroi chaude.
cr	Valeur critique.
f	Paroi froide.
nb	Nœuds adjacents : Est, West, Nord et Sud (E, W, N, S)
*	Valeur adimensionnelle.
Rouge	chaude
Bleu	Froide

## **INTRODUCTION GENERALE**

L'utilisation de logiciels pour la résolution de problèmes physiques est de nos jours très fréquents. En effet, dans la plus part des ces problèmes, surtout la résolution de phénomènes (transfert de chaleur, rayonnement, changement de phase...) couplés à la mécanique des fluides n'est possible que sous certaines hypothèses simplificatrices qui ne permettent pas de faire une étude plus réelle des phénomènes physiques observés expérimentalement.

L'objectif de ce travail est de faire une étude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec FLUENT ; contenant un fluide à faible Prandtl (métal liquide) et soumise à un gradient horizontal de température. La convection naturelle dans les métaux liquides a fait l'objet d'études menées par les métallurgistes et les ingénieurs des réacteurs nucléaires parce que les métaux liquides sont un excellent milieu de transfert de chaleur. Puis faire une investigation pour observer les limites du logiciel.

L'intérêt pour l'étude de ce problème est également son implication dans la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs. En effet, l'apparition de la convection pendant la croissance cristalline peut conduire à des inhomogénéités qui conduisent à des striations et à des défauts qui affectent la qualité des cristaux obtenus par les techniques de Bridgman et de Czochralski. Les oscillations de température dues aux instabilités de l'écoulement dans les métaux liquides induisent également un refroidissement non uniforme au niveau du front de la solidification. Dans ce cas, la convection est étudiée dans le but de l'éviter ou de la réduire.

En plus de cet aspect pratique, l'étude des écoulements convectifs dans les métaux liquides présente un intérêt certain du point de vue recherche fondamentale. En effet ce type de fluides opaques à basses températures de fusion (par exemple 302,8 K pour le gallium) sont des fluides à bas nombre de Prandtl ( $Pr$ ) et leurs comportements lorsqu'ils sont soumis à des gradients de température sont assez différents de ceux observés dans les fluides à haut nombre de  $Pr$  (tel que l'eau).



De nombreuses études ont été menées ces dernières années et qui ont permis de mieux comprendre les comportements des métaux liquides lorsqu'ils sont sollicités thermiquement.

Les résultats expérimentaux de la convection naturelle et de transfert de chaleur dans les métaux liquides sont très limités à cause de la difficulté à mener des mesures dans ce type de fluides opaques, Seuls le nombre de Nusselt moyen ou la variation temporelle de la température sont disponibles dans la littérature. Ces résultats ont été corrélés en fonction des nombres de Grashof ou de Rayleigh.

Notre étude est présentée en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur les métaux liquides, leurs descriptions ainsi que leurs applications. Une synthèse bibliographique sur la convection naturelle dans les cavités contenant des métaux liquides est également présentée.

Le deuxième chapitre présente la modélisation du problème et présentation de code du calculer Fluent

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations et comparaisons avec les résultats contenus dans la littérature, Dans le cadre de cette étude, on a considéré l'influence des paramètres suivants :

- Le type de fluide utilisé (gallium, mercure, eau, air),
- Le gradient de température appliqué (nombre de Grashof),
- Le confinement de la couche fluide (rapport d'aspect),

Sur:

- Le taux de transfert de chaleur par convection (nombre de Nusselt),
- Les structures convectives qui apparaissent,
- Les régimes d'écoulement (laminaire, turbulent).

## **I. Généralité et Bibliographie**

### **I.1 GENERALITE**

#### **I.1.1 Convection**

La convection caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide, gaz ou liquide, dont les molécules sont en mouvement (Figure1.1).

Imaginons un solide baignant dans un fluide en mouvement. Si le solide et le fluide ne sont pas à la même température, de la chaleur est échangée entre le solide et les particules fluides qui sont à son contact. Cet échange se fait par conduction. Mais la particule de fluide, dès qu'elle a échangé de la chaleur, se déplace et est remplacée, au contact du solide, par une autre particule. Par ailleurs, la particule fluide initiale rencontre, au cours de son déplacement, d'autres particules fluides avec lesquelles elle échange de la chaleur par conduction. Le mécanisme élémentaire de transfert de chaleur est la conduction thermique mais le phénomène global, qui est la convection thermique, résulte de la combinaison de cette conduction avec les mouvements du fluide qui obéissent à des lois spécifiques. Deux types de convection sont généralement distingués :

La convection naturelle dans laquelle le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules du fluide.

La convection forcée dans laquelle le mouvement est provoquée par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques ; c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide. L'étude de la transmission de chaleur par convection est donc étroitement liée à celle de l'écoulement des fluides.

Les applications du transfert de chaleur par convection sont beaucoup trop nombreuses pour que l'on puisse envisager de les citer toutes. Elles interviennent chaque fois que l'on chauffe ou que l'on refroidit un liquide ou un gaz, qu'il s'agisse de faire bouillir de l'eau dans une casserole, du radiateur de chauffage central, du radiateur associé au moteur d'une voiture ou de l'échangeur dans un procédé, évaporateur ou condenseur. La convection s'applique même si la surface d'échange n'est pas matérialisée par une paroi, ce qui est le cas des condenseurs par mélange ou des réfrigérants atmosphériques.

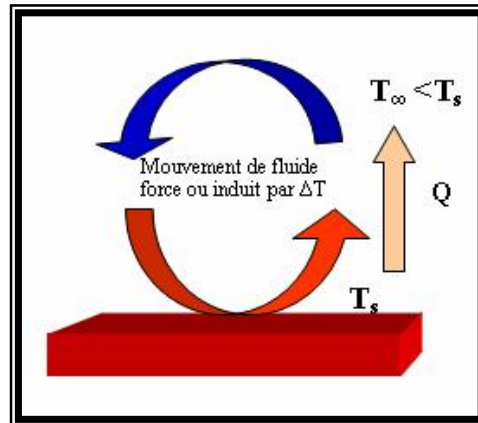


Figure (1.1) : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection

### I.1.1.1 Convection dans les cavités

Une revue de la littérature montre que la cavité rectangulaire est un exemple de configuration extensivement étudiée [1]...[5]. Les travaux s'y rattachant sont en fait si nombreux et variés qu'il devient impensable de les citer tous. De plus, malgré cette abondance apparente, le problème reste loin d'être épuisé. La poursuite de la recherche se rapportant au cas de la cavité rectangulaire apporte souvent des renseignements précieux et montre que les connaissances déjà acquises restent loin d'être suffisantes pour prédire correctement l'état de l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans de telles configurations. Aussi, la recherche actuelle témoigne-t-elle de la carence relative des études se rapportant aux fluides à faible nombre de Prandtl.

#### I.1.1.1.1 Cavité avec gradient de température vertical

La cavité horizontale chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes et soumis au champ de la gravitation. La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit (Figure 1.2)

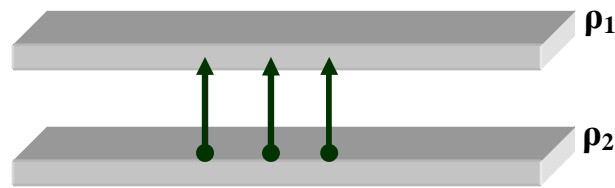


Figure (1.2) : Schéma représentant la particule et le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard

Une perturbation fait monter rapidement une particule de façon qu'elle garde sa masse volumique constante (Figure 1.2). Deux cas peuvent se produire :

- Si  $\rho_2 > \rho_1$ , la force d'Archimède est inférieure à son poids, la particule redescend, le mouvement est stable.

- Si  $\rho_2 < \rho_1$ , la force d'Archimède est supérieure à son poids, la particule continue à monter, le mouvement est instable. Au delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure 1.3)

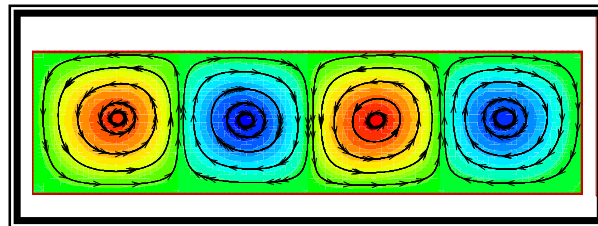


Figure (1.3) : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard

#### I.1.1.1.2 Cavité avec gradient de température horizontal

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffée et refroidie, alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques (Figure 1.4). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Pour  $Ra \leq 10^3$ , le transfert de la chaleur est principalement par conduction dans le fluide et le nombre de Nusselt est égal à l'unité [6].

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités qui contiennent un fluide à faible Pr (métal liquide) comme fluide de convection.

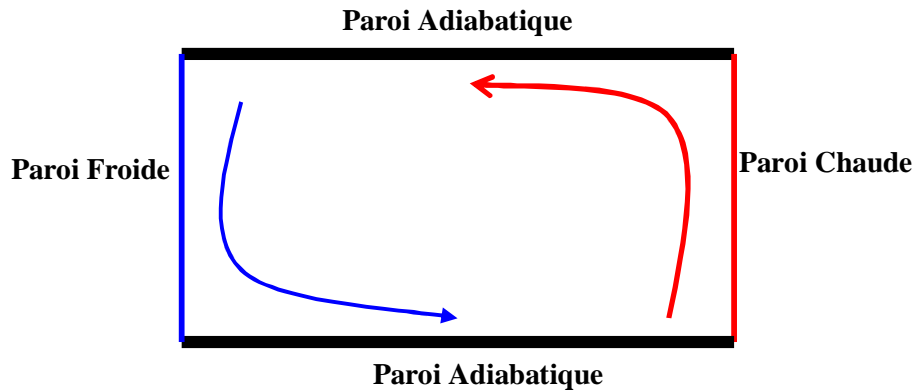


Figure (1.4) : Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal

### I.1.2 Les fluides à faible nombre de $Pr$ (les métaux Liquide)

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuels, ayant des  $Pr$  élevés, et les métaux liquides à bas  $Pr$  ; nous donnons (Tableau (I.1)) à titre d'exemple les caractéristiques d'un liquide à haut nombre de  $Pr$  (eau,  $Pr = 1,72$ ) et d'un métal liquide à bas nombre de  $Pr$  (sodium,  $Pr = 0,0072$ ).

Tableau (I.1) : Propriétés Thermo physique de l'eau et du sodium [7].

	$\rho$	$\mu \times 10^4$	$\lambda$	$C_p$	$\beta \times 10^4$	$\nu \times 10^7$	$Pr$
<b>Eau à 100°C</b>	958	2,81	0,68	4205	7,42	2,8	1,72
<b>Na à 200°C</b>	1130	4,4	81,5	1335	2,57	3,9	0,0072

Ces caractéristiques ne diffèrent fortement que par la conductivité et la viscosité et, corrélativement, par le nombre de Prandtl.

Au sein de la classe des métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables (voir en Annexe les figures (1, 2, 3, 4, 5,6)). Mais la conductivité thermique  $\lambda$  est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et  $Pr \ll 1$ .

Les coefficients de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides ; d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaire notamment) [7].

### **I.1.2.1 Propriétés de quelques métaux liquides**

#### **I.1.2.1.1 Le Gallium**

Généralement, la bauxite est considérée comme la meilleure source de la production de gallium. Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl ( $Pr = 0,025$  à  $300K$ ) et a un point de fusion de  $29,78^{\circ}C$ .

Le Gallium a plusieurs propriétés qui lui donnent l'avantage, sur le silicium dans beaucoup d'applications. Ces avantages sont particulièrement appréciés dans les applications de l'optoélectronique. Le gallium arsenic (GaAs) est ainsi utilisé pour fabriquer des diodes de laser, applications pour lequel le silicium ne peut être utilisé. Le GaAs et le silicium peuvent convertir la lumière en énergie électrique, ce qui les rend utiles pour la fabrication des photodiodes et des cellules solaires, mais le GaAs peut convertir plus de lumière disponible en énergie électrique.

Le gallium arsenic est environ dix fois plus résistant à la radiation que le silicium. Cette résistance est essentielle dans les utilisations dans l'espace où les composants sont exposés aux intenses radiations du soleil [8,16].

#### **I.1.2.1.2 Le Mercure**

En comparaison avec d'autres métaux, le mercure et ses minerais sont rares dans la croûte terrestre.

Le mercure élémentaire possède les caractéristiques d'un métal lourd et précieux. Il a de grandes conductivités électrique et thermique et une faible pénétrabilité à la lumière. Il est malléable à l'état solide. Son poids spécifique est plus élevé que celui du plomb et il est relativement résistant aux influences chimiques. Propriété particulière du mercure, il se présente sous forme liquide à des températures beaucoup plus basses que les autres métaux, le point de fusion se situe à  $-38,84^{\circ}C$  et la température d'ébullition à  $356,5^{\circ}C$ . Il est ainsi le seul métal qui est liquide à température ambiante. Il possède en outre un coefficient de dilatation thermique élevé, proportionnel à la température entre  $0$  et  $100^{\circ}C$ . Les domaines d'utilisation du mercure et de ses composés sont nombreux et très divers : instruments de mesure et de contrôle, fabrication des tubes fluorescents, etc....Le grand inconvénient du mercure est qu'il est toxique, ce qui a conduit à une forte diminution de son utilisation au cours des dernières années [9 ,16].

L'oxyde mercurique qui existe sous deux variétés (jaune et rouge) d'une même espèce cristalline est très peu soluble dans l'eau, il se décompose sous l'effet de la lumière ou de hautes températures en mercure et oxygène.

Le sulfure mercurique qui existe sous deux formes cristallines allotropiques (rouge et noire) est pratiquement insoluble dans l'eau.

Le chlorure mercurique, qui se présente sous forme de cristaux nacrés à saveur métallique désagréable, est facilement soluble dans l'eau, l'oxyde de d'éthyle et l'acétate d'éthyle, très soluble dans les alcools et l'acétone. Les solutions aqueuses sont légèrement acides par suite de l'hydrolyse du sel. Les cristaux émettent des vapeurs dès la température ordinaire.

Le sulfate mercurique, poudre cristalline blanche noircissant à la lumière, s'hydrolyse dès qu'il est en contact avec l'eau, avec formation de sulfate basique jaune, insoluble et d'acide sulfurique.

### **I.1.2.2 Applications aux métaux liquides**

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité de contrôler la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs ou d'améliorer le refroidissement des composants électroniques [10,16].

#### **I.1.2.2.1 Les méthodes d'élaboration des monocristaux**

Semi-conducteur est le nom donné à un matériau caractérisé par des propriétés particulières, il s'agit d'un cristal qui conduit l'électricité mieux qu'un isolant et moins bien qu'un métal.

Dans la vie quotidienne, le terme semi-conducteur évoque l'ensemble des composants, dispositifs et même des systèmes microélectroniques ou électroniques, fabriqués à partir d'éléments semi-conducteurs.

Le principe des méthodes d'élaboration des monocristaux est de provoquer la solidification progressive d'une masse plus ou moins grande de métal liquide à partir d'un cristal « germe » unique [11,16]. La plupart des cristaux élaborés sont produits par les méthodes de Bridgman et de Czochralski qui vont être brièvement décrites dans ce qui suit :

### a. La méthode de Bridgman.

On distingue deux types :

#### i/ Technique de bridgman-stockbarger verticale

Le principe de la technique de Bridgman-Stockbarger est illustré dans la figure (1.5.a), avec un exemple schématique de la réalisation pratique dans la figure (1.5.b). Le métal est fondu dans un creuset scellé de verre ou de quartz. L'ampoule se déplace dans un four dans lequel un gradient de température est établi. Elle passe ainsi progressivement d'une zone chaude au-dessus du point de fusion  $T_m$  dans une zone froide au-dessous du point de fusion. Le composé est solidifié progressivement à partir de l'extrémité inférieure de l'ampoule. En pratique, on utilise un four tubulaire vertical à deux zones de chauffage éventuellement séparées par un déflecteur thermique [11,12,16].

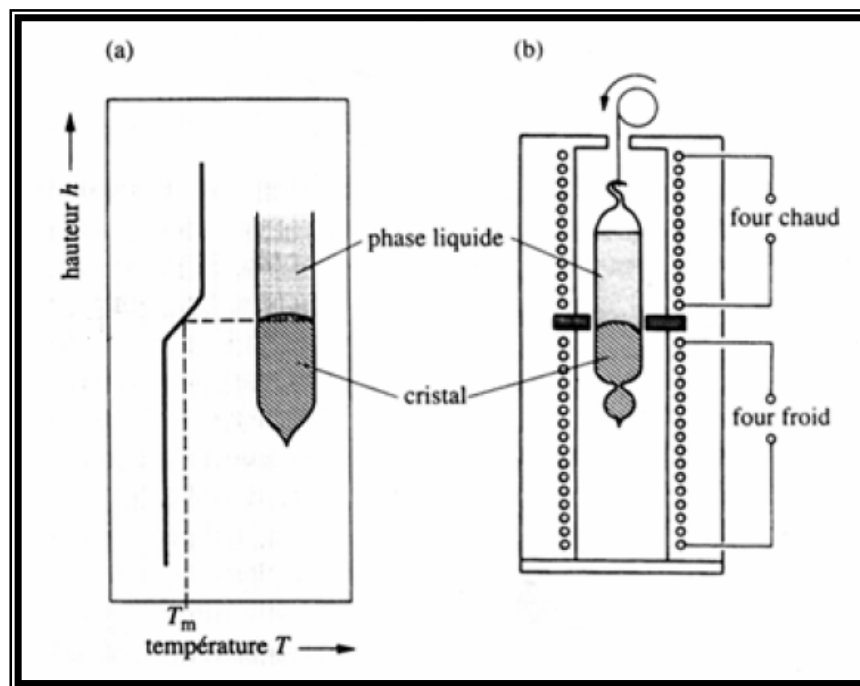


Figure (1.5) : Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger verticale



## ii/ Technique de bridgman-stockbarger horizontale

Le principe de la technique de bridgman-stockbarger horizontale est semblable à celui de la technique verticale. Le matériau en fusion est contenu dans un creuset en forme de « bateau allongé ». Il est progressivement solidifié à partir d'une extrémité (figure 1.6). Cette technique est utilisée, par exemple, pour la production industrielle de monocristaux de gallium arsenic dont le diamètre peut atteindre plusieurs centimètres [11,12,16].

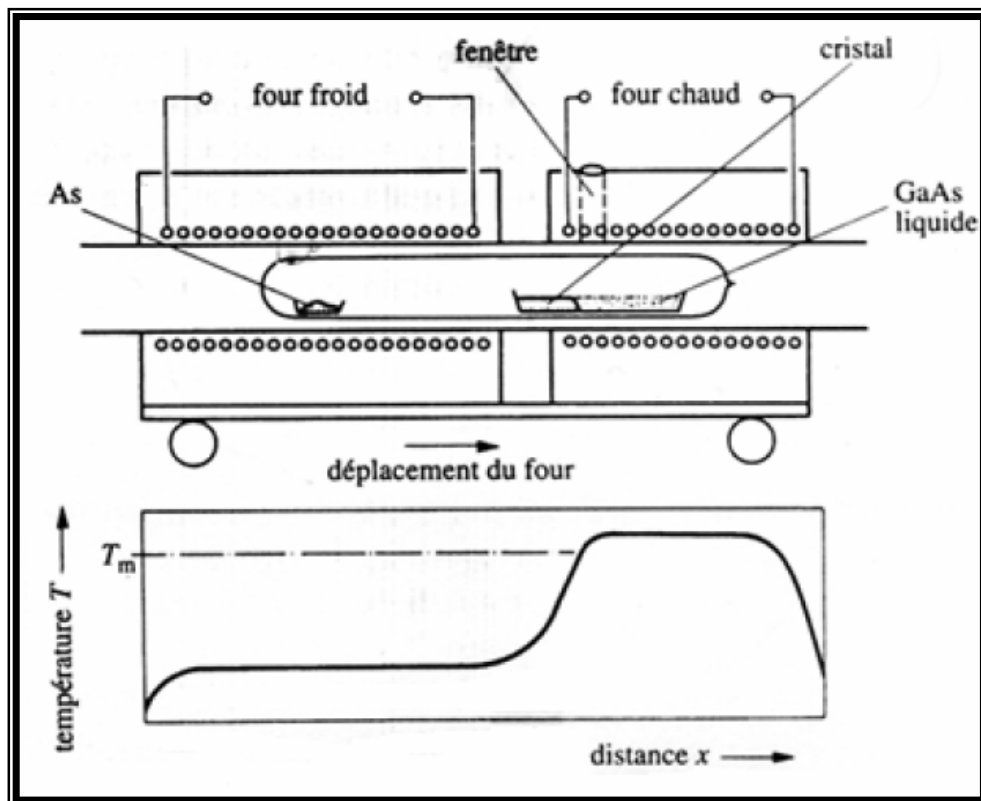
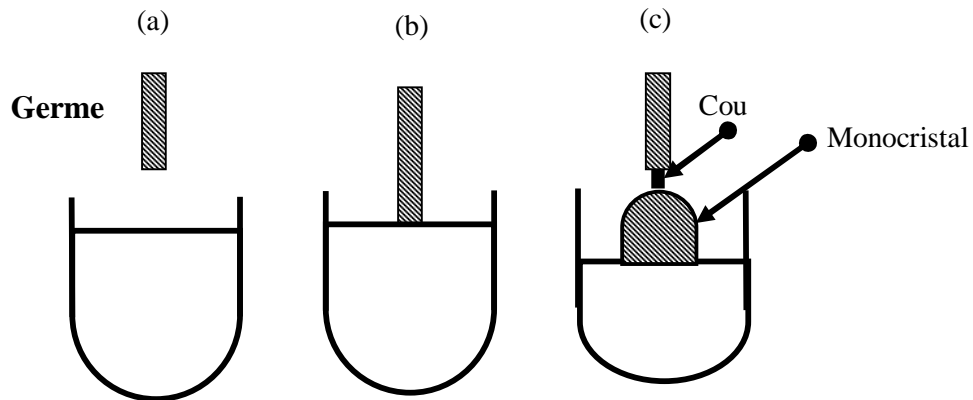


Figure (1.6) : Schéma de principe de la technique de Bridgman-Stockbarger horizontale

### b. Méthode de Czochralski

Le procédé impliquant cette méthode est souvent désigné sous le nom d'étirage de cristaux. Pour un matériau donné, le premier procédé décrit par Czochralski en 1918 est encore aujourd'hui la méthode de croissance de cristaux la plus rapide.

L'étirage de cristaux est également la méthode qui produit un cristal de bonne qualité du point de vue pureté et homogénéité. Actuellement, la moitié des cristaux de haute qualité sont produits en utilisant la méthode de Czochralski.



**Silicium fondu dans un creuset en verre de silice**

Figure (1.7) : Schéma de principe de la méthode de Czochralski

Par exemple la plupart des cristaux de silicium utilisés en microélectronique sont produits par cette méthode. Les cristaux les plus courants ont généralement des diamètres d'au moins 50 mm, les plus gros peuvent atteindre 200 mm de diamètre. Le principe du procédé est illustré dans la figure (1.7) et se déroule de la manière suivante : du silicium polycristallin est chauffé dans un creuset de verre de silice, au dessus du point de fusion du silicium,  $T_m = 1420^{\circ}\text{C}$ . Après homogénéisation de la masse fondue, un « germe » monocristallin est plongé depuis le haut, partiellement fondu, puis retiré graduellement. La formation d'un étranglement par diminution du diamètre favorise l'élimination des défauts. Le diamètre du monocristal en croissance est ensuite augmenté par la réduction de la vitesse de tirage. Des monocristaux de diamètre de l'ordre de 15-20 cm et de 1-2 m de long sont ainsi fabriqués.

Les perfectionnements de la technique de tirage consistent à agir principalement sur les courants de convection dans le bain liquide. Ainsi, l'écoulement au voisinage de l'interface solide/liquide influence le processus de croissance et la qualité structurale du cristal. En plus des courants de convections naturels liés aux gradients de température et aux tensions superficielles, interviennent des convections forcées causées par les rotations respectives du cristal et du creuset, ainsi que par le tirage du cristal [11,12,16].

#### I.1.2.2.2 Refroidissement des composants électroniques

Dans un tout autre ordre d'idée, la miniaturisation croissante des circuits électroniques demande une dissipation de plus en plus efficace de la chaleur qui y est générée. Il s'agit en fait d'un des principaux obstacles à surmonter afin d'augmenter la puissance des ordinateurs et de l'électronique en général. Pour sa simplicité, le système de refroidissement actuellement le plus courant est la convection (naturelle ou forcée) en utilisant l'air ambiant. Un MCP

(matériau à changement de phase), peut alors absorber une grande quantité de chaleur en fondant, ce qui en fait une alternative très intéressante pour dissiper la chaleur émanant des composants électroniques. Étant donné que le phénomène de fusion se produit à l'intérieur d'une plage de température étroite, il est alors possible de contrôler la température de ces composantes. La quantité de chaleur dissipée serait aussi de beaucoup supérieurs à ce qu'il est possible d'obtenir en refroidissant les composants électroniques par l'air ambiant. Il suffirait donc de juxtaposer à ces composants une enceinte de MCP qui permettrait de dissiper l'énergie produite par les sources de chaleur pour un temps d'utilisation donné. Ce système est particulièrement bien adapté à l'utilisation cyclique d'équipements électroniques. Le MCP peut alors céder sa chaleur (en se ressolidifiant) pendant la période d'inactivité [10,16].

## I.2 SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

Après cette préface, nous exposons chronologiquement quelques travaux disponibles dans la littérature qui traite l'écoulement avec transfert de chaleur par convection naturelle, dans les enceintes rectangulaires.

Stewart et Weinberg [1] furent parmi les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle avec des parois horizontales isolées, et des parois verticales isothermes, pour des nombres de Prandtl qui varient de 0,0127 (étain liquide) à 10,0 (eau) avec un nombre de Grashof qui varie de  $2 \times 10^3$  à  $2 \times 10^7$  en (2D). Ils ont comparé le comportement de l'écoulement dans plusieurs types de fluides, et ont démontré que le comportement de l'écoulement dans les métaux liquides est différent de celui des fluides usuels.

Stewart & Weinberg [2] ont étudié expérimentalement la distribution de température et le transfert de la chaleur dans une cavité rectangulaire remplie d'étain liquide.

Viskanta *et al.* [3] ont développé un modèle numérique à trois dimensions pour la convection naturelle dans un métal liquide ( $Pr = 0,02$ ) dans une cavité et ils ont comparé leurs résultats avec des résultats expérimentaux.

Wolff *et al.* [4] ont étudié expérimentale et numérique du transfert de la chaleur dans des cavités verticales en 2D, remplies de métaux liquides. Les expériences ont été menées dans deux enceintes différentes avec deux parois latérales opposées qui sont maintenues à des températures différentes et les autres parois isolées. L'étain et le gallium ont été utilisés comme fluides de convection. Pour plusieurs valeurs des paramètres de contrôles ( $Gr$ ,  $Ra$ ), ils ont trouvé que la convection naturelle dans les métaux liquides est considérablement différente de celle dans les fluides à haut nombre de Prandtl. L'écoulement est alors caractérisé par une grande cellule de convection dans Le centre et de petites cellules de circulation dans les coins de la cavité. Leurs résultats numériques n'étaient pas en accord avec les mesures expérimentales, en particulier au centre de la cavité, le besoin pour des simulations numériques à trois dimensions précises s'est fait donc sentir. Malgré que Viskanta *et al.* [3] ont menés des simulations en 3D, ils ont mentionnés que leurs résultats numériques étaient préliminaires et ont besoin d'un raffinement du maillage. Wolff *et al.* [4] ont également insisté sur le besoin de simulations numériques à trois dimensions plus précises.

Derhail & Koster [5] ont simulé numériquement et en 3D l'écoulement dans une cavité avec le gallium liquide comme fluide de convection. Ils ont comparé les résultats numériques obtenus aux résultats expérimentaux qu'ils ont obtenus par la technique de la radioscopie.

Juel *et al.* [13] ont mené une étude expérimentale et numérique en 3D qui a montré l'importance de l'effet de la troisième dimension sur l'écoulement convectif du gallium liquide.

Les études expérimentales dans des cavités avec des parois latérales chauffées différemment et remplies de métal liquide, avec de hauts nombres de  $Ra$ , sont très limitées. La plupart des études ont été menées en régime laminaire. Wolf *et al.* [4] ont mesuré les profils de température dans une cavité remplie d'étain liquide ( $Pr = 0,011$ ) pour  $Ra=3,66 \times 10^5$ . Leurs résultats ont montré que l'écoulement fluctue, mais aucune analyse supplémentaire n'a été menée pour vérifier si l'écoulement était turbulent ou non. Mohamad et Viskanta [14] ont examiné la convection naturelle turbulente de l'écoulement, dans des cavités avec des gradients de température horizontal et vertical, avec des fluides à bas nombre Prandtl. Ils ont montré des profils de température mesurés dans une cavité remplie de gallium ( $Pr = 0,0208$ ), pour  $Ra = 1,08 \times 10^6$ . Des résultats en simulations numérique directe (DNS) et avec le modèle

$k-\varepsilon$  en 2D ont été comparés aux résultats expérimentaux. Pour la cavité avec un gradient de température horizontal, les résultats du transfert de chaleur peuvent être corrélés en fonction du nombre de Boussinesq ( $B=Ra \times Pr$ ). Une corrélation a été suggérée pour l'écoulement turbulent pour les cavités de rapport d'aspect de 1 jusqu'à 1/6 et pour  $Ra > 5 \times 10^3$  et  $Pr$  allant de 0,022 à 0,005. Ils ont également trouvé que l'écoulement dans les cavités, chauffées différentiellement et avec un rapport de forme égal à l'unité, devient turbulent pour  $B = 4,8 \times 10^3$ .

Wakashima *et al.* [15] ont obtenus numériquement une solution idéale dite «Benchmark» de la convection naturelle tridimensionnelle de l'air dans une enceinte cubique, chauffée différentiellement par les deux parois verticales et les autres sont adiabatiques. Les calculs ont été effectués pour trois nombres de Rayleigh  $10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ . La méthode de résolution est **TSM** (time space method) proposée par Saitoh en 1991. Cette méthode est basée sur la discrétisation du quatrième ordre des termes spatiaux et troisième ordre en arrière des termes temporels. La stabilité numérique de cette méthode est assurée et le choix du pas de temps est arbitraire. Ce travail peut être utilisé pour valider les performances et l'exactitude de n'importe quelle méthode numérique.

Ibrir [16] a étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire de dimension  $0,091 \times 0,063$  contenant du Mercure et soumise à un gradient horizontal de température à l'aide de code ANSYS (éléments fins). Pour plusieurs valeurs des paramètres de contrôles ( $Gr$ ,  $Ra$ ,  $A$ ), elle a trouvée que la convection naturelle dans le Mercure est considérablement différente de celle dans les fluides à haut nombre de Prandtl (eau, air).

L'objectif de l'étude menée par Boutout [17] était la détermination des instabilités hydrodynamiques et thermiques qui apparaissent pour une certaine valeur du nombre de Rayleigh critique,  $Ra_{cr}$ , lors du refroidissement à air d'un et de deux composants électroniques, montés dans une enceinte rectangulaire, ayant un rapport d'aspect égale à 4 et aussi d'analyser l'effet de l'espace entre deux sources de chaleur et le rapport des conductivités thermiques (conductivité thermique du composant/conductivité thermique du fluide) sur la valeur de  $Ra_{cr}$ . Cette étude permettra de donner des informations aux expérimentateurs et industriels sur les valeurs de  $Ra_{cr}$  et les différentes bifurcations obtenues pour la géométrie considérée, afin d'optimiser le refroidissement et le prolongement de la vie des composants électroniques.

Ces dernières années, des études ont été menées sur la transmission de chaleur par convection naturelle en présence de champs magnétiques [18,19]. Un exemple de ces recherches, les travaux de Juel *et al.* [19], qui ont présenté les résultats d'une étude numérique sur les effets d'un champ magnétique sur la convection dans le gallium liquide. Le champ magnétique a été appliqué suivant une direction perpendiculaire à l'écoulement principal, ce qui a réduit la convection. Ils ont trouvé un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. Ils ont montré aussi que les oscillations observées même à des gradients de températures élevés peuvent être supprimées par l'application du champ magnétique.

D'après cette recherche bibliographique, on a constaté que la plupart des études sur les métaux liquides dans les cavités, soumises à un gradient horizontal de températures ont été menées avec l'étain ou le gallium liquides comme fluide de convection. Le mercure qui n'a pas été considéré par ces études, fera ainsi l'objet d'une partie importante de notre travail.

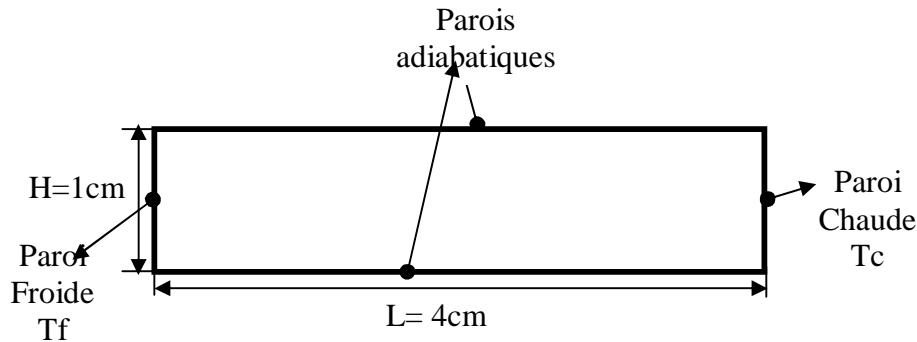
## II. Modèle Mathématique et Présentation du Fluent

Dans ce chapitre, nous présentons la configuration considéré dans cette étude ainsi que les équations gouvernantes et les conditions initiales et aux limites du phénomène physique étudié.

### II.1 Modèle Mathématique

#### II.1.1 Configuration

Une enceinte rectangulaire de dimension  $L \times H$  et de rapport d'aspect  $A=L/H=4$  contient un fluide à faible nombre de Prandtl (mercury, gallium,...), chauffée différenciélement et les autres parois sont adiabatiques **figure (2.1)**, avec un maillage de  $200 \times 50$



**Figure (2.1)** : Schéma de la Configuration considérée

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de **Navier Stokes** et **l'équation d'énergie**, qui expriment la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous allons considérer quelques approximations entre autres les approximations de **Boussinesq**.

Nous supposons alors que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volume; le fluide étant supposé newtonien, et incompressible

## II.1.2 Equations gouvernantes

Les équations qui gouvernent le phénomène de convection naturelle dans l'enceinte sont :

### II.1.2.1 L'équation de continuité

Elle déduite du principe de conservation de masse et s'exprime sous forme tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (ru_j) = 0 \quad (II.1)$$

(j=1, 2, 3 : indice de sommation)

Pour un fluide Newtonien incompressible, l'équation (II.1) se réduit à :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (II.2)$$

### II.1.2.2 Les équations de quantité de mouvement

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, le taux temporaire de changement de quantité de mouvement d'une particule fluide est égal à la somme des forces extérieures sur cette particule. L'équation de la dynamique sous forme tensorielle s'écrit alors comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (ru_i) + \frac{\partial (ru_j u_i)}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ m \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (II.3)$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t} (ru_i)$  : Représente le taux de variation de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (ru_j u_i)$  : Représente le taux nette de transport de quantité de mouvement suivant la direction

i, par mouvement du fluide.

$F_i$  : Représente les force du volume suivant la direction i.

$\frac{\partial p}{\partial x_i}$  : Représente les forces dûe à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ m \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$  : Représente les forces nettes de viscosité.

L'équation (II.3) représente la conservation de quantité de mouvement (équation de Navier Stokes) d'un fluide visqueux incompressible pour un régime transitoire.



### II.1.2.3 L'équation de l'énergie

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique. Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = a \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad (II.4)$$

$$\text{Où : } a = \frac{K}{r C_p}$$

$a$  : La diffusivité thermique.

$K$  : La conductivité thermique.

$C_p$  : La chaleur spécifique à pression constante.

## II.1.3 Modèle mathématique du problème étudié

### II.1.3.1 Equations dimensionnelles

Considérons l'équation de quantité de mouvement suivant  $y$  qui est parallèle au vecteur de gravité  $\mathbf{g}$ .

$$r \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (vv) \right] = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( m \frac{\partial v}{\partial y} \right) - rg \quad (II.5)$$

Sachant que :

$$p' = p + r_0 g y \quad (II.6)$$

Avec :

$p'$  : Pression hydrodynamique.

$p$  : Pression totale.

$r_0 g y$  : Pression hydrostatique.

On a encore :

$$- \frac{\partial p}{\partial y} = - \frac{\partial p'}{\partial y} + r_0 g \quad (II.7)$$

Rajoutant aux deux membres de l'équation (II.7) le terme  $(-rg)$  on obtient :

$$- \frac{\partial p}{\partial y} + (-rg) = - \frac{\partial p'}{\partial y} + (r_0 - r) g \quad (II.8)$$

On écrit le terme droit de l'équation (II.8) sous la forme :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + (r_0 - r)g$$

Négligeant la Pression P' mais considérant que p est la pression hydrodynamique.

On considère l'hypothèse de Boussinesq qui exige que :

$r = r_0$  Dans tous les termes des équations de mouvement, sauf dans le terme de gravité  $(-rg)$ , et en supposant que la masse volumique varie linéairement avec la température. En faisant un développement de Taylor d'ordre 1 de la masse volumique, on obtient :

$$r = r_0 + \left. \frac{\partial r}{\partial T} \right|_p (T - T_0) + o(\Delta T^2) \quad (II.8.a)$$

$$r = r_0 + \frac{1}{r_0} \left. \frac{\partial r}{\partial T} \right|_p r_0 (T - T_0) + o(\Delta T^2) \quad (II.8.b)$$

D'où:

$$r - r_0 = -br_0(T - T_0) \quad (II.9)$$

Avec :

$$b = -\frac{1}{r_0} \left. \frac{\partial r}{\partial T} \right|_p \quad (II.10)$$

$b$  : Le coefficient d'expansion thermique.

En substituant l'équation (II.10) dans (II.8) on aura :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + (r_0 - r)g = -\frac{\partial p}{\partial y} + r_0 g b (T - T_0) \quad (II.11)$$

Avec les hypothèses du fluide Newtonien incompressible, l'hypothèse de Boussinesq est vérifiée, la convection naturelle bidimensionnelle se modélise alors comme suit :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (II.12)$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$r_0 \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uu) + \frac{\partial}{\partial y} (vu) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( m \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (II.13)$$

- *Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :*

$$r_0 \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( m \frac{\partial v}{\partial y} \right) + r_0 g b (T - T_f) \quad (II.14)$$

- *Equation de l'énergie :*

$$r_0 C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (II.15)$$

### II.1.3.2 Equations adimensionnelles

Au lieu de parler des coordonnées  $x, y$  d'une particule à l'instant  $t$ , de composante  $u, v$  d'une vitesse et de pression  $p$ , nous utiliserons de nouvelles variables définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, t = \frac{t}{(H^2/a)} \\ U &= \frac{u}{(a/H)}, V = \frac{v}{(a/H)}, P = \frac{P}{r_0(a/H)^2} \\ q &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \end{aligned} \quad (II.16)$$

L'emploi des variables réduites dans les équations (II.12-II.15) permet de s'approcher de la réalité des phénomènes physiques, car leurs existences et leurs déroulements sont indépendants du système d'unités de mesure utilisé. Les équations adimensionnelles deviennent alors :

- *Equation de continuité :*

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (II.17)$$

- *Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :*

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right\} \quad (II.18)$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\} + Ra \cdot Pr \cdot q \cdot A \quad (II.19)$$

- **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial q}{\partial t} + U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial q}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial q}{\partial Y} \right) \quad (II.20)$$

Avec :

- $\dot{U}$   $A=L/H$  : le rapport d'aspect de la cavité
- $\dot{U}$   $Pr = \nu/\alpha$  : le nombre de Prandtl
- $\dot{U}$   $Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$  : le nombre de Rayleigh

- **Nombre de Prandtl :**

**$Pr = \nu/\alpha = \text{viscosité cinématique}/\text{diffusivité thermique}$**

Le nombre de Prandtl est donc le rapport de 2 grandeurs ayant les mêmes dimensions, soient  $m^2/s$ . La viscosité cinématique représente la diffusion de la vitesse (qui dépend des forces visqueuses) alors que la diffusivité thermique est la capacité du fluide de conduire de la chaleur. Aussi, Pr nous donnera une indication sur le rapport des effets thermiques et visqueux. Avec un Pr donné, il est possible de savoir à quel type de fluides nous avons à faire.

- **Nombre de Rayleigh:**

**$Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$**

- *Gradient de température dans le champ de gravité (direction y)*

Le nombre de Rayleigh est directement lié à la convection.

La convection a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à la hausse de température) crée le mouvement du fluide.

Cependant, il faut que cette force d'Archimède soit assez grande pour contrer les forces visqueuses qui s'opposent au mouvement de la particule.

De plus, si l'équilibre thermique est atteint, il n'y a plus de force d'Archimède. La capacité d'une particule d'entrer en équilibre avec son environnement plus ou moins rapidement dépend de sa diffusivité thermique ( $\alpha$ )

Ra nous donne le rapport entre le temps pour que la chaleur diffuse et celui pour que la particule entre en mouvement.

- *Gradient de température dans une direction différente de la gravité*

Dans ce cas, il y a convection naturelle quelque soit la valeur de Ra parce que les particules de fluide n'ont pas à lutter contre la force de gravité pour se déplacer.

## II.1.4 Modèles de turbulence

Il y'a quatre modèles de turbulence dans le code Fluent

- Spalart-Allmaras (1 équation)
- K-epsilon (2 équations)
- K-Omega (2 équations)
- Reynolds Stress (5 équations)

Pour notre simulation en régime turbulent, on a utilisé le modèle K-epsilon standard à deux équations de transport qui est le plus utilisé et qui donne, en général, de bons résultats dans les configurations simples.

Les équations standard de l'énergie cinétique turbulente (K), et de son taux de dissipation ( $\epsilon$ ) ont respectivement la forme suivante :

Equation de l'énergie cinétique turbulente K :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_K \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( n + \frac{C_m k^2}{s_k e} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] + \frac{C_m k^2}{s_k} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - e \quad (II.21)$$

Equation de la dissipation  $\epsilon$  :

$$\frac{\partial e}{\partial t} + U_K \frac{\partial e}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( n + \frac{C_m k^2}{s_k e} \right) \frac{\partial e}{\partial x_k} \right] + C_{e1} C_m k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - C_{e2} \frac{e^2}{k} \quad (II.22)$$

Les valeurs des coefficients du modèle k- $\epsilon$  standard sont :

$$C_\mu = 0,09, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\epsilon = 1,22, \quad C_{\epsilon1} = 1,44, \quad C_{\epsilon2} = 1,9$$

## II.2 Présentation des logiciels Gambit et fluent

### II.2.1 Préprocesseur Gambit

C'est un préprocesseur intégré pour l'analyse en CFD (computational fluid dynamics), il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques, Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage. Eventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO peut être importée dans ce préprocesseur. Les options de génération de maillage de Gambit offrent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés.

#### -Interface de gambit

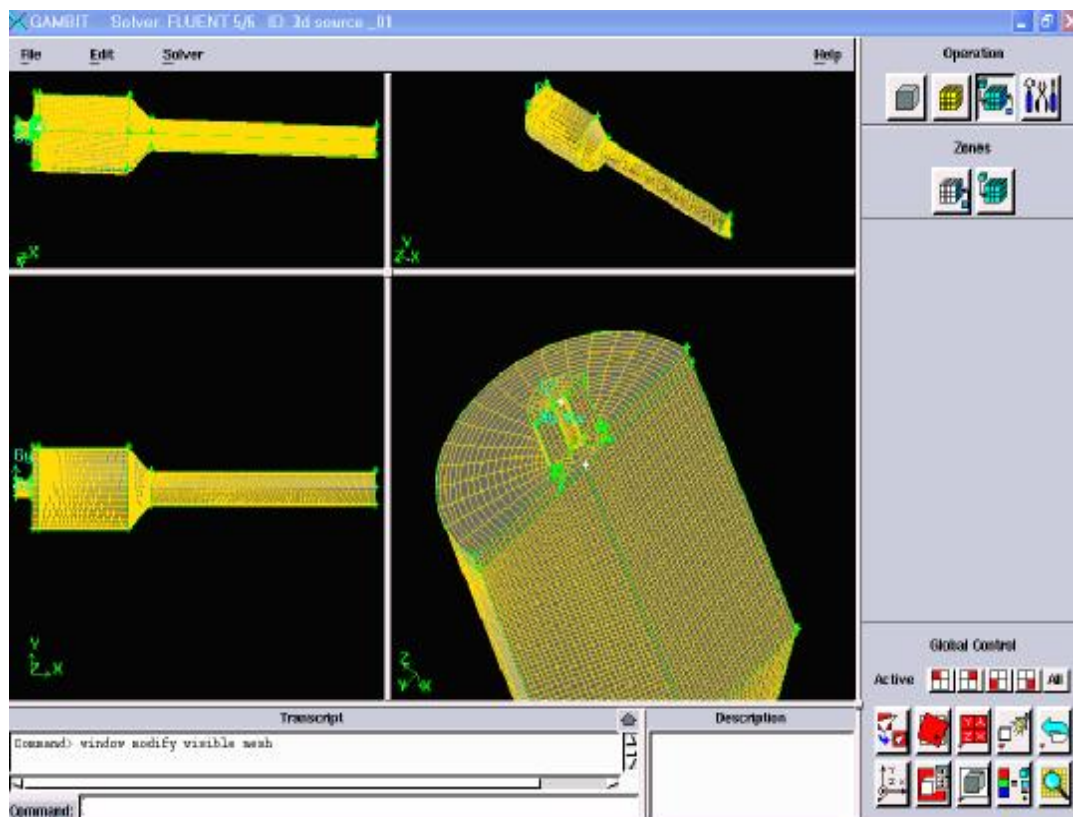


Figure (2.2) interface de gambit

C'est une interface facile à manipuler .elle est décomposé en plusieurs parties

### a. Fenêtre d'outils d'opération:

Chaque bouton de cette fenêtre correspond à une fonction bien définie **figure (2.3)**



Figure (2.3)

#### a.1. Construction de la géométrie

Elle est créée à partir de points, de cotés, de surfaces, de volumes ou d'un groupe de tous ces éléments. On peut effectuer des opérations d'union, d'intersection, de séparation d'effacement de décomposition **figure (2.4)**.

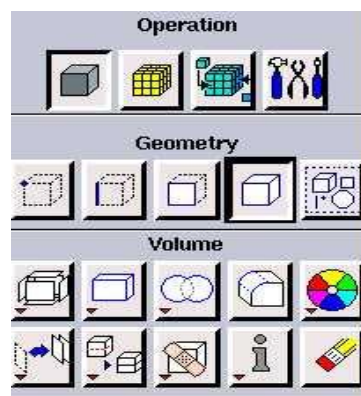


Figure (2.4)

#### a.2. Génération de maillage

Cette fonction permet la génération de tous types de maillage, la manipulation du maillage généré et même la création d'une couche limite s'il y a lieu **figure (2.5)**.

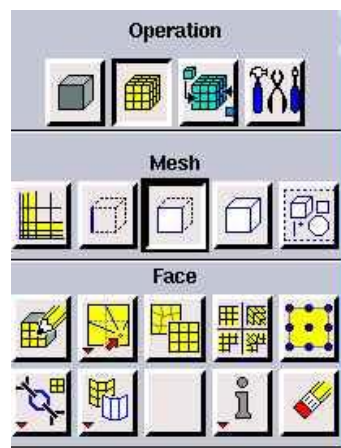


Figure (2.5)

### a.3. Incorporation des conditions aux limites

Plusieurs types de conditions aux limites sont disponibles selon le problème traité. A noter que l'espace maillé est pris par défaut comme étant fluide **figure (2.6)**.

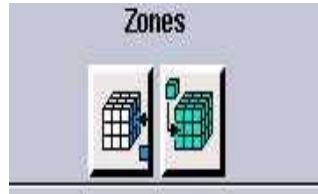


Figure (2.6)

### a.4. Boutons d'outils

Ils permettent de spécifier le système de coordonnées par exemple ou d'autres opérations spécifiques **figure (2.7)**.

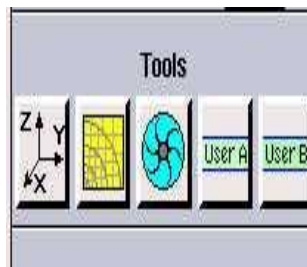


Figure (2.7)

### b. Fenêtre de contrôle global

Elle concerne l'orientation, l'affichage, la lumière et la vérification du maillage **figure (2.8)**

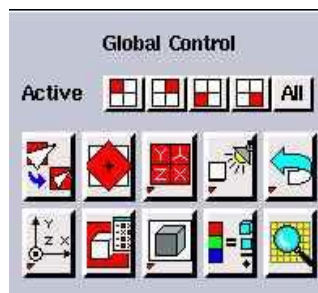
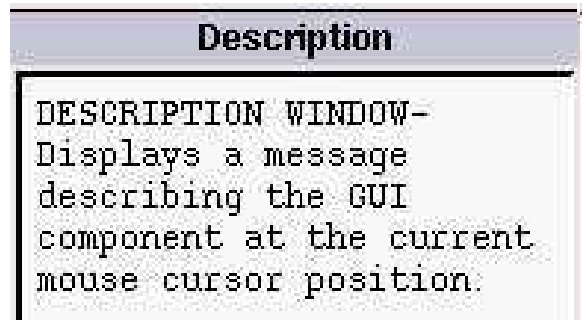


Figure (2.8)



### c. fenêtre des descriptions

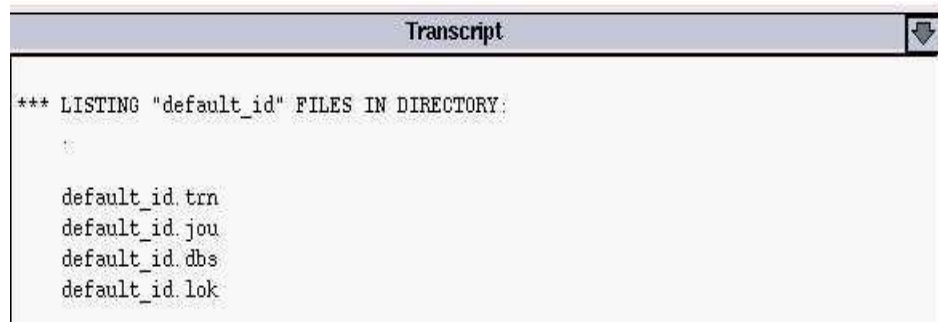
Elle concerne l'orientation, l'affichage, la lumière et la vérification du maillage **figure (2.9)**



**Figure (2.9)**

### d. Fenêtre de la liste des commandes

Elle contient la liste des commandes antérieures. Si nécessaire, on peut ajouter une commande écrite pour être exécutée **figure (2.10)**



**Figure (2.10)**

### e -types des fichiers qui sont créés par gambit

Quatre fichiers sont créés par défaut :

- **nom-fichier.dbs** : **database** qui contient toutes les informations nécessaires à Gambit pour créer le maillage.
- **nom-fichier.jou** : journal file qui contient les commandes que l'on a effectuées.
- **nom-fichier.trn** : transcript file qui contient les messages donnés dans la fenêtre de dialogue **Transcript**.
- **nom-fichier.lok** : pour l'utilisation.

Le fichier le plus important créé par l'utilisateur prend l'extension **nom-fichier .msh**

## II.2.2 Code Fluent

Fluent est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes.

Il présente une grande flexibilité des résultats et une adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il permet le raffinement du maillage en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenue. Cela est très utile dans la région à gradients importants (couches limites, couches à cisaillement libre).

Fluent écrit en langage C, il emploie toute la flexibilité et la puissance qu'offre ce langage. Il utilise l'architecture serveur client nécessaire au calcul parallèle sur plusieurs machines

Fluent dispose d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation. On peut aussi exporter les résultats vers un autre logiciel de graphisme, et l'option UDF permet de résoudre des équations additionnelles ou des termes sources additionnelles définies par l'utilisateur.

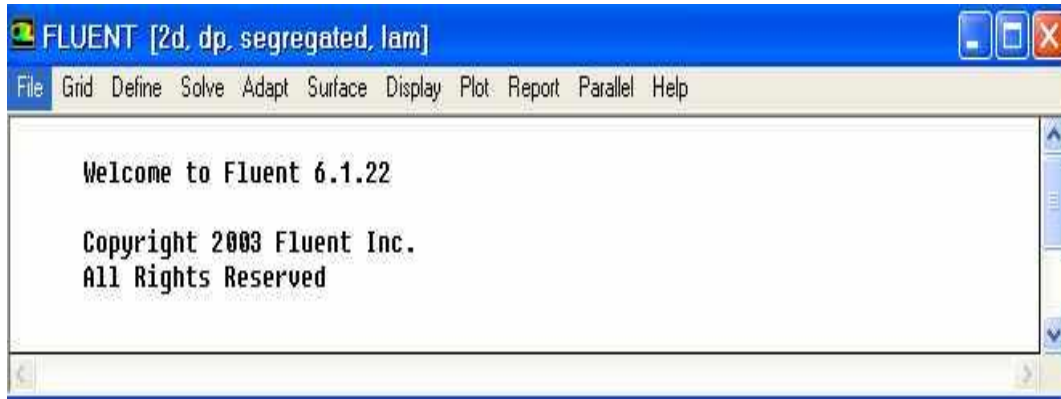
### -Interface du code Fluent

On peut démarrer 4 versions de Fluent **2D**, **3D**, **2DDP**, **3DDP** ayants la même interface **figure (2.11)**.



Figure (2.11)

- **2D** (2 Dimensions)
- **2DDP** (2 Dimensions Double Précision)
- **3D** (3 Dimensions)
- **3DDP** (3 Dimensions Double Précision)



**Figure (2.12)**

Les fonctions (**figure (2.12)**) disponibles pour la procédure numérique sont :

**File** : pour les opérations concernant les fichiers: lecture, sauvegarde, importation...etc.

**Grid** : pour la vérification et la manipulation du maillage et de la géométrie.

**Define** : pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

**Solve** : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

**Adapt** : pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

**Surface**: pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

**Display et plot**: pour l'exploitation des résultats.

**Report** : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

**Parallel** : pour le calcul parallèle.

**Help** : pour l'exploitation du contenu du code.

### II.2.3 Condition aux limites utilisée par le code FLUENT

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classés comme suite

- a) **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust)
- b) **Mur et conditions du pole** : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodique, plan de symétrie (symétrie).
- c) **Cellules des zones internes** : fluide ou solide (de différent type).
- d) **Condition des faces internes** : ventilation, radiation, mur intérieur.

Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :

**1-- à l'entrée du domaine** : la valeur du variable est connue.

**2-- à la sortie du domaine** : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.

**3-- à la paroi** : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).

**4-- Sur l'axe de symétrie** : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

## II.2.4 Modèle Numérique utilisée par le code FLUENT

Le code Fluent utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations de transport. Dans cette méthode, on intègre des équations de conservation que l'on applique sur chaque volume de contrôle élémentaire. A partir des variables connues aux centres des volumes, on évalue les flux aux surfaces des volumes par interpolation. La grille est a priori quelconque, permettant ainsi de traiter des écoulements à géométrie complexe. Cette méthode donne de très bon résultat, car elle garantit la conservation des bilans massique et thermique sur tout le domaine étudié.

### II.2.4.1 Maillage

Les équations différentielles ponctuelles qui gouvernent notre phénomène sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées au point  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{s}$  (**Fig 2.13**). Notons  $P$  le centre du volume de contrôle considéré et  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{S}$  sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant  $\mathbf{P}$ . Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (**Fig 2.14**). Par contre, les quantités vectorielles (composantes  $u$  et  $v$ ) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (**Fig 2.14**) et (**Fig 2.15**). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalées vers la droite pour l'impulsion suivant  $X$  et vers le haut pour l'impulsion suivant  $Y$ .

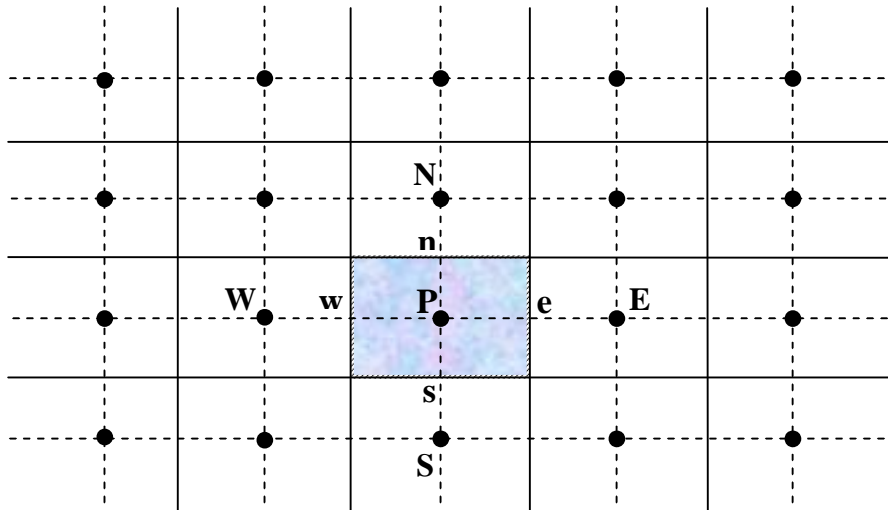


Figure (2.13): Volume de contrôle bidimensionnel.

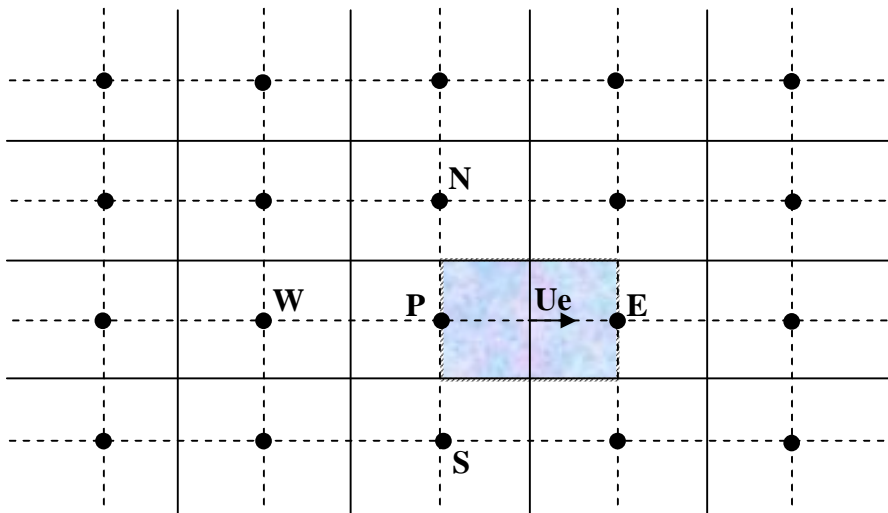


Figure (2.14): Volume de contrôle décalé vers la droite.

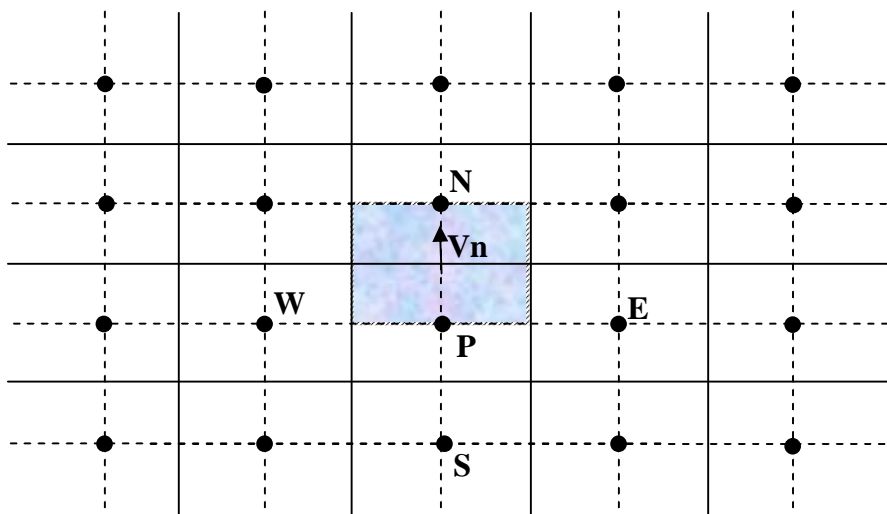


Figure (2.15) : Volume de contrôle décalé vers le haut.

## II.2.4.2 Intégration d'une équation générale de transport

### II.2.4.2.1 Equation générale de transport

Considérons l'équation de transport de la variable  $f$  :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j}(U_j f) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \Gamma \frac{\partial f}{\partial X_j} \right) + S_f \quad (II.23)$$

(j : indice de somme ; i=1, 2 dans le cas bidimensionnel)

$\frac{\partial f}{\partial t}$  : Le terme transitoire.

$\frac{\partial}{\partial X_j}(U_j f)$  : Le transport par convection de  $f$ .

$\frac{\partial}{\partial X_j} \left( \Gamma \frac{\partial f}{\partial X_j} \right)$  : Le transport par diffusion de  $f$ .

$S_f$  : Le terme source.

Pour notre problème nous donnons la définition de  $f$ ,  $\Gamma$  et  $S_f$  dans le tableau suivant :

Table II.1 : Définition de  $f$ ,  $\Gamma$  et  $S_f$  des équations gouvernantes.

Equation	$f$	$\Gamma$	$S_f$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra Pr q.A$
Energie	q	1	0

### II.2.4.2.2 Intégration sur un volume de contrôle typique

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante  $f$  dans un volume cartésien bidimensionnel, on intègre l'équation générale de transport (équation (II.21)) sur un volume de contrôle (Fig 2.16) :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e \frac{\partial f}{\partial t} dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial X} dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e \frac{\partial J_y}{\partial Y} dXdYdt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e S_f dXdYdt \quad (II.24)$$

Avec :

$$J_x = Uf - \Gamma \frac{\partial f}{\partial X}$$

$$J_y = Vf - \Gamma \frac{\partial f}{\partial Y}$$

Le résultat de l'intégration de l'équation (II.22) et la division par  $\Delta t$  donne :

$$\frac{f_p^{n+1} - f_p^n}{\Delta t} \Delta X \Delta Y + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \overline{S_f} \Delta X \Delta Y \quad (II.25)$$

Où :  $n$  et  $n+1$  correspondant les incréments du temps  $t$  et  $t + \Delta t$ .

$$J_e = U_e f_e \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_e \Delta Y$$

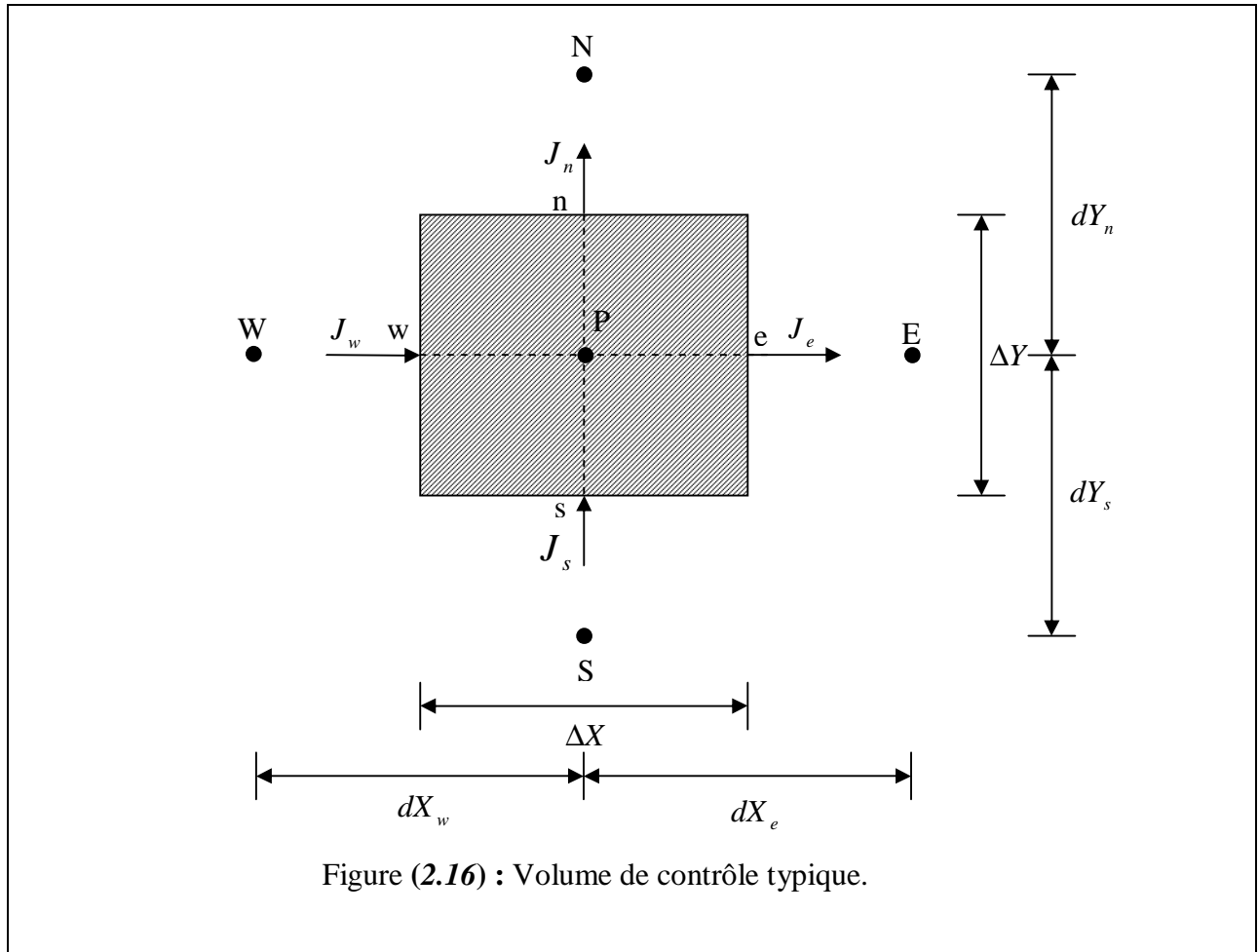
$$J_w = U_w f_w \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_w \Delta Y \quad (II.26)$$

$$J_n = V_n f_n \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_n \Delta X$$

$$J_s = V_s f_s \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_s \Delta X$$

Les quantités  $J_e, J_w, J_n$  et  $J_s$  sont les flux aux interfaces (e,w,n,s). Le terme  $S_f$  est supposé être constant dans le volume de contrôle.  $\overline{S_f}$  est évalué au centre du volume de contrôle.





### II.2.4.2.3 Les Schémas numériques

Nous allons présenter une forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux total de convection et diffusion est calculé par une fonction  $A(|P|)$ , on peut écrire l'équation discrétisée sous forme compacte comme :

$$A_P f_P^{n+1} = A_E f_E^{n+1} + A_W f_W^{n+1} + A_N f_N^{n+1} + A_S f_S^{n+1} + b \tag{II.27}$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \tag{II.28}$$

$$b = (\bar{S}_f + \frac{f^n}{\Delta t}) \Delta X \Delta Y$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} \tag{II.29}$$

$$\begin{aligned}
 F_e &= U_e \Delta Y \\
 F_w &= U_w \Delta Y \\
 F_n &= V_n \Delta X \\
 F_s &= V_s \Delta X
 \end{aligned}
 \tag{II.28}$$

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y \\
 D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \\
 D_n &= \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X \\
 D_s &= \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \\
 P_e &= \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad \text{et} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} .
 \end{aligned}
 \tag{II.29}$$

Où :  $(F_e, F_w, F_n, F_s)$ ,  $(D_e, D_w, D_n, D_s)$  et  $(P_e, P_w, P_n, P_s)$  sont respectivement, les flux convectifs et diffusifs, et les nombres de Peclet aux interfaces e,w,n et s

- **Fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques**

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques.

Table II.2 : Fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A( P )$
<b>Différences centrées</b>	<b><math>1-0.5 P </math></b>
<b>Upwind</b>	<b>1</b>
<b>Hybrid</b>	<b>Max [0, <math>1-0.5 P </math>]</b>
<b>Power Law</b>	<b>Max [0, <math>(1-0.1 P )^5</math>]</b>
<b>Exponentiel</b>	<b><math> P  / [\exp( P )-1]</math></b>

Dans le présent travail nous utilisons :

- Ø Le schéma power-law ce schéma est mieux placé pour capter les phénomènes physiques de transfert de chaleur,
- Ø Le schéma de discrétisation du couplement Pression vitesse est le SIMPLE,
- Ø Le Critère de convergence utilise par FLUENT est la sous-relaxation.

### III. Résultats et Discussions

#### III. 1 Validation du code

##### III.1.1 Régime stationnaire

Afin d'élaborer une comparaison constructive et objective des résultats obtenus par nos simulations numériques avec des travaux expérimentaux disponibles dans la littérature, et de donner des interprétations aux phénomènes observés, il est utile de valider au préalable le code de calcul Fluent

La première étape consiste à valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux de Derbail & Koster [5] et de Koster *et al.* [20]. Pour cela, on a employé les mêmes conditions figure (3.1) (fluide de convection: gallium, cavité rectangulaire de dimensions (0,050x0,035x0,002), régime laminaire,  $\Delta T=60$  K et  $Gr = 1,86 \times 10^7$ ) que Derbail & Koster [5] qui ont obtenus leurs résultats avec le code numérique FIDAP (Figures 3.2.a) et Koster *et al.* [20] qui ont obtenus des résultats expérimentaux en utilisant la technique de radioscopie (Figures (3.2.b)).

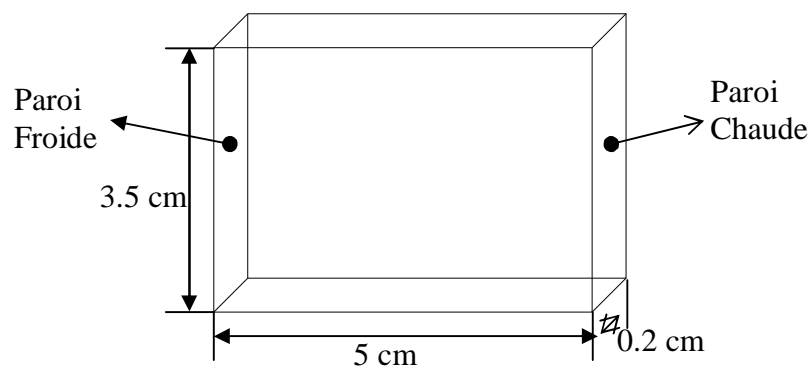
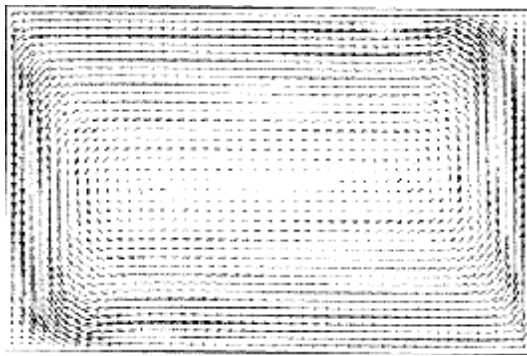
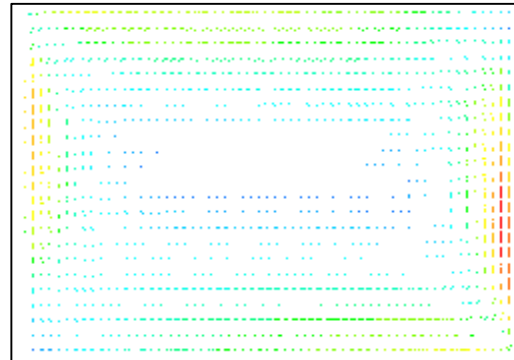


Figure (3.1) : Configuration considérée par Koster *et al.* [20].

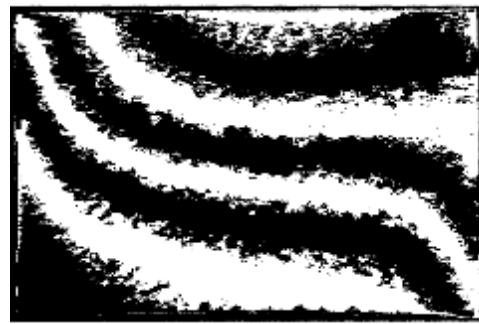
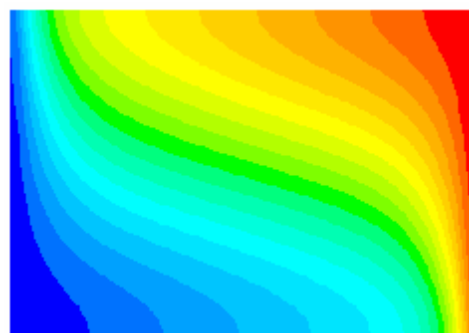
Les figures 3.2.a et 3.2.b, montrent que nos champs de températures et de vitesse sont en bon accord avec les résultats expérimentaux et numériques obtenus en [20,5].



(a) résultat numérique de Derbail &amp; Koster [5]



(b) Résultat de notre calcul (code Fluent)

Figure (3.2.a): champs de vitesse pour le gallium  $Gr = 1,86 \times 10^7$ (a) Résultat numérique de Elba O. *et al.* [21](b) Résultat expérimental de Juel *et al.* [14]

(c) Résultat de notre calcul (code Fluent)

Figure (3.2.b): champs de température pour le gallium  $Gr = 1,86 \times 10^7$

Une deuxième comparaison a été effectuée avec des travaux dits « solution de benchmark » présentée par Elba O.*et al.* [21], de Vahl Davis [22] et M.Hortmann [23] et A.Bouttout [17]. Ces travaux considèrent une enceinte carrée, chauffée différemment, remplie d'air ( $Pr = 0,71$ ). Pour ces cas, les autres utilisent des maillages uniformes de tailles  $40 \times 40$  et  $80 \times 80$  nœuds pour des nombres de Rayleigh  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ .

Les résultats sont représentés dans les tableaux 3.1 et 3.2 tel que :

$|y|_{\max}$  : La fonction de courant maximale.

$U_{\max}$  : La vitesse maximale  $U$  à  $X = 1/2$

$V_{\max}$  : La vitesse maximale  $V$  à  $Y = 1/2$

Nous remarquons que nos calculs sont en bon accord avec ceux mentionnés auparavant, et les erreurs relatives de calculs ne dépassent pas 5%.

**Tableau 3.1 : Comparaisons des résultats obtenus pour  $Ra = 10^4$  avec ceux trouvés dans la littérature.**

Maillage	$ y _{\max}$	$U_{\max}$	$V_{\max}$	Références
40×40	5,08966	16,15759	19,67225	Nos calculs
	4,9279	16,0051	19,2628	A.Bouttout [17]
	5,0917	16,0367	19,5146	Elba O. <i>et al.</i> [21]
	-	16,0955	19,5303	Hortmann <i>et al.</i> [22]
	-	16,182	19,509	De vahl Davis <i>et al.</i> [23]
80×80	5,034517	16,01354	19,63022	Nos calculs
	4,9981	16,0980	19,4373	A.Bouttout [17]
	5,00775	16,1615	16,6141	Elba O. <i>et al.</i> [21]
	-	16,1630	19,6082	Hortmann <i>et al.</i> [22]

**Tableau 3.2 : Comparaisons des résultats obtenus pour  $Ra = 10^5$  avec ceux trouvés dans la littérature.**

Maillage	$ y _{\max}$	$U_{\max}$	$V_{\max}$	Références
40×40	9,70395	34,7425	66,3360	Nos calculs
	9,5147	35,1163	68,0540	A.Bouttout.[17]
	9,7271	33,9648	67,5619	Elba O. <i>et al.</i> [21]
	-	34,7396	68,8438	Hortmann <i>et al.</i> [22]
	9,7390		66,7300	De vahl Davis <i>et al.</i> [23]
80×80	9,6644	34,7892	68,2313	Nos calculs
	9,5433	34,8818	68,0370	A.Bouttout.[17]
	9,6313	34,7716	68,3291	Elba O. <i>et al.</i> [21]
	-	34,7132	68,5383	Hortmann <i>et al.</i> [22]
	9,6440	34,8100	68,2200	De vahl Davis <i>et al.</i> [23]

Une autre validation a été faite avec une solution de benchmark Wakashima [16] de la convection naturelle tridimensionnelle dans une enceinte cubique (rapport d'aspect égale à 1) qui contient de l'air ( $Pr = 0,71$ ), chauffée différenciellement et les autres parois sont adiabatiques. Pour obtenir les mêmes valeurs, nous transformons notre système d'équations gouvernantes de telles façons qu'il sera similaire à celui de Wakashima [16], c'est à dire les mêmes variables adimensionnelles.

Les isothermes, la vorticité, les lignes de courants et les contours des vitesses sont présentés dans les figure 3.3 et 3.4, et sont en bon accord avec ceux de Wakashima [16].

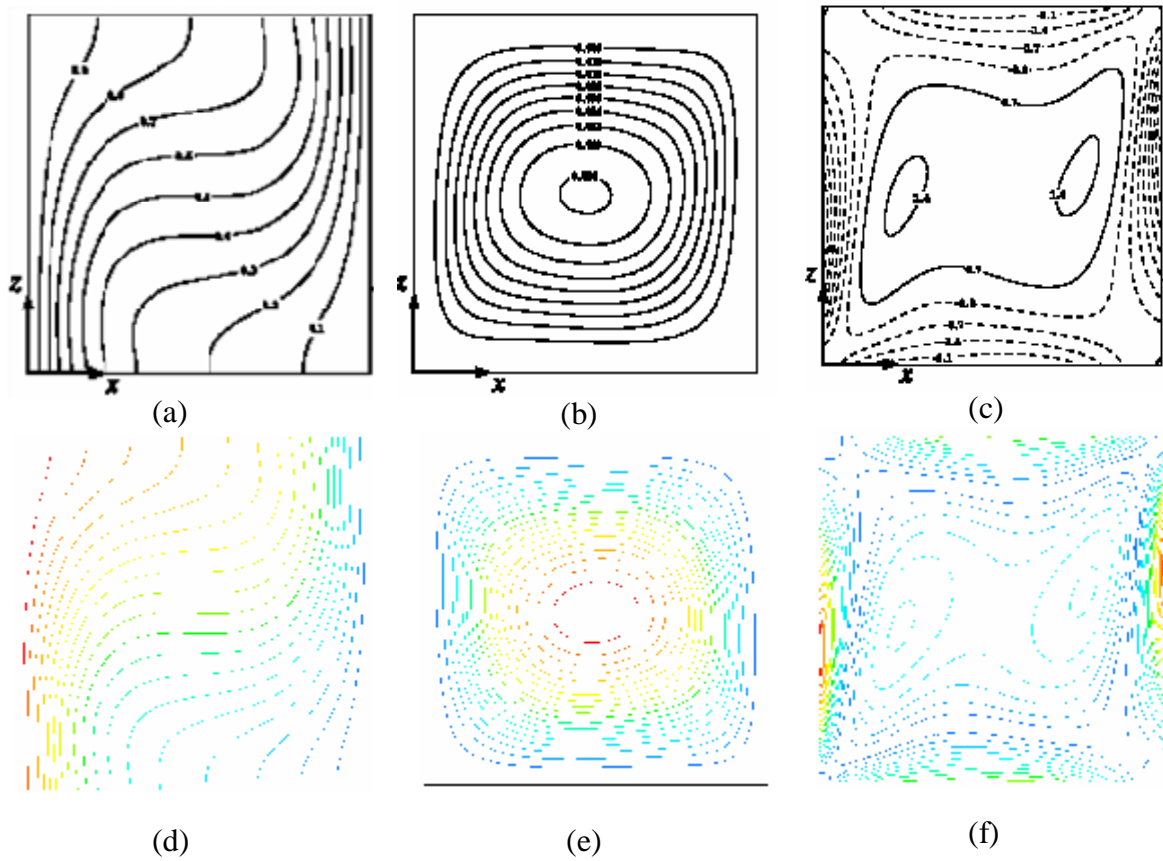


Figure (3.3) : Comparaison des isothermes, vorticité et la fonction de courant respectivement de gauche à droite pour,  $Ra=10^4$  (a), (b), (c) Wakashima [16] ;(d), (e), (f) le présent travail.

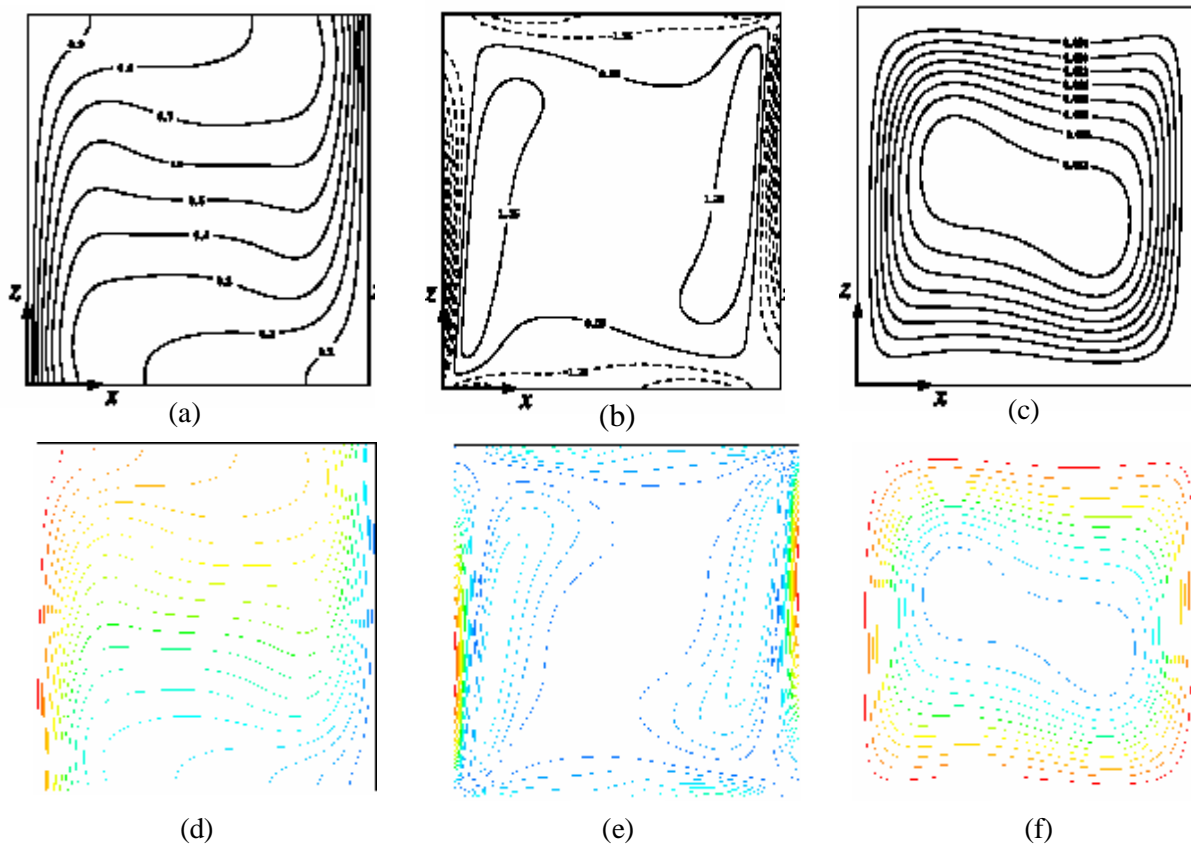


Figure (3.4) : Comparaison des isothermes, vorticité et de la fonction de courant respectivement de gauche à droite, pour  $Ra=10^5$  (a), (b), (c) Wakashima [16] et (d), (e), (f) le présent travail.

Une autre validation a été faite avec un travail réalisé par Elizarova *et al.* [24], qui considèrent une enceinte rectangulaire ayant un rapport d'aspect  $L/H=4$  contenant un fluide à faible nombre de Prandtl  $Pr = 0,015$  et  $Gr=2 \times 10^4$ . Les conditions aux limites sont présentées sur la figure (3.5)

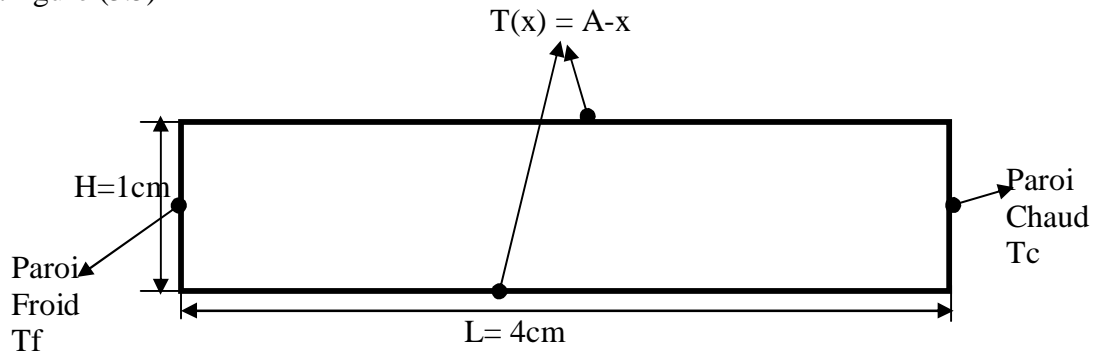


Figure (3.5) : Configuration considérée par Elizarova *et al.* [24].

Les résultats sont représentés dans les tableaux 3.3 tel que :

$$x = \tilde{x}H$$

$$y = \tilde{y}H$$

$$u = \tilde{u} \frac{n}{H} \quad \text{Les paramètres adimensionnels}$$

$$v = \tilde{v} \frac{n}{H}$$

$$y^* = \max_{xy} |y| / Gr^{0,5} : \text{La fonction de courant maximale}$$

$$U^* = \max_x |u(y)| / Gr^{0,5} : \text{La vitesse maximale } U \text{ à } x = 3A/4$$

$$V^* = \max_x |v(x)| / Gr^{0,5} : \text{La vitesse maximale } V \text{ à } Y = 1/2$$

**Tableau 3.3 : Comparaisons des résultats obtenus pour  $Gr=2 \times 10^4$  avec ceux trouvés dans la littérature**

	$V^*$	$U^*$	$\psi^*$
Nos calculs	0,4204	0,6871	0,4001
Elizarova <i>et al.</i> [24]	0,448	0,672	0,409
Behnia [25]	0,452–0,482	0,669–0,704	0,406–0,409



La figure (3.6) montre qu'il y a un bon accord qualitatif entre les résultats qu'on a obtenus et ceux d'Elizarova *et al.* [24]

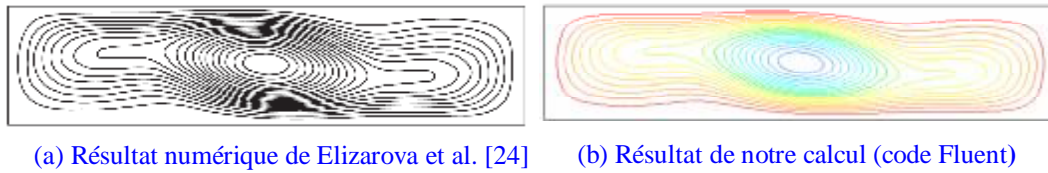


Figure (3.6): lignes de courant pour  $Pr = 0,015$ ,  $Gr = 2 \times 10^4$

### III.1.2 Régime instationnaire

Le code Fluent a été aussi validé dans le régime instationnaire avec le travail d'Elizarova et al [24]. Cette étude considère une enceinte rectangulaire contenant un fluide ayant un nombre de Prandtl  $Pr = 0,015$ . Les conditions aux limites sont représentées dans la figure (3.5), pour un  $Gr = 3 \times 10^4$  et un régime stable. La figure (3.7) illustre la transition de la vitesse  $U$  au centre de cavité. Nous remarquons que l'écoulement se développe vers un régime permanent après un temps long.

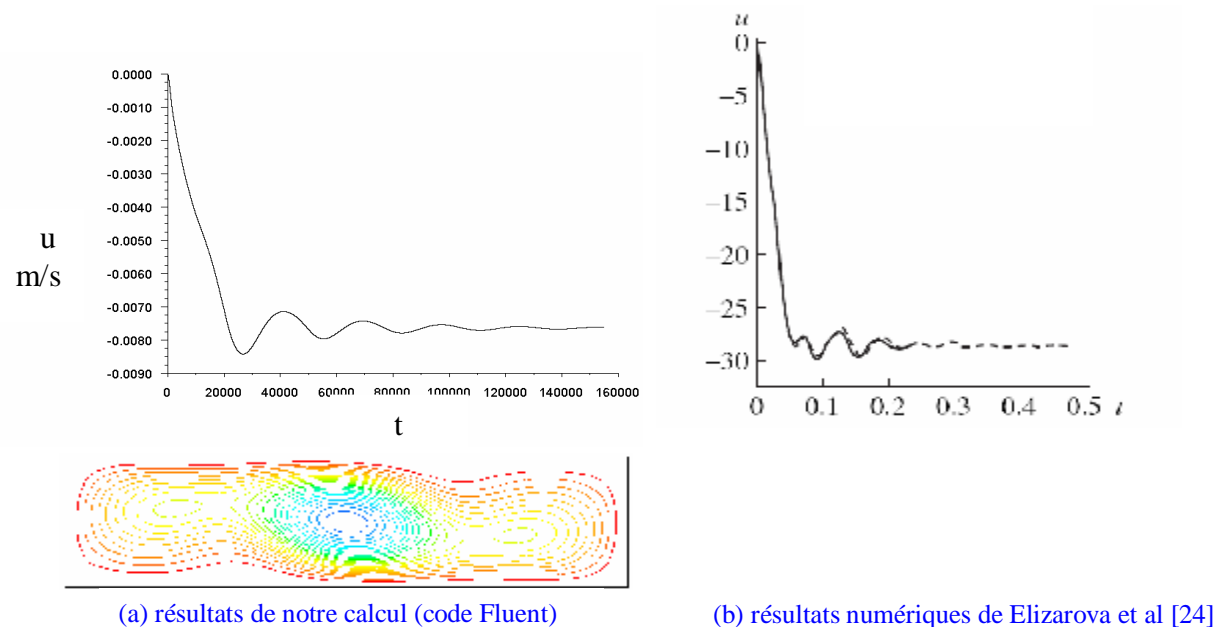


Figure (3.7): La transition de la vitesse au centre de cavité et lignes de courant pour  $Gr = 3 \times 10^4$

La deuxième transition vers un écoulement oscillatoire apparaît à  $Gr=4 \times 10^4$  pour la même configuration d'Elizarova *et al.* [24], Nous constatons que nos résultats sont en bon accord avec les travaux cité auparavant figure (3.8.a, 3.8.b)

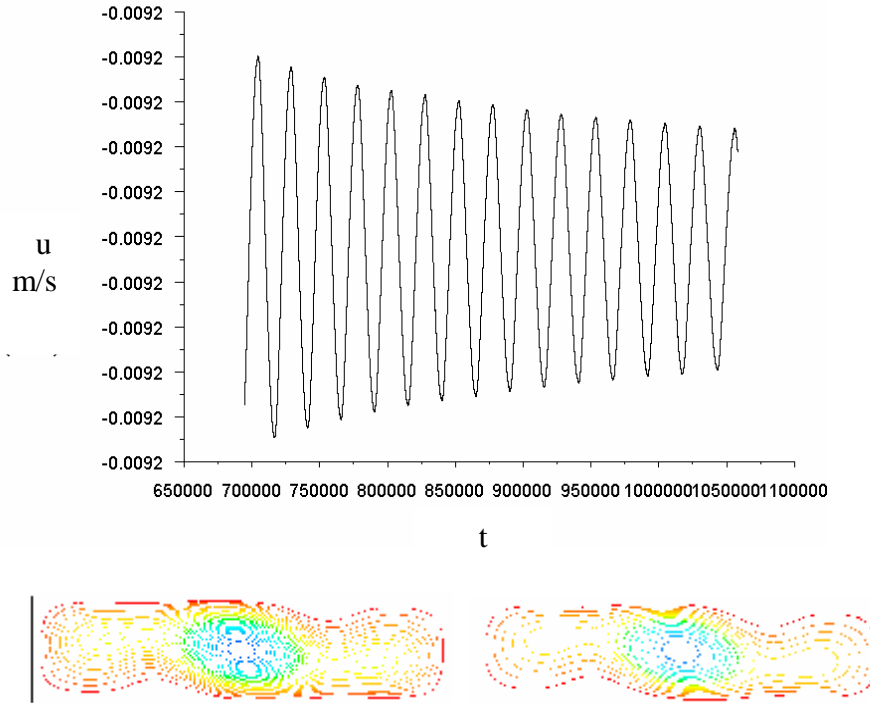


Figure (3.8.a): La transition de la vitesse au centre de cavité et lignes de courant nos résultats, pour  $Gr=4 \times 10^4$

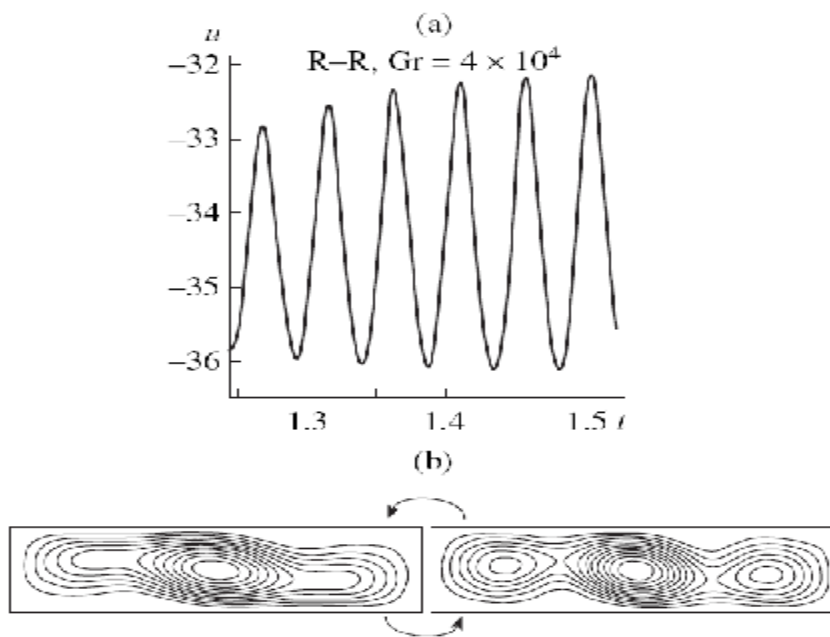


Figure (3.8.b): La transition de la vitesse au centre de cavité et lignes de courant Elizarova et al [24], pour  $Gr=4 \times 10^4$

### III.2 Influence du nombre de Prandtl

Pour voir l'influence du nombre de Prandtl, on a comparé le mercure qui est un métal liquide ( $Pr = 0,0248$  à  $T = 300$  K) avec l'eau ( $Pr = 5,82$  à  $T = 300$  K). Les champs de température et des vitesses pour ces deux fluides pour un nombre de Grashof  $Gr = 3,5 \times 10^3$  sont ainsi montrés dans la figure (3.9.a ,3.9.b). Le champ de température dans le mercure est encore dans un régime conductif (isothermes presque verticales), alors qu'on est en régime convectif pour l'eau (isothermes courbées).

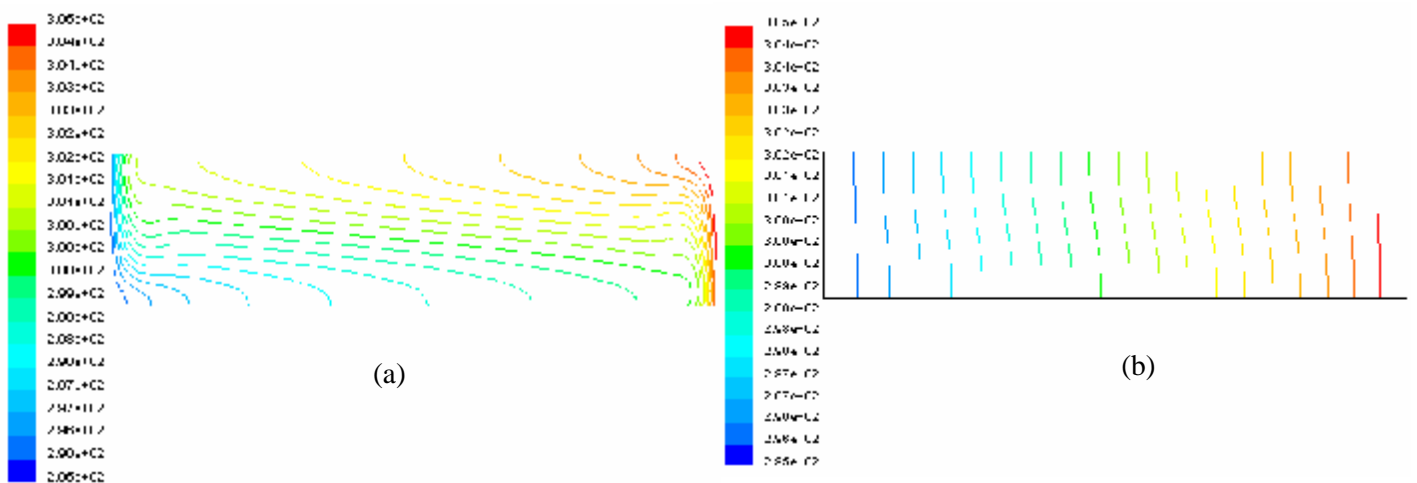


Figure (3.9.a): champs de température pour (a) eau, (b) mercure à  $Gr = 3,5 \times 10^3$

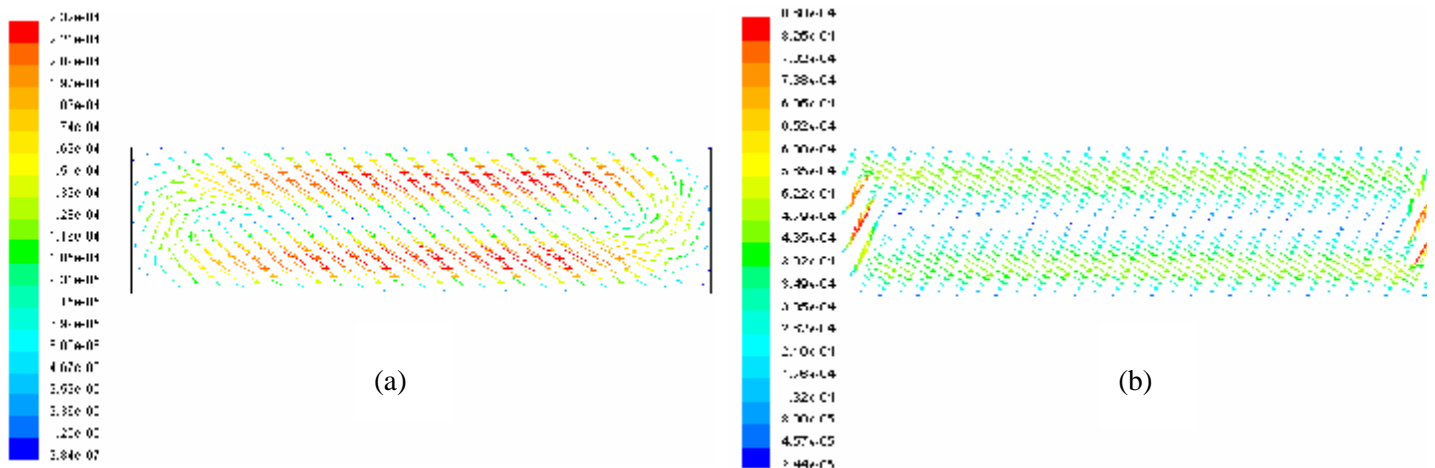


Figure (3.9.b): champs de vitesse pour (a) eau, (b) mercure à  $Gr = 3,5 \times 10^3$

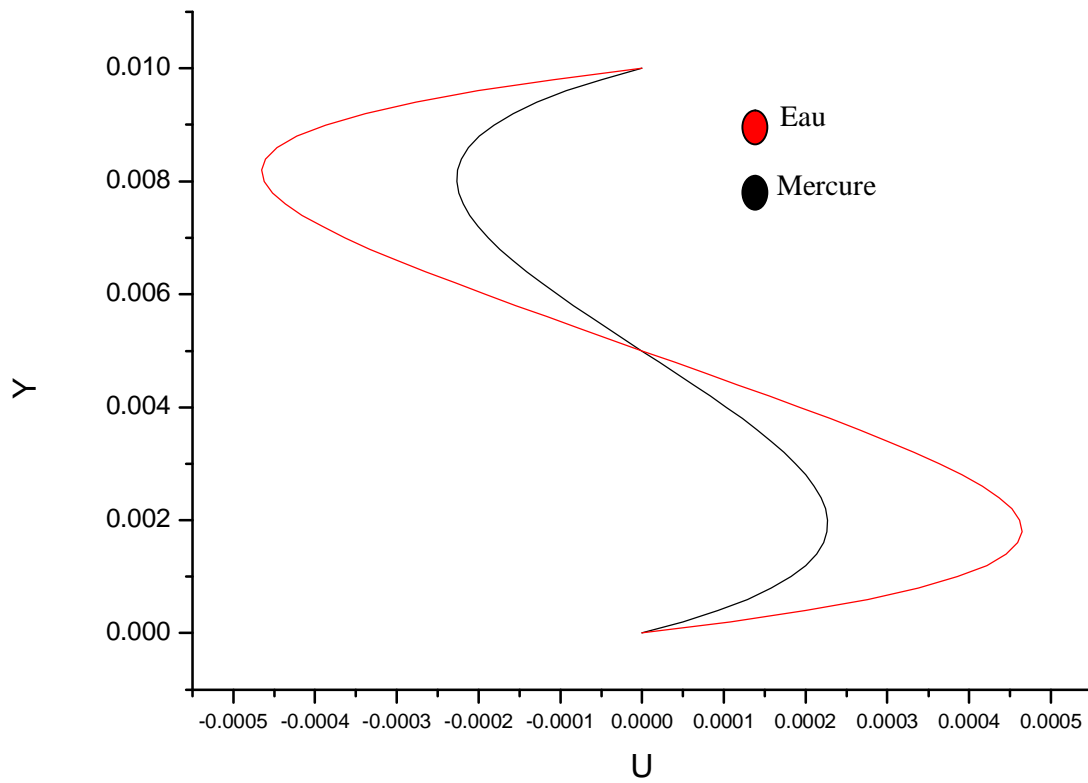


Figure (3.10) : Profils de la vitesse U le long de y, pour  $x=0,02$ ,  $Gr= 3,5 \times 10^3$

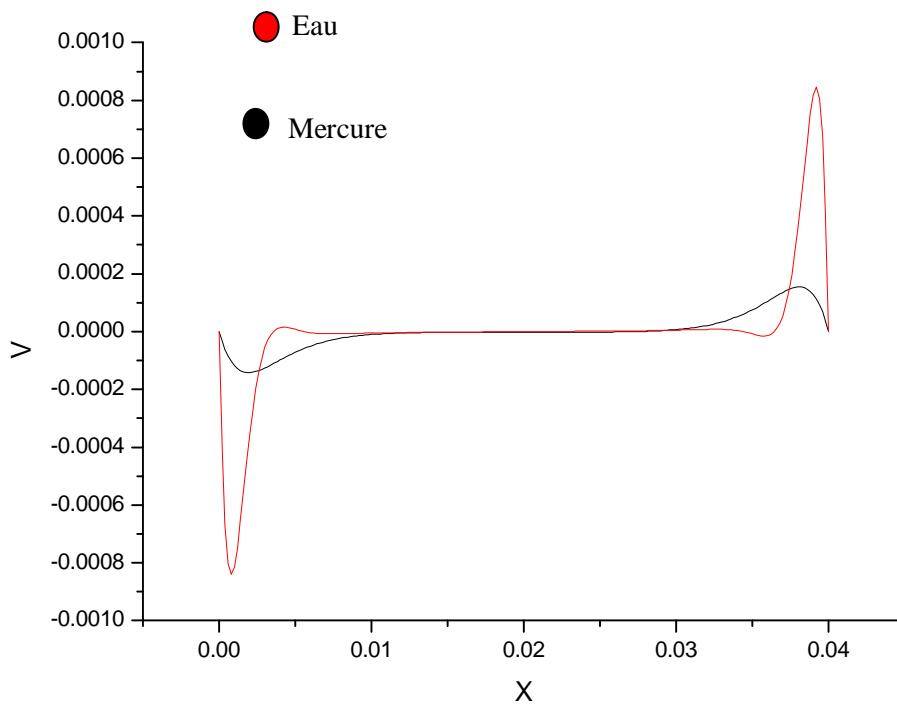


Figure (3.11) : Profils de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$ ,  $Gr= 3,5 \times 10^3$

Pour plus de détail concernant la distribution de vitesse de l'écoulement dans l'enceinte et la différence entre un fluide à faible Pr et à grand Pr, nous considérons quelques profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité (voir les

figures 3.10, 3.11), On remarque que le profile de vitesse dans l'eau est plus grand par rapport au mercure dans les deux directions.

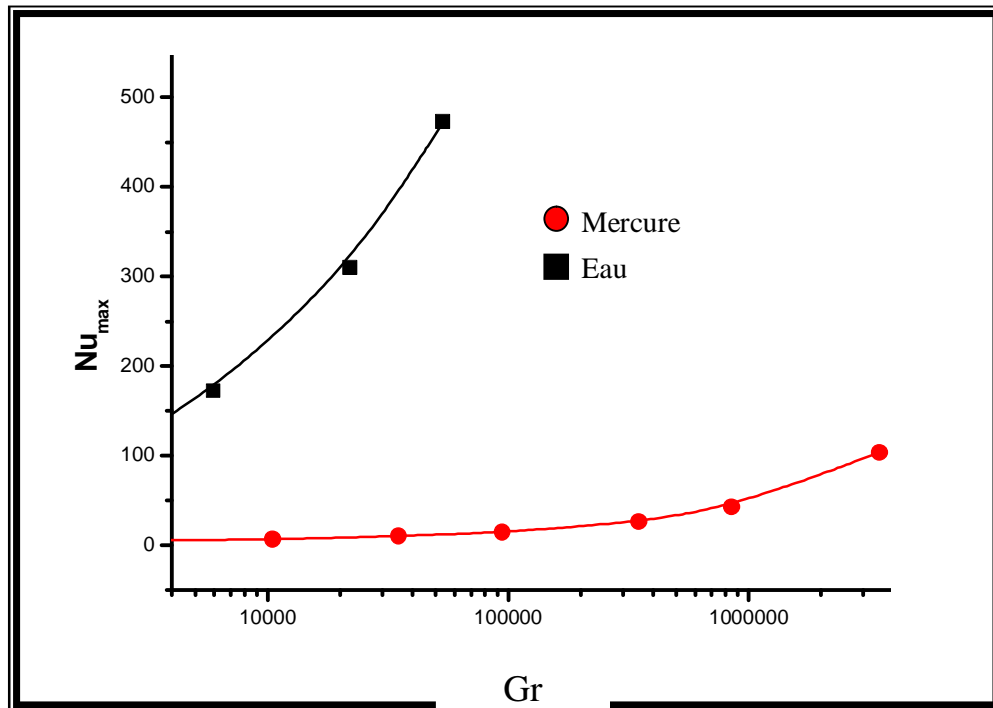


Figure (3.12) : Nombre de Nusselt max en fonction du nombre de Grashof, pour Eau et Mercure

La figure (3.12) montre le  $Nu_{max}$  en fonction du  $Gr$  pour les deux fluides. On peut voir qu'on doit imposer un  $Gr$  plus élevé pour causer le même transfert de chaleur par convection dans le fluide à bas Prandtl (mercure) qu'à un Prandtl plus élevé (eau). Ce graphe a été utilisé pour obtenir des corrélations à l'aide de logiciel Origin entre le nombre de Nusselt et le nombre de Grashof. Ainsi, les équations (III.1) et (III.2) sont obtenues pour le mercure ( $Gr$  allant de  $3,5 \times 10^3$  à  $3,5 \times 10^6$ ) et l'eau ( $Gr$  allant de  $1,28 \times 10^3$  à  $1,28 \times 10^6$ ).

$$Nu_{max} = 0,01891 Gr^{0,57049} \quad (III.1)$$

$$Nu_{max} = 1,0849 Gr^{0,48077} \quad (III.2)$$

La figure (3.13) représente les champs de température obtenus pour différents fluides (eau, mercure, gallium et air) pour le même gradient de température et les mêmes dimensions de la cavité ( $A=4=0,04/0,01$  et  $\Delta T = 10$  K). A partir de ces champs, on a calculé le nombre de Nusselt et de flux de chaleur maximaux, dont les valeurs sont présentées dans le tableau ci-dessous :

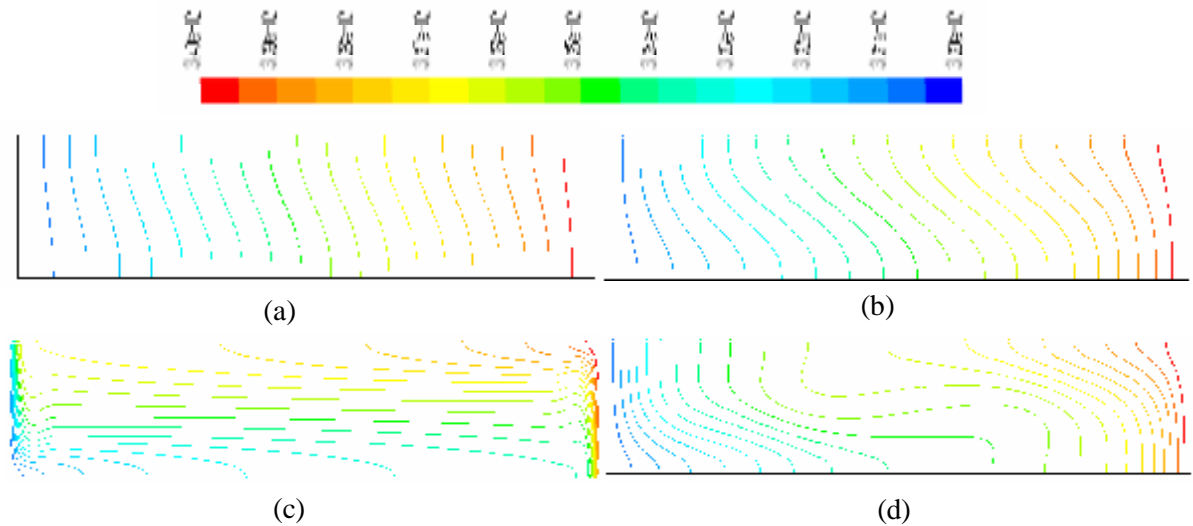


Figure (3.13): champs de température pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure Cavité (A=4=0,04/0,01),  $\Delta T=10$  K

Tableau 3.4 : Nusselt max et flux de chaleur max pour différents fluides

Fluide	Pr	Ra	Gr	$Nu_{max}$	$q_{max}$
GALLIUM	0,02501032	7,61E+02	3.04E+04	9,7956	13822,00
AIR	0,70187846	2,41E+02	3.44E+02	6,7687	8,2837
MERCURE	0,02484238	8,70E+03	3.50E+05	26,3454	10226,94
EAU	5,81556992	1,28E+05	2.20E+04	309,6761	8036,522

Le tableau (3.4) présente des valeurs comparatives de différents fluides (eau, air, gallium, mercure), pour les mêmes dimensions de la cavité et la même différence de température appliquée. On remarque que les flux de chaleur dans les métaux liquides sont, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides. Par exemple le flux de chaleur dans le mercure est égal à presque 1,27 fois celui dans l'eau et 1200 fois celui de l'air, d'où l'intérêt de l'utilisation des métaux liquides pour l'évacuation de grandes quantités de chaleur dans des applications telles

que par exemple le refroidissement des réacteurs nucléaires.

Les figures (3.14) et (3.15) montre les lignes de courant et les champs de vitesse pour l'eau, l'air, le Gallium, et le Mercure pour les mêmes dimensions de la cavité et le même gradient de température. On peut clairement voir l'influence de la variation du nombre de Prandtl sur la forme de la cellule convective et les champs de vitesse.

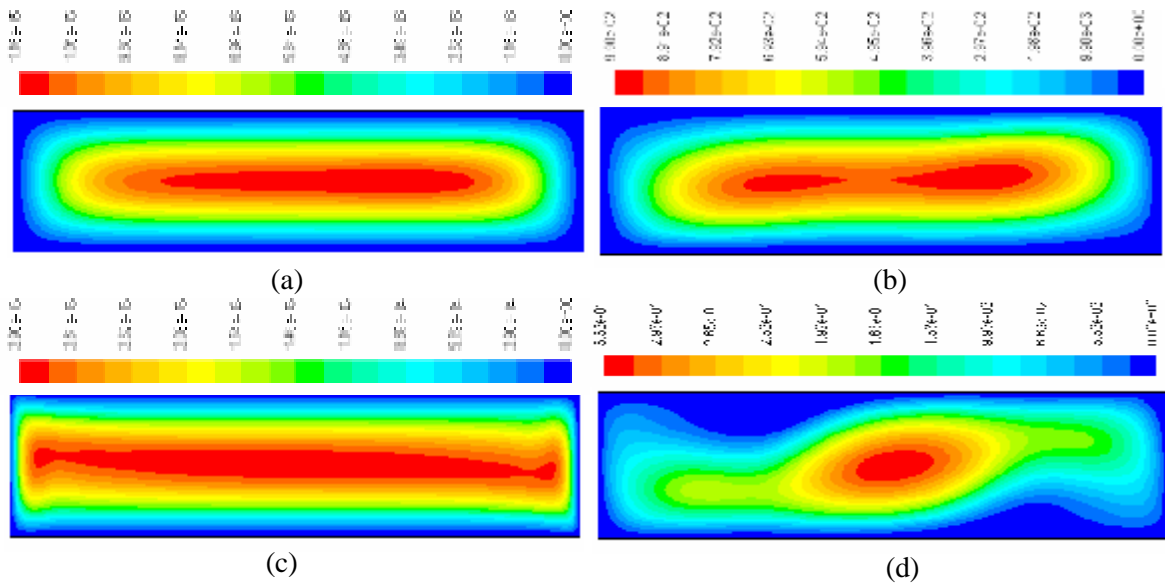


Figure (3.14): lignes de courant pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ),  $\Delta T=10$  K

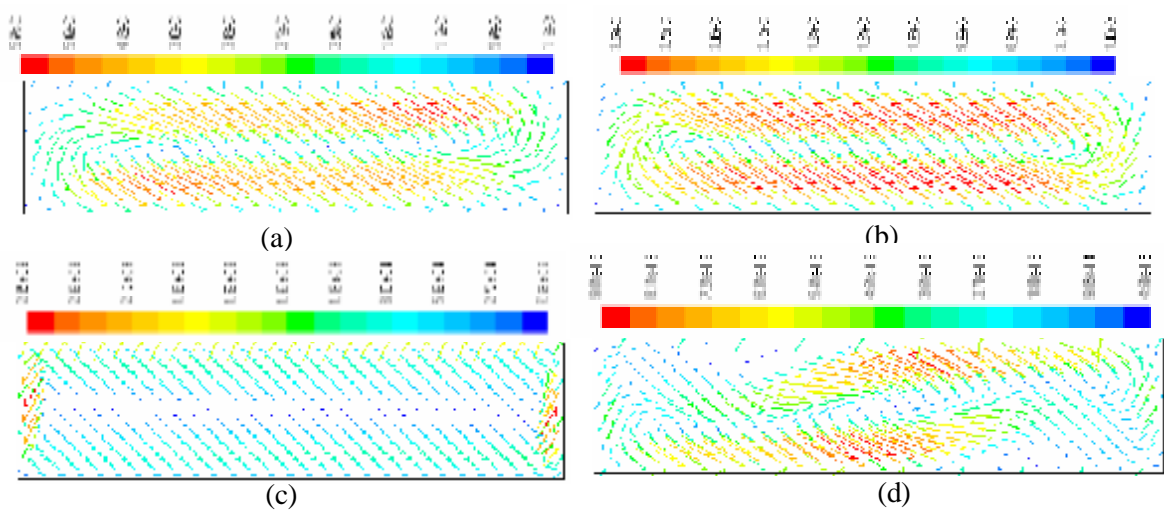


Figure (3.15): champ de vitesse pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ),  $\Delta T=10$  K

Les figures (3.16) et (3.17) montre les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour l'eau, l'air, le Gallium, et le Mercure pour les mêmes dimensions de la cavité et le même gradient de température. On peut clairement voir l'influence de la variation du nombre de Prandtl sur la forme de la courbe, il est claire que le profile le plus grand est cela de métaux liquide

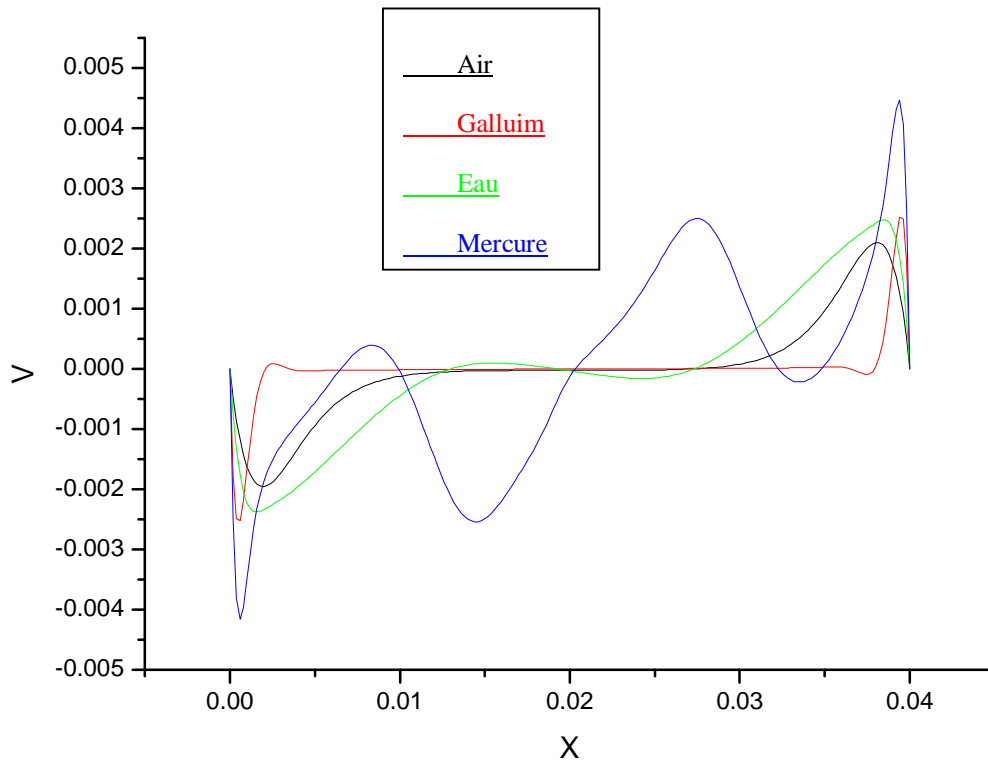


Figure (3.16) : Profiles de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$

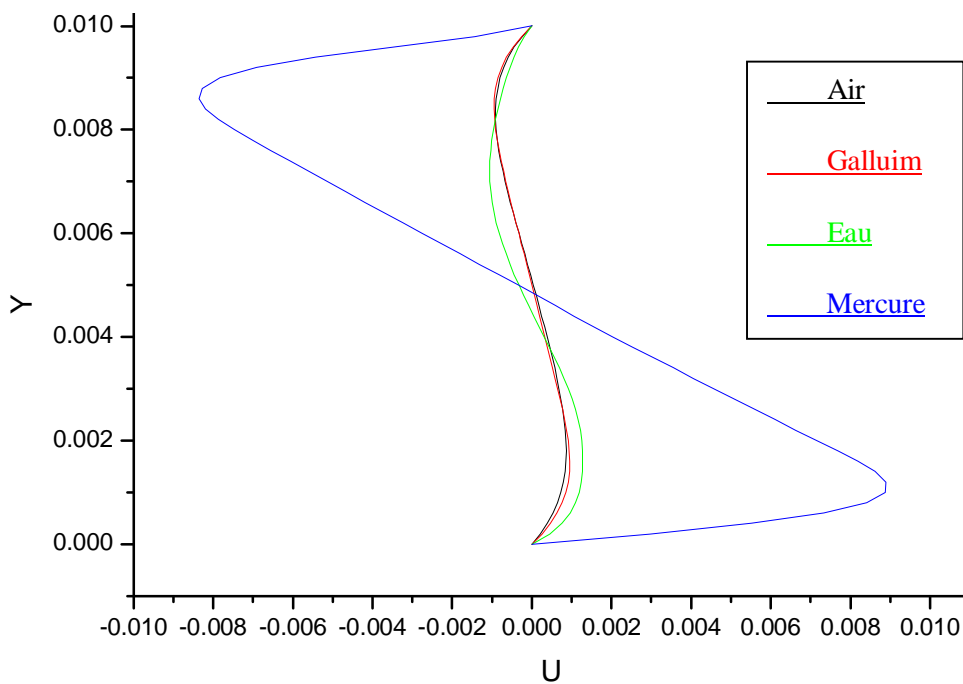


Figure (3.17) : Profiles de la vitesse U le long de y, pour  $x=0,02$ , Cavité



### III.3 Etude du Mercure

D'après notre recherche bibliographique, la plupart des études sur les métaux liquides dans les cavités soumises à un gradient horizontal de températures ont été menées avec l'étain ou le gallium liquide comme fluides de convection. Le mercure, qui n'a pas été considéré par d'autres auteurs, fera l'objet d'une étude détaillée dans ce qui suit.

#### III.3.1 Simulation en 2D

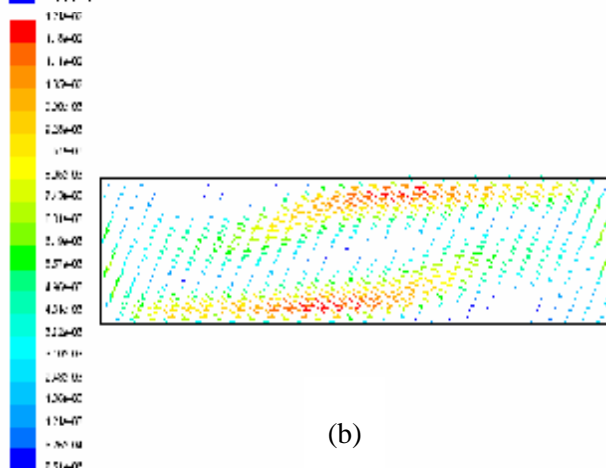
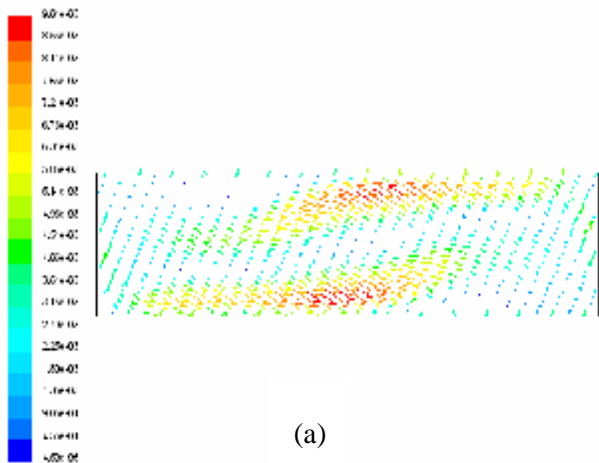
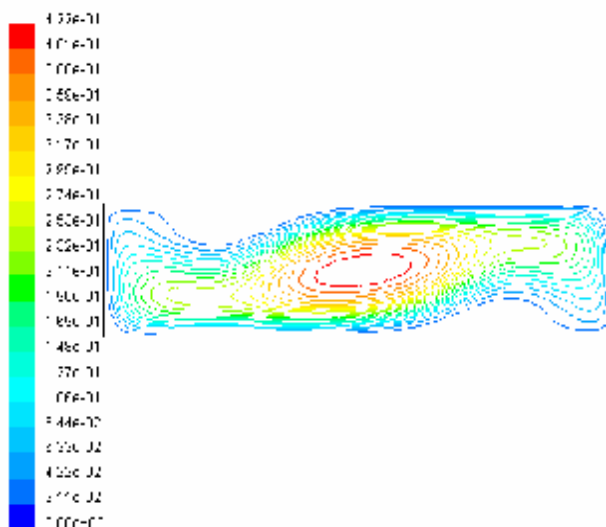
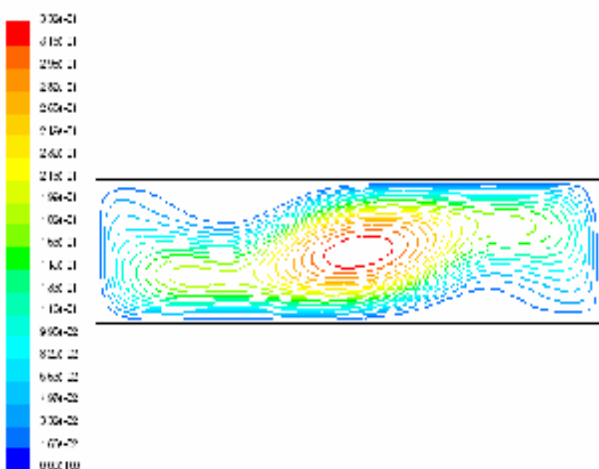
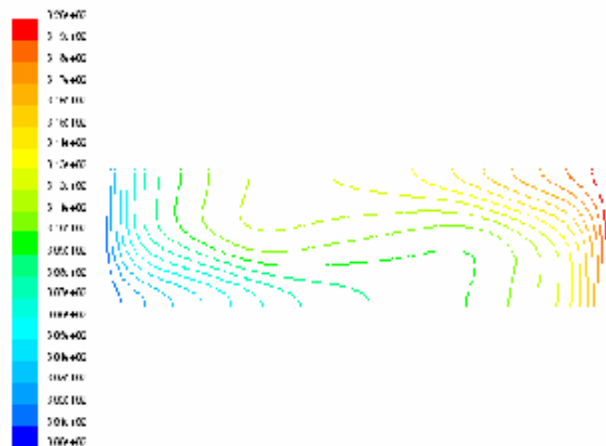
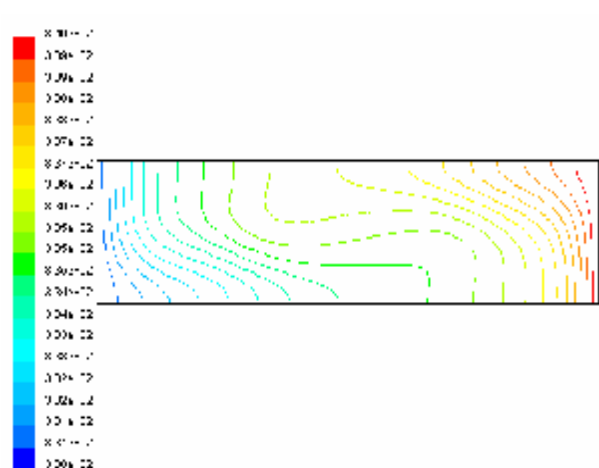
##### III.3.1.1 influence du nombre de Grashof (due à la variation du gradient de température ( $\Delta T$ ))

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Grashof qui compare les forces de flottabilité (force d'Archimède) aux forces visqueuses, et il est proportionnel au gradient de température appliqué [13].

On a tout d'abord étudié l'influence de la variation du nombre de Grashof en faisant changer la différence de température ( $\Delta T$ ) et en gardant la même enceinte.

Ainsi, la figure (3.18) montre que les isothermes ont subi une légère variation malgré qu'on a fait croître le nombre de Grashof de  $8,70 \times 10^3$  à  $8,70 \times 10^4$ . Pour voir des variations notables des champs thermiques et des régimes d'écoulements, on a pensé à faire varier le nombre de Ra en gardant le même rapport d'aspect ( $A=4$ ) et le même  $\Delta T$  (10K).

Les figures (3.19) et (3.20) montrent les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour le mercure. On remarque que la courbe subit une légère variation malgré qu'on ait fait croître le nombre de Grashof de  $8,70 \times 10^3$  à  $8,70 \times 10^5$ .



(a)

(b)

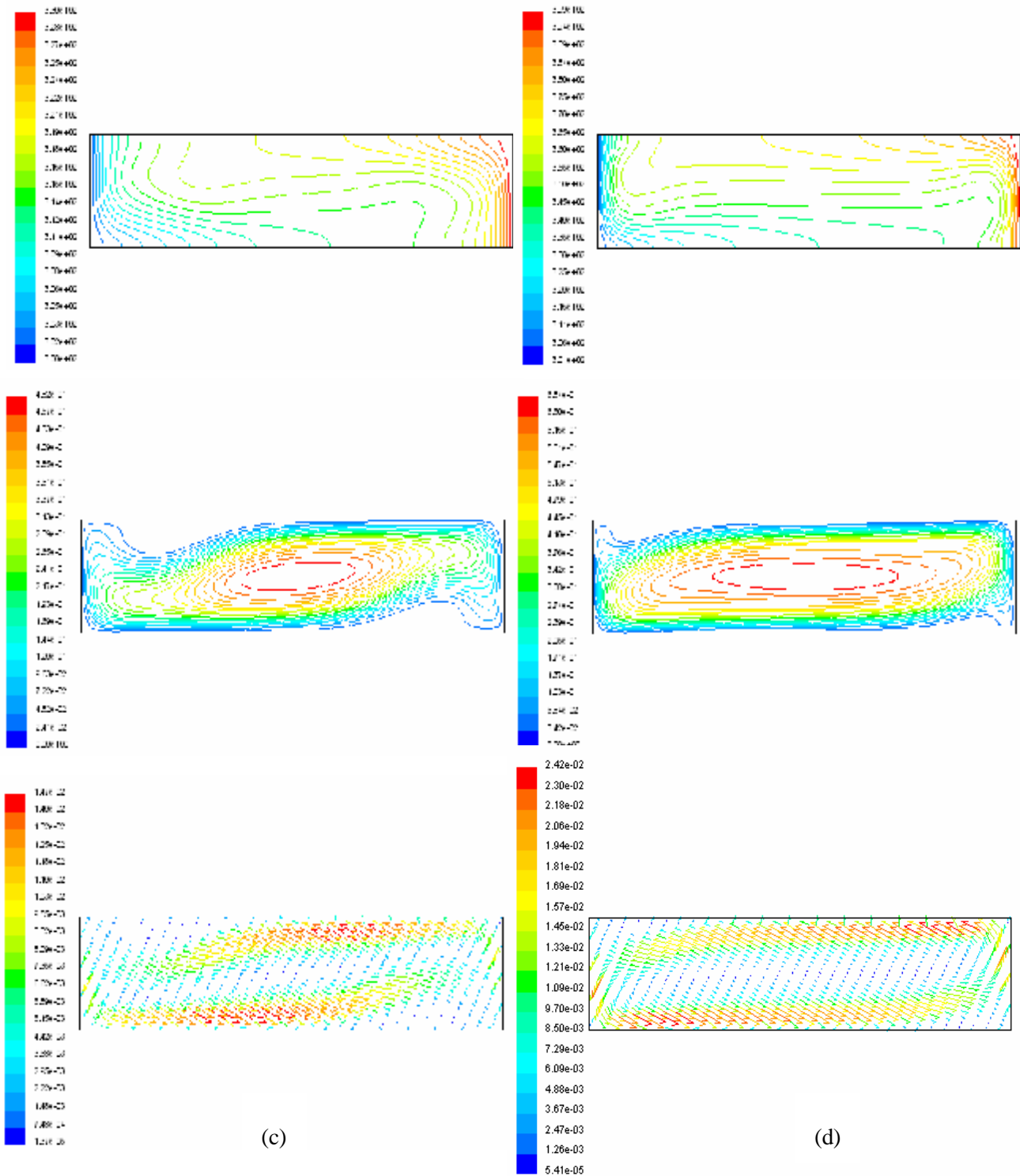


Figure (3.18) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour le mercure, (a) :  $\Delta T=10$ , (b) :  $\Delta T=20$ , (c) :  $\Delta T=30$ , (d) :  $\Delta T=100$

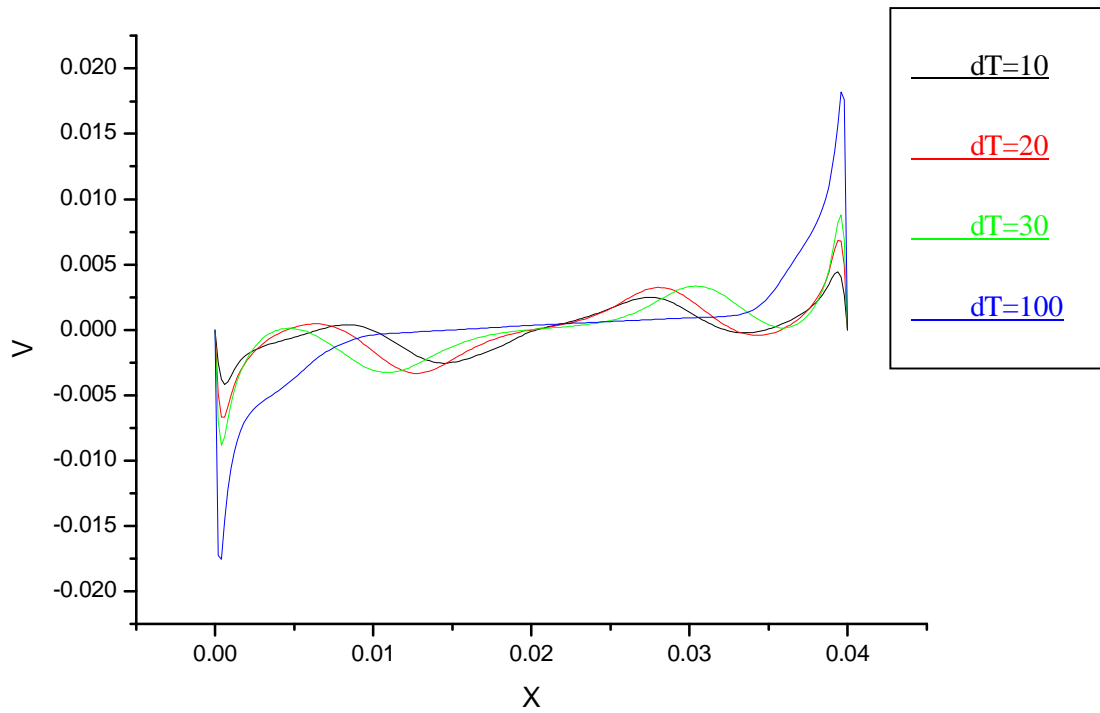


Figure (3.19) : Profils de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents  $\Delta T$

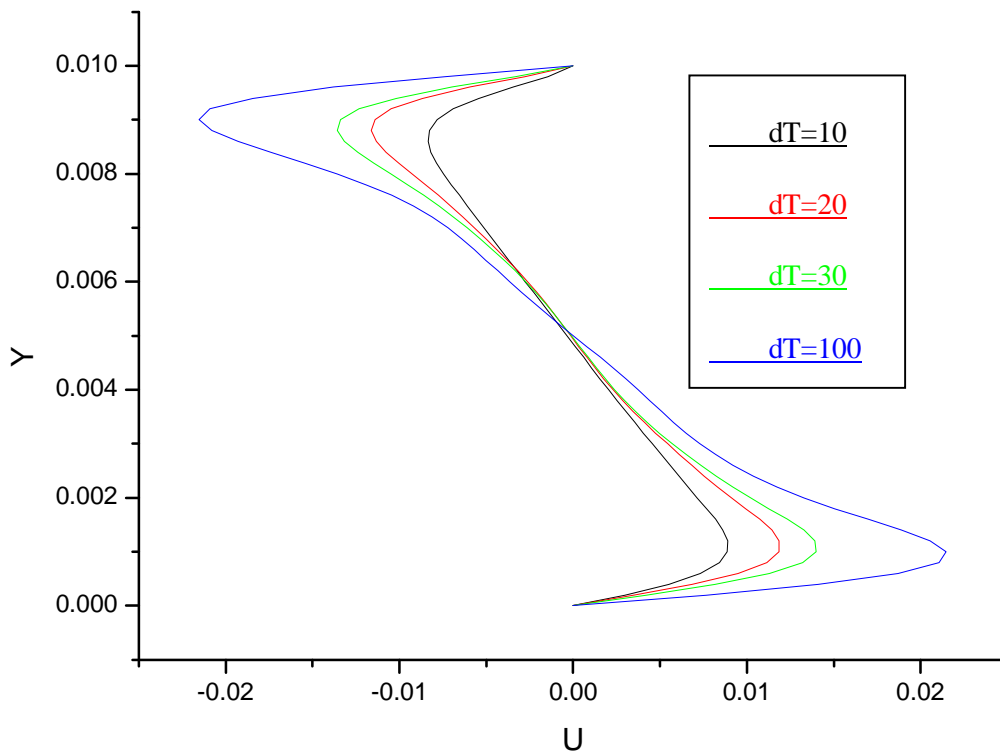


Figure (3.20) : Profils de la vitesse U le long de y, pour  $x=0,02$ , Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents  $\Delta T$

### III.3.1.2 Influence du nombre de Rayleigh

Les champs de température sont montrés dans la figure (3.21) pour un nombre de Ra allant de  $8,70 \times 10^1$  à  $2,11 \times 10^4$ . L'isotherme rouge correspond à la paroi chaude et l'isotherme bleue à la paroi froide, et la variation d'isotherme est remarquable avec chaque changement de nombre de Ra.

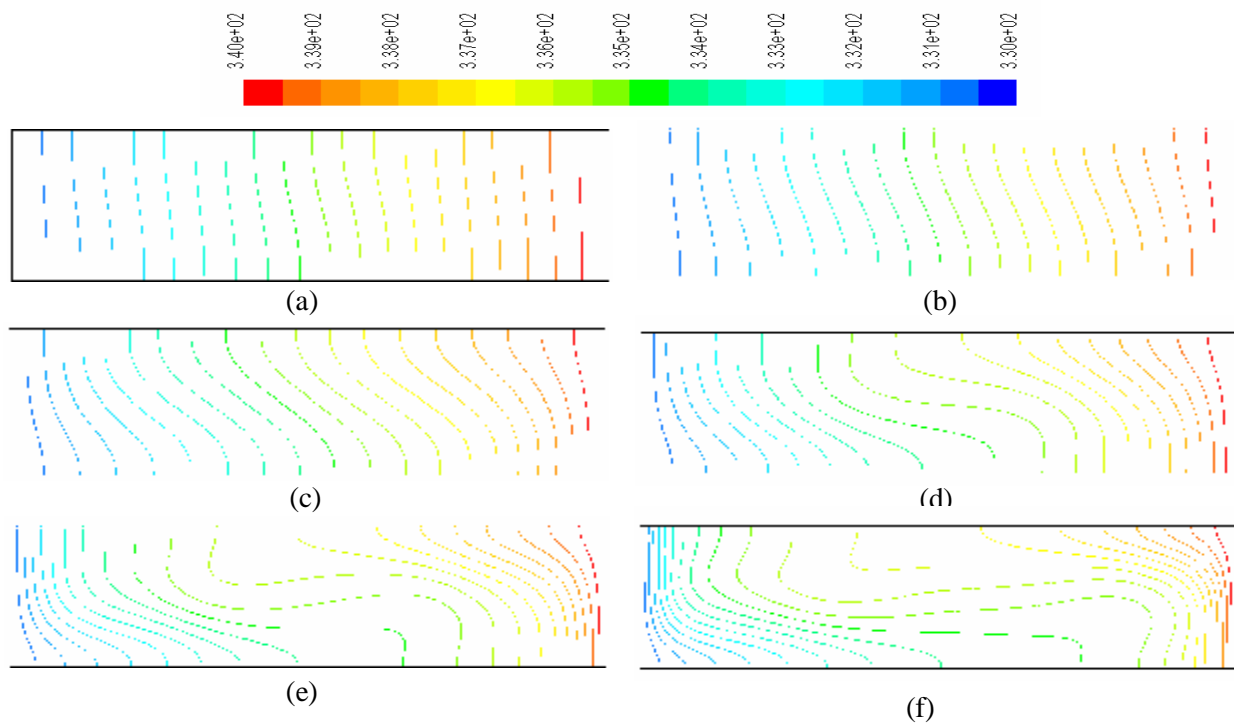


Figure (3.21): champs de température pour le mercure, (a)  $Ra= 8,70E+01$ , (b)  $Ra=2,61E+02$ , (c)  $Ra= 8,70E+02$ , (d)  $Ra= 2,35E+03$ , (e)  $Ra= 8,70E+03$ , (f)  $Ra=2,11E+04$ , Cavité (A=4,  $\Delta T=10$ )

Le nombre de  $Nu_{max}$  est tracé en fonction de Ra dans la figure (3.22). Ce graphe montre que jusqu'à une valeur de Ra d'approximativement  $10^3$ , le transfert de chaleur est essentiellement par conduction. Cela peut être également constaté dans la figure (3.21) où au-dessous de  $Ra=10^3$ , les isothermes sont des lignes presque verticales comme c'est le cas dans le transfert de chaleur par conduction.

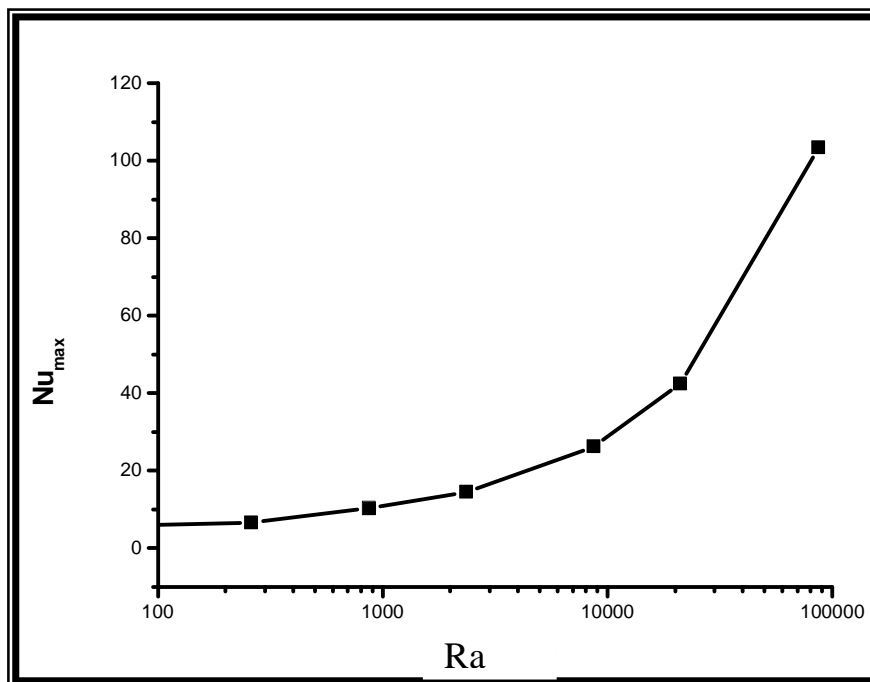
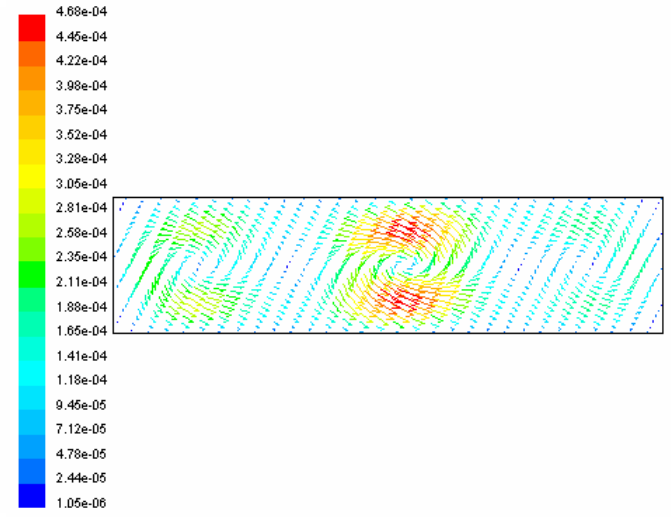
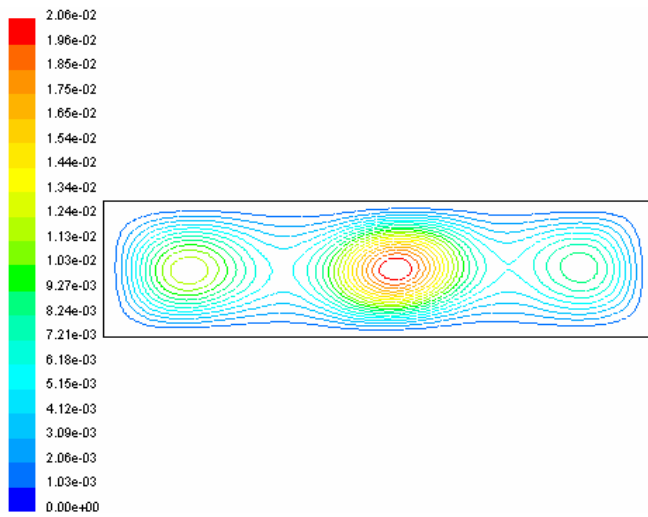


Figure (3.22) : Nombre de Nusselt max en fonction du nombre de Ra pour Mercure

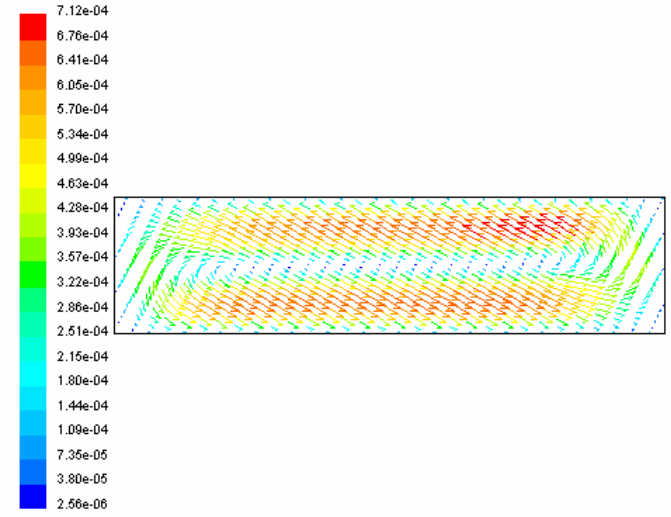
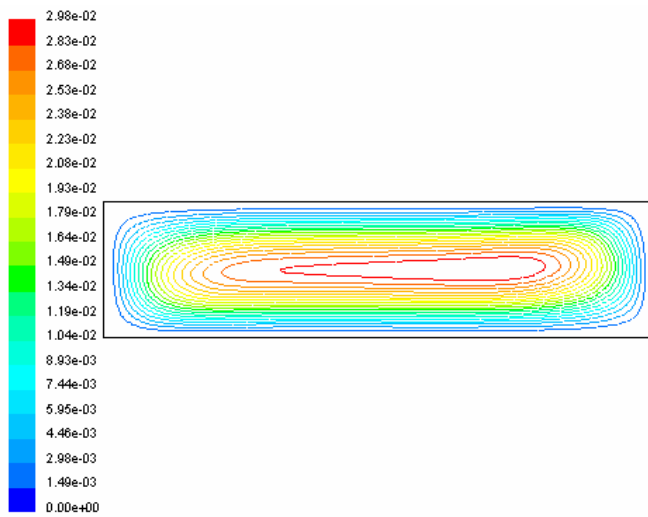
A partir de la courbe de la figure (3.22), on a déduit l'équation (III.3) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt<sub>max</sub> et le nombre de Rayleigh (Ra allant de 87 à  $2,11 \times 10^4$ ).

$$\mathbf{Nu_{max} = 0,15624 Ra^{0,57017}} \quad (\text{III.3})$$

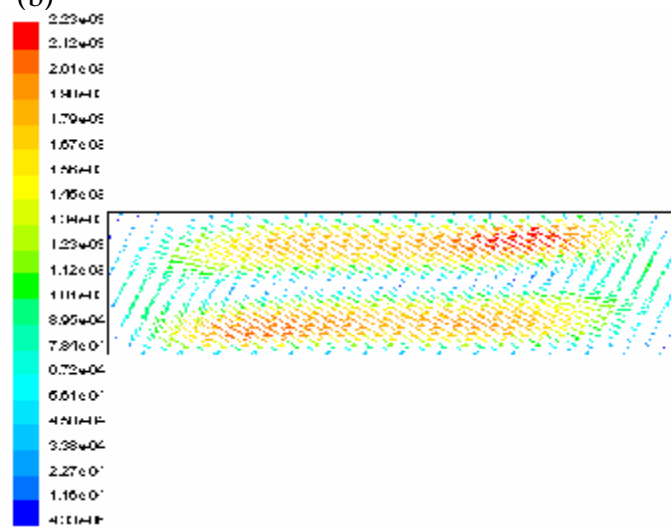
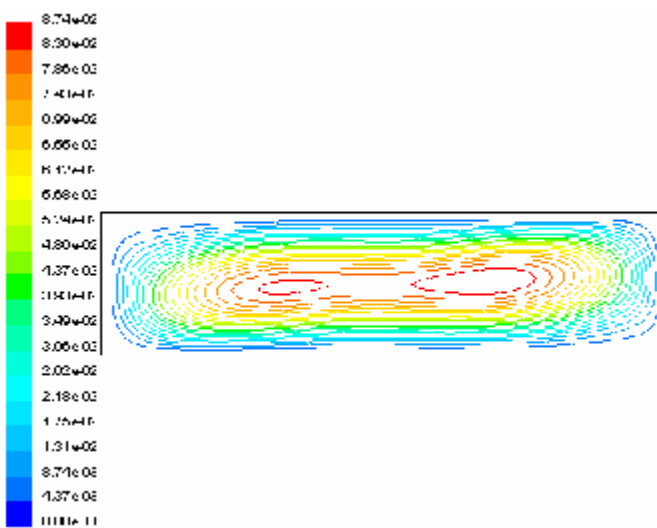
Dans la figure (3.23), on présente les champs de vitesse et les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Ainsi pour  $Ra \geq 2,35E+03$ , les lignes de courant changent de forme et deviennent elliptiques et l'effet de la convection est plus prononcé. Ce comportement continue jusqu'à  $Ra = 10^5$  avec l'apparition de plusieurs circulations secondaires qui tournent à l'intérieur de la circulation principale figure (3.24).



(a)



(b)



(c)

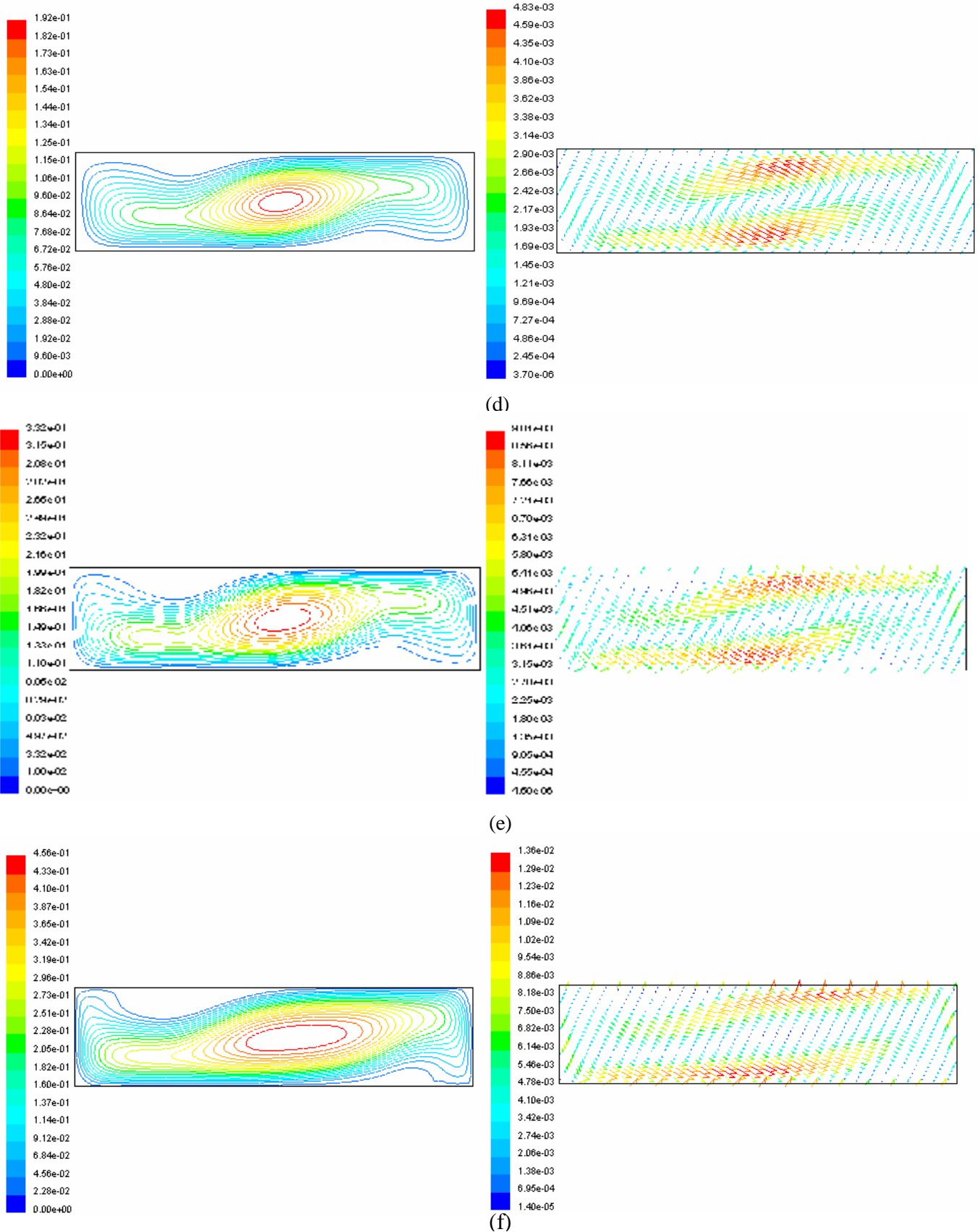


Figure (3.23): champs de vitesse et les lignes de courant pour le mercure, (a)  $Ra= 8,70E+01$ , (b)  $Ra=2,61E+02$ , (c)  $Ra= 8,70E+02$ , (d)  $Ra= 2,35E+03$ , (e)  $Ra= 8,70E+03$ , (f)  $Ra=2,11E+04$ , Cavité (A=4,  $\Delta T=10$ )



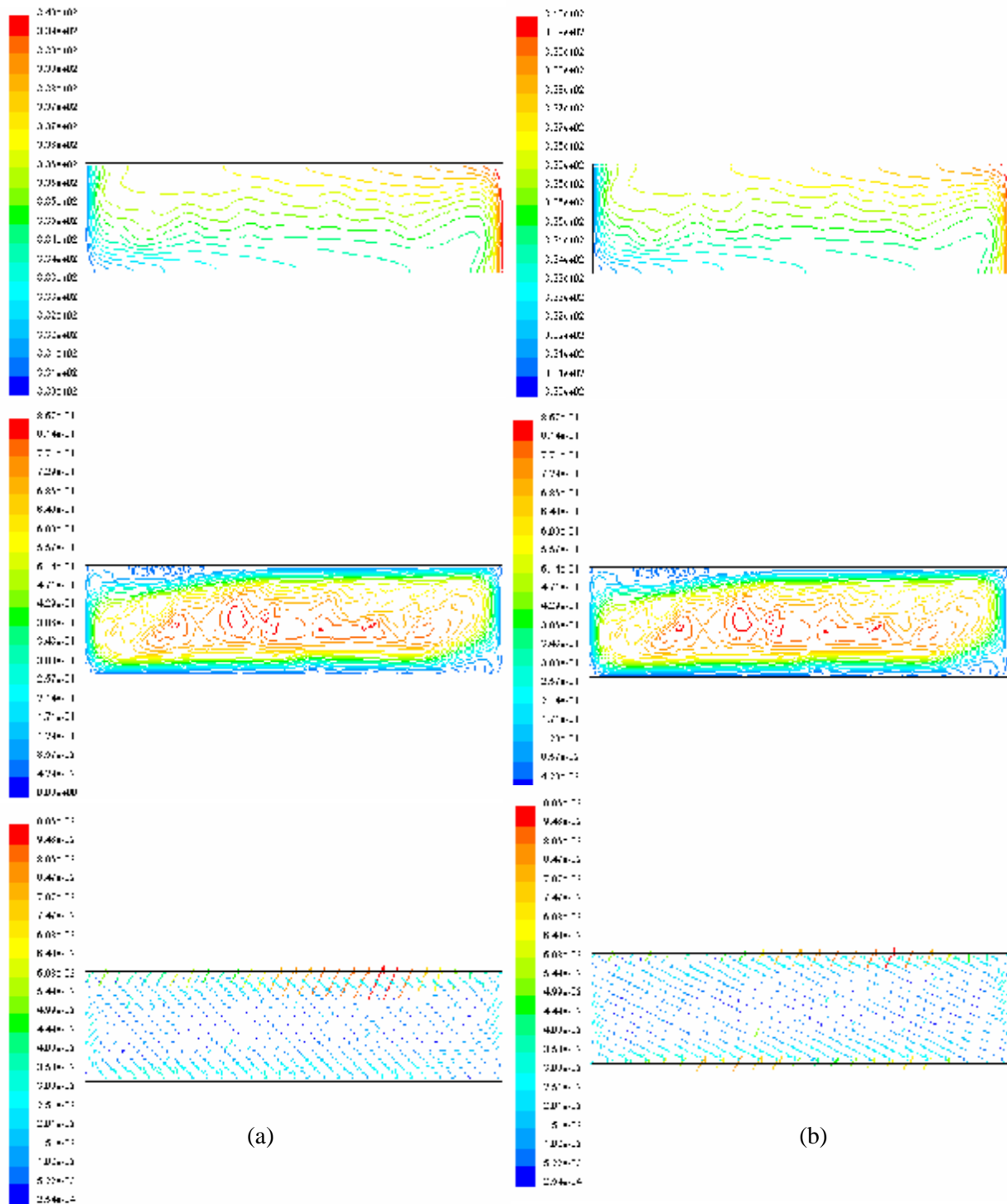


Figure (3.24) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour le mercure, (a) :  $Ra= 8,87E+4$ , (b) :  $Ra=1,60E+5$

Pour  $Ra = 1,60 \times 10^5$ , on a apparition de deux zones de recirculation dans les deux coins et au milieu de la cavité, appelées "vortex" secondaires, ceci a été également observé par d'autres auteurs [14]- On peut également constater à partir de ces graphiques que la vitesse maximale (en rouge) est de plus en plus proche des parois adiabatique lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh.

Les figures (3.25) et (3.26) montre les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour le mercure pour différentes Ra, on remarque que les profils subit un changement rapide par rapport à cela due à la variation de la température

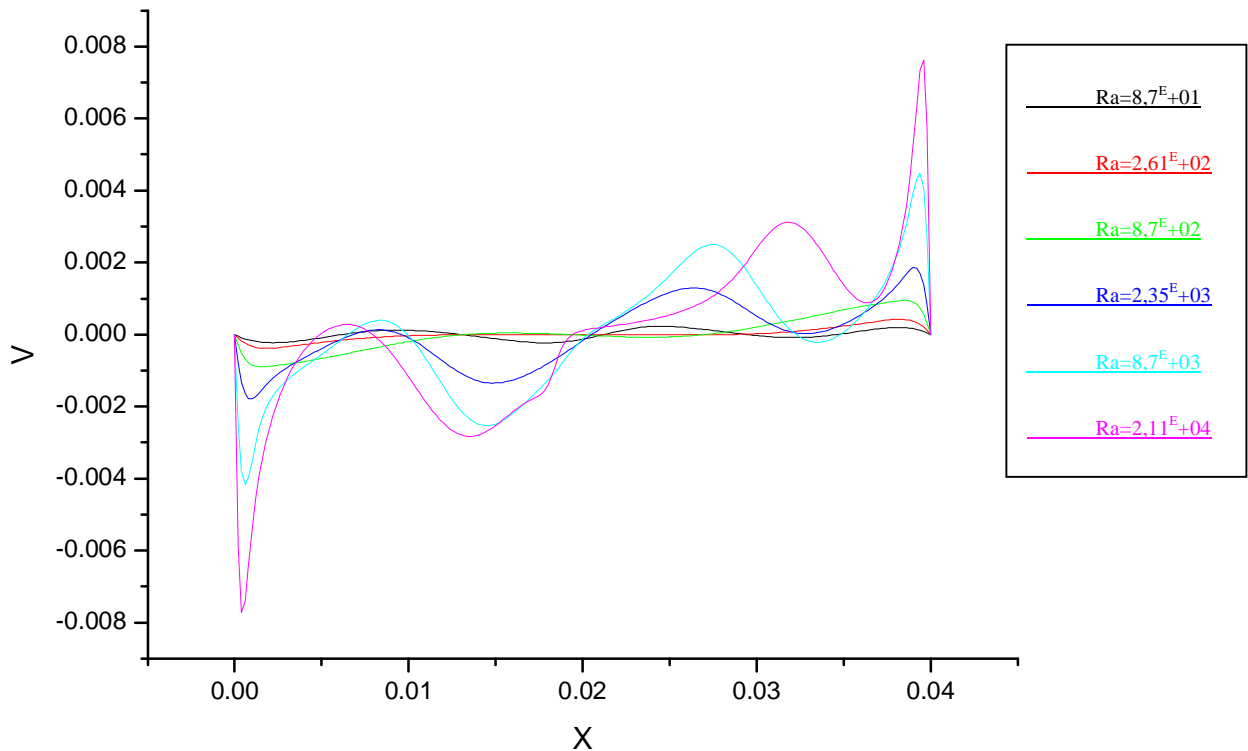


Figure (3.25) : Profils de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents Ra

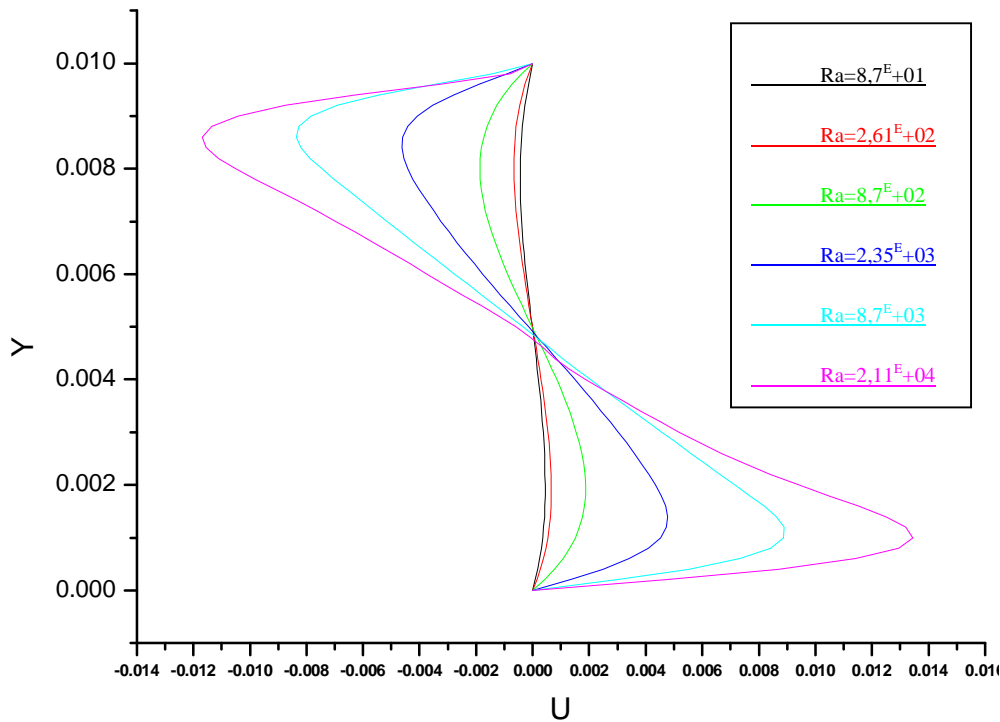


Figure (3.26) : Profils de la vitesse U le long de y, pour  $x=0.02$ , Cavité ( $A=4=0.04/0.01$ ), pour différents Ra

### III.3.1.3 Régime instationnaire

Dans cette partie, nous étudions l'influence du temps sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans l'enceinte représentée dans la figure (2.1) du chapitre II. Pour cela le pas de temps choisit est  $t = 0,01s$ , pour un nombre de Grashof  $Gr = 3,50 \times 10^5$ , le fluide utilisé est le Mercure

La figure (3.27) montrent l'évolution temporelle des lignes de courant, champs de température et les champs de vitesse, d'après la figure deux zones de récirculations une près de la paroi froide et l'autre près de la paroi chaude, après certain temps les deux récirculations sont mélangées au milieu de cavité pour construire une grande zone de récirculation, après long temps cette dernière se subdivise en trois zones, une au milieu, l'autre près de la paroi chaude, et près de paroi froide

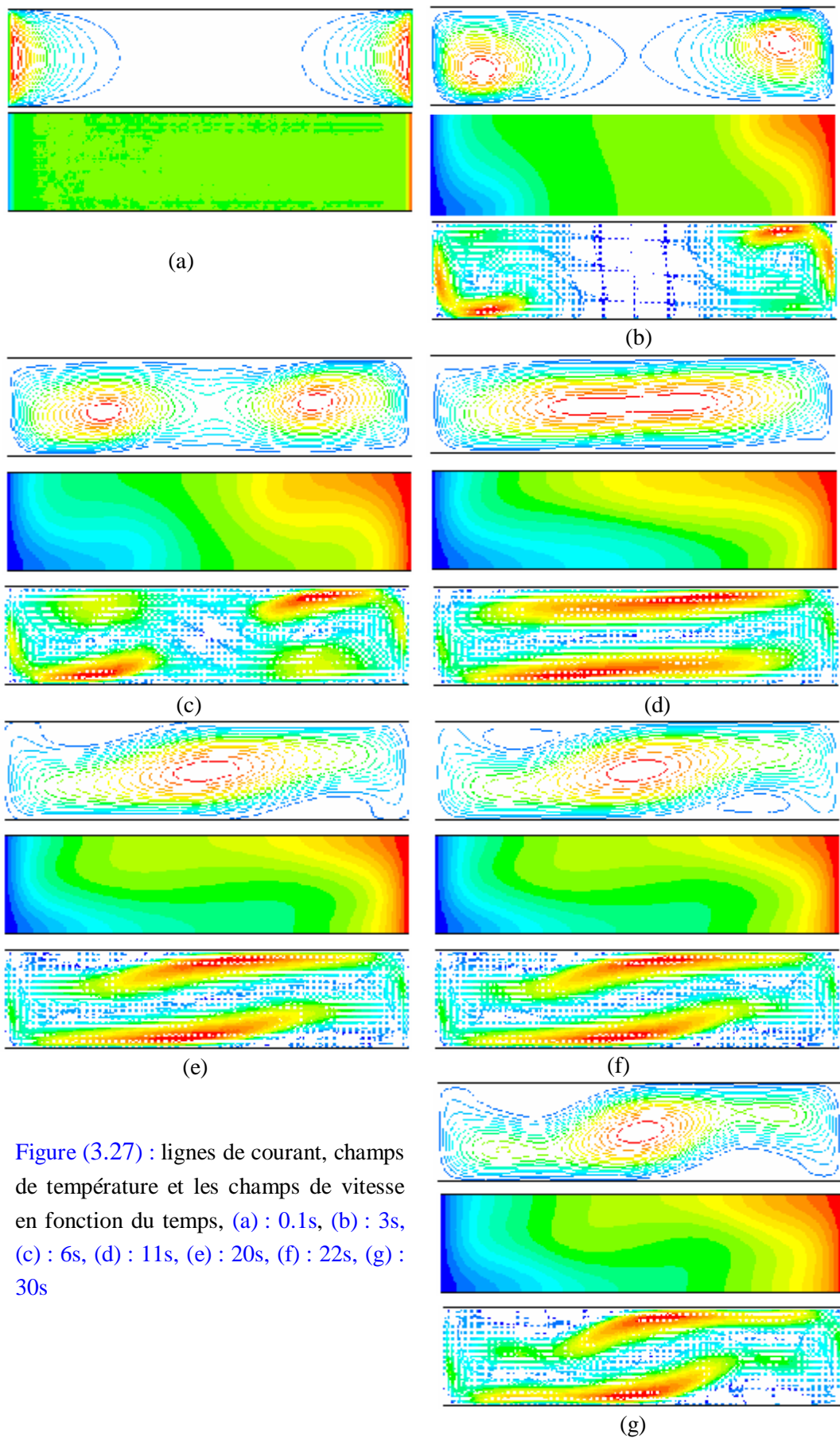


Figure (3.27) : lignes de courant, champs de température et les champs de vitesse en fonction du temps, (a) : 0.1s, (b) : 3s, (c) : 6s, (d) : 11s, (e) : 20s, (f) : 22s, (g) : 30s

### III.3.1.4 Régime turbulent

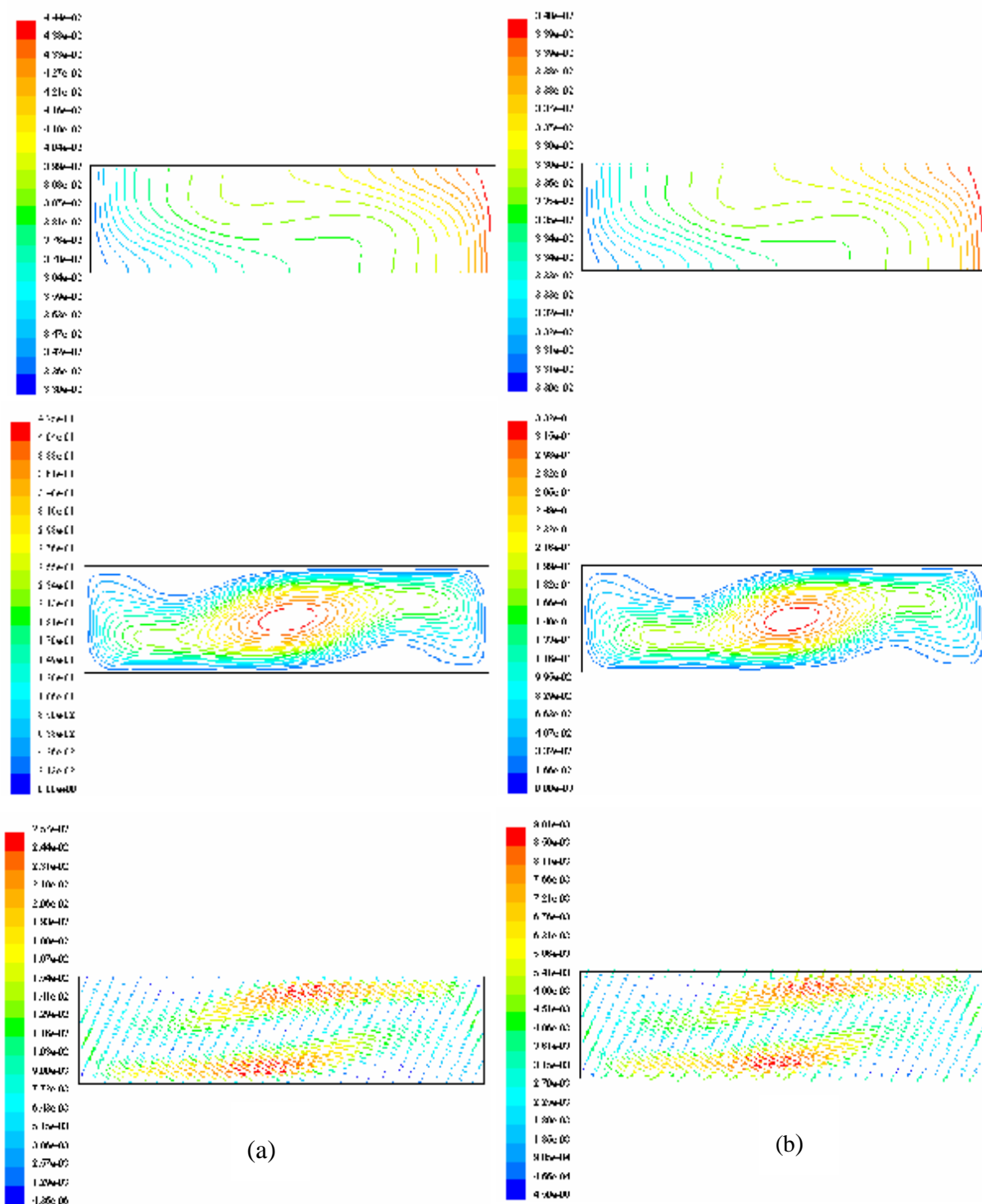


Figure (3.28) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour  $Ra=8,7 \times 10^3$ , (a) gallium, (b) mercure

L'accroissement du nombre de Rayleigh fait augmenter la complexité de l'écoulement Mohamed et Viskanta [9], et ceci est évident dans la figure (3.24). D'après Mohamed et Viskanta [9], l'écoulement dans le gallium devient turbulent pour  $Ra = 1,77 \times 10^5$ . Pour le mercure, on n'a pas trouvé dans la littérature le Rayleigh de transition vers le régime turbulent.

Pour avoir une idée de cette valeur critique de transition dans le mercure, on a simulé l'écoulement dans les deux fluides (gallium et mercure), pour la même cavité (de dimensions 0,04m x 0,01m) et pour le même  $Ra = 8,7 \times 10^3$  (Figure (3.28)). On peut ainsi voir que les isothermes dans le gallium sont presque les mêmes courbées que celles dans le mercure et le nombre de Prandtl est presque le même a 335K. On peut donc supposer que la valeur du Rayleigh, de transition vers la turbulence est la même celle dans le gallium et que pour  $R = 1,77 \times 10^5$  l'écoulement dans le mercure est en régime turbulent. En plus, numériquement, pour cette dernière valeur de Ra ( $Ra = 1,77 \times 10^5$ ), le programme de simulation, en régime laminaire, diverge.

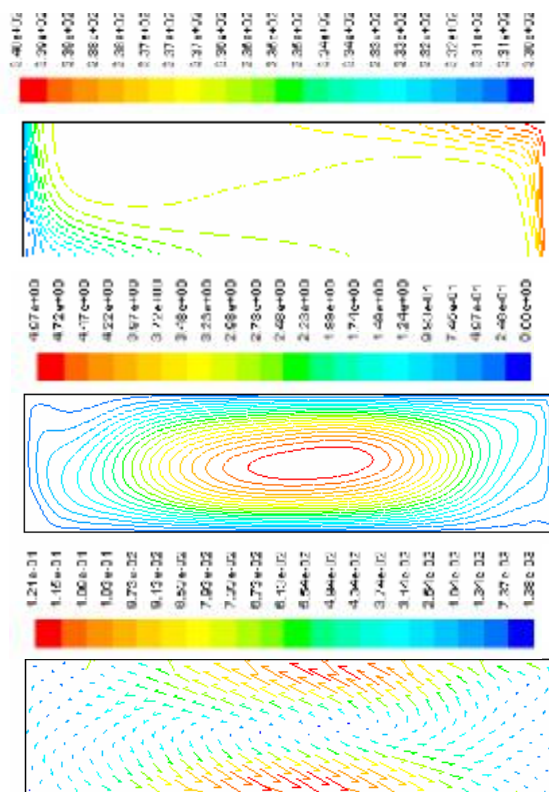


Figure (3.29) : champ de température, lignes de courant et champ de vitesse, pour  $Ra = 7,10E+5$

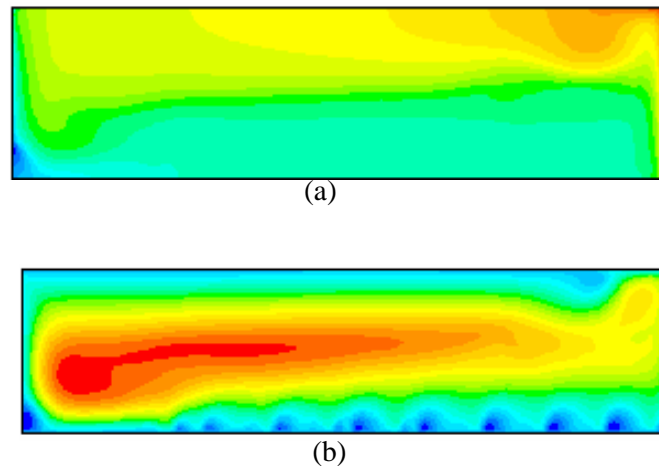


Figure (3.30) : (a) champ de température, (b) lignes de courant,  $Ra=7,10E+5$

La figure (3.29) est la solution avec le model de turbulence (k- $\epsilon$ ) standard de FLUENT. Lorsqu'on fait augmenter le nombre de Ra à, on constate une grande perturbation dans les isothermes ainsi que l'apparition de plusieurs zones de recirculation indiquant une plus grande complexité et un degré plus élevé de turbulence- (Figure (3.30)).

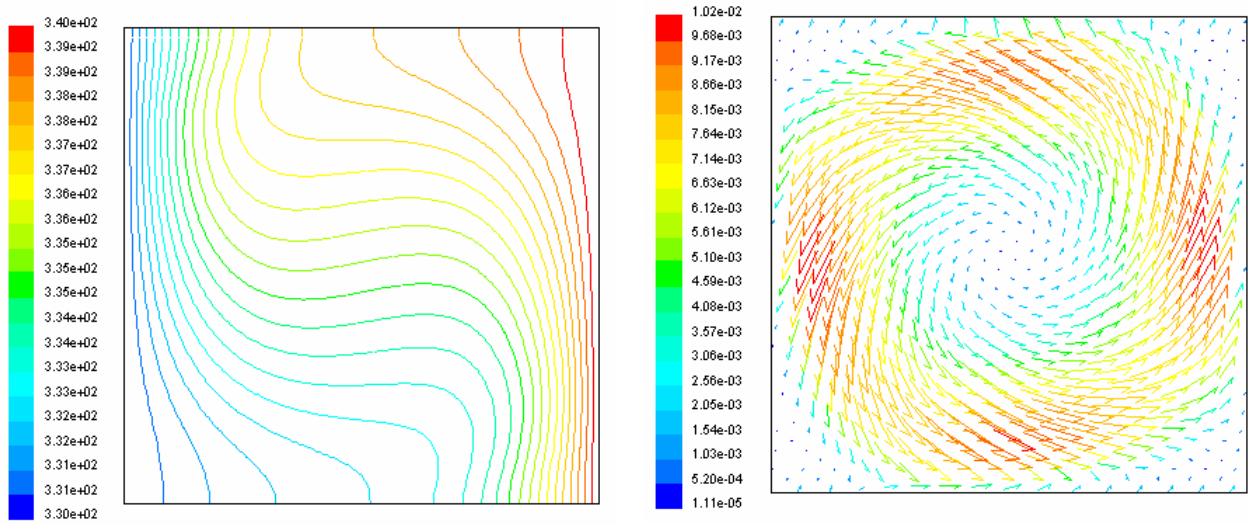
### III.3.1.4 Influence du rapport d'aspect

Pour l'étude précédente, on a gardé le même rapport d'aspect ( $A = 4$ ). L'influence de la variation du rapport d'aspect sur l'écoulement et le transfert de chaleur, est étudiée dans ce qui suit.

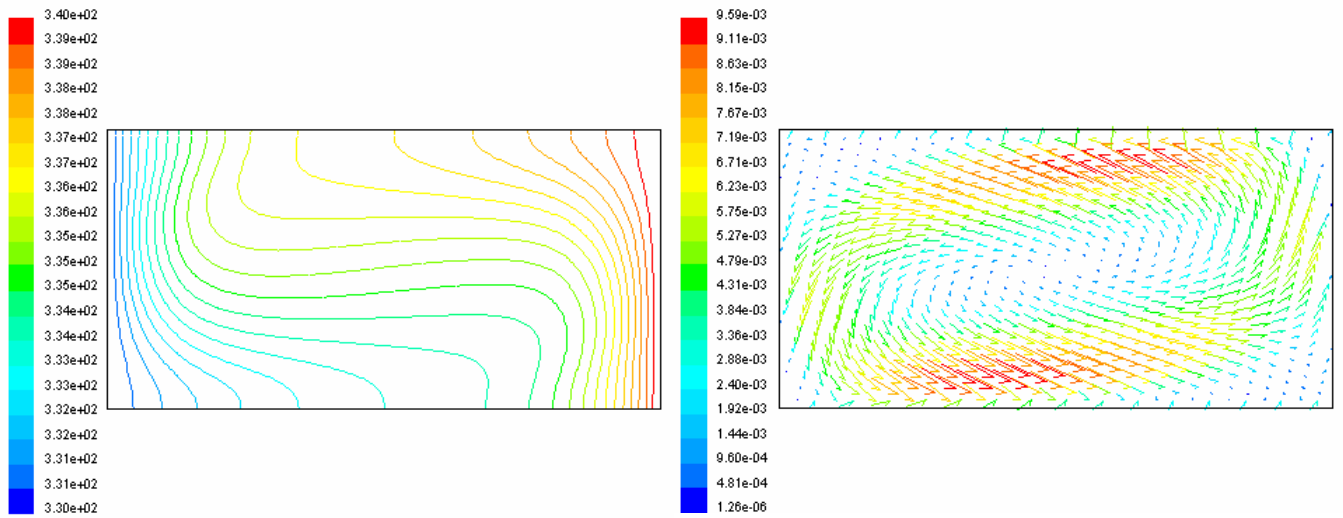
Ainsi dans la figure (3.31), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de 1 (cavité carrée) à  $A = 5$  (cavité rectangulaire horizontale allongée), sont présentés.

La figure (3.32) représente le nombre le nombre de Nusselt<sub>max</sub> en fonction du rapport d'aspect, variation qui linéaire avec Nu. A partir du graphe de la figure (3.32), on a déduit l'équation (III.4) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt et le rapport d'aspect pour une cavité horizontale.

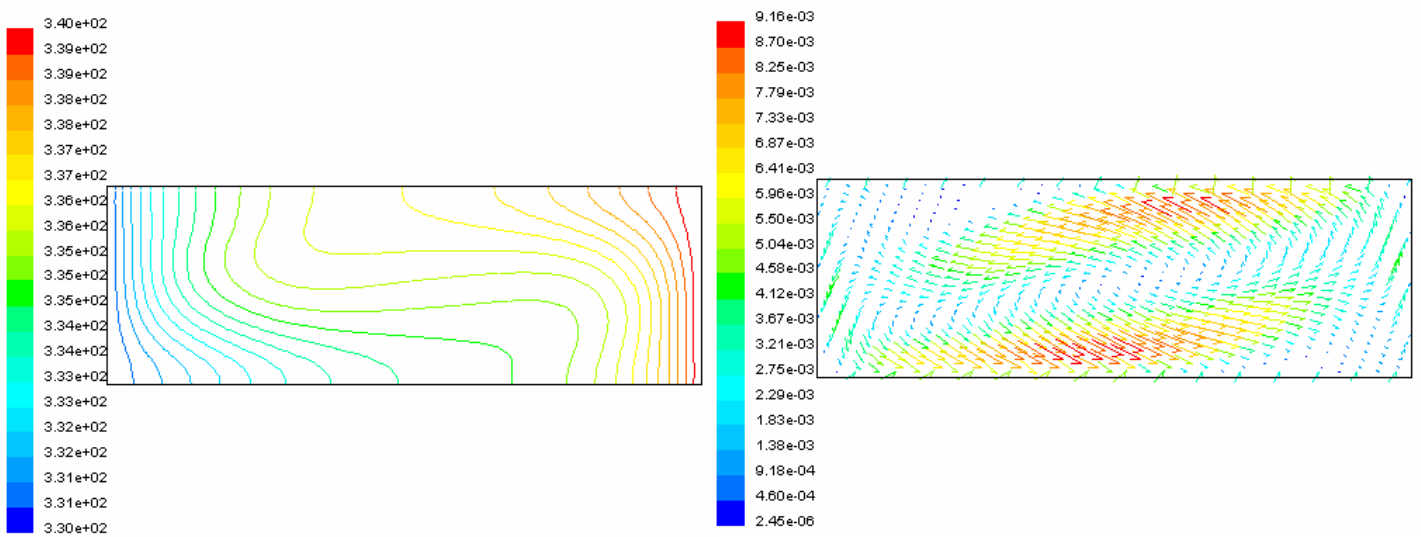
$$Nu_{\max} = 94,9832 A^{-0,93152} \quad (\text{III.4})$$



(a)



(b)



(c)



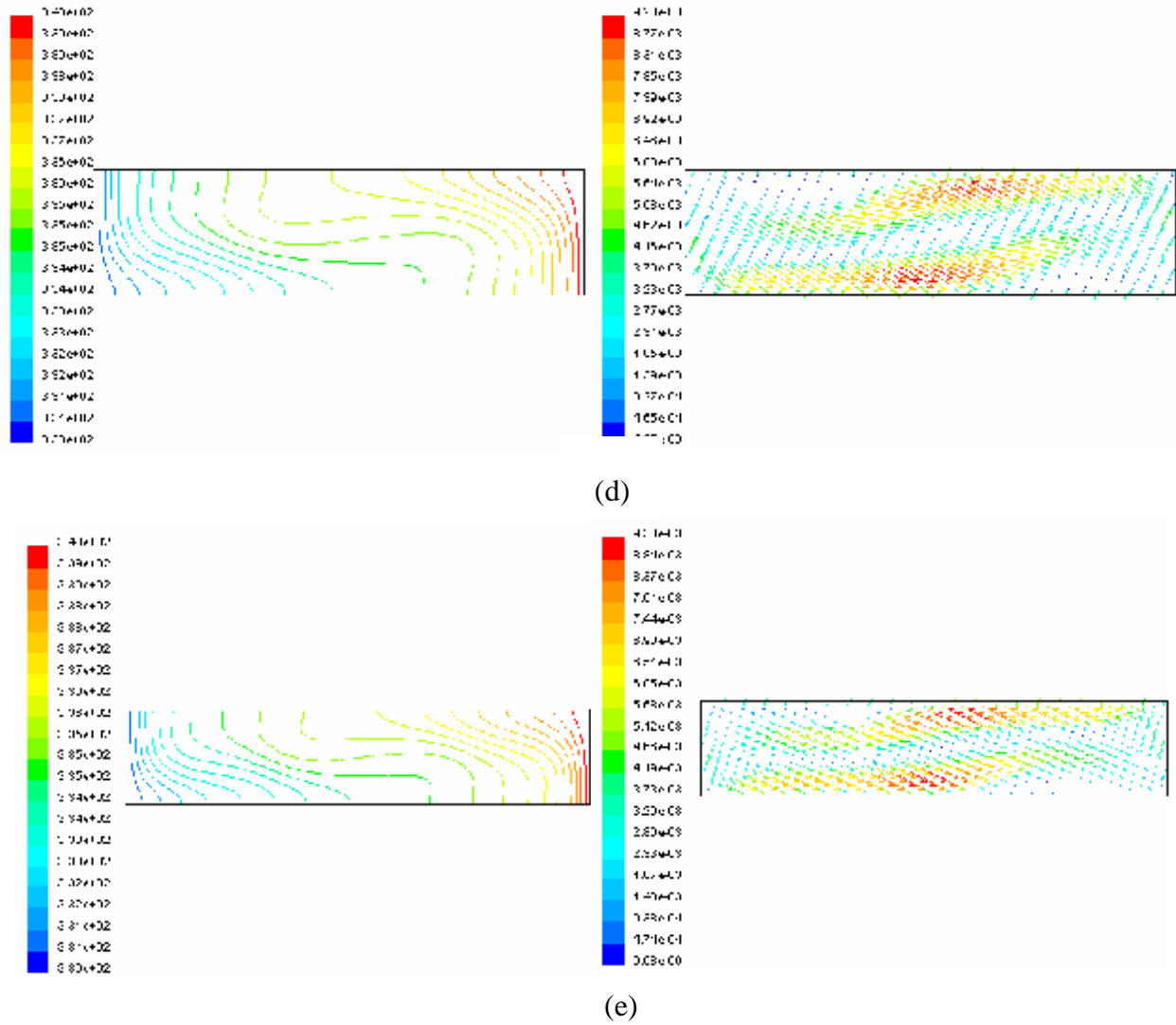
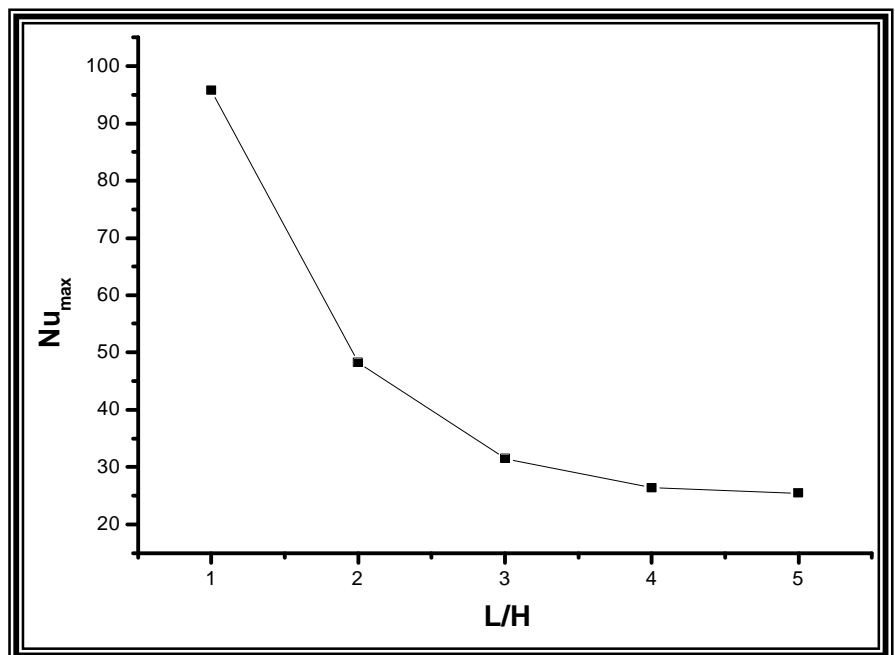


Figure (3.31) : Champs de température et de vitesse dans le mercure pour des rapports d'aspect (a) :  $A=1$ , (b) :  $A=2$ , (c) :  $A=3$ , (d) :  $A=4$ , (e) :  $A=5$ ,  $\Delta T=10$

Figure (3.32) : Nombre de Nusselt max en fonction du rapport d'aspect A (cavité horizontale)



Dans la figure (3.33), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de 1/4 à 3/4, correspondant à des cavités rectangulaires verticales, sont présentés.

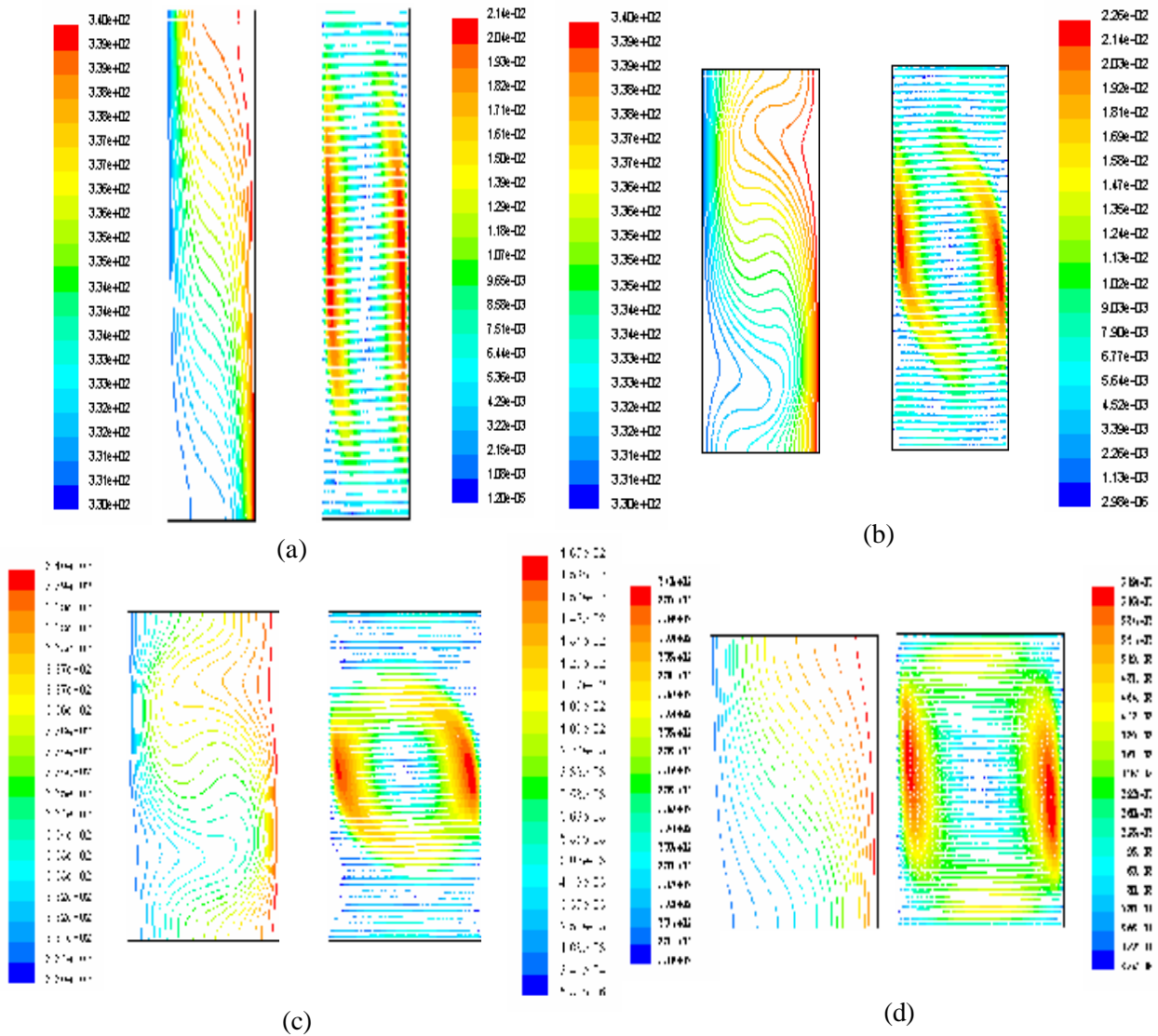


Figure (3.33) : Champs de température et de vitesse dans le mercure pour des rapports d'aspect (a):  $A=1/4$ , (b) :  $A=1/3$ , (c) :  $A=1/2$ , (d) :  $A=3/4$ ,  $\Delta T=10$

La figure (3.34) représente le nombre le nombre de  $Nusselt_{max}$  en fonction du rapport d'aspect, variation qui linéaire avec  $Nu_{max}$ .

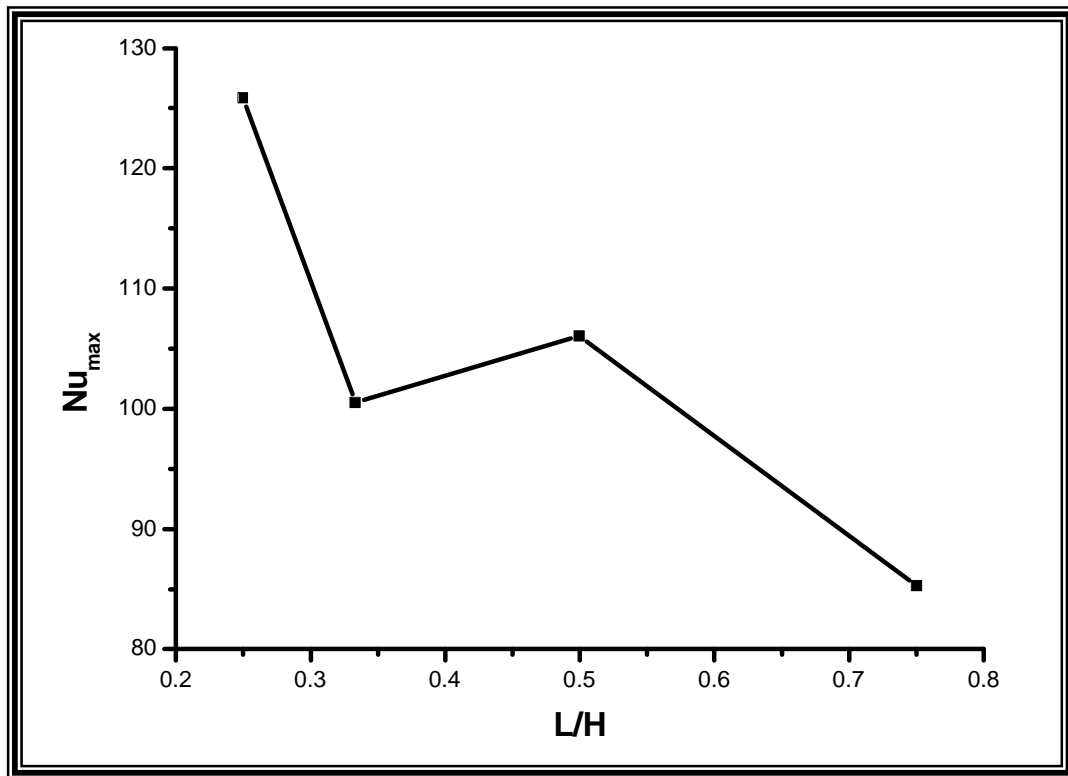


Figure (3.34) : Nombre de Nusselt max en fonction du rapport d'aspect A (cavité verticale)

On peut remarquer que la deuxième configuration (cavité verticale) permet d'atteindre des valeurs de  $Nu_{max}$  plus élevées alors que dans la configuration de cavité horizontale, pour l'intervalle des rapports d'aspect, considéré.

### III.3.2 Simulation en 3D

Dans la littérature qu'on a consulté, on a constaté que la plupart des études numériques ont été réalisées en 2D [1, 4, 26] ; dans le peu de simulations menées en 3D, la troisième dimension a été prise très petite [3, 5,14]. Pour cela on a pensé qu'il serait utile de mener une étude en 3D (la modélisation en 3D reflétant mieux la réalité) en faisant varier la troisième dimension pour voir son influence sur l'écoulement convectif. Une première configuration en 3D  $L \times H \times z = 0,04 \times 0,01 \times 0,002$  a été considérée (Figure (3.35.a)) ; une autre modélisation  $L \times H \times z = 0,04 \times 0,01 \times 0,006$  et qui correspond à une épaisseur trois fois plus grande que la première est montrée dans la figure (3.35.b).

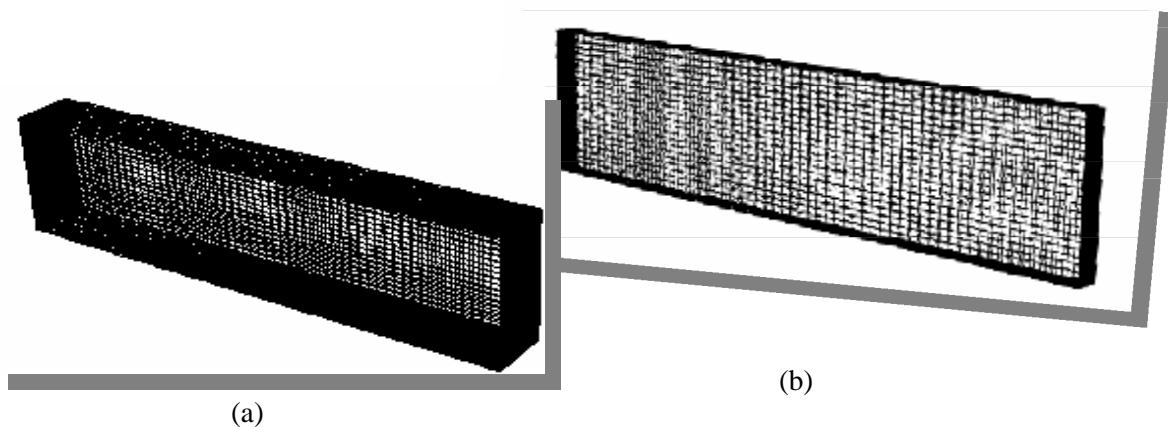


Figure (3.35) : Maillage, (a)3D épaisseur 0,006, (b) 3D épaisseur 0,002

Dans la figure (3.36), on montre les champs de température dans le mercure, comme fluide de convection, et pour une même valeur de Ra, correspondant respectivement à la simulation en 3D épaisseur 0,002 m (figure 3.35.a) et à l'épaisseur 0.006 m (figure 3.35.b).

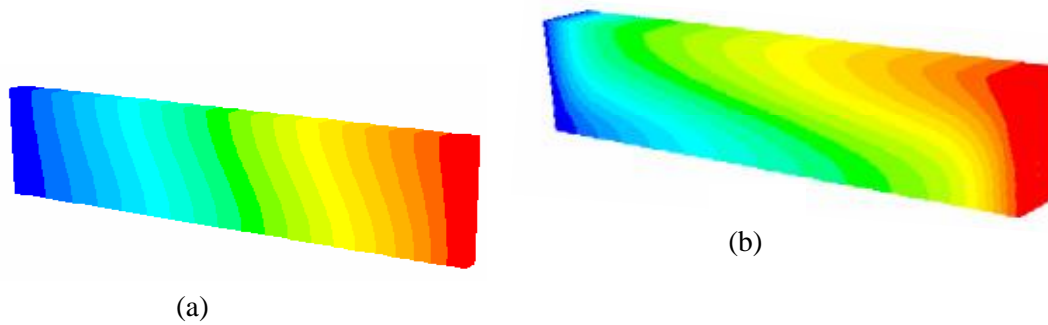


Figure (3.36) : Champs de température, (a)3D épaisseur 0,002m, (b) 3D épaisseur 0,006m

A partir de la figure (3.36), on peut constater que pour ces dimensions, les champs de température est ne pas le même quelle que soit la section selon  $z$  (la troisième dimension). On montre ainsi dans la figure (3.37), les champs de température en 2D et au niveau d'une section pour les simulations en 3D pour les deux épaisseurs considérées.

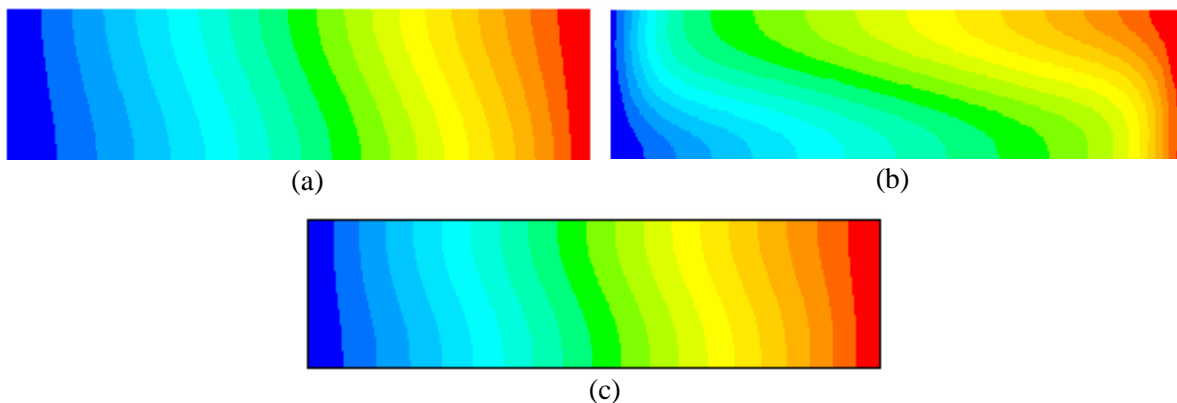


Figure (3.37) : Champs de température pour le mercure, (a) :3D épaisseur 0,002m, (b) :3D épaisseur 0,006m, (c) :2D

Donc pour les épaisseurs inférieures à 0,006m, les champs de température et de vitesse étant indépendants de la coordonnée  $z$ , on peut mener l'étude de l'influence des différents paramètres de contrôles (gradient de température, dimensions de la cavité, rapport d'aspect) en 2D. L'étude en 3D est nécessaire pour des dimensions plus grandes, telle celle de 0,006.m.

### III.2 Influence du nombre de Prandtl

Pour voir l'influence du nombre de Prandtl, on a comparé le mercure qui est un métal liquide ( $Pr = 0,0248$  à  $T = 300$  K) avec l'eau ( $Pr = 5,82$  à  $T = 300$  K). Les champs de température et des vitesses pour ces deux fluides pour un nombre de Grashof  $Gr = 3,5 \times 10^3$  sont ainsi montrés dans la figure (3.9.a ,3.9.b). Le champ de température dans le mercure est encore dans un régime conductif (isothermes presque verticales), alors qu'on est en régime convectif pour l'eau (isothermes courbées).

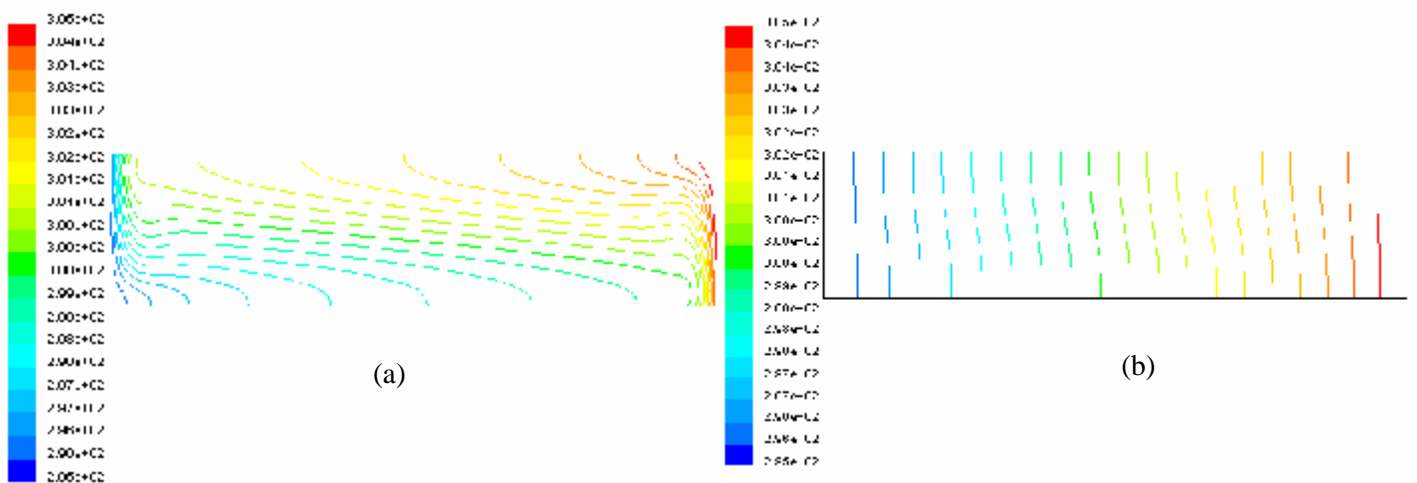


Figure (3.9.a): champs de température pour (a) eau, (b) mercure à  $Gr = 3,5 \times 10^3$

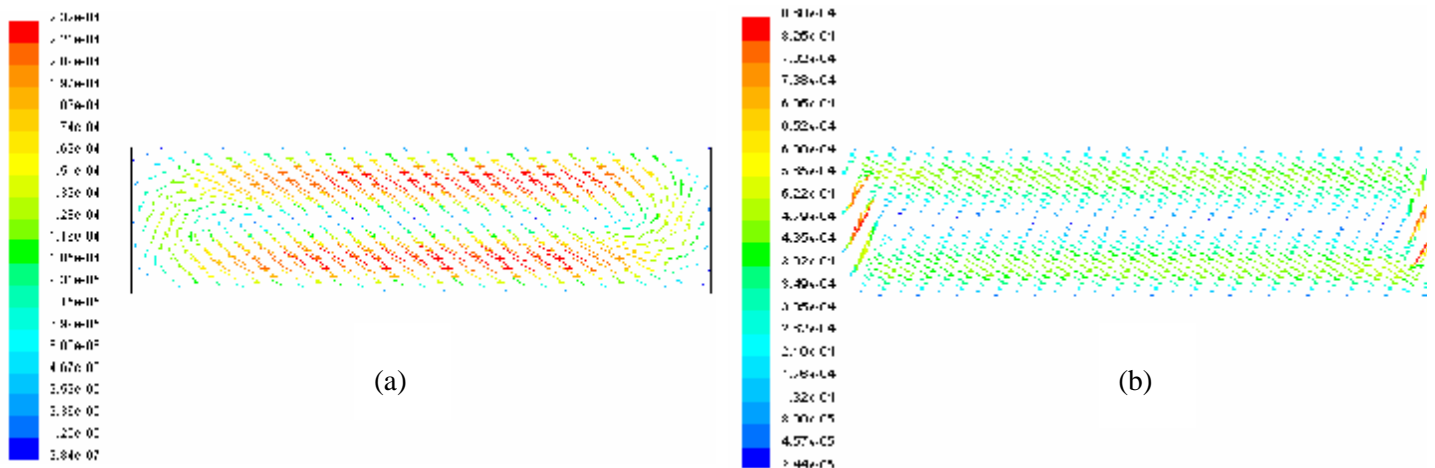


Figure (3.9.b): champs de vitesse pour (a) eau, (b) mercure à  $Gr = 3,5 \times 10^3$

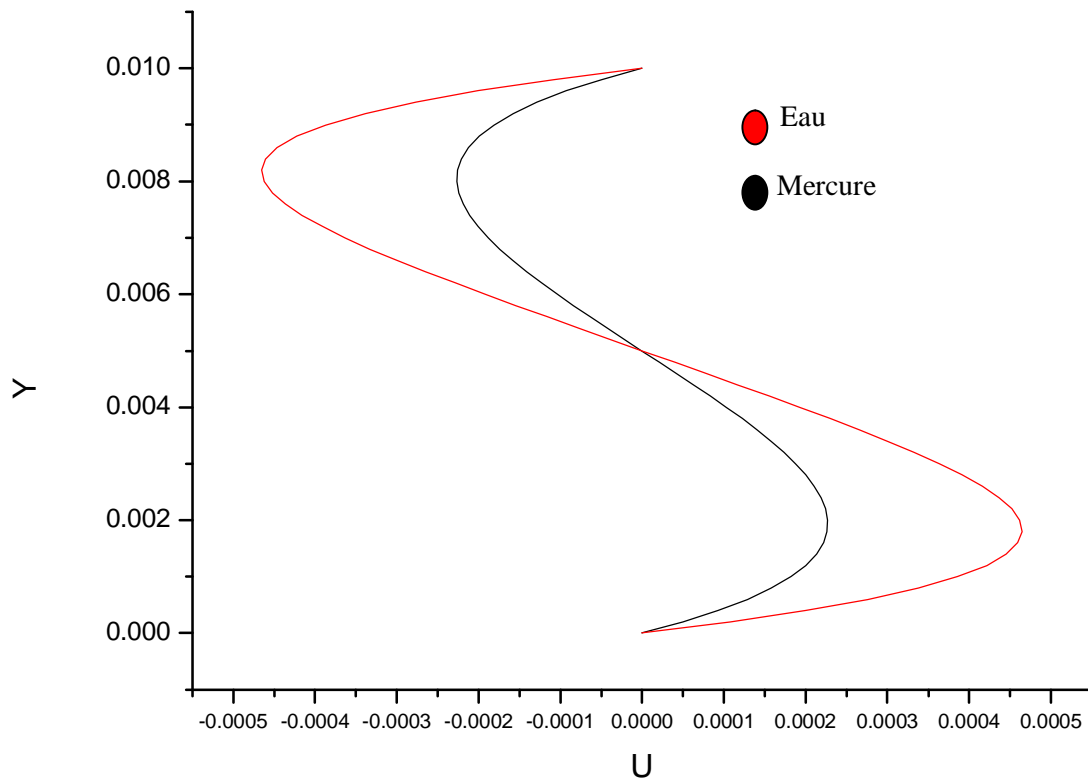


Figure (3.10) : Profils de la vitesse U le long de y, pour  $x=0,02$ ,  $Gr= 3,5 \times 10^3$

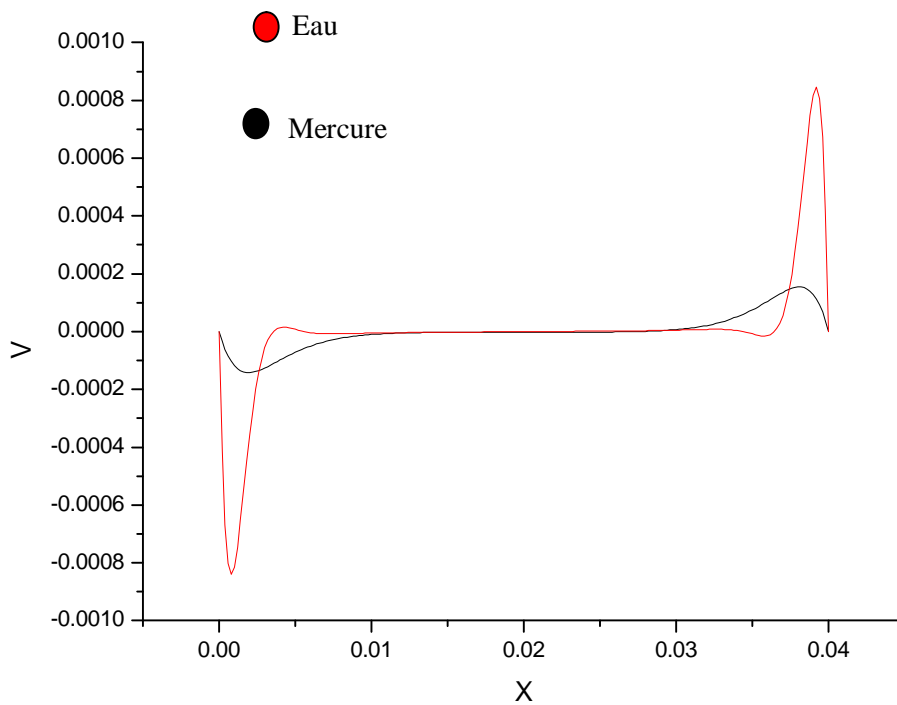


Figure (3.11) : Profils de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$ ,  $Gr= 3,5 \times 10^3$

Pour plus de détail concernant la distribution de vitesse de l'écoulement dans l'enceinte et la différence entre un fluide à faible Pr et à grand Pr, nous considérons quelques profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité (voir les

figures 3.10, 3.11), On remarque que le profile de vitesse dans l'eau est plus grand par rapport au mercure dans les deux directions.

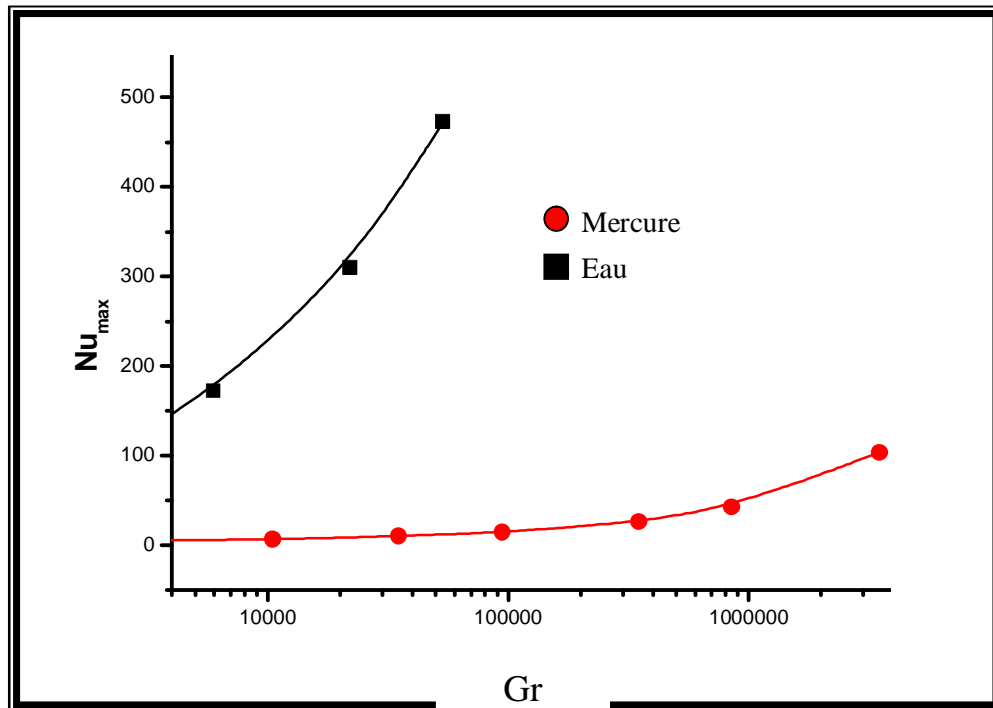


Figure (3.12) : Nombre de Nusselt max en fonction du nombre de Grashof, pour Eau et Mercure

La figure (3.12) montre le  $Nu_{max}$  en fonction du  $Gr$  pour les deux fluides. On peut voir qu'on doit imposer un  $Gr$  plus élevé pour causer le même transfert de chaleur par convection dans le fluide à bas Prandtl (mercure) qu'à un Prandtl plus élevé (eau). Ce graphe a été utilisé pour obtenir des corrélations à l'aide de logiciel Origin entre le nombre de Nusselt et le nombre de Grashof. Ainsi, les équations (III.1) et (III.2) sont obtenues pour le mercure ( $Gr$  allant de  $3,5 \times 10^3$  à  $3,5 \times 10^6$ ) et l'eau ( $Gr$  allant de  $1,28 \times 10^3$  à  $1,28 \times 10^6$ ).

$$Nu_{max} = 0,01891 Gr^{0,57049} \quad (III.1)$$

$$Nu_{max} = 1,0849 Gr^{0,48077} \quad (III.2)$$

La figure (3.13) représente les champs de température obtenus pour différents fluides (eau, mercure, gallium et air) pour le même gradient de température et les mêmes dimensions de la cavité ( $A=4=0,04/0,01$  et  $\Delta T = 10$  K). A partir de ces champs, on a calculé le nombre de Nusselt et de flux de chaleur maximaux, dont les valeurs sont présentées dans le tableau ci-dessous :



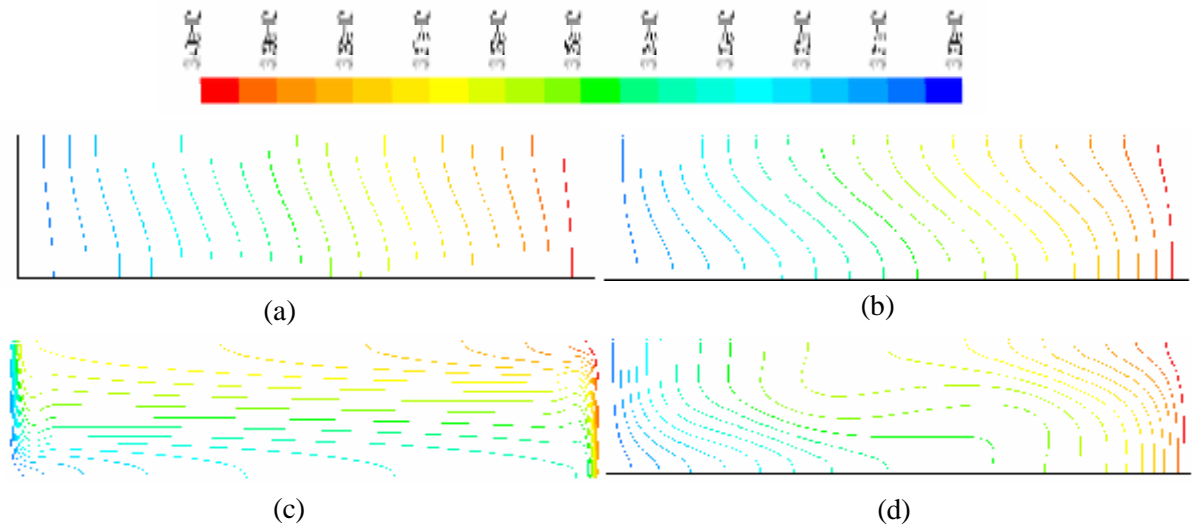


Figure (3.13): champs de température pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure Cavité (A=4=0,04/0,01),  $\Delta T=10$  K

Tableau 3.4 : Nusselt max et flux de chaleur max pour différents fluides

Fluide	Pr	Ra	Gr	$Nu_{max}$	$q_{max}$
GALLIUM	0,02501032	7,61E+02	3.04E+04	9,7956	13822,00
AIR	0,70187846	2,41E+02	3.44E+02	6,7687	8,2837
MERCURE	0,02484238	8,70E+03	3.50E+05	26,3454	10226,94
EAU	5,81556992	1,28E+05	2.20E+04	309,6761	8036,522

Le tableau (3.4) présente des valeurs comparatives de différents fluides (eau, air, gallium, mercure), pour les mêmes dimensions de la cavité et la même différence de température appliquée. On remarque que les flux de chaleur dans les métaux liquides sont, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides. Par exemple le flux de chaleur dans le mercure est égal à presque 1,27 fois celui dans l'eau et 1200 fois celui de l'air, d'où l'intérêt de l'utilisation des métaux liquides pour l'évacuation de grandes quantités de chaleur dans des applications telles

que par exemple le refroidissement des réacteurs nucléaires.

Les figures (3.14) et (3.15) montre les lignes de courant et les champs de vitesse pour l'eau, l'air, le Gallium, et le Mercure pour les mêmes dimensions de la cavité et le même gradient de température. On peut clairement voir l'influence de la variation du nombre de Prandtl sur la forme de la cellule convective et les champs de vitesse.

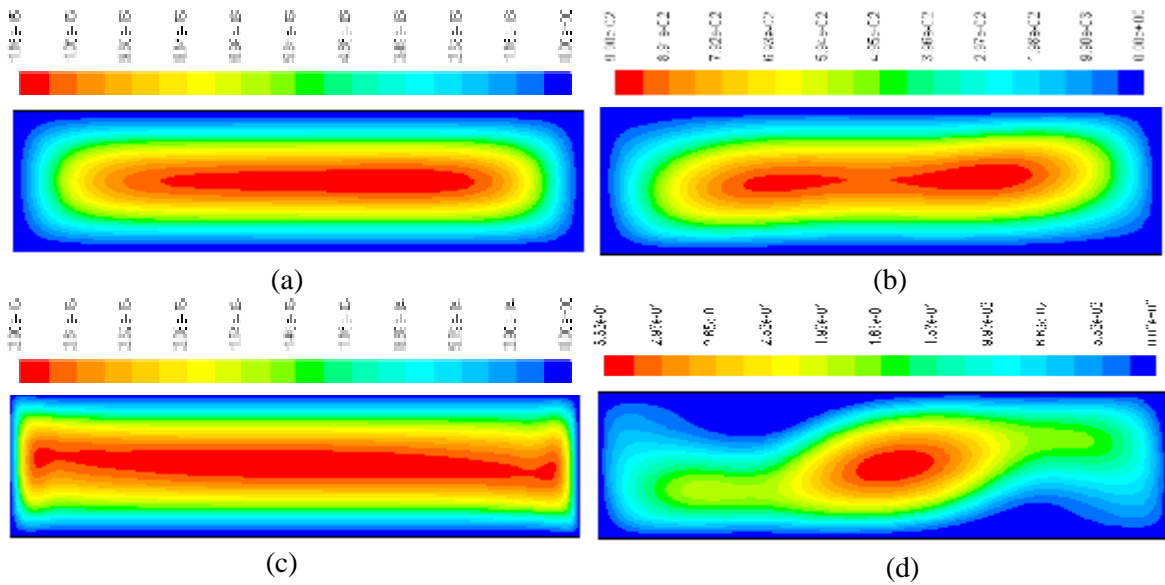


Figure (3.14): lignes de courant pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ),  $\Delta T=10$  K

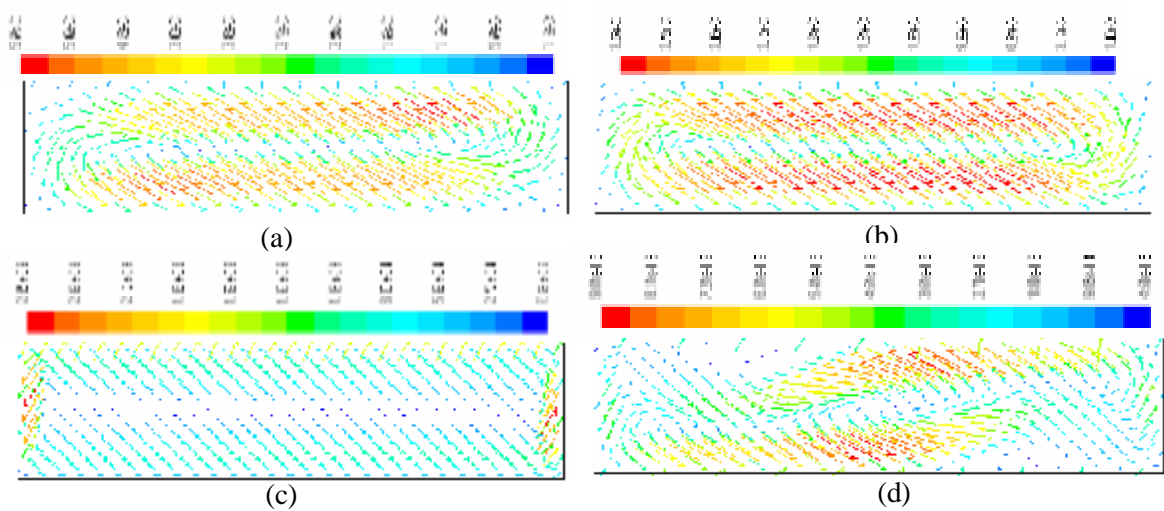


Figure (3.15): champ de vitesse pour (a) air, (b) gallium, (c) eau, (d) mercure

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ),  $\Delta T=10$  K

Les figures (3.16) et (3.17) montre les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour l'eau, l'air, le Gallium, et le Mercure pour les mêmes dimensions de la cavité et le même gradient de température. On peut clairement voir l'influence de la variation du nombre de Prandtl sur la forme de la courbe, il est claire que le profile le plus grand est cela de métaux liquide

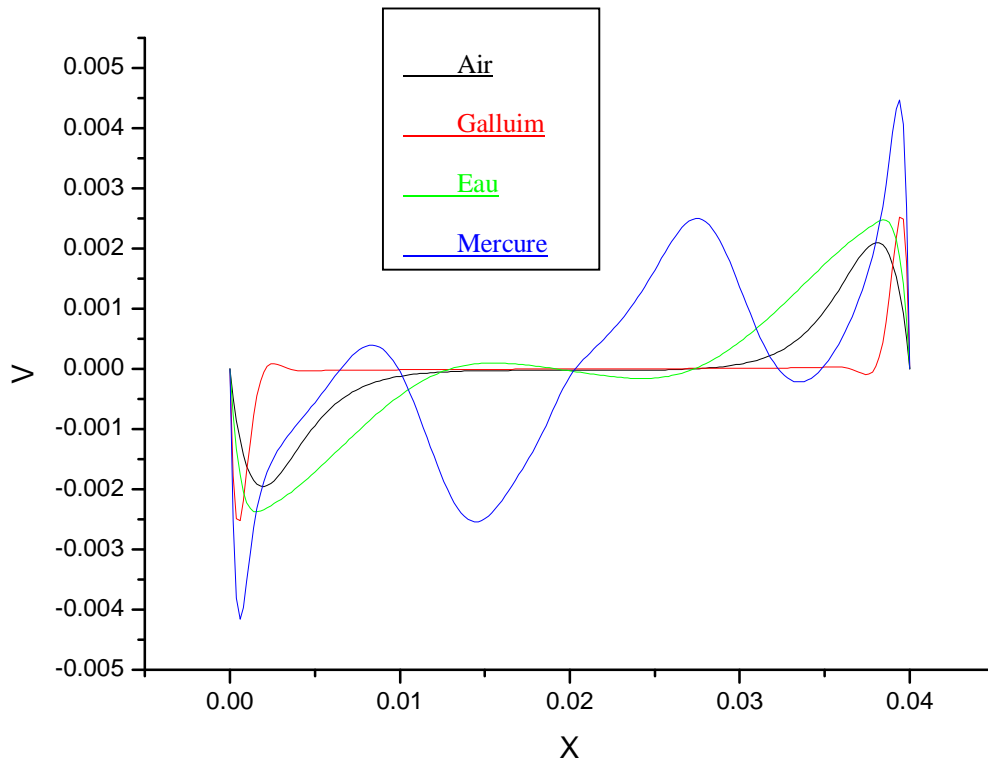


Figure (3.16) : Profils de la vitesse V le long de x, pour y=0,005

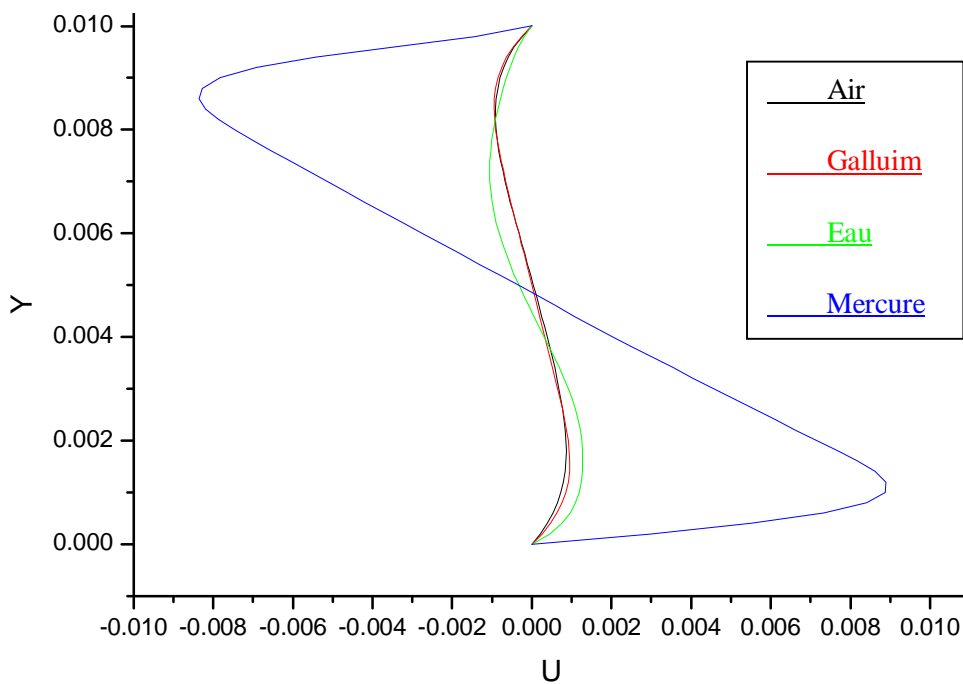


Figure (3.17) : Profils de la vitesse U le long de y, pour x=0,02, Cavité

### III.3 Etude du Mercure

D'après notre recherche bibliographique, la plupart des études sur les métaux liquides dans les cavités soumises à un gradient horizontal de températures ont été menées avec l'étain ou le gallium liquide comme fluides de convection. Le mercure, qui n'a pas été considéré par d'autres auteurs, fera l'objet d'une étude détaillée dans ce qui suit.

#### III.3.1 Simulation en 2D

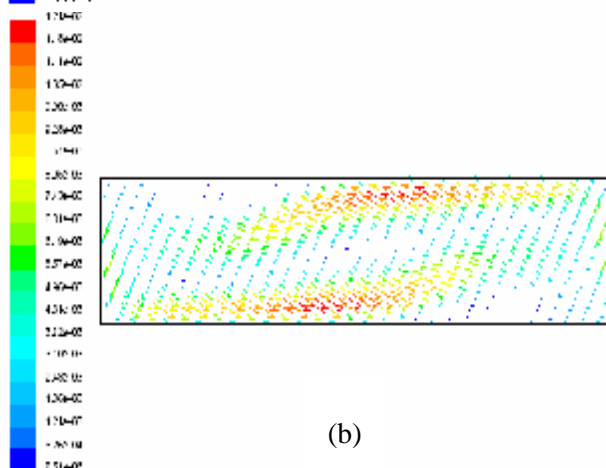
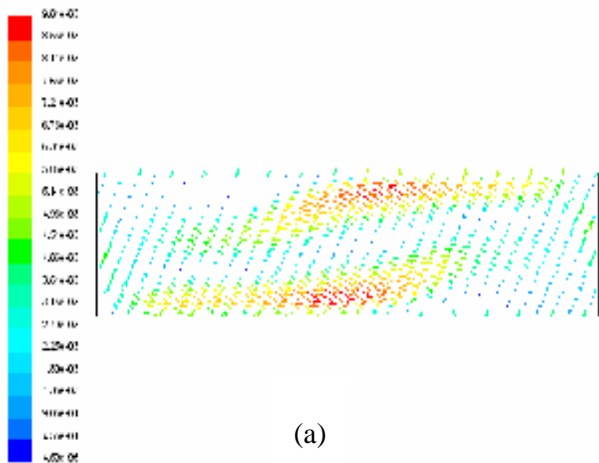
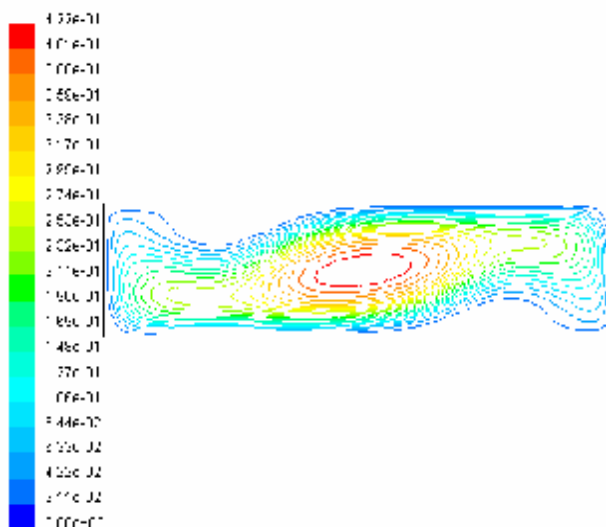
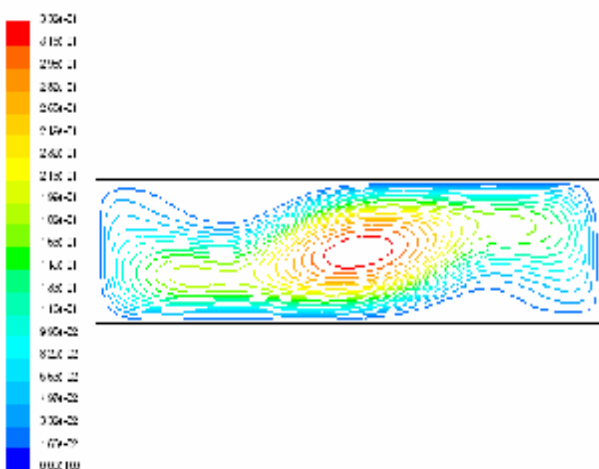
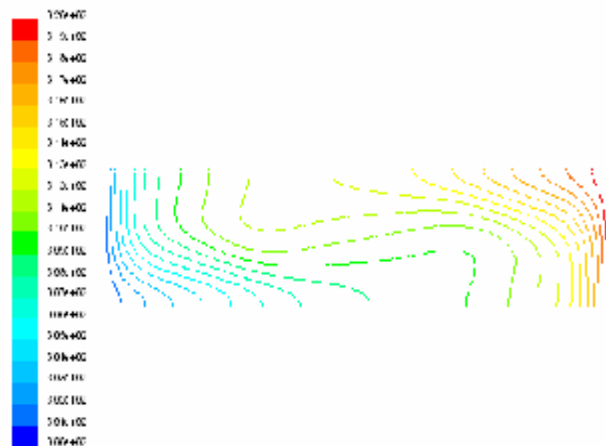
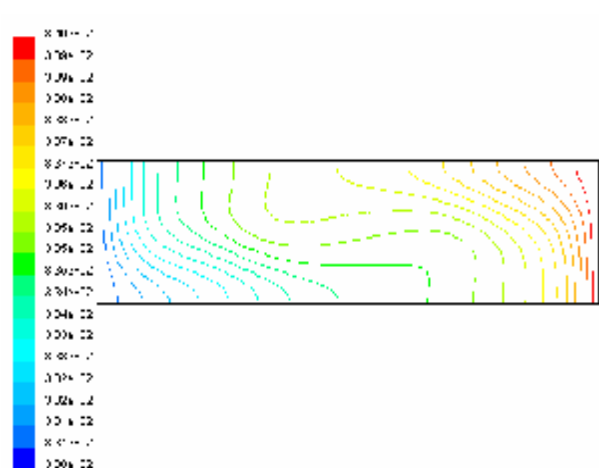
##### III.3.1.1 influence du nombre de Grashof (due à la variation du gradient de température ( $\Delta T$ ))

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Grashof qui compare les forces de flottabilité (force d'Archimède) aux forces visqueuses, et il est proportionnel au gradient de température appliqué [13].

On a tout d'abord étudié l'influence de la variation du nombre de Grashof en faisant changer la différence de température ( $\Delta T$ ) et en gardant la même enceinte.

Ainsi, la figure (3.18) montre que les isothermes ont subi une légère variation malgré qu'on a fait croître le nombre de Grashof de  $8,70 \times 10^3$  à  $8,70 \times 10^4$ . Pour voir des variations notables des champs thermiques et des régimes d'écoulements, on a pensé à faire varier le nombre de Ra en gardant le même rapport d'aspect ( $A=4$ ) et le même  $\Delta T$  (10K).

Les figures (3.19) et (3.20) montrent les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour le mercure. On remarque que la courbe subit une légère variation malgré qu'on ait fait croître le nombre de Grashof de  $8,70 \times 10^3$  à  $8,70 \times 10^5$ .



(a)

(b)

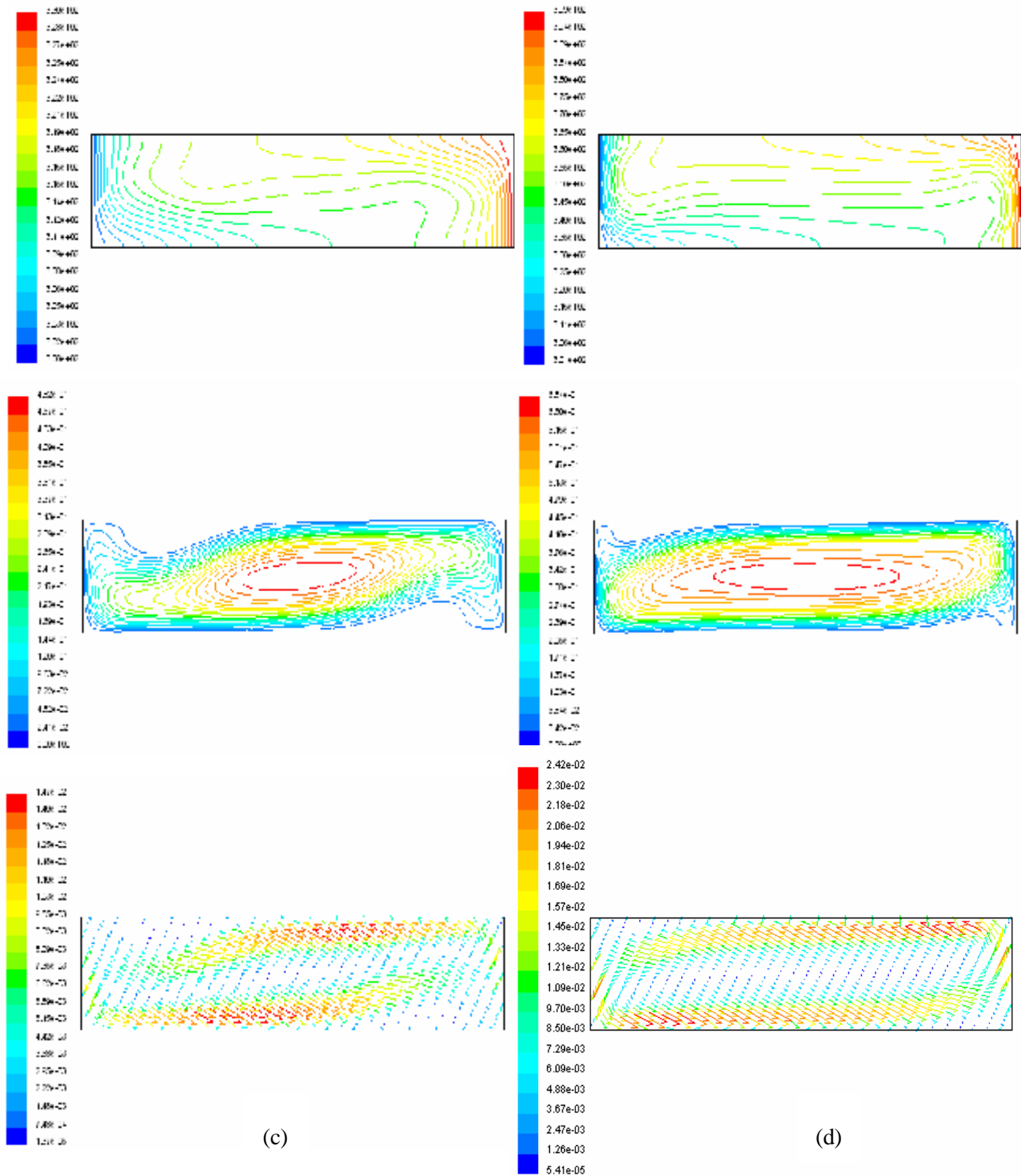


Figure (3.18) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour le mercure, (a) :  $\Delta T=10$ , (b) :  $\Delta T=20$ , (c) :  $\Delta T=30$ , (d) :  $\Delta T=100$

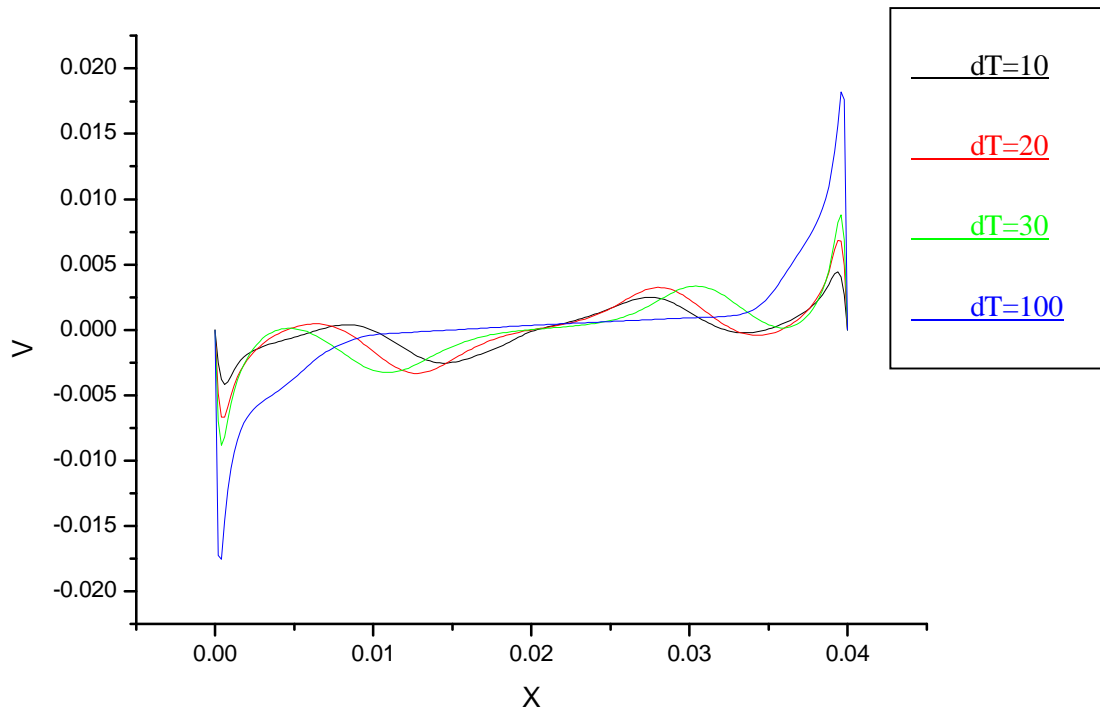


Figure (3.19) : Profils de la vitesse  $V$  le long de  $x$ , pour  $y=0,005$

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents  $\Delta T$

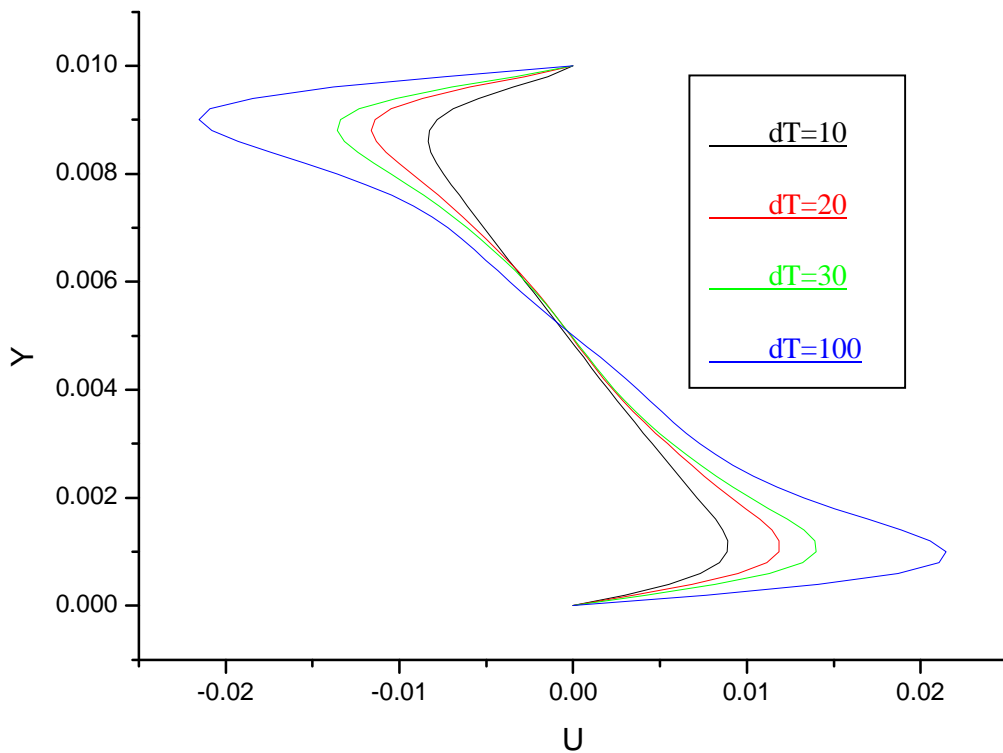


Figure (3.20) : Profils de la vitesse  $U$  le long de  $y$ , pour  $x=0,02$ , Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents  $\Delta T$

### III.3.1.2 Influence du nombre de Rayleigh

Les champs de température sont montrés dans la figure (3.21) pour un nombre de Ra allant de  $8,70 \times 10^1$  à  $2,11 \times 10^4$ . L'isotherme rouge correspond à la paroi chaude et l'isotherme bleue à la paroi froide, et la variation d'isotherme est remarquable avec chaque changement de nombre de Ra.

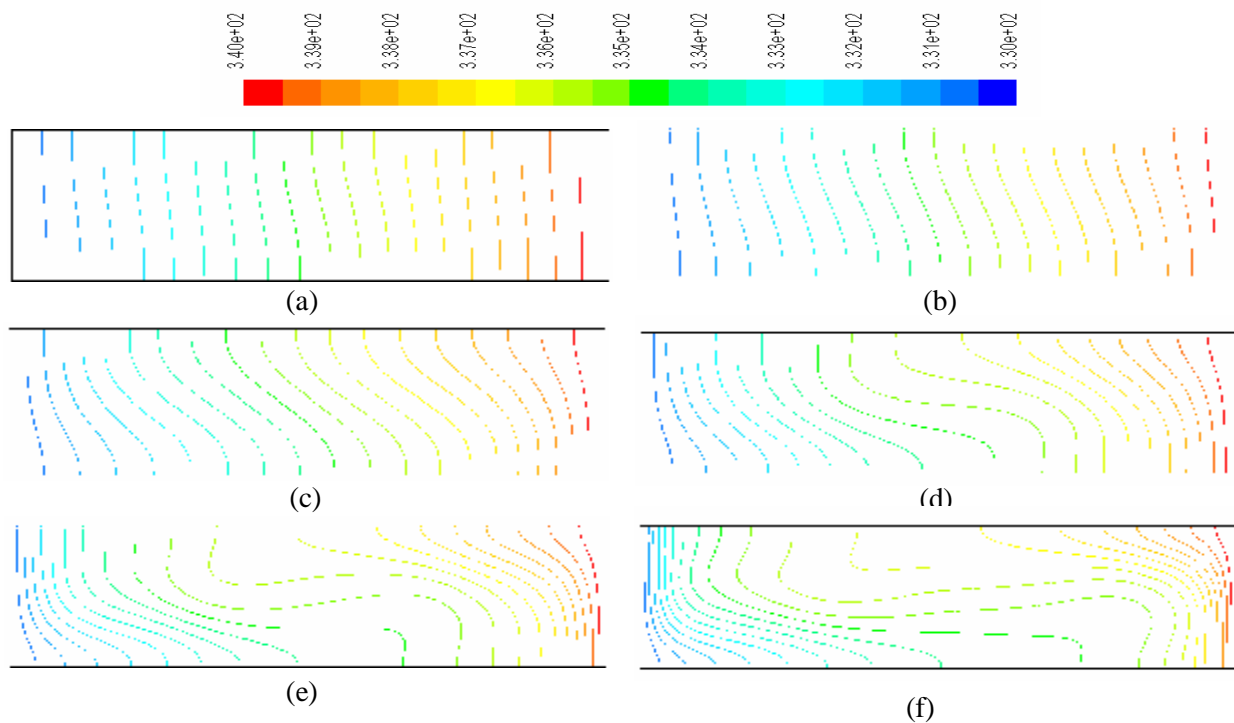


Figure (3.21): champs de température pour le mercure, (a)  $Ra= 8,70E+01$ , (b)  $Ra=2,61E+02$ , (c)  $Ra= 8,70E+02$ , (d)  $Ra= 2,35E+03$ , (e)  $Ra= 8,70E+03$ , (f)  $Ra=2,11E+04$ , Cavité (A=4,  $\Delta T=10$ )

Le nombre de  $Nu_{max}$  est tracé en fonction de Ra dans la figure (3.22). Ce graphe montre que jusqu'à une valeur de Ra d'approximativement  $10^3$ , le transfert de chaleur est essentiellement par conduction. Cela peut être également constaté dans la figure (3.21) où au-dessous de  $Ra=10^3$ , les isothermes sont des lignes presque verticales comme c'est le cas dans le transfert de chaleur par conduction.



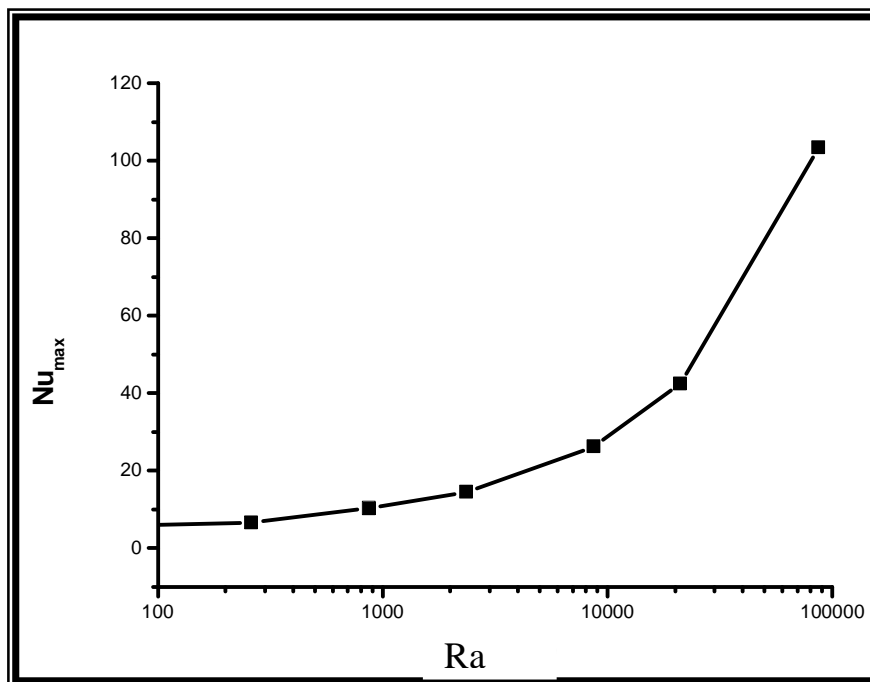
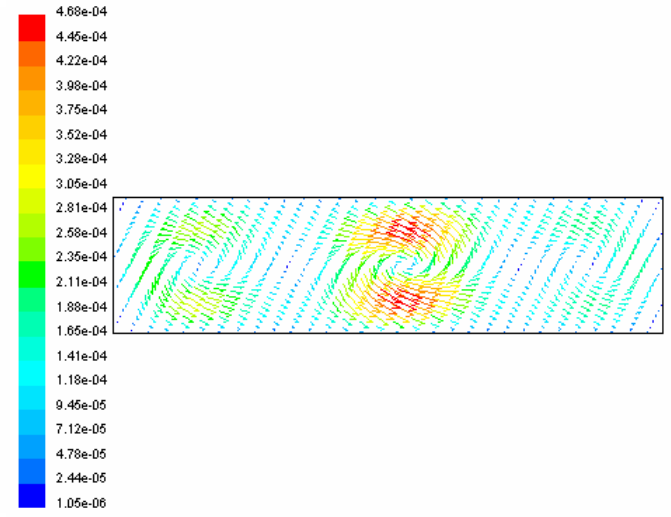
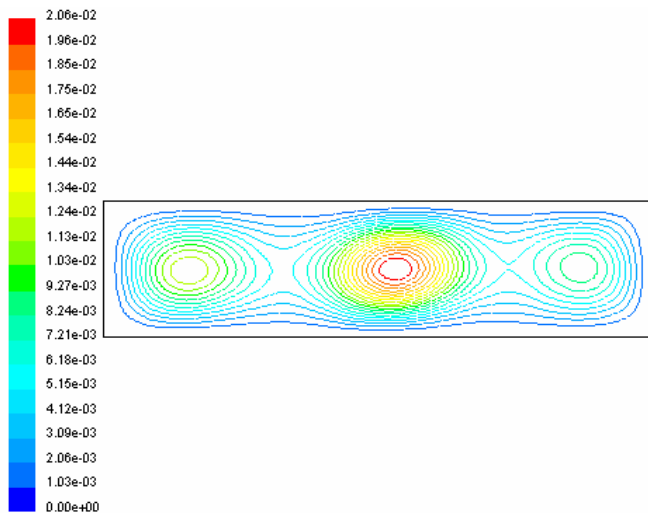


Figure (3.22) : Nombre de Nusselt max en fonction du nombre de Ra pour Mercure

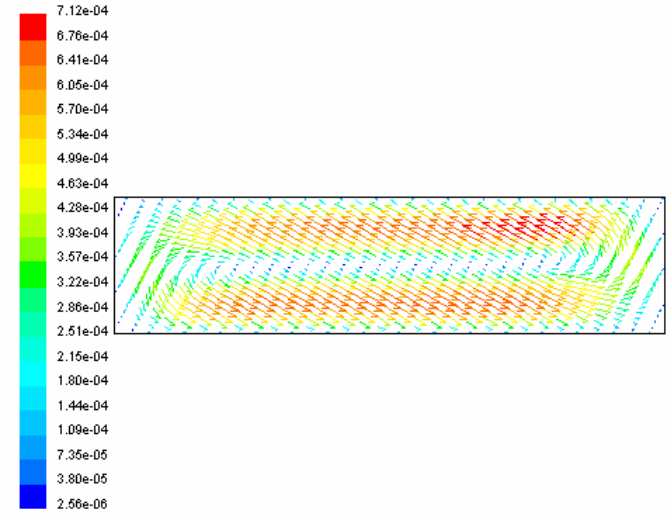
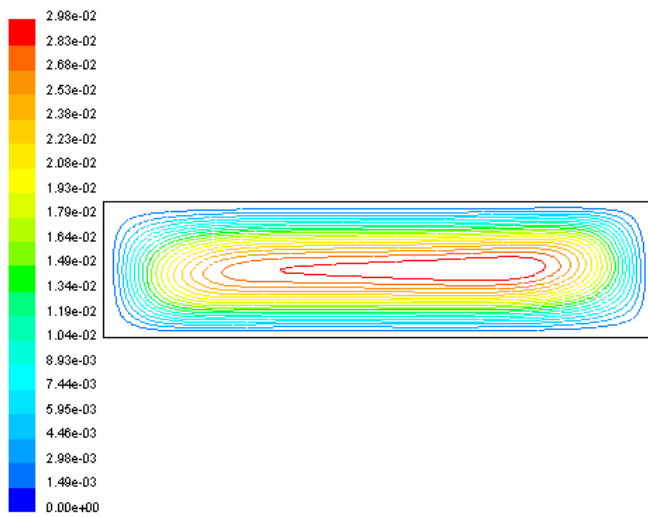
A partir de la courbe de la figure (3.22), on a déduit l'équation (III.3) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt<sub>max</sub> et le nombre de Rayleigh (Ra allant de 87 à  $2,11 \times 10^4$ ).

$$\mathbf{Nu_{max} = 0,15624 Ra^{0,57017}} \quad (\text{III.3})$$

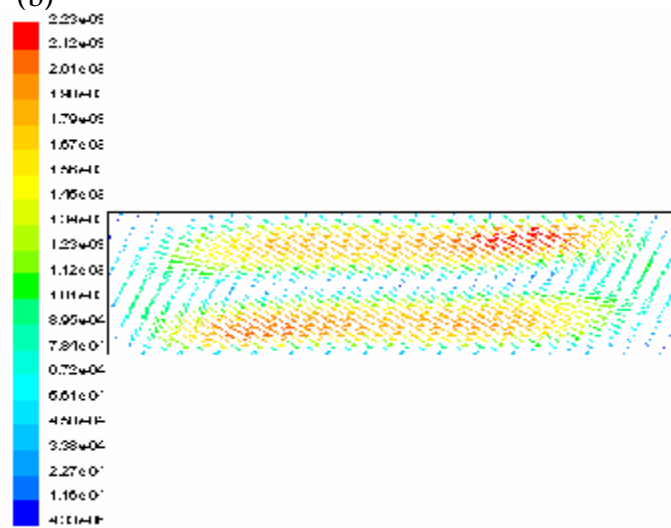
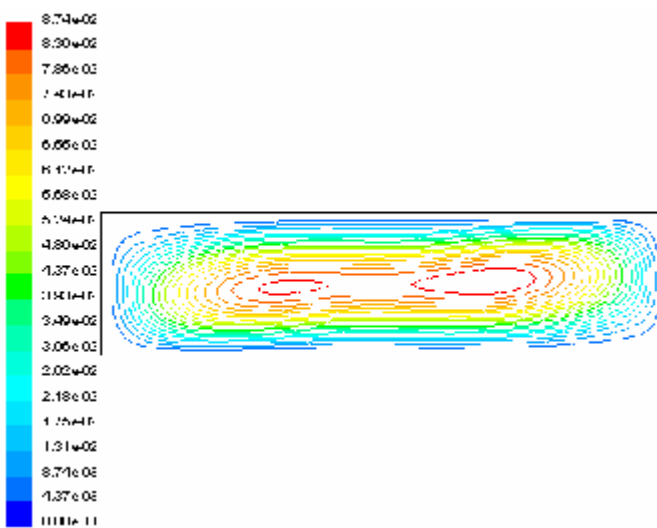
Dans la figure (3.23), on présente les champs de vitesse et les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Ainsi pour  $Ra \geq 2,35E+03$ , les lignes de courant changent de forme et deviennent elliptiques et l'effet de la convection est plus prononcé. Ce comportement continue jusqu'à  $Ra = 10^5$  avec l'apparition de plusieurs circulations secondaires qui tournent à l'intérieur de la circulation principale figure (3.24).



(a)



(b)



(c)

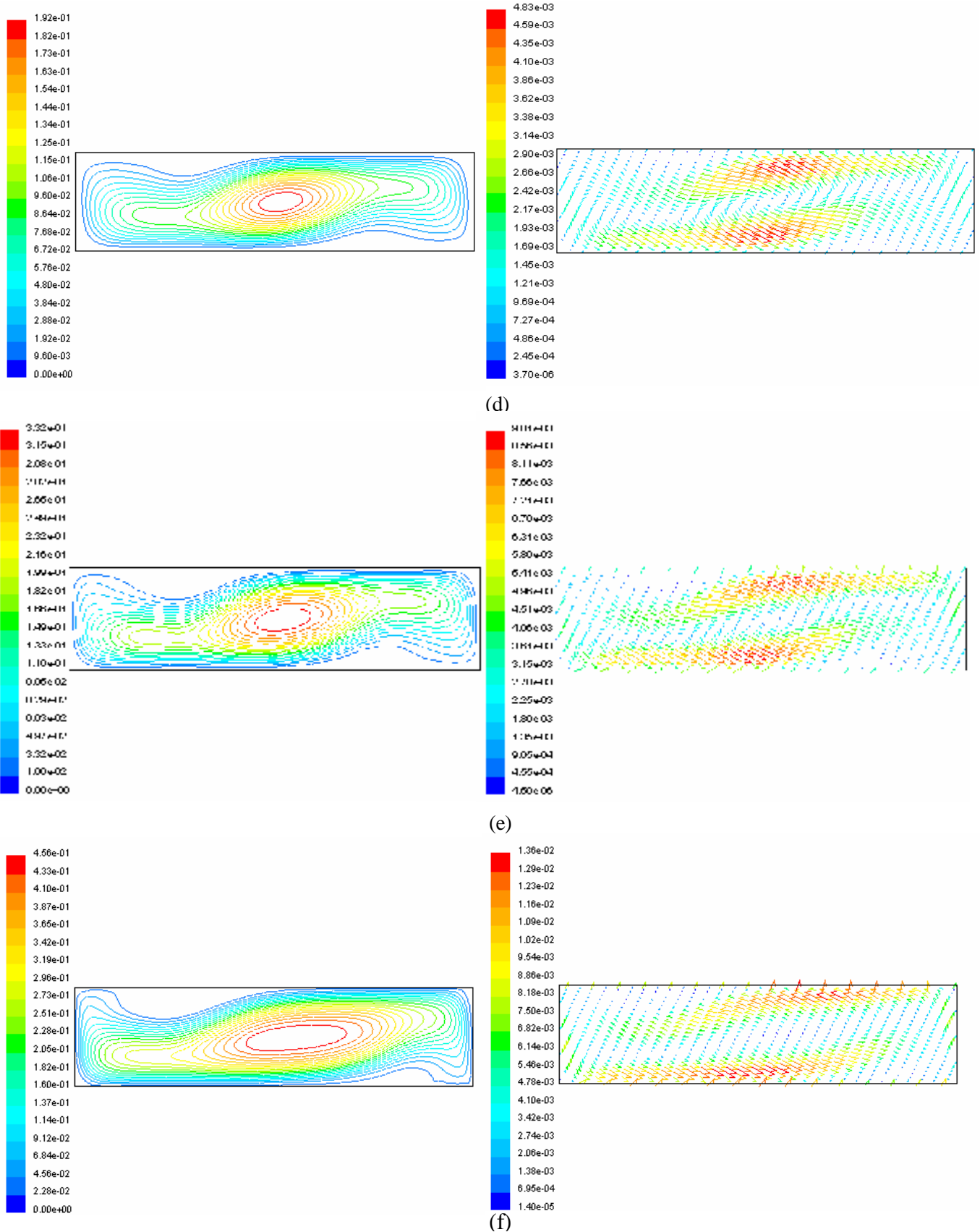


Figure (3.23): champs de vitesse et les lignes de courant pour le mercure, (a)  $Ra= 8,70E+01$ , (b)  $Ra=2,61E+02$ , (c)  $Ra= 8,70E+02$ , (d)  $Ra= 2,35E+03$ , (e)  $Ra= 8,70E+03$ , (f)  $Ra=2,11E+04$ , Cavité (A=4,  $\Delta T=10$ )

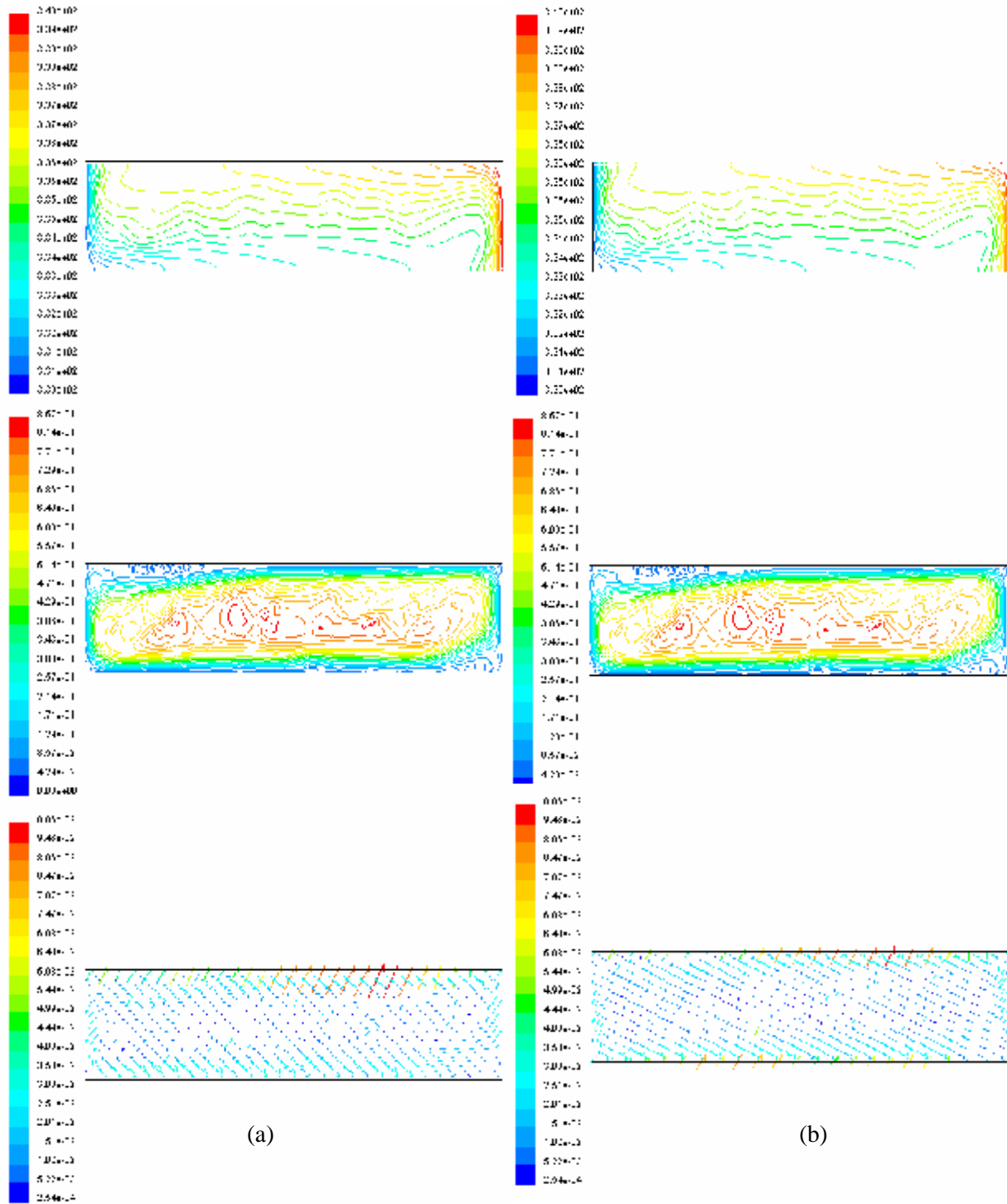


Figure (3.24) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour le mercure, (a) :  $Ra= 8,87E+4$ , (b) :  $Ra=1,60E+5$

Pour  $Ra = 1,60 \times 10^5$ , on a apparition de deux zones de recirculation dans les deux coins et au milieu de la cavité, appelées "vortex" secondaires, ceci a été également observé par d'autres auteurs [14]- On peut également constater à partir de ces graphiques que la vitesse maximale (en rouge) est de plus en plus proche des parois adiabatique lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh.

Les figures (3.25) et (3.26) montre les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au centre de cavité pour le mercure pour différentes Ra, on remarque que les profils subit un changement rapide par rapport à cela due à la variation de la température

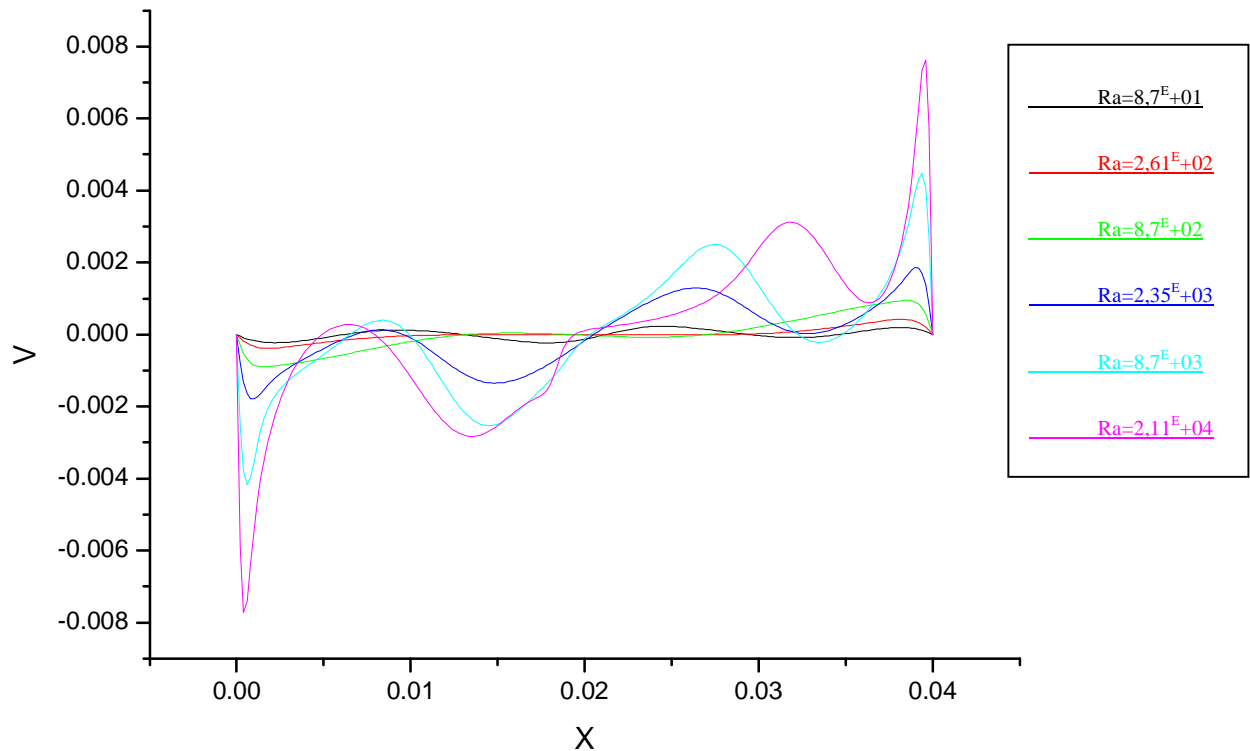


Figure (3.25) : Profils de la vitesse V le long de x, pour  $y=0,005$

Cavité ( $A=4=0,04/0,01$ ), pour différents Ra

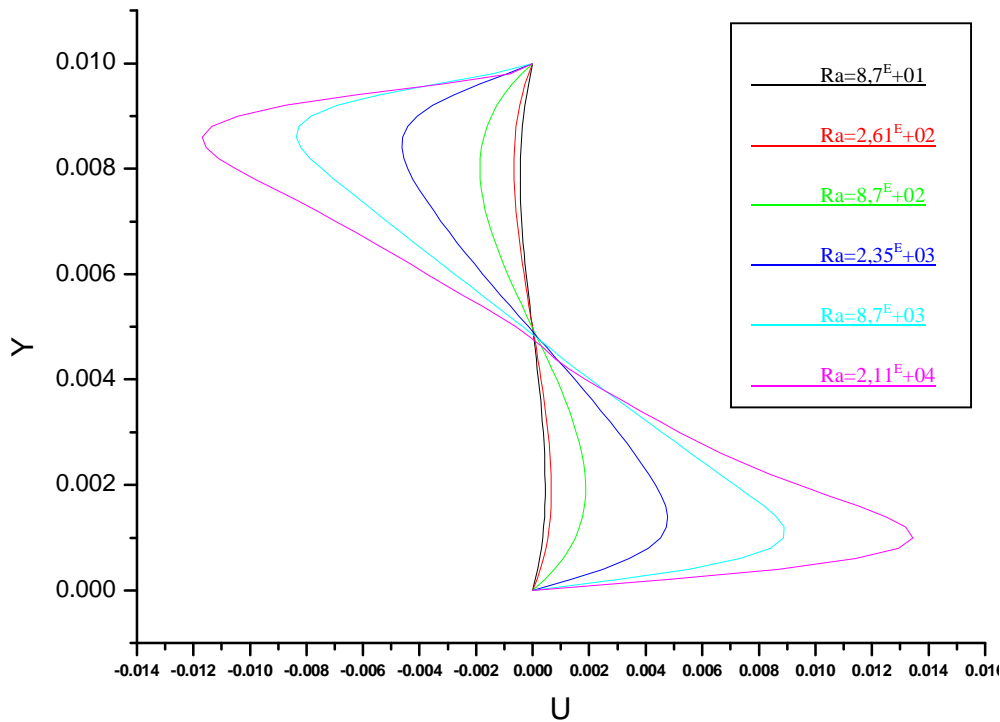


Figure (3.26) : Profils de la vitesse U le long de y, pour  $x=0.02$ , Cavité ( $A=4=0.04/0.01$ ), pour différents Ra

### III.3.1.3 Régime instationnaire

Dans cette partie, nous étudions l'influence du temps sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans l'enceinte représentée dans la figure (2.1) du chapitre II. Pour cela le pas de temps choisit est  $t = 0,01s$ , pour un nombre de Grashof  $Gr = 3,50 \times 10^5$ , le fluide utilisé est le Mercure

La figure (3.27) montrent l'évolution temporelle des lignes de courant, champs de température et les champs de vitesse, d'après la figure deux zones de récirculations une près de la paroi froide et l'autre près de la paroi chaude, après certain temps les deux récirculations sont mélangées au milieu de cavité pour construire une grande zone de récirculation, après long temps cette dernière se subdivise en trois zones, une au milieu, l'autre près de la paroi chaude, et près de paroi froide

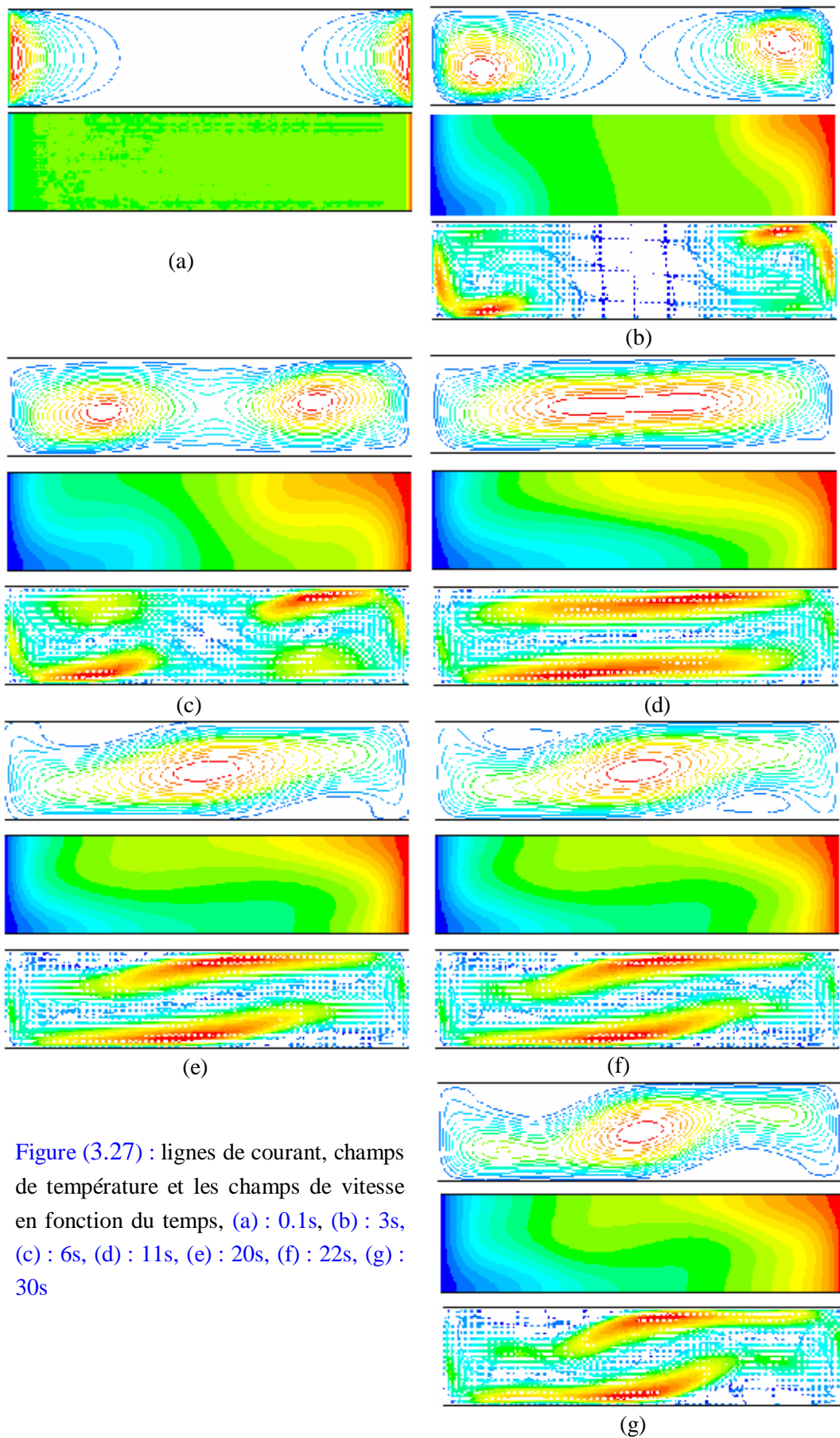


Figure (3.27) : lignes de courant, champs de température et les champs de vitesse en fonction du temps, (a) : 0.1s, (b) : 3s, (c) : 6s, (d) : 11s, (e) : 20s, (f) : 22s, (g) : 30s

### III.3.1.4 Régime turbulent

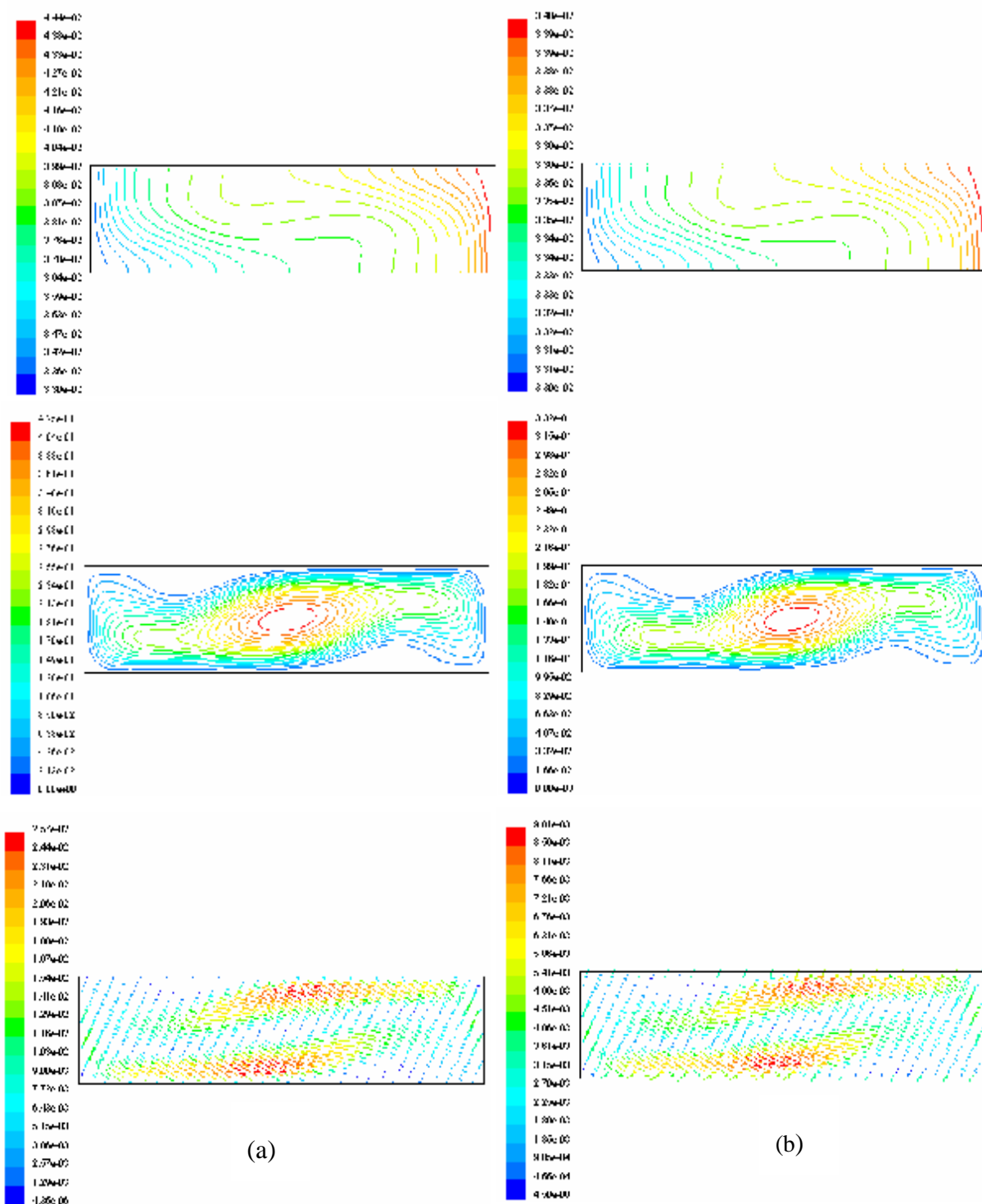


Figure (3.28) : Champs de température et de vitesse et lignes de courant pour  $Ra=8,7 \times 10^3$ , (a) gallium, (b) mercure



L'accroissement du nombre de Rayleigh fait augmenter la complexité de l'écoulement Mohamed et Viskanta [9], et ceci est évident dans la figure (3.24). D'après Mohamed et Viskanta [9], l'écoulement dans le gallium devient turbulent pour  $Ra = 1,77 \times 10^5$ . Pour le mercure, on n'a pas trouvé dans la littérature le Rayleigh de transition vers le régime turbulent.

Pour avoir une idée de cette valeur critique de transition dans le mercure, on a simulé l'écoulement dans les deux fluides (gallium et mercure), pour la même cavité (de dimensions 0,04m x 0,01m) et pour le même  $Ra = 8,7 \times 10^3$  (Figure (3.28)). On peut ainsi voir que les isothermes dans le gallium sont presque les mêmes courbées que celles dans le mercure et le nombre de Prandtl est presque le même a 335K. On peut donc supposer que la valeur du Rayleigh, de transition vers la turbulence est la même celle dans le gallium et que pour  $R = 1,77 \times 10^5$  l'écoulement dans le mercure est en régime turbulent. En plus, numériquement, pour cette dernière valeur de Ra ( $Ra = 1,77 \times 10^5$ ), le programme de simulation, en régime laminaire, diverge.

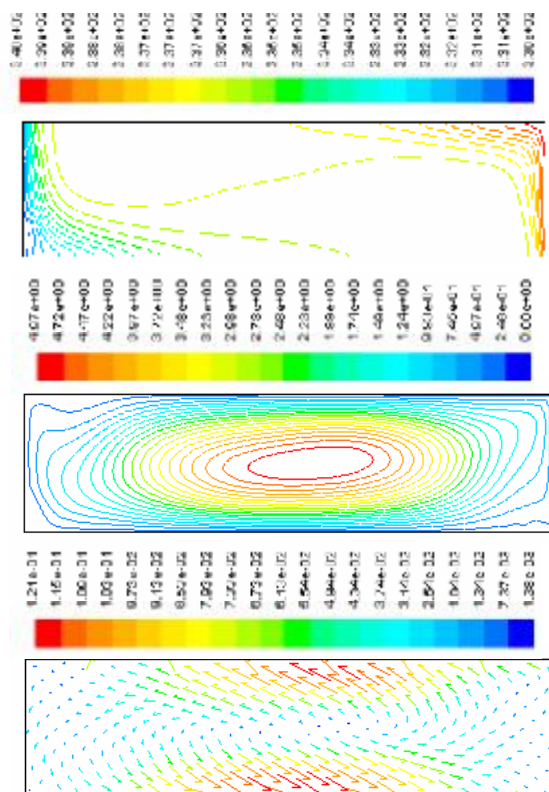


Figure (3.29) : champ de température, lignes de courant et champ de vitesse, pour  $Ra = 7,10E+5$

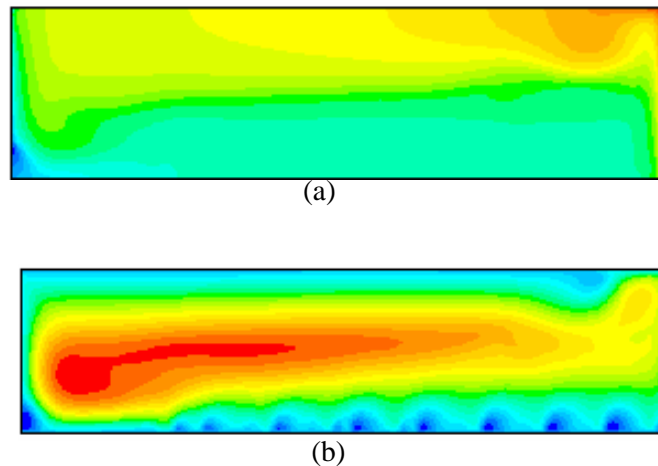


Figure (3.30) : (a) champ de température, (b) lignes de courant,  $Ra=7,10E+5$

La figure (3.29) est la solution avec le model de turbulence (k- $\epsilon$ ) standard de FLUENT. Lorsqu'on fait augmenter le nombre de Ra à, on constate une grande perturbation dans les isothermes ainsi que l'apparition de plusieurs zones de recirculation indiquant une plus grande complexité et un degré plus élevé de turbulence- (Figure (3.30)).

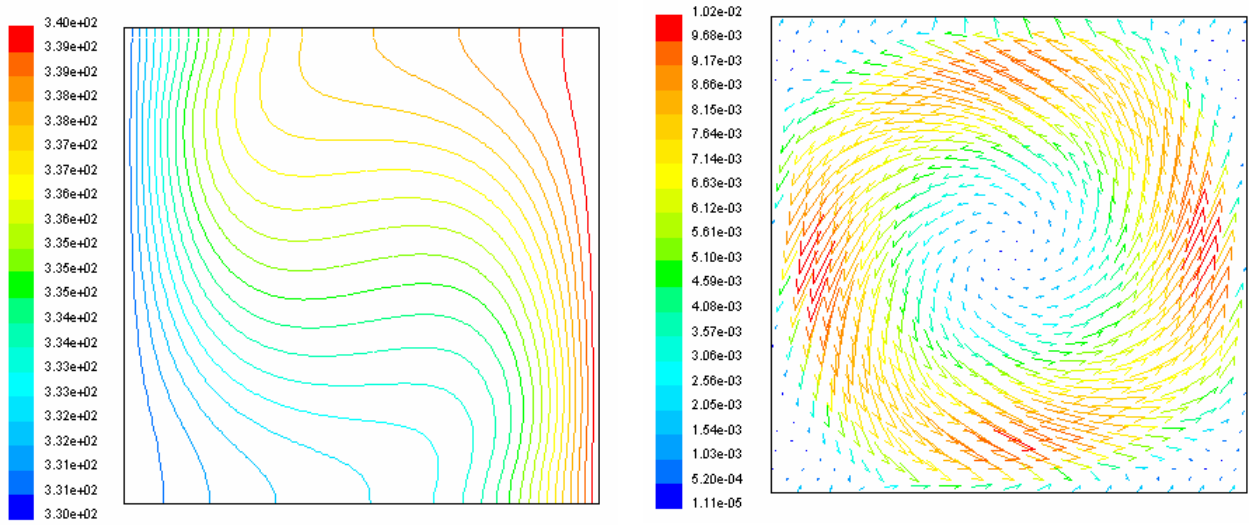
### III.3.1.4 Influence du rapport d'aspect

Pour l'étude précédente, on a gardé le même rapport d'aspect ( $A = 4$ ). L'influence de la variation du rapport d'aspect sur l'écoulement et le transfert de chaleur, est étudiée dans ce qui suit.

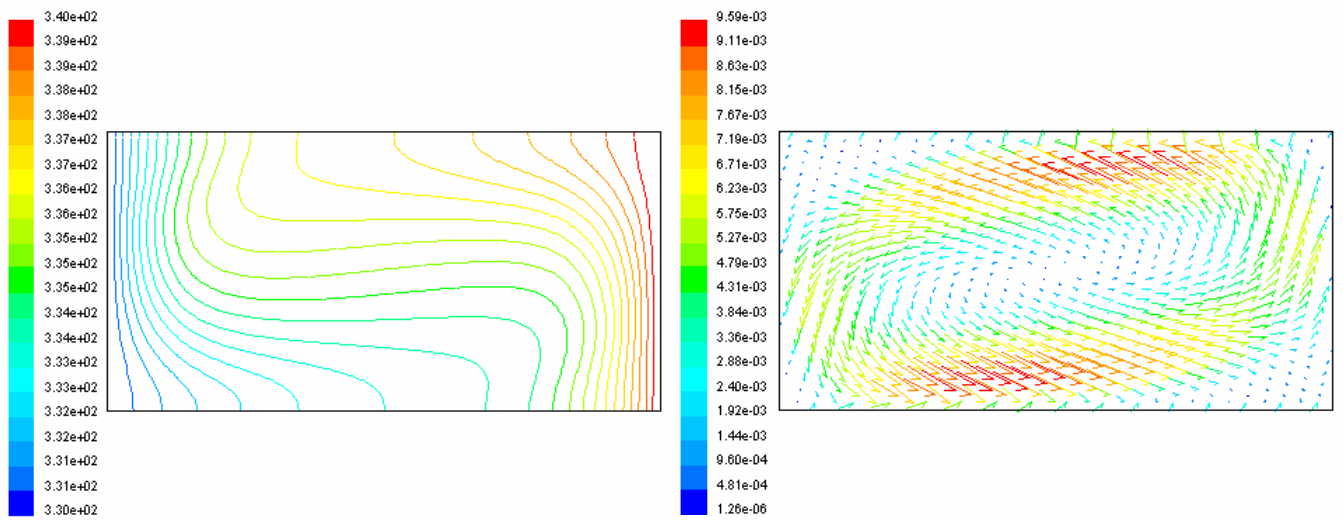
Ainsi dans la figure (3.31), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de 1 (cavité carrée) à  $A = 5$  (cavité rectangulaire horizontale allongée), sont présentés.

La figure (3.32) représente le nombre le nombre de Nusselt<sub>max</sub> en fonction du rapport d'aspect, variation qui linéaire avec Nu. A partir du graphe de la figure (3.32), on a déduit l'équation (III.4) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt et le rapport d'aspect pour une cavité horizontale.

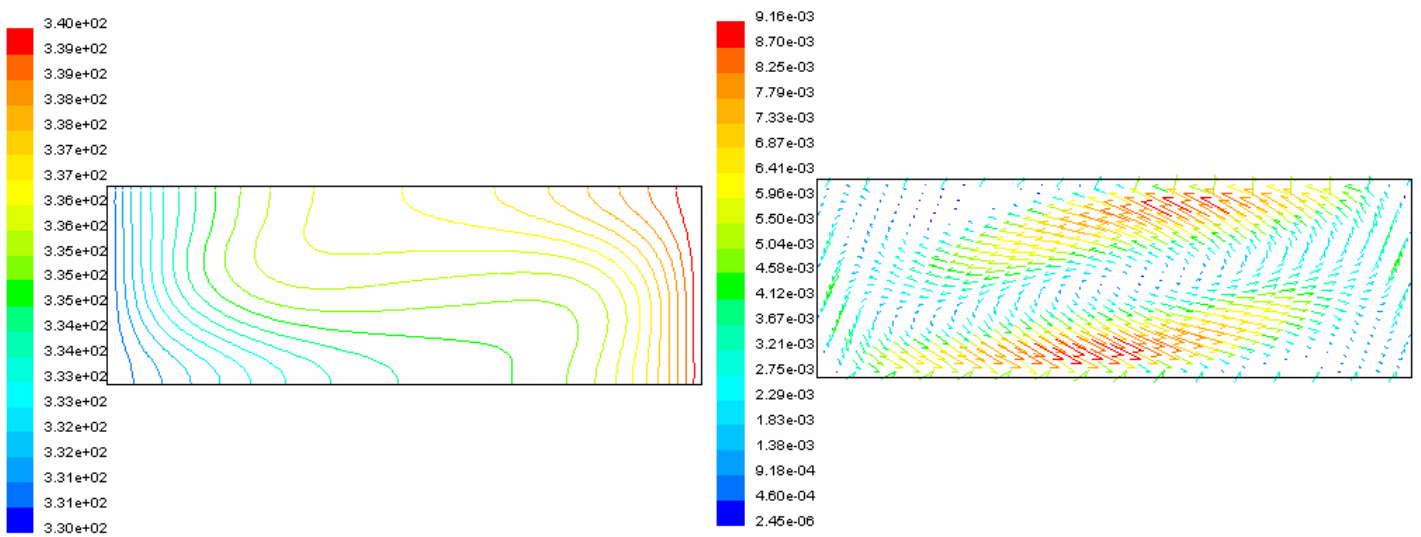
$$Nu_{max} = 94,9832 A^{-0,93152} \quad (III.4)$$



(a)



(b)



(c)

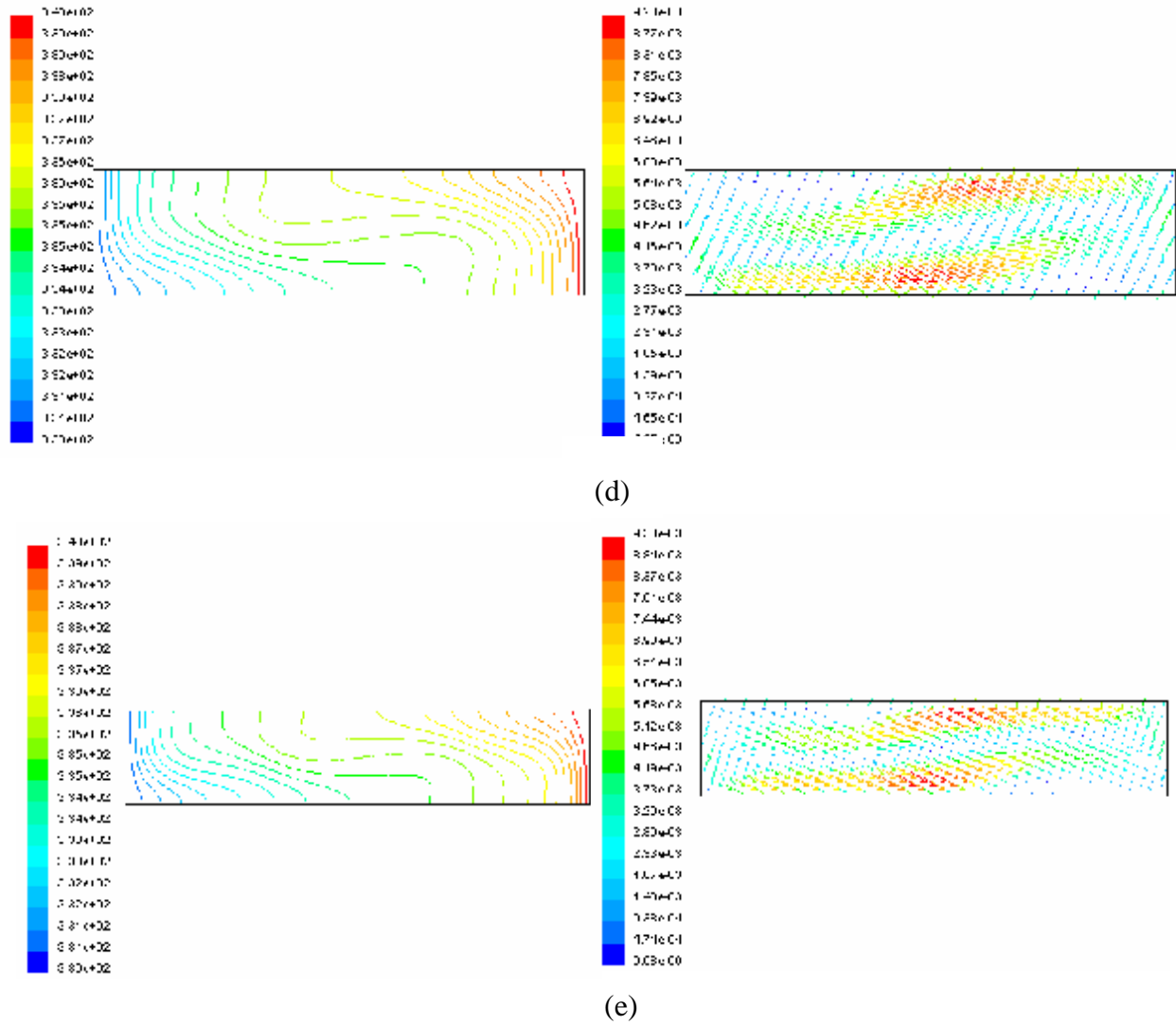
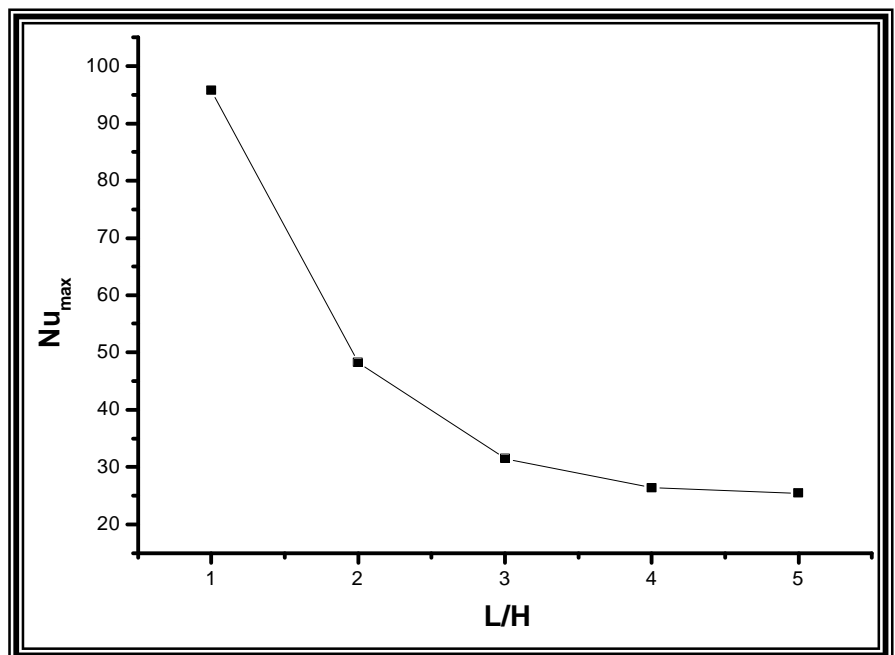


Figure (3.31) : Champs de température et de vitesse dans le mercure pour des rapports d'aspect (a) :  $A=1$ , (b) :  $A=2$ , (c) :  $A=3$ , (d) :  $A=4$ , (e) :  $A=5$ ,  $\Delta T=10$

Figure (3.32) : Nombre de Nusselt max en fonction du rapport d'aspect A (cavité horizontale)



Dans la figure (3.33), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de 1/4 à 3/4, correspondant à des cavités rectangulaires verticales, sont présentés.

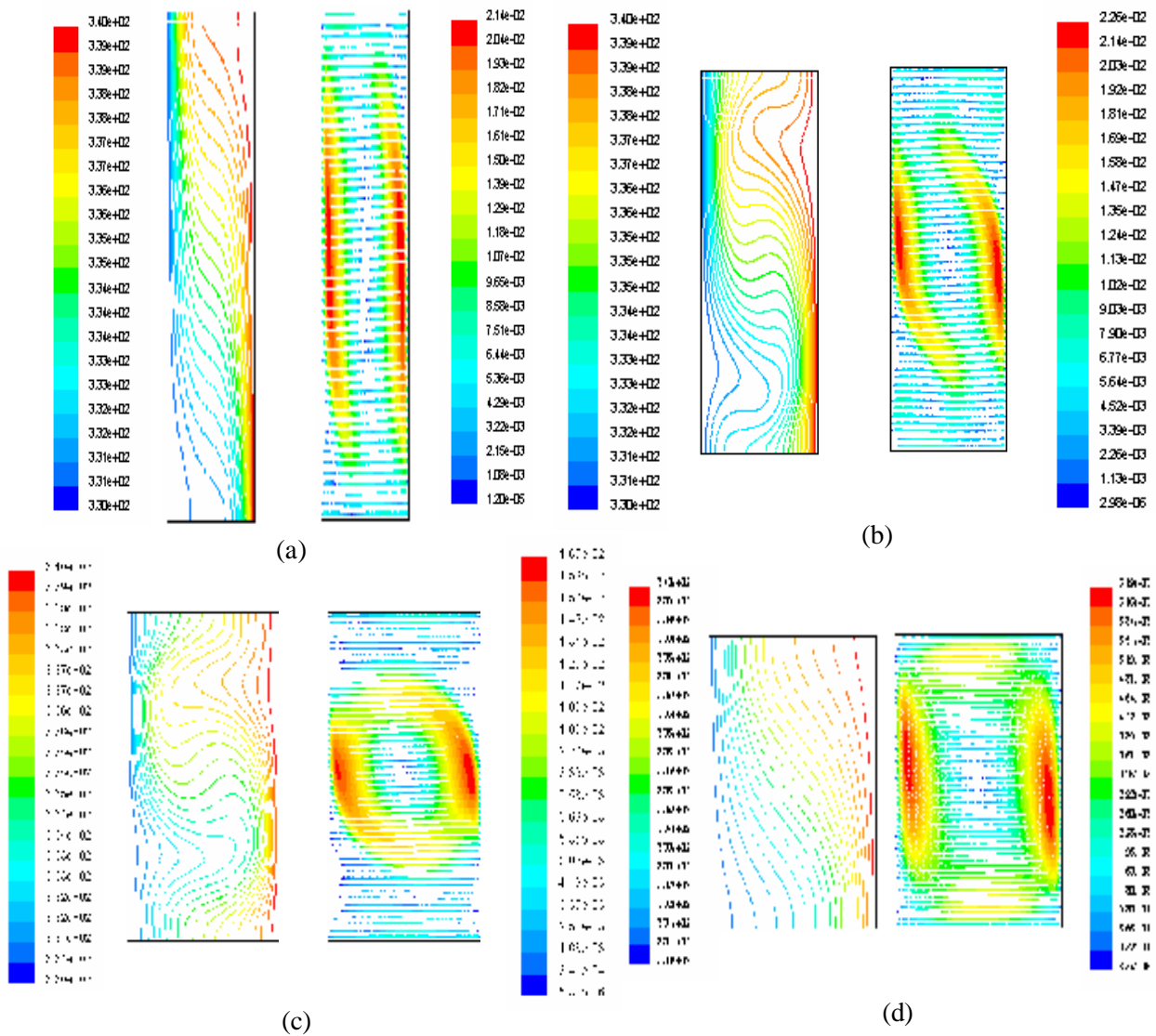


Figure (3.33) : Champs de température et de vitesse dans le mercure pour des rapports d'aspect (a):  $A=1/4$ , (b) :  $A=1/3$ , (c) :  $A=1/2$ , (d) :  $A=3/4$ ,  $\Delta T=10$

La figure (3.34) représente le nombre le nombre de  $Nusselt_{max}$  en fonction du rapport d'aspect, variation qui linéaire avec  $Nu_{max}$ .

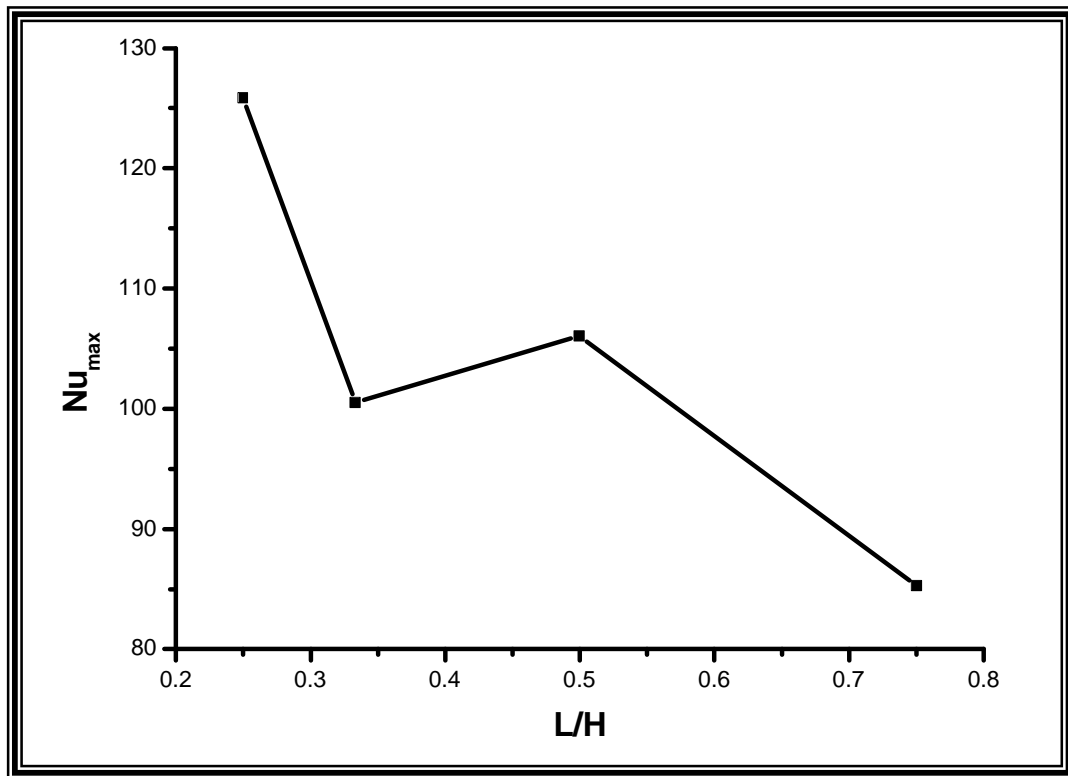


Figure (3.34) : Nombre de Nusselt max en fonction du rapport d'aspect A (cavité verticale)

On peut remarquer que la deuxième configuration (cavité verticale) permet d'atteindre des valeurs de  $Nu_{\max}$  plus élevées alors que dans la configuration de cavité horizontale, pour l'intervalle des rapports d'aspect, considéré.

### III.3.2 Simulation en 3D

Dans la littérature qu'on a consulté, on a constaté que la plupart des études numériques ont été réalisées en 2D [1, 4, 26] ; dans le peu de simulations menées en 3D, la troisième dimension a été prise très petite [3, 5,14]. Pour cela on a pensé qu'il serait utile de mener une étude en 3D (la modélisation en 3D reflétant mieux la réalité) en faisant varier la troisième dimension pour voir son influence sur l'écoulement convectif. Une première configuration en 3D  $L \times H \times z = 0,04 \times 0,01 \times 0,002$  a été considérée (Figure (3.35.a)) ; une autre modélisation  $L \times H \times z = 0,04 \times 0,01 \times 0,006$  et qui correspond à une épaisseur trois fois plus grande que la première est montrée dans la figure (3.35.b).

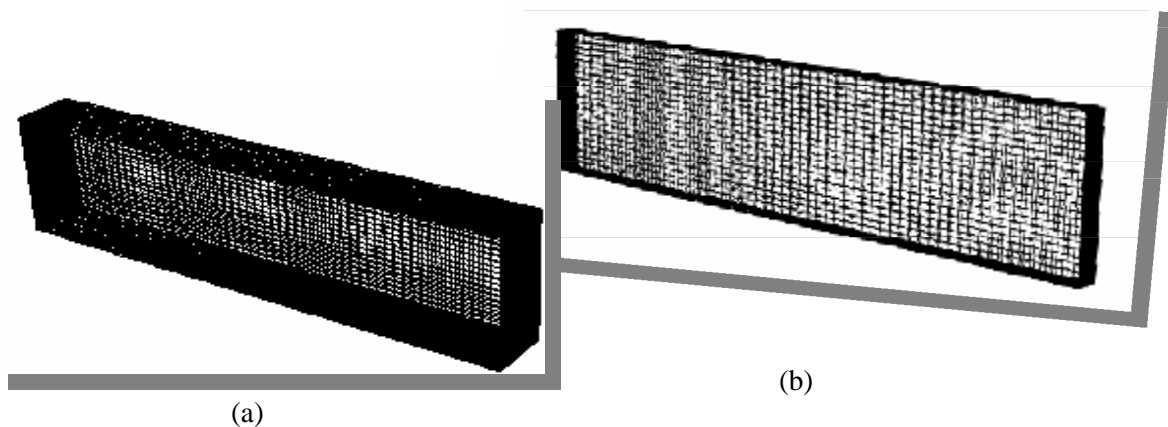


Figure (3.35) : Maillage, (a)3D épaisseur 0,006, (b) 3D épaisseur 0,002

Dans la figure (3.36), on montre les champs de température dans le mercure, comme fluide de convection, et pour une même valeur de Ra, correspondant respectivement à la simulation en 3D épaisseur 0,002 m (figure 3.35.a) et à l'épaisseur 0.006 m (figure 3.35.b).

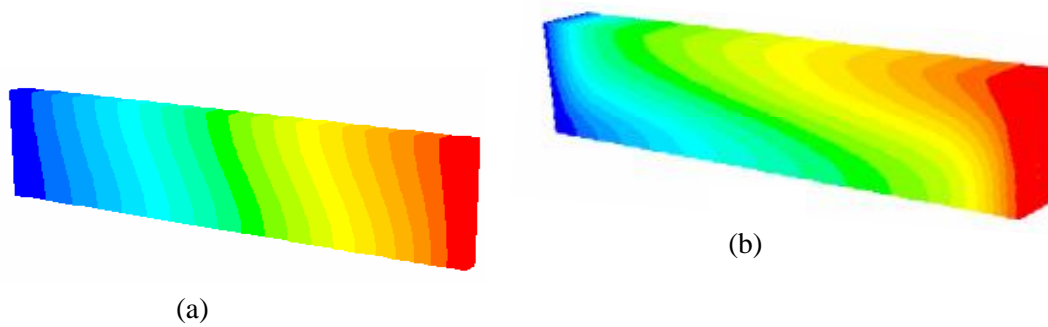


Figure (3.36) : Champs de température, (a)3D épaisseur 0,002m, (b) 3D épaisseur 0,006m

A partir de la figure (3.36), on peut constater que pour ces dimensions, les champs de température est ne pas le même quelle que soit la section selon  $z$  (la troisième dimension). On montre ainsi dans la figure (3.37), les champs de température en 2D et au niveau d'une section pour les simulations en 3D pour les deux épaisseurs considérées.

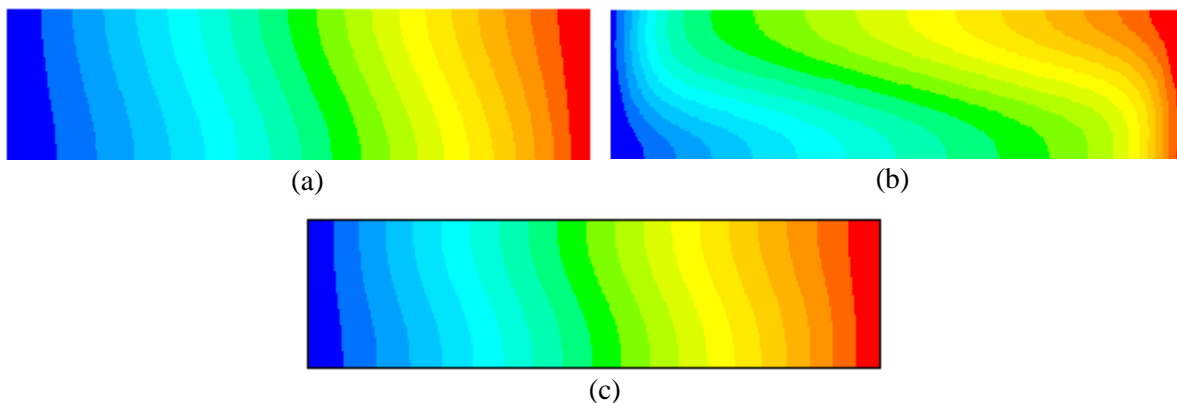


Figure (3.37) : Champs de température pour le mercure, (a) :3D épaisseur 0,002m, (b) :3D épaisseur 0,006m, (c) :2D

Donc pour les épaisseurs inférieures à 0,006m, les champs de température et de vitesse étant indépendants de la coordonnée  $z$ , on peut mener l'étude de l'influence des différents paramètres de contrôles (gradient de température, dimensions de la cavité, rapport d'aspect) en 2D. L'étude en 3D est nécessaire pour des dimensions plus grandes, telle celle de 0,006.m.



## **CONCLUSION**

Dans ce mémoire, on a mené une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte soumise à un gradient horizontal de température. Une modélisation du problème, en 2D et 3D, a été menée en utilisant le code FLUENT, qui se base sur la méthode des volumes fins. Un premier travail de validation a été réalisé en comparant nos résultats avec ceux d'autres auteurs.

Pour montrer l'influence de la nature du fluide sur les écoulements convectifs, des fluides, à hauts nombres de Prandtl (tel que l'eau et l'air) et d'autres à bas nombres de Prandtl (tel que le mercure et le gallium), ont été utilisés. On a obtenu des résultats qui montrent que ce type de fluides opaques (métaux liquides), à basses températures de fusion et à bas nombres de Prandtl ( $Pr$ ), ont des comportements assez différents de ceux observés dans les fluides à haut nombre de  $Pr$  (comme l'eau).

Par la suite, une étude détaillée avec le mercure, comme fluide de convection, a été menée. Le mercure a été choisi, parce que peu d'études ont été menées en utilisant ce fluide, alors qu'il intervient dans plusieurs applications. En effet, d'après la recherche bibliographique, qui a été menée, la plupart des études sur les métaux liquides dans les cavités, soumises à un gradient horizontal de température, ont été réalisées avec l'étain ou le gallium liquide, comme fluides de convection.

Une étude en fonction des paramètres de contrôle de notre configuration, à savoir le gradient de température appliqué (nombre de Grashof ou nombre de Rayleigh). La géométrie (rapport d'aspect), a été également menée. On a pu ainsi voir à travers les champs de température, de vitesse et le nombre de Nusselt, l'influence de ces paramètres sur les structures convectives observées, sur le régime convectif ainsi que sur le taux de transfert de chaleur.

De corrélations entre les nombres de Nusselt et de Grashof (ou Rayleigh) ont été également obtenues à l'aide de logiciel Origin

Une détermination approximative du Rayleigh critique de transition vers la turbulence a été réalisée. Ainsi, une étude en régime turbulent, en utilisant le modèle (k- $\epsilon$ ) a été considérée.

L'influence de la troisième dimension a été également considérée, ce qui a permis de voir, qu'en dessous d'une certaine épaisseur, l'étude en 2D est suffisante alors qu'au-delà de cette valeur, le passage en 3D est absolument nécessaire pour que les résultats numériques puissent refléter la réalité physique.

## Résumé

Dans ce travail nous avons réalisé une modélisation de la convection naturelle d'un fluide à faible nombre de Prandtl (métal liquide) contenu dans une enceinte rectangulaire, ayant un rapport d'aspect égal à 4, soumise à un gradient horizontal de température. Une modélisation du problème, en 2D et 3D, a été menée en utilisant le code Fluent qui se base sur la méthode des volumes fins. On a montré l'influence de nombre de Prandtl sur les écoulements convectifs, qui montrent que ce type des fluides opaques (métaux liquides), à basses températures de fusion et à bas nombres de Prandtl, ont des comportements assez différents de ceux observés dans les fluides à haut nombre de Prandtl. Une étude détaillée avec le mercure, comme fluide de convection, a été menée en fonction des paramètres de contrôle de notre configuration, à savoir le nombre de Grashof ou nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect. On a pu ainsi voir à travers les champs de température, de vitesse et le nombre de Nusselt, l'influence de ces paramètres sur les structures observées et le régime convectif. Une détermination approximative du nombre Rayleigh critique de transition vers la turbulence a été réalisée. Une étude en régime turbulent a été aussi considérée, en utilisant le modèle (k-ε). L'influence de la troisième dimension a également été étudiée. Ceci a permis de voir, qu'en dessous d'une certaine épaisseur, l'étude en 2D est suffisante alors qu'au-delà de cette valeur, le passage en 3D est absolument nécessaire pour que les résultats numériques puissent refléter la réalité physique.

**Mots clés :** Métaux liquides. Nombre de Prandtl. Convection naturelle. Code Fluent.

## Abstract

In this work we carried out a numerical study of the natural convection a fluid with a low Prandtl number (molten metal) contained in a rectangular enclosure, with an aspect ratio equal to 4, subjected to a horizontal variation in temperature. A numerical simulation of the problem, in 2D and 3D, was carried out by using the Fluent code which is based on the finite volume method. The influence of the Prandtl number on the convective flows for different fluids was studied. The results show that fluids characterized with a low Prandtl number (liquid metals) have a rather different behavior from those with a high Prandtl number. A detailed study using mercury as the convective fluid, was carried out with different values of the Grashof or the Rayleigh number and the aspect ratio. One thus could see through the fields of temperature, velocity and the number of Nusselt, the influence of these parameters on the observed flow structure and heat transfer. An approximate determination of the critical value of the Rayleigh number characterizing the transition towards turbulence was carried out. Thus, a study of the turbulent flow, by using the  $k-\epsilon$  model was considered. The influence of the third dimension was also considered, which made it possible to see, that below a certain thickness, the study in 2D is sufficient whereas beyond this value, the passage in 3D is absolutely necessary so that the numerical results can reflect physical reality.

Key words: Liquid Metals. Prandtl Number. Natural Convection. Fluent Code.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals I. Theoretical analysis", *J. Crystal Growth*, 12, 217-227 (1972).
- [2] M.J. Stewart and F. Weinberg, "Fluid flow in liquid metals II-Experimental observation", *J. Crystal Growth*, 12, 228-238 (1972).
- [3] R. Viskanta, D.M. Kim and C. Gau, "Three-dimensional natural convection heat transfer of liquid metal in cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, 475-485(1986).
- [4] F. Wolff, C. Beckermann and R. Viskanta, "Natural convection of liquid metals in vertical cavities", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1, 83-91 (1988).
- [5] R. Derbail and J.N.Koster, "Numerical simulation of natural convection of gallium in a narrow gap", *Int J. Heat Mass Transfer*, 40, 1169-1180 (1997).
- [6] F. P. Incopera and D. P. Dewitt, "Introduction to heat transfer", Second edition, Wiley (1990)
- [7] R. Giblin, « Transmission de la chaleur par convection naturelle », Edition Eyrolles, Paris (1974)
- [8] D. A. Kramer, « Gallium and Gallium compounds » *Metals Handbook - volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and special- Purpose Materials*, by ASM International Handbook Committee, 740-749, Tenth edition (1990)
- [9] L. Hofer et J. R. Meier, « Risques Professionnels dus au mercure et à ses composés », Divion Médecine du travail, Suva Lucerne, 2<sup>ème</sup> édition. (1999)
- [10] B. Binet, « Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrète », Thèse de Doctorat, université de Sherbrooke (Québec), Canada, (1995)
- [11] F. Lévy, « Physique et technologie des semi-conducteur », Presses polytechnique et université Romandes, Première édition, Lausanne (1995)
- [12] R.Bessaih, « Etude de la convection naturelle laminaire et turbulente dans une enceintes », Thèse de Doctorat, Institut de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine, Avril 2000.
- [13] A. Juel, T.Mullin, H. Ben Hadid and D. Henry, "Three-dimensional free convection in molten gallium", *J. Fluid Mech*, 436, 267-281 (2001).
- [14] A. A. Mohamad and R. Viskanta, "Modeling of turbulent buoyant flow and heat transfer in liquid metals", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 2815-2826 (1990).

- [15] S. Wakashima and T.S. Saitoh, "Benchmark solution for natural convection in cubic cavity using the high order time space method". *International Journal of Heat and Mass transfer*, Vol.47, pp.853-864, (2004).
- [16] N. Ibrir, « Etude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide », Thèse de Magister, université de Batna (2006).
- [17] A. Boutout, « Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique lors du refroidissement à air des sources de chaleur », Thèse de Magister, université de Constantine (2006)
- [18] A. Yu. Gelfgal and P.Z. Bar-Yoseph, "The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity". *Physics of Fluids*, vol 13, number 8, (2001)
- [19] A. Juel, T. Mullin, H. Ben hadid, and D. Henry, "Magnetohydrodynamic convection in molten gallium", *J. Fluid Mech*, 378? 97-118 (1999).
- [20] J. A. Koster, T. Seidel and R. Derebail, « A radiosopic technique to study convective fluid dynamics in opaque liquid metals », *J. Fluid Mech*, 343, 29-41 (1997).
- [21] Elba O. Bravo, "A Numerical simulation for the natural convection flow", *Revista de pesquisa e Pos graduação* , Erechim, Rs, Brazil, Vol.1,pp.237-254 (2000).
- [22] M. Hortman , M. Peric and G. Scheuerer, "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solution", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.11,pp.189-207 (1990).
- [23] G. de Vahl Davis. Natural, "convection of air in a square cavity: A bench-mark numerical solution", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3 pp.249-264 (1983).
- [24] Elizarova and al, "Application of quasi-hydrodynamic equations in the modeling of low-Prandtl thermal convection", *Computational Mathematic and Mathematic Physic*, vol 38, No. 10, 1998, pp. 1662-1671
- [25] Behnia, M., "Synthesis of finite differences methods, in numerical of oscillatory convection in low-Prandtl fluids", Roux, B., Ed., Braunschweig: Vieweg, 1990, pp. 265-272
- [26] M. G. Braunsfurth, A. C. Skeldon, A. Juel, T. Mullin, and D. S. Riley, "Free convection in liquid gallium", *J. Fluid Mech*, vol 342, pp 295-314 (1997).
- [27] Prof. Dr. Deyi Shang, "Free Convection Film Flows and Heat Transfer", Springer

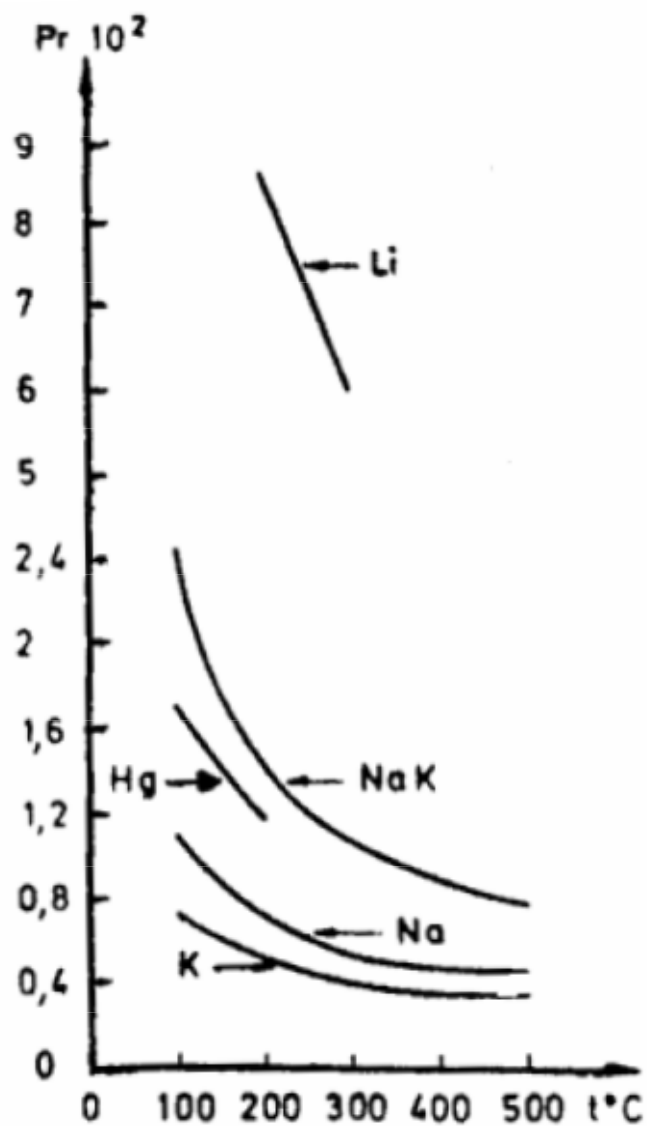


Figure (1) : Nombre de Prandtl en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].

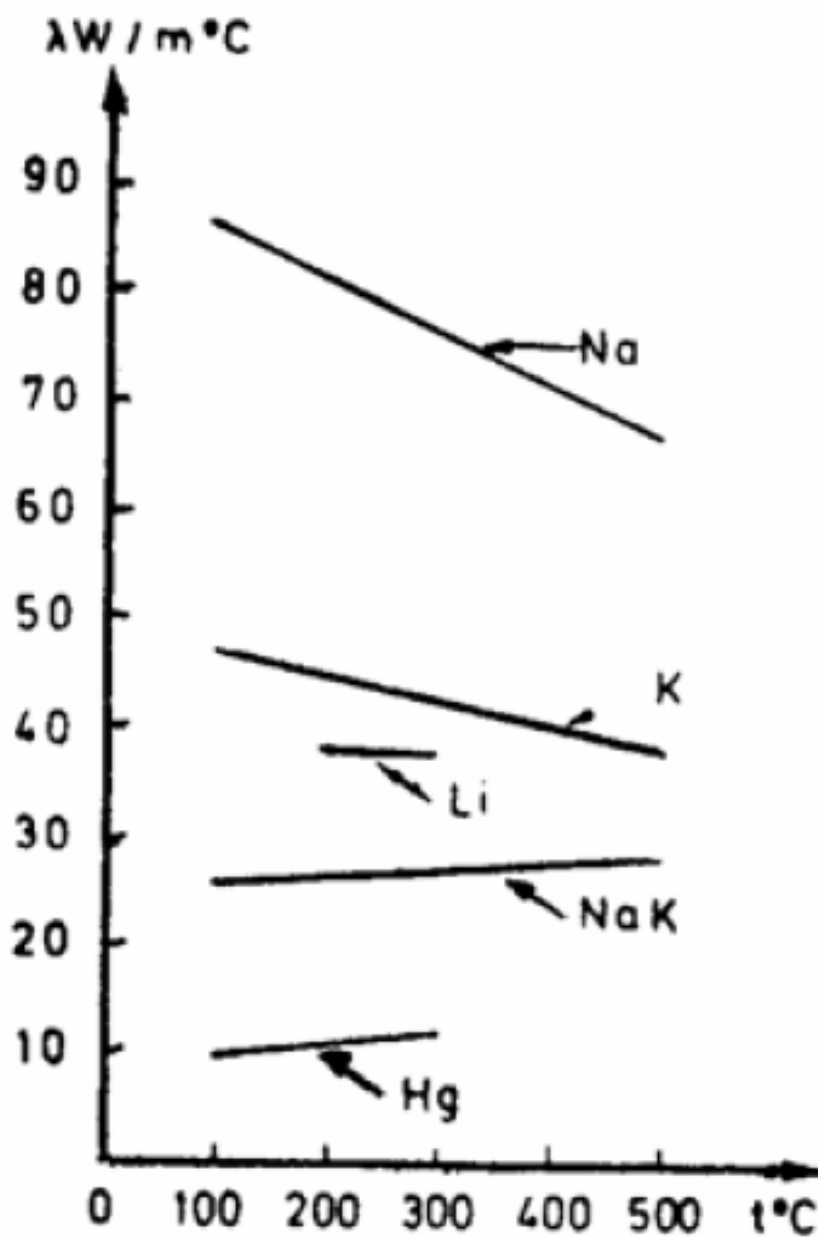


Figure (2) : Conductivité thermique en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].



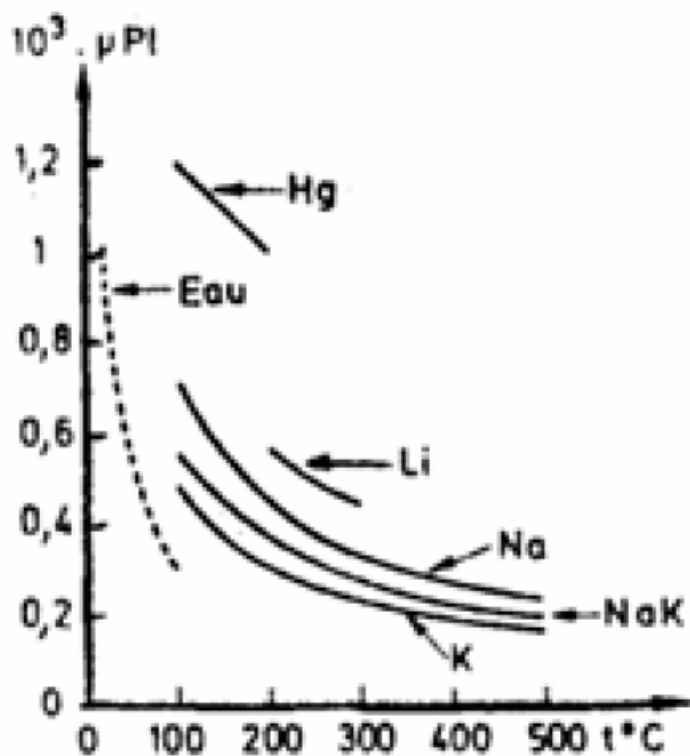


Figure (3) : Viscosité dynamique en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].

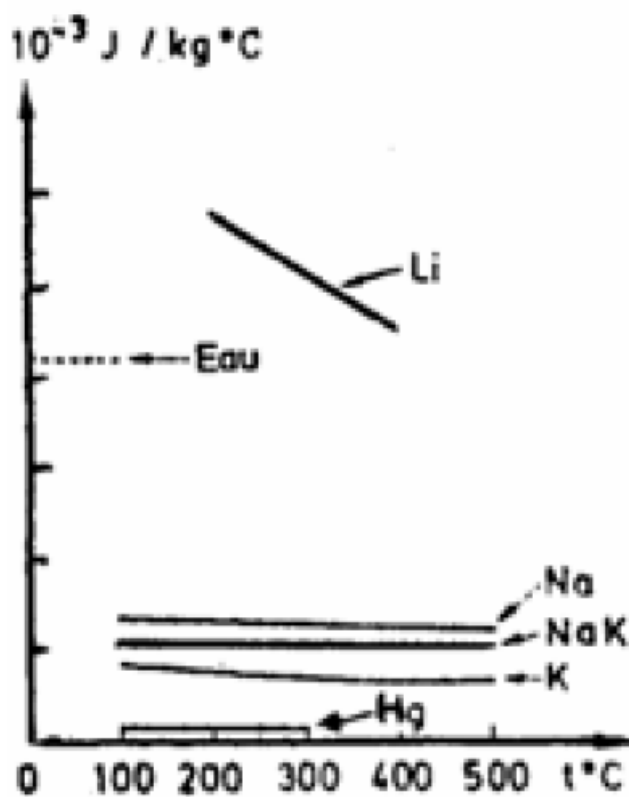


Figure (4) : Chaleur spécifique à pression constante en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].

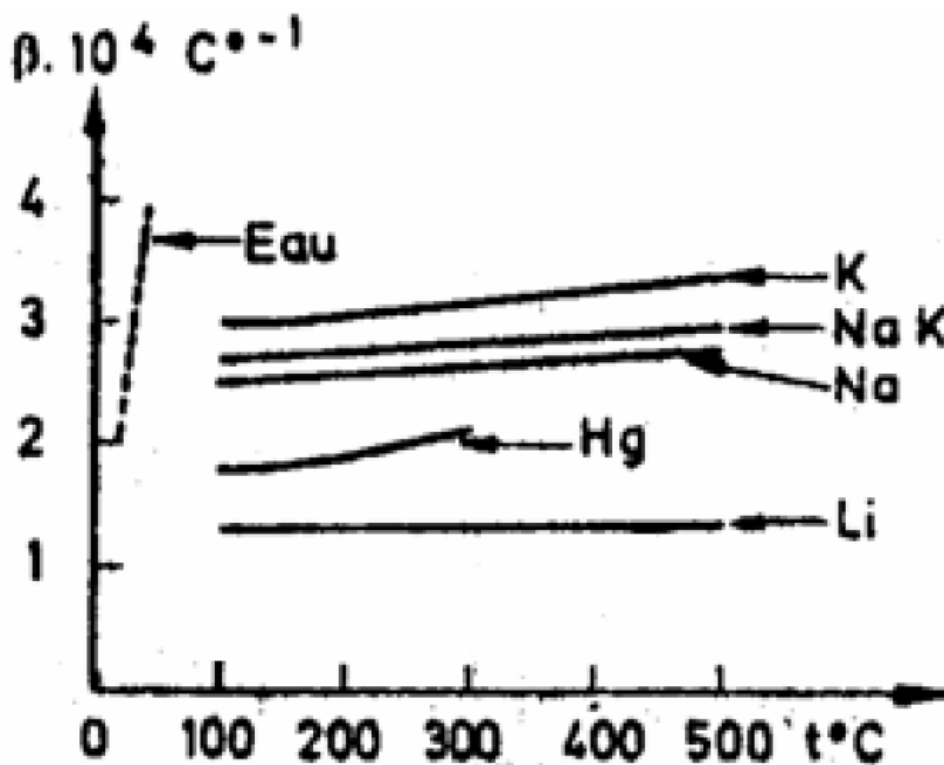


Figure (5) : Coefficient d'expansion thermique en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].

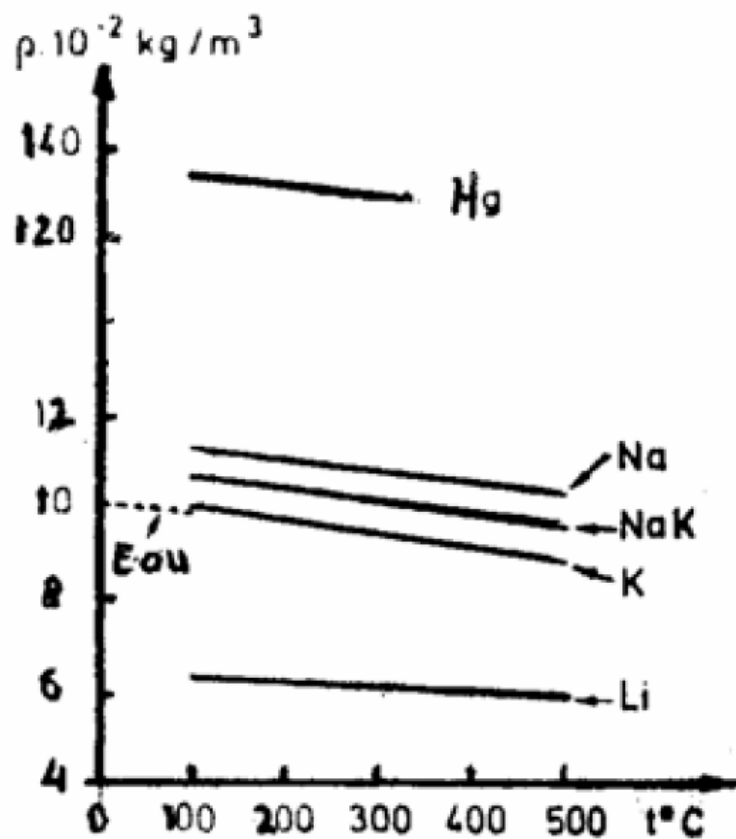


Figure (6) : Masse volumique en fonction de température de quelques métaux liquide (mercure, sodium, lithium, potassium) [7].

mercury, Hg [4]						
$t$ [°C]	$\rho$ [Kg m <sup>-3</sup> ]	$c_p$ [kJ (kg °C) <sup>-1</sup> ]	$\nu \times 10^6$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W (m °C) <sup>-1</sup> ]	$a \times 10^7$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$Pr$
0	1,3628.22	0.1403	0.124	8.2	42.99	0.0288
20	1,3579.04	0.1394	0.114	8.69	46.04	0.0249
50	1,3505.84	0.1386	0.104	9.40	50.22	0.0207
100	1,3384.58	0.1373	0.0928	10.51	57.16	0.0162
150	1,3264.28	0.1365	0.0853	11.49	63.54	0.0134
200	1,3144.94	0.1570	0.0802	12.34	69.08	0.0116
250	1,3025.60	0.1357	0.0765	13.07	74.06	0.0103
315.5	1,2847.00	0.134	0.0673	14.02	81.50	0.0083

Tableau 1 : Propriétés thermophysique du mercure en fonction de température [27].

water, H <sub>2</sub> O [2]						
$t$ [°C]	$\rho$ [Kg m <sup>-3</sup> ]	$c_p$ [kJ (kg °C) <sup>-1</sup> ]	$\nu \times 10^6$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W (m °C) <sup>-1</sup> ]	$a \times 10^6$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$Pr$
0	1,002.28	4.2178	1.788	0.552	0.1308	13.6
20	1,000.52	4.1818	1.006	0.597	0.143	7.02
40	994.59	4.1784	0.658	0.628	0.1512	4.34
60	985.46	4.1843	0.478	0.651	0.1554	3.02
80	974.08	4.1964	0.364	0.668	0.1636	2.22
100	960.63	4.2161	0.294	0.680	0.168	1.74
120	945.25	4.25	0.247	0.685	0.1708	1.446
140	928.27	4.283	0.214	0.684	0.1724	1.241
160	909.69	4.342	0.190	0.680	0.1729	1.099
180	889.03	4.417	0.173	0.675	0.1724	1.004
200	866.76	4.505	0.160	0.665	0.1706	0.937
220	842.41	4.610	0.150	0.652	0.168	0.891
240	815.66	4.756	0.143	0.635	0.1639	0.871
260	785.87	4.949	0.137	0.611	0.1577	0.874
280	752.55	5.208	0.135	0.580	0.1481	0.910
300	714.26	5.728	0.135	0.540	0.1324	1.019

Tableau 2 : Propriétés thermophysique de l'eau en fonction de température [27].

air [1]						
$T$ [K]	$\rho$ [Kg m <sup>-3</sup> ]	$c_p$ [kJ (kg°C) <sup>-1</sup> ]	$\mu \times 10^7$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W (m°C) <sup>-1</sup> ]	$a \times 10^6$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$Pr$
100	3.5562	1.032	71.1	0.00934	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	0.0138	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	0.0181	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	0.0223	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	0.0263	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	0.0300	29.9	0.7
400	0.8711	1.014	230.1	0.0338	38.3	0.69
450	0.7740	1.021	250.7	0.0373	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	0.0407	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	0.0439	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	0.0469	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	0.0497	87.3	0.69
700	0.4975	1.075	338.8	0.05240	98	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	0.0549	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	0.0573	120	0.709
850	0.4097	1.11	384.3	0.0596	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	0.0620	143	0.720
950	0.3666	1.131	411.3	0.0643	155	0.723
1,000	0.3482	1.141	424.4	0.0667	168	0.726
1,100	0.3166	1.159	449.0	0.0715	195	0.728
1,200	0.2920	1.175	473.0	0.0763	224	0.728

Tableau 3 : Propriétés thermophysique de l'air en fonction de température [27].