

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de MENTOURI CONSTANTINE

Faculté des Sciences de l'ingénieur

Département de Génie Mécanique

N° d'ordre :

Série :



Mémoire Présenté Pour l'Obtention du Diplôme de

MAGISTERE

Spécialité: Génie Mécanique

Option: Énergétique Appliquée En Engineering

Présenté par :

GUESTAL Mabrouk

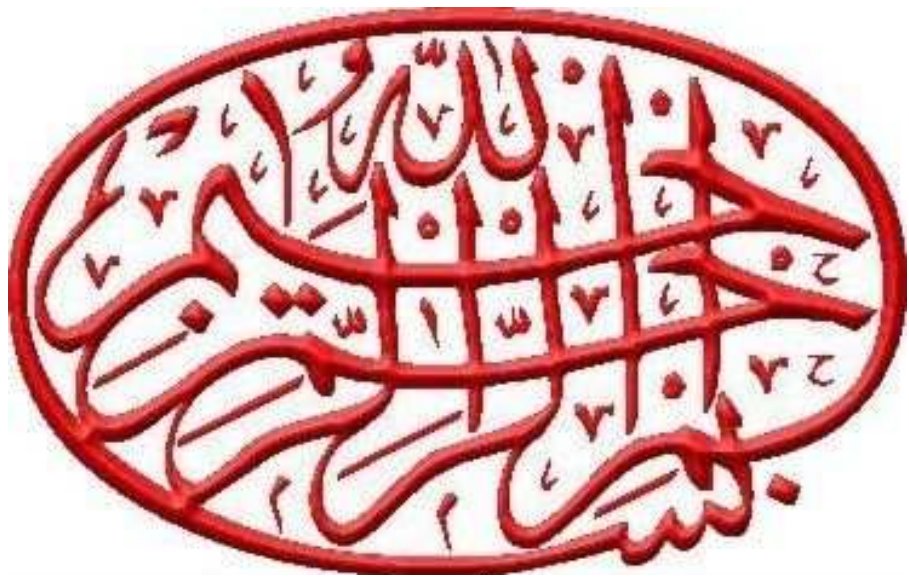
Thème

**Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire
dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée
Partiellement**

Soutenu le : 06/01/ 2010

Devant les membres du Jury:

- Président : BESSAIH Rachid Professeur Université Mentouri Constantine
- Rapporteur : KADJA Mahfoud Professeur Université Mentouri Constantine
- Examineur : BENISSAAD Smail Maitre de Conf. Université Mentouri Constantine
- Examineur : TALBI Kamel Maitre de Conf. Université Mentouri Constantine



Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur KADJA Mahfoud Professeur à l'université Mentouri – Constantine, pour m'avoir offert les conditions favorables et pour m'avoir parfaitement guidé tout le long de la réalisation de ce travail. J'ai particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur BESSAIH Rachid Professeur à l'université Mentouri – Constantine qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur BENISSAAD Smail Maître de conférence à l'université Mentouri – Constantine et Monsieur TALBI Kamel Maître de conférence à l'université Mentouri – Constantine d'avoir accepté de participer au jury.

Mes plus profonds remerciements vont à mon père Labidi et ma mère Mehania. Tout au long de mon cursus, ils m'ont toujours soutenu, encouragé et aidé. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir. Je remercie vivement mon frère Djallal pour son aide, ses encouragements, et ses conseils. Et je remercie vivement Kalli Aissa pour son aide.

J'adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et mes collègues.

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

G. Mabrouk

Modélisation de La Convection Naturelle Laminaire Dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement

RESUME

On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire ou dans une cabine de montage de composants électroniques. La source de feu est considérée comme étant située au mur inférieur avec différentes largeurs chauffées. Ce chauffage sera introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source va être variée de 20 à 80% de la largeur totale du mur inférieur. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle 10^3 - 10^6 . Les fonctions de courant et les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra.

Mots clés: Convection naturelle laminaire, Enceinte carrée; Algorithme SIMPLE.

الحمل الطبيعي الصفائحي داخل حجرة مع جدار مسخن جزئياً

ملخص

نقوم في هذه الدراسة بدراسة عددية لتبادل الحراري بالحمل الطبيعي الصفائحي داخل حجرة مربعة الشكل مع تسخين جزئي لسطح السفلي وتبريد لسطحين الجانبيين للغرفة، هذه الدراسة تتعلق بحالة وقوع حادث حريق داخل بناء خاص بمفاعل نووي أو داخل حجرة تحتوي على مكونات الكترونية، يأخذ منبع الحرارة على شكل درجة حرارة ثابتة أو دفق حراري منتظم عند السطح السفلي، في نهاية هذا التحليل طول المنبع الحراري يكون محصور بين 20 إلى 80 % من الطول الكلي لسطح السفلي للغرفة، السطح العلوي والأجزاء الغير مسخنة من السطح السفلي تأخذ على أنها معزولة حرارياً، بينما السطحين الجانبيين يكونان مبردين عند درجة حرارة ثابتة. الشكل الدائم لمعادلة نافي-ستوكس ثنائية الأبعاد ومعادلة إنخفاض الكتلة والطاقة يتم حلها بواسطة طريقة الأحجام المنتهية، خوارزمية سمبل تستخدم من أجل حل الترابط ضغط-سرعة عدد رايلي يتغير بين 10^3 - 10^6 ، دوال التيار و الثوابت الحرارية تبين من أجل مختلف أعداد رايلي ومختلف الأطوال المسخنة، النتائج تبين أيضاً على شكل عدد نيسالت المحلي و الوسطي عند الطول المسخن. عند نهاية هذه الدراسة نستخرج علاقة الترابط لنسبة انتقال الحرارة نحو الحجرة بدلالة الطول المسخن الغير بعدي وعدد رايلي.

الكلمات المفتاحية : الحمل الطبيعي الصفائحي، حجرة مربعة، خوارزمية سمبل.

Modeling Of the Laminar Natural Convection in an Enclosure with a Partially Heated Wall

ABSTRACT

This study reports the results of a numerical investigation of laminar natural convection in a square enclosure with localized heating from below and symmetrical cooling from the vertical side walls. The present study simulates the case of an accidental heat generation due to fire in a typical isolated building of a nuclear reactor or electronic components cabin. The source of fire is considered to be centrally located at the bottom wall with different heated widths, which is assumed to be either isothermal or with isoflux. For the purpose of the analysis, the source length is varied from 20 to 80% of the total width of the bottom wall. The top wall and the unheated portion of the bottom wall are considered to be adiabatic, whereas sidewalls are isothermal. Steady forms of two-dimensional Navier–Stokes equations and conservation equations of mass and energy, are solved by the control volume based discretisation method employing the SIMPLE algorithm for pressure–velocity coupling. Rayleigh number Ra based on the enclosure height is varied from 10^3 to 10^6 . Stream lines and isotherms are presented for various combinations of Ra and the heated width. The results are also reported in the form of average and local Nusselt number on the heated wall. At the end of the study, correlations are established for predicting the heat transfer rate to the enclosure as a function of Rayleigh number and the adimensional heated length.

Keys words: *Laminar natural convection, Square enclosure, SIMPLE algorithm.*

TABLE DES MATIERES

<i>Résumé</i>	<i>i</i>
<i>ملخص</i>	<i>ii</i>
<i>Abstract</i>	<i>iii</i>
<i>Nomenclature</i>	1

Chapitre I

GENERALITES ET SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction générale	3
I.1.1. La convection dans les enceintes.....	4
I.1.1.1. Enceinte avec gradient vertical de température	5
I.1.1.2. Enceinte avec gradient horizontal de température	8
I.1.1.3. Enceinte rectangulaire comportant des sources de chaleur surfaciques	9
I.2. Revue bibliographique	9
I.3. Motivation et objectif d'etude	13
I.4. Contenu du memoire	15

Chapitre II

FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1. Introduction.....	16
II.2. Description du probleme.....	16
II.3. Equations générales en regime laminaire	17
II.3.1. Equation de continuite.....	18
II.3.2. Equation de quantite de mouvement	18
II.3.3. Equation de conservation d'energie	18
II.4. Hypotheses simplificatrices	19
II.5. Approximation de boussinesq.....	19
II.6. Equations du probleme	20
II.6.1. Equation de continuite.....	20
II.6.2. Equations de quantite de mouvement.....	20

II.6.3. Equation de l'énergie	20
II.7. Adimensionnalisation des equations.....	21
II.8. Conditions aux limites	22
II.9. Calcul du nombre de nusselt moyen	23
Conclusion.....	24

Chapitre III

METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction	25
III.2. Procedure numerique.....	26
III.3. Maillage.....	27
III.4. La discretisation.....	29
III.4.1. Intégration du flux total	31
III.4.2. Intégration de terme source.....	31
III.4.3. Discrétisation spatiale	32
a) Schéma aux différences centrées (CDS).....	32
b) Schéma upwind (UPS)	34
c) Schéma hybride (HDS).....	35
d) Schéma à loi de puissance (PLDS).....	36
III.5. Formulation générale du probleme.....	37
III.6. Schemas d'ordre superieur	38
III.6.1. Schéma amont du second ordre (SOUS)	39
III.6.2. Schéma QUICK	39
III.7. Procedure de resolution	41
III.7.1. Algorithme SIMPLE.....	41
III.7.2. Résolution des systèmes d'équations linéaires	45
III.7.3. Critère de convergence	47
Conclusion.....	48

Chapitre IV

PRESENTATION DU LOGICIEL DE CALCUL

IV.1. Introduction	49
IV.2. Principes des codes CFD.....	50
IV.3. Les differentes etapes a suivre pour la modelisation numerique par fluent.....	52

IV.4. Presentation de gambit et de fluent	52
IV.4.1. Gambit	52
IV.4.1.1. Choix du maillage	52
IV.4.2. Fluent	53
IV.5. Choix des parametres de fluent	55
IV.5.1. Procédure sous "Fluent"	55
IV.5.2. Simple précision ou double précision.....	55
IV.5.3. Choix de la formulation du solveur	56
IV.5.4. Schémas de discrétisation	56
IV.5.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression	57
IV.5.6. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse	57
IV.6. La forme lineaire de l'equation discretise.....	58
IV.7. Sous relaxation	59
IV.8. Conditions aux limites.....	59
IV.8.1. Condition aux limites utilisée par le code fluent	59
Conclusion.....	61

Chapitre V

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. Introduction	62
V.2. Choix du maillage.....	63
V.3. Validation des resultats.....	64
V.4. Resultats.....	66
V.4.1. Etude avec source de chaleur à une température constante	66
V.4.2. Etude avec source de chaleur à un flux de chaleur constant.....	80
CONCLUSION GENERALE	94
<i>Références bibliographiques</i>	95
<i>Annexe</i>	99

NOMENCLATURE

C_p	Chaleur spécifique à pression constante ($J/kg K$)
g	Accélération de la pesanteur (m/s^2)
L	Largeur dimensionnelle de l'enceinte (m)
ℓ	Largeur de la source de chaleur (m)
k	Conductivité thermique du fluide ($W/m K$)
p	Pression dimensionnelle (Pa)
P	Pression adimensionnelle
q''	Flux de chaleur ($w m^{-2}$)
u, v	Composantes des vitesses (m/s)
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses .
T	Température dimensionnelle (K)
x, y	Coordonnées d'espace dimensionnelles (m)
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles.

Symboles Grecs

ε	Largeur adimensionnelle de la partie chauffée $\varepsilon = \ell / L$
α	Diffusivité thermique (m^2/s)
Γ	Coefficient de diffusion
ν	Viscosité cinématique (m^2/s)
μ	Viscosité dynamique ($kg m^{-1} s^{-1}$)
\emptyset	Variable dépendante générale.
ρ	Masse volumique (kg/m^3)
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante ($1/K$)
θ	Température adimensionnelle
ΔT	Différence de température [C].

Indices Supérieurs

*	Valeur estimée
'	Valeur corrigée

Indices Inférieurs

i, j	ième et jème composantes.
e, w, n, s	Évalué sur la face correspondante du volume de contrôle entourant le point P.
N, S, E, W	Évalué sur le point correspondant entourant le point P.
vs	Points voisins
0	Paramètre de référence
c	Surface chaude
f	Surface froide

Nombres Adimensionnels

Ra	Nombre de Rayleigh
Nu	Nombre de Nusselt locale
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen
Pr	Nombre de Prandtl

Chapitre I
Généralités et Synthèse
Bibliographique

CHAPITRE I

GENERALITES ET SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. INTRODUCTION GENERALE

L'équilibre statique d'un fluide dans le champ de pesanteur est une situation bien moins anodine qu'il n'y paraît. Pour que cet état soit possible, les forces volumiques telles que le poids, doivent être compensées exactement par les gradients de pression, lesquels sont eux même contraints par la condition de conservation de la masse.

Il suffit de modifier localement la densité du fluide, pour briser ce fragile équilibre. Le mouvement qui résulte de cette variation de densité est appelé «convection naturelle» ou «convection libre».

Ces phénomènes de rupture d'équilibre sont tellement présents dans la nature que trouver un fluide en équilibre statique est en fait une véritable gageure. Il faut pourtant attendre le début du XX^{ème} siècle pour que la convection soit conceptualisée et étudiée (Bénard 1901, Rayleigh 1916) [1].

Le transfert thermique par convection naturelle a lieu à cause des différences de densité dans un liquide ou une phase gazeuse. La différence de densité qui est la plupart du temps provoquée par la différence de la température, avec la force de gravité, crée une force de flottabilité qui crée par conséquent une différence de quantité de mouvement. Cependant, on devra mentionner que ce n'est pas n'importe quel gradient de la température qui causera le mouvement dans le fluide. En réalité, la différence de température devrait être d'une manière qui provoque l'instabilité du fluide. Il est conventionnel d'employer la différence de la température instable pour assurer le mouvement du fluide. Comme montré sur la Figure I-1.

Le nombre des applications de transfert thermique dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène dominant est grand. Une meilleure compréhension de ce

phénomène augmente le nombre de ces applications et mène à un certain nombre de conceptions industrielles et environnementales sophistiquées. Pour tous les cas pratiques où la convection naturelle intervient, les coûts de fonctionnement sont importants et donc même les petites améliorations d'efficacité peuvent jouer un rôle essentiel dans la consommation d'énergie.

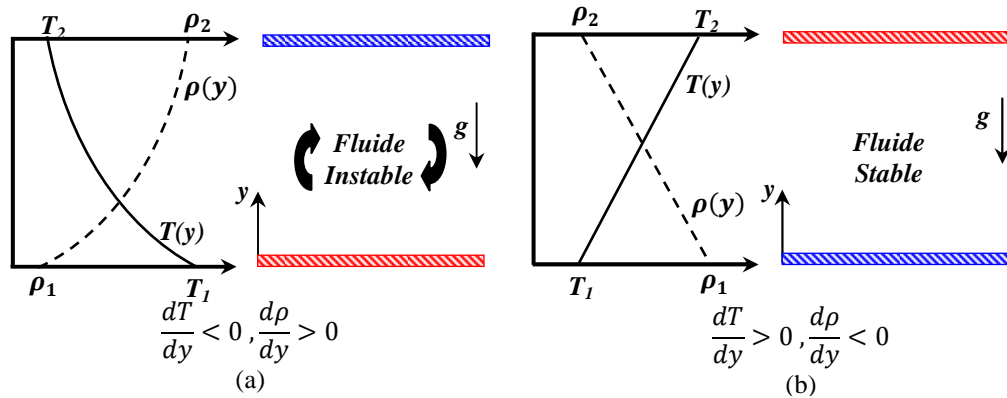


Figure I-1 : *Fluide instable (a) et stable (b) entre deux murs horizontaux chauffés différemment.*

Les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serres, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques tels que les équipements électriques et les réacteurs nucléaires, les appareils ménagers tels que des réfrigérateurs, la conversion économique de l'eau saline à l'eau fraîche et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes qui ont donné un intérêt particulier à cette science [2].

Le but principal de cette étude est l'analyse de « *La Convection Naturelle Laminaire dans une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement* » qui a plusieurs applications pratiques. La *modélisation mathématique plus les Méthodes Numériques* sont employées comme outils d'analyse.

1.1.1. La convection dans les enceintes

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi conducteurs, et le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire,.....etc.

L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceinte, généralement deux parois sont maintenues à des températures

différentes tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température.

I.1.1.1. Enceinte avec gradient vertical de température

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques horizontales qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure I-2). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [3].

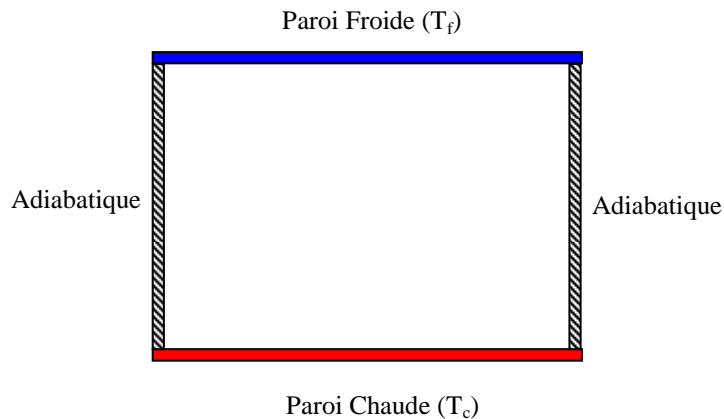


Figure I-2 : Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh –Bénard.

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure I-3).

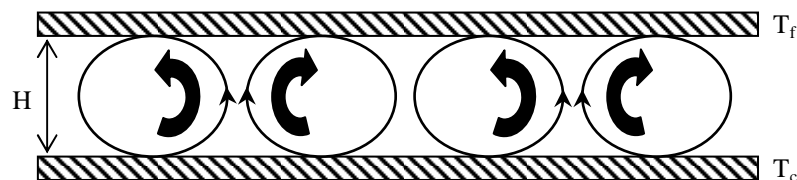


Figure I-3 : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard

Pour illustrer le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui sont en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit.

1.1.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide

Imaginons une goutte de fluide de taille et de forme quelconque mais ayant un déplacement infinitésimal spontané et aléatoire soit vers le haut, soit vers le bas. Les forces agissant sur cette goutte déterminent le mouvement du fluide dans sa globalité.

Tout d'abord, considérons une goutte située dans le fond d'une couche de fluide, où la densité est plus faible que la densité moyenne. Tant que la goutte reste immobile, elle est entourée de fluide de même densité et la poussée d'Archimède est nulle. Supposons maintenant une perturbation aléatoire provoquant un léger déplacement de la goutte vers le haut. Cette dernière est alors entourée de fluide de densité plus grande et de température plus petite.

Ainsi la poussée d'Archimède, proportionnelle à la différence de densité et au volume de la goutte, va s'exercer vers le haut et va amplifier le mouvement ascendant initial de la goutte.

On peut raisonner de la même façon pour une goutte de fluide située au sommet de la couche. La goutte subissant un léger déplacement aléatoire vers le bas est alors entourée d'un fluide moins dense et tend à s'enfoncer vers le bas de la couche. Ces écoulements ascendants et descendants définissent la convection naturelle [4].

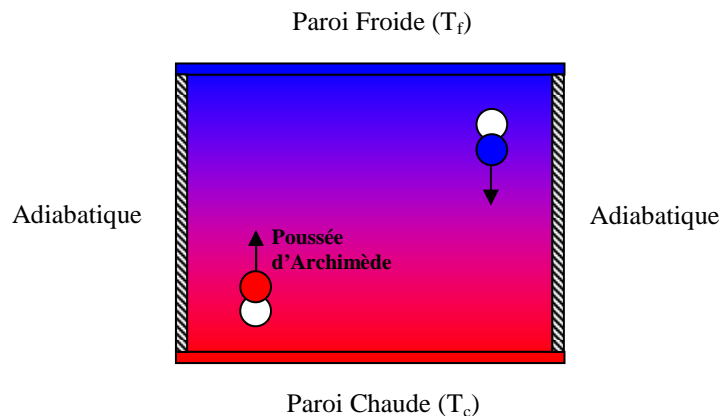


Figure I-4: Schéma représentant le déplacement d'une goutte de fluide.

1.1.1.1.2. Traînée visqueuse et diffusion de la chaleur

On peut supposer que l'existence d'un gradient de température suffit pour entraîner un écoulement convectif. En réalité, pour que le régime convectif s'amorce, le gradient de température doit atteindre un certain seuil.

En effet, deux autres facteurs jouent un rôle important pour le mouvement d'une goutte de fluide. Le premier est la traînée visqueuse (force de frottements) dirigée dans le sens

opposé au mouvement (Figure I-5). Sa valeur dépend de la viscosité du fluide. Donc, il n'y a pas de mouvement tant que la traînée visqueuse est égale à la poussée d'Archimède.

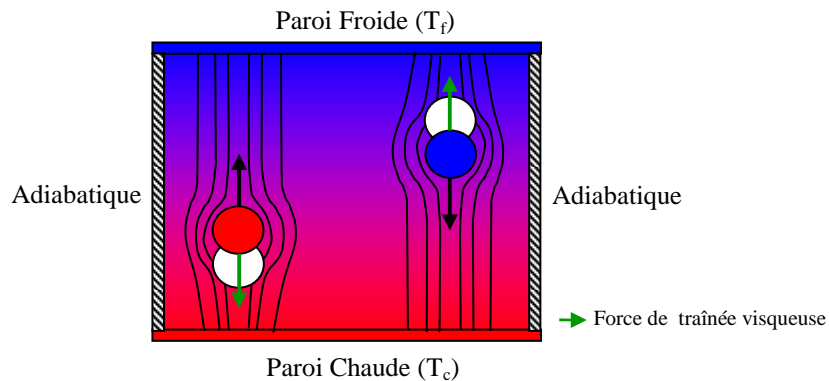


Figure I-5: Schéma représentant la force de traînée visqueuse.

Le second facteur est la diffusion de la chaleur (Figure I-6). Le flux de chaleur, qui se propage par transfert d'énergie thermique de molécule à molécule voisine, donne de la chaleur à un environnement plus froid. Réciproquement, une goutte froide qui tend à descendre vers le fond de la couche reçoit de la chaleur. Ce transfert de chaleur contribue à la diminution du gradient de température, et donc à la réduction de la poussée d'Archimède.

L'équilibre thermique d'une goutte de fluide avec son environnement est donc atteint à partir d'un certain temps dépendant de la diffusivité thermique du fluide. Si ce temps de diffusion thermique est inférieur ou égal au temps nécessaire pour que la goutte effectue un déplacement d'une longueur caractéristique, la poussée d'Archimède et la traînée visqueuse se compensent et l'écoulement convectif n'est pas entretenu [4].

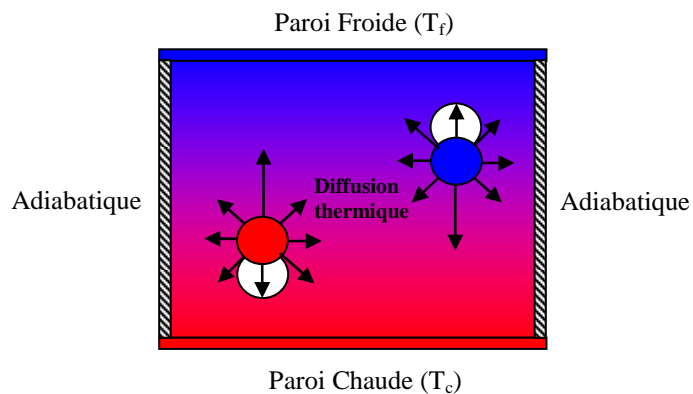


Figure I-6 : Schéma représentant la diffusion thermique.

1.1.1.1.3. Nombre de Rayleigh

Dans la convection de Rayleigh-Bénard, la poussée résultant du gradient de température doit donc l'emporter sur la traînée visqueuse et la diffusion de la chaleur pour que la convection ait lieu.

Par conséquent, une relation entre ces trois paramètres s'exprime sous forme d'un rapport sans dimension: la force de poussée divisée par le produit de la traînée visqueuse et du taux de diffusion de la chaleur. Ce rapport s'appelle le nombre de Rayleigh (Ra):

$$Ra = g \beta \frac{(T_c - T_f) L^3}{\alpha \nu}$$

On appelle :

- L'élément perturbateur : poussée d'Archimède.
- Les éléments stabilisateurs : la viscosité et la conductivité thermique.

La convection s'amorce lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique $Ra_c=1700$ [2].

1.1.1.2. Enceinte avec gradient horizontal de température

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Figure I-7). Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide [5].

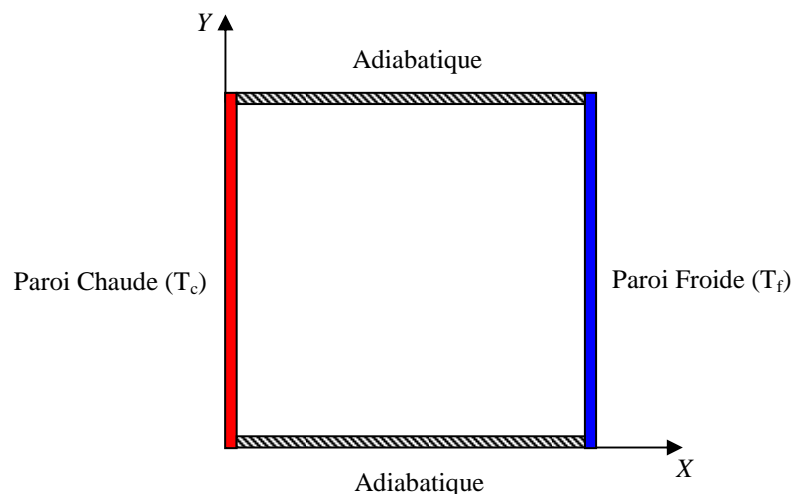


Figure I-7: Schéma de la convection dans une Enceinte avec gradient horizontal de température.

I.1.1.3. Enceinte rectangulaire comportant des sources de chaleur surfaciques

Les configurations considérées ci-dessus sont celles pour lesquelles le chauffage se fait uniformément au niveau d'une paroi qui est soit horizontale ou verticale, dans ce qui suit on va considérer les cas où les chauffages se font localement en utilisant des sources discrètes de chaleur. La configuration suivante représente ainsi un exemple d'une enceinte avec des sources surfaciques de chaleur discrètes. Cette enceinte rectangulaire (largeur L , hauteur H) est remplie de fluide et la température de la paroi latérale gauche est constante tandis que les deux parois horizontales inférieure et supérieure sont adiabatiques (Figure I-8). La paroi verticale droite étant chauffée par des flux de chaleur discrets [6].

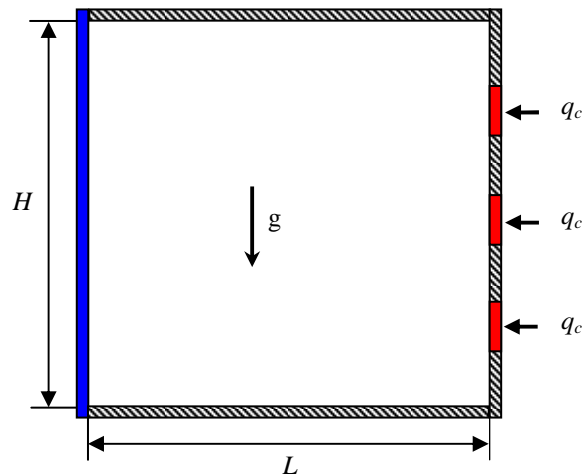


Figure I-8: Enceinte rectangulaire comportant plusieurs sources de chaleur surfaciques.

I.2. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Cette partie est consacrée à la revue des principales investigations effectuées par le passé sur la convection naturelle dans des enceintes et qui sont en relation directe avec notre étude.

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans des enceintes chauffées par des sources thermiques a été étudié par beaucoup de chercheurs, dû à ses domaines d'application larges, Parmi ces travaux on peut citer :

(1969) **Torrance et Rockett** [7] qui ont étudié numériquement la convection d'air dans une enceinte cylindrique verticale, induite par un petit point chaud centralement situé sur le fond. Des solutions ont été obtenues pour des nombres de Grashof de 4×10^4 à 4×10^{10} . Les résultats théoriques se sont avérés dans un excellent accord avec l'expérimental dans la région laminaire.

(1976) **Chu et Churchill [8]** qui ont étudié la convection naturelle au sein d'une enceinte rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète. Avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

(1980) **Shigeo et Bejan [9]** qui ont synthétisé les résultats expérimentaux, et présenté les simulations numériques et les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour $Ra \approx 10^5$, le maximum se trouve autour de $A = 1$ (A représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

(1983) **Kamotani et autres [10]** qui ont présenté une étude expérimentale de convection naturelle dans une couche d'eau avec le chauffage localisé au dessous et effectué par une petite source de chaleur circulaire, à une température uniforme. Les structures d'écoulement et les champs de la température ont été étudiés en détail pour différents allongements (hauteur/largeur) et différents nombres de Grashof.

(1986) **Anderson et Lauriat [11]** qui ont étudié l'écoulement dans une enceinte carrée avec chauffage localisé au dessous grâce à un flux uniforme ou par maintien d'une température constante tandis qu'un mur vertical était refroidi et isotherme. Les observations expérimentales ont confirmé l'absence de l'instabilité de type Rayleigh Bénard pour le flux, si les nombres de Rayleigh sont plus grands que 5×10^3 .

(1987) **Novembre et Nansteel [12]** qui ont étudié analytiquement et numériquement, la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage au dessous et refroidissement le long d'un côté. Dans cette étude des expressions asymptotiques ont été trouvées pour les taux de transfert de chaleur.

(1990) **Chu et Hichox [13]** qui ont étudié expérimentalement et numériquement la convection naturelle dans une enceinte avec le chauffage localisé au dessous afin de simuler

le transfert de chaleur par convection dans une chambre de magma.

(1991) **Chadwick et Heaton [14]** qui ont étudié expérimentalement et par simulation numérique la position optimale d'une source lorsqu'elle dégage un flux de chaleur uniforme. Bien qu'une étude paramétrique plus complète aurait été utile ici, il est tout de même clair que le comportement thermique est très différent pour des sources avec flux de chaleur que pour des sources isothermes. Il est également opportun de mentionner le très bon accord qu'ont obtenu ces auteurs entre les mesures expérimentales et les prédictions numériques des nombres de Nusselt locaux sur la source.

(1992) **Hasnaoui et autres [15]** qui ont étudié numériquement par la méthode de différences finies la convection naturelle laminaire dans une enceinte, avec le chauffage localisé sur la paroi inférieure et le refroidissement à travers la paroi supérieure de l'enceinte, tandis que le reste du fond et les murs verticaux étaient adiabatiques. Les paramètres principaux du problème étaient le rapport de forme de l'enceinte, la position de la source de chaleur et le nombre de Rayleigh. L'existence des solutions multiples équilibrées et le comportement oscillant pour un ensemble donné des paramètres ont été démontrés.

(1993) **Lage et Bejan [16]** qui ont étudié numériquement et montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à $Ra = 10^9$), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de l'enceinte et à la frontière froide.

(1995) **Ganzarolli et Milanez [17]** qui ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 10^3 à 10^7 et le rapport de forme varié de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh (Ra), du nombre de Prandtl (Pr) et du rapport de forme sur le mouvement de fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans leur étude.

(1995) **Lakhal et Hasnaoui [18]** qui ont étudié numériquement la convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température pour un nombre de Prandtl de 0,72 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^6 . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

(1998) **Kwak et Hyun [19]** qui ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée soumise par le bas à une source de chaleur de variation sinusoïdale de la

température, pour un nombre de Prandtl de 0,7 (air) afin de déterminer l'importance de l'amplitude d'oscillation. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur est linéairement dépendant de l'amplitude de l'excitation si cette amplitude est faible. Par contre, ils montrent que si l'amplitude est grande, le transfert de chaleur est augmenté. De plus, le gain de transfert thermique est maximal à la fréquence de résonance.

(1998) **Ramos et Milanez [20]** qui ont effectué une analyse expérimentale et numérique pour l'écoulement de convection naturelle provoqué par des sources de chaleur absorbant l'énergie à un taux constant simulant les composants électroniques montés sur le fond d'une enceinte symétriquement refroidie des côtés et isolée thermiquement au dessus.

(2000) **Aydin et Yang [21]** qui ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire d'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des côtés. Leur analyse a inclus l'influence de la longueur de la partie chauffée et du Ra sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé que les champs d'écoulement et de température sont symétriques à cause de la symétrie des conditions aux limites.

(2004) **Sarris et autres [22]** qui ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans les réservoirs rectangulaires chauffés localement au dessous. Basé sur des prévisions numériques, les effets du Ra et la géométrie de la source de chauffage et du réservoir sur les structures d'écoulement et le transfert thermique ont été étudiés pour le nombre de Rayleigh dans la gamme 10^2 à 10^7 . Leur étude a indiqué que l'augmentation de l'intensité de circulation d'écoulement augmente avec une augmentation de longueur de la source de chauffage.

(2004) **Bourich et autres [23]** qui ont étudié numériquement la convection naturelle double-diffusive bidimensionnelle dans une enceinte poreuse carrée chauffée partiellement au dessous et refroidies par les côtés à une température constante. Leur analyse a inclus l'influence de la partie chauffée sur le transfert de chaleur.

(2005) **Calcagni et autres [24]** qui ont effectué une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle laminaire d'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des côtés tandis que le mur supérieur était adiabatique, la gamme de nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 . La variation du nombre local de Nusselt dans la région chauffée ainsi que le nombre moyen de Nusselt ont été présentés. La technique d'interférométrie a été employée dans la méthode expérimentale pour obtenir la visualisation des oscillations possibles de la température à l'intérieur de l'enceinte.

(2005) **Sharif et Mohammad [25]** qui ont étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire, par une méthode informatique basée sur les volumes finis. Ils ont considéré un chauffage par flux constant au fond et un refroidissement isotherme des parois latérales tandis que le mur supérieur était adiabatique. La longueur de la source de chaleur a été variée de 20% à 80% de la longueur du fond de l'enceinte pour la gamme du nombre de Grashof de 10^3 à 10^6 . Ils ont constaté que le nombre moyen de Nusselt et la température maximale sont des fonctions de l'allongement de l'enceinte et de la longueur de la source de chaleur.

(2007) **Sharma et autres [26]** qui ont étudié numériquement la convection naturelle turbulente dans une enceinte carrée avec le chauffage localisé au dessous et le refroidissement symétrique des murs latéraux verticaux, Leur analyse a inclus l'influence de la partie chauffée et du Ra sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé les champs d'écoulement et de température pour différents nombres de Rayleigh et différentes largeurs de la partie chauffée.

La plupart de ces travaux se sont intéressés au phénomène de la convection naturelle laminaire dans des enceintes avec chauffage partiel de la paroi inférieure. Le présent travail considère le même problème que celui de Sharma et autres avec régime laminaire, cependant nous avons varié la longueur de la source de 20 à 80% de la longueur totale du mur inférieur. L'originalité de ce travail est illustrée par l'existence inattendue des structures d'écoulements complètement différentes en fonction de la valeur du nombre de Rayleigh.

I.3. MOTIVATION ET OBJECTIF D'ETUDE

La convection naturelle trouve son application dans les domaines de refroidissement d'équipement électronique, du chauffage solaire, de la technologie solaire et de la sûreté des réacteurs nucléaires ...etc. La présente étude est faite dans ce dernier cas, les centrales nucléaires ont beaucoup de bâtiments reliés ensemble et logeant l'équipement et les instruments qui sont essentiels pour l'exploitation sûre de ces centrales. Ils contiennent invariablement des quantités significatives de matériaux combustibles comme le sodium liquide, les câbles électriques, le carburant et les pétroles. Dans l'événement peu probable d'un feu en un tel bâtiment ou compartiment, il est impératif que le feu soit détecté à temps et les mesures nécessaires de sûreté soient prises pour sauvegarder les bâtiments adjacents. Les caractéristiques de conception proportionnées doivent être appliquées de sorte que la propagation du feu aux compartiments adjacents soit réduite au minimum. D'ailleurs, la connaissance de la sévérité d'un tel feu et l'évaluation de barrière du feu nécessaire pour les

murs communs des compartiments, est essentiel. De tels incendies peuvent être causés par le liquide provenant des fuites de sodium ou de pétrole des canalisations, qui se rassemble sur le plancher du bâtiment à certains endroits et brûle à un certain taux spécifique selon la nature des combustibles. La chaleur de combustion est transférée aux murs adjacents du compartiment, par la convection naturelle, et finalement transférée aux compartiments adjacents par conduction. La taille des compartiments industriels est généralement grande ayant pour résultat la naissance du régime laminaire de convection naturelle figure I-9.

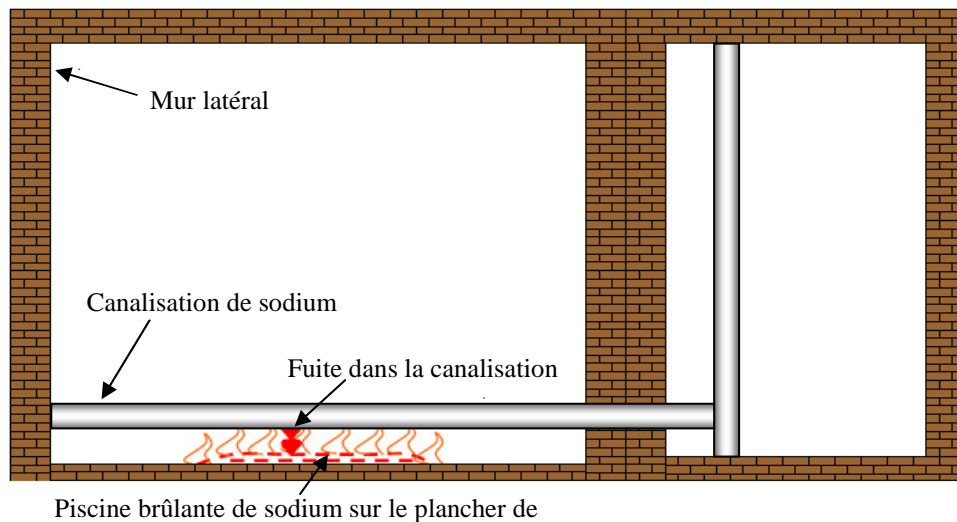


Figure I-9: Le schéma pratique de l'enceint.

Donc le but de ce travail est de mener une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire. La source de feu est considérée comme étant située au mur inférieur avec différentes longueurs chauffées variées de 20 à 80% de la longueur totale du mur inférieur. Ce chauffage a été introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure ont été considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales ont été supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, ont été résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié entre 10^3 et 10^6 . Les fonctions de courant et les isothermes ont été présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats ont été aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la

paroi chauffée. Des corrélations ont été mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur à partir de l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra .

I.4. CONTENU DU MEMOIRE

Ce mémoire débute par une introduction dans laquelle on présente l'objectif essentiel de cette étude, et les résumés de quelques études précédentes dans ce domaine de recherche. Une idée brève sur le transfert thermique a été présentée, et on a discuté en particulier la convection naturelle.

Un deuxième chapitre présentera la configuration géométrique étudiée (modèle physique) ainsi que le modèle mathématique traduisant les équations régissant le phénomène de la convection naturelle laminaire.

Le troisième chapitre, s'intéresse à la description de la méthode des volumes finis (maillage et discrétisation) et de divers schémas de discrétisation des termes convectifs. A la fin nous avons présenté l'algorithme de résolution.

Dans le quatrième chapitre, nous avons donné une idée brève sur le code de simulation FLUENT, et le logiciel qui réalise la géométrie et le maillage GAMBIT.

La partie la plus importante de ce mémoire se trouve dans le cinquième chapitre. Elle comporte la simulation et l'interprétation des résultats obtenus en régime laminaire avec convection naturelle dans la configuration étudiée. Enfin, notre mémoire est clôturé par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

Chapitre II
Formulation Mathématique

CHAPITRE II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

II.1. INTRODUCTION

Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement de fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales de fluide. Ces variables sont gouvernés par les lois fondamentales de conservation de la masse, quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs groupes adimensionnels. Dans les écoulements de convection naturelle, nous distinguons les nombres : Rayleigh, Prandtl, et d'autres nombres sans dimensions représentés par plusieurs propriétés physiques dépendantes de la température. L'importance mutuelle des valeurs des nombres adimensionnels dépend des conditions thermiques et des facteurs géométriques.

L'objectif de ce problème consiste en la modélisation mathématique et la simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales.

Dans ce chapitre, nous allons établir les différentes équations mathématiques permettant la résolution du problème considéré.

II.2. DESCRIPTION DU PROBLEME

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure II-1. Il s'agit d'une enceinte carrée dont les parois latérales sont maintenues à une température constante (froide). Une fraction variant de 20 à 80% de la longueur L de l'enceinte est soit maintenue à une température constante (chaude) ou subit un flux de chaleur constant grâce à une source de chaleur placée en contact de la paroi inférieure de l'enceinte. Toutes les autres parties de

l'enceinte sont isolées thermiquement. L'écoulement dans cette enceinte est provoqué par la force de flottabilité résultant de la source de chaleur.

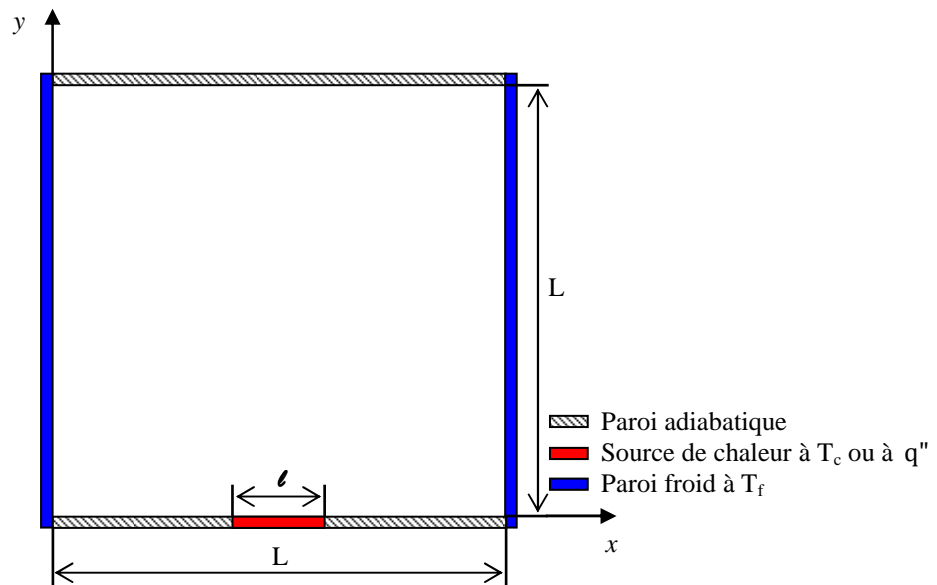


Figure II-1 : Schéma de l'enceinte.

II.3. EQUATIONS GENERALES EN REGIME LAMINAIRE

La convection naturelle engendrée par des transferts de chaleur au voisinage des surfaces chauffées a été largement étudiée tant au niveau théorique qu'expérimental. En mécanique des fluides, en supposant que le fluide est un milieu continu, on peut utiliser les lois classiques de conservation qui sont [27] :

- Loi de conservation de la masse ou l'équation de continuité.
- Deuxième loi de Newton (principe de conservation de quantité de mouvement) ou les équations de quantité de mouvement.
- Loi de conservation d'énergie (premier principe de la thermodynamique) ou l'équation d'énergie.

Dans le cas laminaire, les problèmes d'écoulement de fluide peuvent être traités par la résolution de l'équation de quantité de mouvement, l'équation de continuité et l'équation d'énergie. Quand un écoulement permanent est laminaire, les lignes de courants représentent les trajectoires du fluide et sont des courbes fixes dans l'espace qui ne se mélangent pas au cours du mouvement. Les couches fluides glissent les unes sur les autres, sans qu'il y ait passage de particules d'une couche à l'autre.

Nous allons dans ce qui suit étudier quelques cas particuliers de l'équation générale de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie.

II.3.1. Equation de continuité

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot V) = 0 \quad (\text{II. 1})$$

Où ρ est la masse volumique et V est le vecteur vitesse.

II.3.2. Equation de quantité de mouvement

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide lors de son mouvement et les causes qui le produisent. Il indique que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{D}{Dt}(\rho \cdot V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V)) \quad (\text{II. 2})$$

Où F est une force par unité de volume et μ est la viscosité dynamique.

II.3.3. Equation de conservation d'énergie

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(k T) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \Phi \quad (\text{II. 3})$$

Avec :

$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T)$: La variation totale d'énergie (par accumulation et convection).

$\Delta(k T)$: La variation d'énergie par conduction.

q : Puissance volumique dissipée.

$\beta T \frac{Dp}{DT}$: La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\mu \Phi$: La dissipation irréversible due au frottement visqueux.

Les coefficients c_p , k et β sont respectivement, la capacité calorifique, la conductivité thermique et le coefficient de dilatation isobare du fluide.

II.4. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème, donc on adopte les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel.
- Le fluide est Newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est laminaire.
- La température (ou le flux) de la source de chaleur est constante dans le temps.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.
- La puissance volumique dissipée est négligeable

II.5. APPROXIMATION DE BOUSSINESQ

Pour des configurations d'écoulement dans une enceinte, la résultante des forces externes est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de la température soit évidente. Quand les forces de flottabilité se produisent dans l'écoulement, la conception des propriétés physiques fixes n'assortit plus le comportement de l'écoulement du fluide. L'effet de la convection naturelle est pris en considération dans l'équation de quantité de mouvement par la variation de la masse volumique.

Si en prenant un état thermodynamique de référence (masse volumique ρ_0 et température T_0) l'équation d'état pour la masse volumique ρ devient en utilisant le développement de Taylor [28]:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{T - T_0}{T_0} + \dots \right) \quad (\text{II. 4})$$

En se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \quad (\text{II. 5})$$

Le terme β de l'équation (II.5) est le coefficient de dilatation isobare du fluide, soit :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P=cte} \quad (\text{II. 6})$$

En effet, c'est la variation de la masse volumique du fluide qui est à l'origine du phénomène de convection naturelle, créant une force motrice volumique (Archimède) à laquelle s'oppose notamment une force de frottement visqueux. L'approximation de Boussinesq consiste à négliger les variations de la masse volumique dans les équations de conservation, sauf son implication comme force motrice dans le terme F de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (II.2) [29].

II.6. EQUATIONS DU PROBLEME

Après introduction des hypothèses données ci-dessus, on peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans cette étude comme suit:

II.6.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II. 7})$$

u et v étant les composantes du champ de vitesse $V(u,v)$ dans la direction x et y respectivement.

II.6.2. Equations de quantité de mouvement

Suivent x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 8})$$

Suivent y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g \beta (T - T_0) \quad (\text{II. 9})$$

II.6.3. Equation de l'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 10})$$

Les équations différentielles de la continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie forment le modèle mathématique de l'écoulement de la convection naturelle laminaire.

II.7. ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS

L'adimensionnalisation ou normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en des variables sans dimensions, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres de façon à rendre la solution plus générale.

De façon à rendre les équations précédentes adimensionnelles, elles seront transformées par les relations suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)}, \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}, \quad P = \frac{p}{\rho \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2}$$

En introduisant les grandeurs sans dimensions dans les équations de conservation de masse (II-7), de mouvement (II-8 et II-9) et d'énergie (II-10), on obtient respectivement :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II. 11})$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 12})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra Pr } \theta \quad (\text{II. 13})$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (\text{II. 14})$$

Les paramètres Pr et Ra dénotent, respectivement, les nombres de Prandtl, et de Rayleigh et sont définis par les relations suivantes :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

- La source de chaleur à une température constante : $\text{Ra} = \frac{g \beta L^3 (T_c - T_f)}{\nu \alpha}$
- La source de chaleur à un flux constant : $\text{Ra} = \frac{g \beta L^4 q''}{\nu \alpha k}$

II.8. CONDITIONS AUX LIMITES

La résolution du système d'équations obtenu précédemment nécessite l'incorporation des conditions aux limites pour chaque variable dépendante. Les conditions de températures sont connues sur les parois.

La température de la paroi gauche et droite est constante et égale à T_f . La partie chaude de la paroi inférieure est soumise soit à une température constante T_c ou un flux thermique constant et égale à q'' . La condition d'adiabacité $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ est adoptée pour les autres parois (supérieure et inférieure).

Ces différentes conditions aux limites sous forme adimensionnelles peuvent être résumées dans le tableau II-1:

Limite	Conditions Hydrodynamiques	Conditions Thermiques
$X = 0, X = 1$ et $0 < Y < 1$ (Paroi gauche et droite)	$U = V = 0$	$\theta = 0$
$0 < X < 1$ et $Y = 1$ (Paroi supérieur)	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$0 < X < \frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2} < X < 1$ et $Y = 0$ (Parti non chauffé de la paroi inférieur)	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$\frac{1-\varepsilon}{2} \leq X \leq \frac{1+\varepsilon}{2}$ et $Y = 0$ (Partie chaude de la paroi inférieure)	$U = V = 0$	$\theta = 1$ (Dans le cas de flux $\theta = -1$)

Tableau II-1: Conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques sous forme adimensionnelles.

Toutes les conditions aux limites adimensionnelles pour le problème sont montrées dans la figure II-2.

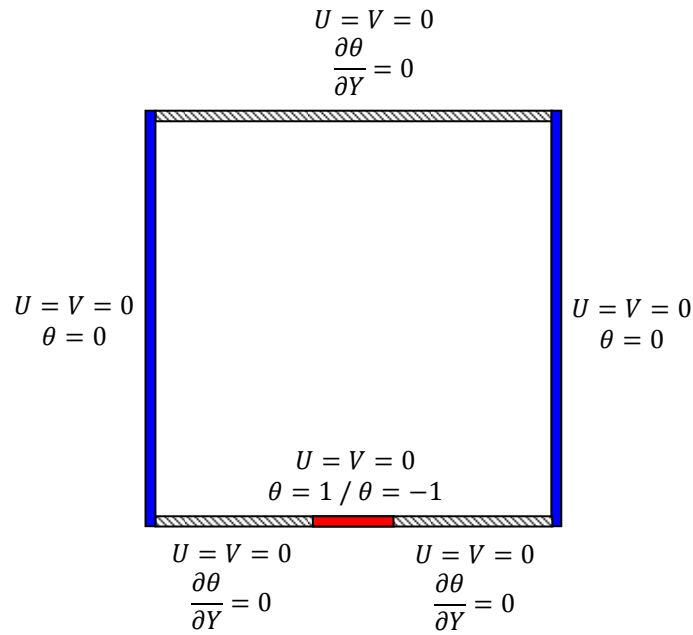


Figure II-2 : La géométrie de l'enceinte et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle.

II.9. CALCUL DU NOMBRE DE NUSSELT MOYEN

Le taux de transfert thermique par convection dans une enceinte est obtenu à partir du calcul du nombre de Nusselt. On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la partie chauffée. Le nombre de Nusselt moyen est défini par [30] :

- Pour la première condition aux limite (T_c), la valeur moyenne du nombre de Nusselt est donnée par :

$$\overline{Nu} = \frac{Q}{k(T_c - T_f)} \tag{II. 15}$$

Avec : $Q = - \int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$

- Pour la deuxième condition aux limite q'' , la valeur locale du nombre de Nusselt est donnée par :

$$Nu_x = \frac{q'' L}{k(T_c(x) - T_f)} \tag{II. 16}$$

Donc la valeur moyenne du nombre de Nusselt est donnée par :

$$\overline{Nu} = \frac{\int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} Nu_x dx}{\int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} dx} \tag{II. 17}$$

Conclusion

Dans le présent chapitre, nous avons établi pour le problème traité le modèle mathématique. Ce dernier est constitué d'un système d'équations, complétées par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues mais :

- La résolution analytique de ces équations de bilan n'est pratiquement jamais réalisable;
- Les non-linéarités visibles dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations du modèle mathématique. Dans notre étude, on a utilisé le logiciel FLUENT (version 6.3.26) basé sur la méthode numérique des volumes finis. Cette méthode est bien exposée dans le chapitre suivant.

Chapitre III
Méthodes Numériques

CHAPITRE III

METHODES NUMERIQUES

III.1. INTRODUCTION

La résolution des équations d'un phénomène physique de convection thermique naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- La méthode des éléments finis,
- La méthode des différences finies,
- La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôles quadrilatéraux et un maillage non uniforme. Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLE développée par Spalding et Patankar. Sa grande simplicité de mise en oeuvre a fait qu'elle a connu un essor depuis les années 1970-1980 [31]. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs (Phoenics, Fluent, CFD,...). La méthode des volumes finis qui se distingue par sa fiabilité quand aux résultats, son adaptation au problème physique, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

III.2. PROCEDURE NUMERIQUE

Afin de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder à leurs discrétisations dans le but d'obtenir un système d'équations algébriques dont la résolution nous permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré. La méthode de volumes finis a été adoptée pour accomplir cette discrétisation, et l'utilisation de l'algorithme SIMPLE [31] pour la correction de pression sur un maillage non uniforme.

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [31], le principe de méthode des volumes finis baser sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure III-1. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles;
- Écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

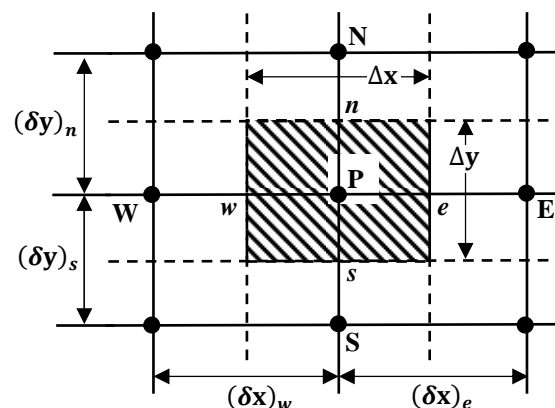


Figure III-1 : Volume de contrôle bidimensionnel.

Le volume de contrôle est montré par la Figure III-1, Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

Dans cette mémoire la résolution de problème est effectuée par le logiciel FLUENT, basé sur la méthode des volumes finis, utilisant le schéma QUICK pour la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement et la discrétisation de l'équation d'énergie.

III.3. MAILLAGE

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, où on trouve la variable P et les composantes u et v du vecteur vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux nœuds adjacents. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds).

Ainsi, un élément de volume de contrôle est défini autour de chaque nœud. Les grandeurs scalaires pression et température sont stockées dans le nœud P du maillage (Figure III-2 (a)), tandis que les grandeurs vectorielles u et v sont stockés aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de vitesse [32].

Le volume de contrôle de la composante longitudinale u est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principale (Figure III-2 (b)), celui de la composante transversale v est décalé suivant la direction de y (Figure III-2 (c)). Ce type de maillage dit "maillage décalé" permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution. La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans Figure III-2.

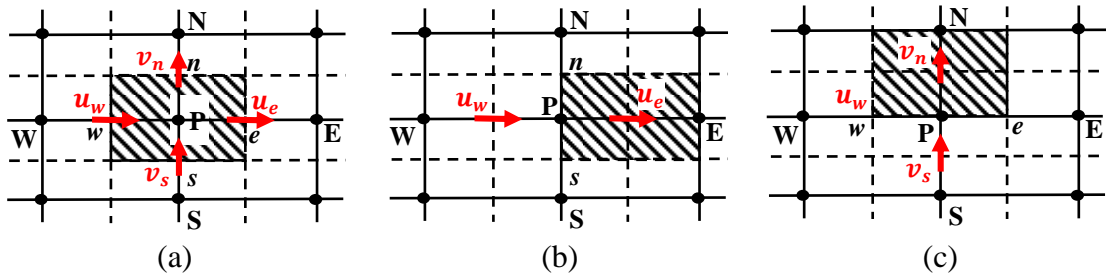


Figure III-2 : Schéma du maillage (a) maillage décalé pour u_e (b) et maillage décalé pour v_n (c).

Dans ce mémoire nous avons opté pour un maillage non uniforme dans les deux directions, horizontale et verticale comme le montre la Figure III-3. Dans la direction horizontale, la partie située côté parois froides sera maillée d'une manière non uniforme vu les gradients importants des variables indépendantes. La partie chauffante sera maillée d'une manière dense et uniforme. Dans la direction verticale le maillage a été aussi raffiné près des parois.

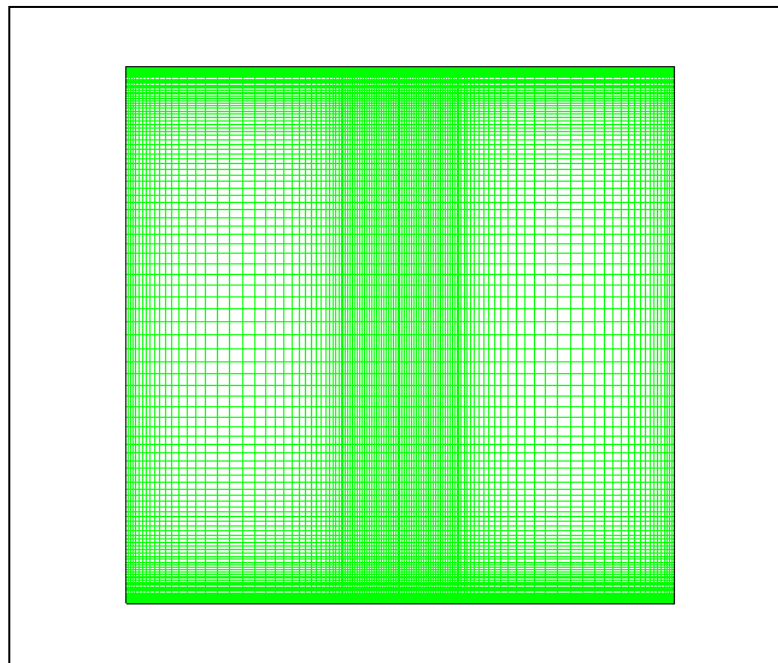


Figure III-3 : Maillage de l'enceinte.

III.4. LA DISCRETISATION

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme (Annexe A) :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{S_\phi}_S \quad (\text{III. 1})$$

Avec :

T : Terme transitoire ;

C : Terme de convection ;

D : Terme de diffusion ;

S : Terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable ϕ , l'équation de transport s'écrit dans le cas stationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (\text{III. 2})$$

Où ϕ est la propriété transportée, Γ indique le coefficient de diffusion et S_ϕ le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant:

Grandeur transportée	ϕ	Γ	S_ϕ
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement selon y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra Pr \theta$
Energie	θ	1	0

Tableau (III.1) : Les termes de l'équation de transport.

Cette équation (III.2) est discrétisée et le système d'équation aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de ϕ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée.

L'équation (III.2) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad (III. 3)$$

Avec :

$$\begin{cases} J_x = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad (III. 4)$$

J_x et J_y , sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions x et y .

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équation algébrique. L'équation (III.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle Figure III-4:

$$\underbrace{\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy}_I = \underbrace{\int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy}_{II} \quad (III. 5)$$

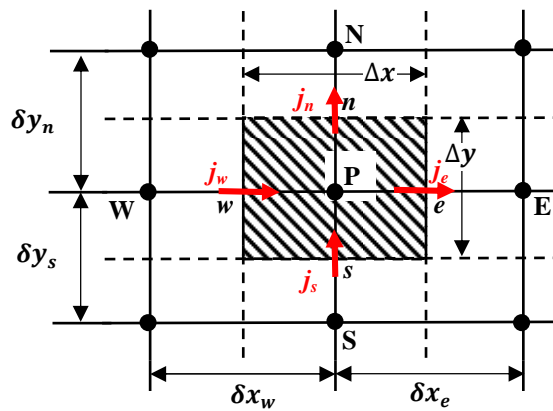


Figure III-4 : Volume de contrôle.

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée ϕ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions ;
- Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes ;
- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

III.4.1. Intégration du flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme (I) de l'équation (III.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$I = \int_S^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy \quad (\text{III. 6})$$

$$I = \int_S^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_S^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy \quad (\text{III. 7})$$

$$I = (J_x)_e - (J_x)_w \int_S^n dy + ((J_y)_n - (J_y)_s) \int_w^e dx \quad (\text{III. 8})$$

$$I = (J_x)_e \Delta y - (J_x)_w \Delta y + (J_y)_n \Delta x - (J_y)_s \Delta x \quad (\text{III. 9})$$

Si on pose :

$$j_e = (J_x)_e \Delta y \quad j_n = (J_y)_n \Delta x$$

$$j_w = (J_x)_w \Delta y \quad j_s = (J_y)_s \Delta x$$

Donc l'expression de terme (I) devient :

$$I = j_e - j_w + j_n - j_s \quad (\text{III. 10})$$

III.4.2. Intégration de terme source

L'intégration du terme source (terme (II) de l'équation (III.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$II = \int_S^n \int_w^e S_\phi dx dy = \int_S^n \left[\int_w^e S_\phi dx \right] dy \quad (\text{III. 11})$$

Donc :

$$II = \overline{S_\phi} \Delta x \Delta y \quad (\text{III. 12})$$

Où $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante. Cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires. La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne $\overline{S_\phi}$ qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles des variables dépendantes.

Suite a la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{III. 13})$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de S_p , S_p est la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

III.4.3. Discrétisation spatiale

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielle revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée ϕ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration. On a l'équation (III.5) devienne :

$$(j_e - j_w + j_n - j_s) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III. 14})$$

Où j_i ($i=e, w, n, s$) est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif.

Par exemple :

$$j_e = \left(\rho u \phi - \Gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right)_e \Delta y \quad (\text{III. 15})$$

On peut utiliser les schémas suivants :

a) Schéma aux différences centrées (CDS)

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable ϕ entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées ϕ se présente par une interpolation comme suite :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_p) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_p + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_p) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_p + \phi_S) \end{cases} \quad (\text{III. 16})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Gamma_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_p}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \Gamma_w \frac{\phi_p - \phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_p}{(\delta y)_n} \\ \Gamma_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \Gamma_s \frac{\phi_p - \phi_S}{(\delta y)_s} \end{cases} \quad (\text{III. 17})$$

Remplaçons les formules (III.16) et (III.17) dans l'équation (III.14), on obtient :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III. 18})$$

Où :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s + \frac{F_s}{2} \end{cases} \quad (\text{III. 19})$$

$b = S_c \Delta x \Delta y$, $D_i = \frac{\Gamma_i}{\delta x_i}$ est la conductance de la diffusion toujours positif et $F_i = (\rho u_i)$ la force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement. Les coefficients de discrétisation a_i ($i=E, W, N, S$) rassemblant le flux convectifs et diffusifs. Les coefficients a_i doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode de volume finis), mais la relation (III.19), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de l'équation (III.19) écrits en terme du nombre de Peclet (Pe) sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{Pe_e}{2}\right) \\ a_W = D_w \left(1 + \frac{Pe_w}{2}\right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{Pe_n}{2}\right) \\ a_S = D_s \left(1 + \frac{Pe_s}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

Avec :

$$Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i} \quad (\text{III. 21})$$

Pour que ces coefficients soit positifs, le nombre de Pe doit être dans l'intervalle $[-2,2]$. L'application de ce schéma n'est avantageé que si $|Pe| \leq 2$, ceci est réalisé pour des maillages fins.

b) Schéma Upwind (UPS)

Dans ce schéma, la valeur de la variable ϕ à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Si on considère la figure (III-4), on voit que ce schéma assigne directement ϕ_i ($i=e, w, n, s$), par exemple :

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_p & \text{si } F_e > 0 \\ \phi_e = \phi_E & \text{si } F_e < 0 \\ \phi_w = \phi_W & \text{si } F_w > 0 \\ \phi_w = \phi_p & \text{si } F_w < 0 \\ \phi_n = \phi_p & \text{si } F_n > 0 \\ \phi_n = \phi_N & \text{si } F_n < 0 \\ \phi_s = \phi_S & \text{si } F_s > 0 \\ \phi_s = \phi_p & \text{si } F_s < 0 \end{cases} \quad (\text{III. 22})$$

Les valeurs de ϕ_w, ϕ_n et ϕ_s sont exprimées de la même façon.

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B)$$

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\begin{cases} F_e \phi_e = \phi_p \|F_e, 0\| - \phi_E \| -F_e, 0\| \\ F_w \phi_w = \phi_p \|F_w, 0\| - \phi_p \| -F_w, 0\| \\ F_n \phi_n = \phi_p \|F_n, 0\| - \phi_N \| -F_n, 0\| \\ F_s \phi_s = \phi_p \|F_s, 0\| - \phi_p \| -F_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{III. 23})$$

En substituant les expressions (III.23) dans l'équation (III.14), l'équation de discrétisation devient :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} a_E = D_e + \| -F_e, 0\| \\ a_W = D_w + \|F_w, 0\| \\ a_N = D_n + \| -F_n, 0\| \\ a_S = D_s + \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{III. 24})$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel [33].

c) Schéma Hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spadling (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

En appliquant ce schéma, la variable généralisée ϕ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_p + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_p \\ \phi_n = \alpha_n \phi_p + (1 - \alpha_n) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_p \end{cases} \quad (\text{III. 25})$$

Où les coefficients α_i ($i = e, w, n, s$) sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Pe < -2 \rightarrow \text{schéma upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |Pe| \leq 2 \rightarrow \text{schéma centré} \\ 1 & \text{si } Pe > 2 \rightarrow \text{schéma upwind} \end{cases} \quad (\text{III. 26})$$

En substituant les valeurs prises par la variable ϕ à l'équation (III.14), on aura :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{III. 27})$$

d) schéma à loi de puissance (PLDS)

On remarque que pour $Pe = \pm 2$ l'erreur est maximale, aussi il n'est pas exacte de mettre la diffusion égale à zéro pour $|Pe| > 2$. Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS (Power law Differencing Scheme) développé par Patankar (1980), qui s'écrit pour le coefficient a_E comme suit :

$$\begin{cases} a_E = -Pe_e D_e & \text{si } Pe_e < -10 \\ a_E = ((1 + 0.1Pe_e)^5 - Pe_e) D_e & \text{si } -10 \leq Pe_e < 0 \\ a_E = (1 - 0.1Pe_e)^5 D_e & \text{si } 0 \leq Pe_e \leq 10 \\ \frac{a_E}{D_e} = 0 & \text{si } Pe_e > 10 \end{cases} \quad (\text{III. 28})$$

Appliqué à notre cas, l'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} a_E = D_e \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_e|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_e \right\| \\ a_W = D_w \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_w|)^5 \right\| + \left\| 0, F_w \right\| \\ a_N = D_n \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_n|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_n \right\| \\ a_S = D_s \left\| 0, (1 - 0.1|Pe_s|)^5 \right\| + \left\| 0, F_s \right\| \end{cases} \quad (\text{III. 29})$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs $|Pe| \leq 2$;
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclet ;

- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque $|Pe| = 2$;
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

Le schéma à loi de puissance (PLDS) donne une bonne approximation polynomiale, de la solution exacte, ainsi une bonne caractéristique de stabilité et de précision des autres schémas, en plus il a été largement utilisé.

III.5. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME

L'intégration de l'équation de transport (III.2) donne :

$$j_e - j_w + j_n - j_s = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III.30})$$

Où :

$$J_i = (\rho u_j) \phi_i - \Gamma_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} \right), \text{ avec : } \begin{cases} \text{si } i = e, w \text{ alors } u_j = u \text{ et } x_j = x \\ \text{si } i = n, s \text{ alors } u_j = v \text{ et } x_j = y \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{III.32})$$

Où : $F_i (i=e, w, n, s)$ sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (III.32) par ϕ_p et on la retranche de l'équation (III.30), on obtient :

$$(j_e - F_e \phi_p) - (j_w - F_w \phi_p) + (j_n - F_n \phi_p) - (j_s - F_s \phi_p) = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III.33})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (III.33) comme suit :

$$\begin{cases} j_e - F_e \phi_p = a_E (\phi_p - \phi_E) \\ j_w - F_w \phi_p = a_W (\phi_W - \phi_p) \\ j_n - F_n \phi_p = a_N (\phi_p - \phi_N) \\ j_s - F_s \phi_p = a_S (\phi_S - \phi_p) \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \\ a_W = D_w A(|Pe_w|) + \|F_w, 0\| \\ a_N = D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\ a_S = D_s A(|Pe_s|) + \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.36})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = S_c \Delta x \Delta y$$

La fonction $A(|Pe|)$ est choisie d'après le tableau suivant :

Schéma	La fonction $A(Pe)$
Différences centrées	$1 - 0.5 Pe $
Upwind	1
Hybride	$\ 0, (1 - 0.5 Pe)\ $
Loi de puissance	$\ 0, (1 - 0.1 Pe)^5\ $

Tableau (III.2) : La fonction $A(|Pe|)$ pour différents schémas.

Où Pe est le nombre de Peclet qui représente le rapport local de la convection à la diffusion.

$$Pe_i = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i}, i = (e, w, n, s) \quad (III.37)$$

III.6. SCHEMAS D'ORDRE SUPERIEUR

Les erreurs peuvent encore être minimisées en utilisant des schémas d'ordre supérieur pour la discrétisation. Les schémas d'ordre supérieur impliquent l'utilisation de plusieurs points voisins. Le schéma aux différences centrales qui est de deuxième ordre en précision peut être instable parce qu'il ne tient pas compte de la direction de l'écoulement. Les schémas d'ordre supérieur doivent conserver la propriété du schéma "Upwind" et la sensibilité à la direction d'écoulement pour assurer la stabilité.

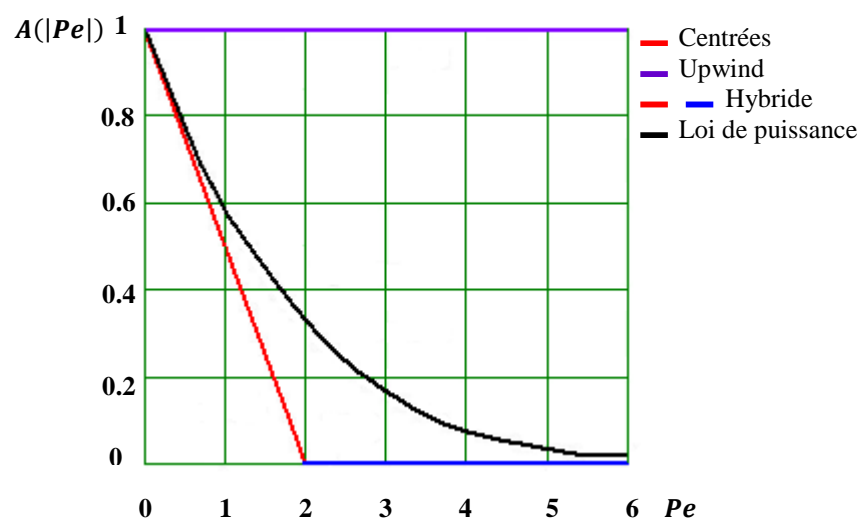


Figure III-5 : La fonction $A(|Pe|)$ pour différents schémas [31].

III.6.1. Schéma amont du second ordre (SOUS)

Dans ce cas, la valeur de ϕ sur l'interface est déterminé a partir d'une interpolation linéaire entre les deux voisins amont a la face (dans le sens de la vitesse). La valeur de la propriété ϕ est donné par :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{3}{2}\phi_w & \text{et} \quad \phi_w = \frac{3}{2}\phi_w - \frac{3}{2}\phi_{ww} \\ \phi_n = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{3}{2}\phi_s & \text{et} \quad \phi_s = \frac{3}{2}\phi_s - \frac{3}{2}\phi_{ss} \end{cases} \quad \text{si } (F_e > 0, F_w > 0, F_n > 0, F_s > 0) \quad (\text{III. 38})$$

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{3}{2}\phi_E - \frac{3}{2}\phi_{EE} & \text{et} \quad \phi_w = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{3}{2}\phi_E \\ \phi_n = \frac{3}{2}\phi_N - \frac{3}{2}\phi_{NN} & \text{et} \quad \phi_s = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{3}{2}\phi_N \end{cases} \quad \text{si } (F_e < 0, F_w < 0, F_n < 0, F_s < 0) \quad (\text{III. 39})$$

Dans ce schéma, un point de plus apparait dans la discrétisation (ϕ_{EE}, ϕ_{WW} et ϕ_{NN}, ϕ_{SS}). On écrira donc la relation entre ϕ_p et ses voisins sous la forme :

1) Si $(F_e > 0, F_w > 0)$ et $(F_n > 0, F_s > 0)$:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_{WW} \phi_{WW} + a_{SS} \phi_{SS} + b$$

$$\text{Avec : } b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e; a_W = D_w + \frac{3}{2}F_w + \frac{3}{2}F_e \\ a_N = D_n; a_S = D_s + \frac{3}{2}F_s + \frac{3}{2}F_n \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} - S_p \Delta x \Delta y \\ a_{WW} = -\frac{3}{2}F_w; a_{SS} = -\frac{3}{2}F_s \end{cases}$$

2) Si $(F_e < 0, F_w < 0)$ et $(F_n < 0, F_s < 0)$:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_{EE} \phi_{EE} + a_{NN} \phi_{NN} + b$$

$$\text{Avec : } b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{3}{2}F_e - \frac{3}{2}F_w; a_W = D_w \\ a_N = D_n - \frac{3}{2}F_n - \frac{3}{2}F_s; a_S = D_s \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{NN} - S_p \Delta x \Delta y \\ a_{EE} = \frac{3}{2}F_e; a_{NN} = \frac{3}{2}F_n \end{cases}$$

III.6.2. Schéma QUICK

Le schéma QUICK (**Q**uadratic **U**pwind **I**nterpolation for **C**onvective **K**inematics) été donné par Leonard en 1979, ce schéma propose d'approximer la variation de la variable ϕ par une interpolation quadratique (par une parabole) entre les deux voisins amont et le voisin aval afin d'évaluer la valeur de ϕ à l'interface de volume de contrôle comme montre la Figure III-6. L'équation discrétisée écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
& (F_e \phi_e + F_n \phi_n) - (F_w \phi_w + F_s \phi_s) = \\
& = [D_e(\phi_E - \phi_p) + D_n(\phi_N - \phi_p)] - [D_w(\phi_p - \phi_w) + D_s(\phi_p - \phi_s)] + (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y
\end{aligned}$$

La valeur de ϕ sur les faces e , w et n et s peut être donné par :

1) Si $(F_e > 0, F_w > 0)$ et $(F_n > 0, F_s > 0)$:

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{6}{8} \phi_p + \frac{3}{8} \phi_E - \frac{1}{8} \phi_w \\ \phi_w = \frac{6}{8} \phi_w + \frac{3}{8} \phi_p - \frac{1}{8} \phi_{ww} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi_n = \frac{6}{8} \phi_p + \frac{3}{8} \phi_N - \frac{1}{8} \phi_s \\ \phi_s = \frac{6}{8} \phi_s + \frac{3}{8} \phi_p - \frac{1}{8} \phi_{ss} \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

On aura donc la relation :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_w \phi_w + a_N \phi_N + a_s \phi_s + a_{ww} \phi_{ww} + a_{ss} \phi_{ss} + b$$

Avec :

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{3}{8} F_e \\ a_w = D_w + \frac{3}{4} F_w + \frac{1}{8} F_e \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_N = D_n - \frac{3}{8} F_n \\ a_s = D_s + \frac{3}{4} F_s + \frac{1}{8} F_n \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_{ww} = -\frac{1}{8} F_w \\ a_{ss} = -\frac{1}{8} F_s \end{cases}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s + a_{ww} + a_{ss} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_p \Delta x \Delta y$$

2) Si $(F_e < 0, F_w < 0)$ et $(F_n < 0, F_s < 0)$:

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{6}{8} \phi_E + \frac{3}{8} \phi_p - \frac{1}{8} \phi_{EE} \\ \phi_w = \frac{6}{8} \phi_p + \frac{3}{8} \phi_w - \frac{1}{8} \phi_E \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi_n = \frac{6}{8} \phi_N + \frac{3}{8} \phi_p - \frac{1}{8} \phi_{NN} \\ \phi_s = \frac{6}{8} \phi_p + \frac{3}{8} \phi_s - \frac{1}{8} \phi_N \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

On aura donc la relation :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_w \phi_w + a_N \phi_N + a_s \phi_s + a_{EE} \phi_{EE} + a_{NN} \phi_{NN} + b$$

Avec :

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{6}{8} F_e - \frac{1}{8} F_w \\ a_w = D_w + \frac{3}{8} F_w \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_N = D_n - \frac{6}{8} F_n - \frac{1}{8} F_s \\ a_s = D_s + \frac{3}{8} F_s \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_{EE} = \frac{1}{8} F_e \\ a_{NN} = \frac{1}{8} F_n \end{cases}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s + a_{EE} + a_{NN} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_p \Delta x \Delta y$$

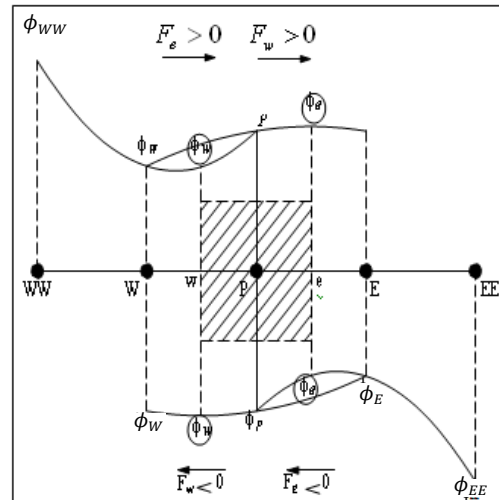


Figure III-6 : Le maillage de Schéma QUICK [31].

III.7. PROCEDURE DE RESOLUTION

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en N mailles selon x et en M mailles selon y , on aura un système de $N \times M$ équations algébriques non linéaire pour chaque variable ϕ considérée. Rappelons que les variables ϕ , dans notre problème, sont la température T , les deux composantes de la vitesse u et v . Un problème subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation donnant directement le champ de pression. Il faut faire à une méthode itérative.

On utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLE.

III.7.1. Algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) a été créé par Patankar et Spalding (1972) [31]. La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles

décalées. Deux grilles décalées vers la droite et vers la haute respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} a_e u_e = a_{ee} u_{ee} + a_w u_w + a_{ne} u_{ne} + a_{se} u_{se} + b_u + (P_P - P_E) A_e \\ a_n u_n = a_{nn} v_{nn} + a_s v_s + a_{ne} v_{ne} + a_{nw} v_{nw} + b_v + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (\text{III. 42})$$

Avec : A_i les surfaces ($A_e = \Delta y$ et $A_n = \Delta x$) de sorte que $(P_P - P_N) \Delta y$ représente la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse u . Et (b_u, b_v) contient tous les termes source de l'équation.

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique :

$$\begin{cases} a_e u_e = \sum a_{voisins} u_{voisins} + (P_P - P_E) A_e + b_u \\ a_n v_n = \sum a_{voisins} v_{voisins} + (P_P - P_N) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 43})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à partir d'un champ de pression estimé P^* au départ ou à l'itération précédente et d'en déduire un champ de vitesse u^* et v^* à l'aide des relations (III.43). On a donc :

$$\begin{cases} a_e u_e^* = \sum a_{voisins} u_{voisins}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u \\ a_n v_n^* = \sum a_{voisins} v_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 44})$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité P' qui induit une correction sur les vitesses u' et v' de sorte que les nouveaux champs s'écrivent :

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{III. 45})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (III.43)-(III.44). On obtient alors :

$$\begin{cases} a_e u_e' = \sum a_{voisins} u_{voisins}' + (P_P' - P_E') A_e \\ a_n v_n' = \sum a_{voisins} v_{voisins}' + (P_P' - P_N') A_n \end{cases} \quad (\text{III. 46})$$

À ce moment une approximation est introduite: les termes $\sum a_{voisins} u_{voisins}'$ et $\sum a_{voisins} v_{voisins}'$ sont négligés pour simplifier l'équation (III.46). L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtient :

$$\begin{cases} u_e' = d_e (P_P' - P_E') \\ v_n' = d_n (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III. 47})$$

$$\text{Où : } d_e = \frac{A_e}{a_e}; \quad d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Des expressions similaires sont bien sur obtenues pour u_w et v_s .

L'équation (III.47) décrit les corrections qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules de vitesse (III.45), ce qui donne :

$$\begin{cases} u_e = u_e^* + d_e(P'_p - P'_E) \\ v_n = v_n^* + d_n(P'_p - P'_N) \end{cases} \quad (\text{III. 48})$$

L'équation de continuité intégrée sur le volume de contrôle montré dans la Figure III-2 (a) est:

$$(\rho u A)_w - (\rho u A)_e + (\rho v A)_s - (\rho v A)_n = 0 \quad (\text{III. 49})$$

En regroupant les différents termes de cette équation peut être finalement mise sous la forme standard :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III.50})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = (\rho A d)_e & ; & a_W = (\rho A d)_w \\ a_N = (\rho A d)_n & ; & a_S = (\rho A d)_s \end{cases}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n$$

Cette équation est appelée équation de correction de la pression.

L'algorithme SIMPLE se résume aux étapes suivantes :

- Estimer le champ de pression p^* ,
- Calculer les coefficients pour les équations de quantité de mouvement et déterminer les vitesses u^* et v^* ,
- Calculer les coefficients pour l'équation de pression et obtenir le champ de pression,
- Évaluer la source b et résoudre l'équation (III-50) pour p' .
- Corriger le champ de vitesse, en utilisant des équations comme l'équation (III-48). Corriger le champ de pression en utilisant l'équation (III-45), avec la modification discutée dans le paragraphe ci-dessous.
- Résoudre les autres équations de ϕ ; mettre à jour les propriétés, les coefficients, etc...
- employant le p trouvé dans l'étape 4 comme nouveau p^* , revenir à l'étape 2. Faire un cycle par cette boucle jusqu'à ce que la convergence soit réalisée.

La séquence des étapes dans l'algorithme SIMPLE est présentée à la Figure III-7 :

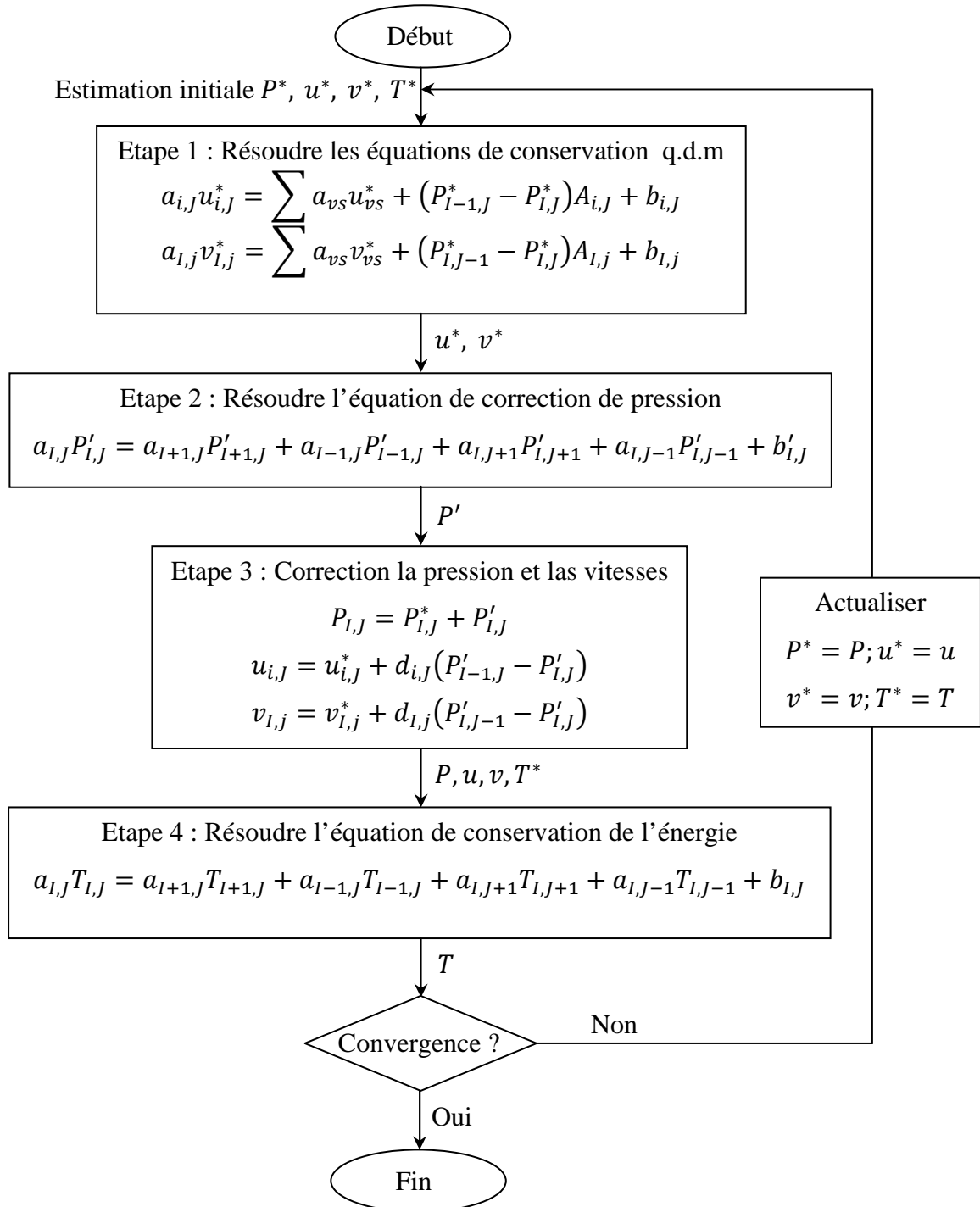


Figure III-7 : L'algorithme SIMPLE.

Pour obtenir l'équation (III-48), les termes $\sum a_{voisins} u'_{voisins}$ et $\sum a_{voisins} v'_{voisins}$ doit être négligé. Cette approximation résulte des valeurs de p' trop grandes, et ceci cause une convergence lente ou divergence du cycle décrit ci-dessus. Pour traiter ceci, Patankar [31] a supposé une valeur de α_p dans la gamme de (0.3-0.8), et une sous-relaxation (Annexe B) de la correction de pression en remplaçant l'équation (III.45) par :

$$P = P^* + \alpha_p P' \tag{III. 51}$$

III.7.2. Résolution des systèmes d'équations linéaires

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est :

$$(A_{i,j} - S_{p,i,j})\phi_{i,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_c \tag{III. 52}$$

Avec: $1 \leq i \leq N$ et $1 \leq j \leq M$

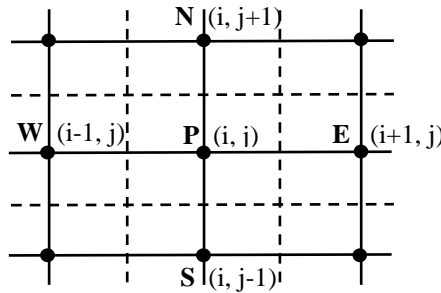


Figure III-8 : Domaine de calcul.

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport ϕ , une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (III.52) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\phi] = [S] \tag{III. 53}$$

Où : $[A]$ est une matrice et $[\phi]$ est le vecteur des inconnues $\phi(i, j)$.

La technique de balayage permet de transformer le système (III.53), en un système tri-diagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm).

Considérons le balayage Ouest-Est :

On attribut à la variable ϕ pour les lignes $(i-1)$ et $(i+1)$, ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \phi_j = C_j + b_j \phi_{j-1} + a_j \phi_{j+1} \quad (\text{III. 54})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$a_j = A_{i,j+1}$$

$$b_j = A_{i,j-1}$$

$$\text{Avec : } C_j = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + S_c \quad (\text{III. 55})$$

$$d_j = A_{i,j} - S_{pi,j}$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide. Le choix de la direction de balayage exigé par les conditions aux limites. La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (III.54), ϕ_j est fonction de ϕ_{j+1} et ϕ_{j-1} or une équation correspondante au nœud (i, j) peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III. 56})$$

Une équation correspondante au nœud $(i, j-1)$ est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III. 57})$$

En introduisant l'expression précédente dans l'expression (III.54), nous aurons :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III. 58})$$

De telle façon que :

$$P_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad \text{et} \quad Q_j = \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III. 59})$$

Donc il faut calculer P_1 et Q_1 , ensuite P_2 et Q_2 jusqu'à P_N et Q_N .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, Q_1 = \frac{C_1}{d_1}, P_N = 0 \quad \text{et} \quad Q_N = \phi_N.$$

La valeur de Q_N étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière, $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$ (ϕ_1 étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse.

III.7.3. Critère de convergence

La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés (définis pour chaque grandeur \emptyset comme la somme, sur tous les volumes de contrôles, des erreurs sur le bilan de \emptyset rapportée à la somme des termes de l'équation discrétisée qui concernent le centre des volumes. Ils permettent de suivre la convergence des calculs au fur et à mesure des itérations.

Ce résidu est défini par :

$$R_{\emptyset} = \frac{\sum |\sum_{nb} a_{nb} \emptyset_{nb} + S_c - a_p \emptyset_p|}{F_{in,\emptyset}} \quad (\text{III. 60})$$

Ou :

R_{\emptyset} : est la somme absolue des résidus correspondant à la variable \emptyset ;

$F_{in,\emptyset}$: est le flux total à l'entrée de la variable \emptyset .

La convergence des résultats est testée selon deux critères : pour chaque grandeur calculée, les résidus normalisés doivent être inférieurs à 10^{-4} et des itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence atteinte.

Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode de volume fini, les étapes de discrétisation de modèle mathématique et de résolution des équations algébriques, et quelques schémas de discrétisation. Nous intéressons sur les schémas suivants :

- Schéma aux différences centrées (CDS)
- Schéma Upwind (UPS)
- Schéma Hybride (HDS)
- Schéma à loi de puissance (PLDS)
- Schéma amont du second ordre (SOUS)
- Schéma QUICK

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de la chaleur a été mise en oeuvre pour simuler la circulation de l'air et le champ de température dans l'enceinte. La résolution est effectuée par le logiciel FLUENT basé sur la méthode des volumes finis.

Le logiciel FLUENT propose un nombre assez important d'options qui déterminent la forme des équations de bilan et des équations de transport des scalaires supplémentaires. L'utilisateur a le choix entre un écoulement tridimensionnel ou bidimensionnel, monophasique ou multiphasique (homogène ou non), turbulent ou laminaire, permanent ou transitoire. Toutes ces options sont exposées dans le chapitre suivant.

Chapitre IV
Présentation du Logiciel de Calcul

CHAPITRE IV

PRESENTATION DU LOGICIEL DE CALCUL

IV.1. INTRODUCTION

Avant d'entreprendre la simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte chauffée partialement à l'aide d'un code de simulation numérique, il est utile de préciser ce qu'on peut attendre d'une telle méthode.

La simulation numériques en mécanique des fluides (CFD ; Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou in stationnaire.

Les codes de simulation numérique des écoulements, ou codes CFD (Computational Fluid Dynamics), résolvent les équations régissant les mouvements d'un fluide. Ces équations traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement du fluide (équations de Navier-Stokes), ainsi que la conservation de l'énergie. Certains codes sont aussi en mesure de décrire le transport de polluant ou les réactions chimiques au sein d'un fluide. Il existe un grand nombre de codes CFD disponibles (plus d'une centaine), qu'ils soient commerciaux, du domaine public ou encore propres à certaines institutions. Le Tableau IV-1 recense les codes de calcul les plus répandus. On peut observer que l'essentiel des codes utilisent la méthode des volumes finis.

Pour notre travail, nous aurons recours au code CFD **Fluent**, commercialisé par Fluent Incorporated. Nous disposons de la version 6.3. Pour l'usage que nous en avons, il permet de

résoudre les équations régissant les mouvements laminaires et turbulents d'un fluide, en dimension 2 ou 3. Les problèmes à résoudre peuvent être en régime permanent et stationnaire.

Nom du code	Origine	Type	Méthode
ARIA	Abacus, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
ASTEC	Harwell, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
CALC-BFC	Chalmers, Suède	code de recherche	volumes finis
CHAMPION	TUD, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis
EOL-3D	INRS, France	code de recherche	volumes finis
EXACT3	NIST, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
FEAT	Royaume-Uni	code commercial	éléments finis
FIDAP	FDI, Etats-Unis	code commercial	éléments finis
FIRE	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
FLOTRAN	Computflow	code commercial	éléments finis
FloVENT	FLOMERICS, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLOW-3D	Harwell, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLUENT	Fluent Inc., Etats-Unis	code commercial	volumes finis
JASMINE	BRE-FRS, Royaume Uni	code de recherche	volumes finis
KAMELEON	SINTEF, Norvège	code de recherche	volumes finis
PHOENICS	CHAM, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
SIMULAR AIR	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
STAR-CD	CD, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
TEACH-3D	Aalborg, Danemark	code de recherche	volumes finis
TEMPEST	Battelle, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
WISH-3D	TNO, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis

Tableau IV-1 : Codes CFD [34].

IV.2. PRINCIPES DES CODES CFD

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent maintenant être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.), sont immédiatement disponibles en tout point de l'écoulement.

Dans une expérimentation, l'obtention de ces quantités physiques en tout point du champ est souvent impossible ou très difficile en pratique. Ce pendant, la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes est encore limité à des nombres de Reynolds modérés.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en œuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles.

La discrétisation des équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse est faite sur des éléments quadrilatéraux ou triangulaires, réguliers ou non selon la complexité de la géométrie. Elle conduit à un système d'équations non-linéaires couplées. Ce système est résolu de manière itérative.

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à la nature de l'écoulement. En particulier, le maillage doit être fin dans les zones où l'on atteint des gradients physiques très importants. Une connaissance à priori du champ de vitesse tiré d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement (par exemple les éléments dans lesquels la condition d'incompressibilité n'est pas complètement satisfaite).

Les équations régissant l'écoulement sont résumées dans le tableau qui suit:

Conservation de la masse	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot V) = 0$
Quantité de mouvement (Navier-Stokes)	$\frac{D}{Dt}(\rho \cdot V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V))$
Energie	$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(k T) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \Phi$

Tableau (IV-2) : Récapitulatif des équations régissant l'écoulement.

Avant d'entamer la résolution de ces équations, nous devons identifier le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent. Il est donné par la valeur du nombre de Rayleigh dans le cas de la convection naturelle. Dans ce travail le régime de l'écoulement est laminaire.

IV.3. LES DIFFERENTES ETAPES A SUIVRE POUR LA MODELISATION NUMERIQUE PAR FLUENT

Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions, concernent notamment, les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- 1) Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- 2) Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- 3) Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- 4) Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- 5) Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- 6) Analyse des résultats obtenus.

IV.4. PRESENTATION DE GAMBIT ET DE FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite la présentation de logiciel GAMBIT.

IV.4.1. GAMBIT

GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale, ...etc.) en raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

IV.4.1.1. Choix du maillage

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, Parmi ces paramètres, on peut citer :

- le nombre de mailles ;
- la distance entre les mailles (concentration des mailles) ;

- la forme de la maille ;
- les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Les différentes formes de maillage des faces montré dans le tableau IV-3:

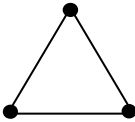
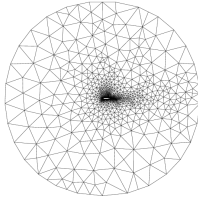
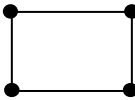
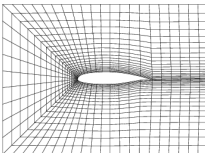
Type des cellules en 2D	La forme de maillage	Exemple
Triangulaire		
Quadrilatérale		

Tableau IV-3: Les différentes formes de maillage des faces [35].

Aussi il permet de choisir le type de maillage des faces selon les options suivantes:

Option	Description
Map	Crée une grille régulière et structurée des éléments du maillage.
Sub map	Divise une face en plusieurs régions de façon à ce qu'on puisse leur appliquer Map.
Pave	Crée une grille non structurée des éléments du maillage.
Tri primitive	Divise une face en trois régions quadrilatérales et crée un maillage dans chaque région de la face.

Tableau IV.4 : Description des types de maillages des faces

IV.4.2. FLUENT

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité. Les types de mailles supportées sont :

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales ;
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales ;
- Des mailles (hybrides) mixtes.

FLUENT est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage (pare exemple allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes:

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques, supersoniques ou hypersoniques) ;
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents ;
- Fluide Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif ;
- Ecoulements avec changements de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité et quantité de mouvement et de l'énergie. En utilisant cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, les inconnues telles que : vitesses, pressions et températures.

- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour tenir compte des effets turbulents, le logiciel de calcul offre la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :
 - ✓ Le modèle à une équation de Spalart Allmaras;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \varepsilon$;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \omega$;
 - ✓ Modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Le choix entre ces modèles se base principalement sur les résultats que donne chacun des modèles suivant les conditions aux limites prédéfinies. Il est vrai qu'un modèle peut donner de meilleurs résultats par rapport à un autre, mais ceci est dû principalement à la nature des cas étudiés et à la correspondance du modèle de turbulence avec les conditions aux limites.

IV.5. CHOIX DES PARAMETRES DE FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite le choix des paramètres essentiels :

IV.5.1. Procédure sous "Fluent"

Une fois le chargement du fichier de maillage (réalisé avec le logiciel GAMBIT) effectué sous "Fluent", nous devons mettre à l'échelle de la géométrie (pour notre cas, on utilise le mètre).

Le logiciel "Fluent" permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire et cela pour améliorer les performances du calcul et l'efficacité d'accès à la mémoire (Grid\Reorder).

IV.5.2. Simple précision ou double précision

"Fluent" offre deux modes de calcul: le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision" : les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" : utilise une représentation à 32 bits. Le

revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince [34].

IV.5.3. Choix de la formulation du solveur

Sous "Fluent", on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur:

- La formulation "Segregated", ou isolée (implicite) : Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles.
- La formulation "Coupled", ou couplée (implicite ou explicite) : Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, tels que les quantités de la turbulence, sont traités isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ceci lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes (pare exemple flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le solveur couplé explicite vient au milieu, en terme de besoins en ressources, mais converge plus lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaire [35].

IV.5.4. Schémas de discrétisation

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence, alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Aussi, il existe d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) : il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne pas recommandé par un maillage triangulaire. Ce schéma utilisé dans notre étude.
- Le schéma à loi de puissance "Power Law" : il est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds.
- Le schéma "third-order MUSCL" : il donne plus de précision que les autres schémas [35].

IV.5.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable pour des écoulements spécifiques. On peut choisir parmi les options suivantes:

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (pare exemple convection naturelle à haut nombre de Rayleigh). Ce schéma utilisé dans notre étude.
- Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires à grande vitesse de rotation, ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- Le schéma au "Second Ordre" est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme alternative dans le cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

IV.5.6. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure "d'estimation et de correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

"Fluent" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "Segregated") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. Nous avons entrepris nos simulations avec la méthode "SIMPLE",
- Méthode "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

Après avoir choisi les différents paramètres de FLUENT, on passe à l'étape suivante qui est :

- ✓ Lancement des calculs, et l'analyse et l'interprétation des résultats.

IV.6. LA FORME LINEAIRE DE L'EQUATION DISCRETISE

L'équation du transport du scalaire (III-30) contient la variable inconnue ϕ au centre de la cellule ainsi que les valeurs des cellules voisines, en réalité l'équation (III-30) pour ces inconnues est non linéaire mais elle prend la forme linéaire suivante pour plus de simplification :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (IV.1)$$

Où (nb) réfère aux cellules voisines et a_p et a_{nb} sont les coefficients linéaires pour ϕ et ϕ_{nb} le nombre des cellules voisines pour chaque cellule dépend de la topologie de la maille, en général il est égal au nombre des faces qui entourent la cellule.

Pour chaque cellule on aura des équations similaires, ces équations linéaires qui diffèrent par les coefficients a_p et a_{nb} sont résolues comme système linéaire par la méthode implicite itérative de (Gauss Seidel) avec la conjonction d'une méthode appelée (AMG) (algebraic multi Grid).

IV.7. SOUS RELAXATION

A cause de la nature non linéaire de l'équation qui doit être résolue par Fluent, il est nécessaire de contrôler le changement de variable ϕ . On peut atteindre ce but par la sous relaxation, qui réduit le changement de ϕ produit durant chaque itération. En simple forme, la valeur nouvelle de ϕ pour une cellule définie dépend de la valeur ancienne ϕ_{old} , le changement de ϕ est $\Delta\phi$ et α est le facteur de sous relaxation :

$$\phi = \phi_{old} + \alpha\Delta\phi \quad (IV.2)$$

IV.8. CONDITIONS AUX LIMITES

La résolution par une méthode analytique ou numérique de l'équation de transport convecto-diffusif nécessite la détermination de ses conditions initiales et aux limites.

IV.8.1. Condition aux limites utilisée par le code FLUENT

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classés comme suite :

- a) **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust)
- b) **Mur et conditions du pôle** : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodique, plan de symétrie (symétrie).
- c) **Cellules des zones internes** : fluide ou solide (de différent type).
- d) **Condition des faces internes** : ventilation, radiation, mur intérieur. Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :
 - ✓ **à l'entrée du domaine** : la valeur du variable est connue.
 - ✓ **à la sortie du domaine** : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.

- ✓ **à la paroi** : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).
- ✓ **Sur l'axe de symétrie** : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement le code de calcul FLUENT, la méthode de volume fini, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues de système physique, également le choix de différents modèles d'interpolations puis les différentes types de conditions aux limites offert ce code de calcul.

La résolution qui effectuée par le logiciel FLUENT donne des résultats qui sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre V
Résultats et Discussions

CHAPITRE V

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. INTRODUCTION

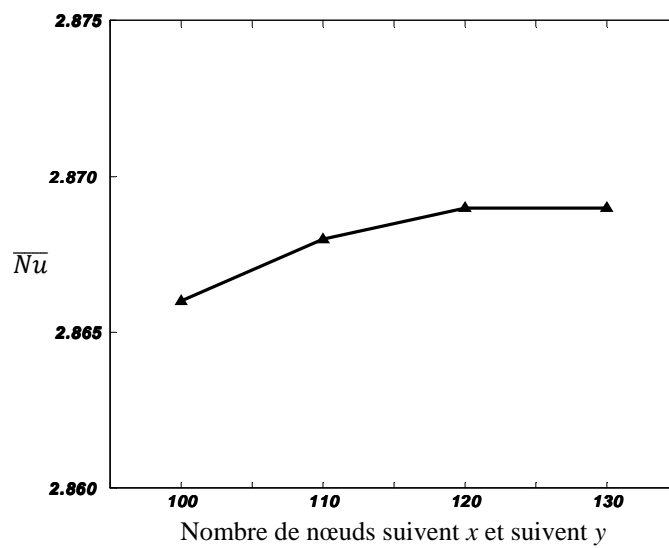
Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans la géométrie considérée. Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur les résultats. Puis nous procédons à la validation des résultats de la simulation obtenus à l'aide du logiciel FLUENT en comparant avec ceux obtenus par d'autres auteurs. Alors pour plus de clarté, nous avons jugé utile de présenter les résultats selon le mode de la source de chaleur : source de chaleur avec température constant, source de chaleur avec flux de chaleur.

Nous présentons pour chaque mode de la source de chaleur les isothermes, les lignes de courant et les vecteurs de vitesse avec largeur adimensionnelle de la source chauffée variée de 0.2 à 0.8, ainsi nous avons affiché les profils de température au plan médium. Nous terminons par une étude relative au transfert thermique en considérant le nombre de Nusselt local et moyen en fonction de la largeur adimensionnelle de la source chauffée.

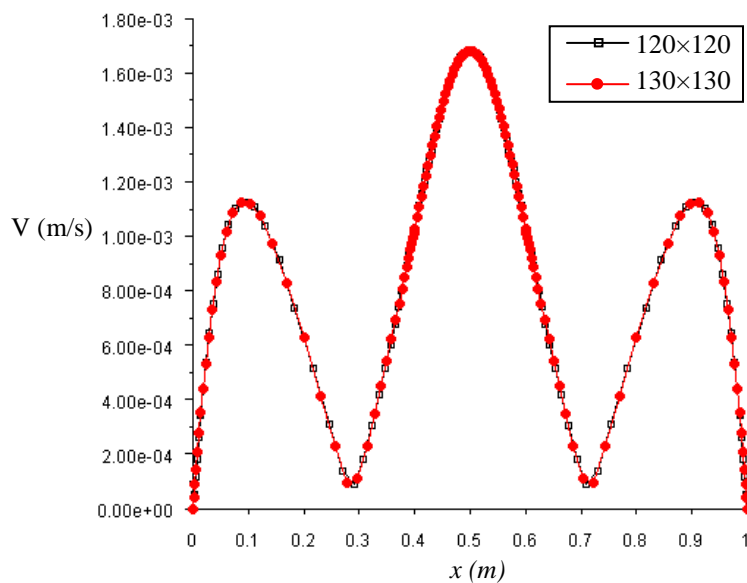
Pour toutes les simulations réalisées dans cette étude, nous avons adopté un nombre de Prandtl égal à 0.71 (air) et varié le nombre de Rayleigh dans l'intervalle 10^3 à 10^6 .

V.2. CHOIX DU MAILLAGE

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » est illustrée par le graphe V-1 et le profil de vitesse au plan médian par le graphe V-2. Une répartition irrégulière « suite géométrique » des nœuds est utilisée pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment en régime de couche limite caractérisée par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales. Le profil de vitesse devient insensible au nombre de nœuds à partir de la grille 120×120, et le nombre de Nusselt moyen devient constant.



Graphe V-1 : Convergence du nombre de Nusselt moyen le long de la partie chauffée pour $\varepsilon=0.2$ et $Ra=10^5$.



Graphe V-2 : Profil de vitesse le long du $Y=0.5$ pour $\varepsilon=0.2$ et $Ra=10^5$.

V.3. VALIDATION DES RESULTATS

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus dans le présent travail avec le code FLUENT, une validation de notre simulation numérique a été faite en comparant avec les études numériques et expérimentales de **Calcagni et al** [24] qui sont disponibles dans la littérature. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que [24] : le fluide en convection est l'air dans une géométrie carrée avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure. On a aussi utilisé les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) et les mêmes valeurs de ε que dans [24]. Calcagni et al ont obtenu leurs résultats expérimentaux en utilisant la technique d'holographie interférométrique et les résultats numériques en utilisant le code Fluent.

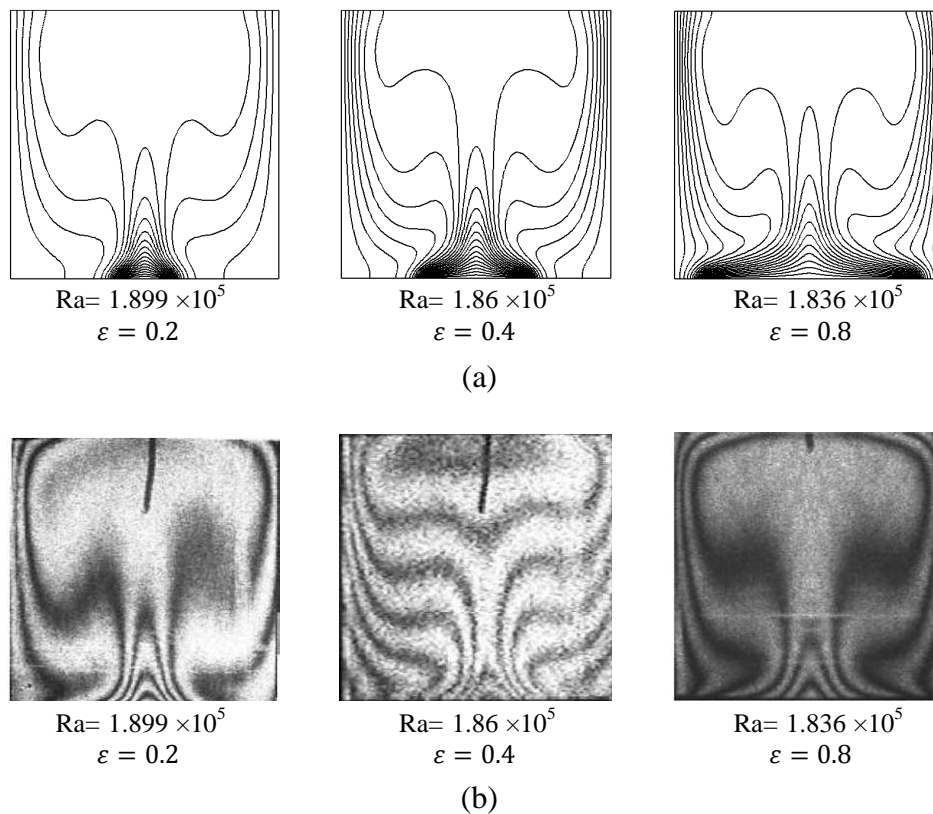


Figure V-1 : Comparaison des isothermes

(a) Présent travail (b) Résultats Expérimentaux de calcagni et al [24].

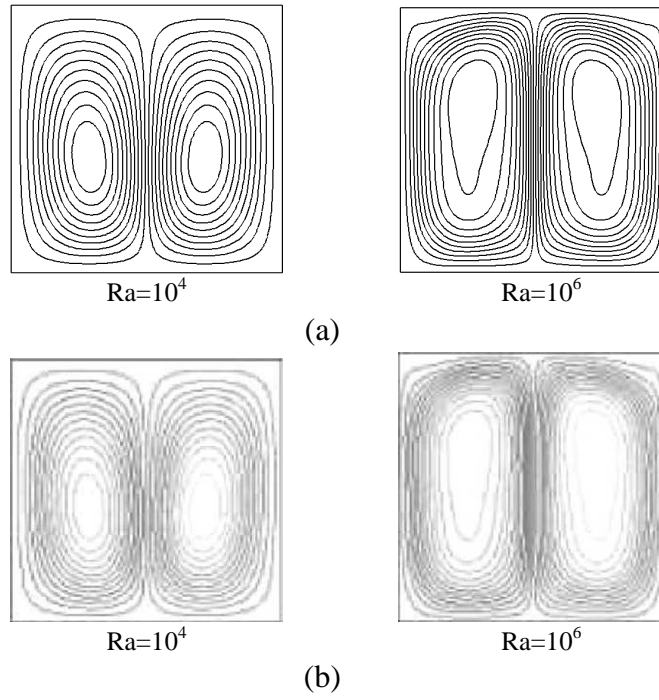


Figure V-2 : Comparaison des contours des lignes de courant dans le cas $\varepsilon = 0.4$
 (a) Présent travail (b) Résultats numériques de calcagni et al [24].

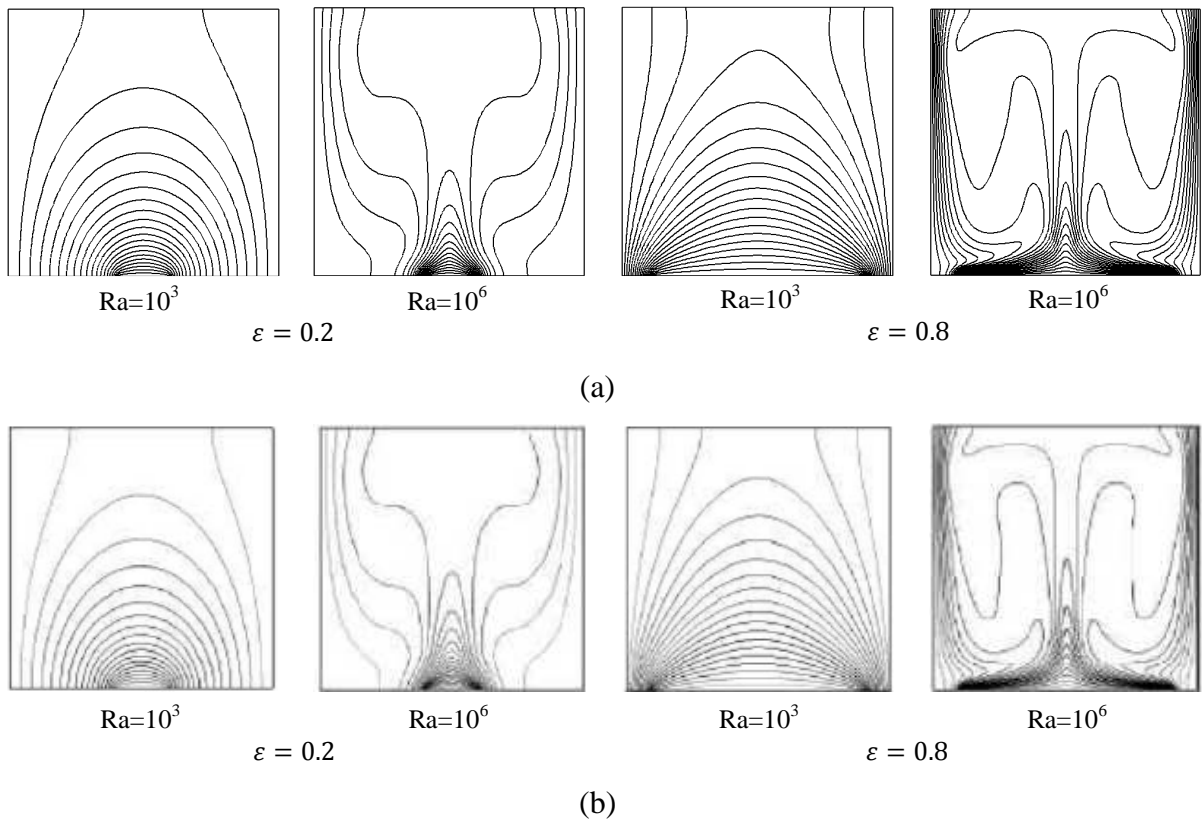
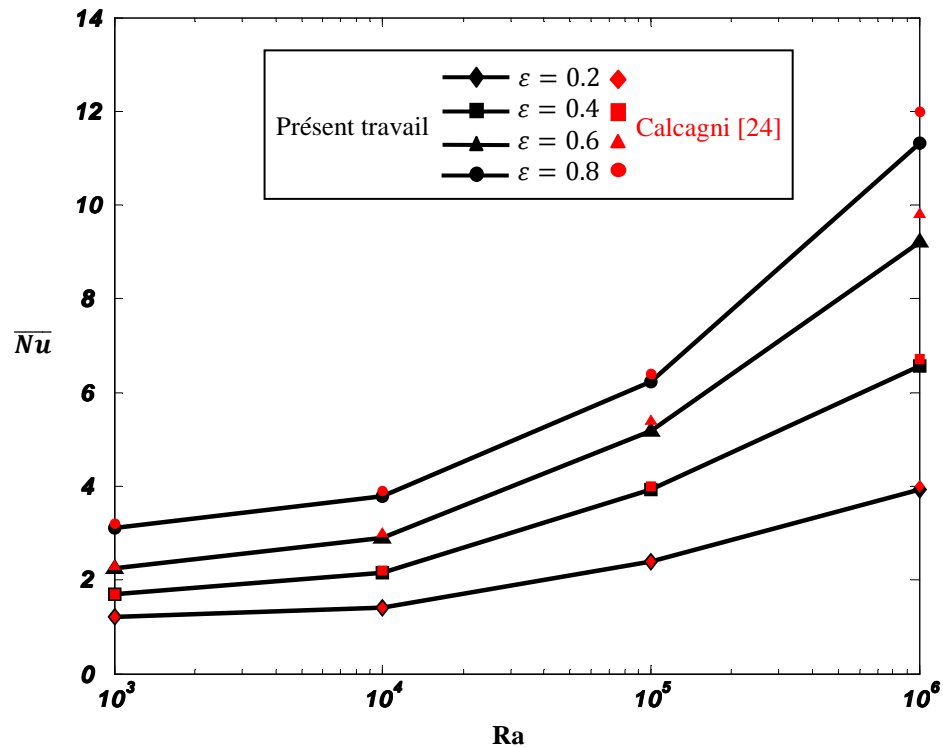


Figure V-3 : Comparaison des isothermes
 (a) Présent travail (b) Résultats numériques de calcagni et autres [24].



Graph V-3 : Comparaison de la variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur \overline{Nu} en fonction de Ra.

La comparaison a été faite en considérant la variation du nombre de Rayleigh (Ra) et du rapport ϵ . La comparaison des isothermes avec les données expérimentales (figure V-1), et les résultats numériques (figure V-3) ; la comparaison des champs des lignes de courant avec les résultats numériques (figure V-2) ; et la comparaison de la variation du Nusselt moyen en fonction de Ra (graphe V-3) montrent une excellente concordance. Ceci permet donc de valider notre procédure de simulation numérique.

V.4. RESULTATS

La configuration étudiée est une géométrie carrée de dimensions ($1 \times 1 \text{ m}^2$) contenant de l'air comme fluide. Les parois horizontales de l'enceinte sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau de la source de chaleur. En effet, 20 à 80 % de la surface de la paroi horizontale inférieure est chauffée par une source de chaleur. La source de chaleur peut débiter un flux de chaleur constant ($q''=75\text{w/m}^2$) (dans ce cas on impose un flux constant comme condition aux limites). La source peut aussi maintenir la paroi inférieure à

température constante ($T_c=323^\circ\text{K}$). Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température $T_f=283^\circ\text{K}$; ce qui permet le refroidissement de l'enceinte à travers ces parois. Le nombre de Rayleigh varie entre 10^3 - 10^6 . Le modèle mathématique utilisé ainsi que la procédure de simulation numérique ayant été décrits en détail dans le chapitre précédent, ils sont rappelés brièvement ci après:

Les équations gouvernantes de cet écoulement sont l'équation de continuité, les équations de Navier stokes et l'équation de l'énergie. Toutes ces équations ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant le schéma "QUICK" et par la suite résolues avec l'algorithme SIMPLE. Pour ce travail, un maillage de 120×120 mailles serrées à proximité des parois a été utilisé.

Dans la première partie de ce chapitre, on a considéré le cas où la source de chaleur maintient à une température constante T_c . La deuxième partie est consacrée à l'étude de l'influence sur la structure de l'écoulement avec l'imposition d'un flux de chaleur constante comme condition à la limite à la paroi inférieure de l'enceinte.

V.4.1. Etude avec source de chaleur à une température constante

➤ Champs thermiques :

Ce champ est représenté par les contours des températures dans la figure V-4 pour un nombre de Rayleigh qui varie dans l'intervalle 10^3 - 10^6 , et le rapport ε qui varie de 0.2 à 0.8, la chaleur récupérée de la source chaude est transportée par convection vers le haut au milieu de l'enceinte par la paire de cellules au centre. C'est ce qui explique les températures relativement élevées dans la partie centrale de l'enceinte, La chaleur est évacuée de façon équitable à travers les deux parois latérales. Dans le cas de $Ra > 10^3$ la figure V-4 montre que les isothermes changent surtout en fonction de Ra mais peu en fonction de ε .

Pour Ra fixe et ε varié de 0.2 à 0.8 : Dans le cas de $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant par $x=1/2$. Lorsque $Ra = 10^4$, la déformation des isothermes augmente. Lorsque $Ra = 10^6$, les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées. Le degré d'augmentation de la stratification avec l'augmentation du ε augmente pour le nombre Ra fixe. Donc on remarque quand ε augmente le taux de transfert thermique augmente aussi car la section d'entrée de la chaleur au fluide augmente.

Pour ε fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Si on compare les isothermes dans la figure (V.4) pour différentes valeurs de Ra, on peut noter que lorsque le Ra augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près du mur inférieur chauffé c.-à-d. que les gradients de la température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée. Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un plus haut nombre de Ra. Donc on peut dire que les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides. Ainsi le fluide s'échauffe en contact de la région chauffée, se refroidit en contact des parois froides.

Pour plus de justification concernant la distribution de la température dans l'enceinte, le graphe V-6 montre les profils de température le long du $Y=0.5$, où nous constatons des valeurs comprises entre une valeur maximale correspondante à la température au milieu de l'enceinte et une faible valeur correspondante à l'extrémité de l'enceinte. On remarque que pour $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Ra à une valeur donnée de ε , et pour $Ra > 10^4$ la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte diminue avec l'augmentation de Ra à une valeur donnée de ε .

➤ Champs dynamiques :

Ce champ est représenté par les contours des lignes de courant dans la figure V-5 et les vecteurs de vitesse dans la figure V-6, pour un nombre de Rayleigh qui varie entre 10^3 et 10^6 , et pour un rapport ε variant entre 0.2 et 0.8. On remarque la formation de deux cellules contrarotatives dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Cette observation est valable pour toutes les valeurs de Ra et ε . Le fluide qui est chauffé par la paroi inférieure se déplace vers la paroi supérieure adiabatique, où il se divise en deux flux, l'un se dirige vers la paroi froide verticale gauche et l'autre se dirige vers la paroi froide verticale droite, les deux cellules sont presque égales. Donc la solution présente un écoulement symétrique caractérisé par deux cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

Pour Ra fixe et ε varié de 0.2 à 0.8 : Les figures V-5 et V-6 montre que pour un nombre de Rayleigh donné les lignes de courant sont presque identiques avec ε varié de 0.2 à

0.8. Donc l'intensité de l'écoulement (vortex) conserve la même valeur pour un nombre Ra fixe et ε varié.

Pour ε fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Pour une valeur donnée de ε on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.

➤ **Nombre de Nusselt :**

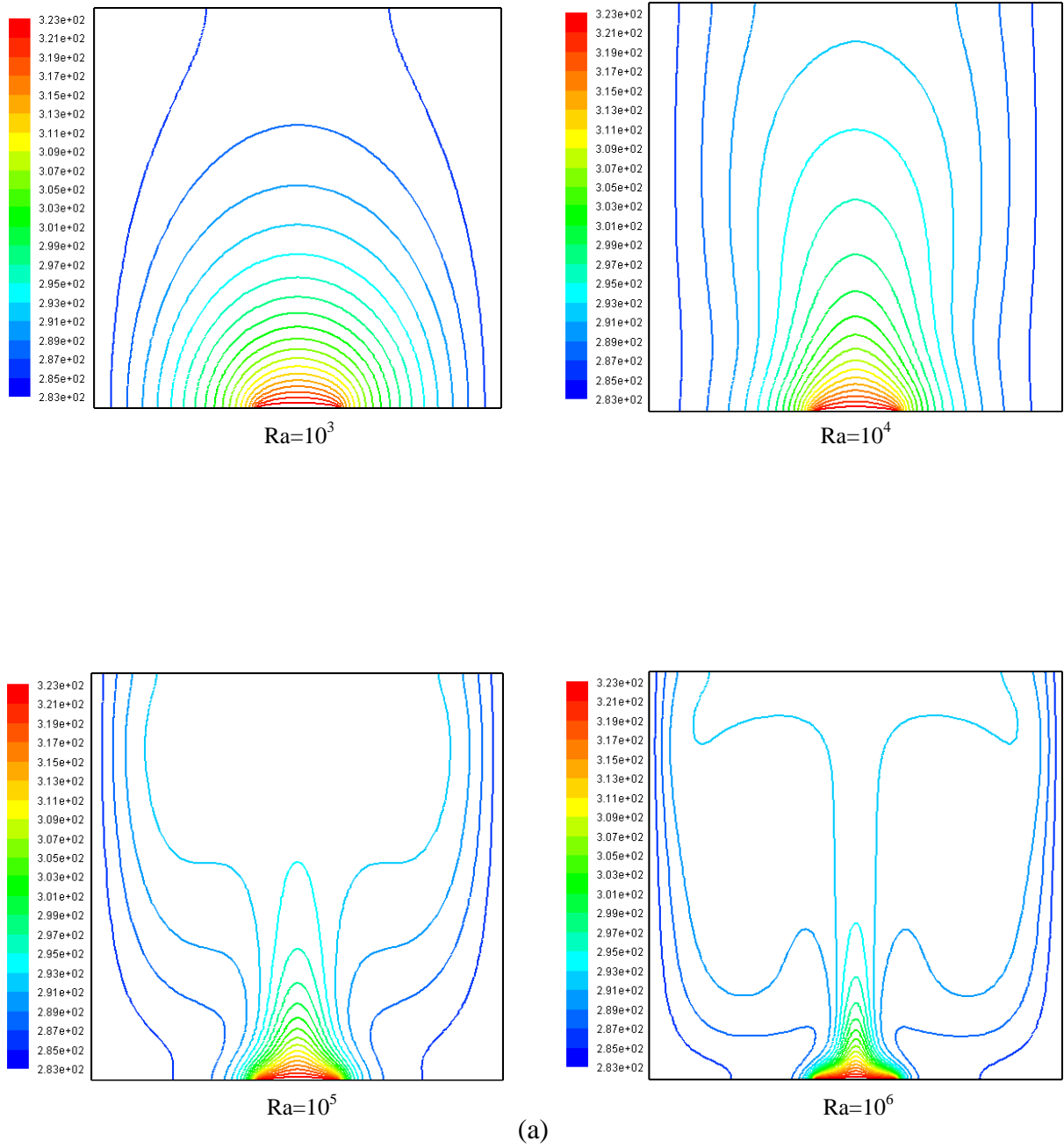
L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différents valeurs de ε est représentée sur le graphe V-4. D'une manière générale ce nombre augmente lorsque ε augmente. Pour une valeur donnée de ε , le nombre de Nusselt moyen augmente lorsque Ra augmente.

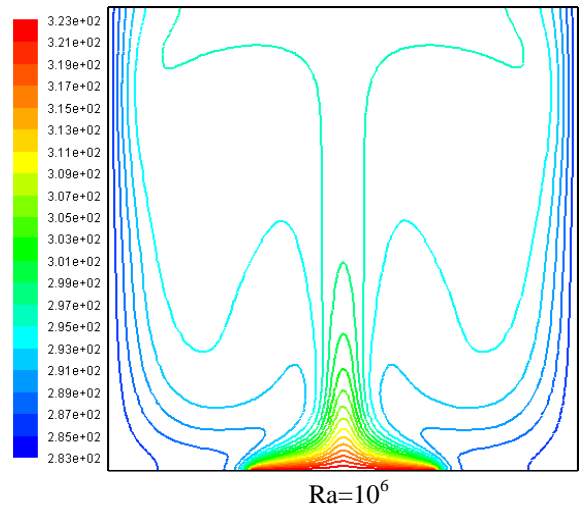
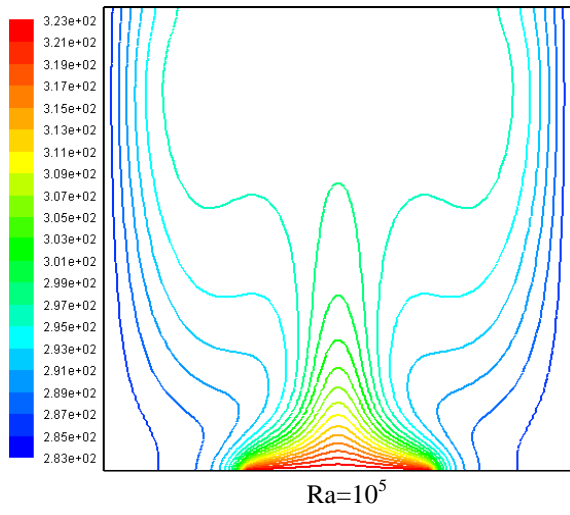
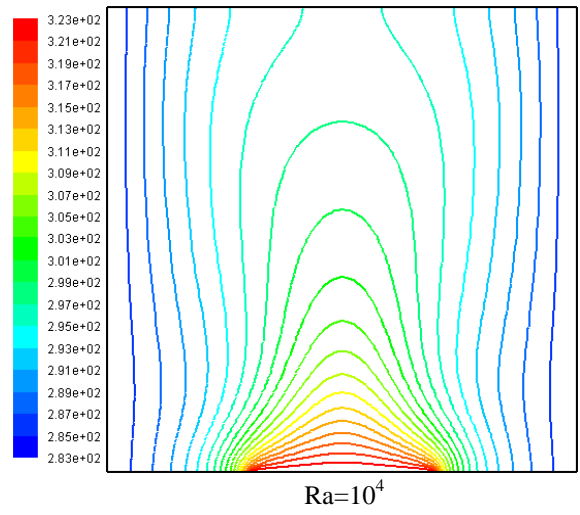
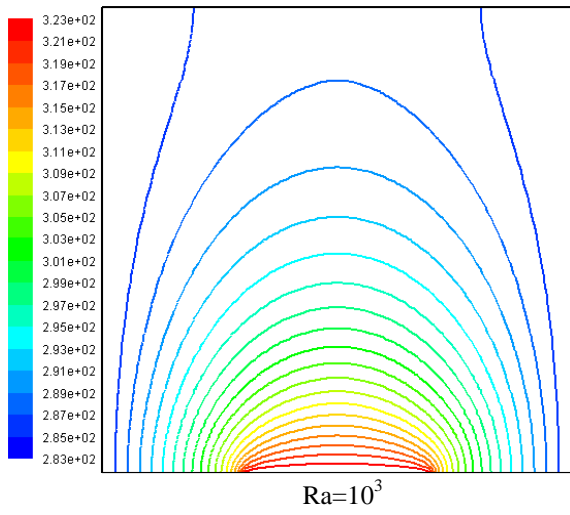
À partir des courbes du graphe V-4 on déduit l'équation et les constantes qui représentent la corrélation (V.1) de nombre de Nusselt moyen en fonction de la largeur chauffée adimensionnelle ε et le nombre de Rayleigh Ra . Cette équation est :

$$\overline{Nu} = 0.946 \varepsilon^{0.705} Ra^{0.197} \quad (V.1)$$

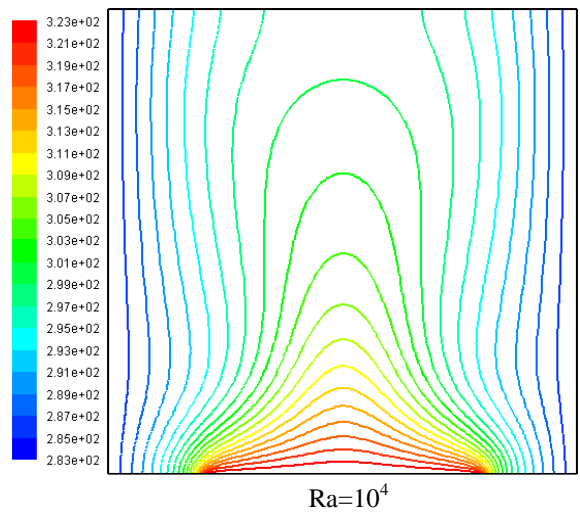
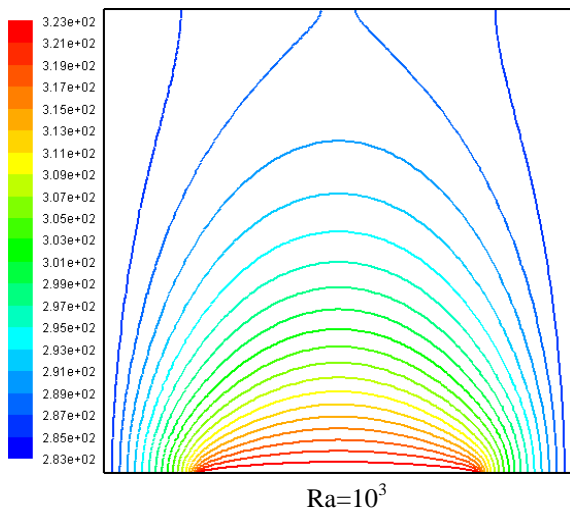
Avec : $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ et $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$.

La variation du nombre de Nusselt local le long de la partie chauffée est représentée dans le graphe V-5. Il est évident que la valeur minimale du nombre de Nusselt local se situe au milieu de la partie chauffée, tandis qu'il prend sa valeur maximale aux bornes de celui-ci. A cause de la symétrie des conditions aux limites, la frontière commune des deux cellules contrarotatives joue le rôle d'isolateur (zéro flux à travers cette frontière). Le centre de la partie chauffée devient une zone de flux minimal de chaleur puisqu'elle se trouve à une température maximale, ceci implique un nombre de Nusselt local minimal.





(b)



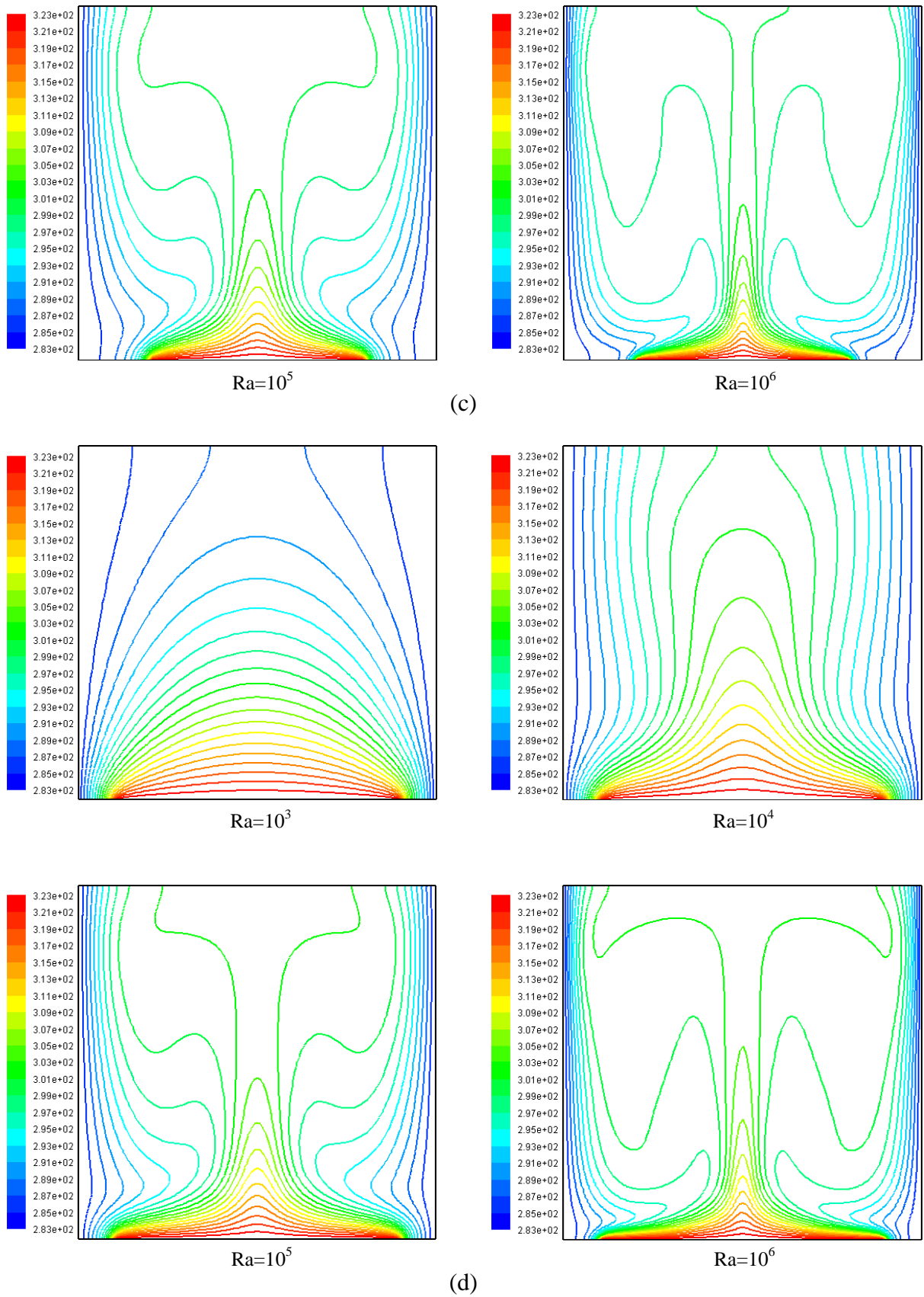
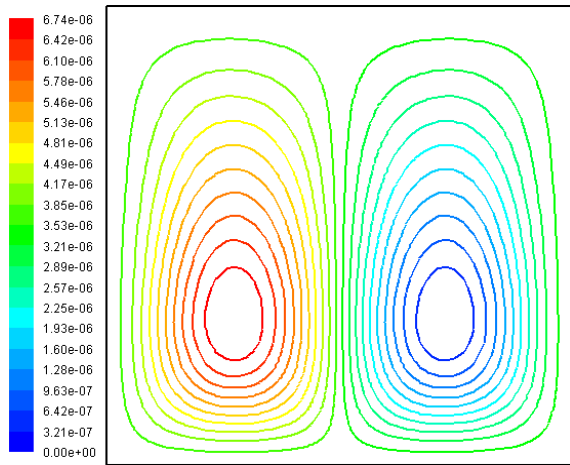
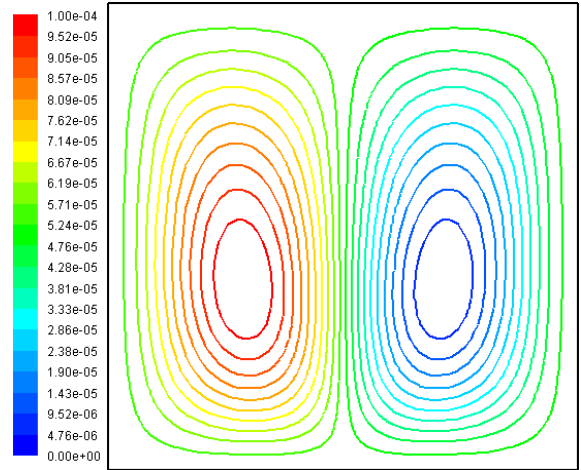


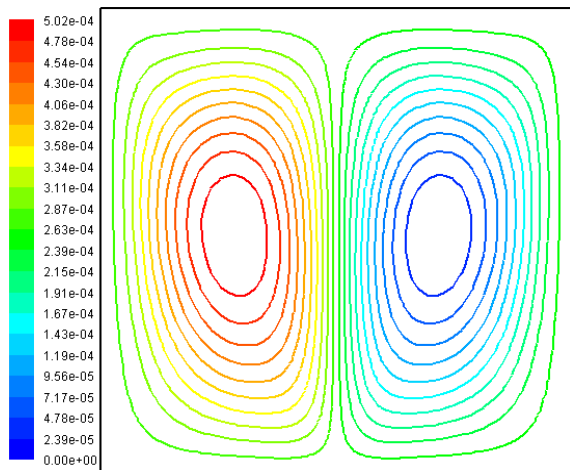
Figure V-4 : Les contours de température ($^{\circ}\text{K}$) dans les cas de température constante
 (a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.



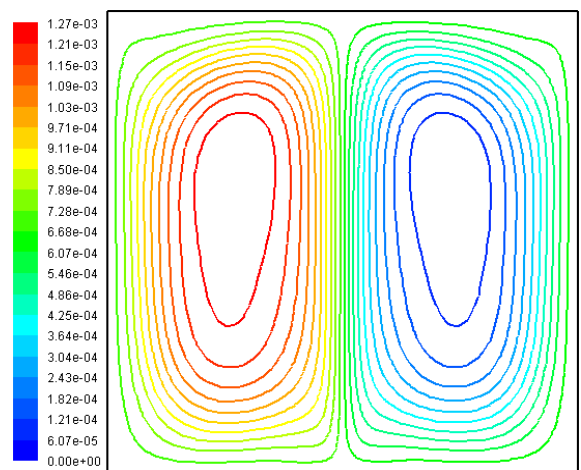
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

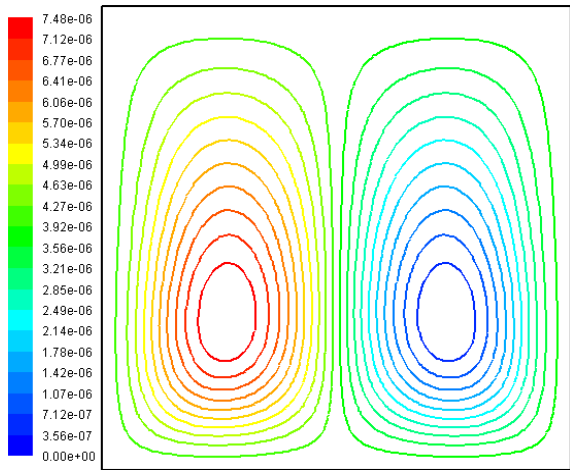


$Ra=10^5$

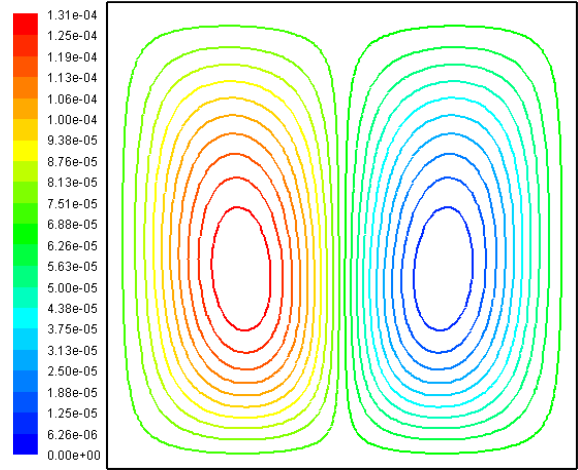


$Ra=10^6$

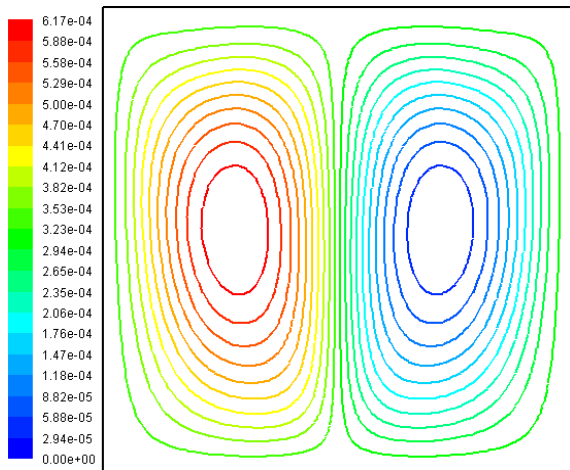
(a)



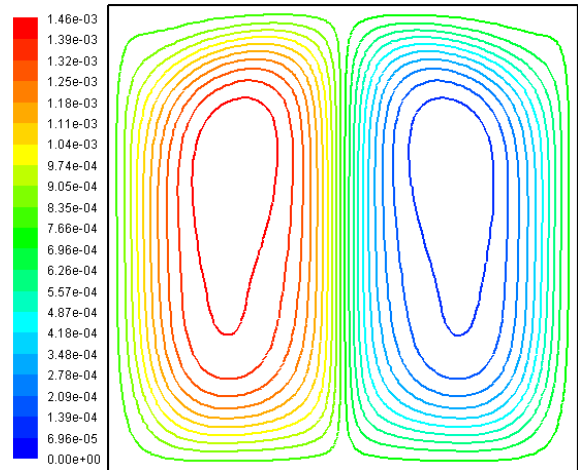
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

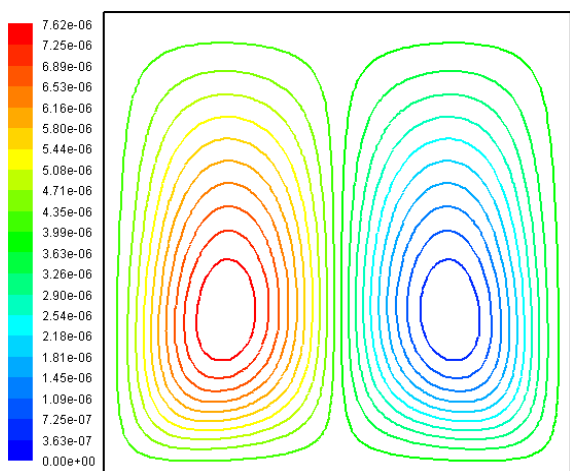


$Ra=10^5$

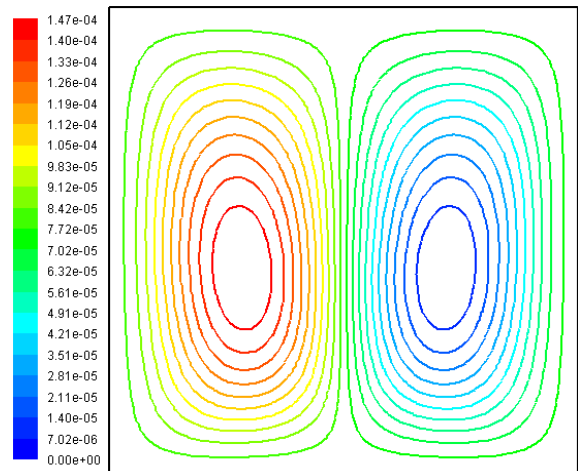


$Ra=10^6$

(b)



$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

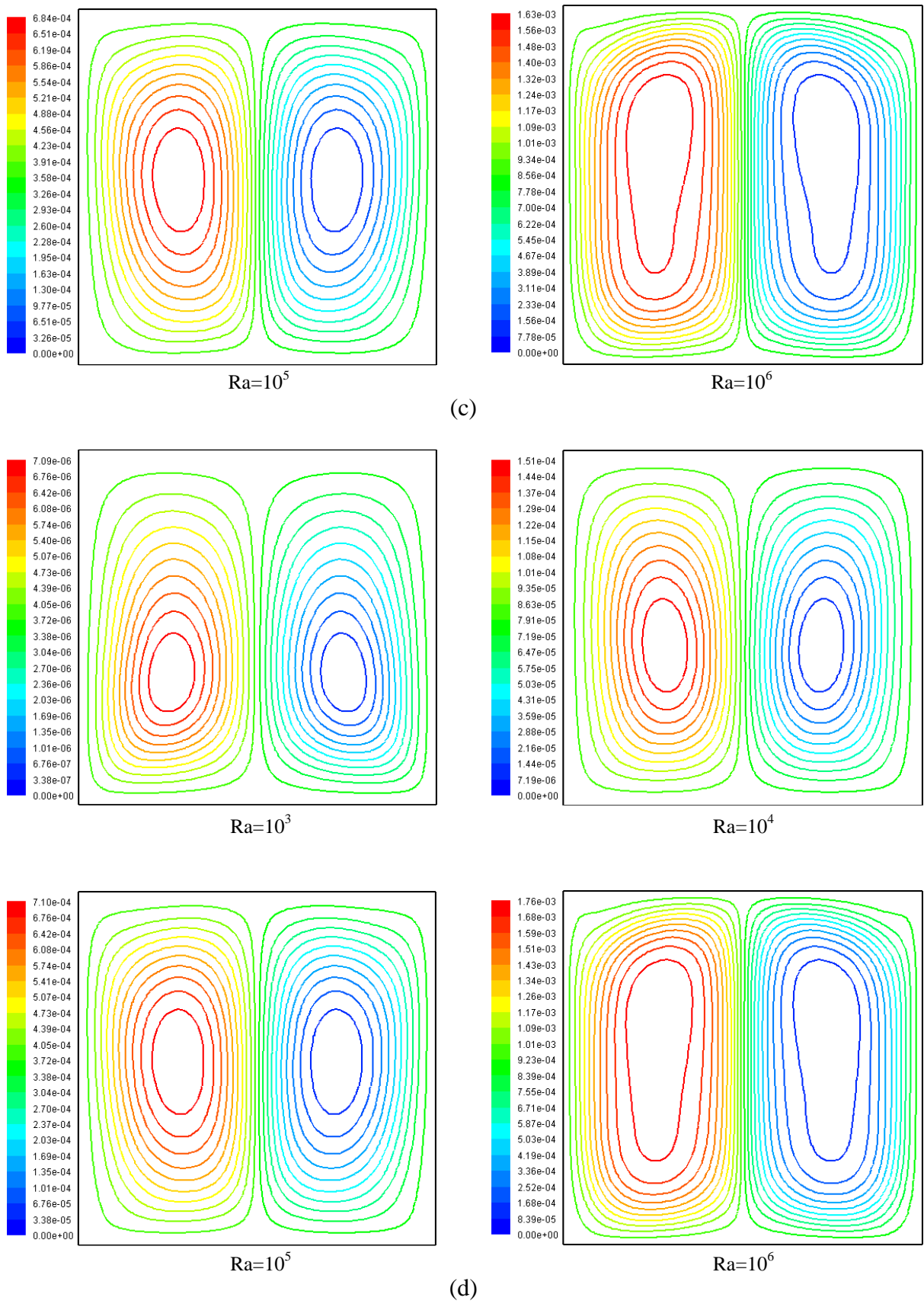
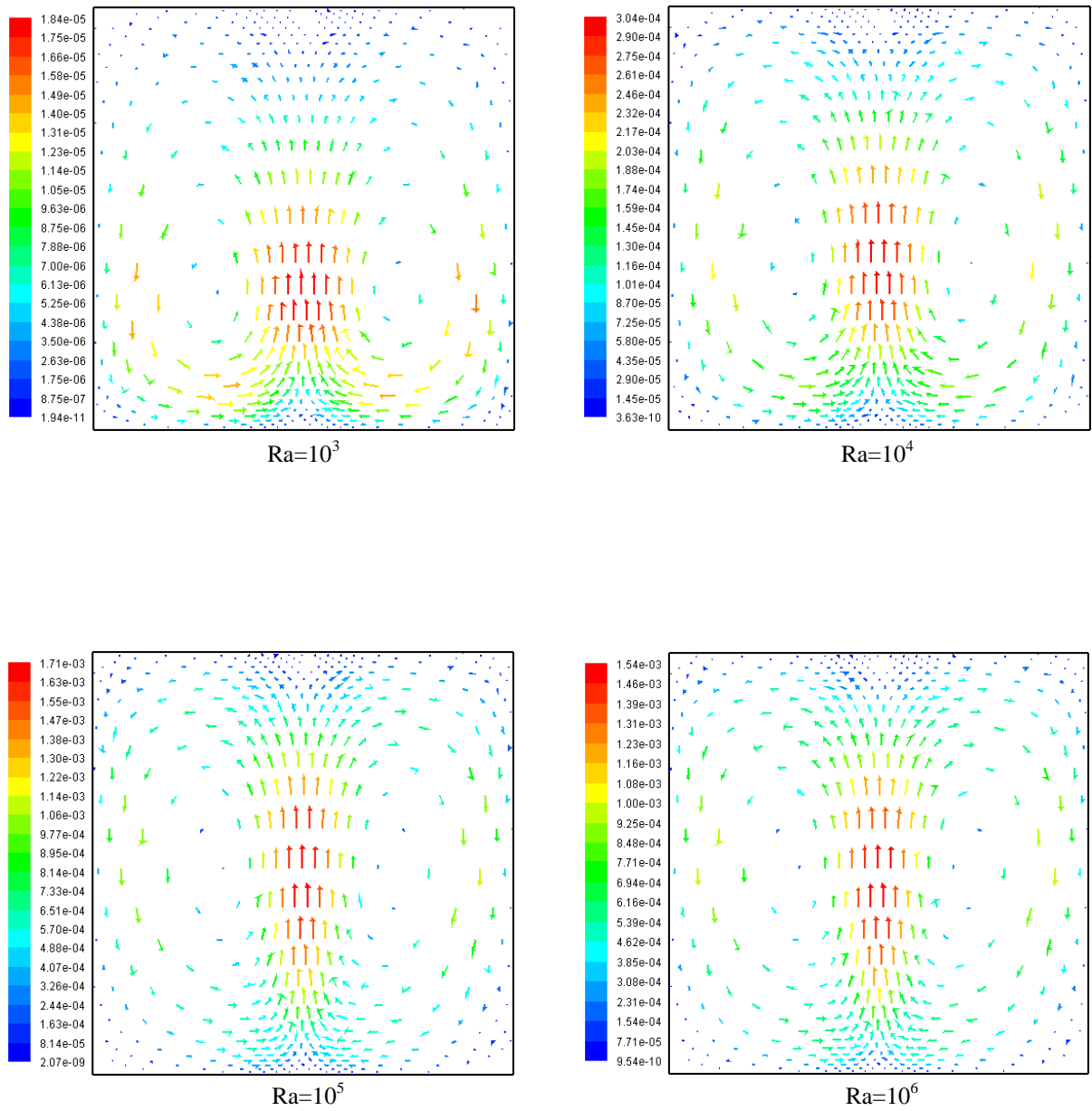
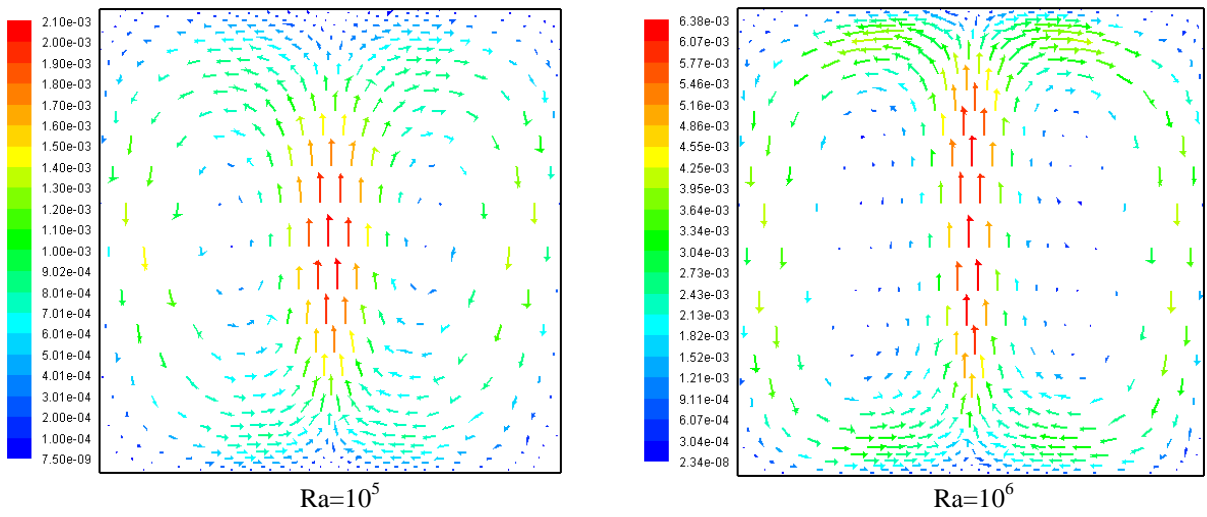
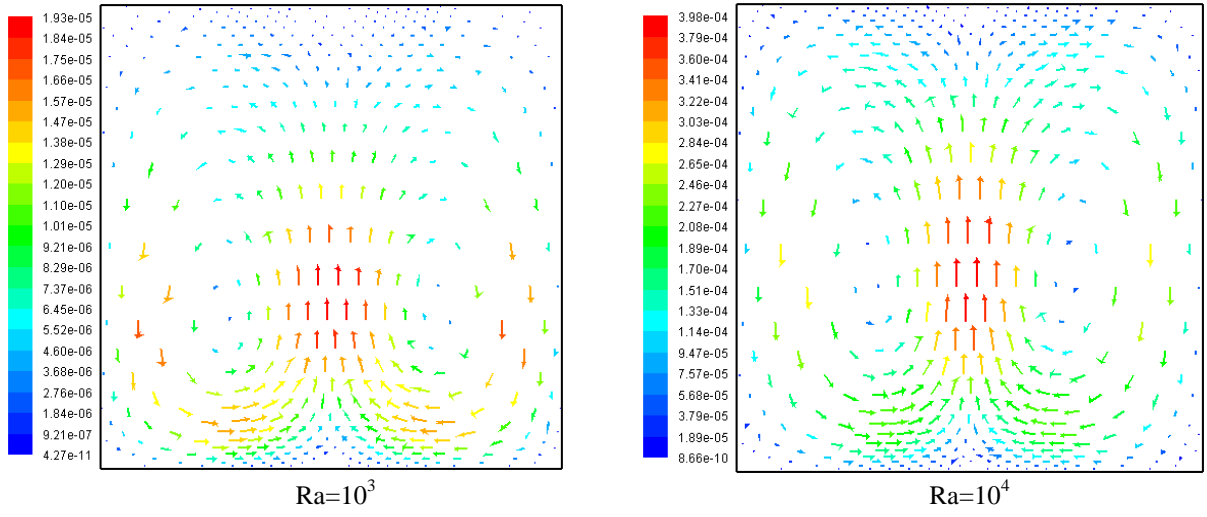


Figure V-5 : Les lignes de courant (kg/s) dans les cas de température constante

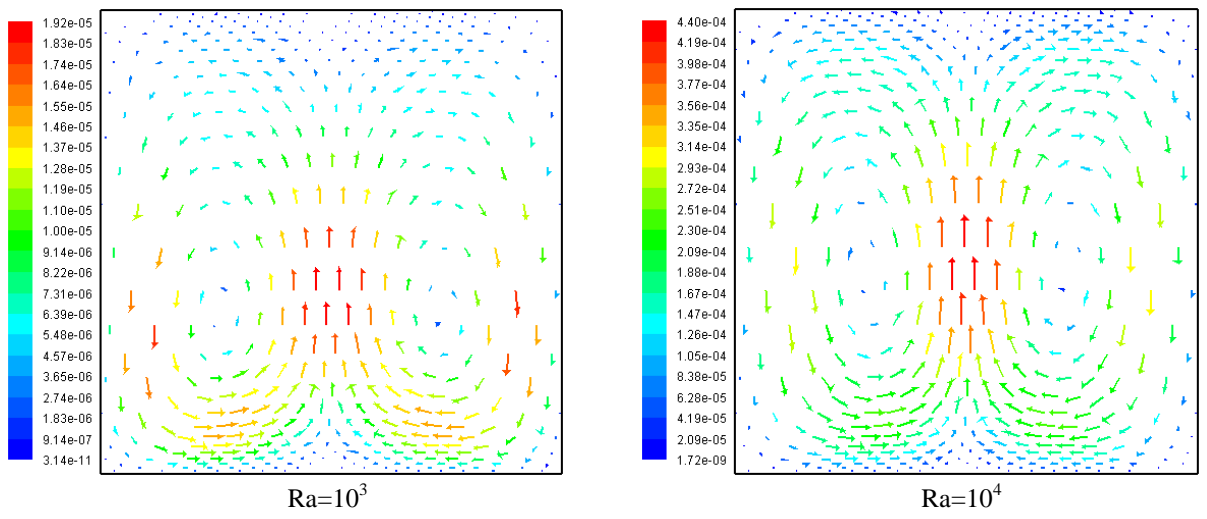
(a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.



(a)



(b)



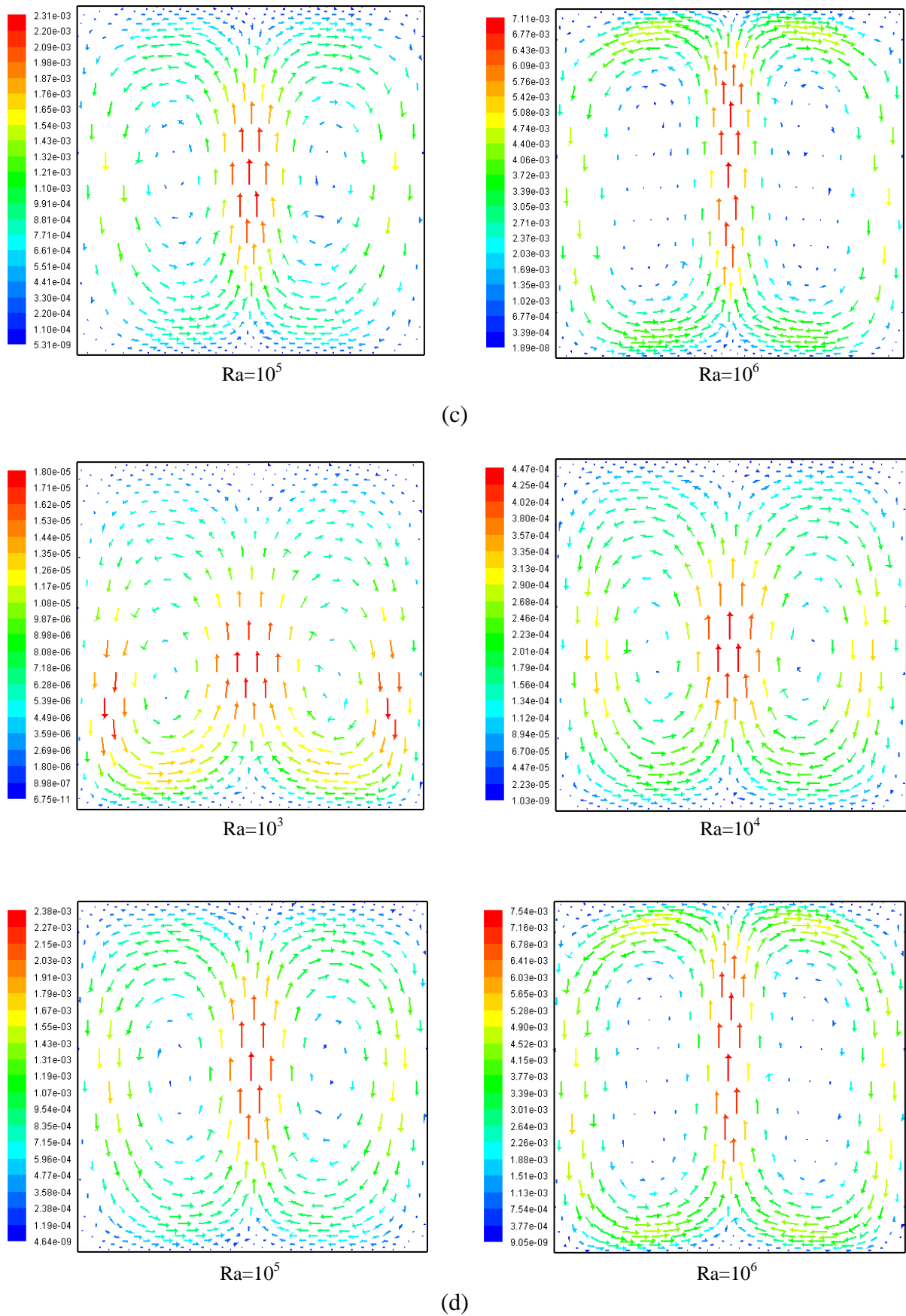
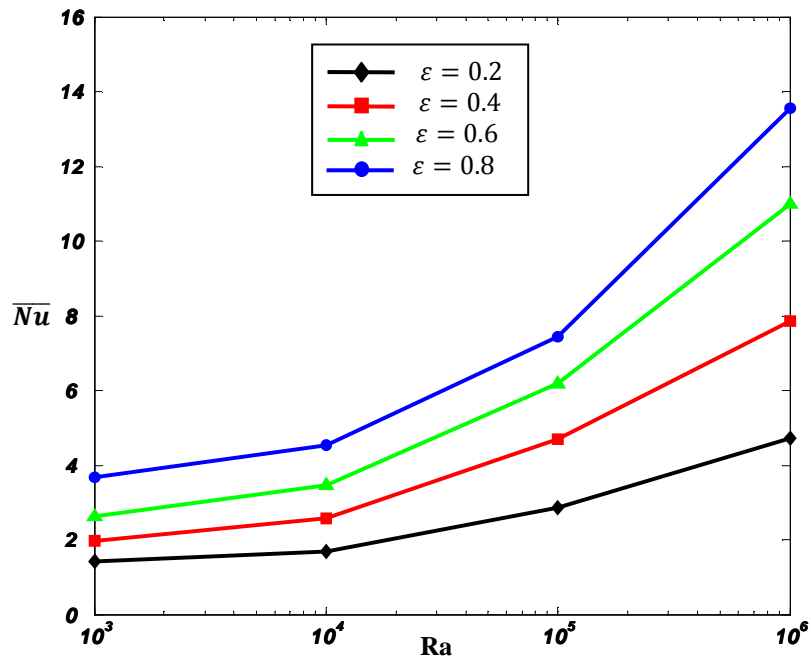
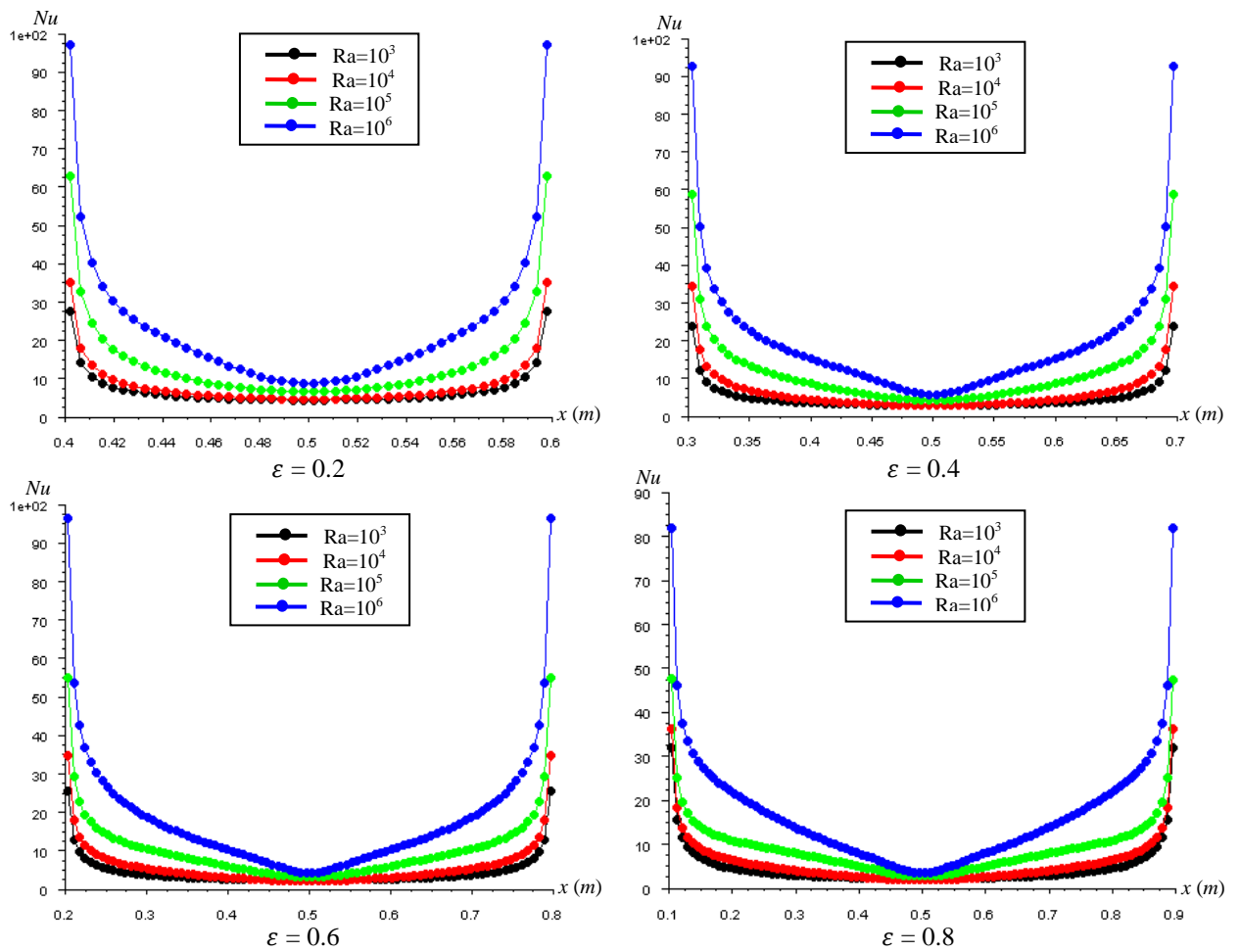


Figure V-6 : Les vecteurs de vitesse (m/s) dans les cas de température constante

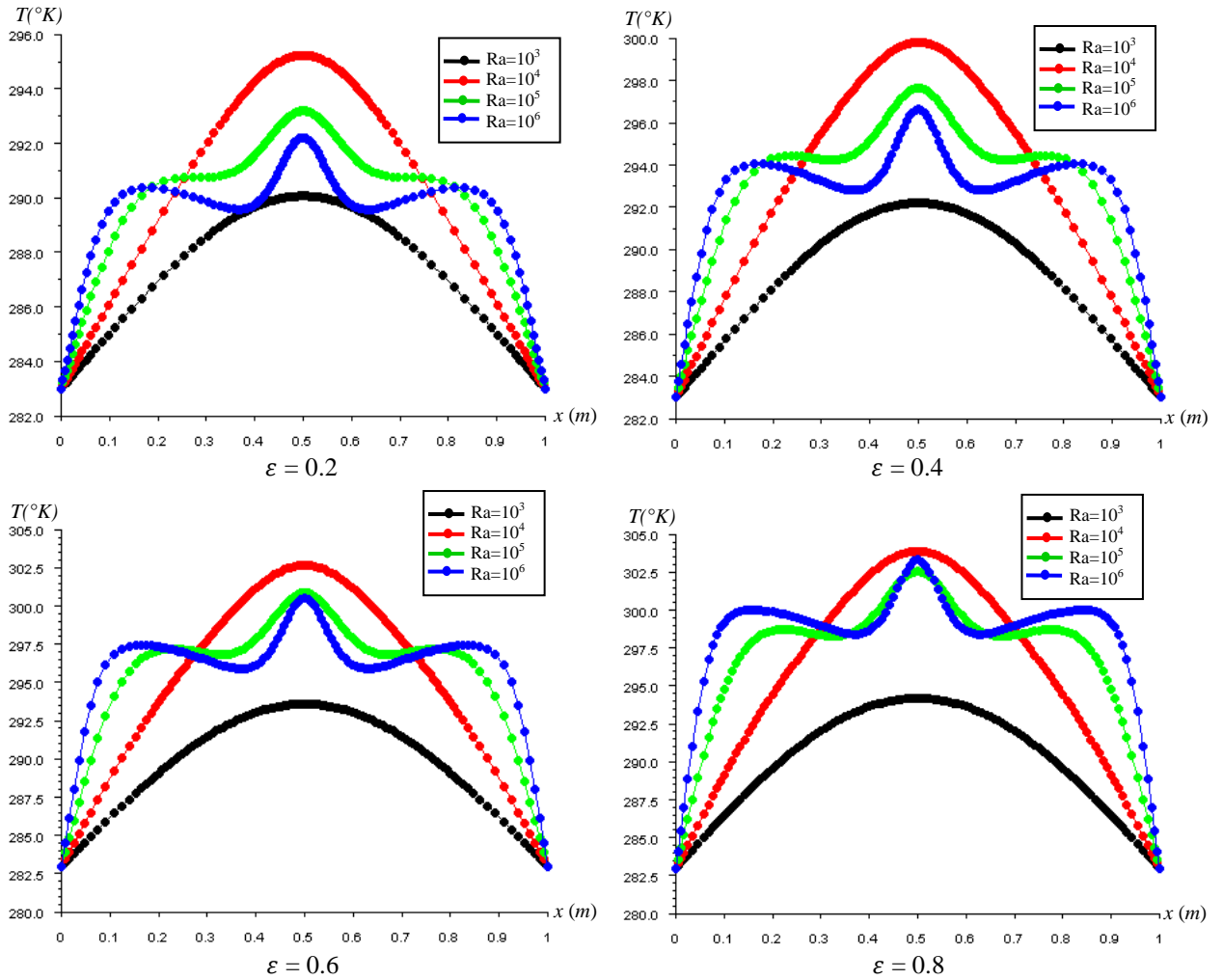
(a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.



Graph (V.4) : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur \overline{Nu} en fonction de Ra pour différentes valeurs de ϵ .



Graph V-5 : Variation du Nusselt local le long de la partie chauffée.



Graphe V-6 : Profils de température le long de $Y=0.5$.

V.4.2. Etude avec source de chaleur à un flux de chaleur constant

➤ **Champs thermiques :**

Ce champ est représenté par les contours des températures dans la figure V-7 pour un nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 , et un rapport ϵ variant entre 0.2 et 0.8. Dans le cas de $Ra > 10^3$ la figure V-7 montre que les isothermes changent surtout en fonction de Ra mais peu en fonction de ϵ .

Pour Ra fixe et ϵ varié de 0.2 à 0.8 : Dans le cas de $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant par $x=1/2$. Lorsque Ra augmente, la déformation des isothermes augmente.

Pour ϵ fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Si on compare les isothermes dans la figure (V.7) pour différentes valeurs de Ra , on peut noter que lorsque Ra augmente, les isothermes

se rapprochent les unes des autres dans la zone située près du mur inférieur chauffé c.-à-d. que les gradients de température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée.

Le graphe V-9 montre les profils de température le long de $Y=0.5$, où nous constatons des valeurs comprises entre une valeur maximale correspondante à la température au milieu de l'enceinte et une faible valeur correspondante à l'extrémité de l'enceinte. On remarque que pour $\varepsilon = 0.2$ et $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Ra , mais cette valeur maximale diminue pour $Ra=10^6$. Pour $\varepsilon = 0.8$ et $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ on remarque que la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Ra , mais cette valeur maximale diminue pour $10^5 \leq Ra \leq 10^6$.

➤ **Champs dynamiques :**

Ce champ est représenté par les contours des lignes de courant dans la figure V-8 et les vecteurs de vitesse dans la figure V-9, pour un nombre de Rayleigh qui varie entre 10^3 et 10^6 , et un rapport ε qui varie entre 0.2 et 0.8. On remarque la formation de deux cellules contrarotatives dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire, cette structure ressemble celle trouvée avec la première condition aux limites ($T_c=\text{constante}$). Donc la solution présente un écoulement symétrique caractérisé par deux cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

Pour Ra fixe et ε varié de 0.2 à 0.8 : Les figures V-8 et V-9 montre que pour un nombre de Rayleigh donné les lignes de courant sont presque identiques avec ε varié de 0.2 à 0.8. Donc l'intensité de l'écoulement (vortex) conserve la même valeur lorsque le nombre Ra est fixe et ε varié.

Pour ε fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Pour une valeur donné de ε on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.

➤ **Nombre de Nusselt :**

Le graphe (V-7) montre la variation du nombre moyen de Nusselt en fonction de Ra pour différents valeurs de ε . Il est clair que lorsque la largeur de la source de chaleur

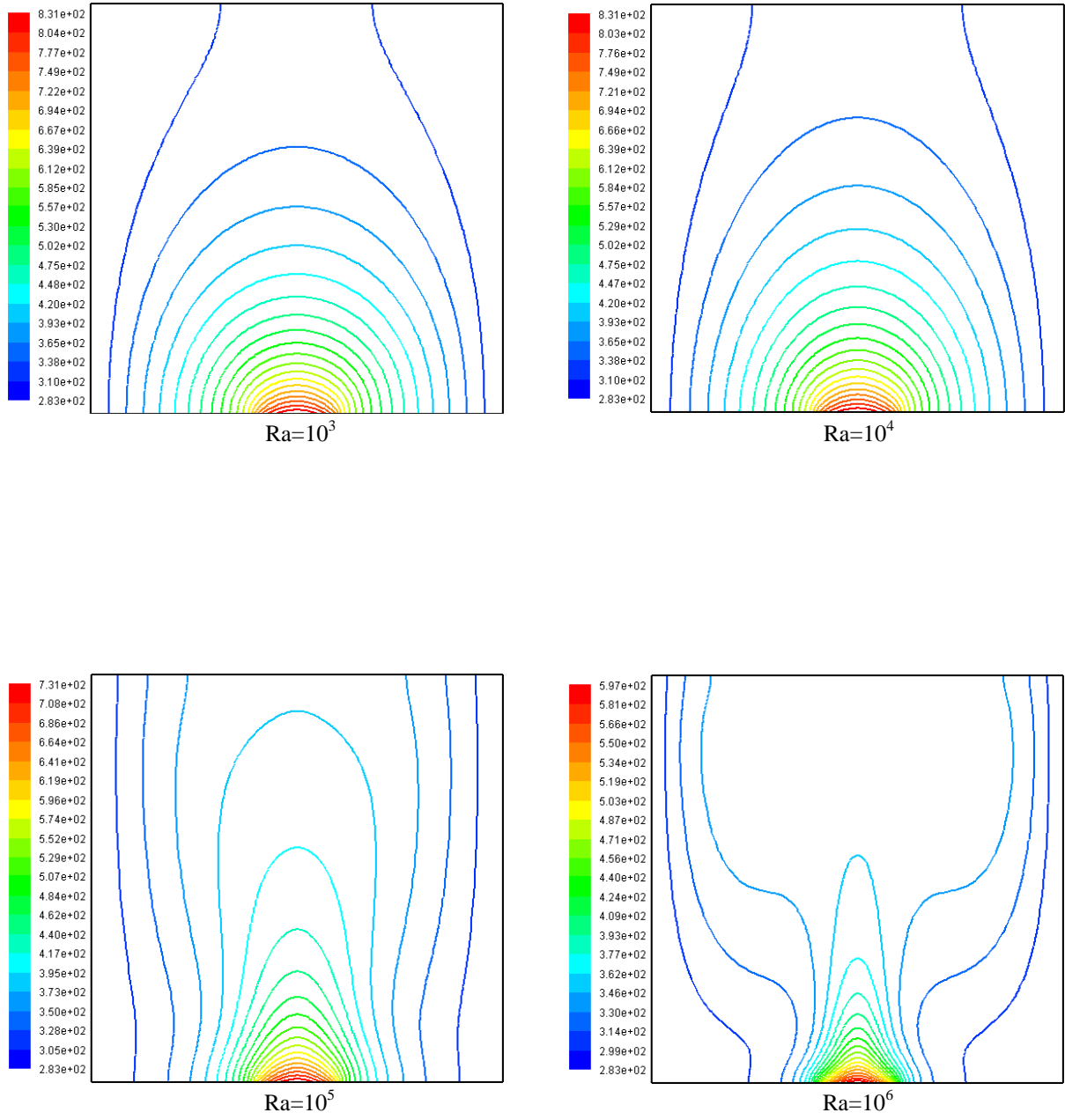
augmente, le nombre moyen de Nusselt diminue. Ceci est prévu parce que si la largeur de la source augmente, le niveau de température au dessous du mur augmente, menant à une réduction du coefficient de transfert thermique, qui est inversement proportionnel à la température du mur.

À partir des courbes du graphe V-7 on déduit l'équation et les constantes qui représentent la corrélation (V.2) de nombre de Nusselt moyen en fonction de la largeur chauffée adimensionnelle ε et le nombre de Rayleigh Ra . Cette équation est :

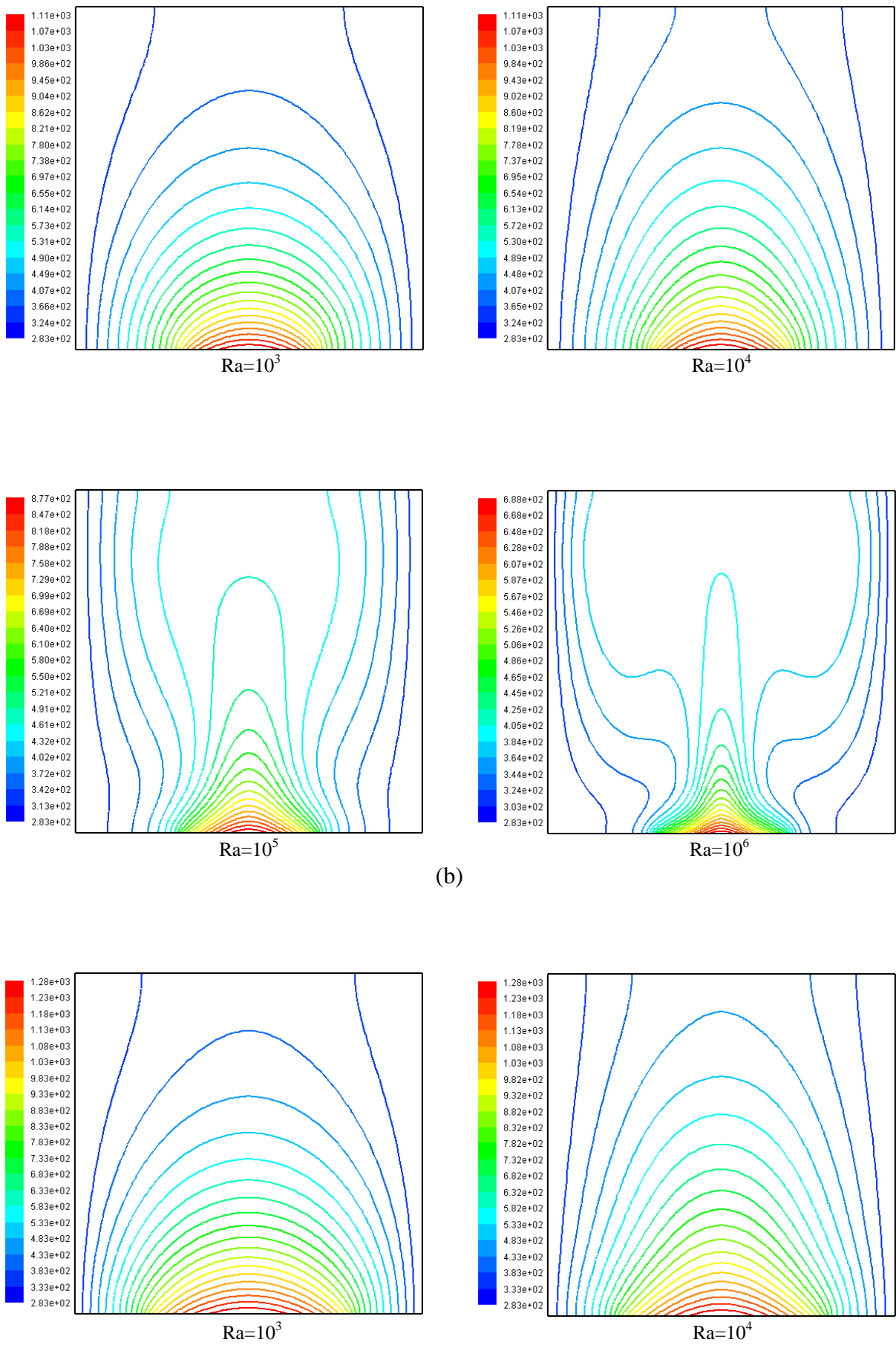
$$\overline{Nu} = 1.088 \varepsilon^{-1.253} Ra^{0.147} \quad (V.2)$$

Avec : $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ et $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$.

La variation du nombre de Nusselt local le long de la partie chauffée est représentée dans le graphe V-8. Il est évident que la valeur minimale du nombre de Nusselt local est située au milieu de la partie chauffée, tandis qu'il prend sa valeur maximale aux extrémités de celle-ci. On remarque que les courbes du nombre de Nusselt local à $Ra=10^3$ sont presque identiques avec les courbes des nombres de Nusselt local à $Ra=10^4$ pour ε variant de 0.2 à 0.8



(a)



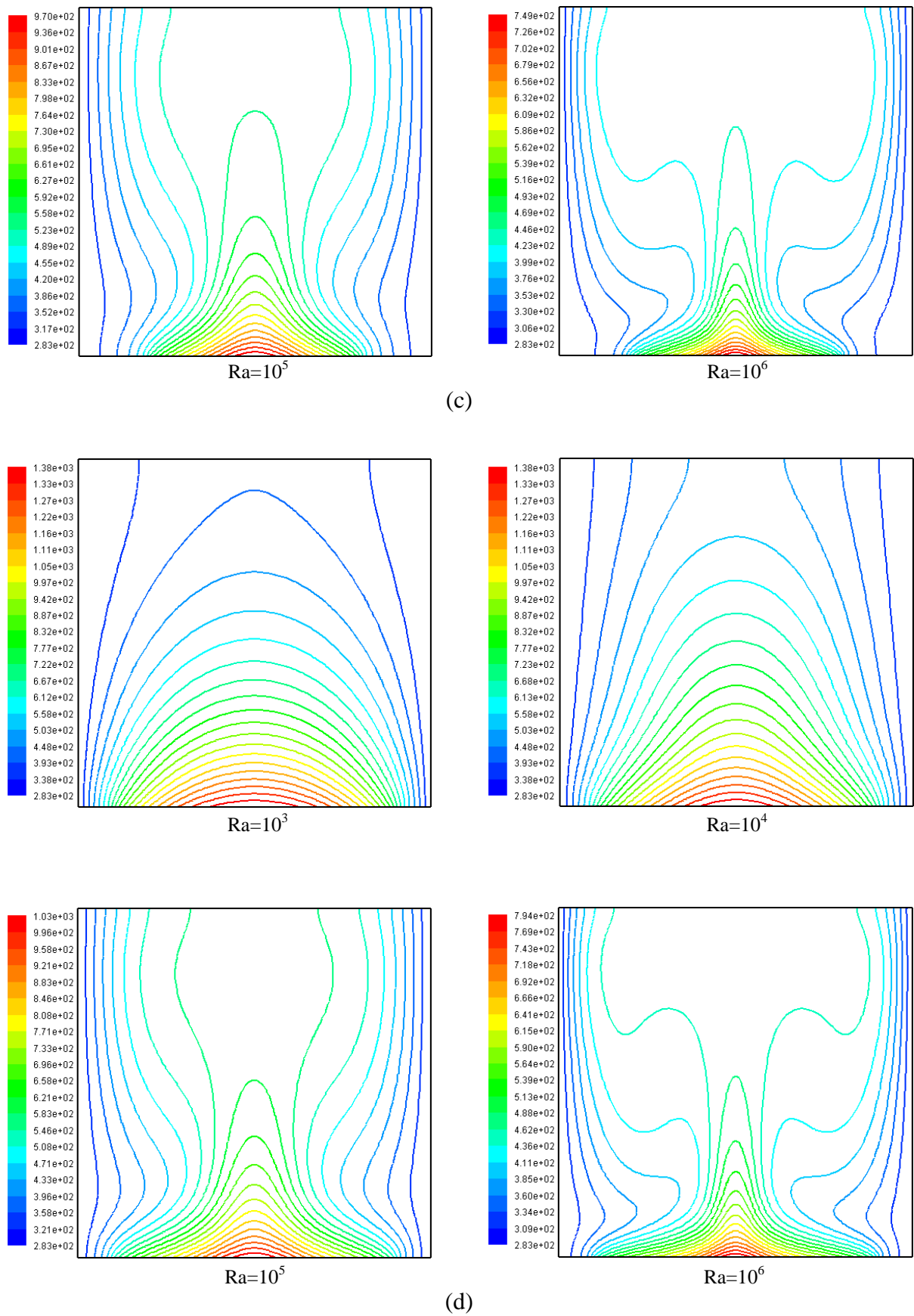
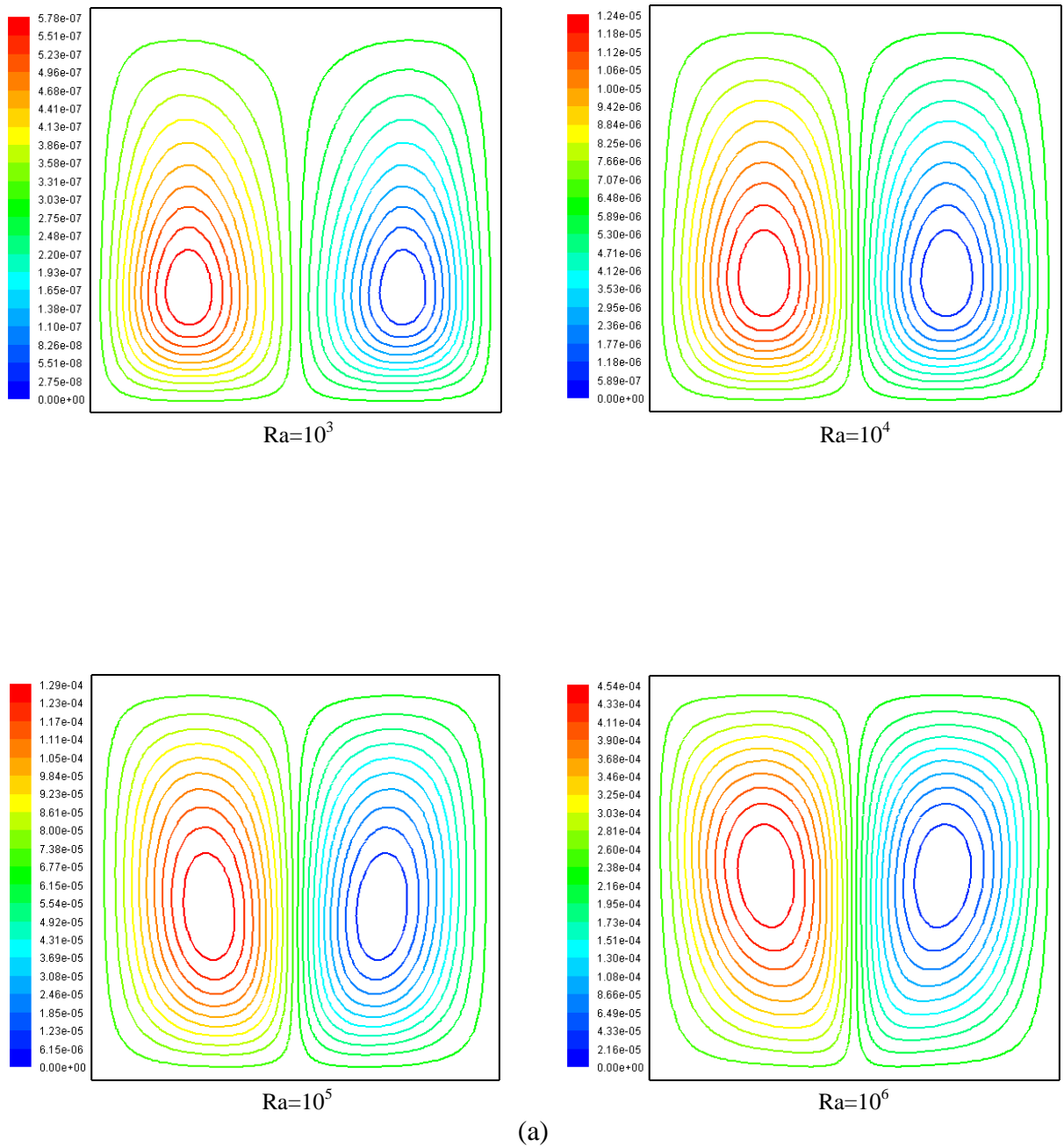
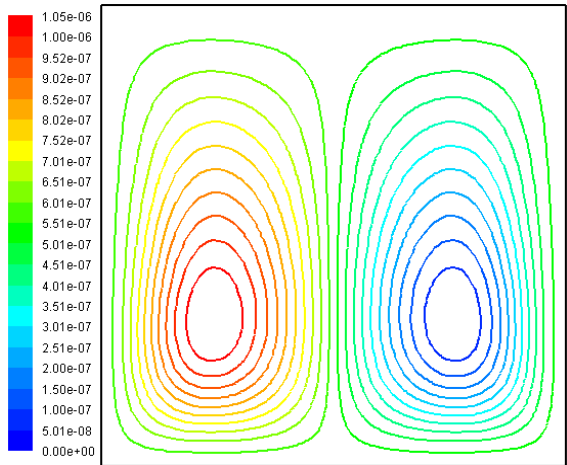
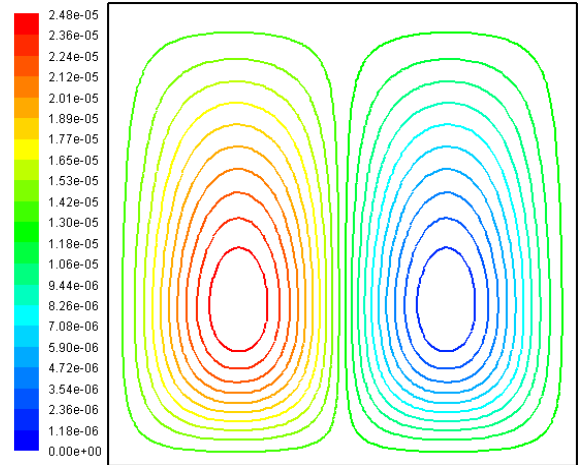


Figure V-7 : Les contours de température ($^{\circ}\text{K}$) dans les cas de flux constante
 (a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.

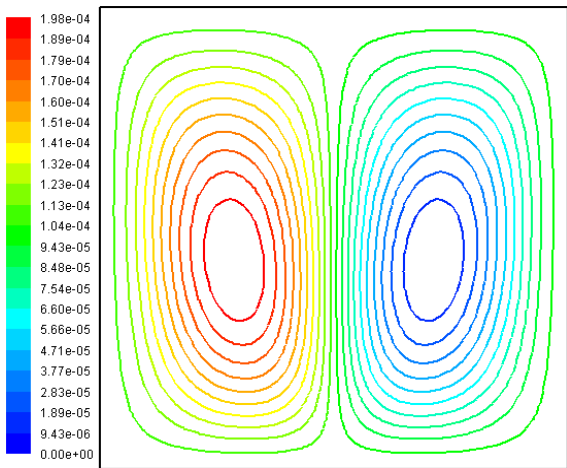




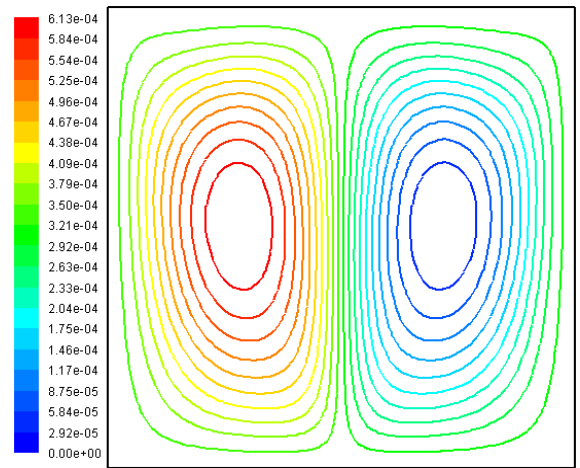
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

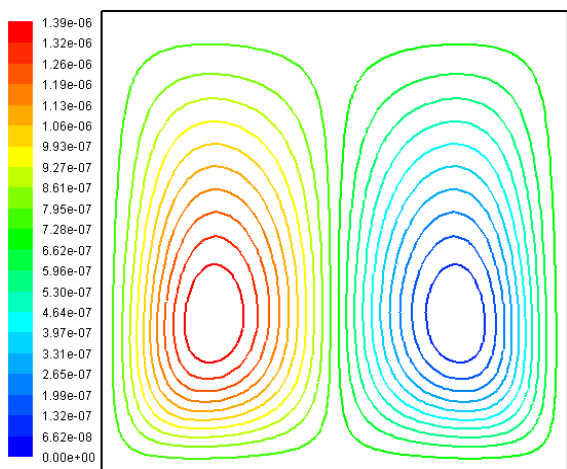


$Ra=10^5$

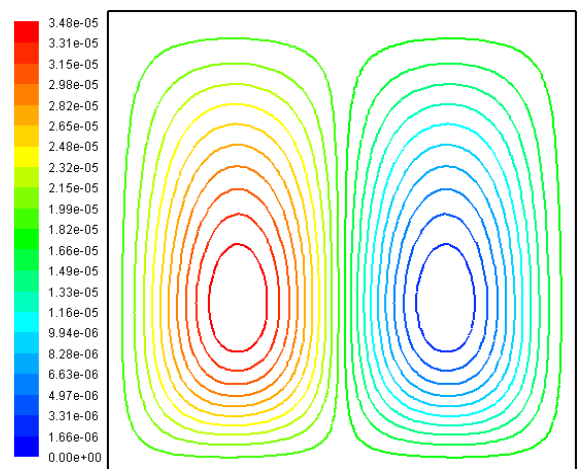


$Ra=10^6$

(b)



$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

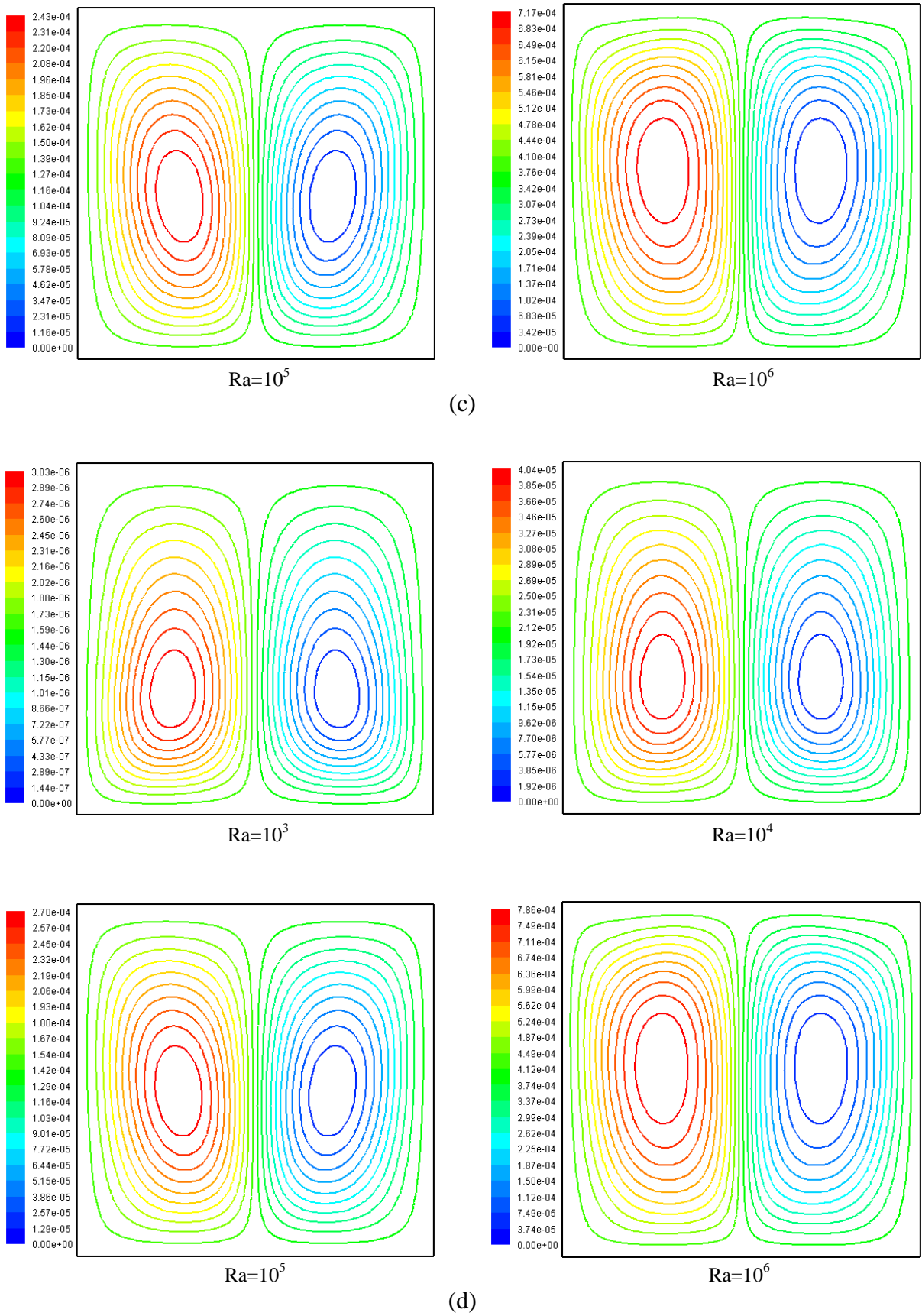
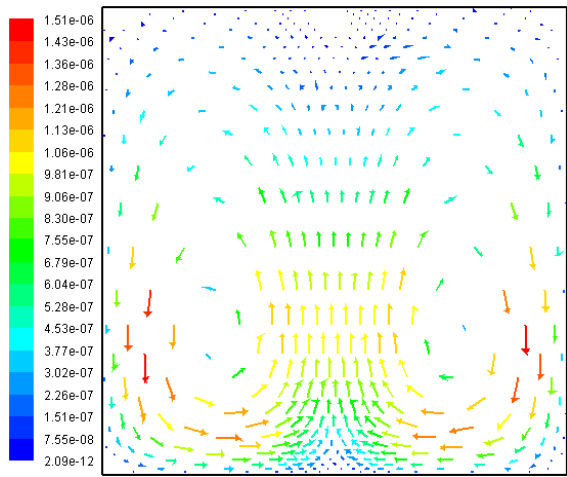
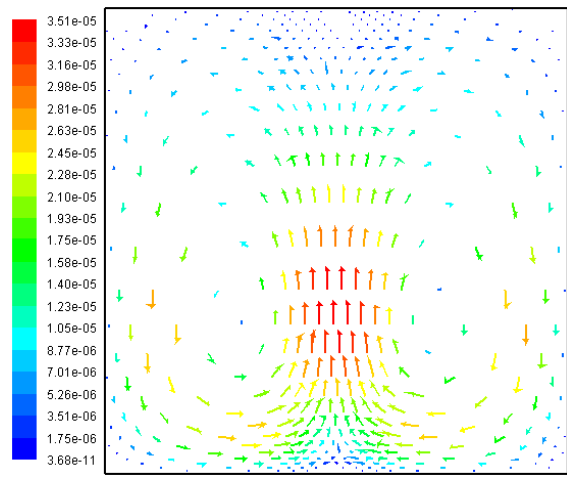


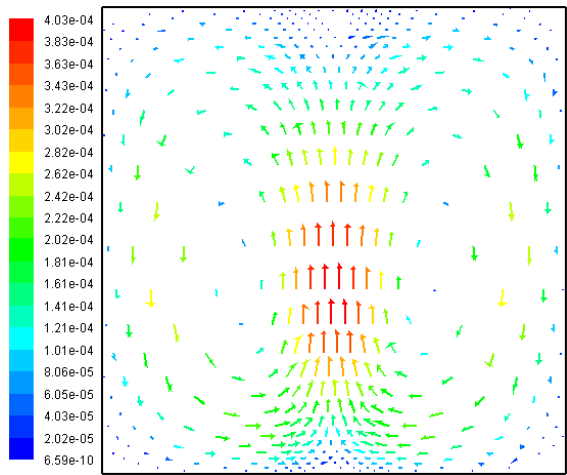
Figure V-8 : Les lignes de courant (kg/s) dans les cas de flux constante
 (a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.



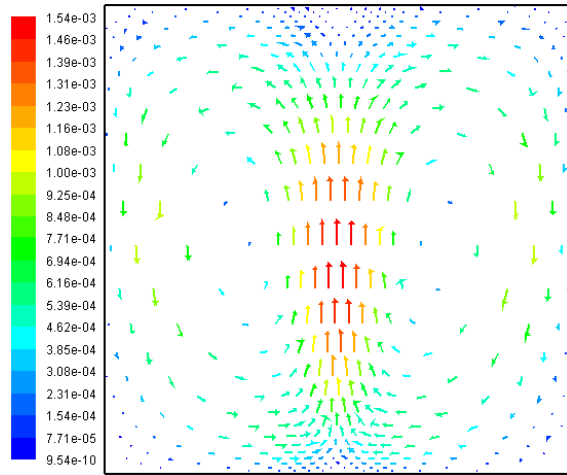
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

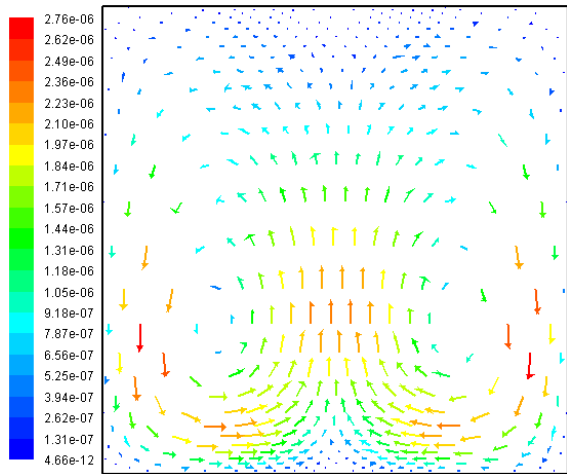


$Ra=10^5$

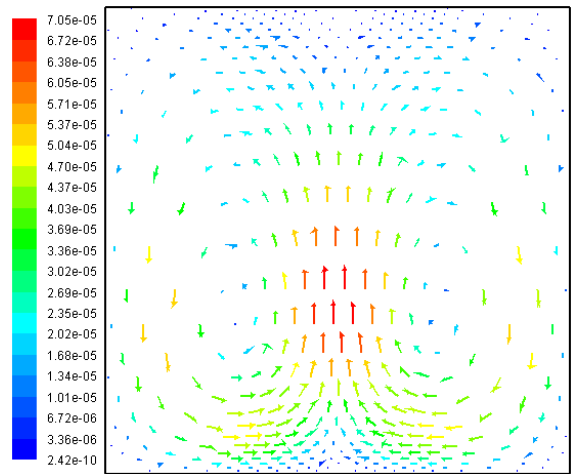


$Ra=10^6$

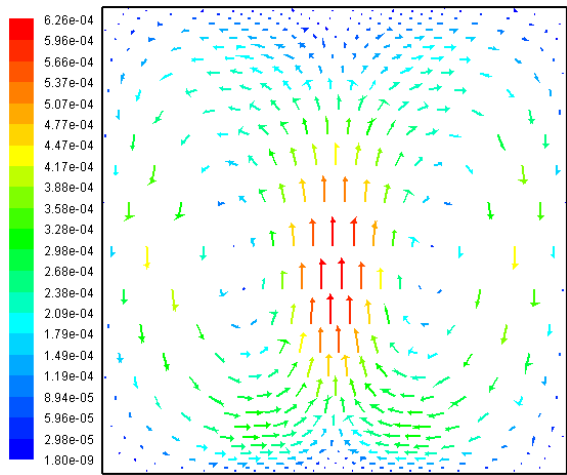
(a)



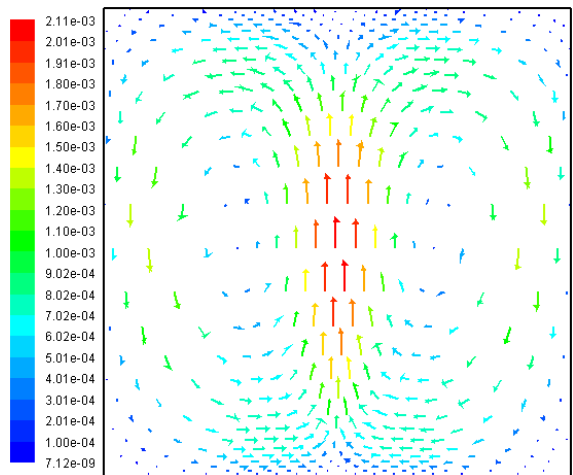
$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

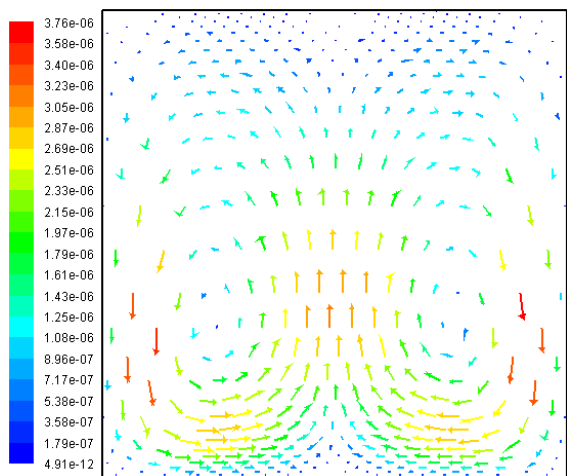


$Ra=10^5$

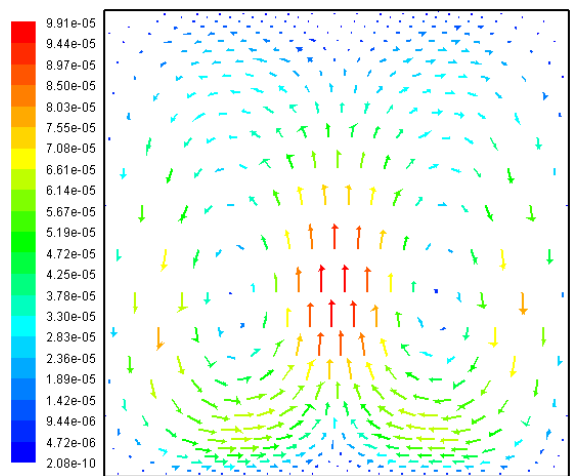


$Ra=10^6$

(b)



$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

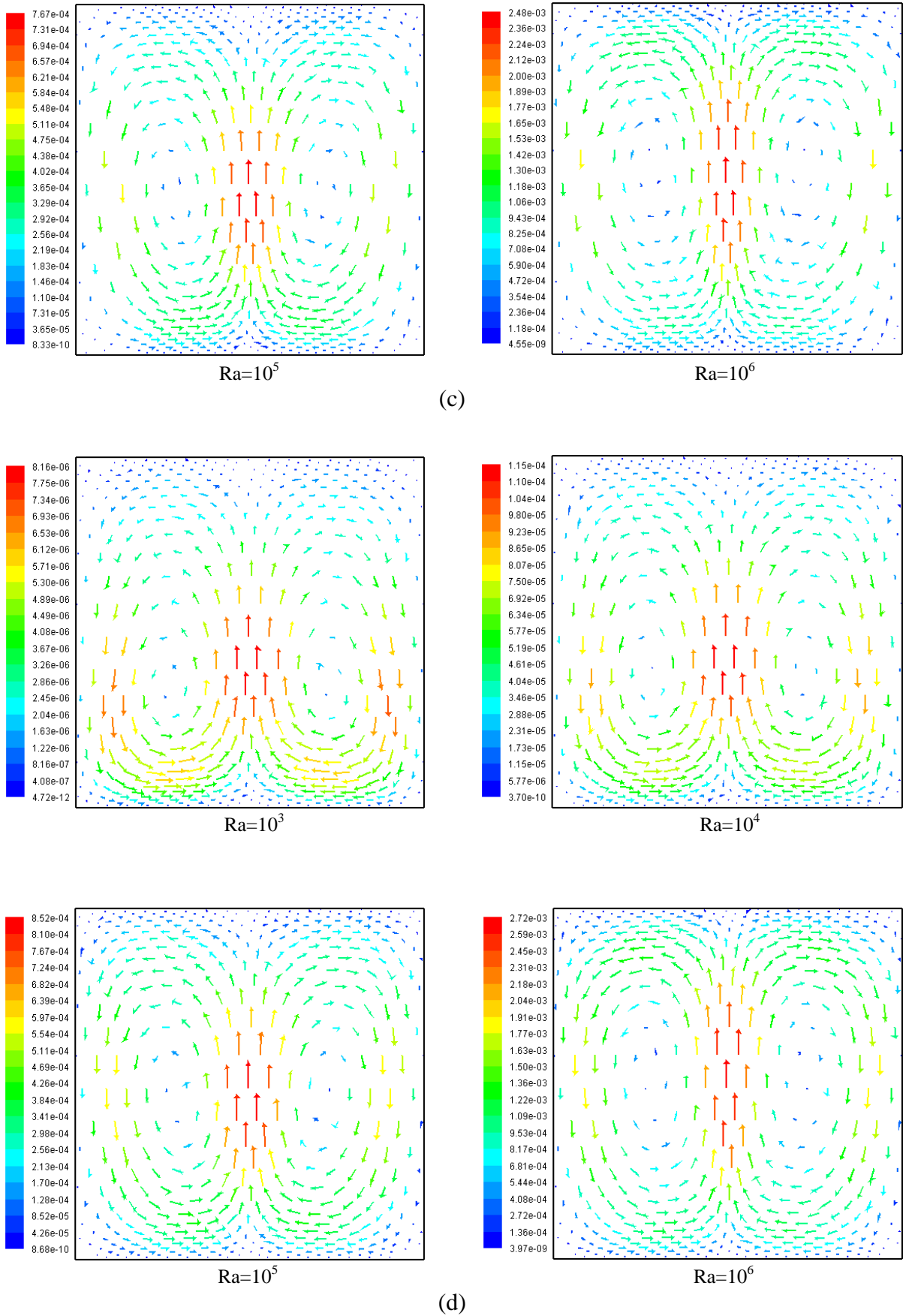
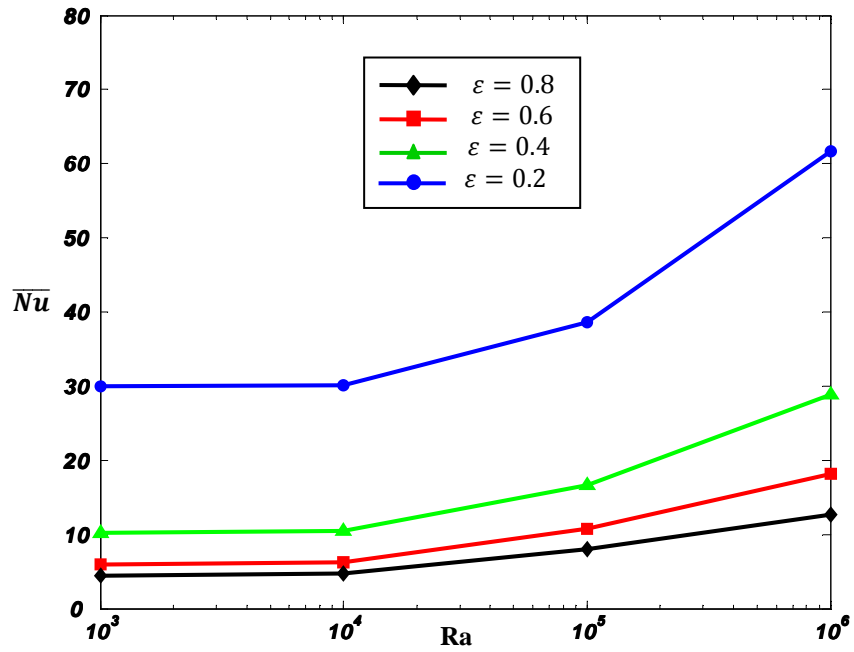
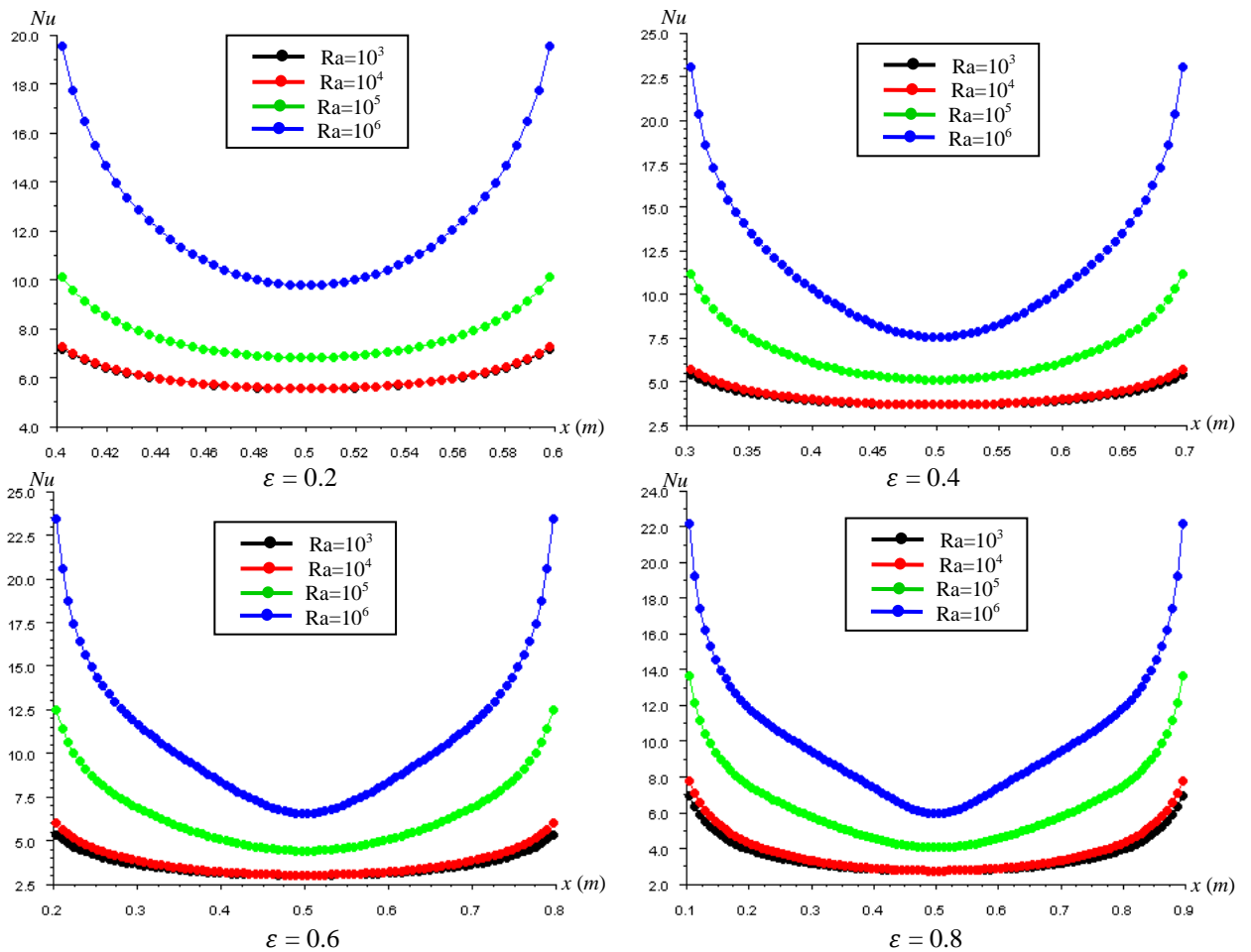


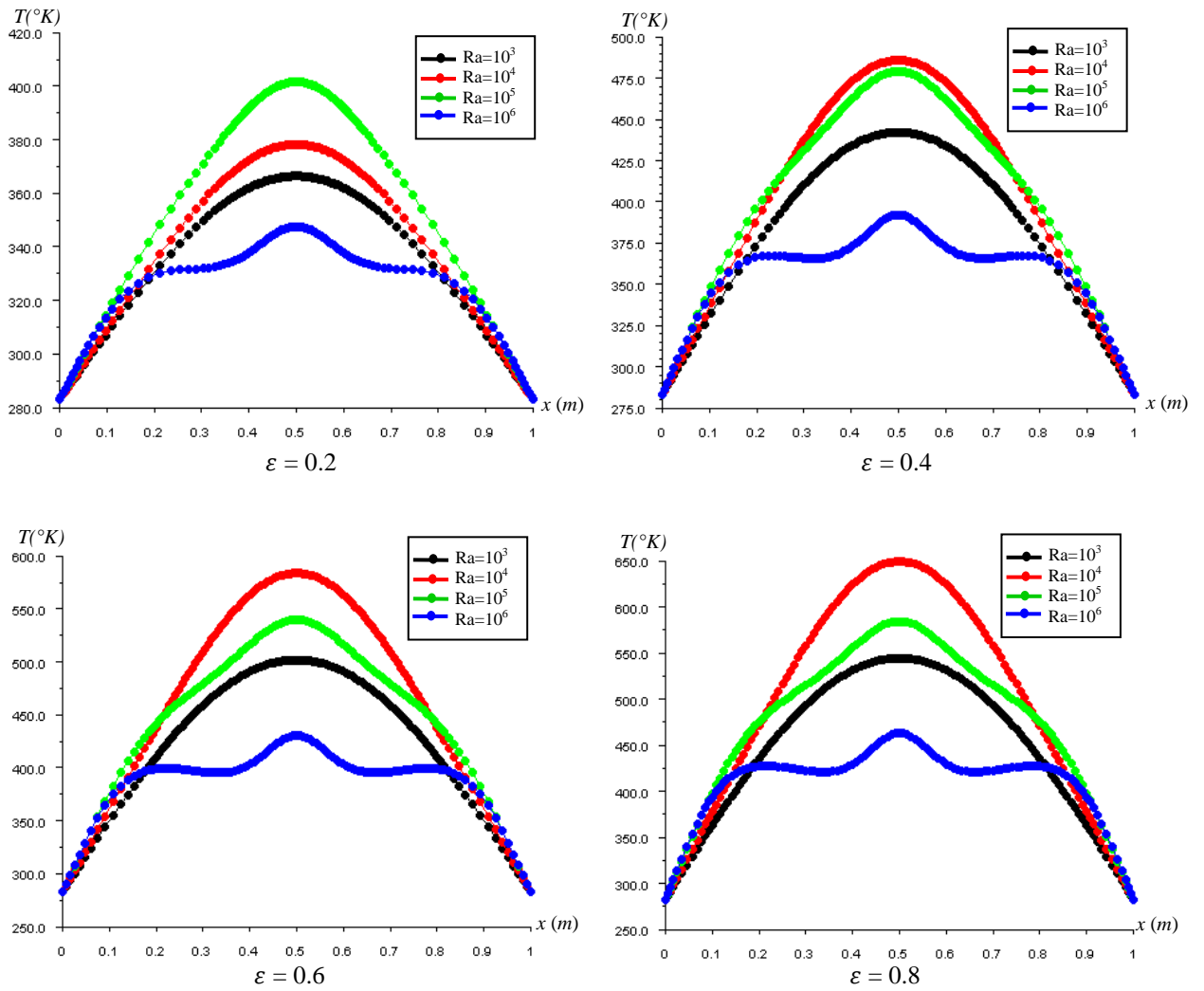
Figure V-9 : Les vecteurs de vitesse (m/s) dans les cas de flux constante
 (a) $\varepsilon=0.2$, (b) $\varepsilon=0.4$, (c) $\varepsilon=0.6$, (d) $\varepsilon=0.8$.



Graph (V-7) : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur \overline{Nu} en fonction de Ra pour différentes valeurs de ε .



Graph V-8 : Variation du Nusselt local le long de la partie chauffée.



Graphe V-9 : Profils de température le long de $Y=0.5$.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la convection naturelle laminaire dans une enceinte. Une partie chauffée se situe au milieu de la base de l'enceinte, le chauffage est réalisé soit à température constante ou à flux constant, alors que les parois latérales sont maintenues à une température froide. Les autres parties sont considérées adiabatiques.

En se basant sur la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations mathématiques, nous avons pu déterminer les lignes de courant, les isothermes ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh, pour les différentes longueurs sans dimensions de la source de chaleur.

Les résultats de simulation sont obtenus avec le code FLUENT. On observe la formation de deux cellules contrarotatives, la dépendance du nombre de Nusselt en fonction de la largeur de chauffage s'avère complètement différente pour les cas isothermes et d'iso flux de chauffage. Dans le cas du chauffage isotherme, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la largeur de chauffage, alors que l'opposé est vrai pour le chauffage d'iso flux. On observe également que le nombre de Nusselt est une fonction faible de la largeur de chauffage pour le chauffage d'iso flux comparé à celui du chauffage isotherme. Dans le cas du chauffage d'iso flux, l'intensité de l'écoulement induit par flottabilité est inférieure comparée à celle du chauffage isotherme pour des valeurs identiques de Ra . L'intensité d'écoulement s'avère croissante avec la largeur de chauffage dans les deux cas.

Références Bibliographiques

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]. **E. Philippe.** *"Convection thermique turbulente en cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique"*. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, France, (2001).
- [2]. **A. Bejan, A. Kraus.** *"Heat transfer"*. John Wiley & Sons, Inc, Canada, (2003).
- [3]. **A. Begar.** *"Etude de la convection naturelle dans une cavité comportant des sources de chaleur"*. Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie, (2007).
- [4]. **T. Hadji.** *"Phénomènes couplés thermo-acoustiques dans la convection de Rayleigh Bénard"*. Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie, (2003).
- [5]. **N. Ibrir.** *"Etude la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide"*. Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie, (2006).
- [6]. **B. Binet.** *"Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrètes"*. Thèse de Doctorat en génie mécanique, Université de Sherbrooke (Québec), Canada, (1998).
- [7]. **Torrance K.E. et Rockett J.A.** *"Numerical study of natural convection in an enclosure with localized heating from below"*. J.Fluid Mech, Vol. 36, pp. 33-54. (1969).
- [8]. **Chu H.H.-S., Churchill S.W. et Patterson C.V.S.** *"The effects of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection channels"*. J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 1194-201. (1976).

- [9]. **K. Shigeo, A. Bejan.** *"Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures"*. Int. J. Heat Mass Transfer, 23, 1117-1126. (1980).
- [10]. **Kamotani Y, Wang L.W, et Ostrach S.** *"Natural convection heat transfer in a water layer with localized heating from below"*. in Natural Convection in Enclosures HTD, Vol. 26, pp. 43-8. (1983).
- [11]. **R. Anderson, G. Lauriat.** *"The horizontal natural convection boundary layer regime in a closed cavity"*. in: Proceeding of 8th Int. Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, pp. 1453–1458. (1986).
- [12]. **November M et Nansteel M.W.** *"Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side"*. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30 No. 11, pp. 2433-40. (1987).
- [13]. **Chu T.Y. et Hichox C.E.** *"Thermal convection with large viscosity variation in an enclosure with localized heating"*. J. Heat Transfer, Vol. 112, pp. 388-95. (1990).
- [14]. **M.L. Chadwick et H.S. Heaton.** *"Natural convection from two-dimensional discrete heat sources in a rectangular enclosure"*. Int. J. Heat and Mass Transfer, 34, 1679–1693, (1991).
- [15]. **M. Hasnaoui, E. Bilgen, P. Vasseur.** *"Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below"*. J. Thermophys. Heat Transfer, 6, 255–264. (1992).
- [16]. **L.C. Lage et A. Bejan.** *"The resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side"*. Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 2027–2038. (1993).

- [17]. **M.M. Ganzarolli, L.F. Milanez.** *"Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides"*. Int. J. Heat Mass Transfer, 38, 1063–1073. (1995).
- [18]. **E.K. Lakhal et M. Hasnaoui.** *"Convection naturelle dans un cavité carrée chauffée périodiquement par le bas"*. Revue générale de thermique, 27, 480– 485. (1995).
- [19]. **H.S. Kwak et J. M. Hyun.** *"Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure"*. Int. J. Heat Mass Transfer, 41, 2837– 2846. (1998).
- [20]. **R.A.V. Ramos, L.F. Milanez,** *Numerical and experimental analysis of natural convection in cavity heated from below"*. in: Proceedings of 11th IHTC, vol. 3, Kyongju, Korea. (1998).
- [21]. **O. Aydin et W. Yang.** *"Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides"*. Int. J. Numerical methods for heat & Fluid flow, vol. 10 No.5, pp. 518–529. (2000).
- [22]. **I.E. Sarris, I. Lekakis, N.S. Vlachos.** *"Natural convection in rectangular tanks heated locally from below"*. Int. J. Heat and Mass Transfer, 47, 3549–3563. (2004).
- [23]. **M. Bourich, M. Hasnaoui, A. Amahmid.** *"Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted"*. Int. J. Heat Fluid Flow 25 (6), 1034–1046. (2004).
- [24]. **B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini.** *"Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below"*. Applied thermal engineering, 25, 2522–2531. (2005).
- [25]. **M.A.R. Sharif, T.R. Mohammad.** *"Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls"*. Int. J. Thermal Sci. 44, 865–878. (2005).
- [26]. **A. Sharma, K. Velusamy, C. Balaji.** *"Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below"*. Int. J. Thermal sciences, 46, 1232–1241. (2007).

- [27]. **B. Abdelouahab.** *"Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique lors du refroidissement à air des sources de chaleur"*. Thèse de magister, Institut de Génie Mécanique, Université Mentouri-Constantine, Algérie, (2006).
- [28]. **Oleg G. Martynenko Pavel P. Khramtsov.** *"Free-Convective Heat Transfer"*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Allemagne, (2005).
- [29]. **Adriaan Marinus Lankhorst.** *"Laminar and turbulent natural convection in cavities numerical modeling and experimental validation"*. Thèse de Doctorat, Université de Delft, Pays-Bas, (1991).
- [30]. **Latif M. Jiji.** *"Heat convection"*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Allemagne, (2006).
- [31]. **Suhas V. Patankar.** *"Numerical heat transfer and fluid flow"*. Hemisphere publishing corporation, États-Unis d'Amérique, (1980).
- [32]. **Joel H. Ferziger, Milovan Peric.** *"Computational Methods for Fluid Dynamics"*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Allemagne, (2002).
- [33]. **Azil Fatima Zohra.** *"Etude des paramètres climatiques sous serres chauffées en présence de la plante"*. Thèse de magister, Institut de Génie Mécanique, Université de Batna, Algérie.
- [34]. **Muriel Regard.** *"Contribution à l'étude des mouvements d'air dans le bâtiment à l'aide d'un code de champ : application à la ventilation naturelle d'un local par une ou deux grandes ouvertures"*. L'institut national des sciences appliquées de Lyon, France, (1996).
- [35]. *Help FLUENT.*

Annexe

ANNEXE

ANNEXE A : EQUATION GENERALE DE TRANSPORT

La variable dépendante ϕ peut être transportée par deux mécanismes convectif et diffusif :

- Le transport convectif de ϕ est le transport par le courant même du fluide en mouvement la quantité de ϕ traversant un élément de surface ds par convection par unité de temps est $\rho U_n \phi ds$ c'est le flux convectif.

Où U_n est la composante de vitesse normale à ds .

- Le transport diffusif de ϕ est le transport par l'interaction des molécules en agitation. La quantité de ϕ traversant l'élément de surface ds par diffusion est $-\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds$.

Où Γ_ϕ est la diffusivité associée à ϕ et $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ est le gradient de ϕ par rapport à la normale à ds .

Soit un fluide en écoulement tridimensionnel instationnaire dans lequel la variable dépendante ϕ peut être simultanément produite par quelques mécanismes, détruite par d'autres, transportée par convection et diffusion. Le bilan de ϕ par rapport à un volume $dx_1 dx_2 dx_3$ fixe dans l'espace (figure A-1) est formulé comme suit :

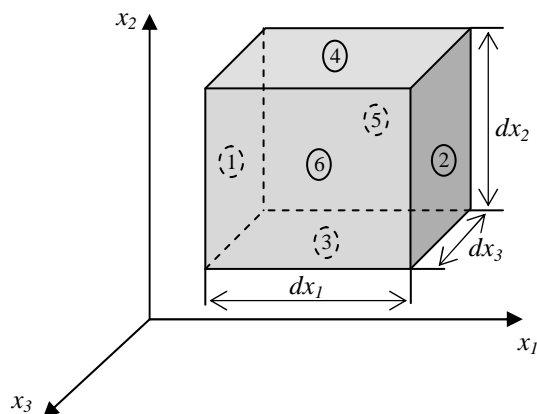


Figure A-1 : Volume infiniment petit.

Le taux d'accumulation de ϕ à l'intérieur du volume $dx_1 dx_2 dx_3$
= Les flux de ϕ convectif et diffusif entrant par les surfaces 1, 3 et 5
– Les flux de ϕ convectif et diffusif sortant par les surfaces 2, 4 et 6
+ Les taux de production de ϕ
– Les taux de destruction de ϕ

Considérons maintenant l'expression mathématique de chacun des termes de cette équation :

a) Le taux d'accumulation de ϕ :

Si la quantité de la variable dépendante dans le volume à l'instant t est $(dm \phi)$ et à l'instant $t + \delta t$ est $(dm \phi + \frac{\partial}{\partial t}(dm \phi)\delta t)$

dm Étant la masse du fluide dans le volume.

Alors le taux d'accumulation est :

$$\begin{aligned} & \left(\left[dm \phi + \frac{\partial}{\partial t}(dm \phi)\delta t \right] - dm \phi \right) = \frac{\partial}{\partial t}(dm \phi) \\ & = \frac{\partial}{\partial t}(\rho dx_1 dx_2 dx_3 \phi) \\ & = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) dx_1 dx_2 dx_3 \end{aligned} \tag{A.1}$$

b) Le flux convectif de ϕ entrant net :

Le flux convectif entrant par la face 1 est $(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi)$

Où U_l est la composante de vitesse suivant la direction x_l .

Le flux convectif sortant par la face 2 est $(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi)dx_1)$

Les flux convectifs entrant ou sortant par les faces 3 à 6 sont obtenus de façon analogue, donc le flux convectif entrant net dans le volume est :

$$\begin{aligned}
& (\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi) - \left(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi)dx_1 \right) \\
& + (\rho U_2 dx_1 dx_3 \phi) - \left(\rho U_2 dx_1 dx_3 \phi + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho U_2 dx_1 dx_3 \phi)dx_2 \right) \\
& + (\rho U_3 dx_1 dx_2 \phi) - \left(\rho U_3 dx_1 dx_2 \phi + \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho U_3 dx_1 dx_2 \phi)dx_3 \right) \\
& = -\frac{\partial}{\partial x_1}(\rho U_1 dx_2 dx_3 \phi)dx_1 - \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho U_2 dx_1 dx_3 \phi)dx_2 - \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho U_3 dx_1 dx_2 \phi)dx_3 \\
& = \left[-\frac{\partial}{\partial x_1}(\rho U_1 \phi) - \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho U_2 \phi) - \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho U_3 \phi) \right] dx_1 dx_2 dx_3 \quad (A.2)
\end{aligned}$$

c) Le flux diffusif de ϕ entrant net :

Le flux diffusif de ϕ entrant dans le volume par la face 1 est :

$$\left(-\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_1} dx_2 dx_3 \right)$$

Le flux diffusif sortant par la face 2 est :

$$\left[\left(-\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_1} dx_2 dx_3 \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(-\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_1} dx_2 dx_3 \right) dx_1 \right]$$

Les flux diffusifs entrant ou sortant par les faces 3 à 6 sont obtenus de manière similaire, donc le flux diffusif entrant net dans le volume est, après simplification et réarrangement :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) \right] dx_1 dx_2 dx_3 \quad (A.3)$$

d) Le taux de production de ϕ net :

Si s_ϕ et p_ϕ représentent les taux de production et de destruction de ϕ par unité de masse du fluide respectivement, alors le taux de production net dans le volume est :

$$dm (s_\phi - p_\phi) = \rho dx_1 dx_2 dx_3 (s_\phi - p_\phi) \quad (A.4)$$

L'équation générale de transport :

Le bilan s'exprime finalement en divisant tous les termes par le volume $dx_1 dx_2 dx_3$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho u_1\phi) + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho u_2\phi) + \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho u_3\phi) = \\ \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_2}\right) + \frac{\partial}{\partial x_3}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_3}\right) + \rho (s_\phi - p_\phi) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Avec : $\rho (s_\phi - p_\phi) = S_\phi$

ANNEXE B : LA SOUS-RELAXATION

La sous-relaxation est très pratique pour les problèmes non-linéaires car permet d'éviter la divergence des méthodes itératives utilisées pour les résoudre.

La méthode de sous-relaxation est celle consistant à utiliser un facteur de relaxation α . Soit l'équation discrétisée suivante :

$$a_p \phi_p = \sum a_{vs} \phi_{vs} + b \quad \Rightarrow \quad \phi_p = \frac{\sum a_{vs} \phi_{vs} + b}{a_p} \quad (\text{B.1})$$

Si ϕ_p^* est la valeur à l'itération précédente alors la relation (B.1) peut être écrite ainsi :

$$\phi_p = \phi_p^* + \left(\frac{\sum a_{vs} \phi_{vs} + b}{a_p} - \phi_p^* \right) \quad (\text{B.2})$$

Où la parenthèse représente la variation de ϕ_p au cours de la présente itération. Cette variation peut être atténuée ou augmentée en introduisant le facteur α et en jouant sur sa valeur :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha \left(\frac{\sum a_{vs} \phi_{vs} + b}{a_p} - \phi_p^* \right) \quad (\text{B.3})$$

La relation (B.3) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{a_p}{\alpha} \phi_p = \sum a_{vs} \phi_{vs} + b + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} \phi_p^* \quad (\text{B.4})$$

Avec :

$$0 < \alpha < 1$$

Il n'y a pas de règle générale pour choisir la valeur optimale de α . Cette valeur va dépendre de:

- La nature du problème (non-linéarités, etc) ;
- Le nombre de nœuds du maillage ;
- La méthode itérative utilisée.

Seule l'expérience numérique en faisant plusieurs tests pour un problème donné pourra permettre de dégager une valeur optimale entre assurer la convergence et augmenter sa vitesse.

ANNEXE C : PROPRIETES D'AIR A LA PRESSION ATMOSPHERIQUE

T	C_p	ρ	μ	ν	k	Pr
$^{\circ}\text{C}$	$\text{J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$	kg/m^3	$\text{kg/s}\cdot\text{m}$	m^2/s	$\text{W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$	
-40	1006.0	1.5141	15.17×10^{-6}	10.02×10^{-6}	0.02086	0.731
-30	1005.8	1.4518	15.69×10^{-6}	10.81×10^{-6}	0.02168	0.728
-20	1005.7	1.3944	16.20×10^{-6}	11.62×10^{-6}	0.02249	0.724
-10	1005.6	1.3414	16.71×10^{-6}	12.46×10^{-6}	0.02329	0.721
0	1005.7	1.2923	17.20×10^{-6}	13.31×10^{-6}	0.02408	0.718
10	1005.8	1.2467	17.69×10^{-6}	14.19×10^{-6}	0.02487	0.716
20	1006.1	1.2042	18.17×10^{-6}	15.09×10^{-6}	0.02564	0.713
30	1006.4	1.1644	18.65×10^{-6}	16.01×10^{-6}	0.02638	0.712
40	1006.8	1.1273	19.11×10^{-6}	16.96×10^{-6}	0.02710	0.710
50	1007.4	1.0924	19.57×10^{-6}	17.92×10^{-6}	0.02781	0.709
60	1008.0	1.0596	20.03×10^{-6}	18.90×10^{-6}	0.02852	0.708
70	1008.7	1.0287	20.47×10^{-6}	19.90×10^{-6}	0.02922	0.707
80	1009.5	0.9996	20.92×10^{-6}	20.92×10^{-6}	0.02991	0.706
90	1010.3	0.9721	21.35×10^{-6}	21.96×10^{-6}	0.03059	0.705
100	1011.3	0.9460	21.78×10^{-6}	23.02×10^{-6}	0.03127	0.704
110	1012.3	0.9213	22.20×10^{-6}	24.10×10^{-6}	0.03194	0.704
120	1013.4	0.8979	22.62×10^{-6}	25.19×10^{-6}	0.03261	0.703
130	1014.6	0.8756	23.03×10^{-6}	26.31×10^{-6}	0.03328	0.702
140	1015.9	0.8544	23.44×10^{-6}	27.44×10^{-6}	0.03394	0.702
150	1017.2	0.8342	23.84×10^{-6}	28.58×10^{-6}	0.03459	0.701
160	1018.6	0.8150	24.24×10^{-6}	29.75×10^{-6}	0.03525	0.701
170	1020.1	0.7966	24.63×10^{-6}	30.93×10^{-6}	0.03589	0.700
180	1021.7	0.7790	25.03×10^{-6}	32.13×10^{-6}	0.03654	0.700
190	1023.3	0.7622	25.41×10^{-6}	33.34×10^{-6}	0.03718	0.699
200	1025.0	0.7461	25.79×10^{-6}	34.57×10^{-6}	0.03781	0.699
210	1026.8	0.7306	26.17×10^{-6}	35.82×10^{-6}	0.03845	0.699
220	1028.6	0.7158	26.54×10^{-6}	37.08×10^{-6}	0.03908	0.699
230	1030.5	0.7016	26.91×10^{-6}	38.36×10^{-6}	0.03971	0.698
240	1032.4	0.6879	27.27×10^{-6}	39.65×10^{-6}	0.04033	0.698
250	1034.4	0.6748	27.64×10^{-6}	40.96×10^{-6}	0.04095	0.698
260	1036.5	0.6621	27.99×10^{-6}	42.28×10^{-6}	0.04157	0.698
270	1038.6	0.6499	28.35×10^{-6}	43.62×10^{-6}	0.04218	0.698
280	1040.7	0.6382	28.70×10^{-6}	44.97×10^{-6}	0.04279	0.698
290	1042.9	0.6268	29.05×10^{-6}	46.34×10^{-6}	0.04340	0.698
300	1045.2	0.6159	29.39×10^{-6}	47.72×10^{-6}	0.04401	0.698
310	1047.5	0.6053	29.73×10^{-6}	49.12×10^{-6}	0.04461	0.698
320	1049.9	0.5951	30.07×10^{-6}	50.53×10^{-6}	0.04521	0.698
330	1052.3	0.5853	30.41×10^{-6}	51.95×10^{-6}	0.04584	0.698
340	1054.4	0.5757	30.74×10^{-6}	53.39×10^{-6}	0.04638	0.699
350	1056.8	0.5665	31.07×10^{-6}	54.85×10^{-6}	0.04692	0.700

Tableau (C-1) : Propriétés d'air à la pression atmosphérique [30].

ANNEXE D : L'ORDRE DE PRECISION DE SCHEMA QUICK

On considère par exemple un maillage uniforme de la figure D-1.

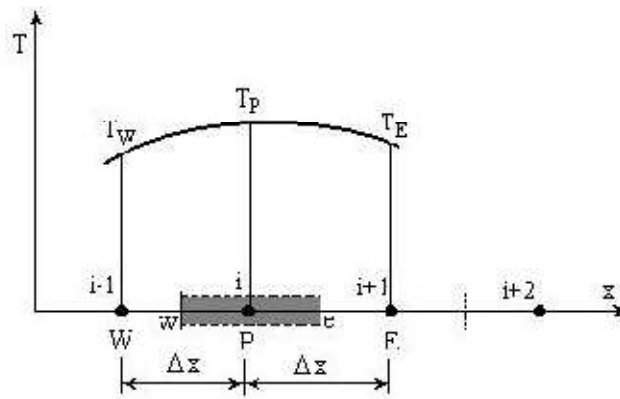


Figure D-1 : Maillage uniforme.

Pour une fonction $T(x)$ le développement en série Taylor de $T(x + \Delta x)$ autour du point i jusqu'à x est :

$$T(x + \Delta x) = T(x) + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_x \Delta x + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (\text{D. 1})$$

La précision peut être augmentée en utilisant un schéma de troisième ordre, comme le schéma QUICK (the **Q**uadratic **U**pstream **I**nterpolation for **C**onvective **K**inetics). Le schéma QUICK utilise les valeurs pondérées des trois points pour calculer la valeur de T_e à l'interface "e" :

$$T_e = \frac{3}{8}T_E + \frac{6}{8}T_P - \frac{1}{8}T_W \quad (\text{D. 2})$$

Le développement en série Taylor autour de l'interface "e" donne :

$$T_E = T_e + \left(\frac{1}{2}\Delta x\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_e + \frac{1}{2!}\left(\frac{1}{2}\Delta x\right)^2\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_e + O(\Delta x^3) \quad (\text{D. 3})$$

$$T_P = T_e - \left(\frac{1}{2}\Delta x\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_e + \frac{1}{2!}\left(-\frac{1}{2}\Delta x\right)^2\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_e + O(\Delta x^3) \quad (\text{D. 4})$$

$$T_W = T_e - \left(\frac{3}{2}\Delta x\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_e + \frac{1}{2!}\left(-\frac{3}{2}\Delta x\right)^2\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_e + O(\Delta x^3) \quad (\text{D. 5})$$

Si on fait le somme pondéré des équations ci-dessus,

$$(3/8) \times (\text{D.3}) + (6/8) \times (\text{D.4}) - (1/8) \times (\text{D.5}),$$

On obtient :

$$\frac{3}{8}T_E + \frac{6}{8}T_P - \frac{1}{8}T_W = T_e + O(\Delta x^3) \quad (\text{D.6})$$

Le schéma QUICK est un schéma de troisième ordre en précision.

ANNEXE E : LES PARAMETRES DE SOLUTION

Les paramètres de solution utilisés dans cette thèse montrée dans le tableau E-1:

Schémas de discrétisation	
Variables	Schéma de discrétisation
Pression	Body Force Weighted
Quantité de mouvement	QUICK
Energie	QUICK
Les facteurs de sous-relaxation	
Variables	Facteur de Sous-relaxation
Pression	0.3
Densité	1
Forces de volume	1
Quantité de mouvement	0.7
Energie	1
Traitement du couplage vitesse- pression	
Algorithme SIMPLE	

Tableau E-1 : Les paramètres de solution utilisés

RESUME

On étudie numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire ou dans une cabine de montage de composants électroniques. La source de feu est considérée comme étant située au mur inférieur avec différentes largeurs chauffées. Ce chauffage sera introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source va être variée de 20 à 80% de la largeur totale du mur inférieur. Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle 10^3 - 10^6 . Les fonctions de courant et les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra.

Mots clés: Convection naturelle laminaire, Enceinte carrée, Algorithme SIMPLE.

ABSTRACT

This study reports the results of a numerical investigation of laminar natural convection in a square enclosure with localized heating from below and symmetrical cooling from the vertical side walls. The present study simulates the case of an accidental heat generation due to fire in a typical isolated building of a nuclear reactor or electronic components cabin. The source of fire is considered to be centrally located at the bottom wall with different heated widths, which is assumed to be either isothermal or with isoflux. For the purpose of the analysis, the source length is varied from 20 to 80% of the total width of the bottom wall. The top wall and the unheated portion of the bottom wall are considered to be adiabatic, whereas sidewalls are isothermal. Steady forms of two-dimensional Navier–Stokes equations and conservation equations of mass and energy, are solved by the control volume based discretisation method employing the SIMPLE algorithm for pressure–velocity coupling. Rayleigh number Ra based on the enclosure height is varied from 10^3 to 10^6 . Stream lines and isotherms are presented for various combinations of Ra and the heated width. The results are also reported in the form of average and local Nusselt number on the heated wall. At the end of the study, correlations are established for predicting the heat transfer rate to the enclosure as a function of Rayleigh number and the adimensional heated length.

Keys words: Laminar natural convection, Square enclosure, SIMPLE algorithm.

ملخص

نقوم في هذه الدراسة بدراسة عددية لتبادل الحراري بالحمل الطبيعي الصفائحي داخل حجرة مربعة الشكل مع تسخين جزئي لسطح السفلي وتبريد لسطحين الجانبين للغرفة، هذه الدراسة تتعلق بحالة وقوع حادث حريق داخل بناء خاص بمفاعل نووي أو داخل حجرة تحتوي على مكونات الكترونية، يأخذ منبع الحرارة على شكل درجة حرارة ثابتة أو دفق حراري منتظم عند السطح السفلي، في نهاية هذا التحليل طول المنبع الحراري يكون محصور بين 20 إلى 80 % من الطول الكلي لسطح السفلي للغرفة، السطح العلوي والأجزاء الغير مسخنة من السطح السفلي تأخذ على أنها معزولة حرارياً، بينما السطحين الجانبين يكونان مبردين عند درجة حرارة ثابتة. الشكل الدائم لمعادلة نافي-ستوكس ثنائية الأبعاد ومعادلة إنحفاض الكتلة والطاقة يتم حلها بواسطة طريقة الأحجام المنتهية، خوارزمية سمبل تستخدم من أجل حل الترابط ضغط-سرعة. عدد رايلي يتغير بين 10^3 - 10^6 ، دوال التيار و الثوابت الحرارية تبين من أجل مختلف أعداد رايلي ومختلف الأطوال المسخنة، النتائج تبين أيضاً على شكل عدد نيسالت المحلي و الوسطي عند الطول المسخن. عند نهاية هذه الدراسة نستخرج علاقة الترابط لنسبة انتقال الحرارة نحو الحجرة بدلالة الطول المسخن الغير بعدي وعدد رايلي.

الكلمات المفتاحية : الحمل الطبيعي الصفائحي، حجرة مربعة، خوارزمية سمبل.