



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N° d'ordre : .../Doct/2016.

Série : .../GM/2016.

THÈSE

En vue de l'obtention du diplôme de Doctorat 3^{ème} cycle (LMD) en
Génie Mécanique

Etude Numérique des Transferts de Chaleur Conjugués Lors du Refroidissement des Sources de Chaleur

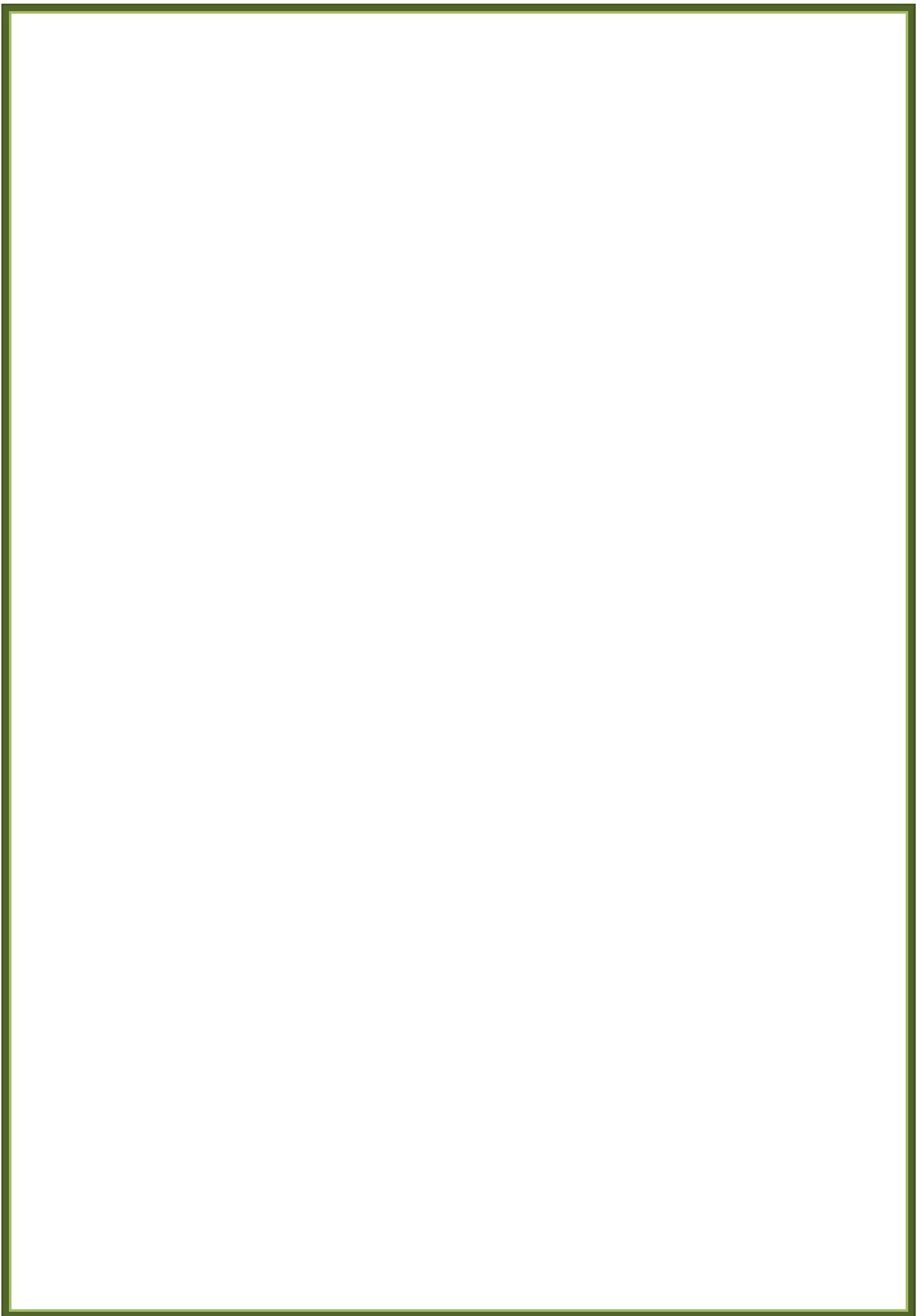
Option :
Génie Thermique et Energétique

par : **BOURAOUI Amin**

Soutenu le :

Devant je jury composé de :

Président :	Mr. M. KADJA	Professeur	Université des Frères Mentouri -Constantine
Rapporteur :	Mr. R. BESSAIH	Professeur	Université des Frères Mentouri -Constantine
Examineur :	Mr. S. BENISSAAD	Professeur	Université des Frères Mentouri -Constantine
	Mr. C. BOUGRIOU	Professeur	Université Batna-2
	Mr. Y. KABAR	MCA	Université Mohammed Seddik Ben Yahia- Jijel



Abstract

We treat the problem related to heat transfer by natural convection through a three-dimensional numerical simulation study of two identical blocks heated and separated by a distance d , simulating the air cooling (assumed incompressible Newtonian) electronic components in a cuboid cavity. Each block is maintained at a temperature T_c (hot), which varies depending on the Rayleigh number, in the center of the bottom wall of the enclosure, the remainder of the surface is assumed adiabatic, while the other walls are maintained at a constant temperature T_f (cold).

The presentation of the physical model is translated into mathematical equations in the form of partial derivatives (E.D.P), which regulates the transport of energy by molecular motion in the cavity. Based on certain assumptions for which these equations are valid, these mathematical expressions mainly include fundamental laws: conservation of mass, momentum, and energy. According to the complex nature of these equations (nonlinear and coupling velocity-pressure), we are facing the numerical resolution. In this context, a computer code was developed at the base of Fortran language, and validated by the work found in the literature.

In the first part, our effort is focused on the laminar flow trying to clear the influence of the effects of the Rayleigh number, spacing, and aspect ratio of the length and the width components of the physical behavior of fluid, such as the flow and heat fields. In the second part, the transitional arrangements made in our study through early detection of hydrodynamic and thermal instabilities, however, we discuss the spacing influence, reports form the length and the width components of the flow bifurcation.

Finally, stability diagrams were established according to these parameters.

Keywords: *Natural convection, Conjugate heat transfer, Enclosure, Simulation, Steady state, Transient regime.*

Résumé

Nous traitons le problème lié au transfert de chaleur par convection naturelle à travers une étude de simulation numérique tridimensionnelle des deux blocs identiques chauffés et séparés par une distance d , simulant le refroidissement d'air (supposé Newtonien incompressible) des composants électroniques dans une cavité parallélépipède. Chaque bloc est maintenu à une température T_c (chaude), qui varie en fonction du nombre de Rayleigh, placé au centre de la paroi inférieure de l'enceinte, le reste de cette surface est supposé adiabatique, tandis que les autres parois sont maintenues à une température constante T_f (froide).

La présentation du modèle physique du problème est traduite en équations mathématiques sous forme de dérivées partielles (E.D.P), qui régit le transport de l'énergie par mouvement moléculaire dans la cavité. En fonction de certaines hypothèses pour lesquelles ces équations sont valables, ces expressions mathématiques englobent principalement les lois fondamentales : de conservation de masse, de quantité de mouvement, et d'énergie. Selon la nature complexe de ces équations (non-linéaires, et couplage vitesse-pression), nous sommes orientés vers la résolution numérique. Dans ce contexte, un code de calcul a été élaboré à la base du langage fortran, et validé par des travaux trouvés dans la littérature.

Dans la première partie, notre effort est concentré sur l'écoulement laminaire essayant d'éclaircir l'influence des effets du nombre de Rayleigh, d'espacement, et rapport de forme suivant la longueur, et la largeur des composants sur le comportement physique du fluide, tel que le champ d'écoulement et thermique. Dans la deuxième partie, le régime transitoire fait objet de notre étude à travers la détection du début des instabilités hydrodynamiques et thermiques, cependant, nous discutons l'influence d'espacement, rapports de forme suivant la longueur, et la largeur des composants sur la bifurcation d'écoulement.

Enfin, des diagrammes de stabilité ont été établis en fonction de ces paramètres.

Mots-clés : *Convection naturelle, Transfert conjugué, Enceinte, Simulation, Régime permanent, Régime transitoire.*

Remerciements

Je remercie dieu, pour sa bonne grâce de m'avoir donné la force, le courage et la patience d'accomplir ce modeste travail en toute volonté.

Je tiens à remercier sincèrement mon encadrant *Mr. Bessaih Rachid*, Professeur à l'Université des frères Mentouri-Constantine, de m'avoir suivi et dirigé tout au long de la réalisation de cette thèse. Aussi je le remercie pour sa disponibilité permanente, son écoute, et ses qualités humaine indéniables pour sa patience et ses conseils.

- Je remercie le personnel de l'université pour leurs aides précieuses
- mes collègues de laboratoire
- Les jurys ;

✓ Président de jury : Mr. Mahfoud Kadja

✓ Examineurs : Mr. Smail Benissaad

Mr. Chrif Bougriou

Mr. Mr. Yassine Kabar

Mes remerciement vont également à tous ceux et celles qui de près ou de loin m'ont apporté aide et encouragement.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail, fruit de longues années d'étude, aux deux êtres les plus chers au monde, mes très chers parents en témoignage de mon affection de leurs encouragements et leurs sacrifices qu'ils m'ont consentis afin de m'orienter vers la bonne voie.

A toute ma famille, et mes amis.

Amin

Nomenclature

Symbole		Unité
A	surface des blocs	[m ²]
A _x , A _z	rappports d'aspect suivant X, et Z	[-]
A _p , A _e , A _w , A _n , A _s , A _f , A _b	coefficients de l'équation algébrique du transport	[-]
d	espacement entre les blocs [mm]	[m]
D _e , D _w , D _n , D _s , D _f , D _b	flux diffusifs aux interfaces ; e, w, n, s, f, b	[-]
F	fréquence adimensionnelle	[-]
F _e , F _w , F _n , F _s , F _f , F _b	flux convectifs aux interfaces ; e, w, n, s, f, b	[-]
G	accélération de pesanteur	[m/s ²]
H	hauteur de l'enceinte	[m]
h	hauteur des blocs	[m]
k	conductivité thermique	[W/m.K]
K*	conductivité thermique adimensionnelle	[-]
k _{air}	conductivité thermique de l'air	[W/m.K]
K _s	conductivité thermique de solide	[W/m.K]
h _{cv}	coefficient du transfert thermique	[W/m ² k]
L _x	longueur de l'enceinte	[m]
L _z	largeur de l'enceinte	[m]
l	longueur des blocs	[m]
P	pression adimensionnelle	[-]
p	pression dimensionnelle	[N/m ²]
S _φ	terme source de chaleur adimensionnelle	[-]
T	température dimensionnelle	[K]
T _f	température froide	[K]
T _c	température chaude	[K]
t	temps dimensionnel	[s]
U, V, W	composantes de vitesse adimensionnelle suivant X, Y, et Z	[-]
u, v, w	composantes de vitesse dimensionnelle suivant x, y, et z	[m/s]

W_s	largeur des blocs	[m]
X, Y, Z	coordonnées cartésiennes adimensionnelles	[-]
x, y, z	coordonnées cartésiennes dimensionnelles	[m]
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	dimension d'un volume de contrôle suivant x, y, z	[m]
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	dimension d'un volume de contrôle suivant X, Y, Z	[-]
C_p	chaleur spécifique à pression constante	[J/kg.K]
Δt	incrément du temps	[s]

Nombres adimensionnels

Nu	nombre de Nusselt local	[-]
\overline{Nu}_f	nombre de Nusselt des faces en fonction de surface	[-]
\overline{Nu}	nombre de Nusselt global (bloc)	[-]
Pr	nombre de Prandtl $Pr = \nu / \alpha$	[-]
Ra	nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g\beta H^3}{\nu\alpha} (T_c - T_f)$	[-]

Symboles Grecs

τ	temps adimensionnel	[-]
ν	viscosité cinématique	[m ² /s]
ν^*	viscosité cinématique adimensionnelle	[-]
ρ	masse volumique	[kg/m ³]
A	diffusivité thermique	[m ² /s]
μ	viscosité dynamique	[kg/m.s]
β	coefficient d'expansion thermique à pression constante	[K ⁻¹]
Θ	température adimensionnelle	[-]
Ψ	fonction de courant adimensionnelle	[-]
Ψ_u	fonction de courant adimensionnelle dans la direction X	[-]
Ψ_w	fonction de courant adimensionnelle dans la	[-]

	direction Z	
Φ	variable dépendante adimensionnelle	[-]
Γ	coefficient de diffusion	[-]
$\Delta\tau$	incrément adimensionnel du temps	[-]

Indices

cr	critique
s	solide
i,j,k	indices suivant les directions x, y, z
(1)	bloc 1
(2)	bloc 2
n, et n+1	compteur d'itération correspondant au temps

*Liste des figures***Chapitre I**

Figure_I.1	Expérience de Bénard : (a) Description de l'appareil thermique à simple plateau, le premier appareil destiné à produire les tourbions dans une nappe mince d'un liquide non volatile à 100°C , (b) La circulation tortionnaire permanente des particules liquides dans une coupe verticale passant par l'axe de la cellule [4].....	6
Figure_I.2	Schéma de la convection naturelle dans une cavité carrée avec : (a) deux sources, (b) trois sources [17].....	10
Figure_I.3	Modèle physique du système [18].....	11
Figure_I.4	Domaine du système étudié avec les conditions aux limites [20].....	12
Figure_I.5	Configuration des deux systèmes : (a) en 2011 [21], (b) en 2013 [22].....	13
Figure_I.6	Forme de cavité par [25].....	15
Figure_I.7	Géométrie de l'enceinte [33].....	19
Figure_I.8	Schéma du système [34].....	20
Figure_I.9	Schéma de la configuration de [37].....	20
Figure_I.10	Schéma de l'enceinte étudié par [43].....	24
Figure_I.11	Schéma du problème de [46].....	26
Figure_I.12	Cavité avec la courbe de la variation de température T_c [47].....	27
Figure_I.13	La configuration du problème investigué par [51].....	29
Figure_I.14	Schéma des deux travaux : (a) en 2000 [55], (b) en 2002 [56].....	31
Figure_I.15	Cavité contenant deux sources de chaleur [57].....	32
Figure_I.16	Enceinte parallélépipède soumise à un champ magnétique externe le long de la direction de X , Y et Z (B_x , B_y et B_z) [58].....	32

Chapitre II

Figure_II.1	Schéma du domaine physique.....	38
Figure_II.2	Schéma du maillage typique, stockage des grandeurs scalaires et vectorielles : (a) dans le plan ($x-y$), (b) dans le plan ($z-y$)	47
Figure_II.3	Structure d'organigramme du code de calcul.....	58

Chapitre III

Figure_III.1	Comparaison entre nos résultats et ceux de la référence <i>Sezai et al.</i> [35] : nombre de Nusselt local	62
Figure_III.2	Maillage de densité (102×102×102 nœuds) : (a) plan ($x-y$), (b) plan ($z-y$), (c) plan ($x-z$), $d = 3/4 \times (l/H)$, $A_x = l/H$, $A_z = l/H$	63

Figure_III.3	Evaluation temporelle des composantes maximales de vitesse (U_{max} , V_{max} , W_{max}), pour : (a) effets d'espacements, (b) rapport d'aspect dans la direction X, (c) rapport d'aspect dans la direction Z, à $Ra = 10^5$	66
Figure_III.4	Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = 2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	68
Figure_III.5	Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	69
Figure_III.6	Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	70
Figure_III.7	Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = 2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	71
Figure_III.8	Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	72
Figure_III.9	Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	73
Figure_III.10	Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant en fonction d'espacement $d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, pour : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	75
Figure_III.11	Profils des composantes de vitesse au milieu de l'enceinte à ($X = 2$, $Y = 2$), en fonction d'espacement $d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, pour : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	76
Figure_III.12	Profils de composante de vitesse V sur le plan (x-y) à $d = 2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	78
Figure_III.13	Profils de composante de vitesse V sur le plan (x-y) à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	79
Figure_III.14	Profils de composante de vitesse V sur le plan (x-y) à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$	80
Figure_III.15	Profils des températures sur le plan (x-y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = 2 \times (l/H)$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	81
Figure_III.16	Profils des températures sur le plan (x-y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = l/H$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	82
Figure_III.17	Profils des températures sur le plan (x-y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	83

Figure_III.18	Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction d'espacement et du nombre de Rayleigh.....	84
Figure_III.19	Nusselt moyen de chaque face des composants, en fonction d'espacement : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$	85
Figure_III.20	Profils de Nusselt local sur la face Est (1) : (a) $d = 2 \times (l/H)$, (b) $d = l/H$, (c) $d = 1/2 \times (l/H)$	86
Figure_III.21	Profils de Nusselt local sur la face Ouest (1) : (a) $d = 2 \times (l/H)$, (b) $d = l/H$, (c) $d = 1/2 \times (l/H)$	86
Figure_III.22	Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) a $Ra = 10^5$: (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$	87
Figure_III.23	Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = l/H$, et $Ra = 10^5$: (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$	88
Figure_III.24	Profils de composante de vitesse V à $d = l/H$: (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$	89
Figure_III.25	Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant, en fonction du rapport d'aspect $Ax = l/H$, $Ax = 3/2 \times (l/H)$, $Ax = 2 \times (l/H)$	90
Figure_III.26	Profils des températures sur le plan (x-y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = l/H$, et en fonction du rapport d'aspect : (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$	91
Figure_III.27	Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction du rapport d'aspect (Ax) et nombre de Rayleigh.....	92
Figure_III.28	Nusselt moyen de chaque face en fonction du rapport d'aspect (Ax) à $Ra = 10^5$	93
Figure_III.29	Nusselt local (Nu) sur la face Nord en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Ax = l/H$, (b) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (c) $Ax = 2 \times (l/H)$	93
Figure_III.30	Nusselt local (Nu) sur la face Ouest (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Ax = l/H$, (b) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (c) $Ax = 2 \times (l/H)$	94
Figure_III.31	Projection des lignes de courant sur le plan (z-y) a $Ra = 10^5$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$	95
Figure_III.32	Projection vecteurs de vitesse sur le plan (z-y) : (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$	96
Figure_III.33	Profils de composante de vitesse V à $d = l/H$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$	97
Figure_III.34	Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant, en fonction du rapport d'aspect (Az).....	98
Figure_III.35	Profils des composantes de vitesse au milieu de l'enceinte en fonction du rapport d'aspect (Az).....	99

Figure_III.36:	Profils des températures sur le plan ($z-y$) au milieu de l'enceinte à ($X = 2$) : (a) $Az = l/H$, (b) $Az = 2 \times (l/H)$, (c) $Az = 3 \times (l/H)$	100
Figure_III.37	Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction du rapport d'aspect (Az) et nombre de Rayleigh.....	101
Figure_III.38	Nusselt moyen de chaque face des composants, en fonction du rapport d'aspect (Az) à $Ra = 10^5$	102
Figur_III.39	Nusselt local (Nu) sur la face Avant (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$	102
Figure_III.40	Nusselt local (Nu) sur la face Avant (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 3/2 \times (ws/H)$, (c), $Az = 2 \times (ws/H)$, (d) $Az = 5/2 \times (ws/H)$, (e) $Az = 3 \times (ws/H)$	103

Chapitre IV

Figure_IV.1	Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction d'espacement.....	107
Figure_IV.2	Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction du rapport de forme Ax	108
Figure_IV.3	Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction du rapport de forme Az	109
Figure_IV.4	Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_2 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$	111
Figure_IV.5	Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_3 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$	112
Figure_IV.6	Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_3 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	113
Figure_IV.7	Energie spectrale en fonction de la fréquence aux : (a) point P_1 , (b) point P_3 , (c) point P_4 , pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et l'espacement $2 \times (l/H)$	114
Figure_IV.8	Energie spectrale en fonction de la fréquence aux point P_1 , pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d=l/H$	114
Figure_IV.9	Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	115

Figure_IV.10	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e et f), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$	116
Figure_IV.11	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.6091$, (b) $\tau_b = 1.61756$, (c) $\tau_c = 1.62382$, (d) $\tau_d = 1.62861$, (e) $\tau_e = 1.64664$, (f) $\tau_f = 1.65842$, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et l'espacement $2 \times (l/H)$	117
Figure_IV.12	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e) pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$	118
Figure_IV.13	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.5026$, (b) $\tau_b = 1.55534$, (c) $\tau_c = 1.56064$, (d) $\tau_d = 1.56549$, (e) $\tau_e = 1.57124$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$	120
Figure_IV.14	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	120
Figure_IV.15	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.55657$, (b) $\tau_b = 1.56482$, (c) $\tau_c = 1.57203$, (d) $\tau_d = 1.57692$, (e) $\tau_e = 1.58852$, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	122
Figure_IV.16	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$	123
Figure_IV.17	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$	123
Figure_IV.18	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	124
Figure_IV.19	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e , et f), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$	125

Figure_IV.20	Evolution temporelle de Nusselt local face Nord1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.74953$, (b) $\tau_b = 1.75726$, (c) $\tau_c = 1.76131$, (d) $\tau_d = 1.76977$, (e) $\tau_e = 1.7856$, (f) $\tau_f = 1.79959$, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$	126
Figure_IV.21	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$	127
Figure_IV.22	Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.7325$, (b) $\tau_b = 1.73721$, (c) $\tau_c = 1.74226$, (d) $\tau_d = 1.74765$, (e) $\tau_e = 1.75337$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$	127
Figure_IV.23	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et espacement $3/4 \times (l/H)$	128
Figure_IV.24	Evolution temporelle de Nusselt local face Avant1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.74058$, (b) $\tau_b = 1.74395$, (c) $\tau_c = 1.74765$, (d) $\tau_d = 1.75203$, (e) $\tau_e = 1.7564$, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$	128
Figure_IV.25	Diagramme de stabilité en fonction d'espacement.....	129
Figure_IV.26	Evolutions temporelles des composantes de vitesse; (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_4 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	130
Figure_IV.27	Evolutions temporelles des composantes de vitesse; (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_4 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	131
Figure_IV.28	Evolution temporelle de fonction de courant ($\Psi_{u_{max}}$) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	132
Figure_IV.29	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.53877$, (b) $\tau_b = 1.54473$, (c) $\tau_c = 1.55114$, (d) $\tau_d = 1.5571$, (e) $\tau_e = 1.56262$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	133
Figure_IV.30	Evolution temporelle de fonction de courant ($\Psi_{u_{max}}$) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	134
Figure_IV.31	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.55158$, (b) $\tau_b = 1.55865$, (c) $\tau_c = 1.56439$, (d) $\tau_d = 1.57035$, (e) $\tau_e = 1.57919$, pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	135

Figure_IV.32	Energie spectrale en fonction de la fréquence au P_1 , pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	136
Figure_IV.33	Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	136
Figure_IV.34	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	137
Figure_IV.35	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2 pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	138
Figure_IV.36	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e, f), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	138
Figure_IV.37	Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.77$, (b) $\tau_b = 1.77469$, (c) $\tau_c = 1.77938$, (d) $\tau_d = 1.78601$, (e) $\tau_e = 1.79291$, $\tau_f = 1.79788$, pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$	139
Figure_IV.38	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	139
Figure_IV.39	Evolution temporelle de Nusselt local face Ouest1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.60675$, (b) $\tau_b = 1.6131$, (c) $\tau_c = 1.61834$, (d) $\tau_d = 1.62441$, (e) $\tau_e = 1.63049$, pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$	140
Figure_IV.40	Diagramme de la stabilité en fonction du rapport de forme suivant la longueur des composantes (Ax).....	140
Figure_V.41	Evolutions temporelles des composantes de vitesse; (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_2, P_3 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	141
Figure_IV.42	Evolutions temporelles des composantes de vitesse; (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_2, P_3 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	142
Figure_IV.43	Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	143
Figure_IV.44	Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	143

Figure_IV.45	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e, f, g), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	144
Figure_IV.46	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.52806$, (b) $\tau_b = 1.53026$, (c) $\tau_c = 1.53512$, (d) $\tau_d = 1.53969$, (e) $\tau_e = 1.54425$, (f) $\tau_f = 1.54675$, (g) $\tau_g = 1.55088$, pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	146
Figure_IV.47	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et rapport de forme $Az = ws/H$	146
Figure_IV.48	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.71061$, (b) $\tau_b = 1.7153$, (c) $\tau_c = 1.72055$, (d) $\tau_d = 1.72607$, (e) $\tau_e = 1.73159$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et rapport de forme $Az = ws/H$	148
Figure_IV.49	Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	148
Figure_IV.50	Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.59775$, (b) $\tau_b = 1.60695$, (c) $\tau_c = 1.6213$, (d) $\tau_d = 1.63566$, (e) $\tau_e = 1.64854$, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	149
Figure_IV.51	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	150
Figure_IV.52	Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes; (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	151
Figure_IV.53	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	152
Figure_IV.54	Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.78058$, (b) $\tau_b = 1.78496$, (c) $\tau_c = 1.78866$, (d) $\tau_d = 1.7927$, (e) $\tau_e = 1.79741$ pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$	152
Figure_IV.55	Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	153

Figure_IV.56	Evolution temporelle de Nusselt local face Avant-1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.61407$, (b) $\tau_b = 1.62586$, (c) $\tau_c = 1.64017$, (d) $\tau_d = 1.65279$, (e) $\tau_e = 1.66458$, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$	153
Figure_IV.57	Diagramme de la stabilité en fonction du rapport de forme suivant la transversale des composants (Az).....	154

*Liste des tableaux***Chapitre II**

Tableau_II.1	Conditions initiales et aux limites hydrodynamiques et thermiques sous forme dimensionnelles et adimensionnelles.....	44
Tableau_II.2	Compatibilité des variables d'équation de transport (Φ , Γ , et S_Φ) avec les éléments d'équations gouvernantes du système.....	46
Tableau_II.3	Schéma numériques [63].....	49

Chapitre III

Tableau_III.1	Comparaison entre nos résultats et ceux de la référence G. De Vahl [9]	62
Tableau_III.2	Influence des densités des maillages sur différents paramètres.....	64

Chapitre IV

Tableau_IV.1	Influence des densités des maillages sur différents paramètres.....	105
Tableau_IV.2	Les positions locales des nœuds choisis dans le domaine de calcul.....	110

Sommaire

Nomenclature	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	xiii
Sommaire	
Introduction générale	1

Chapitre I «Recherche Bibliographique»

I.1 INTRODUCTION	5
I.2 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	5
I.2.1 Aperçu sur les travaux en régime laminaire	5
a) <i>Configuration en deux dimensions</i>	6
b) <i>Configuration en trois dimensions</i>	16
I.2.2 Aperçu sur les travaux en régime oscillatoire	21
a) <i>Configuration en deux dimensions</i>	22
b) <i>Configuration en trois dimensions</i>	29
I.3 CONCLUSION	35

Chapitre II «Modèle mathématique & méthode numérique»

II.1 INTRODUCTION.....	37
II.2 DESCRIPTION DU MODELE PHYSIQUE.....	37
II.3 DESCRIPTION DU MODELE MATHEMATIQUE.....	38
II.3.1 Eléments mathématiques de base (équations gouvernantes).....	38
a) <i>Equation de conservation de masse ou de continuité</i> <i>(Bejan [64])</i>	38
b) <i>Equation de quantité de mouvement (Navier-stokes)</i>	39
c) <i>Equation d'énergie</i>	39
II.3.2 Hypothèses et mise en équation du problème étudié	40
II.3.2.1 <i>Hypothèses</i>	40

II.3.2.2 Equations dimensionnelles	41
a) Equation de continuité	41
b) Equation de quantité de mouvement dans la direction X.....	41
c) Equation de quantité de mouvement dans la direction Y.....	41
d) Equation de quantité de mouvement dans la direction Z.....	41
e) Equation d'énergie	41
II.3.2.3 Equation adimensionnelles	42
a) Equation adimensionnelle de continuité	42
b) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction X	42
c) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction Y.....	43
d) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction Z.....	43
e) Equation adimensionnelle d'énergie	43
II.3.2.4 Conditions initiales et aux limites	44
II.3.2.5 Equation générale de transport	45
II.4 METHODE NUMERIQUE	45
II.4.1 Subdivision du domaine de calcul (maillage).....	47
II.4.2 Discrétisation de l'équation générale du transport	48
II.4.3 Résolution du système d'équations algébriques	50
II.4.3.1 Algorithme SIMPLER.....	50
II.4.3.2 Méthode itérative de résolution.....	55
II.4.3.3 Critère de convergence	57
II.4.3.4 Organigramme du code de calcul	57
II.5 EQUATION DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE LA FONCTION DE COURANT	57
II.5.1 Equation du transfert de chaleur	57
II.5.2 Equation de la fonction de courant	59
II.6 CONCLUSION	59

Chapitre III «Résultats et discussion : Régime laminaire»

III.1 INTRODUCTION	61
III.2 VALIDATION DU CODE DE CALCUL	61
III.3 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE	63
III.4 NOTION D'ÉCOULEMENT PERMANENT	64
III.5 EFFET D'ESPACEMENT	66
III.5.1 Champ d'écoulement	67
III.5.2 Champ thermique	77
III.5.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	84
III.6 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LONGUEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION X)	86
III.6.1 Champ d'écoulement	87
III.6.2 Champ thermique	90
III.6.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	90
III.7 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LARGEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION Z)	94
III.7.1 Champ d'écoulement	94
III.7.2 Champ thermique	99
III.7.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	101
III.8 CONCLUSION	103

Chapitre IV «Résultats et discussion ; Régime transitoire »

IV.1 INTRODUCTION	105
IV.2 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE	105
IV.3 NOTION D'ÉCOULEMENT INSTATIONNAIRE	106
IV.4 EFFET ESPACEMENT	110

IV.5 EFFET DU RAPPORT DE FORME SUIVANT LA LONGUEUR (A_x).....	130
IV.6 EFET DU RAPPORT DE FORME SUIVANT LA LARGEUR DES COMPOSANTS (A_z).....	141
IV.7 CONCLUSION	154
Conclusion générale	156
<i>Références</i>	158
Travaux scientifiques	166

Introduction Générale

La balance entre la politique industrielle reconnue par la miniaturisation des dispositifs technologiques modernes et les contraintes d'évacuation de la chaleur dissipée par ces derniers a fait l'une des plus grandes énigmes de la science moderne. Certes, la miniaturisation des composants électroniques a un grand intérêt dans la vie moderne, mais en correspondance, derrière ces énergivores se cache une facture importante de quantité de chaleur dissipée par l'effet de joule, sans aucun doute à des répercussions néfastes sur leur rendement, à titre d'exemple ; les micro-ordinateurs et les « Datacenter » sont des leaders; en croisant ce dilemme, notamment avec l'arrivée en force d'internet, jour après jour son utilisation se propage dans tous les domaines, et par conséquent, ces temples digitaux avalent des quantités gigantesques d'électricité pendant leurs fonctionnement en produisant des quantités de chaleur considérables qui reflètent sur leur conceptions et leurs rendements.

Pour éviter tous les problèmes d'endommagement et d'emboîtement des circuits intégrés (masse électrique, rupture de soudure, défaillance partielle ou totale), il est préalable d'avoir un bon refroidissement permettant à ces motifs d'atteindre ses valeurs maximales en traitement des données. La prédiction de tel phénomène est donc devenu une nécessité absolue pour la conception et le développement des pièces électroniques, dans le but de maîtriser les transferts thermiques assurés par ces écoulements convectifs (naturel, forcé et mixte) dans des enceintes confinées qui ont fait et continuent de faire l'objet de nombreuses activités de recherche, en important au concepteur les informations nécessaires concernant ce mode de transfert. Par exemple; les effets de dissipation visqueuses et du rapport surface/volume (exemple ; couches limites) pour prévoir les moyens d'évacuation les plus performants et d'améliorer la consommation d'énergie, la durée de vie de ces composants, ainsi que le coût d'entretien, et d'avoir un bon rendement en fonctionnement.

En outre, économiquement parlant, le refroidissement des petits composants de moyenne et faible puissance par convection naturelle est favorisé par rapport aux autres modes (forcé, et/ou mixte), car elle se déclenche et se poursuit spontanément à cause des différences de température qui à leurs tours engendrent des différences de densité au sein du fluide, résultant un mouvement des particules élémentaires qui échangent de

l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles sans aucune dépense d'énergie supplémentaire (pompage, ventilation...).

D'un point de vue fondamental, la structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les sollicitations thermiques d'extérieures, et à la géométrie de l'espace du fluide qui détermine le type d'écoulement, dont on distingue deux visages ; pour des faibles puissances elle se comporte en régime laminaire, effectivement avec le réchauffement ascendant des composants, elle ne peut pas se présenter continuellement en régime stationnaire, donc, elle se produit en régime fortement instationnaire ou faiblement turbulent entraînant un mouvement aléatoire caractérisé par l'apparition des phases transitoires (état critique) pour lequel le comportement d'écoulement devient soudainement et qualitativement différent du comportement antérieur. Cette dernière est une bifurcation fourche ; elle appartient à la catégorie des bifurcations supercritiques [1] (l'amplitude initiale est nulle), elle impose une variation monotone des oscillations d'écoulement en fonction des paramètres de contrôle adimensionnel tel que le nombre de Rayleigh ou de Grashof, à partir de sa valeur critique, contrairement à la bifurcation sous-critique (amplitude initiale est infinitésimale) ; l'écoulement passe brusquement d'un cas stationnaire à un mode oscillatoire caractérisé par sa grande amplitude de perturbation qu'elle continue à croître en fonction du paramètre de contrôle [2], si ce dernier diminue, en produisant le phénomène d'hystérésis [3].

La prédiction et la détermination de la bifurcation des écoulements dans des enceintes confinées suite à des variations des conditions thermiques ou dynamiques à une importance primordiale dans la conception et le développement des composants électroniques, permettant ces derniers d'éviter certains problèmes de détériorations tels que la chute des performances.

Dans ce contexte, notre travail de thèse traite le problème de transfert de chaleur par convection naturelle à travers une étude de simulation numérique tridimensionnelle des deux blocs identiques chauffés, simulant le refroidissement à air des composants électroniques dans une cavité parallélépipède. Dans la première partie, notre effort est concentré sur l'écoulement laminaire essayant d'éclaircir l'influence des effets du nombre de Rayleigh, d'espacement, et de rapport de forme suivant la longueur, et la largeur des composants sur le comportement physique du fluide tel que le champ d'écoulement et le

champ thermique. Dans la deuxième partie, le régime transitoire fait objet de notre étude à travers la détection du début des instabilités hydrodynamiques et thermiques qui apparaissent pour des nombres de Rayleigh plus élevés dit « Rayleigh critique ». Par ailleurs, nous discutons l'influence d'espacement, les rapports de forme suivant la longueur et la largeur des composants sur la bifurcation d'écoulement.

Le manuscrit de thèse est structuré en quatre chapitres et une conclusion générale.

Le premier chapitre, présente une recherche bibliographique sur la convection naturelle en 2D et 3D, des travaux expérimentaux et des simulations sont cités pour le régime laminaire et transitoire.

Ensuite, le second chapitre décrit le modèle physique de la géométrie, suivie du modèle mathématique comprenant les équations gouvernante de Navier-Stocks, les conditions initiales et aux limites du problème. La discrétisation des équations gouvernantes et la méthode numérique utilisée pour les résoudre, sont illustrées dans la deuxième partie du chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les résultats du régime laminaire avec les discussions. Par la suite, les résultats du régime transitoire sont illustrés et commentés dans le quatrième et le dernier chapitre de notre thèse.

La thèse est clôturée avec une conclusion générale compromise tous les points prélevés des chapitres.

Chapitre I

« Recherche Bibliographique »

Sommaire

I.1 INTRODUCTION	5
I.2 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	5
I.2.1 Aperçu sur les travaux en régime laminaire	5
a) <i>Configuration en deux dimensions</i>	6
b) <i>Configuration en trois dimensions</i>	16
I.2.2 Aperçu sur les travaux en régime oscillatoire	21
a) <i>Configuration en deux dimensions</i>	22
b) <i>Configuration en trois dimensions</i>	29
I.3 CONCLUSION	35

I.1 INTRODUCTION

L'importance de la convection naturelle se révèle dans la quantité d'ouvrages existant dans la bibliographie qui remonte depuis sa découverte au début de XX^{ème} siècle, toutes ces recherches ont étudié intensivement les écoulements laminaires et turbulents dans des géométries simples et complexes afin d'accumuler plus d'informations et enrichir nos besoins.

Dans ce chapitre, à travers une étude bibliographique nous essayons d'étaler un aperçu historique sur les travaux antécédents et d'actualités durant ces dernières décennies.

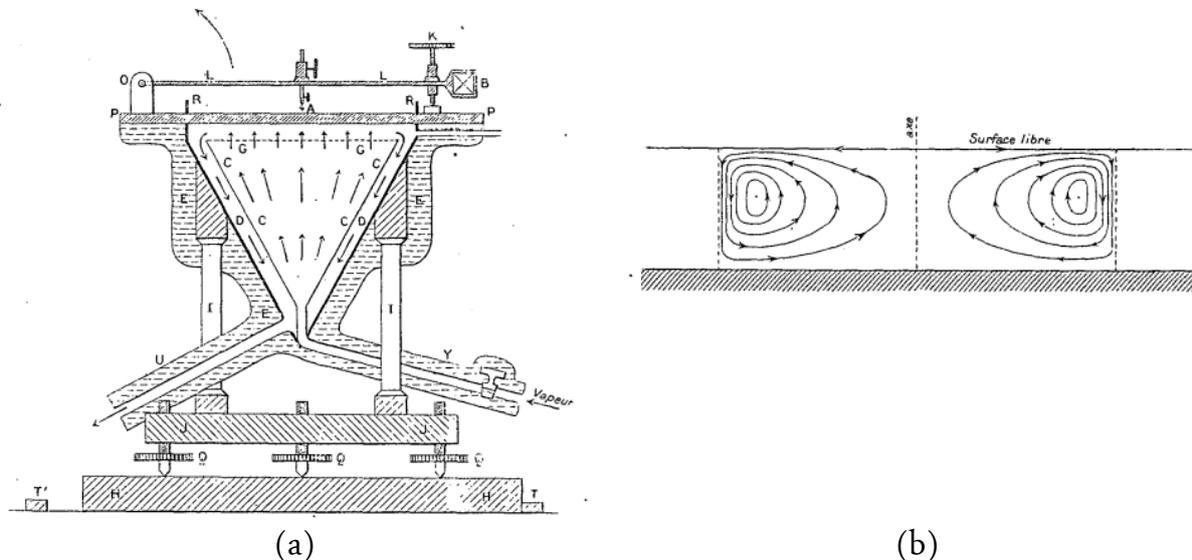
I.2 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

I.2.1 Aperçu sur les travaux en régime laminaire

Certes, la première piste fut apparaitre dans la littérature revient aux travaux de Rayleigh-Bernard [4-5], qui ont éclairci et ouvert l'hippodrome aux autres inventions, leur découverte remonte au début du XX^{ème} siècle. C'est exactement en 1900, les expériences de Henri Bénard, figure_I.1-a, ont montré que la convection s'opère à certain gradient de température dépendant de la viscosité du fluide, sa conductivité thermique et les dimensions physiques de l'expérience, à ce stade, le liquide se met en mouvement spontanément formant des structures cellulaires séparées les unes des autres, ce phénomène a été baptisé « les cellules de Bénard », figure_I.1-b [4]. En 1916, les explications théoriques du phénomène voient le jour par le physicien Lord Rayleigh, d'après lui, l'apparition des cellules est la conséquence d'un déséquilibre entre les effets de la gravité (poussée d'Archimède) avec les effets de la dissipation (dissipation thermique due à la viscosité), la relation entre les deux rapports est déterminée par un nombre adimensionnel de Rayleigh proportionnel au gradient de température [5]. Et donc la stabilité de fluide sera pilotée par ce nombre, plus qu'il augmente davantage, la structure devienne très complexe, des turbulences apparaissent et le système devient chaotique.

L'étude de la convection naturelle dans des cavités fermées a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux, néanmoins sont peu en pratique à cause des difficultés de mesures, coût des expériences, et la sensibilité aux conditions aux limites. Effectivement,

il est difficile de maintenir des parois parfaitement adiabatiques dans une cavité fermée. En revanche, en théorie, elle occupe une grande partie dans la littérature quoiqu'il soit leurs formes ; carré, rectangle, triangle, cylindre, ellipse, et sphère.



Figure_I.1 Expérience de Bénard : (a) Description de l'appareil thermique à simple plateau, le premier appareil destiné à produire les tourbillons dans une nappe mince d'un liquide non volatile à $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, (b) La circulation tortionnaire permanente des particules liquides dans une coupe verticale passant par l'axe de la cellule [4].

a) Configuration en deux dimensions

En écoulement laminaire, les premiers travaux chronologiques reviennent aux années 60, par *De Vahl Davis* (1968)[6], a utilisé la méthode des différences finies pour résoudre le problème de convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée, il a montré que la distribution de température à mi-hauteur de la cavité est presque linéaire et le gradient thermique vertical tend vers zéro pour les valeurs du nombre de Rayleigh inférieures à 10^4 . Son étude avait inspiré d'autres travaux comme *Stewart et Weinberg* [7] en 1972, furent parmi les premiers qui ont étudié la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle avec des parois horizontales adiabatiques, et des parois verticales isothermes, pour des valeurs du nombre de Prandtl qui varient de 0.0127 à 10, ils ont démontré que le comportement d'écoulement dans les métaux liquides est différent de celui des fluides usuels.

Au fil du temps, les méthodes de discrétisation et des calculs ont été développées, et devenues explicites aux calculs numériques, ce qui a perfectionné la qualité des travaux scientifiques.

À la fin des années soixante-dix, reconnu par l'âge des ordinateurs modernes, une variante modifiée a été introduite en 1979 par Patankar[8] sur l'algorithme SIMPLE qui a été inventé par le Prof. Brian Spalding associé avec ce dernier l'Imperial Collège de Londres, dans les années 1970. Depuis lors, appelé SIMPLER (SIMPLE révisé), ce schéma de discrétisation est de type polynomial est basé sur le couplage de vitesse-pression, sa simplicité l'a rendue très populaire chez les scientifiques pour résoudre différents types de problèmes d'écoulement.

Par la suite, *De Vahl Davis et Jones* [9], en 1983, ont proposé une solution standard dite Benchmark pour le cas de la cavité carrée différentiellement chauffée en régime laminaire. La formulation du problème utilisée par Davis est la fonction de courant-vorticité. Les équations modifiées par l'interaction d'un terme transitoire sont discrétisées par la méthode des différences finies, et résolues par l'algorithme ADI (Alternating Direction Implicit). Au-delà, le développement de ces méthodes ne cesse pas jusqu'à nos jours, nous retrouvons dans l'investigation de *Ouertatani et al.* [10] une solution Benchmark basée sur une formulation de volumes finis et un schéma appelé *successive-Over-Relaxation itérative* avec une accélération multigrille a été proposée et comparée avec des résultats obtenus par une méthode classique dite « The Red and Black Successive Over Relaxation », méthode (RBSOR), portant sur un exemple numérique bidimensionnel relative à un problème de convection naturelle de type Rayleigh-Bénard dans une cavité carrée chauffée par le bas et refroidie par le haut. Le fluide sous examen est de l'air ($Pr=0.71$), nombre de Rayleigh est pris dans la gamme de 10^3 à 10^6 . Leur méthode a montré un bon résultat, dont ils ont pu éteindre un facteur de gain de 17.

Les problèmes de convection naturelle liés aux effets des conditions aux limites dans des enceintes fermées sans source de chaleur avaient une part considérable dans la bibliographie, citant par exemple ; l'étude numérique proposée par *Alam et al.*[11] qui traite le cas d'une enceinte rectangulaire avec des conditions aux limites particulières, dans lequel, la moitié inférieure de la paroi verticale gauche est considérée chaude, et la moitié supérieure de la paroi droite est maintenue froide, le long des parois restantes sont adiabatiques, l'attention est accordée particulièrement à comprendre les effets du

rapport de forme (0.5 à 4), et le nombre de Rayleigh (10^3 à 10^6), les expériences numériques affirment que l'augmentation du nombre de Rayleigh Ra signifie l'amélioration de la force de flottabilité thermique, qui à son tour augmente la convection thermique dans la cavité, également, le transfert de chaleur moyen Nu augmente avec le rapport de forme de 0.5 à 1, au-delà, il se réduit légèrement. Ils ont également constaté que le taux de transfert de chaleur atteint sa valeur maximale pour des rapports de forme élevés.

Turan et al. [12] ont présenté une étude de simulation numérique dans une enceinte rectangulaire remplie de l'eau dans le premier cas et de l'air en deuxième cas, dont les parois supérieures et inférieures sont considérées adiabatiques, et les parois latérales de l'enceinte sont maintenues en deux configurations ; au premier cas sont considérées à une température constante (gauche chaude, droite froide), aux deuxième cas sont imposées par un flux de quantité de chaleur. Leur objectif est d'étudier l'influence du nombre de Rayleigh (10^4 à 10^6), le rapport de forme de l'enceinte allant de (1/8 à 8) pour les deux configurations. Ils ont constaté que le nombre de Nusselt moyen augmente en fonction du nombre de Rayleigh. Les effets du rapport de forme ont également été étudiés en détail, ils ont démontré que les effets de convection thermique se renforcent en fonction du rapport de forme. Pour le cas des parois maintenues à une température constante, le nombre de Nusselt moyen augmente jusqu'à une certaine valeur du rapport de forme AR_{max} , au-delà, le nombre de Nusselt moyen diminue. En revanche, pour la deuxième configuration, le nombre de Nusselt moyen augmente de façon monotone avec l'augmentation du rapport de forme de l'enceinte.

D'autres ont abordé les problèmes d'écoulement des fluides par convection naturelle dans des géométries fermées influencées par des dispositifs internes liés aux différents paramètres physiques tel que l'intensité thermique dissipée par les composants, ainsi l'emplacement et le rapport de forme de ces derniers, dont nous pouvons citer certains ; *Sarris et al.* [13] ont effectué une étude numérique dans une enceinte rectangulaire chauffée localement par une source de chaleur placée sur la paroi inférieure. Les résultats obtenus montrent que l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur est jugé significatif, l'intensité d'écoulement augmente en fonction du rapport d'aspect de la source de chaleur et de la géométrie de l'enceinte. Ainsi, le nombre de Nusselt est obtenu sous forme d'une corrélation en fonction de ces paramètres.

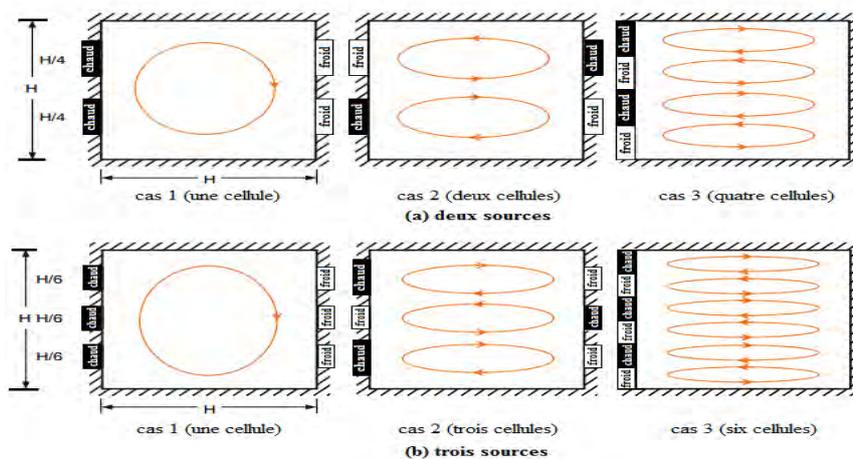
Bennasr et al. [14] ont simulé les mêmes effets (nombre de Rayleigh, positions et dimensions d'élément chauffé), dans une cavité fermée d'une source chaude isotherme localisée sur la partie inférieure de la paroi verticale, tandis que la partie restante est adiabatique et la paroi supérieure est maintenue à une température froide. Ils ont constaté que le transfert de chaleur s'améliore en fonction du nombre de Rayleigh, et il dépend aussi de la position de la source de chaleur.

Un cas particulier, était effectué par *Oztop et Bilgen* [15] qui traitent le comportement d'un corps froid maintenu à une température constante placé sur la paroi inférieure, les parois verticales sont isothermes respectivement chaudes et froides, et les parois horizontales sont adiabatiques. Les résultats ont été obtenus pour les différents paramètres géométriques spécifiant la hauteur, l'épaisseur, et la position du corps, selon le rapport entre les nombres de Rayleigh interne et externes. Effectivement, deux régimes ont été identifiés; pour le rapport $(Ra_{int}/Ra_{ext}) \ll 1$, le transfert de chaleur s'améliore en fonction du nombre de Rayleigh externe dans la direction de la paroi chaude à la paroi froide. Pour le rapport $(Ra_{int}/Ra_{ext}) \gg 1$, le transfert de chaleur s'améliore en fonction du nombre de Rayleigh interne, et sa direction est à partir de la cavité en direction des deux parois chaude et froide. Par contre, il se réduit en particulier lorsque le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe est à 10^1 et 10^2 , respectivement. Les auteurs ont montré que le transfert de chaleur sera réduit progressivement quand l'épaisseur du corps est plus grande, et se réduit de plus en plus lorsque le corps froid sera proche de l'une des deux parois chaudes ou froides.

Varol et al. [16] ont analysé numériquement un cas particulier d'un corps chaud situé dans une cavité triangulaire. La paroi hypoténuse du triangle est maintenue à une température froide, alors que les parois restantes sont isolées. L'air ($Pr=0.71$) a été choisi pour étudier les effets de certains paramètres tel que ; nombre de Rayleigh, rapport d'aspect de l'enceinte, rapport de forme de la source de chaleur, et son emplacement dans l'enceinte, sur le comportement d'écoulement et du transfert de chaleur. Ils ont aperçu que le nombre de Nusselt est constant pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh et le rapport d'aspect de l'enceinte en raison de la domination du régime quasi-conduction. La hauteur de la source de chaleur améliore le transfert de chaleur due à l'augmentation des surfaces chauffées. Bien que, l'effet de largeur de la source de chaleur ne soit pas un paramètre en vigueur sur le champ d'écoulement, en revanche, il a un

effet important sur le transfert de la chaleur due à l'augmentation de la surface d'échange thermique. L'écoulement s'affaiblit pour un rapport d'aspect $AR > 1$ en raison de la grande distance entre les parois chaudes et froides. Le transfert de chaleur est très faible sur le côté gauche et le haut de dispositif quand il est comparé avec le côté droit. Pour obtenir une meilleure évacuation de la chaleur de dispositif, il doit être situé au centre de la paroi inférieure, ainsi avoir un grand rapport d'aspect de l'enceinte.

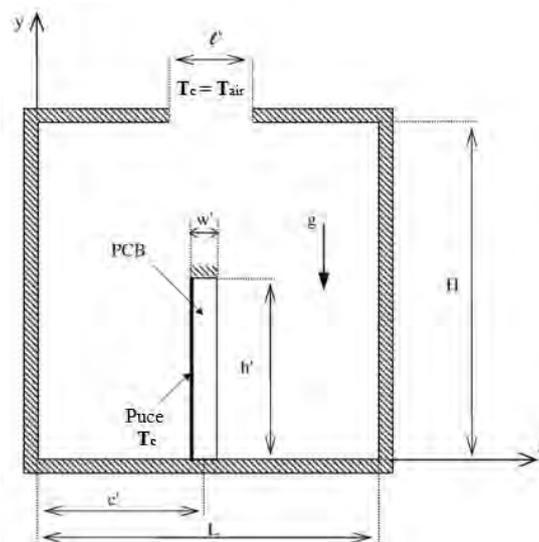
Dans l'article de *Qi-Hong Deng* [17], figure_I.2, nous retrouvons trois sources discrètes de chaleur accompagnées de deux sources froides dites « sink » montées sur les parois verticales d'une enceinte rectangulaire, dont toutes les parois sont considérées adiabatiques. Leur principale étude était concentrée sur l'effet de positionnement des sources chaudes et froides sur le comportement d'écoulement et du transfert de chaleur dans la cavité. De manière au premier arrangement, les sources de chaleur et les sources froides sont séparées sur les deux parois de l'enceinte. Après, sont arrangées alternativement sur les deux parois, et au dernier cas, sont arrangées alternativement sur une seule paroi. Ils ont certifié que le nombre des cellules de Rayleigh-Bénard est lié au nombre des sources et leurs arrangements avec ou sans alternative, autrement dit, l'augmentation du nombre des cellules de Rayleigh-Bénard dans l'enceinte améliore le transfert de chaleur.



Figure_I.2 Schéma de la convection naturelle dans une cavité carrée avec : (a) deux sources, (b) trois sources [17]

Koca [18] a étudié numériquement l'écoulement laminaire engendré par une source de chaleur de type circuit imprimé imprimé (PCB) localisée sur la paroi inférieure de l'enceinte carrée, dans lequel cette dernière est mise en contact avec l'environnement par une petite ouverture sur la paroi supérieure, les autres parois ont été assumées adiabatiques, figure_I.3. Les résultats ont été rapportés pour les différents paramètres tels que nombre de Rayleigh (10^3 à 10^6), rapport de conductivité, position d'ouverture et sa taille, l'emplacement et le rapport de forme de la source de chaleur (PBC). Il est constaté que tous les paramètres ont un effet significatif sur le transfert de chaleur que l'effet du rapport de conductivité n'est pas sensible.

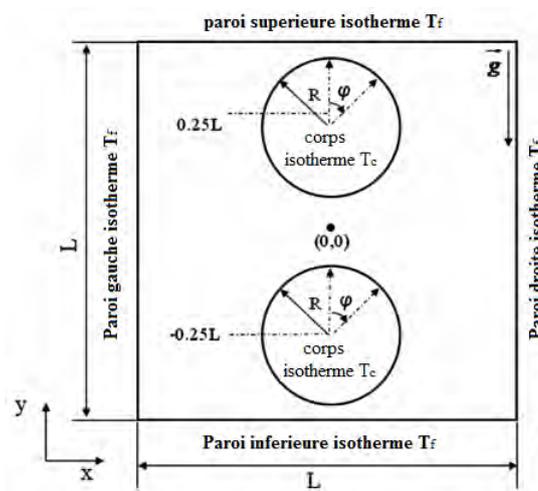
Soleimani et al. [19] ont déterminé la localisation optimale de deux sources de chaleur (source-puits) dans une enceinte carrée. Les résultats numériques révèlent que les configurations optimales sont en fonction du nombre de Rayleigh et les dimensions des sources et des puits. L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une meilleure dissipation de chaleur qui diminue avec la réduction des sources de chaleur.



Figure_I.3 Modèle physique du système [18]

Yoon et al.[20] ont examiné le refroidissement de deux cylindres circulaires identiques chauffés et placés séparément sur la partie inférieure et supérieure dans une enceinte carrée avec des parois froides, figure_I.4. Le comportement de fluide et de transfert de chaleur sont accordés aux effets du rayon des cylindres circulaires à différents nombres de Rayleigh (10^3 à 10^5). Leurs résultats indiquent que, quel que soit le nombre de Rayleigh, lorsque le rayon R augmente, les espaces au-dessus du cylindre supérieur et au-dessous du cylindre inférieur diminuent, ce qui se traduit par une

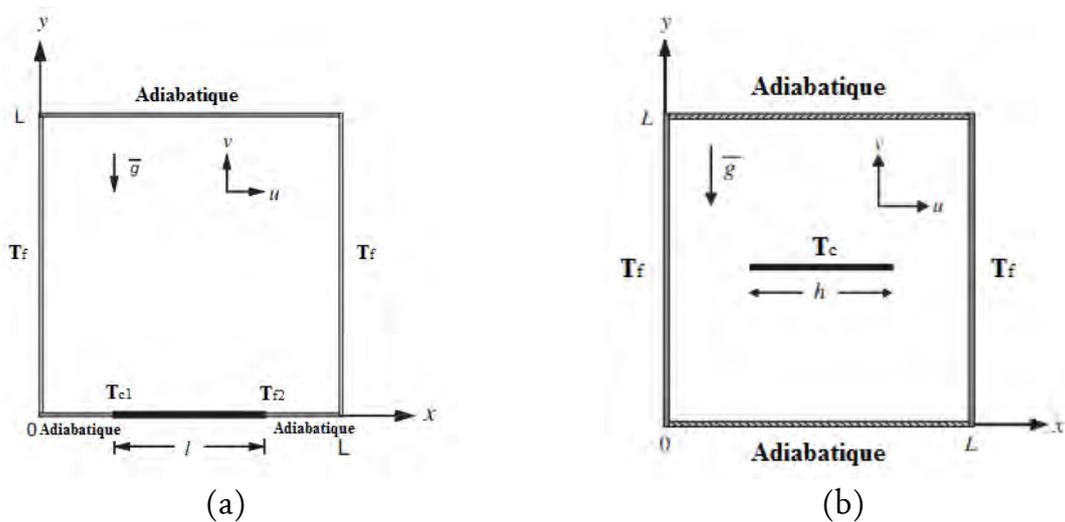
distribution beaucoup plus dense des isothermes dans cette région. Dans la zone intermédiaire des deux cylindres, l'espacement se contracte et les isothermes se dilatent due à la manifestation du fluide chaud. Avec la diminution du rayon R , la dépendance au nombre de Rayleigh est considérable. Le transfert de chaleur est largement touché par l'effet du rayon, effectivement, sur les parois supérieures et latérales de l'enceinte, le nombre de Nusselt moyen augmente en fonction du nombre de Rayleigh sous l'effet de convection. Cependant, sur la paroi inférieure de l'enceinte, le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Rayleigh en raison de dilatation des isothermes formant une zone de stagnation sur la paroi inférieure. Le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque paroi de l'enceinte augmente en fonction du rayon et pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh.



Figure_I.4 Domaine du système étudié avec les conditions aux limites [20]

Saravanan et Sivaraj [21] ont simulé numériquement dans une enceinte carrée l'écoulement d'air engendré par une source de chaleur non-uniforme localisée et montée centralement sur la paroi inférieure. Tandis que la paroi supérieure et le reste de la paroi inférieure est maintenue adiabatique, figure_I.5-a. Ils ont démontré que pour Grashof $Gr=10^6$, le chauffage non-uniforme de la source améliore nettement le taux global de transfert de chaleur par rapport à un chauffage uniforme de la source de chaleur, alors que pour $Gr=10^7$, son effet est négligeable. En 2013, les mêmes auteurs [22] ont présenté une autre étude numérique sur l'effet combiné du rayonnement de surface d'une plaque mince chauffée et placée horizontalement ou verticalement dans le centre. Les parois verticales de la cavité sont refroidies tandis que les parois horizontales sont isolées. La plaque mince est supposée être isotherme, figure_I.5-b. Les auteurs s'intéressaient aux

effets du nombre de *Rayleigh* (10^5 à 10^7), la longueur de la plaque (0.25 à 0.75) et l'émissivité (0 à 1). Les résultats indiquent une meilleure homogénéisation du champ de température dans la cavité avec rayonnement. Il est également constaté que le transfert thermique global augmente avec émissivité lorsque la plaque est placée horizontalement alors qu'elle diminue quand elle est placée verticalement. La présence d'un rayonnement conduit à maintenir une distribution uniforme de température à l'intérieur de la cavité et permet de réduire les différences de température entre les parois isolées. L'émissivité, le nombre de Rayleigh et la longueur de la plaque améliorent le transfert de chaleur global à travers la cavité. En présence de la plaque horizontale, la convection est dominante dans la moitié supérieure de la cavité en l'absence du rayonnement. La moitié inférieure de la cavité devienne active lorsque le rayonnement est en compte. En présence de la plaque verticale, la convection est active presque dans toute la cavité avec une stratification thermique verticale sur les deux côtés de la plaque en l'absence du rayonnement. Lorsque l'effet du rayonnement est incorporé, la stratification du champ thermique diminue. Le transfert de chaleur global s'améliore avec l'émissivité pour la plaque horizontale, et diminue pour la plaque verticale. Le taux de transfert de chaleur est plus élevé lorsque la plaque est orientée verticalement. Toutefois, la présence d'un rayonnement supprime au-dessus la différence du transfert de chaleur.



Figure_I.5 Configuration des deux systèmes : (a) en 2011 [21], (b) en 2013 [22]

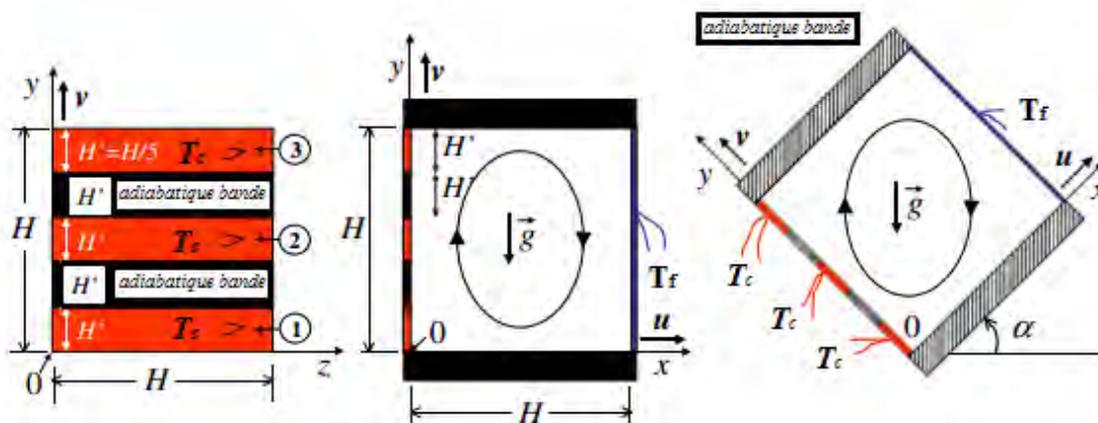
En outre, plusieurs résultats numériques ont ainsi confirmé l'existence d'un rapport entre l'angle d'inclinaison des enceintes, et le comportement du transfert de chaleur. Parmi, nous rappelons aux :

Travail de *Das et Reddy* [23], qui ont observé l'influence de certains paramètres ; nombre de Rayleigh (10^3 à 10^6), angle d'inclinaison (15° à 90°), et conductivité thermique k (0.2 à 5) dans une enceinte carrée où un bloc carré conducteur est placé au centre. Les parois horizontales sont adiabatiques, et les parois verticales sont considérées froides à droite et chaudes à gauche. Leurs résultats ont confirmé qu'au-dessous du point critique ($Ra < 10^3$), le corps avec des hausses valeurs de conductivité k assiste à un transfert de chaleur important. Par contre, au-dessus du point critique ($Ra > 10^3$), le corps à faible conductivité k peut transférer plus de chaleur qu'un corps avec haute conductivité. Au faible nombre de Rayleigh, l'angle d'inclinaison a un effet nominal sur le transfert de chaleur pour différentes conductivités.

Les mêmes paramètres, ont été explorés par *Altaç et Kurtul* [24] dans une enceinte rectangulaire inclinée qui contienne une plaque mince chaude et isotherme, agit comme une source de chaleur placée au milieu dans une position verticale. Les trois parois de l'enceinte sont isolées sans dit que la paroi latérale est froide. Les résultats ont affirmé que pour une enceinte carrée $A=1$, le nombre moyen Nu augmente avec l'angle d'inclinaison jusqu'à 22.5° , où elle atteint le maximum puis elle diminue pour toutes les valeurs de Rayleigh. Avec un rapport d'aspect $A=2$, le nombre Nu_{moy} reste à peu près le même pour les angles d'inclinaison jusqu'à 22.5° , alors il diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'écoulement se renforce dans l'enceinte, en augmentant le gradient de température et de vitesse, ce qui améliore le taux de transfert de chaleur. Avec l'augmentation du rapport d'aspect, le taux de transfert de chaleur augmente pour tous les angles d'inclinaison et les nombres de Rayleigh en raison de l'augmentation de la surface de refroidissement. Pour les faibles nombres de Rayleigh et les petites hauteurs de la plaque, le taux de transfert de chaleur par rapport à l'angle d'inclinaison est presque le même.

Les aspects dynamiques et thermiques sont examinés par *Bairi et al.* [25] en fonction de plusieurs configurations en faisant varier la différence de températures ($\Delta T = T_h - T_c$), l'angle d'inclinaison de la cavité α (0° et 360°), le nombre de Rayleigh (10^3 à 3×10^8) dans une cavité où l'ensemble électronique est considéré comme des sources chaudes. La cavité traitée numériquement et expérimentalement se compose de deux parois actives opposées et connectées par un canal. Le canal est adiabatique et les deux parois actives

sont les responsables d'écoulement par la convection naturelle à l'intérieur de la cavité. Une paroi est maintenue à une température constante. La deuxième paroi se compose de 5 bandes, dont 3 chauffées et maintenues à une température chaude T_h , séparées par deux autres bandes adiabatiques. Les parois actives peuvent être verticales, mais elles peuvent aussi être inclinées selon un angle relatif à la direction de la pesanteur, figure_I.6. Ils ont trouvé dans leurs résultats numériques et expérimentaux que les échanges thermiques se produisent avec une intensité différente sur les trois bandes chauffées, mais cette différence tend à disparaître lorsque l'angle d'inclinaison est de haute valeurs, les échanges de chaleur sont de 10% inférieurs en moyenne à ceux correspondant à des cavités avec une plaque chauffante entièrement isotherme.



Figure_I.6 Forme de cavité par [25]

Parmi les études de la convection naturelle dans des enceintes confinées, sur le plan numérique qu'expérimental. Les différents modes du transfert de chaleur (conduction, convection, et rayonnement) peuvent intervenir de façon couplés, notamment par le biais des parois. Toutefois, quand le transfert radiatif est considéré, c'est le cas de certains travaux scientifiques ;

Bouali et al. [26] ont élaboré numériquement les effets du rayonnement et l'inclinaison sur le transfert thermique dans une enceinte rectangulaire qui contient un corps interne centré. Les parois verticales de l'enceinte sont maintenues à des différentes températures uniformes et les autres sont adiabatiques, pour lequel les effets de la conductivité thermique sur l'écoulement et le transfert thermique ont été analysés. La densité de flux net radiatif a été déterminée par une méthode de Monte Carlo. Ils ont certifié que l'augmentation de l'angle d'inclinaison réduit considérablement tout le

transfert thermique dans la cavité. L'effet du corps interne par conductivité thermique k dépend de l'angle d'inclinaison et réduit le transfert thermique dans la cavité particulièrement en présence de l'échange par rayonnement.

Les résultats de *Nouanegue et al.* [27] apportent que la contribution par rayonnement est plus importante que celle de la convection naturelle à tous les nombres de Rayleigh. Le flux de chaleur par convection naturelle augmente progressivement en fonction du nombre de Rayleigh, contrairement en présence du rayonnement, il diminue progressivement en fonction de ce dernier Ra .

Moufekkik et al. [28] ont établi numériquement les effets des paramètres ; le nombre de Rayleigh, l'épaisseur optique et l'angle d'inclinaison sur la distribution d'écoulement et de la température, dans une cavité carrée contenant un émetteur/absorbeur au milieu. La cavité est chauffée par une paroi verticale et refroidie sur la paroi opposée, tandis que les parois inférieures et supérieures sont considérées adiabatiques. Les résultats présentés en termes d'isothermes, fonction de courant et le nombre de Nusselt moyen, indiquent qu'en absence du rayonnement, la température et les champs d'écoulement sont Centrosymétrique et le centre de la cavité est thermiquement stratifié. Cependant, le rayonnement provoque une augmentation globale du gradient de vitesse et de la température le long des deux parois thermiquement actives. L'augmentation du nombre de Rayleigh produit une augmentation du transfert de chaleur en convection naturelle pure et également en présence du rayonnement. D'autre part, l'augmentation de l'épaisseur optique provoque une diminution du transfert de chaleur pour un nombre fixe de Rayleigh, et la présence du rayonnement induit une augmentation de la température au centre de l'enceinte. L'angle d'inclinaison affecte fortement sur la structure des isothermes et les lignes de courant dans la cavité. Cela concerne également le transfert de chaleur. L'influence du rayonnement est plus efficace que l'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur, où l'influence de l'angle d'inclinaison est plus importante en absence du rayonnement.

b) Configuration en trois dimensions

La configuration en deux dimensions nous a contribué beaucoup d'information liée à la convection naturelle, mais elle présente peu d'imperfections sur le comportement

physique du fluide dans les cavités en considérant le troisième axe tant vers l'infini, ce qui conduit à :

- Négliger les conditions aux limites des autres parois; ce qui influe sur les forces de dissipations, de flottabilités, et les couches de cisaillement sur cet axe.
- Ignorer le développement des couches limites dynamiques et thermiques du contact surface-fluide sur le troisième axe.
- De plus, la distribution du transfert de chaleur se fait uniquement dans le plan x - y .

Tous ces facteurs ont des répercussions non négligeables, qui surgissent dans la configuration en trois dimensions. Dans lequel, les débuts des investigations dans ce genre de configuration étaient basés sur des simulations comparatives entre le 2-D et 3-D. Par exemple;

En 1991, *Fusegi et al.* [29] ont analysé et comparé leur travail avec ceux obtenus dans les résultats à deux dimensions et de l'expérimentale, le nombre de *Rayleigh* a été varié de 10^3 à 10^6 dans une cavité cubique contenant de l'air, elle est chauffée différemment sur les deux parois verticales. *Heindel et al.* [30] ont présenté numériquement et expérimentalement en deux et trois dimensions la convection naturelle conjuguée dans une cavité discrètement chauffée. Deux fluides différents ont été simulés dans les calculs, ce qui correspond à ceux qui sont utilisés dans l'expérience de l'eau ($Pr = 5$) et le FC-77 (un liquide de fluorocarbure diélectrique avec $Pr = 25$). Des sources de chaleurs avec un flux constant sont arrangées séparément de 3×3 et montées sur une paroi verticale, tandis que la paroi opposée et les parois horizontales sont supposées être isothermes et adiabatiques, respectivement. Les résultats expérimentaux obtenus pour la même géométrie, avec de l'eau et le FC-77, sont en excellent accord avec les prédictions numériques en 3D. En revanche, en raison de l'incapacité de la diffusion thermique dans la direction latérale, le modèle 2D surestime la mesure des températures de surface moyenne de la source de chaleur discrète. Cependant, l'étendue de la configuration 3D sur l'écoulement et le transfert de chaleur ont été délimités.

En général, les travaux en 3D de convection naturelle dans des enceintes fermées, sont souvent causés soit par leurs conditions aux limites, soit par des sources de chaleur, dans les deux cas ils traitent deux types élémentaires de la convection naturelle:

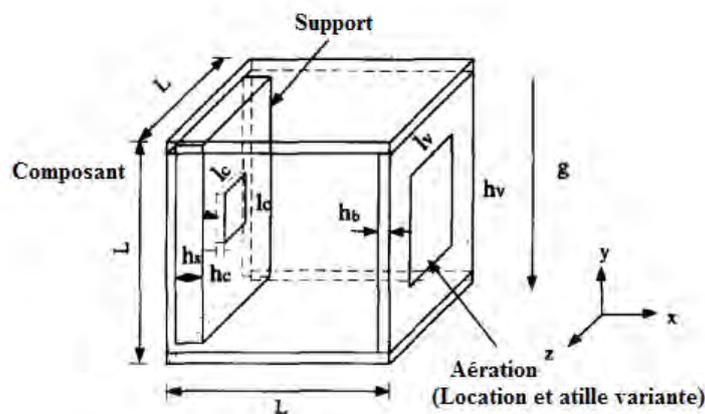
Dans le premier cas, le gradient de température est orthogonal à la force de buoyancy (flottabilité), par exemple le cas de *Mohamad et al.*[31] ont exploré en 3D la simulation de refroidissement de la paroi inférieure dans une enceinte chauffée par une paroi verticale, tandis, que les autres parois sont adiabatiques, et la paroi supérieure est maintenue adiabatique dans le premier cas, puis elle varie d'un degré différent de température. Dans l'intérêt de déterminer le taux de transfert de chaleur et la distribution de la température dans l'enceinte dans telles conditions aux limites. Ils ont certifié que le taux moyen du transfert à partir de la paroi inférieure est quasiment constant et n'est pas important en fonction du nombre de Rayleigh, par contre, le transfert de chaleur sur les parois (chaudes et supérieures) s'améliore en fonction du nombre de Rayleigh.

Le deuxième type se figure quand le gradient de température est en parallèle à la force de buoyancy (flottabilité), exemple l'effet d'un champ magnétique imposé sur la convection naturelle de Rayleigh–Bénard en trois dimensions a été rapporté numériquement par *Naffouti et al.* [32]. La cavité cubique est chauffée par le bas et refroidie en haut, et les parois latérales sont adiabatiques. Le champ magnétique est incliné à un angle α ($0^\circ - 360^\circ$) sur l'axe horizontal représenté par le nombre de Hartmann (Ha) entre (0 - 60) est exploré en fonction du nombre de Rayleigh ($5 \times 10^4 - 10^5$). Ils ont démontré quand un champ magnétique est appliqué sur un fluide non-conducteur dans une cavité cubique, la convection naturelle s'amortit et dépend à la fois à l'amplitude du champ magnétique. Le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann et le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Mais effectivement, avec la présence des sources de chaleur, le gradient de température suit parfaitement l'emplacement de ces derniers, soit dans la même direction de la force de buoyancy ou contre, confirmé dans les travaux suivants :

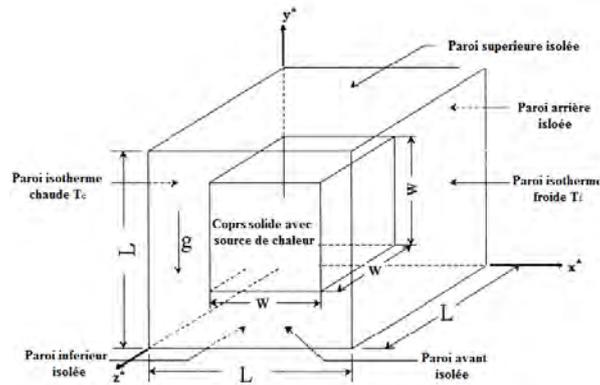
Yu et Joshi [33] ont effectué une étude numérique tridimensionnelle sur la convection naturelle laminaire dans une enceinte ventilée, et chauffée par une source de

chaleur de type flash-source discrètement montée sur le support de la paroi gauche de l'enceinte, dû fait, elle est employée pour simuler un composant électronique, figure_I.7. Les résultats sont obtenus dans l'intérêt de comprendre l'interaction entre la source de chaleur et l'évacuation d'air à travers les ouvertures d'aération. Dans ce cadre, les effets d'emplacement des aérations et leurs dimensions sont étudiées en fonction des nombres de Rayleigh allant de 10^4 - 10^6 , ainsi que la conductivité thermique du support de composant. De sorte qu'ils ont trouvé que l'emplacement de ces ouvertures affecte de manière significative sur les champs d'écoulement et thermiques dans l'enceinte. L'aération sur les parois supérieures et droites fournit un meilleur refroidissement, ainsi en fonction de dimension d'aération le refroidissement devient plus important avec l'augmentation de Ra . La conductivité thermique du support joue un rôle important dans le refroidissement.



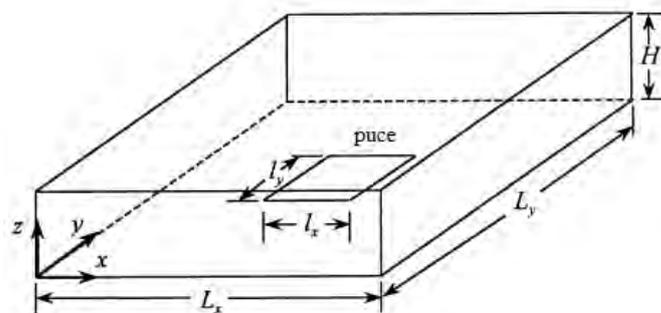
Figure_I.7 Géométrie de l'enceinte [33]

Ha et Jung [34] ont observé numériquement le transfert thermique par conduction et convection naturelle dans une enceinte cubique qui contient une source de chaleur de forme cubique, qui génère une quantité de chaleur constante installée au centre de l'enceinte. La paroi droite de l'enceinte est maintenue à une température froide alors que la gauche est chaude, figure_I.8. Ils ont montré que le comportement d'écoulement et des isothermes sont très complexes en 3D, piloté par le transfert de chaleur dû au gradient de température entre les parois chaudes et froides d'une part et celles proviennent du corps conducteur d'autre part. En général, le transfert de chaleur s'améliore avec la présence du corps conducteur en fonction du nombre de *Rayleigh* et à l'augmentation du gradient de température entre les deux parois.



Figure_I.8 Schéma du système [34]

Sezail et Mohamad [35] ont étudié numériquement en 3D la convection naturelle laminaire d'une source de chaleur rectangulaire montée discrètement sur la paroi inférieure de l'enceinte, dont elle est adiabatique, et la paroi supérieure est froide, figure_I.9. Cette étude était conduite à examiner l'effet du nombre de Rayleigh, le rapport de forme de la source, et l'effet des conditions aux limites des parois verticales. En premier cas, elles sont prises à une température constante, et en deuxième cas elles sont considérées adiabatiques. Ils ont constaté que le taux de transfert thermique n'est pas aussi sensible aux conditions aux limites des parois verticales. Les cellules de Bénard induisent un développement de la couche limite au niveau des bords de la source de chaleur, et par conséquent, le transfert thermique s'améliore au bord du composant et diminue au centre. Avec l'augmentation du rapport de forme, la force de flottabilité se produit sous forme de deux pics dissociés au-dessus de la source.



Figure_I.9 Schéma de la configuration de [37]

Teertstra et al.[36] ont développé un modèle analytique basé sur la convection naturelle en 3D d'une maquette d'un circuit intégré simulé comme source de chaleur,

d'où cette dernière est isotherme située au centre d'une paroi verticale de la cavité de forme parallépipède, ce modèle a été validé en fonction de certain paramètre pour la conduction pure, convection laminaire, et convection d'écoulement transitoire en utilisant des données des simulations numériques de CFD pour une large gamme de géométries de l'enceinte et les conditions d'écoulement.

Ilicak et al.[37] ont examiné le transfert thermique combiné entre la conduction et la convection naturelle produite par une ou deux sources de chaleur montrées sur un support ; pour le cas d'une seule source de chaleur ; le support est monté sur la paroi verticale, pour le cas de deux sources de chaleur ; le support est monté sur la paroi verticale et horizontale. La méthode de picard a été associée avec *Hybride-Grid-System* pour découper la pression avec la vitesse, ce système est résolu par la méthode d'ADI. Les effets de différents paramètres tels que le nombre de Prandtl, le nombre de Rayleigh, les conditions aux limites sur le comportement d'écoulement et de température ont été analysés. Ils ont trouvé comme résultats, que le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide sont fortement influencés par le nombre de Rayleigh et aux conditions aux limites, ainsi la température maximale est affectée notamment par le nombre de Prandtl.

Borjini et Ben Aïssia [38] ont élaboré numériquement l'effet de transfert de chaleur radiatif sur la convection en trois dimensions dans une cavité cubique différentiellement chauffée pour différents paramètres optiques au milieu, pour $Pr = 13.6$ et $Ra = 10^5$. Ils ont affirmé que la structure de l'écoulement principale est considérablement modifiée en présence du rayonnement. En effet, l'écoulement tourbillonné s'oriente vers les parois avant et arrière en présence du rayonnement interne. En absence de ce dernier, et à proximité des parois avant et arrière, aucune combinaison des deux tourbillons n'est observée.

I.2.2 Aperçu sur les travaux en régime oscillatoire

La présence de la convection naturelle sous le régime laminaire est rare dans le monde industriel, même dans la nature. L'écoulement laminaire se manifeste uniquement au début du réchauffement des composants, ainsi avec les faibles puissances thermiques transmise au fluide, contrairement au régime oscillatoire (transitoire et turbulent) qu'il persiste en force dans l'industrie et la nature (circulation du vent, les cyclones, et les tornades).

a) Configuration en deux dimensions

Le problème du transfert de chaleur conjugué est numériquement exploré par *Tou et al.* [39] dans une enceinte remplie d'un fluide de Boussinesq et dans laquelle est délimitée par quatre parois d'épaisseur fine et conductrices ; l'une des parois latérales est exposée à l'environnement de température périodique dans le temps, tandis que la paroi latérale opposée maintenue à une température constante, et les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques. L'influence de la paroi est caractérisée par température périodique dans le temps, l'inclinaison de l'enceinte sur le comportement du fluide et le transfert de chaleur font objet de leur étude. Ils ont conclu que le taux du transfert de chaleur augmente de manière pratiquement linéaire avec le rapport de la conductivité thermique et le rapport de la diffusivité thermique, de manière qu'il est plus sensible au rapport de diffusivité plutôt que le rapport de conductivité dans le cas instable, mais il est en baisse avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison, car la conduction devienne de plus dominante. En outre, le transfert de chaleur pourrait être amélioré ou affaibli en sélectionnant différentes pulsations de température périodique dans le cas de la paroi d'épaisseur finie, alors qu'il est toujours amélioré si les parois sont d'épaisseur nulle.

Barozzi et Corticelli [40] ont fait une étude numérique dans une cavité 2D qui porte des sources de chaleur internes. Deux cas ont été considérés : le premier est caractérisé par deux plaques verticales avec la génération uniforme de la chaleur formant un canal vertical court dans l'enceinte ; le deuxième cas porte un bloc rectangulaire, dont les parois sont considérées comme une source de chaleur maintenue à une température uniforme placée au centre de l'enceinte. Les parois verticales de l'enceinte sont isothermes, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Les résultats ont été présentés pour deux valeurs du nombre de *Grashof*, un au-dessous de la limite de stabilité pour l'écoulement laminaire, et l'autre au-dessus. Les expériences numériques sont dirigées pour monter l'effet de la transition aux régimes dépendant du temps sur les champs de température et de vitesse, ainsi que les conséquences qui découlent sur la performance du transfert de chaleur du système. Les résultats ont montré que pour les géométries sous ces conditions, les parois de l'enceinte ont un effet précis sur le flux de flottabilité qui entraîne la circulation globale. Il est prévu que la taille de l'enceinte influe également sur la stabilité d'écoulement. Et les prévisions du transfert de chaleur basées

sur l'équation standard pour surfaces chauffantes, verticales ou horizontales isolées ne sont pas du tout fiables dans cette expérience numérique.

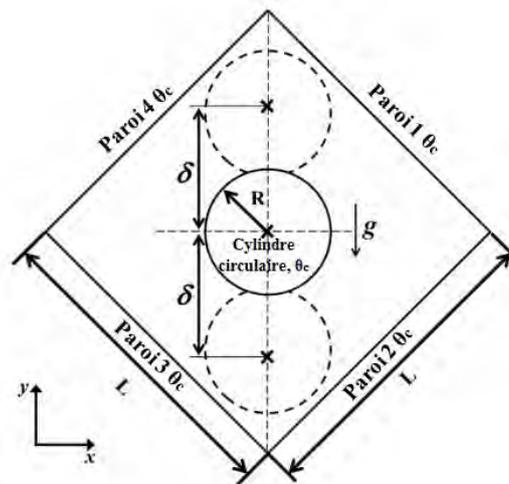
Cappelli D'orazio et al. [41] ont analysé numériquement le phénomène d'hystérésis de la convection naturelle qui se produit pour des variations progressives ascendant-descendant du nombre de Rayleigh dans la gamme de 10^3 à 2×10^6 , dans une enceinte rectangulaire remplie de l'air ($Pr=0.71$), chauffée par la paroi inférieure, et refroidie par la paroi supérieure, tandis que les parois latérales sont supposées adiabatiques. Les simulations sont effectuées en fonction d'inclinaison de l'enceinte, et pour différentes valeurs du rapport de forme comprise entre 2 et 6 sur la stabilité de différentes structures d'écoulement. Ils ont observé que le comportement d'écoulement change de forme en fonction du nombre de Rayleigh ; à partir d'une cellule stable, deux cellules stables passant à deux cellules périodiques, une à trois cellules périodiques, et enfin trois cellules périodiques. A chaque bifurcation d'écoulement, quel que soit sa nature brusque ou graduel, le nombre de Nusselt est accordé à ce changement.

Une étude numérique du régime instationnaire a été élaborée par *Jin et al.* [42] dans une enceinte remplie d'air en rotation autour de son axe horizontal avec un ensemble de trois rangées de sources de chaleur sur l'une des parois, révélant physiquement les trois phénomènes de l'instabilité, à savoir ; l'oscillation uni-périodique, multi-périodique et chaotique. Leurs résultats montrent, que quel que soit le sens de rotation de l'enceinte (antihoraire ou dans le sens d'aiguille de la montre), le transfert de chaleur s'améliore, l'oscillation du nombre de Nusselt se réduit, et la performance moyenne du transfert de chaleur dans chaque cycle s'améliore ou se réduit. La répartition optimale des sources de chaleur en rotation est proche des résultats dans la situation stationnaire si elles ont la même domination au sens de circulation.

Choi et al. [43] ont étudié le comportement d'air par convection naturelle dans une enceinte de forme losange contenant un cylindre circulaire interne, figure_I.10, en changeant à la fois la position du cylindre sur l'axe vertical de l'enceinte, et le nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^7 . Les structures thermiques et d'écoulement sont présentées en fonction de ces paramètres en trois régimes: stable-symétriques, stables-asymétrique, et instable-asymétrique. Ils ont démontré que dans la gamme du nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^4 , les champs thermiques et d'écoulement sont en régime stable-symétrique, quelle que soit la distance d . Cependant, dans la gamme de 10^5 à 10^7 , lorsque le cylindre

est localisé dans la partie inférieure de l'enceinte, le champ d'écoulement et le champ thermique changent en régime stable-asymétrique ou instable-asymétrique. Les caractéristiques du transfert thermique entre le cylindre et l'enceinte dépendent également de la position du cylindre et de la valeur du nombre de Rayleigh. Comme le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Nusselt du cylindre et de l'enceinte augmente progressivement. Cependant, quel que soit le nombre de Rayleigh, les valeurs maximales du nombre de Nusselt du cylindre et de l'enceinte apparaissent lorsque le cylindre circulaire est situé dans la partie inférieure de l'enceinte.

Effectivement, les études par effet du rayonnement sont présentées en régime oscillatoire, prédisant l'influence de ce dernier sur l'écoulement convectif oscillatoire tel que le cas de :



Figure_I.10 Schéma de l'enceinte étudié par [43]

Wang et al. [44] ont effectué une étude numérique traitant le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement des surfaces, dans une cavité carrée remplie d'air, dont les quatre parois ont la même émissivité. Les résultats sont apportés que par rapport au cas sans rayonnement (cavité avec parois horizontales adiabatiques), le rayonnement des surfaces refroidit la paroi supérieure et réchauffe la paroi inférieure, il renforce le mouvement d'air le long des parois horizontales et il diminue la stratification au centre de la cavité. Le rayonnement des surfaces fait baisser le nombre de Rayleigh critique. Avec le rayonnement des surfaces, la structure d'écoulement ressemble de plus en plus à celle dans une cavité avec parois horizontales conductrices. Pour un nombre de

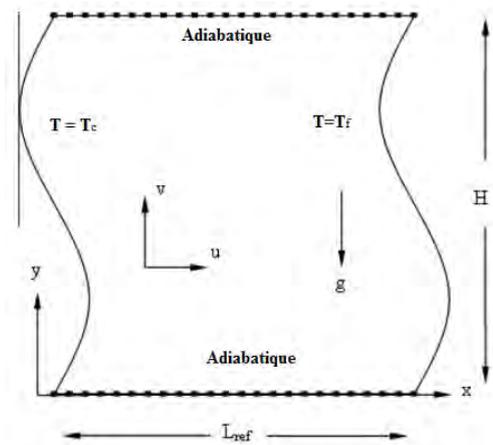
Rayleigh fixe le rayonnement des surfaces influe d'autant plus sur l'écoulement de la convection lorsque la hauteur est grande.

Le modèle physique considéré dans le travail numérique présenté par *Sun et al.* [45] est une cavité remplie d'air refroidie par la paroi inférieure et supérieure, contenant un corps carré chauffé situé au centre de la cavité, dans le but de démontrer l'influence du rayonnement de surface sur la première transition vers l'écoulement périodique qui se produit dans la cavité lorsque le nombre de Rayleigh augmente. Le flux est étudié pour différents nombres de Rayleigh en fonction d'émissivité des surfaces des parois et les tailles du corps interne. Ils ont affirmé que les écarts entre les résultats expérimentaux et numériques pour les gaz de cavité remplie peuvent être expliqués simplement en avoir négligé l'influence du rayonnement de surface. Il est très difficile d'interpréter correctement les résultats expérimentaux pour les cavités remplies de gaz avec des conditions aux limites non isothermes.

Pendant une longue période, les écoulements oscillatoires sont discutés avec des conditions aux limites classiques, chauffés, refroidis, ou adiabatiques. Cependant, peu à peu, l'intérêt s'est porté sur l'influence des parois qui varient de façon sinusoïdale sur le comportement des écoulements oscillatoires, qu'on les trouve dans certains travaux à titre d'exemple;

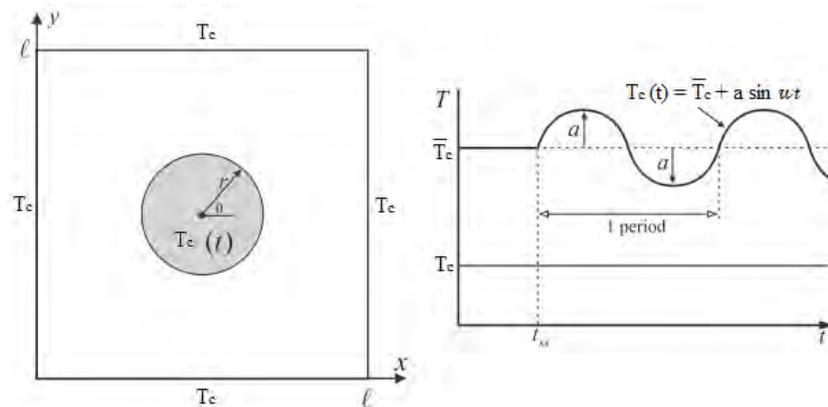
L'étude numérique de la convection naturelle transitoire dans une enceinte carrée différentiellement chauffée avec des parois latérales ondulées a été réalisée par *Hasan et al.*[46], figure_I.11, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, l'amplitude et la fréquence d'ondulation. Le fluide à l'intérieur de l'enceinte considérée est de l'air. Les surfaces supérieure et inférieure sont adiabatiques. Les résultats révèlent que le développement de la convection naturelle subit à trois étapes d'écoulement principales ; une phase initiale, une phase transitoire ou oscillatoire et une phase stable pour le développement des écoulements convectifs à l'intérieur de la cavité ondulée. Ils ont aperçu que les phénomènes transitoires sont fortement influencés par la variation du nombre de Rayleigh, de l'amplitude et la fréquence d'ondulation ; en fonction du nombre de Rayleigh, le degré d'oscillation à la phase de transition augmente, et le temps nécessaire pour obtenir l'état d'équilibre diminue. En fonction de l'amplitude d'ondulation, le degré d'oscillation à la phase de transition et le temps nécessaire pour obtenir l'état d'équilibre diminuent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. La

variation de la fréquence d'ondulation entre 1 et 5 ont les mêmes effets que la variation d'amplitude d'ondulation. L'augmentation de l'amplitude d'ondulation affecte l'écoulement dans la zone centrale, tandis que l'augmentation de la fréquence d'ondulation affecte l'écoulement sur les bords. Augmenter à la fois l'amplitude et la fréquence d'ondulation réduisent le taux du transfert de chaleur.



Figure_I.11 Schéma du problème de [46]

Le problème de la convection naturelle instable induit par une différence de température entre une enceinte carrée froide et un cylindre circulaire interne chaud est rapporté par *Roslan et al.*[47]. La température du cylindre est supposée variante de façon sinusoïdale en fonction du temps sur une température moyenne déterminée, figure_I.12. Les équations décrivant le phénomène ont été résolues numériquement sur une large gamme de valeurs de l'amplitude et de la fréquence du signal de température de la source, ainsi que le rayon de la source. Ils ont constaté que le taux du transfert de chaleur tend à augmenter en oscillant le signal de température de la source. L'augmentation maximale du transfert de chaleur a été obtenue pour la fréquence entre 25π et 30π pour une amplitude élevée et un rayon de la source de chaleur modéré. L'oscillation de la température du cylindre peut changer radicalement les champs d'écoulement et de température.



Figure_I.12 Cavité avec la courbe de la variation de température T_c [47]

Jovanovic et al. [48] ont estimé l'effet de modulation de la température sur la stabilité des cellules convectives de Rayleigh Bénard en analysant l'écoulement de fluide visqueux entre deux plaques horizontales parallèles, ou la plaque inférieure est chauffée et la plaque supérieure est refroidie. La différence de température entre les plaques augmente progressivement pendant une période du temps initial, et après cette période, elle est temporairement constante. La distribution de la température sur les plaques inférieure et supérieure n'est pas constante dans la direction de X , il existe une modulation longitudinale de la température imposée à la température moyenne. La modulation de la température sur les plaques conduit à des schémas de convection périodiques pour des petits nombres de Rayleigh. Ils ont trouvé dans leurs résultats que lorsque le nombre de Rayleigh augmente progressivement, les cellules deviennent instables, ces perturbations conduisent à un nouveau régime convectif, dont l'écoulement dépend non seulement du nombre de Prandtl, mais aussi de la modulation de température des deux plaques. La structure des cellules est définie immédiatement en raison de la modulation de la température de la paroi inférieure, et après une certaine période de stabilité, l'écoulement est quasi transitoire (des cellules adjacentes près de la paroi inférieure se déplacent vers le haut), en changeant le nombre de modulation la structure devienne instable.

La complexité du comportement aléatoire des phases oscillatoires qui interviennent notamment pendant la variation des paramètres physiques sur les écoulements qui mènent à produire des phases de bifurcations pour lesquelles le comportement des écoulements devient soudainement et qualitativement diff rent du comportement antérieur. De nombreux travaux dans la littérature qui traitent intensivement ces types

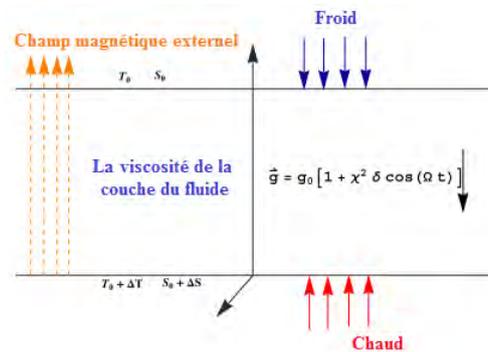
de bifurcations classées sous deux familles ; supercritique, et sous-critique tel que la bifurcation fourche (pitchfork), la bifurcation de Hopf, le clo-nœud (saddle-nod), et la bifurcation de dédoublement de période qui persiste dans les cas chaotiques [2-3], parmi, nous citons ;

Les convections linéaire et non linéaire de Rayleigh-Bénard avec une source de chaleur variable sont rapportées analytiquement par *Siddheshwar et Titus* [49] en utilisant la série de Fourier. La puissance de la source de chaleur est caractérisée par un nombre de Rayleigh interne R_i , dont l'effet est de diminuer le nombre de Rayleigh critique externe. Dans l'étude non linéaire, l'analyse du modèle généralisée de Lorenz conduit à deux autres points critiques qui se produisent à partir du point critique du régime survenu précédemment. Les résultats indiquent que le nombre de Rayleigh interne sert à amplifier ou diminuer l'effet du nombre de Prandtl sur le nombre de Rayleigh externe, ou la bifurcation du Hopf se produit selon la nature de R_i (positif ou négatif).

Benouaguel et al. [50] ont simulé une étude numérique sur les cas chaotiques pour la transition du régime laminaire dans une enceinte carrée avec des parois horizontales adiabatiques. Les autres parois sont supposées isothermes, la moitié inférieure chaude et la moitié supérieure froide. Les effets du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur ont également été analysés, effectivement, comme le nombre de Rayleigh augmente, la structure de l'écoulement a commencé par quatre cellules oscillatoires passant à trois cellules. La première bifurcation de Hopf a été observée. L'écoulement quasi-périodique est apparu avant l'apparition du cas chaos.

Des études sur la convection naturelle dans une couche de fluide basée sur l'approche des systèmes dynamiques en régime transitoire, modèle de Lorenz, sont devenues des sujets d'actualité dans ces deux dernières années ; *Bhadoria et Kiran* [51] ont étudié l'effet de la gravité de modulation en présence d'un champ magnétique externe, à travers une analyse d'une stabilité non linéaire de la double convection diffusives dans une couche de fluide viscoélastique chauffée par le bas, figure_I.13. Les structures du transfert de chaleur et d'écoulement sont présentées en termes de l'amplitude pour différents paramètres de la viscoélastique dans un domaine oscillatoire. Ils ont certifié que le champ magnétique appliqué a un effet stabilisateur réduit ainsi le transport de chaleur et de masse dans le système. En outre, le champ de gravité modulé peut être

utilisé pour retarder ou améliorer le transfert de chaleur et de masse dans le système. De manière, en respectant le temps lent, le nombre de Sherwood devient rapide soit avec l'augmentation du nombre de solutale de Rayleigh R_s , nombre de Prandtl Pr , paramètre du temps de relaxation λ , et l'amplitude de modulation δ , la diminution du nombre de Chandrasekhar, la diffusivité, le temps de retardation des paramètres, et la fréquence de modulation.



Figure_I.13 La configuration du problème investigué par [51]

Gupta et al. [52] ont investigué la transition de la convection régulière vers le chaotique dans une couche fluide en rotation soumise à la gravité et chauffée par le bas. En examinant l'effet de rotation sur la transition d'écoulement vers le chaos, ils ont constaté que la transition au régime chaotique dépend au nombre de Rayleigh et de Taylor qui relient entre eux une relation proportionnelle, de manière, que le comportement chaotique peut être retardé avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, ainsi que le nombre de Taylor.

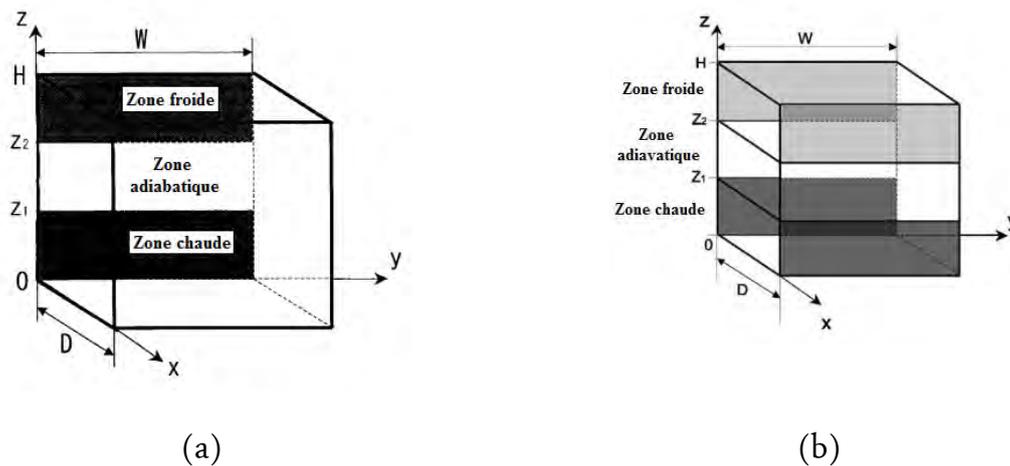
b) Configuration en trois dimensions

Fuseg et al. [53] ont présenté numériquement la convection naturelle transitoire en trois dimensions dans une enceinte cubique remplie d'air, qui est chauffée différentiellement sur ses parois latérales, l'ensemble du système est initialement au repos et à une température uniforme de T_0 . Du coup, la paroi verticale de la droite de l'enceinte est maintenue à une température chaude T_h , alors que le côté gauche est refroidi à une température T_f . Les quatre autres parois sont isolées thermiquement. La différence de température globale ($T_c - T_f$) est égale à un dixième de la température de référence $T_{\sigma} = (T_f + T_c)/2$ du problème. Les résultats numériques sont pris pour un nombre élevé de Rayleigh à $Ra = 10^6$, ou le comportement du taux de transfert de

chaleur dans l'enceinte est considérablement influencé par la présence du mouvement des oscillations de gravité interne. La période des oscillations semble d'être du même ordre de grandeur que la prédiction des écoulements en deux dimensions.

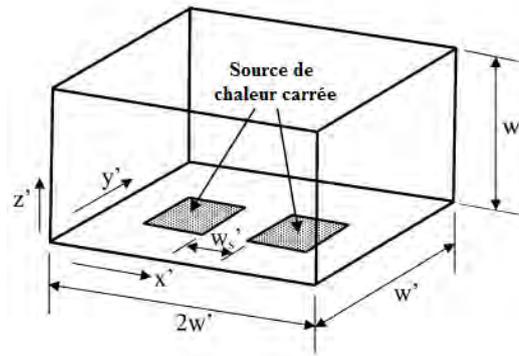
Gelfgat [54] a discuté numériquement l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans des cavités rectangulaires en deux et trois dimensions. Il a supposé que la partie inférieure et les parois latérales sont non-glissantes, la limite supérieure est sans contrainte, la paroi inférieure est isotherme, et les parois latérales sont isolées thermiquement, une condition de refroidissement caractérisée par un nombre de Boit est imposée sur la paroi supérieure. Les résultats ont apporté l'influence du rapport de forme de la cavité sur le nombre de Rayleigh critique.

Ishihara et al.[55] ont effectué une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire contenant deux plaques de dimension $100 \times 100 \text{ mm}^2$, placées symétriquement, dans laquelle une des plaques agit en tant que surface de transfert de chaleur, l'autre est considérée adiabatique, elles sont séparées en trois zones horizontales de même hauteur ; le tiers supérieur et inférieur de ces surfaces sont des zones froides et chaudes, respectivement, la section intermédiaire étant une zone adiabatique, figure_I.14-a. Le fluide considéré est de l'eau. Les paramètres étudiés sont la distance d entre les deux plaques, et la différence de température entre les deux zones froide et chaude dt . Avec le changement à la fois de la distance d et la différence de température, trois régimes d'écoulement de convection naturelle sont classés, un écoulement laminaire, quasi-deux dimensions qu'il est observé pour des petites distances quand les températures des deux zones sont proches, un écoulement stable en trois dimensions qui apparaît pour une grande distance avec un grand dt et un écoulement instable ont été trouvés expérimentalement. En 2002, *Ishihara et al.* [56] ont proposé une étude similaire à celle-ci, mais en utilisant une enceinte rectangulaire verticale contenant l'huile de silicone et deux plaques, simulant des surfaces du transfert de chaleur, figure_I.14-b.



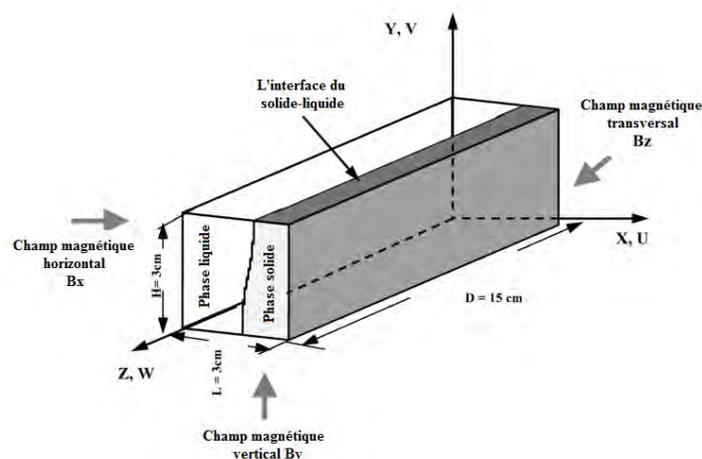
Figure_I.14 Schéma des deux travaux : (a) en 2000 [55], (b) en 2002 [56]

Le développement de l'écoulement instable convectif libre dans une enceinte rectangulaire a été analysé numériquement par *Oosthuizen et Paul* [57]. Les parois horizontales font deux fois la hauteur de l'enceinte. Dont deux sections isothermes carrées placées sur la paroi inférieure, le reste de cette surface étant adiabatique. Les parois latérales verticales de l'enceinte sont maintenues à une faible température uniforme. Tandis que la paroi supérieure de l'enceinte est adiabatique dans le premier cas, et identique à la température des parois latérales dans le deuxième cas, figure_I.15. Les résultats ont été obtenus pour un nombre de $Pr=0.7$, et en fonction de certains paramètres : nombre de Rayleigh, rapport de forme adimensionnel des sections. Les résultats indiquent que l'écoulement est laminaire pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, et devient instable aux nombres intermédiaires de Rayleigh, puis redevient laminaire à des nombres plus élevés de Rayleigh. La condition à la limite thermique sur la paroi supérieure (adiabatique ou isotherme) n'a pas d'effet important sur les caractéristiques d'écoulement dans l'enceinte, mais influe sur le comportement du transfert de chaleur pour un faible nombre de Rayleigh.



Figure_I.15 Cavité contenant deux sources de chaleur [57]

Bouabdallah et al. [58] ont fait une simulation numérique pour étudier l'effet d'un champ magnétique externe en 3D sur la convection naturelle oscillatoire, lors d'un changement de phase d'un métal liquide (gallium fondu) dans une enceinte parallélépipédique, dont ses parois sont isolées. Le champ magnétique a été appliqué séparément sur le long des parois horizontales, verticales et transversales de l'enceinte, pour une valeur fixe du Hartmann $Ha=20$, figure_I.16. Ils ont constaté que l'oscillation de la convection naturelle au cours de changement de phase se caractérise par des oscillations à des faibles fréquences dans la présence et l'absence du champ magnétique. Une forte dépendance entre la direction du champ magnétique et le nombre de Grashof critique et la fréquence correspondante. Le champ magnétique appliqué permet une stabilisation de la convection naturelle oscillatoire. Un champ magnétique horizontal fournit une forte stabilisation du champ d'écoulement. Le champ magnétique implique deux importantes dimensionalisations du transfert de chaleur à travers les parois isothermes.



Figure_I.16 Enceinte parallélépipède soumise à un champ magnétique externe le long de la direction de X , Y et Z (B_x , B_y et B_z) [58]

Comme en 2D l'étude des bifurcations dans les écoulements oscillatoires est présente en 3D, dans lesquelles l'instabilité de Lorenz est souvent appliquée dans des modèles de convection naturelle, dont la bifurcation de Hopf est persistée.

Mukutmoni et Yang [59] ont étudié numériquement la bifurcation pour la convection de Rayleigh-Bénard dans une enceinte rectangulaire avec des parois latérales isolées. Les rapports d'aspect sont de 3.5 et 2.1, et le fluide est de l'eau d'une température moyenne de 70 °C, avec un nombre de Prandtl de 2.5. Deux transitions sont documentées numériquement. La première transition est de l'état d'équilibre à l'écoulement oscillatoire et le second est une bifurcation subharmonique pour un nombre de Rayleigh plus élevé. La dynamique du champ d'écoulement et de la température sont analysées en détail pour la convection régulière sous-critique et la convection oscillatoire supercritique. Les expériences numériques ont montré que la convection de Rayleigh-Bénard pour un petit rapport d'aspect subit une séquence de bifurcation de l'état d'équilibre à la convection oscillatoire. Dans le domaine dépendant du temps, le comportement qualitatif des amplitudes d'oscillation près du nombre de Rayleigh critique était identique aux résultats de la théorie de la stabilité. La bifurcation observée est identique aux expériences (GBS). Les nombres de Rayleigh critiques pour les deux bifurcations et les fréquences d'oscillation étaient en bon accord quantitatif avec les expériences (GBS). La fréquence en fonction du nombre de Rayleigh a montré le même comportement qualitatif que les expériences (GBS).

Ben Beya et Lili [60] ont étudié numériquement l'écoulement de convection naturelle dans une enceinte cubique tridimensionnelle inclinée par rapport à son axe vertical. L'enceinte est chauffée et refroidie par les deux parois opposées tandis que les autres parois sont adiabatiques. Des simulations numériques ont été effectuées pour certains paramètres : le nombre de Rayleigh est de 10^3 à 1.3×10^5 , le nombre de Prandtl ($0.71 \leq Pr \leq 75$), et l'angle d'inclinaison ($0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$). Un comportement périodique de l'écoulement 3D a été observé après la première bifurcation de Hopf à lieu à un certain nombre de Rayleigh critique $Ra_c = 8.398 \times 10^4 \pm 6\%$, cette valeur est inférieure à celle-ci obtenue dans le cas bidimensionnel avec une fréquence fondamentale de ($fr = 8.27$). En outre, en fonction du temps les caractéristiques d'écoulement dépendent de l'angle d'inclinaison pour $\gamma = 45^\circ$, les structures d'écoulement de fluide sont parfaitement symétriques jusqu'au nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$. Comme Rayleigh augmente, la

symétrie est progressivement distorse, et les effets des parois sur les structures d'écoulement et champ thermique sont devenus plus importants. L'effet du nombre de Prandtl sur le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide est significatif à partir de $Pr \geq 6$, l'écoulement du fluide passe de l'état périodique à un état stable. Les effets d'isolation sont liés à une déformation locale du champ de température dans la cavité plan médian. Le nombre de Nusselt globale au niveau des faces gauches de l'enceinte est inférieur que celui à droite, à $Ra = 7.5 \times 10^4$.

Une série de bifurcations non linéaires complexes a été traitée par *Lin et Sheu* [61] en 3D dans une cavité rectangulaire partiellement chauffée (chaud, et froid) sur deux parois verticales opposées. Avant le chaos, la formation de différentes structures d'écoulement dans le système non linéaire est délimitée en fonction du nombre de Rayleigh comprennent ; bifurcation de fourche (pitchfork), bifurcation de Hopf, harmoniques ultra-périodiques et quasi-périodique.

Louisos et al. [62] ont fait une étude comparative entre 2D et 3D en examinant la dynamique non linéaire de la convection instable dans une boucle de convection thermique de forme toroïdale (à savoir, thermosiphon). La moitié inférieure du thermosiphon est soumise à un flux de chaleur positif opposé à celui de la partie inférieure. Des simulations numériques sont réalisées en fonction du flux de chaleur q ($1 W/m^2$ à $1 \times 10^4 W/m^2$), et le nombre de Rayleigh (2.83×10^4 à 2.83×10^8). Ils ont conclu que la condition à la limite du flux de chaleur a produit un régime instable, caractérisé par un écoulement convectif inverse chaotique. Cependant, avec une grande valeur du nombre de Rayleigh, la convection stable n'a pas été observée. Seulement trois des quatre régimes d'écoulement distingués existent dans les thermosiphons toroïdaux en 3D : (1) la conduction, (2) *amortis, convection stable qui asymptotes à l'état stationnaire*, (3) instabilité de Lorenz comme convection chaotique, avec flux réversible, et (4) pour des grandes valeurs du nombre de Rayleigh le régime convectif stable apériodique sans flux réversible n'a pas été observé en 3D jusqu'à la limite ou le changement de phase commence à $Ra = 2 \times 10^8$. Dans toutes les simulations convectives en 2D, y compris les régimes stables qui ne sont pas réversibles, présentent un ou plusieurs écoulements transitoires réversibles pendant la stabilité de l'écoulement convectif initial. Ces écoulements transitoires réversibles ne sont pas observés dans toutes les simulations toroïdales en 3D. La valeur efficace du débit massique (RMS) dans le thermosiphon

dépend uniquement du nombre de Rayleigh et cela pour les deux configurations 2D et 3D. Une comparaison des spectres de puissance générée à partir du débit massique temporel montre que la fréquence oscillatoire dominante jusqu'à $Ra = 3 \times 10^6$, à ce point les tendances divergent.

I.3 CONCLUSION

La majorité des travaux scientifiques sont apportés soit en régime laminaire, soit en régime turbulent dans les cavités fermées, en étudiant intensivement la nature et la structure des fluides manipulés par certains paramètres physiques pendant l'écoulement, néanmoins peu des travaux qui ont abordé le sujet de bifurcation du régime laminaire au régime transitoire dans des cavités fermées en 3D, ça difficulté est dans la détection de son état critique qui l'a rendu similaire à la recherche d'une aiguille dans une paille de céréale, due, au comportement des fluides qui se changent en fonction des conditions mises en cause d'une part, et aux contraintes de calcul qui nécessitent de disposer de capacités prévisionnelles reposant sur des outils de simulation adaptés, d'autre part.

Chapitre II

«Modèle mathématique & Méthode numérique»

Sommaire

II.1 INTRODUCTION.....	37
II.2 DESCRIPTION DU MODELE PHYSIQUE.....	37
II.3 DESCRIPTION DU MODELE MATHEMATIQUE.....	38
II.3.1 Eléments mathématique de base (équations gouvernantes).....	38
II.3.2 Hypothèses et mise en équation du problème étudié	40
<i>II.3.2.1 Hypothèses</i>	40
<i>II.3.2.2 Equations dimensionnelles</i>	41
<i>II.3.2.3 Equation adimensionnelles</i>	42
<i>II.3.2.4 Conditions initiales et aux limites</i>	44
<i>II.3.2.5 Equation générale de transport</i>	45
II.4 METHODE NUMERIQUE	45
II.4.1 Subdivision du domaine de calcul (maillage).....	47
II.4.2 Discrétisation de l'équation générale du transport	48
II.4.3 Résolution du système d'équations algébriques	50
<i>II.4.3.1 Algorithme SIMPLER.....</i>	50
<i>II.4.3.2 Méthode itérative de résolution.....</i>	55
<i>II.4.3.3 Critère de convergences</i>	56
<i>II.4.3.4 Organigramme du code de calcul</i>	57
II.5 EQUATION DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE FONCTION DE COURANT.....	57
II.5.1 Equation du transfert de chaleur	57
II.5.2 Equation de la fonction de courant	59
II.6 CONCLUSION	59

II.1 INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation de modèle physique du problème et son traduction en équations mathématiques sous forme de dérivées partielles (E.D.P), qui régit le transport de l'énergie par mouvement moléculaire dans une cavité en 3D. En fonction de certaines hypothèses, pour lesquelles ces équations sont valables, ces expressions mathématiques englobent principalement les lois fondamentales : de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Selon la nature complexe de ces équations (non-linéaires, et couplage vitesse-pression), nous sommes orientés vers la résolution numérique. Dans notre modèle, nous allons seulement présenter la méthode choisie (méthode des volumes finis) qui nous porte une meilleure approximation, d'où elle permet une discrétisation conservative de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie dans tout le domaine de calcul, comme elle facilite également la linéarisation des termes sources [63]. A la fin de ce chapitre nous illustrons le code de calcul avec les précisions qui ont été respectées pour rassurer une bonne convergence numérique des résultats.

II.2 DESCRIPTION DU MODELE PHYSIQUE

Nous proposons dans cette étude le phénomène de la convection naturelle dans un espace confiné contenant deux blocs chauffants identiques de taille ($l = 12.7 \text{ mm}$, $h = 3.16 \text{ mm}$, $ws = 12.7 \text{ mm}$), et un espacement entre les deux blocs de $d = 12.7 \text{ mm}$, simulant le refroidissement de deux composants électroniques par un écoulement d'air ($Pr = 0.71$), supposé Newtonien incompressible (l'approximation de Boussinesq étant validée), dans une enceinte parallélépipède en 3-D de taille (longueur $Lx = 80 \text{ mm}$, hauteur $H = 20 \text{ mm}$, et largeur $Lz = 80 \text{ mm}$). Chaque bloc est maintenu à une température T_c (chaude) qui varie en fonction du nombre de Rayleigh, placé au centre de la paroi inférieure de l'enceinte, le reste de cette surface est supposé adiabatique, tandis que les autres parois sont maintenues à une température constante froide ($T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$), le schéma du problème discuté est illustré dans la figure_II.1.

II.3 DESCRIPTION DU MODELE MATHEMATIQUE

II.3.1 Eléments mathématiques de base (équations gouvernantes)

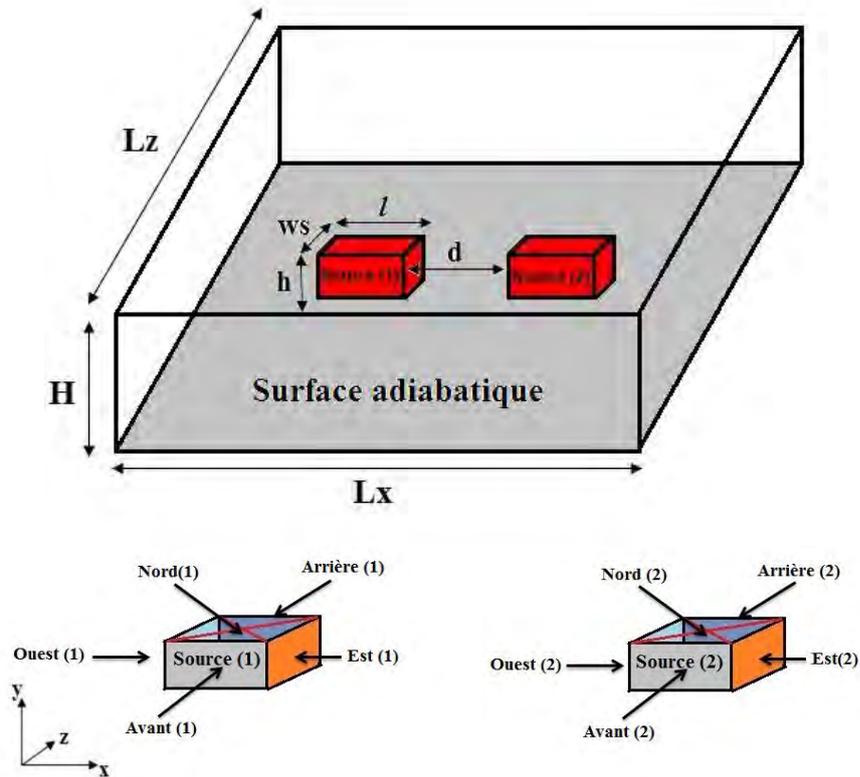


Figure II.1 Schéma du domaine physique

En général, le phénomène de la convection se réduit en formulation mathématique des équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement et le transfert de chaleur à travers le champ de vitesse, de pression, et de température, quelles sont regroupées dans un *tenseur* d'équations de continuité de Navier-stokes et d'énergie, qui expriment respectivement les lois de : la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

a) Equation de conservation de masse ou de continuité (Bejan [64])

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (\text{II.1})$$

Où i est l'indice de sommation; $i = 1, 2, 3$.

b) Equation de quantité de mouvement (Navier-stokes)

Le tenseur de ces équations est déduit de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule (Bejan [64]).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{II.2})$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)$; Représente le taux de variation de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j}$; Représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i par mouvement du fluide.

F_i ; Représente les forces de volume suivant la direction i .

$\frac{\partial P}{\partial x_i}$; Représente les forces dues à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$; Représente les forces nettes de viscosité.

c) Equation d'énergie

L'application du premier principe de la thermodynamique permet d'obtenir l'équation de l'énergie, dont elle s'écrit comme suit [64] ;

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + q + \mu \Phi \quad (\text{II.3})$$

Où ;

k : la conductivité thermique

C_p : la chaleur spécifique à pression constante.

ρ : la masse volumique

q : la génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique)

μ : Viscosité dynamique du fluide.

Φ : la dissipation visqueuse.

II.3.2 Hypothèses et mise en équation du problème étudié

II.3.2.1 Hypothèses

Toute simulation repose sur certaines hypothèses simplificatrices au problème étudié. Dans notre étude, elles sont énumérées comme suit :

- L'écoulement est tridimensionnel suivant les coordonnées de $(x, y, \text{ et } z)$.
- Régime instationnaire.
- Les sources de chaleur se comportent comme des corps chauds, sont maintenues à une température constante (il n'y a pas de génération d'énergie dans les corps).
- L'effet du rayonnement des composants est négligeable pour les deux régimes (laminaire et transitoire).
- L'écoulement est Newtonien.
- Le fluide est visqueux.
- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable ($\mu\Phi = 0$).
- Les propriétés physiques de fluide et des composants électroniques (ρ, C_p, μ, k) sont supposées constantes.
- L'approximation de Boussinesq est prise en considération (fluide est incompressible); elle consiste à considérer que les variations de température sont trop faibles pour que les propriétés physiques de fluide (tels que sa dilatabilité thermique, sa diffusivité thermique et sa viscosité cinématique) puissent être considérées comme des constantes, les variations de la masse volumique au sein du fluide sont négligeables ($\rho = \rho_0$), et le fluide est quasiment incompressible partout, sauf au niveau du terme de gravité (terme de poussée à l'origine du mouvement).

Donc, l'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température, ce qui amène à la relation suivante [64] :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.4})$$

Avec :

T_0 : Température de référence.

β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ρ_0 : Masse volumique du fluide.

II.3.2.2 Equations dimensionnelles

Dans notre étude, les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie sont simplifiées en tenant compte des hypothèses, elles s'écrivent :

a) Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.5})$$

b) Equation de quantité de mouvement dans la direction X

$$\rho \left(\frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (\text{II.6})$$

c) Equation de quantité de mouvement dans la direction Y

$$\rho \left(\frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + g\beta(T - T_f) \quad (\text{II.7})$$

d) Equation de quantité de mouvement dans la direction Z

$$\rho \left(\frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(wv)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{II.8})$$

e) Equation d'énergie

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{II.9})$$

II.3.2.3 Equations adimensionnelles

Il est plus commode de présenter les équations régissant le problème sous une forme adimensionnelle. Afin de trouver des solutions générales physiques indépendantes des systèmes unitaires, dont des nombres sans dimensions caractéristiques vont apparaître et qui réduiront considérablement la complexité du problème. A cet effet, elles ont été adimensionnées en utilisant des grandeurs de références par rapport auxquelles toutes les variables seront normalisées ;

H : longueur caractéristique [m],

(H^2/\mathcal{N}) : temps caractéristique [s],

(\mathcal{N}/H) : vitesse caractéristique [m/s],

$\rho(\mathcal{N}/H)^2$: pression caractéristique [N/m^2],

$\Delta T = T_c - T_f$: température caractéristique [K].

Les variables caractéristiques adimensionnelles introduites dans les équations sont ;

$$X = \frac{x}{H} ; Y = \frac{y}{H} ; Z = \frac{z}{H} ; \tau = \frac{t}{H^2/\nu} ; U = \frac{u}{\nu/H} ; V = \frac{v}{\nu/H} ; W = \frac{w}{\nu/H} ;$$

$$P = \frac{p}{\rho(\nu/H)^2} ; \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

a) Equation adimensionnelle de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.10})$$

b) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction X :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = - \frac{\partial P}{\partial X} \\ + \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu^* \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

c) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction Y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = - \frac{\partial P}{\partial Y} \\ + \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu^* \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] + \frac{Ra}{Pr} \theta \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Avec ;

$$\text{-Nombre de Rayleigh : } Ra = \frac{g \beta H^3}{\nu_{air} \alpha_{air}} (T_c - T_f) \quad (\text{II.13})$$

$$\text{-Nombre de Prandtl : } Pr = \frac{\nu_{air}}{\alpha_{air}} \quad (\text{II.14})$$

d) Equation adimensionnelle de quantité de mouvement dans la direction Z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = - \frac{\partial P}{\partial Z} \\ + \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu^* \frac{\partial W}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu^* \frac{\partial W}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu^* \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

$$\text{Avec ; } \nu^* = \begin{cases} \frac{\nu_s}{\nu_{air}} \rightarrow \infty & \text{dans chaque bloc} \\ \frac{\nu_{air}}{\nu_{air}} = 1 & \text{dans le fluide} \end{cases}$$

e) Equation adimensionnelle d'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} \\ = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(K^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(K^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(K^* \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Avec ; } K^* = \begin{cases} \frac{K_s}{K_{air}} \rightarrow \infty & \text{dans chaque bloc} \\ \frac{K_{air}}{K_{air}} = 1 & \text{dans le fluide} \end{cases}$$

NB: la température dans les composants est : $\theta = 1$

II.3.2.4 Conditions initiales et aux limites

Ce système d'équations différentielles est limité par un volume de contrôle, lequel est déterminé par les conditions de frontières des paramètres hydrodynamiques et thermiques de la géométrie, pour des valeurs initiales et en fonction du temps
Tableau_II.1;

Tableau_II.1 Conditions initiales et aux limites hydrodynamiques et thermiques sous forme dimensionnelles et adimensionnelles

Conditions dimensionnelles			Conditions adimensionnelles		
Limites	Hydrodynamiques	Thermiques	Limites	Hydrodynamiques	Thermiques
$t = 0 \text{ s}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$\tau = 0$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$
<i>condition initiale</i>			<i>condition initiale</i>		
$t > 0$ (conditions aux limites)			$\tau > 0$ (conditions aux limites)		
$x = 0 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$A \ X = 0$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$
$x = 80 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$X = 4$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$
$y = 0 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	$Y = 0$	$U = V = W = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
$y = 20 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$Y = 1$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$
$z = 0 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$Z = 0$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$
$z = 80 \text{ mm}$	$u = v = w = 0$ mm/s	$T = 20^\circ\text{C}$	$Z = 4$	$U = V = W = 0$	$\theta = 0$

II.3.2.5 Equation générale de transport

Puisque les équations mentionnées précédemment font partie du même principe de conservation, il est utile et important de les généralisées sous forme d'une équation générale de transport dans laquelle les variables de quantité (Φ), de coefficient de diffusion (Γ), et de source (S_Φ) peuvent prendre plusieurs formes en représentant les termes des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, et d'énergie.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(U\Phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\Phi) + \frac{\partial}{\partial Z}(W\Phi) \\ = \frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} \Phi\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} \Phi\right) + \frac{\partial}{\partial Z}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Z} \Phi\right) + S_\Phi \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

D'où :

$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$: Représente le terme transitoire

$\frac{\partial}{\partial X}(U\Phi), \frac{\partial}{\partial Y}(V\Phi), \frac{\partial}{\partial Z}(W\Phi)$: Représentent les termes convectifs dans les directions X, Y , et Z .

$\frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} \Phi\right), \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} \Phi\right), \frac{\partial}{\partial Z}\left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Z} \Phi\right)$: Représentent les termes diffusifs dans les directions X, Y , et Z

S_Φ : Représente le terme source.

Avec :

U, V, W : Composantes horizontale, verticale, et transversale de la vitesse.

Γ : Coefficient de diffusion.

Dans notre problème, les variables (Φ, Γ, S_Φ) sont définis aux Tableau_II.2;

II.4 METHODE NUMERIQUE

En langage mathématique, la prédiction des grandeurs physiques du fluide (vitesse et température) ne peut pas être aboutit que par la résolution des équations citées précédemment, malheureusement, la nature complexe de ces équations non-linéaires augmente d'avantage la difficulté de leurs résolutions, qui les rendraient pratiquement impossible de trouver une solution analytique ou exacte. Dans ce cas, la résolution numérique s'impose et le choix de la méthode doit être adéquat aux meilleures approximations.

Tableau II.2 : Compatibilité des variables d'équation de transport (Φ , Γ , et S_Φ) avec les éléments d'équations gouvernantes du système

Equations	Φ	Γ	S_Φ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement (X)	U	v^*	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement (Y)	V	v^*	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Ra}{Pr}\theta$
Quantité de mouvement (Z)	W	v^*	$-\frac{\partial P}{\partial Z}$
Energie	θ	K^*	0

A cet effet, les méthodes numériques consistent à transformer ces équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation appliquée sur le domaine de calcul avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations.

Parmi les méthodes de discrétisation les plus fréquemment utilisées dans les problèmes d'écoulements et de transferts thermiques. Notre choix est tombé sur la méthode des volumes finis, cette dernière intègre l'équation du transport sur un volume fini « appelé volume de contrôle » couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation d'une variable est une équation algébrique liant la valeur de cette variable aux valeurs des variables en voisinages. La discrétisation d'équation du transport par cette méthode présente des avantages considérables du fait qu'elle est simple à coder. Qu'elle garantisse la conservation de masse et de quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul. Elle est applicable pour les géométries complexes. (Patankar [63]).

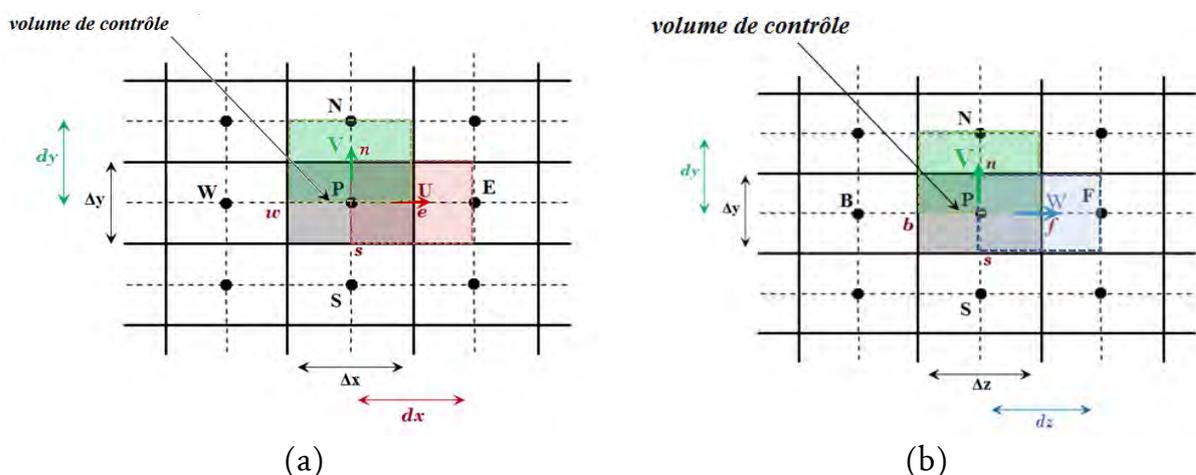
Pour résoudre ce type d'équation (équation du transport) par la voie numérique des volumes finis consiste à suivre les étapes suivantes ;

- Choix du maillage ; la subdivision couvre tout le domaine d'étude, il est composé de petits sous domaines appelés volumes de contrôle, dont les grandeurs scalaires et vectorielles sont projetées.
- Intégration l'équation du transport sur chaque volume de contrôle.

- Discrétisation des termes obtenus par l'intégration de l'équation de transport (transformation en forme algébrique par le schéma de Power Law).
- Incorporation des conditions initiales et aux limites appropriées.
- Résolution du système algébrique final par une méthode de résolution itérative.

II.4.1 Subdivision du domaine de calcul (maillage)

Les intervalles de l'intégral de l'équation du transport sont obtenus par la subdivision du domaine de calcul sur des petits volumes de contrôle qui stockent les grandeurs scalaires ou vectorielles de l'équation du transport. Chaque volume de contrôle a une dimension de $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ délimité par les faces (e, w, n, s, f, b) . La projection des grandeurs scalaires $(P, et \theta)$ sont stockées au centre de chaque volume de contrôle repéré par le point P dans la figure_II.2, les points E, W, N, S, F, B représentent les centres des volumes de contrôle en voisinage du point P, sont situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord, Sud, Amont, et Aval du point P. Tandis que les grandeurs vectorielles $(U, V, et W)$ sont localisées sur les faces du volume de contrôle produisant alors un volume de contrôle décalé respectivement vers la droite, le haut, et en amont, ces volumes sont délimités par les centres des volumes de contrôle $P, E, W, N, S, F, et B$, figure_II.2. L'emploi de tel maillage entrelacé permet d'éviter certains problèmes numériques (interpolation du calcul de pression avec les vitesses), [63].



Figure_II.2 Schéma du maillage typique, stockage des grandeurs scalaires et vectorielles :
(a) dans le plan (x-y), (b) dans le plan (z-y)

II.4.2 Discrétisation de l'équation générale du transport

L'intégration de l'équation générale du transport (II.17) sur le volume de contrôle typique de la variable Φ est comme suit ;

$$\begin{aligned}
& \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial\Phi}{\partial\tau} dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial X} (U\Phi) dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial Y} (V\Phi) dX dY dZ d\tau \\
& \quad + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial Z} (W\Phi) dX dY dZ d\tau \\
& = \\
& \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial X} \Phi \right) dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Y} \Phi \right) dX dY dZ d\tau \\
& \quad + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial Z} \Phi \right) dX dY dZ d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_b^f \int_s^e S_{\Phi} dX dY dZ d\tau
\end{aligned} \tag{II.18}$$

Le résultat de l'intégration de l'équation (II.18) peut se mettre sous la forme algébrique générale suivante ;

$$A_p \Phi_P^{n+1} = A_E \Phi_E^{n+1} + A_W \Phi_W^{n+1} + A_N \Phi_N^{n+1} + A_S \Phi_S^{n+1} + A_F \Phi_F^{n+1} + A_B \Phi_B^{n+1} + b \tag{II.19}$$

Avec les coefficients A_E , A_W , A_N , A_S , A_F , A_B , A_p correspondants respectivement aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud, Amont, Aval, et au centre du volume de contrôle, ils sont donnés par ;

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \tag{II.19-a}$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \tag{II.19-b}$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \tag{II.19-c}$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \tag{II.19-d}$$

$$A_F = D_f A(|P_f|) + \max(-F_f, 0) \tag{II.19-e}$$

$$A_B = D_b A(|P_b|) + \max(F_b, 0) \tag{II.19-f}$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_F + A_B + (F_e - F_w - F_n - F_s - F_f - F_b) + \frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} \tag{II.19-g}$$

$$b = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \Delta Z + \left(\frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{\Delta \tau} \right) \Phi_P^n \quad (\text{II.19-h})$$

Les termes convectifs ($F_e, F_w, F_n, F_s, F_f, F_b$) correspondants respectivement aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud, Amont, Aval, sont donnés par ;

$$F_e = U_e \Delta Y \Delta Z, F_w = U_w \Delta Y \Delta Z, F_n = V_n \Delta X \Delta Z, F_s = V_s \Delta X \Delta Z, F_f = W_f \Delta X \Delta Y, F_b = W_b \Delta X \Delta Y$$

Les termes diffusifs ($D_e, D_w, D_n, D_s, D_f, D_b$) correspondants respectivement aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud, Amont, Aval, sont donnés par ;

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \Delta Z, D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X \Delta Z, D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \Delta Z, D_f = \frac{\Gamma_f}{dZ_f} \Delta X \Delta Y, D_b = \frac{\Gamma_b}{dZ_b} \Delta X \Delta Y$$

Les termes ($P_e, P_w, P_n, P_s, P_f, P_b$) représentent les rapports des flux (convectifs et diffusifs) aux différentes faces de chaque volume de contrôle appelé par « le nombre de Peclét » $P_i = \frac{F_i}{D_i}$ d'où $i = (e, w, n, s, f, b)$

Le choix du schéma de discrétisation repose sur l'expression de la formule $A(|P|)$ calculé en fonction du nombre de Peclét, toutes les expressions des schémas numériques sont illustrés dans le tableau_II.3 suivant ;

Tableau_II.3 Schéma numériques [63]

Schéma numérique	Formule $A(P)$
Différence centrée	$1 - 0.5 P $
Amont (Upwind)	1
Hybride (Hybrid)	$\text{Max}[0, 1 - 0.5 P]$
Loi de puissance (Power-law)	$\text{Max}[0, (1 - 0.1 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\text{Exp}(P) - 1]$

Dans ce travail nous utilisons le schéma Power Law [63], car il optimise le temps de calcul avec meilleur précision des résultats.

II.4.3 Résolution du système d'équations algébriques

La résolution de système d'équation algébrique obtenu par la discrétisation est heurté par deux contraintes ;

- Les coefficients ($A_E, A_W, A_N, A_S, A_F, A_B$) des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X, Y , et Z dépendent des variables U, V , et W (équations non linéaires).
- Les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement contiennent un gradient de pression, qui fait partie des variables du problème, et jusqu'à présent nous ne disposons pas d'équation pour cette dernière.

II.4.3.1 Algorithme SIMPLER

Cependant, ces deux difficultés sont surmontées grâce à l'algorithme SIMPLER (*Semi Implicit Method for Pressure Link Equation Revised*) [63], qui rend la résolution de ce système possible par son principe basé sur le couplage entre pression et vitesse qui suit les étapes suivantes :

▪ **Etape (1) : « Initialisation des vitesses »**

Estimation d'un champ de vitesse

▪ **Etape (2) : « calcul des coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses »**

Récrivons les trois équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X, Y , et Z en fonction des pseudo-vitesses, et pressions ;

$$U^{n+1}(i, j, k) = \hat{U}(i, j, k) + P_U(i, j, k)[P(i, j, k) - P(i+1, j, k)] \quad (\text{II.20})$$

$$V^{n+1}(i, j, k) = \hat{V}(i, j, k) + P_V(i, j, k)[P(i, j, k) - P(i, j+1, k)] \quad (\text{II.21})$$

$$W^{n+1}(i, j, k) = \hat{W}(i, j, k) + P_W(i, j, k)[P(i, j, k) - P(i, j, k+1)] \quad (\text{II.22})$$

D'où ;

$$\hat{U}(i, j, k) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S,F,B} A_{nb}(i, j, k) U(i, j, k) + b_U(i, j, k)}{A_p(i, j, k)} \quad (\text{II.23})$$

$$\hat{V}(i, j, k) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S,F,B} A_{nb}(i, j, k) V(i, j, k) + b_V(i, j, k)}{A_p(i, j, k)} \quad (\text{II.24})$$

$$\hat{W}(i, j, k) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S,F,B} A_{nb}(i, j, k) W(i, j, k) + b_W(i, j, k)}{A_p(i, j, k)} \quad (\text{II.25})$$

$$P_U(i, j, k) = \frac{\Delta Y(j) \Delta Z(k)}{A_p(i, j, k)}, P_V(i, j, k) = \frac{\Delta X(i) \Delta Z(k)}{A_p(i, j, k)}, \text{ et } P_W(i, j, k) = \frac{\Delta X(i) \Delta Y(j)}{A_p(i, j, k)}$$

$b_U(i, j, k)$, $b_V(i, j, k)$, et $b_W(i, j, k)$ contiennent les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X , Y , et Z , sans le terme de pression.

- **Etape (3) : « résolution de l'équation de pression discrétisée pour obtenir le champ de pression P »**

Nous discrétisons l'équation de continuité sur un volume de contrôle typique pour le calcul des coefficients de pression ;

$$\begin{aligned} [U(i, j, k) - U(i-1, j, k)] \Delta Y(j) \Delta Z(k) + [V(i, j, k) - V(i, j-1, k)] \Delta X(i) \Delta Z(k) \\ + [W(i, j, k) - W(i, j, k-1)] \Delta X(i) \Delta Y(j) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Nous remplaçons les trois équations (2.20), (2.21), et (2.22) dans l'équation (II.26), nous obtiendrons l'équation de pression discrétisée suivante :

$$\begin{aligned} A_p(i, j, k) P(i, j, k) = A_E(i, j, k) P(i+1, j, k) + A_W(i, j, k) P(i-1, j, k) \\ + A_N(i, j, k) P(i, j+1, k) + A_S(i, j, k) P(i, j-1, k) \\ + A_F(i, j, k) P(i, j, k+1) + A_B(i, j, k) P(i, j, k-1) \\ + b_p(i, j, k) \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

Avec ;

$$b_p(i, j, k) = [\hat{U}(i-1, j, k) - \hat{U}(i, j, k)]\Delta Y(j)\Delta Z(k) + [\hat{V}(i, j-1, k) - \hat{V}(i, j, k)]\Delta X(i)\Delta Z(k) \\ + [\hat{W}(i, j, k-1) - \hat{W}(i, j, k)]\Delta X(i)\Delta Y(j)$$

- **Etape (4) : « Remplacer le champ de pression calculé dans l'équation de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses estimées »**

Considérons le champ de pression déduit dans l'équation (II.27) comme un champ estimé $P^*(i, j, k)$ et le faire remplacer dans les équations de quantité de mouvement suivant X , Y , et Z , et l'équation d'énergie, nous obtenons donc U^* , V^* , et W^* ;

$$A_p(i, j, k)U^*(i, j, k) = A_E(i, j, k)U^*(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)U^*(i-1, j, k) \\ + A_N(i, j, k)U^*(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)U^*(i, j-1, k) \\ + A_F(i, j, k)U^*(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)U^*(i, j, k-1) \\ + [P^*(i, j, k) - P^*(i+1, j, k)]\Delta Y(j)\Delta Z(k) + b_U(i, j, k) \quad (\text{II.28})$$

$$A_p(i, j, k)V^*(i, j, k) = A_E(i, j, k)V^*(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)V^*(i-1, j, k) \\ + A_N(i, j, k)V^*(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)V^*(i, j-1, k) \\ + A_F(i, j, k)V^*(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)V^*(i, j, k-1) \\ + [P^*(i, j, k) - P^*(i, j+1, k)]\Delta X(i)\Delta Z(k) + b_V(i, j, k) \quad (\text{II.29})$$

$$A_p(i, j, k)W^*(i, j, k) = A_E(i, j, k)W^*(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)W^*(i-1, j, k) \\ + A_N(i, j, k)W^*(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)W^*(i, j-1, k) \\ + A_F(i, j, k)W^*(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)W^*(i, j, k-1) \\ + [P^*(i, j, k) - P^*(i, j, k+1)]\Delta X(i)\Delta Y(j) + b_W(i, j, k) \quad (\text{II.30})$$

- **Etape (5) : « Calcul du terme b_p , et la pression $P'(i, j, k)$ »**

Les champs corrects de vitesse et de pression sont donnés par :

$$P(i, j, k) = P^*(i, j, k) + P'(i, j, k) \quad (\text{II.31})$$

$$U(i, j, k) = U^*(i, j, k) + U'(i, j, k) \quad (\text{II.32})$$

$$V(i, j, k) = V^*(i, j, k) + V'(i, j, k) \quad (\text{II.33})$$

$$W(i, j, k) = W^*(i, j, k) + W'(i, j, k) \quad (\text{II.34})$$

D'où ;

$P'(i, j, k), U'(i, j, k), V'(i, j, k), W'(i, j, k)$; sont respectivement les corrections des champs $P^*(i, j, k), U^*(i, j, k), V^*(i, j, k), W^*(i, j, k)$

En substituant les relations (II.32), (II.33), et (II.34) dans les équations de quantité de mouvement suivant X, Y , et Z , et en soustrayant les équations (II.28), (II.29), et (II.30), nous obtenons :

$$\begin{aligned} A_p(i, j, k)U'(i, j, k) &= A_E(i, j, k)U'(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)U'(i-1, j, k) \\ &+ A_N(i, j, k)U'(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)U'(i, j-1, k) \\ &+ A_F(i, j, k)U'(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)U'(i, j, k-1) \\ &+ [P'(i, j, k) - P'(i+1, j, k)]\Delta Y(j)\Delta Z(k) + b_U(i, j, k) \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

$$\begin{aligned} A_p(i, j, k)V'(i, j, k) &= A_E(i, j, k)V'(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)V'(i-1, j, k) \\ &+ A_N(i, j, k)V'(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)V'(i, j-1, k) \\ &+ A_F(i, j, k)V'(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)V'(i, j, k-1) \\ &+ [P'(i, j, k) - P'(i, j+1, k)]\Delta X(i)\Delta Z(k) + b_V(i, j, k) \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

$$\begin{aligned} A_p(i, j, k)W'(i, j, k) &= A_E(i, j, k)W'(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)W'(i-1, j, k) \\ &+ A_N(i, j, k)W'(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)W'(i, j-1, k) \\ &+ A_F(i, j, k)W'(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)W'(i, j, k-1) \\ &+ [P'(i, j, k) - P'(i, j, k+1)]\Delta X(i)\Delta Y(j) + b_W(i, j, k) \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

■ **Etape (6) : « Correction du champ de vitesse »**

La détermination des corrections de vitesse $U'(i, j, k), V'(i, j, k), W'(i, j, k)$ à partir des équations (II.35), (II.36), et (II.37) est compliquée, donc ces trois équations peuvent être approximées par les trois équations suivantes ;

$$A_p(i, j, k)U'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i+1, j, k)]\Delta Y(j)\Delta Z(k) \quad (\text{II.39})$$

$$A_p(i, j, k)V'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j+1, k)]\Delta X(i)\Delta Z(k) \quad (\text{II.40})$$

$$A_p(i, j, k)W'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j, k+1)]\Delta X(i)\Delta Y(j) \quad (\text{II.41})$$

Donc ;

$$U'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i+1, j, k)]P_U(i, j, k) \quad (\text{II.42})$$

$$V'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j+1, k)]P_V(i, j, k) \quad (\text{II.43})$$

$$W'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j, k+1)]P_W(i, j, k) \quad (\text{II.44})$$

Nous remplaçons respectivement les trois équations (II.42), (II.43), et (II.44) dans les équations (II.32), (II.33), et (II.34), nous aurons ;

$$U'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i+1, j, k)]P_U(i, j, k) + U^*(i, j, k) \quad (\text{II.45})$$

$$V'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j+1, k)]P_V(i, j, k) + V^*(i, j, k) \quad (\text{II.46})$$

$$W'(i, j, k) = [P'(i, j, k) - P'(i, j, k+1)]P_W(i, j, k) + W^*(i, j, k) \quad (\text{II.47})$$

■ **Etape (7) : « Correction du champ de pression »**

Remplaçons les trois équations (II.45), (II.46), et (II.47) dans l'équation discrétisée de continuité (II.26), nous obtenons l'équation discrétisée de correction de pression suivante :

$$\begin{aligned}
A_p(i, j, k)P'(i, j, k) &= A_E(i, j, k)P'(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)P'(i-1, j, k) \\
&+ A_N(i, j, k)P'(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)P'(i, j-1, k) \\
&+ A_F(i, j, k)P'(i, j, k+1) + A_B(i, j, k)P'(i, j, k-1) \\
&+ b_p(i, j, k)
\end{aligned} \tag{II.48}$$

Avec ;

$$\begin{aligned}
b_p(i, j, k) &= [U^*(i-1, j, k) - U^*(i, j, k)]\Delta Y(j)\Delta Z(k) + [V^*(i, j-1, k) - V^*(i, j, k)]\Delta X(i)\Delta Z(k) \\
&+ [W^*(i, j, k-1) - W^*(i, j, k)]\Delta X(i)\Delta Y(j)
\end{aligned}$$

■ **Etape (8) : « Résolution l'équation discrétisée d'énergie »**

Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température θ .

■ **Etape (9) : « Test de convergence »**

Test de convergence, et impression des résultats

II.4.3.2 Méthode itérative de résolution

Le système d'équations algébriques est résolu itérativement par double balayage en utilisant l'algorithme de THOMAS [63]. Ces équations peuvent être soumises sous une forme unidimensionnelle qui contient seulement trois inconnus ; $\Phi^{n+1}(i, j, k)$, $\Phi^{n+1}(i, j+1, k)$, $\Phi^{n+1}(i, j-1, k)$ qui s'écrit comme suit ;

$$A_p(i, j, k)\Phi^{n+1}(i, j, k) = A_N(i, j, k)\Phi^{n+1}(i, j+1, k) + A_S(i, j, k)\Phi^{n+1}(i, j-1, k) + b(i, j, k) \tag{II.49}$$

Avec ;

$$\begin{aligned}
b(i, j) &= A_E(i, j, k)\Phi^{n+1}(i+1, j, k) + A_W(i, j, k)\Phi^{n+1}(i-1, j, k) + A_F(i, j, k)\Phi^{n+1}(i, j, k+1) \\
&+ A_B(i, j, k)\Phi^{n+1}(i, j, k-1) + S_\Phi(i, j, k)
\end{aligned}$$

- Pour résoudre le système d'équations dans le plan (X,Z), on a ;

$$a_j \Phi_j = b_j \Phi_{j+1} + c_j \Phi_{j-1} + d_j \quad (\text{II.50})$$

- La relation de récurrence pour Φ_j est donnée par ;

$$\Phi_j = P_j \Phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{II.51})$$

- Calculons Φ_{j-1} ;

$$\Phi_{j-1} = P_{j-1} \Phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{II.52})$$

- En substituant l'équation (2.51) dans (2.49) ;

$$a_j \Phi_j = b_j \Phi_{j+1} + c_j (P_{j-1} \Phi_j + Q_{j-1}) + d_j \quad (\text{II.53})$$

- En réarrangeant cette équation ;

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}}, Q_j = \frac{d_j + c_j P_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{II.54})$$

L'algorithme de Thomas se résume comme suit [63] ;

- Calcul des quantités P_1 et Q_1 ; $P_1 = \frac{b_1}{a_1}$ et $Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$
- Utiliser les relations (2.53) pour obtenir les quantités P_j et Q_j pour $j= 1,2,3...j_l$
- Poser $\Phi_{j_l} = Q_{j_l}$

Utiliser l'équation (2.50) pour $j= j_{l-1}, j_{l-2}, \dots, 1$ pour obtenir $\Phi_{j_{l-1}}, \Phi_{j_{l-2}}, \dots, \Phi_1$.

II.4.3.3 Critère de convergence

Le critère de convergence est vérifié lorsque le maximum des vitesses et des températures dans le domaine de calcul pour un incrément du temps (τ et $\tau + \Delta\tau$) tend vers une valeur négligeable, exprimé mathématiquement par ;

$$|\theta^{n+1} - \theta^n| < \varepsilon = 10^{-4} \quad (\text{II.55})$$

$$|U^{n+1} - U^n| < \varepsilon = 10^{-4} \quad (\text{II.56})$$

$$|V^{n+1} - V^n| < \varepsilon = 10^{-4} \quad (\text{II.57})$$

$$|W^{n+1} - W^n| < \varepsilon = 10^{-4} \quad (\text{II.58})$$

II.4.3.4 Organigramme du code de calcul

Toutes les équations et les méthodes de calcul décrites précédemment ont été élaborés dans un code de calcul structuré par l'organigramme suivant figure_II.3;

II.5 EQUATION DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE FONCTION DE COURANT

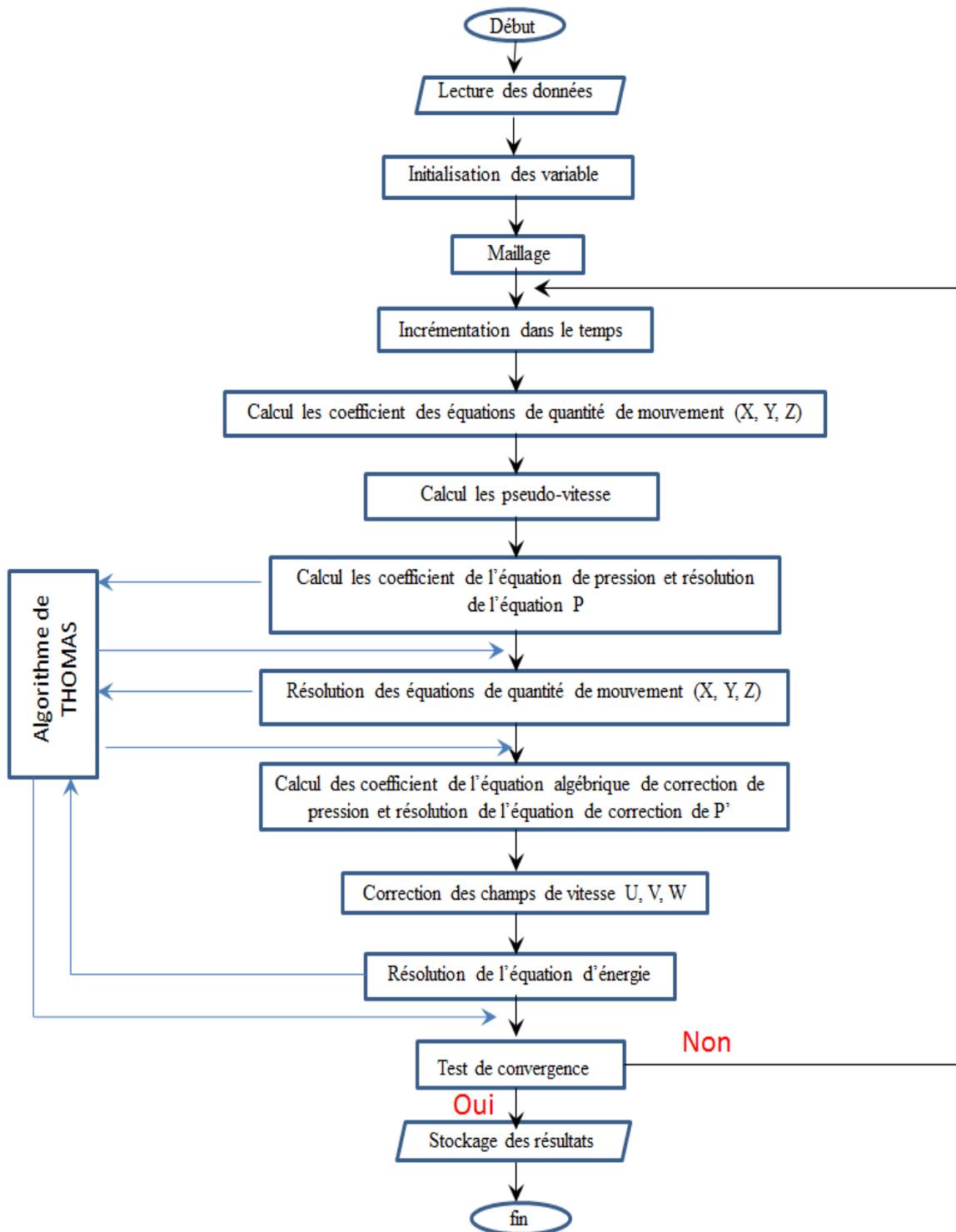
Les variables de vitesse et de température obtenues par cet algorithme font objet au calcul du transfert de chaleur échangé entre les composants et le fluide, et le débit du fluide écoulé entre les lignes de courant qui sont définies en fonction de courant (ψ)

II.5.1 Equation du transfert de chaleur

Dans cette étude le nombre de Nusselt local, et Nusselt global sont donnés par ;

$$Nu_{local} = \frac{\partial\theta}{\partial X} \quad (\text{II.59})$$

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \iint Nu dX_j dY_j \quad \text{d'où ; } j = X, Y, Z \quad (\text{II.60})$$



Figure_II.3 Structure d'organigramme du code de calcul

II.5.2 Equation de la fonction de courant

Sachant qu'en 3D l'équation de fonction de courant n'est pas encore développée due à sa complexité, alors nous avons fait des projections sur les plans ; (x-y) calculé en fonction de la vitesse u , et sur le plan (z-y) calculé en fonction de la vitesse w ;

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \text{ d'où : } \int_1^2 d\psi_x = \int_1^2 U dY = -\int_1^2 V dX \quad (\text{II.61})$$

$$W = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \text{ d'où ; } \int_1^2 d\psi_w = \int_1^2 W dY = -\int_1^2 V dX \quad (\text{II.62})$$

II.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons vu la description de notre problème physique sous forme des équations mathématiques aux dérivées partielles, la nature complexe de ces équations nous a conduit à les remplacer par un système d'équations algébriques qui nécessite la résolution par une méthode numérique itérative, le système d'équations obtenu est représenté par une matrice tridiagonale, dont celle-ci est résolue par l'algorithme de Thomas qui nous a permis d'obtenir les résultats de simulation présentés dans les deux chapitres qui suivent.

Chapitre III

« Résultats et discussion :

Régime laminaire »

Sommaire

III.1 INTRODUCTION	61
III.2 VALIDATION DU CODE DE CALCUL	61
III.3 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE	63
III.4 NOTION D'ÉCOULEMENT PERMANENT	64
III.5 EFFET D'ESPACEMENT	66
III.5.1 Champ d'écoulement	67
III.5.2 Champ thermique	77
III.5.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	84
III.6 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LONGUEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION X)	86
III.6.1 Champ d'écoulement	87
III.6.2 Champ thermique	90
III.6.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	90
III.7 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LARGEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION Z)	94
III.7.1 Champ d'écoulement	94
III.7.2 Champ thermique	99
III.7.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants	101
III.8 CONCLUSION	103

III.1 INTRODUCTION

Comme il est indiqué précédemment, que notre objectif est basé sur l'étude du transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire, du fait, que nous ne pouvons pas faire l'impasse sur le régime laminaire, qui porte un plus sur la compréhension du comportement de fluide en effet de certains paramètres. Pour cela, ce chapitre est consacré à la présentation et la discussion des résultats obtenus par simulation numérique en 3D du modèle décrit dans le chapitre (II) en régime laminaire. Les résultats obtenus après validation du code de simulation vont nous permettre de voir l'influence de certains paramètres : nombre de Rayleigh qui varie de 10^3 à 10^5 , distance de séparation des composants ($d = 2 \times (l/H)$ à $d = 1/2 \times (l/H)$), et le rapport d'aspect des composants respectivement dans les directions X ($A_x = l/H = 0.635$ à $A_x = 2 \times (l/H)$), et Z ($A_z = ws/H = 0.635$ à $A_z = 3 \times (ws/H)$), sur le comportement du fluide confiné dans notre cas est l'air ($Pr = 0.71$) pour un pas du temps adimensionnel $\tau = 5 \times 10^{-5}$.

III.3 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE

Pour s'assurer sur la qualité de la solution approchée qu'apportent nos résultats obtenus, nous devons examiner l'influence du maillage sur la solution numérique avant de passer aux calculs de notre étude. Cependant, un teste a été réalisé numériquement en considérant des grilles de tailles différentes ; (82×82×82 nœuds), (102×102×102 nœuds), (122×122×122 nœuds), tous ces maillages non uniformes ont été raffiné sur tout le domaine de l'enceinte afin de capter aux maximum les gradients de vitesse et de température, en exception dans la région des composants, le maillage est grossi, pour rassurer la convergence de nos calculs, figures_III.2-a-c.

L'influence du maillage a été analysée dans le tableau_III.2 qui récapitule le nombre de Nusselt moyen des composants (\overline{Nu}), les valeurs maximales des composantes de vitesse (U_{max} , V_{max} , W_{max}), pour les paramètres suivants : nombre de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^3$, espacement entre composants $d = 3/4 \times (l/H)$, rapport de forme des composants respectivement dans les directions X, et Z, à ($A_x = (l/H)$, $A_z = (l/H)$), pour un pas du temps $\tau = 5 \times 10^{-5}$.

L'examen des résultats montre qu'ils sont proches les uns des autres, dont les erreurs sont inférieures à 4%, à l'exception du maillage (82×82×82 nœuds) l'erreur dépasse 10%

pour Nusselt moyen. De vu l'augmentation du nombre de mailles va forcément améliorer la précision des résultats, mais elle demande un temps de calcul plus élevé ce qui donne une sensibilité aux choix du maillage, de compromis entre le coût, la précision, et le temps de calcul, en suivant cette stratégie le maillage ($102 \times 102 \times 102$ nœuds) sera adopté pour achever tous les calculs de notre étude.

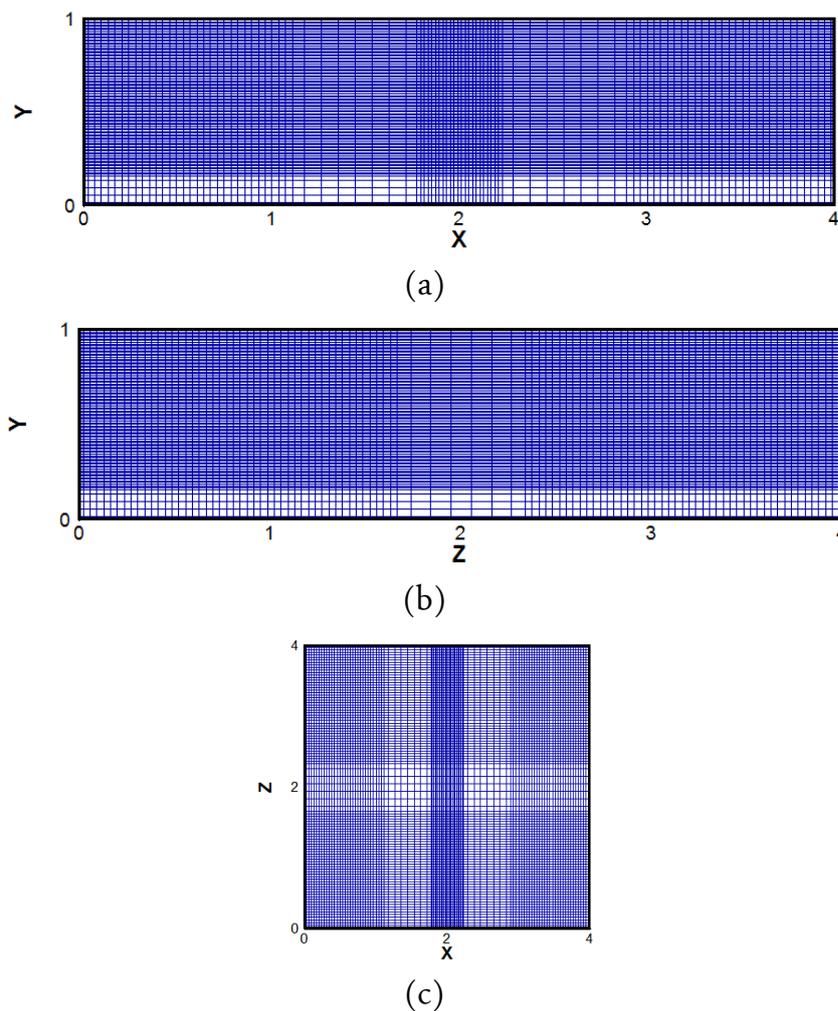


Figure III.2 Maillage de densité ($102 \times 102 \times 102$ nœuds) : (a) plan (x-y), (b) plan (z-y), (c) plan (x-z), $d = 3/4 \times (l/H)$, $A_x = l/H$, $A_z = l/H$

Tableau_III.2 Influence des densités des maillages sur différents paramètres

	\overline{Nu}	U_{\max}	V_{\max}	W_{\max}
82×82×82 nœuds	1.329	18.612	28.569	19.719
102×102×102 nœuds	1.124	18.630	28.559	19.759
122×122×122 nœuds	1.096	18.674	28.563	19.722

III.2 VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Comme premier pas, avant d'entamer nos calculs, il est préalable de vérifier la fiabilité du code Fortran utilisé dans cette étude. Donc, il suffit de comparer les résultats obtenus par notre simulation numérique avec des travaux antérieurs disponibles dans la littérature. Dans ce contexte, la validation s'est effectuée en utilisant la solution de benchmark pour une cavité carrée à $Ra = 10^5$, ou nous avons pris les mêmes paramètres du modèle adopté par *G. De Vahl et al.* [9]. Nos résultats observés dans le tableau_III3.1 englobent le champ d'écoulement et le champ thermique respectivement représentés par les valeurs maximales des vitesses, et les valeurs du nombre de Nusselt, qui sont en bon accord avec les résultats en correspondance, ou l'écart ne dépasse pas 4% pour le nombre de Nusslet.

Afin de valider notre code de calcul sur la structure 3D, une deuxième comparaison a été effectuée avec les résultats numériques publiés par Sezai et al [35], dans leur travail ils ont traité le cas d'une enceinte rectangulaire contenant de l'air chauffé par un composant de chaleur de type flush-source. Du fait nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt local de composant pour les valeurs de $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ dans le cas des parois adiabatiques. La figure_III3.1 montre que les calculs sont proches et les courbes donnent les mêmes allures pour les deux cas traités, alors, ce qui conduit d'avoir un bon accord avec les résultats de référence.

D'une manière générale, les résultats acquis dans les deux modèles de validation choisis sont acceptables malgré une légère différence de 0.25 pour les vitesses, qui peut

être expliquée par des incertitudes numériques qui sont attribués au choix du maillage et à l'imprécision des outils informatiques, ce qui nous permet de qualifier notre code de simulation d'effectuer tous les calculs attendus.

Tableau_III.1 Comparaison entre nos résultats et ceux de la référence *G. De Vahl* [9]

	U_{\max}	V_{\max}	Nu_{\max}	Nu_{\min}	\overline{Nu}
Nos résultats	34.982	68.775	7.830	0.751	4.540
Résultats Benchmark	34.73	68.59	7.717	0.729	4.519
Différence de valeur	0.252	0.185	0.113	0.022	0.021

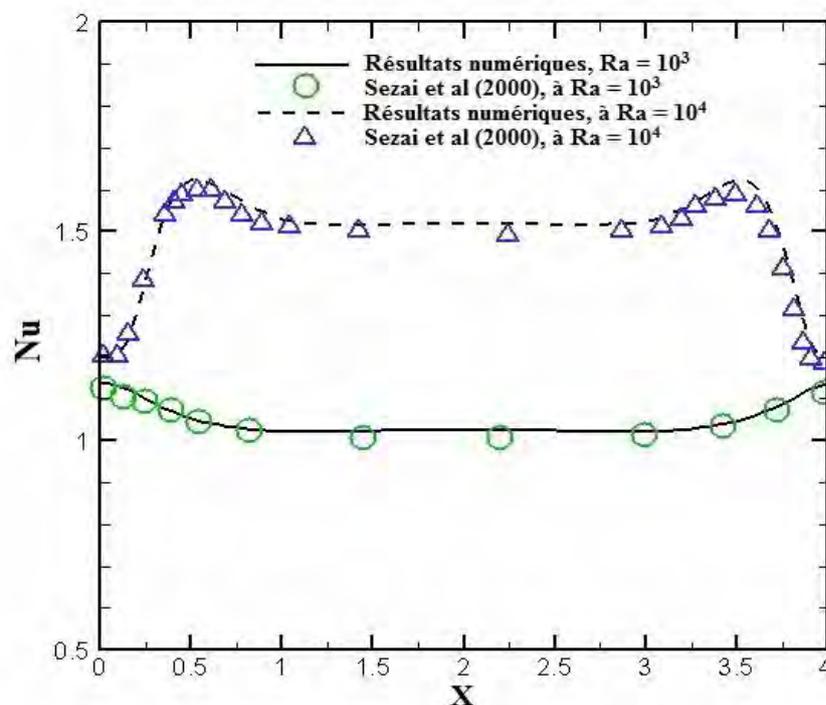


Figure _III.1 Comparaison entre nos résultats et ceux de la référence *Sezai et al.* [35] : nombre de Nusselt local

III.4 NOTION D'ÉCOULEMENT PERMANENT

L'écoulement permanent convectif qui fait l'objet de ce chapitre est dominé par les forces de flottabilité (la poussée d'Archimède) et les forces de dissipation (viscosité, et diffusivité thermique) qui déterminent le sens d'écoulement du fluide. Dans le cas

ascendant, les particules en voisinage des sources de chaleur s'échauffent, et leur masse volumique décroît, sous l'effet de la poussée d'Archimède dans laquelle les particules tendent à remonter en cédant leur chaleur, par le même principe, dans le cas descendant, les particules se sont refroidies et se sont alourdies sous l'effet des forces d'inertie telles que la gravité, la poussée d'Archimède est affaiblie, et par conséquent les particules subissent un déplacement vers le bas en gagnant de la chaleur [1], et [5]. Ce mouvement ascendant descendant des particules induit une déstabilisation du fluide dite « instabilité Rayleigh Bénard » sous la forme de rouleaux thermo-convectifs appelés « cellules de Bénard ». Par conséquent, le rapport entre ces forces est défini par « nombre de Rayleigh » est un paramètre crucial qui gouverne l'écoulement convectif du fluide, tant que ce rapport ne dépasse pas sa valeur critique, à n'importe quelle perturbation aléatoire le mouvement des particules est amorti et tant vers une stabilité asymptotique [66], d'où les lignes de courant se sont confondues sur la trajectoire des particules, et les paramètres du fluide restent constant en fonction du temps.

Pour cela, les figures_III.3-a-c, représentent les variations temporelles des paramètres de l'écoulement (composantes maximales adimensionnelles de vitesse ; $(U_{max}, V_{max}, W_{max})$) pour les effets d'espacements, et rapports d'aspect dans les directions X, et Z, à $(Ra = 10^5)$, alors nous remarquons que les valeurs des composantes adimensionnelles de vitesse V_{max} sont plus importantes en comparant avec les autres composantes dues à la force de flottabilité produite par la poussée d'Archimède, qui est dominante sur l'écoulement. Nous constatons aussi que ces courbes initialement commencent par des faibles oscillations amortissantes dépendent principalement aux conditions initiales qui sont prises au début du calcul à $(U, V, W) = 0$, puis ces courbes tendent vers une limite asymptotique et se stabilisent après un temps adimensionnel. Notons que la valeur de pas du temps et les conditions initiales choisies ont une influence sur le temps d'atténuation de la limite asymptotique.

Par conséquent, dans ce chapitre, le régime est permanent, et les structures d'écoulement caractérisées par (lignes de courant, vecteurs de vitesse, isothermes...) seront illustrées sans évaluation dans le temps.

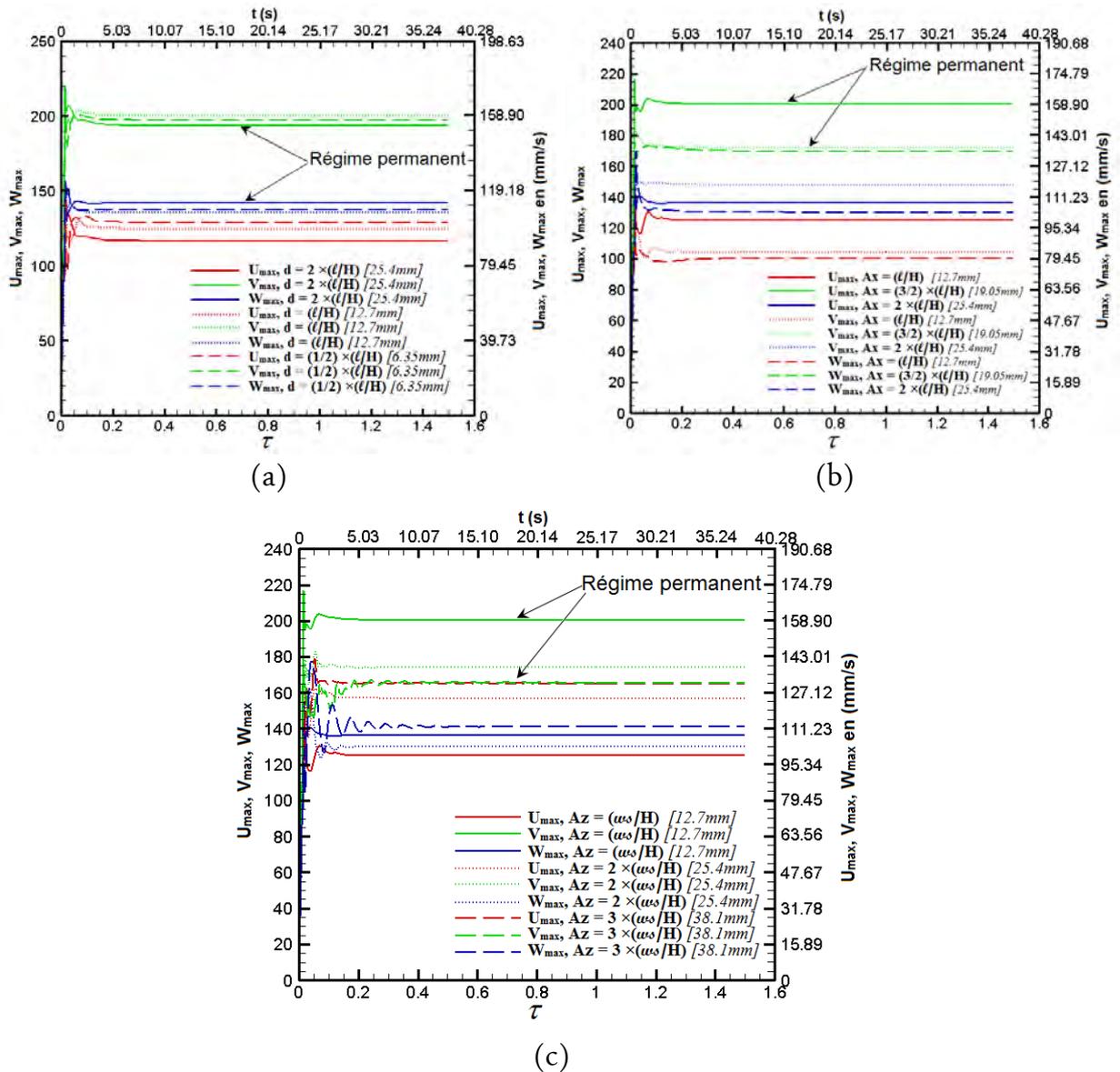


Figure III.3 Evaluation temporelle des composantes maximales de vitesse (U_{max} , V_{max} , W_{max}), pour : (a) effets d'espacements, (b) rapport d'aspect dans la direction X, (c) rapport d'aspect dans la direction Z, à $Ra = 10^5$

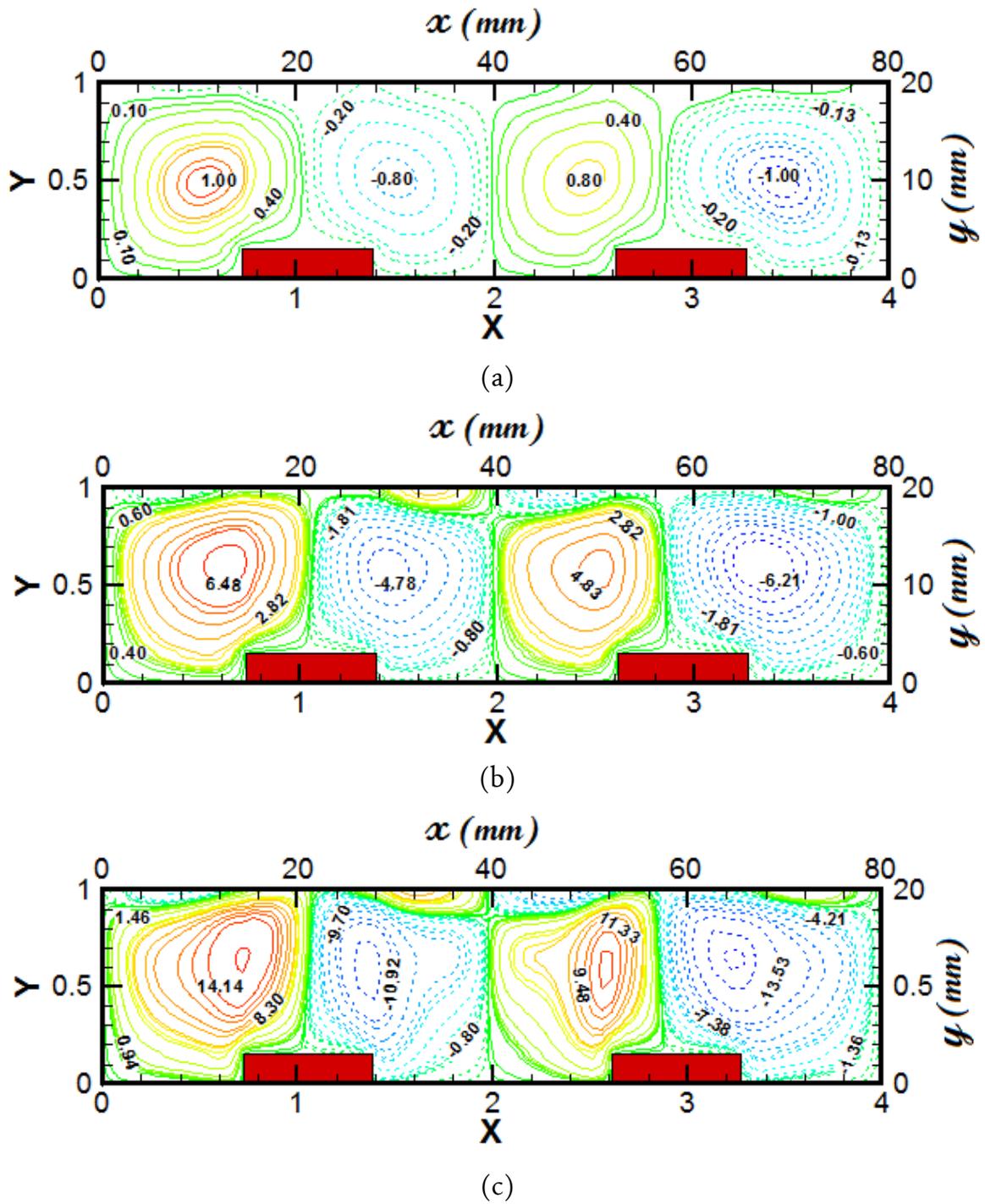
III.5 EFFET D'ESPACEMENT

Dans cette section, nous étudions l'influence d'espacement ($d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$) en fonction du nombre de Rayleigh qui varie de 10^3 à 10^5 sur le champ d'écoulement et champ thermique. Les résultats sont interprétés par les lignes de courant, vecteurs de vitesse et leurs projections sur le plan (x-y), ainsi les isothermes, et les évaluations du nombre de Nusselt local et moyen des composants.

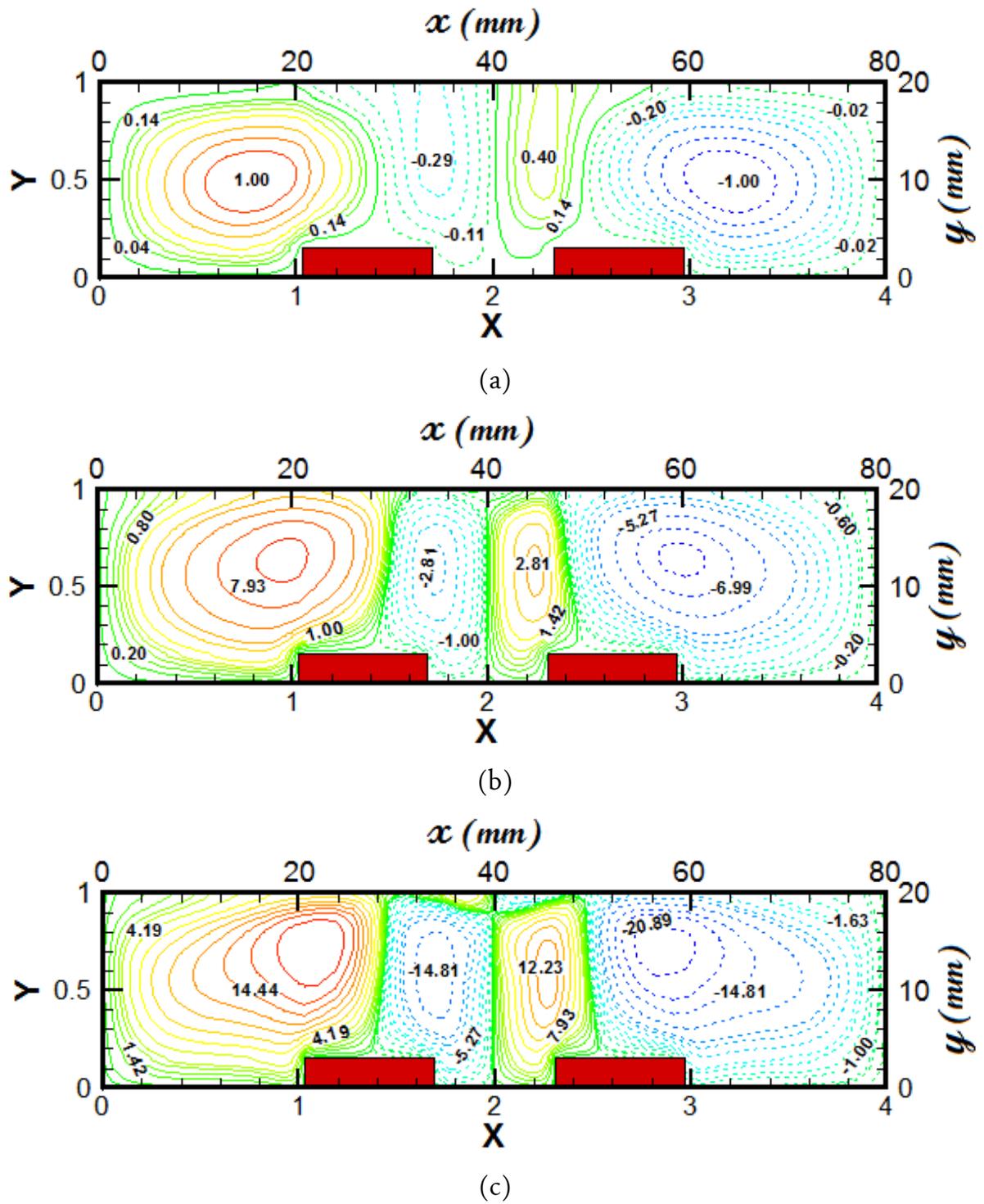
III.5.1 Champ d'écoulement

En suivant les sens de trajectoire d'écoulement dans les figures_III.4-III.6 qui représentent la projection des lignes de courant sur le plan ($x-y$) de l'enceinte, montrent la formation de quatre cellules de recirculation symétriques dite « cellules de Bénard », qui tournent l'une contre l'autre d'une manière adjacente formant entre eux trois couches de cisaillement verticales. Ces figures indiquent que l'écoulement est très lent, fait voir par la dilatation des lignes de courant pour un nombre de Rayleigh faible à ($Ra = 10^3$). Avec l'augmentation de celui-ci, nous enregistrons un écoulement intensifié (débit est quantifié) au niveau des couches de cisaillement au-dessus des composants, vu par la contraction des lignes de courant. Par ailleurs, la diminution d'espacement augmente le volume des cellules latérales et réduit les cellules centrales produisant un écoulement faible sur les parties latérales au même temps l'écoulement se renforce dans la région centrale de l'enceinte, figures_III.5 et III.6, dû effectivement à la force de flottabilité engendrée dans la région, menant à croître les couches de cisaillement, et permettant les particules de poursuivre leurs parcours ce qui explique la disparition des cellules secondaires sur la partie supérieure de l'enceinte.

Toutes ces observations sont en accord avec les résultats illustrés sur les figures_III.7-III.9, dans lesquelles, les modules des vecteurs de vitesse maximale se localisent essentiellement au voisinage de chaque composant qui diminuent tout en allant vers le centre de chacun d'eux, produisant une couche limite dynamique sur les bords des composants. Plus en se déplaçant à l'écart des composants, les modules de vitesse diminuent et prennent une forme négative au bord de la paroi supérieure de l'enceinte produisant une couche limite tout au long de cette dernière, amener à créer quatre zones de recirculation. Les modules des vecteurs de vitesse s'annulent au point de stagnation au centre des cellules, pour lequel le transfert de chaleur se fait par conduction en contact avec les particules en voisinage qui sont en mouvement. Ce qui attire notre attention que l'augmentation du nombre de Rayleigh et la diminution d'espacement serviront à accélérer l'écoulement entre les composants produisant alors une force de flottabilité importante.



Figure_III.4 Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = 2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$



Figure_III.5 Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$

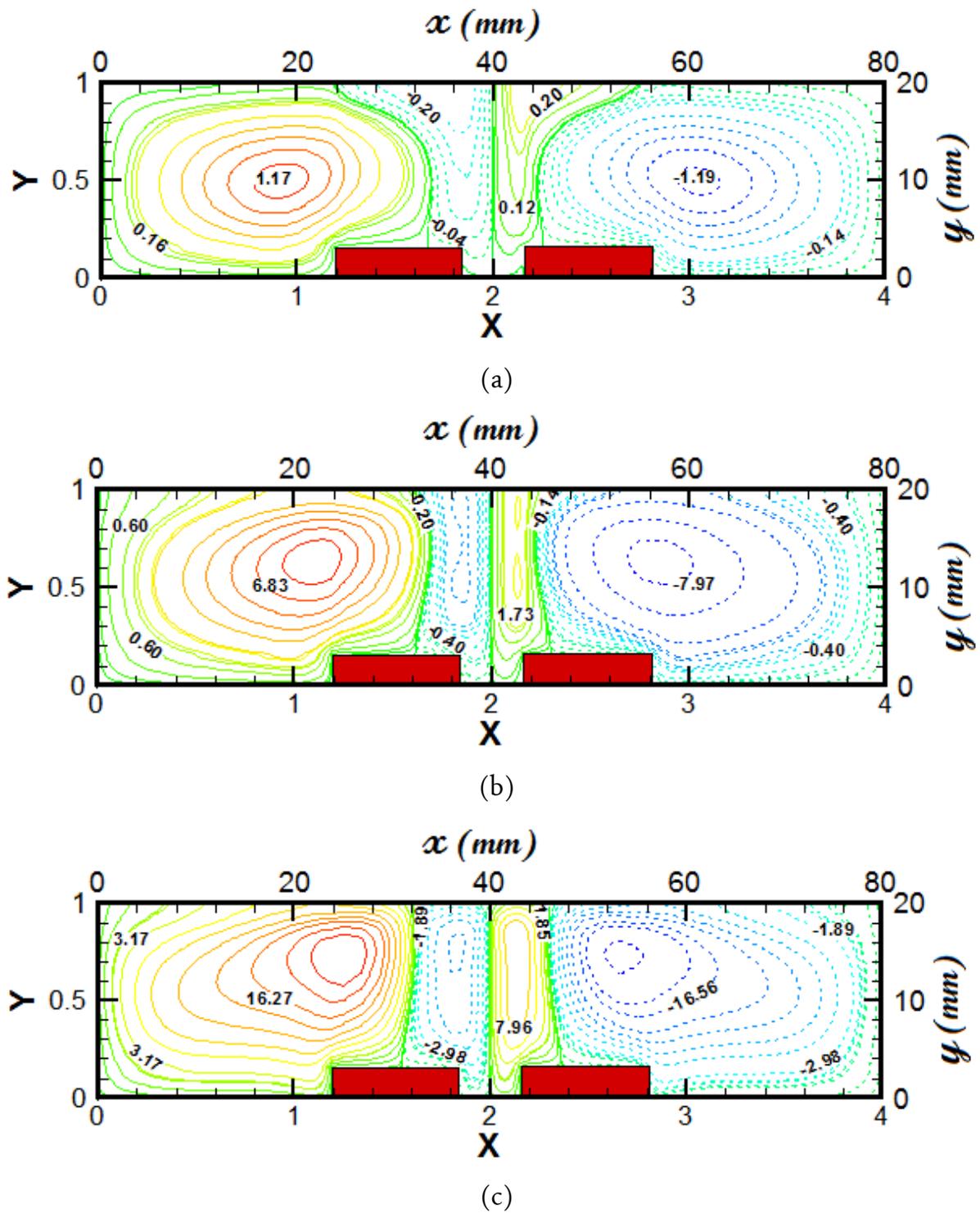
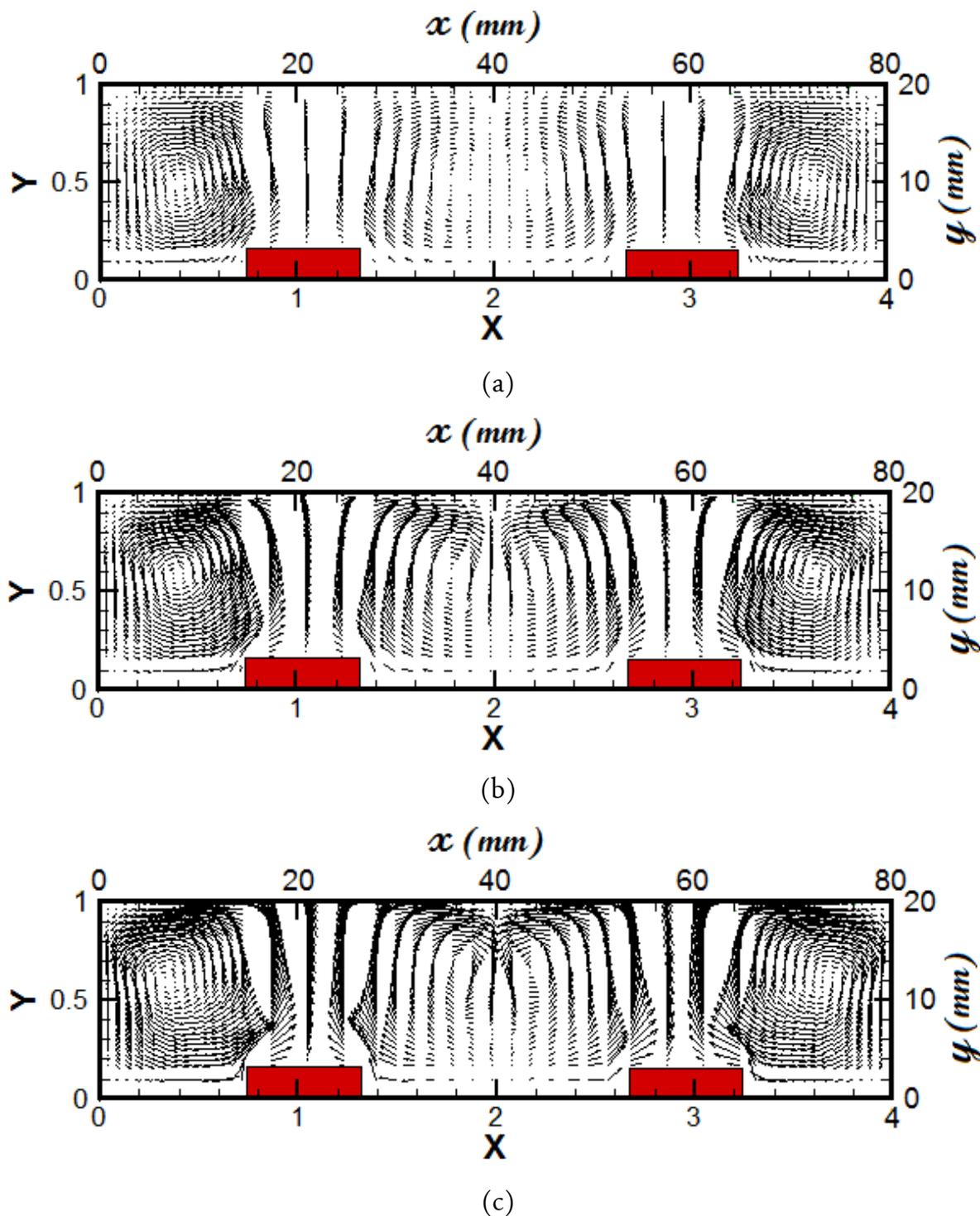
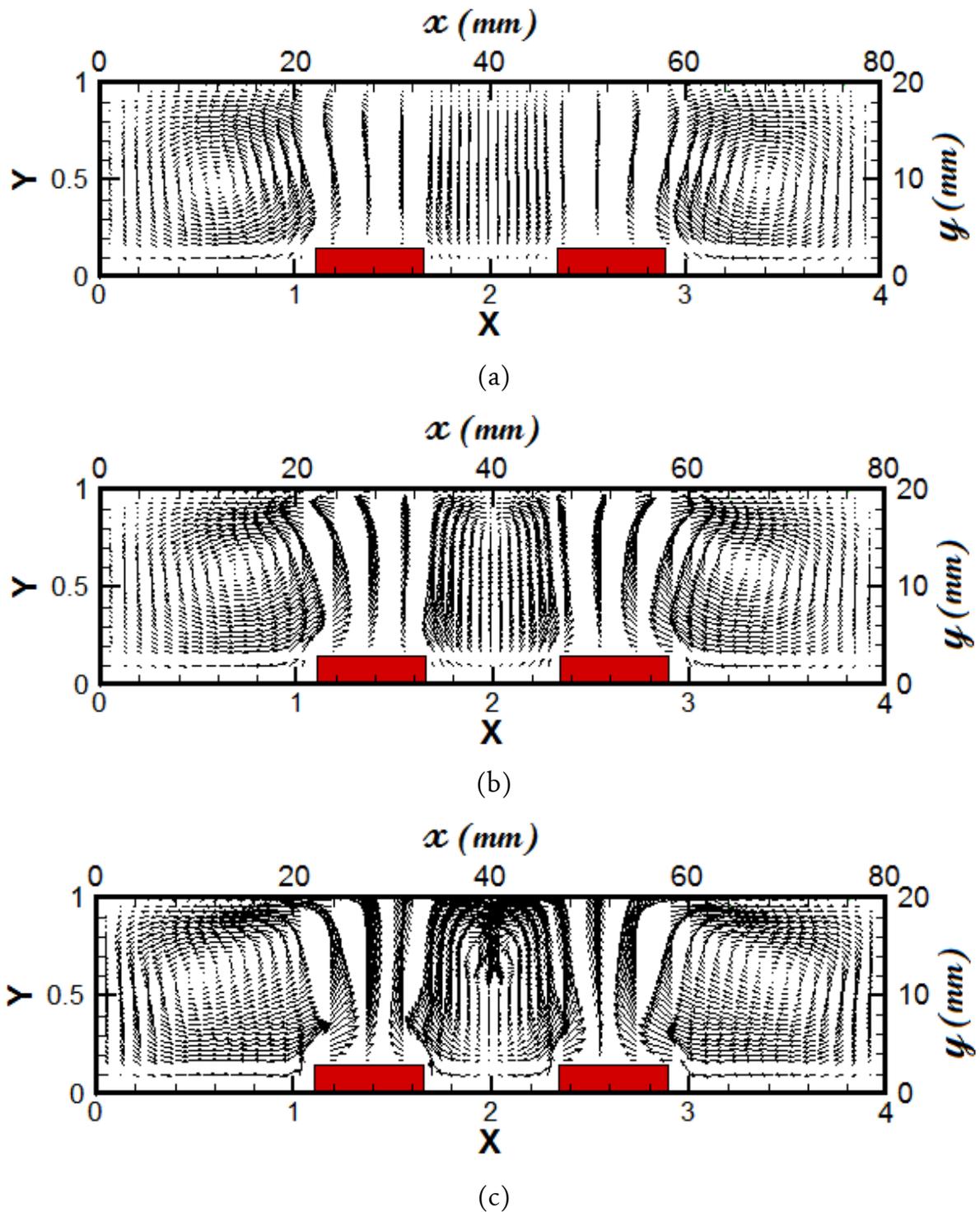


Figure III.6 Projection des lignes de courant sur le plan (x-y) à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$



Figure_III.7 Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = 2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$



Figure_III.8 Projection des vecteurs de vitesse sur le plan (x-y) à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$

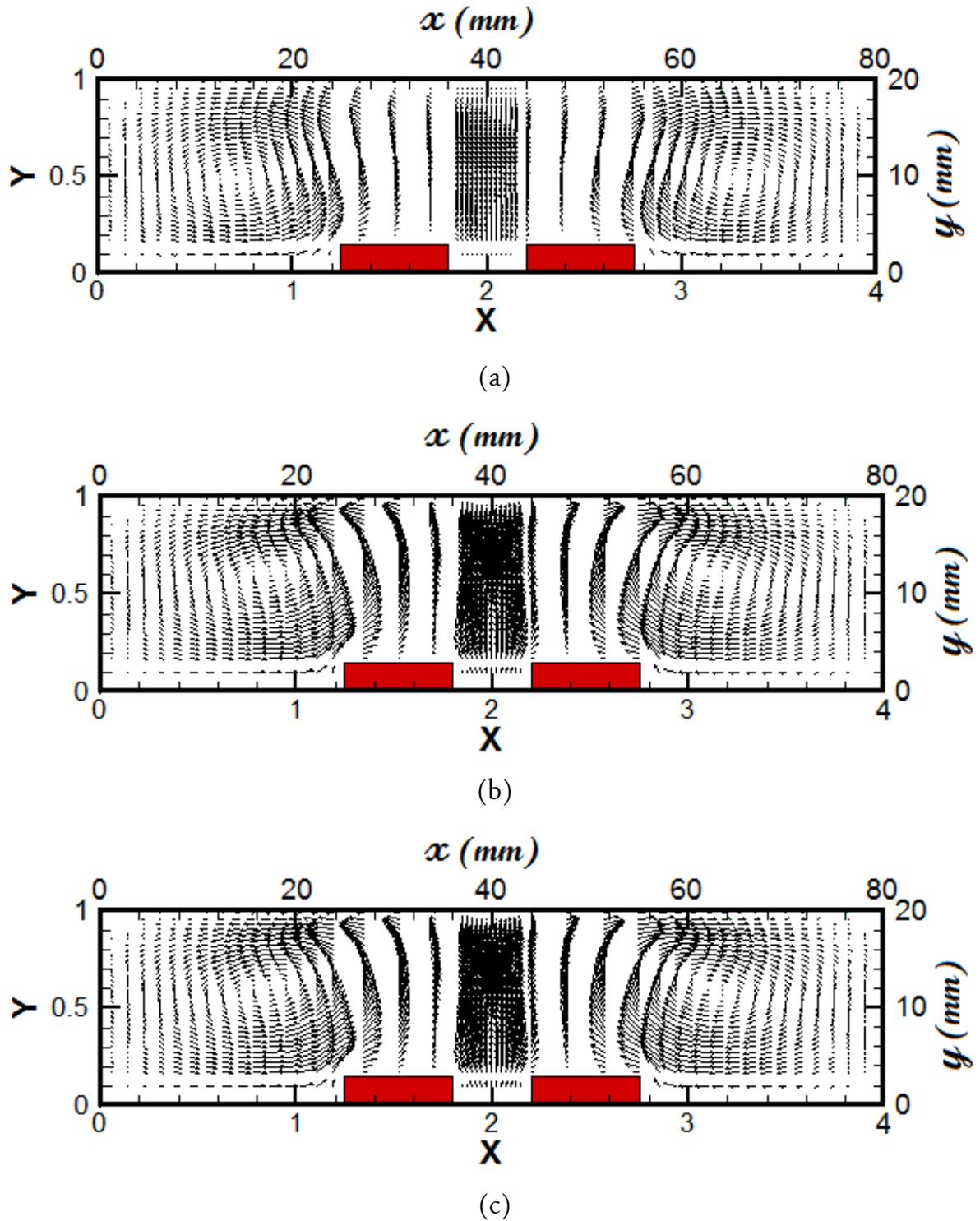


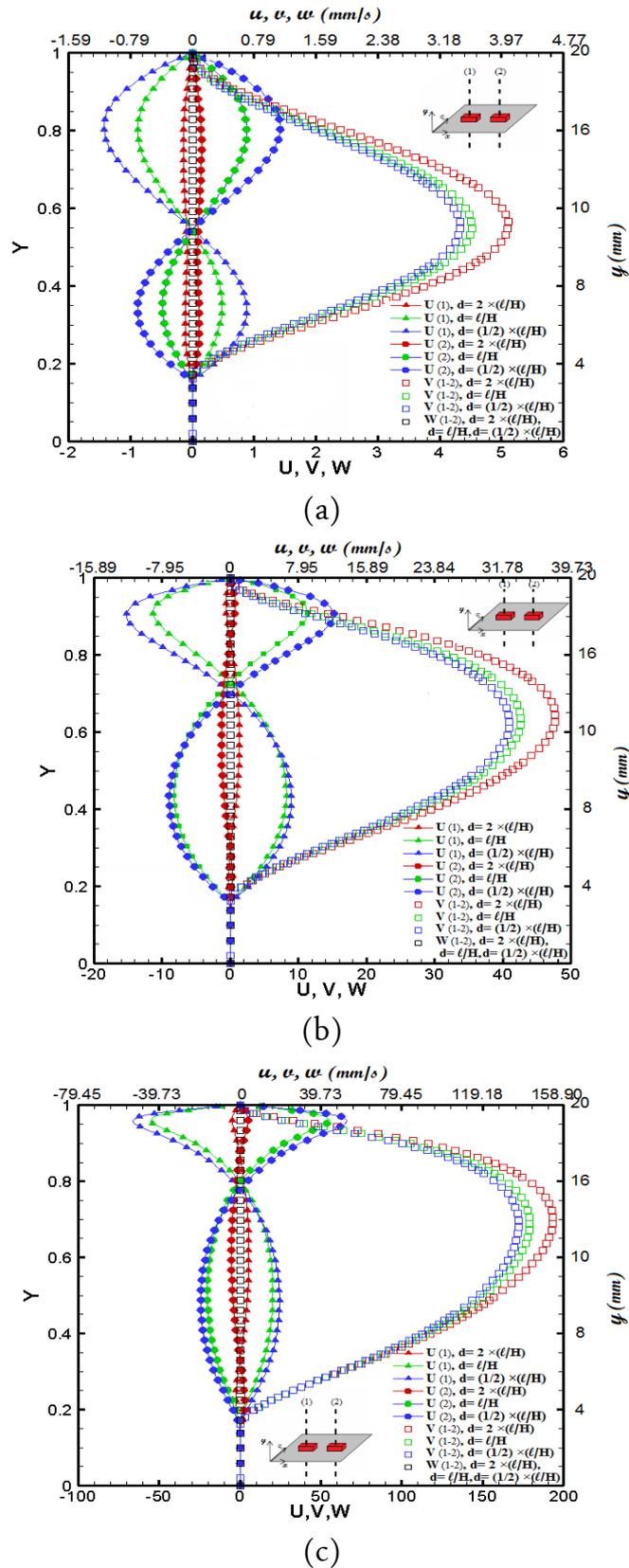
Figure III.9 Projection des vecteurs de vitesse sur le plan $(x-y)$ à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$

Pour plus de clarté sur la structure d'écoulement dans les zones sensibles de l'enceinte, nous avons présenté les évaluations des profils de vitesse; horizontale,

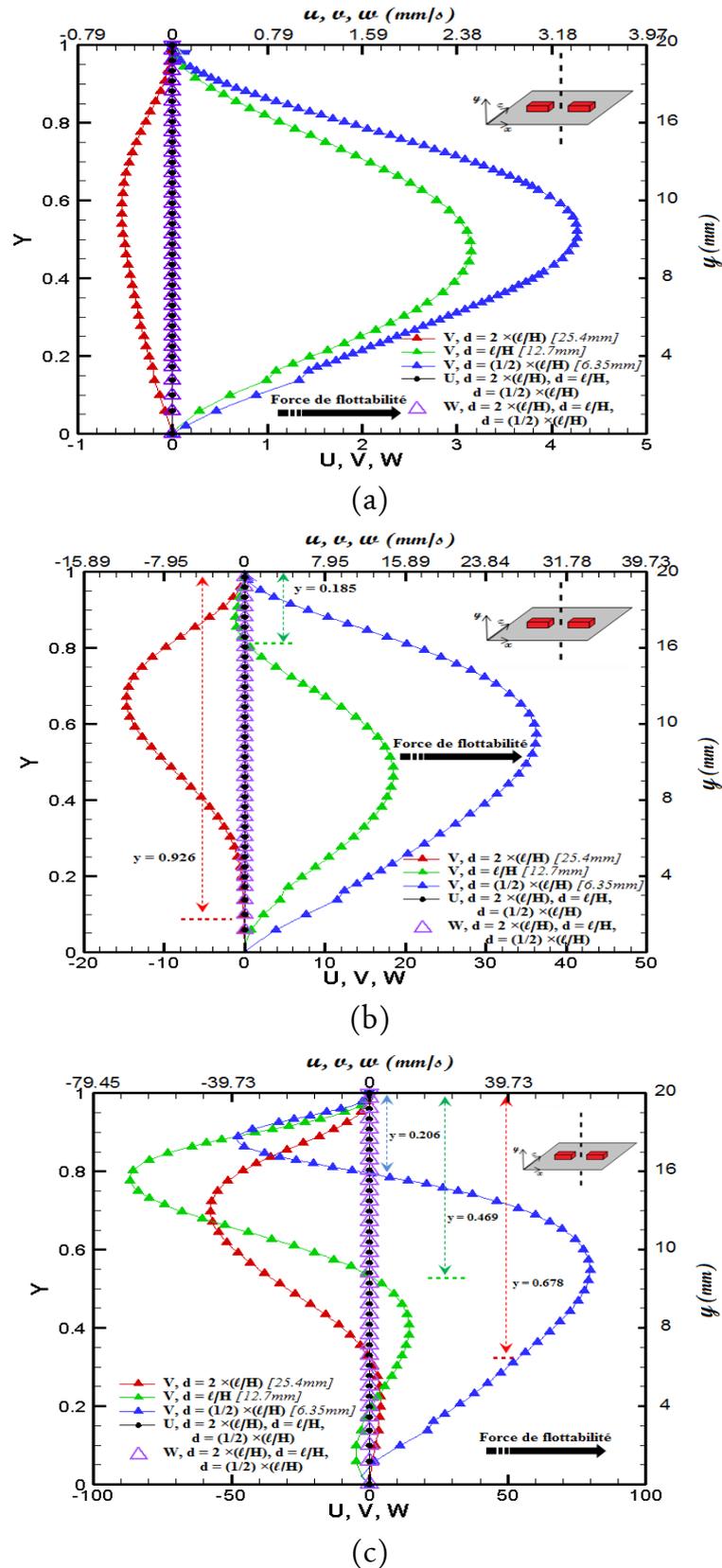
verticale, et transversale, au milieu de chaque composant à ; ($X_1 = 1.047$, $X_2 = 2.952$, $0 < Y < 1$, $Z = 2$), ($X_1 = 1.365$, $X_2 = 2.635$, $0 < Y < 1$, $Z = 2$), ($X_1 = 1.524$, $X_2 = 2.476$, $0 < Y < 1$, $Z = 2$), pour les espacements; $d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, respectivement en fonction du nombre de Rayleigh. En général, les figures_III.10 montrent que l'écoulement est dominé par la composante verticale de vitesse V , et la composante transversale de vitesse W tend vers une valeur nulle sur l'axe de symétrie à $Z = 2$. Au-dessus du premier composant, les profils de la composante horizontale de vitesse U se présentent d'une manière semblable pour tous les cas d'espacement sous forme de décollement, les vitesses sont positives sur la partie inférieure de l'enceinte jusqu' où s'annule, au-delà, les composantes de vitesses prennent des valeurs négatives en se dirigeant vers la paroi supérieure, indiquant sans doute la présence des cellules de recirculation dans cette zone. Au-dessus du deuxième composant, les profils sont symétriques au premier composant par rapport au centre de l'enceinte à ($X = 2$, $Z = 2$).

D'autre part, au milieu de la cavité à ($X = 2$, $0 < Y < 1$, $Z = 2$), la figure_III.11-a montre pour le cas d'espacement $d = 2 \times (l/H)$ à $Ra = 10^3$, que la nature de profil de la vitesse V est négative, c'est-à-dire que l'écoulement se dirige vers la paroi inférieure de l'enceinte, dû à la présence des cellules de recirculation. Pour les cas d'espacement $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, respectivement, les effets des forces de flottabilité deviennent éminentes exprimés par des profils de vitesse V positifs (absence des cellules de recirculation), au moment où, les profils des composantes de vitesse ; horizontale, et transversale sont négligeable.

Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh effectivement à $Ra = 10^4$, et $Ra = 10^5$, figures_III.11-b-c, les profils de la composante de vitesse V se présentent sous forme de décollement, caractérisé par l'apparition des vitesses négatives sur la partie supérieure de l'enceinte. Cependant, en diminuant l'espacement, les forces de flottabilité exprimées par des vitesses positives influent sur les cellules de recirculation en réduisant la taille de leurs couches de cisaillement, de manière, empêchant les particules de poursuivre leurs parcours.



Figure_III.10 Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant en fonction d'espaceur $d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, pour : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$



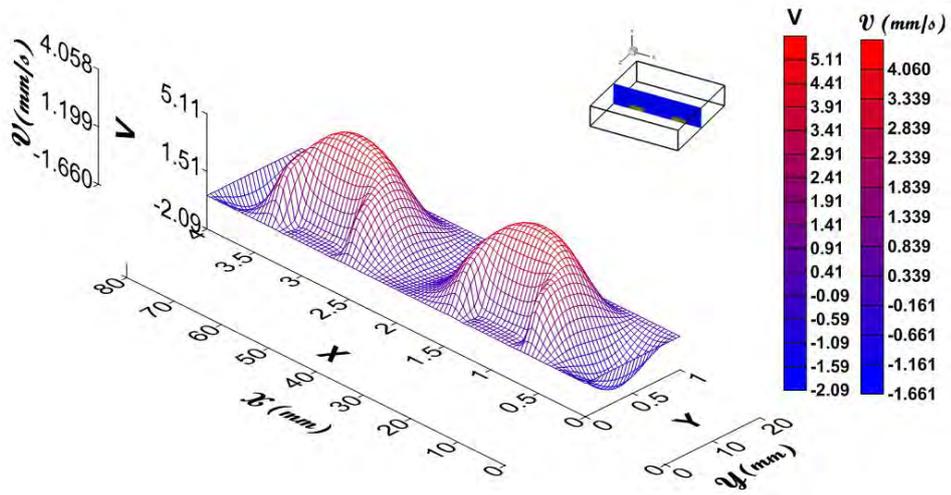
Figure_III.11 Profils des composantes de vitesse au milieu de l'enceinte à ($X = 2, Y, Z = 2$), en fonction d'espacement $d = 2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $d = 1/2 \times (l/H)$, pour : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$.

En examinant les profils de composantes de vitesse verticale V à travers leurs projections au milieu de l'enceinte sur le plan $(x-y)$ à $V(X, 0 < Y < 1, Z = 2)$, figures_III.12-III.14, qu' à $Ra = 10^3$ les valeurs maximales sont situées au-dessus des composants au milieu de l'enceinte à $y = 0.5$, sous forme des piques courbés (gradient de vitesse $\frac{\partial V}{\partial Y}$ est faible) les figures_III.12-III.14-a, avec l'augmentation du nombre de Rayleigh les composantes de vitesse V vont également se présenter sous forme des piques aiguës (gradient de vitesse $\frac{\partial V}{\partial Y}$ est élevé) précisément à $Ra = 10^5$ figure_III.12-III.14-c, une telle situation a été observée dans le travail de *Sezai et al.* [35], expliquant ceci par la présence de la force de flottabilité générée par les deux composants. Les valeurs négatives éminentes sur les zones latérales et au milieu de l'enceinte sont dues à la présence des cellules de Bénard.

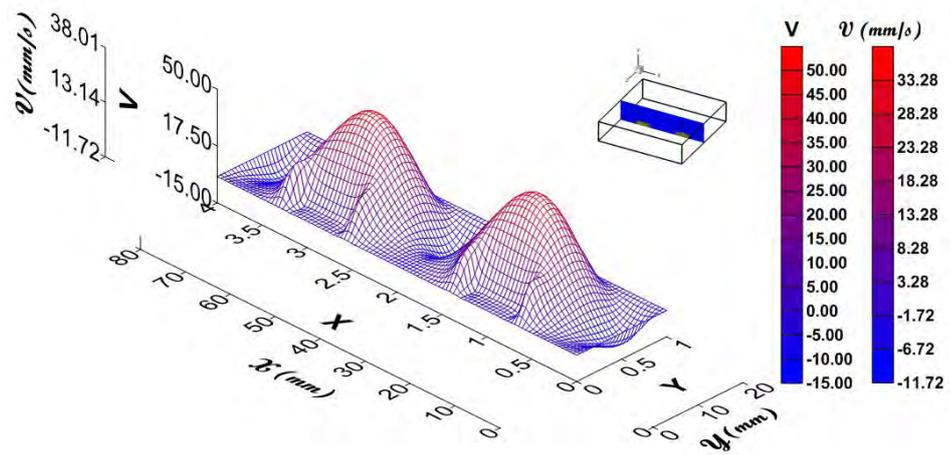
Pour les mêmes valeurs du nombre de Rayleigh, le rapprochement des composants va forcément augmenter la composante de vitesse V entre les composants, du coup pas de variation pour les valeurs maximales au milieu de chaque composant.

III.5.2 Champ thermique

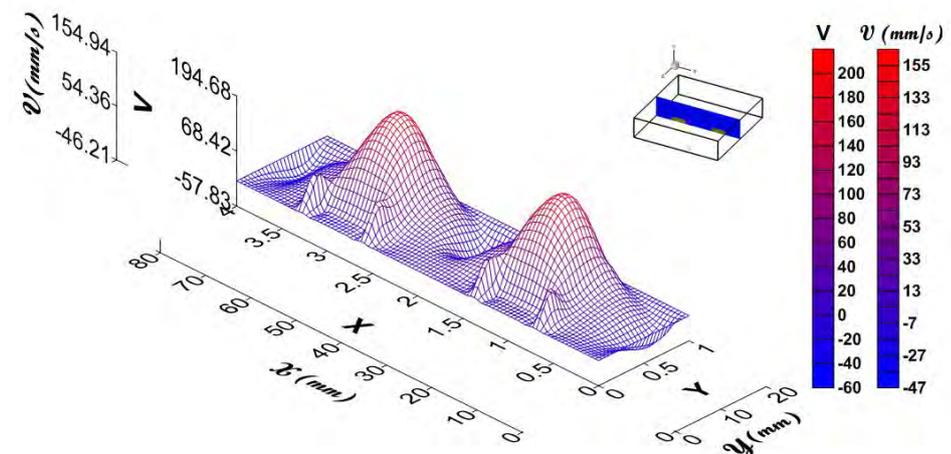
Le champ thermique est visualisé par les figures_III.15-a-c, illustrant les contours des isothermes pour différentes valeurs d'espacement et en termes du nombre de Rayleigh. Nous remarquons que pour $Ra = 10^3$, les isothermes s'étendent en formant une stratification à partir des composants vers la paroi supérieure. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, particulièrement à $Ra = 10^5$, les lignes isothermes sont fortement distordues au niveau des zones de recirculation juste au-dessus des composants et se conforment avec le sens d'écoulement, de plus les lignes isothermes deviennent plus denses près des parois latérales des composants, ce qui signifie une présence remarquable de la couche limite thermique (gradient de température élevé), prévoyant une intensification du transfert de chaleur. Il est aperçu que l'épaisseur de ces couches limites est proportionnelle au nombre de Rayleigh. Notant que le comportement de la couche limite thermique est quasiment identique à celui de la couche limite dynamique.



(a)



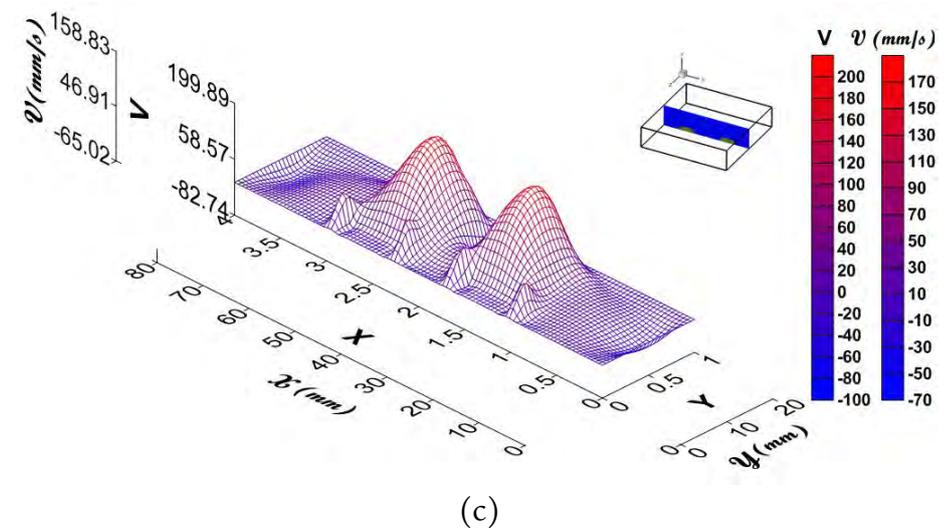
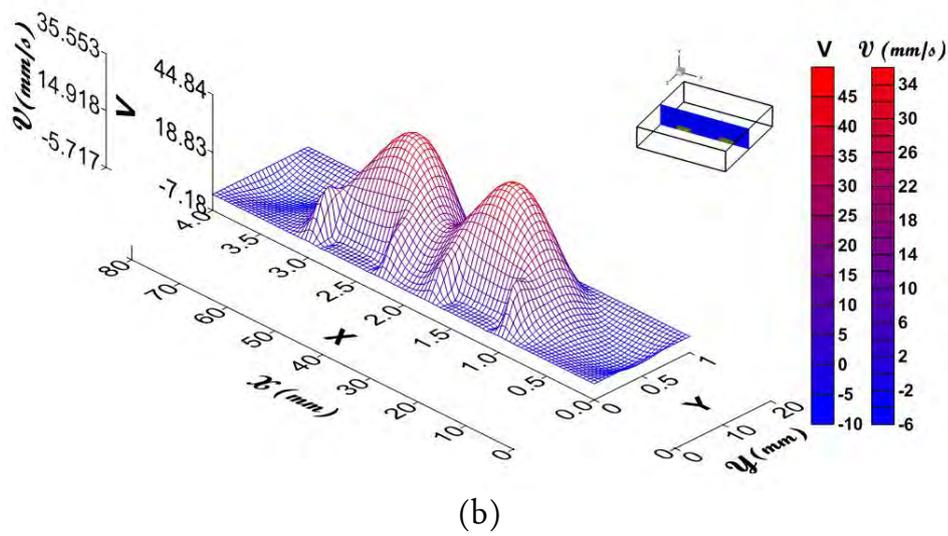
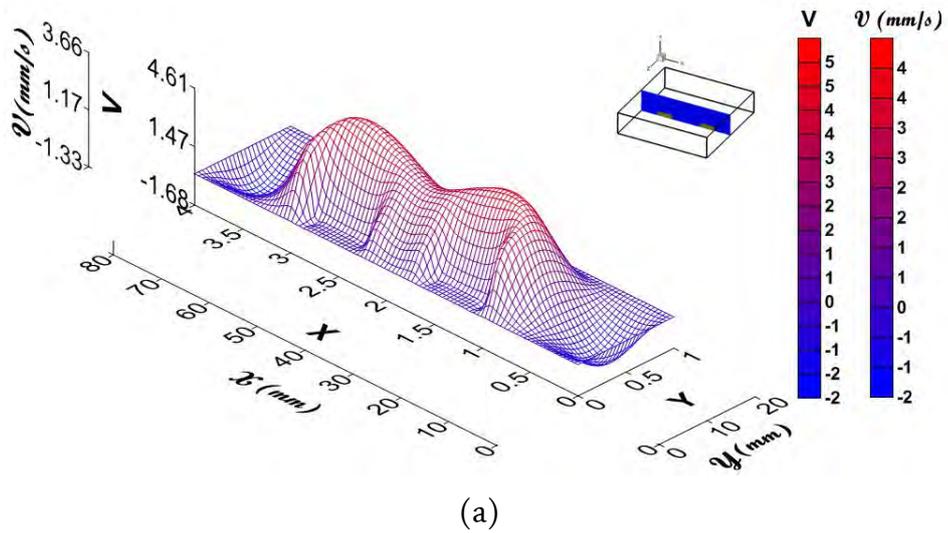
(b)



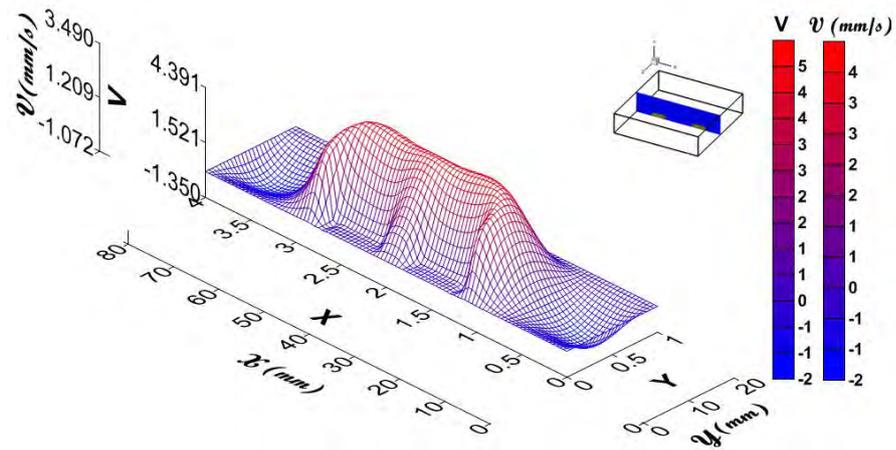
(c)

Figure_III.12 Profils de composante de vitesse V sur le plan $(x-y)$ à $d = 2 \times (l/H)$:

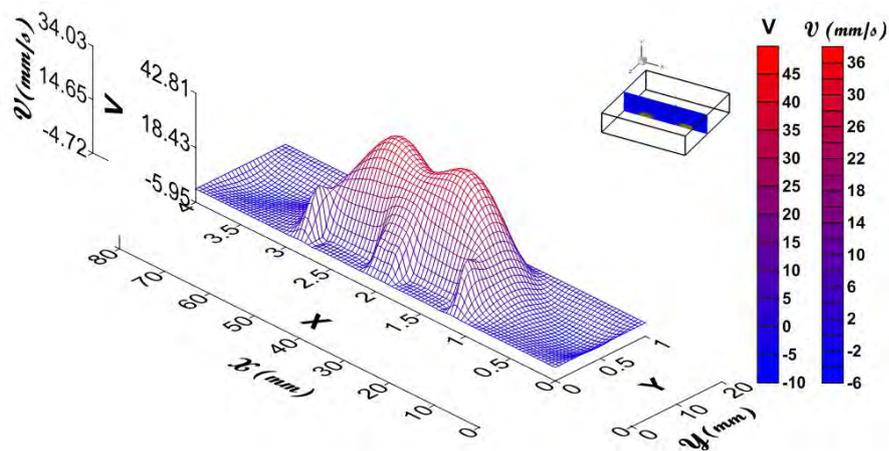
(a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$



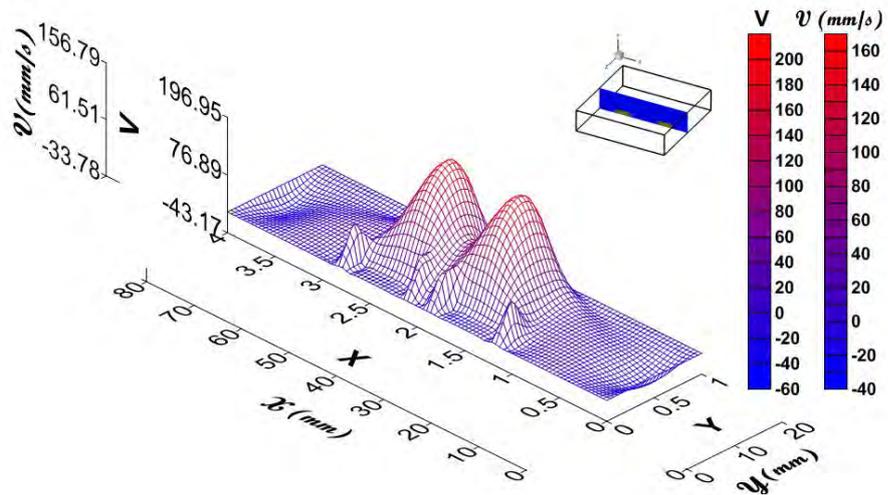
Figure_III.13 Profils de composante de vitesse V sur le plan $(x-y)$ à $d = l/H$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$



(a)



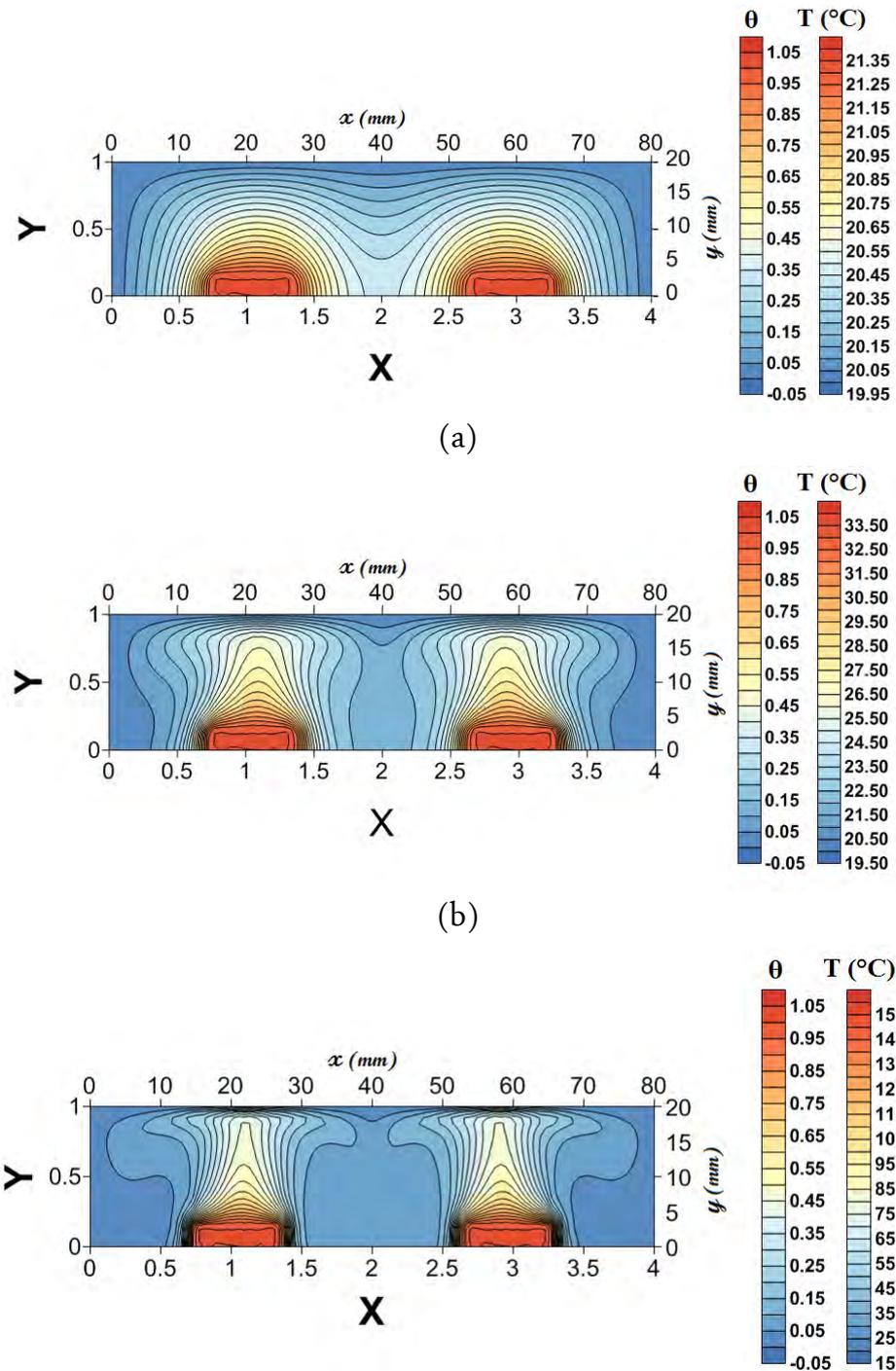
(b)



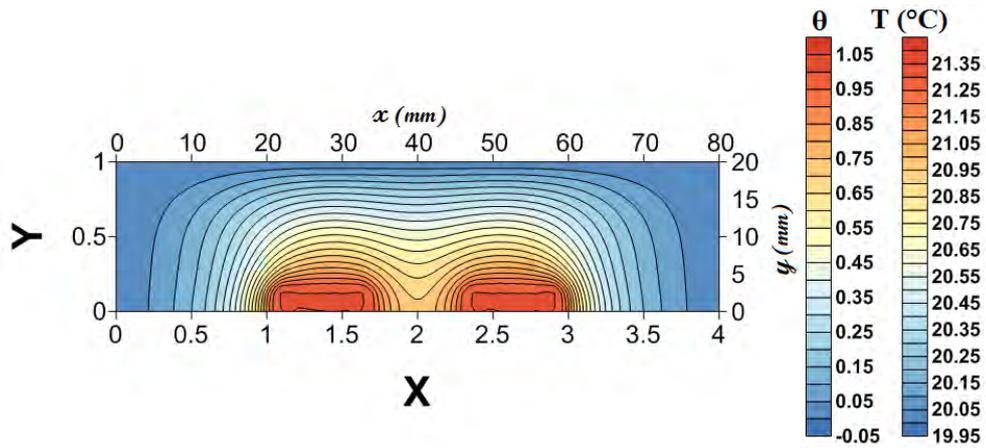
(c)

Figure_III.14 Profils de composante de vitesse V sur le plan $(x-y)$ à $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) pour $Ra = 10^3$, (b) pour $Ra = 10^4$, (c) pour $Ra = 10^5$

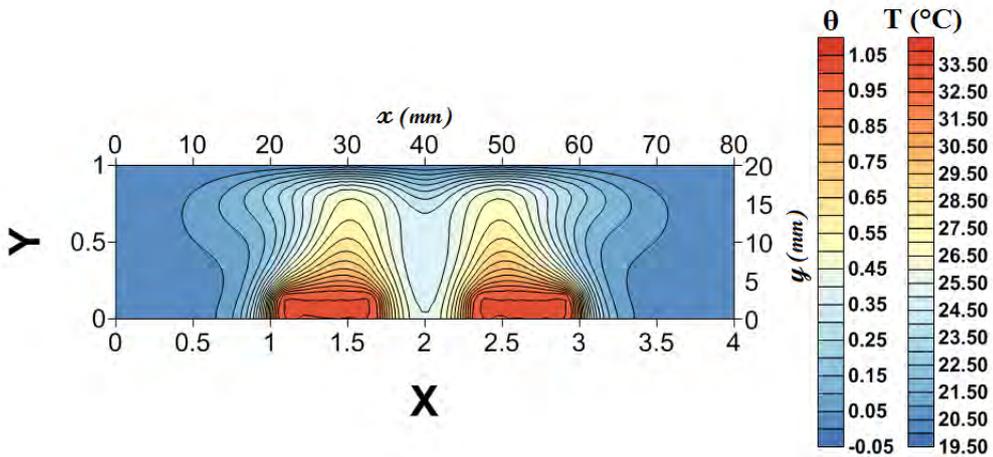
Par ailleurs, la réduction d'espacement réchauffe le fluide au milieu de l'enceinte, fait voir par la dilatation des lignes isothermes de laquelle les températures du fluide sont proches à celle-ci des faces Est1 et Ouest2, donc par conséquent un mauvais refroidissement qui se produit sur ces faces. Figures_III.16-III.17.



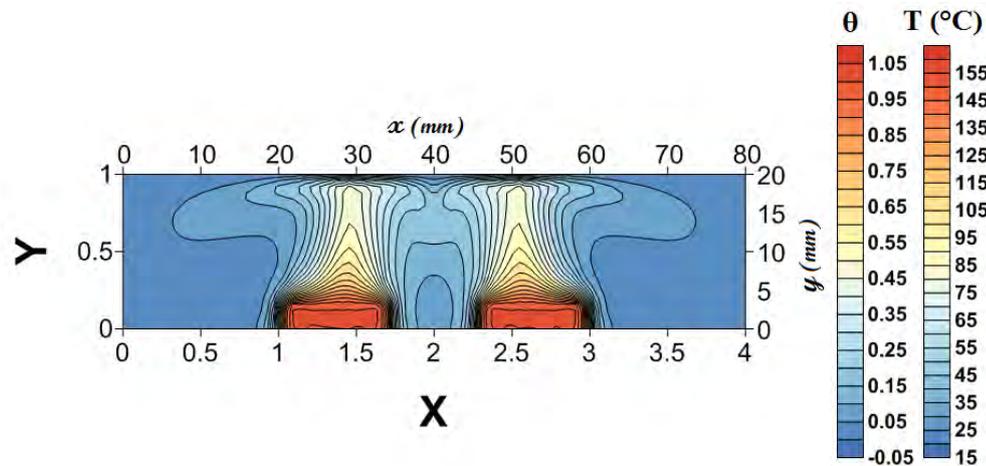
Figure_III.15 Profils des températures sur le plan (x - y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = 2 \times (l/H)$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$.



(a)

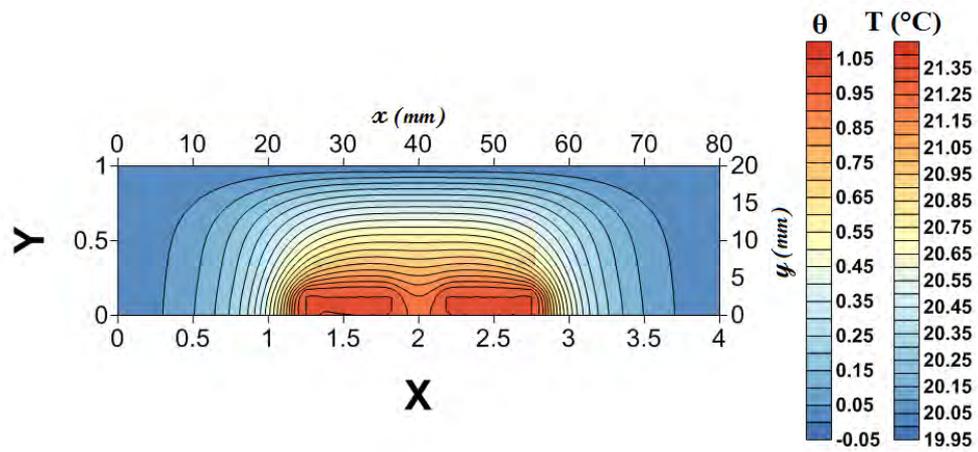


(b)

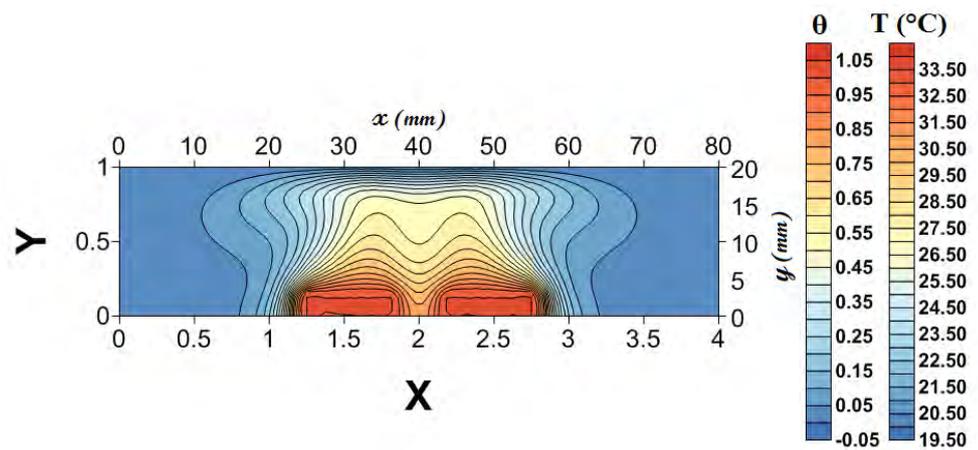


(c)

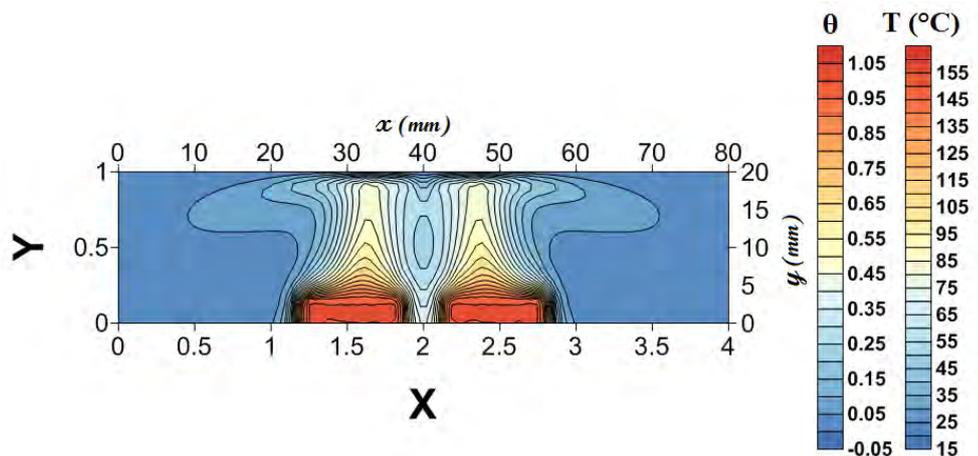
Figure_III.16 Profils des températures sur le plan $(x-y)$ au milieu de l'enceinte à $(Z = 2)$, pour l'espacement $d = l/H$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$



(a)



(b)

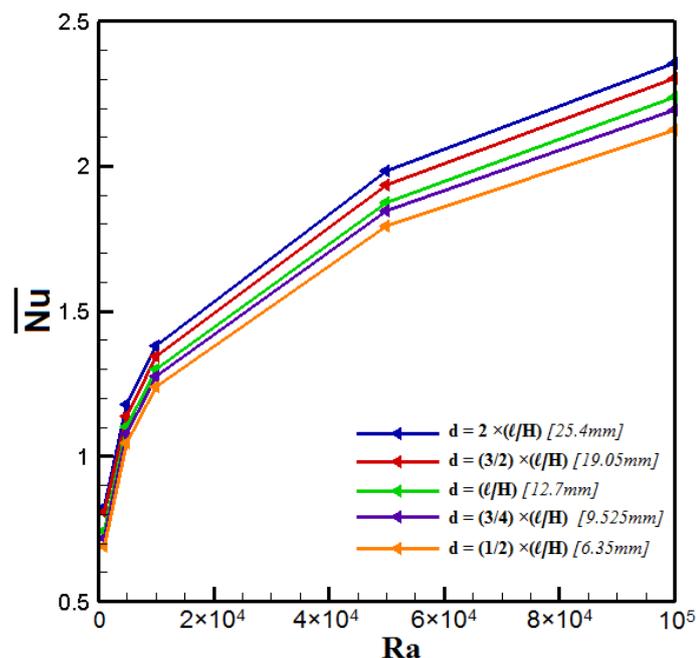


(c)

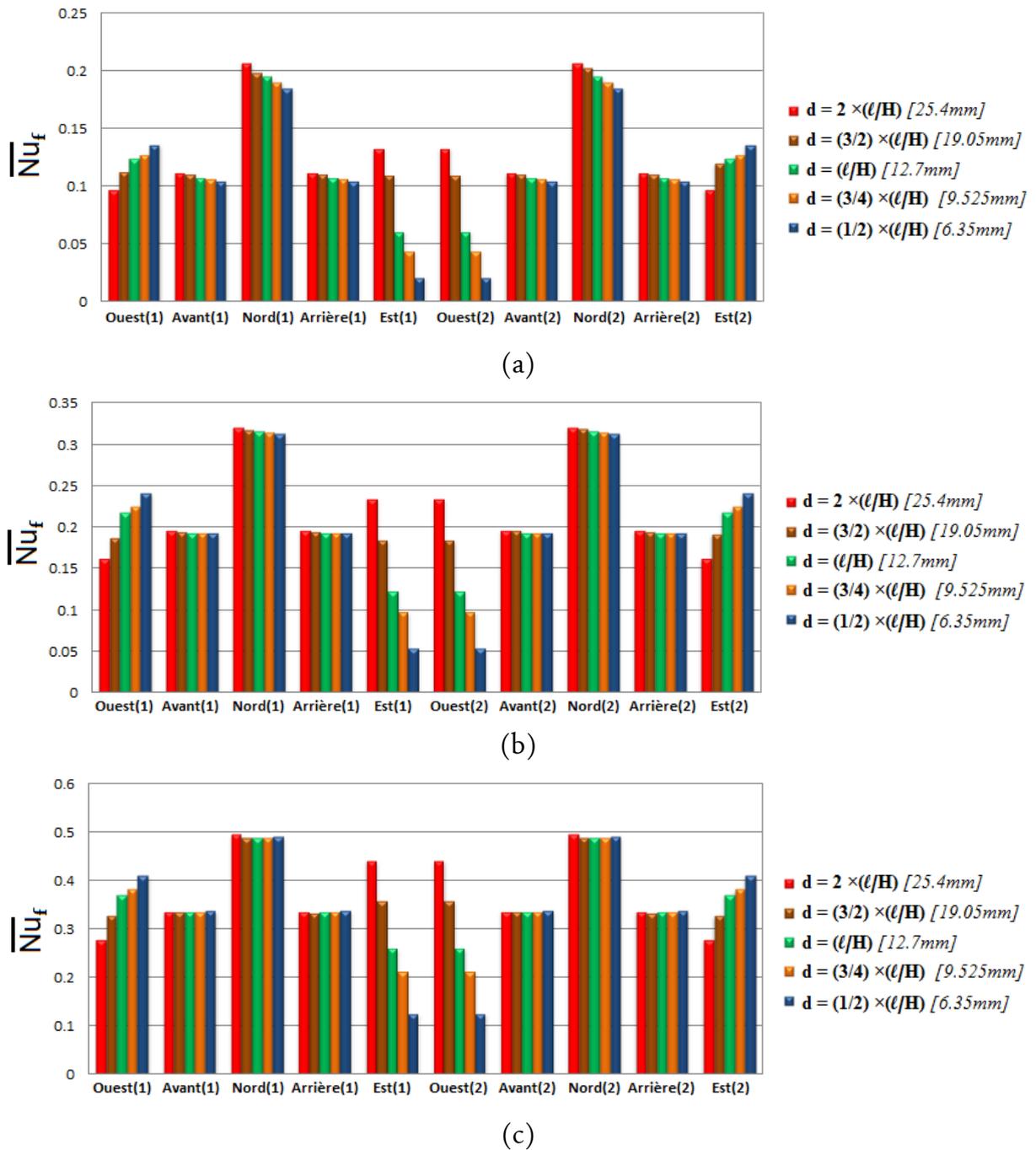
Figure_III.17 Profils des températures sur le plan (x - y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = 1/2 \times (l/H)$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$.

III.5.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants

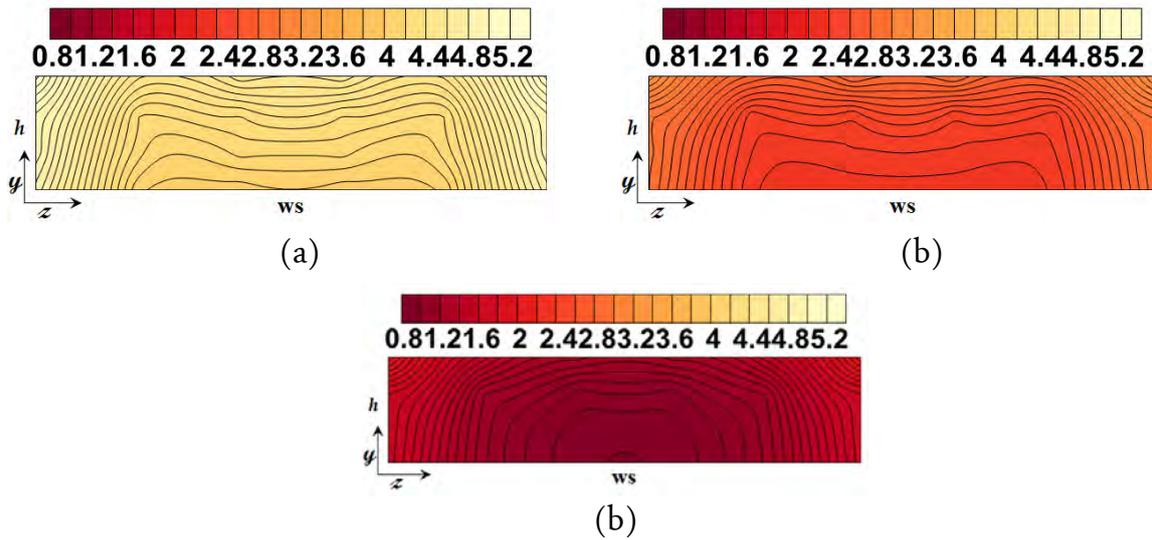
La Figure_III.18 rapporte, la variation du nombre de Nusselt moyen avec l'effet d'espacement en termes de nombres de Rayleigh. Il est montré que le transfert de chaleur est proportionnel avec l'augmentation du nombre de Rayleigh d'une part, et en effet d'espacement d'autre part, ceci est expliqué par les figures_III.19 qui représentent la variation du transfert de chaleur dans chaque surface des composants pour différentes valeurs d'espacement en termes de nombre Rayleigh. La première note indique que l'augmentation du nombre de Rayleigh améliore le transfert de chaleur moyen pour chaque surface, tandis que nous enregistrons une légère variation du nombre de Nusselt en fonction d'espacement sur les faces (Avant, et Arrière), et spécifiquement sur la face Nord, laquelle la surface d'échange thermique est importante par rapport aux autres faces. La différence de marge du transfert de chaleur moyen en fonction de la surface apparaît clairement sur la face Est et Ouest de chaque composant, dû au fait que la réduction d'espacement réchauffe le fluide situé entre les faces Est1 et Ouest2, caractérisé par un gradient de température faible, menant à la baisse du transfert de chaleur sur ces faces figures_III.20. En outre, cette réduction améliore le refroidissement sur les faces Ouest1 et Est2, cela peut être expliqué par l'augmentation des cellules de recirculation dans ces zones, ainsi leurs rapprochements aux parois de l'enceinte (figures_III.21).



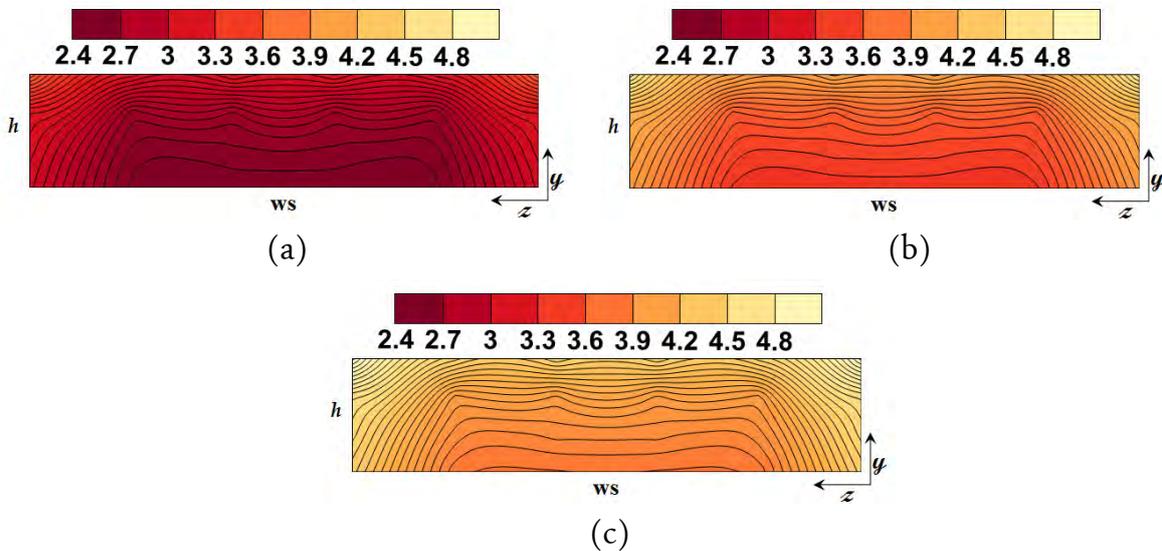
Figure_III.18 Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction d'espacement et du nombre de Rayleigh



Figure_III.19 Nusselt moyen de chaque face des composants, en fonction d'espacement : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$



Figure_III.20 Profils de Nusselt local sur la face Est (1) : (a) $d = 2 \times (l/H)$, (b) $d = l/H$, (c) $d = 1/2 \times (l/H)$



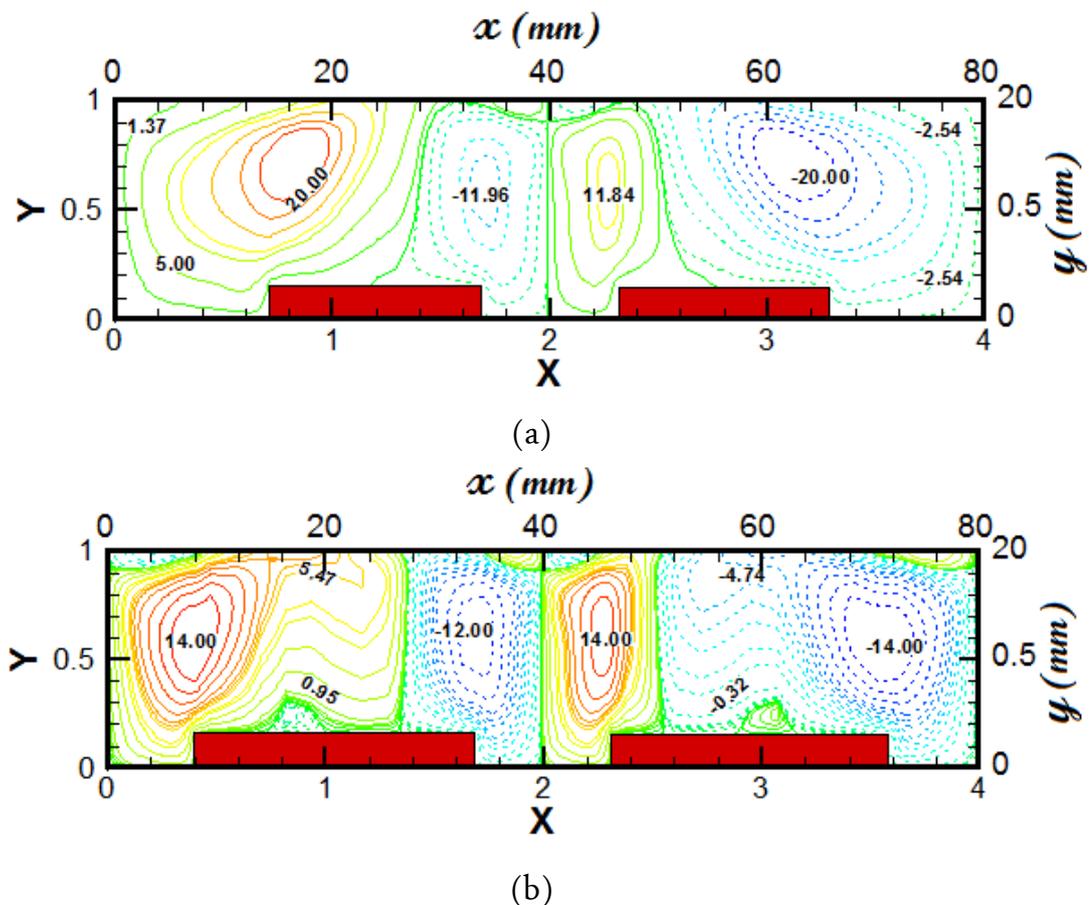
Figure_III.21 Profils de Nusselt local sur la face Ouest (1) : (a) $d = 2 \times (l/H)$, (b) $d = l/H$, (c) $d = 1/2 \times (l/H)$

III.6 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LONGUEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION X)

Dans cette partie, nous prenons le cas d'espacement $d = l/H$ à $Ra = 10^5$ comme référence et nous étudions l'influence du rapport d'aspect selon la largeur des composants ($A_x = l/H$, $A_x = 3/2 \times (l/H)$, $A_x = 2 \times (l/H)$), en fonction du nombre de Rayleigh qui varie de 10^3 à 10^5 sur le champ d'écoulement et champ thermique.

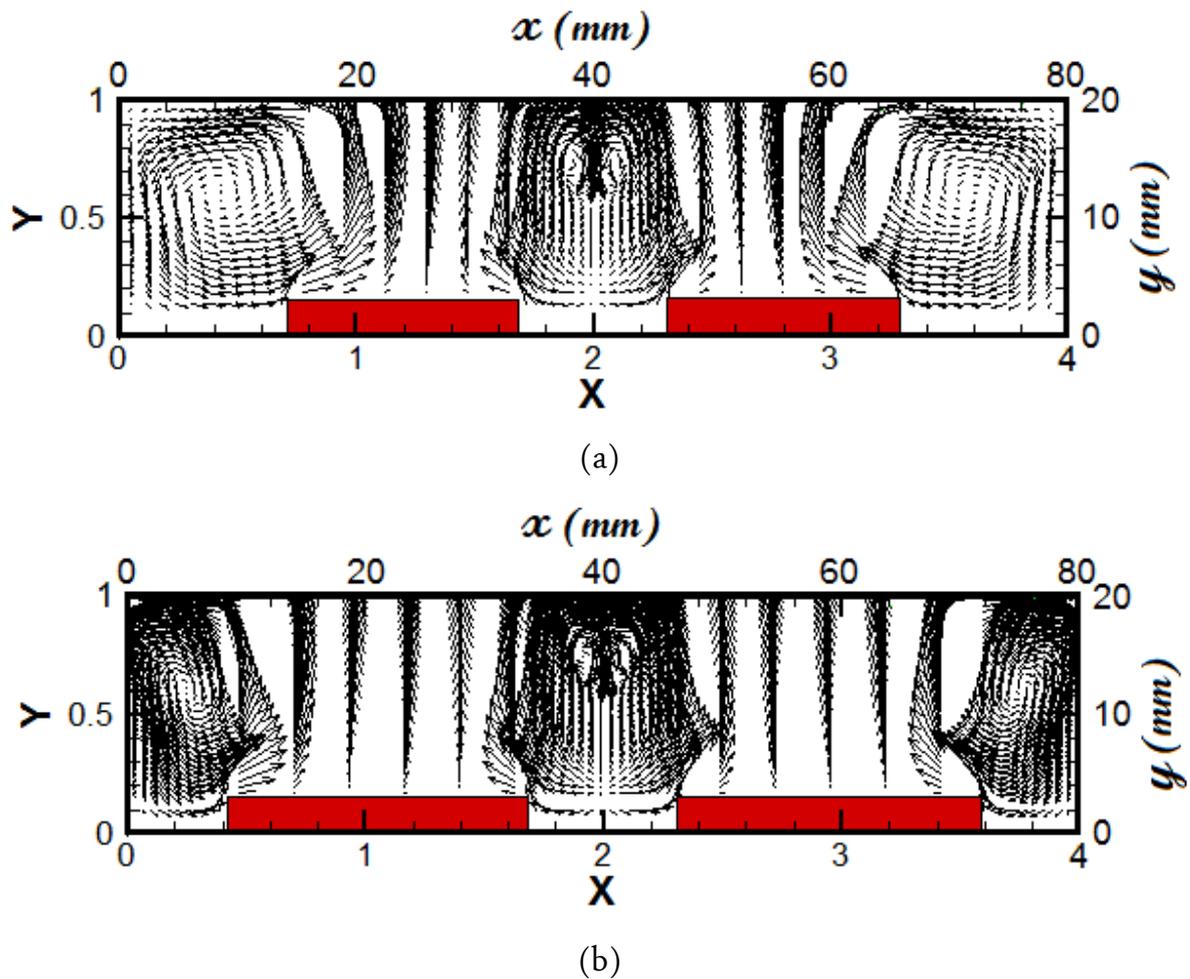
III.6.1 Champ d'écoulement

La figure_III.22 illustre la projection des lignes de courant sur le plan (x - y) pour les trois cas du rapport d'aspect dans la direction X . Il est bien clair que l'écoulement dans l'enceinte respecte la notion de Rayleigh Bénard en se présentant sous forme des cellules adjacentes, le débit est proportionnel avec l'augmentation du rapport d'aspect, vu par le rétrécissement des lignes de courant, duquel le débit est intensifié dans les zones des couches de cisaillement entre les cellules de recirculation, plus le rapport d'aspect augmente plus le débit diminue dans les cellules de recirculation latérale de l'enceinte, expliqué pas la dilatation de ces lignes. Avec l'augmentation du rapport d'aspect, l'écoulement est distordu caractérisé par l'apparition des cellules secondaire due au caractère de la couche limite et la force de flottabilité.

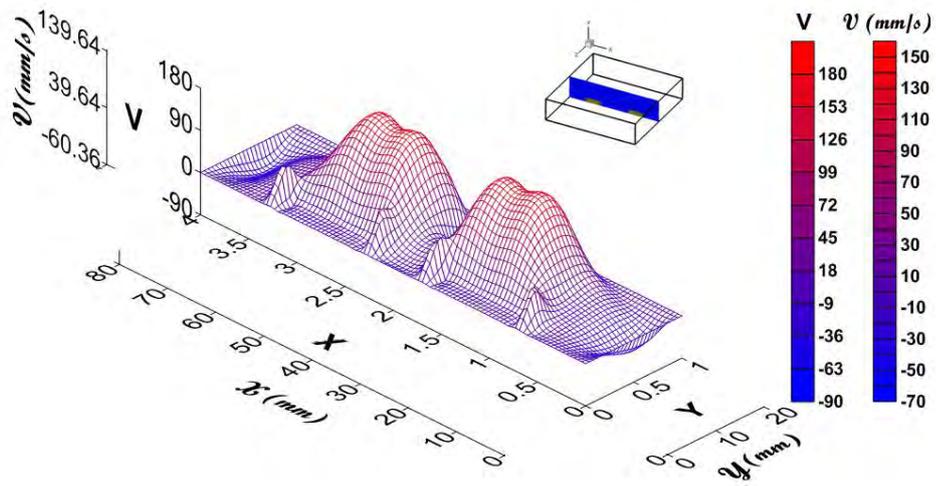


Figure_III.22 : Projection des lignes de courant sur le plan (x - y) a $Ra = 10^5$: (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$

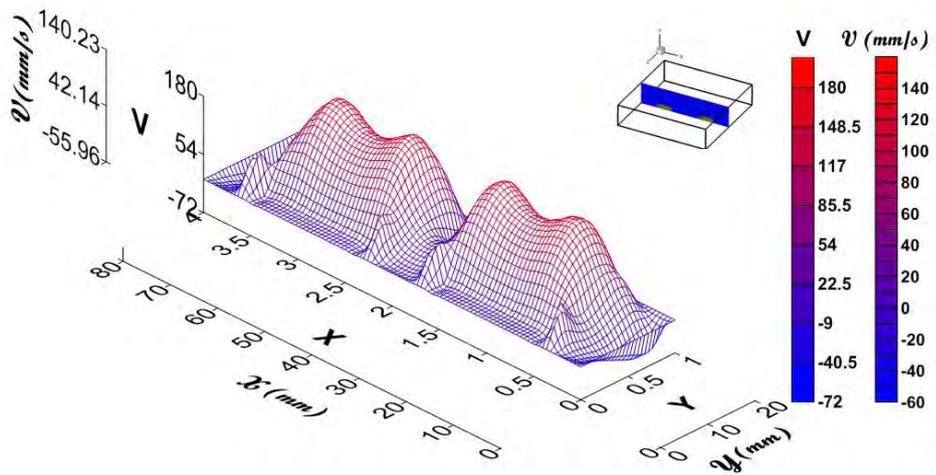
En examinant les vecteurs de vitesse dans les figures_III.23, nous remarquons une déviation des vecteurs de vitesse au bord de chaque composant, puis les vitesses diminuent en s'approchant au milieu de chaque composant, ce phénomène apparut davantage dans le cas du rapport d'aspect $Ax = 2 \times (l/H)$. Figure_III.23-b, cela revient à la présence d'une force de flottabilité importante à la proximité des composants, ce qui explique l'apparition des deux piques lors de la projection de la vitesse V sur le plan $(x-y)$ dans les figures_III.24.



Figure_III.23 Projection des vecteurs de vitesse sur le plan $(x-y)$ à $d = l/H$, et $Ra = 10^5$:
 (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b) $Ax = 2 \times (l/H)$



(a)



(b)

Figure III.24 Profils de composante de vitesse V à $d = l/H$: (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$,
 (b) $Ax = 2 \times (l/H)$

Les évaluations des profils de vitesse (U, V, W) au milieu de chaque composant sont illustrées sur la figure III.25 en fonction du rapport d'aspect (Ax) pour les stations suivantes : ($X_1 = 1.047, X_2 = 2.95, Y, Z = 2$), ($X = 2, Y, Z = 2$), les profils de vitesse U prennent des allures de décollement indiquant la présence des cellules de recirculation, il surgit que la vitesse V est dominante par rapport à U , il est remarquable aussi que les vitesses diminuent avec l'augmentation du rapport d'aspect Ax .

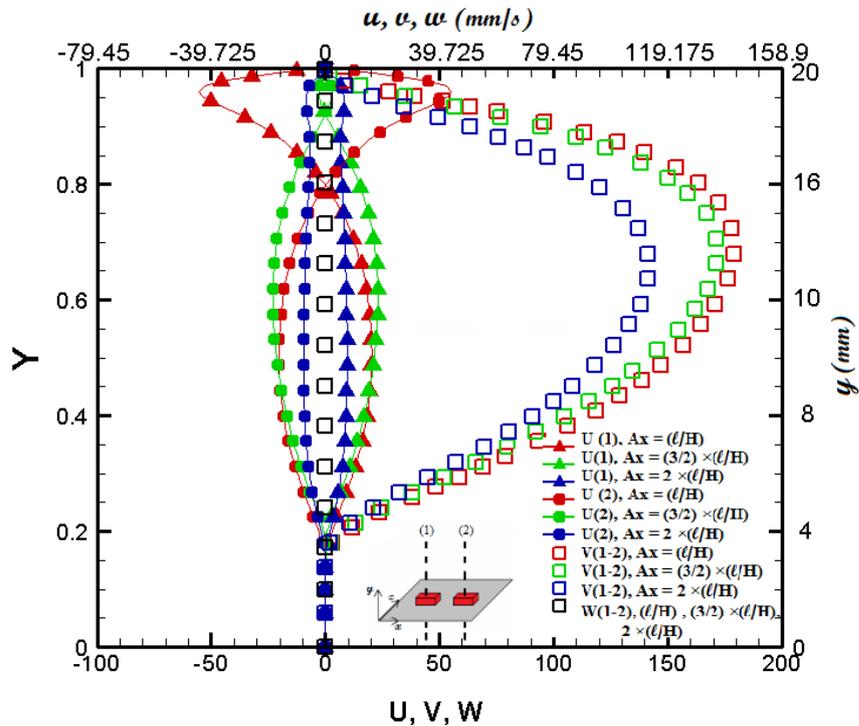


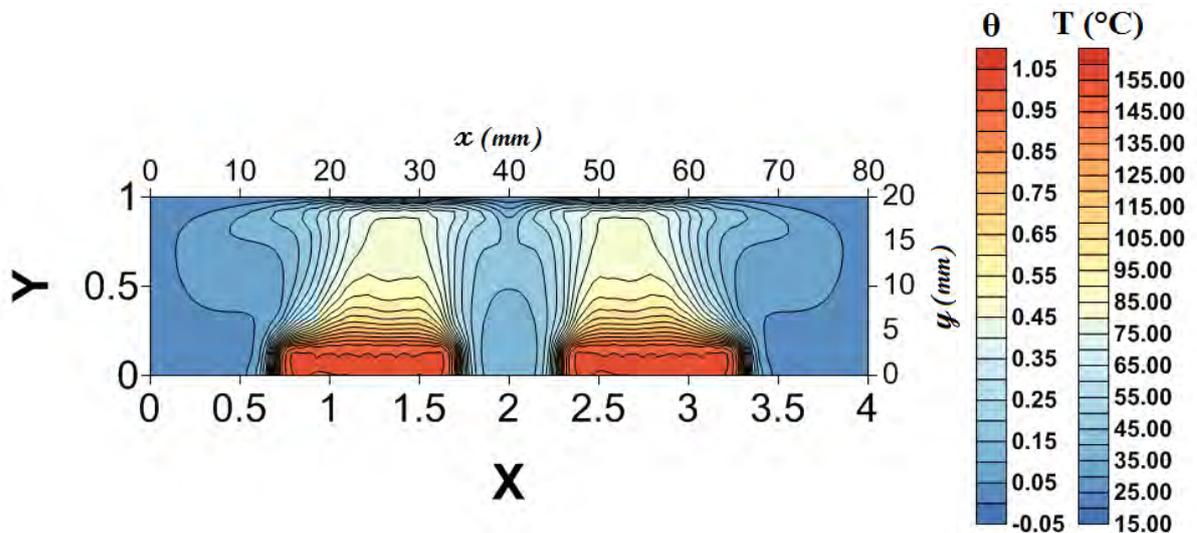
Figure III.25 Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant, en fonction du rapport d'aspect $A_x = l/H$, $A_x = 3/2 \times (l/H)$, $A_x = 2 \times (l/H)$

III.6.2 Champ thermique

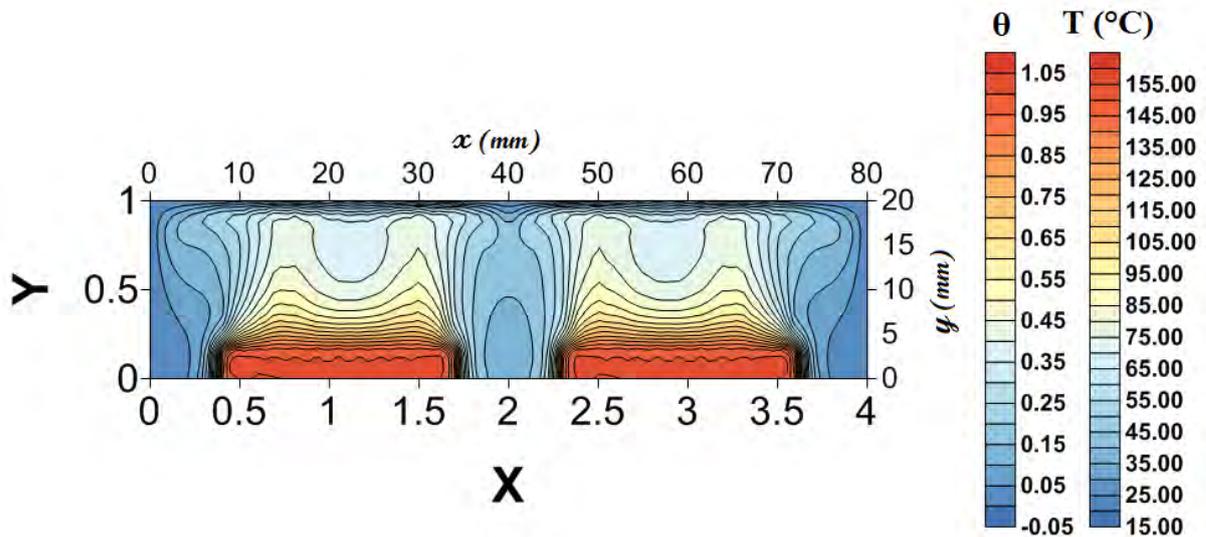
Le champ thermique est représenté par les contours des isothermes en fonction du rapport d'aspect A_x , figures III.26, avec l'augmentation de ce dernier nous remarquons que les lignes des isothermes s'étendent de plus dans l'enceinte et en formant une stratification à partir des composants. Pour $Ra = 10^5$, particulièrement à $A_x = 2 \times (l/H)$, les lignes isothermes sont fortement distordues au niveau des zones de recirculation et se conforme avec le sens d'écoulement, de plus les lignes isothermes deviennent plus denses près des parois latérales des composants, ainsi nous observons le même comportement de la vitesse V au-dessus des composants, engendrant deux pics au bord des composants dues à la force de flottabilité et de la couche limite thermique.

III.6.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants

En consultant la figure III.27, nous remarquons bien que le nombre de Nusselt global diminue lorsque le rapport d'aspect A_x augmente, ce qui nous permet de conclure que l'augmentation du rapport d'aspect A_x des composants défavorise le transfert de chaleur au niveau de chaque composant, en notant bien que les faces Ouest1, Est1 jouent un rôle potentiel dans cette réduction.



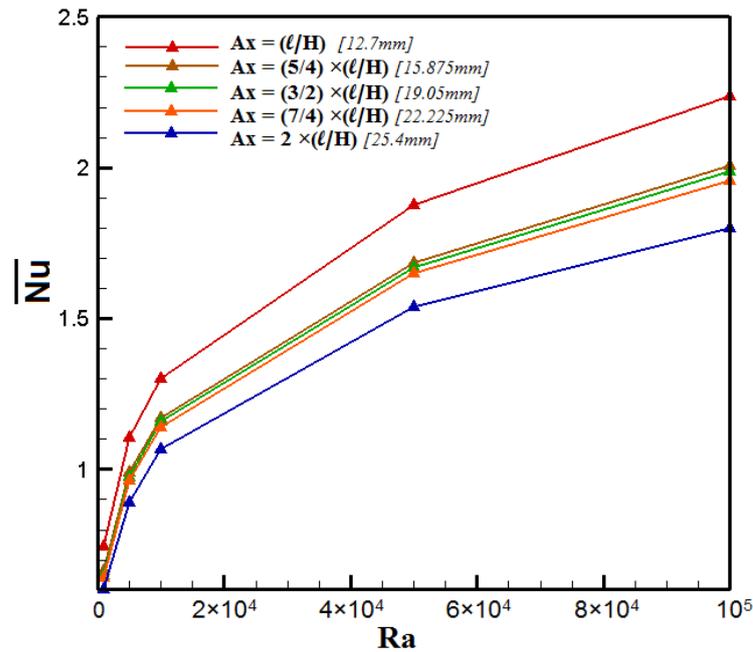
(a)



(b)

Figure_III.26 Profils des températures sur le plan (x-y) au milieu de l'enceinte à ($Z = 2$), pour l'espacement $d = l/H$, et en fonction du rapport d'aspect : (a) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (b)

$$Ax = 2 \times (l/H)$$

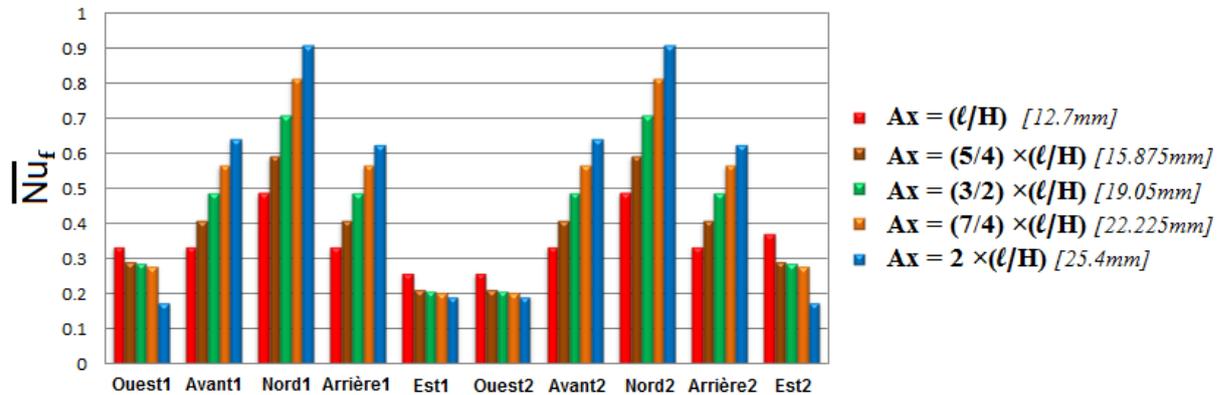


Figure_III.27 Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction du rapport d'aspect (Ax) et nombre de Rayleigh

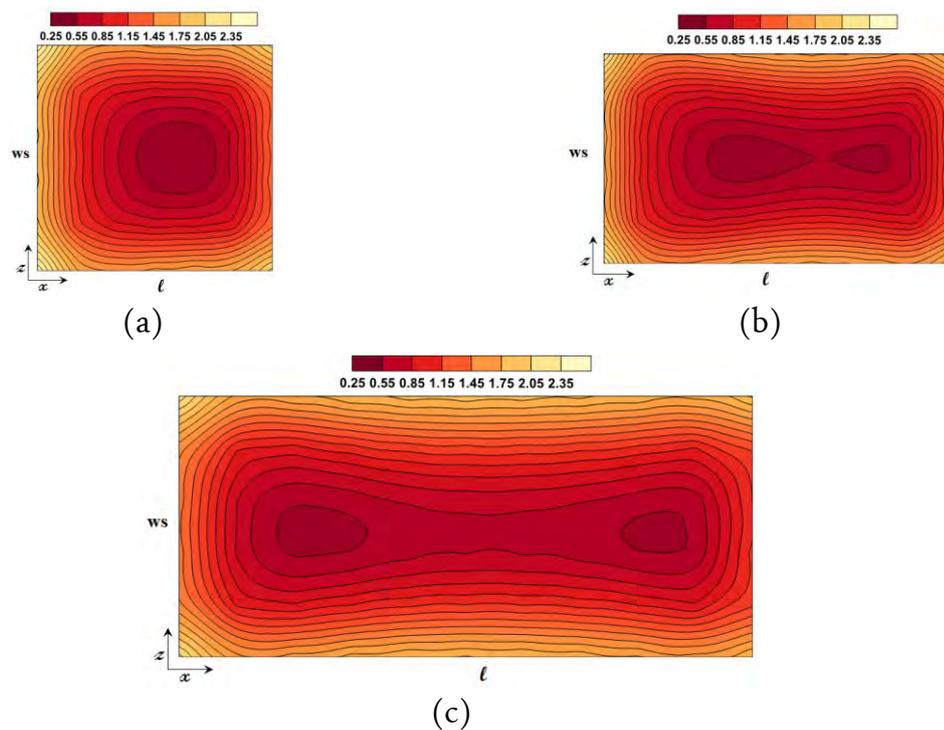
Afin de voir le taux de transfert de chaleur au niveau des composants, nous consultons les Figures_III.28 donnant la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de surface sur les faces des composants en termes de rapport d'aspect Ax . Nous remarquons alors, que les faces Est1, Ouest2, présentent une légère diminution, due à la nature d'écoulement qu'elle est quasiment la même dans ces régions. Cependant, au niveau des faces Avant, Arrière, et Nord, le nombre de Nusselt varie considérablement en fonction du rapport d'aspect Ax en raison de sa grande surface d'échange thermique. Au moment où, la diminution du transfert de chaleur moyen apparaît clairement sur la face Ouest1 et Est2 de chaque composant, dû au fait que l'augmentation du rapport d'aspect rapproche ces faces aux parois de l'enceinte, ce qui provoque une réduction de la taille de cellule de recirculation (l'air n'est pas suffisamment convectif), ceci revient sans doute à la structure d'écoulement décrite antérieurement.

Pour plus de détails sur l'évaluation du transfert de chaleur, les figures_III.29 illustrent les évaluations du Nusslet local sur la face Nord, la valeur maximale du nombre de Nusselt local se situe sur les bords de la face par rapport à toute la surface, de plus, les valeurs maximales de Nusselt sont situées aux bornes de chaque face, puis se diminuent pour atteindre des valeurs minimales au milieu de chaque face, avec

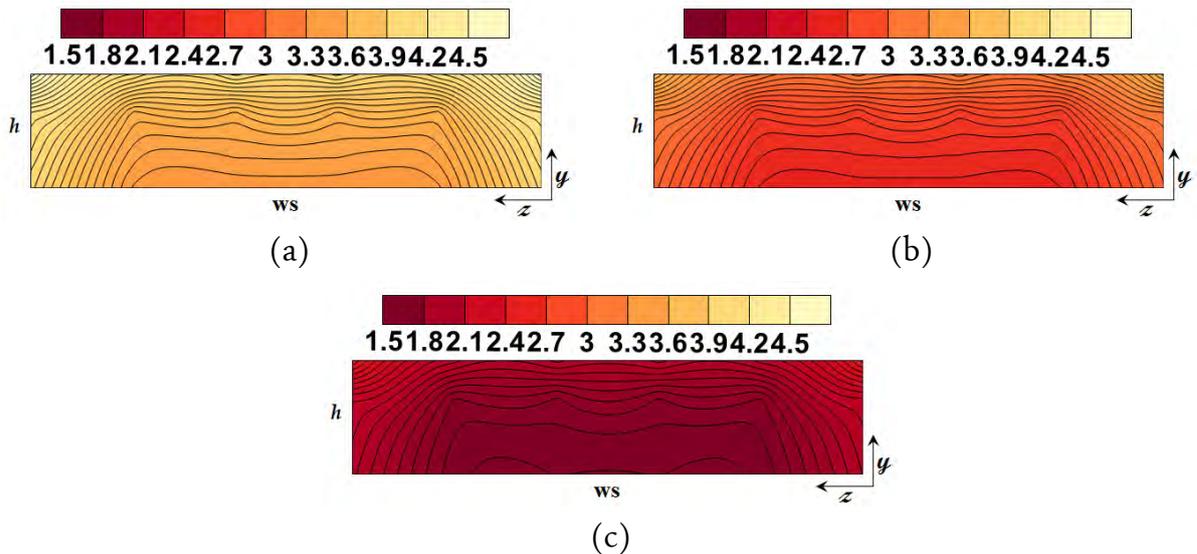
l'augmentation du rapport d'aspect (Ax), nous remarquons que les zones chaudes s'installent sur les côtés de chaque face, ce résultat est bien confirmé avec les figures de III.24, expliqué par la présence des forces de flottabilité et les couches limites thermiques. En outre, l'augmentation du rapport d'aspect (Ax) mène à diminuer le transfert de chaleur sur les faces Ouest (1) et Est (2) des deux composants, ceci est dû au rapprochement aux parois de l'enceinte figure_III.30.



Figure_III.28 Nusselt moyen de chaque face en fonction du rapport d'aspect (Ax) à $Ra = 10^5$



Figure_III.29 Nusselt local (Nu) sur la face Nord en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Ax = l/H$, (b) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (c) $Ax = 2 \times (l/H)$



Figure_III.30 Nusselt local (Nu) sur la face Ouest (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Ax = l/H$, (b) $Ax = 3/2 \times (l/H)$, (c) $Ax = 2 \times (l/H)$

III.7 EFFET DU RAPPORT D'ASPECT SELON LA LARGEUR DES COMPOSANTS (DIRECTION Z)

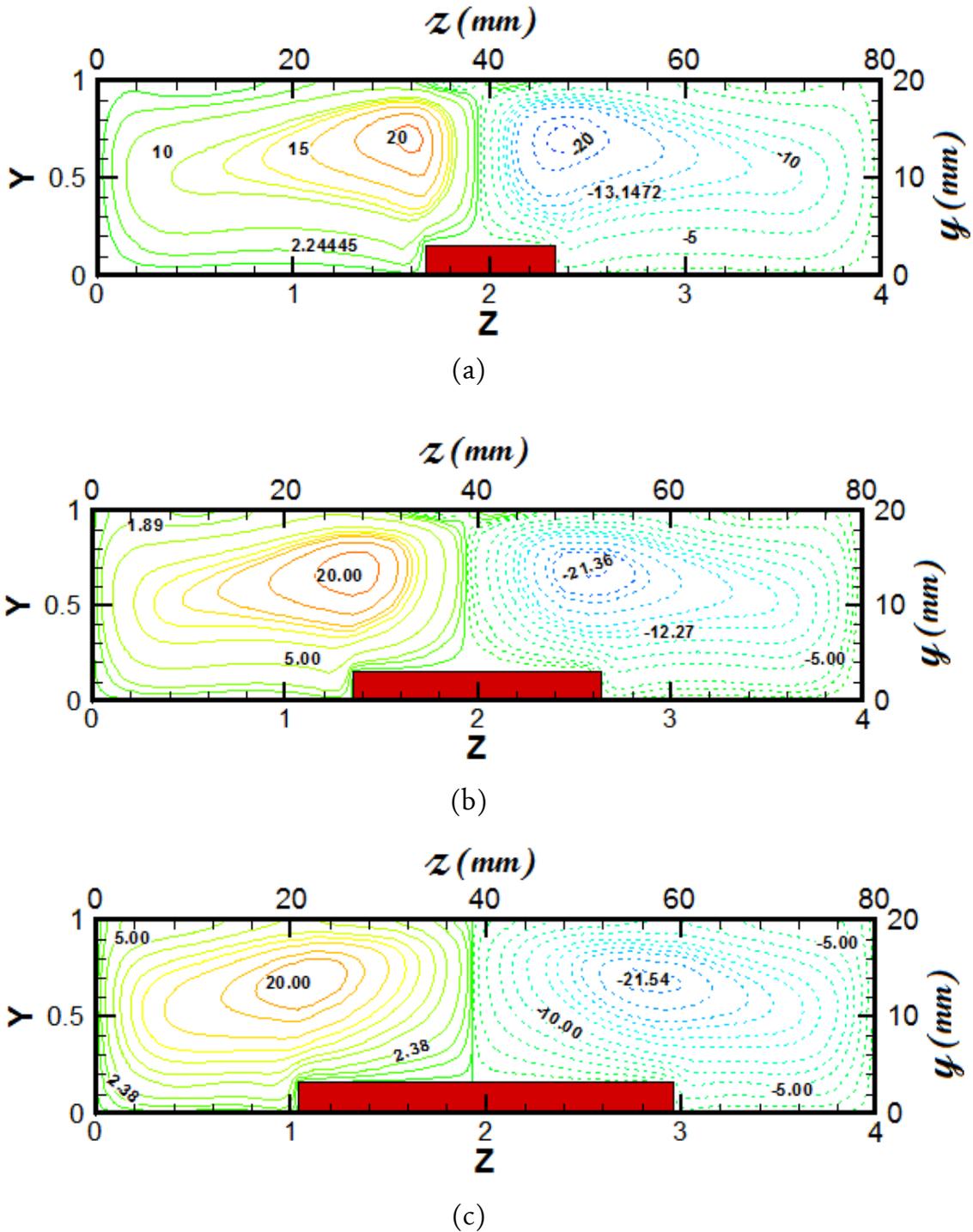
Dans ce cas, nous conservons toujours le cas d'espacement $d = l/H$ à $Ra = 10^5$ comme référence et nous étudions l'influence du rapport d'aspect ($Az = ws/H$, $Az = 2 \times (ws/H)$, $Az = 3 \times (ws/H)$), sur le champ d'écoulement et champ thermique.

III.7.1 Champ d'écoulement

La figure_III.31 nous montre l'évolution des lignes de courant sur le plan (z - y) à ($X = 1.365$) au niveau du premier composant. En effet, nous observons une cellule de recirculation dans le sens de la montre et une autre dans le sens opposé pour tous les cas. Ainsi que le débit augmente davantage avec le nombre de Rayleigh, cependant, ce qui attire notre attention à $Ra = 10^5$ dans le cas de $Az = l/H$, le débit est intensifié près des zones de cisaillement, et très lent à la proche des parois latérales de l'enceinte (dilatation des lignes de courant), d'autre part, avec l'augmentation du rapport d'aspect Az , figures_III.31-b-c, le débit s'améliore dans ces zones (latérale). Au centre des cellules le débit est toujours faible.

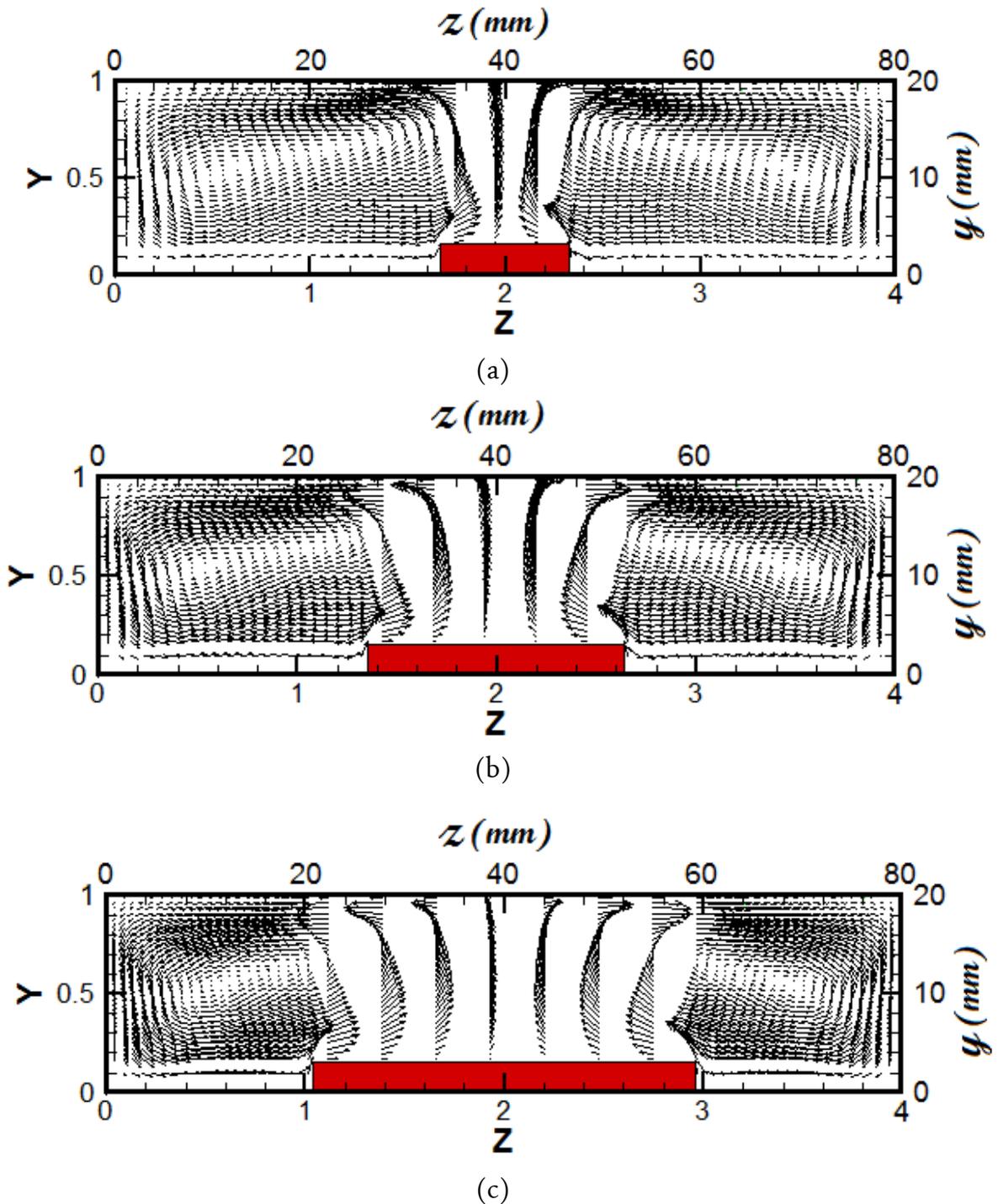
Dans la figure_III.32 nous observons la même analyse que nous avons déjà abordée dans la section (effet du rapport d'aspect (Ax) suivant X), dans lequel, les gradients de

vitesse $\left(\frac{\partial W}{\partial Z}\right)$ se localisent essentiellement au voisinage de chaque composant, construisant une couche limite dynamique qui diminue tout en allant vers le centre de chacun d'eux.



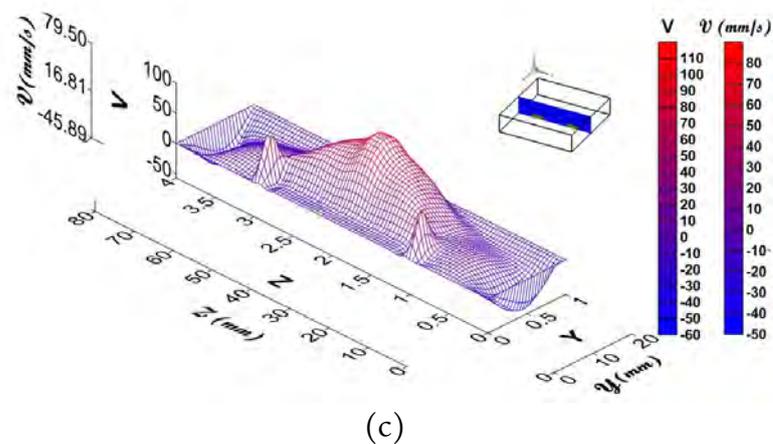
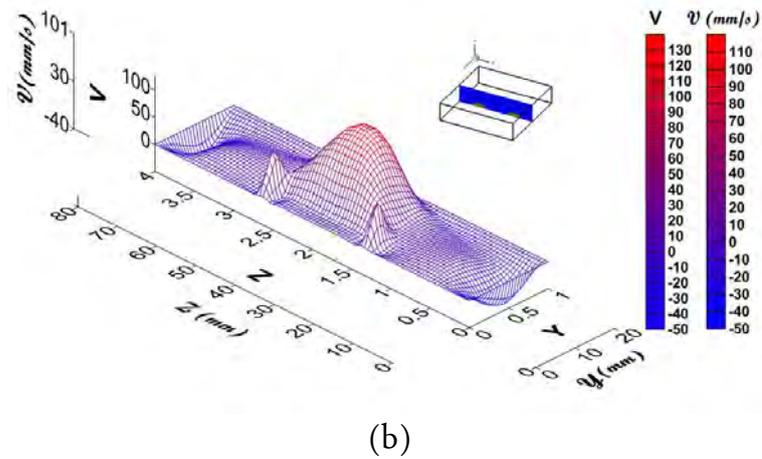
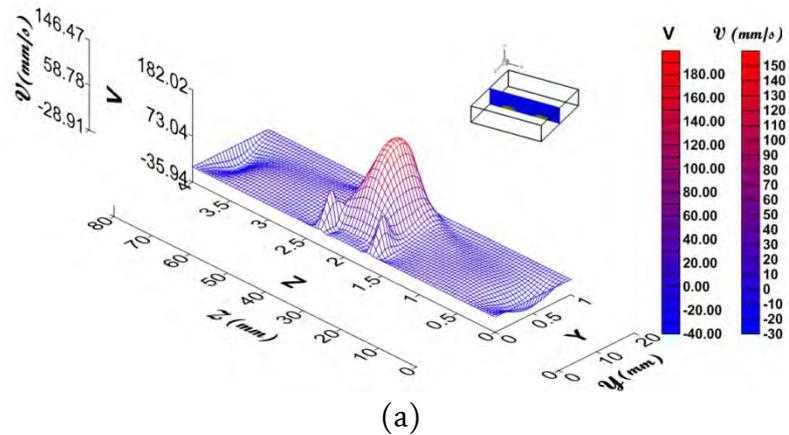
Figure_III.31 Projection des lignes de courant sur le plan $(z-y)$ a $Ra = 10^5$:

(a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$



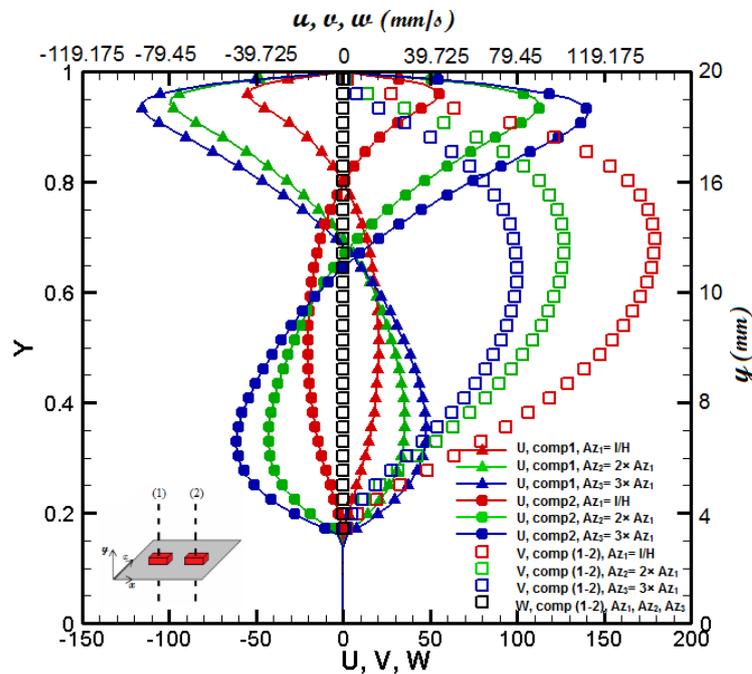
Figure_III.32 Projection des vecteurs de vitesse sur le plan $(z-y)$: (a) $Az = ws/H$,
(b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$

Le comportement de la vitesse V en fonction du rapport d'aspect (Az) est différent au rapport d'aspect (Ax), d'où nous observons dans la figure_III.33 que la valeur maximale de vitesse est au milieu, ce qui estime que sur l'axe de Z la force de flottabilité est dominante au milieu par rapport à la couche limite.



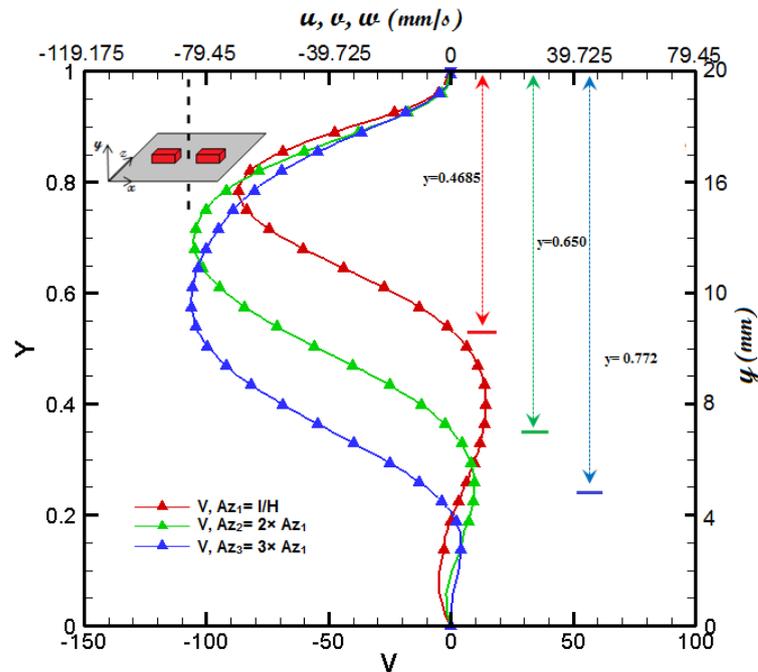
Figure_III.33 Profils de composante de vitesse V à $d = l/H$: (a) $Az = ws/H$,
(b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$

En outre, la figure_III.34 illustre la projection des vitesses aux milieux des composants correspondante à ; $(X_1 = 1.047, X_2 = 2.952, Y, Z = 2)$, $(X_1 = 1.365, X_2 = 2.635, Y, Z = 2)$, $(X_1 = 1.524, X_2 = 2.476, Y, Z = 2)$, elle nous montre que la vitesse V diminue avec l'augmentation du rapport d'aspect (Az) en faveur des autres vitesses. Ce qui nous mène à dire que l'augmentation du rapport d'aspect selon Z affaiblit la force de flottabilité dégagée par les composants. Ce qui nous permet de conclure que l'augmentation du rapport d'aspect nous montre que les profils de vitesse U prennent des allures de décollement indiquant sur la présence des cellules de recirculation, dont le volume de ces cellules est proportionnel au rapport d'aspect Az , mais en revanche la force de flottabilité diminue.



Figure_III.34 Profils des composantes de vitesse au milieu de chaque composant, en fonction du rapport d'aspect (Az)

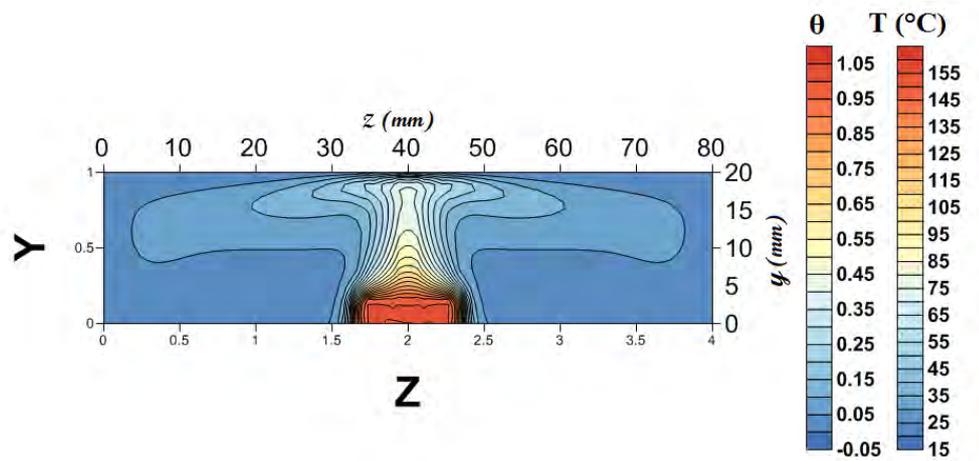
D'autre part, au milieu de cavité à $(X = 2, Y, Z = 2)$, les figures_III.35 montrent pour le cas $Ra = 10^5$, que la nature de profil de la vitesse V produisant alors un décollement, il est bien remarqué que la taille des cellules au milieu de l'enceinte dépend au rapport d'aspect Az .



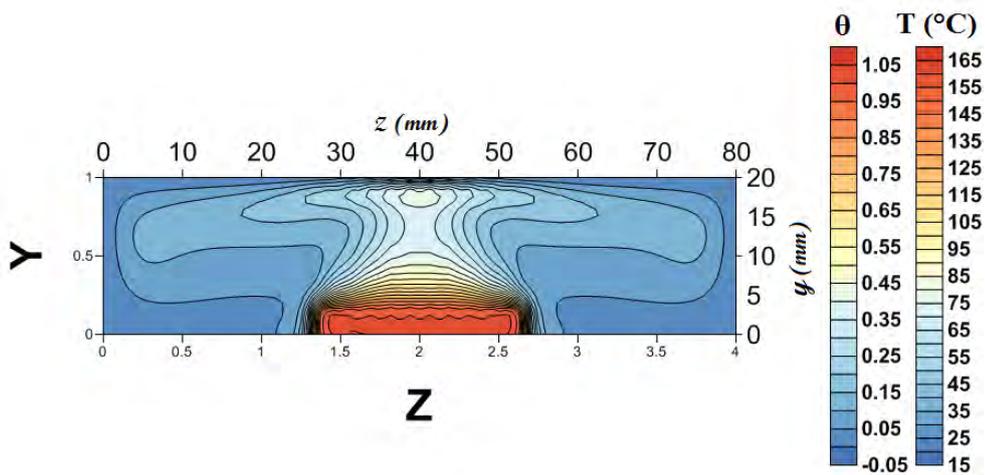
Figure_III.35 Profils des composantes de vitesse au milieu de l'enceinte en fonction du rapport d'aspect (Az)

III.7.2 Champ thermique

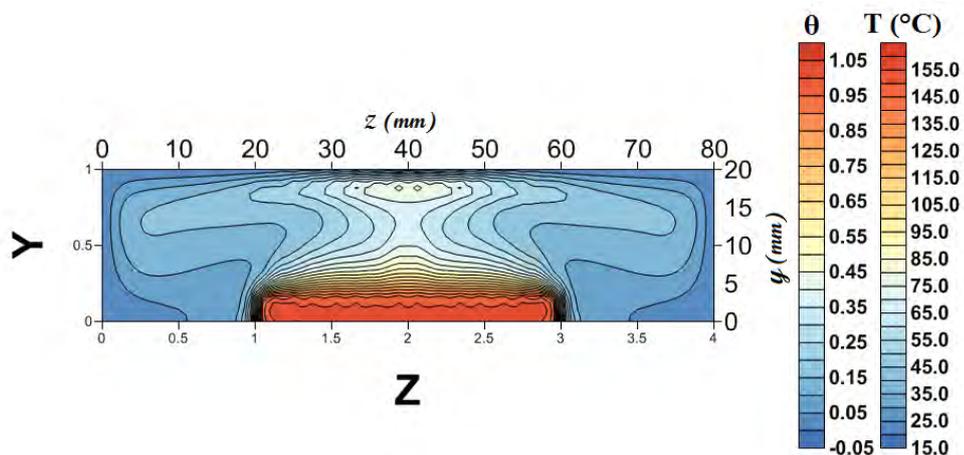
En consultant les figures_III.36 donnant les contours des isothermes pour rapport d'aspect Az , on remarque que, les isothermes s'étendent en occupant une partie considérable de la cavité et présentent une stratification de la température, plus nous augmentons le rapport d'aspect Az , plus les lignes des isothermes chaudes s'étendent de plus en plus menant à réchauffer le fluide, ainsi un mauvais refroidissement pour les composants. Cette extension des isothermes ~~se provoque une distorsion des lignes de courant dans le sens d'écoulement~~, ainsi une réduction des isothermes au voisinage de composant conduisant à une légère augmentation de la couche limite thermique.



(a)



(b)



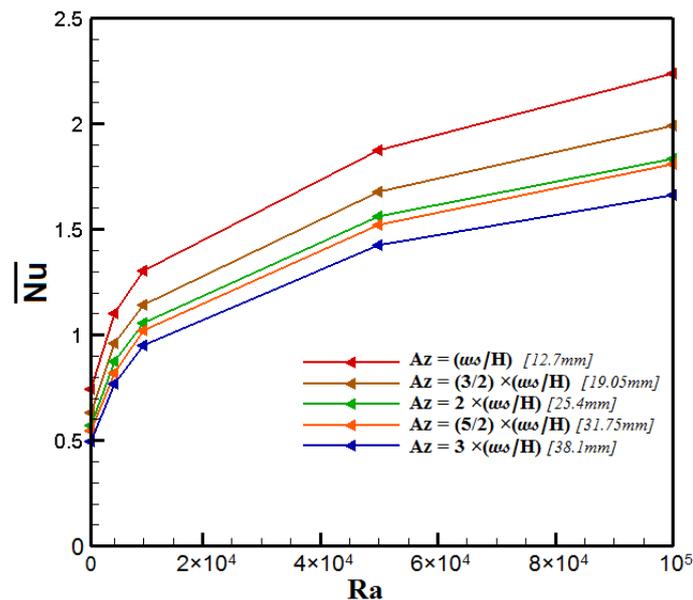
(c)

Figure_III.36: Profils des températures sur le plan (z - y) au milieu de l'enceinte à ($X = 2$) : (a) $Az = l/H$, (b) $Az = 2 \times (l/H)$ (c) $Az = 3 \times (l/H)$

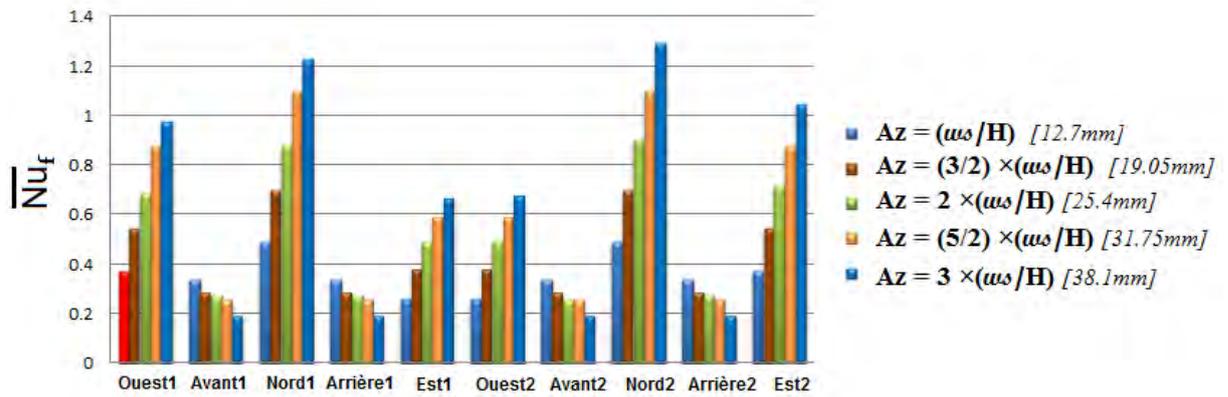
III.7.3 Taux du transfert de chaleur dans les composants

La figure_III.37 montre la variation du transfert de chaleur globale (\overline{Nu}) pour différents rapports d'aspect dans la direction de Z en termes du nombre de Rayleigh, nous constatons que l'augmentation du nombre de Rayleigh améliore le transfert de chaleur, mais il diminue en fonction du rapport d'aspect, cependant, l'augmentation du rapport d'aspect dans la direction Z conduit à réduire le transfert de chaleur sur les faces Avant et Arrière de chaque composant (figure_III.38), peut-être cela est dû au rapprochement de ces faces aux parois froides de l'enceinte (effet des conditions aux limites). Donc, le transfert de chaleur sur les faces Avant et Arrière peut être responsable de cette diminution (figure_III.39).

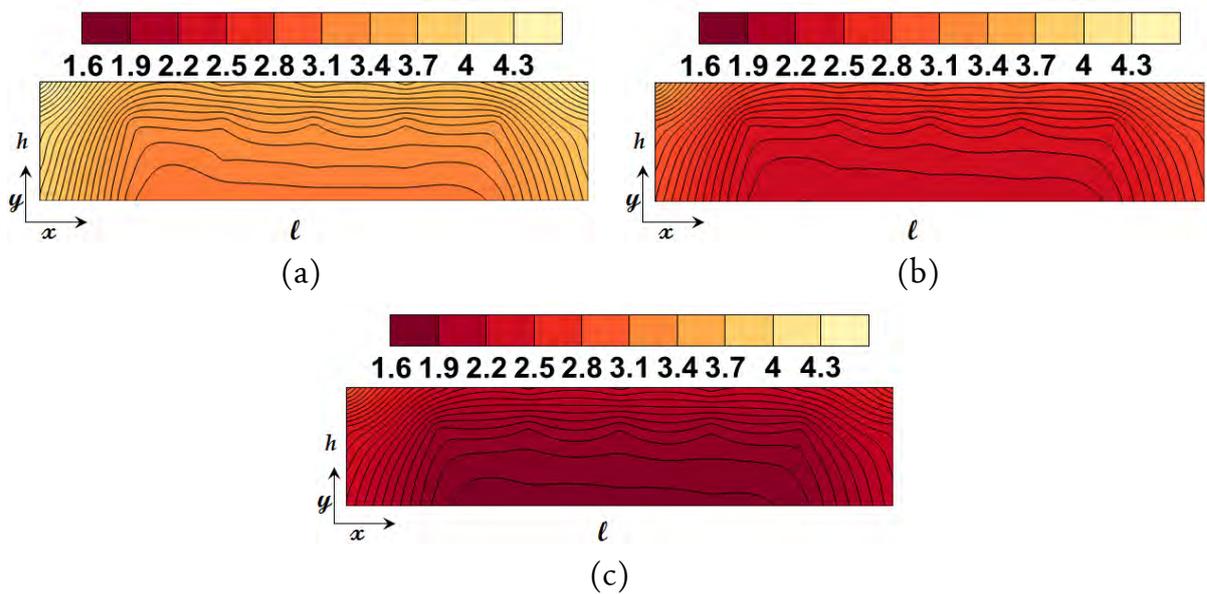
En outre, dans la figure_III.40 les parties moins refroidies sur les faces Nord de chaque composant sont proportionnelles avec l'augmentation du rapport d'aspect, là où il y a la force de flottabilité (démonstré dans les figures_III.33).



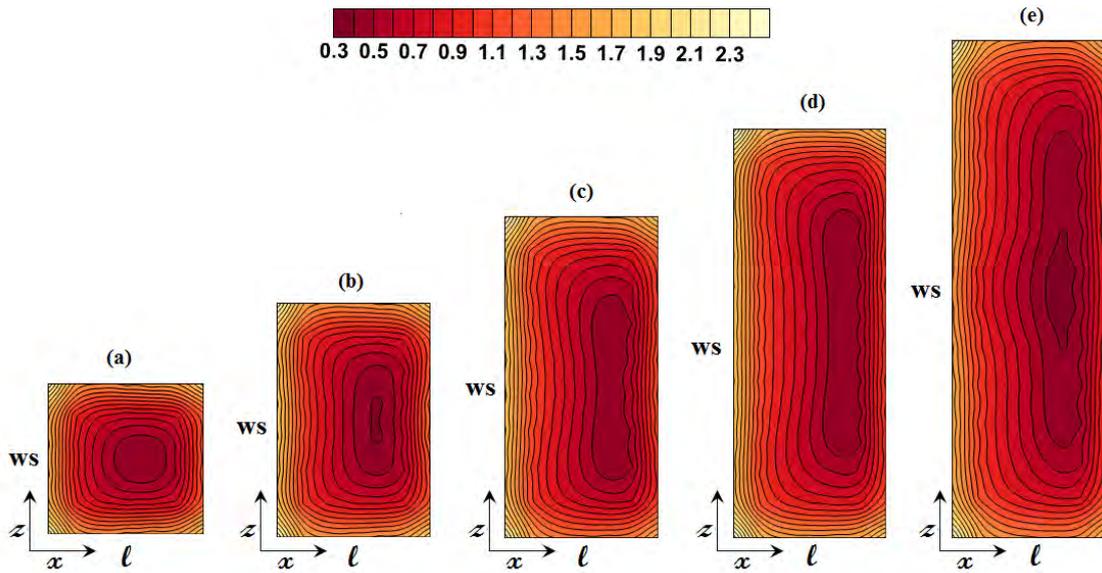
Figure_III.37 Nusselt moyen de composant (1-2) en fonction du rapport d'aspect (Az) et nombre de Rayleigh



Figure_III.38 Nusselt moyen de chaque face des composants, en fonction du rapport d'aspect (Az) à $Ra = 10^5$



Figure_III.39 Nusselt local (Nu) sur la face Avant (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 2 \times (ws/H)$, (c) $Az = 3 \times (ws/H)$



Figure_III.40 Nusselt local (Nu) sur la face Nord (1) en fonction du rapport d'aspect à $Ra = 10^5$: (a) $Az = ws/H$, (b) $Az = 3/2 \times (ws/H)$, (c), $Az = 2 \times (ws/H)$, (d) $Az = 5/2 \times (ws/H)$, (e) $Az = 3 \times (ws/H)$

III. 8. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons discuté les résultats obtenus par le régime laminaire en fonction de certain effet tels que l'effet du nombre de Rayleigh (Ra), l'espacement, et les rapports d'aspect dans les directions X , et Z respectivement. Cette analyse nous à permet de focaliser quelque point essentiel comprenant le comportement du fluide et du transfert de chaleur, qui nous servira dans la discussion des résultats en régime transitoire, dont ce dernier fait objet du prochain chapitre.

Chapitre IV

«Résultats et discussion :

Régime Transitoire»

Sommaire

IV.1 INTRODUCTION	105
IV.2 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE.....	105
IV.3 NOTION D'ÉCOULEMENT INSTATIONNAIRE	106
IV.4 EFFET ESPACEMENT	110
IV.5 EFFET DU RAPPORT DE FORME SUIVANT LA LONGUEUR (A_x).....	130
IV.6 EFET DU RAPPORT D'ASPECT SUIVANT LA LARGEUR DES COMPOSANTS (A_z).....	141
IV.7 CONCLUSION	154

IV.1 INTRODUCTION

Dans le même contexte du chapitre précédent, l'écoulement dans ce chapitre est caractérisé par des nombres de Rayleigh plus élevés, dans le but d'obtenir le début des instabilités dites « cas critique » (la transition d'un régime stable à un régime oscillatoire). Les résultats figurant dans ce qui suit sont visualisés graphiquement par des lignes de courant (Ψ_u) plan ($x-y$), (Ψ_w) plan ($z-y$), et par les nombres de Nusselt (local, moyen et globale de chaque composant). Ce chapitre est divisé en trois parties : la première concerne l'effet d'espacement ($2 \times (l/H)$, $d = l/H$, et $3/4 \times (l/H)$), la deuxième présente l'effet du rapport de forme (Ax) suivant la longueur des composants dans la direction X ($Ax = l/H$, $5/4 \times (l/H)$, et $7/4 \times (l/H)$), et la dernière partie est conçue à l'effet du rapport de forme (Az) suivant la largeur des composants dans la direction Z ($Az = ws/H$, $3/2 \times (ws/H)$, et $5/2 \times (ws/H)$), dans lequel, le cas d'espacement ($d = l/H$) est représenté par ($Ax = l/H$), et ($Az = ws/H$) dans les effets du rapport de forme dans les directions X, et Z, respectivement.

IV.2 EFFET DU MAILLAGE SUR LA SOLUTION NUMERIQUE

Le choix arbitraire des mailles est souvent trompeur sur la qualité des résultats numériques. Pour plus de précisions dans la solution instationnaire, des tests ont été réalisés pour des grilles non uniformes (82×82×82 nœuds), (102×102×102 nœuds) et (122×122×122 nœuds) pour certains paramètres, spécifiquement le nombre de Rayleigh critique.

A partir du tableau_IV.1, il est constaté que le passage de maillage (102×102×102 nœuds) au maillage (122×122×122 nœuds) ne va pas forcément changer la solution, mais il demande un temps de calcul plus élevé, de plus la diminution de subdivision des mailles agrandit les erreurs d'arrondissements, donc, un maillage de (102×102×102 nœuds) est suffisant pour achever nos calculs.

Tableau_IV.1 Influence des densités des maillages sur différents paramètres

	U_{max}	V_{max}	W_{max}	Ra_{cr}
82×82×82 nœuds	430.583	609.684	434.061	9.2×10^5
102×102×102 nœuds	431.068	610.048	435.119	8.8×10^5
122×122×122 nœuds	431.366	610.271	435.128	8.7×10^5

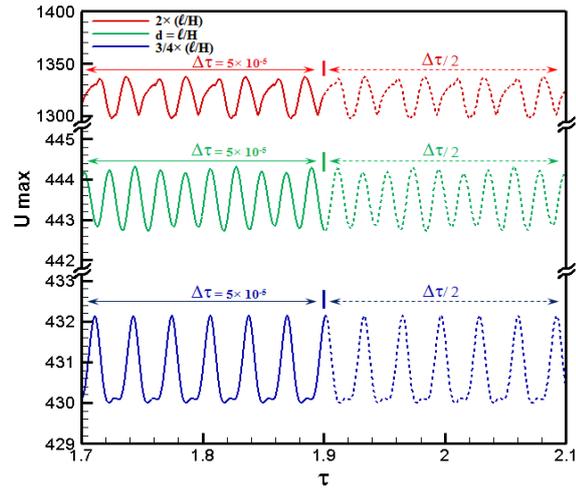
IV.3 NOTION D'ÉCOULEMENT INSTATIONNAIRE

Lorsqu'un fluide est en repos à n'importe quelle perturbation aléatoire, l'écoulement s'amortit et revient à son état d'équilibre. Quand le nombre de Rayleigh dépasse une certaine valeur dite « critique », un phénomène de bifurcation s'établit, provoquant des perturbations instables, aléatoires, et périodiques, qui apparaissent clairement sur le fluide [65], dans lequel ses paramètres sont illustrés d'une manière oscillatoire dans le temps.

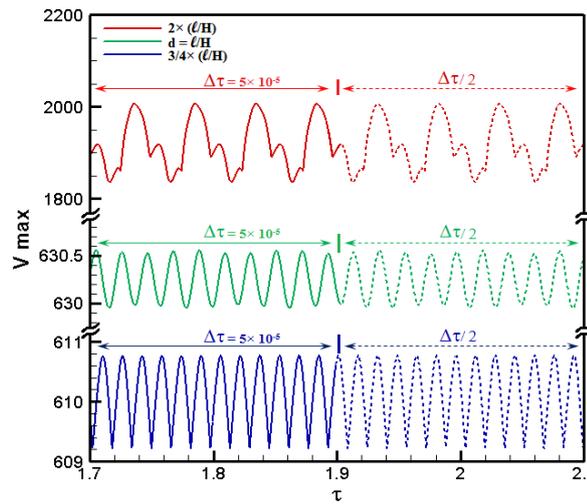
Effectivement, la détection de l'état critique dépend principalement de la détermination du nombre de Rayleigh critique et sa fréquence en correspondance, alors en faisant le balayage ascendant du nombre de Rayleigh pour un pas du temps $\Delta\tau$ à partir de l'état permanent à $Ra = 10^5$ (voir chapitre précédent) jusqu'à nous atteignons le seuil de transition envisagé, c.-à-d. début des oscillations.

Pour éviter les oscillations numériques produites par les erreurs d'arrondissement, ou par les imprécisions des machines de calculs, nous divisons le pas du temps ($\Delta\tau/2$), puis nous observons de nouveau les amplitudes de ces oscillations, si ces dernières seront identiques aux précédentes, nos résultats sont réellement physiques.[58], [66-68]. Les figures_IV.1, IV.2 et IV.3 présentent l'évaluation temporelle des vitesses maximales pour tous les effets traités dans ce chapitre (espacement, rapport de forme (Ax), et (Az)).

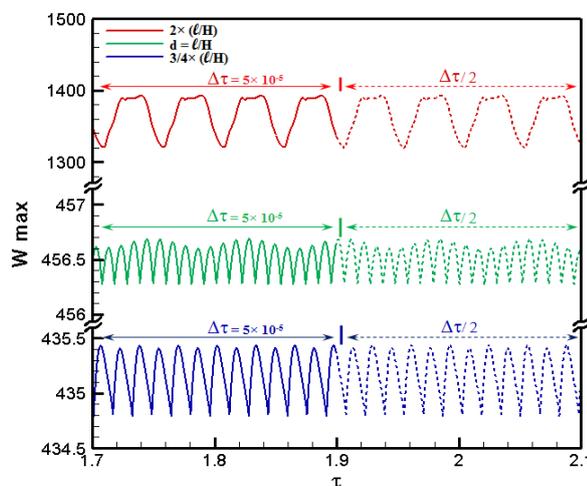
Pour la représentation d'évolution temporelle des différents paramètres d'écoulement dans les sections suivantes, nous avons choisi quelques nœuds arbitrairement dans le domaine du calcul du maillage (102×102×102 nœuds) afin de capter leurs instabilités. Les nœuds choisis sont récapitulés dans le tableau_IV.2



(a)

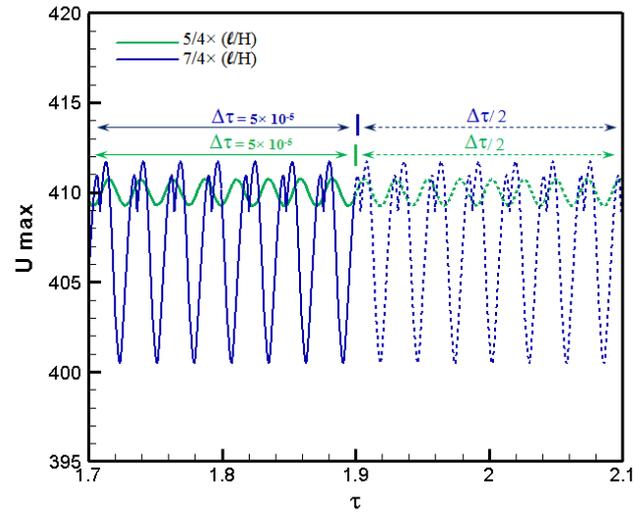


(b)

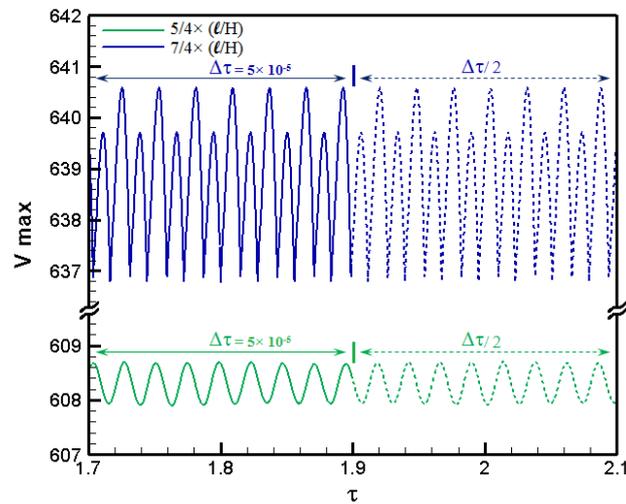


(c)

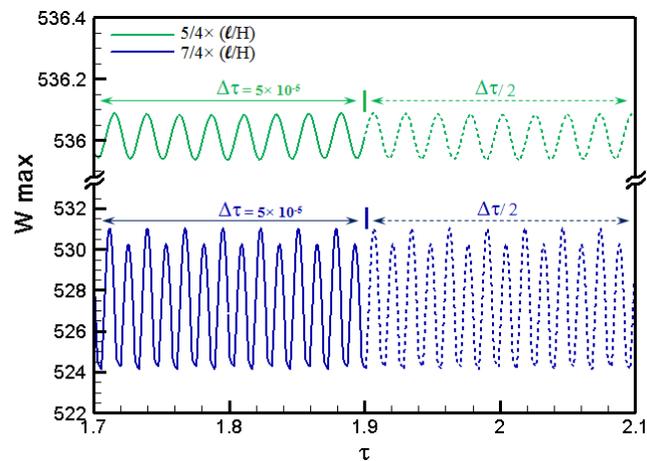
Figure_IV.1 Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction d'espacement



(a)



(b)



(c)

Figure IV.2 Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction du rapport de forme Ax

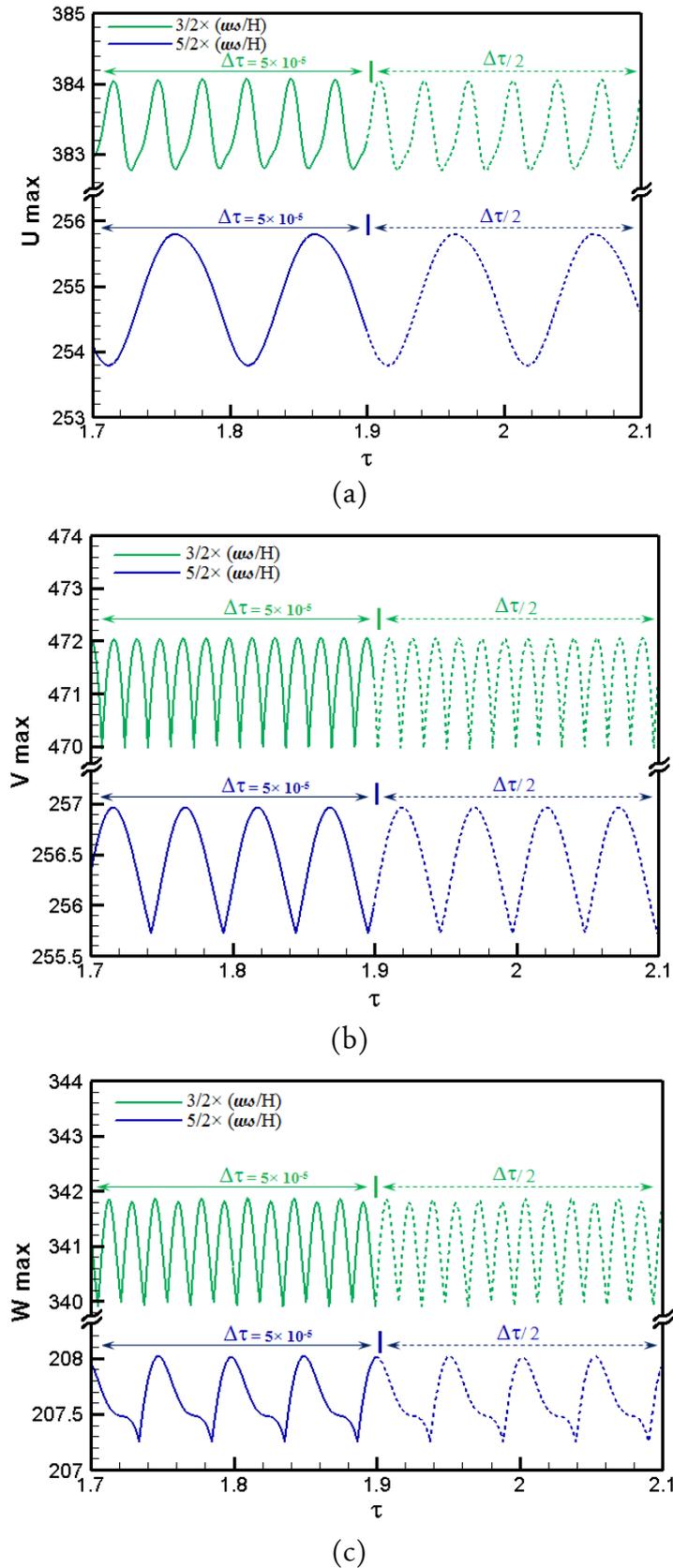


Figure IV.3 Evolution temporelle des vitesses maximales : (a) U_{max} , (b) V_{max} , (c) W_{max} , démontrant les instabilités physiques à l'état critique en fonction du rapport de forme Az

Tableau_IV.2 Les positions locales des nœuds choisis dans le domaine de calcul

Nœuds		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
Espacement	2× (l/H)	(28,15,40)	(43,20,67)	(52,15,52)	(57,20,40)	(76,15,67)
	d= l/H	(20,15,40)	(37,20,67)	(53,15,52)	(63,20,40)	(84,15,67)
	3/4× (l/H)	(19,15,40)	(38,20,67)	(53,15,52)	(64,20,40)	(84,15,67)
Rapport d'aspect (Ax)	5/4× (l/H)	(23,15,40)	(38,20,67)	(53,15,52)	(62,20,40)	(80,15,67)
	7/4× (l/H)	(25,15,40)	(35,20,67)	(54,20,52)	(66,20,40)	(80,15,67)
Rapport d'aspect (Az)	3/2× (ws/H)	(20,15,43)	(37,20,64)	(53,15,52)	(63,20,43)	(84,15,64)
	5/2× (ws/H)	(20,15,46)	(37,20,58)	(53,15,52)	(63,20,43)	(84,15,64)
Emplacement adimensionnel		(0.64- 2.413- 1.388)	(1.58- 0.285- 2.748)	(2.036- 0.240- 2.068)	(2.27- 0.285- 1.388)	(3.380- 2.413 - 2.749)

IV.4 EFFET ESPACEMENT

Pour les trois cas d'espacements étudiés ($2 \times (l/H)$, $d = l/H$, $3/4 \times (l/H)$), le début des instabilités sont détectées aux valeurs de Rayleigh critiques ($Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$), respectivement, et sont interprétées dans les figures_IV.4, IV.5, et IV.6 par des courbes oscillatoires et périodiques de différents paramètres adimensionnels tels que les composantes de vitesse U , V et W , et de température θ aux points P_1 , P_3 , et P_4 . Il est remarquable que les amplitudes de ces nœuds soient différentes d'un point à un autre suivant les composantes des vitesses. Cela conduit à conclure que les amplitudes des oscillations dépendent au positionnement des points ce qui servira à détecter les zones de perturbation. Une conclusion similaire a été retenue par *Afrid et al.* [66] dans leur article cité par cette expression ; «*Knowing where these amplitudes are highest is useful in controlling experimental work, for it can help in locating the probes for tracking the instability threshold*».

Nous apercevrons également les amplitudes des températures qui sont plus petites que celles des vitesses, ceci peut être expliqué par la domination de la diffusivité thermique qu'elle a un effet stabilisateur sur l'écoulement.

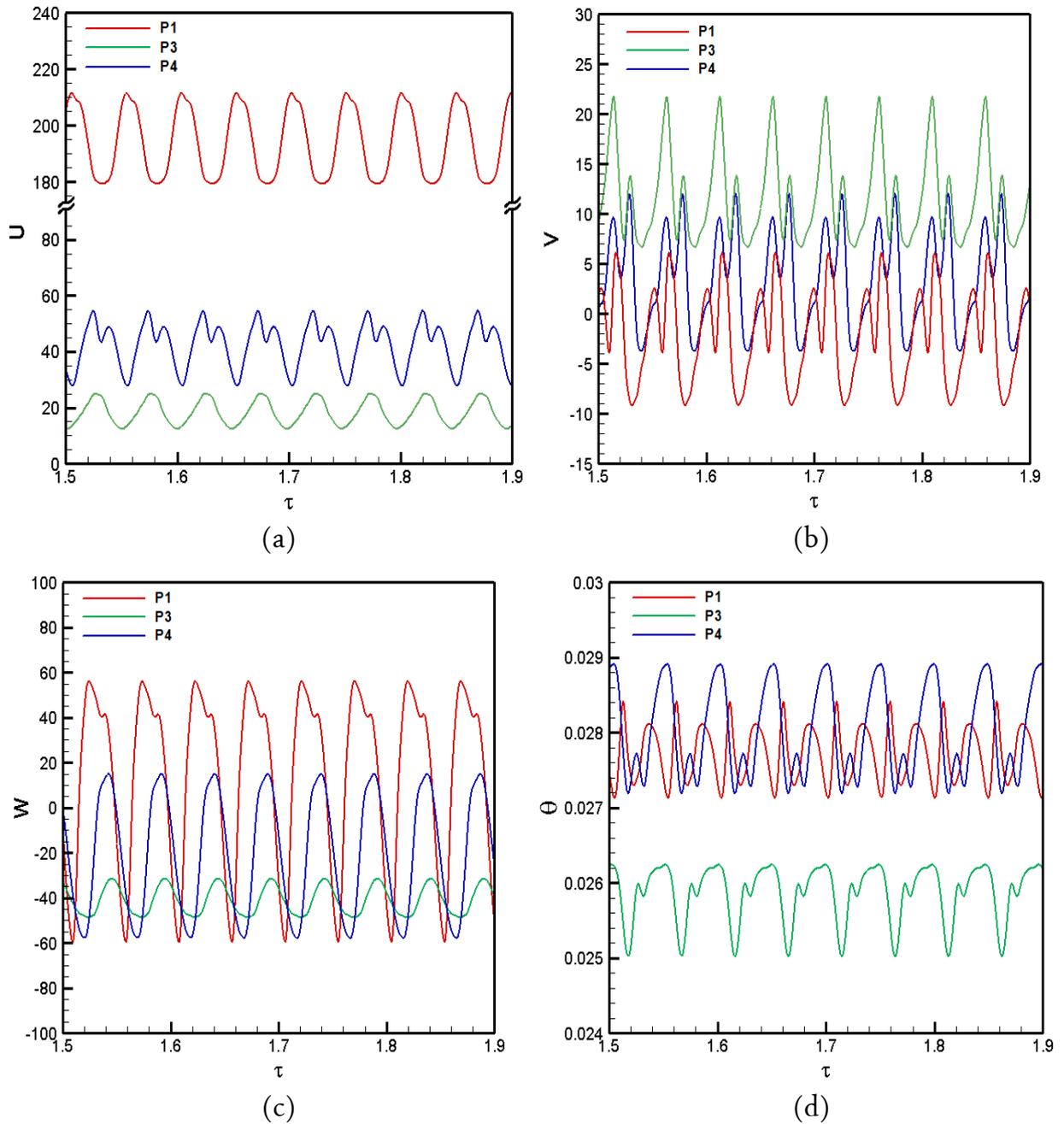
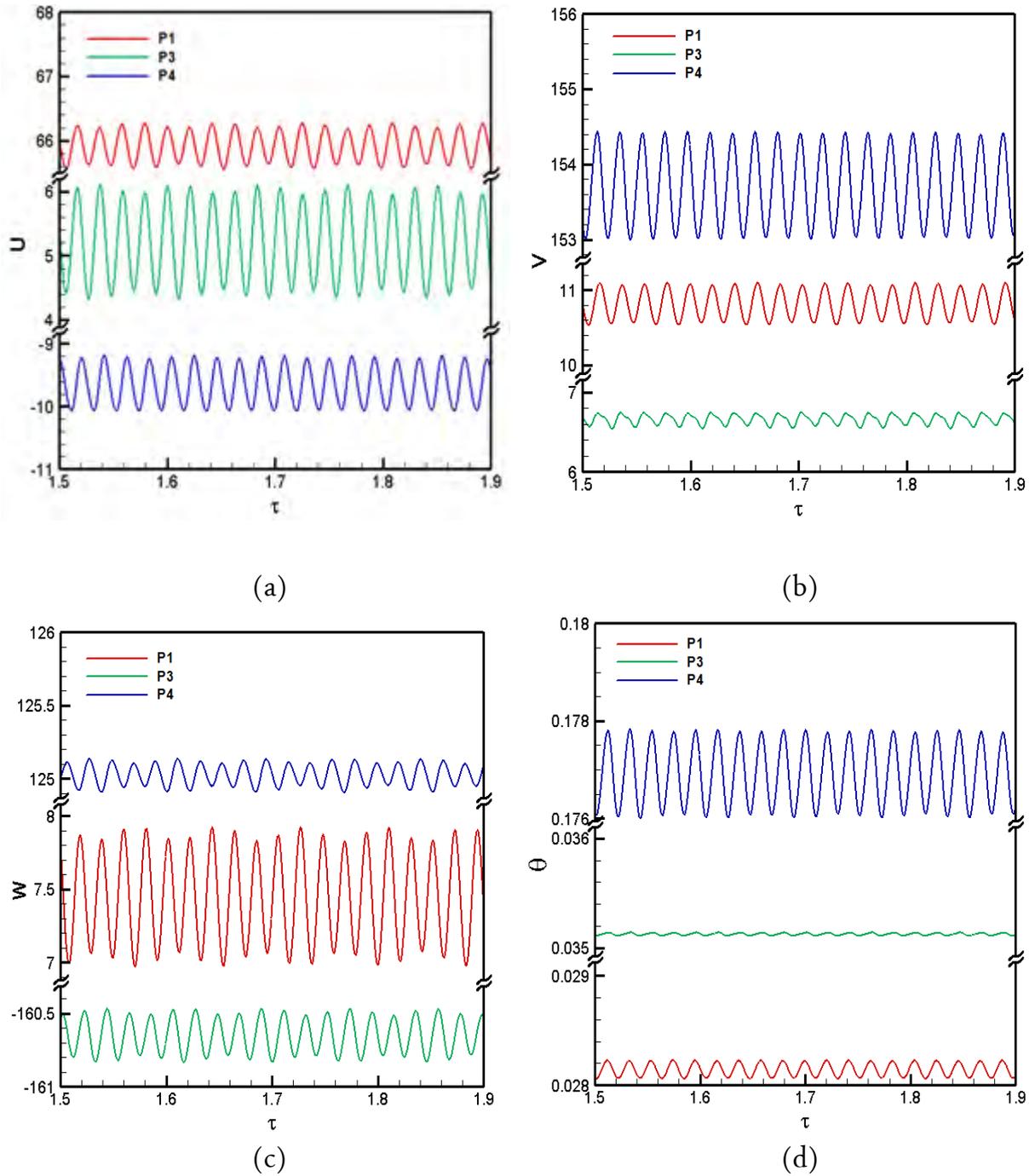


Figure IV.4 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température, (d) θ , aux points (P_1 , P_2 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$



Figure_IV.5 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_3 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$

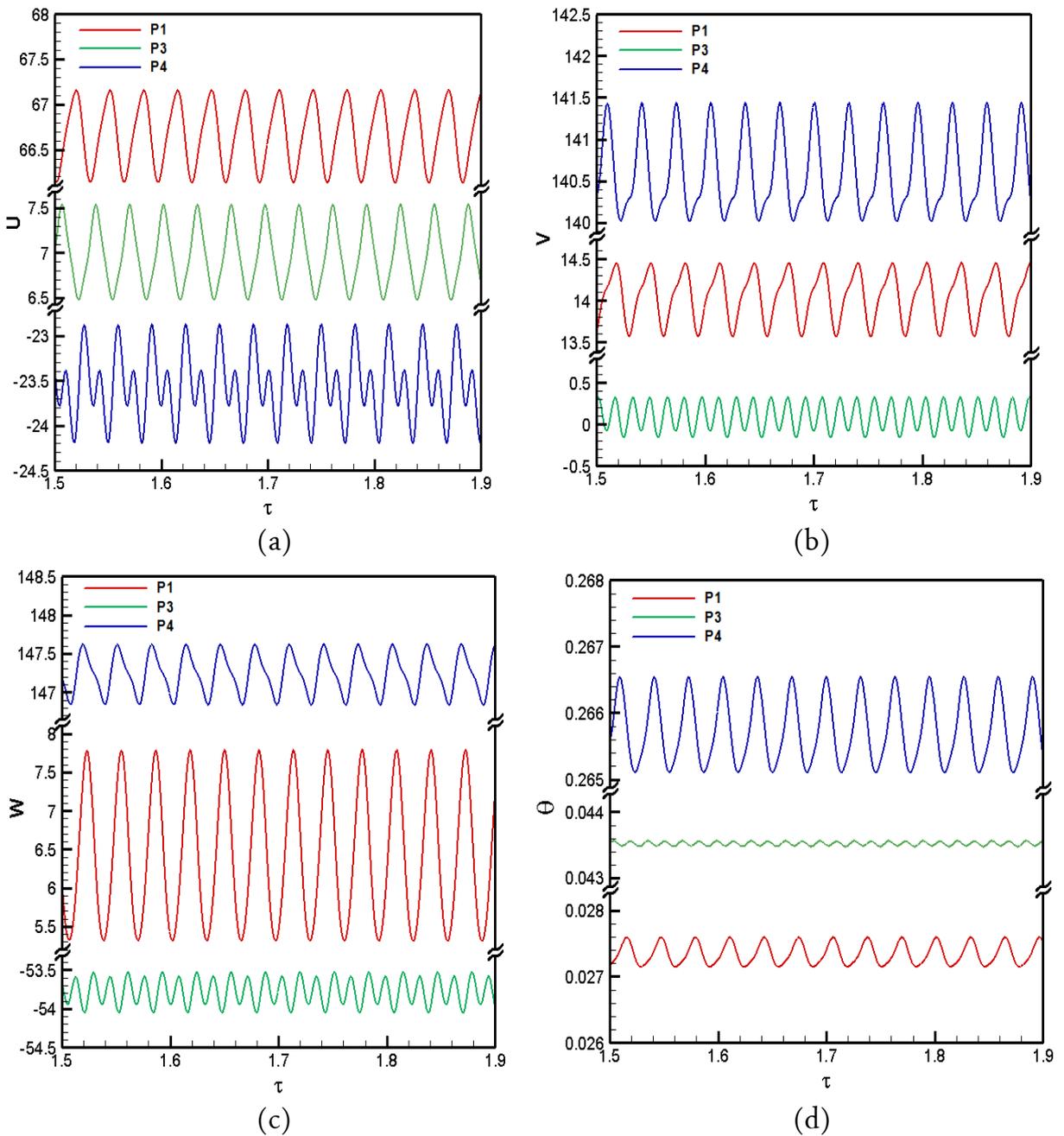


Figure IV.6 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température, (d) θ , aux points (P_1 , P_3 , et P_4), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$

Afin d'obtenir les fréquences critiques, nous utilisons la transformée de Fourier (FFT) [69] pour les évolutions temporelles des paramètres adimensionnelles à la puissance de 2. Cette transformée est multipliée par son conjugué et divisée par 2 pour obtenir la densité du spectre d'énergie $E(PSD)$, d'où les fréquences sont définies par ; $Fr =$

$k/(N\Delta\tau)$, $\Delta\tau$ est l'incrément adimensionnel du temps, $k = 1, \dots, N/2$. Ces fréquences correspondent au pic logarithmique du spectre d'énergie normalisé par $N^2(\log(E(Fr)/N^2))$, où N est le nombre d'échantillons, dans notre cas il est pris par $N = 2^{16}$. [58], [66-68].

Donc, cette fréquence adimensionnelle prédominante (régnant dans le fluide) est illustrée dans les figures IV.7, IV.8, IV.9 par le plus grand pic ($Fr_{cr} = 39.95$), qui correspond aux écoulements provenant des zones de recirculation principales ayant plus d'énergie cinétique et thermique, suivie par des pics secondaires signifiant l'existence d'autres zones de recirculation auxiliaires ayant des faibles énergies [69], [70]. D'après l'observation de la figure IV.7, il est noté que la fréquence prédominante est considérée la même dans tout le domaine du fluide [66].

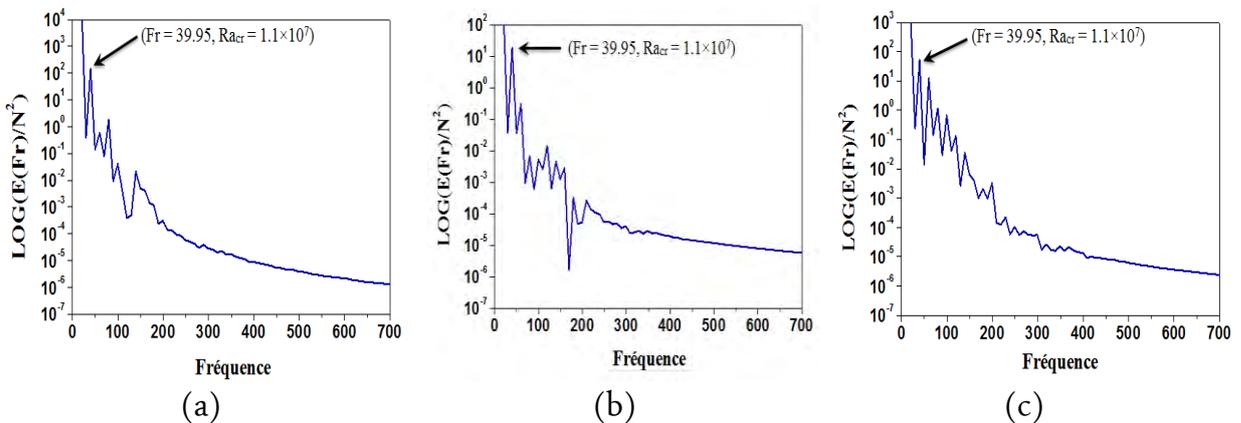


Figure IV.7 Energie spectrale en fonction de la fréquence aux : (a) point P_1 , (b) point P_3 , (c) point P_4 , pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et l'espacement $2 \times (l/H)$

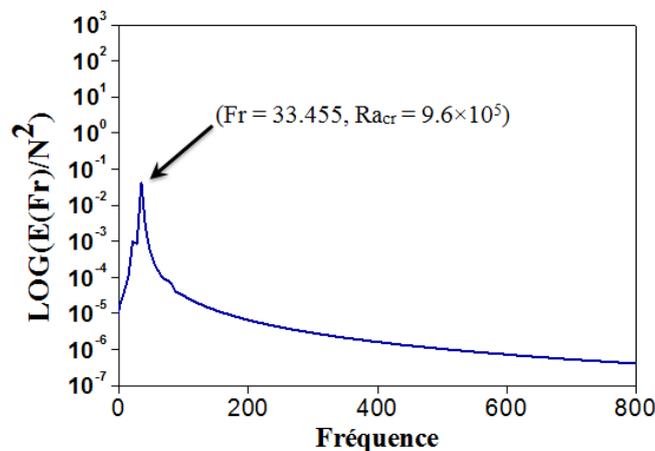


Figure IV.8 Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d=l/H$

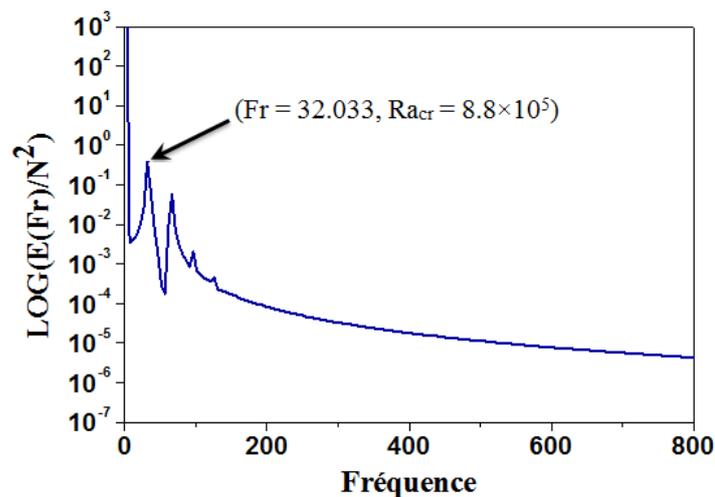
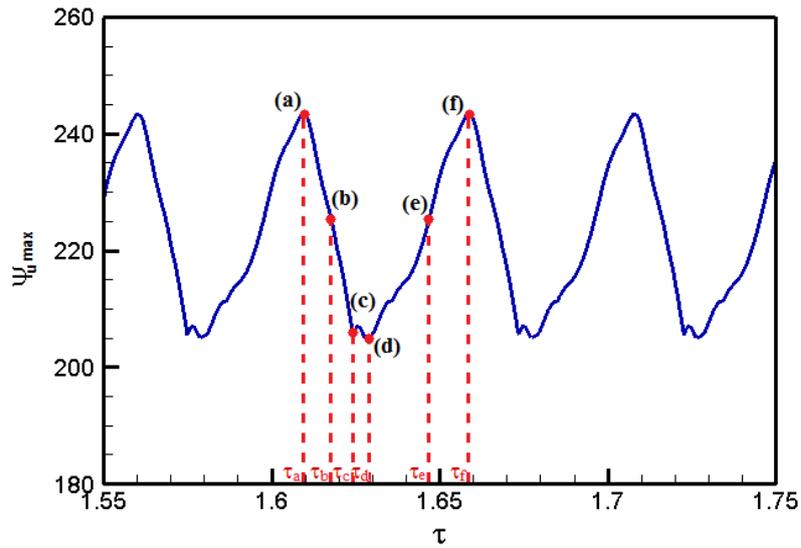


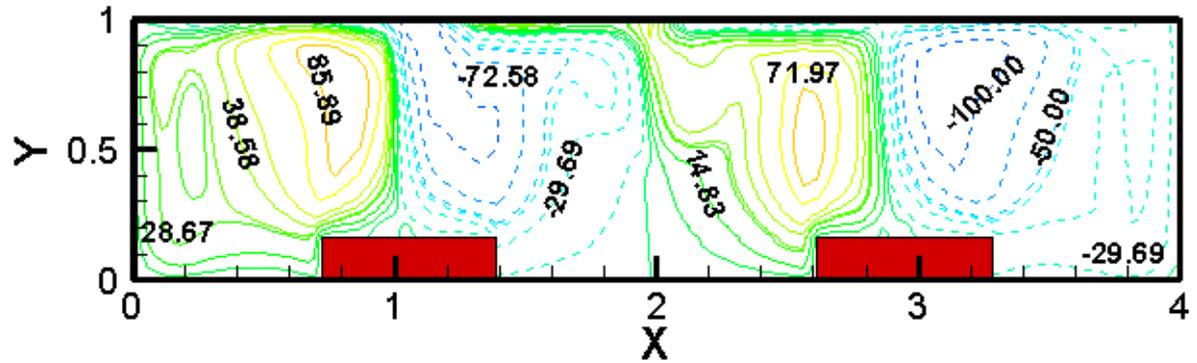
Figure IV.9 Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$

Pour plus d'explication sur la nature de ce phénomène, il nous a paru intéressant de présenter dans les figures IV.10, IV.12, et IV.14 l'évolution temporelle de la fonction de courant maximale ψ_{u_max} suivi par son historique ψ_u au milieu de la cavité dans des instants bien déterminés (figures IV.11, IV.13, IV.15), à travers ces figures nous essayons d'élucider physiquement l'aspect périodique de ces oscillations.

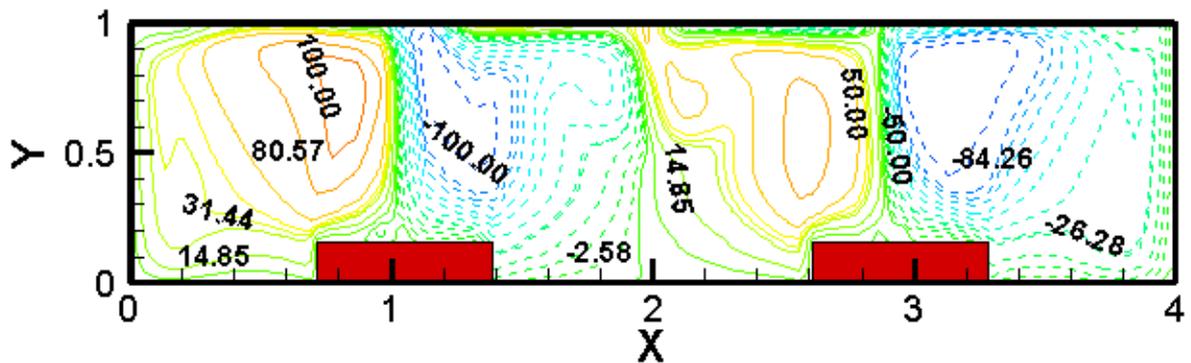
Dans le cas d'espacement $2 \times (l/H)$ à l'instant ($\tau_a = 1.609$) présenté sur la figure IV.11-a, nous observons une légère dilatation des lignes de courant dans les cellules de recirculation centrales accompagnées d'une contraction dans les cellules de recirculation latérales (débit intensifié) à cause de l'apparition des petites cellules auxiliaires, d'où les perturbations sont plus importantes au niveau de leurs couches de cisaillement. A l'instant ($\tau_c = 1.624$), figure IV.11-c, le phénomène s'inverse d'une manière nous remarquons la création des petites cellules secondaire dans les cellules centrales et leurs disparitions dans les cellules latérales, ce changement d'allure continue en fonction du temps ($\tau_d = 1.629$, $\tau_e = 1.646$) figures IV.11-d-e, jusqu'à l'instant ($\tau_f = 1.658$) figure IV.11-f qui représente une structure semblable à l'instant (τ_a). Ce que signifie que l'écoulement s'effectue d'une manière périodique, autrement dit une lisible bifurcation s'est concrétisée.



Figure_IV.10 Evolution temporelle de fonction de courant (Ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e et f), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$



(a) $\tau_a = 1.6091$



(b) $\tau_b = 1.61756$

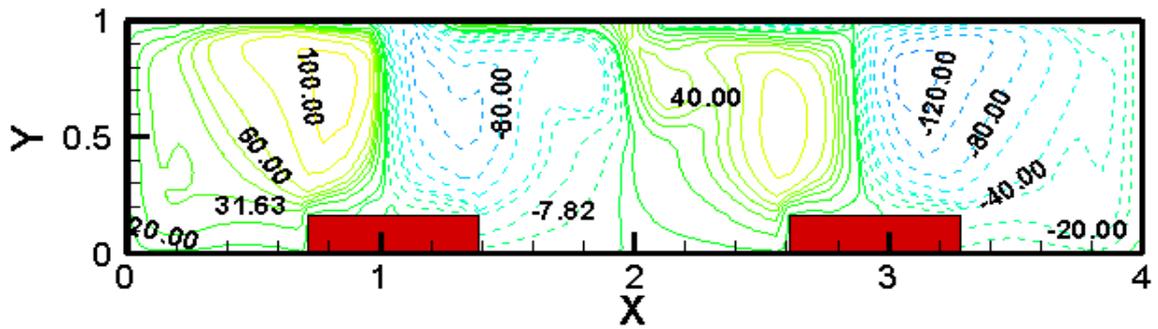
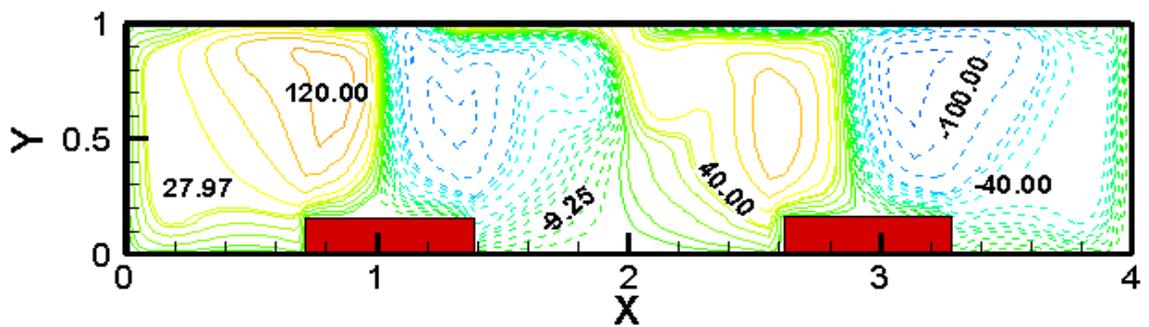
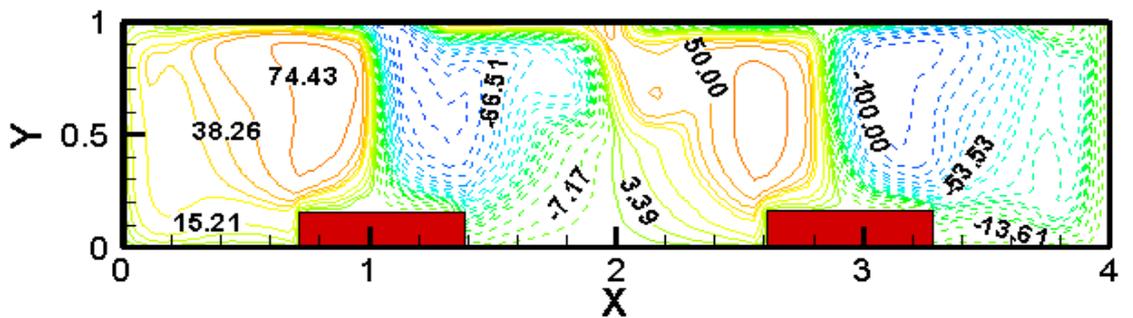
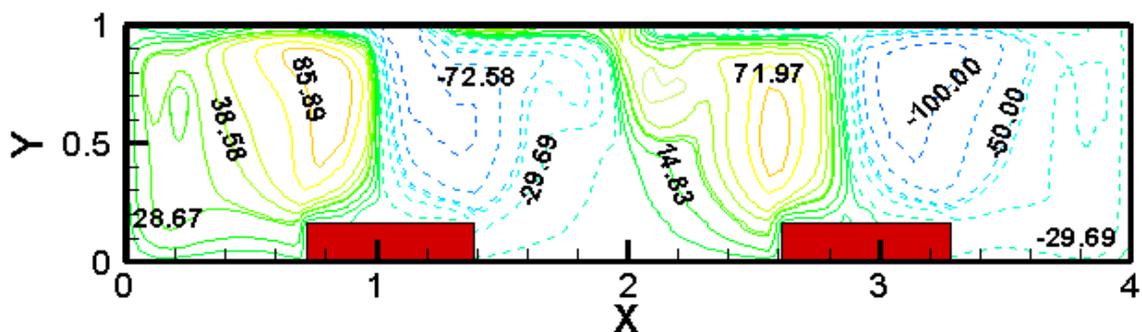
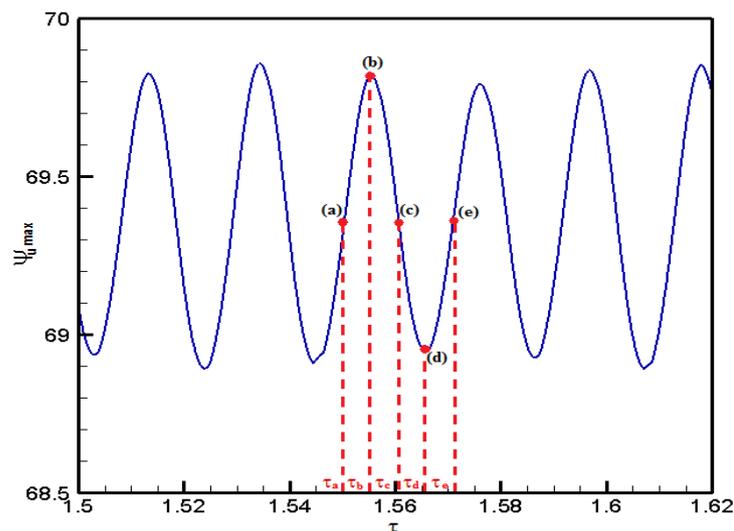
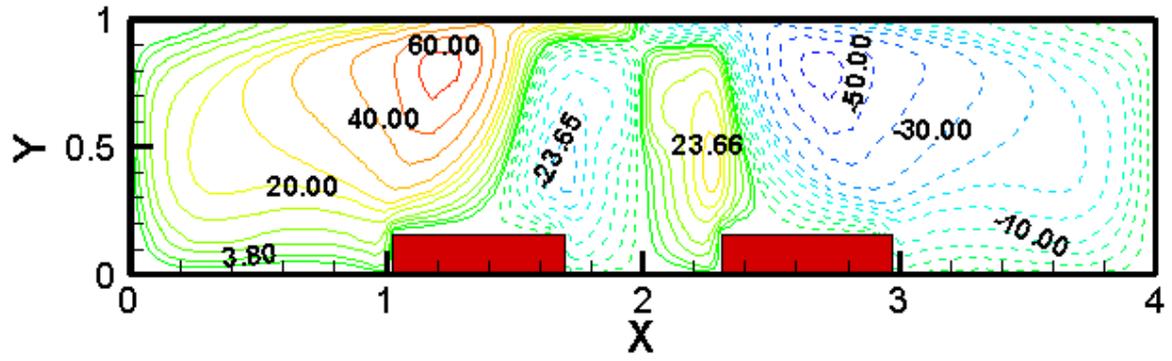
(c) $\tau_c = 1.62382$ (d) $\tau_d = 1.62861$ (e) $\tau_e = 1.64664$ (f) $\tau_f = 1.65842$

Figure IV.11 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (Ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.6091$, (b) $\tau_b = 1.61756$, (c) $\tau_c = 1.62382$, (d) $\tau_d = 1.62861$, (e) $\tau_e = 1.64664$, (f) $\tau_f = 1.65842$, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et l'espacement $2 \times (l/H)$

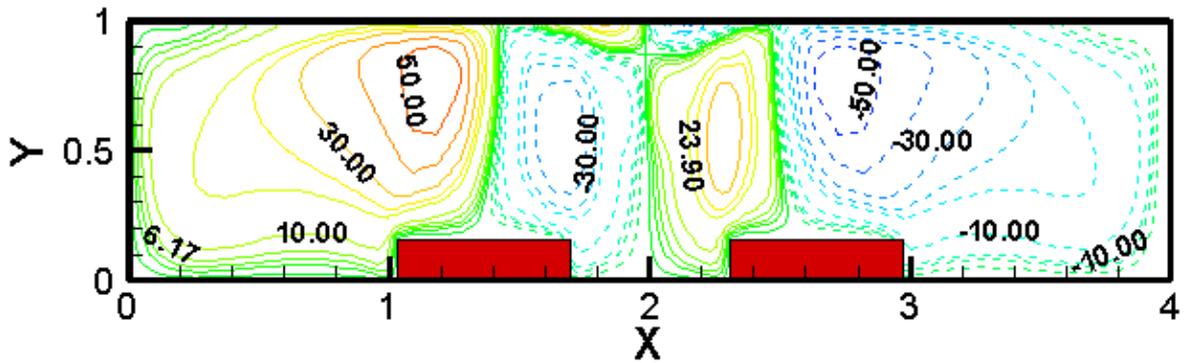
Pour le cas d'espacement ($d = l/H$), la figure_IV.12 accompagnée de la figure IV.13 montrent quelques portraits des lignes de courant au milieu de l'enceinte, à l'instant ($\tau_a = 1.503$) (figure_IV.13-a), l'écoulement est lent sur les zones latérales de l'enceinte fait voir par la dilatation des lignes de courant, en revanche, le débit est quantifié au niveau des couches de cisaillement dans la région centrale, vu par la contraction des lignes de courant, à l'instant ($\tau_b = 1.555$) (figure_IV.13-b), nous observons la croissance des cellules centrales accompagnées de l'apparition de deux cellules secondaires, en fonction du temps ($\tau_c = 1.561$), (figure_IV.13-c), les tailles des cellules centrales diminuent en se détachant, ce qui permet aux cellules secondaires de s'émerger dans les cellules latérales, à l'instant ($\tau_e = 1.571$), (figure_IV.13-e), la structure des lignes de courant est conformée à l'instant initial (τ_a). Par ailleurs, même observation pour le cas d'espacement $3/4 \times (l/H)$ aux instants ; ($\tau_a = 1.556$, $\tau_b = 1.565$, $\tau_c = 1.572$, $\tau_d = 1.577$, $\tau_e = 1.588$), (figures_IV.14), accompagnée des (figures_IV.15-a-e), les cellules centrales des lignes de courant se diminuent davantage et le phénomène de la périodicité s'installe dans le fluide.



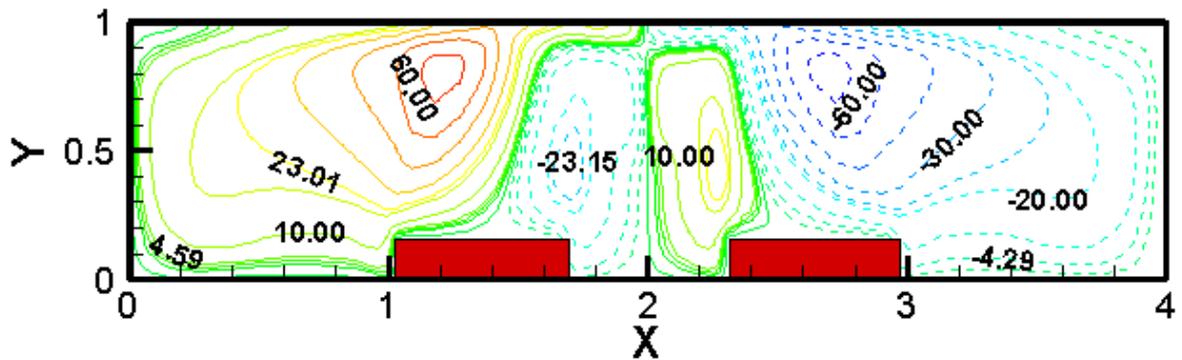
Figure_IV.12 Evolution temporelle de fonction de courant ($\psi_{u_{max}}$) avec des instants choisis (a, b, c, d, e) pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$



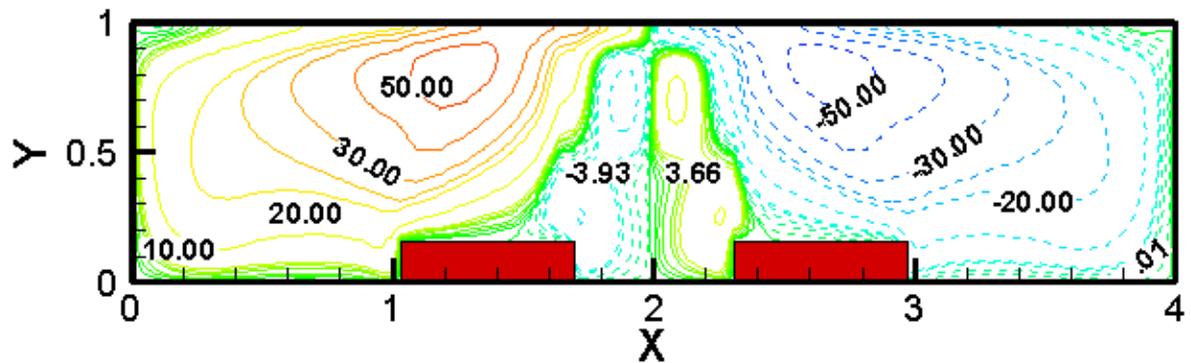
(a) $\tau_a = 1.5026$



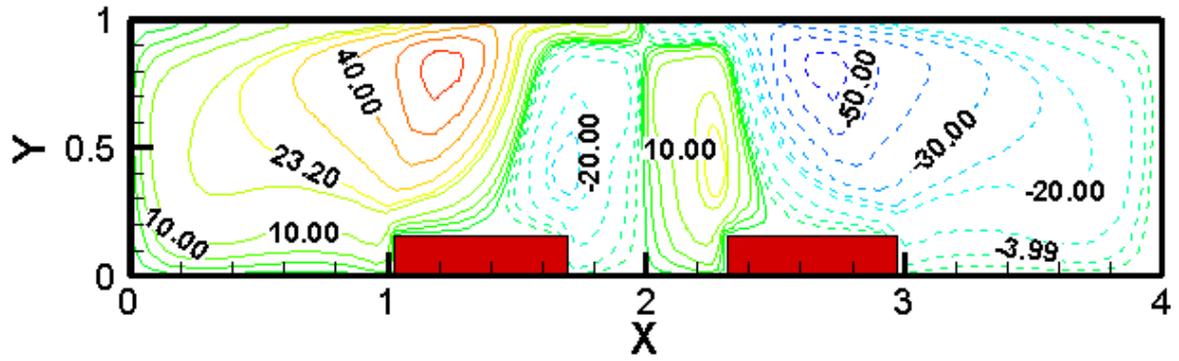
(b) $\tau_b = 1.55534$



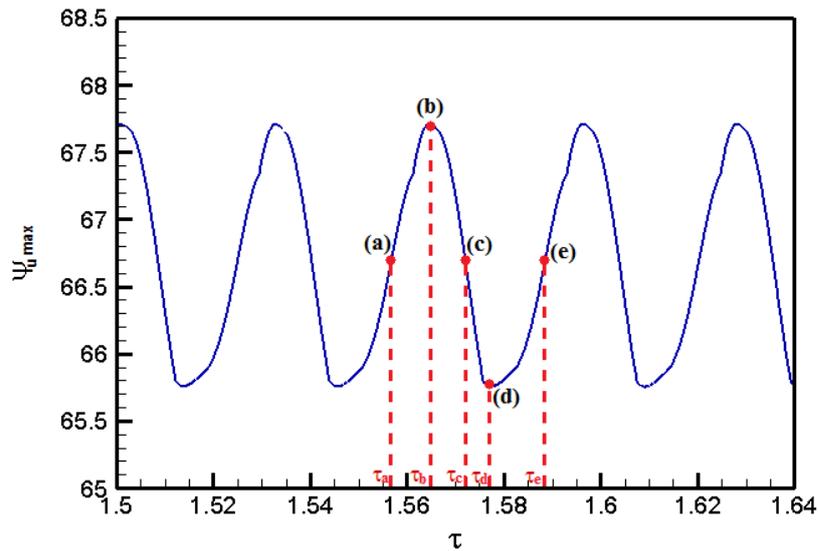
(c) $\tau_c = 1.56064$



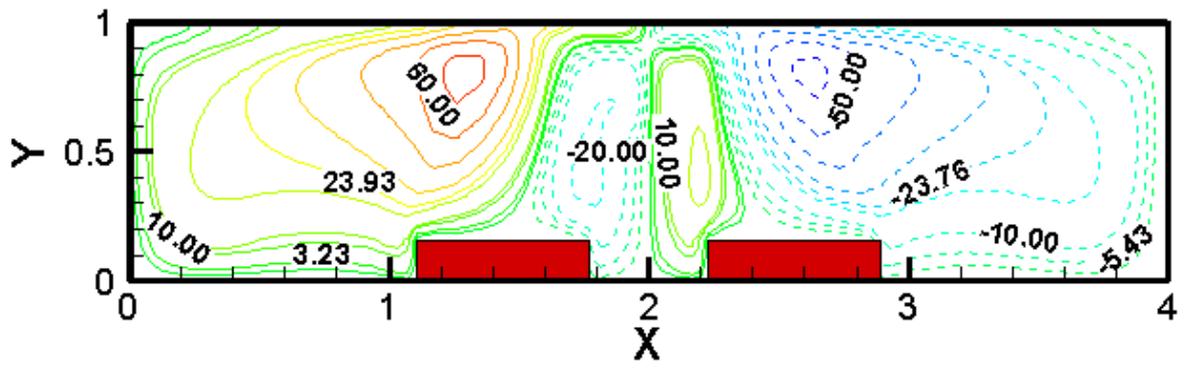
(d) $\tau_d = 1.56549$

(e) $\tau_e = 1.57124$

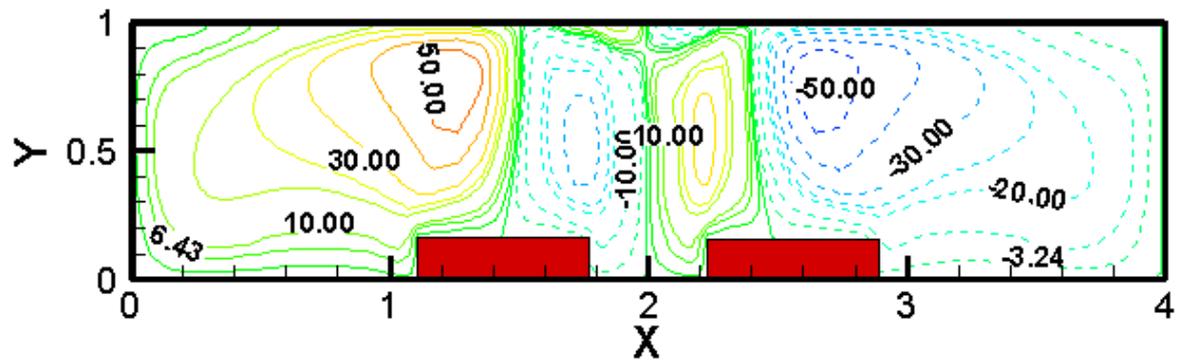
Figure_IV.13 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.5026$, (b) $\tau_b = 1.55534$, (c) $\tau_c = 1.56064$, (d) $\tau_d = 1.56549$, (e) $\tau_e = 1.57124$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$



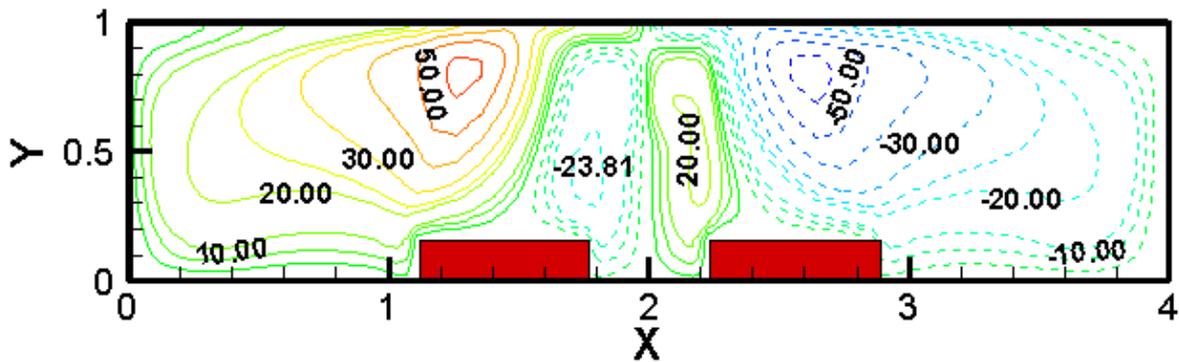
Figure_IV.14 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$



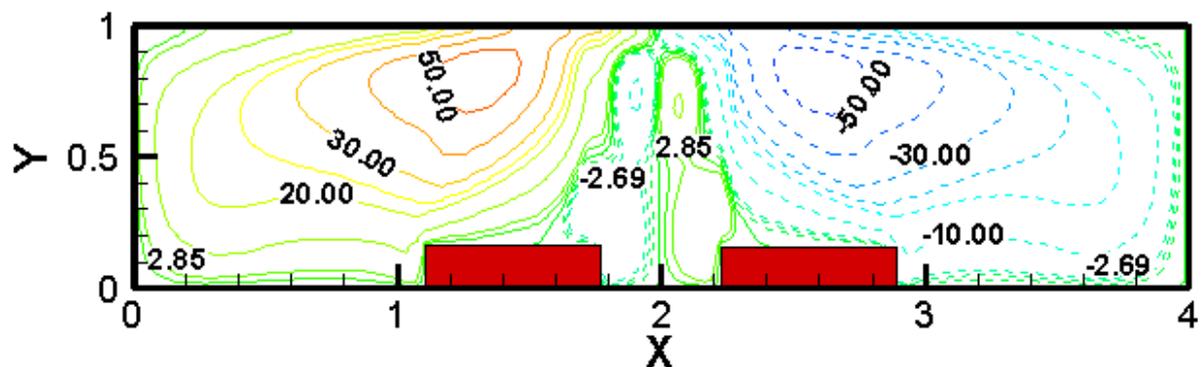
(a) $\tau_a = 1.55657$



(b) $\tau_b = 1.56482$



(c) $\tau_c = 1.57203$



(d) $\tau_d = 1.57692$

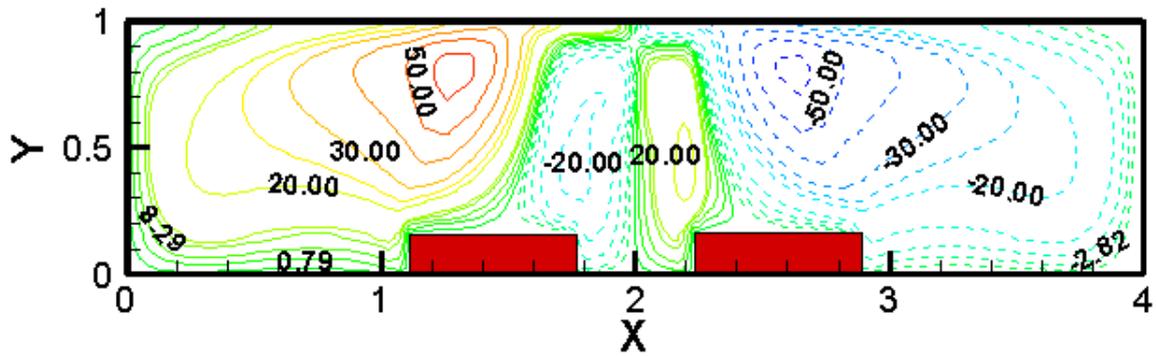
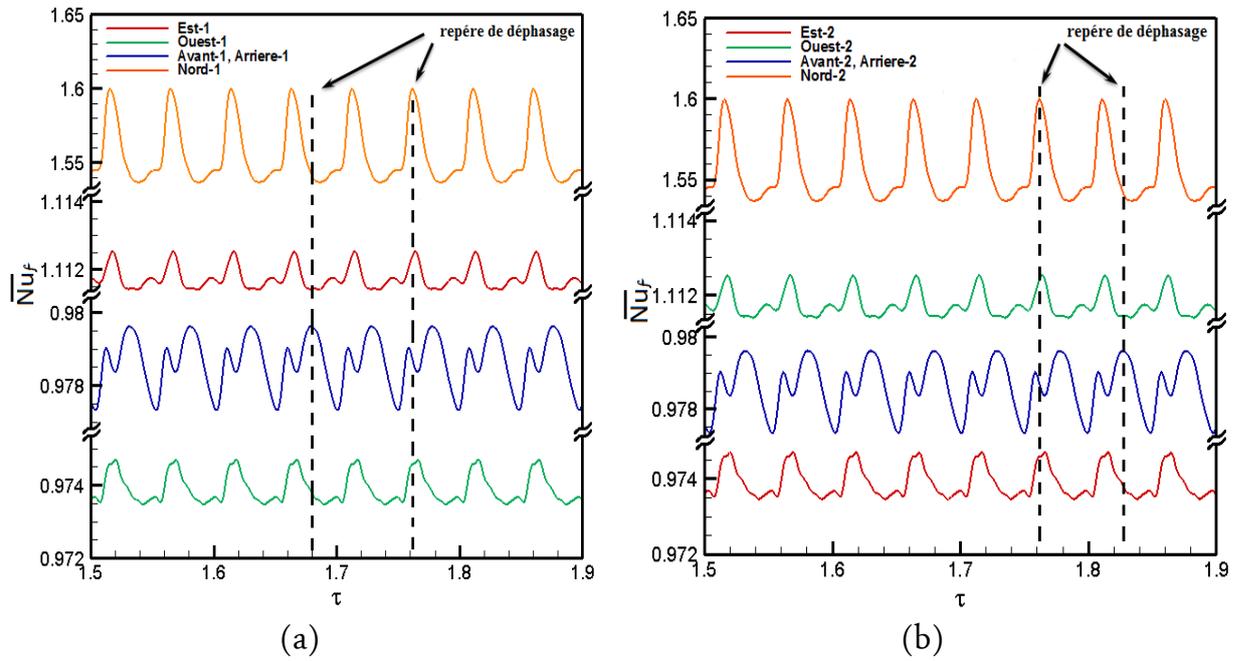
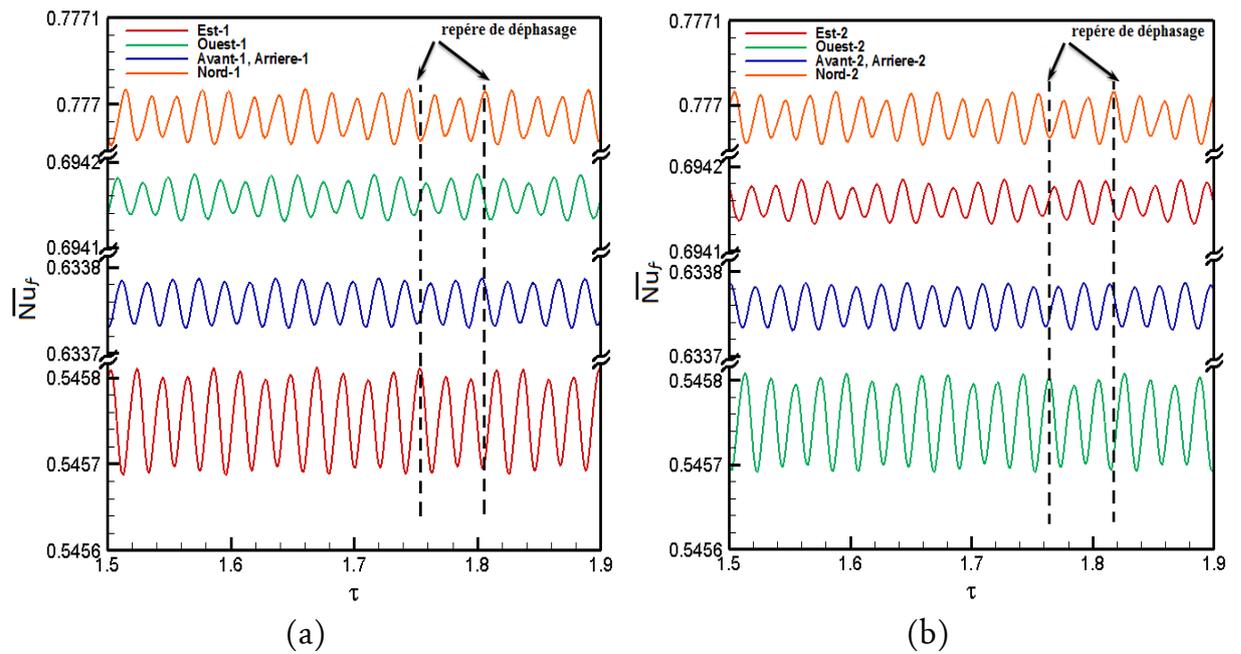
(e) $\tau_e = 1.58852$

Figure IV.15 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z=2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.55657$, (b) $\tau_b = 1.56482$, (c) $\tau_c = 1.57203$, (d) $\tau_d = 1.57692$, (e) $\tau_e = 1.58852$, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$

Ce phénomène de bifurcation influe de la même manière sur le taux de transfert de chaleur, illustré dans les figures IV.16, IV.17, et IV.18 par l'évolution temporelle des nombres de Nusselt moyens pour chaque face des composants ($\overline{Nu_f}$), qui se comporte d'une manière oscillatoire au tour de leurs valeurs moyennes. Dans la figure IV.16 pour le cas d'espacement ($2 \times (l/H)$), les perturbations soient importantes sur les surfaces (Nord, Avant, et Arrière) de chaque composant caractérisées par ses grandes amplitudes, sur la surface Est pour le cas d'espacement ($d = l/H$), figure IV.17, et sur les surfaces (Est, Nord, et Ouest) pour le cas d'espacement ($3/4 \times (l/H)$), figure IV.18, bien que ces amplitudes soient petites comme celle des températures, ceci peut être expliqué par une variation assez faible de la couche limite thermique due à la présence de la viscosité dynamique d'une part, et à la diffusivité thermique, d'autre part qu'y ont un effet stabilisateur. Ainsi nous observons un déphasage du transfert de chaleur à travers les surfaces des composants, et cela pour les trois cas d'espacement, par exemple dans le cas d'espacement ($2 \times (l/H)$), les oscillations du transfert de chaleur sur les surfaces Avant et Arrière à l'instant ($\tau = 1.680$), atteignent des valeurs maximales ($\overline{Nu_f} = 0.983$), cependant, sur les autres surfaces nous enregistrons un échange minimal de chaleur.



Figure_IV.16 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$



Figure_IV.17 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$

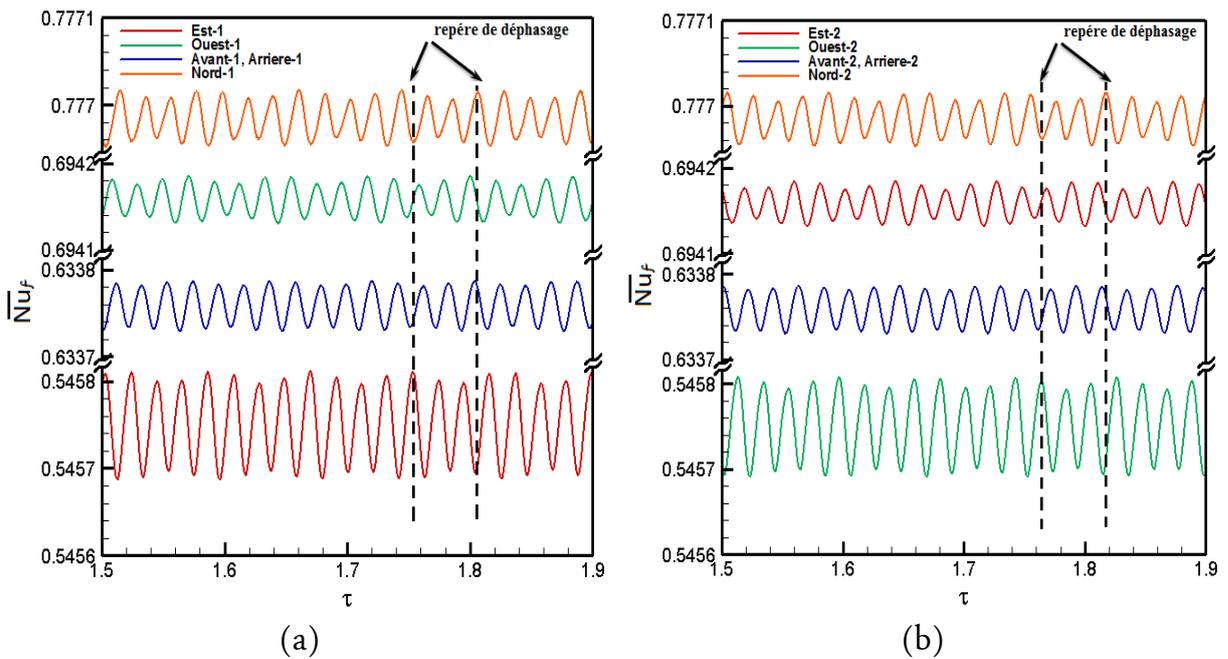
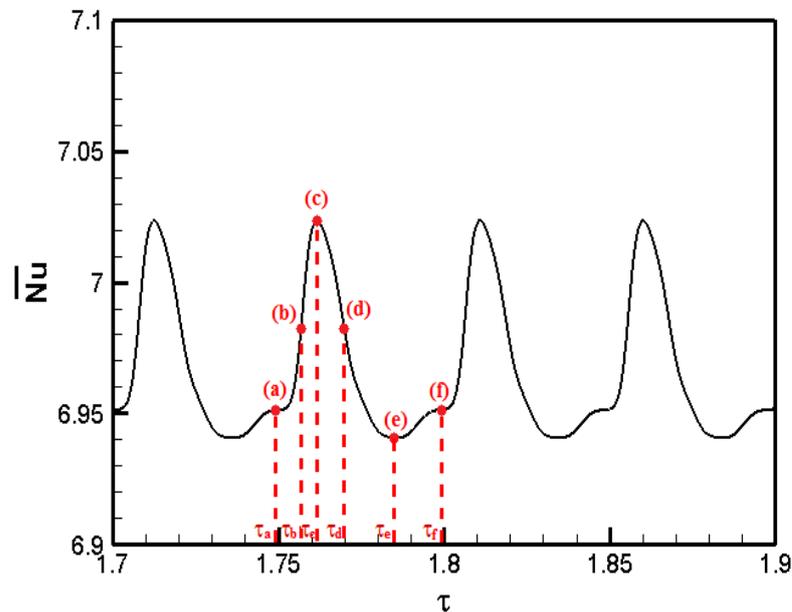


Figure IV.18 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$

Le changement périodique entre les valeurs maximales et minimales de quantité de chaleur à travers les surfaces des composants est présenté par l'évolution temporelle du nombre de Nusselt global (\overline{Nu}), figures_IV.19, IV.21, IV.23 accompagnées des figures_IV.20, IV.22, IV.24, respectivement.

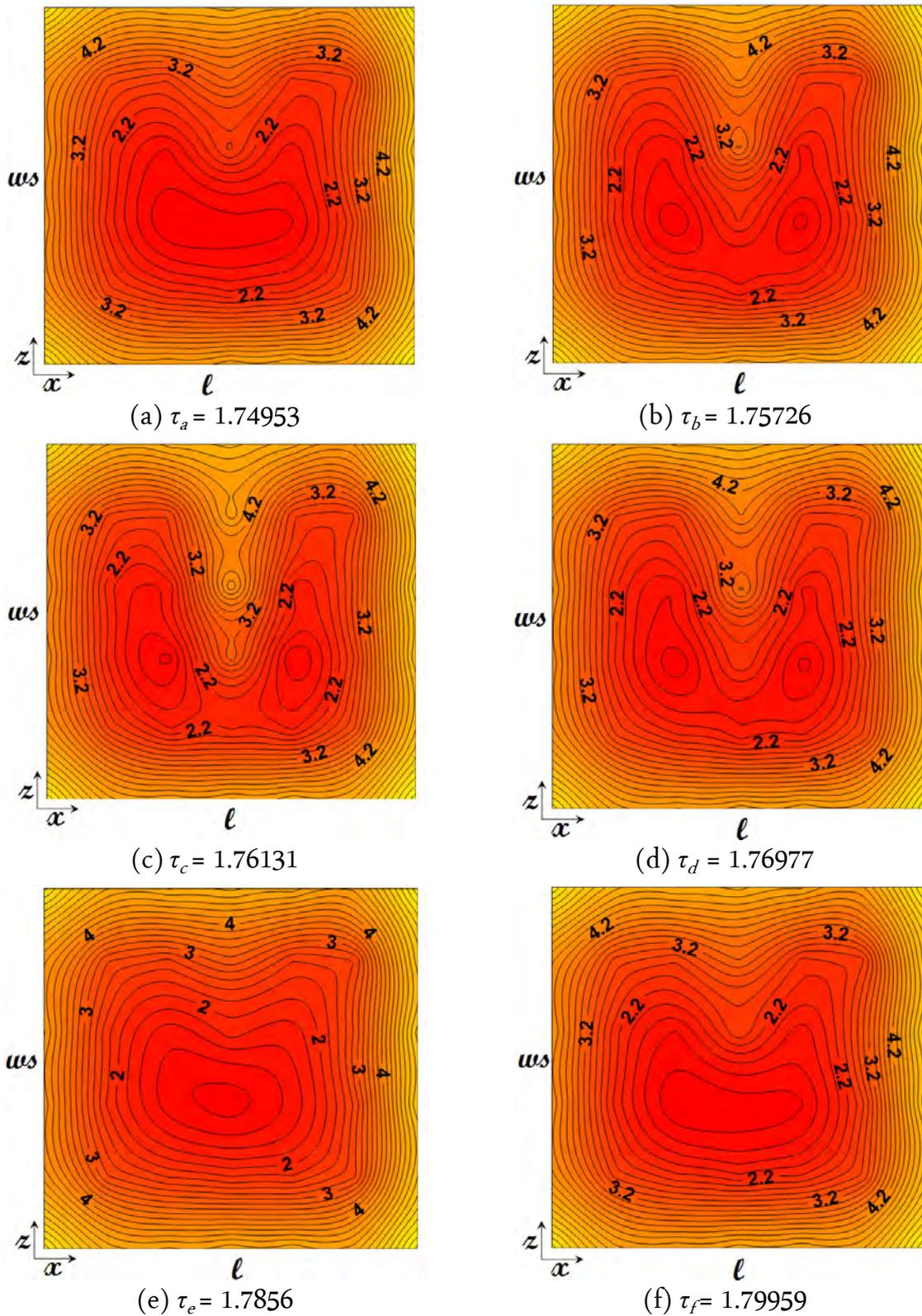
Le cas d'espacement $2 \times (l/H)$ pour les instants successivement choisis ; ($\tau_a = 1.749$, $\tau_b = 1.75726$, $\tau_c = 1.76131$, $\tau_d = 1.76977$, $\tau_e = 1.7856$, $\tau_f = 1.79959$) résume la variation de profil de Nusselt local sur la surface Nord explorée dans la figure_IV.20. A l'instant (τ_a), figure_IV.20-a, le transfert de chaleur est intensifié au bord de surface, puis il se diminue à atteindre des valeurs minimales au milieu, ceci est expliqué par la présence des couches limites thermiques, à l'instant (τ_b), figure_IV.20-b, le transfert de chaleur commence à s'améliorer dans la région centrale observée par la dissociation des iso-contours produisant deux cellules, en fonction du temps, ce transfert continu à s'améliorer jusqu'à l'instant (τ_c) ($\overline{Nu}_f = 1.6$, valeur maximale), figure_IV.20-c, au-delà, l'opération s'inverse, le transfert de chaleur se redresse et les iso-contours commencent à

s'émerger à nouveau dans l'instant (τ_d), figure_IV.20-d, puis se rétréci jusqu'à l'instant (τ_e) ($\overline{Nu}_f = 1.537$, valeur minimale), figure_IV.20-e, à l'instant (τ_f), figure_IV.10-f, les iso-contours reprennent leurs formes initiales identiques à l'instant (τ_a) indiquant sans aucun doute que le phénomène est périodique.

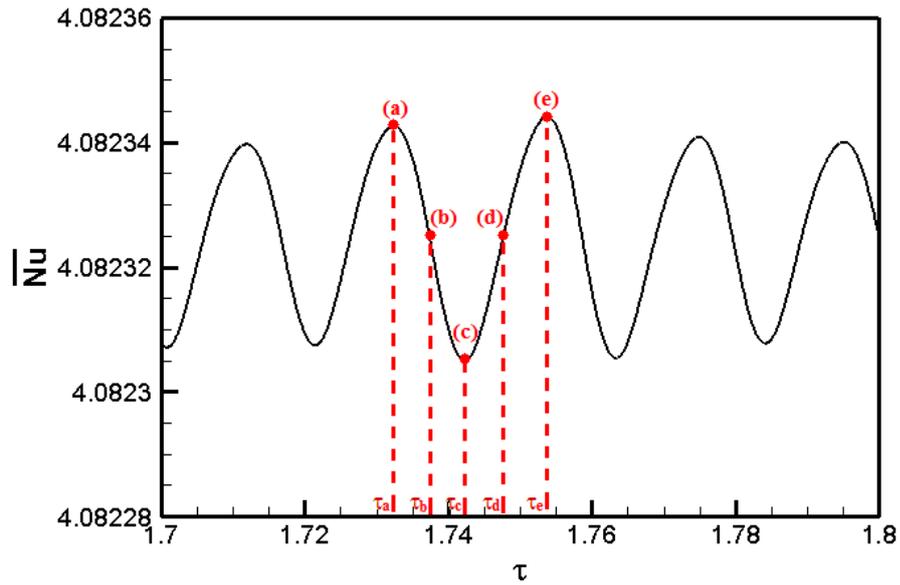


Figure_IV.19 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a , b , c , d , e , et f), pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$

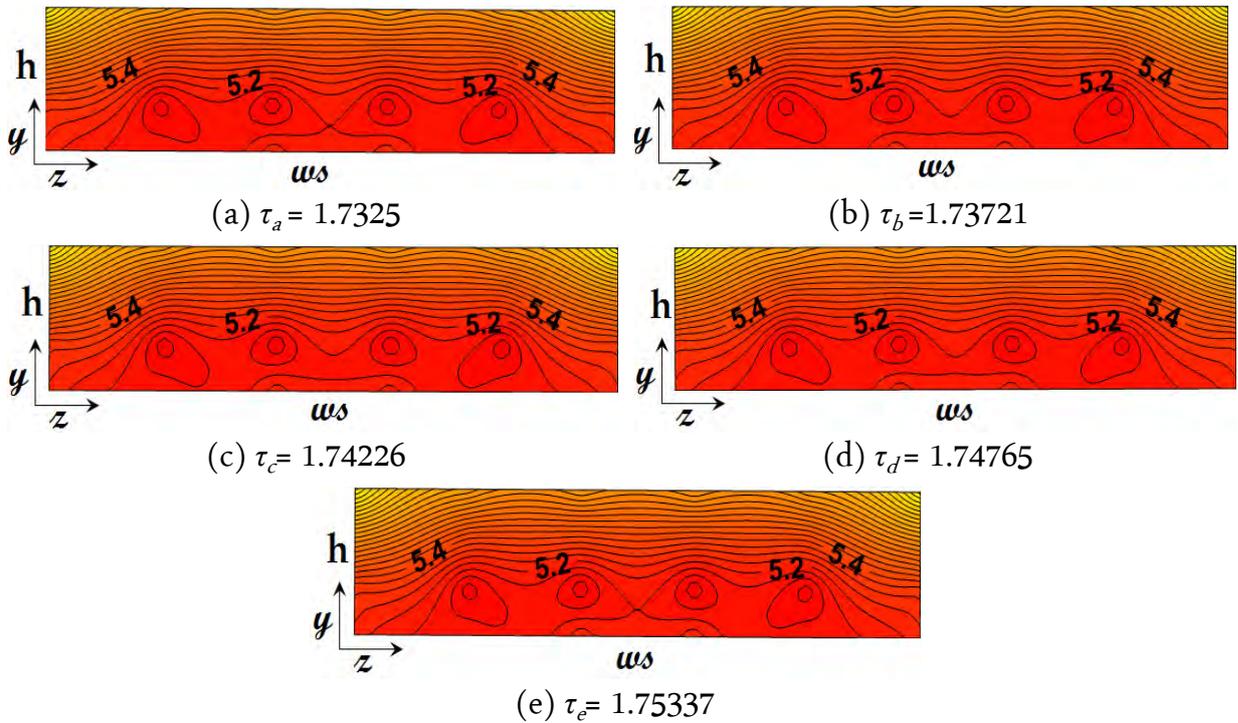
Pour le cas d'espacement ($d = l/H$) de la figure_IV.22 et $3/4 \times (l/H)$ de la figure_IV.24, nous observons des variations similaires de profil de Nusselt local examinées sur les surfaces ; Est pour les instants; $\tau_a = 1.733$, $\tau_b = 1.737$, $\tau_c = 1.742$, $\tau_d = 1.748$, $\tau_e = 1.753$ (cas espacement $d = l/H$), et Ouest pour des laps du temps; $\tau_a = 1.741$, $\tau_b = 1.744$, $\tau_c = 1.748$, $\tau_d = 1.752$, $\tau_e = 1.756$ (cas espacement $3/4 \times (l/H)$). Donc, nous pouvons conclure que le mécanisme de bifurcation est responsable sur l'instabilité des couches limites qui brisent la stabilité du transfert de chaleur sur les surfaces des composants.



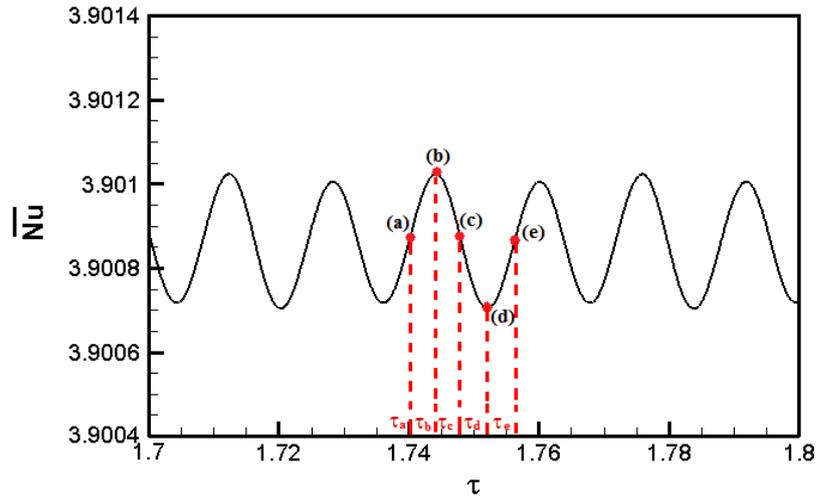
Figure_IV.20 Evolution temporelle de Nusselt local face Nord1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.74953$, (b) $\tau_b = 1.75726$, (c) $\tau_c = 1.76131$, (d) $\tau_d = 1.76977$, (e) $\tau_e = 1.7856$, (f) $\tau_f = 1.79959$, pour $Ra_{cr} = 1.1 \times 10^7$, et espacement $2 \times (l/H)$



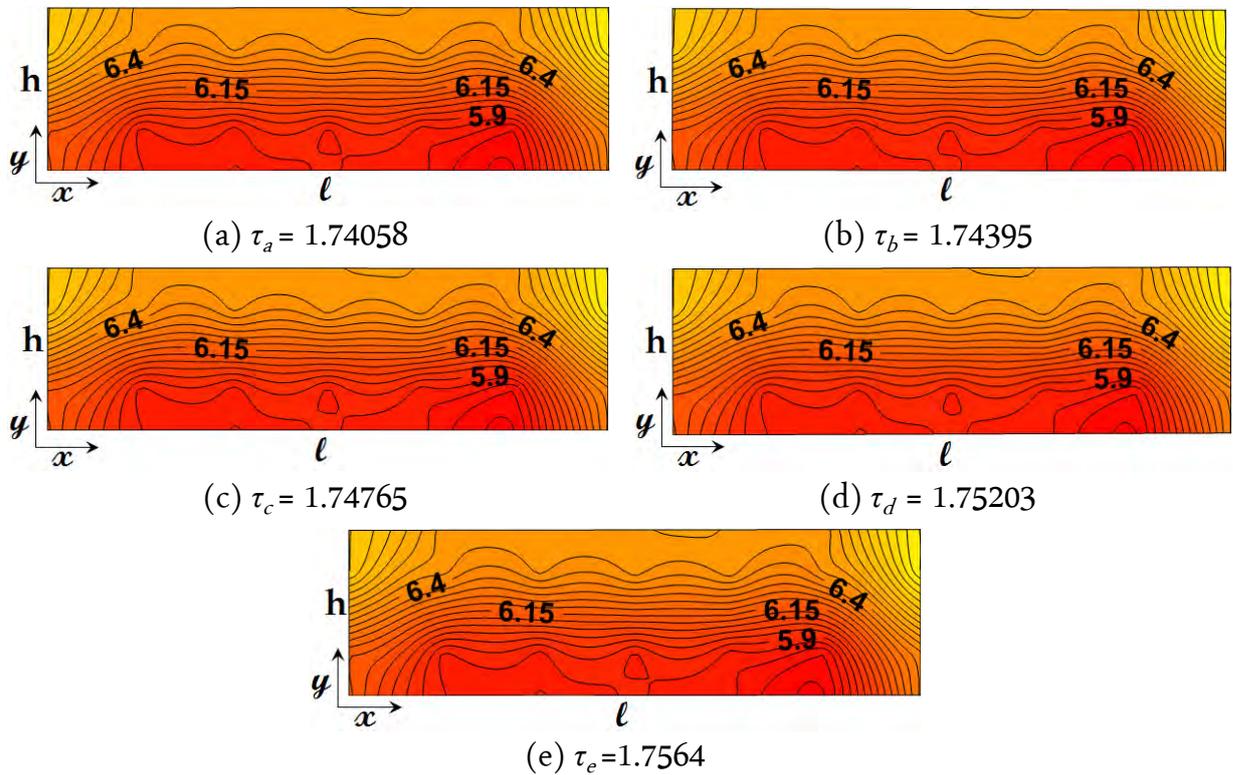
Figure_IV.21 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et espacement $d = l/H$



Figure_IV.22 Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.7325$, (b) $\tau_b = 1.73721$, (c) $\tau_c = 1.74226$, (d) $\tau_d = 1.74765$, (e) $\tau_e = 1.75337$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et l'espacement $d = l/H$



Figure_IV.23 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et espacement $3/4 \times (l/H)$



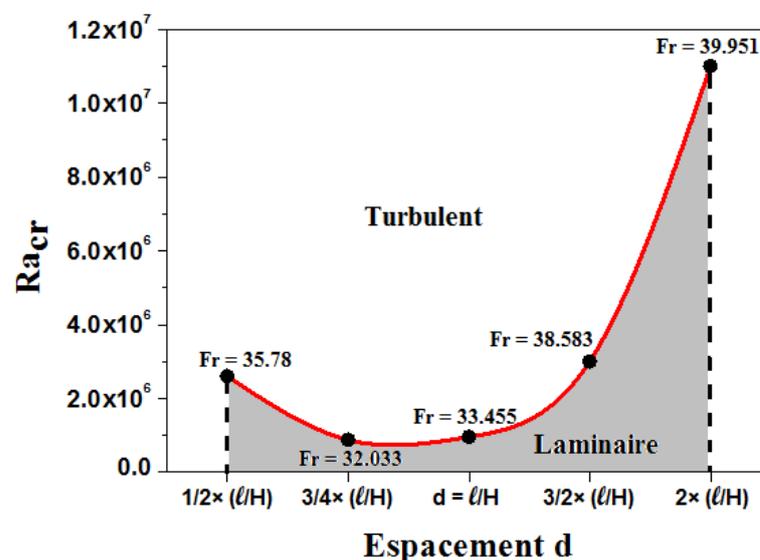
Figure_IV.24 Evolution temporelle de Nusselt local face Avant1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.74058$, (b) $\tau_b = 1.74395$, (c) $\tau_c = 1.74765$, (d) $\tau_d = 1.75203$, (e) $\tau_e = 1.7564$, pour $Ra_{cr} = 8.8 \times 10^5$, et l'espacement $3/4 \times (l/H)$

Le diagramme de stabilité présenté dans la figure_IV.25, récapitule la variation du nombre de Rayleigh critique (Ra_{cr}) avec les fréquences critiques correspondantes (Fr_{cr}) en fonction d'espacement (d). Les courbes montrent les limites du régime d'écoulement ;

au-dessous le régime est laminaire et au-dessus le régime est turbulent. Cependant, l'augmentation d'espacement affaiblit la force de flottabilité et la diffusion thermique produite dans le fluide (vu chapitre précédent), cette insuffisance d'énergie établie un état stationnaire. Pour atteindre le début de bifurcation, il demande plus d'énergie thermique provenant des composants pour agiter les particules du fluide et faire augmenter leur énergie cinétique (traduite par la croissance de la fréquence critique) provoquant alors la croissance du nombre de Rayleigh critique. Egalement confirmé par [71], ils ont montré à travers leurs études comparatives (Numérique–Expérimental) de la convection transitoire de Rayleigh–Bénard dans une enceinte rectangulaire avec des parois latérales isolées, que la fréquence d'oscillation augmente en fonction du nombre de Rayleigh.

Cette croissance est monotone en fonction d'espacement, mais sa validité est limitée par certaines distances qui doit être respectée comme nous indique le cas d'espacement $1/2 \times (l/H)$, $Ra_{cr} = 2.6 \times 10^6$. Donc ça se voit que l'augmentation d'espacement stabilise l'écoulement.

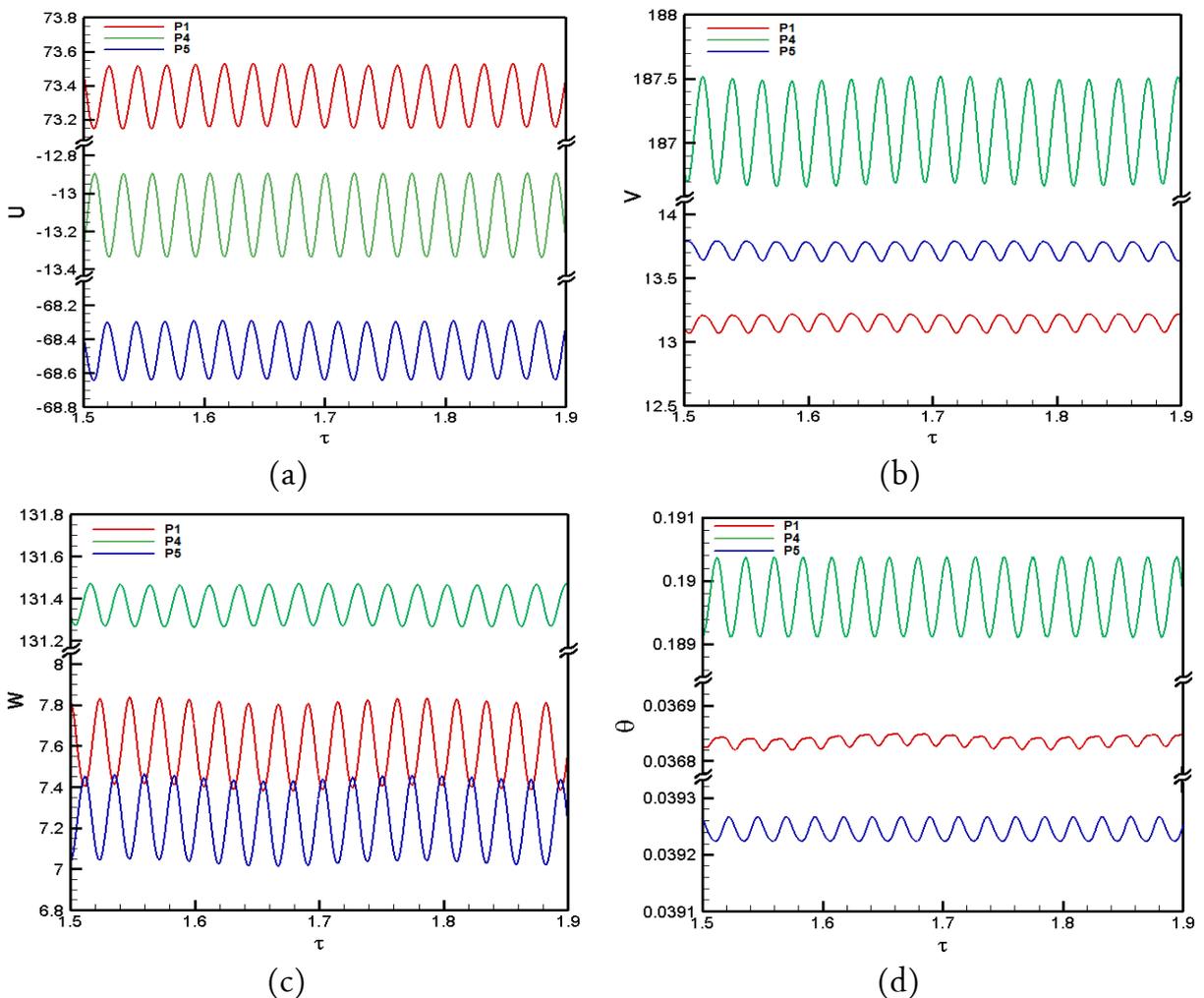
A partir de la courbe de diagramme de stabilité pour l'effet d'espacement figure_IV.25, nous avons établi une corrélation de Rayleigh critique en fonction d'espacement sous forme d'une fonction polynomiale suivante ; $Ra_{cr} = 1108260 \times (d - 2.45)^{2.45}$; ce lissage est obtenu en utilisant le logiciel OriginPro8 qui donne un bon ajustement par rapport à la courbe d'origine avec un coefficient de corrélation (R^2) tend vers l'unité ($R^2 = 0.97$).



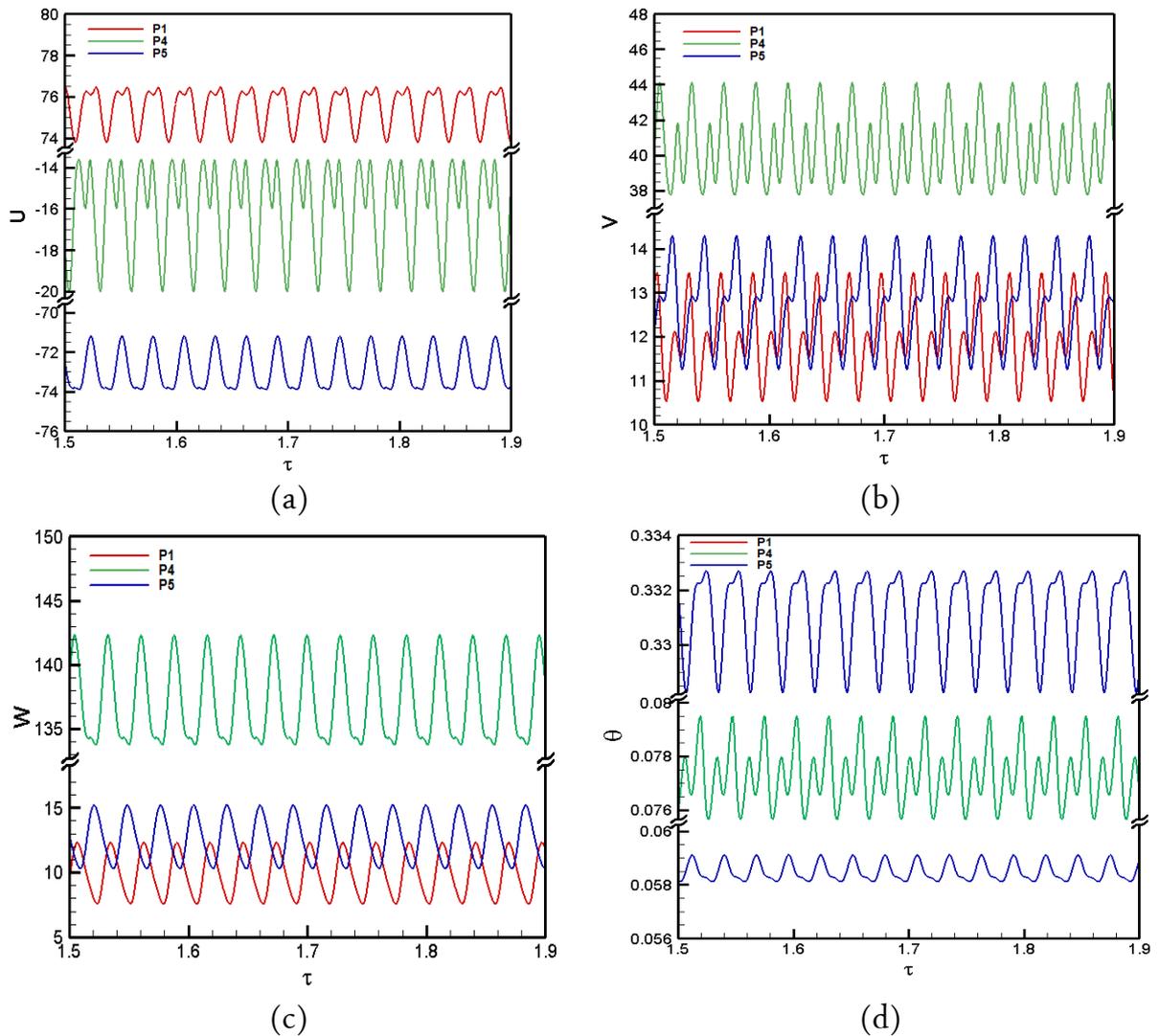
Figure_IV.25 Diagramme de stabilité en fonction d'espacement

IV.5 EFFET DU RAPPORT DE FORME SUIVANT LA LONGUEUR (Ax)

Nous intéressons dans cette section à l'influence des rapports de forme (Ax) des composants sur le début des instabilités, dans lequel, nous déterminons le seuil de transition repéré par le nombre de Rayleigh critique, et de la fréquence en correspondance (Ra_{cr} , Fr_{cr}), en effet, le cas d'espacement ($d = l/H$) est représenté dans cette section par ($Ax = l/H$). En essayant de démontrer à travers les figures_IV.2, IV.26, et IV.27, le comportement oscillatoire des différents paramètres d'écoulement (U , V , W , et θ) aux trois positions (P_1 , P_4 , et P_5) mentionnées dans le tableau_IV.2, et cela pour les nombres critique Ra_{cr} (9.6×10^5 , 1.2×10^6 et 1.4×10^6) correspondant respectivement aux rapports de forme ($Ax = l/H$, $5/4 \times (l/H)$, et $7/4 \times (l/H)$).



Figure_IV.26 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_4 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, rapport de forme $5/4 \times (l/H)$



Figure_IV.27 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_1 , P_4 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$

Ces oscillations signifient l'existence d'un changement continu des structures d'écoulement d'une manière périodique dans la zone centrale, élucidées dans les figures_IV.12-IV.13, et IV.28-IV.29, et IV.30-IV.31 par les portraits des lignes de courant au milieu de l'enceinte à ($z = 2$).

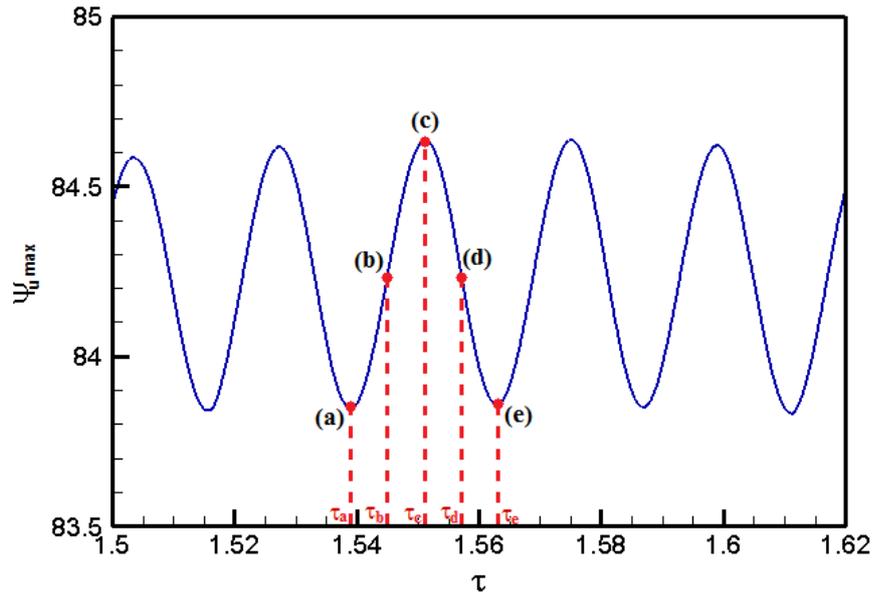
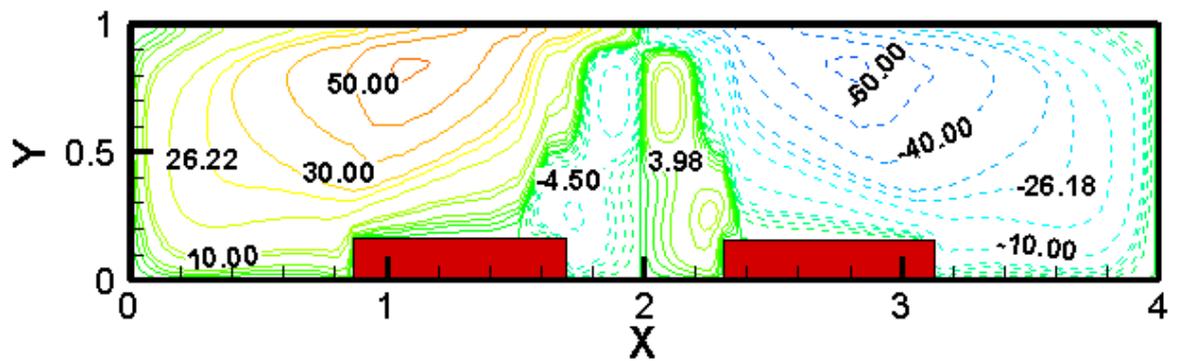
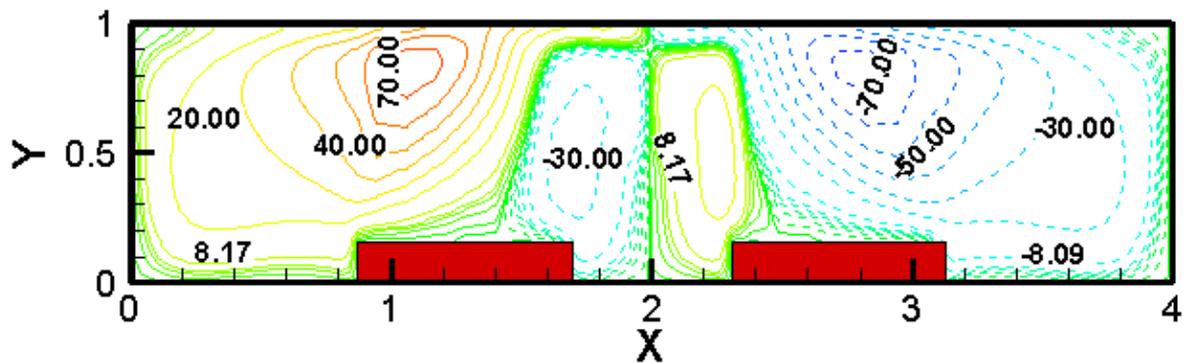


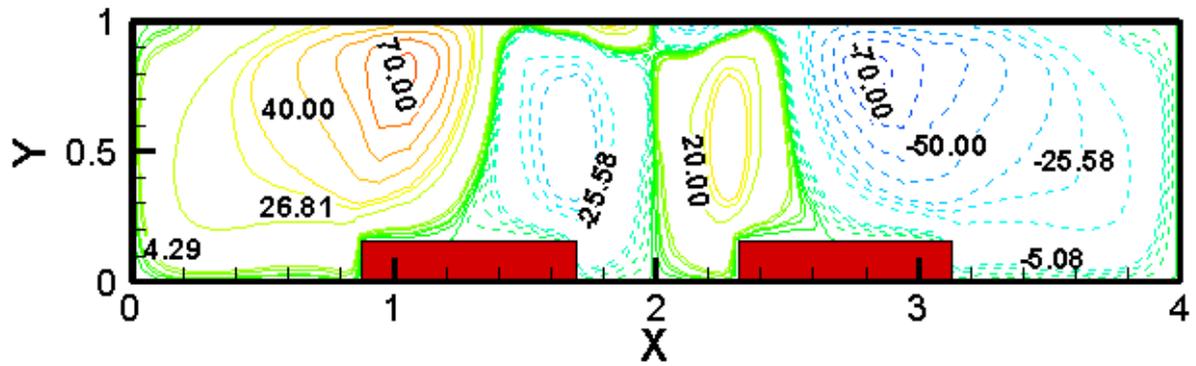
Figure IV.28 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$



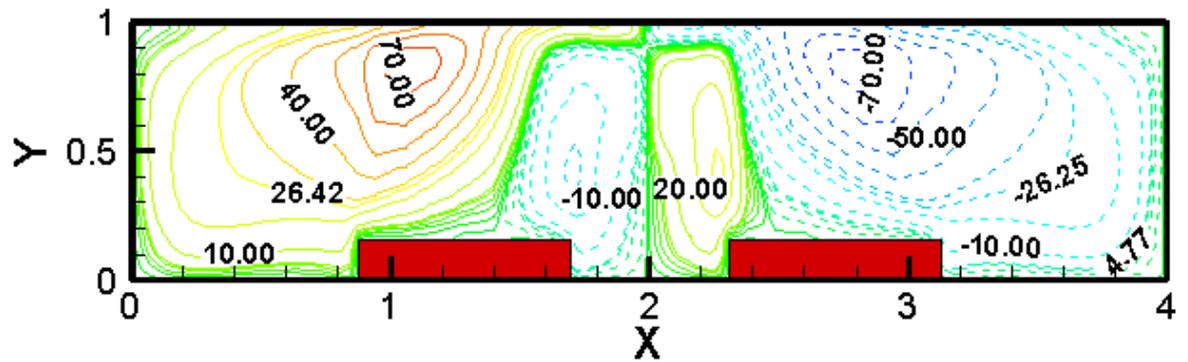
(a) $\tau_a = 1.53877$



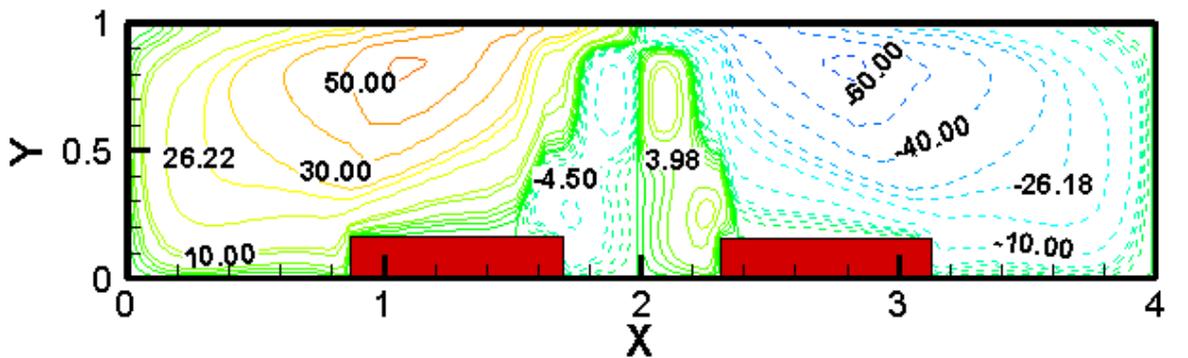
(b) $\tau_b = 1.54473$



(c) $\tau_c = 1.55114$



(d) $\tau_d = 1.5571$



(e) $\tau_e = 1.56262$

Figure_IV.29 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.53877$, (b) $\tau_b = 1.54473$, (c) $\tau_c = 1.55114$, (d) $\tau_d = 1.5571$, (e) $\tau_e = 1.56262$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$

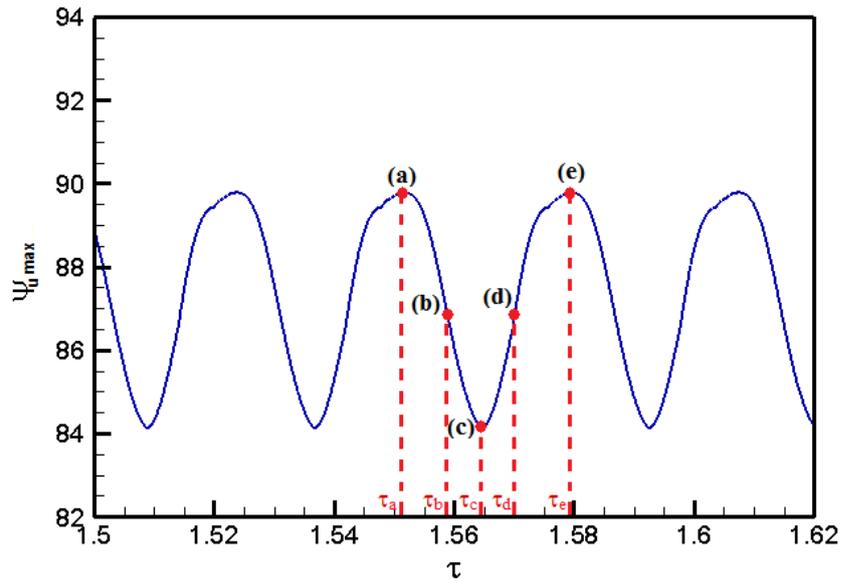
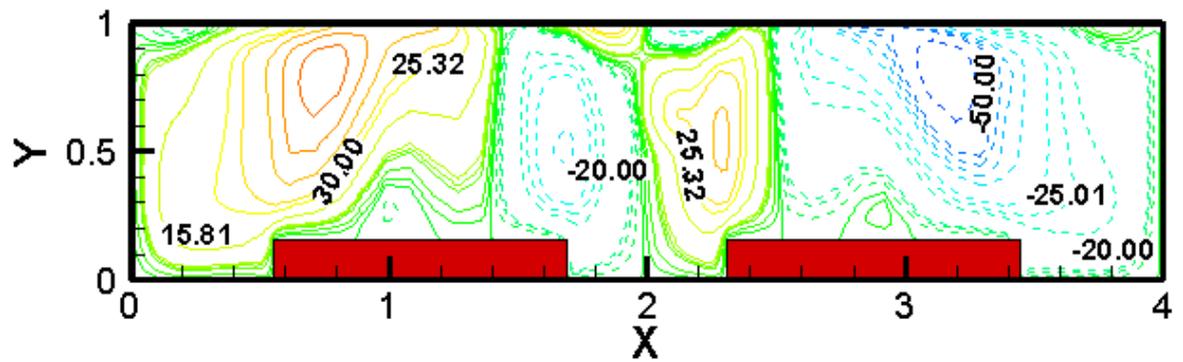
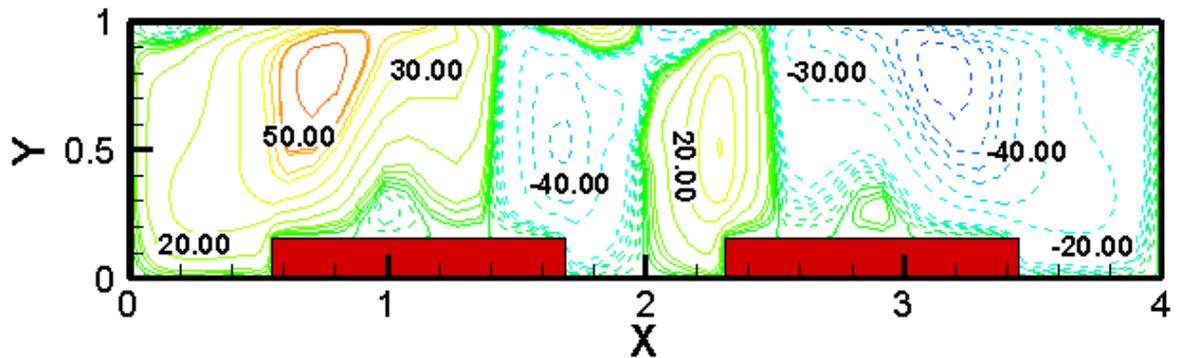


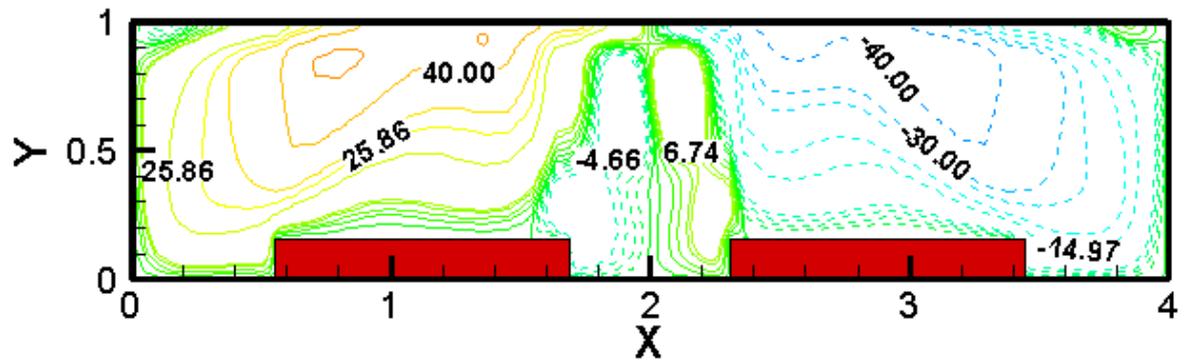
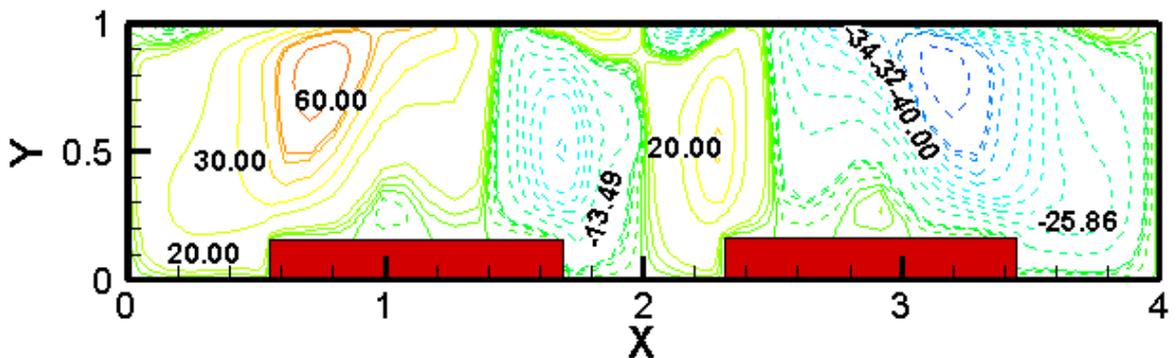
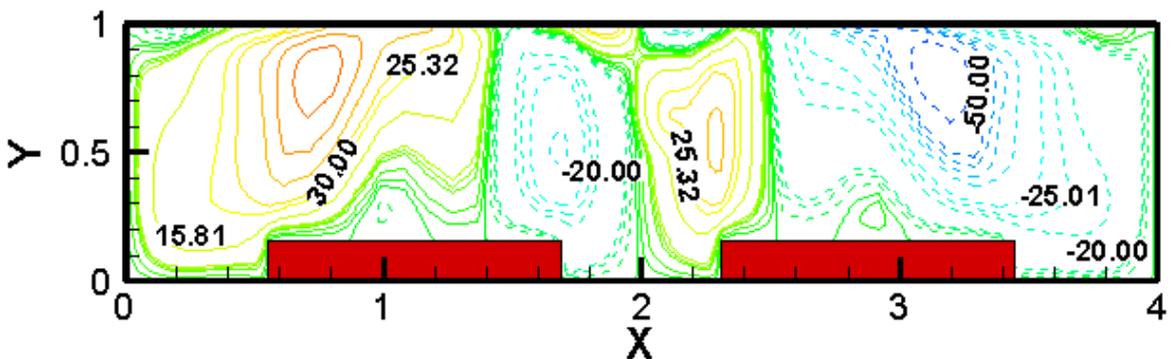
Figure IV.30 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{u_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$



(a) $\tau_a = 1.55158$

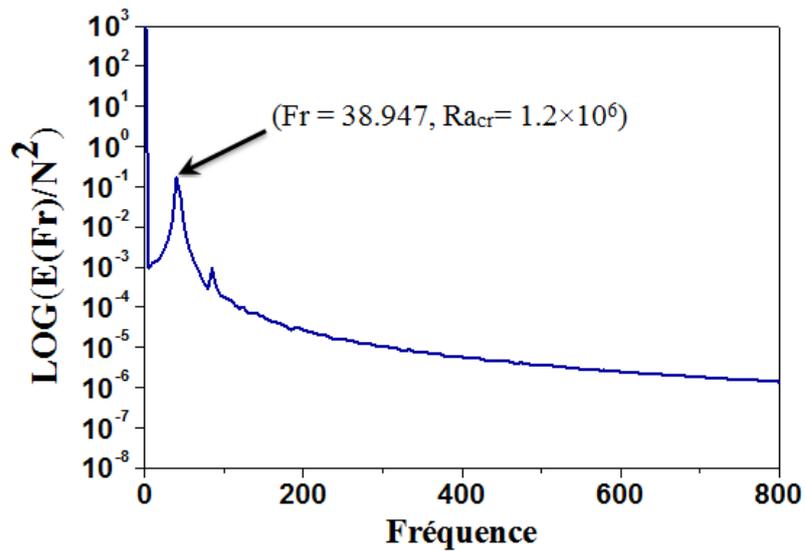


(b) $\tau_b = 1.55865$

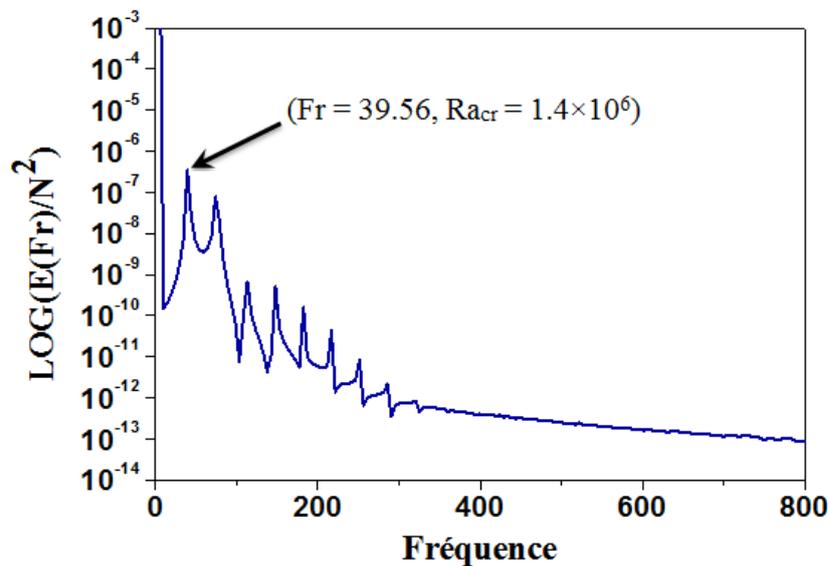
(c) $\tau_c = 1.56439$ (d) $\tau_d = 1.57035$ (e) $\tau_e = 1.57919$

Figure_IV.31 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_u) au milieu de l'enceinte à ($z = 2$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.55158$, (b) $\tau_b = 1.55865$, (c) $\tau_c = 1.56439$, (d) $\tau_d = 1.57035$, (e) $\tau_e = 1.57919$, pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$

Les figures_IV.32, et IV.33 représentent le spectre d'énergie en fonction des fréquences Fr_{cr} , même principe dans les cas cités précédemment. Ces spectres sont caractérisés par un pic dominant et d'autres secondaires, l'augmentation du nombre de Raleigh critique Ra_{cr} provoque la croissance d'énergie cinétique des particules de fluide, ce qui est traduit par l'augmentation des fréquences critiques.



Figure_IV.32 Energie spectrale en fonction de la fréquence au P_1 , pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$



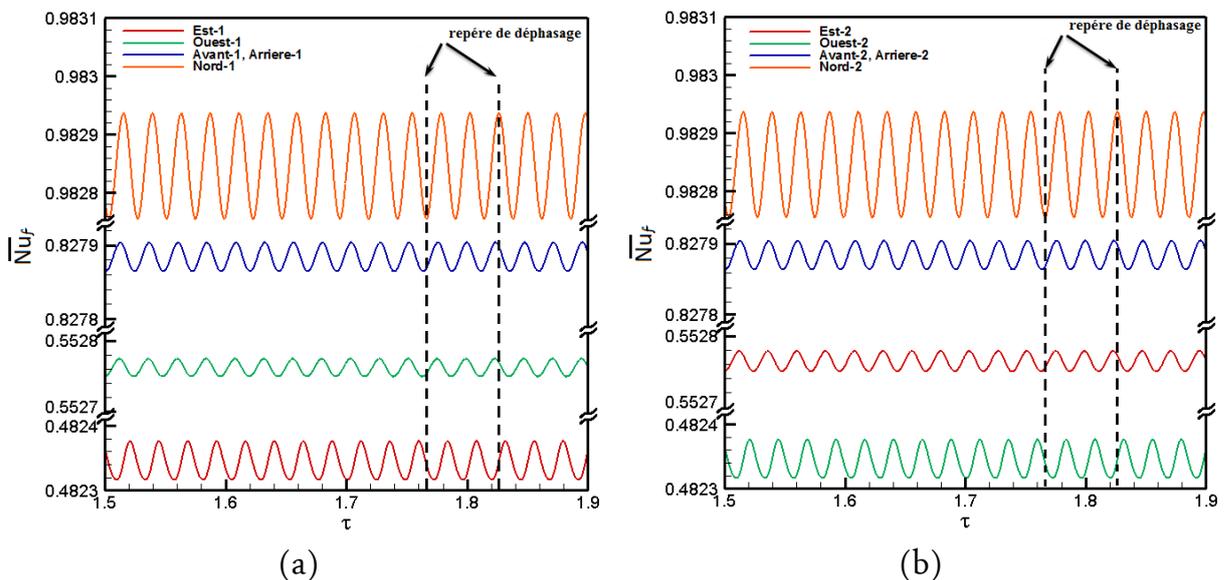
Figure_IV.33 Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$

Le comportement oscillatoire du transfert de chaleur (\overline{Nu}_f) à travers les surfaces des composants aux états critiques pour chaque rapport de forme est bien illustré dans les figures_IV.34, et IV.35, montrant un déphasage périodique qui se produit entre les surfaces, indiquant que le refroidissement des surfaces ne s'effectue pas au même temps, ainsi les surfaces Nord, Est-1, et Ouest-2 ont des grandes amplitudes dues au rapprochement aux zones de perturbation. L'influence de cette dernière (perturbations)

sur les surfaces des composants est bien illustrée dans les figures_IV.36, et IV.38 accompagnées des figures_IV.37, et IV.39 par la distribution de Nusselt local sur la surface Est1 cas $5/4 \times (l/H)$, et surface Ouest1 cas $7/4 \times (l/H)$.

Le diagramme de stabilité présenté sur la figure_IV.40, résume tous les cas critiques en fonction du rapport de forme suivant la longueur des composants (Ax). Cette courbe indique que l'augmentation du rapport de forme (Ax) qui mène à exhausser la limite du régime transitoire accompagnée de sa fréquence. Donc, l'augmentation du rapport de forme (Ax) a un effet stabilisateur sur l'écoulement.

La fonction de corrélation correspondant aux nombres de Rayleigh critiques en fonction des rapports de forme suivant la longueur des composants (Ax) a été établi à partir de la courbe de diagramme de stabilité figure_IV.40 sous forme d'une fonction exponentielle suivante ; $Ra_{cr} = 870847 \times (1.14)^{Ax}$, cette fonction a été adopté pour un coefficient de corrélation $R^2 = 0.95$.



Figure_IV.34 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composants : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$

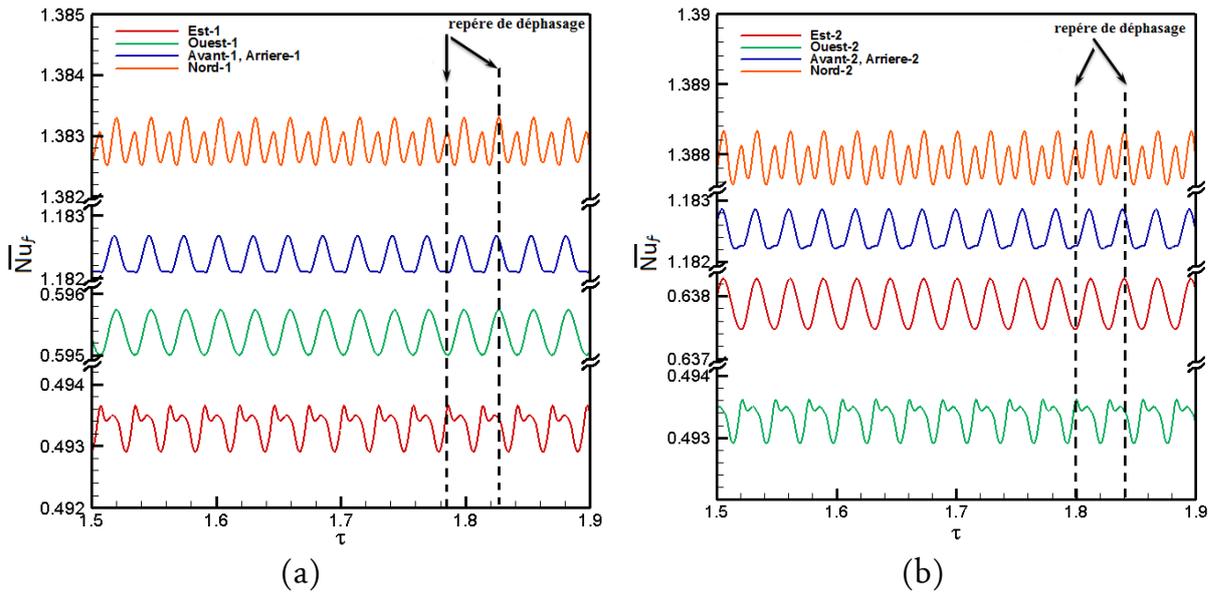


Figure IV.35 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2 pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$

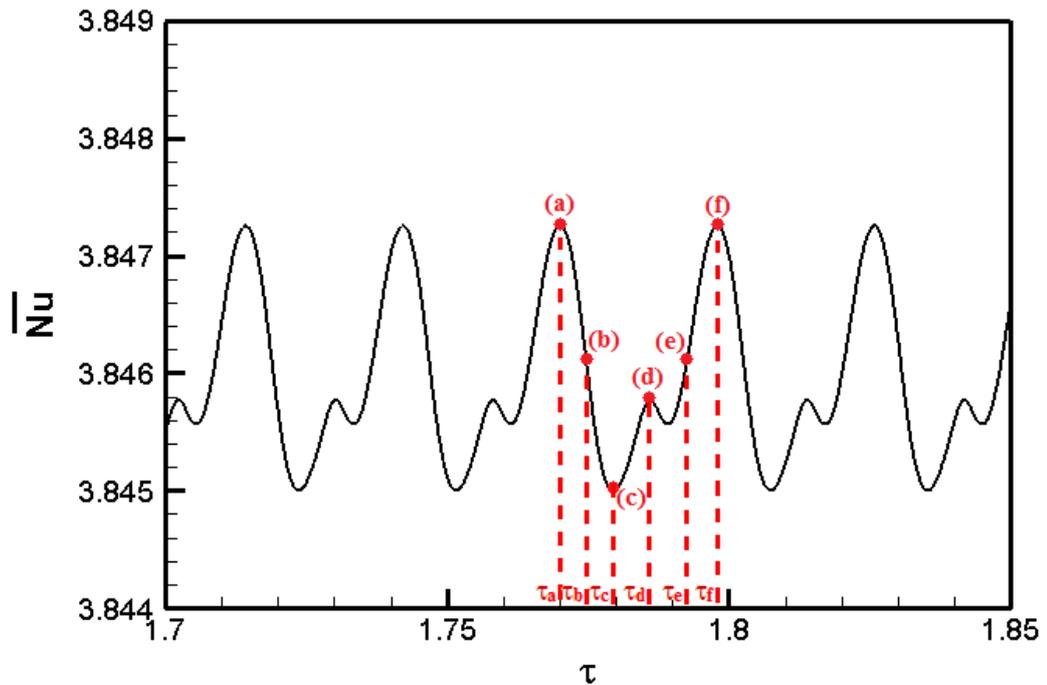
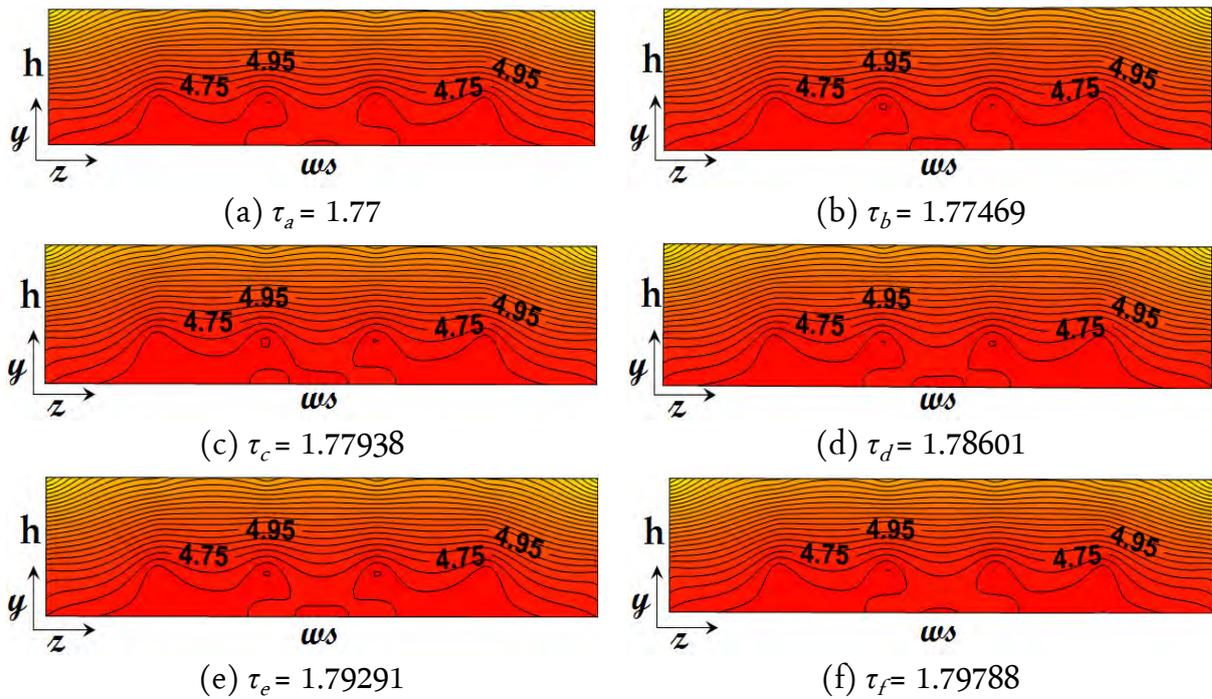
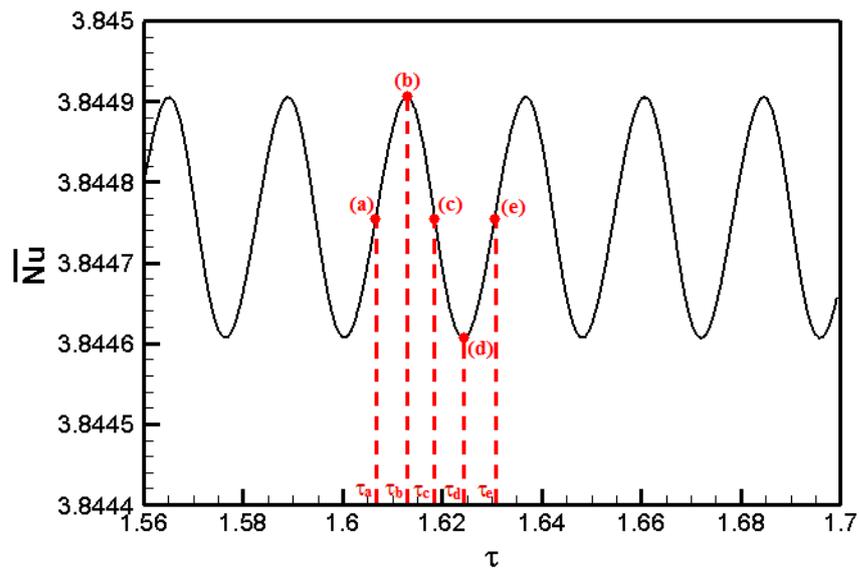


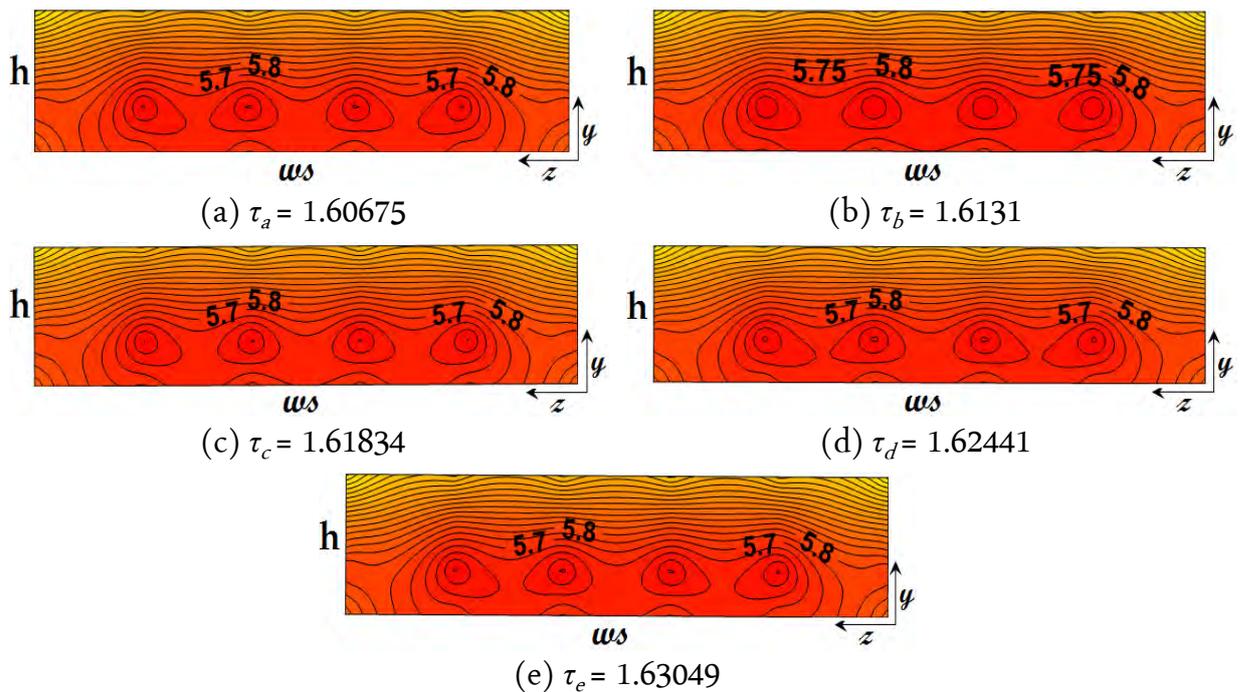
Figure IV.36 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e, f), pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$



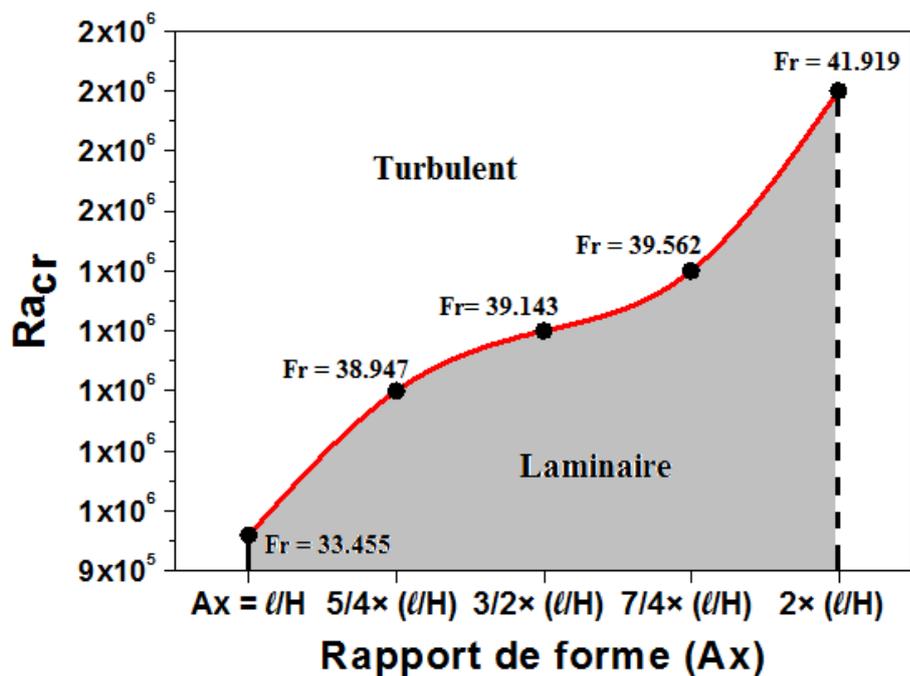
Figure_IV.37 Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis :
 (a) $\tau_a = 1.77$, (b) $\tau_b = 1.77469$, (c) $\tau_c = 1.77938$, (d) $\tau_d = 1.78601$, (e) $\tau_e = 1.79291$,
 $\tau_f = 1.79788$, pour $Ra_{cr} = 1.2 \times 10^6$, et rapport de forme $5/4 \times (l/H)$



Figure_IV.38 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis
 (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$



Figure_IV.39 Evolution temporelle de Nusselt local face Ouest1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.60675$, (b) $\tau_b = 1.6131$, (c) $\tau_c = 1.61834$, (d) $\tau_d = 1.62441$, (e) $\tau_e = 1.63049$, pour $Ra_{cr} = 1.4 \times 10^6$, et rapport de forme $7/4 \times (l/H)$



Figure_IV.40 Diagramme de la stabilité en fonction du rapport de forme suivant la longueur des composants (Ax)

IV.6 EFFET DU RAPPORT DE FORME SUIVANT LA LARGEUR DES COMPOSANTS (Az)

Dans cette dernière partie du chapitre, nous observons le comportement du fluide au début des bifurcations détectées aux valeurs de Rayleigh critique (9.6×10^5 , 5.9×10^5 , 2.2×10^5) qui correspondent respectivement aux rapports de forme ($Az = ws/H$, $3/2 \times (ws/H)$, $5/2 \times (ws/H)$), illustré dans les figures IV.5, IV.41, et IV.42 par des oscillations périodiques de différents paramètres (U , V , W , θ) aux points (P_2 , P_3 , P_5), tableau IV.2, décrites par les fréquences critiques extraites des pics dominants dans les courbes de spectre d'énergie figures IV.8, IV.43, et IV.44. Le cas du rapport de forme ($Az = ws/H$) est représenté dans cette section par les figures du cas d'espacement $d = l/H$.

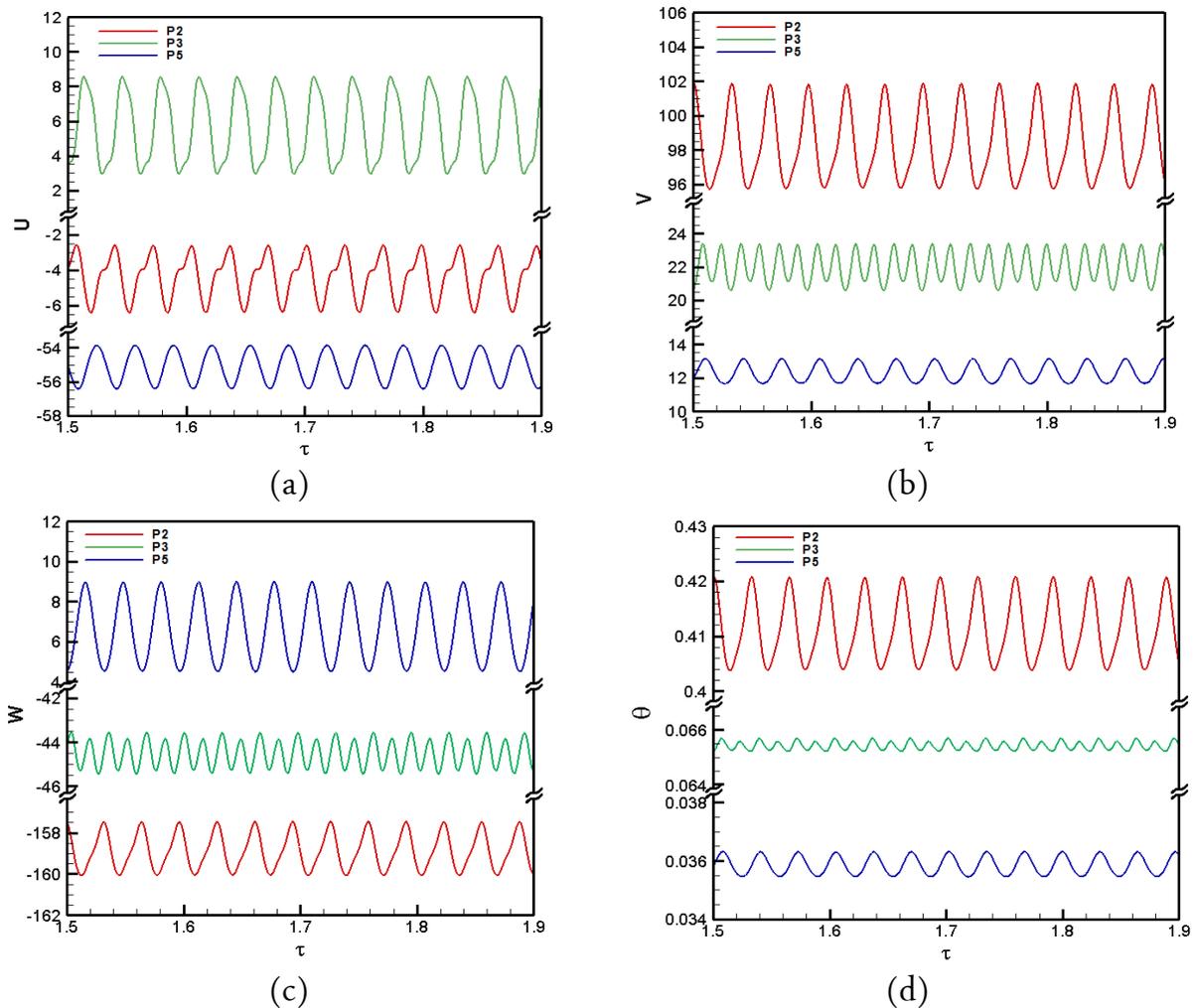
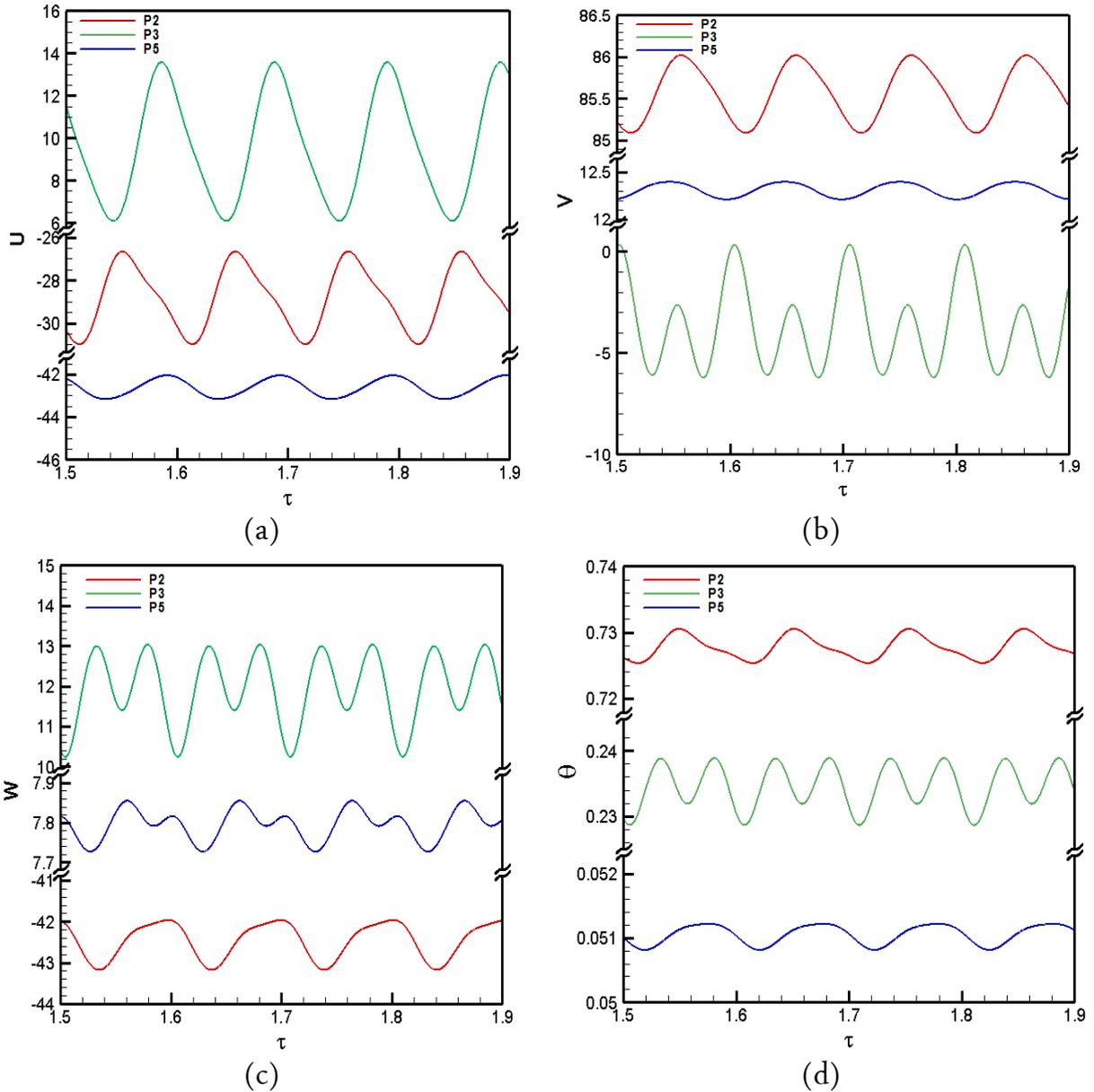
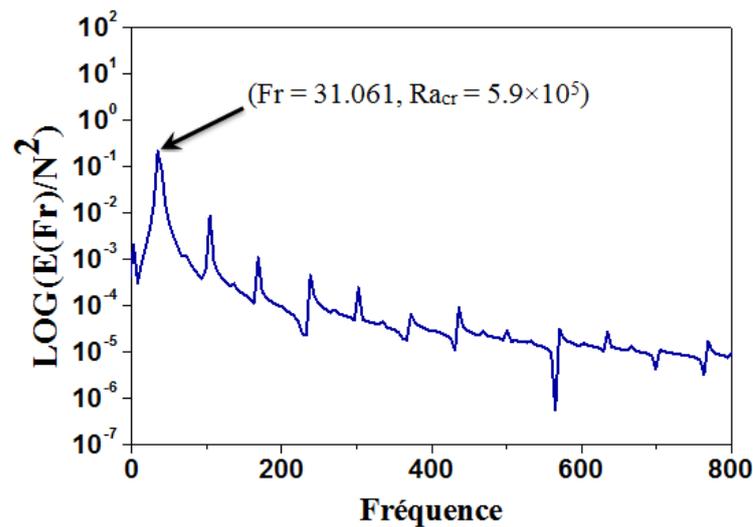


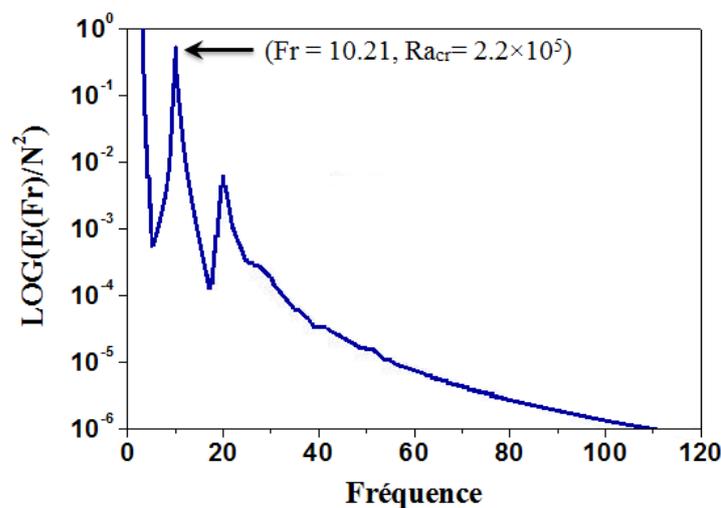
Figure V.41 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_2 , P_3 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.42 Evolutions temporelles des composantes de vitesse : (a) U , (b) V , (c) W , et de température (d) θ , aux points (P_2 , P_3 , et P_5), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.43 Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.44 Energie spectrale en fonction de la fréquence au point P_1 , pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$

Pour le cas $3/2 \times Az$, l'évolution temporelle de la fonction de courant maximale ($\psi_{w_{max}}$), suivi par son historique (ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans des instants bien déterminés ; ($\tau_a = 1.52806$, $\tau_b = 1.53026$, $\tau_c = 1.53512$, $\tau_d = 1.53969$, $\tau_e = 1.54425$, $\tau_f = 1.54675$, $\tau_g = 1.55088$), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, sont représentées dans les figures_IV.45, et IV.46 qui décrivent alors le changement périodique des contours des lignes de courant effectué sur les zones latérales des composants caractérisés par la dilatation de ces lignes (débit faible). Pour les deux autres cas du rapport de forme ($Az =$

ws/H , et $5/2 \times (ws/H)$), la périodicité est bien claire à travers les figures IV.47-IV.48, et IV.49-IV.50.

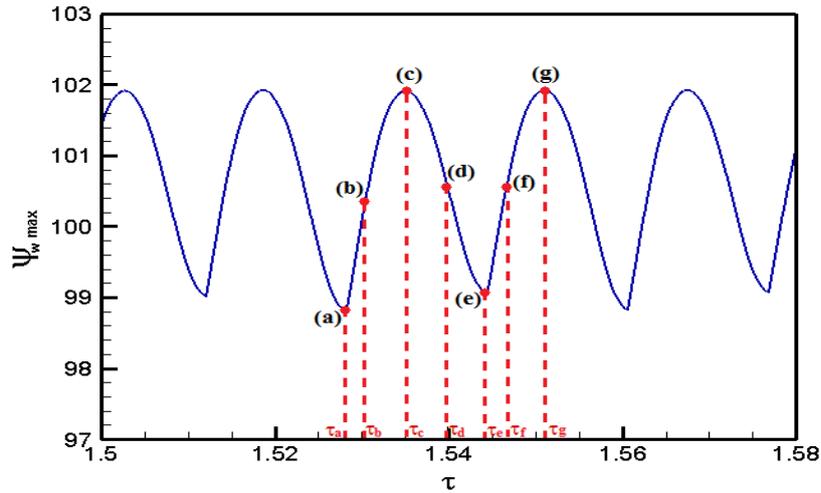
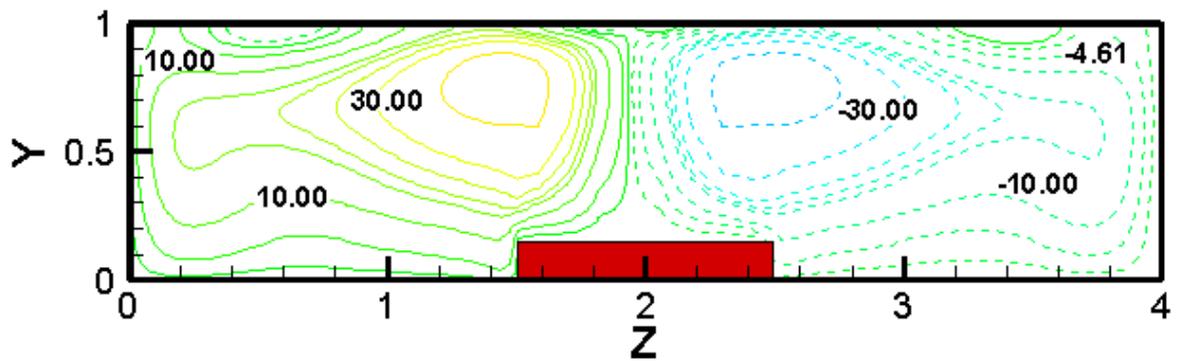
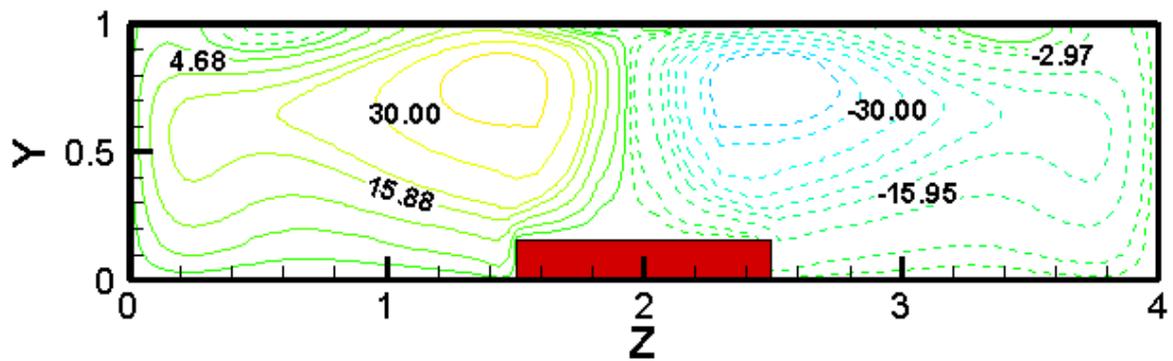


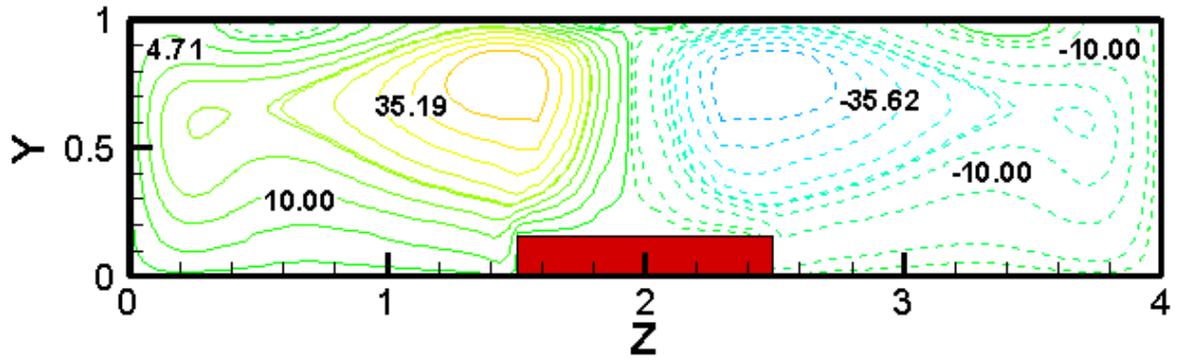
Figure IV.45 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e, f, g), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



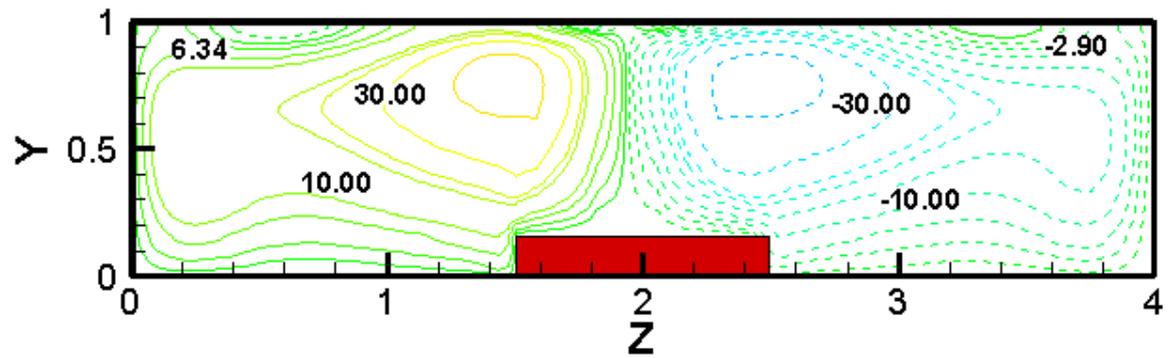
(a) $\tau_a = 1.52806$



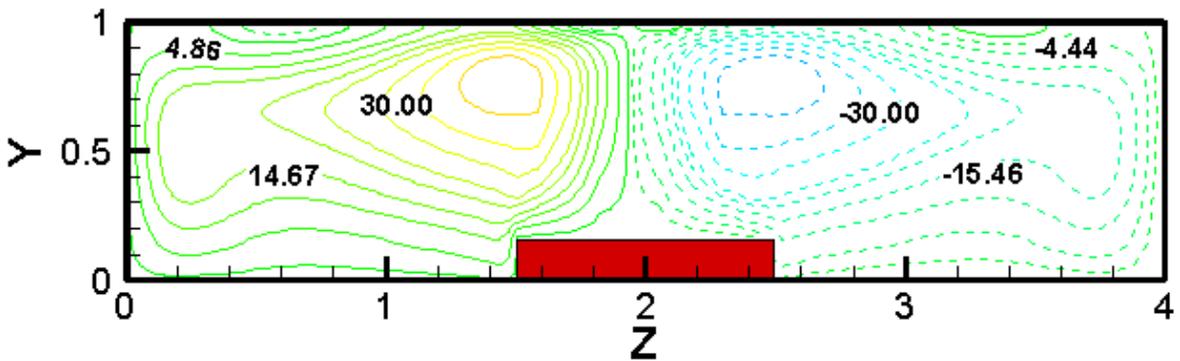
(b) $\tau_b = 1.53026$



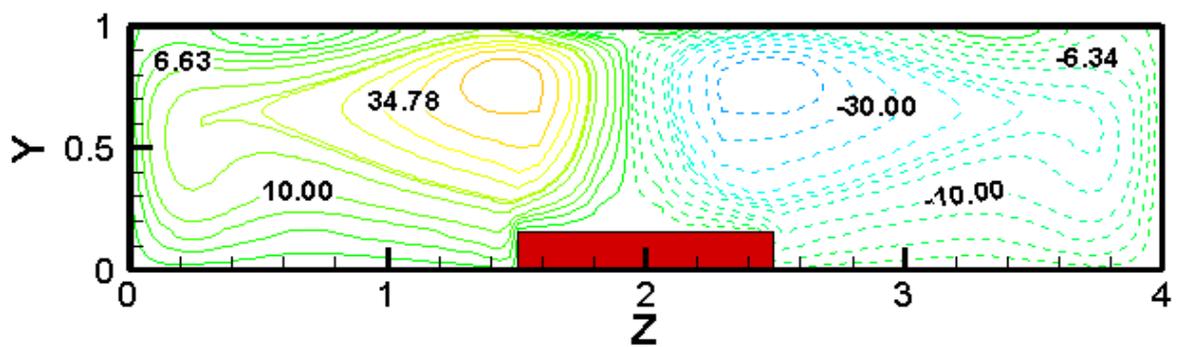
(c) $\tau_c = 1.53512$



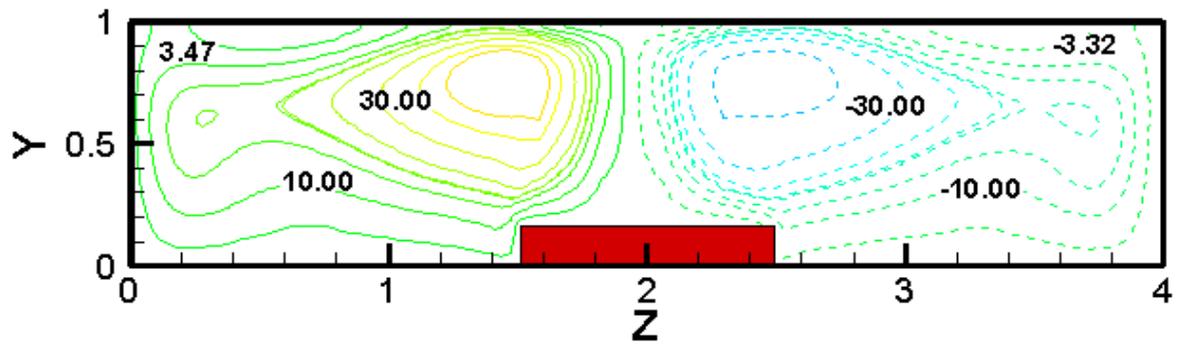
(d) $\tau_d = 1.53969$



(e) $\tau_e = 1.54425$

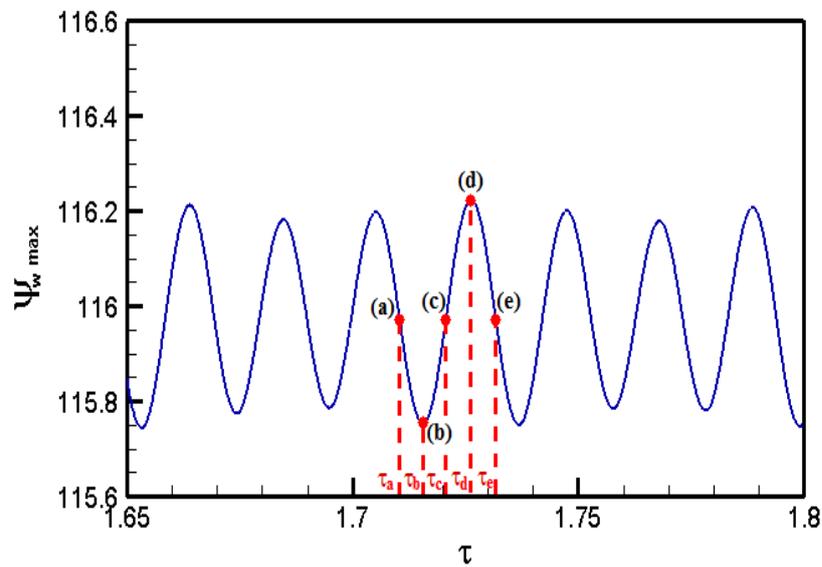


(f) $\tau_f = 1.54675$

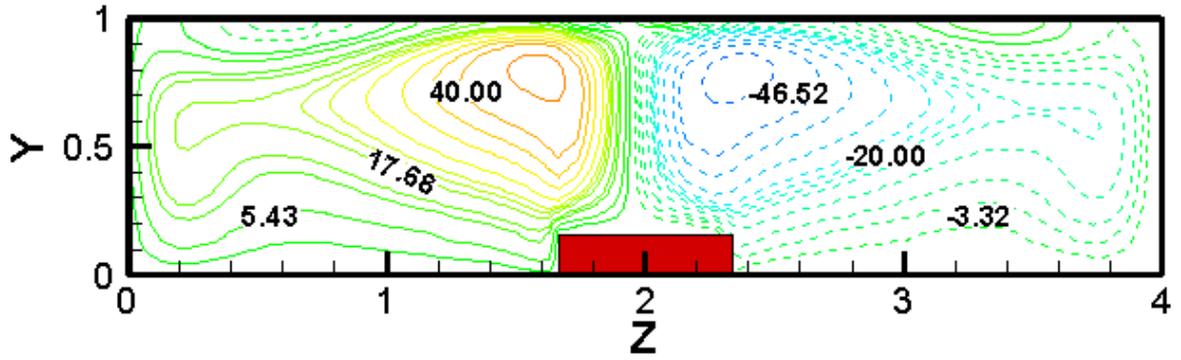


(g) $\tau_g = 1.55088$

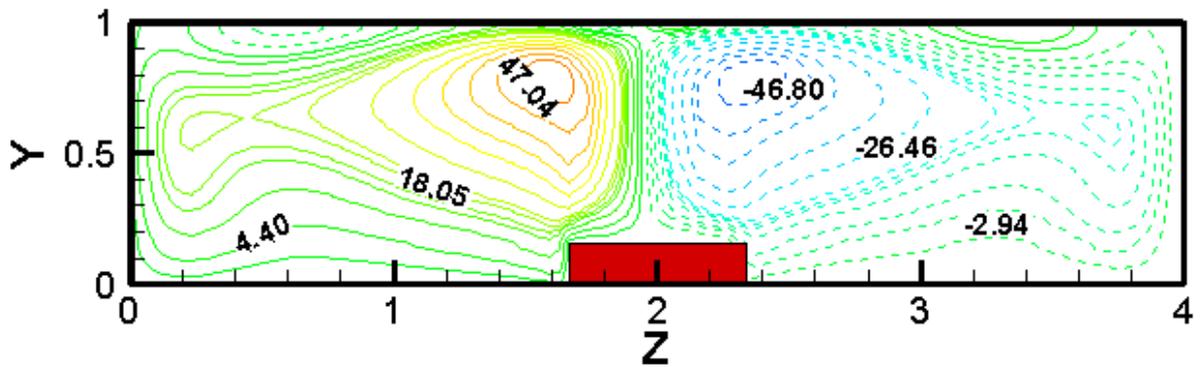
Figure_IV.46 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.52806$, (b) $\tau_b = 1.53026$, (c) $\tau_c = 1.53512$, (d) $\tau_d = 1.53969$, (e) $\tau_e = 1.54425$, (f) $\tau_f = 1.54675$, (g) $\tau_g = 1.55088$, pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



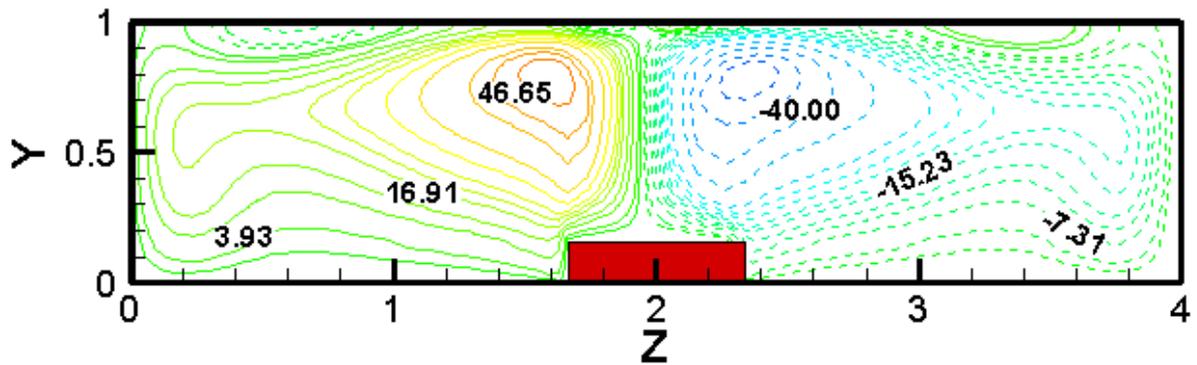
Figure_IV.47 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et rapport de forme $Az = ws/H$



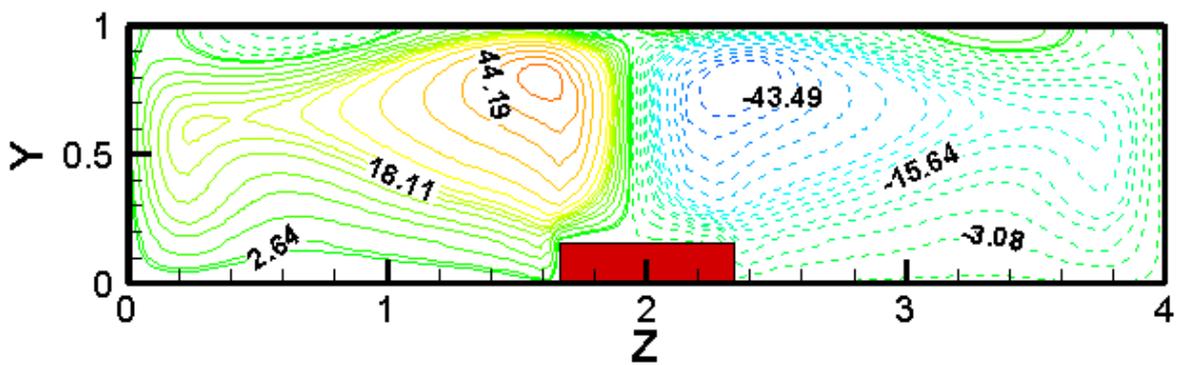
(a) $\tau_a = 1.71061$



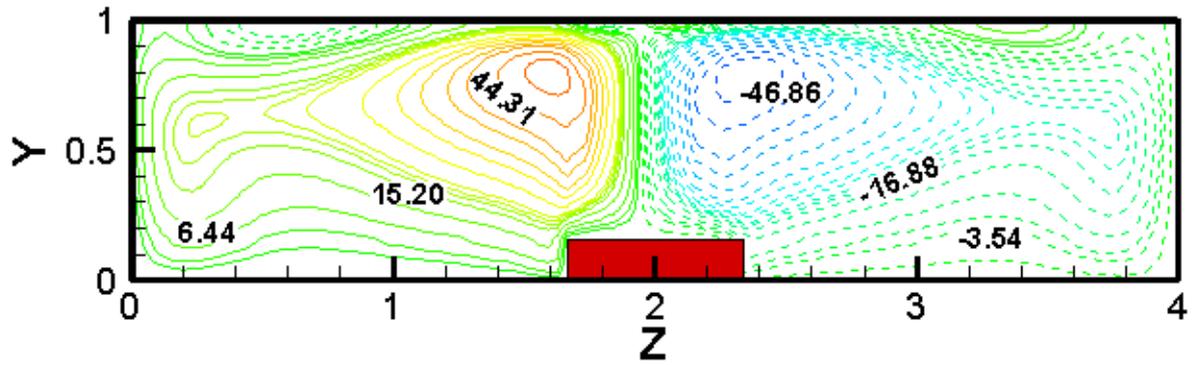
(b) $\tau_b = 1.7153$



(c) $\tau_c = 1.72055$

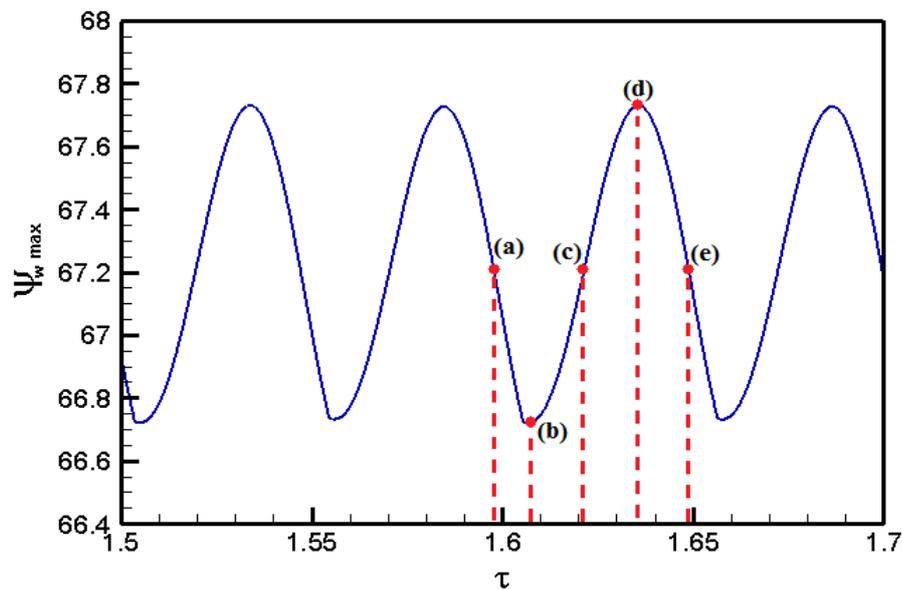


(d) $\tau_d = 1.72607$

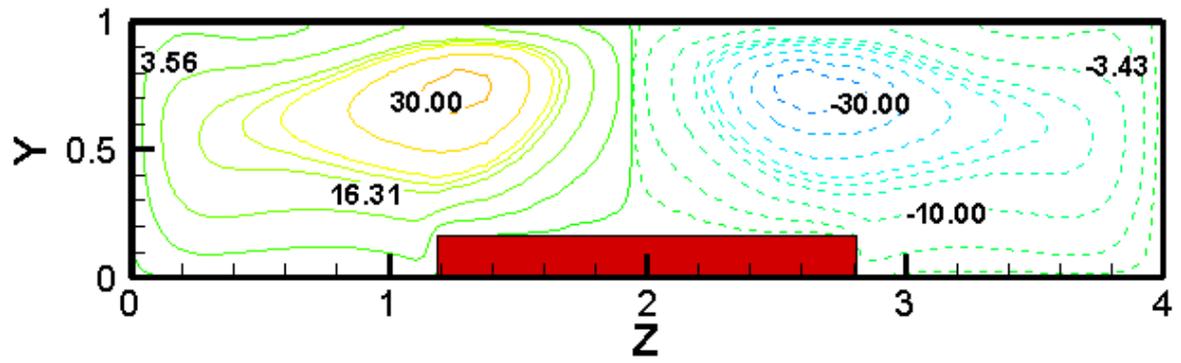
(e) $\tau_e = 1.73159$

Figure_IV.48 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.71061$, (b) $\tau_b = 1.7153$, (c) $\tau_c = 1.72055$, (d) $\tau_d = 1.72607$, (e) $\tau_e = 1.73159$, pour $Ra_{cr} = 9.6 \times 10^5$, et rapport de forme

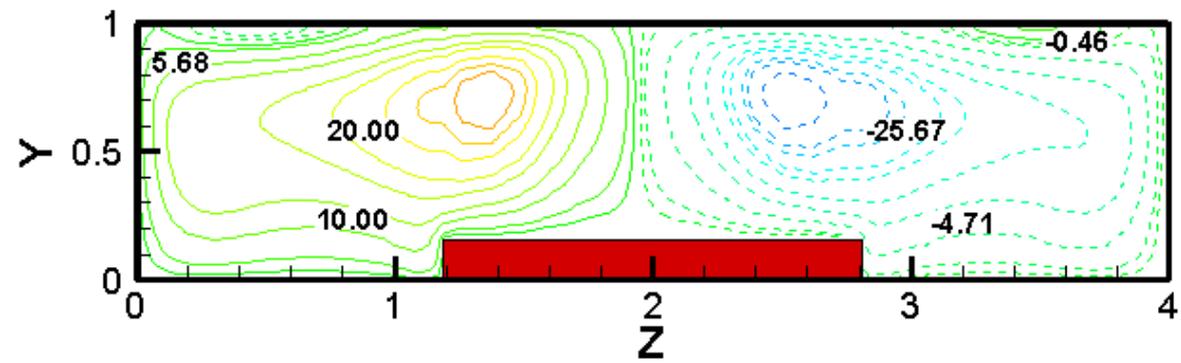
$$Az = ws/H$$



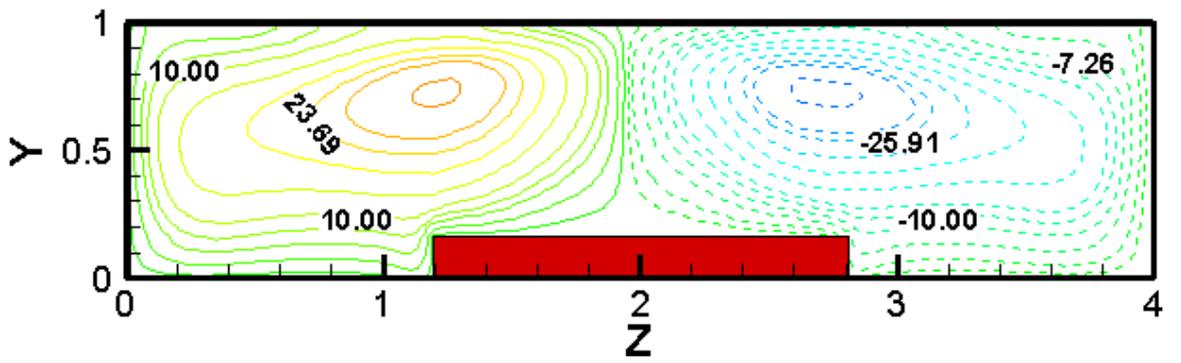
Figure_IV.49 Evolution temporelle de fonction de courant (ψ_{w_max}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$



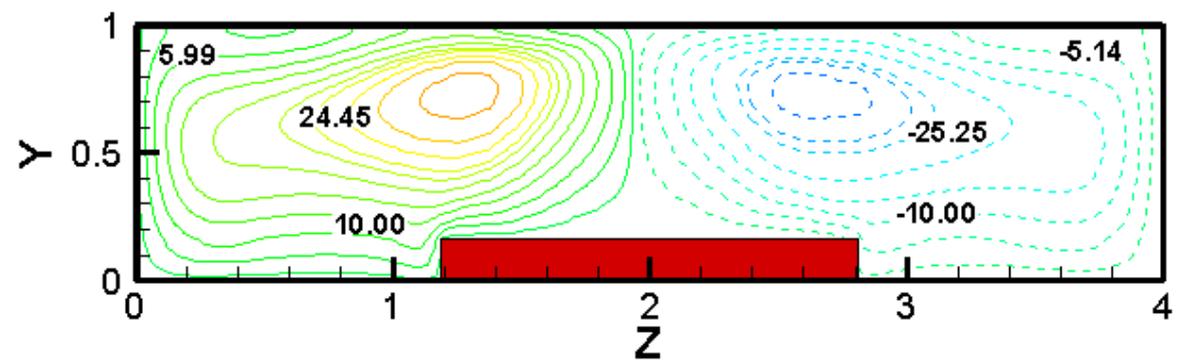
(a) $\tau_a = 1.59775$



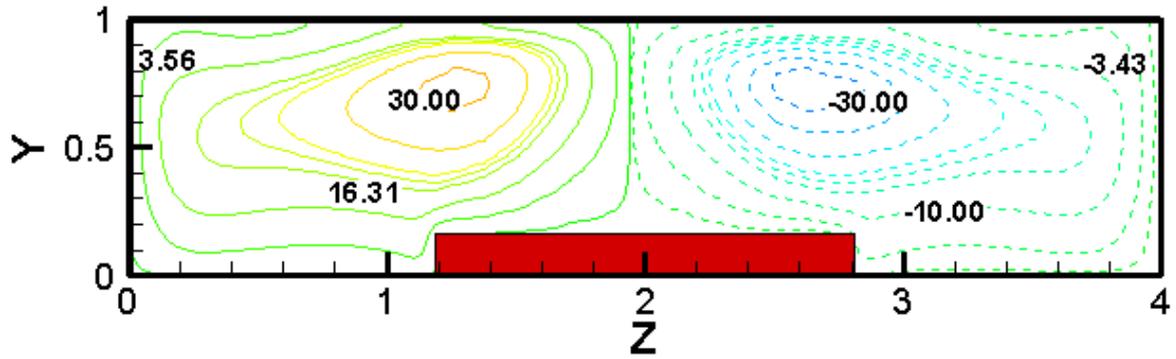
(b) $\tau_b = 1.60695$



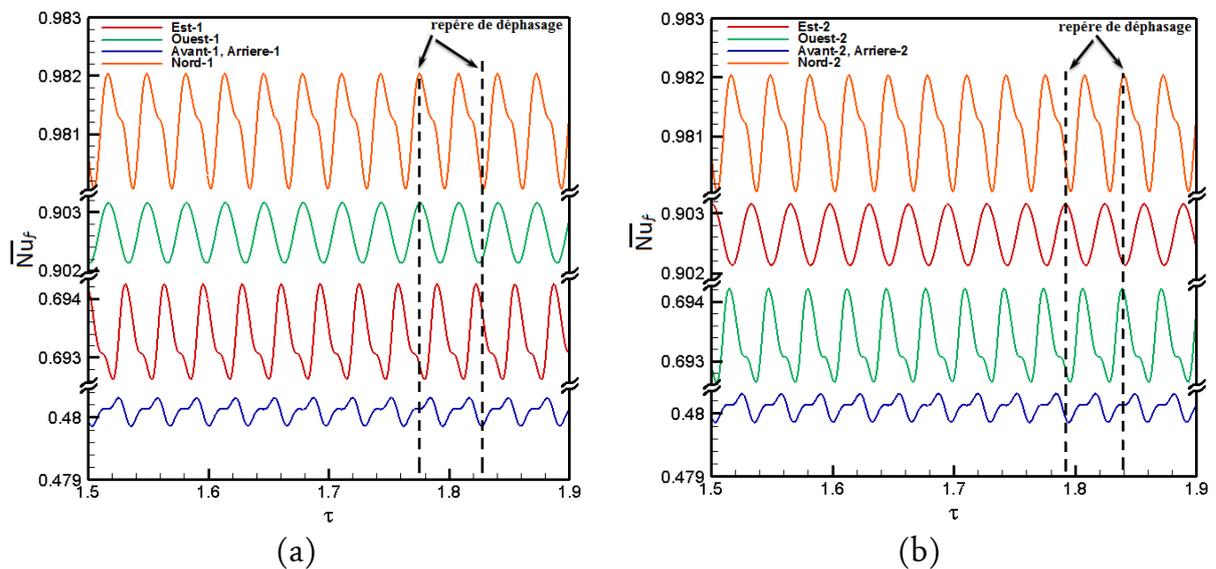
(c) $\tau_c = 1.6213$



(d) $\tau_d = 1.63566$

(e) $\tau_e = 1.64854$

Figure_IV.50 Evolution temporelle des contours de fonction de courant (ψ_w) au milieu du premier composant à ($x = 1.365$) dans les instants : (a) $\tau_a = 1.59775$, (b) $\tau_b = 1.60695$, (c) $\tau_c = 1.6213$, (d) $\tau_d = 1.63566$, (e) $\tau_e = 1.64854$, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.51 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$

L'échange du transfert de chaleur développé sur les surfaces des composantes (\overline{Nu}_f) subit au mouvement oscillatoire du fluide représenté dans les figures_IV.51 et figures_IV.52 pour les deux cas $3/2 \times (ws/H)$, et $5/2 \times (ws/H)$, respectivement, le déphasage est bien clair entre les surfaces des composants à travers l'observation des oscillations, ainsi les amplitudes sont plus importantes sur les surface Est et Nord, pour

le cas $3/2 \times (ws/H)$, et davantage pour le cas $5/2 \times (ws/H)$, cela revient à la grande surface d'échange thermique située dans les zones de perturbation, ainsi les amplitudes des surfaces Avant et Arrière diminuent de plus avec l'augmentation du rapport de forme dû au rapprochement aux parois de l'enceinte maintenues à des températures ambiantes, d'où les couches limites manifestent dans la région et produisent un effet stabilisateur.

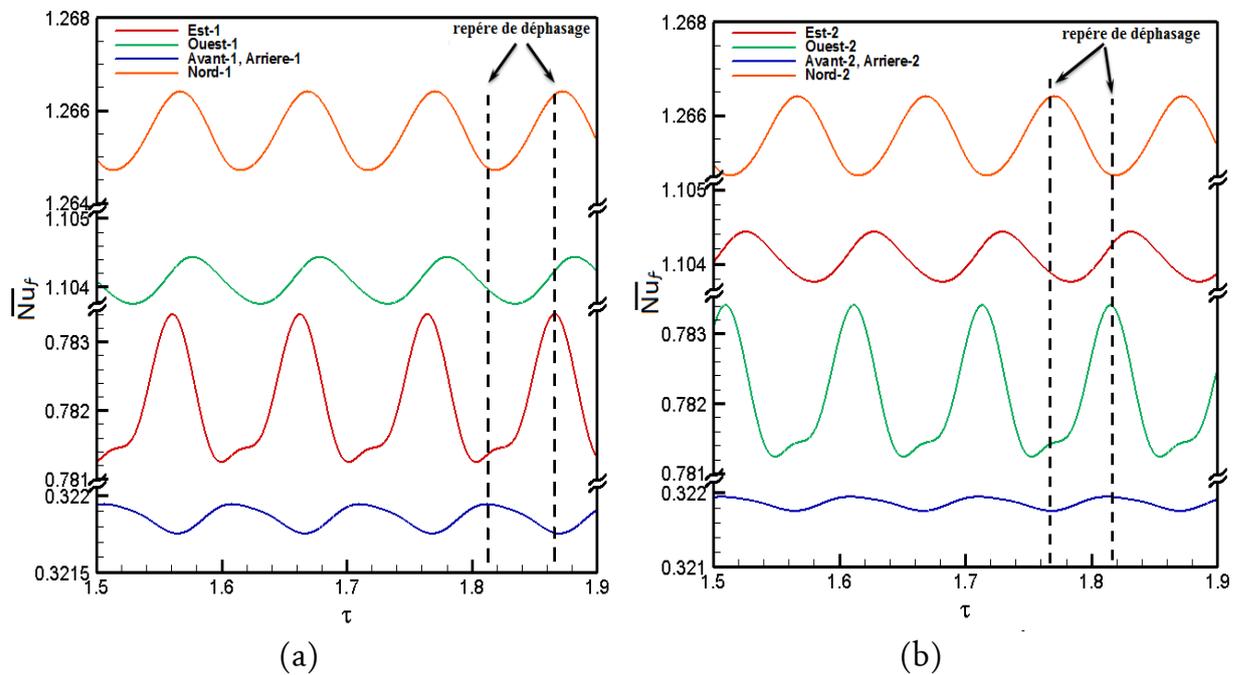
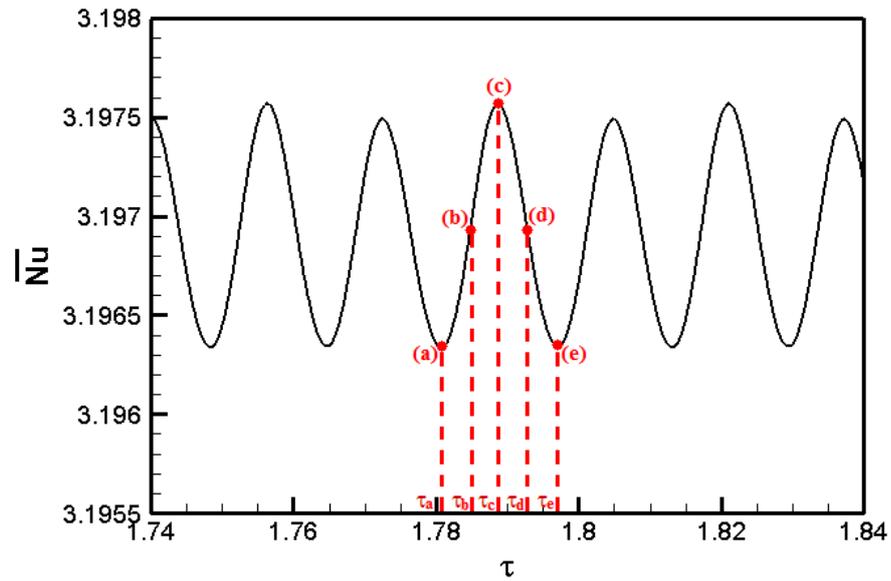
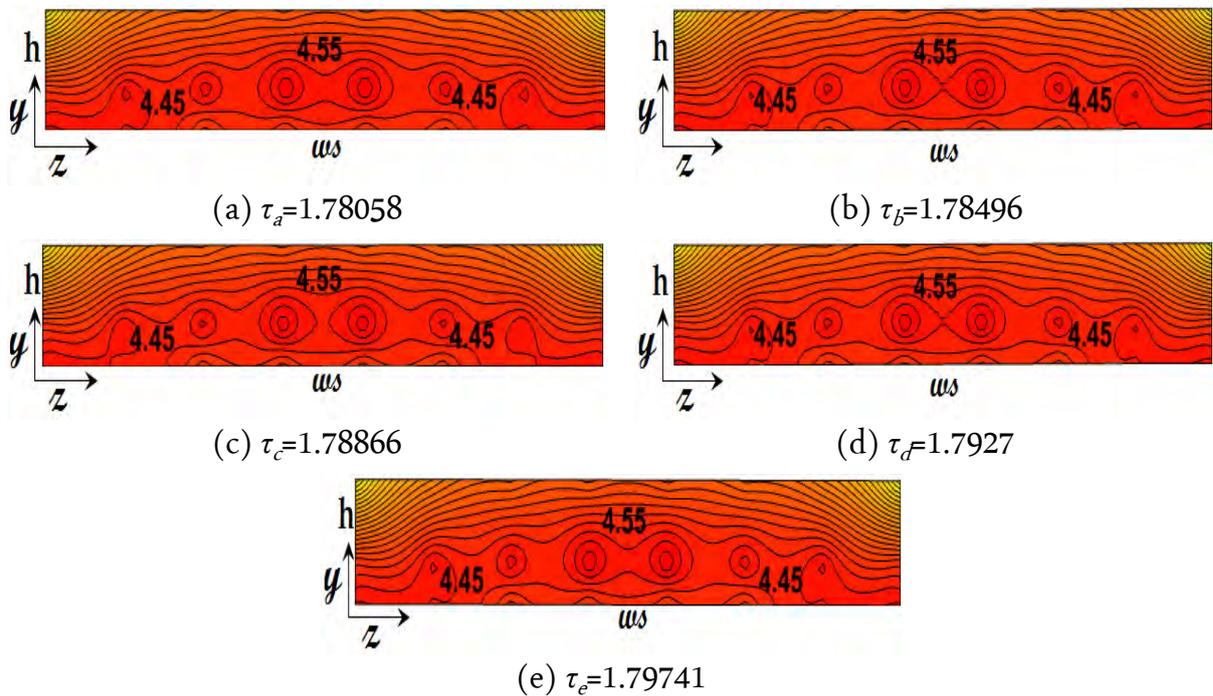


Figure IV.52 Evolutions temporelles de Nusselt moyen de chaque face (\overline{Nu}_f) des composantes : (a) composant-1, (b) composant-2, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$

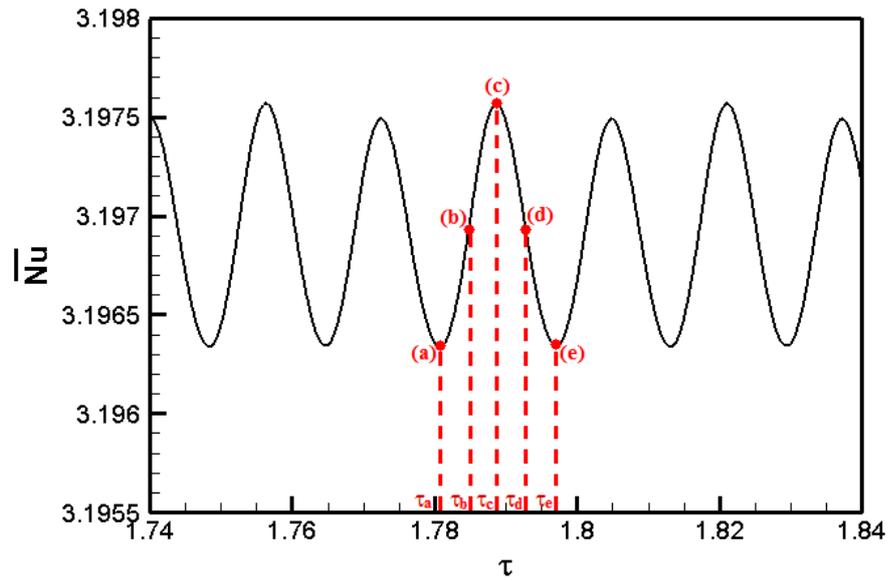
Les figures IV.21, IV.53 et IV.55 accompagnées des figures IV.22, IV.54, et IV.56 respectivement, représentent l'effet périodique de Nusselt global et local sur la surface Est pour les deux cas $Az = ws/H$, et $3/2 \times (ws/H)$, et la surface Avant pour le cas $5/2 \times (ws/H)$.



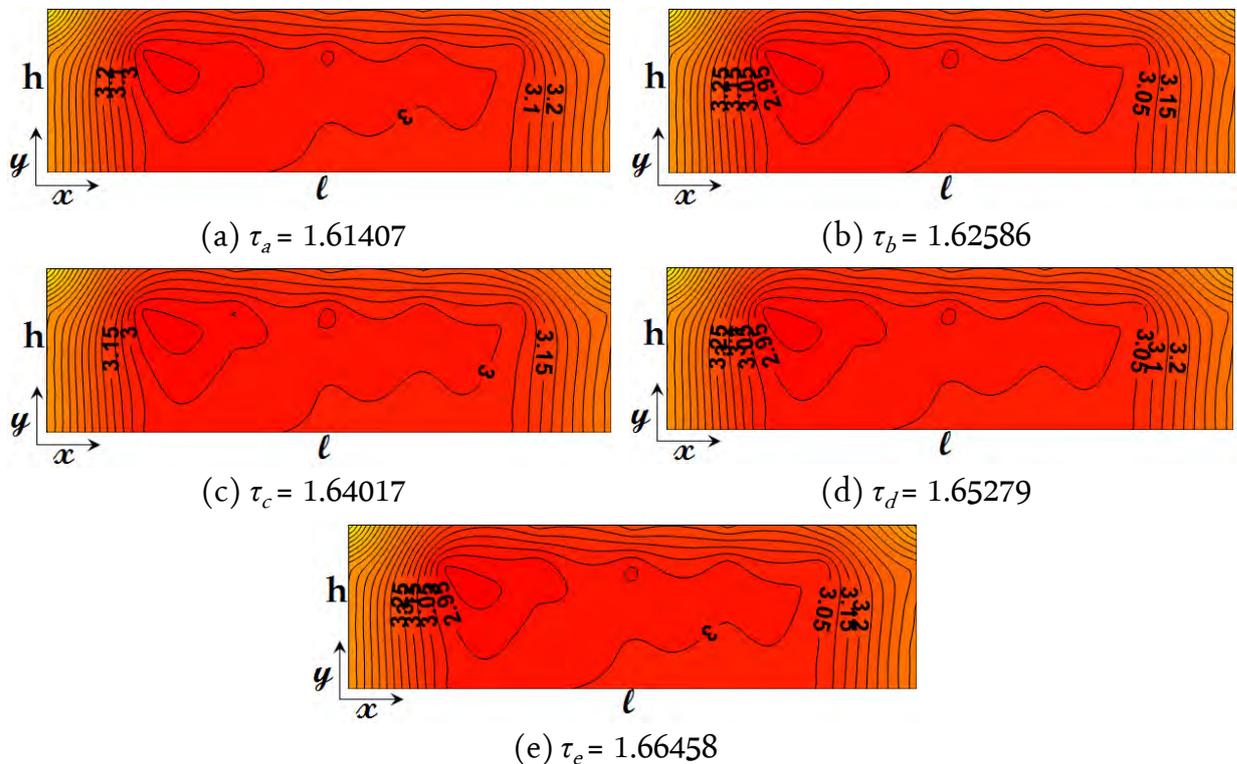
Figure_IV.53 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.54 Evolution temporelle de Nusselt local face Est1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.78058$, (b) $\tau_b = 1.78496$, (c) $\tau_c = 1.78866$, (d) $\tau_d = 1.7927$, (e) $\tau_e = 1.79741$, pour $Ra_{cr} = 5.9 \times 10^5$, et rapport de forme $3/2 \times (ws/H)$



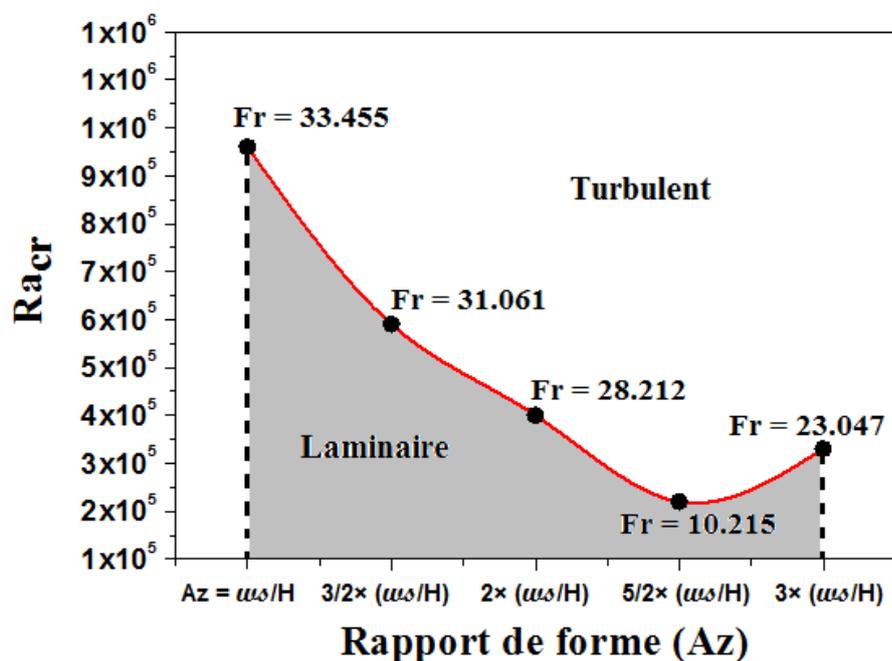
Figure_IV.55 Evolution temporelle de Nusselt global (\overline{Nu}) avec des instants choisis (a, b, c, d, e), pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$



Figure_IV.56 Evolution temporelle de Nusselt local face Avant-1 aux instants choisis : (a) $\tau_a = 1.61407$, (b) $\tau_b = 1.62586$, (c) $\tau_c = 1.64017$, (d) $\tau_d = 1.65279$, (e) $\tau_e = 1.66458$, pour $Ra_{cr} = 2.2 \times 10^5$, et rapport de forme $5/2 \times (ws/H)$

Le diagramme de stabilité pour les effets du rapport de forme suivant la largeur des composants (Az) est présenté dans la figure_IV.57, cette dernière nous montre une relation réciproque entre ces rapports et la limite de bifurcation déterminée par (Rayleigh critique Ra_{cr} , Fréquence critique Fr_{cr}), sauf à exception du rapport de forme $3 \times (ws/H)$ où l'état critique avait une certaine augmentation. Nous pouvons conclure que l'augmentation du rapport de forme (Az) a un effet déstabilisateur sur l'écoulement.

La fonction de corrélation correspondant aux nombres de Rayleigh critiques en fonction des rapports de forme suivant la transversale des composants (Az) a été établi à partir de la courbe de diagramme de stabilité figure_IV.57 sous forme d'une fonction exponentielle suivante : $Ra_{cr} = 2266910 - 2015700 \times \exp(-0.5 \times ((Az - 4.115)/3.36)^2)$; cette fonction a été adoptée pour un coefficient de corrélation $R^2 = 0.95$.



Figure_IV.57 Diagramme de la stabilité en fonction du rapport de forme suivant la transversale des composants (Az)

IV.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre qui fait objet du régime transitoire, on trouve que nos résultats sont présentés en trois sections qui étudient les effets d'espacement (d), rapport de forme suivant la longueur des composants (Ax), et rapport de forme suivant la largeur des

composants (Az) sur la bifurcation d'écoulement, essayant de montrer les limites du régime d'écoulement déterminé par les nombres de Rayleigh critique (Ra_{cr}) pour chaque état critique, où nous avons élucidé physiquement le phénomène de périodicité par des changements structuraux des lignes de courant et de Nusselt local sur les surfaces des composants dans des laps de temps. Nous avons conclu que ;

- Le calcul des fréquences prédominantes nous a permis de déterminer l'énergie cinétique et thermique d'écoulement provenant de zones de recirculation principales, et secondaires. Ces fréquences sont considérées les mêmes dans tout le domaine de fluide, en revanche les amplitudes dépendent aux positions des points, ce qui nous servira à détecter les zones de perturbations.
- Le mécanisme de bifurcation est responsable sur l'instabilité des couches limites qui brisent la stabilité du transfert de chaleur et provoque un déphasage d'échange thermique entre les surfaces des composants. Donc, les couches limites (thermiques, et dynamique), et la viscosité dynamique du fluide ont un effet stabilisateur sur l'écoulement.
- A travers les diagrammes de stabilité qui résument toutes les cas critiques détectés, nous avons constaté que l'augmentation d'espacement, et rapport de forme suivant la longueur des composants (Ax) stabilise l'écoulement, néanmoins l'augmentation du rapport de forme suivant la largeur des composants (Az) a un effet déstabilisateur sur l'écoulement.
- Des fonctions de corrélations ont été établies pour chaque courbe de diagramme de stabilité, afin de déterminer des relations mathématiques entre les nombres de Rayleigh critique en fonction des effets d'espacement, rapport de forme suivant la longueur des composants, et rapport de forme suivant la largeur des composants.

Conclusion Générale

Le travail présenté dans cette thèse nous a permis de traiter le problème du transfert de chaleur par convection naturelle à travers une étude de simulation numérique tridimensionnelle des deux blocs identiques, chauffées dans une cavité fermée. Cette cavité a la particularité d'avoir simulé la chaleur dégagée par des composants électroniques, dont nous avons mis en évidence l'influence du nombre de Rayleigh, l'espacement entre les éléments thermiques et les rapports d'aspect dans les directions X , et Z , sur le comportement dynamique et thermique de l'air, et cela pour l'écoulement laminaire et transitoire.

Le système d'équations gouvernant le problème a été résolu numériquement par un code numérique en langage Fortran, basé sur la méthode des volumes finis, et l'algorithme de SIMPLER, dont une validation a été effectuée avec des travaux trouvés dans la littérature.

Les résultats en écoulement laminaire ont montré que l'augmentation du nombre de Rayleigh fait accélérer aisément l'écoulement dans la cavité et le transfert de chaleur passe du mode conductif au mode convectif. L'augmentation de la distance de séparation entre les deux blocs entraîne une amélioration du transfert de chaleur. Tandis qu'en fonction des rapports d'aspect dans la direction X , et Z , le transfert de chaleur se réduit. En général, les résultats ont montré une forte relation entre les transferts de chaleur, la force de flottabilité et la couche limite pour chaque variation de ces paramètres.

Dans la deuxième partie, le régime transitoire a fait objet de notre étude à travers la détection du début des instabilités hydrodynamiques et thermiques qui apparaissent pour des nombres de Rayleigh plus élevés, où nous avons traité l'influence d'espacement et les rapports d'aspect suivant la longueur et la largeur des composants sur la bifurcation d'écoulement. Les résultats obtenus ont montré que l'augmentation d'espacement et rapport d'aspect suivant la longueur des composants (A_x) stabilise l'écoulement, néanmoins l'augmentation du rapport d'aspect suivant la largeur des composants (A_z) à un effet de déstabilisateur sur l'écoulement.

En général, ces résultats nous ont donné des informations qui peuvent être utiles aux industriels, dans le but d'optimiser la dissipation thermique. Il est recommandé dans les futurs travaux d'étudier les instabilités de l'écoulement engendrées par l'effet du rayonnement solaire en présence des composants électroniques, tel que le cas du semi-conducteur dans les panneaux photovoltaïques.

Références

- [1] A. Benkhelifa, et F. Penot, “Sur la convection de Rayleigh-Bénard turbulente : Caractérisation dynamique par PIV”, *Revue des Energies Renouvelables*, Vol .9, pp. 341 – 354 (2006).
- [2] F. Charru, “Instabilités Hydrodynamiques”, *Savoirs Actuels EDP Sciences/CNRS ÉDITIONS* (2007).
- [3] O. Thual, “Ondes et Instabilités”, *Articles Pédagogiques Multimédia, INP/ENSEEIH et IMFT* (2009).
- [4] M. H. Bénard, “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent”, *Annales de Chimie et de Physique*, Septième Série, Vol. XXIII, pp. 62-144 (1901).
- [5] L. Rayleigh, O.M, F.R.S, “On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the underside”, *The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 32, Series 6, pp. 529-546 (1916).
- [6] G. De Vahl Davis, “Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, pp. 1675-1693 (1968).
- [7] M. J. Stewart, F. Weinberg, “Fluid flow in liquid metals”, *Thoracel Analysis, Journal of Crystal Growth*, Vol. 12, pp. 217-227, (1972).
- [8] J. P. Van Doormaal, G.D. Raithby, “Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flow”, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147-163 (1984).
- [9] G. De Vahl Davis, I. P. Jones, “Natural convection in a square cavity: a comparison exercise”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 227-248 (1983).
- [10] N. Ouertatani, N. Ben Cheikh, B. Ben Beya, T. Lili, “Numerical simulation of two-dimensional Rayleigh-Bénard convection in an enclosure”, *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 336, pp. 464-471 (2008).

-
- [11] P. Alam, A. Kumar, S. Kapoor, S.R. Ansari, "Numerical investigation of natural convection in a rectangular enclosure due to partial heating and cooling at vertical walls", *Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 17, pp. 2403-2414 (2012).
- [12] O. Turan, R.J. Poole, N. Chakraborty, "Influences of boundary conditions on laminar natural convection in rectangular enclosures with differentially heated side walls", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 33, pp. 131-146 (2012).
- [13] I. E. Sarris, I. Lekakis, N.S. Vlachos, "Natural convection in rectangular tanks heated locally from below", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 74, pp. 3549-3563 (2004).
- [14] K. Ben nasr, R. Chouikh, C. Kerkeni, A. Guizani, "Numerical study of the natural convection in cavity heated from the lower corner and cooled from the ceiling", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, pp. 772-775 (2006).
- [15] H. Oztop, E. Bilgen, "Natural convection in differentially heated and partially divided square cavities with internal heat generation", *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol. 27, pp. 466-475 (2006).
- [16] Y. Varol, H. F. Oztop, T. Yilmaz, "Natural convection in triangular enclosures with protruding isothermal heater", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 2451-2462 (2007).
- [17] Qi-Hong Deng, "Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source-sink pairs", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 5949-5957 (2008).
- [18] A. Koca, "Numerical analysis of conjugate heat transfer in a partially open square cavity with a vertical heat source", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 1385-1395 (2008).
- [19] S. Soleimani, D. D. Ganji, M. Gorji, H. Bararnia, E. Ghasemi, "Optimal location of a pair heat source-sink in an enclosed square cavity with natural convection through PSO algorithm", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 652-658 (2011).

-
- [20] H. S. Yoon, J. H. Jung, Y. G. Park, “Natural convection in a square enclosure with two horizontal cylinders”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: an International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 62, pp. 701-721 (2012).
- [21] S. Saravanan, C. Sivaraj, “Natural convection in an enclosure with a localized nonuniform heat source on the bottom wall”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 2820-2828 (2011).
- [22] S. Saravanan, C. Sivaraj, “Coupled thermal radiation and natural convection heat transfer in a cavity with a heated plate inside”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 40, pp. 54-64 (2013).
- [23] M. K. Das, K. S. K. Reddy, “Conjugate natural convection heat transfer in an inclined square cavity containing a conducting block”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 4987-5000 (2006).
- [24] Z. Altaç, O. Kurtul, “Natural convection in tilted rectangular enclosures with a vertically situated hot plate inside”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, pp. 1832-1840 (2007).
- [25] A. Bairi, J.M. G. Maria, N. Laraqi, N. Alilat, “Free convection generated in an enclosure by alternate heated bands. Experimental and numerical study adapted to electronics thermal control”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1337-1346 (2008).
- [26] H. Bouali, A. Mezrhab, H. Amaoui, M. Bouzidi, “Radiation-natural convection heat transfer in an inclined rectangular enclosure”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 45, pp. 553-566 (2006).
- [27] H.F. Nouanegue, A. Muftuoglu, E. Bilgen, “Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 871-880 (2009).
- [28] F. Moufekkik, M. A. Moussaoui, A. Mezrhab, D. Lemonnier, H. Naji, “MRT-lattice Boltzmann computations of natural convection and volumetric radiation in a tilted square enclosure”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 54, pp. 125-141 (2012).
-

-
- [29] T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk, "A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially Heated cubical enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1543-1557 (1991).
- [30] T. J. Heindel, S. Ramadhyani, F. P. Incropera, "Conjugate natural convection from an array of discrete heat sources: part 1-two-and three-dimensional model validation", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 501-510 (1995).
- [31] A.A. Mohamad, J. Sicard, R. Bennacer, "Natural convection in enclosure with floor cooling subjected to a heated vertical wall", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 108-121 (2006).
- [32] A. Naffouti, B. Ben-Beya, T. Lili, "Three-dimensional Rayleigh-Bénard magneto convection effect of the direction of the magnetic field on heat transfer and flow patterns", *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 342, pp. 714-725, (2014).
- [33] E. Yu, Y. Joshi, "A numerical study of three-dimensional laminar natural convection in a vented enclosure", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 18, pp. 600-612 (1997).
- [34] M. Y. Ha, M. J. Jung, "A numerical study on three-dimensional conjugate heat transfer of natural convection and conduction in a differentially heated cubic enclosure with a heat-generating cubic conducting body", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4229-4248 (2000).
- [35] I. Sezai, A.A. Mohamad, "Natural convection from a discrete heat source on the bottom of a horizontal enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2257-2266 (2000).
- [36] P. M. Teertstra, M. M. Yovanovich, J. R. Culham, "Modeling of natural convection in electronic enclosures", *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol. 128, pp. 157-165 (2006).
- [37] M. Ilicak, A. Ecdar, E. Turan, "Operator splitting techniques for the numerical analysis of natural convection heat transfer", *International Journal of Computer Mathematics*, Vol. 84, pp. 783-793 (2007).
-

-
- [38] M. N. Borjini, H. Ben Aissia, “Effect of radiative heat transfer on the three-dimensional buoyancy flow in cubic enclosure heated from the side”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 107-118 (2008).
- [39] S. K. W. Tou, C. P. Tso, X. Zhang, “3-D numerical analysis of natural convective liquid cooling of a 3×3 heater array in rectangular enclosures”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 3231-3244 (1999).
- [40] G. S. Barozzi, M. A. Corticelli, “Natural convection in cavities containing internal sources”, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 473-480 (2000).
- [41] M. C. D’orazio, C. Cianfrini, Corcione, “Rayleigh-Bénard convection in tall rectangular enclosures”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 43, pp. 135-144 (2004).
- [42] L. F. Jin, K. W. Tou, C. P. Tso, “Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 3982-3994 (2005).
- [43] C. Choi, S. Jeong, M. Y. Ha, H. S. Yoon, “Effect of a circular cylinder’s location on natural convection in a rhombus enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 77, pp. 60-73 (2014).
- [44] H. Wang, S. Xin, P. Le Quéré, “Etude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d’air”, *Comptes Rendus*, Vol. 334, pp. 48-57 (2006).
- [45] H. Sun, E. Chénier, G. Lauriat, “Effect of surface radiation on the breakdown of steady natural convection flows in a square, air-filled cavity containing a centered inner body”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 31, pp. 1252-1262 (2011).
- [46] M. N. Hasan, S. C. Saha, Y. T. Gu, “Unsteady natural convection within a differentially heated enclosure of sinusoidal corrugated side walls”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5696-5708 (2012).

-
- [47] R. Roslan, H. Saleh, I. Hashim, A. S. Bataineh, “Natural convection in an enclosure containing a sinusoidally heated cylindrical source”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 119-127 (2014).
- [48] M. M. Jovanovic, J. D. Nikodijevic, M. D. Nikodijevic, “Rayleigh-Bénard convection instability in the presence of spatial temperature modulation on both plates”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, in press.
- [49] P. G. Siddheshwar, P. S. Titus, “Nonlinear Rayleigh-Bénard convection with variable heat source”, *ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 135, pp. 1-12 (2013).
- [50] S. A. Benouaguef, B. Zeghmami, K. Bouhadeif, “Numerical simulation of chaotic natural convection in a differentiated closed square cavity”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 65, pp. 229-246 (2014).
- [51] B. S. Bhadauria, P. Kiran, “Chaotic and oscillatory magneto-convection in a binary viscoelastic fluid under g-jitter”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 610-624 (2015).
- [52] V. K. Gupta, B. S. Bhadauria, I. Hasim, J. Jawdat, A. K. Singh, “Chaotic convection in a rotating fluid layer”, *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 54, pp. 981-992 (2015).
- [53] T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara, “Transient three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1559-1564 (1999).
- [54] A. Y. Gelfgat, “Different modes of Rayleigh-Bénard instability in two- and three-dimensional rectangular enclosures”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 156, pp. 300-324 (1999).
- [55] I. Ishihara, R. Matsumoto, A. Senoo, “Natural convection in a vertical rectangular enclosure with localized heating and cooling zones”, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 467-472 (2000).

-
- [56] I. Ishihara, T. Fukui, R. Matsumoto, “Natural convection in a vertical rectangular enclosure with symmetrically localized heating and cooling zones”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 23, pp. 366-372 (2002).
- [57] P. H. Oosthuizen, J. T. Paul, “Natural convection in a rectangular enclosure with two heated sections on the lower surface”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, pp. 587-596 (2005).
- [58] S. Bouabdallah, R. Bessaïh, B. Ghernaout, A. Benchatti, “Effect of an external magnetic field on the 3-D oscillatory natural convection of molten gallium during phase change”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 60, pp. 84-105 (2011).
- [59] D. Mukutmoni, K. T. Yang, “Rayleigh-Bénard convection in a small aspect ratio enclosure : part II-bifurcation to chaos”, *ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 367-376 (1993).
- [60] B. Ben Beya, T. Lili, “Transient natural convection in 3D tilted enclosure heated from two opposite sides”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 604-613 (2009).
- [61] R. K. Lin, W. H. Sheu, “Study of cellular flow structure and pitchfork bifurcation in a laterally-heated cube”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 83, pp. 39-50 (2015).
- [62] W. f. Louisos, D. L. Hitt, C. L. Danforth, “Chaotic natural convection in a toroidal thermosyphon with heat flux boundaries”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 88, pp. 492-507 (2015).
- [63] S. V. Patankar, “*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*”, McGraw-Hill, New York. (1980).
- [64] A. Bejan, “*Convection Heat Transfer*”, John Wiley and Sons, Third Edition (2004).
- [65] A. T. Patera and B.B. Mikes, “Exploiting hydrodynamic instabilities. Resonant heat transfer enhancement”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1127-1138 (1986).
-

-
- [66] M. Afrid and A. Zebib, "Oscillatory three dimensional convection in rectangular cavities and enclosures", *Physics of Fluids*, Vol. 2, pp. 1318-1327 (1990).
- [67] R. Bessaïh, A. Boukhari, and P. Marty, "Magnetohydrodynamics stability of a rotating flow with heat transfer", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 893-901 (2009).
- [68] B. Ghernaout, S. Bouadballah, A. Benchatti, and R. Bessaïh, "Effect of the buoyancy ratio on oscillatory double-diffusive convection in binary mixture", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 66, pp. 928-946 (2014).
- [69] A. Yu. Gelfgat and P. Z. Bar-Yoseph, "The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity", *Physics of Fluids*, Vol. 13, pp. 2269-2279 (2001).
- [70] A. Yu. Gelfgat, P. Z. Bar-Yoseph, and A. Solan, "Steady states and oscillatory instability of swirling flow in a cylinder with rotating top and bottom", *Physics of Fluids*, Vol. 8, pp. 2614-2625 (1996).
- [71] D. Mukutmoni, K.T. Yang, "Rayleigh-Bénard convection in a small aspect ratio enclosure: Part I- Bifurcation to oscillatory convection", *ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 360-366 (1993).1-9229-0)

Travaux scientifiques

Ce présent travail a fait l'objet de certain travaux scientifiques ;

✓ **Article (Revue internationale):**

A. Bouraoui, R. Bessaïh, "Three-Dimensional Steady and Oscillatory Natural Convection in a Rectangular Enclosure with Heat Sources", **ASME, Journal of Heat Transfer**, DOI: 10.1115/1.4032949, 2016.

✓ **Conférences Internationales:**

- A. Bouraoui, R. Bessaïh, "Numerical Study of 3D Natural Convection in a Rectangular Enclosure with Two Heated Blocks", ***Seventh International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications***, 2014, Maroc. (ISBN 1-926769-19-6).

- A. Bouraoui, R. Bessaïh, "Three-Dimensional Oscillatory Natural Convection in a Rectangular Enclosure with Heat Sources", ***Seventh International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications***, 2014, Maroc. (ISBN 1-926769-19-6)

- A. Bouraoui, R. Bessaïh, "Etude Numérique de la Convection Naturelle 3D dans une Enceinte Rectangulaire Contenant Deux Blocs", ***Second International Conference on Applied Energetics and Pollution***, 2014, Constantine. (ISBN 978-9931-9229-0)

