



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

THESE

Présentée par :

TALOUB Djedid

Pour l'obtention du diplôme de **Doctorat en Sciences**
En **Génie Mécanique**
Spécialité : **Énergétique**

Instabilité et interaction des macrostructures tourbillonnaires avec la couche limite dans une cavité différentiellement chauffée

N° d'ordre :/DS/2015.
Série :/Meca/2015.

Soutenue le : 26 /11 /2015
devant le jury composé de :

Président :	Mr. Meziani Salim	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
Rapporteur :	Mr. Beghidja Abdelhadi	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
Examineurs :	Mr. Bouchoucha Ali	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
	Mr. Benkoussas Bouzid	M.C.A	Ecole Nationale Polytechnique, Alger
	Mlle. Ihaddadène Nabila	M.C.A	Université M ^{ed} Boudiaf M'sila

Constantine 2015



Remerciements

Je remercie avec gratitude monsieur Beghidja Abdelhadi, Professeur à l'université des Frères Mentouri, Constantine de m'avoir proposé cette thèse et de m'avoir guidé et suivi tout au long de sa réalisation. Sa disponibilité et ses conseils m'ont beaucoup touché.

Je tiens aussi à exprimer mes sincères remerciements à :

Monsieur Meziani Salim, Professeur à l'université des Frères Mentouri, Constantine pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Monsieur Bouchoucha Ali, Professeur à l'université des Frères Mentouri, Constantine, Monsieur Benkoussas Bouzid, Maitre de Conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique, et Mlle Ihaddadene Nabila, Maitre de Conférence à l'Université Mohamed Boudiaf de M'sila d'avoir voulu examiner cette thèse et faire partie du jury.

Résumé

L'étude de l'interaction de la couche limite avec l'écoulement et l'influence des échanges thermiques dans une cavité pour des forts nombres de Rayleigh ($2.5 \cdot 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \cdot 10^{11}$) a fait l'objet de nombreuses déverses simulations numériques. Le champ de vitesse résultant peut être décomposé en deux: Le champ moyen dans la cavité, et le champ fluctuant. La cavité est le siège d'instabilités engendrant ou modulant les structures tourbillonnaires. Ce travail est une continuité des études numériques antérieures et expérimentales. Il s'inscrit aussi dans la perspective plus générale de la dynamique des fluides, la turbulence et les transferts thermiques. Il contribue au développement des méthodes permettant la comparaison entre les simulations numériques et l'expérience dans le cas des écoulements turbulents comportant des macrostructures instationnaire. La modélisation de la turbulence est réalisée par une approche LES avec un modèle de diffusivité de sous-maille adapté à la convection naturelle. Notre objectif consiste à confronter nos résultats avec ceux de l'expérimental d'une part et ceux établis par d'autres études numériques.

Mots clés : Cavité fermée, modèle de turbulence, simulation des grandes échelles, stratification thermique, transfert de chaleur, RANS.

Abstract

In the recent years, the study of the boundary layer interaction with the flow and the influence of cavity heat transfer for strong Rayleigh numbers ($2.5 \times 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \times 10^{11}$) is use of various numerical simulations. The resulting velocity field can be divided into two: the flow of the average field in the cavity, and the fluctuating velocity field of this flow in the cavity. The cavity is the site of instabilities causing or modulating the vortex structures. In this work, a general the prospect of fluid dynamics turbulence and thermal transfer is provided based on previous experimental studies in order to develop new methods allowing the comparison between numerical simulations and experimental results in the case of turbulent flows with unsteady macrostructures. The turbulence modeling is performed by a LES approach with a sub grid diffusivity model adapted to the natural convection. Therefore, our goal is to compare our numerical results with those obtained experimentally literature on the one hand and those established by other numerical studies on the other hand.

Keywords: closed cavity, turbulence model, large eddy simulation, thermal stratification, heat transfer, RANS.

ملخص

هذا العمل يخص دراسة التدفق الدوراني المضطرب داخل تجويف مغلق ثلاثي الأبعاد لمعرفة تأثير العدد راييلي يفوق 10^9 . الدراسة تمت وفق حساب متغير التدفق للقيم المتوسطة و المضطربة. التجويف المغلق تحت تأثير تغير حراري هو مصدر تكوين الهياكل الدوامية. هذا العمل هو عبارة عن استمرارية لأعمال تجريبية (تطبيقية) منجزة ، كما يدخل في إطار أبحاث مستقبلية في مجال حركية الموائع، و الاضطراب، و التحويل الحراري. و يساهم في تطوير الطرق الحديثة التي تسمح بالمقارنة بين الأعمال العديدة و التجريبية. نموذج التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة (LES) هو المتبع في هذه الدراسة.

الهدف الأساسي من هذه الدراسة هو مقارنة النتائج المحصل عليها بطريقة التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة و مدى قربها و فعاليتها بباقي النتائج التجريبية و العديدة (نموذج التمثيل الرقمي المباشر DNS) لهذا التدفق.

الكلمات المفتاحية: تجويف مغلق، نموذج التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة، التحول الحراري، نموذج الاضطراب، التوازن الحراري

Table des Matières

Table des Matières.....	i
Liste des figures.....	iv
Liste des tableaux.....	vi
Nomenclature.....	vii
Introduction générale	1
Chapitre 1 Etude bibliographique	4
1.1. Convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées	4
1.1.1. Cavité avec gradient de température vertical	6
1.1.2. Cavité avec gradient de température horizontal.....	7
1.2. Revue Bibliographique.....	7
1.3. Convection naturelle dans une cavité à nombre de Rayleigh élevé	10
1.4. Problématique.....	15
Référence.....	17
Chapitre 2 Modèle des grandes structures de turbulence (LES)	20
2.1. Introduction.....	20
2.2. Concept de cascade d'énergie dans les modèles (LES).....	21
2.3. Hypothèse de Kolmogorov.....	23
2.4. Filtrage.....	24
2.4.1. Filtre passe bas.....	25
2.4.2. Filtre boîte "top-hat".....	25
2.4.3. Filtre gaussien.....	26
2.5. Concept de filtrage.....	27
2.6. Modèles des grandes structures de turbulence (LES).....	28
2.6.1. Concept de la viscosité turbulente dans les modèles (LES).....	29
2.6.1.1. Modèle de Smagorinsky classique.....	30
2.6.1.2. Modèle de Smagorinsky dynamique.....	31
2.6.2. Hypothèse de Similarité d'échelles.....	33
2.6.2.1. Modèle de Bardina.....	33
2.6.2.2. Modèle de similarité d'échelles dynamique.....	34
2.6.2.3. Modèle mixte.....	34
2.7. Models monotones integrated large eddy simulation (M.I.L.E.S).....	35
2.7.1. Algorithmes monotones.....	36
2.7.1.1. Propriétés fondamentales de la dynamique du fluide.....	36
Référence.....	37
Chapitre 3 Formulation mathématique et méthode numérique	39
3.1. Mise en équation du problème.....	39
3.1.1. Modèle physique.....	39
3.1.2. Modèle mathématique.....	41

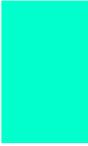
3.1.2.1. Equations de bilan.....	41
3.1.2.2. Equations adimensionnées.....	42
3.1.2.2.1. Grandeurs adimensionnelles caractérisant le problème.....	42
3.1.2.2.2. Système d'équations adimensionnées.....	43
3.1.2.3. Conditions aux limites.....	44
3.2. Techniques de simulation numérique de la turbulence.....	44
3.2.1. Echelles de la turbulence.....	45
3.3. Approches numériques de la turbulence.....	46
3.3.1. Simulation numérique directe (DNS).....	46
3.3.2. Approche moyennée des équations de Navier-Stokes.....	46
3.3.3. Simulation des Grandes Structures (SGS).....	47
3.3.3.1. Filtrage spatial implicite.....	50
3.3.3.2. Equations de conservation filtrées dans l'espace physique.....	51
3.3.3.3. Modélisation de sous-maille.....	52
3.3.3.3.1. Modélisation de la viscosité de sous-maille.....	54
3.3.3.3.2. Modélisation de la diffusivité de sous-maille.....	57
3.4. Méthode numérique de résolution.....	58
3.4.1. Introduction.....	58
3.4.2. Maillage.....	60
3.4.3. Conditions initiales et conditions aux limites.....	61
3.4.4. Discrétisation et Résolution.....	62
3.4.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces.....	63
3.4.4.2. Calcul de la pression sur les faces.....	64
3.4.4.3. Couplage pression-vitesse.....	64
3.4.4.4. Discrétisation temporelle.....	65
3.4.4.5. Choix du pas de temps.....	66
3.4.4.6. Sous-relaxation.....	66
3.4.4.7. Résolution.....	67
3.4.4.8. Tests de convergence.....	68
3.4.4.9. Choix du maillage.....	68
3.4.4.10. Validation des résultats.....	69
3.5. Conclusion.....	70
Référence.....	71
Chapitre 4 Résultats et discussions	73
4.1. Etude dynamique et thermique des écoulements de la convection naturelle dans partie Haute de la cavité à hauts nombre de Rayleigh (sous chapitre 1).....	73
4.1.1. Champ dynamique des écoulements à haut nombre de Rayleigh dans la partie haute de la cavité.....	74
4.1.2. Champs moyen et fluctuant à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	74
4.1.2.1. Circulation globale dans la cavité.....	74
4.1.2.2. Vitesses moyennes et fluctuations dans la cavité à $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$	77
4.1.3. Quantités turbulentes.....	83
4.1.3.1. Energie cinétique turbulente.....	83
4.1.4. Champs thermique des écoulements à nombre de Rayleigh élevé dans la partie haute de la cavité.....	83
4.1.4.1. Stratification thermique.....	84
4.1.4.2. Comparaison avec les résultats numériques.....	84
4.1.4.3. Profils de température moyenne dans le plan médian et à mi profondeur.....	85

4.1.4.4. Transferts de chaleur le long des parois actives.....	90
4.1.5. Conclusion partielle (1).....	92
4.2. Etude de l'effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques thermiques et dynamiques de la convection naturelle (sous chapitre 2).....	92
4.2.1. Etude de la stratification thermique.....	92
4.2.2. Etude de l'écoulement moyen dans le temps.....	93
4.2.3. Transfert thermique et dynamique de flux de chaleur.....	96
4.2.3.1. Champs instantanées.....	96
4.2.3.2. Profils de vitesse moyenne et circulation globale.....	97
4.2.3.3. Profils des valeurs RMS des fluctuations de la composante verticale de la vitesse.....	98
4.2.3.4. Epaisseur de la couche limite thermique.....	99
4.2.4. Flux de chaleur.....	101
4.2.4.1. Calcul du nombre de Nusselt global.....	101
4.2.4.2. Corrélation du transfert de chaleur en convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée.....	102
4.2.5. Conclusion partielle (2).....	104
4.3. Etude de l'effet des conditions aux limites (configurations) sur les caractéristiques thermiques de la convection naturelle (sous chapitre 3).....	105
4.3.1. Champs thermiques dans les huit configurations.....	105
4.3.2. Champs des vecteurs vitesses verticales et horizontales.....	106
4.3.3. Etude de l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique dans les Configurations.....	110
4.3.4. Conclusion partielle (3).....	112
Référence.....	113
Conclusion générale.....	115

Liste des figures

Fig. 1.1	Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.....	5
Fig. 1.2	Schéma représentant la particule fluide et le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard.....	6
Fig. 1.3	Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.....	6
Fig. 1.4	Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal...	7
Fig. 1.5	Profils de température à gauche et lignes de courant droite pour chaque Rayleigh (a) $Ra=6.4 \cdot 10^8$ (b) $Ra=2 \cdot 10^9$ (c) $Ra=10^{10}$	12
Fig. 1.6	Isothermes à gauche et lignes de courant à droite $Ra=5 \cdot 10^{10}$, DNS (au-dessus) et modèle mixte (en dessous).....	12
Fig. 1.7	Comparaison de vitesse moyenne horizontale, de vitesse moyenne verticale et de température moyenne dans le plan vertical médian à proximité de la paroi chaude pour deux rapports de forme transverse.....	13
Fig. 1.8	Modèle d'étude.....	14
Fig. 1.9	Champs de température instantané de la gauche vers la droite ($Ra_H=6,4 \cdot 10^8$; $2 \cdot 10^9$; 10^{10} ; $3 \cdot 10^{10}$; 10^{11}).....	14
Fig. 2.1	Zones du spectre d'énergie turbulent.....	22
Fig. 2.2	Modes de simulation numérique des échelles de turbulence.....	22
Fig. 2.3	Spectral passe bas filtre (a) représentation dans l'espace physique (b) représentation dans l'espace de Fourier.....	25
Fig. 2.4	Spectral top-hat filtre (a) représentation dans l'espace physique (b) représentation dans l'espace de Fourier.....	26
Fig. 2.5	Gaussien filtre (a) représentation dans l'espace physique (b) représentation dans l'espace de Fourier.....	27
Fig. 3.1	Modèle physique.....	40
Fig. 3.2	Représentation schématique d'un spectre d'énergie pour une turbulence homogène isotrope.....	49
Fig. 3.3	Illustration des échelles spatiales associées au filtre implicite dans le cas de l'hypothèse de similarité d'échelles.....	57
Fig. 3.4	Etapes de résolution suivies par Gambit et Fluent.....	60
Fig. 3.5	Maillage avec Gambit 2.1.....	61
Fig. 3.6	Système d'itération du temps.....	66
Fig. 3.7	Profil de vitesses verticales pour C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$ et $z=H/2=1.23m$...	69
Fig. 3.8	Profile de température pour C1 dans le plan $y=0.36m$ et $z=1.23m$	69
Fig. 3.9	Comparaison du profil de la vitesse verticale.....	69
Fig. 4.1	Champ de vitesse moyen dans la partie haute de la cavité pour $Ra_H= 1.4 \cdot 10^{11}$	75
Fig. 4.2	Module de la vitesse moyenne pour $Ra_H= 1.4 \cdot 10^{11}$	75
Fig. 4.3	Lignes de courant dans la partie haute de la cavité pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	76
Fig. 4.4	Composante verticale de vitesse moyenne (à gauche) et de sa fluctuation (à droite) pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	77
Fig. 4.5	Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	78
Fig. 4.6	Profils de la fluctuation de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	78
Fig. 4.7	Définition de l'épaisseur de la couche limite dynamique.....	79
Fig. 4.8	Evolution des débits circulant (Q_{cir}) et redescendant (Q_{rec}) en fonction de la hauteur pour $Ra_H= 1.4 \cdot 10^{11}$	80
Fig. 4.9	Evolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction du nombre de Rayleigh local.....	80
Fig. 4.10	Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite froide pour $Ra_H= 1.4 \cdot 10^{11}$	81
Fig. 4.11	Profils de la fluctuation de la vitesse verticale dans la couche limite froide pour $Ra_H=1,4 \cdot 10^{11}$	81

Fig. 4.12	Vitesse horizontale moyenne (à gauche) et sa fluctuation (à droite).....	82
Fig. 4.13	Composante horizontale de vitesse au niveau du plafond pour $Ra_H=1,4 \cdot 10^{11}$	82
Fig. 4.14	Profil de l'énergie cinétique turbulente à $z=1.23m$ pour $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$	83
Fig. 4.15	Stratification thermique pour différents ΔT	84
Fig. 4.16	Comparaison de la stratification thermique à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$ avec celle obtenue numériquement et expérimentalement à $Ra_H = 10^{11}$	85
Fig. 4.17	Profils de températures dans la cavité à différentes hauteurs pour $Ra_H = 1,4 \cdot 10^{11}$	86
Fig. 4.18	Définition de l'épaisseur de la couche limite thermique.....	87
Fig. 4.19	Evolution de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude (a) et froide (b) en fonction du nombre de Rayleigh local.....	88
Fig. 4.20	Evolution de la température et de la composante verticale de la vitesse à la hauteur $z = 2.022 m$ pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	89
Fig. 4.21	Enveloppe de la température à $z=1.23m$ (a), $z=2.022m$ (b) dans les couches limites thermiques chaude et froide.....	89
Fig. 4.22	Distribution de nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude à $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$..	90
Fig. 4.23	Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh local.....	91
Fig. 4.24	Stratification thermique au centre de la cavité (profils verticaux de température) pour différents écart de température ΔT	93
Fig. 4.25	Champs moyen de température au cœur de la cavité de gauche à droite pour Rayleigh variant de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$. Les isothermes sont uniformément réparties	94
Fig. 4.26	Profils de température moyenne (a) et de la vitesse verticale (b) à $z=0.128m$, $0.362m$, $0.66m$, $1.23m$, $1.48m$, $1.755m$, $2.022 m$	95
Fig. 4.27	Profil de température moyenne à la paroi supérieure de la cavité.....	95
Fig. 4.28	Répartition de la température moyenne dans le plan $y=0.36m$ de gauche à droite $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$	97
Fig. 4.29	Profil de la vitesse verticale pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh dans le plan $y = D/2 = 0,36 m$ et $z = H/2 = 1,23 m$	97
Fig. 4.30	Valeurs moyennes des composantes verticales de la vitesse à mi-profondeur ($y=D/2=0.36m$) à $Ra_H = 2.5 \cdot 10^{10}$, $Ra_H = 6.8 \cdot 10^{10}$ et $Ra_H = 1,4 \cdot 10^{11}$	98
Fig. 4.31	Valeurs RMS de la composante verticale de la vitesse à mi-profondeur ($y=D/2=0.36m$) à $Ra_H = 2.5 \cdot 10^{10}$, $Ra_H = 6.8 \cdot 10^{10}$ et $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	99
Fig. 4.32	Distribution de nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude pour $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$, $6.8 \cdot 10^{10}$, $2.5 \cdot 10^{10}$	101
Fig. 4.33	Champs thermiques pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$	105
Fig. 4.34	Vecteurs vitesses (U-W) pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$	106
Fig. 4.35	Champs de vitesses verticales pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$	108
Fig. 4.36	Composantes verticale et horizontale du vecteur vitesse pour les huit configurations dans la partie haute de la cavité.....	109
Fig. 4.37	Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude (à gauche) et dans la couche limite froide (à droite) pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$ et $z=H/2=1.23m$	111
Fig. 4.38	Profils de température des huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$ et $z=H/2=1.23m$	111
Fig. 4.39	Profil de température pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$ et z variée.....	112



Liste des tableaux

Tableau 3.1	Diverses configurations étudiées et leur mode de représentation.....	40
Tableau 3.2	Propriétés de fluide air.....	61
Tableau 3.3	Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés.....	67
Tableau 4.1	Caractéristiques principales de la couche limite chaude pour différentes hauteurs à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$	79
Tableau 4.2	Evolution de l'épaisseur de la couche limite thermique en fonction de la hauteur.....	87
Tableau 4.3	Nombre de Nusselt et corrélation.....	90
Tableau 4.4	Comparaison de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude pour les différents nombres de Rayleigh étudiés.....	99
Tableau 4.5	Nombre de Nusselt global le long de la paroi chaude dans une cavité différentiellement chauffées pour différents nombres de Rayleigh.....	103
Tableau 4.6	Lois d'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh (Coefficient de corrélation).....	104

Nomenclature

A	Le coefficient de resserrement	[]
A_H	Rapport de forme horizontal = $\frac{D}{L}$	[]
A_T	Rapport de forme transverse = $\frac{H}{D}$	[]
A_V	Rapport de forme vertical = $\frac{H}{L}$	[]
C_{ij}	Tenseur des termes croisés	[]
C_p	Capacité calorifique massique du fluide	[J.kg ⁻¹ K ⁻¹]
C_s	Coefficient de Smagorinsky	[]
D	Profondeur de la cavité	[m]
d	Longueur discrétisée spatialement	[m]
g	Accélération de la pesanteur	[m.s ⁻²]
H	Hauteur de la cavité, longueur de référence	[m]
K	Energie cinétique turbulente	[m ² .s ⁻²]
K_C	Longueur d'onde	[m]
L	Largeur de la cavité	[m]
L_g	La taille des plus grandes structures	[m]
L_{ij}	Tenseur de Léonard	[]
L_D	Paroi arrière	[]
L_G	Paroi avant	[]
N	Coordonnée normale à la paroi ou nombre de nœuds	[]
Nu	Nombre de Nusselt	[]
Nu_C	Nombre de Nusselt convectif	[]
P	Pression	[Pa]
P_m	Pression motrice à l'état de référence : $P + \rho_0 g z$	[Pa]
Pr	Nombre de Prandtl : $\frac{\nu}{\alpha}$	[]
Pr_{sm}	Nombre de Prandtl de sous-maille	[]
P_d	Paroi plafond	[]
P_c	Paroi planchée	[]
Q	Débit massique linéique	[kgs ⁻¹ m ⁻¹]
q_c	Energie cinétique à la coupure	[m ² .s ⁻²]
q_{sm}	Energie cinétique de sous-maille	[m ² .s ⁻²]
Ra_H	Nombre de Rayleigh basé sur la hauteur : $\frac{g\beta\Delta TH^3}{\alpha\nu}$	[]
Re	Nombre de Reynolds	[]
R_{ij}	Tenseur vrai de sous-maille	[]
S	Paramètre de stratification de la cavité	[]
$ \bar{S} $	Tenseur des taux de déformation résolus	[]
t^*	Temps adimensionné	[]
t	Temps	[s]
T	Température locale de l'air	[K]
T_c	Température de la paroi chaude	[K]
T_f	Température de la paroi froide	[K]
T_0	Température moyenne des parois actives : $\frac{T_c + T_f}{2}$	[K]
ΔT	Ecart de température: $T_c - T_f$	[K]
w_{MAX}	Vitesse maximale atteinte dans toute la cavité	[m.s ⁻¹]
x,y,z	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles	[m]

X,Y,Z	Coordonnées cartésiennes adimensionnées : $(= \frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H})$	[]
V_{ref}	Vitesse de référence : $= \frac{\alpha}{H} \sqrt{Ra_H}$	[m.s ⁻¹]
u,v,w	Composantes transverse, horizontale et verticale de la vitesse	[m.s ⁻¹]
U,V,W	Composantes de la vitesse adimensionnée	[]

Symboles grecs :

θ	Température adimensionnée $(= \frac{T-T_0}{\Delta T})$	[]
α	Diffusivité thermique	[m ² s ⁻¹]
α_{mol}	Diffusivité moléculaires adimensionnelles $(= Ra_H^{-1/2})$	[]
α_{sm}	Diffusivité de sous-maille	[m ² s ⁻¹]
β	Coefficient de dilatation thermique	[K ⁻¹]
λ	Conductivité thermique	[Wm ⁻¹ K ⁻¹]
ν	Viscosité cinématique	[m ² s ⁻¹]
ν_{mol}	Viscosité moléculaires adimensionnelles $(= Pr Ra_H^{-1/2})$	[]
ν_{sm}	Viscosité de sous-maille	[m ² s ⁻¹]
μ	Viscosité dynamique	[Pa.s]
$\bar{\Delta}$	Taille du filtre	[]
ρ	Masse volumique du fluide	[kg. m ⁻³]
δ_{ij}	Symbole de Kronecker	[]

Abréviations

DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
TKE	Turbulent KineticEnergy
CFD	Computational Fluid Dynamics
TDMA	Tri Diagonal Matrix Algorithm
AMG	Multi Grille Algébrique
RSM	Reynolds Stress Model
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes

Indices

rms	Relatif à la fluctuation de la grandeur
sm	Sous-maille
max	Grandeur maximale à une position
ref	Relatif à la quantité de référence pour l'adimensionnement
CD	Conduction
CCV	Conducto-convectif

Exposant

'	Relatif à la fluctuation de la grandeur
-	Moyen
=	Moyen du moyen

Introduction générale

La problématique énergétique dans le secteur du bâtiment est un des enjeux majeurs du développement durable, car ce secteur compte parmi les plus gros consommateurs d'énergie de nos jours avec environ 45% de la dépense énergétique globale [1]. A cet effet, la maîtrise des échanges de chaleur dans l'habitat et la qualité des ambiances intérieures deviennent des paramètres importants pour rationaliser la consommation de l'énergie dans les bâtiments. En effet, pour déterminer la consommation d'énergie dans les locaux d'habitation et y caractériser l'ambiance thermique perçue par les occupants, la conduction, le rayonnement puis la convection doivent être pris en compte de façon précise.

Le phénomène de la convection naturelle désigne le processus de transfert thermique conséquence du mouvement des particules d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce qui entraîne un mélange des particules fluides, qui par la suite échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles. La structure et l'intensité de la convection naturelle dépendent avec les sollicitations thermiques extérieures qui les déclenchent, la nature du fluide et de la géométrie de l'espace où le processus a lieu.

L'importance technologique de la convection naturelle est confirmée par l'exploitation de ce phénomène dans des domaines nombreux et différents tels que la

métallurgie, à l'intérieur d'un habitat, le refroidissement des réacteurs nucléaires, le refroidissement des circuits électroniques et des transformateurs.

La plupart des études de la convection naturelle sont faites en deux dimensions (modélisations bidimensionnelles), et que sa solution n'est pas réellement représentative. Pour se rapprocher de la réalité nous étudions numériquement l'écoulement de l'air dans une cavité tridimensionnelle. On note cependant que dans le contexte de l'habitat, où le nombre de Rayleigh est généralement élevé (de l'ordre de 10^{11}). Ce qui nécessite de mettre au point des outils numériques capables de prédire de manière réaliste (prise en compte des différents modes de transfert) les mouvements d'air à l'intérieur des bâtiments. Nous abordons dans ce travail une étude numérique sur les écoulements dans des enceintes de type habitat caractérisés par des nombres de Rayleigh de l'ordre de 10^{11} .

Le but de notre travail, consiste à:

- Etudier le modèle tridimensionnel afin de mettre en évidence numériquement les structures d'écoulement et les taux de transfert de chaleur qui se développent au sein d'un fluide contenu dans la cavité.
- Lorsque l'on veut simuler les écoulements instationnaires (à grand nombre de Rayleigh), la méthode de simulation des grandes échelles (LES: Large Eddy Simulation) est bien adaptée. C'est la méthode que nous avons choisi pour résoudre les problèmes traités dans cette thèse. A l'aide de celle-ci, nous allons étudier le comportement d'un écoulement turbulent dans une cavité.
- Le choix de maillage sur le modèle LES.
- Validation du code avec les résultats expérimentaux similaires à nos configurations.
- Examiner l'influence de nombre de Rayleigh sur les structures de l'écoulement.
- Examiner l'influence des conditions aux limites sur ces structures d'écoulement.

La présente thèse se répartit en quatre chapitres. Le premier chapitre consiste à une synthèse bibliographique sur les principales thématiques abordées par les chercheurs sur la convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées et ce pour les modèles

bidimensionnel et tridimensionnel. Puis dans le deuxième chapitre on présente les différents modèles de turbulence de grandes structures.

Le troisième chapitre est consacré à la formulation mathématique et la méthode numérique. En premier, lieu on introduit les équations de conservation qui régissent l'écoulement ainsi que les conditions aux limites. Ensuite, une description de la méthode numérique utilisée est évoquée. Une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, la discrétisation des équations, l'analyse et le choix du maillage, et la validation des résultats obtenus, ainsi que les conditions de convergence sont présentées également dans ce chapitre.

Une simulation numérique détaillée des champs dynamique et thermique des écoulements de convection naturelle dans la partie haute de la cavité différentiellement chauffée à nombre de Rayleigh élevé fait l'objet du quatrième chapitre (résultats et discussions) qui contient trois sous chapitres.

Le deuxième sous chapitre est dédié à l'étude de l'effet de nombre de Rayleigh sur les caractéristiques thermiques et dynamiques de la convection naturelle. Plusieurs simulations numériques ont été explorées pour des nombres de Rayleigh de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$.

Le dernier sous chapitre présente l'effet des conditions aux limites (configurations) sur les caractéristiques thermiques de convection naturelle. Plusieurs simulations numériques ont été explorées pour un nombre de Rayleigh de $2.5 \cdot 10^{10}$ (un gradient de température $\Delta T=20^\circ\text{C}$), nous allons fixer le nombre de Prandtl $Pr=0.71$. Les champs thermiques sont représentés pour différentes configurations comme représentés dans le troisième chapitre tableau 3-1.

Nous terminerons cette thèse par une conclusion générale sur les résultats obtenus au cours de cette étude et par l'énoncé des perspectives à venir.

Référence

- [1] L'observatoire européen des énergies renouvelables (2006). Epel Industrie Graphique, 6^{iem} Bilan, Etat des Energies Renouvelables En Europe. ISBN-13 978-2-913620-41-4.

Chapitre

1

Etude bibliographique

Depuis toujours, les écoulements convectifs présentent un aspect permanent de la vie quotidienne car ils sont largement rencontrés dans plusieurs détails de notre environnement. La convection dans des espaces rectangulaires est un sujet d'investigation de grande importance, sa présence dans différentes applications industrielles tels que : le stockage des fluides, l'écoulement d'air dans les pièces d'habitations et dans les capteurs solaires, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires. En plus, la convection naturelle constitue un problème test pour de nombreuses techniques numériques telles que les différences finies, volumes finis, éléments finis et autres méthodes spectrales.

1.1. Convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées

La convection naturelle est le mouvement de fluide dû à une force motrice volumique (Archimède) résultant, par exemple, de la présence simultanée, dans le fluide, d'un gradient de température et d'une force de gravité. Ce couplage fort entre la thermique et la dynamique fait de ce type d'écoulement un sujet d'étude particulièrement attractif.

Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure (Figure 1-1) s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas

l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

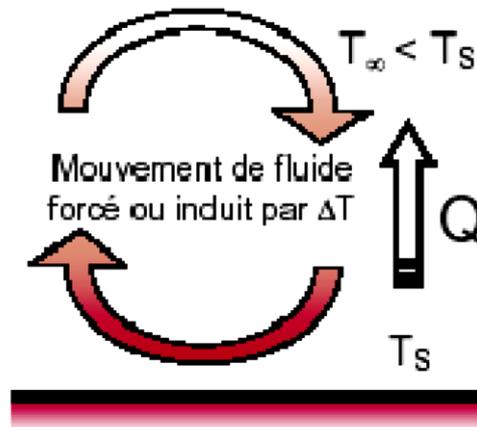


Fig. 1-1 Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé convection forcée.

L'étude de la convection naturelle des fluides dans des cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, ...etc.

Les premières études de convection naturelle concernaient les écoulements de couche limite sur une plaque plane (à température ou à flux imposé). Ensuite, les chercheurs se sont penchés sur les écoulements de convection naturelle en espace confiné avec comme principale illustration, une cavité parallélépipédique remplie d'air possédant deux parois opposées soumises à un écart de température constant. Une telle cavité est le siège d'écoulement de convection naturelle a fait l'objet de nombreuses études tant expérimentales que numériques. On peut distinguer deux principales configurations [1].

1.1.1. Cavité avec gradient de température vertical

La cavité horizontale chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et du mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes et soumises au champ de la gravitation. La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [2]. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit (Figure 1-2).

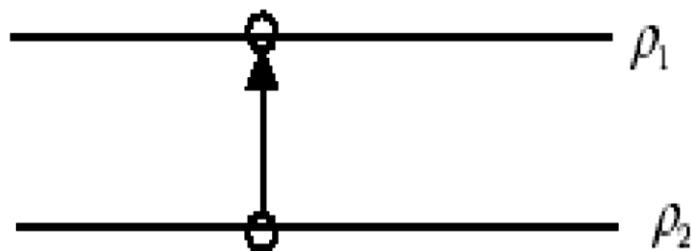


Fig. 1-2 Schéma représentant la particule fluide et le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard [2].

Une perturbation fait monter rapidement une particule de façon, qu'elle garde sa masse volumique constante (Figure 1-3). Deux cas peuvent se produire :

- Si $\rho_2 > \rho_1$, la force d'Archimède est inférieure à son poids, la particule redescend, le mouvement est stable.
- Si $\rho_2 < \rho_1$, la force d'Archimède est supérieure à son poids, la particule continue à monter, le mouvement est instable.

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure 1-3).

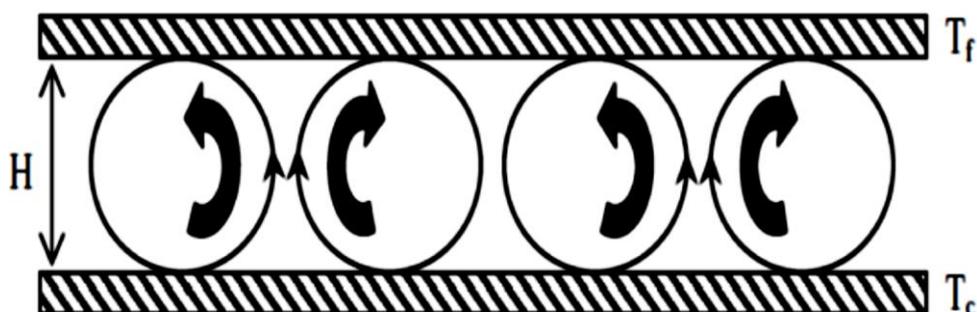


Fig. 1-3 Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard [2].

1.1.1. Cavité avec gradient de température horizontal

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidies [3], alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques (Figure 1-4). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Pour $Ra=10^3$.

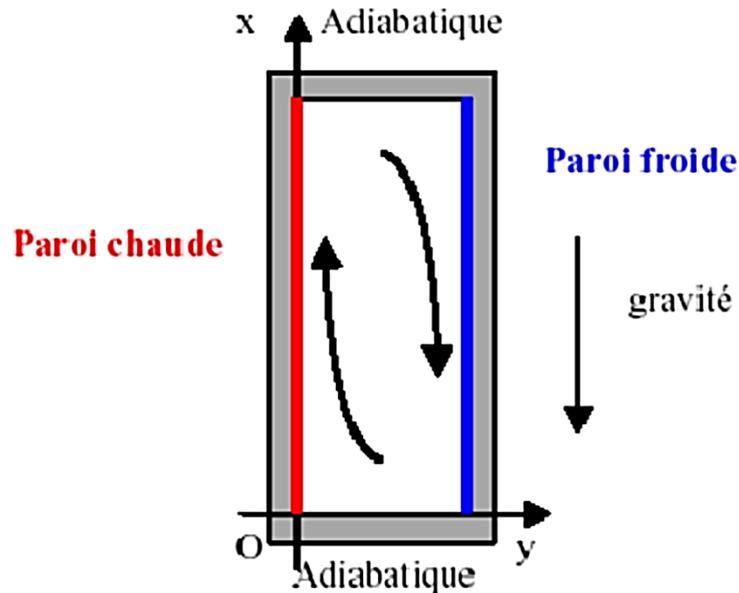


Fig. 1-4 Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal [3].

Dans le cadre de cette thèse, on s'intéressera à ce deuxième cas d'étude qui constitue un véritable laboratoire si l'on s'en tient à la multitude de sujets de recherche qui s'y r f rent avec des cavités qui contiennent de l'air comme fluide de convection.

Dans ce chapitre, nous passons en revue quelques thématiques ayant retenu l'attention de la communauté scientifique internationale. Après ce rapide tour d'horizon, nous allons exposer la problématique de cette thèse.

1.2. Revue Bibliographique

Peeters et Henkes [4] ont étudié numériquement la couche limite turbulente de convection naturelle d'air le long d'une plaque verticale avec un modèle algébrique (ASM) et un autre différentiel de tension de Reynolds (RSM). Ils ont sélectionné un jeu de constantes de façon à prédire le transfert thermique pariétal et la structure de l'écoulement moyen qui était en bon accord avec l'expérience. Des tests de sensibilité sur les constantes

de fluctuations (rms) montrent que quelles constantes dominent la prédiction de l'écoulement et autres affectent seulement les grandeurs de turbulence. Des modifications sur les conditions aux limites sont utilisées pour améliorer les prédictions de la turbulence proche de la paroi. Des calculs RSM des grandeurs de turbulence s'accordent bien avec les données expérimentales disponibles. Les résultats ASM sont moins bons mais néanmoins en accord qualitatif avec les expériences. En outre, ils ont testé le concept de viscosité turbulente utilisé dans le modèle k- ϵ . Celui-ci donne de bons résultats pour l'écoulement moyen mais pour une bonne prédiction de la structure détaillée de la turbulence il faut faire appel au RMS.

Beghidja et al. [5] ont étudié les échanges convectifs sur les faces verticales de deux grandes cavités d'allongements différents et pour des valeurs du nombre de Rayleigh variant de 10^9 à 10^{11} , lorsque les écoulements sont générés par une différence de température entre les faces verticales opposées. Ils ont montré que l'écart de température caractéristique pour définir les transferts moyens convectifs sur chaque face doit absolument tenir compte de la température d'équilibre au centre de la cavité. Ils ont établi que cette température peut être calculée avec précision si l'on détermine la température moyenne de surface relative à l'ensemble des parois de la cavité. Les nombres de Nusselt sur les quatre faces verticales obéissent alors à une seule corrélation quelques soient les configurations de chauffage ou de refroidissement sur les faces verticales.

Mergui et Penot [6] ont étudié expérimentalement la convection naturelle dans une cavité carrée, remplie d'air, dont deux parois verticales opposées sont différentiellement chauffées à température constante, les deux parois horizontales sont isolées thermiquement, les deux parois verticales latérales sont adiabatiques. Les résultats se rapportent à une valeur du nombre de Rayleigh caractéristique de $1.69 \cdot 10^9$. Le soin apporté aux conditions aux limites thermiques régnant sur les différentes parois de la cavité a permis d'obtenir un très bon degré d'isolation de la cavité. Des mesures locales de température, à proximité immédiate des parois horizontales, isolées thermiquement, ont permis de préciser les répartitions de température obtenues réellement et de donner des lois d'évolution facilement intégrables dans les codes de calcul, dans la partie centrale de la cavité, de deux grands mouvements secondaires de recirculation, affectant les parties supérieure et inférieure de la cavité.

Sergent et al. [7] dans le cadre de la simulation des grandes échelles en écoulements turbulents anisothermes, le modèle d'échelles mixtes est étendu à la diffusivité de sous-maille, afin d'évaluer indépendamment la viscosité et la diffusivité. L'identification du terme de dissipation thermique dans l'équation de conservation du flux de sous-maille a permis d'obtenir une expression algébrique de la diffusivité, produit d'un modèle de type Smagorinsky et d'un modèle basé sur le flux de sous-maille. Appliqué à un cas de convection naturelle turbulente, ce modèle conduit à une amélioration sensible de la représentation du champ thermique, relativement à une analogie de Reynolds à nombre de Prandtl de sous-maille constant.

Gassowski, Xin et Daube [8] ont étudié par simulation numérique directe tridimensionnelle, l'écoulement de convection naturelle dans une cavité carrée/cubique différentiellement chauffée. Leurs calculs mettent en évidence à la première bifurcation ($Ra \approx 3.2 \cdot 10^7$) l'apparition de structures tourbillonnaires tridimensionnelles à la sortie des couches limites verticales. Les principaux résultats sont d'une part, que l'écoulement redevient stationnaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh plus élevées ($Ra=7 \cdot 10^7$ et 10^8 par exemple) tout en conservant ces structures tourbillonnaires tridimensionnelles et d'autre part, que des solutions stationnaires multiples différentes par leurs propriétés de symétrie, ont été obtenus pour $Ra=10^8$. Enfin, l'écoulement redevient instationnaire aux alentours de $Ra = 3 \cdot 10^8$, l'instabilité en jeu dans ce cas étant du type couches limites verticales.

Ampofo et Karayiannis [9] ont étudié expérimentalement la convection naturelle turbulente dans une cavité carrée différentiellement chauffée, le plafond et le plancher sont adiabatiques, la cavité est remplie de l'air de 0.75 m de hauteur 0.75 m de largeur, et permettant d'atteindre la valeur de Rayleigh de l'ordre de $1.58 \cdot 10^9$ ($\Delta T= 40$ °C). La vitesse et la température ont été simultanément mesurées à différents endroits dans la cavité. Les profils de la vitesse moyenne et de la température moyenne et leurs fluctuations sont présentés. Ces résultats peuvent former des données expérimentales de repère et seront utilisés pour la validation des codes de calcul pour la dynamique de fluide CFD (computational fluid dynamics) [10, 11].

Salat et al. [12] ont étudié expérimentalement et numériquement l'écoulement turbulent de convection naturelle qui se développe dans une cavité différentiellement chauffée de hauteur $H=1m$, largeur $L = H$ et profondeur $D = 0.32 H$, soumise à une

différence de température entre les murs verticaux actifs égaux à 15 °C ayant pour résultat un nombre caractéristique de Rayleigh égal à $1.5 \cdot 10^9$. Dans l'expérience la température est mesurée par 25 micro-thermocouples et vitesse de $\mu\text{m/s}$ par un anémomètre de laser Doppler. Les deux le 2D et 3D en LES et 3D en DNS sont exécutés. Le DNS emploie une méthode de Chebyshev et un LES spectraux une méthode des volumes finis avec un modèle de diffusivité de sous-maille. Des simulations numériques sont effectuées pour des conditions adiabatiques et de température mesurée expérimentalement sur les murs horizontaux. Des quantités temps-faites la moyenne et les statistiques turbulentes dans le plan vertical médian sont présentées et comparées.

1.3. Convection naturelle dans une cavité à nombre de Rayleigh élevé

Le mode turbulent est caractérisé par des valeurs élevées du nombre de Rayleigh ($Ra > 10^9$). Alors en cavité différentiellement chauffée de hauteur H , de largeur L et de profondeur D , si la variation de la température entre les parois verticales est constante alors, l'écoulement produit dépend de la géométrie (rapport d'aspect), du fluide (nombre de Prandtl), de l'écart de température, de la taille de la cavité et des conditions aux limites thermiques sur les parois horizontales et/ou latérales. Il résulte une diversité très grande des écoulements obtenus par le grand nombre de combinaisons possibles. Ainsi, on obtient numériquement une valeur élevée du nombre de Rayleigh en augmentant par exemple le gradient de la température des parois de la cavité.

Mergui [13] a étudié expérimentalement une cavité carrée différentiellement chauffée ($H = 0.94 \text{ m}$; $L = 0.94 \text{ m}$; $D = 0.30 \text{ m}$) et permettant d'atteindre les valeurs de Rayleigh de l'ordre de $1.7 \cdot 10^9$ ($\Delta T = 20 \text{ °C}$), ses résultats présentent jusqu'à ce jour une base de données pour la validation des codes numériques. Dans ce modèle, un effort particulier est fait pour obtenir les conditions adiabatiques sur les parois horizontales, avant et arrière et le gradient de température entre les parois actives est fixé de façon que l'approximation de Boussinesq soit respectée. Ce dispositif a été alors modifié par Salat [14] où il a amélioré les conditions d'adiabaticité sur les parois passives et d'entreprendre de ce fait la recherche sur la convection naturelle en mode légèrement turbulent ($Ra_H = 1.5 \cdot 10^9$; $\Delta T = 15 \text{ °C}$; $H = 1 \text{ m}$; $L = 1 \text{ m}$; $D = 0.32 \text{ m}$). Il remarque le long des parois verticales qu'il y a deux couches limites, laminaires dans la première moitié puis turbulente. Il relève dans les couches limites une fréquence de l'ordre de 1 Hz caractéristique des ondes progressives. La couche limite dynamique a une épaisseur de 4.4 cm comparée à 2.8 cm

pour la couche limite thermique. La vitesse maximum dans les couches limites avoisine 0.20 m/s. Une analyse en fréquence des signaux de la température fait ressortir la présence des ondes caractérisées de la pesanteur au cœur de la cavité par une fréquence d'environ 0.06 Hz, est une période autour de 16 s. L'intensité de la turbulence est estimée à 5%.

Breton [15] se sert du dispositif expérimental employé par Yguel [16] ($H = 2.5$ m ; $L = 3.1$ m ; $D = 3.1$ m) pour étudier la stabilité des écoulements de la convection naturelle dans une cavité avec le nombre de Rayleigh élevé. Des visualisations effectuées par cet auteur indiquent le caractère stable de l'écoulement de la couche limite laminaire près des parois verticales. Cependant, cet écoulement stable demeure très fragile ; en effet une modification minime des conditions aux limites implique une déstabilisation forte des écoulements près des parois, menant à une grande augmentation des densités du flux locales.

Du point de vue de la simulation numérique, on assiste aujourd'hui à l'apparition de plusieurs méthodes de calcul pour caractériser les écoulements turbulents de la convection naturelle Xin et Le Quéré [17], Trias et al. [18-19] pour l'approche numérique de la turbulence DNS et Sergent [20], Sergent et al. [21], Ezzouhri et al. [11] pour l'approche numérique de la turbulence LES.

Xin et Quéré [17] ont effectué des calculs (DNS-Spectral) de la convection naturelle turbulente ($Ra_H \sim 10^{10}$) en cavité bidimensionnelle remplie d'air de rapport de forme verticale 4 (figure 1-5). Les parois horizontales sont adiabatiques et celles verticales sont isothermes.

Dans cette configuration, les auteurs remarquent que les couches limites verticales sont laminares sur un peu plus de la moitié de la cavité avant de devenir turbulentes après une transition rapide. Ils relèvent une excitation maintenue du cœur qui oscille à la fréquence de Brunt-Väisälä. Le cœur de la cavité reste stratifié avec un paramètre de stratification supérieur à 1. Une loi de transfert de la chaleur est établie $Nu = 0.32 Ra_H^{1/4}$.

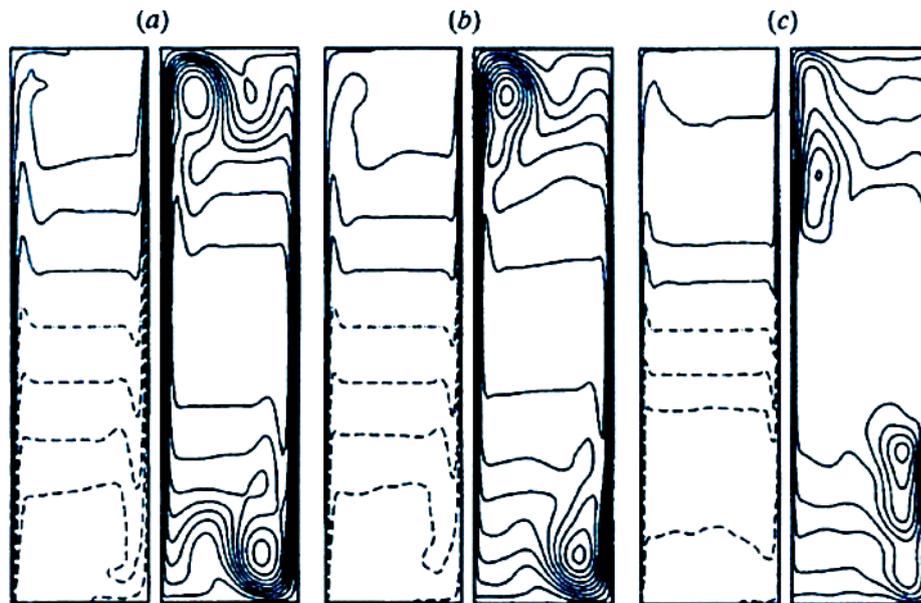


Fig. 1-5 Profils de température à gauche et lignes de courant à droite pour chaque Rayleigh (a) $Ra=6.4 \cdot 10^8$ (b) $Ra=2 \cdot 10^9$ (c) $Ra=10^{10}$ [17].

Sergent et al. [21] ont créé un modèle mixte de la diffusivité de sous maille pour LES permettant de simuler la convection normale en 2D dans une cavité carrée pour un nombre de Rayleigh $5 \cdot 10^{10}$. Ce modèle est en bon accord avec les résultats DNS et a montré sa pertinence dans différentes configurations [14-22].

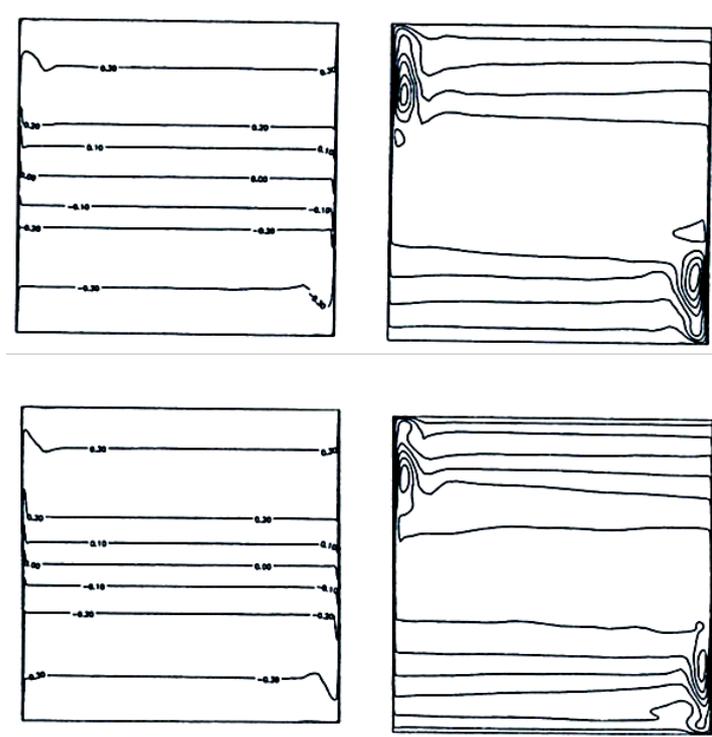


Fig. 1-6 Isothermes à gauche et lignes de courant à droite $Ra=5 \cdot 10^{10}$, DNS (au-dessus) et modèle mixte (en dessous) [21].

Salat [14] effectue une étude numérique par une approche DNS en 3D pour caractériser l'écoulement de la convection naturelle dans une cavité expérimentale de rapport de forme verticale égal à 1, pour un nombre de Rayleigh de $1.5 \cdot 10^9$. En effectuant l'étude pour deux rapports de forme transverse (0.33 et 1), il met en considération la bidimensionnalité de l'écoulement moyen. En effet, il remarque qu'une concordance très bonne entre les profils de la vitesse et de la température comme le montre la figure 1-7. La sensibilité des résultats au rapport de forme transverse est relativement faible.

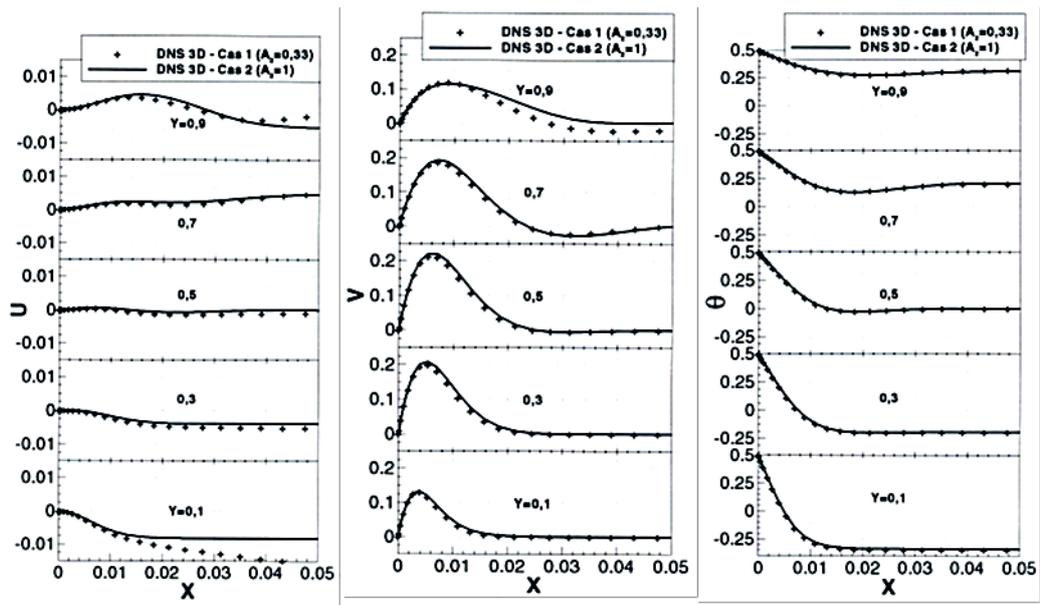


Fig. 1-7 Comparaison des vitesses moyennes horizontale, verticale et la température moyenne dans le plan vertical médian à proximité de la paroi chaude pour deux rapports de forme transverse [14].

Trias et al. [18-19], par une approche DNS-3D ont caractérisé en détail, l'écoulement de la convection naturelle en cavité avec les nombres de Rayleigh très élevé ($Ra_H \sim 10^{11}$) (figure 1-8). Les conditions aux limites adiabatiques sont imposées aux parois horizontales tandis que les faces avant et arrière sont soumises à des conditions périodiques. La figure 1-9 prouve que la couche limite reste laminaire et se dégrade progressivement à partir de l'endroit où de grandes structures sont éjectées vers le cœur de la cavité. Ils prennent en considération la présence des ondes progressives du type de Tollmien-Schlichting qui déstabilisent d'avantage les couches limites, de ce fait produisant une transition tôt vers la turbulence. Le transfert de la chaleur conforme à la loi $Nu = 0.182 Ra_H^{0.275}$, beaucoup plus proche de la corrélation de $Ra_H^{1/4}$. Les auteurs trouvent un cœur se déplacer avec les isothermes qui oscillent caractérisant les ondes de gravité dans la partie

centrale de la cavité. Trias et al. [19] concluent que les structures éjectées sont assez grandes pour exciter et maintenir les ondes de gravité au milieu de la cavité. D'ailleurs, il est établi que le tiers de toute la dissipation d'énergie est dû aux fluctuations turbulentes.

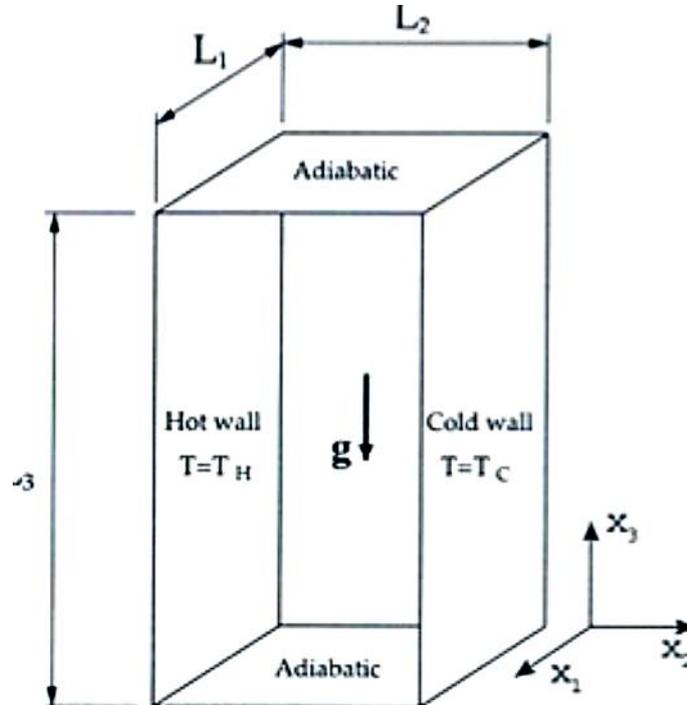


Fig. 1-8 Modèle d'étude [18].

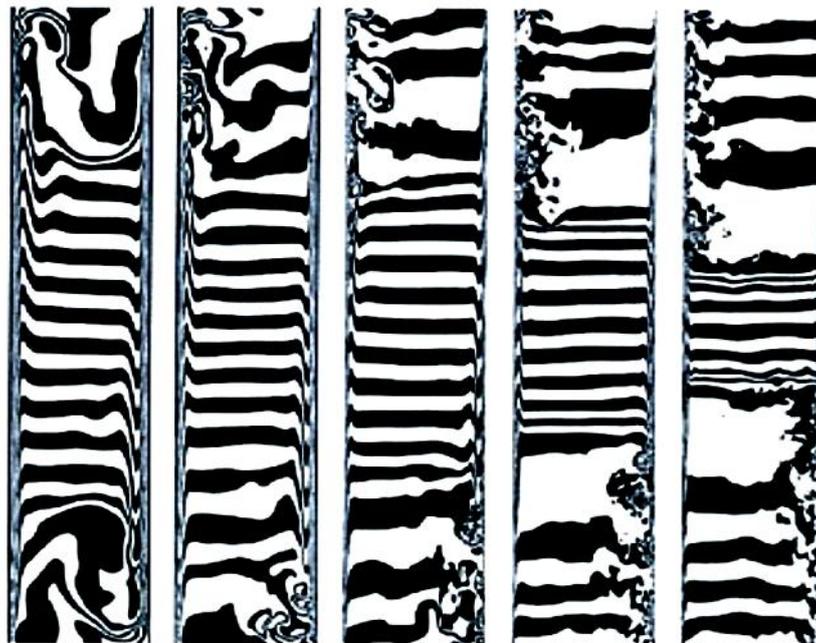


Fig. 1-9 Champs de température instantanée de la gauche vers la droite
 $(Ra_H = 6.4 \cdot 10^8 ; 2 \cdot 10^9 ; 10^{10} ; 3 \cdot 10^{10} ; 10^{11})$ [19].

Si la mise en œuvre d'un dispositif expérimental pour appréhender les régimes d'écoulement faiblement turbulents ($Ra_H \sim 10^9$) et même plus sévères ($Ra_H \sim 10^{11}$) reste très complexe, l'avènement des ordinateurs puissants vers la fin des années 80 a permis aux numériciens de commencer à simuler cette gamme d'écoulement. La parution de plusieurs papiers récents, qui traitent numériquement des écoulements turbulents de convection naturelle témoigne d'avantage de la nécessité de disposer d'une expérience de référence pour les régimes plus sévères. De plus, le manque de données sur le couplage convection naturelle rayonnement exige plus que jamais de développer des modèles numériques plus réalistes (prise en compte de tous les modes de transfert de chaleur pendant les mouvements de convection naturelle) pour une confrontation plus pertinente avec les résultats expérimentaux.

1.4. Problématique

Ces revues nous ont permis d'identifier l'ensemble de thématiques qui a été approché par les chercheurs dans la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée. Le premier constat qui se dégage est que l'ensemble de ces études concerne le régime laminaire ou transitionnel des écoulements, excepté quelques-unes qui ont traité des régimes faiblement turbulents. On a noté un contexte fleurissant de la mécanique des fluides numériques avec en prime la parution très récente des papiers qui traitent des écoulements en turbulence pleinement développée en cavité différentiellement chauffée et qui méritaient que l'on s'y attarde.

Pour valider un modèle du calcul, il est indispensable de comparer les résultats obtenus aux données expérimentales et numériques.

Si nous disposons à ce jour des résultats numériques et expérimentaux relatifs aux régimes laminaires et transitoires vers la turbulence Chikhaoui [23], Jones et Briggs [24], Penot et al. [25], si quelques études expérimentales ont été réalisées pour des écoulements légèrement turbulents ($Ra_H \sim 10^9$) Mergui et Penot [6-26], Tian et Karayiannis [27], Salat [14], très peu d'expériences de grandes dimensions, se produisant un régime d'écoulement pleinement turbulent ont été réalisées.

Ce travail présente des résultats numériques obtenus dans une cavité de différentiellement chauffées. Dans cette étude, des profils de température et de vitesse ont

été établies pour des écoulements de convection naturelle turbulente à grands nombres de Rayleigh ($2.5 \cdot 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \cdot 10^{11}$) tout en respectant l'approximation de Boussinesq.

L'exploitation des résultats numériques a, entre autre, permis de caractériser la stratification thermique au centre de la cavité ainsi que son évolution en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de ΔT . En outre, cette caractérisation a permis de connaître les répartitions des flux échangés à la paroi, la typologie des écoulements au voisinage des parois actives et dans le plan vertical médian, ainsi que le cheminement du fluide dans la partie haute de la cavité. Ces résultats sont ensuite comparés à ceux obtenus dans d'autres cavités différentiellement chauffées. L'ensemble de ces résultats montre une grande cohérence et nous permet de déterminer la loi d'évolution du transfert de chaleur aux parois en fonction du nombre de Rayleigh en régimes laminaire et turbulent dans une cavité. La modélisation de la turbulence est réalisée par une approche LES avec un modèle de diffusivité de sous maille adapté à la convection naturelle.

Référence

- [1] Peeters. T. W. J., Henkes. R. A. W. M. (1992). The Reynolds-stress model of turbulence applied to the natural-convection boundary layer along a heated vertical plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 35, N° 2, pp. 403-420.
- [2] Peng. S., Davidson. L. (2001) Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity. *Int. J. Heat and Fluid Flow*. Vol. 22, pp. 323-331.
- [3] Ampofo. F. (2005). Turbulent natural convection of air in a non-partitioned or partitioned cavity with differentially heated vertical and conducting horizontal walls. *Exp. Thermal and Fluid Science*. Vol. 29, pp. 137-157.
- [4] Peeters. T. W. J., Henkes. R. A. W. M. (1992). The Reynolds-stress model of turbulence applied to the natural-convection boundary layer along a heated vertical plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 35, N° 2, pp. 403-420.
- [5] Beghidja. A., Bouafia. M., Vullierme. J.J., Yguel. F., Zammit. A. (1995). Modélisation des échanges convectifs sur les faces verticales de cavités à grands nombres de Rayleigh. *Revue générale de thermique* tome 34. N° 405, pp. 515-526.
- [6] Mergui. S., Penot. F. (1996). Convection naturelle en cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à $Ra = 1.69 \times 10^9$. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, N° 3, pp. 563-574.
- [7] Sergent. A., Joubert. P., Le quere. P., Tenaud. C. (2000). Extension du modèle d'échelles mixtes à la diffusivité de sous-maille. *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 328, Série II b, pp.891-897.
- [8] Gassowski. G., Xin. S., Daube. O. (2003). Bifurcations et solutions multiples en cavité 3D différentiellement chauffée. *C. R. Mécanique* 331, pp 705-711.
- [9] Ampofo. F., Karayannis. T.G. (2003). Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 46, pp. 3551-3572.
- [10] Erlebacher. G., Hussaini. M.Y., Spegzel. G.G., Zany. T. A. (2002). Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows, *J fluid mech*.
- [11] Ezzouhri. R., Joubert. P., Penot. F., Mergui. S. (2009). Large Eddy Simulation of turbulent mixed convection in a 3D ventilated cavity: Comparison with existing data. *Int. J. of Thermal Sciences* (48), pp. 2017-2024.

-
- [12] Salat. J., Xin. S., Joubert. P., Sergent. A., Penot. F., Le quere. P. (2004). Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *Int. J. Heat and Fluid Flow*. Vol. 25, pp. 824-832.
- [13] Mergui. S. (1993). Caractérisation expérimentale des écoulements d'air de convection naturelle et mixte dans une cavité fermée. Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers.
- [14] Salat. J. (2004). Contribution à l'étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée, Thèse de Doctorat de l'Université de Poitier.
- [15] Breton. J.L. (1989). Similitude et stabilité des écoulements de convection naturelle dans une cavité fermée à haut nombre de Rayleigh, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.
- [16] Yguel. F. (1988). Etude de la convection naturelle tridimensionnelle dans les cavités de grandes dimensions. Thèse de Doctorat d'Etat Univ de Poitiers.
- [17] Xin. S., Le quere. P. (1995). Direct numerical simulations of two-dimensional chaotic natural convection a differentially heated cavity of aspect ratio 4, *Journal of Fluid Mechanic*, 304, pp. 87-118.
- [18] Trias. F.X., Gorobets. A., Soria. M., Oliva. A. (2010). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 10^{11} – Part I: Numerical methods and time-averaged flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 53, pp. 665-673.
- [19] Trias. F.X., Gorobets. A., Soria. M., Oliva. A. (2010). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 10^{11} – Part II: Heat transfer and flow dynamics, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 53, pp. 674-683.
- [20] Sergent. A. (2000). Approche numérique d'écoulements de convection naturelle turbulente en cavité par la simulation des grandes échelles, Thèse de Doctorat de l'Université de La Rochelle.
- [21] Sergent. A., Joubert. P., Le quere. P. (2003). Development of a local subgrid diffusivity model for large eddy simulation of buoyancy driven flows: application to a square differentially heated cavity, *Numerical Heat Transfer Part. A*, 44 (8), pp. 789-810.

-
- [22] Sergent. A., Joubert. P., Le quere. P. (2005). Large Eddy Simulation of hard turbulence regime in Rayleigh-Benard convection Proceedings of 4th ICCHMT A, Paris.
- [23] Cherkhaoui. E. (1994). Etude expérimentale des couplages convecto radiatifs dans une cavité à haut nombre de Rayleigh. Méthode de bilan d'énergie, Thèse de Doctorat de l'Université de Toulouse 3.
- [24] Jones. D.N., Briggs. D.G. (1998). Periodic two-dimensional cavity flow: effect of linear horizontal thermal boundary condition, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 86-91.
- [25] Penot. F., Ndame. A., Le quere. P. (1990). Investigation of the route to turbulence in a differentially heated cavity. Ninth International Heat Transfer Conference, Jerusalem, Israel, 19-24 August.
- [26] Mergui. S., Penot. F. (1997). Analyse des vitesses et températures de l'air en convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à $Ra = 1.69 \times 10^9$, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 40, pp. 3427-3441.
- [27] Tian. Y.S., Karayiannis. T. G. (2000). Low turbulence natural convection in an air filled square cavity Part I: the thermal and fluid flow fields, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43, pp. 849-866.

Chapitre

2

Modèles des grandes structures de turbulence (LES)

2.1. Introduction

La Simulation des grandes structures de la turbulences a pour fondement la résolution explicite des grandes échelles et la modélisation du processus de transfert d'énergie, depuis celles-ci vers les échelles les plus petites, que la taille de la maille qui habituellement sont appelées, les échelles sous maille et qui ne peuvent être résolues directement, Ce type de modélisation repose sur deux hypothèses principales: Les petites structures créés par l'interaction des grosses structures sont approximativement isotropes et universelles. L'isotropie permet de développer la modélisation sous- maille à l'aide des théories analytiques.

La simulation des grandes structures turbulentes est une approche intermédiaire hybride, utilisant une simulation numérique partielle (des grandes structures) et une modélisation partielle (des petites structures), c'est-à-dire, une approche hybride entre la simulation directe (DNS) et la moyenne de Reynolds des équations de Navier-Stockes (RANS). L'idée est de mieux rendre compte des grandes échelles qui sont en général fortement dépendantes de la géométrie de l'écoulement et de la modélisation à un niveau où l'on peut utiliser des caractéristiques plus universelles.

Des modèles assez connus peuvent être développés pour décrire les comportements de ces petites échelles, mais étant porteuses d'une quantité peu importante, elles doivent être modélisées d'une façon simple, ce qui allégé le calcul (LES), qui exige des hautes résolutions[1-2].

2.2. Concept de cascade d'énergie dans les modèles (LES)

Le concept de cascade d'énergie est essentiel pour la compréhension de la méthode LES. Un écoulement turbulent peut être conçu comme un enchevêtrement des structures tourbillonnaires, dont les vecteurs de vorticités (rotationnels de la vitesse) sont orientés dans toutes les directions et sont fortement instationnaires. Lorsque les conditions aux limites le permettent (c'est à dire quand on fait l'hypothèse de la périodicité dans les trois directions de l'écoulement) [1-2-3].

L'équation de l'évolution de l'énergie cinétique dans l'espace spectral obtenu à partir des équations de Navier stockes est la suivante :

$$(\partial_t + 2\nu k^2)E(k) = W(k, t) + T(k, t) \quad (2.1)$$

Où:

- $W(k, t)$ est le terme qui représente **la production d'énergie** due aux forces appliquées au fluide.
- $T(k, t)$ représente **le transfert d'énergie** dû aux termes non-linéaires des équations de Navier-Stokes.

A partir de l'équation (2,1), le concept de cascade d'énergie peut s'interpréter de la manière suivante:

L'énergie introduite dans le système au niveau des grandes échelles par le terme $W(k, t)$, et ensuite transférée aux échelles de plus en plus petites par le terme $Z(k, t)$, pour être enfin dissipée au niveau des plus petites échelles par le terme $2\nu k^2 E(k)$.

Le transfert d'énergie de grandes échelles vers les petits est dû principalement au phénomène d'étirement des filets (vortex stretchings) dans l'évolution de la turbulence. On considère que les structures turbulentes sont des éléments tourbillonnaires, qui s'étirent les uns des autres, produisant le transfert d'énergie à des échelles de plus en plus petites, jusqu'aux forces visqueuses qui deviennent actives et dissipent l'énergie. On a alors trois zones dans l'évolution du spectre d'énergie turbulente figure 2-1.

- 1- la zone de production.
- 2- la zone inertielle.
- 3- la zone de dissipation.

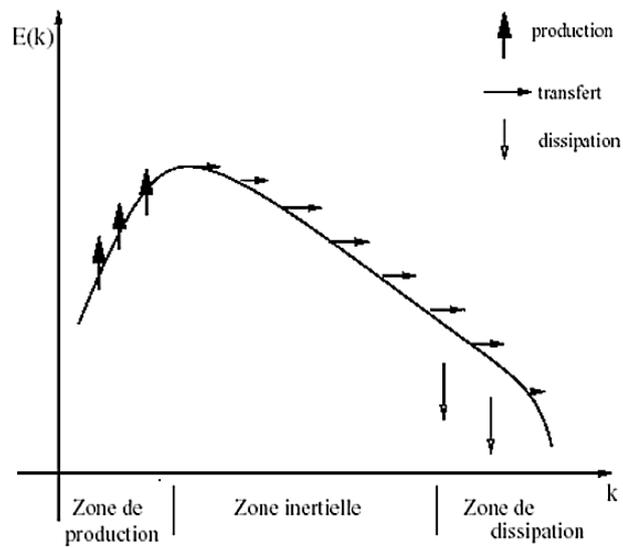


Fig. 2-1 Zones du spectre d'énergie turbulente [3].

Les deux zones, production et dissipation, ne se recouvrent pas, même pour des nombres de Reynolds faibles. On remarque, que la zone inertielle augmente quand le nombre de Reynolds augmente.

La simulation des grands échelles de turbulence, consiste à ne simuler, que les modes qui sont inférieurs à une certaine échelle k_c , dites échelles de coupure qui se situent dans la zone inertielle, C'est-à-dire, simuler numériquement tous les modes, ce qu'on fait d'ailleurs, dans la simulation directe (DNS). Il reste à analyser, comment on représente l'effet des modes non résolus sur ceux qui sont résolus figure 2-2 [1].

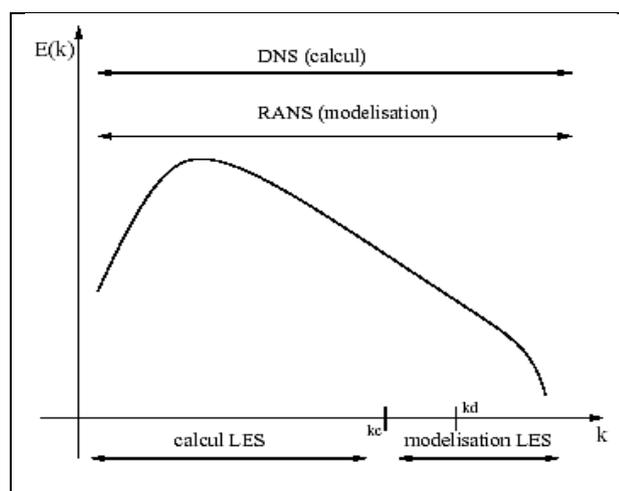


Fig. 2-2 Modes de simulation numérique des échelles de turbulence [1].

2.3. Hypothèse de Kolmogorov

L'hypothèse de Kolmogorov énonce que le taux d'énergie cascade des plus grands échelles aux plus petits échelles est assumée constamment et indépendamment du temps, ce qui implique que le terme non- linéaire de l'équation de Navier-Stockes:

1- ne participe pas à l'énergie cinétique globale.

2- redistribue l'énergie globale des grandes structures aux petites structures.

Alors L'énergie cinétique globale, dans ce cas, dépend seulement de ε (dissipation) et pas directement de la viscosité, est assimilée d'après l'analyse dimensionnelle par:

$$E(k) = C_k \cdot \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2.2)$$

Où $C_k = 1.5$ est la constante de Kolmogorov et ε représente le taux de dissipation.

Nous décrivons la largeur de l'échelle de Kolmogorov η , qui décrit l'équilibre entre l'effet inertiel et l'effet visqueux seulement, par le nombre de Reynolds qui mesure aussi le rapport entre ces effets. L'échelle de Kolmogorov est déterminée par :

$$Re_t \approx \frac{u_{k'k'} \cdot \eta}{\nu} \approx 1 \quad (2.3)$$

Re_t : Nombre de Reynolds turbulent.

$u_{k'k'}$: La vitesse des échelles associées à:

$$k' = k_{kolmo} = \frac{2\pi}{\eta} \quad (2.4)$$

Où k_{kolmo} est la fréquence associée aux échelles de Kolmogorov et La vitesse u_{kk} associée à cette échelle et qui est déterminée par l'énergie cinétique $E(k)$.

Alors, nous définissons le nombre de Reynolds globale par:

$$Re = \frac{\eta}{L} \quad (2.5)$$

Où L est la longueur d'échelle associe au nombre de Reynolds globale

Cette relation nous permet d'estimer le nombre de cellules dont on a besoin pour résoudre les écoulements complètement turbulents [4-5].

2.4. Filtrage

La simulation des grandes échelles de turbulence est basée sur l'opération de filtrage. L'idée classique est d'utiliser un filtre qui fait séparer les grandes structures des petites structures, où nous obtenons des équations de Navier-Stokes qui sont plus facile à résoudre, telles que les petites structures modélisées.

Une grandeur turbulente, telle que la vitesse ou la pression, peut s'écrire comme la somme d'une partie filtrée et d'une partie fluctuante (petite structure) [1-2-5].

$$V = \bar{V} + V' \quad (2.6)$$

Pour isoler les contributions des grandes structures, il est nécessaire d'introduire un opérateur de moyenne spatiale filtré, défini par une convolution avec une fonction d'atténuation (un filtre) sur une largeur spatiale Δ autour du point x , où la valeur moyenne filtrée des variables d'écoulement est définie par:

$$\bar{V}(x, t) = \int_{\Omega} G_{\Delta}(x, x') \cdot V(x', t) dx' \quad (2.7)$$

Et: $x' = x - \zeta$

Où \bar{V} correspond au champ résolu, $G_{\Delta}(x, x')$ désigne le filtre appliqué à la variable instantanée au point x et qui détermine la partie des fluctuations qui est incorporée dans les gros tourbillons.

Δ : Paramètre libre qui représente la largeur du filtre choisi.

Ω : Domaine d'intégration.

L'opérateur du filtrage est supposé normé: $\int_{\Omega} G_{\Delta}(x, x') = 1 \quad (2.8)$

En turbulence homogène, la grandeur filtrée ne dépend pas de la position x et on peut écrire :

$$\bar{V}(x, t) = \int_{\Omega} G_{\Delta}(x - x') \cdot V(x', t) dx' \quad (2.9)$$

Qui représente en effet un produit de convolution:

$$\bar{V} = G_{\Delta} * V \quad (2.10)$$

Les propriétés d'un filtre sont cependant très différentes de celle d'une moyenne classique. Le filtre ne vérifie pas les règles de Reynolds et en particulier:

$$\bar{\bar{V}} \neq \bar{V} \quad , \quad \bar{V}' \neq 0 \quad , \quad \bar{V}' \neq \bar{V} - \bar{\bar{V}} \quad (2-11)$$

Parmi les filtres les plus souvent utilisés, on mentionne :

2.4.1. Filtre passe bas

Est défini dans l'espace spectrale par :

$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \leq k_c \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2-12)$$

Dans l'espace physique, il est défini par:

$$G_{\Delta}(\zeta) = \prod_{i=1}^3 \frac{\sin(\frac{\pi \zeta_i}{\Delta})}{\pi \zeta_i} \quad (2-13)$$

$$\Delta = \frac{\pi}{k_c} \quad (2-14)$$

k_c : Échelle de coupure.

Ce filtre a l'inconvénient de fournir une fonction oscillatoire dans l'espace physique, mais il est très simple dans l'espace spectral [5].

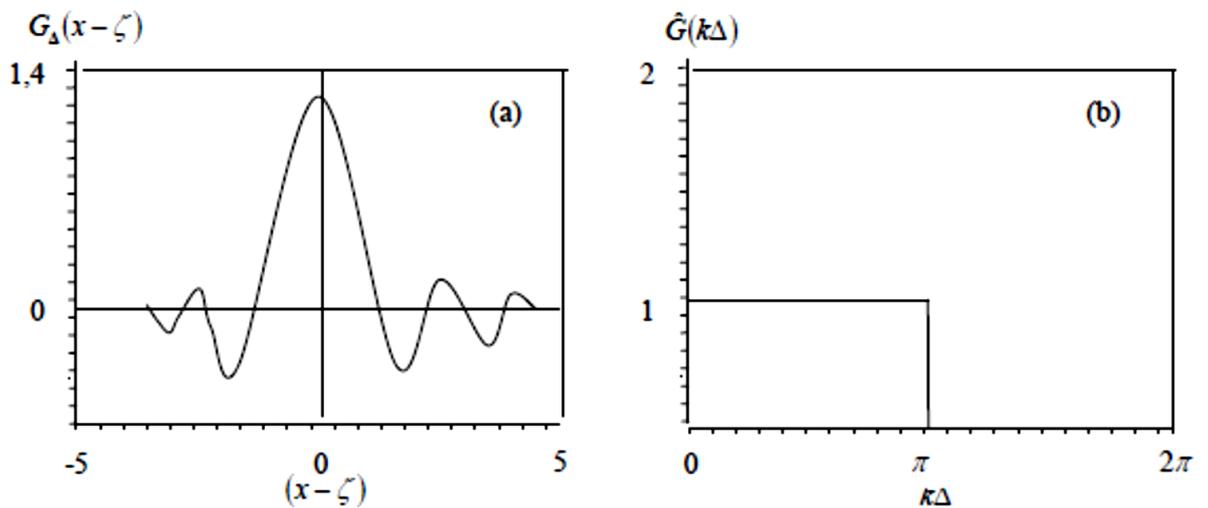


Fig. 2-3 : Spectral passe bas filtre (a) représentation dans l'espace physique

(b) représentation dans l'espace de Fourier

2.4.2. Filtre boîte "top-hat"

Le filtre chapeau est défini dans l'espace physique par :

$$G_{\Delta}(\zeta) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{si } |\zeta| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{si } |\zeta| \geq \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (2-15)$$

Et dans l'espace de Fourier par :

$$\hat{G}(k) = \prod_{i=1}^3 \frac{\sin(\frac{k_i \Delta}{2})}{\frac{k_i \Delta}{2}} \quad (2-16)$$

L'inconvénient de ce filtre est qu'il n'est pas localisé dans l'espace spectral ou il devient une fonction oscillante [5].

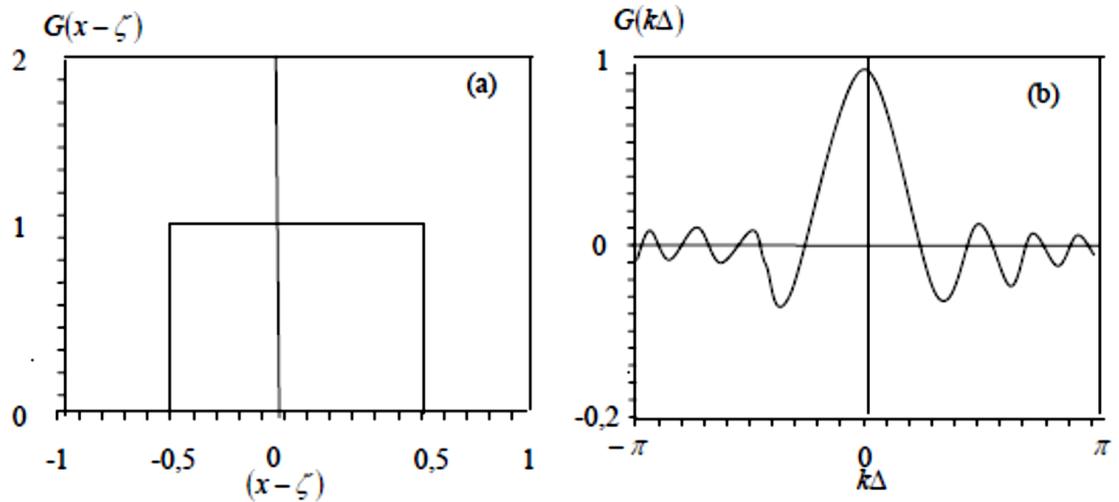


Fig. 2-4 Spectral top-hat filtre

(a) représentation dans l'espace physique

(b) représentation dans l'espace de Fourier

2.4.3. Filtre gaussien

Il est défini dans l'espace physique par:

$$G_{\Delta}(\zeta) = \left(\frac{6}{\pi \Delta^2}\right)^{3/2} \exp\left(-6 \frac{|\zeta|^2}{\Delta^2}\right) \quad (2-17)$$

Ce filtre est utilisable aussi bien dans l'espace physique que dans l'espace spectral, il donne souvent de bons résultats [5].

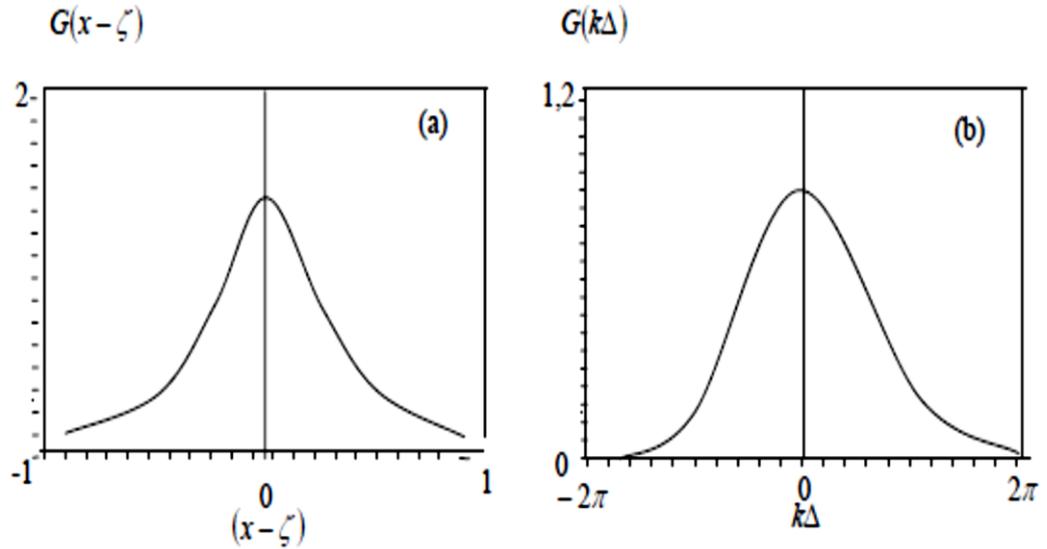


Fig. 2-5 Gaussien filtre (a) représentation dans l'espace physique
(b) représentation dans l'espace de Fourier

Remarque

La taille du filtre qui correspond à l'échelle de séparation des structures de l'écoulement peut varier dans un écoulement inhomogène. Ce cas exige l'utilisation de maillage différent dans les trois directions de l'espace

2.5. Concept de filtrage

Pour faire l'application de l'opération de filtrage sur les équations de Navier stockes pour les écoulements compressibles, on définit le filtre Favre qui est analogue à la moyenne statique, [2-4] par:

$$\tilde{V}(x, t) = \frac{1}{\rho} \int_{\Omega} G_{\Delta}(x, x'). V(x', t) dx'$$

Où:
$$\tilde{V}(x_1, t) = \frac{\bar{\rho V}}{\bar{\rho}}$$

- Equations de la quantité de mouvement filtré

Après le filtrage de l'équation de la quantité du mouvement, on obtient:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \delta_{ij} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \tilde{\tau}_{ij}) - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \tag{2-18}$$

T_{ij} : Tenseur sous maille qui est équivalent à :

$$T_{ij} = \ell_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \quad (2-19)$$

Le tenseur $\ell_{ij} = \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j)$: Tenseur de Leonard

Le tenseur $C_{ij} = -\bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} + \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j')$: Tenseur croisé

Le tenseur $R_{ij} = \bar{\rho} \cdot \widetilde{u_i'} \cdot \widetilde{u_j'}$: Tenseur de Reynolds de sous-maille

Le tenseur de Leonard ℓ_{ij} peut être calculé directement à partir des valeurs moyennes filtrées \widetilde{u} , une fois qu'on connaît explicitement l'expression du filtre. Le tenseur croisé représente l'interaction entre les grandes structures et les petites structures. Le tenseur de Reynolds de sous-maille ne fait intervenir que les petites structures de fluctuation.

Les termes C_{ij} et R_{ij} correspondent, à la fois au transfert d'énergie des échelles explicitement calculées vers les échelles implicites sous-mailles (transfert direct) et au transfert inverse des échelles sous-maille vers les grandes échelles [4-6].

Après avoir obtenu, les équations de la quantité de mouvement filtrée, on passe maintenant à la fermeture du système obtenu. Le problème de fermeture consiste à la modélisation du tenseur sous-maille T_{ij} par des modèles qu'on appelle des modèles de fermeture de sous-maille.

2.6. Modèles des grandes structures de turbulence (LES)

La modélisation du tenseur sous-maille T_{ij} est en fait le point clé de la simulation des grandes structures de turbulences. Il n'existe pas de modèle universel. Un choix doit être fait pour chaque problème traité, pour la modélisation du tenseur T_{ij} :

- Modéliser toutes ses composantes.
- Introduire une viscosité turbulente reliant le tenseur de contrainte sous maille au tenseur de taux de déformation filtré (fermeture au premier ordre).
- Prescrire des équations de transport pour les tenseurs turbulents. Ces équations permettent de traiter de façon plus exacte l'anisotropie du tenseur sous-maille, mais elles sont difficiles à mettre en œuvre.

- Proposer une modélisation algébrique pour le tenseur T_{ij} . C'est en fait, une expression simplifiée des modèles précédents qui sont plus faciles à résoudre numériquement [2-6].

2.6.1. Concept de la viscosité turbulente dans les modèles (LES)

C'est l'option la plus utilisée dans la pratique. D'après l'hypothèse de Boussinesq, une dépendance linéaire entre les contraintes turbulentes et le tenseur de déformation du champ moyen.

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} \quad (2-20)$$

Où:
$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-21)$$

Alors:
$$T_{ij} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm}$$

\tilde{S}_{ij} : Tenseur de déformation du champ filtré et μ_t est un coefficient appelé viscosité turbulente, largement utilisé, en vue de définir des modèles de fermeture de sous-maille. La viscosité turbulente n'est pas une propriété du fluide mais une propriété du mouvement lui-même, elle est déterminée en chaque point du domaine de calcul. Du point de vue physique, on confère aux contraintes turbulentes un caractère diffusif [7].

Utilisant l'hypothèse de Boussinesq pour caractériser le tenseur T_{ij} , dans l'équation de quantité de mouvement filtrée, nous avons:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\delta_{ij} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \tilde{\tau}_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2\mu_t \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm} \right) \quad (2-22)$$

Posant:
$$\tilde{\tau}_{ij} = 2\tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 \tilde{S}_{mm} = 2\mu_t \tilde{S}_{ij} \quad (2-23)$$

Avec:
$$\tilde{S}_{mm} = \text{div} \tilde{u} = 0 \quad (2-24)$$

Alors:
$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\delta_{ij} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} + 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{S}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2-25)$$

Où: $\bar{P} = \bar{p} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm}$: Pression modifiée.

Les modèles de viscosité turbulente consistent donc à modifier la viscosité de l'écoulement de façon qu'on puisse compenser l'absence d'une partie des termes non linéaires d'interactions liées aux petites échelles, dont l'évaluation de la viscosité

turbulente est fonction des échelles de vitesse filtrée \tilde{u} et de la longueur l de l'agitation turbulente :

$$\mu_t = \tilde{u} \cdot l \quad (2-26)$$

C'est l'idée de la plupart des modèles de viscosité turbulente. [2-7]. Ces modèles se différencient principalement par la définition de l'échelle de la vitesse filtrée \tilde{u} dont l'échelle de longueur est déterminée par la taille de la maille de calcul :

$$l = \Delta = \frac{\pi}{k_c} \quad (2-27)$$

k_c : Echelle de coupure

Pour un écoulement homogène, la valeur de l est unique et le maillage est uniforme. Mais pour le cas des écoulements fortement inhomogènes, on utilise un maillage irrégulier. Dans des cas d'écoulement complexe, l'évaluation de l'échelle, l pose parfois des problèmes.

Les différentes façons d'évaluer l'échelle de vitesse caractéristique \tilde{u} permettent de définir différents modèles sous-maille basés sur le concept de la viscosité turbulente.

Parmi les modèles basant sur le concept de la viscosité turbulente on a :

2.6.1.1. Modèle de Smagorinsky classique

Le modèle de Smagorinsky classique est l'un des modèles les plus utilisés dans le domaine de LES, il a été introduit par le métrologue J. Smagorinsky pour des simulations numériques de la circulation générale atmosphérique [1-2-4].

Il s'est basé, sur l'hypothèse, que La dissipation sous-maille ε_{SGS} est égale à :

$$\varepsilon_{SGS} = \frac{q_{SGS}^3}{\Delta} = -T_{ij} \tilde{S}_{ij} T_{ij} \quad (2-28)$$

Δ : Largeur du filtre

Et d'après l'hypothèse de Boussinsq:

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} \quad (2-29)$$

L'équation (2-28) devient :

$$T_{ij} = -\frac{q_{SGS}^3}{\Delta \cdot \tilde{S}_{ij}}$$

L'équation (2-29) devient :

$$T_{ij} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm}$$

$$(2-28) = (2-29) \quad -\frac{q_{SGS}^3}{\Delta \tilde{S}_{ij}} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm}$$

$$\frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm} \rightarrow 0$$

Et on prend:

$$\mu_t \approx q_{SGS} \cdot \Delta$$

$$\frac{q_{SGS}^3}{\Delta \tilde{S}_{ij}} = 2q_{SGS} \cdot \Delta \cdot \tilde{S}_{ij}$$

$$\Rightarrow q_{SGS} \approx \Delta \cdot |\tilde{S}_{ij}|$$

Tel que:

$$|\tilde{S}_{ij}| = (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2}$$

$|\tilde{S}_{ij}|$: Qui représente la magnitude du tenseur de déformation filtré.

La viscosité turbulente est écrite alors :

$$\mu_t = c_s \Delta^2 |\tilde{S}_{ij}| \quad (2-30)$$

c_s : Constante de Smagorinsky

Pour évaluer c_s Lilly [8] a assimilé que dans la partie inertielle du spectre d'énergie :

$$E(k) = c_{kolmo} \cdot \varepsilon^{2/3} \cdot k^{-5/3} \quad (2-31)$$

$|\tilde{S}_{ij}|$: Est évaluée approximativement par l'intégration de la dissipation spectrale dans les fréquences des échelles résolues.

$$|\tilde{S}_{ij}|^2 \approx 2 \int_0^{\pi/\Delta} k^2 E(k) dk = 2c_{kolmo} \varepsilon^{2/3} \int_0^{\pi/\Delta} k^{1/3} dk = \frac{3}{2} c_{kolmo} \varepsilon_{SGS}^{2/3} \left(\frac{\pi}{\Delta}\right)^{4/3}$$

$$c_{kolmo} \approx 1.41$$

La dissipation sous-maille est égale a :

$$\varepsilon_{SGS} = -c_s \Delta^2 |\tilde{S}_{ij}|^3 \quad (2-32)$$

Alors:

$$\Rightarrow |\tilde{S}_{ij}|^2 = \frac{3}{2} c_{kolmo} \left[(-c_s \Delta)^2 |\tilde{S}_{ij}|^3 \right]^{2/3} \left(\frac{\pi}{4}\right)^{4/3} \quad (2-33)$$

2.6.1.2. Modèle de Smagorinsky dynamique

Le modèle de Smagorinsky dynamique est le modèle de Germano et al. [9], qui est aussi un modèle appelé dynamique, puisqu'il permet d'évaluer la constante de

Smagorinsky à partir de la simulation elle-même. L'idée de ce modèle est d'appliquer un double filtrage, en utilisant deux filtres de largeur différente.

Le filtre réel \tilde{G} et le filtre test $\tilde{\tilde{G}}$, en supposant que le filtre test est plus gros que le filtre réel ($\tilde{\tilde{\Delta}} > \tilde{\Delta}$). Soit les deux tenseurs t_{ij} , et T_{ij} agissant par les deux filtres:

t_{ij} : Tenseur sous maille agissant par le filtre réel \tilde{G} sur les équations Navier-Stokes.

T_{ij} : Tenseur résolu test agissant par le filtre test $\tilde{\tilde{G}}$ sur les équations Navier-Stokes.

Ces deux tenseurs sont liés par l'identité suivante, dite "identité de Germano":

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{t}_{ij} \quad (2-34)$$

L_{ij} : Tenseur turbulent résolu, qui est calculé à partir des vitesses des grandes échelles.

Il est égale à:
$$L_{ij} = \tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2-35)$$

Le tenseur sous maille test est paramétrable par une viscosité turbulente:

$$t_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 t_{mm} = -c \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}_{ij}| \tilde{S}_{ij} = -c \tilde{\Delta}^2 \beta_{ij} \quad (2-36)$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 T_{mm} = -c \tilde{\tilde{\Delta}}^2 |\tilde{\tilde{S}}_{ij}| \tilde{\tilde{S}}_{ij} = -c \tilde{\tilde{\Delta}}^2 \alpha_{ij} \quad (2-37)$$

Remplaçant (2-36) et (2-37) dans (2-34) on trouve :

$$L_{ij}^{(a)} = L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{m=1}^3 L_{mm} = -c \alpha_{ij} + c \tilde{\tilde{\beta}}_{ij} \quad (2-38)$$

Qui est une équation tensorielle avec l'inconnu c . Germano et al. [9] ont proposé de contracter l'équation (2-38) par \tilde{S}_{ij} , obtenant ainsi l'expression suivante :

$$c(x, t) = \frac{L_{ij}^{(a)} \tilde{S}_{ij}}{(\tilde{\tilde{\beta}}_{ij} - \alpha_{ij}) \tilde{S}_{ij}} \quad (2-39)$$

Pour éviter, les problèmes qui peuvent apparaître quand le dénominateur de l'équation (2-39) s'annule, on moyenne dans les directions homogènes, obtenant dans ce cas :

$$\langle c(x, t) \rangle = \frac{\langle L_{ij}^{(a)} \tilde{S}_{ij} \rangle}{\langle (\tilde{\tilde{\beta}}_{ij} - \alpha_{ij}) \tilde{S}_{ij} \rangle} \quad (2-40)$$

$c(x, t)$: Comme une fonction de la coordonnée non homogène du temps.

Avec l'application de la procédure dynamique du modèle de Smagorinsky de très bons résultats sont obtenus [2-5].

2.6.2. Hypothèse de Similarité d'échelles

L'hypothèse de similarité d'échelles, telle qu'elle a été proposée par Bardina et al. [10], consiste à supposer que la structure statistique des tenseurs construits à partir des échelles sous-maille est similaire à celles de leur équivalence, évaluée à partir des plus petites échelles résolues. Cette hypothèse fait donc apparaître un découpage du spectre de la solution en trois bandes: les plus grandes échelles résolues, les plus petites échelles résolues (c'est à dire champ d'épreuve) et les échelles non résolues.

Cette cohérence statistique peut être interprétée de deux manières complémentaires, le premier fait appel à la notion de cascade d'énergie: Les échelles non résolues et les plus petites échelles résolues ont un historique commun, associés à leurs interactions avec les plus grandes échelles résolues. La représentation classique de la cascade ne veut que l'effet des plus grandes échelles résolues soit exercé sur les plus petites échelles résolues qui influencent à leur tour les échelles sous-maille. Ces dernières sont donc forcées indirectement par les premières, mais de façon similaire. La seconde repose sur la notion de structure cohérente: ces structures possèdent une signature non locale en fréquence, c'est-à-dire qu'elles ont une contribution sur les trois bandes spectrales considérées.

La similarité d'échelles est alors associée, au fait que certaines structures apparaissent sur chacune des trois bandes, induisant une cohérence du champ, entre les différents niveaux de décomposition. On présente, par la suite, les modèles structurels construits à partir de l'hypothèse de similarité d'échelles. Tous font appel à une technique d'extrapolation en fréquence: le tenseur sous maille est approché par un Tenseur analogue calculé à partir des plus hautes fréquences résolues [5].

2.6.2.1. Modèle de Bardina

Partant de cette hypothèse, Bardina et al. [10] ont proposé de modéliser les tenseurs C et R de la décomposition de Leonard, en appliquant une seconde fois le filtre qui a permis d'effectuer la séparation d'échelles. De plus, ils ont fait l'approximation :

$$\widetilde{ab} \approx \widetilde{a}\widetilde{b} \quad (2-41)$$

Alors:
$$T_{ij} = -\bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{\widetilde{u_i} \widetilde{u_j}}) \approx H_{ij} \quad (2-42)$$

H_{ij} : Tenseur résulte de la décomposition de Leonard

Comparé à (DNS), ce modèle montre de très hautes corrélations avec le tenseur sous-maille réel. Bardina et al. [10] ont trouvé que ce modèle dissipe à peine toute l'énergie et ne peut servir comme une position modèle sous-maille seule. Ce modèle cède l'une des substantielles instabilités numériques. [11-12].

2.6.2.2. Modèle de similarité d'échelles dynamique

Même procédure que le modèle Smagorinsky dynamique où, on a deux filtres; le filtre réel \widetilde{G} et le filtre test $\widetilde{\widetilde{G}}$ et on suppose que la largeur du filtre test est plus grosse que le filtre réel où t_{ij} , et T_{ij} sont les deux tenseurs agissant par les filtres \widetilde{G} , $\widetilde{\widetilde{G}}$ respectivement [13], d'après le modèle de similarité d'échelles on a:

$$t_{ij} = D \cdot H_{ij} \quad \text{Tel que } D \geq 0 \quad (2-43)$$

Si : $D = 1 \Rightarrow t_{ij} = H_{ij}$ nous aurons le modèle de Bardina

Posant :
$$T_{ij} = D \cdot \widetilde{\widetilde{H}}_{ij} \quad (2-44)$$

$\widetilde{\widetilde{H}}_{ij}$: Tenseur de la décomposition de Leonard filtre par le filtre test $\widetilde{\widetilde{G}}$

Et d'après l'identité de Germano :

$$H_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\widetilde{t}}_{ij}$$

On obtient :

$$D = \frac{\Sigma(H_{ij} + \widetilde{\widetilde{t}}_{ij})}{\Sigma \widetilde{\widetilde{H}}_{ij}} \quad (2-45)$$

2.6.2.3. Modèle mixte

Le modèle mixte est une combinaison entre le modèle similarité d'échelles et la dissipation produite par la viscosité turbulente (modèle de smagorinsky) [1-14].

$$T_{ij} = T_{ij(simil)} - T_{ij(smag)} \quad (2-46)$$

Remarque :

Pour la modélisation des flux du sous mailles des espèces et de la chaleur associées à ce tenseur, il y'a des modèles analogues aux modèles précédents mais avec une expression basée sur le gradient de l'espèce et de la température.

2.7. Models monotones integrated large eddy simulation (M.I.L.E.S)

Les modèles (L.E.S) basés sur la modélisation explicite du tenseur sous-maille (S.G.S) sont insignifiants à cause de l'opération sans filtrage, qui n'est pas bien déterminée et par le manque d'un modèle (S.G.S) standard pour les écoulements anisotropes.

Même l'application du modèle de la viscosité a prouvé que ces modèles ne correspondent pas au tenseur de Reynolds, surtout pour le cas des écoulements proches de la paroi.

Boris et al. [15] ont proposé un modèle basé sur le rapport évident entre la discrétisation numérique et le tenseur sous maille, dont le (S G S) est modelé par la diffusion non linéaire du schéma numérique. Ce modèle est appelé « monotone integrated large Eddy simulation » (M.I.L.E.S).

D'après les équations de Navier-Stokes filtrées, le tenseur non linéaire qui spécifie les effets des échelles non résolues aux échelles résolue T_{ij} , et le flux de chaleur, d'espèce Q_j , $w_{j,k}$ associé.

Tel que :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -\bar{\rho}(\tilde{u}_i\tilde{u}_j - \tilde{u}_i\tilde{u}_j) \\ Q_j &= -\bar{\rho}Cv(\tilde{T}\tilde{u}_j - \tilde{T}\tilde{u}_i) \\ w_{i,k} &= -\bar{\rho}(\tilde{u}_j\tilde{Y}_k - \tilde{u}_i\tilde{Y}_k) \end{aligned} \quad (2-47)$$

Sont ignorés (c'est-à-dire $T_{ij} = 0$, $Q_j = 0$, $w_{j,k} = 0$), et pour prendre ces effets dans le modèle (M.I.L.E.S), on utilise un algorithme monotone pour la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. Pour beaucoup de détails, voir les références [3-15-16].

2.7.1. Algorithmes monotones

Les algorithmes monotones sont utilisés pour résoudre les échelles de grandes structures de la turbulence pour le problème d'advection sans modèle sous-maille. Ceci est dû à l'importance dynamique et thermique des grandes échelles par rapport aux petites échelles. La diffusion numérique contrôle les effets de ce tenseur.

Les quantités de mouvement changent de signes localement et fréquemment dans les écoulements turbulents où les propriétés des dérivés de convection sont garanties par les propriétés fondamentales de la dynamique de fluide : La conservation, la causalité, la positivité, et la monotonie.

La dissipation locale non linéaire des grandes structures aux petites structures dans ces algorithmes est continuellement connectée par ces propriétés, en fournissant une construction dans la mesure de la dissipation étudiée. [3].

2.7.1.1. Propriétés fondamentales de la dynamique du fluide

La difficulté numérique de la résolution des équations d'advection apparaît, dans les erreurs des schémas numériques : la diffusion, la dispersion et l'erreur de Gibbs.

La monotonie est un moyen d'éliminer les oscillations non physiques (dispersion) de la quantité convectée et cela même en appliquant des schémas de haut ordre.

On dit que, les schémas linéaires de la forme :

$$V_I^{n+1} = f[V_{I-1}^n, \dots, V_{I+m}^n] = \sum_{k=-1}^m b_k \cdot V_{I+k}^n \quad (2-48)$$

Sont monotones, si tous les coefficients $b_k \geq 0$

I, m : sont des entiers positifs.

La positivité est aussi un moyen d'éliminer les oscillations qui apparaissent dans les schémas numériques de haut ordre, par l'idée que la quantité V convectée est définie positive, de la même manière la densité ne peut être physiquement négative.

La causalité exige que la particule convectée du point (A) à un point (B) de la maille doit traverser toutes les cellules de la maille de calcul. Donc La causalité et la conservation sont utilisées pour calculer le flux des cellules en mouvement entre elles [3].

Référence

- [1] Piomeli. U. Large eddy simulations theory and applications. Chapter 7, pp. 269-368. University of Maryland. College Park, Maryland, USA.
- [2] Sagaut. P. (1998). Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible, édition springer. Verlag.
- [3] Oran. E.S., Boris. J.P. (1987). Numerical simulation of reactive flow. Cambridge University Press 0521022363. 1st edition. Elsevier, New York.
- [4] Guermond. J.L., Oden. T., Prudhomme. S. (2002). Mathematical perspectives on large eddy simulation models for turbulent flows. Mathematics Subject Classification. Vol.65. N° 30.
- [5] Schiestel. R. (1998). Modélisation et simulation des écoulements turbulents. 2^{ème} édition revue et augmentée. Paris: Hermès. ISBN 1^{re} édition 2-86601-371-9. ISBN 2^{ème} édition 2-86601-681-5.
- [6] Oberlack. M. (1997). Invariant modeling in large eddy simulation of turbulence, Center for Turbulence Research . Annual Research Briefs.
- [7] Jirveanny. D. (1992). Analyse théorique et numérique de certains modèles de viscosité turbulente, thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble.
- [8] Lilly. D.K. (1967). The representation of small-scale turbulence in numerical experiments. Proceeding of the IBM Scientific Computing Symposium of Environmental sciences. Yorktown Heights (USA).
- [9] Germano. M., Piomelli. U., Moin. P., Cabot. W.H. (1990). A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. Physics of Fluids, A (3). pp. 1760-1765.
- [10] Bardina. J., Ferziger. J.H., Reynolds. W.C. (1980). Improved scale models for large eddy simulation. AIAA 13th Fluid and Plasma Dynamics conference. Snowmass. CO, pp. 80-1357.
- [11] Adams. N.A. Modeling strategies for large eddy simulation of turbulent flows. lectures series university of Dresden.
- [12] Bouchon. F., Dubois. T. A model based on incremental scales applied to LES of turbulent channel flows. Springer Netherlands. Vol. 8 of the series. ERCOFTAC Series, pp. 97-104.
- [13] Eppler. A., Bernert. K. (1999). Two stage testing of advanced dynamic subgrid-scale models for large eddy simulation on parallel computers. SFB 393/9213.

-
- [14] Adams. N.A., Stolz. (2002). A sub grid scale deconvolution approach for shock capturing, *Journal of Computational Physics*. Elsevier. Vol. 178.
 - [15] Boris. J.P., Grinsten. F.F., Oran. E.S., Kolbe. R.L. (1992). New insights into large eddy simulation, *fluid dynamic research*. 16 January 1992.
 - [16] Oran. E.S., Boris. J.P. Computing turbulent shear Flows – A convenient conspiracy, *Comput in Physics*. Vol. 7. N°5, pp. 523-533.

Chapitre

3

Formulation mathématique et méthode numérique

Ce chapitre présente la formulation mathématique des équations de conservation qui régissent les écoulements. Ensuite nous présentons la description de la méthodologie numérique à la base de la résolution des équations du mouvement et de l'énergie

3.1. Mise en équation du problème

3.1.1. Modèle physique

Le modèle physique considéré est présenté sur la figure 3-1. Il s'agit d'une cavité parallélépipédique de 2.46 m de hauteur, de 0.385 m de largeur et de 0.72 m de profondeur remplie d'air. Les parois verticales sont isothermes et maintenues à température constante T_c pour la paroi chaude et T_f pour la paroi froide. Les parois hautes, basse avant et arrière sont isolées. Ensuite nous étudions les huit configurations différentes suivant le tableau 3-1. L'écoulement dans cette cavité est turbulent $Ra > 10^9$

T_c : paroi chaude
 T_f : paroi froide
 L_D : paroi arrière
 L_G : paroi avant
 P_d : paroi plafond
 P_c : paroi planchée

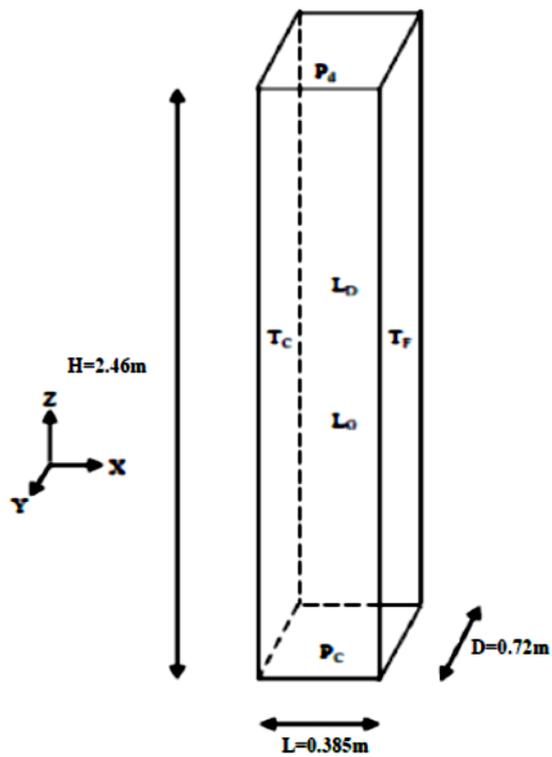
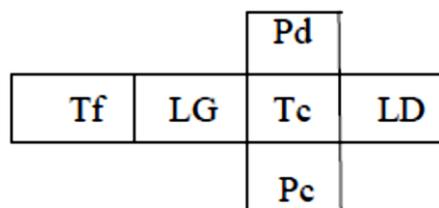


Fig. 3-1 Modèle physique

Tableau 3-1 Diverses configurations étudiées et leur mode de représentation

C1	C2	C3	C4
F	F	C	F
F C C C	F F C F	F C C C	F M C M
C	C	C	F
C5	C6	C7	C8
F	C	C	F
F F C F	F C C C	F M C M	F F C F
F	F	TF	TF

F : froid, C : chaud, M : moyen, TF : très froid



3.1.2. Modèle mathématique

Les équations présentées dans cette partie sont basées sur des hypothèses qu'il convient de rappeler :

- L'écoulement est instationnaire
- L'écoulement est tridimensionnel
- Le fluide est supposé newtonien
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable
- La variation de la masse volumique n'est considérée que dans le terme de la poussée thermique d'Archimède et elle est supposée constante (égale à ρ_0) pour les autres termes des équations
- Le volume reste constant sous l'action d'une pression externe (fluide isovolume), alors que sa masse volumique varie linéairement telle que $\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$ où β est le coefficient d'expansion thermique et ρ_0 la masse volumique à la température de référence T_0 définie par : $T_0 = \frac{T_c + T_f}{2}$

3.1.2.1. Equations de bilan

D'une façon générale, les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, et de l'énergie dans le cas anisotherme, moyennant les hypothèses énoncées ci-dessus s'écrivent :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + g\beta(T - T_0)\delta_{iz} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3.3)$$

Où P_m : Pression motrice à l'état de référence (ρ_0, T_0) telle que $P_m = P + \rho_0 g z$.

$\alpha = \frac{1}{\rho_0 c_p}$: Diffusivité thermique du fluide

3.1.2.2. Equations adimensionnées

3.1.2.2.1. Grandeurs adimensionnelles caractérisant le problème

- Rapport de forme verticale: $A_V = \frac{H}{L}$
- Rapport de forme transverse: $A_T = \frac{H}{D}$
- Rapport de forme horizontale: $A_H = \frac{D}{L}$
- Coordonnées adimensionnées : $X = \frac{x}{H}$; $Y = \frac{y}{H}$; $Z = \frac{z}{H}$
- Température adimensionnée: $\theta = \frac{T-T_0}{\Delta T_{ref}}$ avec $T_0 = \frac{T_c+T_f}{2}$ et $\Delta T_{ref} = T_c - T_f$
- Vitesses adimensionnées: $U = \frac{u}{V_{ref}}$; $V = \frac{v}{V_{ref}}$; $W = \frac{w}{V_{ref}}$ avec $V_{ref} = \frac{\alpha}{H} \sqrt{Ra_H}$
- Temps adimensionné: $t^* = \frac{t}{t_{ref}}$ avec $t_{ref} = \frac{L_{ref}}{V_{ref}} = \frac{H^2}{\alpha \sqrt{Ra_H}}$
- Rapport de température: $\Theta_0 = \frac{T_0}{\Delta T}$
- Nombre de Rayleigh: $Ra_H = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\alpha \nu}$
- Nombre de Prandtl: $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
- Nombre de Nusselt [8]: C'est le flux de chaleur échangé de manière conduction, convection et radiation, adimensionnée par un flux de conduction de référence. Il peut se décomposer en deux parties : d'une part le nombre de Nusselt conducto-convectif noté Nu_{CV} et le nombre de Nusselt radiatif noté Nu_r . On écrit :

$$Nu_{CV} = \frac{\varphi_{CV}}{\varphi_{CD}}$$

$$Nu_r = \frac{q_r}{\varphi_{CD}}$$

Le flux de conduction de référence φ_{CD} est basé sur l'écart de température entre les parois différentiellement chauffées et sur la hauteur de la cavité (en général, on se base sur la largeur de la cavité), soit :

$$\varphi_{CD} = \frac{\lambda}{H} (T_c - T_f)$$

Le flux conducto-convectif s'exprime à partir du gradient normal à la paroi considérée soit: $\varphi_{CV} = -\lambda \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}$

Le flux radiatif quant à lui, est défini tel que [8] :

$$\vec{\nabla} \bar{q}_r(r) = \int_0^{\infty} k_{\lambda} [4\pi L_{\lambda}^0(T) - G_{\lambda}(r)] d\lambda$$

- Paramètre de stratification thermique est:

$$S = \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Y=0.146; X=0.078} = \frac{H}{\Delta T} \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_{y=0.36; x=0.1925}$$

3.1.2.2.2. Système d'équations adimensionnées

En adimensionnant le système formé par les équations (3.1), (3.2) et (3.3) avec les grandeurs de référence, le système s'exprime sous la forme :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t^*} + \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_j} = -\frac{\partial p_m}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\text{Pr} Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right] + \text{Pr} \theta \delta_{iz} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + \frac{\partial(U_j \theta)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X_j} \right) \right] \quad (3.6)$$

Ou encore ramenées dans un repère cartésien, nous obtenons le système d'équations dont l'ensemble des variables est sans dimension, ces équations s'écrivent:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t^*} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial p_m}{\partial X} + \text{Pr} Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t^*} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial p_m}{\partial Y} + \text{Pr} Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t^*} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial p_m}{\partial Z} + \text{Pr} Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \text{Pr} \theta \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (3.11)$$

3.1.2.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées au système d'équations précédent sont les suivantes:

- Condition d'adhérence aux parois

$$U = V = W = 0 \quad (3.12)$$

- Condition aux limites thermiques

$$\text{Paroi chaude: } \theta(X = 0) = 0.5 \quad \forall(Y, Z) \quad (3.13)$$

$$\text{Paroi froide: } \theta\left(X = \frac{1}{A_V}\right) = -0.5 \quad \forall(Y, Z) \quad (3.14)$$

$$\text{Au plancher: } \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)_{Z=0} = 0 \quad \forall(X, Y) \quad (3.15)$$

$$\text{Plafond: } \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)_{Z=1} = 0 \quad \forall(X, Y) \quad (3.16)$$

$$\text{Paroi arrière: } \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)_{Y=\frac{1}{A_T}} = 0 \quad \forall(X, Z) \quad (3.17)$$

$$\text{Paroi avant: } \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)_{Y=0} = 0 \quad \forall(X, Z) \quad (3.18)$$

3.2. Techniques de simulation numérique de la turbulence

Les écoulements de fluides rencontrés dans la nature ou dans des processus industriels, sont en général instationnaires et turbulents, souvent couplés avec d'autres phénomènes physiques. La prise en considération de ces instationnarités et couplages est indispensable pour la compréhension et la prédiction de certains problèmes de la mécanique et de la physique, ce qui fait que l'étude de la turbulence est un problème majeur.

L'intuition, nous permet de percevoir ce qui est la turbulence, mais il est difficile de lui donner une définition précise, à même de nous permettre de comprendre des phénomènes variés dans de différents domaines: hydrologiques, astrophysiques, météorologies.....etc.

Il n'existe pas une définition générale et précise de la turbulence en mécanique des fluides, mais on peut la caractériser par un certain nombre de propriétés physiques observables:

- Les variables physiques de l'écoulement (vitesse, pression) varient de façon aléatoire, ce qui rend impossible de décrire le mouvement turbulent, mais il est possible d'en faire une description statique en calculant par exemple les valeurs moyennes de ces variables.
- La présence des structures de tailles différentes qui interagissent entre elles.
- L'écoulement turbulent diffuse toute quantité comme par exemple la température et la quantité de mouvement.
- L'écoulement turbulent présente toujours des fluctuations du rotationnel de la vitesse.
- C'est un phénomène dissipatif dû à la présence de forts gradients de vitesse instantanés d'où le taux de déformation important contribuant à la conversion de l'énergie cinétique turbulente en chaleur.
- C'est un phénomène tridimensionnel qui est dû le plus souvent à l'augmentation du nombre de Reynolds.
- Elle a le caractère chaotique qui ne peut prédire l'évolution ultérieure dans le temps, même si l'écoulement est régi par des équations bien déterminées.
- Une petite variation dans les conditions initiales provoque des variations importantes des variables. L'un des problèmes provoqué par l'apparition de la turbulence est la perte du déterminisme physique à l'échelle macroscopique.

3.2.1. Echelles de turbulence

Un écoulement turbulent est la superposition de l'ensemble des structures d'échelles très variées. C'est le phénomène d'étirement tourbillonnaire qui contribue à la création des structures d'échelles de longueur de plus en plus petites, accompagné d'un transfert d'énergie cinétique dont le mécanisme est assez complexe.

Dans le cas d'un écoulement turbulent, on retient en général deux échelles extrêmes. La première représente la taille des plus grandes structures énergétiques présentes dans l'écoulement et dépendant de la configuration étudiée L_g . La deuxième, correspondant à l'échelle des plus petites structures dissipatives η appelée échelle de Kolmogorov. Le rapport de ces deux échelles est proportionnel à $Re^{3/4}$:

$$\frac{L_g}{\eta} \propto Re^{3/4}$$

Ce qui implique que pour capturer toutes les échelles, il faut utiliser une grille de calcul avec un nombre de points dans chaque direction de l'espace proportionnel à $Re^{3/4}$, donc le nombre de points sur une grille tridimensionnelle sera de l'ordre de $Re^{9/4}$ et le temps de calcul est proportionnel à $Re^{11/4}$.

3.3. Approches numériques de la turbulence

La plupart des écoulements rencontrés dans le domaine de la pratique industrielle sont de nature turbulente et beaucoup de phénomènes tels que le transfert de chaleur ou de masse, sont liés au mouvement du fluide, donc leur étude nécessite le calcul préalable de l'écoulement considéré. On présente, ici quelques méthodes de prédétermination des variables d'écoulement turbulent [1].

3.3.1. Simulation numérique directe (DNS)

Dans les équations de Navier-Stokes, le fluide est considéré comme un milieu continu par rapport à l'échelle moléculaire. Selon ce point de vue, on peut trouver les solutions des équations de Navier-Stokes par leurs résolutions sur toutes les échelles de l'écoulement: des échelles énergétiques aux échelles dissipatives. A partir de la loi de Kolmogorov, on peut montrer que le rapport entre l'échelle des gros tourbillons et l'échelle de Kolmogorov est proportionnelle à $Re^{3/4}$, c'est-à-dire pour capturer toutes les échelles qui apparaissent dans l'écoulement turbulent, il faut utiliser une grille de calcul avec un nombre de points dans chaque direction de l'écoulement de l'espace, proportionnelle à $Re^{3/4}$ donc dans un écoulement tridimensionnelle le nombre de points sur une grille est de l'ordre de $Re^{9/4}$. On peut aussi montrer que le temps de calcul est proportionnel à $Re^{11/4}$. Ainsi, en regardant le coût de calcul en place mémoire et en temps CPU, on comprend bien que ce type de simulation est envisageable pour des écoulements relativement simples dans l'étude de la turbulence [2].

3.3.2. Approche moyennée des équations de Navier-Stokes

C'est une première approche de modélisation qui a été proposée afin de simuler les écoulements des fluides turbulents. Les approches RANS, pour Reynolds Averaged Navier-Stokes, sont basées sur un moyennage des équations régissant l'écoulement.

C'est-à-dire consiste à écrire chaque paramètre de l'écoulement turbulent comme la somme d'une composante moyenne et d'une composante fluctuante : c'est la décomposition de Reynolds.

Ces méthodes statistiques qui ont connu des développements importants (modélisations au second ordre, multi-échelles... [3]) font aujourd'hui partie du domaine public et sont largement utilisées dans la plupart des logiciels de CFD commerciaux.

Dans le cas d'écoulements possédant une ou plusieurs directions d'homogénéité, le nombre de degrés de liberté peut être diminué substantiellement. De plus, l'aspect temporel n'intervenant pas dans son formalisme, le problème peut être simplifié par sa dimension temporelle. En outre, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, l'utilisation de maillages plus denses qu'en DNS peut être envisagée puisqu'ils ne doivent pas prendre en compte les plus petites structures dissipatives de l'écoulement. Cependant, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, la représentation du caractère turbulent de l'écoulement repose intégralement sur la capacité du modèle à les reproduire correctement.

Ainsi, la tendance générale se dégageant de ce genre d'approche est le manque de généralité des modèles développés et l'ajustement de nombreuses constantes pour les modèles de fermeture des équations, en fonction de l'écoulement traité.

Pour la modélisation de notre sujet, nous avons choisi d'appliquer une moyenne spatiale filtrée sur le champ turbulent. Cette résolution numérique prend le nom de Simulation des Grandes Echelles (SGE), ou en anglais Large Eddy Simulation (LES) apparaît comme une solution prometteuse pour modéliser l'effet de la turbulence sur l'écoulement.

3.3.3. Simulation des Grandes Structures (SGS)

La simulation des grandes structures de turbulences a pour fondement la résolution explicite des grandes échelles et la modélisation du processus de transfert d'énergie, depuis celles-ci vers les échelles les plus petites, que la taille de la maille qui habituellement sont appelées, les échelles sous maille et qui ne peuvent être résolues directement. Les développements théoriques de la SGS sont fondés sur deux hypothèses principales formulées par Kolmogorov en 1941 dans le cadre de la turbulence homogène isotrope:

- La première hypothèse qui suppose que les petites structures créent par l'interaction des grosses structures sont approximativement isotropes et universelles. L'isotropie permet de développer la modélisation sous-maille à l'aide des théories analytiques.

- La deuxième hypothèse est basée sur l'existence d'une zone dans laquelle le spectre d'énergie ne dépend plus de la viscosité. Dans cette zone appelée zone inertielle, qui est d'autant plus étendue que le nombre de Reynolds de turbulence est élevé, l'énergie est transférée sans dissipation visqueuse, des grandes vers les petites échelles.

La simulation des grandes structures turbulentes est une approche intermédiaire hybride, utilisant une simulation numérique partielle (des grandes structures) et une modélisation partielle (des petites structures), c'est-à-dire, une approche hybride entre la simulation directe (DNS) et la moyenne de Reynolds des équations de Navier-Stokes (RANS). L'idée est de mieux rendre compte des grandes échelles qui sont en général fortement dépendantes de la géométrie de l'écoulement et de la modélisation à un niveau où l'on peut utiliser des caractéristiques plus universelles.

Le transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles est dû principalement au phénomène d'étirement des filets (vortex stretchings) dans l'évolution de la turbulence.

On considère que les structures turbulentes sont des éléments tourbillonnaires, qui s'étirent les uns des autres, produisant le transfert d'énergie à des échelles de plus en plus petites, jusqu'aux forces visqueuses qui deviennent actives et dissipent l'énergie. On a alors trois zones dans l'évolution du spectre d'énergie turbulente.

La figure 3-2 montre un spectre d'énergie dans la turbulence homogène isotrope.

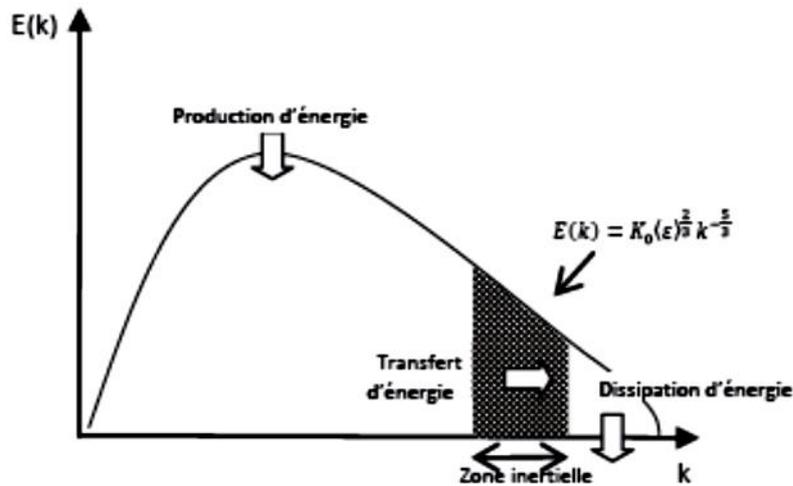


Fig. 3-2 Représentation schématique d'un spectre d'énergie pour une turbulence homogène isotrope [4]

L'initiateur de cette approche, Smagorinsky [5], énonce que le taux d'énergie cascade des plus grandes échelles aux plus petites échelles est assumée constamment et indépendamment du temps, ce qui implique que le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes:

1- Ne participe pas à l'énergie cinétique globale.

2- Redistribue l'énergie globale des grandes structures aux petites structures.

Alors L'énergie cinétique globale, dans ce cas, dépend seulement de la dissipation et pas directement de la viscosité.

Le principe de la simulation des grandes échelles est de calculer par résolution numérique directe les structures turbulentes de grande taille et de modéliser celles de petite taille. En effet, les grands tourbillons sont très différents selon les géométries, leurs structures varient fortement selon l'écoulement considéré, par contre les petits tourbillons ont un caractère beaucoup plus universel. Les avantages de cette méthode sont les suivants:

- Réduction de la puissance de calcul requise pour la simulation numérique direct,
- L'utilisation des modèles de fermeture donnent de bons résultats,
- Utilisation d'écoulement plus complexe.

Des modèles assez connus peuvent être développés pour décrire les comportements de ces petites échelles, mais étant porteuses d'une quantité peu importante, elles doivent être

modélisées d'une façon simple, ce qui allège le calcul (LES), qui exige des hautes résolutions [6-7].

Ce travail repose sur une approche de la simulation de la turbulence basée sur la LES, dont le formalisme et les fermetures sont détaillés dans les paragraphes suivants.

3.3.3.1. Filtrage spatial implicite

Le formalisme de la LES repose sur le concept de filtrage implicite des équations de bilan, on introduit un filtre G de largeur $\bar{\Delta}$. Ainsi, pour réaliser la séparation des structures en simulation des grandes structures, le filtre spatial utilisé est de type passe-bas en nombre d'onde qui ne laissera passer alors que les grosses structures spatiales de l'écoulement. La plus petite longueur d'onde qui puisse alors être reproduite entièrement correspond au nombre d'onde : $K_C = \frac{\pi}{\bar{\Delta}}$ [6].

Le produit de convolution correspondant à une variable $f(x'_i, t)$ s'écrit dans l'espace physique :

$$\bar{f}(x_i t) = \int_{\Lambda} f(x'_i, t) G(x_i - x'_i) dx'_i \quad (3.19)$$

Où, $\bar{f}(x_i t)$ est la variable filtrée (ou résolue) qui correspond aux échelles de taille supérieure à $\bar{\Delta}$ et associées aux nombres d'onde inférieurs à K_C , G est le noyau de convolution du filtre utilisé.

Le filtre défini doit vérifier les propriétés suivantes : linéarité et commutation avec les opérateurs de dérivation temporelle et spatiale [9]. Cette dernière propriété n'est généralement pas vérifiée mais il est souvent admis que les erreurs commises sont négligeables [10].

La largeur du filtre $\bar{\Delta}$ issu de la discrétisation des équations sur une grille de calcul est généralement donnée dans le cas de maillages cartésiens orthogonaux (ce qui sera le cas ici) par :

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (3.20)$$

$\Delta x, \Delta y$ et Δz étant les pas de maillage suivant les trois directions de l'espace (dans le cas de maillages cartésiens). Les dimensions $\Delta x, \Delta y$ et Δz de la maille seront calculées à l'aide de la relation suivante [8].

$$\Delta x = \frac{1}{2} [x(i+1) - x(i-1)]$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} [y(i+1) - y(i-1)]$$

$$\Delta z = \frac{1}{2} [z(i+1) - z(i-1)]$$

Où $x(i)$, $y(i)$ et $z(i)$ sont respectivement les abscisses suivant les directions OX, OY, OZ du nœud (i, j, k) .

Pour les calculs menés dans ce travail, les nœuds du maillage seront répartis sur la grille de calcul à l'aide de loi avec resserrement en exponentielle exprimée pour les nœuds horizontaux et verticaux (par exemple) de la manière suivante :

$$y(i) = z(i) = 0,5 \left[1 + \frac{\exp\left[\alpha\left(\frac{i-1}{N-1} - 0,5\right)\right]}{\exp\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right] * d \quad (3.21)$$

α : étant le coefficient de resserrement, i est l'indice de position des nœuds, N est le nombre de nœuds et d la longueur discrétisée spatialement.

3.3.3.2. Equations de conservation filtrées dans l'espace physique

En appliquant un filtrage passe-bas aux équations de bilan (3.4), (3.5), (3.6) et avec les hypothèses précédentes, on obtient le système d'équations filtrées à résoudre dans une approche LES :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t^*} + \frac{\partial (\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[Pr Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] + Pr \bar{\theta} \delta_{iz} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\bar{U}_j \bar{\theta})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3.24)$$

Les nouveaux termes $\bar{U}_i \bar{U}_j$ et $\bar{U}_j \bar{\theta}$ issus du filtrage sont à exprimer en fonction des variables filtrées. Pour ce faire, on définit alors le tenseur des contraintes de sous-maille (ou tenseur de Reynolds) τ_{ij} et le flux de sous-maille $\pi_{j\theta}$ de la façon suivante:

$$\tau_{ij} = \bar{U}_i \bar{U}_j - \bar{U}_i \bar{U}_j \quad (3.25)$$

$$\pi_{j\theta} = \overline{U_j \theta} - \overline{U_j} \overline{\theta} \quad (3.26)$$

Le système d'équations filtrées dans l'espace physique s'écrit alors :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_i} = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\overline{U_i U_j})}{\partial X_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial X_i} + \left[Pr Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}^d}{\partial X_j} + Pr \overline{\theta} \delta_{iz} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\overline{U_j \theta})}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[Ra_H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial X_j} \right) \right] - \frac{\partial \pi_{j\theta}}{\partial X_j} \quad (3.29)$$

$\overline{P} = \overline{P_m} + \frac{1}{3} \tau_{ij} \delta_{ij}$, \overline{P} est la pression modifiée.

$\overline{U_i}$ et $\overline{\theta}$ sont respectivement les composantes de la vitesse et de la température filtrées.

$\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{ij} \delta_{ij}$, τ_{ij}^d est le déviateur du tenseur des contraintes de sous-maille et du vecteur du flux de sous-maille [8].

3.3.3.3. Modélisation de sous-maille

La modélisation sous-maille en LES de la turbulence repose sur l'hypothèse d'universalité des mouvements à petite échelle. Cette hypothèse est généralement vérifiée loin des parois et de possibles interfaces (bulles, surface libre...) [10]. La modélisation de sous maille consiste à relier les termes de sous-maille apparus après filtrage, τ_{ij}^d et $\pi_{j\theta}$ résolues du problème $\overline{U_i}$, \overline{P} , $\overline{\theta}$. Cette opération doit respecter deux types de contraintes [10]:

➤ Contraintes physiques

Le modèle de sous-maille doit garder une cohérence suffisante avec le phénomène physique à modéliser, c'est-à-dire :

- Respecter les propriétés fondamentales des équations du mouvement,
 - S'annuler dans les zones où il n'existe pas de structures de sous-maille, en particulier le long des parois solides.
 - Conserver la dynamique des structures résolues et ne pas détruire les mécanismes moteurs de l'écoulement, en provoquant par exemple une relaminarisation artificielle des couches limites turbulentes.
 - Reproduire les effets physiques attendus.

➤ Contraintes numériques

Le modèle de sous-maille va être introduit dans un code de simulation numérique. Ceci nécessite que :

- Le cout de l'algorithme additionnel du modèle doit rester raisonnable, d'où l'intérêt des modèles locaux en temps et en espace.
- Le modèle ne doit pas déstabiliser la solution numérique.

Les deux tenseurs τ_{ij} et $\pi_{j\theta}$ correspondent à de nouvelles inconnues dont on cherche à modéliser les effets sur les grandeurs filtrées. La résolution du système défini par les équations (3.27), (3.28) et (3.29) permet de résoudre le problème posé au niveau des échelles résolues, et doit reposer sur une modélisation des termes sous-maille ci-dessus afin de constituer un système d'équations fermées [11]

Léonard [12] propose une décomposition des tenseurs en faisant apparaître les différentes interactions entre échelles résolues et échelles de sous-maille. Chaque variable dépendant du temps et de l'espace $U(\xi, t)$ ou $\theta(\xi, t)$ peut s'écrire comme la somme d'une partie filtrée et d'une partie fluctuante.

$$U(\xi, t) = \bar{U}(\xi, t) + U'(\xi, t) \quad (3.30)$$

$$\theta(\xi, t) = \bar{\theta}(\xi, t) + \theta'(\xi, t) \quad (3.31)$$

La décomposition du tenseur τ_{ij} , proposée par [12] peut se mettre sous la forme :

$$\tau_{ij} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \quad (3.32)$$

- $L_{ij} = \overline{\bar{U}_i \bar{U}_j} - \bar{U}_i \bar{U}_j$ est le tenseur, qui représente les interactions entre les grandes échelles [12].
- $C_{ij} = \overline{\bar{U}_i U'_j} - \bar{U}_i \bar{U}'_j$ est le tenseur des termes croisés qui représente les interactions entre les grandes et les petites échelles.
- $R_{ij} = \overline{U'_i U'_j}$ est le tenseur vrai de sous-maille qui représente les interactions entre les échelles de sous-maille.

De la même manière, on peut exprimer $\pi_{j\theta}$ comme étant :

$$\pi_{j\theta} = L_{j\theta} + C_{j\theta} + R_{j\theta} \quad (3.33)$$

- $L_{j\theta} = \overline{\bar{U}_j \bar{\theta}} - \bar{U}_j \bar{\theta}$

- $C_{j\theta} = \overline{U_j \theta'} - \overline{U_j'} \overline{\theta}$
- $R_{j\theta} = \overline{U_j' \theta'}$

Dans le cadre de ce travail, nous retenons la modélisation implicite des contraintes sous-maille τ_{ij}^d basée sur une hypothèse de viscosité sous-maille ν_{sm} en reliant les contraintes de sous-maille au tenseur des taux de déformation résolus $\overline{S_{ij}}$:

$$\tau_{ij}^d = -2 \nu_{sm} \overline{S_{ij}} \quad (3.34)$$

$$\text{Où } \overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right)$$

Nous avons également retenu une modélisation implicite pour le tenseur du flux de chaleur de sous-maille basée sur la diffusivité de sous-maille α_{sm} . Par analogie à la loi de Fourier, le flux de chaleur de sous-maille est relié au gradient de température résolue par :

$$\pi_{j\theta} = -\alpha_{sm} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \quad (3.35)$$

Le système d'équations de conservation gouvernant l'écoulement, prend maintenant la forme :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\overline{U_i U_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu_{mol} + \nu_{sm}) \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right] + \text{Pr } \overline{\theta} \delta_{iz} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\overline{U_i \theta})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\alpha_{mol} + \alpha_{sm}) \left(\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3.38)$$

Où $\nu_{mol} = \text{Pr Ra}_H^{-\frac{1}{2}}$ et $\alpha_{mol} = \text{Ra}_H^{-\frac{1}{2}}$ sont respectivement la viscosité et la diffusivité moléculaires adimensionnelles. Il reste à modéliser la viscosité de sous-maille et la diffusivité de sous-maille. La résolution de ce système dans le cas où $\nu_{sm} = \alpha_{sm} = 0$ correspond à un calcul DNS [8].

3.3.3.3.1. Modélisation de la viscosité de sous-maille

❖ *Modèle de Smagorinsky*

Le modèle de Smagorinsky est l'un des modèles les plus utilisés dans le domaine de LES, ce modèle est basé sur une hypothèse de longueur de mélange dans laquelle on

considère que la viscosité sous-maille est proportionnelle à une échelle de longueur notée $\bar{\Delta}$, et une échelle de vitesse déterminée par le produit $\bar{\Delta} |\bar{S}|$ où $|\bar{S}|$ est la norme du tenseur des taux de déformation résolus défini par [8] :

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$$

Finalement, le modèle de Smagorinsky s'écrit de la façon suivante :

$$\nu_{sm} = (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (3.39)$$

La valeur théorique de la constante, associée aux hypothèses de base (turbulence homogène isotrope) et en supposant l'existence d'un spectre inertiel infini est égale à 0,18 [13]. L'avantage de ce modèle est particulièrement simple à implémenter, car il est basé sur les seules échelles résolues et a connu un grand succès dans les applications industrielles.

Le modèle de Smagorinsky possède quelques défauts:

- D'une part, en ne faisant intervenir que la partie symétrique du tenseur des taux de déformations résolus $|\bar{S}|$, on ne tient compte que des taux de déformations sans tenir compte des taux de vorticités Ω_{ij} eux aussi responsables d'étirements tourbillonnaires et donc de dissipation turbulente.
- D'autre part, ce modèle est de l'ordre $O(1)$ à la paroi (i.e. il tend vers une valeur non nulle lorsque l'on se rapproche de la paroi) à cause de l'emploi du tenseur \bar{S}_{ij} qui est lui-même d'ordre $O(1)$ vers la paroi Nicoud et Ducros [14].

Pour éviter ce défaut, on utilise des fonctions d'amortissement permettant de ramener la valeur de ν_{sm} à la paroi à 0. Un exemple de fonction d'amortissement dans le cas d'écoulements confinés est la fonction de Van-Driest [8] qui se met sous la forme:

$$\nu_{sm} = [C_s \bar{\Delta} (1 - e^{-y^+/25})]^2 |\bar{S}| \quad (3.40)$$

Où C_s est ajusté à l'écoulement considéré, avec des valeurs généralement comprises entre 0,1 et 0,2.

Les autres modèles vont se construire autour de ce modèle de Smagorinsky dans le but de l'améliorer.

❖ *Hypothèse de similarité des échelles et le modèle de Bardina*

Un autre moyen qui assure que le modèle s'annule à la paroi est de construire un modèle fonctionnel basé sur l'estimation de la viscosité de sous-maille non plus sur $\|\bar{S}\|$ mais sur l'énergie cinétique à la coupure q_c , ou encore sur l'énergie cinétique de sous-maille q_{sm} .

Dans ces modèles dits TKE (Turbulent Kinetic Energy), de forme générale [8]:

$$\nu_{sm} = C_{TKE} \bar{\Delta} \sqrt{q_{sm}} \quad (3.41)$$

L'évaluation de l'énergie cinétique q_{sm} peut se faire soit, à partir d'une forme théorique du spectre énergétique, soit de manière explicite, à partir des quantités résolues. Bardina et al. [15] ont pour cela, proposé l'hypothèse dite de similarité des échelles qui suppose que la structure des échelles spatiales de l'écoulement est identique de part et d'autre de la coupure spatiale imposée par le filtrage et que les échelles de sous-maille les plus énergétiques sont celles qui se trouvent au voisinage de la coupure. Les plus grandes échelles de sous-maille notées \bar{u}'_i sont donc supposées identiques aux plus petites échelles résolues, notées $(\bar{u}_i)'$. L'estimation de $(\bar{u}_i)'$ est réalisée en appliquant un filtre explicite aux échelles résolues à l'aide d'un filtre test, désigné par \sim de taille $\tilde{\Delta}$ supérieure à $\bar{\Delta}$, soit $(\bar{u}_i)' = \bar{u}_i - \tilde{u}_i$.

En posant $\bar{u}'_i = (\bar{u}_i)'$ on obtient une estimation de q_{sm} par [8]:

$$q_{sm} = q_c = \frac{1}{2} (\bar{u}_i)' (\bar{u}_i)'$$

Bardina et al. [15] proposent également un modèle structurel, qui consiste à estimer le tenseur de sous-maille par :

$$\tau_{ij} = \overline{\bar{U}_i \bar{U}_j} - \bar{U}_i \bar{U}_j$$

Liu et al. [16] vont proposer la version modifiée comme suit :

$$\tau_{ij} = \widetilde{\bar{U}_i \bar{U}_j} - \tilde{U}_i \tilde{U}_j$$

Les zones correspondantes aux différentes échelles sont bien illustrées sur la figure 3-3.

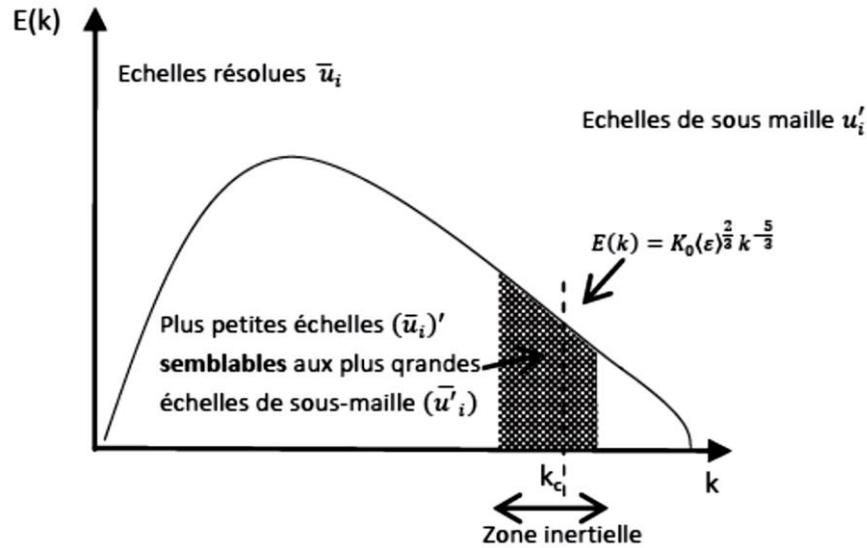


Fig. 3-3 Illustration des échelles spatiales associées au filtre implicite dans le cas de l'hypothèse de similarité d'échelles [17].

3.3.3.2. Modélisation de la diffusivité de sous-maille

❖ Analogie de Reynolds

Dans la plupart des modèles, la diffusivité de sous-maille α_{sm} est déduite de la viscosité sous-maille ν_{sm} à l'aide de l'analogie de Reynolds en faisant intervenir un nombre de Prandtl de sous-maille constant.

$$\alpha_{sm} = \frac{\nu_{sm}}{Pr_{sm}} \quad (3.42)$$

Ce nombre de Prandtl de sous-maille est très souvent compris dans la gamme [0,3 : 0,6], excepté dans le cas de quelques approches dynamiques [4].

Le modèle de base de diffusivité de sous maille à partir du modèle de Smagorinsky s'écrit :

$$\pi_{j\theta} = -C_\theta \frac{\bar{\Delta}^2 |\bar{S}|}{Pr_{sm}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X_j} \quad (3.43)$$

Avec: $C_\theta = C_s^2$

❖ Modèles modifiés de Smagorinsky

A la convection de Rayleigh-Bénard, Eidson [18], Wong et Lilly [19], et Peng et Davidson [20] ont proposé des modifications au modèle de base de Smagorinsky leur modification consiste à améliorer le temps caractéristiques des grandes échelles

dynamiques $\mathbb{T} \propto |\bar{S}|^{-1}$ par un terme lié à la stratification thermique pour étudier des situations de convection naturelle:

$$\mathbb{T} \propto \left(|\bar{S}|^2 - \frac{g\beta}{Pr_{sm}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Z} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.44)$$

Dans le cas de la cavité différentiellement chauffée Peng et Davidson [21] ont proposé différentes modifications de ce modèle:

$$\nu_{sm} = C_\nu \bar{\Delta}^2 \left(|\bar{S}| - \frac{g\beta}{Pr_{sm}|\bar{S}|} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Z} \right) \quad (3.45)$$

$$\alpha_{sm} = C_\theta \bar{\Delta}^2 \left(|\bar{S}| - \frac{g\beta}{Pr_{sm}|\bar{S}|} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial Z} \right) \quad (3.46)$$

Avec $C_\nu = C_s |\bar{S}|$ et $C_\theta = C_s |\bar{S}| / Pr_{sm}$. Les constantes doivent être calculées de manière dynamique comme on peut le constater. Ce modèle procure par ricochet l'avantage de calculer à chaque instant une valeur locale du Prandlt de sous-maille [8].

3.1. Méthode numérique de résolution

3.1.1. Introduction

Nous rappelons que le système à résoudre s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t^*} + \frac{\partial (\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial X_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(\nu_{mol} + \nu_{sm}) \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) \right] + Pr \bar{\theta} \delta_{iz} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t^*} + \frac{\partial (\bar{U}_i \bar{\theta})}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(\alpha_{mol} + \alpha_{sm}) \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X_j} \right) \right] \quad (3.49)$$

Le but de cette partie, est d'évaluer le comportement d'un écoulement turbulent, en régime instationnaire, utilisant la LES avec un modèle de Smagorinsky. Cette partie est consacrée principalement aux différentes étapes numériques pour la résolution de l'écoulement dans une cavité parallélépipédique fermée: le maillage, la méthode de résolution, le choix des conditions aux limites, et le post-traitement des résultats. Le développement des techniques numériques a servi à mettre au point des codes traitant tous les problèmes de mécanique des fluides, notamment : le transfert de chaleur, et la turbulence [26].

Dans la présente étude, le logiciel de CFD utilisé, pour la réalisation de la simulation numérique en mécanique des fluides (**C**omputational **F**luid **D**ynamics **C**FD)

se nomme FLUENT 6.2 peut simuler la turbulence et du transfert de chaleur. Il utilise la méthode des volumes finis, nécessitant un maillage conçu par le logiciel « GAMBIT 2.1 ».

GAMBIT est le modèleur associé à FLUENT où l'on décrit la géométrie et le maillage du problème à traiter ainsi que le type des conditions aux limites. Il permet aussi de définir le type des différentes frontières du système ainsi que la nature du (des) domaine(s) décrit(s) globalement (solide ou fluide). Dans notre étude les six frontières sont considérées comme des parois indépendantes, donc on les nomme et on leur donne un type (ici Wall «paroi ») [26].

FLUENT est écrit en langage C et globalement la démarche numérique utilisée s'initie par la lecture de la géométrie et le maillage, on passe après au type de solveur, pour notre cas c'est un solveur « segregated » avec une formulation implicite pour un cas tridimensionnel en régime instationnaire, puis la discrétisation des équations modélisantes dans le menu « Solve », la résolution des systèmes d'équations discrétisées et enfin le post-traitement [26].

On initialise l'ensemble des cinq variables à calculer sur tous les points du maillage, c'est à dire la pression, les trois composantes de la vitesse et la température. Ensuite on gère la progression du calcul itératif par le biais du suivi des résidus des équations se rapportant à chacune des variables.

Donc sous FLUENT, le travail va consister à assurer successivement

- Le choix des équations traitées
- La description des conditions aux limites
- La gestion de la résolution
- L'analyse des résultats

Les étapes pour le déroulement des simulations sur les deux logiciels Gambit (2.1) et FLUENT (6.2) sont résumées sur la Figure 3-4 [26].

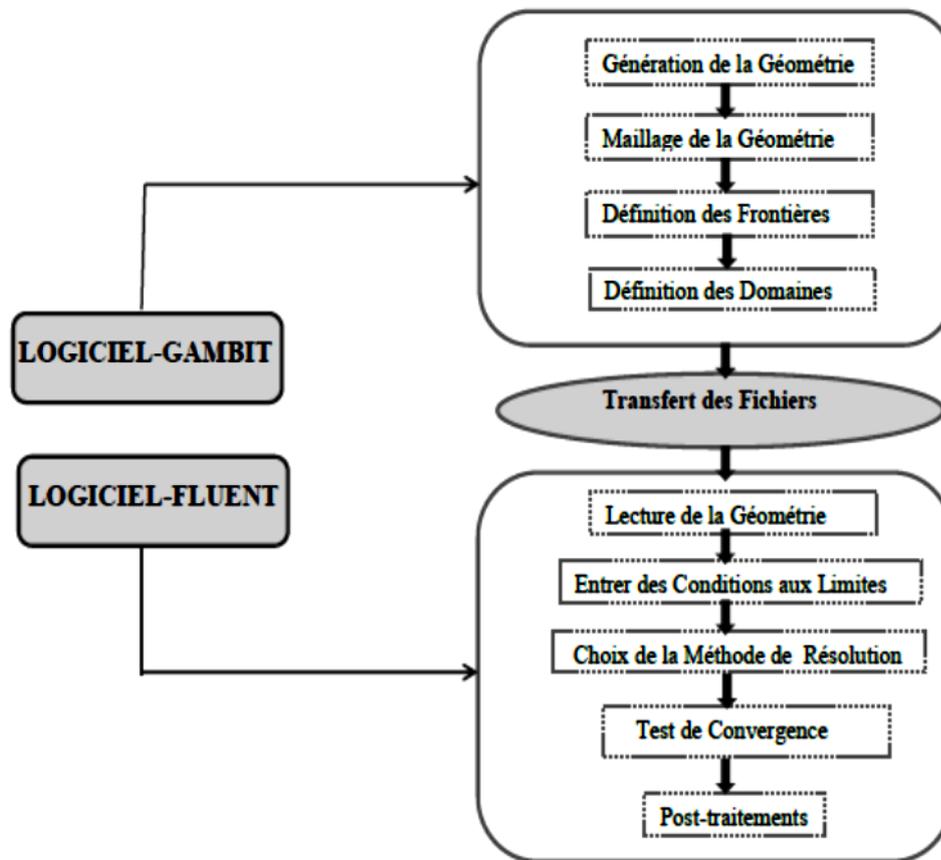


Fig. 3-4 Etapes de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT [26].

3.4.2. Maillage

Dans notre étude, on a choisi un maillage tridimensionnel structuré. Ce maillage a été réalisé avec des cellules dont la taille variait progressivement, fin sur les parois pour assurer une bonne résolution dans les régions à fort gradient de température et vitesse. La figure 3-5 montre une partie de la cavité en maillage structuré non uniforme serré près des frontières des parois.

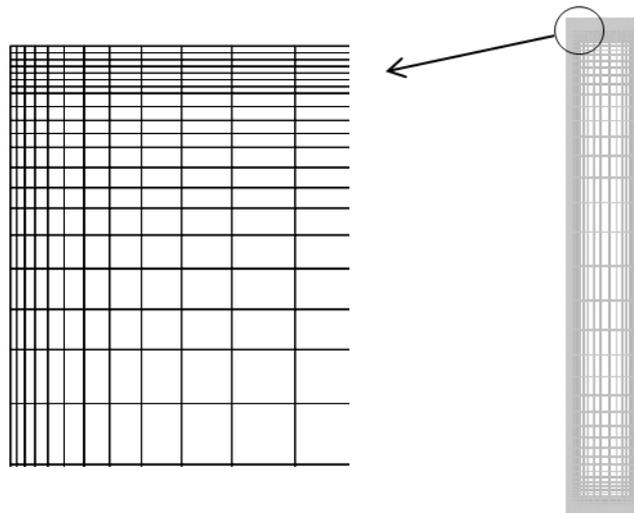


Fig. 3-5 Maillage avec Gambit 2.1.

3.4.3. Conditions initiales et conditions aux limites : CL (CFD FLUENT)

Pour résoudre les équations, on a besoin de définir les conditions aux limites aux parois. Cinq types de conditions aux limites thermiques sont disponibles sur FLUENT :

- 1- Un flux de chaleur imposé
- 2- Une température imposée
- 3- Transfert thermique convectif
- 4- Transfert thermique radiatif externe
- 5- Combinaison du transfert thermique radiatif et convectif (condition mixte)

FLUENT prend par défaut la valeur de la pression atmosphérique. Pour le domaine fluide on utilise l'air, les propriétés du fluide sont tabulées dans le tableau suivant, ils ont été pris à la température initiale $T = 283\text{K}$ [26].

Tableau 3-2 Propriétés de fluide air

	ρ (kg/m^3)	C_p ($J/kg.K$)	k ($W/m.K$)	μ ($kg/m.s$)
<u>Fluide: air</u>	1.244575	1005.815	0.0249085	$1.7714 \cdot 10^{-5}$

Dans notre étude plusieurs conditions aux limites peuvent être rencontrées.

1. Les deux parois verticales sont maintenues chaque fois à un gradient de température différentes de $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ à $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$, les autres parois de la cavité sont adiabatiques, et on impose une condition dynamique d'adhérence aux parois ($u = v = w = 0$ m/s).
2. les parois de notre cavité sont maintenues à des températures différentes suivant le tableau 3-1.

3.4.4. Discrétisation et Résolution

Les équations sont traitées séquentiellement (méthode segregated), la procédure numérique retenue par FLUENT pour la résolution des équations gouvernant la convection naturelle avec les conditions aux limites imposées, est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans tous les volumes finis ainsi dans tout le domaine de calcul. Elle consiste en :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets.
- Intégration des équations qui régissent sur les volumes de contrôle élémentaires pour construire des équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes telles que vitesses, pression, température, et les scalaires conservées.
- Linéarisation des équations discrétisées et la solution du système d'équations linéaires résultant pour obtenir des valeurs actualisées des variables dépendantes.

La discrétisation des équations peut être illustrée plus facilement en considérant l'équation de conservation de quantité de mouvement d'une quantité scalaire. Ceci est montré dans l'équation suivante écrite sous forme intégrale pour un volume de contrôle arbitraire V , dans le cas instationnaire comme suit [26]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \varphi dV + \iiint \nabla \cdot \vec{U} \varphi dV = \iiint \nabla (\Gamma_{\varphi} \text{grad} \varphi) dV + \iiint S_{\varphi} dV \quad (3.50)$$

φ : Représente une quantité scalaire.

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varphi)$: Terme temporel.

$\nabla \vec{U} \varphi$: Terme de convection.

$\nabla(\Gamma_{\varphi} \text{grad} \varphi)$: Terme de diffusion.

S_{φ} : Terme de source.

Le terme de gradient de pression, qui ne peut être classé ni comme terme de convection ni comme terme de diffusion est généralement incluse dans le terme source.

Après et à l'aide du théorème de Green- Ostrogradsky, les intégrales de volume sont convertis en intégrales sur la surface.

La discrétisation de l'équation (3.50) dans le cas stationnaire nous donne pour chaque volume de control l'équation :

$$\sum_f^{N_{faces}} \rho \vec{u} \varphi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\varphi (\nabla \varphi)_n \cdot \vec{A}_f + S_\varphi V \quad (3.51)$$

N_{faces} : Nombre de face entourant la cellule

φ_f : Valeur de la quantité scalaire à travers la face f

$\rho \vec{u} \varphi_f \cdot \vec{A}_f$: Débit massique à travers la face

\vec{A}_f : Surface de la face f

V: Volume de la cellule

Par défaut FLUENT stocke les valeurs discrètes de la pression, de la vitesse et de la température au centre des cellules, schéma collocatif décrite par Rhie et Chow [22]. Comme le calcul de la pression, de la vitesse et de la température sur les faces est nécessaire pour exprimer le terme de convection et de pression. Ces valeurs vont être interpolées à partir des valeurs au centre des cellules. Ceci est accompli en utilisant un schéma décentré. FLUENT dispose de plusieurs schémas décentrés : 1^{er} ordre, second ordre, loi de puissance, schéma type Quick.

Nous développerons dans cette partie les schémas utilisés lors de notre étude.

3.4.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces

Le schéma utilisé est le schéma « upwind », ce schéma prend en considération la direction de l'écoulement pour déterminer les grandeurs convective sur les faces des volumes de contrôles. Le schéma amont d'ordre un permet une certaine stabilité mais il est responsable de diffusion numérique, donc on a choisi le schéma du 2nd ordre (schéma décentré amont), ce dernier minimise la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul.

Pour ce type de schéma, la grandeur sur la face est calculée en interpolant par rapport aux valeurs des cellules les plus proches par un schéma décentré amont du second ordre. Par exemple pour la valeur φ , on utilise l'expression suivante:

$$\varphi_f = \varphi + \nabla\varphi \cdot \Delta\vec{S} \quad (3.52)$$

Où φ et $\nabla\varphi$ sont les valeurs au centre de la cellule et son gradient dans la cellule en amont.

$\vec{\Delta S}$: est le vecteur déplacement du centre de la cellule en centroïde de la face.

$$\nabla\varphi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{faces}} \overline{\varphi}_f \vec{A}_f \quad (3.52a)$$

$\overline{\varphi}_f$: Est calculé en faisant la moyenne de la valeur au centre (φ) des deux cellules adjacentes à la face. Dans le cas d'un maillage structuré, nous avons :

$$\overline{\varphi}_f = \frac{\varphi_{c_0} + \varphi_{c_1}}{2} \quad (3.52b)$$

c_0 et c_1 sont les nœuds voisins à la face.

3.4.4.2. Calcul de la pression sur les faces

En utilisant le schéma force de volume pondéré « Body Force Weighted » ce type de schéma est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume.

3.4.4.3. Couplage pression-vitesse

L'algorithme le plus universel et le plus utilisé est l'algorithme SIMPLE de Patankar et Spalding [23]. Il est employé pour le couplage vitesse-pression dans le cas instationnaire l'algorithme le plus recommandé est l'algorithme PISO, il fait partie de la famille des algorithmes de SIMPLE. Le principe de cet algorithme est d'effectuer deux corrections sur la procédure requises par SIMPLE à l'intérieur et au niveau de l'équation de correction de pression [24]. La discrétisation des termes convectifs et l'interpolation de la pression respectivement.

En plus des résidus de calcul, l'évolution de la pression statique a été suivie dans des endroits donnés pour assurer la convergence et la stabilité de la solution. Les résidus étaient dans la gamme 10^{-4} : 10^{-5} . Une moyenne de 30 itérations était nécessaire pour obtenir la convergence, et 1016501 itérations pour arriver à la température surfacique.

3.4.4.4. Discrétisation temporelle

Pour l'approche SGS, les équations de système (3.47 ; 3.48 ; 3.49) sont linéarisées de façon implicite (l'avantage de l'implicite est que le régime est inconditionnellement stable par rapport à la taille de pas de temps), la discrétisation temporelle adoptée pour résoudre le système des équations est une méthode d'Euler implicite du seconde ordre pour la dérivation en temps.

L'application de ces schémas au système d'équations précédent donne :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} \Big|^{n+1} = 0 \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{3\bar{U}_i^{n+1} - 4\bar{U}_i^n + \bar{U}_i^{n-1}}{2\Delta t} + 2 \frac{\partial(\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial X_j} \Big|^{n+1} - \frac{\partial(\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial X_j} \Big|^{n-1} &= - \frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} \Big|^{n+1} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \right] \Big|^{n+1} + \\ \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right] \Big|^{n+1} + \text{Pr } \bar{\theta} \delta_{iz} \Big|^{n+1} & \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\frac{3\bar{\theta}^{n+1} - 4\bar{\theta}^n + \bar{\theta}^{n-1}}{2\Delta t} + 2 \frac{\partial(\bar{U}_j \bar{\theta})}{\partial X_j} \Big|^{n+1} - \frac{\partial(\bar{U}_j \bar{\theta})}{\partial X_j} \Big|^{n-1} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X_j} \right] \Big|^{n+1} \quad (3.53)$$

$$\text{Où } \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right] \Big|^{n+1} = v_{mol} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) \Big|^{n+1} + \frac{\partial}{\partial X_j} v_{sm} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \Big|^{n+1}$$

$$\text{et } v_{mol} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) \Big|^{n+1} = v_{mol} \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_j} \right) \Big|^{n+1} = 0 \text{ (conservation de masse)}$$

Alors le système discrétisé devient:

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} \Big|^{n+1} = 0 \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{3\bar{U}_i^{n+1} - 4\bar{U}_i^n + \bar{U}_i^{n-1}}{2\Delta t} + 2 \frac{\partial(\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial X_j} \Big|^{n+1} - \frac{\partial(\bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial X_j} \Big|^{n-1} &= - \frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} \Big|^{n+1} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \right] \Big|^{n+1} + \\ \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{sm}) \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right] \Big|^{n+1} + \text{Pr } \bar{\theta} \delta_{iz} \Big|^{n+1} & \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\frac{3\bar{\theta}^{n+1} - 4\bar{\theta}^n + \bar{\theta}^{n-1}}{2\Delta t} + 2 \frac{\partial(\bar{U}_j \bar{\theta})}{\partial X_j} \Big|^{n+1} - \frac{\partial(\bar{U}_j \bar{\theta})}{\partial X_j} \Big|^{n-1} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(v_{mol} + v_{sm}) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial X_j} \right] \Big|^{n+1} \quad (3.56)$$

Le système d'itération du temps pour le système est présenté dans la figure 3-6.

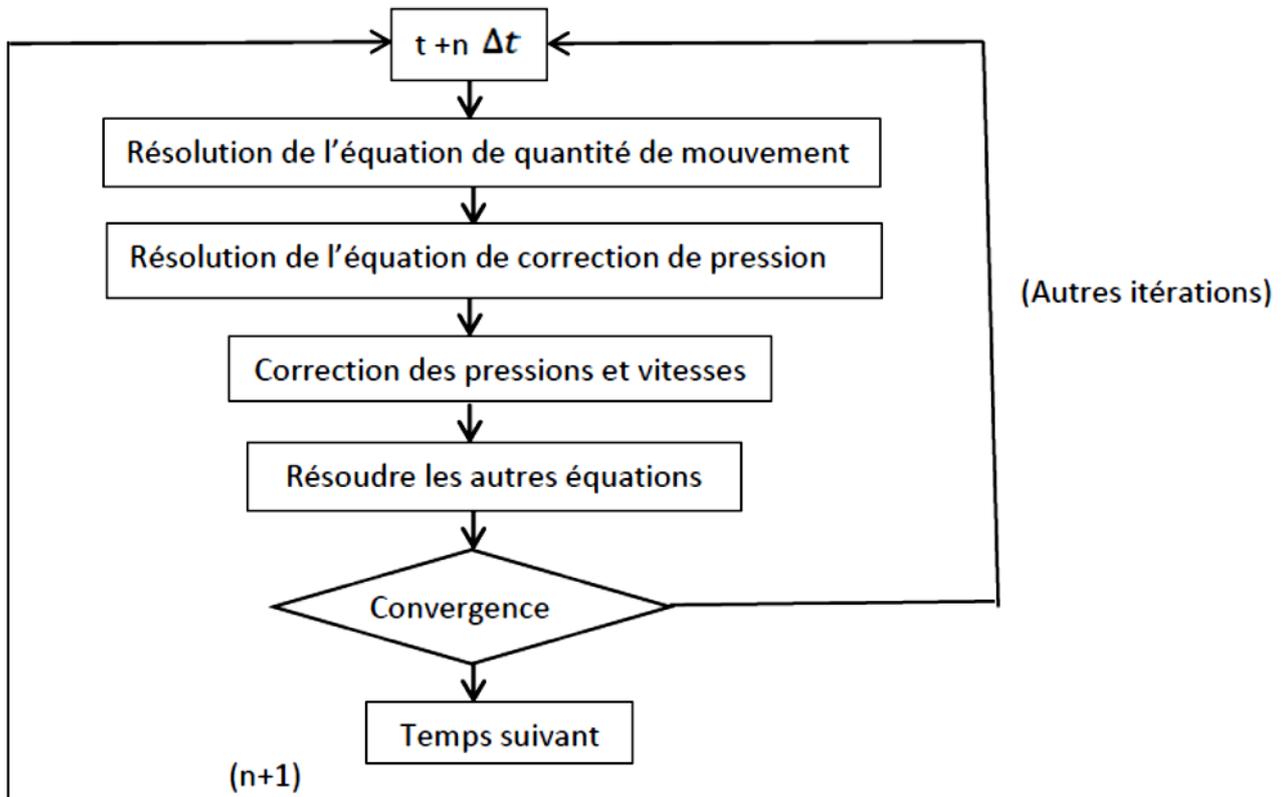


Fig. 3-6 Système d'itération du temps [26].

3.4.4.5. Choix du pas de temps

FLUENT propose qu'on ajuste Δt pour que le système ait convergence après 15 à 30 itérations en augmentant le nombre d'itérations nécessaire à la convergence.

3.4.4.6. Sous-relaxation

La non-linéarité des équations impose la sous-relaxation des valeurs obtenues à chaque itération. La nouvelle valeur de la variable φ_{n+1} dépend de l'ancienne valeur φ_n du coefficient de sous-relaxation défini par l'utilisateur α et la différence entre la valeur calculée avant sous-relaxation et l'ancienne valeur $\Delta\varphi$:

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \alpha \Delta\varphi \quad (3.57)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{cal} - \varphi_n \quad (3.58)$$

Où :

φ_n : est la valeur de la variable φ à l'itération (n)

φ_{n+1} : est la valeur de la variable φ à l'itération (n+1)

φ_{cal} : est la valeur de la variable φ calculée durant l'itération (n+1)

α : est le facteur de relaxation, sa valeur est comprise entre 0 et 1

Ceci nous permet de contrôler et de réduire le changement produit pour chaque itération d'une variable de l'écoulement φ [26].

Pour les différents cas simulés, les critères de résolution (préconisés par FLUENT dans le cas de la convection naturelle) et les coefficients de sous-relaxation utilisés sont présentés dans le tableau 3-3.

Tableau 3-3 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés

	Facteur de Relaxation	Type de Discrétisation
Pression	0.3	Body force weighted
Masse volumique	1	x
Force de gravité	1	x
Quantité de mouvement	0.7	2 nd order upwind
Energie	1	2 nd order upwind
Couplage Pression-Vitesse	x	SIMPLE

3.4.4.7. Résolution

La discrétisation des équations différentielles régissant les phénomènes d'écoulement permet de transformer les équations différentielles en un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Le système d'équations linéaires s'écrit sous forme matricielle $AX = B$ où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les variables au centre des cellules.

Ces équations algébriques peuvent être résolues par n'importe quelle méthode de résolution. Pratiquement les méthodes les plus utilisées pour la résolution des problèmes tridimensionnels sont :

- La méthode de Gauss-Seidel (résolution point par point).

- La méthode de résolution ligne par ligne d'élimination de Gauss (la méthode TDMA).

Pour résoudre ce système d'équation, FLUENT utilise un solveur d'équations linéaires implicites (Gauss-Seidel) en conjonction avec une méthode multi-grille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations, et le temps nécessaire à la convergence de CPU [26].

3.4.4.8. Tests de convergence

La convection naturelle est un phénomène difficile à simuler numériquement en régime stationnaire puisque les champs de vitesse et de pression dépendent essentiellement du champ de température.

On a adopté la résolution en régime instationnaire où on cherche la solution à tout instant (ce qui nécessite de faire converger la solution pour chaque pas de temps).

3.4.4.9. Choix du maillage

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » de la paroi est illustré par le profil de la vitesse verticale et le profil de la température au plan médian dans la figure 3-7 et la figure 3-8 respectivement. Un ensemble des simulations numériques s'effectuent sur la configuration 1 (C1) du tableau 3-1, pour quatre nombres des nœuds différents. Un maillage irrégulier resserré près des parois a été utilisé pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment dans la zone de la couche limite caractérisée par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales. Comme il illustre à la figure 3-5. Le profil de vitesse verticale devient insensible au nombre de nœuds à partir de maillage $150 \times 75 \times 75$.

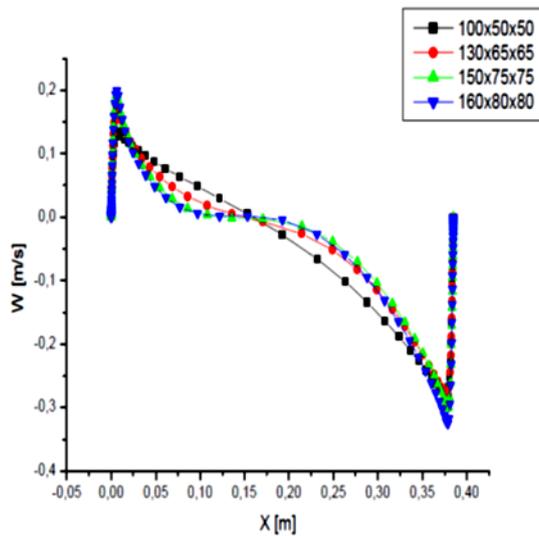


Fig. 3-7 Profil de vitesses verticales pour C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

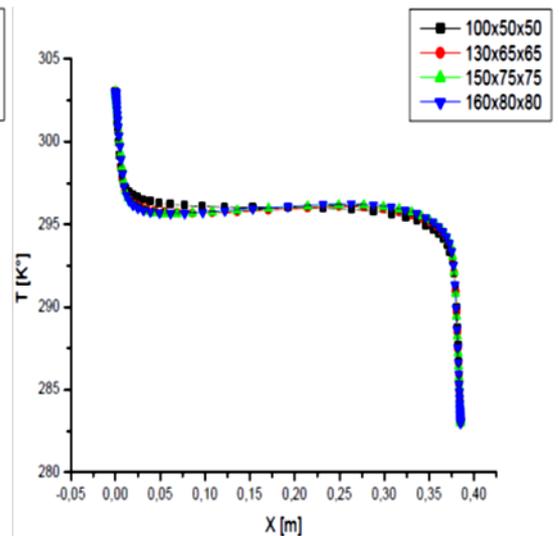


Fig. 3-8 Profile de température pour C1 dans le plan $y=0.36\text{m}$ et $z=1.23\text{m}$

3.4.4.10. Validation des résultats

De façon à vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus dans le présent travail, une validation du code numérique a été faite en prenant en compte certaines études numériques disponibles et expérimentales dans la littérature. Les résultats expérimentaux d'Ampofo et al. [25], obtenus dans le cas d'une cavité carré contenant de l'air, ont été utilisés pour tester notre simulation par Fluent. La comparaison a été faite pour un nombre de Rayleigh de $1.58 \cdot 10^9$. La comparaison de profils de vitesse verticale le long du plan médium figure 3-9. Les résultats de notre simulation par le modèle LES pour le cas d'une cavité cubique ont montré un bon accord avec ceux publiés par Ampofo et al. [25] comparant par le modèle k-epsilon.

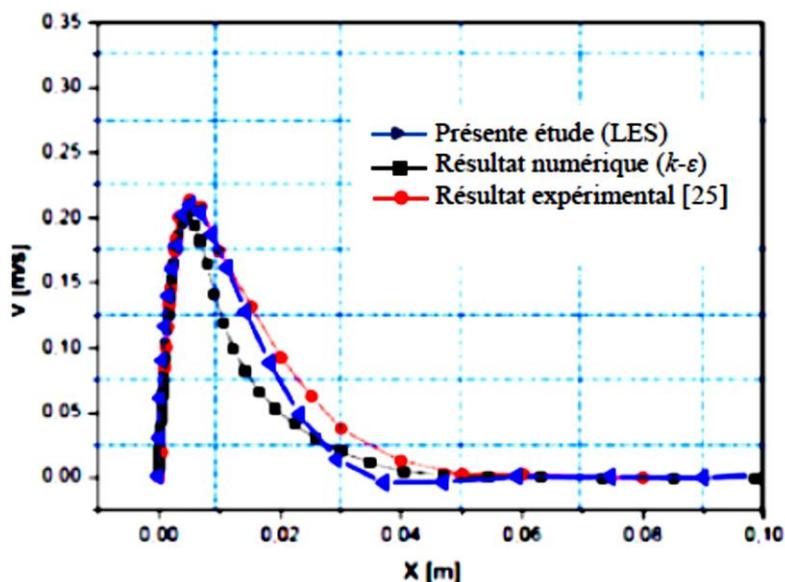


Fig. 3-9 : Comparaison du profil de la vitesse verticale.

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à décrire l'approche numérique que nous avons utilisée. Tout d'abord, nous avons formulé mathématiquement l'écoulement de l'air dans une cavité fermée, différentiellement chauffée. Par la suite, nous avons décrit la résolution numérique adoptée qui permettra d'aboutir aux résultats qui seront présentés par la suite.

Référence

- [1] Jirveanny. D. (1992). Analyse théorique et numérique de certains modèles de viscosité turbulente, thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble.
- [2] Colela. P., Woodward. P.R. (1984). The piecewise parabolic method (PPM) gaz dynamical simulations, journal of computational physics. Vol. 54, pp.174-201.
- [3] Chassaing. P. (2000). Turbulence en mécanique des fluides. Cépaduès- Editions, 2000.
- [4] Joubert. P. (2008). Contribution à l'amélioration de la prévision des écoulements de convection naturelle turbulente en cavité, HDR de l'Université de La Rochelle.
- [5] Smagorinsky. J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations, i. the basic experiment. Monthly Weather Review. Vol. 91, pp. 99-164.
- [6] Piomeli. U. Large eddy simulations theory and applications. Chapter 7, pp. 269-368. University of Maryland. College Park, Maryland, USA.
- [7] Sagaut. P. (1998). Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible, édition springer. Verlag.
- [8] Koffi. F.L.D. (2011). Convection naturelle turbulente en cavité différentiellement chauffée à grands nombres de Rayleigh : caractérisation expérimentale des écoulements et des transferts thermiques. Thèse de Doctorat de l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique, France.
- [9] Ghosal. S. (1999). Mathematical and physical constraints on Large-Eddy Simulation of turbulence. AIAA Journal. Vol. 37(4), pp. 425-433.
- [10] Sagaut. P. (2002). Large Eddy Simulation for incompressible flows. Springer.
- [11] Lesieur. M. (1990). Turbulence in fluids. Kluver academic publisher, third edition, pp.515. Amsterdam.
- [12] Leonard. A. (1974). Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. Adv. In geophysics, A 18, pp. 237-248.
- [13] Lilly. D.K. (1961). A proposed staggered-grid system for numerical integration of dynamic equation. Monthly Weather Review. Vol. 89, pp. 59.
- [14] Nicoud. F., Ducros. F. (1999). Subgrid-scale modelling based on the square of the velocity gradient tensor. Flow, Turbulence and Combustion. Vol. 62, pp. 183-200.
- [15] Bardina. J., Ferziger. J.H., Reynolds. W.C. (1980). Improved scale models for large eddy simulation. AIAA 13th Fluid and Plasma Dynamics conference. Snowmass. CO, pp. 80-1357.

-
- [16] Liu. F. (1994). Multigrid solution of the Navier-Stokes equation with a two equation turbulence model. In Caughey D.A. and Hafez M.M, editors. *Frontiers of Computational Fluid Dynamics*, pp. 339-359.
- [17] Ezzouhri. R. (2007). Etude numérique d'écoulements turbulents à l'aide de la Simulation des Grandes Structures : Application à des écoulements de convection naturelle et mixte en cavités ouvertes ou fermées. Thèse de Doctorat de l'université de La Rochelle. France.
- [18] Eidson. T.M. (1985). Numerical simulation of the turbulent Rayleigh-Benard problem using subgrid-scale modelling, *J. Fluid Mech.* Vol. 158, pp 245-268.
- [19] Wong. V.C., Lilly. D.K. (1994). A comparison of two dynamic subgrid closure methods for turbulent thermal convection, *Phys. Fluids A*. Vol. 6(2), pp 1016-1023.
- [20] Peng. S.H., Davidson. L. (1998). Large Eddy Simulation for Turbulent Buoyant Flows Induced by Differentially Heated Vertical Walls. Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology.
- [21] Peng. S., Davidson. L. (2001). Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity. *Int. J. Heat and Fluid Flow*. Vol. 22, pp. 323-331.
- [22] Chow. W.L., Rhie. C.M. (1983). Numerical study of the turbulent past an airfoil with trailing edge separation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA journal)*. Vol. 21, pp. 1525-1532.
- [23] Patankar. S., Spalding. D. (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. heat and Mass transfer*. Vol. 15, pp. 1787-1806.
- [24] Patankar. S. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. McGraw-Hill, New-York.
- [25] Ampofo. F., Karayannis. T.G. (2003). Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 46, pp. 3551-3572.
- [26] Ferhat. E.Z. (2012). Etude du transfert thermique dans la lame d'air d'un capteur solaire. Thèse doctorat en physique. Université Hadj Lkhadar. Batna. Alger.

Chapitre

4

Résultats et discussions

4.1. Etude du champ dynamique et thermique des écoulements de la convection naturelle dans la partie haute de la cavité à nombre de Rayleigh élevé (sous chapitre1)

Dans ce sous chapitre nous avons effectué une simulation numérique de convection naturelle dans une cavité fermée, comportant des parois verticales maintenues à des températures imposées constantes, et des parois horizontales adiabatiques, le modèle de turbulence LES a été intégré dans notre code de calcul. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement à l'aide d'une méthode aux volumes finis se basant sur l'algorithme SIMPLE. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats expérimentaux et numériques dans le cas d'un écoulement turbulent dans une cavité carrée. On présente le champ dynamique et thermique de l'écoulement dans des zones particulièrement turbulentes (le quart supérieur du domaine). Le champ de vitesse ainsi caractérisé donne le comportement dynamique de l'air en mouvement avec le développement de couches limites et la formation de zones de recirculations inattendues, dans le cœur de la cavité et les couches limites en développement le long des parois actives et du plafond.

4.1.1. Champ dynamique des écoulements à nombre de Rayleigh élevé dans la partie haute de la cavité

Après avoir exécuter le code de calcul, les principaux résultats obtenus ont permis d'analyser le comportement des champs dynamique de l'air. Notre contribution porte sur l'étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité verticale où les deux parois latérales sont chauffées différemment à des températures différentes. Les calculs sont menés pour un nombre de Rayleigh, $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$. Les résultats que nous avons obtenus pour le comportement des champs dynamique sont discutés ci-dessous.

4.1.2. Champs moyen et fluctuant à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$

4.1.2.1. Circulation globale dans la cavité

La figure 4-1 représente le champ de vitesse moyenne dans la partie haute de la cavité pour un nombre de Rayleigh de $1.4 \cdot 10^{11}$, où se développe, principalement des couches limites dynamiques le long des parois actives et un écoulement de type jet au voisinage du plafond. On observe un écoulement montant de type couche limite le long du mur chaud un écoulement descendant inverse qui n'avait pas été observé expérimentalement dans des cavités plus petites. Un courant de recirculation existe bien mais avec une amplitude de mouvement très faible. On note également que l'épaisseur de couche limite dynamique est très importante de même que celle de la zone de recirculation. L'écoulement horizontal se produisant le long du plafond possède toutes les caractéristiques du jet pariétal. Par ailleurs, sous le jet, un fort courant de retour est observé (il est aussi présent dans les cavités les plus petites), une partie du fluide sert à alimenter le jet pariétal dans sa partie amont [1], une autre partie pourrait servir à alimenter l'écoulement vertical redescendant en bordure de couche limite chaude.

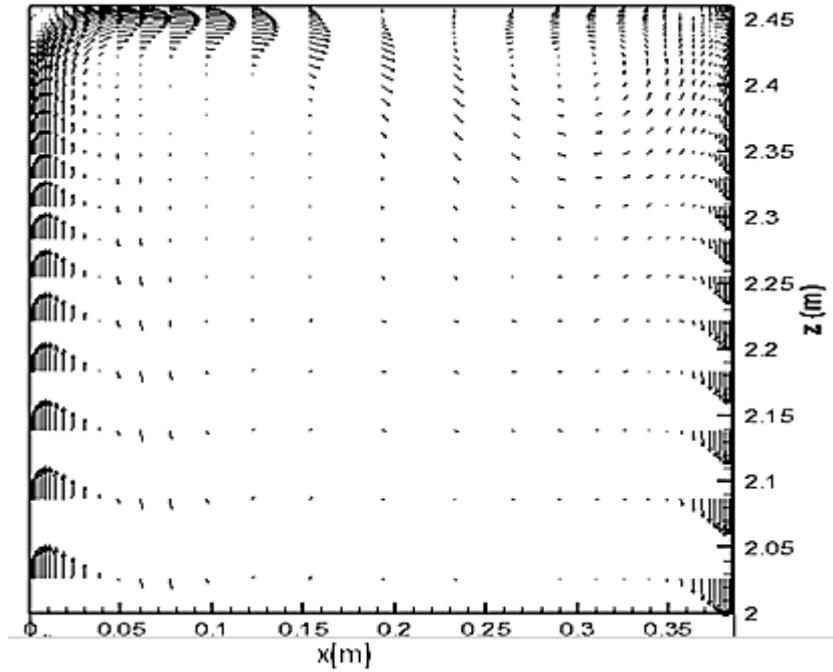


Fig. 4-1 Champ de vitesse moyen dans la partie haute de la cavité pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

La figure 4-2 représente la vitesse moyenne nous remarquons que les vitesses les plus intéressantes sont localisées dans les couches limites verticales. Toutefois il convient de souligner que l'intensité du mouvement est particulièrement faible c'est-à-dire le maximum de vitesse ne dépasse pas 14% (du moins pour la région scrutée $2 < Z < 2.46$) de vitesse de référence de convection naturelle V_{ref} (avec $V_{ref} = \alpha \frac{\sqrt{Ra_H}}{H} = 3m/s$).

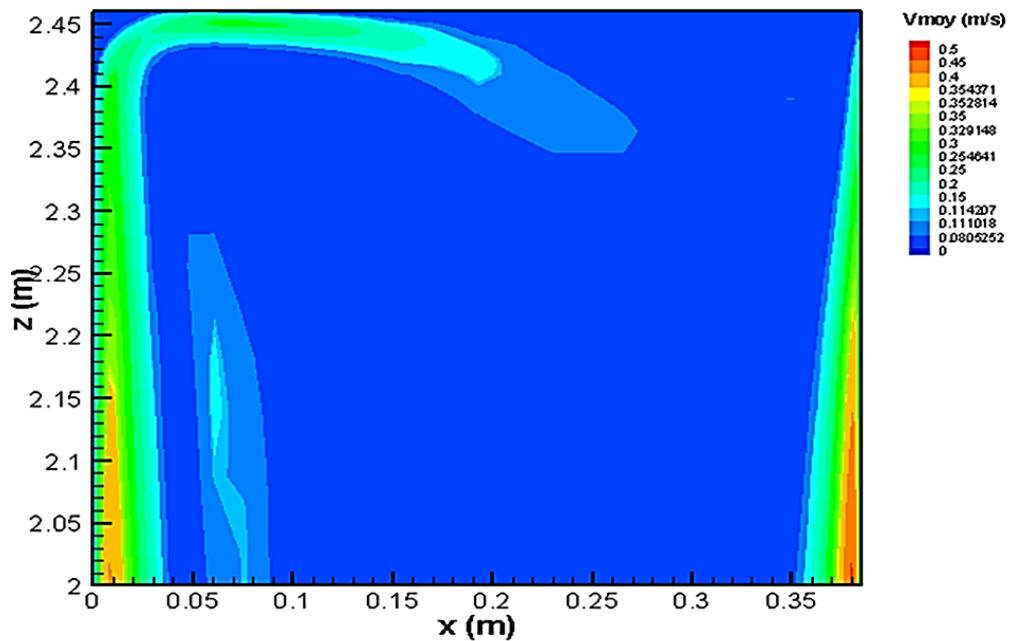


Fig. 4-2 Module de la vitesse moyenne pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

La figure 4-3 présente le cheminement complet du fluide dans la partie haute de la cavité. L'analyse des lignes de courant représentées sur cette figure nous amène à faire quelques constats:

- On note qu'au-dessous de la cote $z=2.22$ m l'écoulement descendant s'étend à environ 10 cm à partir de la frontière extérieure de la couche limite chaude. Par contre cet écoulement « retour » n'est pas observé au-dessus de la cote $z = 2.22$ m le long de la paroi chaude et non plus en bordure extérieure de la couche limite froide,
- L'écoulement au voisinage de la paroi haute présente les caractéristiques d'un jet pariétal (figure 4.1) dirigé vers la paroi opposée. A l'attaque de la paroi froide, une partie de l'air est aspirée par l'amont de la couche limite froide et pour une autre partie, remis en circulation dans la partie haute de la cavité, créant ainsi un écoulement secondaire.
- Entre la cote $z = 2$ m et $z = 2.22$ m, une partie du fluide est renvoyé au cœur de la cavité et une autre partie vers le bas avec une nette tendance à contribuer à la formation d'un écoulement secondaire à la frontière de la couche limite.

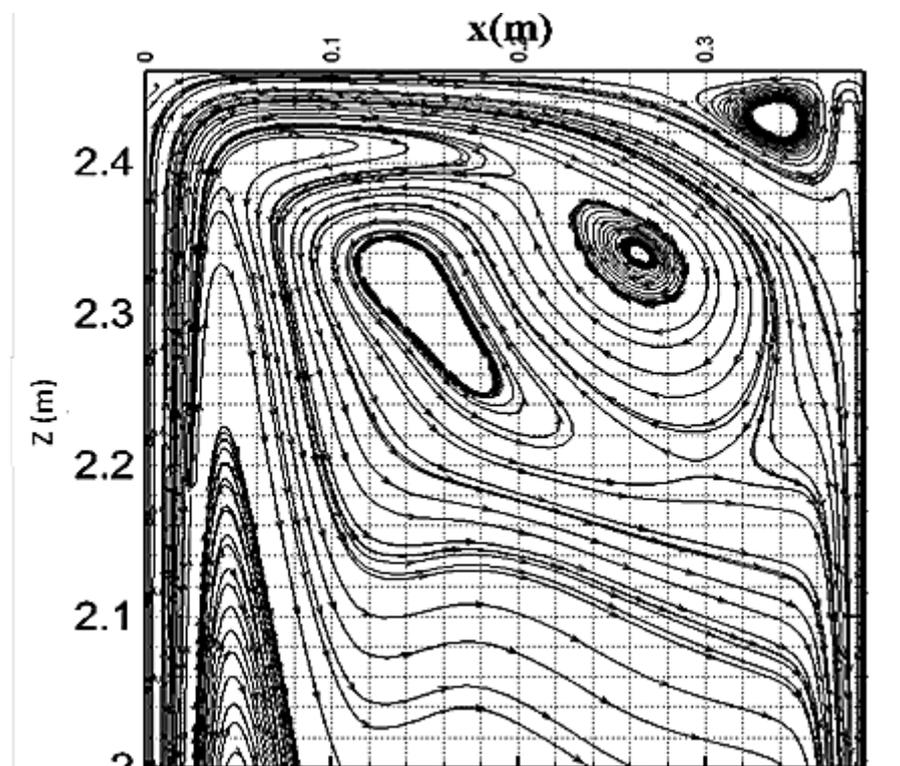


Fig. 4-3 Lignes de courant dans la partie haute de la cavité pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

4.1.2.2. Vitesses moyennes et fluctuations dans la cavité à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$

❖ Composante verticale et fluctuation de la vitesse moyenne

La figure 4-4 présente la vitesse moyenne verticale W ainsi que la fluctuation RMS associée W_{RMS} (ou W'). Une analyse rapide de cette figure nous amène à dire que nous sommes en présence d'un écoulement de couche limite et que les fluctuations sont principalement localisées dans les couches limites verticales.

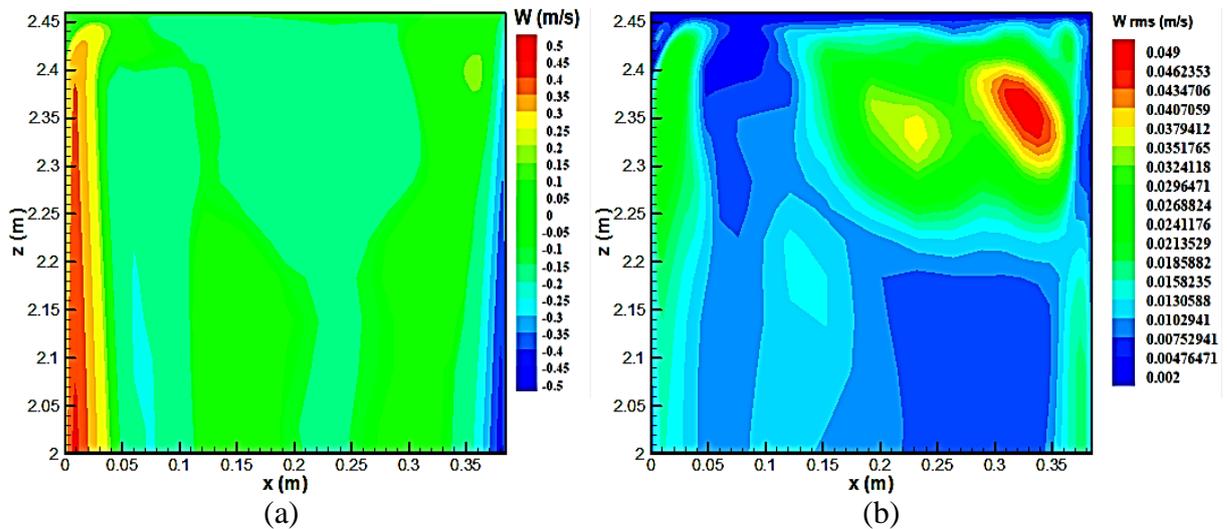


Fig. 4-4 Composante verticale de vitesse moyenne (a) et de sa fluctuation (b) pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

❖ Profils de la composante de la vitesse moyenne verticale ainsi que sa fluctuation

Quelques profils de la composante verticale de la vitesse moyenne ainsi que sa fluctuation sont tracés et analysés pour chacune des couches limites.

➤ *Couche limite chaude*

Les figures 4-5 ; 4-6 présentent la variation de la composante verticale de la vitesse w , et sa fluctuation w' (ou w_{rms}) à la partie haute de la cavité pour différentes hauteurs z respectivement.

La figure 4-5 montre que la couche limite présente une épaisseur importante. Cette épaisseur n'est pas constante, elle est d'environ 9.6 cm à la cote $z=2.05$ m contre 8.8cm à la cote $z= 2.35$ m soit une nette diminution de 8%. En effet, il s'agit d'une couche limite déstabilisée par le passage de structures tourbillonnaires observées dans la couche limite.

Pour réduire l'épaisseur de la couche limite, il faut ajouter l'effet de l'écoulement secondaire sur la couche limite chaude. L'amplitude des fluctuations verticales atteint à la cote $z=2.35$ m, 25% de la vitesse maximale obtenue et reste relativement élevée dans toute la couche limite. On remarque que la distribution des fluctuations décrit une sorte de «plateau» dans la couche limite chaude, ce qui indique que les fluctuations sont presque constantes dans la couche limite de la zone de turbulente. Ce modèle a déjà été observé par Salat [1] pour un nombre de Rayleigh de $1.5 \cdot 10^9$.

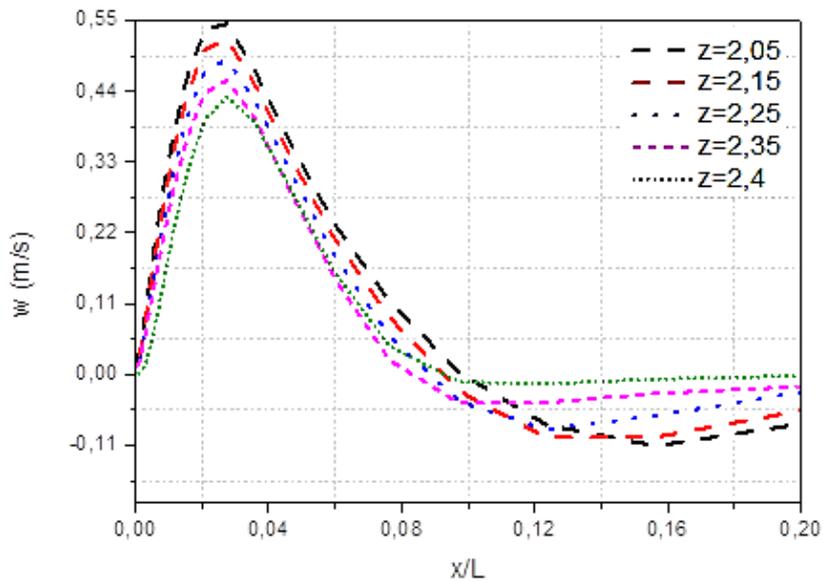


Fig. 4-5 Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

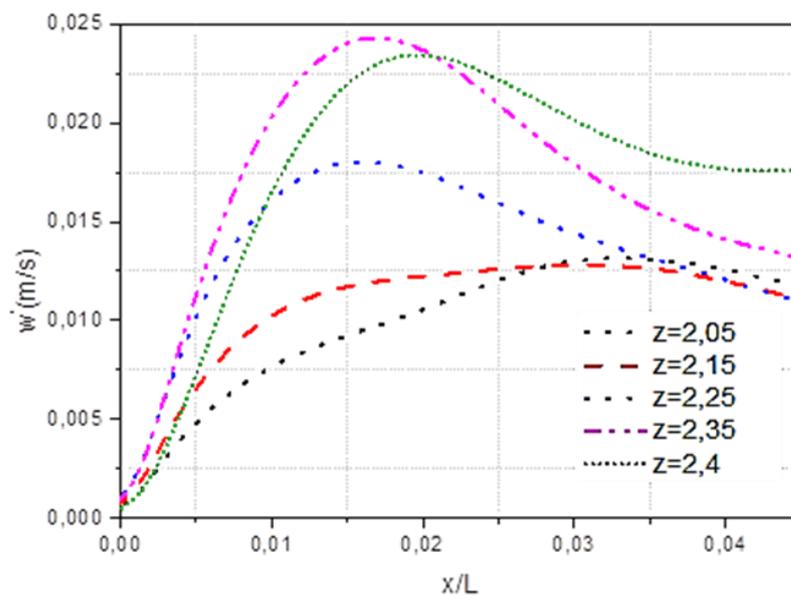


Fig. 4-6 Profils de la fluctuation de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

Alors on peut calculer les débits circulant et redescendant au frontière de la couche limite chaude pour chaque hauteur. Nous avons calculé les débits circulant et redescendant en bordure de la couche limite chaude pour différentes hauteurs. Le tableau 4-1 présente quelques grandeurs caractéristiques de la couche limite.

Le débit montant (ou circulant) est calculé par la formule suivante :

$$Q_{cir} = \int_0^{\delta_v} \rho_0 w dx \quad (4.1)$$

Le débit redescendant (ou recirculant) :

$$Q_{rec} = \int_{\delta_v}^{\delta_{rec}} \rho_0 w' dx \quad (4.2)$$

L'épaisseur de la couche limite dynamique est définie sur la figure 4-7 suivant le type d'écoulement rencontré.

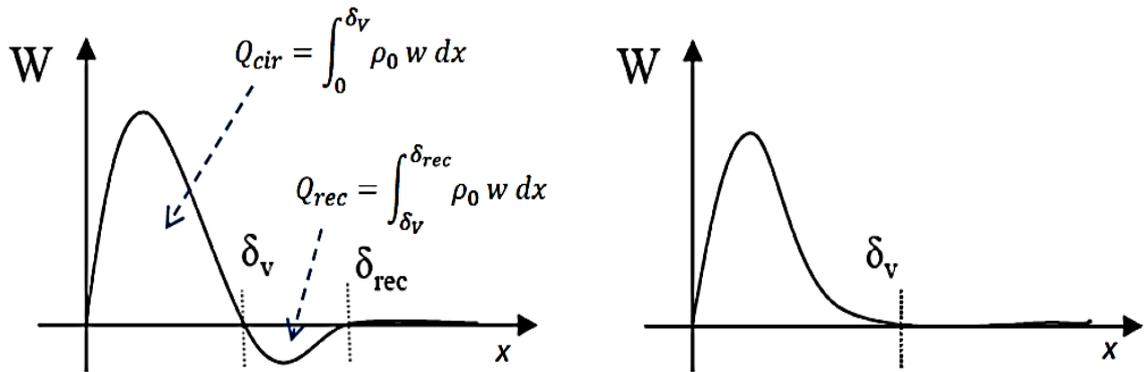


Fig. 4-7 Définition de l'épaisseur de la couche limite dynamique

Tableau 4-1 Caractéristiques principales de la couche limite chaude pour différentes hauteurs à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

z (m)	w_{max} (m/s)	w'_{max} (m/s)	Q_{cir} ($kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$)	Q_{rec} ($kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$)	δ_v/H	δ_{rec}/H
2.05	0.550	0.0140	25.83	-1.22	0.098	0.280
2.15	0.525	0.0133	23.39	-1.16	0.093	0.275
2.25	0.50	0.0184	21.32	-1.15	0.089	0.220
2.35	0.450	0.0247	18.33	-1.12	0.085	0.180
2.4	0.410	0.0220	16.50	-1.09	0.084	0.188

La figure 4-8 montre que le débit circulant diminue sensiblement avec la hauteur. On constate, en remontant la paroi chaude depuis la cote $z = 2.15$ m, une très légère tendance à la diminution du débit recirculant. Il est maximal à la cote $z=2.05$ m.

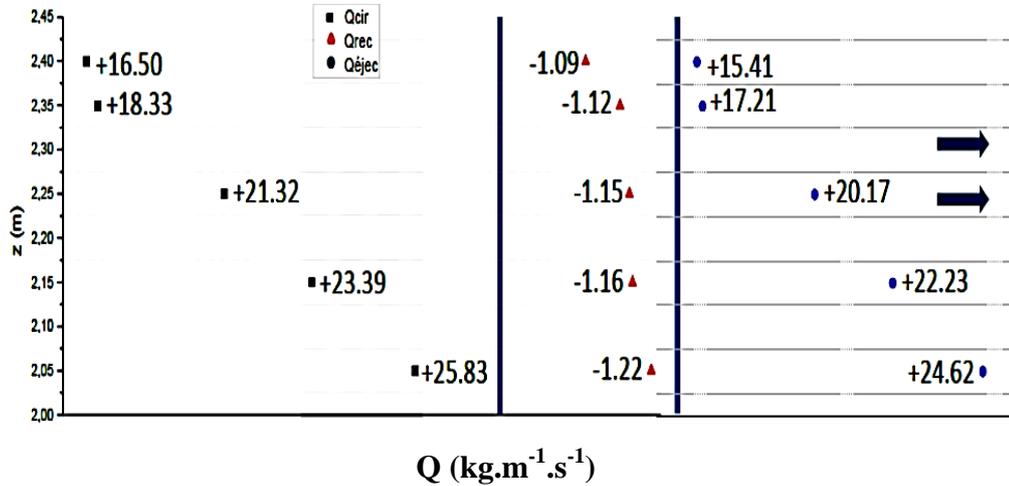


Fig. 4-8 Evolution des débits circulant (Q_{cir}) et redescendant (Q_{rec}) en fonction de la hauteur pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

La figure 4-9 représente l'évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction du nombre de Rayleigh local. On remarque que l'épaisseur de la couche limite décroît dans la région turbulente lorsqu'on remonte vers le haut de la cavité dans la paroi chaude (figure 4-5). La diminution de la vitesse maximale et de l'épaisseur de la couche limite est due à la diminution de débit à cause de l'apparition de l'écoulement redescendant en frontière de la couche limite turbulente chaude, qui alimente la couche limite froide.

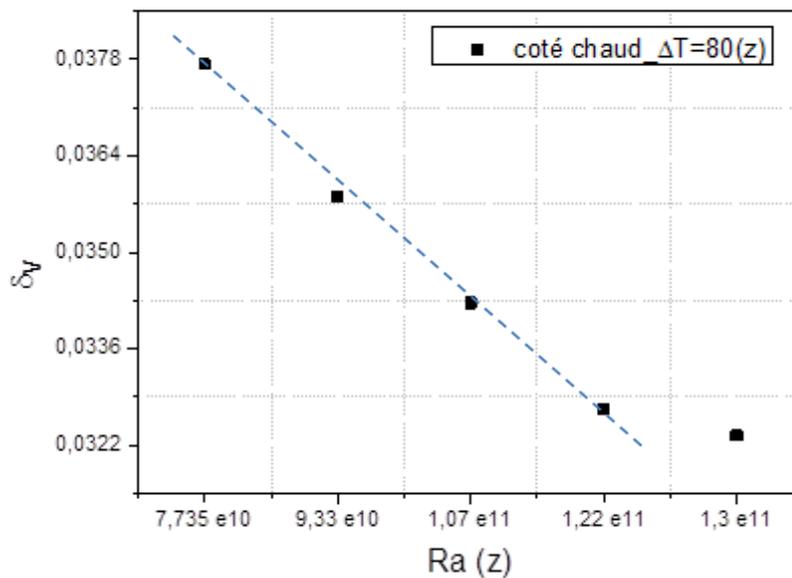


Fig. 4-9 Evolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction du nombre de Rayleigh local.

➤ *Couche limite froide*

Les figures 4-10 ; 4-11 représentent la variation de la vitesse verticale W et sa fluctuation w_{rms} (\overline{w}) à différentes hauteurs z . A la cote $z = 2.15$ m, la valeur maximale de la vitesse verticale est la même valeur que celle de la couche limite chaude (figure 4-10). On remarque que la couche limite devient plus épaisse sensiblement quand on descend le long de la paroi froide avec une augmentation de la vitesse maximale. Les fluctuantes sont localisées dans la couche limite avec un maximum de 0.056 m/s à la cote $z = 2.25$ m.

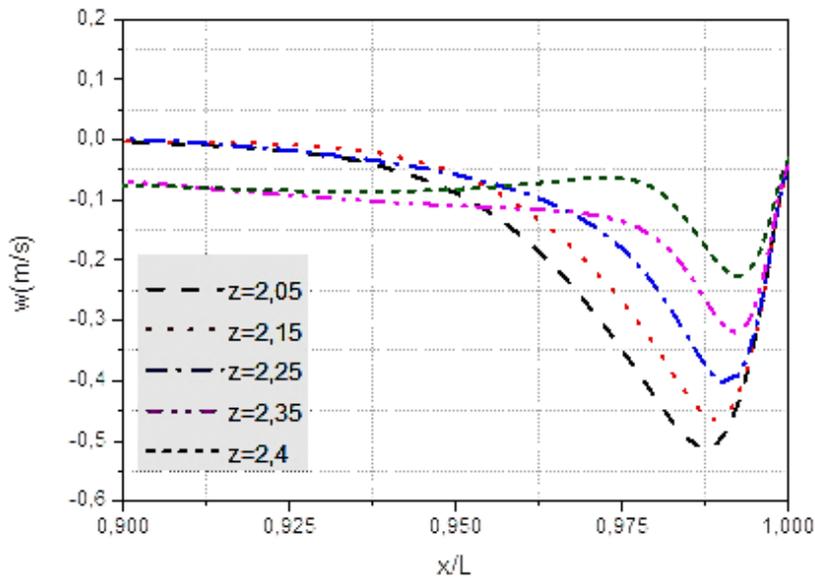


Fig. 4-10 Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite froide pour $Ra_H = 1,4 \cdot 10^{11}$.

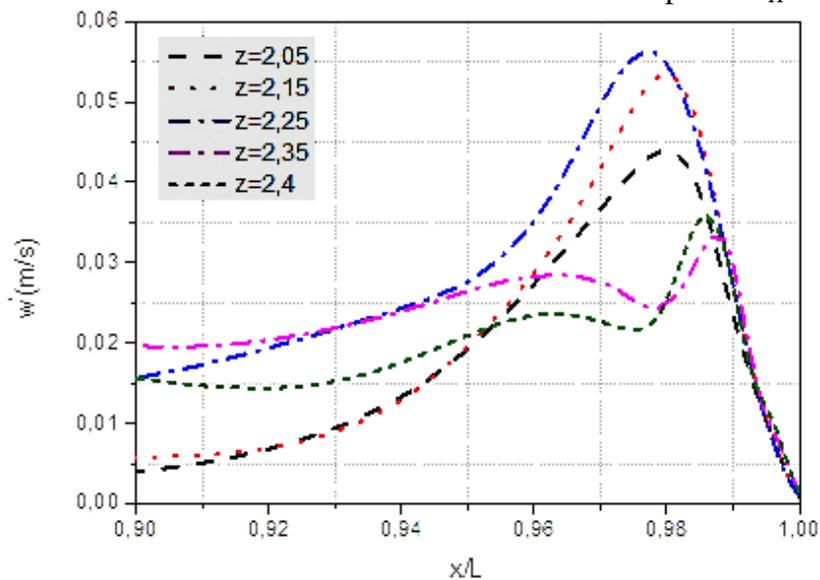


Fig. 4-11 Profils de fluctuations de la vitesse verticale dans la couche limite froide pour $Ra_H = 1,4 \cdot 10^{11}$.

➤ *Composante horizontale de la vitesse moyenne et sa fluctuation*

La figure 4-12 présente la composante de vitesse moyenne horizontale et sa fluctuation. La vitesse horizontale est relativement faible dans toute la cavité sauf dans la zone $2.43 \leq z < 2.46$. La figure 4-13 représente l'évolution de la vitesse horizontale à mi-largeur $y=0.36\text{m}$ et autres zone correspondant au bord d'attaque du plafond, à la paroi plafond l'écoulement au voisinage de la paroi haute présente les caractéristiques d'un jet et on remarque que la vitesse initiale est maximale en amont du jet.

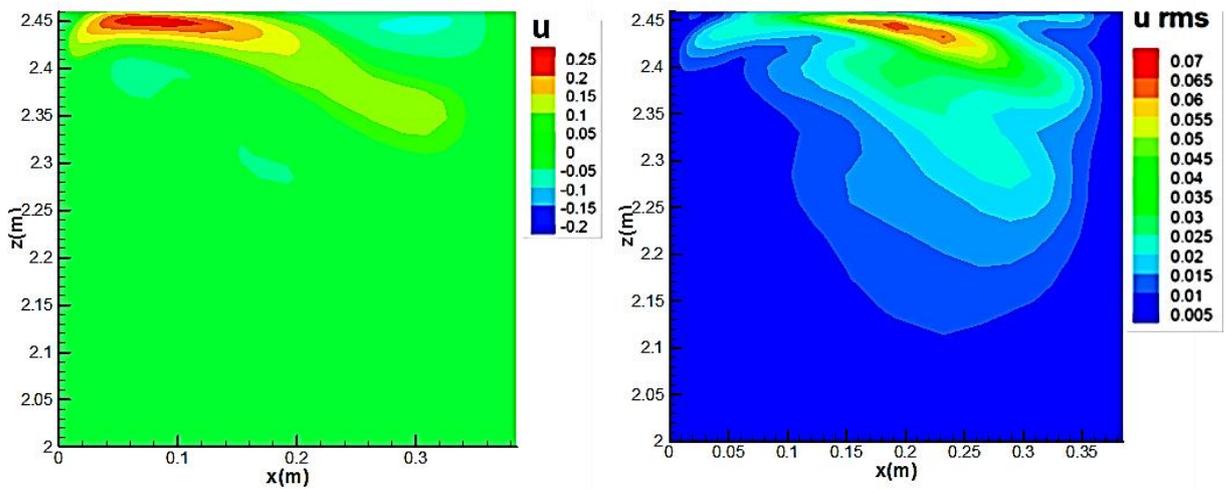


Fig. 4-12 Vitesse horizontale moyenne (à gauche) et sa fluctuation (à droite) pour $Ra_H = 1,4 \cdot 10^{11}$.

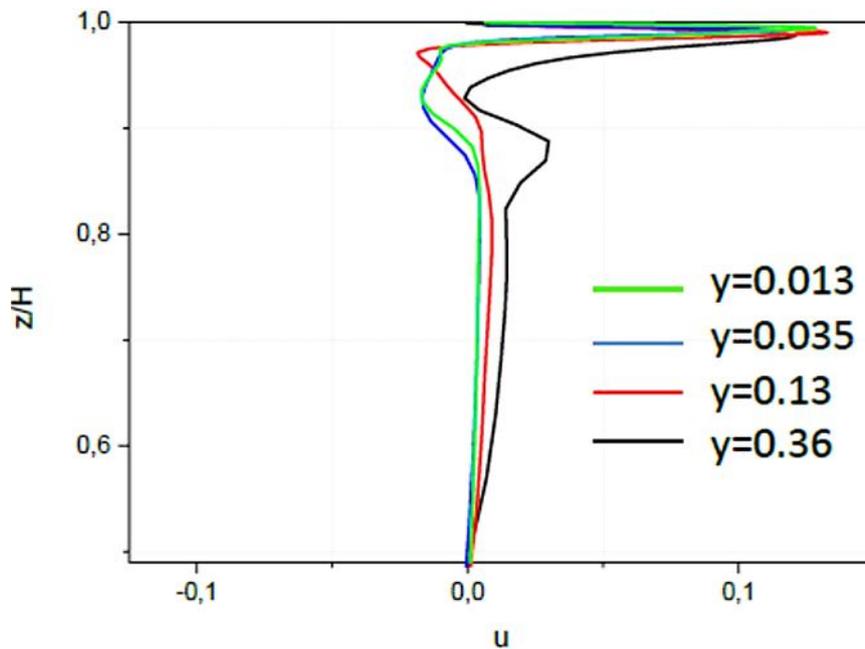


Fig. 4-13 Composante horizontale de vitesse au niveau du plafond pour $Ra_H=1,4 \cdot 10^{11}$.

4.1.3. Quantités turbulentes

4.1.3.1. Energie cinétique turbulente

La figure 4-14 représente le profil de l'énergie cinétique turbulente en 2D à partir des fluctuations rms des composantes horizontale et verticale de la vitesse. On remarque que l'énergie cinétique turbulente est distribuée dans les couches limites où elle a des valeurs importants dans les zones $0.05 < x/L \leq 0.1$ et $0.9 \leq x/L \leq 0.99$. Au-delà de ces zones l'énergie cinétique diminue peu à peu.

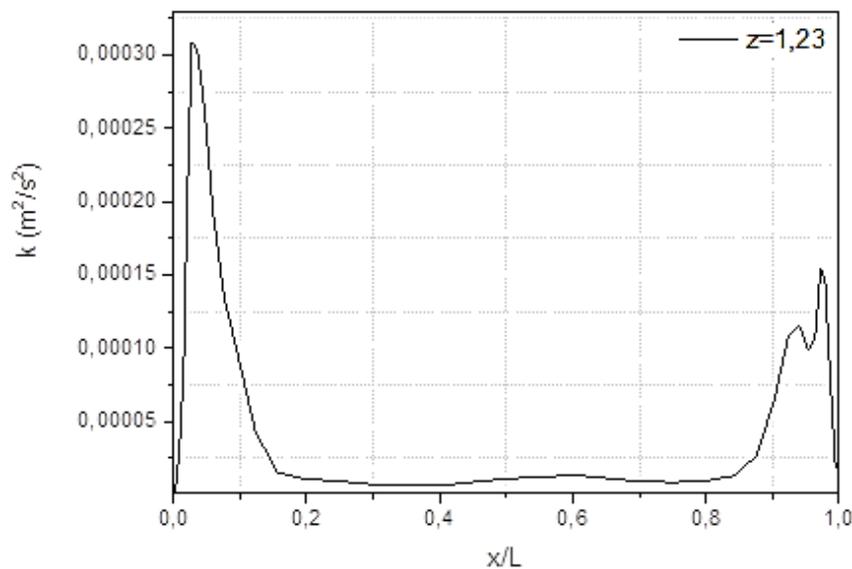


Fig. 4-14 Profil de l'énergie cinétique turbulente à $z=1.23\text{m}$ pour $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$

4.1.4. Champs thermique des écoulements de convection naturelle à haut nombre de Rayleigh dans la partie haut de la cavité

Nous avons étudié le champ thermique dans une cavité différentiellement chauffée de 2.46 m de hauteur, pour une valeur du nombre de Rayleigh de $1.4 \cdot 10^{11}$. On a étudié le cœur de la cavité, les couches limites en développement le long des parois actives et la partie haute de la cavité. On s'est fixé sur deux zones principales.

Dans ce qui suit, nous présentons la stratification thermique effectuée dans la cavité. Les profils de température à différentes hauteurs sont commentés et la quantification des transferts de chaleur qui ont lieu dans la cavité. Toutes ces études ont été menées pour de très grands nombre de Rayleigh ($Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$).

4.1.4.1. Stratification thermique

Un profil vertical est présenté dans le plan médian sur toute la hauteur de la cavité pour trois nombres de Rayleigh de $2.5 \cdot 10^{10}$; $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$.

S est le paramètre de stratification thermique adimensionnel caractérisant des écoulements en espace confiné :

$$S = \frac{H\partial T}{\Delta T\partial z} \Big|_{x=0.1925m; y=0.36m} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{X=0.0078; Y=0.146} \quad (4.3)$$

La figure 4-15 présente les profils verticaux de la température au centre de la cavité pour différents nombres de Rayleigh. Ces profils sont linéaires au cœur de la cavité, et on retrouve la tendance centro-symétrique de ce type d'écoulement. Lorsque l'on s'approche du plafond ou du plancher cette linéarité disparaît à cause de jet pariétal.

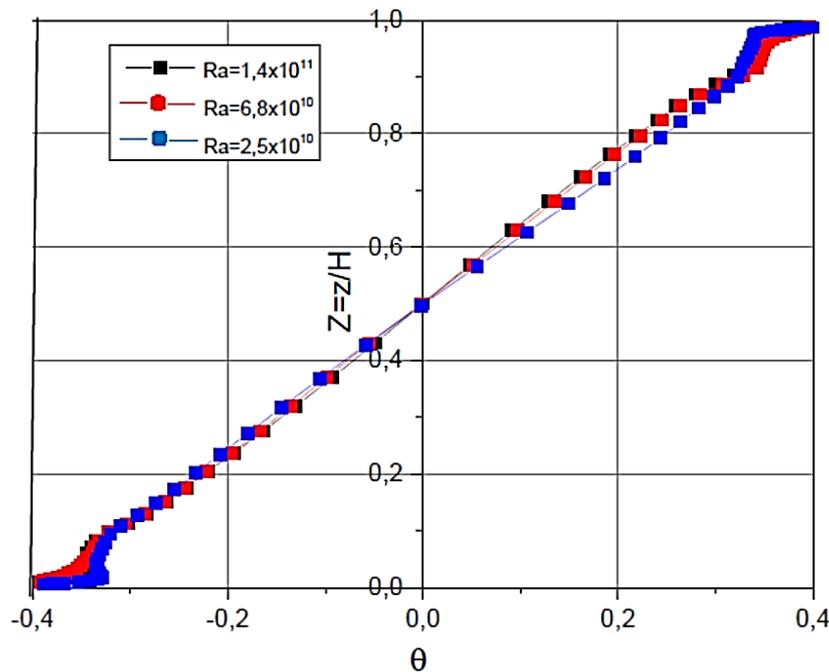


Fig. 4-15 Stratification thermique pour différents ΔT

4.1.4.2. Comparaison avec les résultats numériques et expérimentaux existants

Les études numériques de DNS en 3D ont été publiées par Trias et al. [2] et celles expérimentales de F. Djanna et al. [3] présentent les résultats concernant la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée de rapport de forme 4, à un nombre de Rayleigh de 10^{11} , Nos résultats obtenus pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$ sont très proches de ceux trouvés par Trias et al. [2] et F. Djanna et al. [3] (voir la figure 4-16). On remarque bien sur cette figure que le comportement n'est pas le même.

Expérimentalement, la stratification est constante sur la quasi-totalité de la hauteur, alors qu'en DNS et LES où les conditions d'adiabaticité sont imposées sur les parois passives, on trouve 3 zones différentes, une dans la partie basse de la cavité où la stratification est sensiblement la même que la nôtre sauf quand on s'approche du plancher à cause de jet pariétal, une deuxième zone au cœur de la cavité où le paramètre de stratification est presque le même, et une troisième zone dans la partie haute de la cavité quand on s'approche du plafond à cause de jet pariétal où la stratification est sensiblement la même que la nôtre.

La différence observée sur les trois courbes était prévisible et confirme bien la grande sensibilité de la stratification thermique aux conditions aux limites dans les espaces confinés. En effet, réaliser une condition de flux nul expérimentalement sur les parois passives est quasiment impossible surtout quand le fluide d'étude est de l'air dont la conductivité est du même ordre de grandeur ($\lambda = 0.026 \text{ W/m K}$) que les meilleurs isolants thermiques [4, 5].

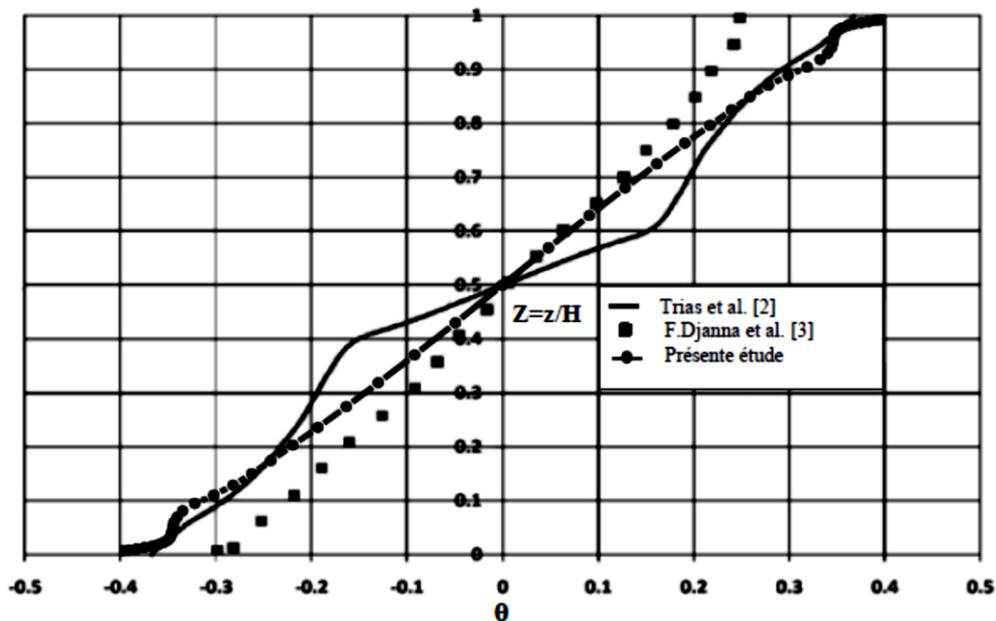


Fig. 4-16 Comparaison de la stratification thermique à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$ avec celle obtenue numériquement [2] et expérimentalement [3] à $Ra_H = 10^{11}$

4.1.4.3. Profils de température moyenne dans le plan médian et à mi- hauteur

Les profils de la température adimensionnelle dans les couches limites ascendante et descendante sont présentés sur la figure 4-17 pour différentes hauteurs z .

Cette figure présente un état de repos (stratification thermique) sur une hauteur comprise entre $z = 0.128\text{ m}$ et $z = 2.25\text{ m}$ et pour x/L compris entre 0.1 et 0.9, le fluide est au repos. Suivant la hauteur, la couche limite chaude prend deux profils de températures différents. Pour $z=0.128\text{ m}$ à $z=0.934\text{ m}$, on remarque qu'il y a une décroissance monotone de la température quand on s'éloigne de la paroi chaude tandis que pour $1.23 \leq z < 2.45$, la température atteint une valeur minimum ensuite augmente jusqu'à la valeur de la température du cœur de la cavité. Ceci est causé par l'entraînement de l'air frais (effet de la viscosité) à partir des couches inférieures, et le fluide redescend. En effet l'air le plus frais, entraîné par effet visqueux, redescend pour rejoindre son isotherme au cœur de la cavité (présence d'un écoulement descendant). Par ce que la quantité de chaleur reçue par le fluide à la bordure de la couche limite est insuffisante pour chauffer rapidement le fluide à la température du cœur de la cavité. Cette caractéristique d'écoulement est observée par Tian et Karayiannis [6]. Au frontière de la couche limite froide on observe presque le même phénomène pour $1.84 \leq z \leq 2.4$ la température croît de façon monotone quand on s'éloigne de la paroi froide mais pour $0.128 \leq z < 1.23$ la température atteint un maximum avant de décroître pour retrouver la valeur de la température du cœur de la cavité à cette hauteur.

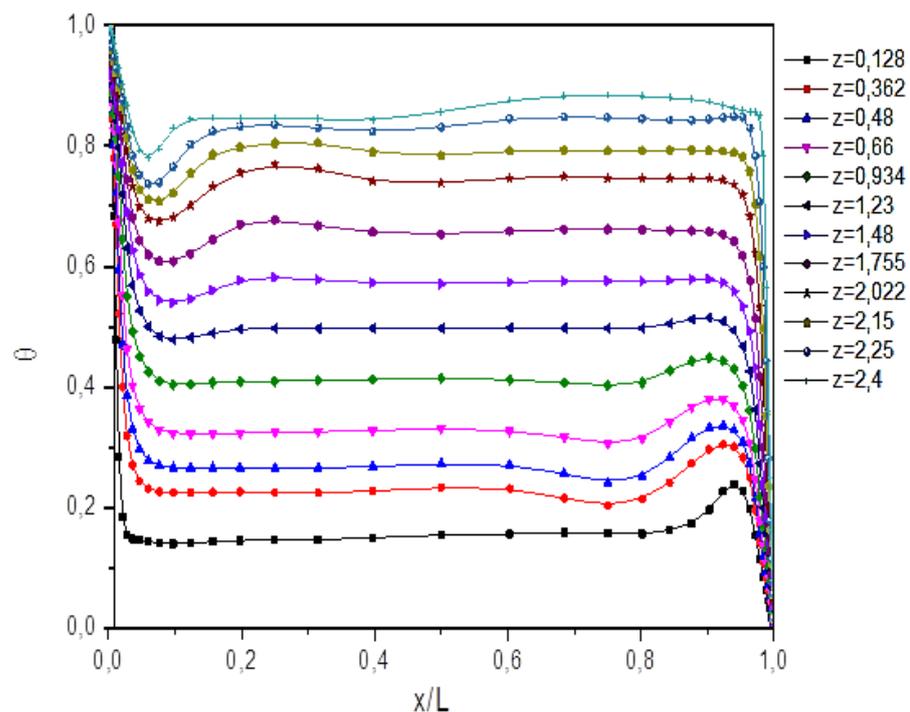


Fig. 4-17 Profils de températures dans la cavité à différentes hauteurs pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

❖ Epaisseur de la couche limite

L'épaisseur de la couche limite thermique se définit comme étant la distance à la paroi du lieu où le fluide atteint la température du cœur à cette hauteur (figure 4-18), par exemple à mi-hauteur, $\delta_t \approx 23.12 \pm 3$ mm dans la couche limite chaude contre 20.79 ± 3 mm dans la couche limite froide. Le tableau 4-2 donne l'épaisseur de la couche limite thermique pour chaque hauteur dans les deux couches limites verticales

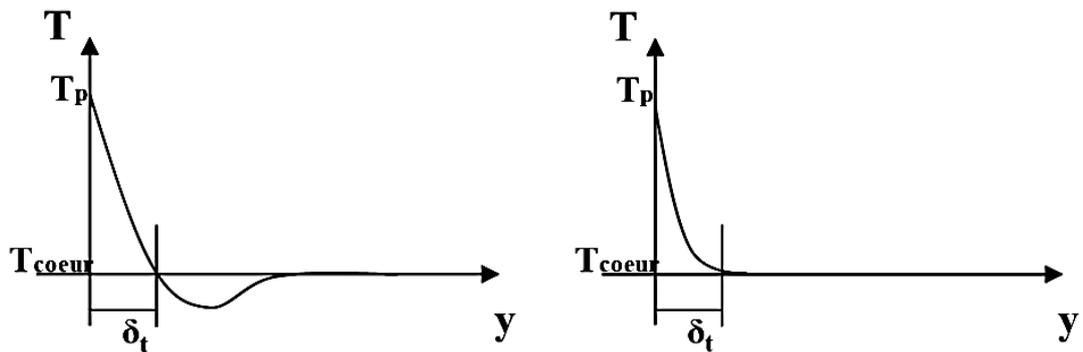


Fig. 4-18 Définition de l'épaisseur de la couche limite thermique

Tableau 4-2 Evolution de l'épaisseur de la couche limite thermique en fonction de la hauteur.

Couche limite chaude		Couche limite froide	
z(m)	$\delta_t \pm 3mm$	z(m)	$\delta_t \pm 3mm$
0.128	13.82	2.332	09.63
0.362	22.95	2.098	10.78
0.48	22.97	1.98	11.94
0.66	26.17	1.8	13.86
0.934	26.18	1.526	16.94
1.23	23.12	1.23	20.79
1.48	18.11	0.98	26.57
1.755	15.42	0.705	29.65

2.022	12.07		0.438	29.65
2.15	11.50		0.31	21.18
2.25	10.22		0.21	16.17
2.4	10.10		0.06	09.63

D'après la figure 4-19, on remarque qu'il existe un développement inhabituel des couches limites thermiques. En effet la couche limite chaude se condense progressivement le long de la paroi jusqu'à $z = 0.934$ m ($Ra \approx 9.4 \cdot 10^9$, où le régime est turbulent) puis devient plus mince après la mi-hauteur de la cavité où l'épaisseur tend vers une valeur presque constante (≈ 1 cm pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$) enfin à partir de $z = 2.15$ m (soit $Ra_H = 9.33 \cdot 10^{10}$) on observe une évolution presque constante de l'épaisseur de la couche limite. Ce changement d'épaisseur peut être dû au mouvement ou du passage des structures tourbillonnaires se développant à la frontière de la couche limite chaude et qui grossissent quand la cote augmente, ces dernières arrêtent le développement de la couche limite thermique. Dans la couche limite froide on remarque la même tendance confirmant une fois de plus la probabilité centro-symétrie de l'écoulement.

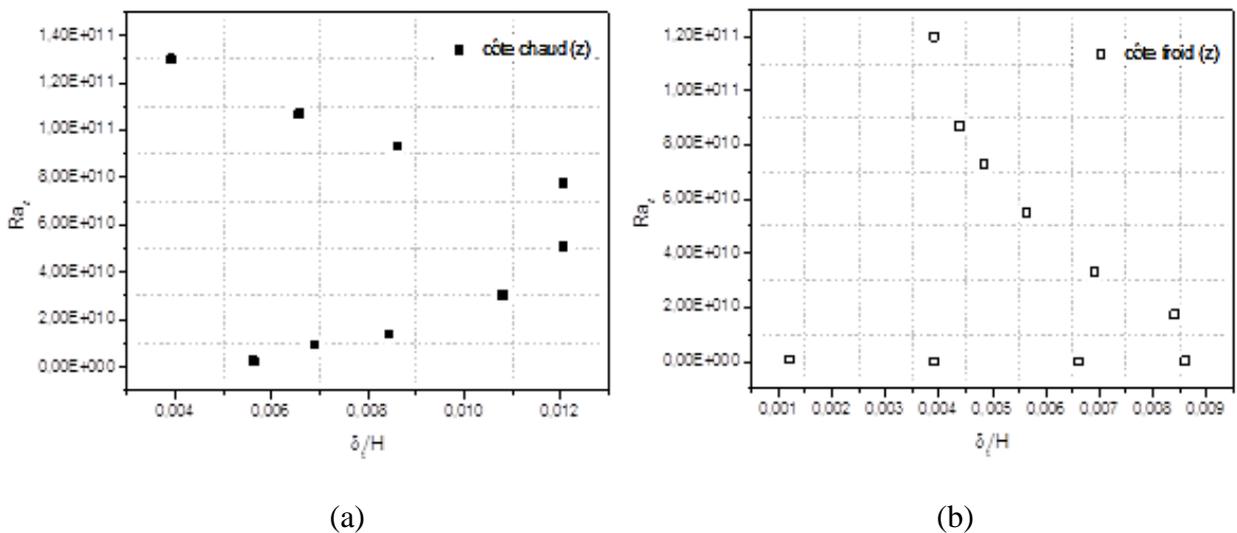


Fig. 4-19 Evolution de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude (a) et froide (b) en fonction du nombre de Rayleigh local.

La superposition des profils de température et de la composante verticale de la vitesse, données sur la figure 4-20, à la cote $z = 2.022$ m, montre que la couche limite thermique est de 3 à 5 fois moins épaisse que la couche limite dynamique. Cette grande différence n'est sûrement pas un effet attribué à la viscosité de l'air. Ce n'est probablement pas dû non plus à l'écoulement inverse de bordure de la couche limite qui s'écoule à la température du cœur de la cavité. Il y a homogénéisation de la température dans la zone externe de la couche limite dynamique du fait du brassage turbulent important.

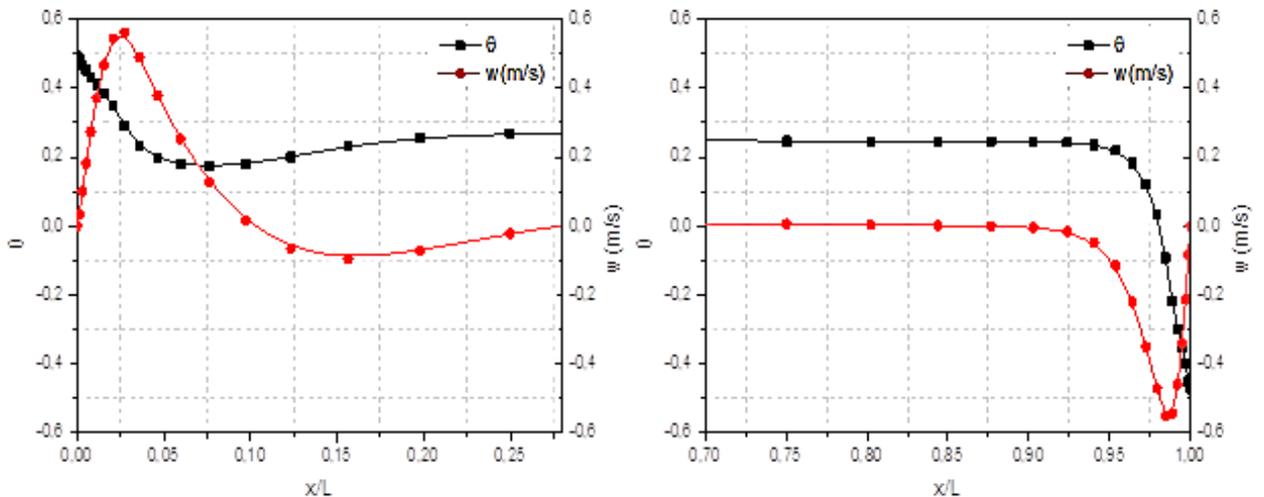


Fig.4-20 Evolution de la température et de la composante verticale de la vitesse à la hauteur $z = 2.022$ m pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

La figure 4-21 montre l'importance des fluctuations de température par rapport à la température moyenne. Il est clair à partir de cette figure que la fluctuation maximale est stockée dans la couche limite thermique

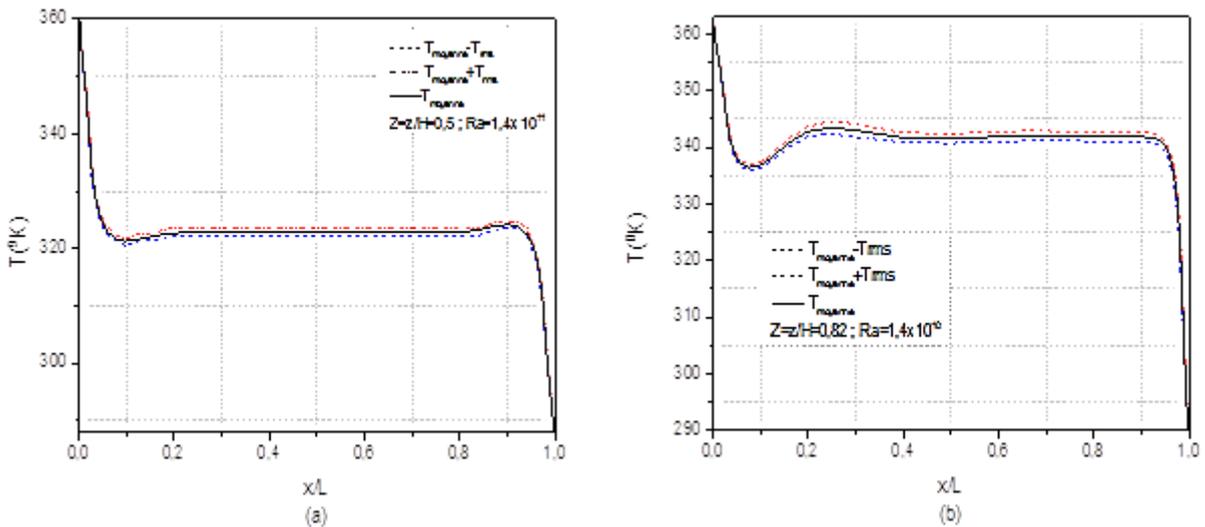


Fig. 4-21 Enveloppe de la température à $z=1.23$ m (a), $z=2.022$ m (b) dans les couches limites thermiques chaude et froide.

4.1.4.4. Transferts de chaleur le long des parois actives

Le tableau 4-3 présente les résultats numériques pour le nombre de Nusselt global. On montre que la corrélation de nombre de Nusselt est beaucoup plus proche de la corrélation $Ra^{1/4}$ pour un écoulement laminaire et un peu proche de la corrélation classique $Ra^{1/3}$ pour un écoulement turbulent. La raison de ce comportement est que la grande partie du transfert de chaleur se produit dans la partie amont de la couche limite où l'écoulement est pratiquement laminaire. Pour confirmer ce point, nous avons calculé le nombre de Nusselt global à la partie la plus en aval, où la couche limite devient turbulente. Dans la dernière colonne du tableau 4-3, on voit que $Nu_{g_{bas}}$, qui a été intégré de $z = 2.44$ m à $z = 2.46$ m sur la paroi latérale chaude, est proche de l'échelle $Ra^{1/3}$ (cas turbulente). Cela indique que à la partie aval de la couche limite devient plus turbulente.

La distribution de Nusselt local moyen est présentée sur la figure 4-22. Des fluctuations importantes sont observées dans la partie aval de la couche limite alors qu'en amont l'écoulement reste presque laminaire.

Tableau 4-3 Nombre de Nusselt et corrélation.

Ra_H	Nu_g	$Nu_g/Ra^{1/4}$	$Nu_g/Ra^{1/3}$	$Nu_{g_{bas}}$	$Nu_{g_{bas}}/Ra^{1/3}$
1.4×10^{11}	248	0.405	0.0478	2.317	4.46×10^{-4}

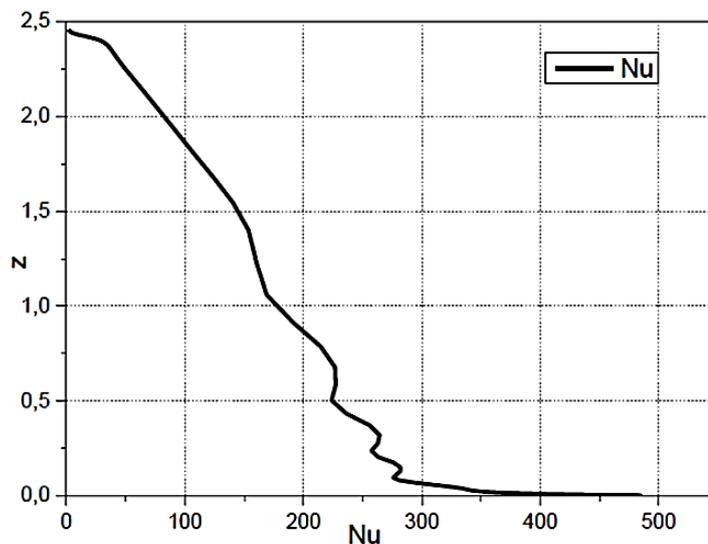


Fig. 4-22 Distribution de nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude à $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$

D'après l'évolution des flux (Nusselt) locaux présenté sur la figure 4-22. On trouve que le nombre de Nusselt est maximal en bas de la paroi chaude où l'épaisseur de la couche limite thermique est faible. On remarque dans cette figure que la recirculation du fluide près du plafond et du plancher indique trois différentes zones:

- $z \in [0, 0.083]$ le flux de chaleur décroît quand z augmente le long de la paroi chaude.
- $z \in [0.083, 0.61]$ le flux de chaleur le long de la paroi chaude croît et décroît quand z augmente à cause de l'existence d'une zone de recirculation près du plafond et du plancher.
- $z \in [0.61, 2.46]$ le flux de chaleur le long de la paroi chaude décroît (presque quasi-linéairement) quand z augmente ; Le régime d'écoulement est turbulent dans cette région. La corrélation du transfert de chaleur ($Nu = f(Ra_z)^{1/3}$) est présentée sur la figure 4-23.

Nusselt global (Nu_g) sur toute la hauteur est donné par la relation :

$$Nu_g = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_z dz \tag{4.4}$$

Pour $Ra = 1.4 \times 10^{11}$, on obtient $Nu_g = 248$

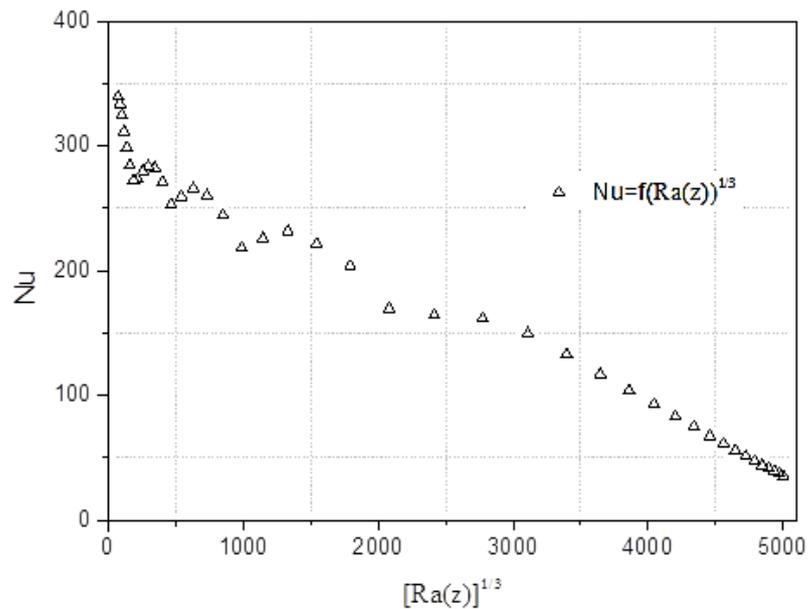


Fig. 4-23 Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh local.

4.1.5. Conclusion partielle (1)

Cette partie montre une caractérisation numérique des champs thermiques et dynamiques dans la partie haute d'une cavité différentiellement chauffée de grande taille dont le nombre de Rayleigh caractéristique est de l'ordre de $1.4 \cdot 10^{11}$. Cette simulation nous a permis de déterminer l'évolution de la stratification thermique dans la cavité différentiellement chauffée de rapport de forme de 6.39. Il ressort de notre simulation que la partie centrale de cette cavité est stratifiée thermiquement. Par des comparaisons avec des résultats de la littérature, il a pu être constaté, par ailleurs, que le rapport de forme hauteur/largeur joue un rôle secondaire sur la stratification thermique si l'on reste dans des facteurs raisonnables (de 1 à 4). De plus, le facteur d'échelle, caractérisé par le nombre de Rayleigh, ne semble pas modifier notablement le champ de température dans le cœur de la cavité.

On a remarqué que l'état des couches limites thermiques est très turbulent et relativement épais quand le nombre de Rayleigh est élevé.

Le flux de chaleur local a été quantifié par la détermination du nombre de Nusselt.

4.2. Etude de l'effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques thermiques et dynamiques de la convection naturelle (sous chapitre2)

Ce sous chapitre est consacré à cinq simulations à grandes échelles d'une cavité différentiellement chauffée de rapport d'aspect de 6.39 avec parois horizontales adiabatiques. Ces simulations sont effectuées pour cinq différents nombres de Rayleigh, soient de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$. Le transfert de chaleur et la dynamique de flux, y compris les statistiques turbulentes, le phénomène de mouvement interne, sont présentés dans ce qui suit. Le nombre de Nusselt suggère que l'état de transition vers un nouveau régime de mise à échelle sera atteint pour Rayleigh plus élevé.

4.2.1. Etude de la stratification thermique

Une étude numérique utilisant le modèle de turbulence LES dont le but est de déterminer l'influence du nombre de Rayleigh sur la stratification thermique dans une cavité différentiellement chauffée comportant des parois verticales maintenues à des températures imposées constantes, dans le plan médian et sur toute la hauteur de la cavité.

Un profil vertical est établi pour plusieurs écarts de températures $\Delta T = T_c - T_f$ de 2°C, 5°C, 20°C, 50°C et 80°C, soit respectivement des valeurs du nombre de Rayleigh de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$. (Le nombre de Rayleigh est fonction du gradient de température entre les deux parois actives).

La figure 4-24 présente des profils verticaux de température au centre de la cavité pour plusieurs écarts de température, et donc pour différents nombres de Rayleigh. Cette évolution est d'ailleurs relativement linéaire au cœur de la cavité, et on retrouve la tendance centro-symétrique de ce type d'écoulement. Cette linéarité disparaît lorsque l'on s'approche du plafond ou du plancher. Ceci s'explique principalement par le jet pariétal.

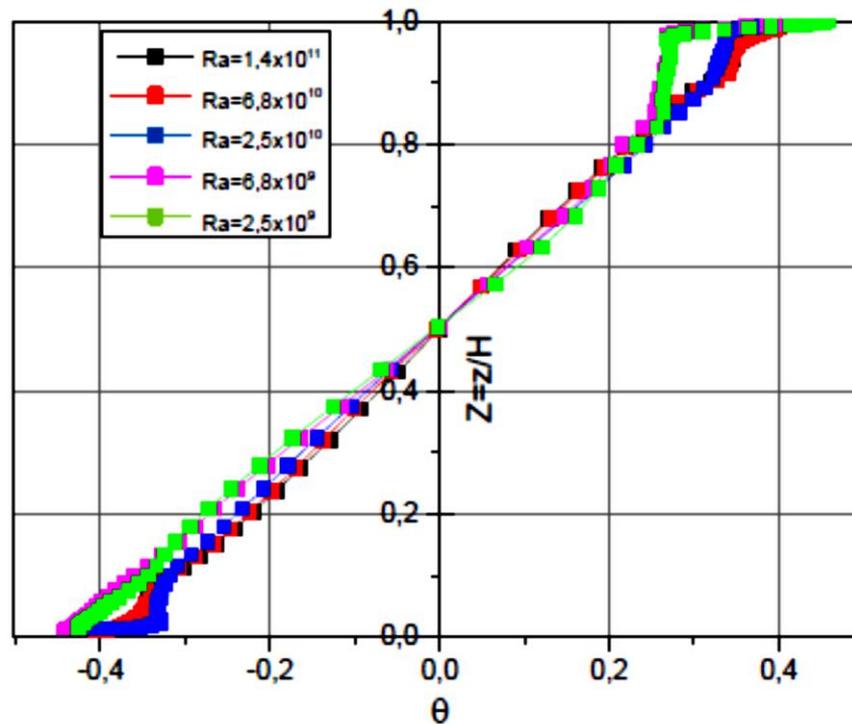


Fig. 4-24 Stratification thermique au centre de la cavité (profils verticaux de température) pour différents écarts de température ΔT

4.2.2. Etude de l'écoulement moyen dans le temps

Les moyennes sur les trois transformations statistiquement invariantes (le temps, la direction x et le point de symétrie centre de la cavité) sont effectuées pour tous les champs.

Les champs de température moyenne temporelle sont représentés sur la figure.4-25, à première vue, et malgré l'éventail assez large de Ra_H , nous pouvons observer que chacun d'entre eux présente des caractéristiques d'écoulement similaires: minces couches limites

verticales, une grande zone centrale avec une vitesse moyenne dans le temps très faible et une distribution de température stratifiée.

Les ondes Tollmien-Schlichting se déplaçant en aval poussent jusqu'au point où ils perturbent les couches limites et éjectent des grands tourbillons instables dans le cœur de la cavité. L'effet de mélange de ces tourbillons est d'éjecter le fluide chaud ou froid (des parois isothermes), ce qui résulte en presque des isothermes chaudes dans la partie supérieure et des régions froides inférieures.

Le point où ce phénomène se produit se déplace en amont lorsque Ra_H croît. Cet effet de mélange dans les zones supérieure et inférieure de la cavité est clairement visible. Les forces de la chute de température dans le cœur de la cavité se produisent dans une région plus petite.

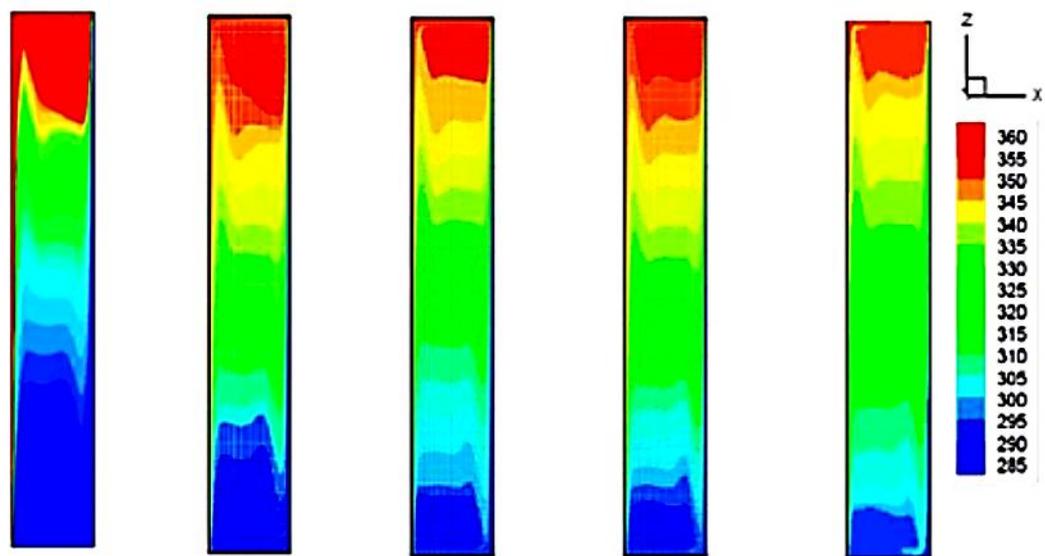


Fig. 4-25 Champs moyen de température au cœur de la cavité pour Rayleigh variant de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$. Les isothermes sont uniformément réparties

La figure 4-26 présente des profils de température moyenne (a) et de la vitesse verticale (b) pour quelques hauteurs à différents nombres de Rayleigh. On remarque que le renforcement du mouvement horizontal par les grands tourbillons instationnaires résulte aussi d'un épaissement important de la couche limite en aval du point de transition et par conséquent une diminution brusque de la vitesse verticale.

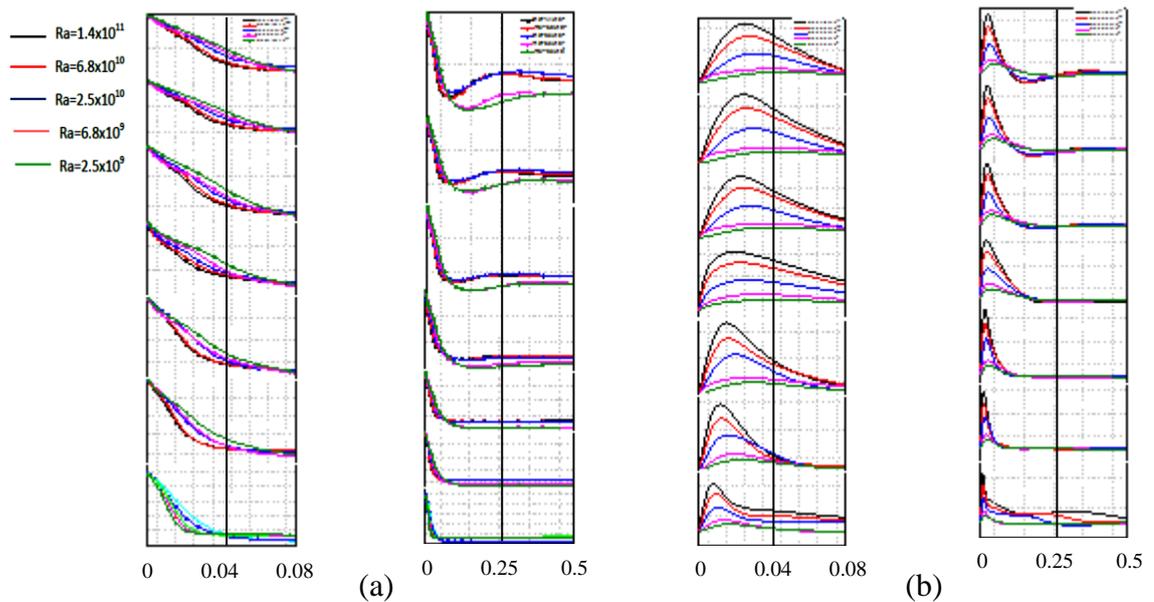


Fig. 4-26 Profils de température moyenne (a) et de la vitesse verticale (b) à $z=0.128\text{m}, 0.362\text{m}, 0.66\text{m}, 1.23\text{m}, 1.48\text{m}, 1.755\text{m}, 2.022\text{m}$

Les profils de température moyenne à la paroi supérieure de la cavité sont représentés sur la figure. 4-27. On observe des fortes divergences entre les résultats expérimentaux et numériques sous l'effet du rayonnement thermique [7]. Dans notre cas, nous n'observons pas de différences significatives

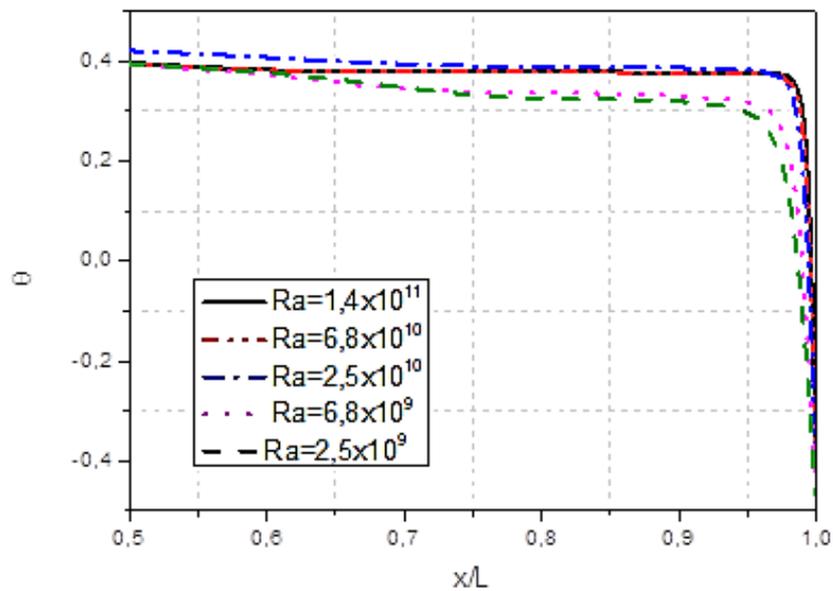


Fig. 4-27 Profil de température moyenne à la paroi supérieure de la cavité.

4.2.3. Transfert thermique et dynamique du flux de chaleur

Une vue générale de plusieurs champs de température moyenne instantanée est présentée sur la figure. 4-25. A première vue, nous remarquons que lorsque le nombre de Rayleigh croit, des différences importantes sont observables. Dans le but d'étudier ces différences, plusieurs aspects de la dynamique de flux sont analysés et discutés dans les sections suivantes. Il faut de rappeler que nous nous limitons ici à l'état statistiquement stationnaire.

4.2.3.1. Champs instantanés

Trias et al. [8] ont analysé la dynamique d'écoulement de faibles nombres de Rayleigh en détail. Ils ont étudié non seulement la dépendance de Ra_H mais aussi l'influence de l'hypothèse bidimensionnelle. Comme prévu, des différences des résultats significatives ont été observées entre l'analyse bidimensionnelle et tridimensionnelle. Pour la simulation bidimensionnelle, on trouve des oscillations à la partie aval de la couche limite verticale qui sont nettement plus forte, des grands tourbillons sont éjectés au cœur de la cavité. Par contre dans la simulation tridimensionnelle ces grands tourbillons ne persistent pas et leur énergie est rapidement transmise aux petites échelles de mouvement. Une réduction de l'effet de mélange à grande échelle dans les régions supérieures chaudes et inférieures froides est enregistrée par conséquent le cœur de la cavité reste presque immobile. En ce qui concerne les couches limites, on a observé que le point de transition se déplace clairement en amont pour les simulations tridimensionnelles. Ce qui est en accord avec les résultats de Trias et al. [8] et Soria et al. [9].

Sur la figure 4-28, il est clairement observé que les couches limites laminaires restent dans leurs parties amont jusqu'au point où ils deviennent totalement perturbés et des tourbillons sont éjectés. Ces tourbillons sont responsables de l'effet de mélange à grande échelle dans les zones chaudes supérieures et froides inférieures. Cependant les simulations montrent que le cœur de la cavité est en mouvement et les isothermes dans cette région oscillent autour du profile horizontal moyen. Puisque le cœur de la cavité reste bien stratifié.

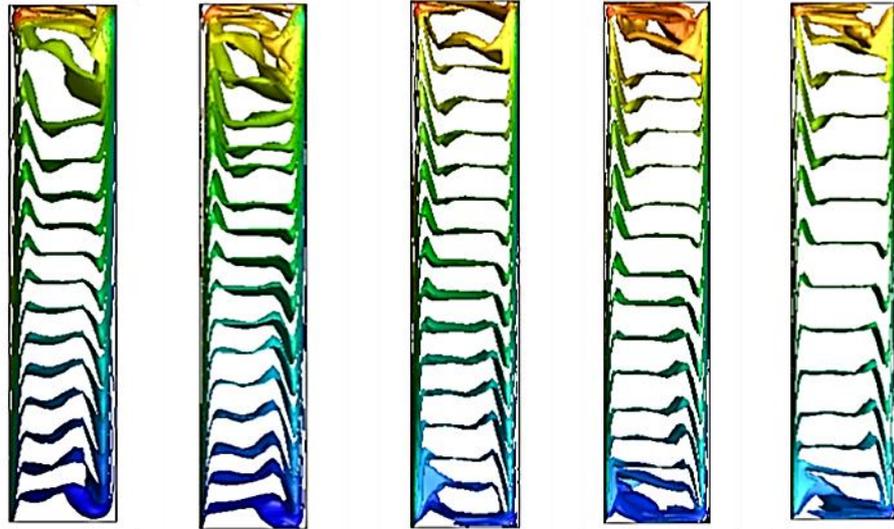


Fig. 4-28 Répartition de la température moyenne dans le plan $y=0.36\text{m}$ de gauche à droite $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$

4.2.3.2. Profils de vitesse moyenne et circulation globale

La figure 4-29 montre que quand le nombre de Rayleigh augmente, les vitesses dans le cœur de la cavité deviennent plus faibles par rapport à celles dans les couches limites verticales. A mi- profondeur on note aussi que, quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh, les profils de vitesse se superposent.

On peut remarquer que la valeur maximale de la vitesse verticale augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cette augmentation est proportionnelle à l'augmentation du nombre de Rayleigh. C'est-à-dire à l'accroissement de ΔT .

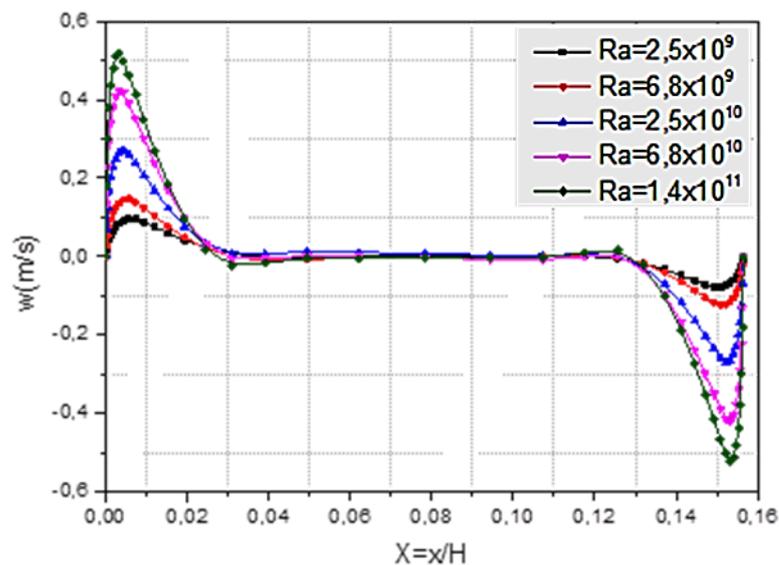


Fig. 4-29 Profil de la vitesse verticale pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh dans le plan $y = D/2 = 0.36 \text{ m}$ et $z = H/2 = 1.23 \text{ m}$.

Sur la figure 4-30, on note que, quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh, les profils de vitesse se superposent. Pour la couche limite froide à $Z = 0.70$, la couche limite est bien plus épaisse pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$ que pour les valeurs de Rayleigh plus faibles et la vitesse maximale pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$ est plus élevée que celle par $Ra_H = 2.5 \cdot 10^{10}$ et $Ra_H = 6.8 \cdot 10^{10}$. A cette cote, les profils de vitesse verticale dans la couche limite froide indiquent une modification de l'écoulement pour $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$. Le calcul du nombre de Rayleigh local indique que l'écoulement commence à devenir turbulent à partir de $Ra_z \geq 1.5 \cdot 10^9$ c'est-à-dire état de transition.

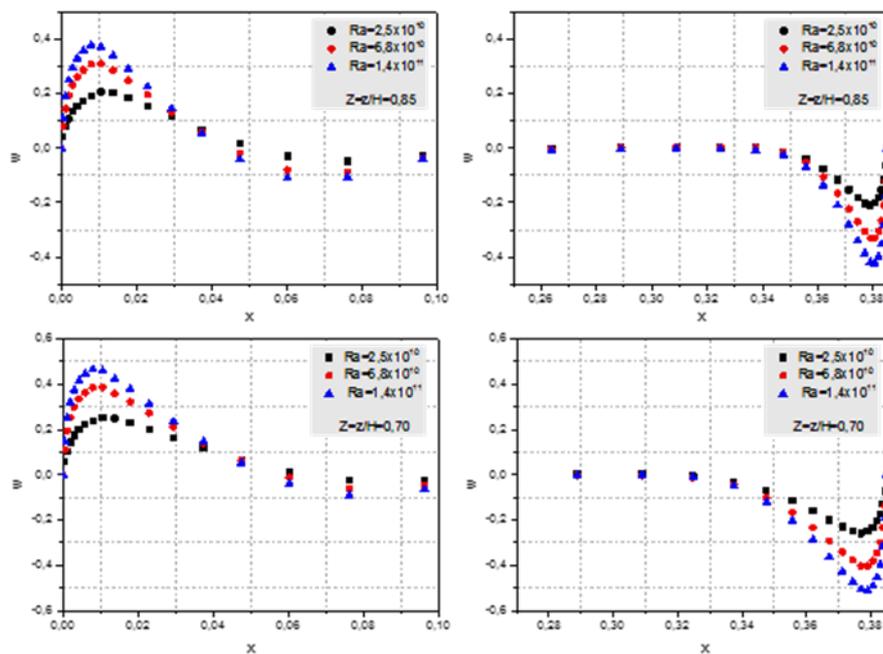


Fig. 4-30 Valeurs moyennes des composantes verticales de la vitesse à mi-profondeur ($y=D/2=0.36m$) à $Ra_H = 2.5 \cdot 10^{10}$, $Ra_H = 6.8 \cdot 10^{10}$ et $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

4.2.3.3. Profils des valeurs RMS des fluctuations de la composante verticale de la vitesse

Comme par les profils de vitesse moyenne, on retrouve un comportement différent pour $Z=0.70$ (coté froid) dont la raison est la transition vers la turbulence pour l'écoulement à plus grand nombre de Rayleigh. En outre, les mêmes tendances et les mêmes ordres de grandeur sont observés quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh. On note également, que dans la couche limite turbulente, les profils des valeurs RMS de la composante verticale de la vitesse sont relativement plats.

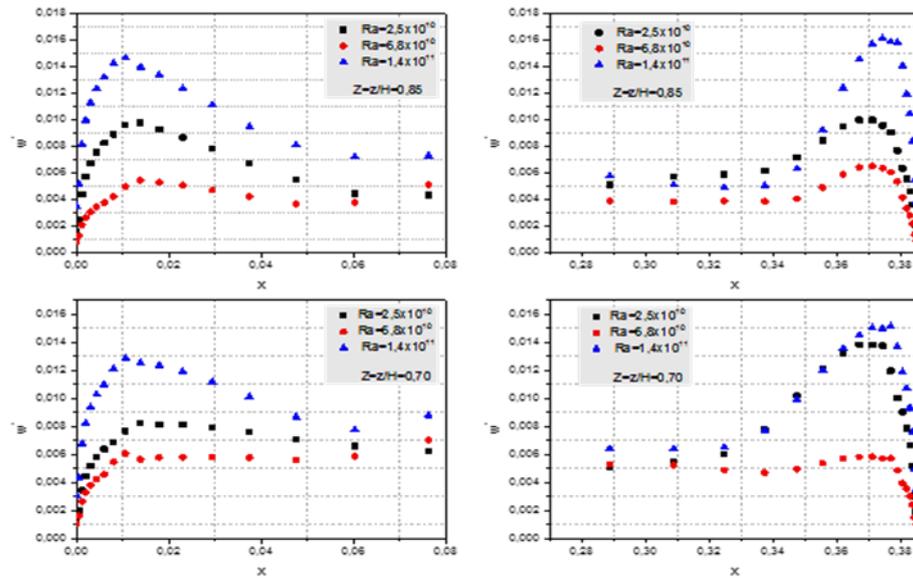


Fig. 4-31 Valeurs RMS de la composante verticale de la vitesse à mi-profondeur ($y=D/2=0.36m$) à $Ra_H = 2.5 \cdot 10^{10}$, $Ra_H = 6.8 \cdot 10^{10}$ et $Ra_H = 1.4 \cdot 10^{11}$.

4.2.3.4. Epaisseur de la couche limite thermique

Il est clair à partir du tableau 4-4 ci-dessous que l'épaisseur de la couche limite chaude présente une tendance à augmenter dans la zone $0.55 \leq Z \leq 0.95$ quand le nombre de Rayleigh croit.

Tableau 4-4 Comparaison de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude pour les différents nombres de Rayleigh étudiés.

Ra_H	$Z=z/H$	$\delta_t = \pm 2mm$	δ_t/H
$1.4 \cdot 10^{11}$	0.55	61	0.0247
	0.60	57	0.0232
	0.75	49	0.0199
	0.80	45	0.0183
	0.95	34	0.0138

Tableau 4-4 Comparaison de l'épaisseur de la couche limite thermique chaude pour les différents nombres de Rayleigh étudiés. (Suite)

6.8×10^{10}	0.55	70	0.0284
	0.60	66	0.0268
	0.75	54	0.0219
	0.80	54	0.0219
	0.95	36	0.0146
2.5×10^{10}	0.55	74	0.0301
	0.60	72	0.0293
	0.75	58	0.0236
	0.80	54	0.0219
	0.95	43	0.0175
6.8×10^9	0.55	78	0.0317
	0.60	74	0.0301
	0.75	69	0.0280
	0.80	65	0.0264
	0.95	58	0.0236
2.5×10^9	0.55	85	0.0345
	0.60	81	0.0329
	0.75	71	0.0289
	0.80	71	0.0289
	0.95	70	0.0284

4.2.4. Flux de chaleur

Les distributions de Nusselt locaux moyennes pour les trois nombres de Rayleigh sont données sur la figure 4-32. Des fluctuations importantes sont observées dans la partie aval de la couche limite alors que l'amont reste presque laminaire. Trias et al. [8] ont observé que cette région de grandes fluctuations reste presque invariante (légèrement au-dessus $Z=z/H=0.5$), pour les hauts nombres de Rayleigh la région de grandes fluctuations est étendue à des positions plus en amont. Donc on peut remarquer que le flux de chaleur pariétal augmente avec le nombre de Rayleigh.

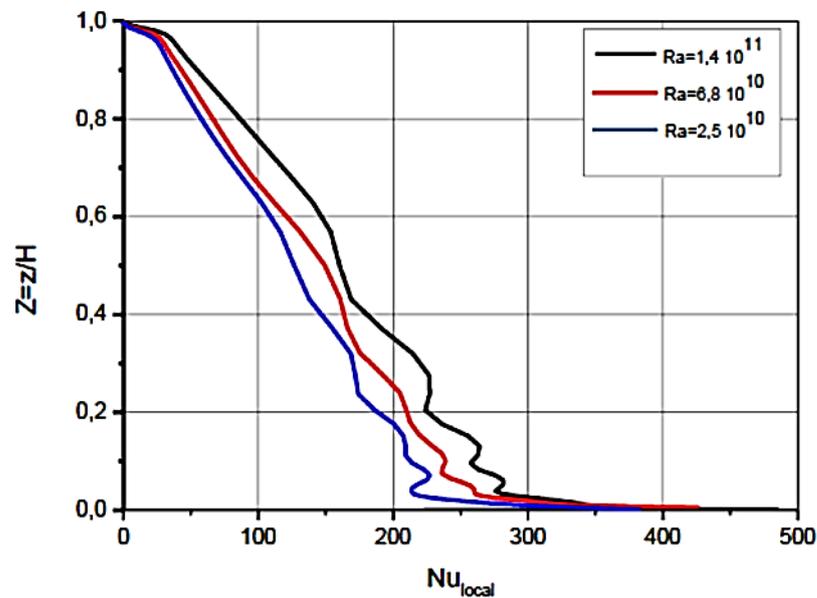


Fig. 4-32 Distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude pour $Ra_H=1.4 \cdot 10^{11}$, $6.8 \cdot 10^{10}$, $2.5 \cdot 10^{10}$.

4.2.4.1. Calcul du nombre de Nusselt global

On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude pour cela, il faut calculer le nombre de Nusselt global sur toute la hauteur qui est donné par la relation suivante:

$$Nu_g = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_z dz \quad (4.5)$$

Où Nu_z est le nombre de Nusselt local.

4.2.4.2. Corrélation du transfert de chaleur en convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée

Dans les dernières décennies des efforts considérables, à la fois numériques et expérimentaux ont été dirigés vers l'étude des mécanismes et du comportement détaillé de la mise à l'échelle de turbulence. Il s'agit en effet d'une loi du type $Nu=f(Ra)$. Ces lois restent particulières à chaque configuration étudiée, en raison du nombre important de facteurs agissant sur le transfert de chaleur (régime d'écoulement, forme, taille,...).

Lankhorst [10] a déterminé numériquement des corrélations $Nu = f(Pr, Ra)$ pour des écoulements en cavité thermiquement entraînée à parois horizontales adiabatiques contenant de l'air, dans une large gamme de Rayleigh ($10^6 < Ra_H < 10^{12}$). Il trouve que pour $10^6 < Ra_H < 10^{10}$, $Nu/Ra^{1/4}$ converge asymptotiquement vers une valeur constante de 0,31. Ce résultat se rapproche de la corrélation $Nu/Ra^{1/4} = 0.30$ obtenue numériquement par Henkes [11] avec un code instationnaire. La zone de transition entre le régime laminaire et le régime turbulent a été située entre 10^9 et 10^{10} . Pour $10^{10} < Ra_H < 10^{12}$, une loi de type $Nu = 0.068 Ra^{1/3}$ a été établie.

Pour une cavité contenant de l'air à parois horizontales adiabatiques de rapport de forme 4, où $10^8 \leq Ra \leq 10^{10}$, Xin [12] a eu une loi de type $Nu/Ra^{1/4} = 0.31 \div 0.32$. Expérimentalement Cheesewirigh et Ziai [13] dans une cavité contenant de l'air et ayant un rapport de forme de 5 et pour $10^9 \leq Ra \leq 5 \times 10^{10}$, ont eu une corrélation de type $Nu = 0.046 Ra_H^{1/3}$.

Le tableau 4-5 présente les valeurs du nombre de Nusselt global le long de la paroi chaude de la cavité étudiée.

Tableau 4-5 Nombre de Nusselt global le long de la paroi chaude dans une cavité différentiellement chauffée pour différents nombres de Rayleigh.

Etudes	Ra_H	A_V	A_H	$H(m)$	$T_0(^{\circ}C)$	$\Delta T(^{\circ}C)$	ε parois avant et arrière	ε du plafond et du plancher	Nu_g
Notre cas	1.4×10^{11}	6.39	1.87	2.46	10	80	Sans rayonnement	Sans rayonnement	248
	6.8×10^{10}	6.39	1.87	2.46	10	50			191
	2.5×10^{10}	6.39	1.87	2.46	10	20			138
	6.8×10^9	6.39	1.87	2.46	10	5			80
	2.5×10^9	6.39	1.87	2.46	10	2			55
Koffi [14]	1.2×10^{11}	3,84	0,86	3,84	19	20	0.1	0.1	228
	8.1×10^{10}	3,84	0,86	3,84	19	14	0.1	0.1	198
	4.0×10^{10}	3,84	0,86	3,84	19	7	0.1	0.1	157
Mergui [15]	5.3×10^9	0.9	0.29	0.94	20	62	0.97	0.1	77
	1.7×10^9	0.9	0.29	0.94	20	20	0.97	0.1	56
Salat [1]	1.5×10^9	1	0.32	1	22.5	15	0.97	0.21	55

Le tableau 4-6 présente la loi d'évolution du nombre de Nusselt en fonction de $Ra_H^{1/4}$ et $Ra_H^{1/3}$, c.à.d. les coefficients de corrélation. Les lois d'évolution du nombre de Nusselt avec $Pr=0.71$ obtenues ont en accord avec les résultats expérimentaux de Cheeswright et Ziai [13] exprimés en fonction de $Ra_H^{1/3}$, comme suit :

$$Nu = 0.0478 Ra_H^{1/3} \text{ pour } 6.8 \times 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \times 10^{11}$$

Et en fonction de $Ra_H^{1/4}$, la relation obtenue a la forme suivante:

$$Nu = 0.278 Ra_H^{1/4} \text{ pour } Ra_H \leq 6.8 \times 10^9$$

Tableau 4-6 Lois d'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh (Coefficient de corrélation).

Etudes	Ra_H	A_v	A_H	$H(m)$	$Nu_g Ra^{-1/3}$	$Ecart^{1/3}$	$Nu_g Ra^{-1/4}$	$Ecart^{1/4}$
Notre cas	1.4×10^{11}	6.39	1.87	2.46	0.0478	-4%	0.405	-41%
	6.8×10^{10}	6.39	1.87	2.46	0.0468	-2%	0.374	-30%
	2.5×10^{10}	6.39	1.87	2.46	0.0472	-3%	0.374	-22%
	6.8×10^9	6.39	1.87	2.46	0.0422	8%	0.278	3%
	2.5×10^9	6.39	1.87	2.46	0.0405	12%	0.246	15%
Koffi [14]	1.2×10^{11}	3,84	0,86	3,84	0.0462	0%	0.387	-35%
	8.1×10^{10}	3,84	0,86	3,84	0.0458	1%	0.371	-29%
	4.0×10^{10}	3,84	0,86	3,84	0.0459	1%	0.351	-22%
Mergui [15]	5.3×10^9	0.9	0.29	0.94	0.0442	4%	0.285	1%
	1.7×10^9	0.9	0.29	0.94	0.0469	-2%	0.276	4%
Salat [1]	1.5×10^9	1	0.32	1	0.0483	-5%	0.280	3%

4.2.5. Conclusion partielle (2)

Ce sous chapitre présente l'effet du gradient de température et du nombre de Rayleigh sur la structure tourbillonnaire. Une étude numérique du champ de température dans une cavité différentiellement chauffée de grand rapport de forme utilisant le modèle de turbulence LES. Nous avons trouvé que l'évolution de la stratification thermique au cœur de la cavité est stratifiée en température (homogène). Cette linéarité disparaît lorsque l'on s'approche du plafond ou du plancher. Ceci s'explique principalement par le jet pariétal. L'état des couches limites le long de la paroi chaude est très turbulent. Elles sont relativement épaisses à cause du renforcement du mouvement horizontal des grands tourbillons. Le flux de chaleur a été déterminé en fonction du nombre de Nusselt. Pour terminer cette partie nous avons pu établir une corrélation qui donne l'évolution du

transfert de chaleur en fonction du nombre de Rayleigh ($Nu = 0.0478 Ra_H^{1/3}$). Cette corrélation n'est pas loin de celles trouvées de la littérature.

4.3. Etude de l'effet des conditions aux limites (configurations) sur les caractéristiques thermiques de convection naturelle (sous chapitre 3)

Ce sous chapitre est dédié à la caractérisation du champ thermique de l'écoulement dans le plan médian de la cavité pour un nombre de Rayleigh fixé à $2.5 \cdot 10^{10}$ (pour un gradient de température $\Delta T = 20^\circ\text{C}$), nous avons fixé aussi le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$. On va présenter les champs thermiques des différentes configurations données au chapitre 3 (voir tableau 3-1).

4.3.1. Champs thermiques dans les huit configurations

La figure 4.33 représente les champs thermiques pour les différentes configurations. On note que la température est relativement plus élevée près du plafond à cause de la chaleur récupérée de la paroi chaude et transportée par convection vers la paroi froide et vers le haut, surtout, dans le cas où les deux parois latérales sont chaudes (configurations C1, C3, C6), alors que dans les autres configurations la température de l'air est moins chaude. Donc on peut remarquer la présence de l'effet du gradient de température vertical dû à la poussée d'Archimède dans le phénomène convectif. Les configurations C1 et C2 tendent à amplifier le transfert qui est réduit dans les configurations C6, C7 et C8.

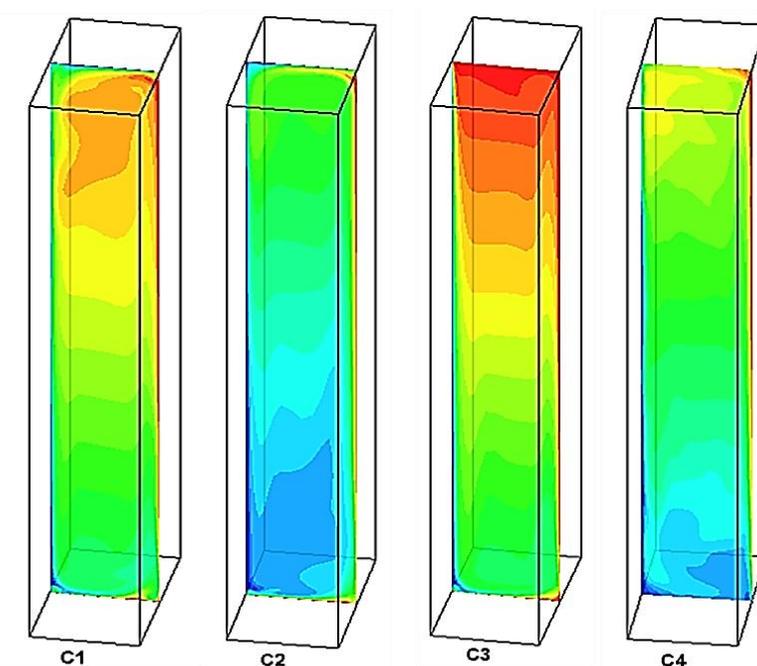


Fig. 4-33 Champs thermiques pour les huit configurations dans le plan $D/2 = 0.36\text{m}$.

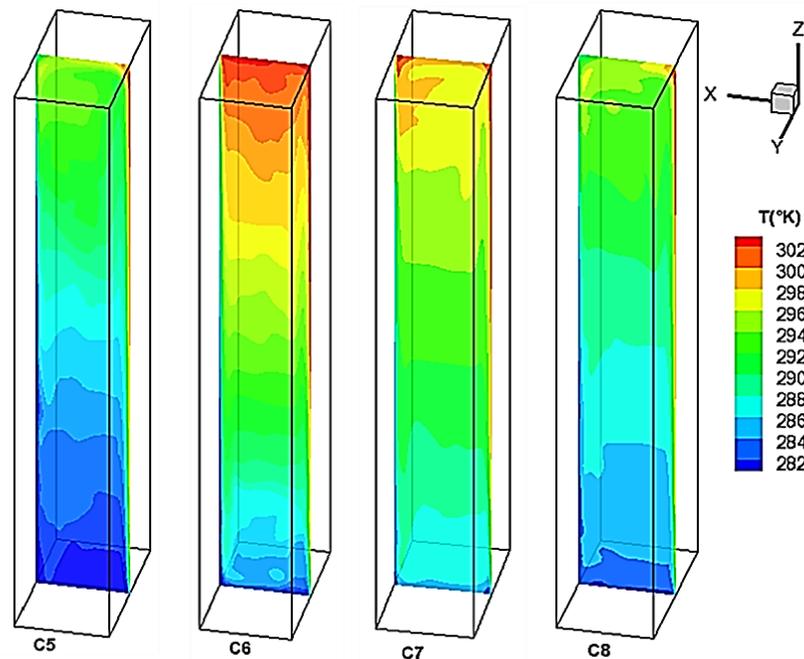


Fig. 4-33 Champs thermiques pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ (suite).

4.3.2. Champs des vecteurs vitesses verticales et horizontales

Les vecteurs vitesses sont représentés dans la figure 4-34. L'écoulement est à priori multicellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide. Cependant une perturbation est constatée due à l'apparition de plusieurs zones de recirculation indiquant une plus grande complexité et un degré plus élevé de turbulence.

Sur la figure 4-35, on représente les champs de vitesses verticales dès huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$, nous observons clairement la montée du fluide près de la paroi chaude et sa descente près de la paroi froide. Ce qui est clair sur la figure 4-36 qui montre les composantes verticale et horizontale de la vitesse pour les huit configurations dans la partie haute de la cavité. Nous constatons aussi l'apparition des nœuds de recirculation qu'on peut attribuer à des zones et lieux d'interaction de structure tourbillonnaire/couche limite.

A la même hauteur $z = H/2 = 1.23\text{m}$ les faces latérales (coté chaud C2 et coté froid C1) ont une influence directe sur le vecteur vitesse. L'intensité de vecteur vitesse est 0.25m/s (coté chaud) et 0.45m/s (coté froid) (voir figure 4-35 C1 et C2).

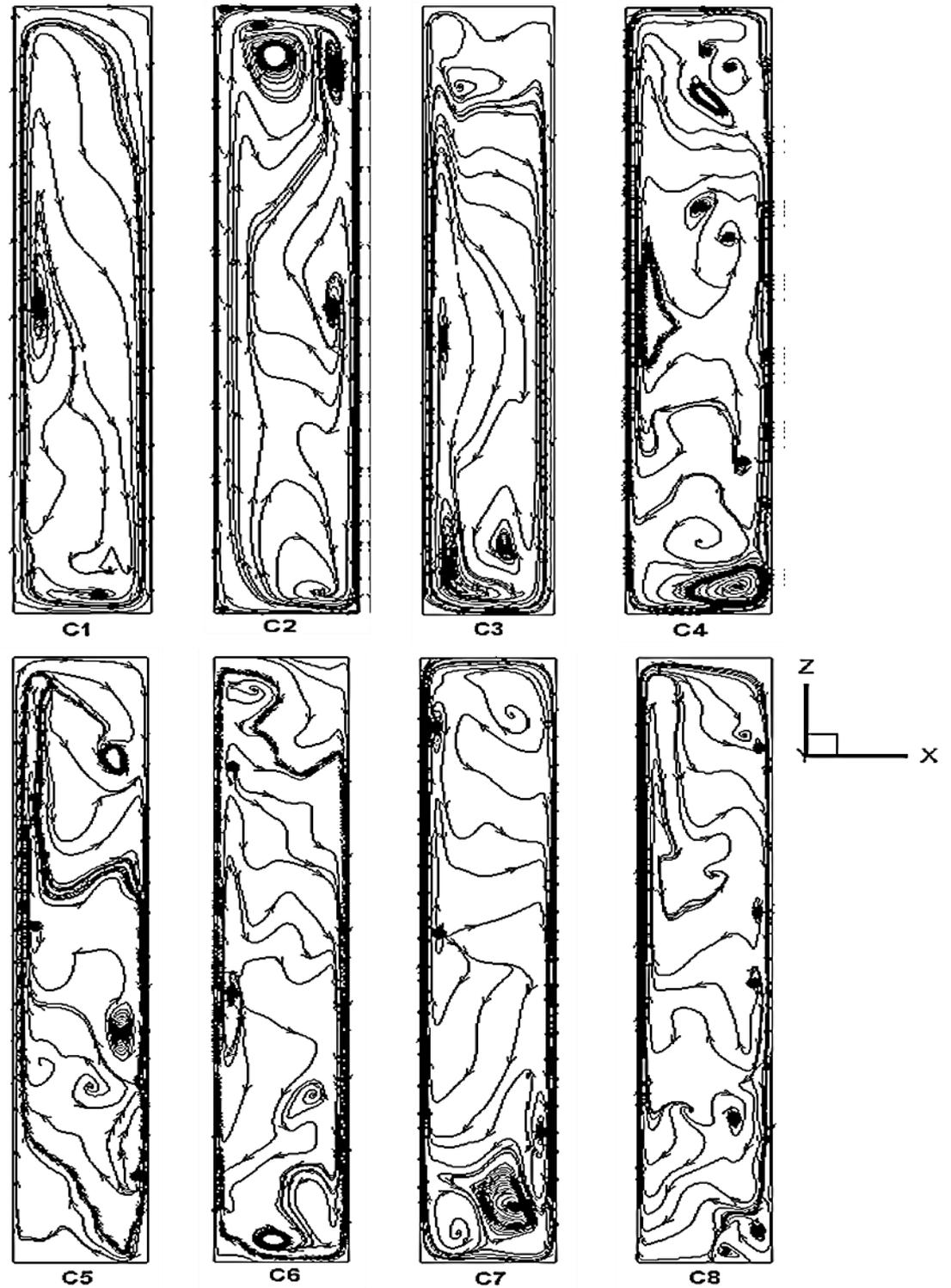


Fig. 4-34 Vecteurs vitesses (U-W) pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.

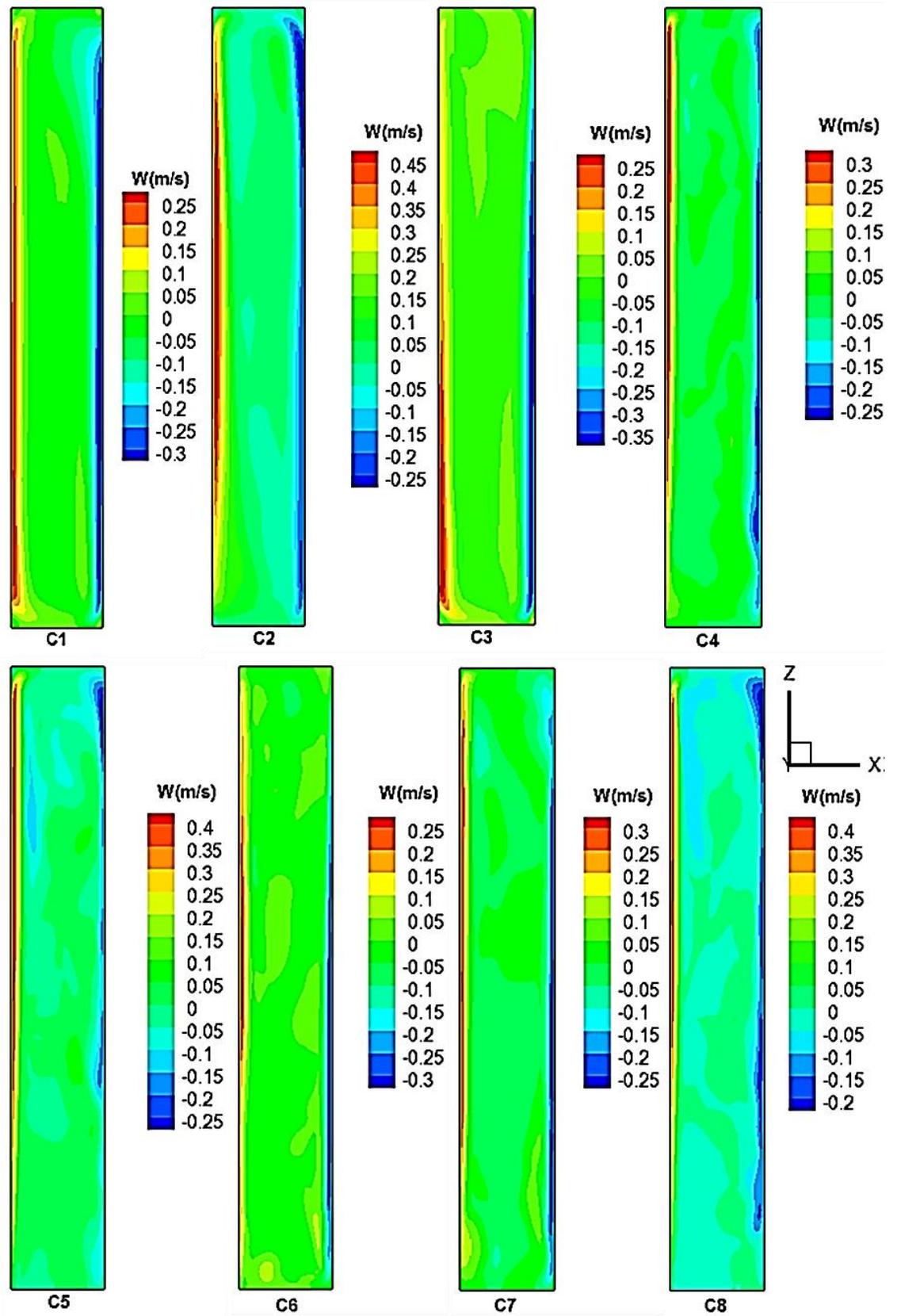


Fig. 4-35 Champs de vitesses verticales pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.

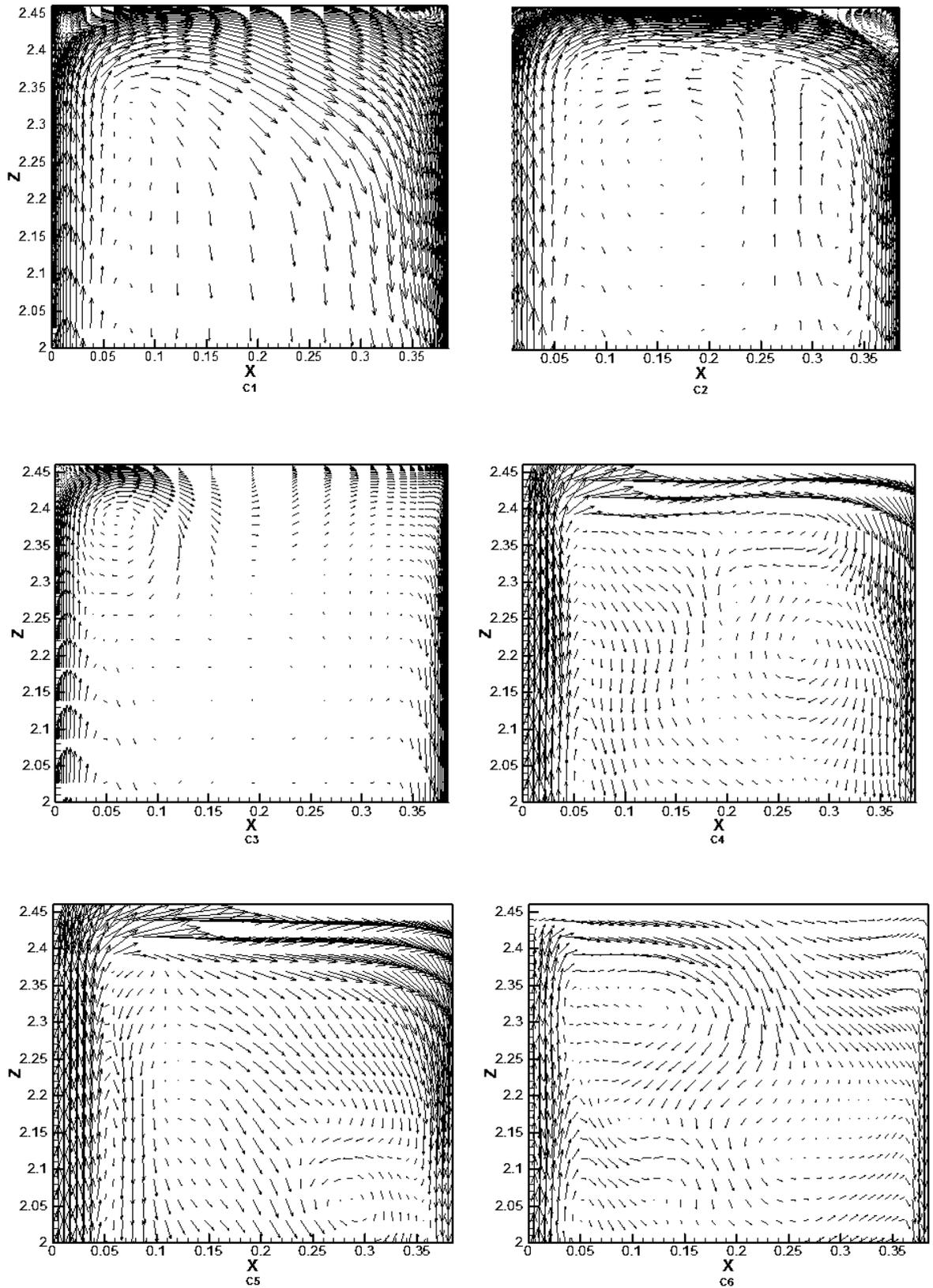


Fig. 4-36 Composantes verticale et horizontale du vecteur vitesse pour les huit configurations dans la partie haute de la cavité.

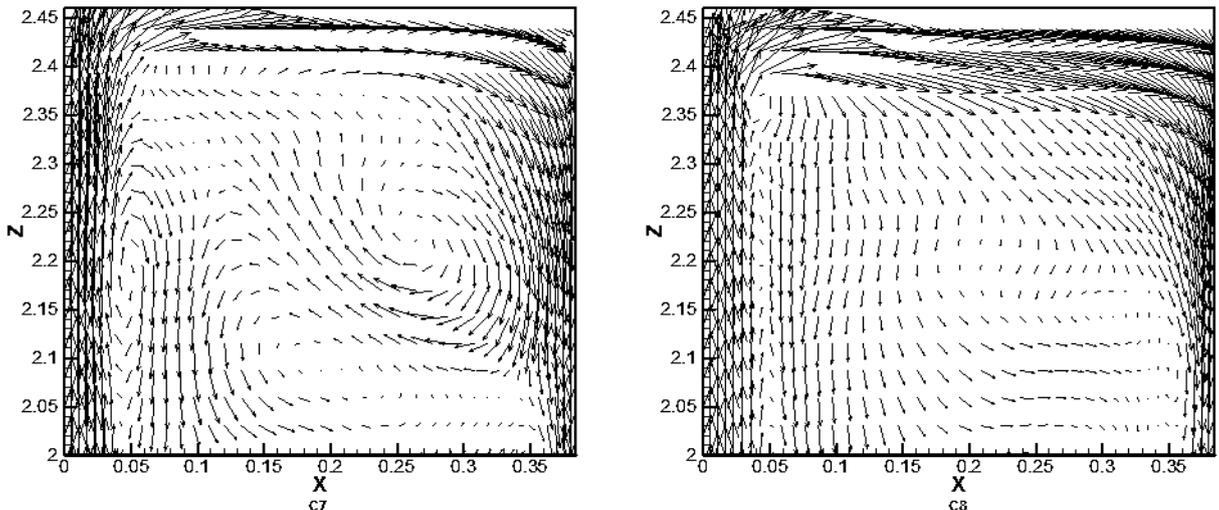


Fig.4-36 Composantes verticale et horizontale du vecteur vitesse pour les huit configurations dans la partie haute de la cavité (suite).

4.3.3. Etude de l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique dans les huit configurations

La figure 4-37 représente le profil de la vitesse verticale dans les couches limites chaude et froide sur le plan médium de la cavité. Sur cette figure, on peut voir les couches limites dynamiques près des parois chaude et froide. L'épaisseur de cette couche est égale à environ 0.01 m pour les configurations C4, C5, C6, C7 et C8 par contre dans le reste de configurations elle est différente l'une de l'autre à cause des parois latérales et du plancher qui sont chauds dans les configurations (C1, C2, et C3), donc l'épaisseur de la couche limite dynamique croit lorsque on chauffe le plancher et les parois latérales. C.à.d. la température des parois latérales et du plancher influent directement sur l'épaisseur de la couche limite dynamique.

La figure 4-38 représente les profils de température dans le plan médium et pour une hauteur égale 1.23m, nous remarquons que chaque configuration à une température moyenne de l'air dans le cœur de la cavité (température de stratification). On peut remarquer que l'épaisseur la couche limite thermique près de la paroi chaude et froide est d'environ 0.007 m pour les configurations C4, C5, C6, C7 et C8, et augmente quand les parois latérales et la paroi plancher sont chaudes.

On peut voir clairement la stratification thermique de la masse d'air avec le profil de la température le long de la hauteur de la cavité (figure 4-39).

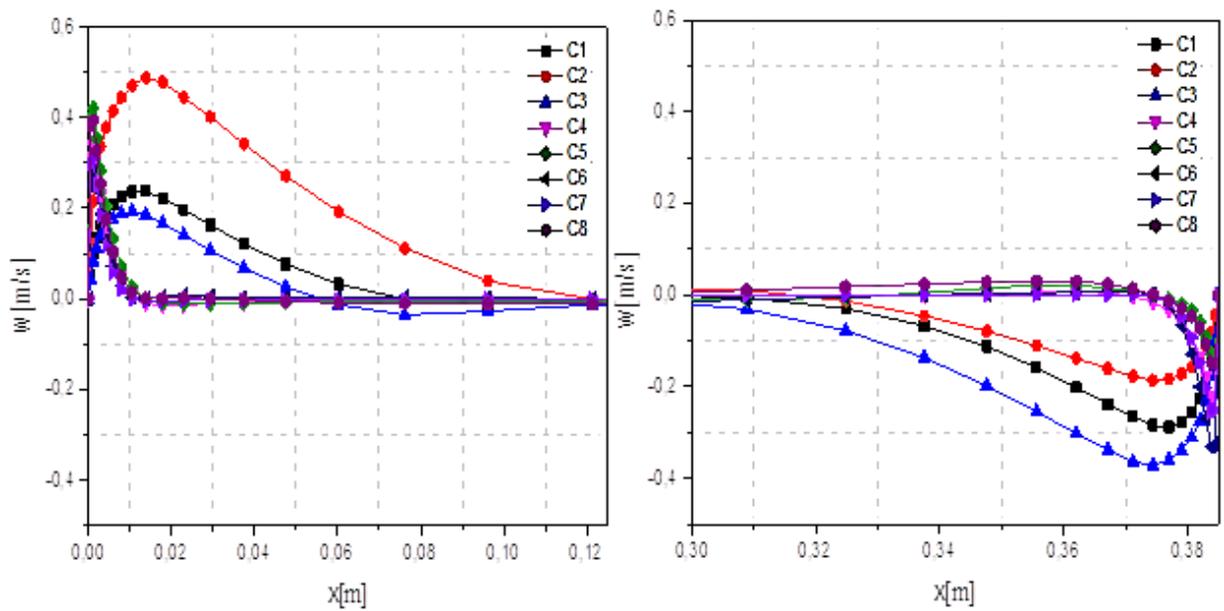


Fig. 4-37 Profils de la vitesse verticale moyenne dans la couche limite chaude (à gauche) et dans la couche limite froide (à droite) pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

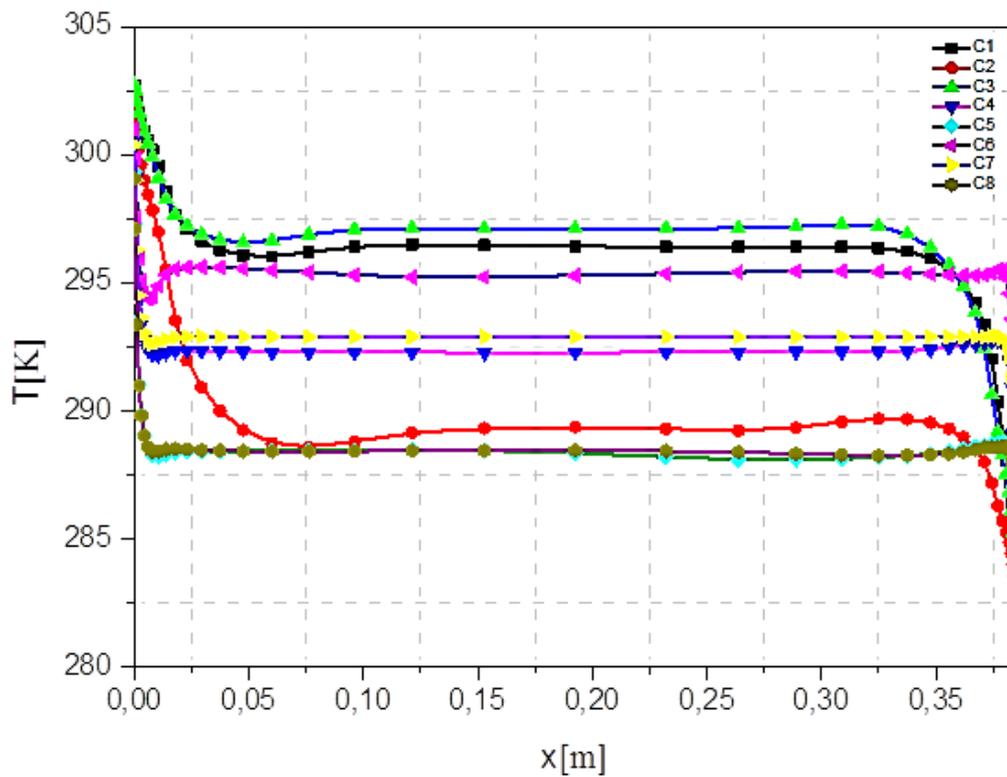


Fig. 4-38 Profils de température des huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

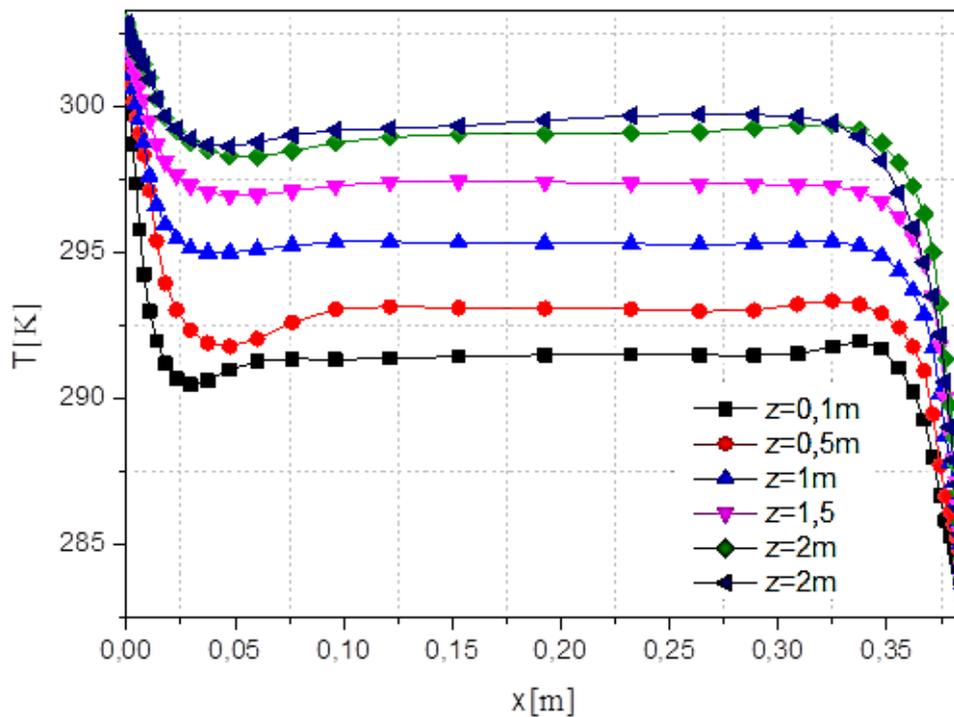


Fig. 4-39 Profils de température pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et z variée.

4.3.4. Conclusion partielle (3)

En conclusion, nous pouvons confirmer à travers cette étude l'influence directe des parois latérales sur la nature de l'écoulement de l'air en cavité. Cette influence se traduit par la stratification de la masse d'air qui change en fonction des configurations c'est-à-dire des conditions aux limites. Les faces chaudes latérales (C1, C3, C6) génèrent un fort écoulement horizontal dans la partie supérieure, et les faces latérales froides (C2, C4, C8) génèrent un écoulement inverse dans la partie inférieure. Ces écoulements sont unidirectionnels dans la partie centrale à $y= D/2$. C'est un phénomène d'aspiration brutale. Il apparaît dans un cas, de la face chaude vers la face froide et dans l'autre de la face froide vers la face chaude. A cause de la contrainte de la conservation de masse, ces paquets de masse d'air subissent une accélération de manière prédominante dans une des deux moitiés de la cavité où la turbulence de l'écoulement est établie de manière certaine.

Enfin les configurations intermédiaires (C4, C7) où les faces latérales chaudes moyennes (tableau 3.1), semblent maintenir un écoulement entre la face chaude et la face froide, modeste et proche de l'équilibre. Les résultats obtenus sont en bonne logique et cohérence d'un point de vue physique et conformes aux résultats établis numériquement et expérimentalement.

Référence

- [1] Salat. J. (2004). Contribution à l'étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée, Thèse de Doctorat de l'Université de Poitier.
- [2] Trias. F.X., Gorobets. A., Soria. M., Oliva. A. (2010). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 10^{11} – Part I: Numerical methods and time-averaged flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 53, pp. 665-673.
- [3] Djanna. F., Rouger. N., Saury. D., Joubert. P., Penot. F. (2010). Sensibilité de la stratification thermique de l'air à des conditions aux limites radiatives et à des variations géométriques dans une cavité en convection naturelle à haut nombre de Rayleigh, *Revue des Energies Renouvelables* Vol. 13 N°3, pp. 389 – 398.
- [4] Adams. N.A., Stolz. (2002). A sub grid scale deconvolution approach for shock capturing, *Journal of Computational Physic*. Elsevier. Vol. 178.
- [5] Boris. J.P., Grinsten. F.F., Oran. E.S., Kolbe. R.L. (1992). New insights into large eddy simulation, *fluid dynamic research*. 16 January 1992.
- [6] Tian. Y.S., Karayiannis. T. G. (2000). Low turbulence natural convection in an air filled square cavity Part I: the thermal and fluid flow fields, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43, pp. 849-866.
- [7] Salat. J., Xin. S., Joubert. P., Sergent. A., Penot. F., Le quere. P. (2004). Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *Int. J. Heat and Fluid Flow*. Vol. 25, pp. 824-832.
- [8] Trias. F.X., Soria. M., Oliva. A., Perez-segarra. C.D. (2007). Direct numerical simulations of two- and three-dimensional turbulent natural convection flows in a differentially heated cavity of aspect ratio 4, *J. Fluid Mechan*. Vol. 586, pp. 259–293.
- [9] Soria. M., Trias. F.X., Perez-segarra. C.D., Oliva. A. (2004). Direct numerical simulation of a three-dimensional natural-convection flow in a differentially heated cavity of aspect ratio 4. *Heat Transfer A* 45, pp. 649–673.
- [10] Lankhorst. A. (1991). Laminar and turbulent natural convection in cavities – numerical modeling and experimental validation. PHD Thèse, l'université de technologie de Delft. Netherlands.
- [11] Henkes. R.A.M.W. (1990). Natural-Convection Boundary Layer. Ph.D. Thesis, Delft University, Netherlands.

-
- [12] Xin. S. (1993). Simulation numérique de convection naturelle turbulente, Thèse de Doctorat. Université de Paris VI, France.
 - [13] Cheesewright. R., Ziai. S. (1986). Distributions of temperature and local heat transfer rate in turbulent natural convection in a large rectangular cavity. Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf. San Francisco. California, pp. 1465-1470.
 - [14] Koffi. F.L.D. (2011). Convection naturelle turbulente en cavité différentiellement chauffée à grands nombres de Rayleigh : caractérisation expérimentale des écoulements et des transferts thermiques. Thèse de Doctorat de l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique, France.
 - [15] Mergui. S. (1993). Caractérisation expérimentale des écoulements d'air de convection naturelle et mixte dans une cavité fermée. Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers

Conclusion générale

Dans le cadre de notre travail, nous avons réalisé une simulation numérique tridimensionnelle des écoulements de convection naturelle d'air en cavité parallélépipédique différentiellement chauffée de type habitat. Pour cela, on a utilisé le code de calcul Fluent afin de résoudre les équations tridimensionnelles de Navier-Stokes pour les fluides incompressibles.

La forme adimensionnelle des équations gouvernantes fait apparaître des paramètres de contrôle, à savoir le gradient de température, le rapport de forme de la cavité, le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh (Ra), dont nous avons examiné l'influence des grands nombres de Rayleigh sur les champs dynamiques et thermiques des écoulements de convection naturelle.

La gamme de variation du nombre de Rayleigh pour laquelle nous avons simulé l'écoulement du fluide est de $[10^9, 10^{11}]$. Concernant le rapport de forme vertical, et le nombre de Prandtl, nous les avons fixés comme suit : $A_V = 6.39$, $Pr = 0.71$.

Dans le cas d'une cavité tridimensionnelle différentiellement chauffée, on a noté que la distribution de la troisième composante de la vitesse est significative près des parois latérales adiabatiques, surtout aux coins de la cavité. Cette composante ne dépasse pas les 13% de l'écoulement qui est constitué principalement des champs de vitesses horizontale et verticale.

Nous avons remarqué aussi un autre effet tridimensionnel concernant la composante de la vitesse verticale (w), qui n'est pas maximale dans le plan médian mais près des parois latérales.

Nous avons remarqué, que l'effet de la troisième direction sur le champ de température bien que faible est due à la présence des parois latérales adiabatiques.

La simulation numérique des caractéristiques thermiques et dynamiques de la convection naturelle montre l'effet du nombre de Rayleigh qui caractérise l'intensité de la convection naturelle. En effet, le transfert thermique augmente avec le nombre de Rayleigh. Cette simulation montre que le rapport de forme hauteur/largeur joue un rôle secondaire sur la stratification thermique si l'on reste dans des facteurs raisonnables de 1 à 4. De plus, le facteur d'échelle, caractérisé par le nombre de Rayleigh, ne semble pas modifier notablement le champ de température dans le cœur de la cavité. Les couches

limites le long des parois actives et le cœur de la cavité ont été explorée, on a montré que l'état de la couche limite thermique est très turbulent et relativement épais quand le nombre de Rayleigh est élevé. Enfin le flux de chaleur local est quantifié par la détermination du nombre de Nusselt.

L'effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques thermiques et dynamiques de la convection naturelle a été aussi étudié. Les nombres de $2.5 \cdot 10^9$, $6.8 \cdot 10^9$, $2.5 \cdot 10^{10}$, $6.8 \cdot 10^{10}$ et $1.4 \cdot 10^{11}$ ont été considérés. Une corrélation qui interprète l'évolution du transfert de chaleur en fonction du nombre de Rayleigh a été établie ($Nu = 0.0478 Ra_H^{1/3}$). Notre corrélation n'est pas loin des résultats trouvés dans la littérature.

L'effet des conditions aux limites (configurations) sur les caractéristiques thermiques de la convection naturelle est introduit. Plusieurs résultats des simulations numériques ont été exploités pour un nombre de Rayleigh de $2,5 \cdot 10^{10}$, un gradient de température $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ et un nombre de Prandtl $Pr=0.71$. On a constaté l'apparition des nœuds de recirculation qu'on pourrait attribuer à des zones et lieux d'interaction de structure tourbillonnaire/couche limite. Enfin nous avons remarqué l'influence des parois latérales sur l'épaisseur de la couche limite thermique et dynamique. Donc on peut confirmer à travers cette thèse l'influence des parois latérales sur la nature de l'écoulement de l'air dans la cavité. Cette influence se traduit par la stratification de la masse d'air qui change en fonction des configurations c'est-à-dire des conditions aux limites.

Les perspectives à venir de ce travail sont :

- Etudier l'influence du rapport de forme pour un nombre de Rayleigh élevé avec l'établissement d'une corrélation unique qui lie le nombre de Nusselt aux différents paramètres géométriques.
- Etudier l'influence du rayonnement de parois active sur la structure tourbillonnaire.
- Etudier l'influence du flux de chaleur imposé à la paroi active.
- Etudier l'effet de la géométrie (trapèze,...).
- Etudier de la convection naturelle dans une cavité inclinée, et vérifier l'effet de l'angle d'inclinaison.
- Etudier l'influence de la nature du fluide sur l'écoulement convectif.
- Pour confirmer nos prédictions, une étude expérimentale sera à réaliser dans l'avenir.

Résumé

L'étude de l'interaction de la couche limite avec l'écoulement et l'influence des échanges thermiques dans une cavité pour des forts nombres de Rayleigh ($2.5 \cdot 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \cdot 10^{11}$) a fait l'objet de nombreuses déverses simulations numériques. Le champ de vitesse résultant peut être décomposé en deux: Le champ moyen dans la cavité, et le champ fluctuant. La cavité est le siège d'instabilités engendrant ou modulant les structures tourbillonnaires. Ce travail est une continuité des études numériques antérieures et expérimentales. Il s'inscrit aussi dans la perspective plus générale de la dynamique des fluides, la turbulence et les transferts thermiques. Il contribue au développement des méthodes permettant la comparaison entre les simulations numériques et l'expérience dans le cas des écoulements turbulents comportant des macrostructures instationnaire. La modélisation de la turbulence est réalisée par une approche LES avec un modèle de diffusivité de sous maille adapté à la convection naturelle. Notre objectif consiste à confronter nos résultats avec ceux de l'expérimental d'une part et ceux établis par d'autres études numériques.

Mots clés : Cavité fermée, modèle de turbulence, simulation des grandes échelles, stratification thermique, transfert de chaleur, RANS.

Abstract

In the recent years, the study of the boundary layer interaction with the flow and the influence of cavity heat transfer for strong Rayleigh numbers ($2.5 \times 10^9 \leq Ra_H \leq 1.4 \times 10^{11}$) is use of various numerical simulations. The resulting velocity field can be divided into two domains: the flow of the average field in the cavity, and the fluctuating velocity field of this flow in the cavity. The cavity is the site of instabilities causing or modulating the vortex structures. In this work, a general the prospect of fluid dynamics turbulence and thermal transfer is provided based on previous experimental studies in order to develop new methods allowing the comparison between numerical simulations and experimental results in the case of turbulent flows with unsteady macrostructures. The turbulence modeling is performed by a LES approach with a sub grid diffusivity model adapted to the natural convection. Therefore, our goal is to compare our numerical results with those obtained experimentally literature on the one hand and those established by other numerical studies on the other hand.

Keywords: closed cavity, turbulence model, large eddy simulation, thermal stratification, heat transfer, RANS.

ملخص

هذا العمل يخص دراسة التدفق الدوراني المضطرب داخل تجويف مغلق ثلاثي الأبعاد لمعرفة تأثير العدد رايلي يفوق 10^9 . الدراسة تمت وفق حساب متغير التدفق للقيم المتوسطة و المضطربة. التجويف المغلق تحت تأثير تغير حراري هو مصدر تكوين الهياكل الدوامة. هذا العمل هو عبارة عن استمرارية لأعمال تجريبية (تطبيقية) منجزة، كما يدخل في إطار أبحاث مستقبلية في مجال حركية الموائع، و الاضطراب، و التحويل الحراري. كما هو عبارة عن إضافة تساهم في تطوير الطرق الحديثة التي تسمح بالمقارنة بين الأعمال العددية و التجريبية. نموذج التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة (LES) هو المتبع في هذه الدراسة.

الهدف الأساسي من هذه الدراسة هو مقارنة النتائج المحصل عليها بطريقة التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة و مدى قربها و فعاليتها بباقي النتائج التجريبية و العددية (نموذج التمثيل الرقمي المباشر DNS) لهذا التدفق.

الكلمات المفتاحية: تجويف مغلق، نموذج التمثيل الرقمي للدوامات المضطربة الكبيرة، التحويل الحراري، نموذج الاضطراب، التوازن الحراري