



N° d'ordre :96/DS/2020  
N° de série :03/GM/2020

## THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

Doctorat en sciences

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Génie Mécanique

**Etude hydrodynamique et thermique d'un écoulement en régime laminaire dans une conduite remplie par un milieu poreux**

Présenté par :

**Abdelkrim Bouaffane**

Soutenu le : 21 / 12 / 2020

**Devant le jury :**

**Président :**

Mr. A. BOUCHOUCHA      Prof. Université Frères Mentouri, Constantine1

**Rapporteur :**

Mr. K. TALBI      Prof. Université Frères Mentouri, Constantine1

**Examineurs :**

Mr. Z. NEMOUCHI      Prof. Université Frères Mentouri, Constantine1

Mr. N. BELGHAR      Prof. Université de Biskra

Mr. B. GUERIRA      MCA. Université de Biskra

**DEDICACE**

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Mes parents,*

*Mes frères,*

*Tous mes proches,*

*Tous mes amis,*

*Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.*

*Abdelkrim Bouaffane*

## REMERCIEMENTS

*Je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donnée la force et la patience de mener à bien ce modeste travail.*

*Je tiens à remercier sincèrement mon encadreur Monsieur **Kamel Talbi**, professeur à l'université frères Mentouri, constantine, pour m'avoir guidé et encouragé tout le long de cette recherche, pour ses conseils et pour ses aides appréciable, qui ont enrichi ce travail.*

*Je remercie vivement Monsieur **Ali Bouchoucha** professeur à l'université frères Mentouri, constantine, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de la soutenance*

*Je tiens également à adresser mes remerciements aux membres du jury de la soutenance, Monsieur **Z. Nemouchi** professeur à l'université Frères Mentouri, Constantine, Monsieur, **N. Belghar** professeur à l'université de Biskra, Monsieur **B. Guerira** MCA à l'université de Biskra pour leurs participations à l'évaluation de ce modeste travail.*

*Mes vifs remerciements s'adressent aussi à ma famille, spécialement mes parents de leur soutien inconditionnel, sans oublier mes proches et mes amis qui n'ont jamais cessé de m'encourager.*

## RESUME

Dans cette étude entreprise de simulation numérique concernant la convection forcée laminaire et stationnaire dans une conduite horizontale de section annulaire totalement remplie d'une matière poreuse, nous cherchons à résoudre ce phénomène physique par un ensemble d'équations mathématiques à savoir : l'équation de continuité, les équations de transport et les équations d'énergie. La mise en équations mathématiques de ce phénomène est régie par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le transfert de chaleur par convection est gouverné par le modèle de déséquilibre thermique (modèle LTNE). Pour cela, un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis a été développé utilisant l'algorithme SIMPLE.

Le travail analyse numériquement certains paramètres hydrodynamiques et thermique essentiel afin de choisir les facteurs utiles et prépondérants qui ont une influence directe sur l'écoulement. Par conséquent, L'œuvre réalisée est scindée en deux parties. La première partie de la simulation consiste à examiner les effets du nombre de Biot ( $Bi$ ), Reynolds ( $Re$ ), le rapport de conductivité thermique solide-fluide ( $Rc$ ) et de la porosité ( $\varphi$ ) sur l'intensité du déséquilibre thermique entre les deux phases par le calcul de la Différence Température Local 'DTL' et la Différence de Température Moyenne DTM entre la phase solide et fluide. Les résultats montrent que les températures des deux phases se rapprochent avec l'augmentation de Biot, diminution de  $Re$ , l'augmentation de  $Rc$ , et l'augmentation de la porosité. En plus, l'intensité du déséquilibre thermique dans la zone non établie est supérieure à celle de la zone établie. Enfin, il est difficile de parvenir à un équilibre thermique entre les phases solide et fluide sauf dans le cas des valeurs élevées du nombre de Biot. Par conséquent, l'utilisation du modèle d'équilibre thermique n'est pas convenable dans la plupart des cas. La deuxième partie de la simulation, consiste à tester numériquement les effets de Biot, le rapport de conductivité thermique solide-fluide ( $Rc$ ), porosité, rapport de rayons ( $Rr$ ) et le nombre de Reynolds sur la performance thermique. Les résultats obtenus illustrent alors que l'augmentation de Biot,  $Rc$ , la diminution de la porosité,  $Rr$  et  $Re$  représentent des bons facteurs pour améliorer la performance thermique.

**Mots clefs:** milieu poreux; convection forcée; déséquilibre thermique local; performance thermique; modèle de Darcy- Brinkman- Forchheimer.



## ABSTRACT

The present work involves the thermal numerical simulation of laminar forced convection inside an annular pipe completely filled porous material. The Darcy-Brinkman-Forcheimer- model is considered to describe the fluid transport in the porous media. The energy transport is simulated using the LTNE model: Local Thermal Non-Equilibrium between the fluid and the solid phases. The final form of the governing equations with their boundary conditions are transformed in dimensionless form and discretized by the finite volume method. SIMPLE algorithm was adopted to solve the set of algebraic discretized coupled equations. This work is divided in two parts:

In the first part, the effect of the pertinent dimensionless parameters which govern the study such as Biot number (Bi), Reynolds number (Re), solid-fluid thermal conductivity ratio (Rc) and porosity ( $\phi$ ) on the LTNE intensity are analyzed by calculating the local difference of temperature (LDT) and the average difference of temperature DMT. The results show that the increase of Biot number and the solid-fluid thermal conductivity ratio, porosity and the decrease of Re reduces the LTNE intensity. The intensity of the LDT in the developing region is greater than that of the fully developed region. It is difficult to achieve a thermal equilibrium between the solid and fluid phases except in the case of high values of the Bio number. Therefore, the use of the thermal equilibrium model is not suitable in most cases.

In the second part, the thermal performance is studied, the results illustrate that the increase of Bi, and Rc, and the decrease of porosity, Rr and Re represent good factors to improve the thermal performance.

**Keywords:** Porous medium; forced convection; local thermal non-equilibrium; Thermal performance; Darcy- Brinkman- Forchheimer model.

## ملخص

قمنا من خلال هذا البحث بدراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل القسري داخل أسطوانة أفقية ذات مقطع حلقي مملوءة بمادة مسامية. السريان في الوسط المسامي تم وصفه من خلال نموذج دارسي برينكمان فورشايمر. أما انتقال الحرارة بالحمل فتم وصفه من خلال نموذج بمعادلتين للطاقة معادلة للمائع المتحرك ومعادلة للمادة الصلبة. بعد ضبط المعادلات الحاكمة للظاهرة تم تحويل هذه المعادلات إلى الصورة اللابعدية لتتصف بالعموم و الشمول واستنباط الأعداد اللابعدية المؤثرة على موضوع الرسالة. قمنا بحل النموذج الرياضي باستخدام الطرق العددية المبنية على الأحجام المحددة مع الاعتماد على خوارزمية سيمبلر. في الجزء الأول من المحاكاة تم دراسة تأثير كل من عدد بيو ( $Bi$ ) ، عدد رينولدز ( $Re$ ) ، نسبة الناقلية الحرارية ( $Rc$ ) و المسامية ( $\phi$ ) على التوازن الحراري بين المادة الصلبة والمائع. النتائج بينت أن الزيادة في عدد بيو، المسامية، نسبة الناقلية الحرارية والنقصان في كل من عدد رينولدز يؤدي إلى نقصان شدة الفرق الموضعي والمتوسط في درجات الحرارة بين المادة الصلبة والمائع. كما تبين النتائج أن الفرق في درجات الحرارة بين المادة الصلبة والمائع في المنطقة التي في حالة التطور أكثر من المنطقة المتطورة. في الأخير نستخلص أن التوازن الحراري بين المادة الصلبة و المائع من الصعب تحقيقه ماعدا في حالة القيم الكبرى لعدد بيو وبالتالي فإن استخدام نموذج التوازن الحراري LTE لا يصلح في أغلب الحالات.

الجزء الثاني من المحاكاة يوضح تأثير كل من عدد بيو و عدد رينولدز ونسبة الناقلية الحرارية والمسامية ونسبة الأقطار ( $Rr$ ) على الأداء الحراري. النتائج أظهرت أن زيادة كل من عدد بيو ونسبة الناقلية الحرارية وانخفاض في كل من المسامية ونسبة الأقطار و عدد رينولدز تمثل عوامل جيدة لتحسين الأداء الحراري.

**الكلمات المفتاحية:** الحمل الحراري القسري، المادة المسامية، الأداء الحراري، دارسي برينكمان فورشايمر.



Résumé	IV
Abstract	IV
ملخص	IV
Liste des figures	IV
Liste des Tableaux	IV
Nomenclature	IV
Introduction générale	1
<b>Chapitre 1</b> <b>Généralités et Recherche Bibliographique</b>	
1.1 Introduction	3
1.2. Propriétés d'un milieu poreux	3
1.2.1 Porosité	3
1.2.2 Perméabilité	3
1.2.3 Surface spécifique	4
1.2.4 Volume élémentaire représentatif	4
1.2.5 Vitesse de Darcy et vitesse de pore	5
1.3 Loi appliquées dans les milieux poreux	6
1.3.1 Loi de Darcy généralisée	6
1.3.2 Formulation de Brinkman	7
1.3.3 Formulation de Forchheimer	7
1.4 Recherche bibliographique	8
<b>Chapitre 2</b> <b>Formulation mathématique</b>	
2.1 Introduction	31

<b>2.2 Définition du problème</b>	<b>31</b>
<b>2.3 Equations gouvernantes</b>	<b>32</b>
<b>2.3.1 Equation de continuité</b>	<b>32</b>
<b>2.3.2 Equations de quantité de mouvement</b>	<b>32</b>
<b>2.3.3 Equations de l'énergie</b>	<b>33</b>
<b>2.4 Hypothèses simplificatrice</b>	<b>34</b>
<b>2.5 Condition aux limites hydrodynamiques et thermiques</b>	<b>36</b>
<b>2.6 Adimensionnalisation des équations gouvernantes</b>	<b>36</b>
<b>2.7 Condition aux limites adimensionnelles</b>	<b>38</b>
<b>2.8 Critères de l'équilibre thermique solide-fluide</b>	<b>38</b>
<b>2.9. Performance thermique</b>	<b>39</b>
<b>2.10. Nombre de Nusselt local et moyen</b>	<b>39</b>
<b>2.11. Coefficient de pertes de charge local et moyen</b>	<b>41</b>
<b>Chapitre 3</b> <b>Résolution Numérique</b>	
<b>3.1 Introduction</b>	<b>42</b>
<b>3.2 Rappel sur la méthode des volumes finis</b>	<b>42</b>
<b>3-3 Maillage</b>	<b>43</b>
<b>3.3.1 Volume de contrôle typique</b>	<b>43</b>
<b>3.3.2 Volume de contrôle décalé</b>	<b>43</b>
<b>3.4 Généralisation du modèle mathématique</b>	<b>45</b>
<b>3.5 Discrétisation des équations gouvernantes</b>	<b>46</b>
<b>3.5.a Discrétisation de l'équation de continuité</b>	<b>47</b>
<b>3.5.b Discrétisation des équations d'énergie</b>	<b>47</b>
<b>3.5.c Discrétisation de l'équations de quantité du mouvement (oz)</b>	<b>51</b>
<b>3.5.d Discrétisation de l'équations de quantité du mouvement (or)</b>	<b>52</b>

3.6 Traitement du couplage vitesse-pression	54
3.7 Résolution du système d'équations	58
3.8 Critère de convergence	60
3.9. Choix du maillage	63
3.10. Validation numérique	63
<b>Chapitre 4</b> <b>Résultats et Discussions</b>	
4.1. Introduction:	66
4.2. Partie1 : Etude de l'équilibre thermique solide-fluide et la validité du modèle LTE	66
4.2.1. Effet du nombre de Biot sur l'équilibre thermique solide – fluide	69
4.2.2. Effet du nombre de Reynolds sur l'équilibre thermique solide – fluide	79
4.2.3. Effet du rapport de conductivité thermique sur l'équilibre thermique	84
4.2.4. Effet de la porosité sur l'équilibre thermique solide – fluide	84
4.3 Partie2 : Amélioration de la performance thermique	88
4.3.1. Effet du Biot sur Nusselt moyen et la performance thermique	88
4.3.2 Effet du rapport de la conductivité thermique sur la performance thermique	92
4.3.3 Effet de la porosité sur Nusselt moyen et la performance thermique	95
4.3.4 Effet du rapport des rayons sur Nusselt moyen et la performance thermique	98
<b>Conclusion Générale</b>	<b>101</b>
Références Bibliographiques	103

## LISTE DES FIGURES

Figure	Définition de la figure	Page
<b>Figure (1.1)</b>	Représentation schématique du volume élémentaire représentatif	5
<b>Figure (1.2)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Chikh et al, 1997)	9
<b>Figure (1.3)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Ould-Amer et al. 1998)	10
<b>Figure (1.4)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Alkam et al. 2001)	11
<b>Figure (1.5)</b>	Représentation schématique du modèle physique (A A Mohamad 2003)	12
<b>Figure (1.6)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Bogdan et al 2004)	13
<b>Figure (1.7)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Bogdan et al 2004)	14
<b>Figure (1.8)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Huang et al. 2005)	15
<b>Figure (1.9)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Nuri Yucel et al 2007)	15
<b>Figure (1.10)</b>	Représentation schématique du modèle physique (N. Targui et al 2008)	17
<b>Figure (1.11)</b>	Représentation schématique du modèle physique ( <b>Boubendir et al 2009</b> )	18
<b>Figure (1.12)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Felipe T et al <b>2010</b> )	19
<b>Figure (1.13)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Bensouici et Bessaïh, 2010)	20
<b>Figure (1.14)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Bernardo Buonomo et al 2014)	22
<b>Figure (1.15)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Fumei Rong et al, 2014)	24

<b>Figure (1.16)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Z.G. Xu et al 2018)	27
<b>Figure (1.17)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Zhang et al, 2018)	28
<b>Figure (1.18)</b>	Représentation schématique du modèle physique (M. Akbarzadeh et al, 2019)	29
<b>Figure (1.19)</b>	Représentation schématique du modèle physique (Peichao Li et al, 2019)	30
<b>Figure (2.1)</b>	Géométrie du problème étudié	32
<b>Figure (3.1)</b>	Volume de contrôle typique en 2D	43
<b>Figure (3.2)</b>	Volume de contrôle décalé vers la droite ( $VC_U$ )	44
<b>Figure (3.3)</b>	Volume de contrôle décalé vers le haut ( $VC_V$ )	44
<b>Figure (3.4)</b>	Algorithme SIMPLE	57
<b>Figure (3.5)</b>	Evolution des résidus en fonction des itérations pour $Da=10^{-2}$	61
<b>Figure (3.6)</b>	Evolution des résidus en fonction des itérations pour $Da=10^{-2}$	62
<b>Figure (3.7)</b>	Variation du Nusselt moyen en fonction des itérations	62
<b>Figure (3.8)</b>	Comparaison du nombre de Nusselt de la présente étude avec la solution de Salah	64
<b>Figure (4.1)</b>	Effet de Biot sur le champ de DTL pour : $Re=500$ , $Da=10^{-3}$ , $Pr=7$ , $Rc=250$ , $Cf=0,1$	71
<b>Figure (4.2)</b>	Effet de Biot sur les profils de DTL pour $Da=10^{-2}$	72
<b>Figure (4.3)</b>	Effet de Biot sur les profils de DTL pour $Da=10^{-3}$	73
<b>Figure (4.4)</b>	Effet de Reynolds sur le champ de DTL pour : $Pr=10$ , $Bi=1$ , $Da=10^{-3}$ , $Rc=250$ , $Cf=0,1$	76
<b>Figure (4.5)</b>	Effet de Reynolds sur les profils de DTL pour $Da=10^{-2}$	77
<b>Figure (4.6)</b>	Effet de Reynolds sur les profils de DTL pour $Da=10^{-3}$	78
<b>Figure (4.7)</b>	Effet du rapport de conductivité thermique sur le champ de DTL pour : $Re=1000$ , $Bi=1$ , $Da=10^{-3}$ , $Pr=7$ , $Cf=0,1$	81
<b>Figure (4.8)</b>	Effet du $Rc$ sur les profils de DTL pour $Da=10^{-2}$	82
<b>Figure (4.9)</b>	Effet du $Rc$ sur les profils de DTL pour $Da=10^{-3}$	83
<b>Figure (4.10)</b>	Effet de la porosité sur le champ de DTL pour : $Re=1000$ ,	85

	Bi=1, Rc=250, Da=10 <sup>-3</sup> , Pr=7, Cf=0,1	
<b>Figure (4.11)</b>	Effet du Rc sur les profils de DTL pour Da=10 <sup>-2</sup>	86
<b>Figure (4.12)</b>	Effet du Rc sur les profils de DTL pour Da=10 <sup>-3</sup>	87
<b>Figure (4.13)</b>	Effet de Biot sur Nusselt moyen : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	90
<b>Figure (4.14)</b>	Effet de Biot sur PTH : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	91
<b>Figure (4.15)</b>	Effet de Rc sur Num : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	93
<b>Figure (4.16)</b>	Effet de Rc sur PTH : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	94
<b>Figure (4.17)</b>	Effet de la porosité sur Num : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	96
<b>Figure (4.18)</b>	Effet de la porosité sur PTH : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	97
<b>Figure (4.19)</b>	Effet de Rr sur Num : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	99
<b>Figure (4.20)</b>	Effet de Rr sur PTH : (a) Da=10 <sup>-2</sup> , (b) Da=10 <sup>-3</sup>	100



**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau	Définition du tableau	Page
Tableau (2.1)	conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques	36
Tableau (2.2)	conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques adimensionnelles	38
Tableau (3.1)	forme générale des équations différentielles gouvernantes	45
Tableau (3.2)	Linéarisation du terme sources des équations d'énergie	49
Tableau (3.3)	la fonction $A( P )$ pour différents schémas	51
Tableau (3.4)	Valeurs de Nu dans une conduite annulaire sans matière poreuse	63
Tableau (3.5)	Valeurs de Nu dans une conduite annulaire remplie d'une matière poreuse pour $Re=500$ , $Pr=7$ , $Rc=250$ and $Da=10^{-3}$	63
Tableau (3.6)	Comparaison du nombre de Nusselt pour différentes perméabilités	64
Tableau (4.1)	valeurs de DTM pour $Re=500$ , $Da=10^{-2}$ , $Rc=250$ , $Pr=7$	67
Tableau (4.2)	valeurs de DTM pour $Re=1500$ , $Da=10^{-2}$ , $Rc=250$ , $Pr=7$	67
Tableau (4.3)	valeurs de DTM pour $Re=500$ , $Da=10^{-3}$ , $Rc=250$ , $Pr=7$	68
Tableau (4.4)	valeurs de DTM pour $Re=1500$ , $Da=10^{-3}$ , $Rc=250$ , $Pr=7$	68

## NOMENCLATURE

<i>Symbole</i>	<i>Définition</i>	<i>Unité</i>
$a_{sf}$	Surface spécifique	$[m^{-1}]$
$C_P$	Chaleur spécifique	$[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$
$C_F$	Coefficient du Forchheimer	$[-]$
DTL	Différence de température locale	$[-]$
DTM	Différence de température moyenne	$[-]$
$D_h$	Diamètre hydraulique	$[m]$
$f$	Coefficient des pertes de charge	$[-]$
$h$	Coefficient d'échange par convection	$[W/m^2.K]$
$h_{sf}$	Coefficient du transfert de chaleur interstitiel	$[W/m^2.K]$
$K$	Perméabilité	$[m^2]$
$L$	Longueur de la conduite	$[m]$
$L^* = L/D_h$	Longueur adimensionnelle de la conduite	$[-]$
LTE	Local thermal equilibrium	
LTNE	Local thermal non equilibrium	
$p$	Pression	$[Pa]$
P	Pression adimensionnelle	$[-]$
PTH	Performance thermique	$[-]$
$r$	Coordonnée radiale	$[m]$
$R = r/D_h$	Coordonnée radiale adimensionnelle	$[-]$
$r_{int}$	Rayon interne	$[m]$

$r_{ext}$	Rayon externe	[m]
$R_{int}=(r_{int}/D_h)$	Rayon interne adimensionnel	[-]
$R_{ext}=(r_{ext}/D_h)$	Rayon externe adimensionnel	[-]
$Rc = \lambda_s/\lambda_f$	Rapport de conductivité thermique solide-fluide	[-]
$Rr=r_{int}/r_{ext}$	Rapport de rayons	[-]
$t$	Temps	[s]
$T$	Température	[K]
$u, v$	Composantes de la vitesse	[m/s]
$U, V$	Composantes de la vitesse adimensionnelle	[-]
$z$	Coordonnée axiale	[m]
$Z= z/D_h$	Coordonnée axiale adimensionnelle	[-]
<b><i>Symboles grecs</i></b>		
$\mu$	Viscosité dynamique	[Kg/m .s]
$\nu$	Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Masse volumique	[Kg/m <sup>3</sup> ]
$\lambda$	Conductivité thermique	[W/m. k]
$\varphi$	porosité	[-]
$\phi$	Variable dépendante générale	[-]
$\theta$	Température adimensionnelle	[-]
<b><i>Nombre adimensionnelle</i></b>		
$Nu = hD_h/\lambda_f$	Nombre de Nusselt	[-]
$Re = \rho u_0 D_h/\mu$	Nombre de Reynolds	[-]
$Pr = \mu C_p/\lambda_f$	Nombre de Prandtl	[-]

$Da = K/D_h^2$	Nombre de Darcy	[-]
$Bi = h_{sf} a_{sf} D_h^2 / \lambda_s$	Nombre de Biot	[-]
<i>Indices</i>		
$f$	fluide	
$S$	solide	
$eff$	effective	



**INTRODUCTION**  
**GENERALE**

## INTRODUCTION GENERALE

Dans les dernières années, une grande attention est portée par les chercheurs sur les phénomènes des écoulements et du transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux. Cette attention n'est pas liée seulement aux considérations théoriques, mais concerne aussi de nombreuses applications industrielles où la compréhension et la maîtrise de ces phénomènes complexes dans les différents types des milieux poreux est indispensable pour atteindre des bons résultats. Le phénomène de la convection dans les milieux poreux est fréquemment rencontré dans la nature et dans certaines applications industrielles, telles que l'amélioration du coefficient d'échange global dans les échangeurs de chaleur, le refroidissement des instruments électroniques, l'extraction du pétrole et du gaz à travers le sol, l'irrigation, l'énergie géothermique, la conservation des aliments, filtration, isolation thermique et capteurs solaires etc....

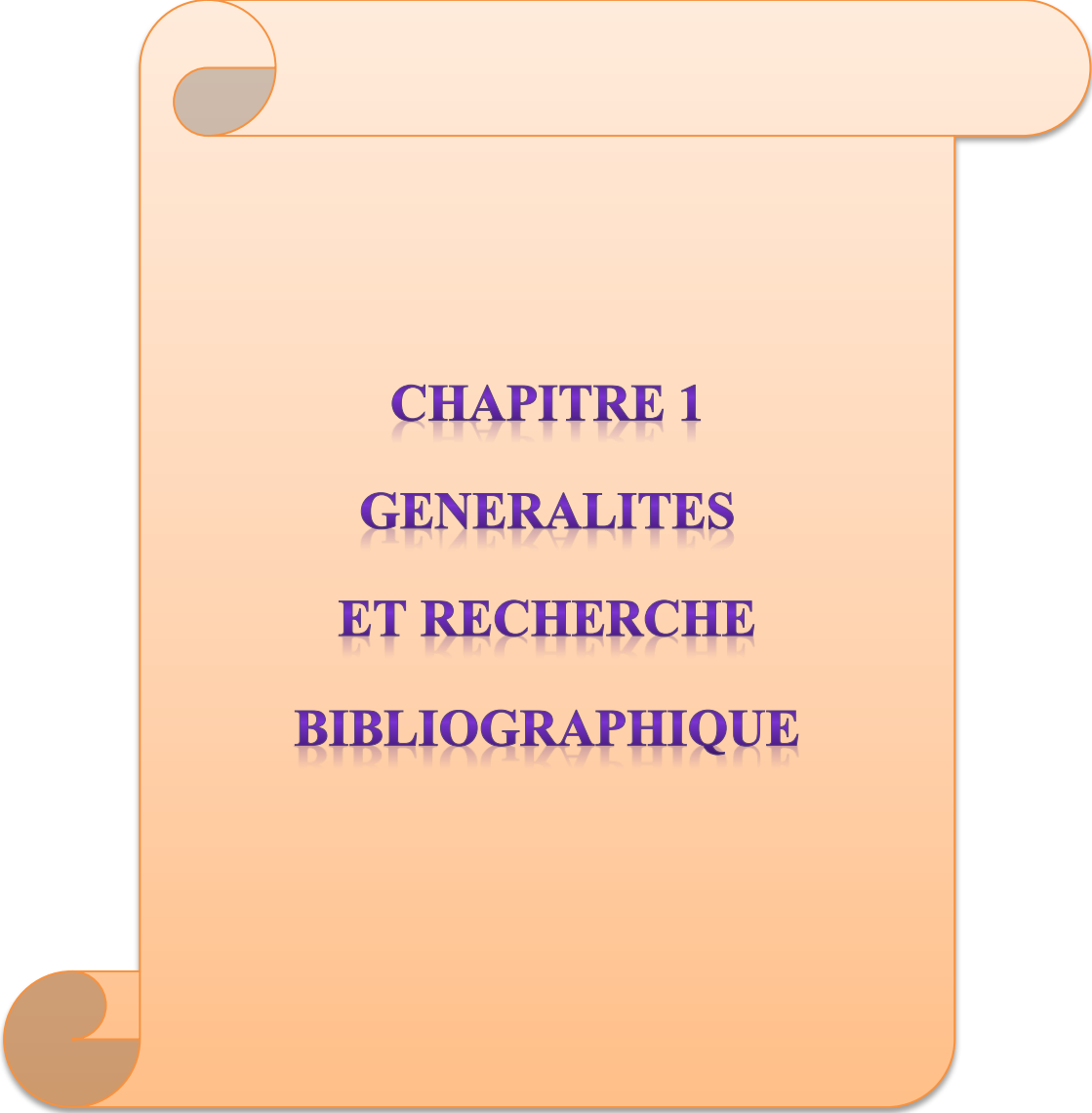
L'étude de la convection forcée dans les milieux poreux est basée sur deux modèles thermiques, le premier est appelé modèle LTE (Local Thermal Equilibrium), dans ce modèle on utilise une seule équation d'énergie pour les deux phases. Le deuxième est appelé modèle LTNE (Local Thermal Non Equilibrium), ce modèle se compose de deux équations d'énergie (une équation pour le solide et une autre pour le fluide).

L'utilisation de la matière poreuse dans les échangeurs de chaleur était un sujet de recherche attractif et demeure d'actualité. En plus, vue l'importance de ce sujet, cette étude est consacrée à une simulation numérique de la convection forcée laminaire dans une conduite horizontale de section annulaire remplie totalement d'une matière poreuse solide sous la condition du déséquilibre thermique local (Local Thermal Non Equilibrium LTNE) entre la phase solide et celle du fluide.

### **Art du travail:**

Ce travail cible deux objectifs principaux, le premier est d'effectuer une analyse sur la validité du modèle de l'équilibre thermique local 'LTE' (Local Thermal Equilibrium); dans ce cas, on montre l'influence des différents paramètres de calcul (hydrodynamique et thermique) sur l'équilibre thermique entre la phase solide et la phase fluide. Le deuxième objectif est l'amélioration du taux de transfert de chaleur convectif; dans ce cas, on montre l'effet des paramètres qui gouvernent le phénomène sur le nombre de Nusselt moyen et la performance thermique.

Le contenu de cette thèse est reparti sur quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les milieux poreux et ses caractéristiques, ainsi une recherche bibliographique récente sur la validité du modèle de l'équilibre thermiques et l'effet de la matière poreuse sur le taux de transfert de chaleur pour diverses configurations et conditions aux limites. Dans le deuxième chapitre nous présentons l'ensemble des équations régissant l'écoulement du fluide et le transfert de la chaleur et les conditions aux limites sous forme dimensionnelle et adimensionnelle. Dans le troisième chapitre, on expose la méthode numérique utilisée pour résoudre le champ thermique du phénomène physique à étudier. Pour cela, on exploite la méthode des volumes finis pour convertir les équations différentielles gouvernantes adimensionnelles obtenues dans le deuxième chapitre à des équations algébriques faciles à résoudre. Dans le dernier chapitre, nous présentons la validation du code développé pour le calcul numérique et les résultats obtenus et leurs interprétations. Finalement, on expose une conclusion générale sur notre étude qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques recommandations pour les études futures sont finalement émises.



**CHAPITRE 1**  
**GENERALITES**  
**ET RECHERCHE**  
**BIBLIOGRAPHIQUE**



## 1.1 Introduction

Un matériau poreux est constitué d'une matrice solide qui comporte des vides distribués de façons désordonnée ou ordonnée à travers lesquelles le fluide peut s'écouler. Ces espaces vides qui peuvent être connectés sont appelés pores. Dans le cas où les espaces vides sont remplies par la même phase (fluide ou gazeux), le milieu poreux est dit saturé par le fluide [1]. On rencontre plusieurs matériaux poreux dans la nature ou l'industrie, on peut distinguer deux formes de milieux poreux [2] :

- Les matrices solides non consolidées ou la phase solide est formée de grain (par exemple d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de sable, ..., etc.)
- Les matrices solides consolidées (par exemple les roches, le bois, ..., etc.)

Un milieu poreux est caractérisé principalement par, deux propriétés macroscopiques liées entre elles et qui sont la porosité et la perméabilité [2]. Dans ce qui suit nous présentons la définition de ces deux propriétés.

## 1.2 Propriétés d'un milieu poreux

### 1.2.1 Porosité

La présence de l'espace vide (pores) occupé par un fluide distribuée dans la matrice solide est caractérisée par la porosité du milieu poreux.  $V_s$ ,  $V_f$  dénotent le volume occupé par les phases solide et fluide respectivement. Nous définissons la porosité  $\phi$  du milieu poreux comme étant le rapport du volume des pores (fluide) au volume total  $V$  ( $V = V_f + V_s$ )

La porosité d'un milieu poreux notée  $\phi$  est définie comme suit [3] :

$$\phi = \frac{V_f}{V} = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (1.1)$$

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est souvent exprimée en pourcentage. Les valeurs de la porosité sont :

$$\begin{cases} \phi = 0 : & \text{solide pure} \\ 0 < \phi < 1 : & \text{milieu poreux} \\ \phi = 1 : & \text{fluide pure} \end{cases}$$

### 1.2.2 Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. La perméabilité notée  $K$  et dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la matrice solide [4]. La relation de Kozeny-Carmen (1937), donne une

estimation de la perméabilité  $K$  pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple :

$$K = \frac{D^2 \varphi^3}{36C_0(1 - \varphi)^2} \quad (1.2)$$

Où,  $D$  désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et  $C_0$  une constante dépendant de la forme des grains ( $3.6 < C_0 < 5$ ). Pour un écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible au sein d'une colonne poreuse constituée de particules sphériques, de diamètres  $D$  et soumise à un gradient de pression, l'équation de Kozney –Carmen devient comme suit:

$$K = \frac{D^2 \varphi^3}{150(1 - \varphi)^2} \quad (1.3)$$

Ce qui correspond à une valeur de  $C_0$  de la loi de Kozney – Carmen de 4.16.

### 1.2.3 Surface spécifique

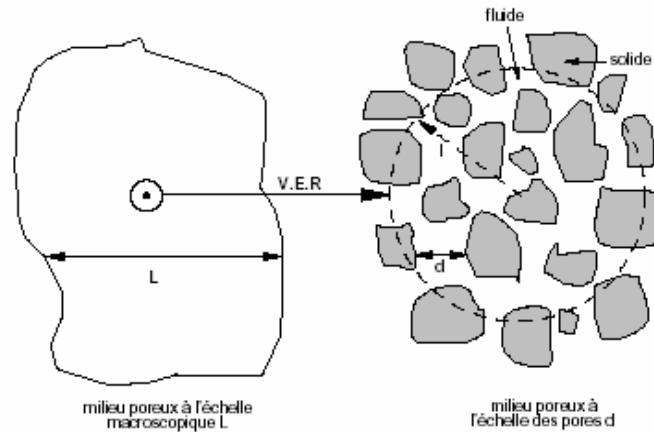
Comme la porosité, la surface spécifique [3] est une propriété géométrique importante du milieu poreux. On peut définir la surface spécifique  $a_{sf}$  comme le rapport entre l'aire de la surface totale de l'interface fluide -solide  $A_{sf}$  et le volume de l'échantillon  $V$ , soit :

$$a_{sf} = \frac{A_{sf}}{V} \quad (1.4)$$

Cette grandeur joue un rôle important dans les problèmes d'échange de chaleur entre le fluide et la matrice solide.

### 1.2.4 Volume élémentaire représentatif (V.E.R) :

Vu que les équations du mouvement dans les milieux poreux sont moyennées à travers des volumes, en introduisant la notion du volume élémentaire représentatif (V.E.R) qui consiste à associer à un point mathématique les propriétés d'un volume suffisamment représentatif pour définir ou mesurer les propriétés moyennes du milieu (Baer, 1972). Le V.E.R peut-être défini comme le fait de Marsily (1981): Il est suffisamment grand pour contenir un grand nombre de pores, de façon que l'on puisse y définir une propriété moyenne globale, et il est suffisamment petit pour que les variations de paramètres d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues. La taille du VER reste assez arbitraire [5]. Les dimensions caractéristiques de ce volume seront grandes par rapport à l'échelle de la taille des pores mais petites par rapport à l'encombrement de la matrice solide. La figure (1.1) illustre la taille intermédiaire  $l$  du volume élémentaire représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique  $L$  et à l'échelle des pores  $d$  [6].



**Figure (1.1):** Représentation schématique du volume élémentaire représentatif [6].

Le volume élémentaire représentatif doit respecter nécessairement les conditions suivantes :

- Les dimensions du V.E.R sont généralement grandes par rapport à la taille du grain.
- Les V.E.R doivent cependant être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues

### 1.2.5 Vitesse de Darcy et vitesse de pore

La vitesse de Darcy  $\langle U \rangle$  est appelée aussi vitesse de filtration et vitesse superficielle. La vitesse de Darcy représente la vitesse moyenne du fluide sur un volume élémentaire représentative de volume  $V$  occupé par une phase fluide de volume  $V_f$  et une phase solide de volume  $V_s$ . La vitesse de Darcy est définie comme suit :

$$\langle U \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_f} U dV \quad (1.5)$$

Avec  $V = V_f + V_s$

La valeur moyenne d'une propriété  $\Phi$  de l'écoulement dans les pores d'un volume élémentaire est définie par Vafai et Tien [7] comme suit :

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \Phi dV \quad (1.6)$$

$V_f$ : est le volume occupé par le fluide (volume des pores) dans le volume élémentaire

A partir de l'équation (1.6), on peut définir la vitesse du fluide dans les pores par la relation suivante :

$$\langle U \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} U dV \quad (1.7)$$

$\langle U \rangle^f$ : est connu par la vitesse du fluide dans les pores

Les équations (1.5) et (1.7) donnent une relation entre la vitesse de Darcy et la vitesse du fluide dans les pores :

$$\langle U \rangle^f = \frac{V}{V_f} \langle U \rangle \quad (1.8)$$

A partir de la définition de la porosité la relation (1.8) devient comme suit :

$$\langle U \rangle^f = \frac{\langle U \rangle}{\varphi} \quad (1.9)$$

On peut écrire l'équation sous une autre forme :

On peut écrire:

$$U_P = \frac{U_D}{\varphi} \quad (1.10)$$

$U_D$ : Vitesse de Darcy

$U_P$ : Vitesse du fluide dans les pores (vitesse interstitielle)

### 1.3 Lois appliquées dans les milieux poreux:

#### 1.3.1 Loi de Darcy généralisée [8]:

La dynamique des fluides homogènes dans les milieux poreux, est décrite par la loi de Darcy établie en 1856 sur des fondements expérimentaux. Cette loi, s'établie pour un écoulement unidirectionnel sur des colonnes de sables, a mis en évidence la proportionnalité du gradient de pression appliqué et le débit d'eau traversant la colonne de sable. La loi de Darcy même pour les écoulements multidirectionnels à travers un milieu poreux isotrope. Elle s'écrit comme suit:

$$\vec{v} P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (1.11)$$

Où  $\vec{V}$  est la vitesse de filtration,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $K$  est la perméabilité du milieu poreux et  $\vec{\nabla}P$  le gradient de pression.

### 1.3.2 Formulation de Brinkman

Brinkman en 1947 [1] a introduit dans la loi de Darcy, un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi de Stokes. Sa formule est donnée par :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\Delta\vec{V} \quad (1.12)$$

Cette formule est connue sous le nom de la formulation de Darcy-Brinkman. Le premier terme de droite de l'équation (1.12) est le terme de Darcy et le deuxième et appelé le terme de Brinkman. Cette formule (loi empirique) était justifiée, selon Brinkman, par le fait que, pour les faibles valeurs de la perméabilité  $K$ , l'équation (1.12) se transforme à la loi de Darcy, équation (1.11), Tandis que pour une perméabilité tend vers l'infini, on retrouve l'équation de Stokes. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu. En effet, cette grandeur est fonction non seulement de la porosité du milieu mais aussi de sa géométrie. Brinkman a assimilé la viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ( $\mu_{eff} = \mu$ )

### 1.3.3 Formulation de Forchheimer

Dans le cas d'un écoulement de faible intensité, l'équation de Darcy est suffisante pour décrire l'écoulement. En revanche, avec l'augmentation de la vitesse, l'effet inertiel, non linéaire devient important et l'équation de Darcy devient insuffisante pour décrire l'écoulement. Ward (1964) propose dans ce cas de remplacer l'équation de Darcy par l'équation :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} - \frac{\rho C_F}{\sqrt{K}}|\vec{V}|\vec{V} \quad (1.13)$$

Le premier terme de droite de l'équation est le terme de Darcy et le second terme est connu sous le nom de terme de Forchheimer,  $C_F$  étant une constante adimensionnelle. L'étude de Ward a montré que pour des vitesses relativement faibles, le terme de Darcy est prédominant, l'équation de Darcy constitue alors une bonne approximation de l'équation de Darcy-Forchheimer. En revanche, pour des vitesses d'écoulement assez élevées, le terme convectif de Forchheimer devient prépondérant [4] et [8].

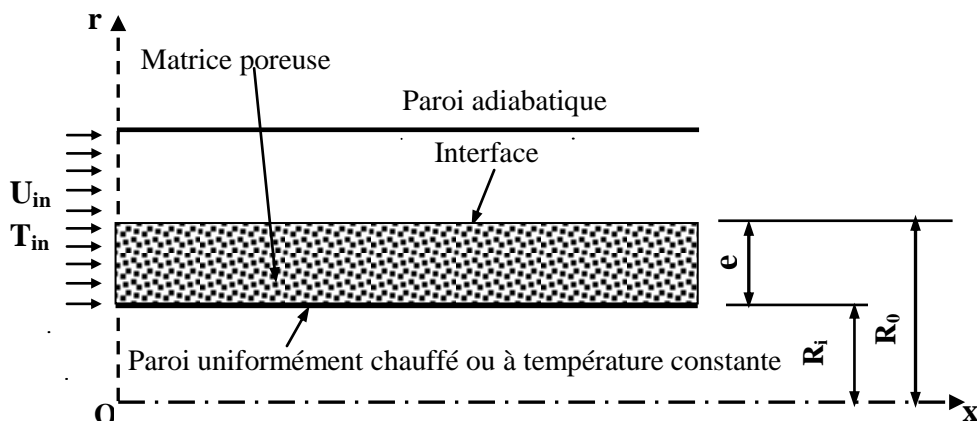
## 1.4 Recherche bibliographique

Ces dernières années, une grande attention est portée sur les écoulements et le transfert de chaleurs dans les milieux poreux. Cette attention est motivée par plusieurs applications industrielles dans plusieurs domaines comme le mécanique énergétique, agriculture, électronique et dans l'industrie pétrolière, etc. Nous présentons les résultats bibliographiques des études de la convection forcée dans les milieux poreux. Dans cette bibliographie, on s'est basée sur les études de l'équilibre thermique entre la phase solide et celle du fluide et les limites de la validité du modèle LTE. Ainsi, les travaux qui étudient l'effet de la matière poreuse sur l'amélioration du taux de transfert de chaleur par convection avec les deux modèles LTE et LTNE englobent l'expérimentation et les solutions analytiques, mais la simulation numérique reste le plus souvent l'outil indispensable pour la prédiction des solutions fiables et moins coûteuses.

**M. Kaviany [9]** a étudié un écoulement laminaire à travers un canal poreux limité par deux plaques parallèles maintenues à une température identique et uniforme par le modèle de Darcy modifié. Il a négligé le terme du carré de la vitesse dans l'équation de quantité de mouvement et le terme de conduction axiale dans l'équation d'énergie. Ses résultats montrent que le nombre de Nusselt, pour les champs complètement développés, augmente avec le paramètre de forme du milieu poreux  $q = (\phi W^2 / K)^{1/2}$ , où  $W$  est la largeur du canal,  $\phi$  la porosité et  $K$  la perméabilité. Les résultats montrent aussi que l'excès de la chute de pression, associée à la région d'entrée, décroît lorsque le paramètre  $q$  augmente.

**F.C. Chou et al [10]** ont présenté une étude numérique et expérimentale de la convection forcée non Darcienne dans des canaux carrés à lit fixe de sphères. Les résultats théoriques sont en accord avec les résultats expérimentaux et les valeurs du nombre de Nusselt complètement développé sont principalement influencées par l'effet de canalisation quand le nombre de Peclet est petit, mais la dispersion thermique devient dominante quand le nombre de Peclet est élevé. L'effet de la dispersion thermique sur le transfert de chaleur est plutôt faible dans la région proche de l'entrée, mais devient relativement significatif dans la région thermiquement établie. Le rapport du diamètre hydraulique équivalent au diamètre de la sphère affecte significativement le nombre de Nusselt quand le nombre de Peclet est élevé; cela est encore principalement dû à l'effet de la dispersion thermique.

**Salah Chikh et al [11]** ont étudié la convection forcée dans un espace annulaire partiellement ou totalement rempli d'une matière poreuse. Les deux types des conditions aux limites sont imposés sur le cylindre intérieur (température constante et une densité de flux constante), le cylindre extérieur est thermiquement isolé. Dans la couche poreuse déposée sur le cylindre intérieur, l'écoulement est modélisé par l'équation générale de Darcy-Brinkman-Forcheimer et les deux phases (solide-fluide) sont supposées en équilibre thermique local. Les effets de la perméabilité, de la conductivité thermique et de l'épaisseur du milieu poreux sur l'établissement du régime thermique sont étudiés. Les résultats montrent que la couche poreuse réduit la longueur d'établissement du régime thermique et le nombre de Nusselt dans la zone d'entrée. En régime établi, une augmentation du transfert de chaleur est obtenue lorsque l'épaisseur, la perméabilité et la conductivité thermique effective du milieu poreux sont convenablement choisies.



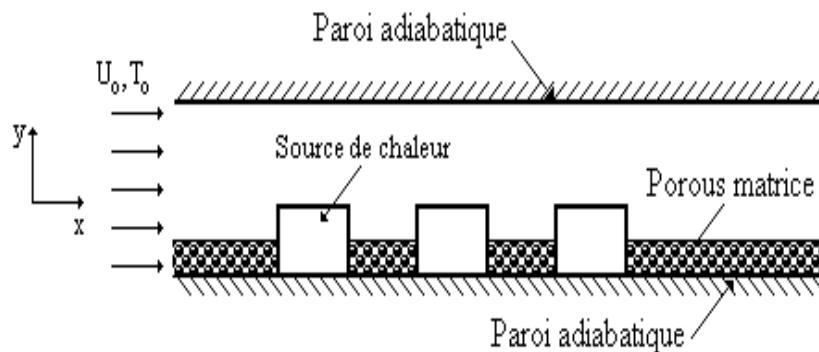
**Figure (1.2) :** Représentation schématique du modèle physique

(Chikh et al, 1997)

Le transfert de chaleur par convection forcée dans un canal rempli des particules sphériques métalliques a été étudié expérimentalement et numériquement par **Peixue Jiang [12]**. La section d'essai est de 58 mm x 80 mm x 5 mm, a été chauffée par une résistance électrique à plaque de 0,4 mm d'épaisseur. Le débit d'eau de refroidissement variait de 0,015 à 0,833 kg/s. La distribution locale de la température de la paroi a été mesurée avec les températures et les pressions d'entrée et de sortie du fluide. Les résultats illustrent l'augmentation du transfert de chaleur et l'augmentation de la perte de charge provoquée par le milieu poreux. Le coefficient de transfert de chaleur a été augmenté de 5 à 12 fois par les milieux poreux, avec une augmentation de la résistance hydraulique. Le nombre de Nusselt et le coefficient du transfert de chaleur augmentent avec la diminution du diamètre des particules, tandis que la chute de pression diminue avec l'augmentation du diamètre des particules. Il a été constaté que, pour

les conditions étudiées (metallic packed bed), l'effet de la dispersion thermique n'avait pas besoin d'être pris en compte dans le modèle physique, contrairement pour (non metallic packed bed), où la dispersion thermique est importante.

**Ould-Amer et al [13]** ont étudié numériquement l'effet de la matière poreuse sur le refroidissement des sources de chaleur (blocs chauds) par convection forcée laminaire dans un canal à plaques parallèles figure (1. 3). L'écoulement dans le milieu poreux est modélisé par le modèle Darcy- Brinkman – Forchheimer. Les équations de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont résolues numériquement par une procédure basée sur le volume de contrôle. Le nombre local de Nusselt aux parois des blocs, le nombre moyen de Nusselt et la température maximale dans les blocs sont examinés pour une large gamme de nombres de Darcy et du rapport de conductivité thermique. Les calculs sont d'abord effectués pour un seul bloc, puis pour des blocs montés uniformément. Les résultats montrent que l'insertion d'un matériau poreux entre les blocs peut améliorer le taux de transfert de chaleur sur les côtés verticaux des blocs. Bien que la matrice poreuse réduise le coefficient de transfert de chaleur sur la face horizontale, des augmentations significatives du nombre moyen de Nusselt (jusqu'à 50%) sont prévues et les températures maximales à l'intérieur des blocs chauffés sont réduites par rapport au cas de l'écoulement dans le canal sans matière poreuse.



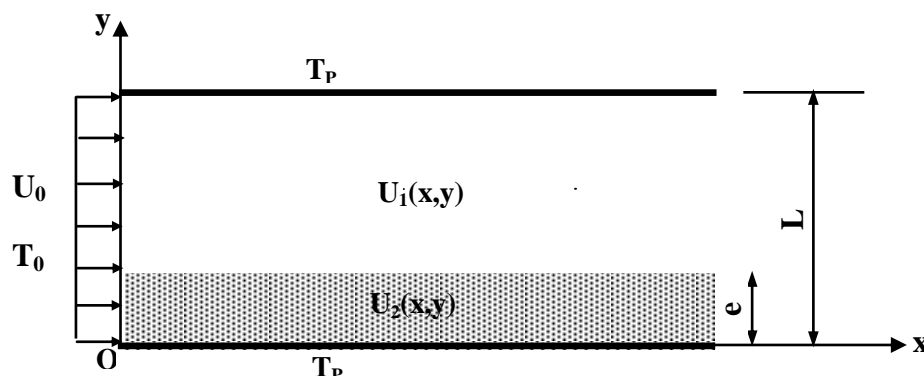
**Figure (1.3) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Ould-Amer et al, 1998)

**Pei-Xue Jiang et al [14]** ont étudiés expérimentalement le transfert thermique par convection forcée dans un canal plan rempli de verre, de particules sphériques d'acier inoxydable ou de bronze. La section d'essai était de (58 × 80 × 5 mm) avec l'eau comme un fluide de fonctionnement. La distribution de la température locale de la paroi a été mesurée par les températures et les pressions de fluide d'entrée et de sortie. Les matériaux poreux ont considérablement augmentés le coefficient de transfert thermique bien que la résistance



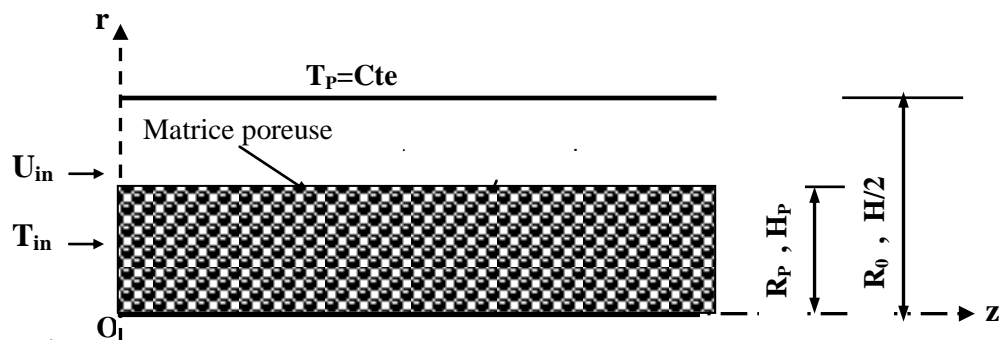
hydraulique ait été augmentée encore plus. Les effets du diamètre de particule, de la conductivité thermique de particule et de la vitesse du fluide ont été examinés pour la gamme de conductivité thermique (de 75.3 W/mK) pour le bronze à 0.744 W/(mK) pour le verre) et pour trois tailles nominales de la particule (0.278, 0.428 et 0.7mm). Le taux de l'écoulement de l'eau de refroidissement dans le canal est de 0.01568 à 0.1992 kg/s. Le coefficient de transfert thermique et le nombre de Nusselt sont accrus avec la diminution de diamètre de la particule en bronze, mais diminues avec la diminution de diamètre de la particule de verre. Ils sont également élevés avec l'augmentation de la conductivité thermique du matériau emballé.

**Alkam M et al [15]** ont étudié le problème de convection forcée dans un canal bidimensionnel à substrat poreux déposé sur la paroi inférieure du canal. Le fluide pénètre le canal avec une vitesse  $U_0$  et une température  $T_0$ . Le modèle de Darcy-Brinkman- Forchheimer est employé à modéliser l'écoulement à l'intérieur du domaine poreux. Le milieu poreux est supposé homogène, isotrope, consolidé, saturé par un fluide avec les propriétés thermiques invariables. Le fluide est homogène, incompressible et en équilibre thermique local avec la matrice solide. Cette étude indique les effets de l'épaisseur de la couche poreuse, le nombre de Darcy, le rapport de conductivité thermique du substrat poreux, sur le transfert thermique. Les résultats prouvent que pour un nombre de Darcy inférieur à  $10^{-4}$ , on peut éliminer l'effet du coefficient à inertie microscopique tandis que pour grand coefficient à inertie microscopique, plus grand que  $10^3$ , l'effet du nombre de Darcy est insignifiant. Le transfert thermique peut être augmenté en utilisant des insertions à grande conductivité thermique, un nombre décroissant de Darcy, et un coefficient d'inertie microscopique croissant. Le remplissage total du canal par le substrat poreux donne une valeur maximale du nombre de Nusselt.



**Figure (1.4) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Alkam et al, 2001)

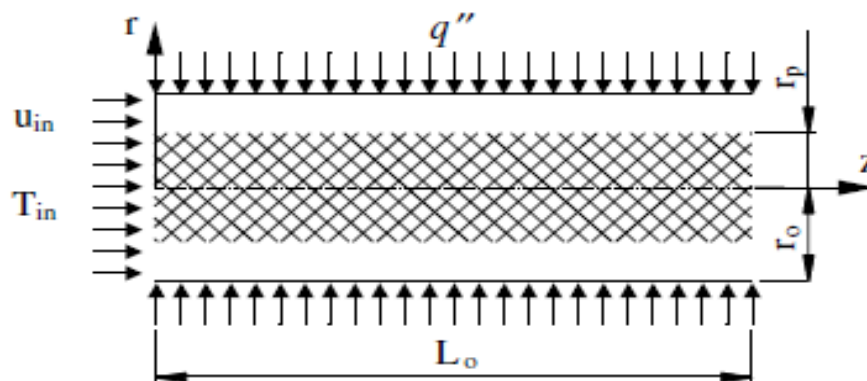
A A Mohamad [16] a étudié l'amélioration du transfert de chaleur pour un écoulement laminaire incompressible dans une conduite (tube ou canal) complètement ou partiellement rempli d'un milieu poreux homogène. Les effets de l'épaisseur de la couche poreuse sur le taux de transfert de chaleur et la chute de pression ont été étudiés. Le nombre de Darcy (perméabilité) varie de  $10^{-6}$  à 10. Les conditions d'étude couvrent la zone établie et la zone non établie. L'effet de la variation du terme d'inertie (terme de Forchheimer) est également étudié et il s'avère que le terme d'inertie n'est pas important pour  $Da < 10^{-4}$  dans la gamme des paramètres étudiés. Le remplissage partiel de la conduite avec un milieu poreux présente deux avantages: il améliore le taux de transfert de chaleur, et la chute de pression est bien inférieure à celle d'une conduite entièrement remplie d'un milieu poreux.



**Figure (1.5) :** Représentation schématique du modèle physique  
(A A Mohamad, 2003)

L'écoulement à travers une surface libre d'un milieu poreux a été étudié numériquement par Alazmi et Vafai [17]. Les effets de paramètres pertinents tels que la porosité du milieu poreux, nombre de Darcy, nombre de Reynolds, diamètre des particules et le rapport de conductivité thermique solide/fluide sur les caractéristiques dynamique et thermique de l'écoulement sont analysés et discutés. Ils ont montrés que les effets de la porosité variable peuvent être assez importants au voisinage des frontières solides. Il est également montré que la dispersion thermique a un effet substantiel sur le processus du transport thermique. La LTNE entre les deux phases s'avère plus prononcée lorsque l'effet de dispersion thermique est inclus. Changements de la porosité, nombre de Darcy, nombre de Reynolds et le diamètre des particules sur le transport à la surface libre sont caractérisées et quantifiées. Par conséquent, la négligence de ces effets peut conduire à des estimations inexacts sur problème de la surface libre.

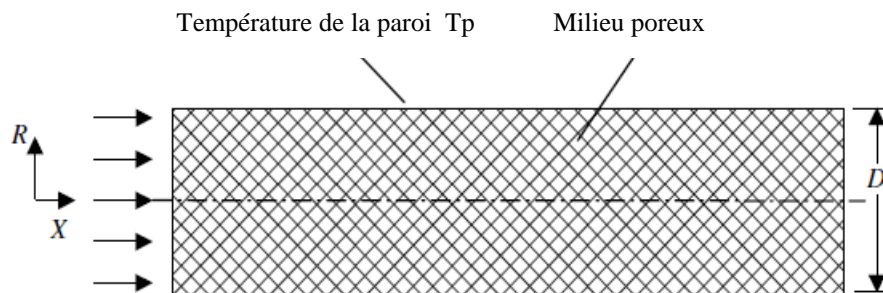
**Bogdan et al [18]** ont étudié expérimentalement et numériquement la convection forcée permanente dans une conduite cylindrique partiellement et complètement remplie par un milieu poreux. La surface latérale de la conduite est exposée à une densité de flux constante. Les résultats obtenus montrent que l'amélioration du transfert de chaleur peut être obtenue en utilisant des inserts poreux de diamètres proches au diamètre de la conduite. Pour un diamètre constant du milieu poreux, une amélioration supplémentaire peut être obtenue en utilisant un milieu poreux avec une porosité plus petite et une conductivité thermique plus élevée. Il est nécessaire de tenir compte que l'augmentation du diamètre de la matière poreuse a un effet positif sur le transfert de chaleur et un impact négatif sur la chute de pression, par conséquent sur la puissance de pompage. Les principaux mécanismes identifiés comme étant la base de l'amélioration du transfert de chaleur lors de l'utilisation de matériaux poreux sont les suivants: redistribution du débit, modification de la conductivité thermique et amélioration du transfert de chaleur radiatif. En conclusion, il convient de souligner l'importance de la détermination expérimentale des caractéristiques du matériau poreux pour faire une simulation numérique réussie.



**Figure (1.6) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Bogdan et al, 2004)

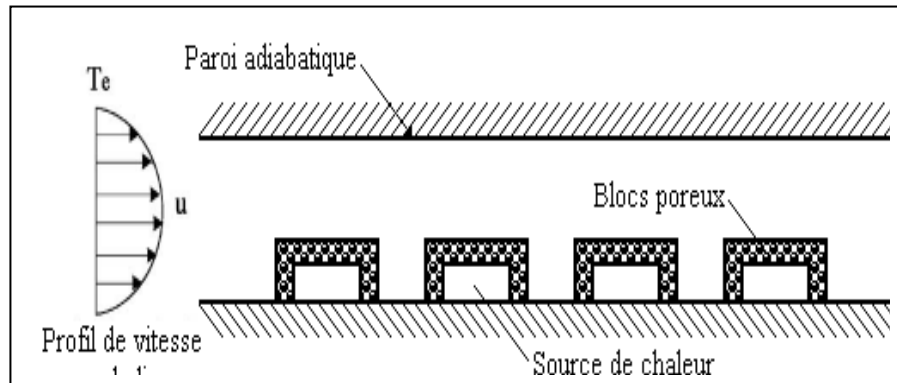
**Khashan et al [19]** ont étudié numériquement la convection forcée en régime permanent dans un tube rempli d'un milieu poreux saturé par un fluide Newtonien. Le modèle de deux équations d'énergies a été considéré pour la simulation thermique. La paroi du tube est maintenue à une température constante. Le calcul numérique est basé sur la méthode des volumes finis. L'objectif principal de la présente étude était d'examiner la validité de l'hypothèse d'équilibre thermique local (LTE) en faisant varier un certain nombre de paramètres adimensionnels tels que le nombre de Peclet, le nombre de Biot, le rapport de conductivité thermique, nombre de Reynolds et nombre de Darcy. Les résultats ont indiqué que la diminution du nombre de Peclet et l'augmentation du nombre de Biot étendent la

validité LTE sur la région LTNE. De plus, l'augmentation du rapport efficace de conductivité thermique fluide-solide s'est avérée étendre la région LTNE. L'hypothèse LTE pourrait être assez difficile pour les applications concernant les tubes courts et/ou les grands diamètres de tube. L'utilisation d'un faible nombre de Reynolds, d'un grand coefficient sans dimension de Forchheimer et d'un faible nombre de Darcy s'est avérée qu'ils améliorent la condition de validité du LTE, car les écoulements à faible vitesse bénéficieraient d'une communication thermique suffisante entre les phases fluide et solide.



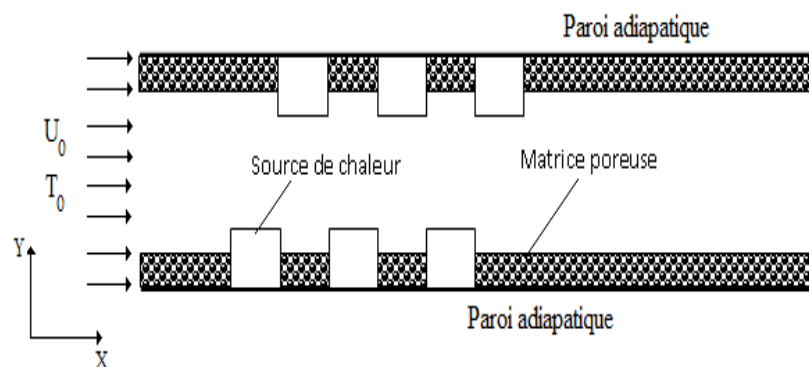
**Figure (1.7) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Bogdan et al, 2004)

Une étude numérique a été réalisée par **Huang et al [20]** pour améliorer le refroidissement de plusieurs sources de chaleur (blocs chauds) dans un canal par des couverts poreux. L'écoulement dans la région fluide est régi par l'équation de Navier–Stokes, le modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer est utilisé dans la région poreuse. Cette étude détaille les effets des variations du nombre de Darcy, du nombre de Reynolds, du coefficient inertiel et de deux paramètres géométriques pertinents, pour illustrer des résultats fondamentaux et pratiques importants. Les résultats montrent que la recirculation de l'air (tourbillons) causée par les couches poreuses améliorera considérablement le taux de transfert de chaleur sur les faces supérieure et verticales du deuxième bloc et des blocs suivants. La comparaison du nombre de Nusselt moyen avec et sans couvert poreux pour les quatre blocs montre clairement qu'une augmentation significative du refroidissement des blocs peut être obtenue grâce à des couverts poreux de taille finie.



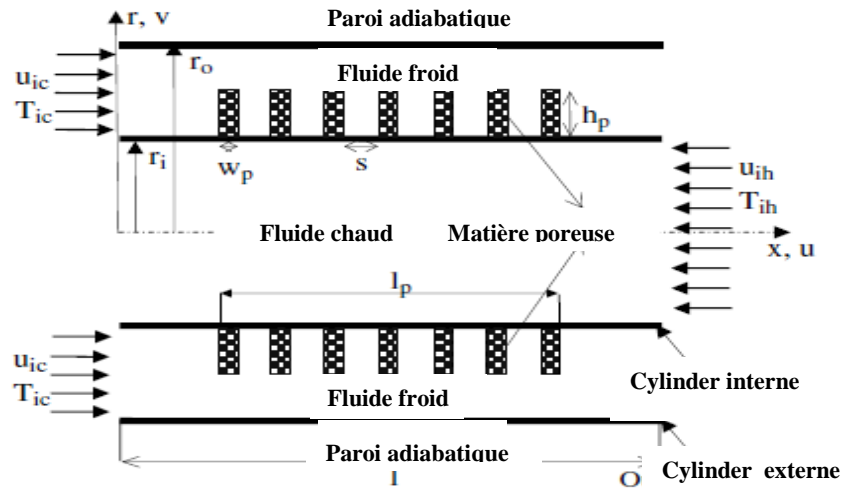
**Figure (1.8) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Huang et al, 2005)

Une étude numérique bidimensionnelle de la convection forcée laminaire pour le refroidissement des sources de chaleur montées sur une paroi adiabatique dans un canal à plaques parallèles a été faite par **Nuri Yucel et al [21]**. L'effet de l'insertion d'une matrice poreuse entre les blocs (sources de chaleur) sur le transfert de chaleur est considéré. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour modéliser l'écoulement à l'intérieur du domaine poreux. Le calcul numérique est basé sur l'algorithme SIMPLE et les distributions de la température et de la vitesse pour un écoulement incompressible, laminaire et stationnaire sont obtenues avec des conditions aux limites appropriées. Le nombre de Nusselt locale au niveau des parois des blocs, le nombre de Nusselt moyen et la température maximale dans les blocs sont examinés pour différents nombres de Reynolds, des nombres de Darcy, et les épaisseurs de la couche poreuse. Les résultats montrent que le transfert de chaleur peut être amélioré en utilisant des inserts poreux de conductivité thermique élevée. Avec l'insertion des sources de chaleur et de la matrice poreuse, la chute de pression augmente rapidement le long du canal avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

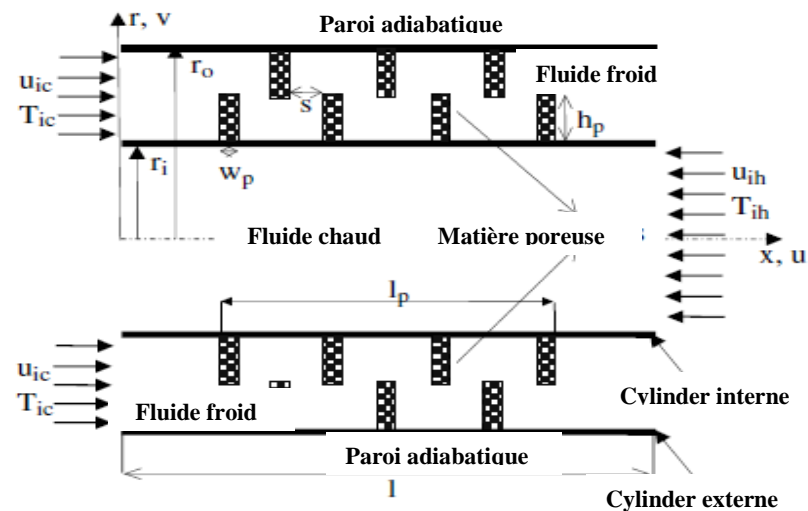


**Figure (1.9) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Nuri Yucel et al, 2007)

**N. Targui et al [22]** ont étudié numériquement les caractéristiques de l'écoulement et de transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur à double tube avec des chicanes poreuses insérées dans l'espace annulaire dans deux configurations: sur le cylindre intérieur (configuration **A**) et sur les deux cylindres de manière échelonnée (configuration **B**). L'écoulement dans les régions poreuses est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer et la méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes. Les effets de plusieurs paramètres tels que le nombre de Darcy, l'épaisseur et l'espacement des chicanes poreuses et le rapport de conductivité thermique sont considérés afin de rechercher les propriétés les plus appropriées des structures poreuses qui admettent une amélioration optimale du transfert de chaleur. On constate que les taux de transfert de chaleur les plus élevés sont obtenus lorsque les structures poreuses sont fixées comme présentées dans la configuration **B**, en particulier à faible espacement et à forte épaisseur.



(a) Configuration 'A'



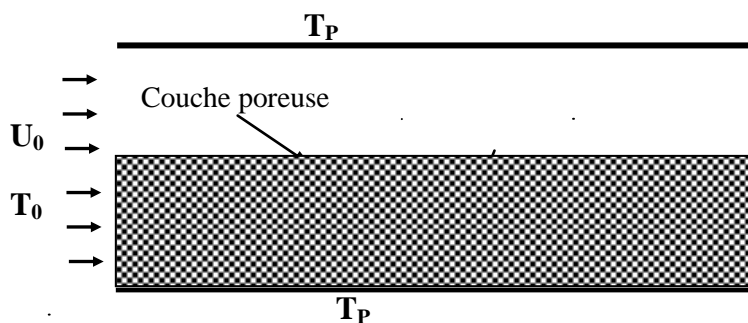
(b) Configuration 'B'

**Figure (1.10) :** Représentation schématique du modèle physique  
 (a) Configuration 'A', (b) Configuration 'B' (N. Targui et al, 2008)

**Marcelo et al [23]** ont effectué une investigation numérique sur la convection forcée en régime laminaire dans une couche poreuse limitée par deux plaques planes. Les termes d'inertie de Forchheimer et de Navier-Stokes ainsi que le terme visqueux de Brinkman ont été considérés, la condition du déséquilibre thermique LTNE entre les deux phases est utilisée pour cette simulation. Les résultats simulent les effets du nombre de Reynolds  $Re$ , de la porosité, de la taille des particules et du rapport de conductivité thermique solide-fluide sur le nombre de Nusselt qui est défini pour les phases solide et fluide. Les résultats montrent que

les grandes valeurs de Reynolds, les faibles porosités, les faibles diamètres de particules et de les faibles rapports de conductivité thermique favorisent l'équilibre thermique entre les deux phases et conduisent à des valeurs plus élevées de nombre de Nusselt.

L'objet de l'étude de **Boubendir et al [24]** est de caractériser le transfert de chaleur d'un écoulement turbulent dans un échangeur à plaques, muni d'une couche poreuse. Les parois sont maintenues à une température constante. Par ailleurs, l'écoulement est régi par les équations classiques de conservation (masse, énergie) et notamment l'équation moyennée de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La résolution des équations obtenues a été effectuée numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité ainsi que la conductivité thermique effective sur l'écoulement et le transfert thermique. Par ailleurs, il a été constaté que l'énergie cinétique turbulente est fortement influencée par la perméabilité et l'épaisseur de la couche poreuse. En outre un autre résultat substantiel a été étudié, il s'agit du rapport des conductivités thermiques car il a été constaté que ce rapport améliore notablement le transfert de chaleur sous certaines conditions.

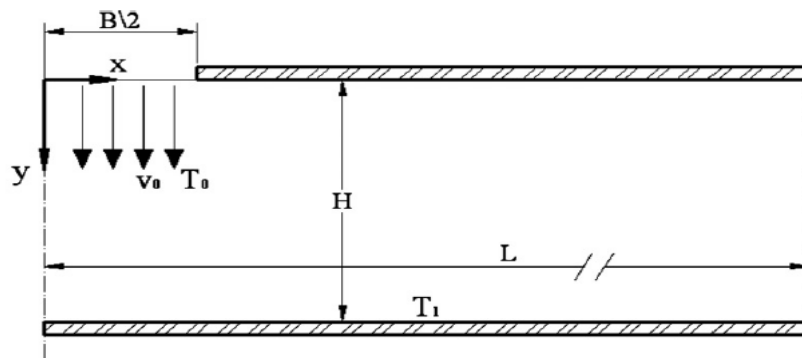


**Figure (1.11):** Représentation schématique du modèle physique  
(Boubendir et al, 2009)

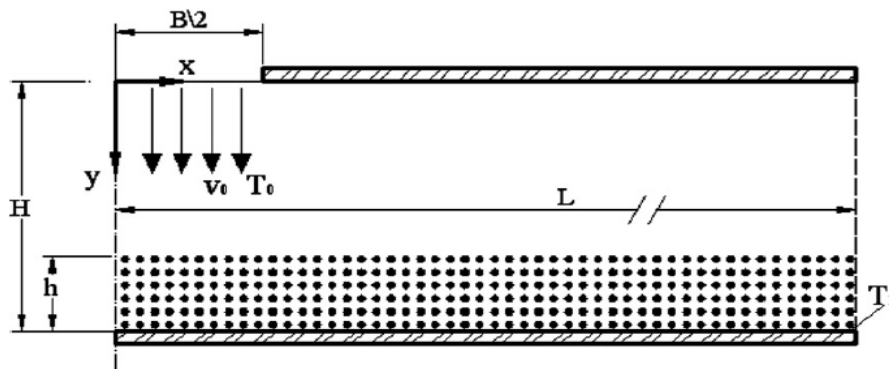
**Felipe T et al [25]** présentent dans leur étude des simulations numériques d'un jet laminaire sur une plaque plane pour deux cas différents. Le premier cas, jet sans matière poreuse, tandis que le deuxième cas présente un jet sur une plaque recouverte d'une couche poreuse. Deux modèles macroscopiques sont utilisés pour analyser le transport d'énergie, le modèle (LTE) qui est basé sur l'équilibre thermique local et le modèle du déséquilibre thermique (LTNE). L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour gérer le couplage pression-vitesse. Des paramètres tels que la porosité, l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité du matériau et le rapport de conductivité thermique ont été modifiés afin d'analyser leurs effets sur l'écoulement et le



transport de chaleur. Les résultats indiquent que la porosité a un effet très important sur le refroidissement de la matrice solide. Pour les couches poreuses plus minces, le champ d'écoulement se rapproche de celui d'un canal vide avec une grande bulle de recirculation attachée à l'entrée du jet. Pour des rapports  $(\lambda_s/\lambda_f)$  élevés, les niveaux de température restent élevés en phase solide, par conséquent les températures du fluide augmentent, en outre, épaississant de la couche limite thermique au niveau de la paroi. Ils ont prouvés que l'utilisation du modèle LNTE indique qu'il est avantageux d'utiliser une couche de matériau hautement conducteur et très poreux fixée à la paroi chaude.



(a) 1<sup>er</sup> cas : Jet sans matière poreuse



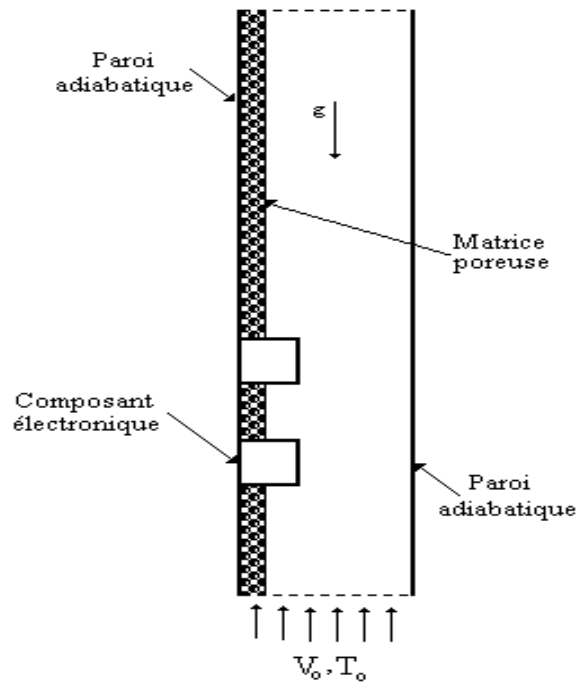
(b) 2<sup>eme</sup> cas : Jet avec matière poreuse

**Figure (1.12) :** Représentation schématique du modèle physique

(a) 1<sup>er</sup> cas, (b) 2<sup>eme</sup> cas (Felipe T et al, 2010)

**Pei-Xue Jiang [26]** a étudié numériquement l'écoulement du fluide et du transfert de chaleur par convection dans un canal de plaque rempli de particules métalliques ou non métalliques. La simulation a été effectuée par l'utilisation du modèle d'équilibre thermique local (LTE) et le modèle de déséquilibre thermique (LTNE). Les résultats de la simulation numérique sont comparés avec ses résultats expérimentaux et un nouveau modèle de conductivité de dispersion thermique modifié est présenté. Les effets de l'hypothèse d'équilibre thermique local par rapport au modèle LTNE et l'effet de dispersion thermique sur le transfert de chaleur par convection sont étudiés. Le modèle est approprié LTNE pour les milieux poreux non métalliques ou métalliques. La distribution de vitesse et les champs de température sont présentés.

**Bensouici et al [27]** ont examiné le refroidissement par convection mixte de deux sources de chaleur identiques monté dans un canal vertical par l'utilisation d'une matrice poreuse. L'écoulement est régi par l'équation de Navier-Stokes dans la région fluide et par l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans la région poreuse, et le champ thermique par l'équation d'énergie. Les effets du nombre de Richardson, le numéro de Darcy, la conductivité thermique et l'épaisseur de la matrice poreuse pour le transfert sur l'écoulement et le transfert de chaleur ont été étudiés. Les résultats montrent qu'un meilleur refroidissement est obtenue pour le canal complètement rempli d'une matière poreuse, à l'exception des composants, avec le nombre de Richardson ( $Ri=Gr/Re^2=0,25$ ),  $Gr=10^4$  et  $Re=200$ , et pour tous les nombres de Darcy ( $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$ ). Ils ont observé aussi que, pour  $Gr/Re^2=20$ , où l'effet de la flottabilité est plus forte, le nombre de Nusselt moyen avec l'insertion de la matrice poreuse est plus élevée que sans matrice poreuse pour tous les nombres de Richardson ( $Ri=0,25, 1, 10$  et  $20$ ). Par conséquent, nous pouvons économiser l'énergie du ventilateur. Enfin, l'insertion de la matrice poreuse à conductivité thermique élevée améliore le refroidissement des sources de chaleur.



**Figure (1.13) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Bensouici et Bessaih, 2010).

Une investigation numérique sur l'amélioration ou le ralentissement du taux de transfert de chaleur par convection mixte dans un cylindre vertical annulaire rempli de milieu poreux saturé a été faite par **Ahmed et al [28]**. L'étude thermique est basée sur le modèle du déséquilibre thermique entre la phase fluide et la phase solide (modèle LTNE). La surface intérieure du cylindre annulaire est maintenue à une température constante, tandis que la surface externe reste à température ambiante. Les équations différentielles partielles régissant sont résolues par la méthode des éléments finis. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt du fluide diminue légèrement avec l'augmentation de nombre du Péclet. Aussi, ils ont remarqué que le nombre de Nusselt du solide augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique. Ils ont prouvé que le taux du transfert de chaleur total augmente avec l'augmentation du nombre de Peclet.

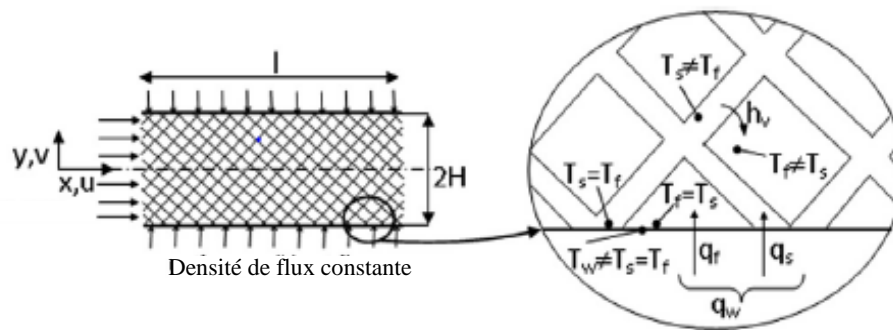
L'effet de l'insertion d'une matière poreuse sur le taux du transfert de chaleur par convection forcée dans un tube circulaire est étudié numériquement par **Mehdi M et al [29]**. Deux configurations sont envisagées: un matériau poreux est inséré au centre du tube et un matériau poreux de forme annulaire est fixé à la paroi intérieure. L'écoulement à l'intérieur du matériau poreux est modélisé par le modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer. Les effets de l'épaisseur du matériau poreux, du nombre de Darcy et de la conductivité thermique sur le nombre de

Nusselt sont étudiés. Dans la première configuration, l'augmentation de l'épaisseur augmente le nombre de Nusselt, et la valeur de l'épaisseur du matériau poreux qui donne des valeurs maximales du nombre de Nusselt varie de 0,8 à 0,95 lorsque la valeur du nombre de Darcy diminue de  $10^{-3}$  à  $10^{-6}$ . Dans la deuxième configuration, pour de faibles valeurs de conductivité thermique, l'augmentation de l'épaisseur matériau poreux diminue le nombre de Nusselt, et l'épaisseur qui atteint le plus petit nombre de Nusselt varie de 0,6 à 0,85 lorsque la valeur du nombre de Darcy diminue de  $10^{-3}$  à  $10^{-6}$ . Cependant, pour des valeurs élevées de conductivité thermique, l'augmentation de l'épaisseur du milieu poreux augmente le nombre de Nusselt. Pour une chute de pression raisonnable, l'épaisseur optimale de matériau poreux se révèle être de 0,6 (60% du rayon du tube), ce qui maximise le nombre de Nusselt dans la première configuration et le minimise dans la seconde configuration.

**Gazy F et al [30]** ont effectué une étude numérique sur la convection forcée laminaire autour d'un cylindre circulaire noyé dans un milieu poreux homogène et isotope confiné par deux parois imperméables, horizontales et isothermes. Le fluide entrant et les parois ont la même température  $T_0$  et le cylindre a une température  $T_h$  ( $T_h > T_0$ ). Le modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer et le modèle thermique LTNE sont résolus numériquement à l'aide de la méthode des éléments spectraux. Des solutions numériques obtenues sur une large gamme de paramètres sans dimension représentatifs sont utilisées pour présenter les conditions dans lesquelles l'hypothèse d'équilibre thermique local peut ou ne peut pas être employée. Pour un écoulement régulier (sans oscillations), les circonstances d'un nombre de Reynolds plus élevé, d'un nombre de Prandtl plus élevé, d'un nombre de Darcy plus faible, d'une résistance à l'écoulement de frottement microscopique et macroscopique plus faible, un nombre de Biot inférieur, un rapport conductivité thermique solide-fluide inférieur, un rapport de diamètre cylindre-particules inférieur et une porosité inférieure, sont identifiés comme des circonstances défavorables pour réaliser l'équilibre thermique local (LTE). Pour un écoulement oscillatoire, le degré de LTNE peut être diminué à mesure que l'amplitude de pulsation augmente ou que la fréquence de pulsation diminue.

**Bernardo Buonomo et al [31]** ont étudiés analytiquement la convection forcée pleinement développée, dans un micro canal rempli d'un milieu poreux, sous la condition du déséquilibre thermique (LTNE). L'analyse est réalisée en régime permanent pour les écoulements gazeux raréfiés entre deux plaques parallèles avec flux de chaleur assigné. Le modèle de Darcy Brinkman est pris en compte dans l'équation de quantité de mouvement et deux équations d'énergie sont utilisées pour évaluer les températures solides et fluides. L'analyse de

génération d'entropie est effectuée et le nombre total de génération d'entropie est évalué en fonction des différents paramètres adimensionnels. Les résultats sont rapportés en termes de nombres de Nusselt moyens, de profils de température sans dimension et de nombre de génération d'entropie totale en fonction du nombre de Biot ( $Bi$ ), du rapport de conductivité thermique effective, du nombre de Darcy ( $Da$ ). Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente à mesure que  $Bi$  augmente et atteint des valeurs asymptotiques. Le nombre total de génération d'entropie en fonction de  $Da^{0.5}$  présente des valeurs minimales par rapport à  $Bi$  et au rapport de conductivité thermique effective.

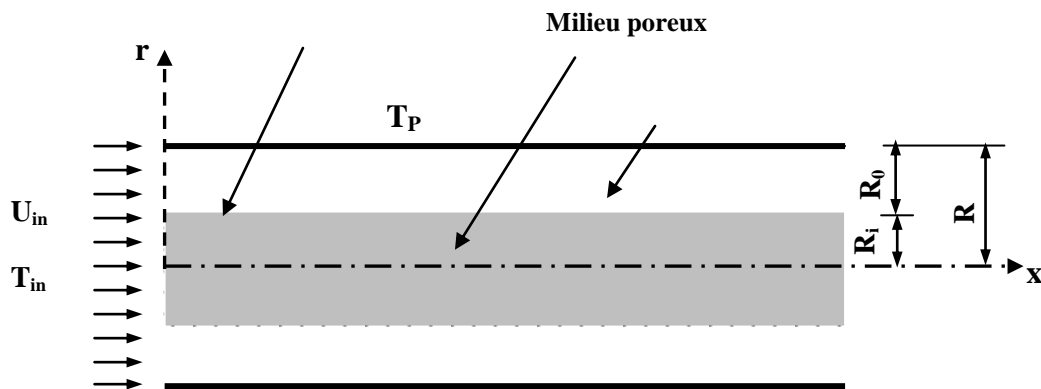


**Figure (1.14) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Bernardo Buonomo et al, 2014).

**Yasser Mahmoudi et al [32]** ont examinés numériquement l'amélioration du transfert de chaleur dans un tube partiellement rempli d'un milieu poreux. L'écoulement à l'intérieur du matériau poreux est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer et le modèle LTNE est employé pour modéliser le transfert de chaleur dans la phase solide et fluide. Les effets de différents paramètres tels que le coefficient d'inertie ( $F$ ), le nombre de Darcy, le rapport de conductivité, la porosité et le diamètre des particules sur la validité de l'équilibre thermique local (LTE) sont étudiés. Le rayon optimal de la couche poreuse pour l'amélioration du transfert de chaleur une chute de pression raisonnable est déterminée. Les résultats indiquent que pour  $Da < 10^{-3}$ , le nombre de Nusselt est indépendant de ( $F$ ). Cependant, pour  $Da > 10^{-3}$ , lorsque  $F$  augmente, le nombre  $Nu$  calculé augmente. Le rayon optimal de la couche poreuse (à laquelle le transfert de chaleur est plus élevé) est inversement proportionnelle au nombre de Darcy. Les résultats montrent aussi que pour les valeurs élevées de Darcy, l'augmentation du coefficient d'inertie ( $F$ ) entraîne la diminution de la différence de température entre les deux phases. De plus, pour les faibles nombres de Darcy, le coefficient d'inertie ( $F$ ) n'a aucune influence sur la différence de température entre les deux phases.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection forcée dans une conduite partiellement remplie d'un milieu poreux est simulée numériquement par **Fumei Rong et al [33]**. Le milieu poreux est supposé homogène, isotrope et saturé d'un fluide monophasique. La paroi est maintenue à une température constante et l'équilibre thermique local entre les deux phases est considéré. Les effets de plusieurs paramètres, tels que l'épaisseur de la couche poreuse, le nombre de Darcy et la porosité sur les caractéristiques dynamiques et thermique de l'écoulement sont analysée. Les résultats numériques montrent que l'insertion d'un milieu poreux peut améliorer efficacement sur le transfert de chaleur, cependant, la résistance à l'écoulement augmente. Cela suggère que l'amélioration du transfert de chaleur et la réduction de la résistance à l'écoulement sont contradictoires, nous devons donc équilibrer les deux effets pour obtenir une performance thermique optimale dans la pratique. Les résultats ont montré ce qui suit:

- L'insertion du milieu poreux dans la conduite peut améliorer l'effet de transfert de chaleur par rapport à une conduite sans matière poreuse lors de la sélection des valeurs des paramètres qui gouvernent le phénomène.
- Si l'épaisseur du milieu poreux est bien contrôlée dans une certaine plage, la valeur de la performance est supérieure à 1. Cela signifie que l'effet du transfert de chaleur est plus évident que celui de la résistance à l'écoulement, c'est une technologie d'échange de chaleur souhaitable.
- Lorsque le nombre de Darcy diminue, la vitesse dans le milieu poreux diminue et la vitesse entre le milieu poreux et la paroi de la conduite augmente, dans ce cas, le gradient de température varie rapidement près de la paroi et cette variation peut obtenir une bonne efficacité d'échange thermique. De plus, le bon choix des paramètres qui affectent sur le phénomène donne des meilleures performances lorsque le nombre  $Da=10^{-3}$ .
- L'efficacité d'échange thermique augmente avec l'augmentation de la porosité. Cependant, les différences de nombre Nu, de la résistance à l'écoulement et de la valeur de la performance thermique causées par la variation de la porosité ne sont pas significatives.



**Figure (1.15) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Fumei Rong et al, 2014).

La mousse d'aluminium est favorable dans les applications thermiques modernes en raison de sa conductivité thermique élevée et de sa grande surface spécifique (surface de contact avec le fluide). **Wamei Lin et al [34]** ont examiné l'utilisation de la mousse d'aluminium poreuse avec deux modèles thermiques: modèle de l'équilibre thermique local (LTE) et le modèle du déséquilibre thermique local (LTNE). Des simulations tridimensionnelles ont été effectuées sur l'écoulement laminaire (zone de la mousse poreuse) et sur l'écoulement turbulent (zone fluide). Les résultats obtenus montrent que les nombres moyens et locaux de Nusselt des deux modèles LTNE et LTE peuvent atteindre les mêmes nombres de Nusselt à l'intérieur de la mousse d'aluminium lorsque la vitesse de l'air est élevée, ce qui signifie que la mousse d'aluminium est dans un état d'équilibre thermique avec l'air. En outre, un coefficient de transfert de chaleur interfacial élevé est requis pour que la mousse d'aluminium atteigne un état d'équilibre thermique lorsque la hauteur de la mousse d'aluminium est réduite. Cette étude indique que le modèle LTE peut être appliqué pour prédire la performance thermique à des vitesses de fluide élevées ou dans le cas d'une grande hauteur

**Maziar Dehghan [35]** ont étudiés analytiquement le transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur d'un canal rempli d'un milieu poreux dont les parois sont imposées à un flux de chaleur constant. La loi de Darcy et le modèle de deux équations d'énergie (c'est-à-dire le modèle de déséquilibre thermique, LTNE) sont considérés. La différence de température entre les phases fluide et solide (appelée intensité LTNE) est obtenue analytiquement. Les résultats concernant l'intensité du LTNE sont comparés aux modèles disponibles de la condition aux limites thermiques des iso-flux. Les résultats montrent que la

différence de température entre les deux phases diminue avec l'augmentation du Biot et Le rapport de conductivité thermique effective fluide-solide.

**Maziar Dehghan et al [36]** ont effectué une étude du transfert de chaleur par convection forcée dans la zone d'entrée (écoulement non établi) à l'intérieur d'un canal rempli d'un matériau poreux sous la condition du déséquilibre thermique (LTNE). Les générations de chaleur interne au sein des phases solide et fluide sont prises en compte. Les parois du canal sont soumises à un flux thermique constant. Des solutions analytiques sont développées pour la différence de température entre les phases solide et fluide ainsi que le nombre de Nusselt local dans le milieu poreux. Les effets de paramètres pertinents tels que la longueur axiale sans dimension, le nombre de Biot, le rapport de conductivité thermique effective et les paramètres de génération de chaleur sans dimension sur le nombre de Nusselt sont discutés. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt et la longueur d'entrée thermique augmentent avec l'augmentation du rapport de conductivité thermique. On constate que le nombre de Nusselt et la longueur d'entrée thermique diminuent avec l'augmentation de la génération de chaleur interne de la phase solide. En outre, On observe que le nombre de Nusselt et la longueur d'entrée thermique sont moins sensibles à la génération de chaleur interne solide à des nombres élevés de Biot. Enfin, on constate que lorsque le rapport de conductivité thermique effective tend vers l'infini, la longueur d'entrée thermique tend vers zéro pour les nombres de Biot élevés.

Le but de l'étude de **Pedram K [37]** est d'utiliser une nouvelle configuration de milieux poreux dans un échangeur de chaleur dans un système CHFS (Continuous Hydrothermal Flow Synthesis) pour améliorer le transfert de chaleur et minimiser la longueur requise de l'échangeur de chaleur. Pour atteindre cet objectif, de nombreuses simulations numériques sont effectuées pour étudier les performances du système avec des milieux poreux. La simulation numérique de l'échangeur de chaleur dans le système CHFS est validée par des données expérimentales. Ensuite, des milieux poreux sont ajoutés au système et six épaisseurs différentes sont examinées pour obtenir l'épaisseur optimale basée sur la longueur minimale requise de l'échangeur de chaleur. Enfin, l'effet du débit, de la température d'entrée du produit et le débit d'eau de refroidissement sur la longueur minimale requise de l'échangeur de chaleur pour diverses conditions d'entrée est évalué. Les recherches indiquent que l'utilisation de milieux poreux avec une épaisseur appropriée dans l'échangeur de chaleur augmente le taux de refroidissement du produit de près de 40% et réduit la longueur requise de l'échangeur de chaleur d'environ 35%. Les résultats montrent également que l'épaisseur la plus appropriée du



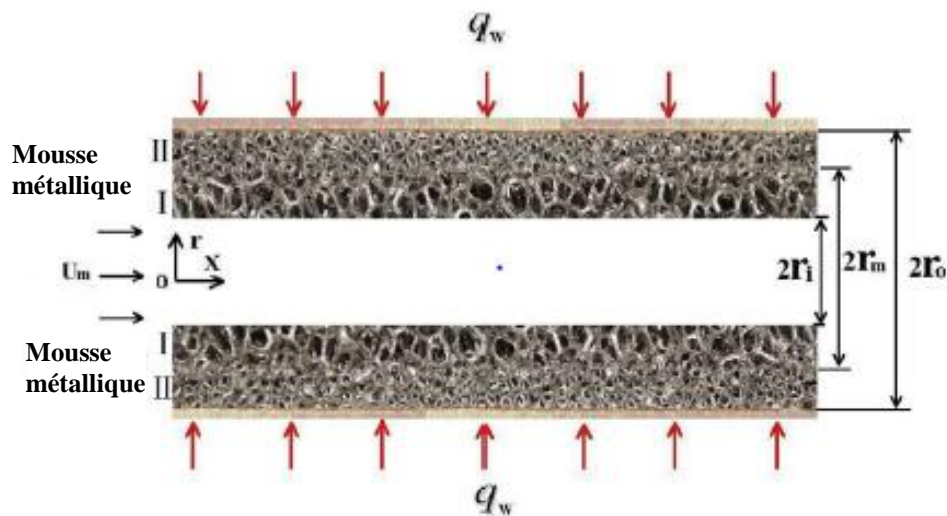
milieu poreux est approximativement égale à 90% de l'épaisseur du tube. Les résultats de cette étude ont conduit à la conception d'un échangeur de chaleur poreux dans un système CHFS pour diverses conditions d'entrée.

Dans l'article de **Milad Tajik et al [38]**, la convection forcée dans un tube rempli de milieux poreux est étudiée analytiquement sur la base des méthodes de perturbation. La conductivité thermique du milieu est supposée comme une fonction linéaire du rayon. Le modèle de Darcy- Brinkman – Forchheimer et le modèle d'équilibre thermique local (LTE) sont appliqués pour les équations de quantité de mouvement et d'énergie. Des expressions analytiques pour le profil de température et le nombre de Nusselt en fonctions du paramètre de forme du milieu poreux ' $S$ '  $S = \sqrt{\varphi/Da}$  et du paramètre de variation de conductivité thermique sont introduites. Les résultats montrent que :

- Le nombre de Nusselt augmente avec une augmentation linéaire de la conductivité thermique du milieu.
- L'augmentation du paramètre de forme du milieu poreux ' $S$ ' n'a aucun effet observé sur la forme de la distribution de la température, mais sa valeur à la ligne centrale augmente.
- Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du paramètre de variation de conductivité thermique. Cela signifie que le transfert de chaleur global augmente avec l'amélioration de la conductivité thermique.
- Les profils de température sans dimension diminuent avec ' $S$ ' et cette baisse est plus évidente surtout pour les faibles valeurs de ' $S$ '.

Les mousses métalliques de type (GMF: Gradient Metalic Foam) sont de nouvelles structures poreuses et ont un grand effet sur la performance du transfert de chaleur. **Z.G. Xu et al [39]** ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection forcée complètement développé dans des tubes partiellement remplis par la matière poreuse GMF. La surface intérieure des tubes est soumise à un flux thermique constant. Dans la région du GMF, le modèle de Darcy-Brinkman et le modèle thermique de deux équations d'énergies (LTNE) sont utilisés pour prédire les caractéristiques dynamique et thermique de l'écoulement. Distribution de vitesse, profil de température, coefficient des pertes de charges et Le nombre de Nusselt dans des tubes GMF partiellement remplis par la mousse métallique poreuse est calculé. Les résultats montrent que les performances de transfert de chaleur et la résistance à

l'écoulement due à la matière GMF dépend fortement de la porosité, de la densité des pores et de l'épaisseur du GMF



**Figure (1.16) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Z.G. Xu et al, 2018).

Une analyse du transfert de chaleur thermique sous la condition LTNE a été réalisée par **Zhang et al [40]** pour le cas de la convection forcée de l'air dans des canaux remplis de mousse métallique et de particules. Une expression analytique générale a été obtenue pour évaluer les nombres de Nusselt pour les écoulements complètement développés soumis à un flux de chaleur constant, qui peut être utilisé pour étudier les performances de transfert de chaleur de divers milieux poreux sous une puissance de pompage égale. Des évaluations des performances ont été faites pour les mousses métalliques d'aluminium de porosité varie entre 0,85 et 0,95 et de rapport de diamètre de pore sur la demi-hauteur de canal varie entre 0,01 et 0,20, ainsi que pour différents diamètres des particules d'aluminium ou le rapport du diamètre de la particule sur la demi-hauteur varie entre 0,01 et 0,20. Il a été constaté que le modèle d'équilibre thermique local conduit à une surestimation du nombre de Nusselt dans la plage de puissance de pompage modérée, en particulier lorsque la mousse métallique à grand diamètre de pore est utilisée pour remplir le canal. L'analyse a révélé que dans la plage modérée de la puissance de pompage, la performance thermique s'améliore pour la mousse métallique de porosité faible, tandis que dans la plage de puissance de pompage élevée, les grands diamètres de particules offre des performances de transfert de chaleur plus élevées en raison de la dispersion thermique améliorée.

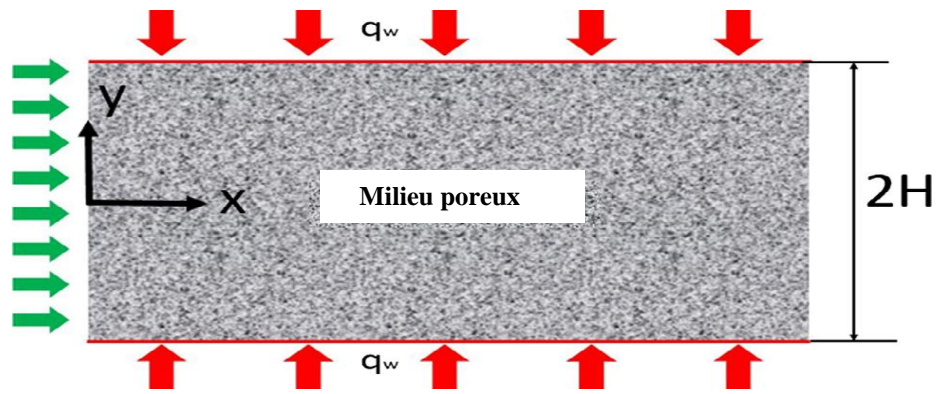
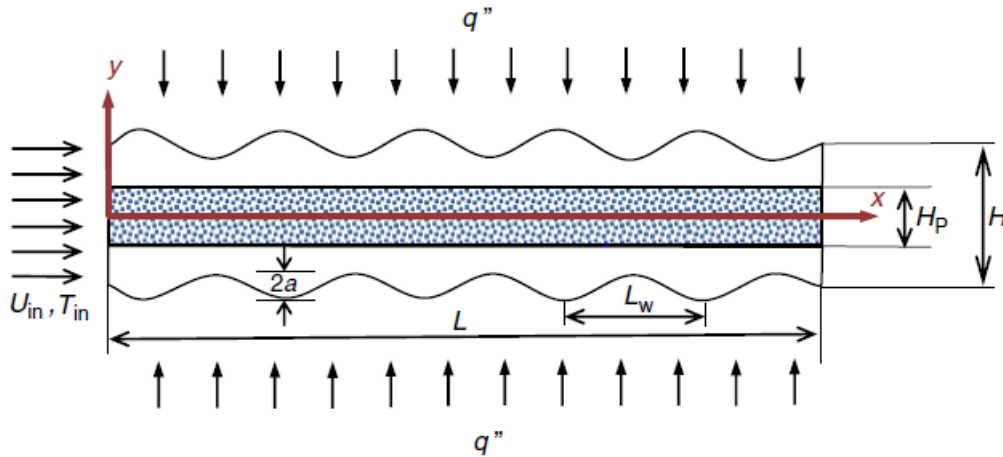


Figure (1.17) : Représentation schématique du modèle physique (Zhang et al, 2018).

**Shahram B et al [41]** ont étudiés expérimentalement l'écoulement de l'air dans un tube rempli par un milieu poreux avec différentes dispositions. Les changements des paramètres hydrodynamiques, l'amélioration du transfert de chaleur par les milieux poreux dans le canal ainsi que la chute de pression résultant des médias poreux sont pris en compte. Les résultats de ces expériences montrent que la température moyenne du fluide augmente et cela entraîne une diminution de la différence de température entre la paroi du canal et la température moyenne du fluide. En raison de la relation inverse du coefficient de transfert de chaleur avec la différence de température entre les parois du canal et la température moyenne du fluide, le coefficient de transfert de chaleur augmente. Les résultats de cette étude montrent que le canal entièrement rempli de milieu poreux présente la meilleure amélioration du transfert de chaleur (dans les écoulements laminaires et turbulents). Dans un écoulement turbulent, le canal avec des zones poreuses en forme d'anneau (la zone poreuse insérée à côté de la paroi) a la meilleure performance thermique, c'est-à-dire qu'il a la grande valeur de transfert de chaleur avec une faible perte de charge.

**M. Akbarzadeh et al [42]** ont examiné numériquement les effets combinés de l'utilisation de nano fluides, du milieu poreux et de parois ondulées sur le transfert de chaleur, la chute de pression et la génération d'entropie à l'intérieur d'un conduit d'échangeur de chaleur. Une série de simulations numériques est effectuée pour un certain nombre de paramètres pertinents. Il est démontré que l'ondulation de la paroi affecte de façon destructrice sur le processus de transfert de chaleur à de faibles amplitudes d'onde et qu'elle ne peut améliorer la convection de chaleur qu'après avoir dépassé une certaine amplitude. De plus, la chute de pression dans le tube se révèle être fortement influencée par l'amplitude des ondes. Les résultats montrent également que la seconde loi et les performances de transfert de chaleur du système

s'améliorent considérablement en épaississant l'insert poreux et en diminuant sa perméabilité. Pourtant, cela est associé à des chutes de pression plus élevées. On soutient que les comportements hydrauliques, thermiques et entropiques du système sont étroitement liés aux interactions entre une formation de vortex près des parois ondulées et l'écoulement de nano fluides à travers l'insert poreux.

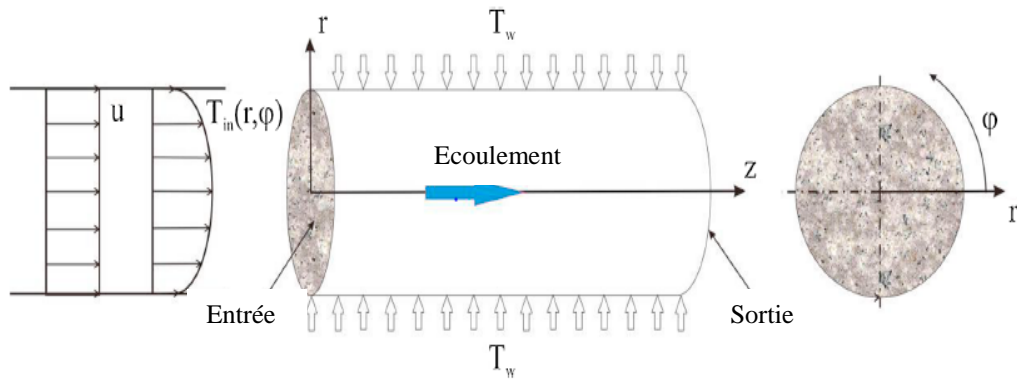


**Figure (1.18) :** Représentation schématique du modèle physique  
(M. Akbarzadeh et al, 2019).

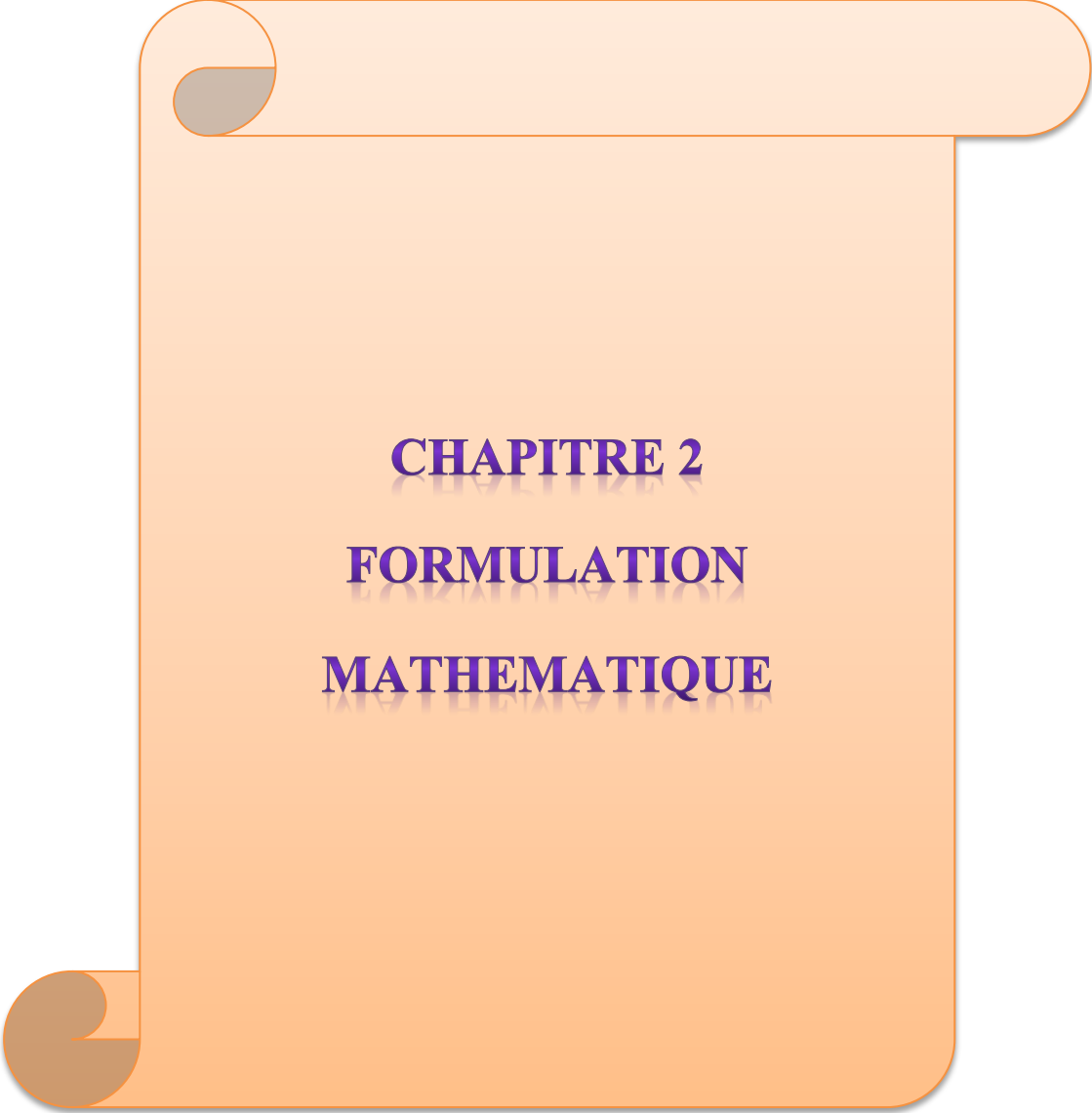
**Peichao Li et al [43]** ont présenté une étude théorique sur le développement des performances de transfert de chaleur par convection forcée dans un tube circulaire à température d'entrée asymétrique sous la condition LTNE. Le nombre de Nusselt est dérivé analytiquement, et sa dépendance des paramètres pertinents est étudiée en détail. Il a été constaté que :

- Le nombre de Nusselt diminue avec la coordonnée longitudinale et finit par une valeur asymptotique lorsque la coordonnée longitudinale est suffisamment grande.
- La température d'entrée asymétrique conduit à l'asymétrie de la distribution du nombre de Nusselt en fonction de la coordonnée circumférentielle.
- Le nombre de Péclet a un effet significatif sur le nombre de Nusselt. Plus que le nombre de Péclet est grand, plus que le nombre de Nusselt est devient élevé
- Le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de Biot et tend à arriver à la valeur asymptotique lorsque le nombre de Biot est suffisamment grand.

- La dépendance du nombre de Nusselt avec le rapport de la conductivité thermique effective est importante. Le nombre de Nusselt augmente sensiblement avec une augmentation du rapport de conductivité thermique effective



**Figure (1.19) :** Représentation schématique du modèle physique  
(Peichao Li et al, 2019).



**CHAPITRE 2**  
**FORMULATION**  
**MATHEMATIQUE**

## 2.1 Introduction

La formulation mathématique d'un phénomène de mécanique de fluide et de transfert thermique exige une présentation complète et précise de toutes les équations qui expriment le comportement du phénomène physique étudié. Dans le présent chapitre, nous présentons le modèle physique et les hypothèses simplificatrices. La mise en équations mathématiques de ce phénomène qui est géré par un ensemble d'équations à savoir : une équation de continuité, les équations de transport et les équations d'énergie pour une convection forcée à travers un milieu poreux saturé par un fluide confiné dans une conduite de section annulaire avec les conditions aux limites de ce problème. Pour solutionner le système considéré, nous introduisons des variables adimensionnelles pour ajuster le modèle mathématique (équations gouvernantes et conditions aux limites) sous la forme adimensionnelle dans le but d'étudier l'influence paramétrique des différents nombres adimensionnelles hydrodynamique et thermique introduites dans les équations sur l'écoulement. A la fin de ce chapitre, nous introduisons les principales grandeurs dynamiques et thermiques.

## 2.2 Définition du problème

La géométrie du problème considéré est illustrée sur la figure (2.1). Le problème étudié est la convection forcée en régime laminaire permanente à l'intérieur d'une conduite horizontale de section annulaire totalement remplie par un milieu poreux sous les conditions de l'équilibre thermique (LTE: Local Thermal Equilibrium) et du déséquilibre thermique (LTNE : Local Thermal Non Equilibrium). Le fluide pénètre dans la conduite avec une vitesse constante  $U_0$  et une température  $T_0$  dont la paroi extérieure est adiabatique et la paroi intérieure maintenue à une température constante  $T_p$ . Le fluide est considéré comme newtonien, incompressible, avec des propriétés thermo- physiques constantes. La matière poreuse est homogène, isotrope et saturé par le fluide qui la traverse. La conduite est caractérisées par les dimensions suivantes (longueur  $L$ , rayon intérieur  $r_{int}$  et rayon extérieur  $r_{ext}$ ).

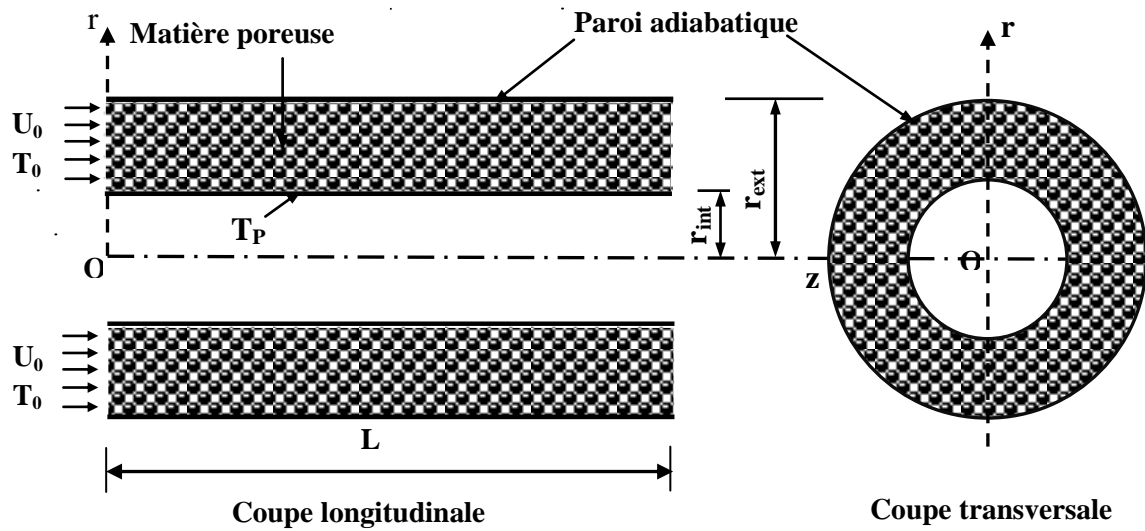


Figure (2.1) : Géométrie du problème étudié

### 2.3 La mise en équations gouvernantes

Le modèle mathématique est basé sur le concept d'un volume élémentaire représentatif afin de bien décrire le bilan de quantité de mouvement d'un fluide visqueux Newtonien en milieu poreux. Il est à noter que l'écoulement dans le milieu poreux est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. (Vafai et Tien, 1980, 1981, Hsu et Cheng, 1990) [8] [19] [23].

#### 2.3.1 Equation de continuité

L'équation de conservation de la masse s'écrit:

$$\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

#### 2.3.2 Equations de quantité de mouvement :

L'équation de conservation de la quantité de mouvement d'un écoulement laminaire dans un milieu poreux s'écrit :

$$\underbrace{\left[ \frac{1}{\varphi} \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{1}{\varphi} \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{\varphi} \right) \right]}_{\text{A}} = \underbrace{-\vec{\nabla} P}_{\text{B}} + \underbrace{\frac{\mu}{\varphi} \Delta \vec{V}}_{\text{C}} - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{V}}_{\text{D}} - \underbrace{\frac{\rho C_F}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \cdot \vec{V}}_{\text{E}} \quad (2.2)$$

- (A) Forces inertielles macroscopiques.
- (B) Gradient de pression.
- (C) Terme visqueux de Brinkman



- **(D)** Terme de Darcy: représente la résistance de frottement due à la présence de la structure poreuse
- **(E)** Terme de Forchheimer: forces inertielles microscopiques introduite par la présence de la structure poreuse
- $\vec{V}$  ou  $\langle \vec{V} \rangle$ : est la vitesse de Darcy avec : Avec :  $\vec{V} = u\vec{e}_z + v\vec{e}_r + w\vec{e}_\theta$
- $P$  ou  $\langle P \rangle^f$  est la pression moyenne indiquée sur la jauge de pression.
- $\varphi$ : est la porosité du milieu poreux,
- $K$  : est la perméabilité du milieu poreux
- $C_F$ : coefficient d'inertie ou coefficient de Forchheimer
- $\rho$ : la masse volumique du fluide

Dans le cas où la perméabilité  $K$  tend vers l'infini et la porosité  $\varphi$  égale à l'unité, on obtient les équations de Navier-Stokes qui décrit l'écoulement laminaire d'un fluide Newtonien.

### 2.3.3 Equations de l'énergie

Pour étudier la convection thermique dans un milieu poreux, il y'a deux modèles thermiques différents à traiter qui sont le modèle d'équilibre thermique et modèle de déséquilibre thermique:

#### 2.3.3.a. Modèle d'équilibre thermique (modèle LTE):

Ce modèle est valable lorsque la différence locale de température entre les deux phases fluide-solide est négligeable (équilibre thermique local). Ce modèle est appelé aussi modèle d'une seule équation d'énergie car  $\langle T_f \rangle = \langle T_s \rangle = \langle T \rangle$ . Dans ce cas la conservation d'énergie est exprimée par l'équation d'énergie suivante [8][25]:

$$(\rho C)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_{eff} \vec{\nabla} T) + \dot{q} \quad (2.3)$$

$$(\rho C)_{eff} = \varphi(\rho C_p)_f + (1 - \varphi)(\rho C)_s \quad (2.4)$$

$$\lambda_{eff} = \varphi\lambda_f + (1 - \varphi)\lambda_s \quad (2.5)$$

- $\lambda_f, \lambda_s$  : sont respectivement les conductivités thermique du fluide et du solide
- $C_p, C$  : sont respectivement les capacités thermiques spécifiques du fluide et du solide
- $\lambda_{eff}$ : conductivité thermique effective du milieu poreux saturé (solide+fluide)
- $\dot{q}$ : est la source de chaleur interne

### 2.3.3.b. Modèle de déséquilibre thermique (modèle LTNE)

Ce modèle est indispensable et très important dans les applications où la différence locale de température entre les deux phases ne peut pas être négligée. Ce modèle est appelé aussi modèle de deux équations d'énergies car  $\langle T_f \rangle \neq \langle T_s \rangle$ . L'utilisation du modèle LTNE est très compliqué car il exige l'information concernant le coefficient d'échange de chaleur entre les deux phases dans les pores ' $h_{sf}$ ' ainsi la surface de contact ' $a_{sf}$ '. Dans ce cas la conservation de l'énergie est exprimée par deux équations d'énergies, une équation pour la phase fluide et une autre pour la phase solide [8],[17],[44] et [45].

➤ *Equation d'énergie pour la phase fluide*

$$\varphi(\rho C)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T_f = \vec{\nabla} (\lambda_{feff} \vec{\nabla} T) + \varphi \dot{q}_f + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (2.6)$$

➤ *Equation d'énergie pour la phase solide*

$$(1 - \varphi)(\rho C)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \vec{\nabla} (\lambda_{seff} \vec{\nabla} T_s) + (1 - \varphi) \dot{q}_s + h_{sf} a_{sf} (T_f - T_s) \quad (2.7)$$

$$\text{Avec : } \lambda_{feff} = \varphi \lambda_f \quad (2.8)$$

$$\lambda_{seff} = (1 - \varphi) \lambda_s \quad (2.9)$$

- $T_f, T_s$ : sont respectivement les températures du fluide et solide.
- $\lambda_{feff}$ : est la conductivité thermique effective du fluide
- $\lambda_{seff}$ : est la conductivité thermique effective du solide
- $\dot{q}_f$  et  $\dot{q}_s$ : sont respectivement les sources de chaleur interne dans la phase fluide et solide
- $h_{sf}$ : coefficient d'échange par convection dans les pores
- $a_{sf}$ : surface spécifique

### 2.4 Hypothèses simplificatrice

Afin de simplifier les équations qui régissent le phénomène de la convection forcée en régime laminaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique, nous avons adopté les hypothèses simplificatrices suivantes:

- Le fluide étudié est newtonien et incompressible.
- L'écoulement du fluide est laminaire et stationnaire ;

- L'écoulement est considéré bidimensionnel sur le plan  $roz$  ;
- Le Problème est axisymétrique  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$  (toutes les variations des caractéristiques de l'écoulement dans la direction  $\theta$  sont nulles);
- Les forces gravitationnelles sont négligeables;
- La dissipation visqueuse dans l'équation de l'énergie est négligeable.
- Le milieu poreux est isotrope, homogène et saturé par un seul fluide
- Les transferts de chaleur par rayonnement et de masse sont négligeables.
- Ecoulement sans source de chaleur :

Après l'introduction de ces hypothèses, les équations gouvernantes prennent la forme suivante:

- **Equation de continuité**

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

- **Equations de quantité de mouvement selon  $z$  :**

$$\frac{\rho}{\varphi} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} \right] = \mu \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] - \varphi \frac{\partial P}{\partial z} - \varphi \frac{\mu}{K} u - \varphi \frac{\rho C_F}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + v^2} u \quad (2.11)$$

- **Equation de quantité de mouvement selon  $r$**

$$\frac{\rho}{\varphi} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial z} \right] = \mu \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} \right] - \varphi \frac{\partial P}{\partial r} - \varphi \frac{\mu}{K} v - \varphi \frac{\rho C_F}{\sqrt{K}} \sqrt{u^2 + v^2} v \quad (2.12)$$

- **Equation d'énergie (LTE):**

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho c_p r v T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho c_p u T)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.13)$$

- **Equation d'énergie (LTNE):**

**Pour la phase fluide:**

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho c_p r v T_f)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho c_p u T_f)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \varphi \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \varphi \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (2.14)$$

*Pour la phase solide:*

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( (1 - \varphi) \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r (1 - \varphi) \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) = 0 \quad (2.15)$$

Les équations de (2.10) à (2.15) représentent la forme finale des équations gouvernantes régissant la convection thermique forcée dans le milieu poreux.

### 2.5 Condition aux limites hydrodynamiques et thermiques

Les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques sont illustrées dans le tableau (2.1) suivant:

Limite	Conditions hydrodynamiques	Conditions thermiques
<b>Paroi intérieure :</b> $r = r_{int}, \quad 0 \leq z \leq L$	$u = v = 0$	$T_f = T_s = T_p$
<b>Paroi extérieure :</b> $r = r_{ext}, \quad 0 \leq z \leq L$	$u = v = 0$	$\frac{\partial T_f}{\partial r} = \frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$
<b>Entrée :</b> $z = 0, \quad r_{int} \leq r \leq r_{ext}$	$u = u_0, \quad v = 0$	$T_f = T_s = T_0$
<b>Sortie :</b> régime supposé complètement établi $z = L, \quad r_{int} \leq r \leq r_{ext}$	$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial T_f}{\partial z} = \frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$

**Tableau (2.1) :** conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques

### 2.6 Adimensionnalisation des équations gouvernantes :

Afin d'écrire le modèle mathématique sous forme adimensionnelle, on doit introduire des variables adimensionnelles qui permettent d'une part à d'écrire les équations gouvernantes avec un minimum de paramètres de contrôle. D'autre part pour généraliser les résultats numériques obtenus. Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence comme la vitesse  $u_0$ , la température  $T_p$ , le diamètre hydraulique  $D_h$  avec :  $D_h = 2(r_{ext} - r_{int})$

Pour cette étude nous avons utilisé les variables adimensionnelles suivantes:

$$R = \frac{r}{D_h}, Z = \frac{z}{D_h}, U = \frac{u}{u_0}, V = \frac{v}{u_0}, P = \frac{p}{\rho u_0^2}, \theta = \frac{T-T_P}{T_0-T_P}, \theta_f = \frac{T_f-T_P}{T_0-T_P}, \theta_S = \frac{T_S-T_P}{T_0-T_P}$$

Après l'introduction de ces variables, le système d'équations de (2-10) à (2-15) sous forme adimensionnelle s'écrit:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \quad (2.16)$$

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial Z} \right] = \frac{\varphi}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right] - \varphi^2 \frac{\partial P}{\partial Z} - \varphi^2 \frac{U}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U \quad (2.17)$$

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial Z} \right] = \frac{\varphi}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial V}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{V}{R^2} \right] - \varphi^2 \frac{\partial P}{\partial R} - \varphi^2 \frac{V}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V \quad (2.18)$$

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(RV\theta)}{\partial R} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial Z} \right] = \frac{\varphi+(1-\varphi)Rc}{RePr} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] \quad (2.19)$$

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(RV\theta_f)}{\partial R} + \frac{\partial(U\theta_f)}{\partial Z} \right] = \frac{\varphi}{RePr} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right) \right] + \frac{Bi.Rc}{RePr} (\theta_S - \theta_f) \quad (2.20)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial \theta_S}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_S}{\partial R} \right) \right] - \frac{Bi}{1-\varphi} (\theta_S - \theta_f) = 0 \quad (2.21)$$

La mise des équations de conservation sous forme adimensionnelle fait apparaître des nombres sans dimensions (paramètres de contrôle) qui influent sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique du phénomène étudié. Ces paramètres, outre le rapport de forme de la conduite  $Rr$  :

- nombre de Reynolds :  $Re = \frac{\rho u_0 D_h}{\mu}$
- nombre de Prandtl :  $Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda_f}$
- Nombre de Darcy :  $Da = \frac{K}{D_h^2}$
- Nombre de Biot [46]:  $Bi = \frac{h_{sf} a_{sf} D_h^2}{\lambda_S}$
- Rapport de conductivité thermique solide-fluide :  $Rc = \frac{\lambda_S}{\lambda_f}$
- La porosité :  $\varphi$

2.7 Condition aux limites adimensionnelles

Les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques adimensionnelles sont illustrées dans le tableau (2.2):

Limite	Conditions Hydrodynamiques	Conditions thermiques
<b>Paroi intérieure :</b> $R = R_{int}, 0 \leq Z \leq L^*$	$U = V = 0$	$\theta_f = \theta_s = 0$
<b>Paroi extérieure :</b> $R = R_{ext}, 0 \leq Z \leq L^*$	$U = V = 0$	$\frac{\partial \theta_f}{\partial R} = \frac{\partial \theta_s}{\partial R} = 0$
<b>Entrée :</b> $Z = 0, R_{int} \leq R \leq R_{ext}$	$U = 1, V = 0$	$\theta_f = \theta_s = 1$
<b>Sortie :</b> régime supposé complètement établi $Z = L^*, R_{int} \leq R \leq R_{ext}$	$\frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\partial V}{\partial Z} = 0$	$\frac{\partial \theta_f}{\partial Z} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Z} = 0$

Tableau (2.2) : conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques adimensionnelles

2.8 Critères de l'équilibre thermique solide-fluide

L'étude de l'équilibre thermique entre la phase solide et celle du fluide nécessite la détermination du champ de **DTL** et la valeur de **DTM** pour chaque cas.

- **DTL(R,Z)**: représente la **D**ifférence de **T**empérature **L**ocale entre la phase solide et celle du fluide en chaque nœud sur tout le domaine de calcul. Le champ de **DTL** illustre les zones de l'équilibre thermique et celles du déséquilibre thermique sur le domaine de l'écoulement. En outre DTL mesure le degré ou l'intensité de déséquilibre thermique local est défini comme suit :

$$DTL(R, Z) = |\theta_f(R, Z) - \theta_s(R, Z)| \tag{2.22}$$

- **DTM (ou LTNE)**: représente la **D**ifférence de **T**empérature **M**oyenne entre les deux phases sur tout le domaine de calcul. Le paramètre DTM (ou LTNE) mesure l'intensité de déséquilibre thermique moyenne. DTM est défini dans [30] comme suit :

$$DTM = LTNE = \frac{\sum_1^N |\theta_f(R,Z) - \theta_s(R,Z)|}{N} \quad (2.23)$$

Avec N: le nombre des nœuds du maillage

Lorsque la valeur de DTM tend vers à une valeur très petite, on peut dire que l'intensité du déséquilibre thermique moyenne est négligeable et dans ce cas l'équilibre thermique est atteint. La valeur de DTM qui détermine l'occurrence de l'équilibre thermique sera calculée dans le chapitre 4. Gazy F [30] dans son étude a montré que l'équilibre thermique solide-fluide est considéré comme atteint lorsque ( $DTM < 0.05$ )

### 2.9. Performance thermique

Pour un choix judicieux des conditions de fonctionnement qui assure une bonne performance thermique PTH, on doit prendre en considération les valeurs du nombre de Nusselt moyen et le coefficient des pertes de charges, qui représentent des facteurs importants pour la construction des échangeurs de chaleur. La performance thermique qui regroupe Nusselt moyen et le coefficient des pertes de charges moyen est défini comme suit [33]:

$$PTH = \frac{(Num/Num_0)}{(f_m/f_{m0})^{1/3}} \quad (2.24)$$

- $Num$  : nombre de Nusselt moyen pour le cas de la conduite remplie par la matière poreuse
- $Num_0$  : nombre de Nusselt moyen pour le cas de la conduite sans matière poreuse
- $f_m$  : coefficient de pertes de charge moyen pour le cas de la conduite remplie par la matière poreuse
- $f_{m0}$ : coefficient de pertes de charge pour le cas de la conduite sans matière poreuse

On note que la technologie de l'amélioration du transfert de chaleur est valide Pour PTH supérieures à l'unité [33].

### 2.10. Nombre de Nusselt local et moyen

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser le transfert thermique entre un fluide en mouvement et une paroi ayant des températures différentes. La couche adjacente à la paroi intérieure (paroi active) se compose de deux phases (une fraction  $\varphi$  phase fluide et une fraction  $(1 - \varphi)$  phase solide). Dans ce qui suit nous présentons la définition du coefficient d'échange convectif local  $h(z)$  pour les deux modèles LTNE et LTE.

- **Pour le modèle LTNE:** le coefficient d'échange convectif local basé sur LTNE est défini comme suit :

$$h(z)[T_P - T_{fm}(z)] = - \left[ \varphi \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r_{int}} + (1 - \varphi) \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r_{int}} \right] \quad (2.25)$$

- **Pour le modèle LTE :** remplaçons ( $T_f = T_s$ ) dans l'équation (2.25), on obtient l'expression du coefficient d'échange convectif local basé sur le modèle LTE :

$$h(z)[T_P - T_{fm}(z)] = - [\varphi \lambda_f + (1 - \varphi) \lambda_s] \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_{int}} \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) est identique à celle présentée dans [47], avec :

$$\lambda_{eff} = \varphi \lambda_f + (1 - \varphi) \lambda_s \quad (2.27)$$

Ou:  $h(z)$  est le coefficient d'échange convectif local,  $\lambda_{eff}$  est la conductivité thermique effective du milieu poreux saturé.  $T_{fm}(z)$  représente la température moyenne du fluide à la section transversale  $z$ ,  $T_{fm}(z)$  est défini comme suit :

$$T_{fm}(z) = \frac{\int_{r_{int}}^{r_{ext}} u T_f r dr}{\int_{r_{int}}^{r_{ext}} u r dr} \quad (2.28)$$

Introduisons les variables adimensionnelles sur les équations (2.25) et (2.26), on trouve le nombre de Nusselt local pour les deux modèles LTNE et LTE :

- Pour le modèle **LTNE :**

$$Nu(Z) = \frac{h(z) D_h}{\lambda_f} = \frac{-\varphi \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \Big|_{R_{int}} - (1 - \varphi) R_C \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \Big|_{R_{int}}}{\theta_{fm}(Z) - 1} \quad (2.29)$$

- Pour le modèle **LTE** ( $\theta_f = \theta_s = \theta$ ):

$$Nu(Z) = \frac{h(z) D_h}{\lambda_f} = \frac{-[\varphi + (1 - \varphi) R_C] \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R_{int}}}{\theta_{fm}(Z) - 1} \quad (2.30)$$

Avec  $\theta_{fm}(Z)$  représente la température moyenne adimensionnelle à la section transversal  $Z$ :

$$\theta_{fm}(Z) = \frac{\int_{R_{int}}^{R_{ext}} U \theta_f R dR}{\int_{R_{int}}^{R_{ext}} U R dR} \quad (2.31)$$



Le taux du transfert de chaleur est évalué par le calcul du nombre de Nusselt moyen:

$$Nu_m = \frac{h_m D_h}{\lambda_f} = \frac{1}{L^*} \int_0^{L^*} Nu(Z) dZ \quad (2.32)$$

### 2.11. Coefficient de pertes de charge local et moyen :

Le coefficient de pertes de charge est un paramètre très important du côté hydrodynamique, son importance apparaît dans le calcul de la chute de pression et la puissance de pompage. Dans les applications industrielles, le coefficient de perte de charge local  $f$  est défini comme suit [48] et [49]:

$$f(z) = -\frac{2D_h}{\rho u_m^2} \frac{dp_m(z)}{dz} \quad (2.33)$$

$$p_m(z) = \frac{2}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)} \int_{r_{int}}^{r_{ext}} p(r, z) r dr \quad (2.34)$$

$p_m(z)$  : est la pression moyenne à la section transversale  $z$

Introduisons les variables adimensionnelles sur l'équation (2.33), l'expression du  $f$  devient :

$$f(Z) = -2 \frac{dP_m(Z)}{dZ} \quad (2.35)$$

$dP_m(z)$  : la pression adimensionnelle moyenne à la section transversale  $Z$

$$p_m(z) = \frac{2}{(R_{ext}^2 - R_{int}^2)} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} P(R, Z) R dR \quad (2.36)$$

Le coefficient de pertes de charge moyen sur toute la longueur de la conduite est :

$$f_m = \frac{1}{L^*} \int_0^{L^*} f(Z) dZ \quad (2.37)$$

An orange scroll graphic with a gradient from light to dark orange. The top edge is rolled up, and the bottom-left corner is also rolled up. The text is centered on the scroll.

**CHAPITRE 3**  
**RESOLUTION**  
**NUMERIQUE**

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la discrétisation des équations gouvernantes de la convection forcée dans un milieu poreux exposées dans le chapitre précédent par la méthode des volumes finis. L'utilisation de cette méthode nous permet de transformer le système d'équations gouvernantes aux dérivées partielles non linéaire en un système d'équations algébrique linéaire facile à résoudre. Pour la discrétisation du modèle mathématique, nous nous sommes basés sur toutes les règles et les étapes présentés dans le livre de Pantakar « Numerical Heat Transfer and Fluid Flow » [50].

### 3.2 Rappel sur la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui transforme les équations de conservations aux dérivées partielles non linéaires en des équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques  $\phi$  sur un volume de contrôle (VC).

Les différentes étapes de discrétisation de la méthode des volumes finis sur un volume de contrôle:

- Le domaine de calcul est discrétisé en un nombre fini de points (les nœuds du maillage), autour des quels on définit des volumes élémentaires (appelés volumes de contrôles);
- Les équations gouvernantes (sous forme conservative) sont intégrées sur chaque volume de contrôle;
- Les intégrales sur un volume de contrôle autour un nœud donné sont évaluées en approchant la variation de  $\phi$  par des profils ou des lois d'interpolation entre les nœuds voisins du point considéré;
- Ecriture des équations algébriques en fonction des valeurs de  $\phi$  aux nœuds du maillage;
- Résolution du système algébrique obtenu par une méthode numérique (itérative ou directe) qu'elle doit être stable et convergente

### 3.3 Maillage

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini des volumes de contrôle élémentaires, dans chaque volume étudié. On choisit toujours un point au milieu de ce volume noté  $P$ , les faces de volume de contrôle sont situées au point  $e$ ,  $w$ ,  $n$ ,  $s$  comme montre la figure (3.1). Les nœuds  $E$  (Est),  $W$  (Ouest),  $N$  (Nord), et  $S$  (Sud) présentent les centres des volumes de contrôle adjacents. La méthode des volumes finis n'impose pas de calculer les différents variables ( $U$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $P$ ) sur le même volume de contrôle, ainsi on distingue deux types de volumes de contrôle, typique et décalé.

#### 3.3.1 Volume de contrôle typique :

Les faces de ce volume sont localisées au point  $e$ ,  $w$ ,  $n$ ,  $s$ . Avec  $P$  le centre du volume de contrôle.  $E$ ,  $W$ ,  $N$ ,  $S$ , sont les centres des volumes de contrôle adjacents. Dans les nœuds de ce maillage seront stockées les valeurs des quantités scalaires telles que la pression, la température et la concentration. Figure (3.1).

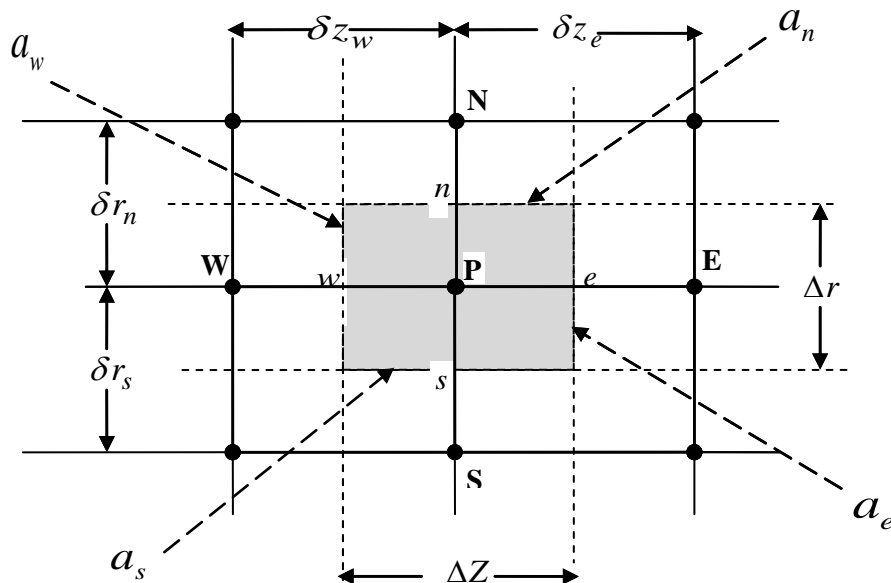


Figure (3.1): Volume de contrôle typique en 2D

#### 3.3.2 Volume de contrôle décalé :

Ce volume de contrôle est utilisé pour calculer les grandeurs vectorielles. Par exemple, Ce type de maillage permet de stocker les composantes de la vitesse sur les faces du volume de contrôle:  $e$ ,  $w$ ,  $n$ ,  $s$ . Figure (3.2).

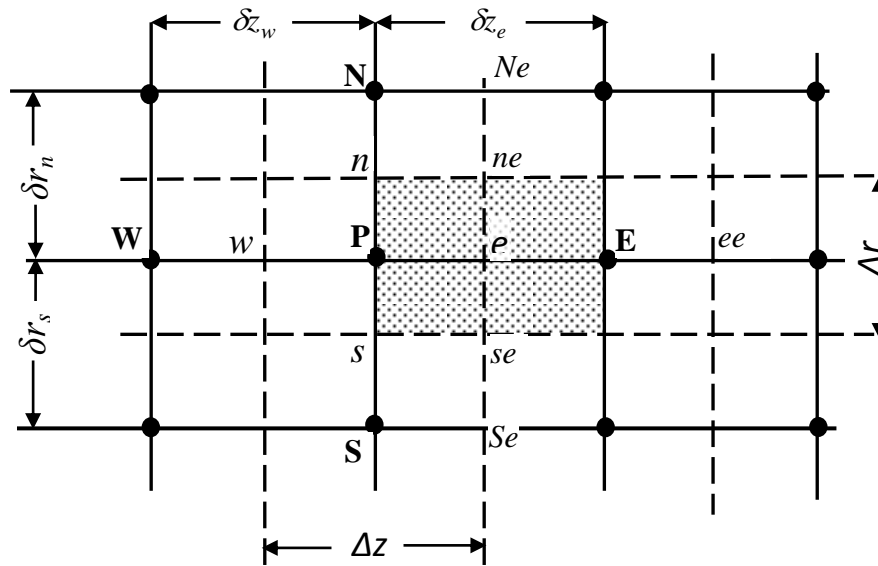


Figure (3.2): volume de contrôle décalé vers la droite ( $VC_U$ )

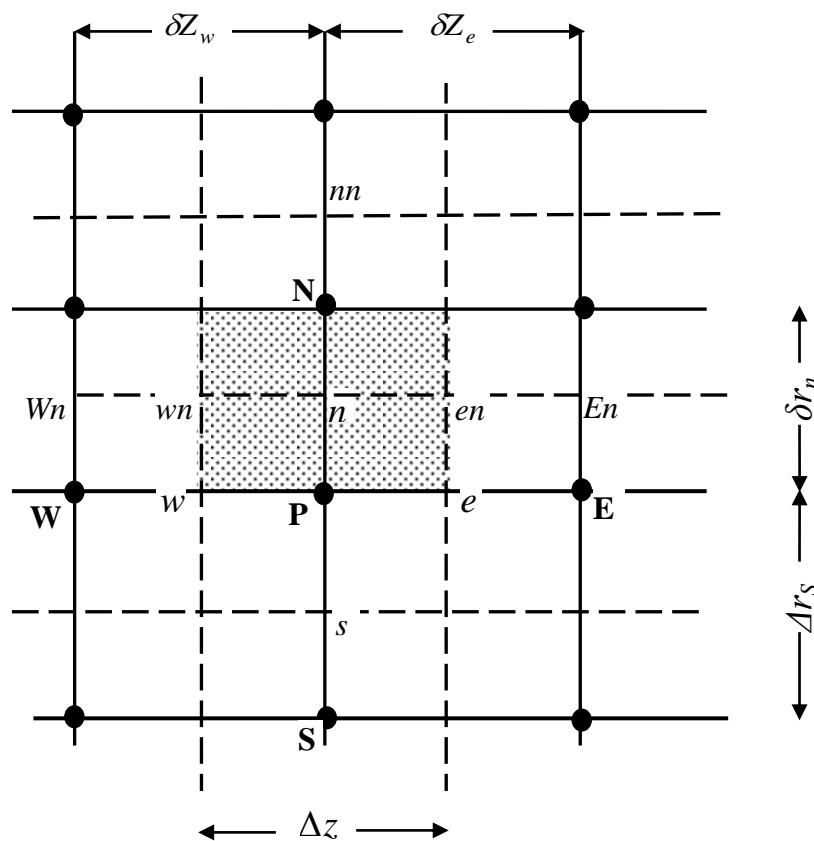


Figure (3.3): volume de contrôle décalé vers le haut ( $VC_V$ )

3.4 Généralisation du modèle mathématique

Les équations gouvernantes peuvent rassemblées en une seule équation généralisée qui est l'équation suivante :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RV\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(\rho U\phi)}{\partial Z} = \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_{\phi} R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \right] + S_{\phi} \tag{3.1}$$

Où  $\phi$  : est la variable dépendante, avec  $\phi = U, V, \theta, \theta_f, \theta_s$

$\Gamma_{\phi}$  : est le coefficient de diffusion.

$S_{\phi}$ : représente le terme de source.

Les quantités  $\phi, \Gamma_{\phi}$  et  $S_{\phi}$  des équations (2.16)-(2.21) sont exposées dans le tableau suivant:

Equation	$\phi$	$\Gamma_{\phi}$	$S_{\phi}$
Equation de continuité (2.16)	1	0	0
équation de quantité du mouvement (oz) (2.17)	U	$\frac{\phi}{Re}$	$-\phi^2 \frac{\partial P}{\partial Z} - \phi^2 \frac{U}{ReDa}$ $-\phi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U$
équation de quantité du mouvement (or) (2.18)	V	$\frac{\phi}{Re}$	$-\phi^2 \frac{\partial P}{\partial R} - \phi^2 \frac{V}{ReDa}$ $-\phi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V - \frac{\phi}{Re} \frac{V}{R^2}$
Equation d'énergie (2.19)	$\theta$	$\frac{\phi + (1 - \phi)Rc}{RePr}$	0
équation d'énergie (2.20)	$\theta_f$	$\frac{\phi}{RePr}$	$\frac{BiRc}{RePr} (\theta_s - \theta_f)$
équation d'énergie (2.21)	$\theta_s$	1	$-\frac{Bi}{1 - \phi} (\theta_s - \theta_f)$

Tableau (3.1): forme générale des équations différentielles gouvernantes

### 3.5 Discrétisation des équations gouvernantes :

La discrétisation consiste à convertir les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Pour discrétiser les équations gouvernantes, il faut tenir compte des suppositions suivantes:

- **S1** : la propriété  $\emptyset$  varie linéairement entre deux nœuds adjacents.
- **S2** : les vitesses, densités et diffusivités sont uniformes sur les faces du volume de contrôle.
- **S3** : le terme source  $S_{\emptyset}$  est uniforme dans le volume de contrôle.

#### 3.5.a Discrétisation de l'équation de continuité

Intégrons l'équation de continuité sur le volume de contrôle présenté sur la figure (3-1)

On a :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RV)}{\partial R} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial Z} = 0 \quad (3.2)$$

En intégrant l'équation (3.2), on aura :

$$\int_{VC} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RV)}{\partial R} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial Z} \right] dV = 0 \quad (3.3)$$

Où :  $dV = 2\pi R dR dZ$

En remplaçant  $dV$  dans l'équation (3.3) on obtient :

$$\int_s^n \int_w^e \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RV)}{\partial R} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial Z} \right] 2\pi R dR dZ = 0 \quad (3.4)$$

$$\int_s^n \int_w^e \left[ \frac{\partial(\rho RV)}{\partial R} \right] 2\pi dR dZ + \int_s^n \int_w^e \left[ \frac{\partial(\rho RU)}{\partial Z} \right] 2\pi dZ dR = 0 \quad (3.5)$$

$$\int_w^e 2\pi [(\rho RV)_n - (\rho RV)_s] dZ + \int_s^n 2\pi [(\rho RU)_e - (\rho RU)_w] dR = 0 \quad (3.6)$$

On utilise la supposition **S2**, l'équation (3.6) devient :

$$(\rho U)_e \int_s^n 2\pi (R)_e dR - (\rho U)_w \int_s^n 2\pi (R)_w dR + (\rho V)_n \int_w^e 2\pi (R)_n dZ - (\rho V)_s \int_w^e 2\pi (R)_s dZ = 0 \quad (3.7)$$

Posons :

$$a_e = 2\pi \int_s^n (R)_e dR \quad (\text{surface de la face est du volume étudié})$$

$$a_w = 2\pi \int_s^n (R)_w dR \quad (\text{surface de la face } \mathbf{ouest} \text{ du volume étudié})$$

$$a_n = 2\pi \int_w^e (R)_n dz \quad (\text{surface de la face } \mathbf{nord} \text{ du volume étudié})$$

$$a_s = 2\pi \int_w^e (R)_s dz \quad (\text{surface de la face } \mathbf{sud} \text{ du volume étudié})$$

Donc l'équation (3.7) devient :

$$(\rho U)_e a_e - (\rho U)_w a_w + (\rho V)_n a_n - (\rho V)_s a_s = 0 \quad (3.8)$$

L'équation (3.8) devient:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.9)$$

$F_e, F_w, F_n$  et  $F_s$  : sont les débits massique traversant les faces du volume de contrôle

### 3.5.b Discrétisation des équations d'énergie:

Les équations d'énergie (2.19), (2.20) et (2.21) sont résumées dans l'équation suivante :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RV\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(\rho U\phi)}{\partial Z} = \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_\phi R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \right] + S_\phi \quad (3.10)$$

Avec:  $\phi = \theta, \theta_r, \theta_s$  et les expressions de  $\Gamma_\phi$  et  $S_\phi$  sont présentés dans le tableau (3.1)

On intègre l'équation d'énergie (3.10) sur le volume de contrôle présenté à la figure (3.1).

$$\int_{VC} \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho rV\phi)}{\partial R} dV + \int_{VC} \frac{\partial(\rho U\phi)}{\partial Z} dV = \int_{VC} \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) dV + \int_{VC} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) dV + \int_{VC} S_\phi dV \quad (3.11)$$

dv: Volume du volume de contrôle typique

$$\int_s^n \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho rV\phi)}{\partial R} 2\pi R dR dZ + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho U\phi)}{\partial Z} 2\pi R dR dZ = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) 2\pi R dR dZ + \int_s^n \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) 2\pi R dR dZ + \int_s^n \int_w^e S_\phi 2\pi R dR dZ \quad (3.12)$$

Après réarrangement, on obtient:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial R} \left[ \left( (\rho rV\phi) - \Gamma_\phi \left( R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) \right) \right] 2\pi dR dZ + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \left( (\rho U\phi) - \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \right) \right] 2\pi R dR dZ = \int_s^n \int_w^e S_\phi 2\pi R dR dZ \quad (3.13)$$



$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial R} \left[ R \left( (\rho V \phi) - \Gamma_\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right) \right] 2\pi dR dZ + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} \left[ R \left( (\rho U \phi) - \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \right) \right] 2\pi dR dZ = \int_s^n \int_w^e S_\phi 2\pi R dR dZ \quad (3.14)$$

Posons:

$$J'_r = (\rho V \phi) - \Gamma_\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial R} \right)$$

$$J'_z = (\rho U \phi) - \Gamma_\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)$$

L'équation (3-14) devient:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial R} [R J'_r] 2\pi dR dZ + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} [R J'_z] 2\pi dR dZ = \int_s^n \int_w^e S_\phi 2\pi R dR dZ \quad (3.15)$$

Après l'intégration la partie gauche de l'équation (3.15), on trouve :

$$I = \int_w^e 2\pi \left[ (R J'_r)_n - (R J'_r)_s \right] dZ + \int_s^n 2\pi \left[ (R J'_z)_e - (R J'_z)_w \right] dR \quad (3.16)$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume étudié, l'équation (3.16) devient :

$$I = (J'_z)_e 2\pi \int_s^n (R)_e dR - (J'_z)_w 2\pi \int_s^n (R)_w dR + (J'_r)_n 2\pi \int_w^e (R)_n dZ - (J'_r)_s 2\pi \int_w^e (R)_s dZ \quad (3.17)$$

$$I = (J'_z)_e a_e - (J'_z)_w a_w + (J'_r)_n a_n - (J'_r)_s a_s \quad (3.18)$$

Avec :

$$a_e = 2\pi \int_s^n (R)_e dr \qquad a_n = 2\pi \int_w^e (R)_n dz$$

$$a_w = 2\pi \int_s^n (R)_w dr \qquad a_s = 2\pi \int_w^e (R)_s dz$$

$a_e, a_w, a_n, a_s$  : sont les surfaces des faces du volume de contrôle.

L'équation (3.18) devient :

$$I = (J'_z)_e a_e - (J'_z)_w a_w + (J'_r)_n a_n - (J'_r)_s a_s \quad (3.19)$$

le flux total est :  $J_i = J'_i a_i$

L'équation (3.19) devient comme suit :

$$I = J_e - J_w + J_n - J_s \quad (3.20)$$

On intègre la partie droite de l'équation (3.15), on trouve :

$$II = \int_s^n \int_w^e S_\theta 2\pi R dR dZ = \overline{S_\theta} \int_s^n \int_w^e 2\pi R dR dZ = \overline{S_\theta} \Delta V \quad (3.21)$$

Où :  $\Delta V$  : le volume du volume de contrôle

$\overline{S_\theta}$  : Valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle.

Puisque les équations issues de la discrétisation vont être résolues par la méthode de résolution des systèmes linéaires, donc la linéarisation du terme source est nécessaire. Après linéarisation on aura la forme suivante :

$$\overline{S_\theta} = S_C + S_P \phi_P \quad (3.22)$$

Où :  $S_C$  est la partie constante du terme source

$S_P$  : coefficient de  $S_P$  avec ( $S_P < 0$ )

Le tableau suivant présente la linéarisation du terme source des équations d'énergie

Equation	$\overline{S_\theta}$	$S_C$	$S_P$
$\theta$	0	0	0
$\theta_f$	$\frac{BiRc}{RePr}(\theta_s - \theta_f)$	$\frac{BiRc}{RePr}\theta_s$	$-\frac{BiRc}{RePr}$
$\theta_s$	$-\frac{Bi}{1-\phi}(\theta_s - \theta_f)$	$-\frac{Bi}{1-\phi}\theta_f$	$-\frac{Bi}{1-\phi}$

**Tableau (3.2)** : Linéarisation du terme sources des équations d'énergie

Dans ce qui précède l'intégration de l'équation (3.10), a donné :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = (S_C + S_P \phi_P) \Delta V \quad (3-23)$$

On multiplie l'équation (3.9) par  $(\phi_P)$  et on fait la soustraction de l'équation (3.23), il vient :

$$(J_e - F_e \phi_P) - (J_w - F_w \phi_P) + (J_n - F_n \phi_P) - (J_s - F_s \phi_P) = (S_C + S_P \phi_P) \Delta V \quad (3.24)$$

La supposition d'uniformité de vitesse sur les faces des volumes de contrôle nous permet d'écrire:

$$(J_e - F_e \phi_P) = A_E(\phi_P - \phi_E) \quad (3.25)$$

$$(J_w - F_w \phi_P) = A_W(\phi_P - \phi_W) \quad (3.26)$$

$$(J_n - F_n \phi_P) = A_N(\phi_P - \phi_N) \quad (3.27)$$

$$(J_s - F_s \phi_P) = A_S(\phi_P - \phi_S) \quad (3.28)$$

Remplaçons les équations (3.25), (3.26), (3.27) et (3.28), dans (3.24), on obtient:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b_\phi \quad (3.29)$$

Avec  $A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_P \Delta V \quad (3.30)$

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| \quad (3.31)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \|F_w, 0\| \quad (3.32)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| \quad (3.33)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \|F_s, 0\| \quad (3.34)$$

$$b_\phi = S_C \Delta V \quad (3.35)$$

Pour  $i = e, w$ :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho U)_i a_i}{\frac{F_i}{\delta Z_i} a_i} \quad (3.36)$$

Pour  $i = s, n$ :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho V)_i a_i}{\frac{F_i}{\delta R_i} a_i} \quad (3.37)$$

Tous les coefficients de l'équation algébrique (3.29) doivent avoir le même signe (positif par convenance). Selon le schéma de discrétisation choisi, la fonction peut prendre différentes expressions. Cinq schémas sont été cités par Patankar (1980) et sont résumés dans le tableau (3.2). La fonction  $A(|P|)$  est choisie d'après le tableau suivant:

Schéma	$A( P )$
Centré	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybride	$\max[0,1 - 0.5 P ]$
Loi de puissance 'Power Law'	$\max[0, (1 - 0.1 P )^5]$
Exponentiel (exacte)	$\frac{ P }{\exp( P ) - 1}$

**Tableau (3.3):** la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas [50]

Dans notre simulation, nous avons adopté le schéma en loi de puissance qui donne une bonne approximation polynomiale de la solution exacte ainsi une bonne caractéristique de stabilité et de précision des autre schémas, on plus, il est recommandé pour les problèmes de convection – diffusion.

**3.5.c Discrétisation de l'équations de quantité du mouvement (oz):**

La discrétisation de l'équation de quantité du mouvement sera discrétisé sur un volume de contrôle décalé vers la droite par rapport au volume de contrôle typique figure (3.2).

L'équation de la quantité de mouvement dans la direction  $OZ$ :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial Z} = \frac{\varphi}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right] - \varphi^2 \frac{\partial P}{\partial Z} - \varphi^2 \frac{U}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U \quad (3.37)$$

Ecrivons l'équation (3-37) sous la forme suivante:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial Z} = \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_u \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_u R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right] - \varphi^2 \frac{\partial P}{\partial Z} + S_U \quad (3.38)$$

Avec:  $\Gamma_u = \frac{\varphi}{Re}$ ,

$$S_U = -\varphi^2 \frac{U}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U$$

$$S_U = S_C + S_P U_P \begin{cases} S_C = 0 \\ S_P = -\frac{\varphi^2}{ReDa} - \frac{\varphi^2 C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} \end{cases}$$

Intégrons l'équation (3.38) sur le volume de contrôle décalé vers la droite présenté sur la figure (3.2).

$$\begin{aligned} & \int_{se}^{ne} \int_P^E \left[ \frac{\partial(\rho UU)}{\partial Z} \right] 2\pi R dR dZ + \int_{se}^{ne} \int_P^E \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RVU)}{\partial R} \right] 2\pi R dR dZ = \\ & -\varphi^2 \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial P}{\partial Z} 2\pi R dR dZ + \int_{se}^{ne} \int_P^E \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_u R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_u \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right] 2\pi R dR dZ \\ & + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u 2\pi R dR dZ \end{aligned} \quad (3.39)$$

Appliquons les mêmes étapes de discrétisation de l'équation d'énergie sur l'équation (3.39), on obtient une équation discrétisée pour la composante de la vitesse  $U$ , sous la forme suivante:

$$A_e U_e = A_w U_w + A_{ee} U_{ee} + A_{se} U_{se} + A_{ne} U_{ne} + \varphi^2 (P_P - P_E) a_e + b_u \quad (3.40)$$

On peut écrire l'équation (3.40) sous la forme suivante:

$$A_e U_e = \sum A_{vs} U_{vs} + b_u + \varphi^2 (P_P - P_E) a_e \quad (3.41)$$

avec :

$$A_e = A_w + A_{ee} + A_{se} + A_{ne} - S_P \Delta V_u \quad (3.42)$$

$$b_u = S_C \Delta V_u$$

Où  $\Delta V_u$ : est le volume du volume de contrôle étudié ( $VC_u$ ).

$U_{vs}$  : vitesses dans les faces voisines.

### 3.5.d Discrétisation de l'équations de quantité du mouvement (or):

La discrétisation de l'équation de quantité du mouvement sera discrétisé sur un volume de contrôle décalé vers le haut par rapport au volume de contrôle typique figure (3-3).

L'équation de la quantité de mouvement dans la direction  $or$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial Z} = \\ & \frac{\varphi}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial V}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{V}{R^2} \right] - \varphi^2 \frac{\partial P}{\partial R} - \varphi^2 \frac{V}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V \end{aligned} \quad (3.43)$$

Ecrivons l'équation (3-43) sous la forme suivante:

$$\frac{\partial(\rho UV)}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RVV)}{\partial R} = -\varphi^2 \frac{\partial P}{\partial r} + \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_v R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_v \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] + S_v \quad (3.44)$$

Avec:  $\Gamma_u = \frac{\varphi}{Re}$ ,

$$S_v = -\varphi^2 \frac{V}{ReDa} - \varphi^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V - \frac{\varphi}{Re} \frac{V}{R^2}$$

$$S_v = S_C + S_P V_P \begin{cases} S_C = 0 \\ S_P = -\frac{\varphi^2}{ReDa} - \frac{\varphi}{R^2 Re} - \frac{\varphi^2 C_F}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} \end{cases}$$

Intégrons l'équation (3.44) sur le volume de contrôle décalé vers le haut figure (3.3).

$$\begin{aligned} \int_P^N \int_{wn}^{en} \left[ \frac{\partial(\rho UV)}{\partial Z} \right] 2\pi R dR dZ + \int_P^N \int_{wn}^{en} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho RVV)}{\partial R} \right] 2\pi R dR dZ = \\ -\varphi^2 \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial P}{\partial R} 2\pi R dR dZ + \int_P^N \int_{wn}^{en} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \Gamma_v R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \Gamma_v \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] 2\pi R dR dZ \\ + \int_P^N \int_{wn}^{en} S_v 2\pi R dR dZ \end{aligned} \quad (3.45)$$

De la même manière, on obtient une équation discrétisée pour la composante de la vitesse  $V$  sous la forme suivante:

$$A_n V_n = A_{Wn} V_{Wn} + A_{En} V_{En} + A_s V_s + A_{nn} V_{nn} + \varphi^2 (P_P - P_N) a_n + b_v \quad (3.46)$$

On peut écrire l'équation (3.46) sous la forme suivante:

$$A_n V_n = \sum A_{vs} V_{vs} + b_v + \varphi^2 (P_P - P_N) a_n \quad (3.47)$$

$$A_n = A_{Wn} + A_{En} + A_s + A_{nn} - S_P \Delta V_v \quad (3.48)$$

$$b_v = S_C \Delta V_v = 0$$

Où  $\Delta V_v$  : est le volume du volume de contrôle étudié ( $VC_v$ )

$V_{vs}$  : vitesses dans les faces voisines

Les équations (3.41) et (3.47) ne pourront être résolues que si la pression  $P$  est connue ou estimée. Si la pression correcte est connue, le champ de vitesse obtenu après la résolution du système algébrique linéaire satisfera l'équation de continuité. Comme la pression n'est pas connue, il est nécessaire d'entamer une procédure pour calculer la pression.

### 3-6 Traitement du couplage vitesse-pression

L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) a été élaboré par Patankar et Spalding (1972), Patankar (1975). L'algorithme SIMPLE est une méthode pour calculer la pression et la vitesse mais quand d'autres variables sont couplées aux équations de conservation de la quantité de mouvement, par exemple la température, la résolution doit être séquentielle [50], [51].

Le champ de vitesse est donné par les équations suivantes :

$$\text{Suivant Z : } A_e U_e = \sum A_{vs} U_{vs} + b_u + (P_P - P_E) a_e \quad (3.49)$$

$$A_w U_w = \sum A_{vs} U_{vs} + b_u + (P_w - P_p) a_w \quad (3.50)$$

$$\text{Suivant R : } A_n V_n = \sum A_{vs} V_{vs} + b_v + (P_P - P_N) a_n \quad (3.51)$$

$$A_s V_s = \sum A_{vs} V_{vs} + b_v + (P_s - P_p) a_s \quad (3.52)$$

Ou:  $a_e, a_n$  : sont les surfaces de volume de contrôle de  $U$  et  $V$  sur les quelles agissant les forces de pression.

On note le champ estimé par l'exposant (\*) et la correction par l'exposant('), le champ exact

$$\text{s'écrit : } \left. \begin{array}{l} P = P^* + P' \\ U = U^* + U' \\ V = V^* + V' \end{array} \right\} \quad (3.53)$$

Le champ de vitesse estimé est définit comme suit:

$$A_e U_e^* = \sum A_{vs} U_{vs}^* + b_u + (P_P^* - P_E^*) a_e \quad (3.54)$$

$$A_w U_w^* = \sum A_{vs} U_{vs}^* + b_u + (P_w^* - P_p^*) a_w \quad (3.55)$$

$$A_n V_n^* = \sum A_{vs} V_{vs}^* + b_v + (P_P^* - P_N^*) a_n \quad (3.56)$$

$$A_s V_s^* = \sum A_{vs} V_{vs}^* + b_v + (P_s^* - P_p^*) a_s \quad (3.57)$$

La soustraction des équations (3.54), (3.55), (3.56), (3.57) des équations (3.49), (3.50), (3.51), (3.52) respectivement, donne:

$$A_e U_e' = \sum A_{vs} U_{vs}' + (P_P' - P_E') a_e \quad (3.56)$$

$$A_w U_w' = \sum A_{vs} U_{vs}' + (P_w' - P_p') a_w \quad (3.57)$$

$$A_n V'_n = \sum A_{vs} V'_{vs} + (P'_P - P'_N) a_n \quad (3.58)$$

$$A_s V'_s = \sum A_{vs} V'_{vs} + (P'_S - P'_P) a_s \quad (3.59)$$

Posons:  $d_u^e = \frac{a_e}{A_e}$  ;  $d_u^w = \frac{a_w}{A_w}$  ;  $d_v^n = \frac{a_n}{A_n}$  ;  $d_v^s = \frac{a_s}{A_s}$

Les dernières équations peuvent être écrites comme suit :

$$U'_e = \frac{\sum A_{vs} U'_{vs}}{A_e} + d_u^e (P'_P - P'_E) \quad (3.60)$$

$$U'_w = \frac{\sum A_{vs} U'_{vs}}{A_w} + d_u^w (P'_P - P'_W) \quad (3.61)$$

$$V'_n = \frac{\sum A_{vs} V'_{vs}}{A_n} + d_v^n (P'_P - P'_N) \quad (3.62)$$

$$V'_s = \frac{\sum A_{vs} V'_{vs}}{A_s} + d_v^s (P'_S - P'_P) \quad (3.63)$$

Négligeons les termes  $\frac{\sum A_{vs} U'_{vs}}{A_e}$ ,  $\frac{\sum A_{vs} U'_{vs}}{A_w}$ ,  $\frac{\sum A_{vs} V'_{vs}}{A_n}$ ,  $\frac{\sum A_{vs} V'_{vs}}{A_s}$ . La négligence de ces termes représente la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtient :

$$\left. \begin{aligned} U'_e &= d_u^e (P'_P - P'_E) \\ U'_w &= d_u^w (P'_P - P'_W) \\ V'_n &= d_v^n (P'_P - P'_N) \\ V'_s &= d_v^s (P'_S - P'_P) \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

L'expression des vitesses sur les faces devient comme suit :

$$\left. \begin{aligned} U_e &= U_e^* + d_u^e (P'_P - P'_E) \\ U_w &= U_w^* + d_u^w (P'_P - P'_W) \\ V_n &= V_n^* + d_v^n (P'_P - P'_N) \\ V_s &= V_s^* + d_v^s (P'_S - P'_P) \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

La discrétisation de l'équation de continuité, donne:

$$(\rho U)_e a_e - (\rho U)_w a_w + (\rho V)_n a_n - (\rho V)_s a_s = 0 \quad (3.66)$$

Remplaçons le système d'équations (3.65) dans l'équation (3.66), après simplification on obtient :



$$\begin{aligned} & \rho_e (U_e^* + d_u^e (P'_P - P'_E)) a_e - \rho_w (U_w^* + d_u^w (P'_P - P'_P)) a_w + \\ & \rho_n (V_n^* + d_v^n (P'_P - P'_N)) a_n - \rho_s (V_s^* + d_v^s (P'_P - P'_P)) a_s = 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

Alors l'équation de continuité devient :

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + b'_P \quad (3.68)$$

L'équation (3-68) représente la correction de pression  $P'$

$$\text{Avec : } A_P = (\rho_e d_u^e a_e + \rho_w d_u^w a_w + \rho_n d_v^n a_n + \rho_s d_v^s a_s) \quad (3.69)$$

$$A_E = \rho_e d_u^e a_e \quad (3.70)$$

$$A_W = \rho_w d_u^w a_w \quad (3.71)$$

$$A_N = \rho_n d_v^n a_n \quad (3.72)$$

$$A_S = \rho_s d_v^s a_s \quad (3.73)$$

$$b'_P = -\rho_e U_e^* a_e + \rho_w U_w^* a_w - \rho_n V_n^* a_n + \rho_s V_s^* a_s \quad (3.74)$$

Les opérations séquentielles de l'algorithme SIMPLE sont les présentées sur la figure (3.4).

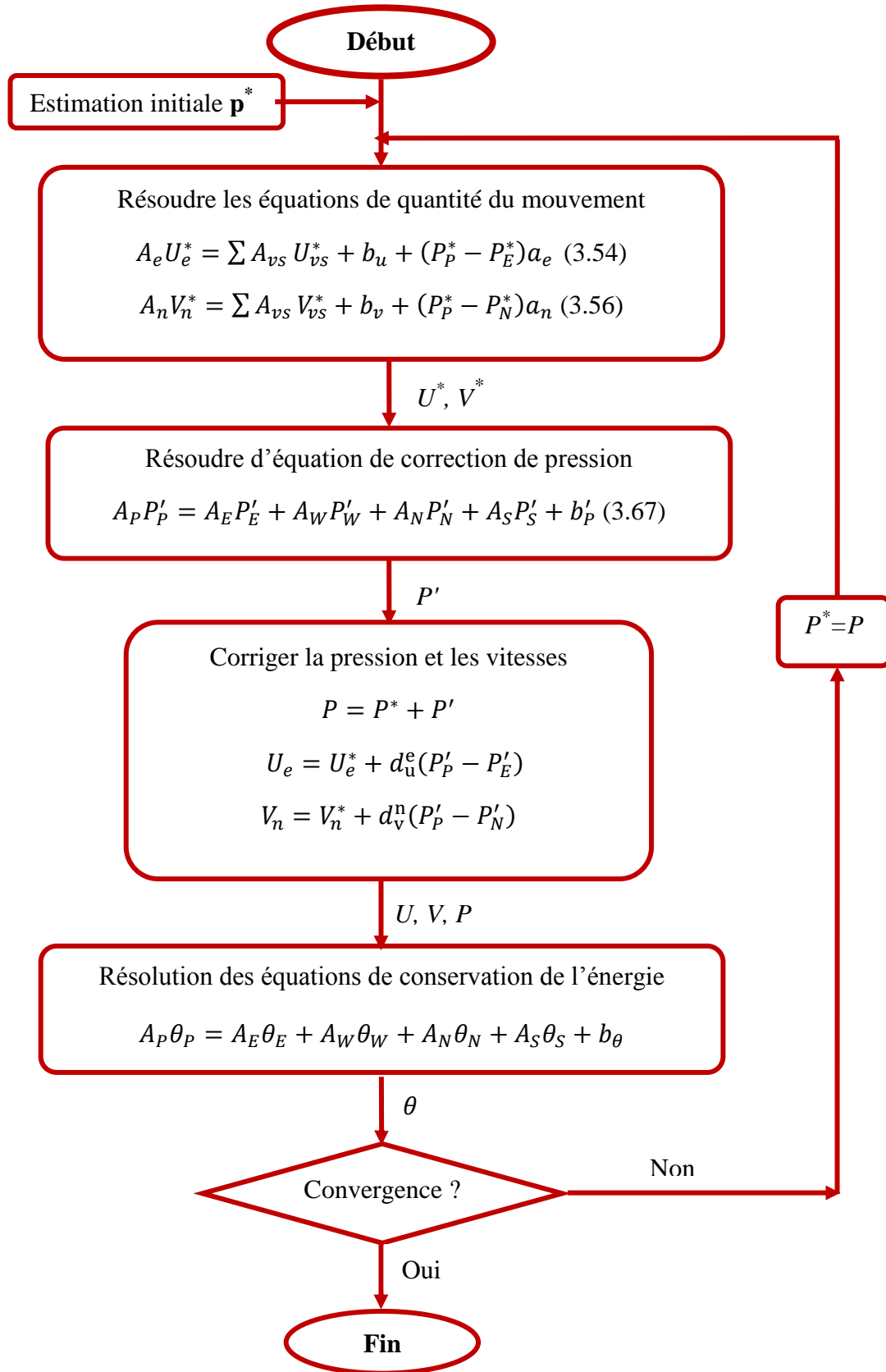


Figure (3.4): Algorithme SIMPLE

### 3.7 Résolution du système d'équations

Il y'a plusieurs méthodes de résolution de système d'équations algébriques, A partir de la discrétisation des équations différentielles nous avons obtenu un système d'équation algébrique de la forme :

$$A_{i,j}\phi_{i,j} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} + A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (3.75)$$

La méthode de balayage ligne par ligne avec la conjonction de l'algorithme de THOMAS (TDMA) permet de résoudre le système d'équations algébriques [51].

#### 3.7.1 Méthode de balayage ligne par ligne

Pour un balayage suivant (oz), les valeurs de  $\phi$  pour les lignes (j+1) et (j-1) sont supposées connues, donc nous avons trois inconnus seulement dans chaque équation.

$$\text{En regroupe : } A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} + A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} + b_{i,j} = d_i \quad (3.76)$$

Donc l'équation (3-75) devient comme suit:

$$A_{i,j}\phi_{i,j} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + d_i \quad (3.77)$$

$$-A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + A_{i,j}\phi_{i,j} - A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} = d_i \quad (3.78)$$

Posons :

$$a = -A_{i-1,j} \quad , \quad b = A_{i,j} \quad , \quad c = -A_{i+1,j}$$

L'équation (3.78) devient :

$$a_i\phi_{i-1,j} + b_i\phi_{i,j} + c_i\phi_{i+1,j} = d_i \quad (3.79)$$

Ce système peut être exprimé par la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ . \\ . \\ \phi_{n-1} \\ \phi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ . \\ . \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

On peut utiliser l'algorithme de THOMAS (**TDMA** : **Tri-Diagonal Matrix Algorithm**) pour résoudre le système d'équation (3.80). Cet algorithme permet de calculer la solution d'un système algébrique linéaire lorsque la matrice est tridiagonale. C'est notre cas, car les équations discrétisées dans le système linéaire s'écrivent sous la forme tridiagonale.

### 3.7.2 Algorithme de THOMAS

La matrice (3.79) représente une matrice tri-diagonale, alors on utilise l'algorithme de THOMAS pour calculer la solution du système (3.80)

De l'équation (3.79) on a :

$$\phi_{i,j} = -\frac{c_i}{b_i} \phi_{i-1,j} - \frac{a_i}{b_i} \phi_{i+1,j} + \frac{d_i}{b_i} \quad (3.81)$$

Donc :

$$\phi_{2,j} = -\frac{c_2}{b_2} \phi_{1,j} - \frac{a_2}{b_2} \phi_{3,j} + \frac{d_2}{b_2} \quad (3.82)$$

$$\phi_{3,j} = -\frac{c_3}{b_3} \phi_{2,j} - \frac{a_3}{b_3} \phi_{4,j} + \frac{d_3}{b_3} \quad (3.83)$$

$$\phi_{n-1,j} = -\frac{c_{n-1}}{b_{n-1}} \phi_{n-2,j} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} \phi_{n,j} + \frac{d_{n-1}}{b_{n-1}} \quad (3.84)$$

Où  $\phi_1$  est présenté dans les conditions aux limites.

La solution sera comme suit :

$$\phi_2 = -\frac{a_2}{b_2} \phi_3 + \frac{d_2 - c_2 \phi_1}{b_2} \quad (3.85)$$

Posons:  $M_2 = -\frac{a_2}{b_2}$  ,  $L_2 = \frac{d_2 - c_2 \phi_1}{b_2}$

L'équation (3.84) devient :

$$\phi_2 = M_2 \phi_3 + L_2 \quad (3.86)$$

Par la substitution de l'équation (3.86) dans l'équation (3.83), on obtient la valeur de  $\phi_3$  en fonction de  $\phi_4$  :

$$\phi_3 = -\frac{a_3}{b_3 + c_3 M_2} \phi_4 + \frac{d_3 - c_3 L_2}{b_3 + c_3 M_2} \quad (3.87)$$

On pose :  $M_3 = -\frac{a_3}{b_3 + c_3 M_2}$  ,  $L_3 = \frac{d_3 - c_3 L_2}{b_3 + c_3 M_2}$

L'équation (3.87) devient :

$$\phi_3 = M_3 \phi_4 + L_3 \quad (3.88)$$

De la même façon, on trouve la formule des coefficients suivants :

$$\phi_i = M_i \phi_{i+1} + L_i \quad (3.89)$$

$$\text{Où :} \quad M_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i M_{i-1}} \quad , \quad L_i = \frac{d_i - c_i L_{i-1}}{b_i + c_i M_{i-1}}$$

La valeur  $\phi_n$  est connue à cause des conditions limites, et par la substitution inverse dans l'équation (3.89) on trouve :

$$\phi_{n-1} = M_n \phi_n + L_n \quad (3.90)$$

$$\text{Où :} \quad M_n = -\frac{a_n}{b_n} \quad , \quad L_n = \frac{d_n}{b_n}$$

### 3-8 Critère de convergence

On peut vérifier la convergence après chaque itération, le test de convergence est basé sur le calcul du résidu de pour toutes les équations discrétisées en chaque volume de contrôle. La discrétisation des équations différentielles gouvernantes donne l'équation algébrique suivante :

$$A_{i,j} \phi_{i,j} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (3.91)$$

De l'équation (3.91), le résidu sur chaque volume de contrôle est calculé par l'équation suivante :

$$R_{\phi ij} = A_{i,j} \phi_{i,j} - A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (3.92)$$

En effet quand  $R_{\phi ij}$  tends vers zéro pour toutes les variables à déterminer, cela indique que les variables (vitesse, température, pression) obtenues vérifient toutes les équations de conservation et donc représentent la solution finale. Dans cette étude, la convergence sera atteinte et on pourra arrêter le processus itératif lorsque les conditions suivantes sont vérifiées:

$$\begin{cases} R_{\phi max} = \max |R_{\phi ij}| < 10^{-6} \\ R_{\phi G} = \sum_{mailles} |R_{\phi ij}| < 10^{-4} \\ R_{Cont} = \sum_{mailles} |b'_{ij}| < 10^{-4} \end{cases} \quad \text{avec : } \phi = U, V, \theta, \theta_f, \theta_S$$

$R_{\phi max}$  : résidu maximal pour chaque variable à chaque itération sur le domaine de calcul

$R_{\phi G}$  : résidu global pour chaque variable à chaque itération sur le domaine de calcul

$R_{Cont}$  : résidu de conservation de la masse à chaque itération sur tout le domaine de calcul

$b'_{ij}$  : est définie par l'équation (3-74)

Pour assurer que la convergence est atteinte, la variation des résidus en fonction des itérations est présentée sur les figures (3.5) et (3.6), les courbes montrent que les valeurs des résidus tendent vers les valeurs prescrites très petites. En plus, la figure (3.7) illustre l'évolution de la valeur de Nusselt moyen en fonction des itérations, on remarque que la stabilisation de la valeur de Nusselt moyen après l'itération 4000 montre que la convergence est atteinte.

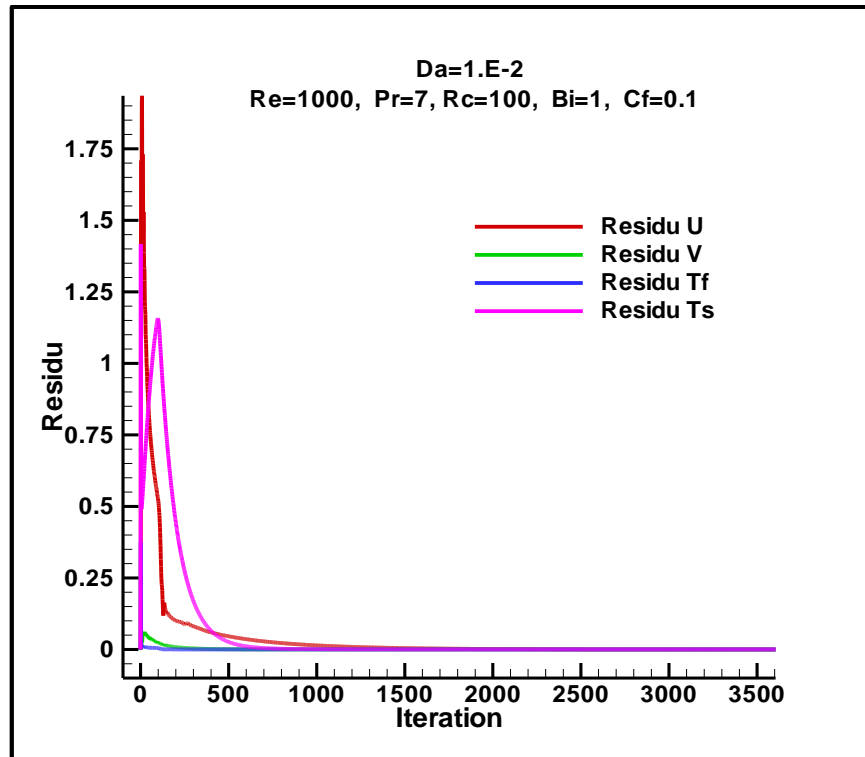


Figure (3.5): Evolution des résidus en fonction des itérations  $Da = 10^{-2}$

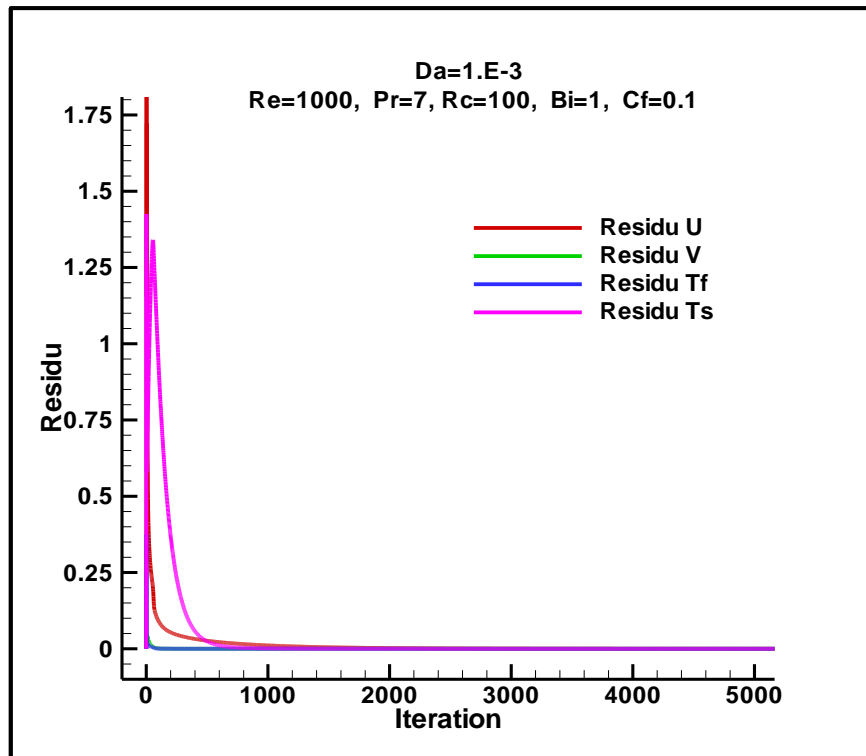


Figure (3.6): Evolution des résidus en fonction des itérations pour  $Da = 10^{-3}$

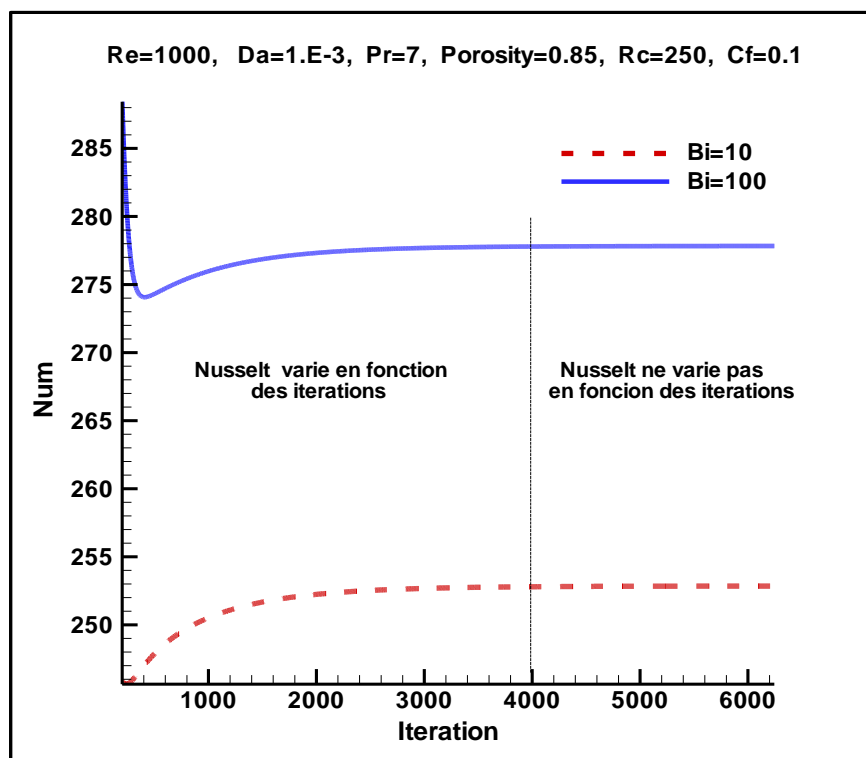


Figure (3.7): Variation du Nusselt moyen en fonction des itérations

### 3.9 Choix du maillage

Le choix du maillage a une grande influence sur la précision des résultats et le temps de calcul. Afin d'optimiser ces paramètres nous avons effectué plusieurs simulations tests pour calculer le nombre de Nusselt d'un écoulement laminaire sur six différents maillages (31×61), (81×41), (51× 101), (61× 121), (71×141) et (81×161). Les résultats de l'étude de l'indépendance maillage-solution sont présentés dans les tableaux (3.5) et (3.6). Le tableau (3.5) montre que le nombre de Nusselt reste constant pour les trois derniers maillages. Le tableau (3.6) illustre que les différences entre les valeurs de Nusselt ne sont pas perceptibles et qu'il existe une grande affinité entre les trois dernières valeurs de Nusselt. Notre choix s'est posé sur le maillage (61×121) qui assure un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul. L'augmentation du maillage plus de (61×121) augmente le temps d'exécution sans aucune amélioration de la précision de la solution.

Maillage (R,Z)	31×61	81×41	51×101	61×121	71×141	81×161
Nu établi	5.7341	5.7358	5.7366	5.737	5.737	5.737

**Tableau (3.4):** Valeurs de Nu dans une conduite annulaire sans matière poreuse

Maillage	31×61	81×41	51×101	61×121	71×141	81×161
Nu établi	214.12	214.25	214.32	214.35	214.37	214.39

**Tableau (3.5):** Valeurs de Nu dans une conduite annulaire remplie d'une matière poreuse

pour  $Re=500$ ,  $Pr=7$ ,  $Rc=250$  and  $Da=10^{-3}$

### 3.10. Validation numérique

La validation de la méthode de résolution et le code de calcul utilisé dans cette étude est testé en comparant le nombre de Nusselt en régime établi de la présente méthode avec d'autres études disponibles dans la littérature et basée sur le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La première comparaison a été faite avec la solution de A.A. Mohamad [16], et illustré dans le tableau (3.4) pour le cas de la convection forcée laminaire dans un tube entièrement rempli d'un milieu poreux à perméabilité différente (nombre de Darcy différent). La comparaison



montre que la différence relative maximale ne dépasse pas 0,86%. La deuxième comparaison a été faite avec la solution de Salah [11] et présentée dans la figure (3.8) pour le cas d'une conduite de section annulaire remplie d'une matière poreuse de différentes épaisseurs. Un excellent accord est trouvé entre les résultats numériques actuels et les résultats présentés dans la référence [11]. A partir de ces deux comparaisons, le code de calcul et la présente méthode qui est basée sur l'algorithme SIMPLE, sont valide pour simuler l'écoulement et le transfert de chaleur par convection forcée dans des milieux poreux à une large gamme de propriétés hydrodynamiques et thermiques pour la nouvelle géométrie et pour les différentes conditions aux limites adoptées.

Da	$10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$3.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$2.10^{-2}$	$5.10^{-2}$	$10^{-1}$
Nu de la référence [16]	5.428	5.289	5.188	5.036	4.791	4.515	4.165	3.963
Nu du présent travail	5.436	5.299	5.199	5.049	4.8	4.53	4.195	3.997
Erreur relative(%)	0.15	0.19	0.21	0.26	0.19	0.33	0.72	0.86

Tableau (3.6): Comparaison du nombre de Nusselt pour différentes perméabilités

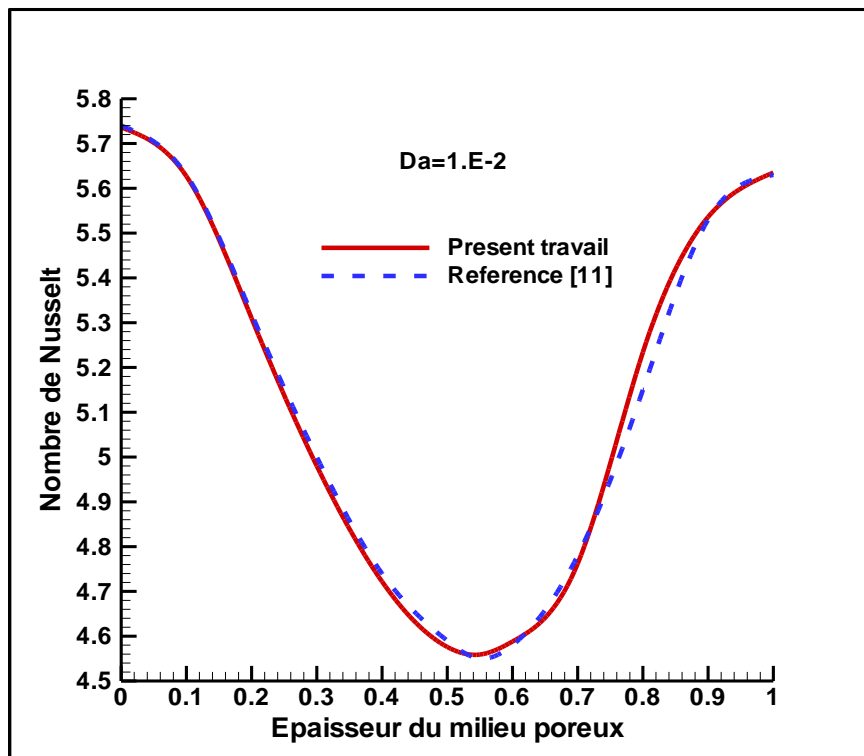


Figure (3.8): Comparaison du nombre de Nusselt de la présente étude avec la solution de Salah [11]



**CHAPITRE 4**

**RESULTATS**

**ET**

**DISCUSSIONS**

#### 4.1 Introduction:

Ce chapitre présente les résultats de la simulation numérique de la convection forcée laminaire en régime stationnaire sous la condition LTNE dans une conduite de section annulaire remplie totalement d'une matière poreuse. Les résultats obtenus seront discutés en présentant l'effet des paramètres hydrodynamiques et thermiques sur l'équilibre thermique entre la phase solide et la phase fluide. En plus, l'amélioration du transfert de chaleur avec des pertes de charge raisonnable est traitée par le calcul du nombre de Nusselt moyen  $Num$  et la performance thermique PTH.

Les résultats de ce chapitre sont partagés en deux parties principales:

- La première partie concerne l'étude de l'équilibre thermique solide-fluide et la validité du modèle d'équilibre thermique LTE
- La deuxième partie concerne l'étude de l'amélioration de la performance thermique

#### 4.2 Partie1 : Etude de l'équilibre thermique et la validité du modèle LTE

Le plan de cette partie est organisé sous la forme suivante :

- Critères de l'équilibre thermique solide-fluide
- Effet du nombre de Biot sur l'équilibre thermique solide – fluide
- Effet du nombre de Reynolds sur l'équilibre thermique solide – fluide
- Effet du rapport de la conductivité thermique sur l'équilibre thermique solide – fluide
- Effet de la porosité sur l'équilibre thermique solide – fluide

Afin de déterminer la valeur de DTM pour laquelle l'équilibre thermique est atteint, plusieurs simulations ont été effectuées pour deux différentes perméabilités ( $Da=10^{-2}, 10^{-3}$ ) et pour deux différents nombres de Reynolds (500, 1500). La différence relative entre la valeur du Nusselt du modèle de l'équilibre thermique (LTE) et celle du modèle du déséquilibre thermique (LTNE) avec les valeurs de DTM sont montrées dans les tableaux (1, 2, 3 et 4) et ceci pour un Bi qui varie entre  $10^{-1}$  à  $10^{-3}$ . Les résultats illustrent que l'équilibre thermique peut être considéré comme atteint lorsque la valeur de DTM est inférieure à 0.05 puisque, dans cet intervalle les valeurs du Nusselt du modèle (LTE) et Nusselt du modèle (LTNE) sont très proches et la différence relative entre eux est négligeable ce qui signifie que les températures locales du fluide et solide sont presque les mêmes. Dans cette étude on a trouvé que l'équilibre thermique est considéré comme atteint lorsque ( $0 < DTM < 0.05$ ), ce résultat est conforme à celui trouvé par Gazy F [30] dans son étude.

Bi	Nu (LTE)	Nu (LTNE)	$\left[ \frac{Nu_{LTE} - Nu_{LTNE}}{Nu_{LTE}} \right]$ (%)	DTM
0.1	243.52	41.93	82.78	0.798
0.5		87.39	64.11	0.575
1		122.03	49.88	0.429
5		203.72	16.34	0.143
10		223.63	8.16	0.078
20		234.64	3.64	0.04
30		238.44	2.08	0.027
40		240.34	1.3	0.02
50		241.48	0.837	0.016
100		243.68	0.065	0.0084
500		245.23	0.7	0.0017
1000		245.39	0.75	0.0008

Tableau (4.1): valeurs de DTM pour : Re=500, Da=10<sup>-2</sup>, Rc=250, Pr=7

Bi	Nu (LTE)	Nu (LTNE)	$\left[ \frac{Nu_{LTE} - Nu_{LTNE}}{Nu_{LTE}} \right]$	DTM
0.1	302.82	51.85	82.87	0.847
0.5		98.51	67.46	0.651
1		134.96	55.43	0.513
5		233.77	22.8	0.208
10		266.55	11.97	0.122
20		286.75	5.3	0.067
30		293.59	3.04	0.046
40		296.9	1.95	0.035
50		298.82	1.32	0.028
100		302.39	0.14	0.014
500		304.42	0.52	0.0029
1000		304.45	0.52	0.0014

Tableau (4.2): valeurs de DTM pour Re=1500, Da=10<sup>-2</sup>, Rc=250, Pr=7

Bi	Nu (LTE)	Nu (LTNE)	$\left[ \frac{Nu_{LTE} - Nu_{LTNE}}{Nu_{LTE}} \right]$	DTM
0.1	245.22	43.74	82.16	0.778
0.5		89.91	63.33	0.559
1		125.14	48.96	0.416
5		207.31	15.45	0.138
10		226.76	7.52	0.075
20		237.28	3.23	0.039
30		240.85	1.78	0.026
40		242.62	1.06	0.02
50		243.67	0.63	0.016
100		245.67	0.18	0.008
500		246.99	0.72	0.0016
1000		247.11	0.77	0.0008

Tableau (4.3): valeurs de DTM pour  $Re=500$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Rc=250$ ,  $Pr=7$

Bi	Nu (LTE)	Nu (LTNE)	$\left[ \frac{Nu_{LTE} - Nu_{LTNE}}{Nu_{LTE}} \right]$	DTM
0.1	308.2	54.9	82.18 %	0.824
0.5		101.98	66.91	0.632
1		138.83	54.95	0.498
5		239.1	22.42	0.201
10		272.5	11.58	0.118
20		292.94	4.95	0.068
30		299.74	2.74	0.047
40		302.97	1.69	0.036
50		304.8	1.1	0.027
100		308.2	0.0	0.014
500		309.9	0.55	0.0028
1000		309.86	0.55	0.0014

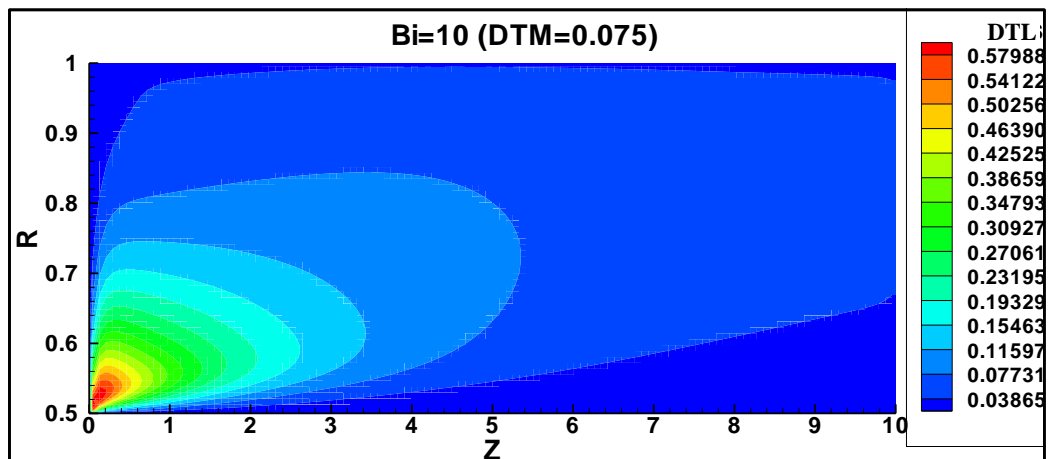
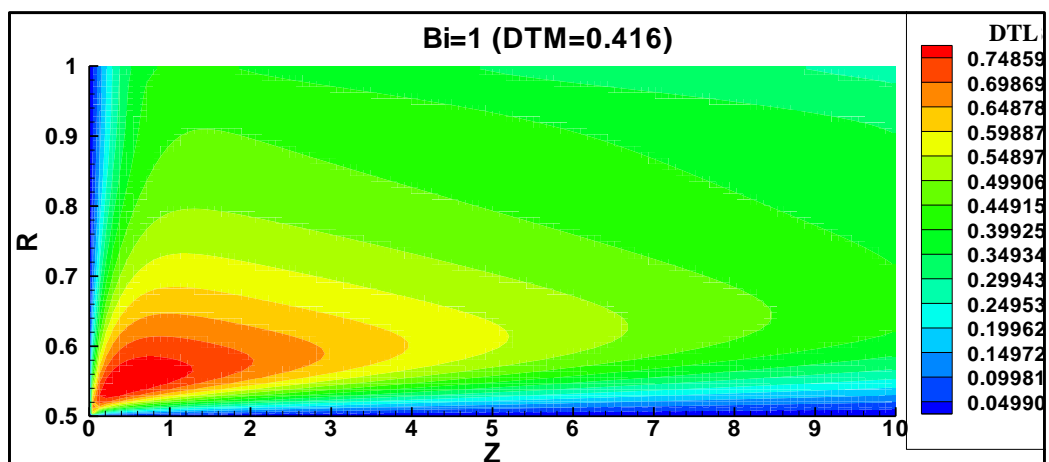
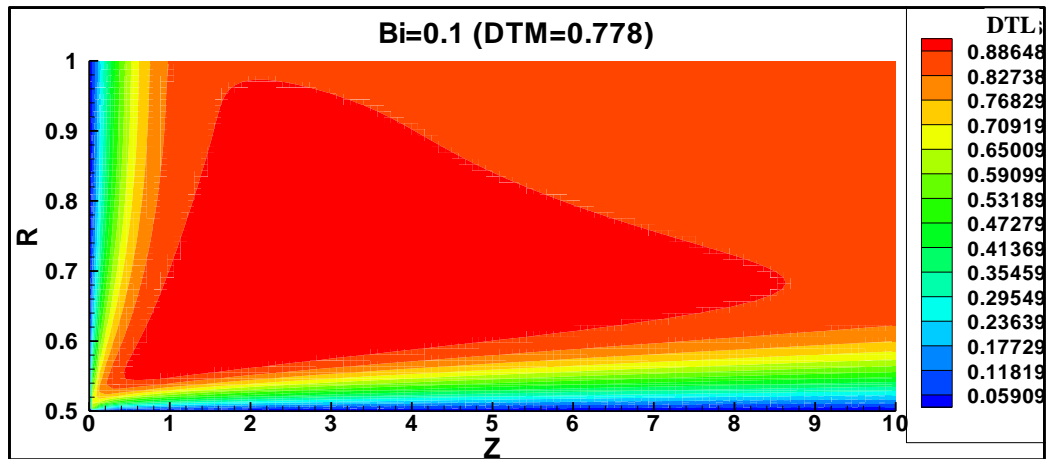
Tableau (4.4): valeurs de DTM pour  $Re=1500$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Rc=250$ ,  $Pr=7$

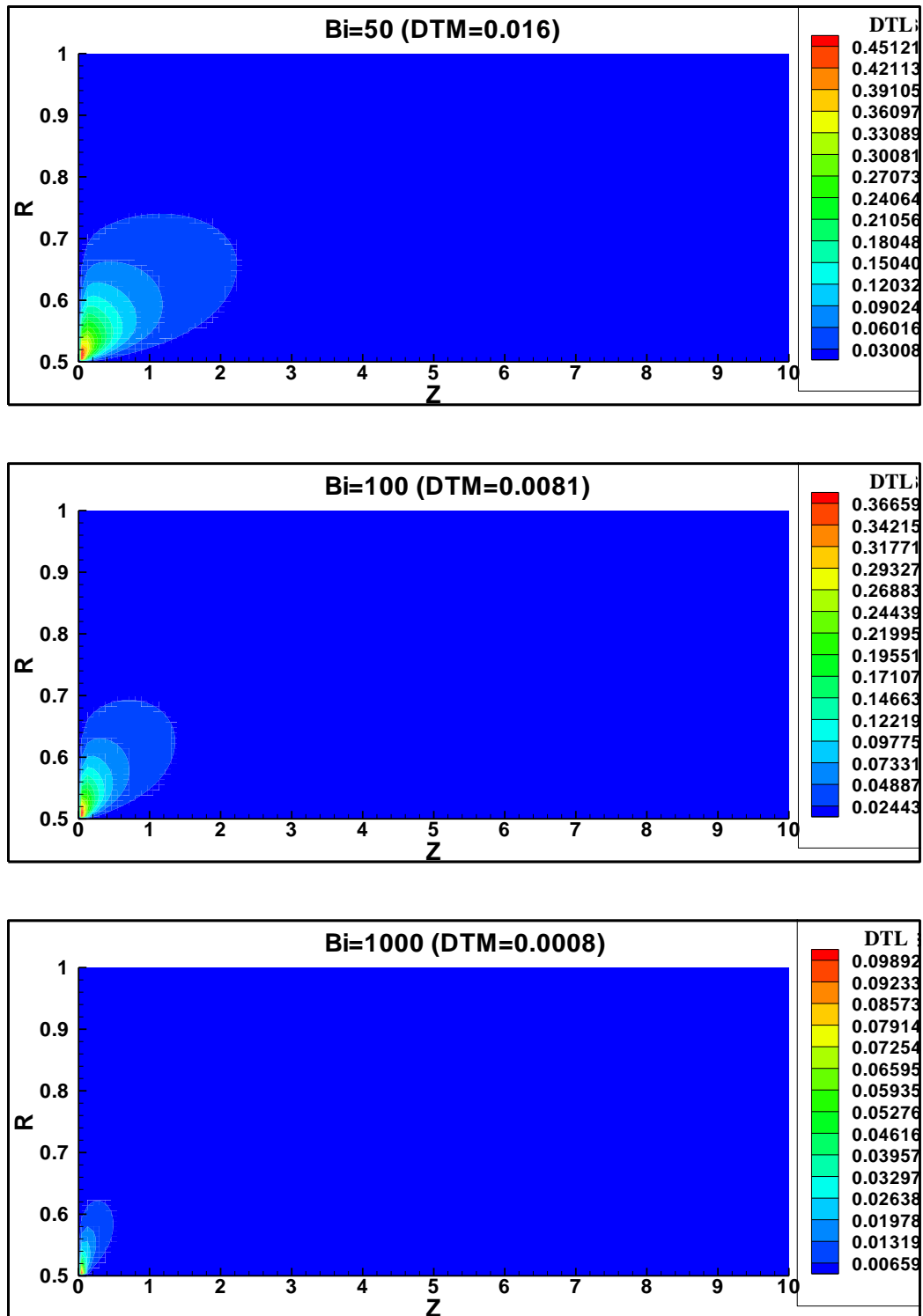
### 4.2.1. Effet du nombre de Biot sur l'équilibre thermique solide – fluide

Le nombre de Biot représente une réflexion directe du coefficient de transfert de chaleur dans les pores entre le fluide et la matrice solide. L'influence de Biot sur la différence de température locale (DTL) est révélée par la présentation des champs de DTL pour différentes valeurs de Bi sur la figure (4.1). Les champs de DTL illustrent que l'équilibre thermique (DTL négligeable) peut être obtenu dans la région complètement développée à des valeurs moyennes de Bi ( $Bi > 10$ ), tandis que dans la zone établie, les valeurs élevées de Bi ( $Bi > 100$ ) sont nécessaires pour atteindre l'équilibre thermique. On peut également observer que la valeur maximale de DTL apparaît dans une zone localisée dans le coin inférieur à l'entrée de la conduite qui est caractérisée par un transfert de chaleur par convection important car elle est adjacente à la paroi active. Cette zone se rétrécit et devient très petite par l'augmentation de Bi et disparaît à Bi plus élevé ce qui rend tout le domaine de l'écoulement en équilibre thermique local.

L'effet de Bi sur l'équilibre thermique solide-fluide est aussi étudié par la présentation des profils de DTL sur les figures (4.2) et (4.3) pour ( $Bi=0.1, 1, 10, 100$ ), pour deux valeurs de Darcy ( $Da=10^{-2}, 10^{-3}$ ) et à deux positions axiales distinctes ( $Z=0,25L^*$ ) et ( $Z=0,75L^*$ ) qui représentent respectivement les zones établie et non établie. Dans cette simulation, Bi varie entre 0,1 et 1000. Les résultats montrent que l'effet de Bi sur les valeurs de DTL est considérable, où l'augmentation de Biot fait diminuer la DTL, cette diminution indique que les deux phases tendent vers l'équilibre thermique surtout pour les valeurs élevées de Biot. La diminution du DTL entre la matrice solide et le fluide est due à l'augmentation du coefficient de transfert thermique interstitiel ' $h_{sf}$ '; ce qui fait rapprocher les températures des deux phases. On remarque aussi que les profils de DTL sont influencés par la position axiale en raison du fait que le transfert de chaleur par convection à ( $Z = 0,25L^*$ ) est plus grand que celui dans la région développée à ( $Z = 0,75 L^*$ )

D'après les valeurs de DTM présentés sur la figure (4.1), on remarque que l'équilibre thermique a été obtenu pour ( $Bi > 50$ ) car ( $DTM=0.016 < 0.05$ ) confirmant ainsi la validité du modèle LTE pour simuler ce phénomène. Par contre pour  $Bi > 50$ , la précision du modèle LTE diminue et l'utilisation du modèle LTNE est nécessaire pour obtenir des résultats plus précis. On peut conclure que l'augmentation de Biot a un effet très important pour atteindre l'équilibre thermique fluide –solide.

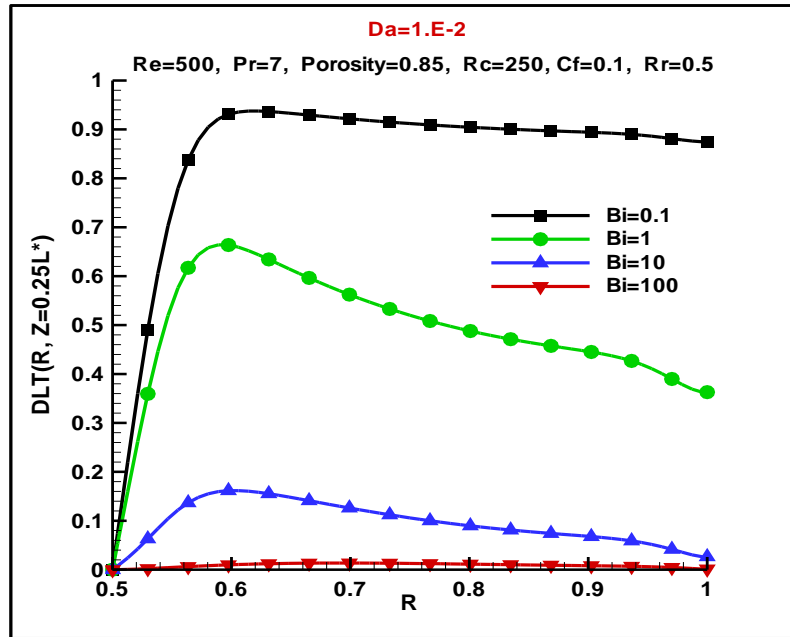




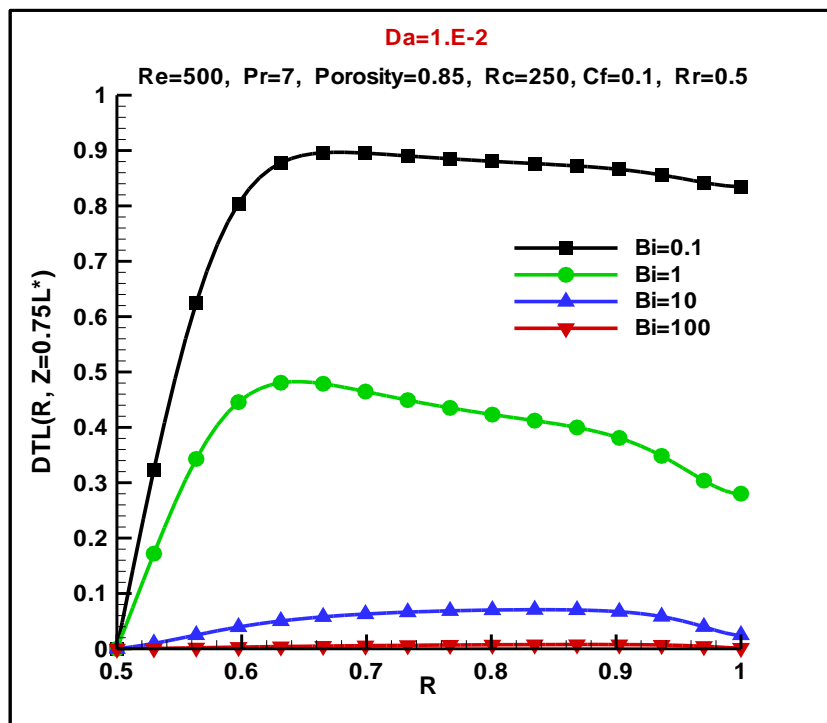
**Figure (4.1):** Effet de Biot sur le champ de DTL pour :

$Re=500, Da=10^{-3}, Pr=7, Rc=250, Cf=0,1$





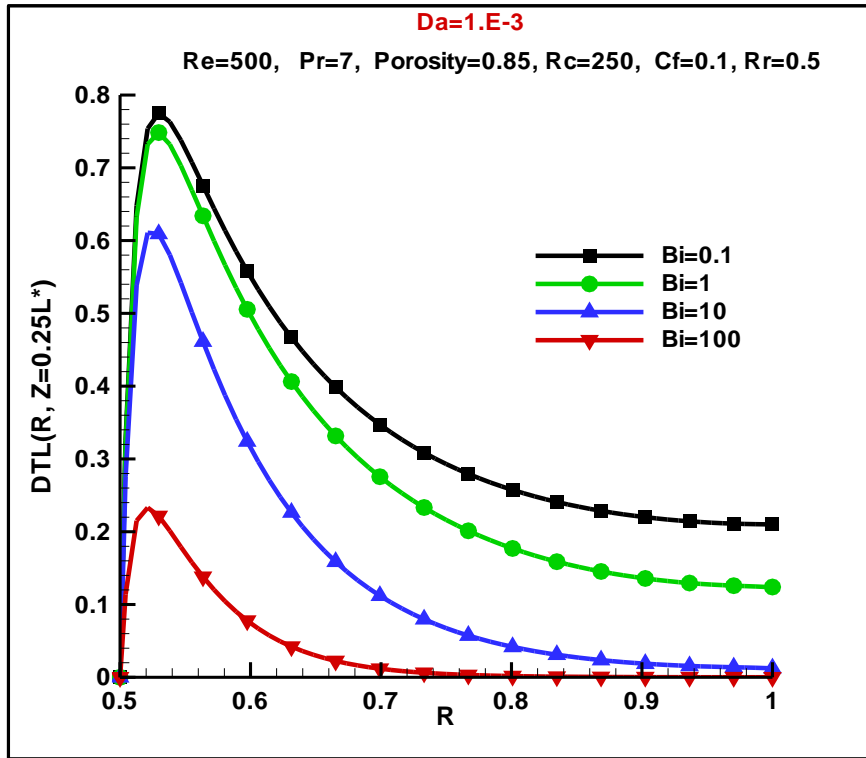
(a)  $Z=0.25L^*$



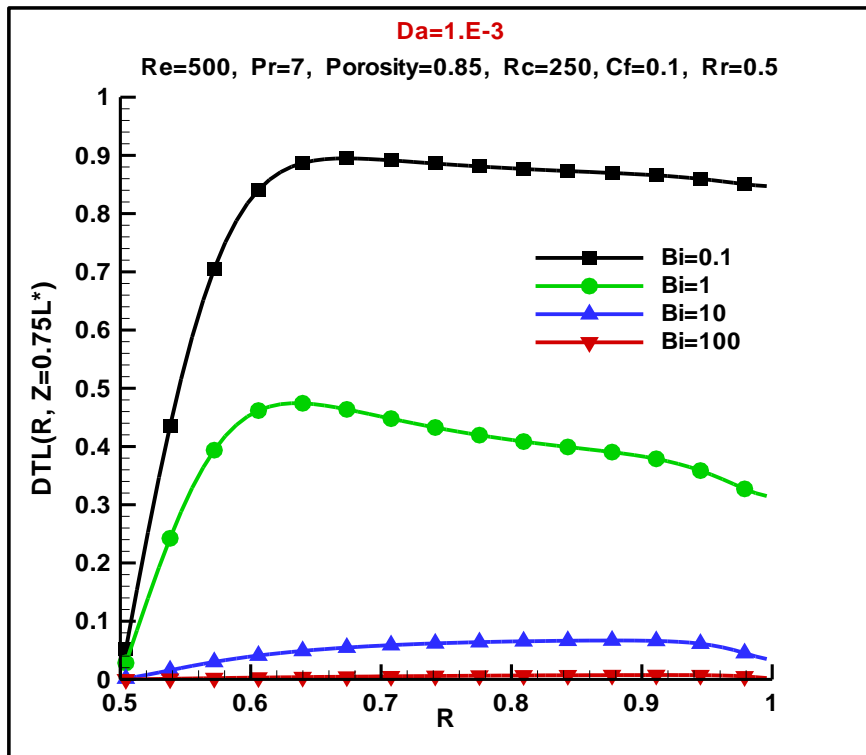
(b)  $Z=0.75L^*$

Figure (4.2): Effet de Biot sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-2}$  :

(a)  $Z=0.25L^*$ , (b)  $Z=0.75L^*$



(a) :  $Z=0.25L^*$



(b) :  $Z=0.75L^*$

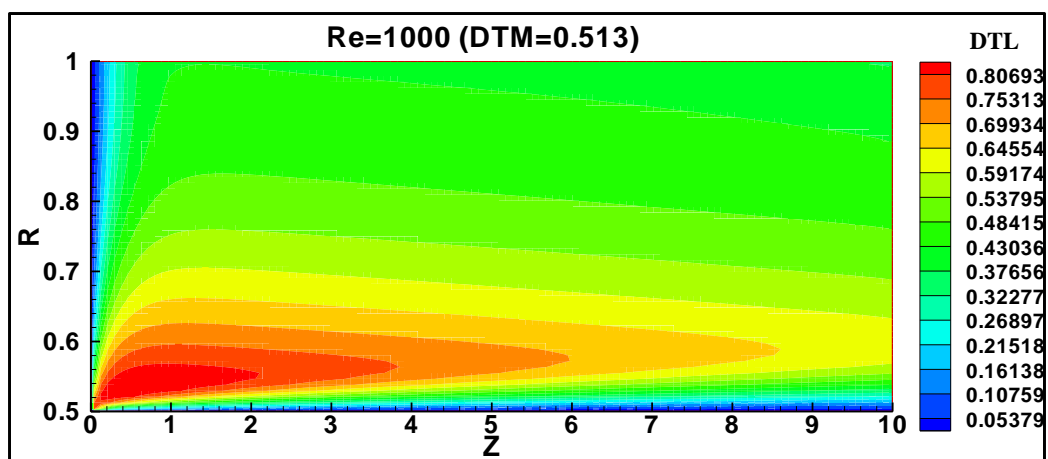
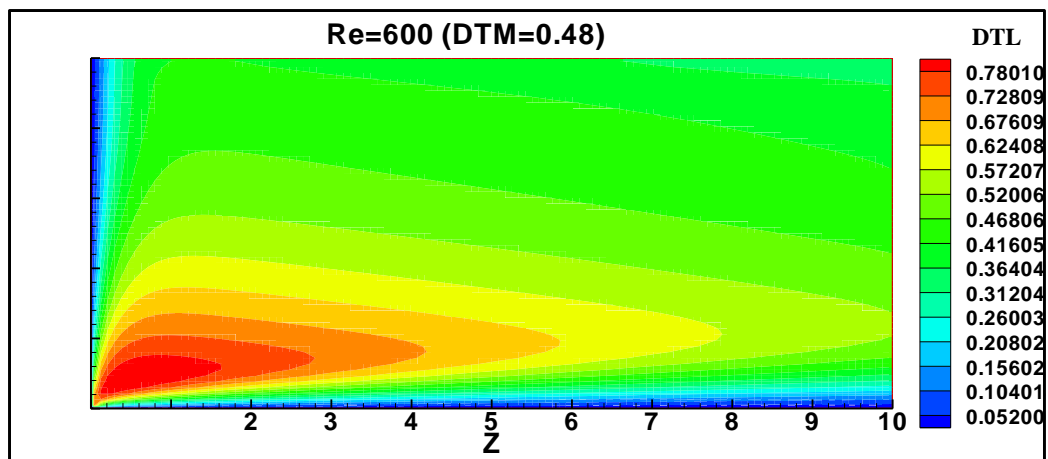
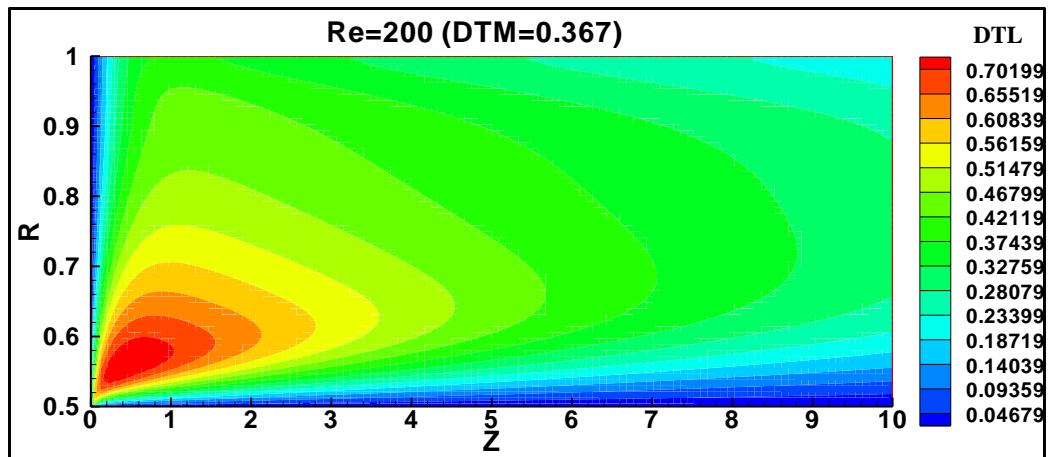
**Figure (4.3):** Effet de Biot sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-3}$ :

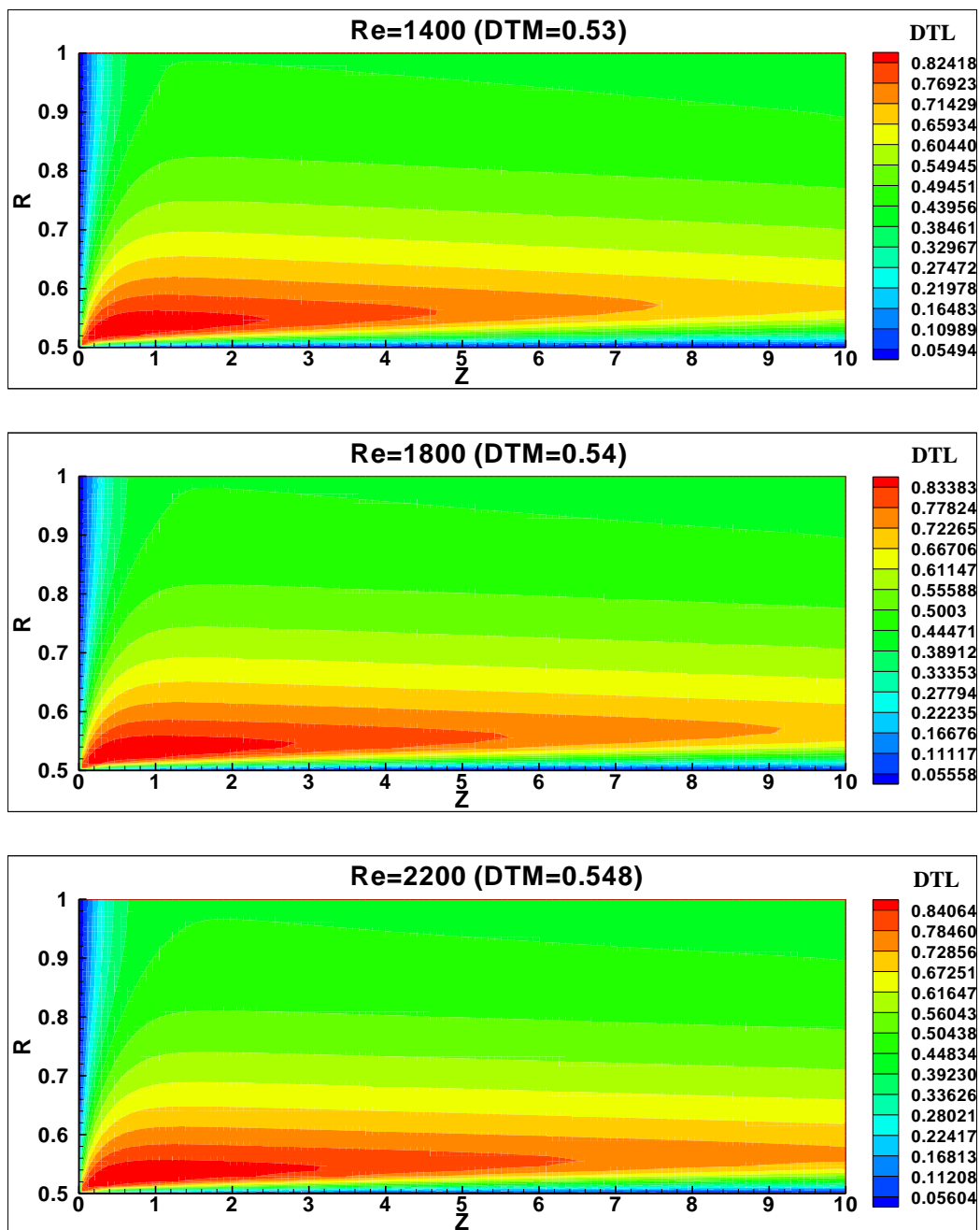
(a)  $Z=0.25L^*$ ; (b)  $Z=0.75L^*$

### 4.2.2. Effet de Reynolds sur l'équilibre thermique solide – fluide

L'effet du nombre de Reynolds sur l'intensité du déséquilibre thermique entre les deux phases est examiné par la présentation des champs de DTL et les valeurs de DTM pour chaque nombre de Reynolds sur la figure (4.4). L'intensité du déséquilibre thermique est aussi étudiée dans cette section par la présentation des profils de DTL sur les figures (4.5) et (4.6) pour deux valeurs de perméabilité ( $Da=10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et à deux positions axiales ( $Z=0,25L^*$ ) et ( $Z=0,75L^*$ ) avec Reynolds variant entre 200 et 2200. Les résultats trouvés montrent que :

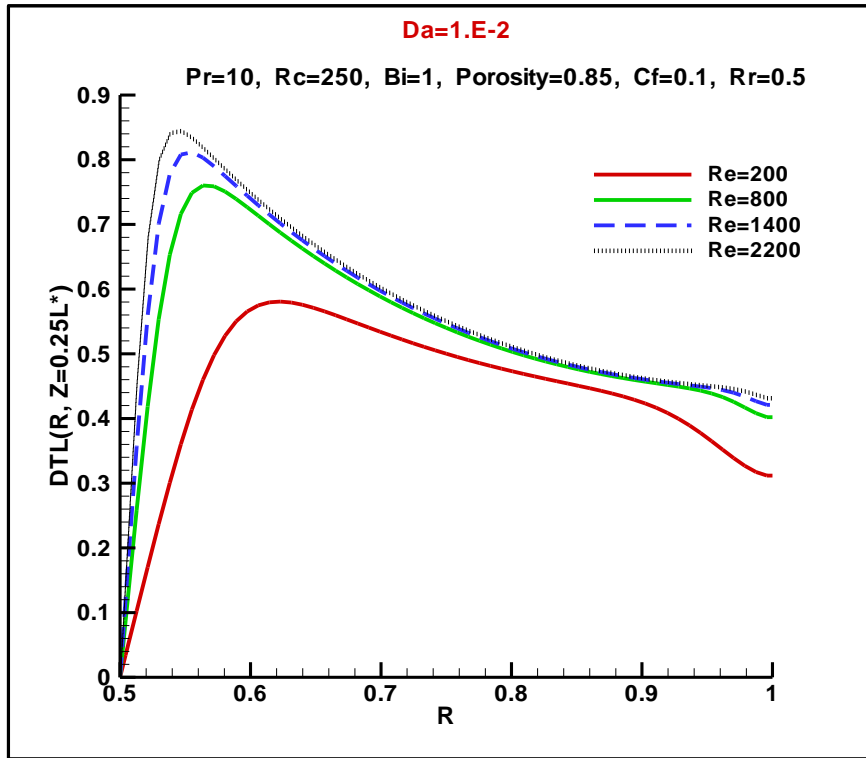
- L'effet du nombre de Reynolds sur l'intensité du déséquilibre thermique est considérable où DTL et DTM sont proportionnelle au nombre de Reynolds. Il est clair que la diminution du Reynolds fait diminuer la différence de température locale et moyenne entre les deux phases. La diminution du nombre de Reynolds s'accompagne par une diminution de la vitesse d'écoulement ; ce qui améliore l'échange thermique entre le fluide et la matière poreuse et donc fait décroître la différence de température entre elles.
- Les grandes valeurs de la différence de température apparaissent dans la région d'entrée où le transfert de chaleur par convection est très élevé. Les valeurs de DTL dans la zone adjacente à la paroi active (paroi inférieure) sont importantes par rapport aux valeurs de DTL dans la zone adjacente à la paroi adiabatique (paroi supérieure).
- L'augmentation de Reynolds fait croître la zone du déséquilibre thermique longitudinalement près de la paroi active. La DTL dépend de la longueur de la région d'entrée (zone non établie), où la DTL dans la région d'entrée est supérieure à la DTL dans la zone établie.
- La valeur maximale de DTL est localisée dans la zone d'entrée près de la paroi active qui représente la zone dans laquelle le coefficient d'échange convectif est très élevé.
- La valeur minimale de DTM est obtenue pour  $Re=200$  ( $DTM=0.367>0.05$ ), dans ces conditions de simulation, l'équilibre thermique entre les deux phases n'est pas vérifié, par conséquent le mode LTE n'est pas valable pour ce phénomène et le modèle LTNE est indispensable.
- La diminution du nombre de Reynolds est l'un des paramètres contribuant à la réalisation de l'équilibre thermique.



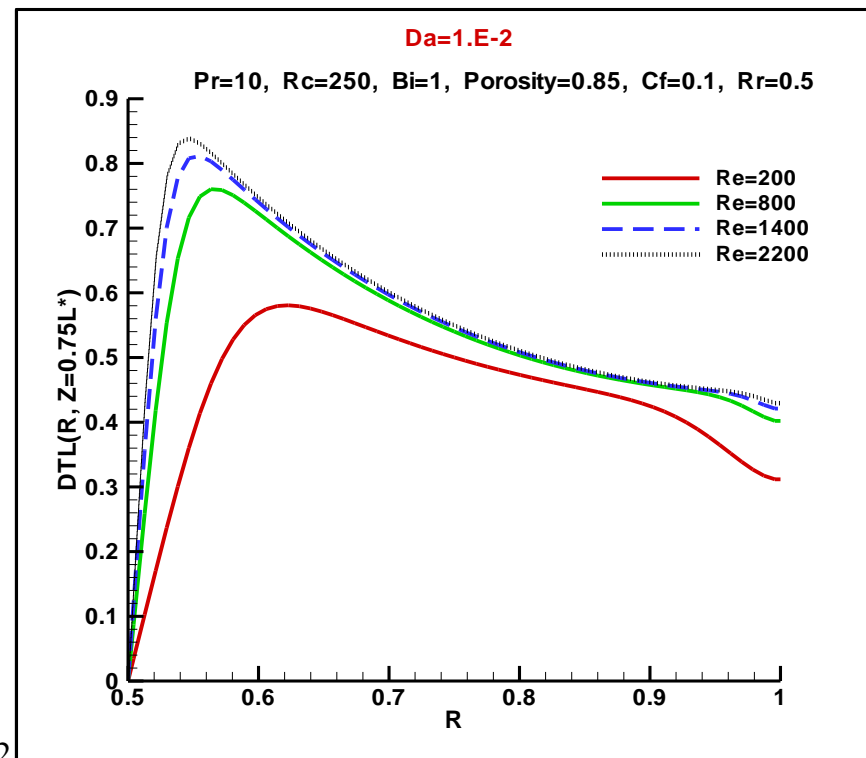


**Figure (4.4):** Effet de Reynolds sur le champ de DTL pour :

$$Pr=10, Bi=1, Da=10^{-3}, Rc=250, Cf=0,1$$

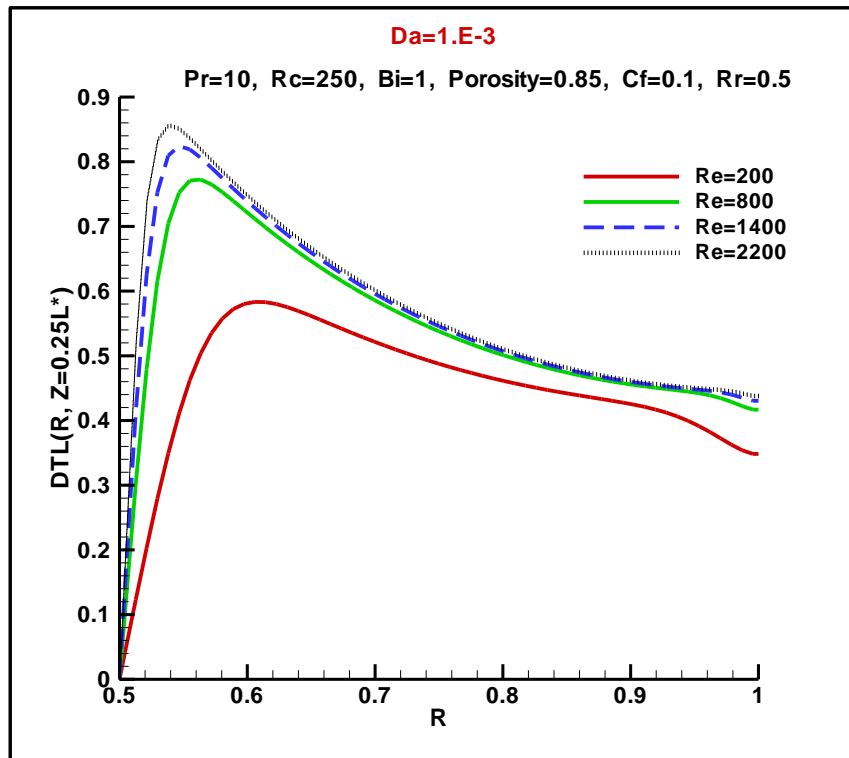


(a)  $Z=0.25L^*$

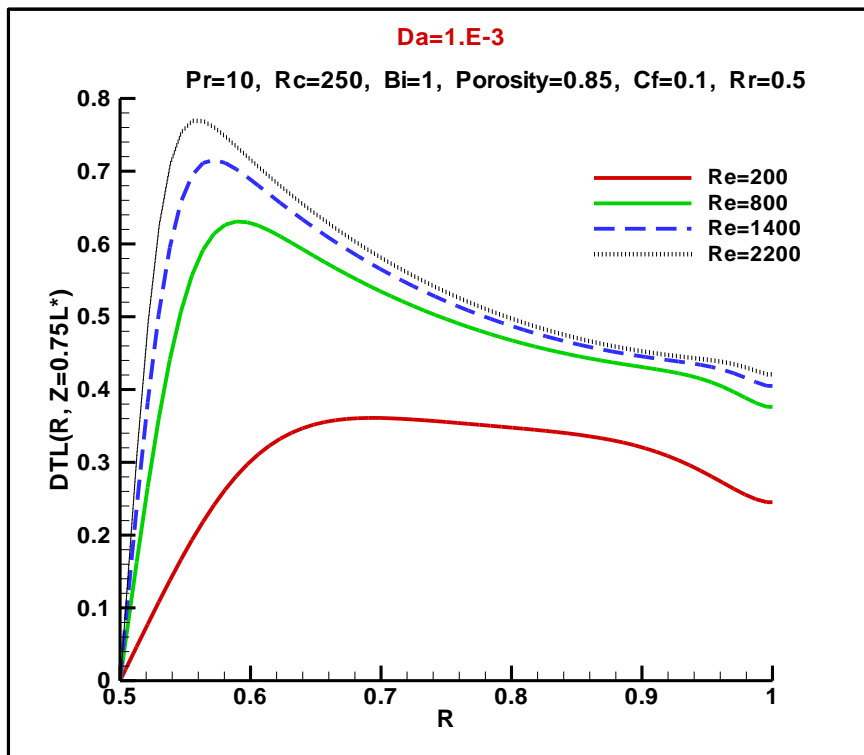


(b)  $Z=0.75L^*$

**Figure (4.5):** Effet de Reynolds sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-2}$  :  
(a)  $Z=0.25L^*$  ; (b)  $Z=0.75L^*$  .



(a)  $Z=0.25L^*$



(b)  $Z=0.75L^*$

**Figure (4.6):** Effet de Reynolds sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-3}$  :

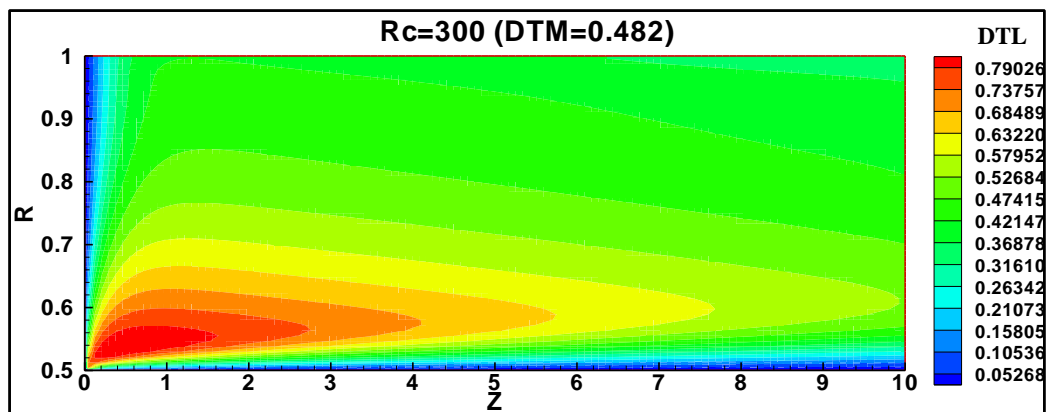
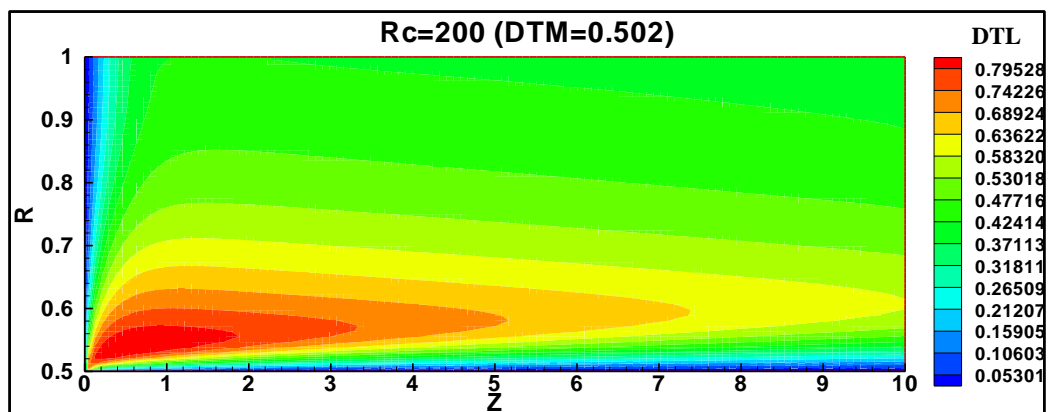
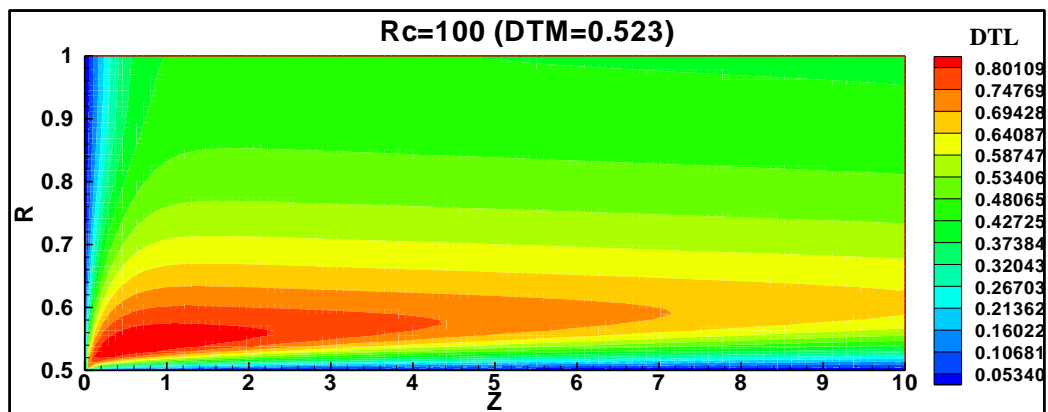
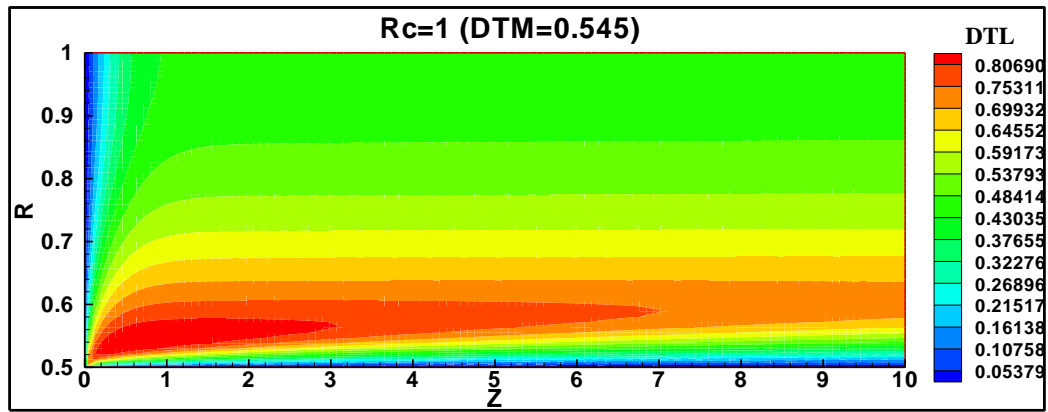
(a)  $Z=0.25L^*$  ; (b)  $Z=0.75L^*$  .

### 4.2.3. Effet du rapport de conductivité thermique sur l'équilibre thermique

Afin d'étudier l'effet du rapport de conductivité thermique  $R_c$  sur l'équilibre thermique solide-fluide, les champs de DTL et les valeurs de DTM sont présentées sur la figure (4.7) pour différentes valeurs de  $R_c$ . Ainsi, les profils de la DTL sont présentés sur les figures (4.8) et (4.9) pour deux valeurs de perméabilité ( $Da=10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et à deux positions axiales ( $Z=0,25L^*$ ) et ( $Z = 0,75L^*$ ). Les résultats sont montrés pour:  $Re=1000$ ,  $Pr=7$ ,  $Bi=1$ , porosité=0.85,  $C_f=0.1$ ,  $R_r=0.5$ , avec  $R_c$  variant entre 1 et 1000. On peut constater que :

- L'intensité du déséquilibre thermique est inversement proportionnelle au rapport de la conductivité thermique où les valeurs de DTL et DTM diminuent avec l'augmentation du  $R_c$ . Cela est due à l'augmentation du  $R_c$  qui améliore la conduction thermique dans la matrice solide ce qui réduit la différence de température locale et moyenne entre les deux phases.
- Les valeurs de DTM présentées sur la figure (4.7) montrent que l'intensité du déséquilibre thermique est faiblement affectée par la variation importante des valeurs de  $R_c$ .
- Toutes les valeurs de DTM présentées dans la figure (4.7) sont supérieures à 0.05, dans ce cas le modèle LTE n'est pas valable et le modèle LTNE est indispensable pour cette simulation
- La variation de  $R_c$  a un effet sur la forme et la localisation de la zone du déséquilibre thermique maximal, on remarque que la différence de température maximale est toujours située dans la zone d'entrée. L'augmentation de  $R_c$  fait croître la surface de la zone du déséquilibre thermique maximal longitudinalement près de la paroi active.
- L'augmentation de  $R_c$  fait diminuer l'intensité du déséquilibre thermique dans les directions axiale et radiale.
- L'équilibre thermique peut être atteint dans la zone établie car la DTL est négligeable (intensité du déséquilibre thermique est négligeable), mais ne peut pas être obtenu dans la région d'entrée (intensité du déséquilibre thermique importante). Par conséquent, l'équilibre thermique ne peut pas être atteint dans les tubes courts.
- L'augmentation de  $R_c$  est l'un des paramètres contribuant à la réalisation de l'équilibre thermique.





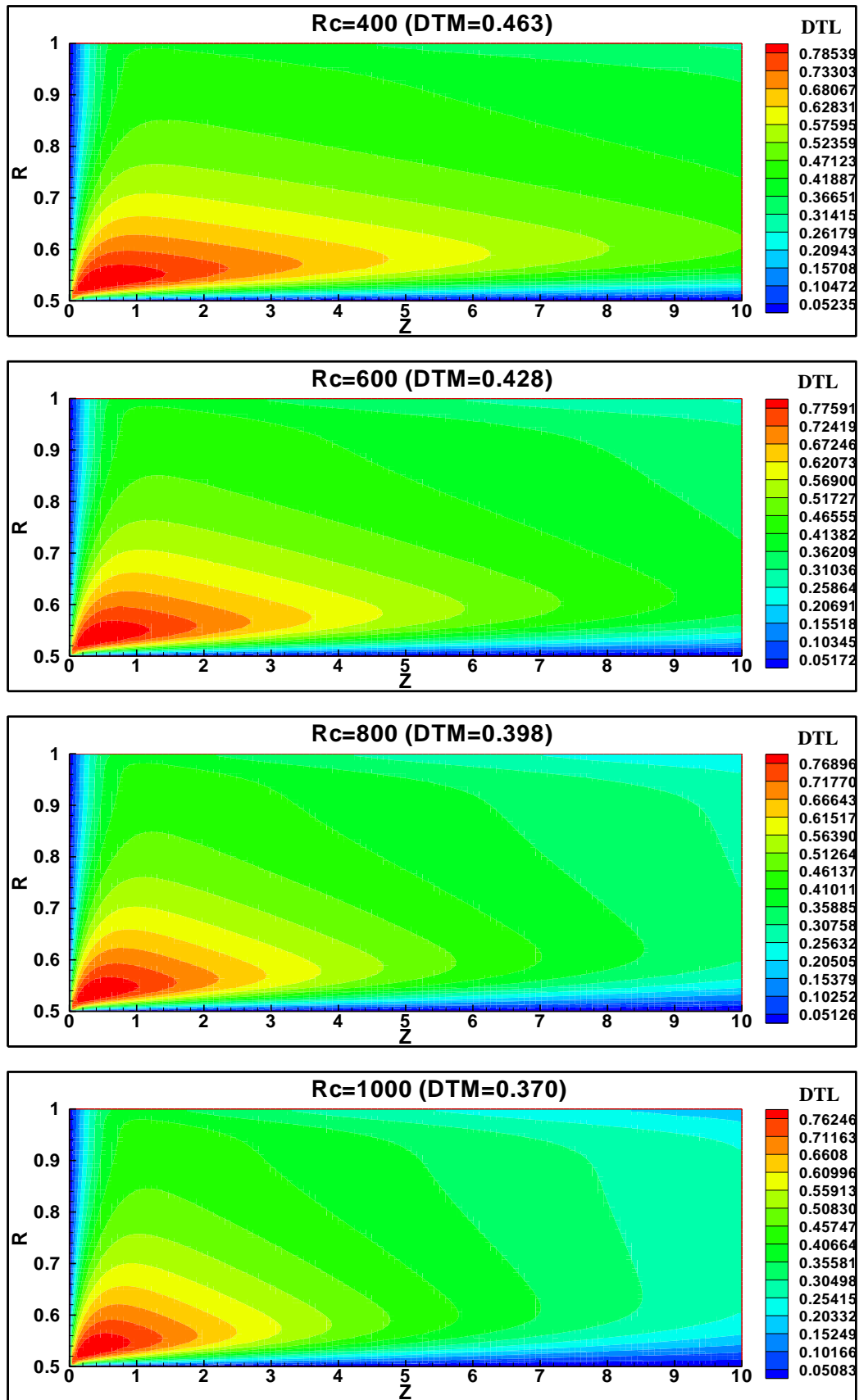
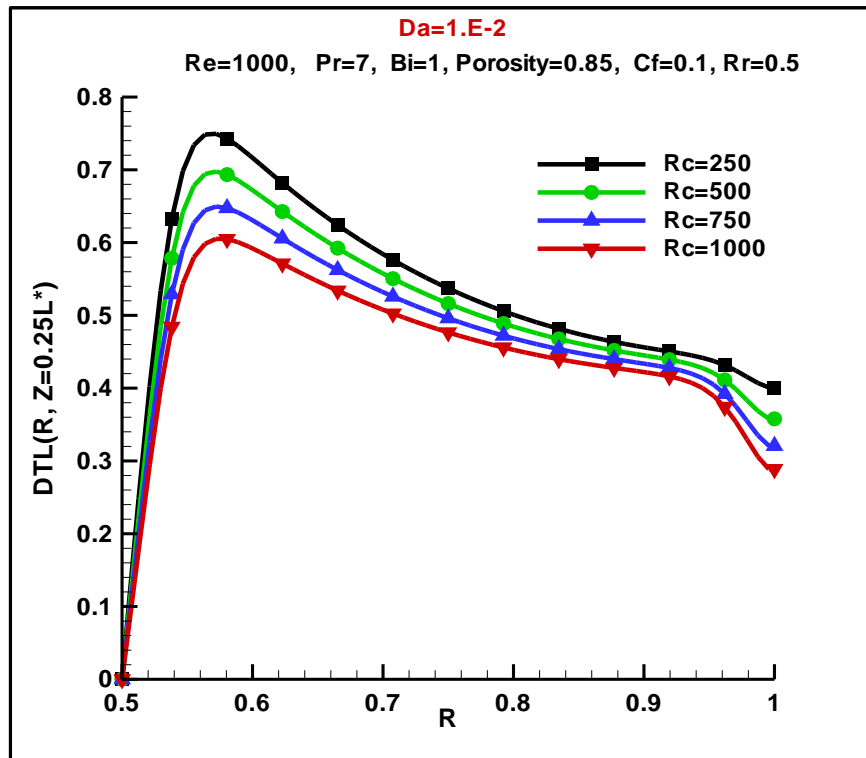
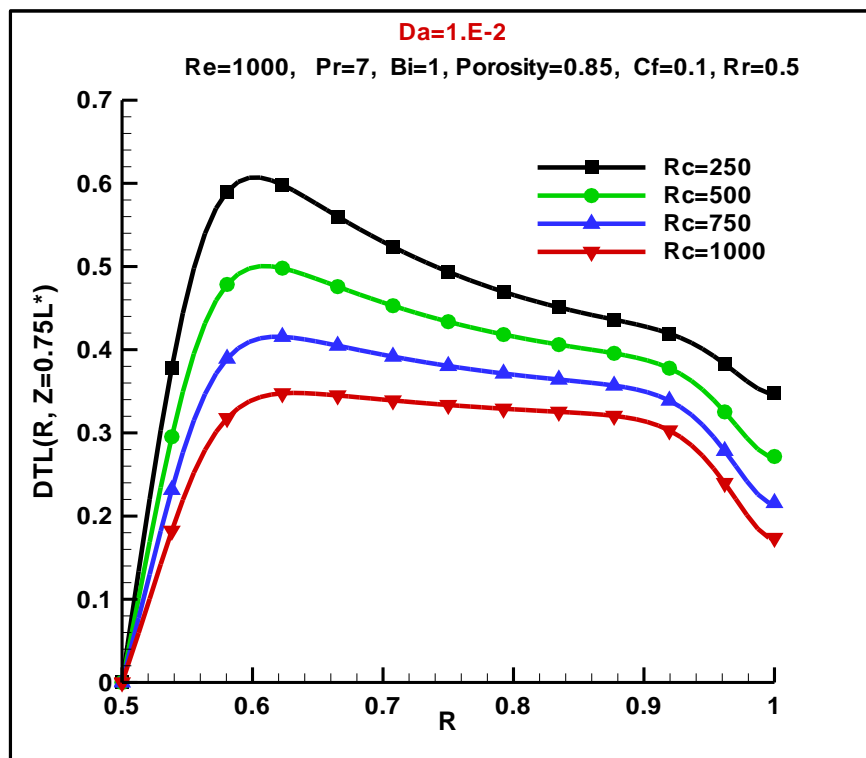


Figure (4.7): Effet du rapport de conductivité thermique sur le champ de DTL

Pour  $Re=1000$ ,  $Bi=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Pr=7$ ,  $Cf=0,1$ ,

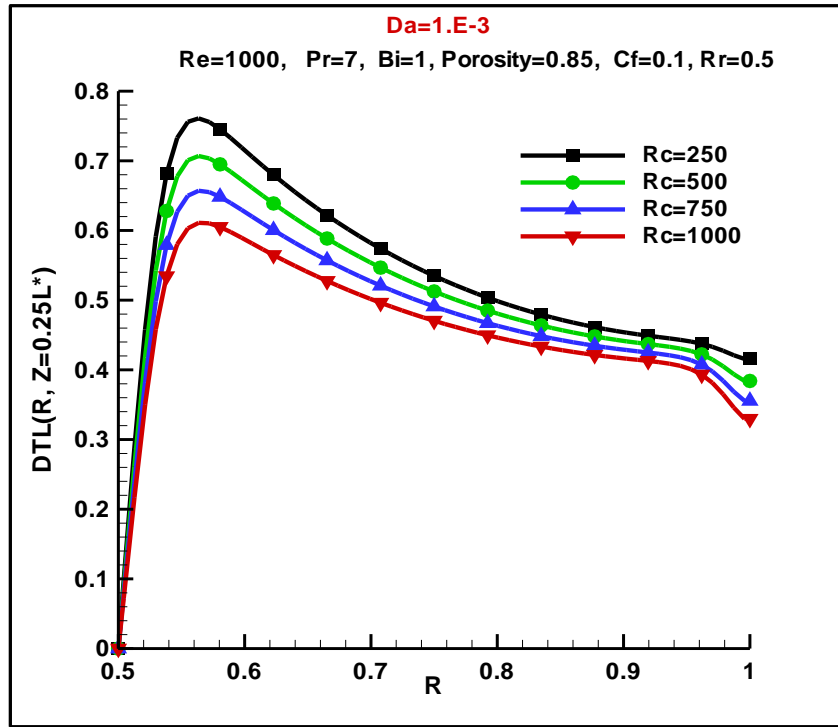


(a)  $Z=0.25L^*$

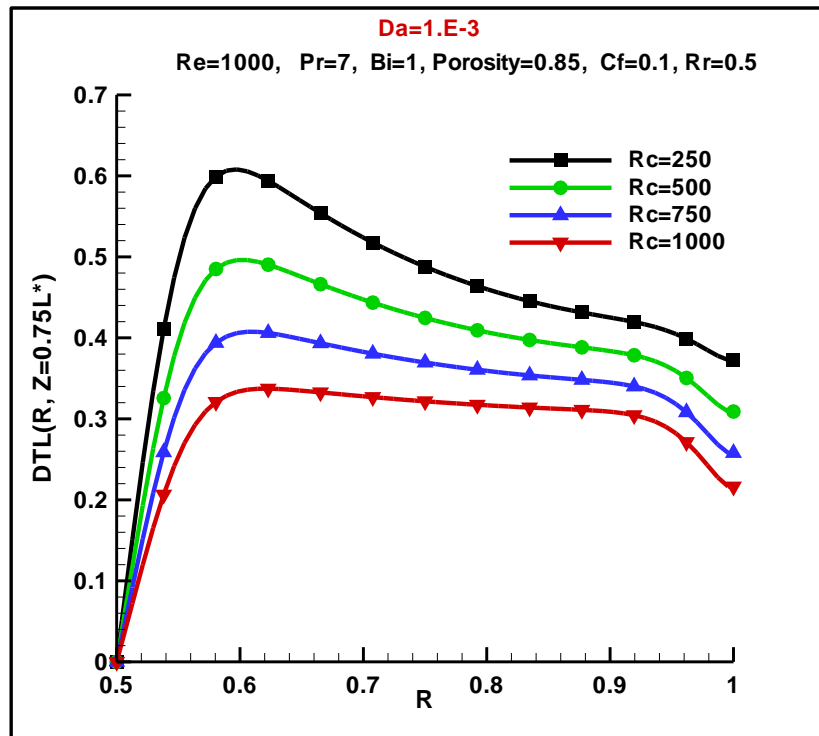


(b)  $Z=0.75L^*$

**Figure (4.8):** Effet du  $Rc$  sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-2}$ :  
(a)  $Z=0.25L^*$ ; (b)  $Z=0.75L^*$ .



(a)  $Z=0.25L^*$



(b)  $Z=0.75L^*$

**Figure (4.9):** Effet du Rc sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-3}$ :

(a)  $Z=0.25L^*$ ; (b)  $Z=0.75L^*$ .

#### 4.2.4. Effet de la porosité sur l'équilibre thermique solide – fluide

L'influence de la porosité sur la différence de température locale (DTL) est traitée par la présentation des champs de différence de température locale DTL et les valeurs de DTM pour chaque valeur de porosité sur la figure (4.10). L'intensité du déséquilibre thermique est aussi étudiée par la présentation des profils de DTL sur les figures (4.11) et (4.12) pour deux valeurs de Darcy ( $Da=10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et à deux positions axiales ( $Z = 0,25L^*$ ) et ( $Z = 0,75L^*$ ). Les résultats sont montrés pour  $Re=1000$ ,  $Pr=7$ ,  $Bi=1$ ,  $Rc=250$ ,  $C_f=0.1$ ,  $Rr=0.5$ , avec la porosité allant de 0.3 à 0.9. On peut constater que :

- L'intensité du déséquilibre thermique est inversement proportionnelle à la porosité du milieu poreux où les valeurs de DTL et DTM diminuent avec l'augmentation de la porosité.
- Pour une valeur élevée de la porosité, le volume de la matière poreuse est très petit par rapport au volume du fluide ce qui rend la température de la phase solide fortement affectée par celle de la phase fluide, donc la température du solide devient très proche de celle du fluide.
- En réalité, la perméabilité dépend de la porosité et de la structure des pores. Cependant, toute augmentation de la porosité du milieu poreux s'accompagne par l'augmentation de la perméabilité. Sur la figure (4.10), toutes les porosités ont la même perméabilité ça signifie que la géométrie des pores est différente et toute augmentation de la porosité conduit à augmenter la surface de contact entre le fluide et la matière poreuse. L'augmentation de la surface de contact améliore l'échange de chaleur par convection dans les pores entre les deux phases ; ce qui provoque alors la diminution de l'intensité du déséquilibre thermique.
- La zone du déséquilibre thermique maximale se situe dans la zone d'entrée (zone de transfert de chaleur convectif élevé). La surface de cette zone diminue avec l'augmentation de la porosité.
- Toutes les valeurs de DTM sont supérieures à 0.05, dans ce cas l'équilibre thermique n'est pas atteint et le modèle LTE n'est pas fiable dans ces conditions de simulation.
- L'augmentation de la porosité est l'un des facteurs qui contribuent à atteindre l'équilibre thermique

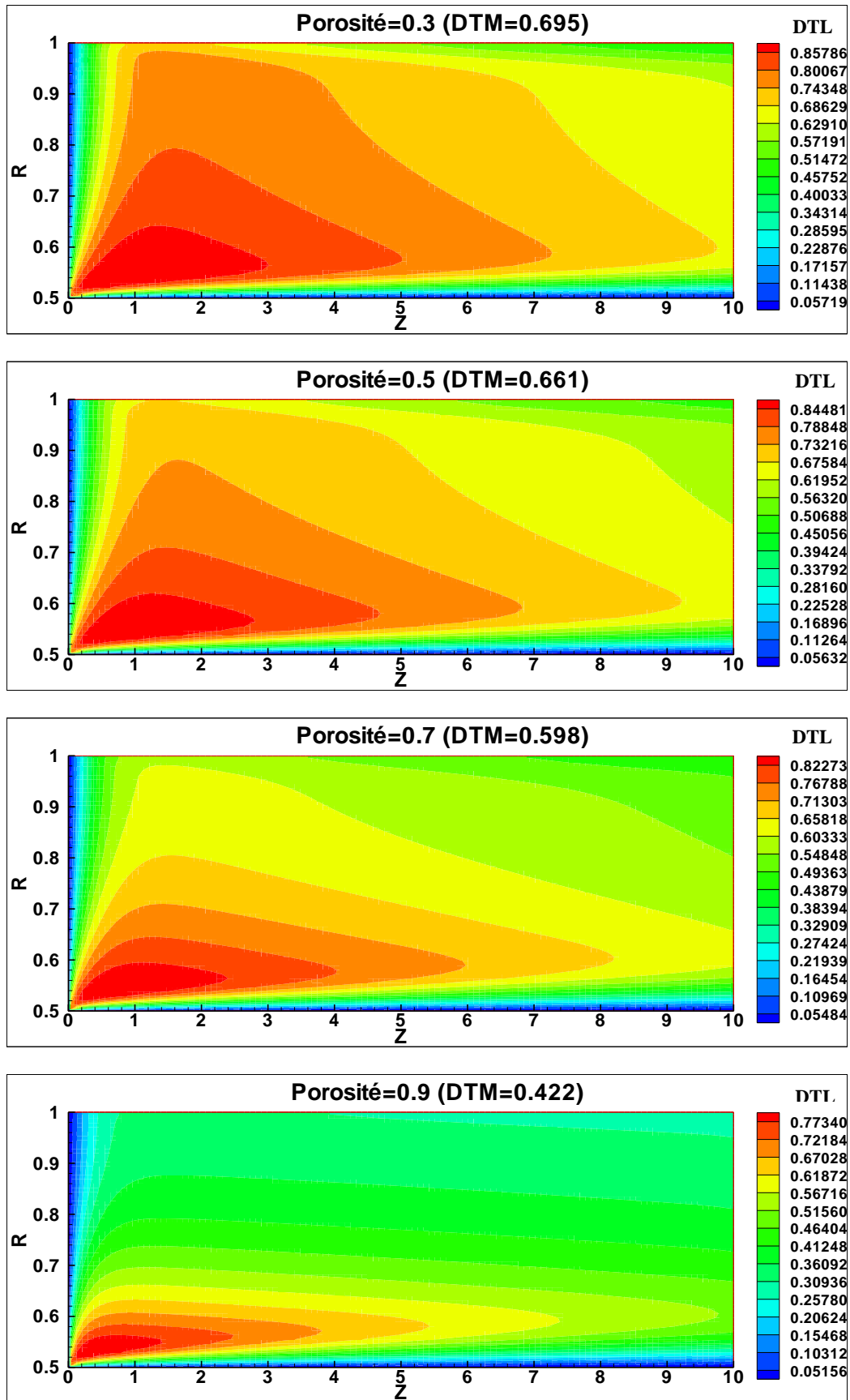
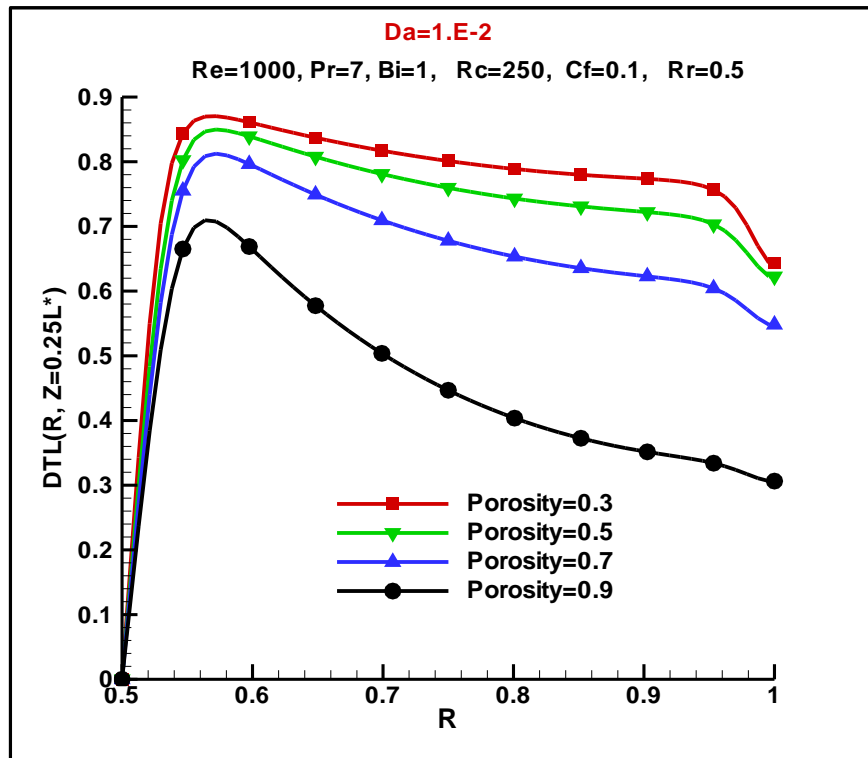
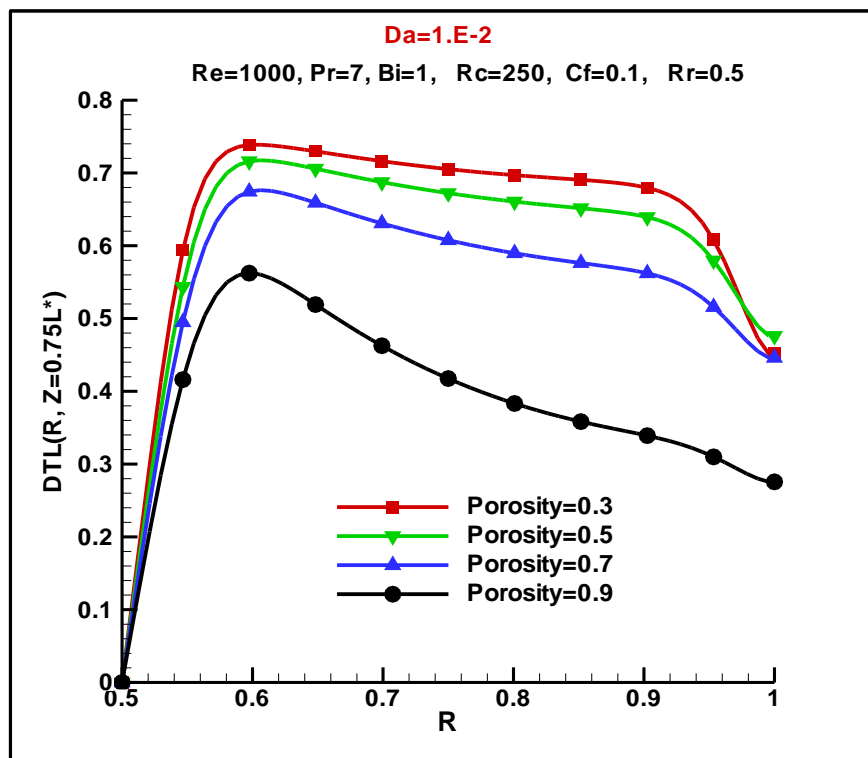


Figure (4.10): effet de la porosité sur le champ de DTL pour :

$Re=1000$ ,  $Bi=1$ ,  $Rc=250$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Pr=7$ ,  $Cf=0,1$

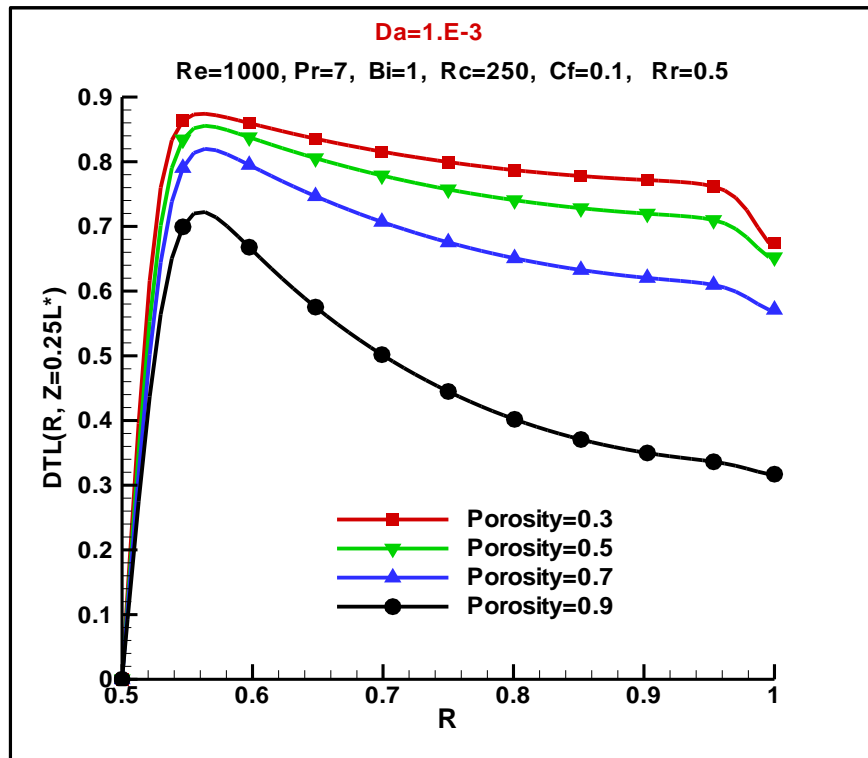


(a)  $Z=0.25L^*$

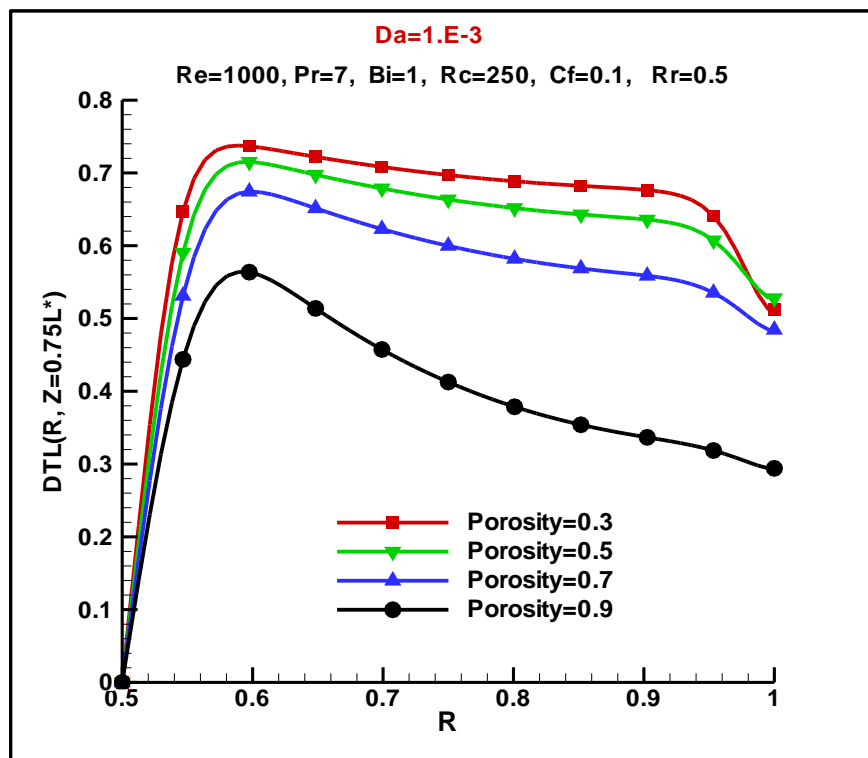


(b)  $Z=0.75L^*$

Figure (4.11): Effet du Rc sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-2}$  :  
(a)  $Z=0.25L^*$  ; (b)  $Z=0.75L^*$ .



(a)  $Z=0.25L^*$



(b)  $Z=0.75L^*$

**Figure (4.12):** Effet du Rc sur les profils de DTL pour  $Da=10^{-3}$

(a)  $Z=0.25L^*$ ; (b)  $Z=0.75L^*$



### 4.3 Partie 2 : Amélioration de la performance thermique

L'objectif de cette partie est de déterminer les conditions nécessaires pour améliorer l'échange thermique convectif avec des pertes de charge raisonnables. L'échange thermique est quantifié par le calcul du nombre de Nusselt moyen  $Nu_m$ . L'amélioration du transfert de chaleur avec une chute de pression raisonnable est traitée par le calcul de la performance thermique PTH où la valeur de PTH doit être supérieure à l'unité.

Le plan de la deuxième partie est organisé sous la forme suivante :

- Effet du Biot sur la performance thermique
- Effet du rapport de la conductivité thermique sur la performance thermique
- Effet de la porosité sur la performance thermique
- Effet du rapport des rayons sur la performance thermique

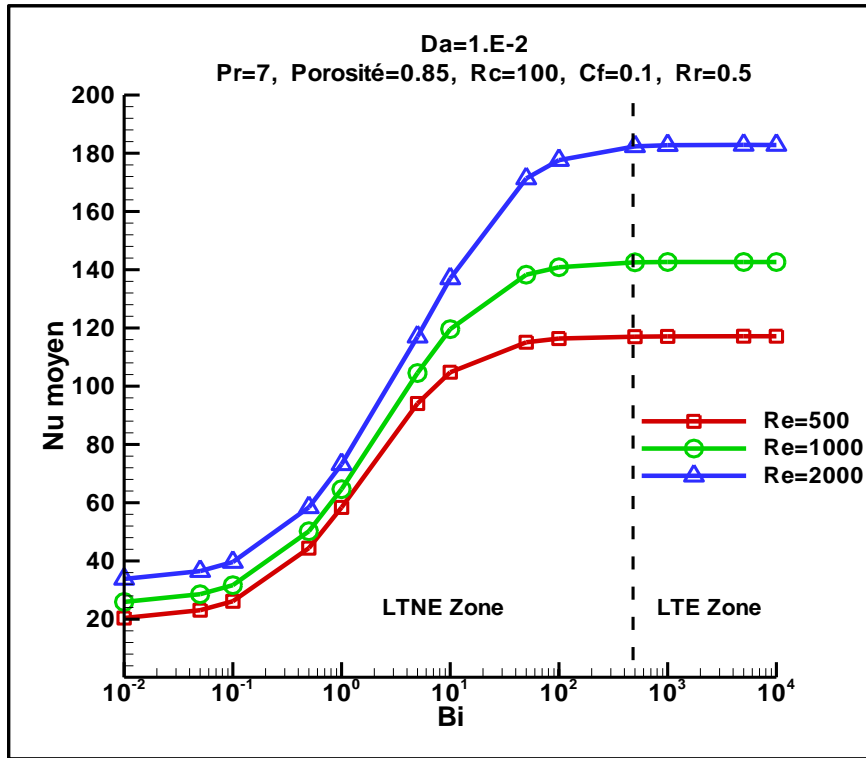
#### 4.3.1. Effet du Biot sur Nusselt moyen et la performance thermique

L'effet de Bi sur le taux de transfert de chaleur est étudié par le calcul du nombre de Nusselt moyen ( $Nu_m$ ) et la performance thermique (PTH). Les variations de  $Nu_m$  et PTH en fonction du nombre de Biot sont respectivement représentées dans les figures (4.13) et (4.14) pour deux valeurs de Darcy ( $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et pour trois valeurs de Reynolds (500, 1000, 2000) avec Bi variant entre  $10^{-1}$  à  $10^4$ . Dans la gamme des paramètres utilisés dans les calculs, l'influence du nombre de Bi sur le Nu moyen peut être divisée en deux zones :

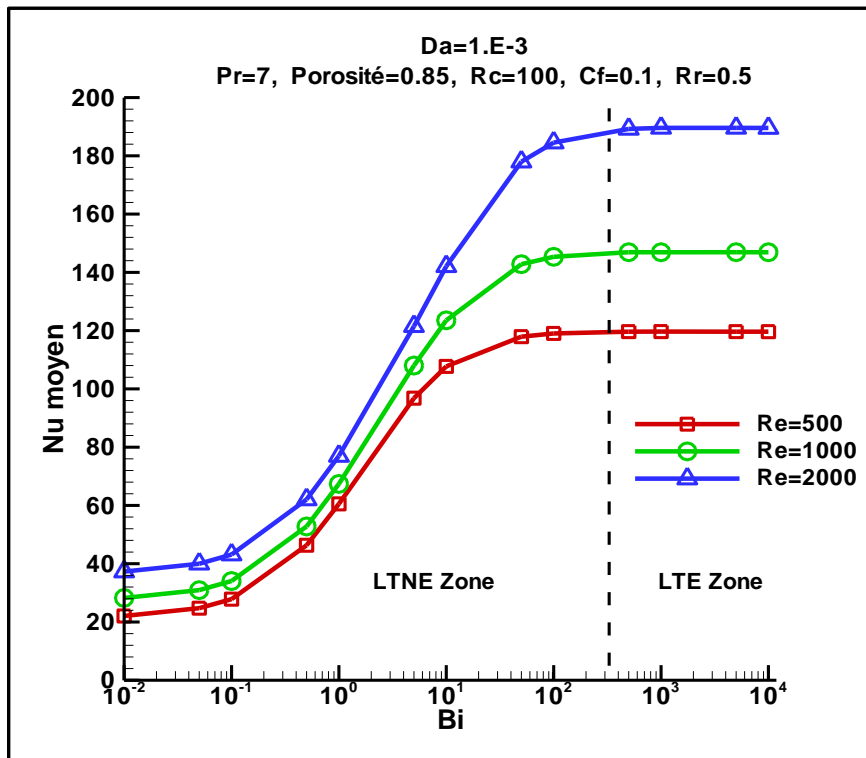
- Zone de LTNE (Bi < 100): dans ce cas il n'y a pas d'équilibre thermique entre les phases solide et fluide. Il est clair que le nombre de Bi a un effet important sur le taux de transfert de chaleur par convection, où le Nu moyen augmente en élevant Bi jusqu'à ce que le DTL entre les deux phases devienne négligeable. L'augmentation du nombre de Bi (c'est-à-dire l'augmentation du coefficient de transfert de chaleur par convection interstitielle  $h_{sf}$ ) améliore le taux de transfert de chaleur par convection entre le fluide la paroi interne de la conduite et par conséquent elle favorise la performance thermique.
- Zone de LTE (Bi > 100): dans ce cas, le Nu moyen atteint sa valeur maximale et prend une forme asymptotique, cela signifie que lorsque l'équilibre thermique solide-fluide est dominant sur tout le domaine d'écoulement, le transfert de chaleur entre la paroi interne de la conduite et le fluide n'est pas influencé par l'augmentation du nombre de Bi. Cela est dû au fait que, lorsque l'équilibre thermique local est achevé, le transfert

de chaleur interstitiel (fluide-solide dans les pores) devient très faible. Nos résultats ont la même tendance que la solution présentée dans la référence [31].

A partir de ces résultats, on peut conclure que la variation de  $Nu$  moyen en fonction de  $Bi$  représente l'un des critères cruciales pour la détermination des zones LTNE et LTE de sorte que le début de la stabilité de  $Nu$  moyen indique que l'équilibre thermique est atteint entre les deux phases. On peut également observer que l'effet du nombre de Reynolds sur  $Nu$  moyen augmente avec  $Bi$ . Par conséquent, l'influence de Reynolds sur le taux de transfert de chaleur dans la zone LTE est plus importante en comparaison avec son effet dans la zone LTNE comme le montre la figure (4.13). On remarque aussi que  $PTH$  est influencée considérablement par la variation de  $Bi$  et  $Re$  ; l'augmentation de  $Bi$  et la diminution de  $Re$  ont un effet positif sur la  $PTH$ . Pour assurer des valeurs de  $PTH$  supérieures à 1, toute augmentation de Reynolds doit être accompagnée par un accroissement de  $Bi$ .



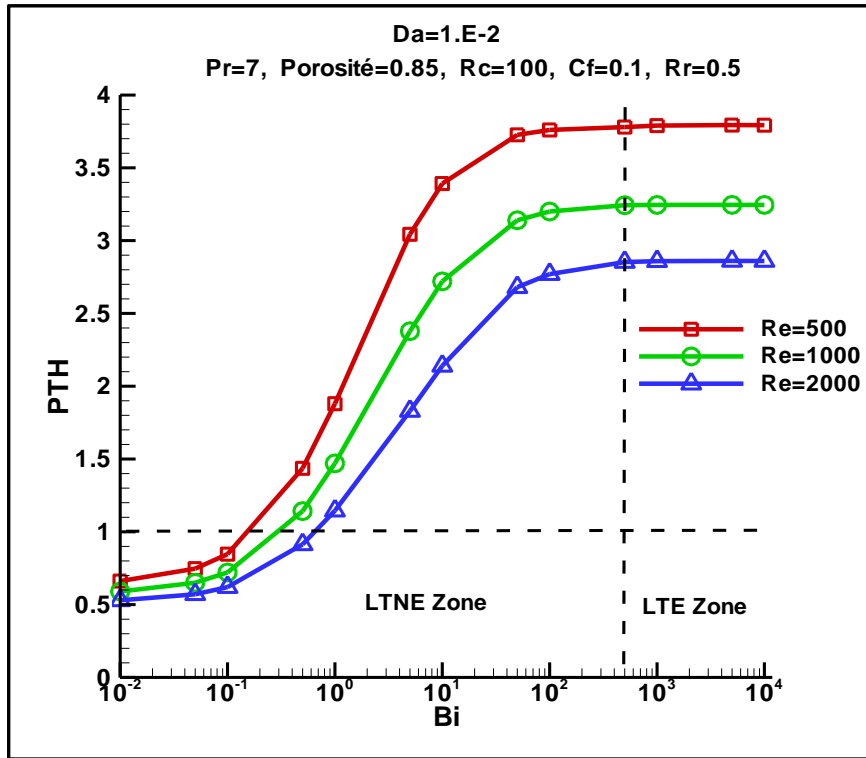
(a)  $Da=10^{-2}$



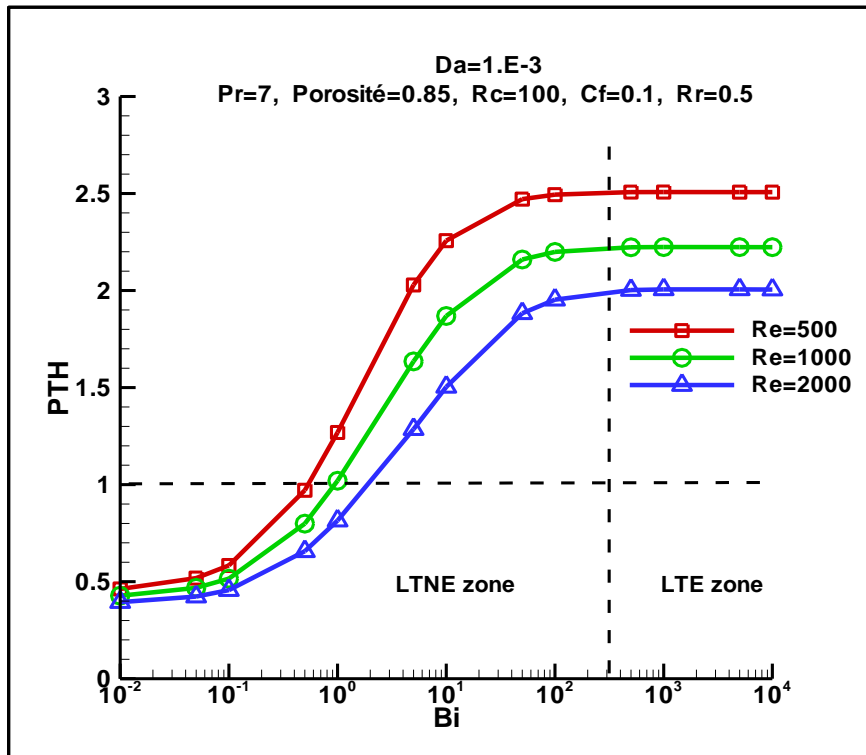
(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.13): Effet de Biot sur Nusselt moyen pour:

(a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$



(a)  $Da=10^{-2}$



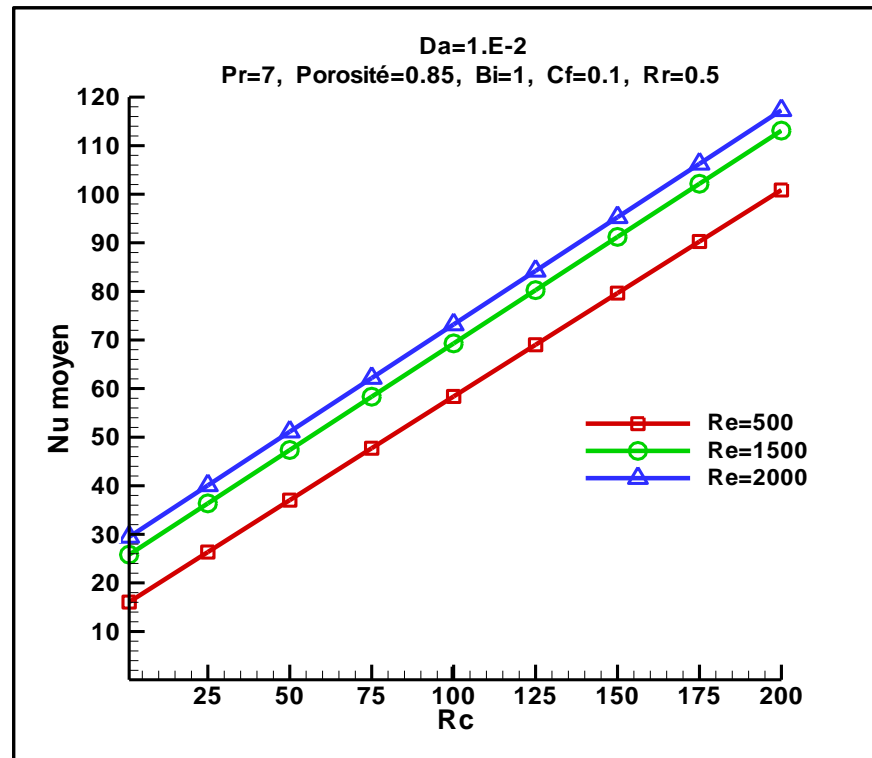
(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.14): Effet de Biot sur PTH : (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$

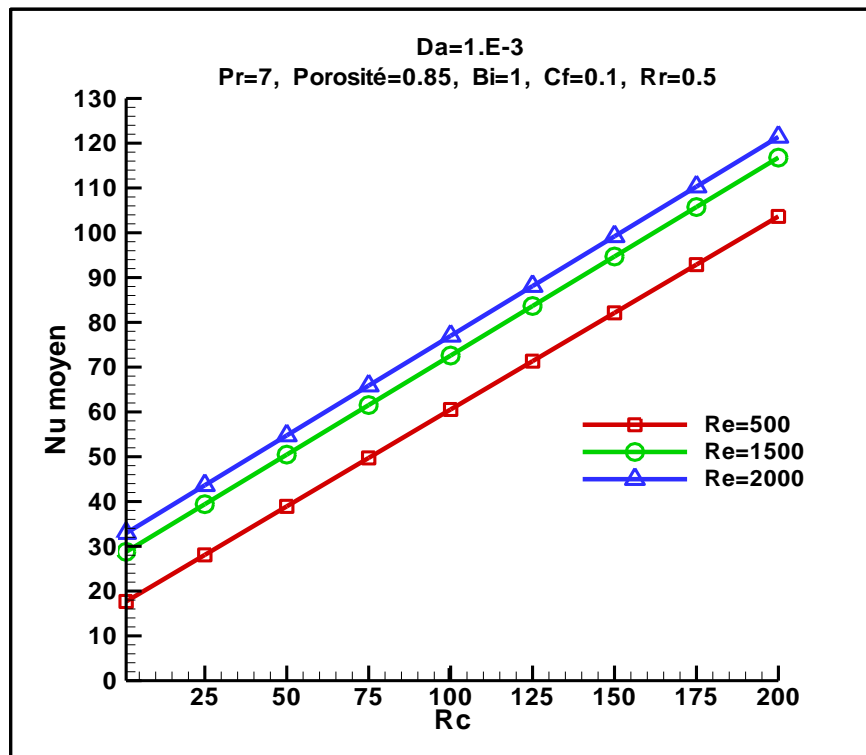
### 4.3.2 Effet du rapport de la conductivité thermique sur la performance thermique

Les figures (4.15) et (4.16) illustrent l'influence du rapport de la conductivité thermique solide- fluide ( $R_c$ ) sur le nombre de Nusselt moyen et la performance thermique pour deux valeurs de perméabilité ( $Da=10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et pour trois valeurs de Reynolds ( $Re=500$ ,  $1500$ ,  $2000$ ) avec  $R_c$  variant entre 1 et 200. Les résultats sont présentés pour:  $Pr=7$ ,  $Bi=100$ , porosité=0.85,  $C_f=0.1$ ,  $R_r=0.5$ . L'analyse des courbes montre que :

- Le nombre de Nusselt moyen est proportionnel au rapport conductivité thermique solide- fluide, alors  $Nu_m$  augmente avec l'augmentation de  $R_c$ . On peut dire que l'insertion de la matière poreuse dans la conduite avec des valeurs de  $R_c$  supérieure à l'unité ( $R_c>1$ ) est toujours utile pour le perfectionnement du transfert de chaleur convectif.
- Les courbes de Nusselt moyen sont des profils linéaires parallèles et croissants. On peut constater aussi que l'influence du nombre de Reynolds sur PTH augmente avec l'accroissement de  $R_c$ .
- L'augmentation de  $R_c$  améliore le transfert de chaleur dans les pores entre les deux phases. Cela est due au fait que la phase solide de conductivité thermique élevée a une faible capacité de stockage de l'énergie; dans ce cas, le fluide circulant dans la conduite absorbe un grand pourcentage de la chaleur provenant de la paroi active, ce qui améliore le taux de transfert de chaleur et la performance thermique.
- L'effet de Reynolds sur  $Nu_m$  et PTH augmente avec l'elevation de  $R_c$ , on remarque que l'écart entre  $Nu_m(Re=500)$ ,  $Nu_m(Re=1500)$  et  $Nu_m(Re=2000)$  devient remarquable pour les grandes valeurs de  $R_c$ .
- La performance thermique augmente avec l'augmentation de  $R_c$  et la diminution du  $Re$ . Pour obtenir des valeurs de PTH supérieures à 1, toute augmentation de Reynolds doit être accompagnée par une augmentation de  $R_c$ .
- Dans le cas où PTH calculé est supérieur à 1, l'utilisation de la matière poreuse est utile et efficace, mais dans le cas de PTH inférieure à 1, son utilisation devient négative quelque soit la valeur de  $R_c$
- Pour une phase solide de conductivité thermique faible, le  $Nu_m$  et la PTH deviennent faibles.

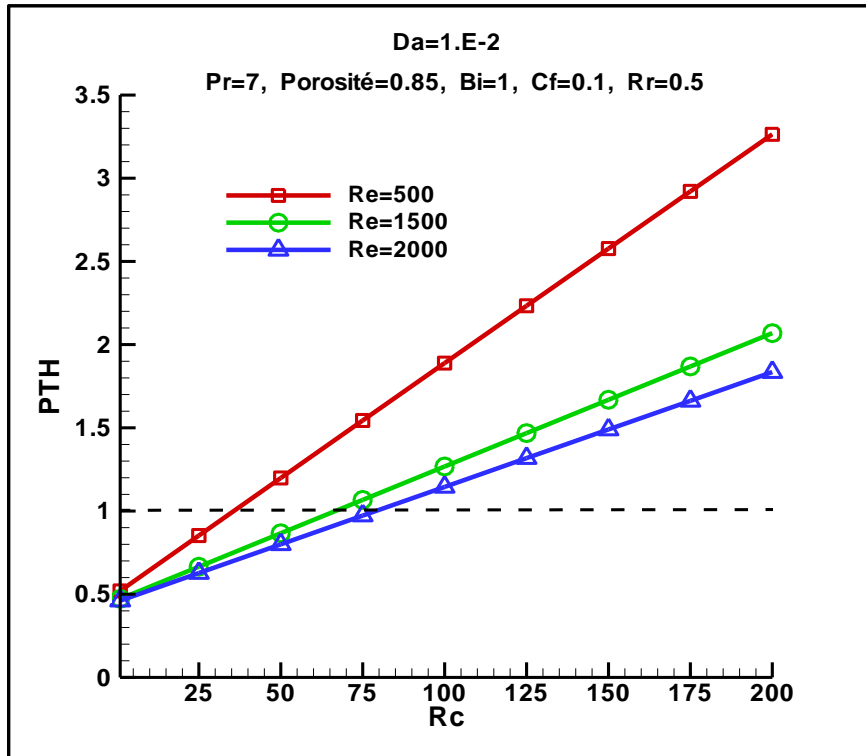


(a)  $Da=10^{-2}$

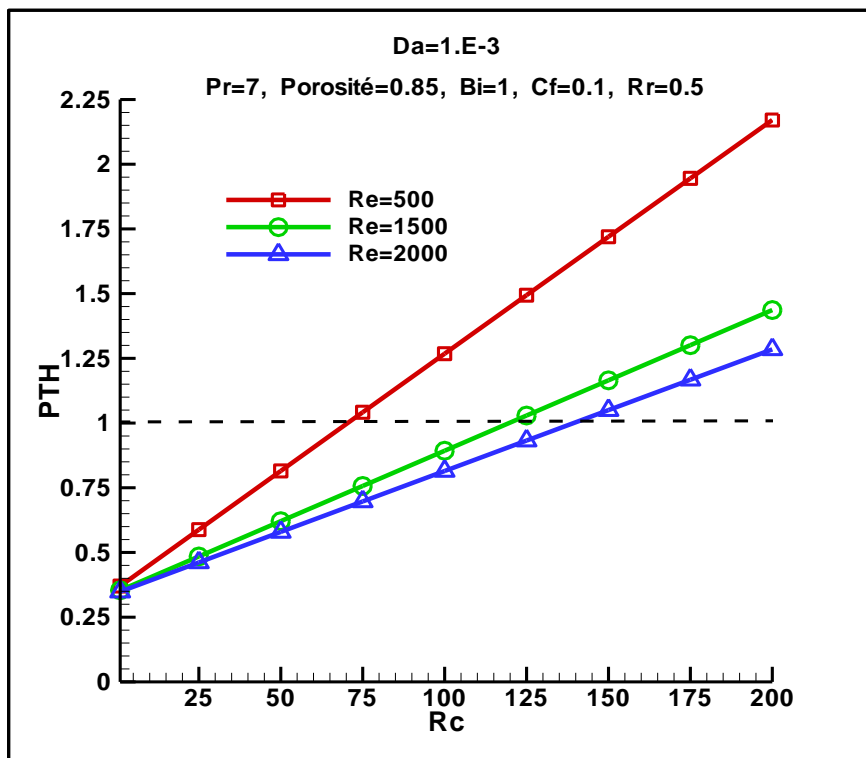


(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.15): Effet de  $Rc$  sur  $Nu_m$  (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$



(a)  $Da=10^{-2}$



(b)  $Da=10^{-3}$

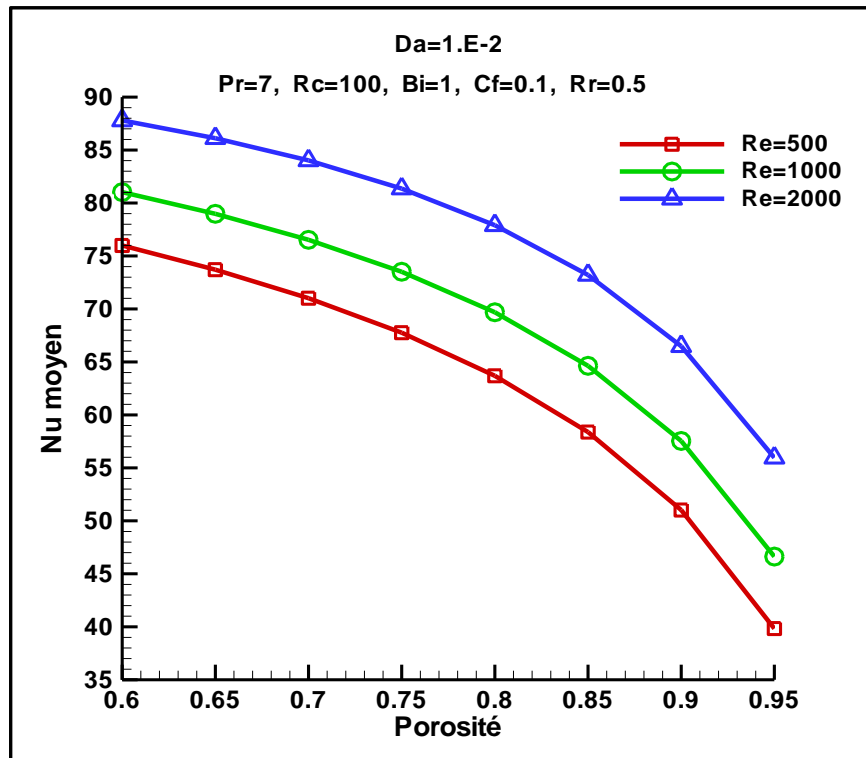
Figure (4.16): Effet de Rc sur PTH pour : (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$

### 4.3.3 Effet de la porosité sur Nusselt moyen et la performance thermique

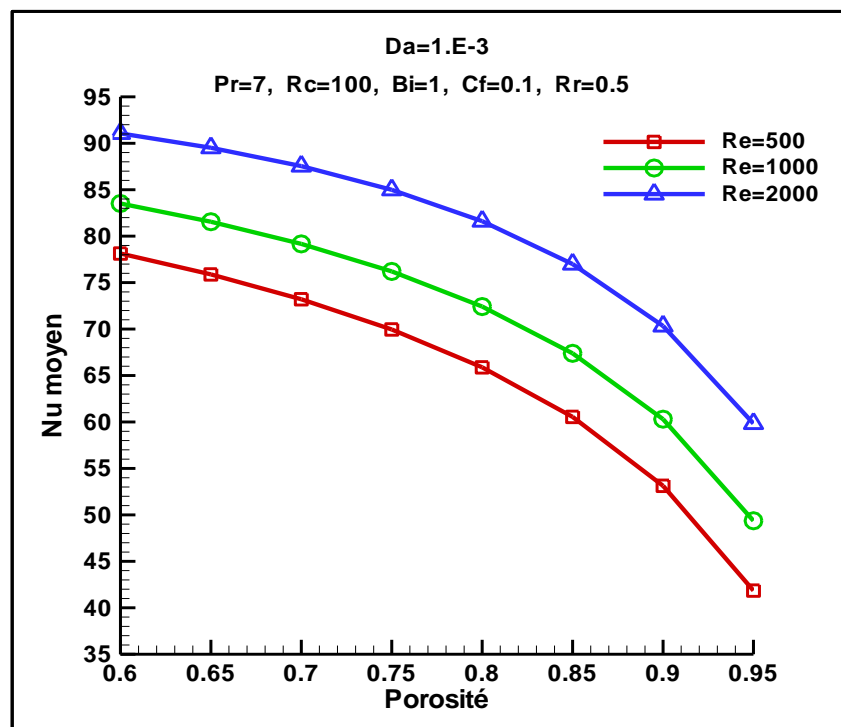
Afin d'étudier l'effet de la porosité sur le nombre de Nusselt moyen ( $Nu_m$ ) et la performance thermique (PTH), les figures (4.17) et (4.18) montrent la variation de  $Nu_m$  et PTH pour deux valeurs de Darcy ( $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et pour trois valeurs de Reynolds (500, 1000, 2000) avec la porosité variant entre 0.6 et 0.95. Les valeurs des autres paramètres sont fixes:  $Pr=7$ ,  $Bi=50$ ,  $Rc=250$ ,  $C_f=0.1$ ,  $Rr=0.5$ . Selon les résultats trouvés, on peut noter les points suivants :

- Nusselt moyen et la performance thermique sont inversement proportionnelles à la porosité.
- L'augmentation de la porosité est accompagnée par une diminution de  $Nu_m$ , cela est dû au fait que l'augmentation de la porosité fait diminuer le volume de la phase solide qui représente un bon conducteur thermique. On peut conclure que la diminution du volume de la matière poreuse a un effet négatif sur le taux du transfert de chaleur car la surface de contact entre les deux phases diminue.
- L'effet de Reynolds sur la performance thermique diminue avec l'augmentation de la porosité ; on remarque que les valeurs de PTH pour ( $Re=500$ , 1000, 2000) se rapprochent avec l'augmentation de la porosité. Pour la porosité de 0.95, on observe que les valeurs de PTH sont très proches, cela est due au fait que l'augmentation de la porosité fait augmenter le coefficient des pertes de charge et par conséquent PTH diminue.
- L'insertion de la matière poreuse dans la conduite avec différente porosité est considérée comme utile est rentable pour PTH calculée à des valeurs supérieures à 1.
- Pour assurer des valeurs de PTH supérieures à 1, toute augmentation de Reynolds doit être accompagnée par la diminution de la porosité.



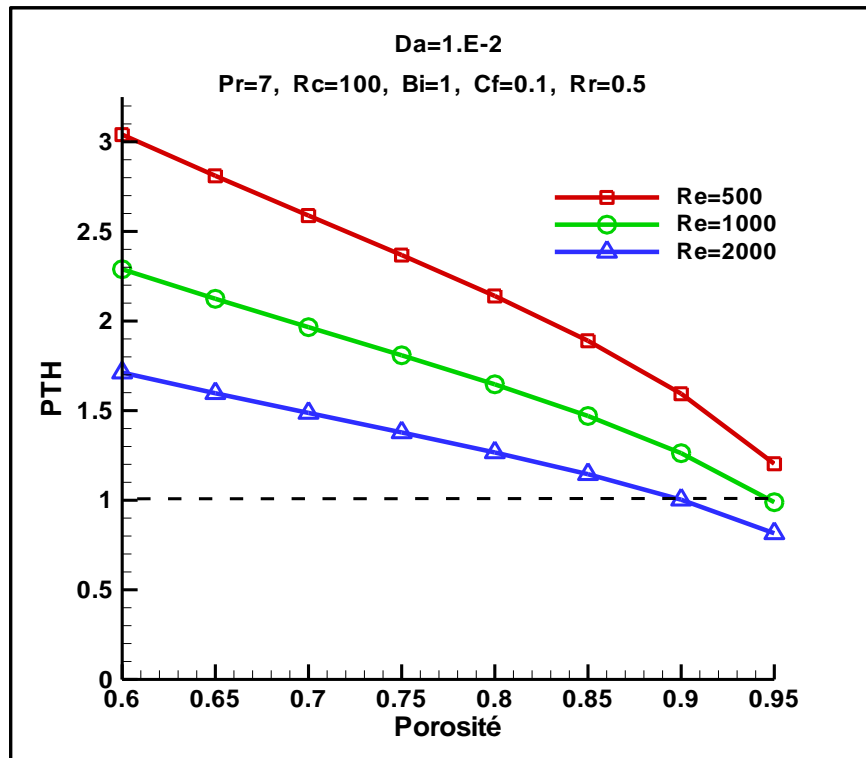


(a)  $Da=10^{-2}$

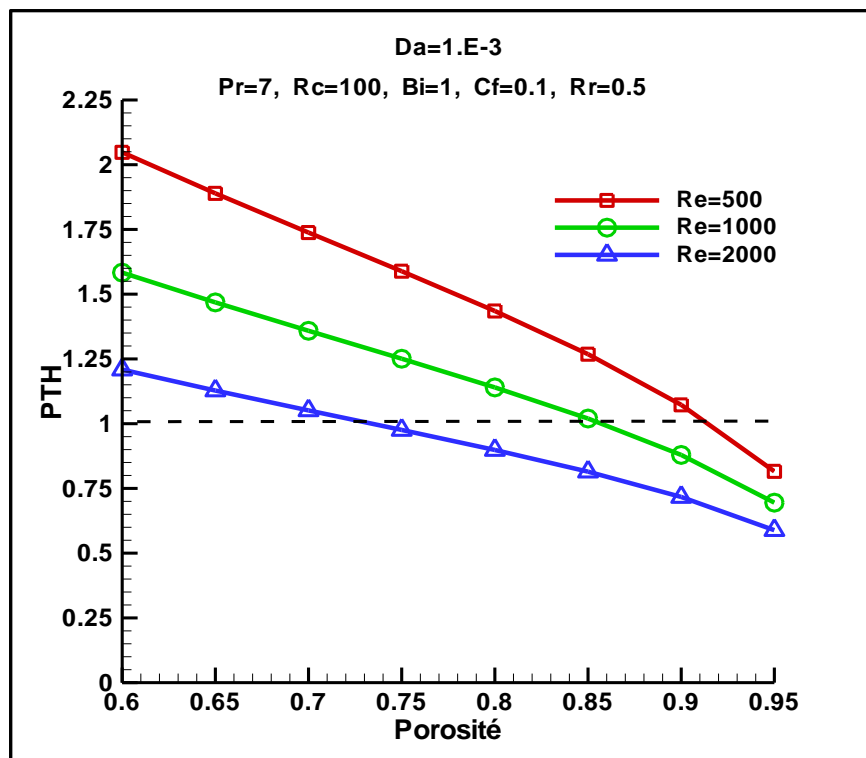


(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.17): Effet de la porosité sur  $Nu_m$  pour: (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$



(a)  $Da=10^{-2}$



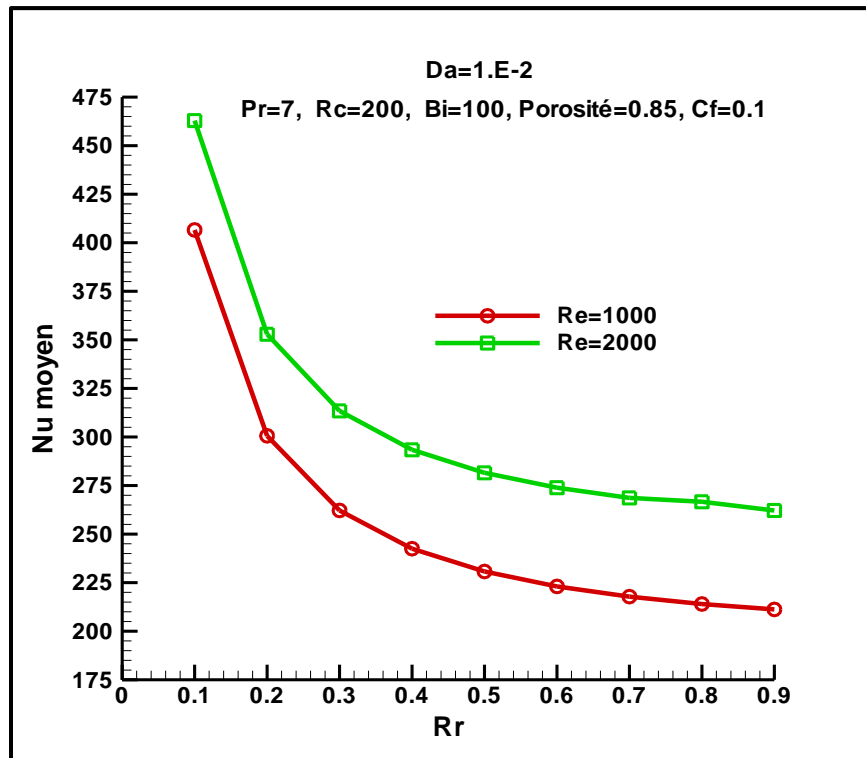
(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.18): Effet de la porosité sur PTH pour: (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$

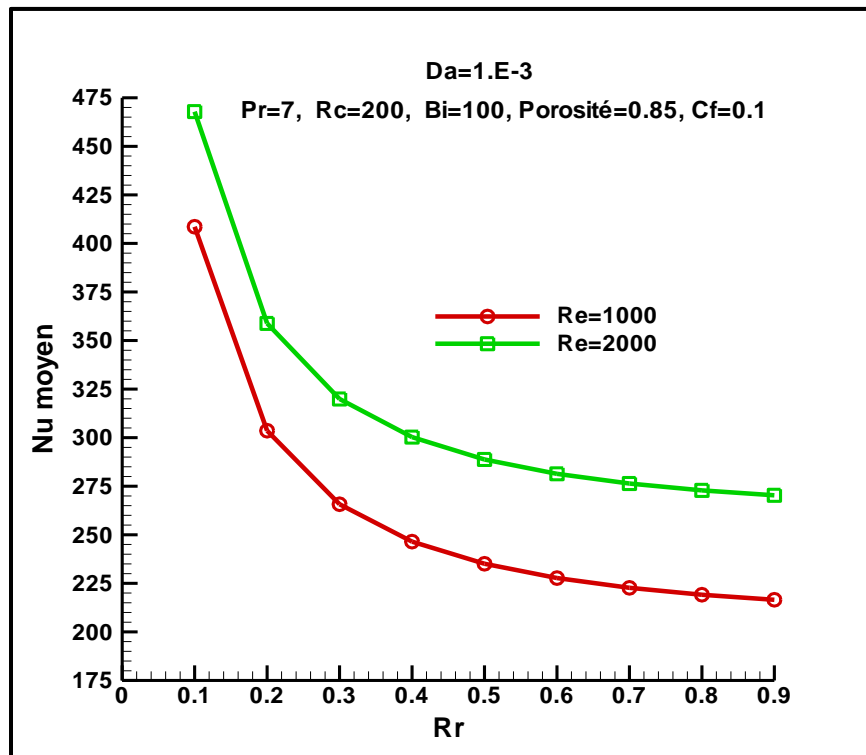
#### 4.3.4 Effet du rapport des rayons sur Nusselt moyen et la performance thermique

Les figures (4.19) et (4.20) illustrent respectivement la variation de Nusselt moyen et la performance thermique pour différentes valeurs du Rapport de rayons ( $R_r$ ). Les courbes de  $Nu_m$  et PTH sont tracées pour deux valeurs de perméabilités ( $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ) et pour deux valeurs de Reynolds (1000, 2000) avec  $R_r$  variant entre 0.1 et 0.9. Les résultats sont montrés pour:  $Re=1000$ ,  $Pr=7$ ,  $Bi=100$ ,  $Rc=200$ , porosité=0.85,  $C_f=0.1$ . On peut constater que :

- $Nu_m$  et PTH diminuent avec l'augmentation du  $R_r$ , car l'augmentation du  $R_r$  est accompagnée par la diminution du diamètre hydraulique et par conséquent diminution du  $Nu_m$  et PTH.
- L'effet de  $R_r$  sur  $Nu_m$  est divisé en deux plages, pour  $R_r < 0.6$ , il est clair que la variation de  $Nu_m$  est considérable car le diamètre hydraulique a des valeurs importantes, tandis que pour ( $R_r > 0.6$ ), l'effet de  $R_r$  sur  $Nu_m$  est négligeable et la courbe de  $Nu_m$  a une forme presque asymptotique car les valeurs du diamètre hydraulique sont faibles
- Les courbes de  $Nu_m$  et PTH sont qualitativement semblables, on sait que PTH dépend de Nusselt moyen et du coefficient des pertes de charge moyen  $f_m$ . En plus la variation de  $R_r$  n'a aucune influence sur la variation du coefficient des pertes de charge, c'est pour cela  $Nu_m$  et PTH ont la même tendance.
- En effet, il apparaît clairement que le nombre de Nusselt moyen est proportionnel au nombre de Reynolds car le coefficient d'échange convectif moyen augmente avec l'augmentation de Reynolds. Tandis que la performance thermique est inversement proportionnelle au nombre de Reynolds car le coefficient de pertes de charge diminue avec l'augmentation de Reynolds.
- Selon les caractéristiques de l'écoulement et de la matière poreuse utilisées dans cette section, on remarque que toutes les valeurs de la performance thermique présentées sur la figure (4.20) sont supérieures à l'unité. Dans ce cas, l'utilisation de la matière poreuse a un effet positif sur le fonctionnement de l'échangeur pour toutes valeurs de  $R_r$

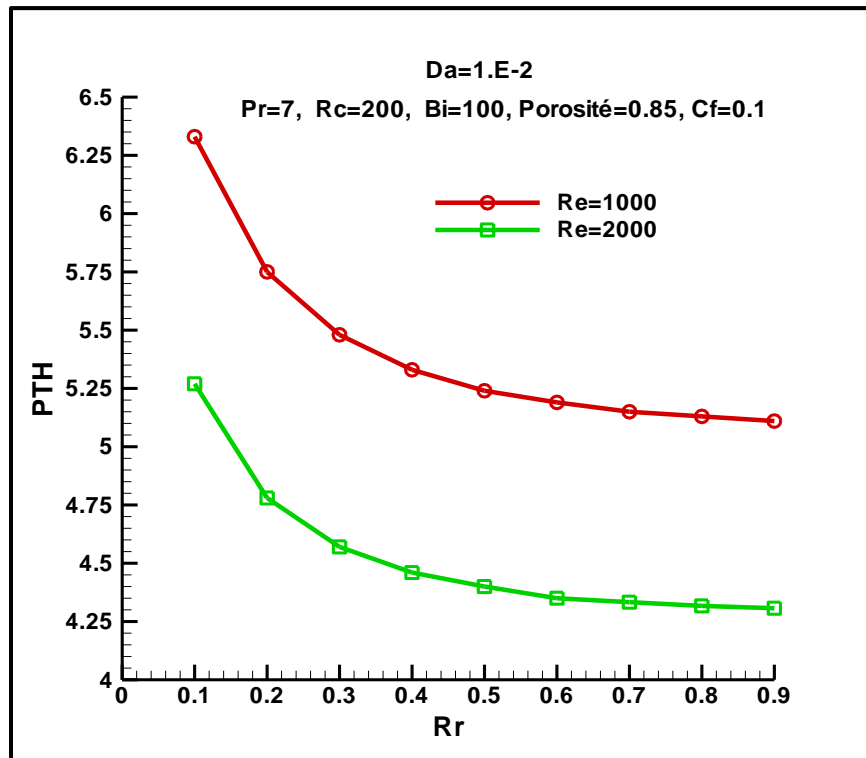


(a)  $Da=10^{-2}$

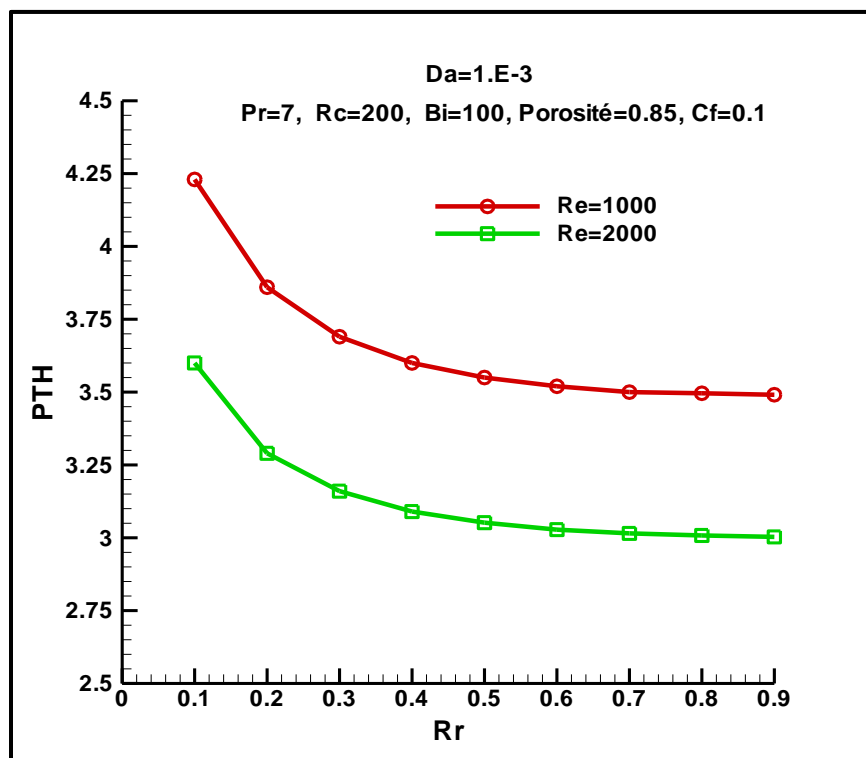


(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.19) : Effet de Rr sur  $Nu_m$  pour : (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$



(a)  $Da=10^{-2}$



(b)  $Da=10^{-3}$

Figure (4.20): Effet de Rr sur PTH pour: (a)  $Da=10^{-2}$ , (b)  $Da=10^{-3}$

An orange scroll graphic with a gradient from light to dark orange. The top edge is rolled up, and the bottom-left corner is also rolled up. The text is centered on the scroll.

**CONCLUSION**  
**GENERALE**

## CONCLUSION GENERALE

Dans cette thèse, nous avons présenté une étude numérique bidimensionnelle de la convection forcée laminaire stationnaire dans une conduite horizontale de section transversale annulaire totalement remplie d'une matière poreuse saturée par un fluide Newtonien. La paroi externe de la conduite est adiabatique tandis que la paroi interne maintenue à une température constante. La matière poreuse est supposée homogène, isotrope et non réactif. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été utilisé pour établir les équations gouvernantes de l'écoulement dans le milieu poreux. Le transfert thermique dans le fluide et la matière poreuse a été exprimé par le modèle LTNE (Local Thermal Non Equilibrium). La forme finale des équations gouvernantes a été écrit sous forme adimensionnelle. Ces équations ont été discrétisées par la méthode des volumes finis et résolues itérativement par la méthode de balayage ligne par ligne avec la conjonction de l'algorithme de Thomas (TDMA). Le code de calcul a été validé en se basant sur les résultats disponibles dans la littérature.

Ce travail cible deux objectifs principaux, le premier objectif est l'étude de la fiabilité du modèle LTE (Local Thermal Equilibrium) pour la simulation de la convection forcée dans les milieux poreux pour différents paramètres hydrodynamique et thermique. Le deuxième objectif est l'amélioration du taux de transfert de chaleur convectif avec des pertes de charges raisonnables en calculant le nombre de Nusselt moyen et la performance thermique.

Pour le premier objectif, la validité du modèle LTE a été traité par l'étude des effets du nombre de Biot ( $Bi$ ), Reynolds ( $Re$ ), le rapport de conductivité thermique solide-fluide ( $Rc$ ) et de la porosité ( $\phi$ ) sur la différence locale de température DTL et la différence moyenne de température DTM entre les deux phases. L'analyse des résultats révèle que:

- DTL et DTM diminuent avec l'augmentation de Biot, la diminution de  $Re$ , l'augmentation de  $Rc$ , et l'augmentation de la porosité. Dans ces conditions l'utilisation du modèle LTE est valable.
- L'équilibre thermique peut être atteint dans la zone établi car l'intensité de DTL est négligeable (valeurs de DTL tendent vers zéro), mais ne peut pas être réalisé dans la région d'entrée (intensité de DTL est importante) sauf pour les grandes

valeurs de Biot. Par conséquent, l'équilibre thermique ne peut pas être atteint et le modèle LTE n'est pas valable dans les tubes courts.

- Le nombre de Biot est le paramètre le plus efficace par rapport aux autres paramètres pour atteindre l'équilibre thermique. Les grandes valeurs de Biot sont suffisantes pour obtenir l'équilibre thermique entre les deux phases quelque soit les valeurs des autres paramètres.
- Les simulations montrent qu'il est difficile de parvenir à un équilibre thermique entre les phases solide et fluide sauf dans le cas des valeurs élevées du nombre de Biot. Par conséquent, l'utilisation du modèle d'équilibre thermique présente des erreurs dans le calcul des champs de températures et n'est pas convenable dans la plupart des cas. Finalement on peut conclure que l'utilisation du modèle LTNE est indispensable et donne des résultats plus réalistes.

Pour le deuxième objectif, les effets de Biot, le rapport de conductivité thermique solide-fluide ( $R_c$ ), la porosité, le rapport de rayons ( $R_r$ ) et le nombre de Reynolds sur le Nusselt moyen et la performance thermique ont été examinés. Les résultats illustrent que :

- L'augmentation de Biot,  $R_c$ ,  $Re$ , la diminution de la porosité, de  $R_r$  représentent de bons facteurs pour améliorer Nusselt moyen.
- L'augmentation de Biot,  $R_c$ , la diminution de la porosité,  $Re$  et  $R_r$  représentent des bons facteurs pour améliorer la performance thermique.
- L'utilisation de la matière poreuse pour l'amélioration du transfert de chaleur dans la conduite est considérée comme utile est rentable sauf si la PTH calculée prend des valeurs supérieures à 1.

Dans cette étude la matière poreuse était insérée dans le tube externe. il serait souhaitable d'effectuer une étude sur un échangeur de chaleur co-courant ou contre courant contenant une matière poreuse dans le tube interne et externe. Dans ce cas, l'étude de l'effet de la matière poreuse sur la performance thermique est aussi fortement recommandée. En outre, on peut faire des études spécifiques avec des matières poreuses homogènes et anisotropes, avec des propriétés thermophysiques variables,



### REFERENCES

- [1] S. Safia. Etude de la convection bidiffusive dans un milieu poreux anisotrope. Thèse de doctorat en Génie climatique. Université de Constantine1, 2013.
- [2] B. Lyes. Étude numérique de la convection mixte en milieu poreux dans un canal contenant des composants électroniques. Thèse de doctorat en Génie mécanique. Université de Constantine1, 2014
- [3] M. Kaviany, Principles of heat transfer in porous media, 2<sup>nd</sup> edition, Springer-Verlag New York , 1995.
- [4] R. Younsi. Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux. Thèse de doctorat en Physique. Université de Sciences et de la Technologie, Houari Boumedién, 2002
- [5] C. Danquigny. Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène. Thèse doctorat de l'université de Louis Pasteur de Strasbourg, 2003.
- [6] A. Delache, Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux: comparaison avec l'expérience. Thèse doctorat de l'université des Sciences et Technologie de Lille, 2005.
- [7] K. Vafai, C. L. Tien. Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 24, pp 195-203, 1981.
- [8] D. A. Nield, A. Bejan. Convection in porous media. fourth edition, Springer, New York, 2013.
- [9] M. Kaviany. Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 28, pp 851-858, 1985.
- [10] F C Chou, W Y Lien, S H Lin. Analysis and experiment of non-Darcian convection in horizontal square packed-sphere channels-1. Forced convection. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 35, pp 195-205, 1992

## Références

---

- [11] S. Chikh, A. Boumedien, K. BouhadeF, G. Lauriat. Heat transfer enhancement by porous substrate addition on the inner wall of a tubular heat exchanger. *Revue Générale de Thermique*, vol 36, pp 41-50, 1997
- [12] P. Jiang, Z. Wang, Z. Ren, B. Wang. Forced convective heat transfer in a porous plate channel. *Journal of Thermal Science*, vol 6, No 3, pp 197-206, 1997
- [13] Y. Ould-Amer, S. Chikh, K. BouhadeF, G Lauriat. Forced convection cooling enhancement by use of porous materials, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol 19, pp 251-258, 1998
- [14] P. Jiang, Z. Wang, Z. Ren, B. Wang. Experimental research of fluid flow and convection heat transfer in plate channels filled with glass or metallic particles. *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol 20, N 1, pp.45-54, 1999.
- [15] M. Alkam, M.A. Al-Nimr, Hamdan M. Enhancing heat transfer in parallel-plate channels by using porous inserts. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44, pp.931-938, 2001.
- [16] A .A. Mohammed. Heat transfer enhancements in heat exchangers fitted with porous media Part I: constant wall temperature. *International Journal of Thermal Sciences*, vol 42, 385-395, 2003.
- [17] B. Alazmi, K. Vafai. Analysis of variable porosity, thermal dispersion, and local, thermal non equilibrium on free surface flows through porous media. *ASME Journal of Heat Transfer*, vol 126, pp 389-399, 2004.
- [18] B. Pavel, A. A, Mohamad. An experimental and numerical study on heat transfer enhancement for gas heat exchangers fitted with porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 47, pp 4939-4952, 2004.
- [19] S.A. Khashan, A.M. Al-Amiri, M.A. Al-Nimr. Assessment of the local thermal non-equilibrium condition in developing forced convection flows through fluid-saturated porous tubes. *Applied Thermal Engineering*, vol 25, 1429–1445, 2005.

## Références

---

- [20] P. Huang, C Yang, J Hwang, M. Chiu. Enhancement of forced-convection cooling of multiple heated blocks in a channel using porous covers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 48, pp 647-664, 2005
- [21] N. Yucel, Guven, R Tolga. Forced-Convection cooling enhancement of heated elements in a parallel-plate channels using porous inserts. *Numerical Heat transfer. Part A*, vol 51, pp 293-312, 2007.
- [22] N. Targui, H. Kahalerras. Analysis of fluid flow and heat transfer in a double pipe heat exchanger with porous structures. *Energy Conversion and Management*, vol 49, pp 3217-3229, 2008.
- [23] M. B. Saito, Marcelo J.S. de Lemos. Laminar heat transfer in a porous channel simulated with a two-energy equation model. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol 36, pp 1002–1007, 2009.
- [24] L. Boubendir , S. Chikh. Analyse de l'effet de la matrice poreuse sur le transfert thermique en régime turbulent dans un échangeur à plaques. *Revue des Energies Renouvelables*, vol. 12, pp 45-53,2009
- [25] T. Felipe, M.J.S. de Lemos. Simulation of laminar impinging jet on a porous medium with a thermal non-equilibrium model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 53, pp 5089–5101, 2010
- [26] P. Jiang, Z. Ren, B. Wang. Numerical simulation of forced convection heat transfer in porous plate channels using thermal equilibrium and non thermal equilibrium models. *Numerical Heat transfer. Part A*, vol 35, pp 99-113, 1999
- [27] M. Bensouici, R. Bessaïh. Mixed convection in a vertical channel with discrete heat sources using a porous matrix, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol 58, pp 581–604, 2010
- [28] N. Ahmed, I. Badruddin , J. Kanesan, Z. Zainal, K. Ahamed. Study of mixed convection in an annular vertical cylinder filled with saturated porous medium, using thermal non-equilibrium model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 3822-3825, 2011.

## Références

---

- [29] M. Maerefat , S. Y. Mahmoudi, K. Mazaheri. Numerical simulation of forced convection enhancement in a Pipe by Porous Inserts. *Heat Transfer Engineering*, vol 32, pp 45-56, 2011
- [30] Gazy F. Al-Sumaily, John Sheridan, Mark C. Thompson. Validation of thermal equilibrium assumption in forced convection steady and pulsatile flows over a cylinder embedded in a porous channel. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol 43, pp 30–38, 2013.
- [31] B. Buonomo , O. Manca , G. Lauriat. Forced convection in micro-channels filled with porous media in local thermal non-equilibrium conditions. *International Journal of Thermal Sciences*, vol 77, 206-222, 2014
- [32] Y. Mahmoudi , N. Karimi. Numerical investigation of heat transfer enhancement in a pipe partially filled with a porous material under local thermal non-equilibrium condition. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 68 , pp 161–173, 2014
- [33] F. Rong , W. Zhang, B. Shi, Z. Guo. Numerical study of heat transfer enhancement in a pipe filled with porous media by axisymmetric TLB model based on GPU. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 70, 1040–1049, 2014.
- [34] W. Lin, G. Xie, J. Yuan, B. Sundén. Comparison and analysis of heat transfer in aluminum foam using local thermal equilibrium or nonequilibrium model. *Heat transfer Engineering*, vol 37, pp 314-322. 2015.
- [35] M. Dehghan, M.S. Valipour , A. Keshmiri , S. Saedodin , N. Shokri. On the thermally developing forced convection through a porous material under the local thermal non-equilibrium condition: An analytical study. *International Journal of Heat and Mass Transfer* , vol 92, pp 815–823, 2016.
- [36] M. Dehghan, M. Valipour, S.Saedodin, Y. Mahmoudi. Thermally developing flow inside a porous-filled channel in the presence of internal heat generation under local thermal non-equilibrium condition: A perturbation analysis. *Applied Thermal Engineering*, vol 98, pp 827-834, 2016

## Références

---

- [37] P. K. Pour-Fard, E. Afshari, M. Ziaei-Rad, S. T. Dehaghani. A numerical study on heat transfer enhancement and design of a heat exchanger with porous media in continuous hydrothermal flow synthesis system. *Chinese journal of chemical Engineering*, vol 25, pp 1352-1359, 2017.
- [38] M. T. Jamal-Abad, S. Saedodin, M. Aminy. Variable conductivity in forced convection for a tube filled with porous media: A perturbation solution. *Ain Shams Engineering Journal*, vol 9, issue 4, pp 689-696, 2018.
- [39] Z.G. Xu, J. Qin, X. Zhou, H.J. Xu. Forced convective heat transfer of tubes sintered with partially-filled gradient metal foams (GMFs) considering local thermal non-equilibrium effect. *Applied Thermal Engineering*, vol 137, pp101-111, 2018
- [40] W. Zhanga, X. Baib, M. Baob, A. Nakayama. Heat transfer performance evaluation based on local thermal nonequilibrium for air forced convection in channels filled with metal foam and spherical particles. *Applied Thermal Engineering*, vol 145, pp 735-742, 2018
- [41] S. Baragh, H. Shokouhmand, S. S. M. Ajarostaghi, M. Nikian. An experimental investigation on forced convection heat transfer of single-phase flow in a channel with different arrangements of porous media. *International Journal of Thermal Sciences*, vol 134, pp 370-379, 2018
- [42] M. Akbarzadeh, S. Rashidi, N. Karimi, N. Omar. First and second laws of thermodynamics analysis of nanofluid flow inside a heat exchanger duct with wavy walls and a porous insert. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol 135, pp 177–194, 2019
- [43] P. Li, J. Zhang, K. Wang, Z. Xu. Heat transfer characteristics of thermally developing forced convection in a porous circular tube with asymmetric entrance temperature under LTNE condition. *Applied Thermal Engineering*, vol 154, pp 326–331, 2019
- [44] A. Amiri, K. Vafai, T. M. Kuzay. Effect of boundary conditions on Non-Darcian heat transfer through porous media and experimental comparisons. *Numerical Heat transfer. Part A*, vol 27, pp 651-664, 1995.

## Références

---

- [45] A. Amiri, K Vafai,. Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 37, No 6, pp 939-954, 1994
- [46] B. Zallama, L.Z. Ghedira, S. Ben Nasrallah. Viscous dissipation generation by an incompressible fluid flow through an adiabatic cylinder filled with a porous medium. *Applied Thermal Engineering* 103 (2016) 730–746
- [47] M.A. Teamah, W. M. El-Maghlany, M. M. K. Dawood. Numerical simulation of laminar forced convection in horizontal pipe partially or completely filled with porous material. *International Journal of Thermal Sciences*, vol 50, pp 1512-1522, 2011.
- [48] M. N. Ozisik, *Heat transfer A Basic Approach*, 1985. McGraw-Hill Book Company.
- [49] H. Hadim, M. North, Forced convection in a sintered porous channel with inlet and outlet slots, *International Journal of Thermal Sciences*, vol 44, 33–42, 2005
- [50] S.V. Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, New York 1980.
- [51] H. K. Versteeg, W. Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics*. Longman Group Ltd. 1995