

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE CONSTANTINE 1  
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

## **THÈSE**

Présentée pour l'obtention du diplôme de

### **DOCTORAT EN SCIENCES**

**SPECIALITE ENERGETIQUE**

**PAR**

**Mahfoudi El-Ahcene**

### **CONTRIBUTION A L'ETUDE DES PROFILS DE TUYERES EN ECOULEMENTS SUPERSONIQUES VISQUEUX PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS**

Soutenu le 06 / 03 / 2014

Devant le jury :

Président :	Mr.	Z. NEMOUCHI	Prof.	Université Constantine 1
Rapporteur :	Mr.	A. GAHMOUSSE	Prof.	Université de Tébessa
	Mr.	K.TALBI	Prof.	Université Constantine 1
Examineurs :	Mr.	M. KADJA	Prof.	Université Constantine 1
	Mr.	Z. AOUACHRIA	Prof.	Université de Batna
	Mr.	A. BRIMA	Prof.	Université de Biskra

**Mahfoudi El-Ahcene**



## ***Sujet***

*Les premiers pas vers*

***l'étude***, la compréhension et la maîtrise  
*des écoulements compressibles supersoniques turbulents.*

*Applications aux*  
***tuyères des moteurs fusées***  
***(Rockets Engines Nozzles).***



*Le moteur HM-7B, Rouen le 15 juillet 2008.*

## ***Principe***

*Un des principaux objets de la recherche théorique  
et de découvrir le point de vue qui fait apparaître le sujet dans  
sa plus grande simplicité.*

*(Gibbs)*

*Au nom d'Allah, le tout Miséricordieux,  
le très Miséricordieux.*

*In the name of Allah the most gracious,  
the most Merciful*



الإهداء

إلى الوالدين الكريمين

إلى كل العائلة و الأصدقاء

إلى كل معلم

إلى كل طالب علم

## **Remerciements**

*Je remercie **ALLAH** le très Miséricordieux  
pour **la patience** qu'il m'a donné pour mener à terme ce travail.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance envers mes encadreurs le  
Professeur **Abderrahmane Gahmousse**,  
le Professeur **Kamel Talbi** et le Professeur **Abdellah Hadjadj**.*

*J'exprime mes sincères remerciements au  
Professeur **Zoubir Nemouchi**  
qui me fait l'honneur de présider le jury.*

*Mes remerciements s'adressent également aux  
Professeurs **Mahfoud Kadja**, **Zaroual Aouachria** et **Abdelhafid Brima**  
pour avoir bien voulu examiner ce travail et participer à mon jury de thèse.*

*Je tiens aussi à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance envers  
le Professeur **Abdellah Hadjadj** et le Professeur **Mourad Boukhalfa**  
directeur du Laboratoire CORIA de m'avoir accueilli au sein du Laboratoire de Mécanique  
des Fluides Numériques (LMFN) au CORIA à Rouen.*

*Je suis très reconnaissant au personnel du **CRIHAN** pour les moyens informatiques qu'ils  
ont mis à ma disposition et à l'aide apportée pour les calculs effectués sur  
**le super-calculateur parallèle**.*

*Mes remerciements vont enfin à toute personne ayant contribué de près ou de loin à  
la réalisation de ce travail.*

## **Résumé**

*Les études expérimentales sur les écoulements compressibles supersoniques dans les **tuyères convergentes-divergentes**, ont prouvées l'existence et l'interaction de plusieurs phénomènes physiques : **jet supersonique, ondes de choc, décollement de la couche limite**, l'écoulement de retour, couche de mélange visqueuse et turbulente. Ces phénomènes très complexes peuvent considérablement influencer sur les performances et la fiabilité des tuyères propulsives. Le présent travail porte sur l'analyse physique et la **simulation numérique** de l'écoulement turbulent décollé dans les tuyères supersoniques, fonctionnant en régime de surdétente. **La turbulence** est modélisée par une approche statistique (URANS) en coordonnées généralisées, en utilisant un modèle à deux équations de transport (SST Menter). Le système d'équations régissant cet écoulement est résolu à l'aide de **la méthode des volumes finis** sur un maillage structuré. L'intégration en temps est réalisée par le schéma numérique totalement implicite de type prédicteur-correcteur de Mac-Cormack. Alors que les flux convectifs sont discrétisés grâce aux **schémas de capture des ondes de choc** (Roe, Steger-Warming). Les flux visqueux sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. Les résultats numériques obtenus ont permis de retrouver les différents phénomènes observés expérimentalement.*

**Mots-clés :** *Tuyères convergentes-divergentes, Jet supersonique, Ondes de choc, Décollement de la couche limite, Turbulence, Simulation numérique, Méthode des volumes finis, Schémas de capture des ondes de choc.*

## ***Abstract***

*Experimental studies of supersonic compressible flows in **Overexpanded nozzles** have proved the existence and interaction of several physical phenomena: **Supersonic jet, shock waves, boundary layer separation**, reversed flow, viscous and turbulent mixing layer. These complex phenomena can significantly affect the performance and reliability of propulsive nozzles. This work focuses on the physical analysis and **numerical simulation** of turbulent separated flow in supersonic nozzles, operating in under-overexpanded conditions. The **turbulence** is modelled using a statistical approach (URANS) on a generalized coordinates, using the two-equation model of transport (SST Menter). The system of equations governing the flow is solved using **the finite volume method** in structured grid. The time integration is performed by the fully implicit numerical scheme of predictor-corrector type of Mac-Cormack. While the convective flows are discretized with **shock capturing schemes** (Roe, Steger-Warming). Viscous terms are discretized with a second order centred scheme. The obtained numerical results have detected the various phenomena observed experimentally.*

**Key words:** *Overexpanded nozzles, Supersonic jet, Shock waves, Boundary layer separation, Turbulence, Numerical simulation, Finite volumes method, Shock capturing schemes.*

**Travaux Scientifiques**  
**réalisés dans le cadre de cette étude**

**Publications**

- **E. Mahfoudi**, A. Gahmousse, K. Talbi  
*Etude numérique de l'écoulement compressible turbulent  
dans une tuyère supersonique*  
*Revue des énergies renouvelables Vol. 16 N°2 (2013) 285-296*
  
- **E. Mahfoudi**, A. Gahmousse, A. Harizi, K. Talbi et A.Hadjadj  
*Simulation Numérique De L'écoulement Compressible Supersonique*  
*Application aux Tuyères Propulsives à Combustible liquide Hydrogène*  
*Revue des énergies renouvelables Vol. 15 N°3 (2012) 365-372*

**Communications**

- **E. Mahfoudi**, A. Harizi, K. Talbi, A. Gahmousse  
*Capture numérique des phénomènes physiques rencontrés  
dans les tuyères propulsives supersoniques*  
**4ème Congrès Algérien de Mécanique**  
25 - 28 novembre 2013, Mascara-Algérie
  
- **E. Mahfoudi**, A. Harizi, A.Hadjadj, K. Talbi, A. Gahmousse  
*Simulation Numérique de l'écoulement compressible turbulent*  
*Applications aux Tuyères Propulsives Supersoniques*  
1<sup>er</sup> Congrès International d'Aéro-Hydrodynamique Naval  
CLAHN 2012, 06-07 Novembre, Oran, Algérie

- **E. Mahfoudi**, A. Harizi, A.Hadjadj, K. Talbi, A. Gahmousse  
*Simulation Numérique de l'écoulement Supersonique Adapté  
dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2*  
Congrès national de mécanique des fluides  
25-26 septembre 2012- USTHB – ALGER
  
- **E. Mahfoudi**, A. Harizi, K. Talbi, A. Gahmousse  
*Résolution numérique de l'Écoulement compressible Eulérien  
Bidimensionnel*  
*Applications aux Tuyères Propulsives Supersoniques*  
JM'EMP08 EMP,  
Bordj El Bahri, 10-11 Avril, 2012
  
- **E. Mahfoudi**, A. Gahmousse  
*Simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté  
dans la tuyère convergente divergente.*  
1<sup>ères</sup> Journées Nationales de l'Ingénierie Mécanique  
Constantine 2006
  
- **E. Mahfoudi**, A. Gahmousse  
*Simulation numérique des différents régimes de fonctionnement  
d'une tuyère supersonique.*  
Conférence sur les sciences de la mécanique OEB 2006



## *Table des matières*

*Sujet*

*Remerciements*

*Résumé*

*Abstract*

*Travaux scientifiques*

*Nomenclature*

**Introduction** .....01

### **Chapitre 1**

#### **Les phénomènes physiques rencontrés dans les tuyères supersoniques**

1.1	Présentation d'une tuyère supersonique	12
1.2	Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique	13
1.2.1	Écoulement subsonique	13
1.2.2	Écoulement sonique adapté	13
1.2.3	Écoulement sonique non adapté	15
1.2.4	Écoulement supersonique adapté	16
1.2.5	Écoulement supersonique non adapté	16
1.2.6	Remarques et résultats	16
1.3	Fonctionnement réel de la tuyère supersonique	17
1.3.1	Le régime d'adaptation	17
1.3.2	Le régime de sous-détente	18
1.3.3	Le régime de sur-détente	19
1.4	Les profils des tuyères supersoniques	21
1.4.1	Les tuyères coniques	21
1.4.2	Les tuyères optimisées	21
1.5	Structures de chocs dans les tuyères supersoniques	23
1.5.1	Réflexion régulière	23

1.5.2	Réflexion de Mach...	24
1.5.3	Réflexion de Mach inverse	25
1.6	Configurations de décollement en régime de sur-détente.....	26
1.6.1	Processus du décollement supersonique.....	26
1.6.2	Décollement libre	28
1.6.3	Décollement restreint	29
1.7	Conclusion.....	31

## Chapitre 2

### La modélisation des écoulements compressibles turbulents

2.1	Les équations des écoulements des fluides	32
2.1.1	Les équations de conservation	32
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'équation de conservation de la masse</li> <li>• L'équation de conservation de la quantité de mouvement</li> <li>• L'équation de conservation de l'énergie</li> </ul>	
2.1.2	Hypothèses et lois de comportement	33
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'équation d'état</li> <li>• Le comportement dynamique</li> <li>• Le comportement thermique</li> </ul>	
2.2	La prise en compte de la turbulence.....	36
2.3	Les équations de Navier-Stokes moyennées en temps.....	37
2.4	La modélisation par la viscosité turbulente.....	38
2.5	Le modèle à viscosité turbulente SST- Menter.....	40
2.6	Le modèle turbulent adopté en 2D axisymétrique.....	43
2.7	Conclusion	43

## Chapitre 3

### Les codes utilisés pour le calcul des écoulements compressibles

3.1	Présentation des codes	44
3.2	Description du code <i>Euler2D - LFMN-CORIA</i>	46
3.2.1	Mise en forme des équations Euler	46

3.2.2	Forme numérique des équations d'Euler .....	47
3.2.3	Discretisation des équations d'Euler par la méthode des volumes finis .....	48
3.2.4	Calcul des volumes, des surfaces et métriques des volumes de contrôles.....	50
	Calcul des volumes .....	50
	Calcul des surfaces et métriques .....	51
3.2.5	Calcul des flux convectifs .....	53
	Schémas numériques à capture de choc .....	53
	Schémas de Roe .....	53
3.2.6	Discretisation temporelle .....	54
3.2.7	Principe général de résolution des équations d'Euler .....	55
3.3	Code <i>TURB2D - LFMN-CORIA</i> .....	56
	3.3.1 Forme numérique des équations du code.....	56
	3.3.2 Méthode numérique utilisée dans le code .....	58
3.4	Conclusion .....	58

## Chapitre 4

### Résultats et interprétations

4.1	Simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2.....	59
	4.1.1 Données du problème.....	59
	4.1.2 Profil de la tuyère Vulcain.....	60
	4.1.3 Domaine de calcul et conditions aux limites.....	61
	4.1.4 Maillage.....	62
	4.1.5 Les résultats obtenus par le code 2D.....	63
	4.1.6 Validation des résultats .....	65
4.2	Calcul des différents régimes d'écoulement dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2....	66
4.3	Calcul de l'écoulement turbulent dans la tuyère LEA-TIC.....	70
	4.3.1 Présentation de la tuyère étudiée.....	70
	4.3.2 Données de l'écoulement supersonique étudié.....	72
	4.3.3 Domaine, conditions aux limites et Maillage.....	73
	4.3.4 Calcul du régime supersonique adapté.....	76

4.3.5 Calcul du régime de Sur détente pour $NRP = 34.7$ .....	80
4.3.6 Effet de l'augmentation de la pression génératrice $P_c$ sur la topologie de l'écoulement.....	88
4.4 Conclusion.....	89
<b>Conclusions et perspectives</b> .....	90
<b>Références bibliographiques</b> .....	92
<b>Annexes</b>	
<i>Annexe A</i> .....	105
<b>Publication 1</b>	
<i><b>E. Mahfoudi, A. Gahmousse, K. Talbi</b></i>	
<i><b>Etude numérique de l'écoulement compressible turbulent dans une tuyère supersonique</b></i> <i>Revue des énergies renouvelables Vol. 16 N°2 (2013) 285-296</i>	
<i>Annexe B</i> .....	117
<b>Publication 2</b>	
<i><b>E. Mahfoudi, A. Gahmousse, A. Harizi, K. Talbi et A. Hadjadj</b></i>	
<i><b>Simulation Numérique De L'écoulement Compressible Supersonique</b></i> <i><b>Application aux Tuyères Propulsives à Combustible liquide Hydrogène</b></i> <i>Revue des énergies renouvelables Vol. 15 N°3 (2012) 365-372</i>	
<i>Annexe C</i> .....	125
<i><b>Les moteurs spatiaux, Snecma, Groupe SAFRAN</b></i>	
Le moteur Vulcain2 d'Ariane5.....	125
Le moteur HM-7.....	127

## *Nomenclature*

### *Symboles latins*

$A$	:	matrice Jacobienne du flux convectif
$B_S$	:	constante de la loi de Sutherland
$c_v$	:	chaleur spécifique à volume constant
$c_p$	:	chaleur spécifique à pression constante
$C_S$	:	constante de la loi de Sutherland
$C_{ste}$	:	constante du modèle SST Menter
$e$	:	énergie interne par unité de masse
$E$	:	énergie totale par unité de masse
$\tilde{E}_{ef}$	:	énergie totale modifiée
$\vec{f}$	:	forces volumiques par unité de masse
$F_1, F_2$	:	les fonctions du modèle SST Menter
$F_x$	:	flux convectif longitudinal
$F_y$	:	flux convectif transversal
$F_v$	:	flux visqueux longitudinal
$\vec{F}$	:	vecteur flux traversant la surface $S$
$G_v$	:	flux visqueux transversal
$(\vec{i}, \vec{j})$	:	une base de repère $(x, y)$
$k$	:	énergie cinétique du mouvement turbulent
$l$	:	échelle de longueur
$M$	:	masse molaire du gaz considéré
$\vec{n}$	:	vecteur normal à la surface $S$
$\bar{\bar{I}}$	:	tenseur identité

$p$	:	pression statique
$\bar{p}_{ef}$	:	une pression modifiée ou effective
$P_k$	:	production de l'énergie cinétique turbulente
$Pr$	:	nombre de Prandtl laminaire
$Pr_t$	:	nombre de Prandtl turbulent
$\vec{q}$	:	flux de chaleur
$\vec{q}_t$	:	flux de chaleur turbulent
$\vec{q}^t$	:	flux de chaleur total
$r$	:	constante du gaz considéré
$R$	:	constante universelle des gaz parfait ( $R = 8.345 \text{ j. mole}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )
$\bar{S}$	:	tenseur des taux de déformation
$S_k, S_\omega$	:	termes sources du modèle SST Menter
$S$	:	frontière du volume de contrôle
$\vec{S}$	:	les vecteurs de surface sur chaque côté du volume de contrôle
$t$	:	le temps
$T$	:	température absolue
$u$	:	échelle de vitesse
$\tilde{v}_x, \tilde{v}_r, \tilde{v}_\theta$	:	composantes du vecteur vitesse en coordonnées cylindriques
$\vec{V}$	:	vecteur vitesse
$V$	:	volume élémentaire
$V_{ij}$	:	volume de contrôle élémentaire
$(x, y)$	:	axes du repère cartésien
$x, r, \theta$	:	coordonnées cylindriques
$y$	:	distance à la paroi

### ***Symboles grecs***

$\rho$	:	masse volumique
$\gamma$	:	rapport des chaleurs spécifiques
$\lambda$	:	coefficient de la conductivité thermique
$\lambda_t$	:	conductivité thermique turbulente
$\bar{\tau}$	:	tenseur des contraintes visqueuses
$\bar{\tau}_r$	:	tenseur de Reynolds ou tenseur des contraintes turbulentes
$\bar{\tau}^t$	:	tenseur des contraintes total
$\mu$	:	coefficient de viscosité moléculaire
$\mu_t$	:	viscosité turbulente
$\eta$	:	coefficient de viscosité volumique
$\phi$	:	grandeur instantanée de l'écoulement
$\bar{\phi}$	:	grandeur moyenne selon Reynolds
$\tilde{\phi}$	:	grandeur moyenne selon Favre
$\phi'$	:	fluctuation selon Reynolds
$\phi''$	:	fluctuation selon Favre
$\varepsilon$	:	dissipation de l'énergie cinétique turbulente
$\omega$	:	dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente
$\Omega$	:	norme du tenseur de vortacité
$\Delta t$	:	accroissement en temps
$(\xi, \eta)$	:	axes du repère local

### ***Abréviations***

AGARD	:	Advisory Group for Aerospace Research and Development
ATAC	:	Aérodynamique des Tuyères et Arrière-corps
CFL	:	Courant Friedrichs Levy
CNES	:	Centre national d'études aérospatiales
CRISTAL	:	Common Research Initiative in Science and Technology Applied to Lanch Systems

CORIA	: Complexe de Recherche Interprofessionnel en Aerothermochimie
DLR	: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Centre allemand de l'espace
DNS	: Direct Numerical Simulation
DAFE	: Département d'Énergétique Fondamentale et Appliquée ONERA
DAAP	: Département d'Aérodynamique Appliquée ONERA
ESA	: European Space Agency
FSCD	: Flow Separation Control Device
FSS	: Free Shock Separation (décollement libre)
JAXA	: Japan Aerospace Exploration Agency
LEA	: Laboratoire d'Études Aérodynamiques
LMFN	: Laboratoire de mécanique des fluides CORIA
LES	: Large Eddy Simulation
NASA	: National Aeronautics and Space Administration
ONERA	: Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
RSS	: Restricted Shock Separation (décollement restreint)
RANS	: Reynolds Averaged Navier-Stokes
SNECMA	: Société Nationale d'Étude et Conceptions de Moteurs Aéronautiques
SNSB	: Swedish National Space Board
SSME	: Space Shuttle Main Engines
SST	: Shear Stress Tensor
TOP	: Thrust-Optimized Parabolic
TVD	: Total Variation Diminishing
TIC	: Truncated Ideal Contour
TOC	: Thrust Optimized Contour
URANS	: Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
VAC	: Volvo Aero Corporation (Sweden / Suède)



## Introduction

Cette thèse de doctorat a pour objectif théorique *l'étude numérique des écoulements compressibles, supersoniques, visqueux et turbulents*. Ces types d'écoulements complexes sont le plus souvent rencontrés dans le *domaine pratique de l'industrie aéronautique et spatiale*. De point de vue pratique, cette thèse a pour objectif d'essayer de *prédire et de simuler le comportement réel* de ces types d'écoulements. Cette étude touche principalement les applications concernant les *tuyères à échelle réduite (Sub-Scale Nozzles)*.

La figure I.1 montre un exemple d'une tuyère à échelle réduite réalisée par Joseph Ruf et son équipe de recherche. Cette tuyère a fait l'objet d'une campagne récente de mesures expérimentales dans la *soufflerie supersonique* du banc d'essai du laboratoire *NASA Marshall Space Flight Center* à *Huntsville en Alabama aux Etats-Unis* (voir figures I.2) [1- 4].

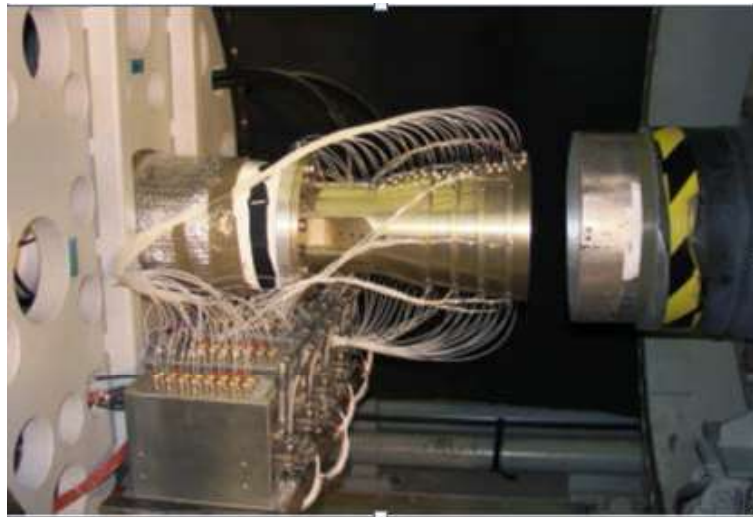


Fig. I.1 - Tuyère supersonique à échelle réduite au banc d'essai [1-2].

Ces tuyères supersoniques à échelle réduite constituent un moyen économique et très efficace pour l'étude des phénomènes physiques rencontrés dans *plusieurs domaines de technologie* tel que *les turbines à vapeur et à gaz, les entrées d'air des avions supersoniques, les souffleries supersoniques, les tuyères des missiles, les moteurs de satellites* et principalement les *tuyères des moteurs fusées (Rockets Engines Nozzles) et lanceurs spatiaux (Space Launchers)* (voir figures I.3 – I.9).

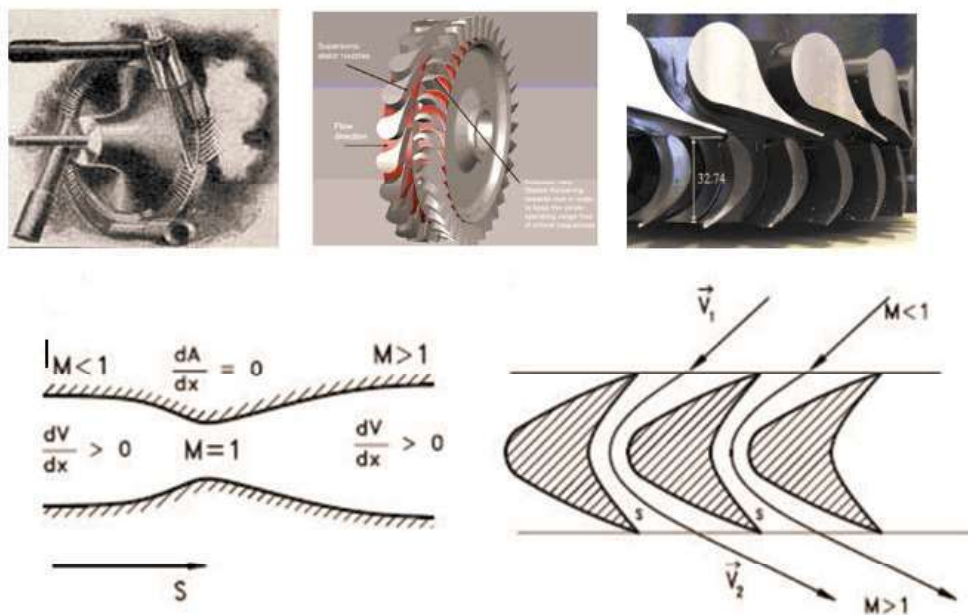


Fig. I.3 - Les turbines à vapeur supersoniques [5].

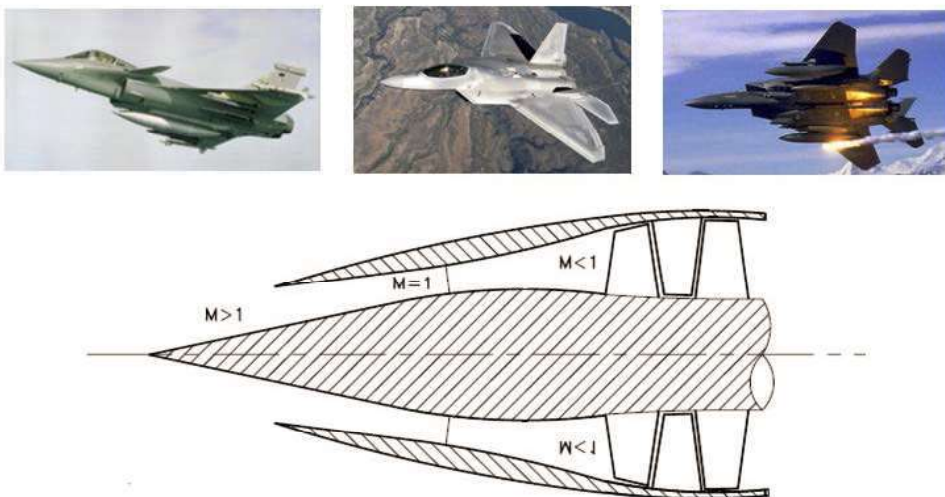




Fig. I.8 - Le moteur Européen Vulcain2 d'Ariane5 [9].

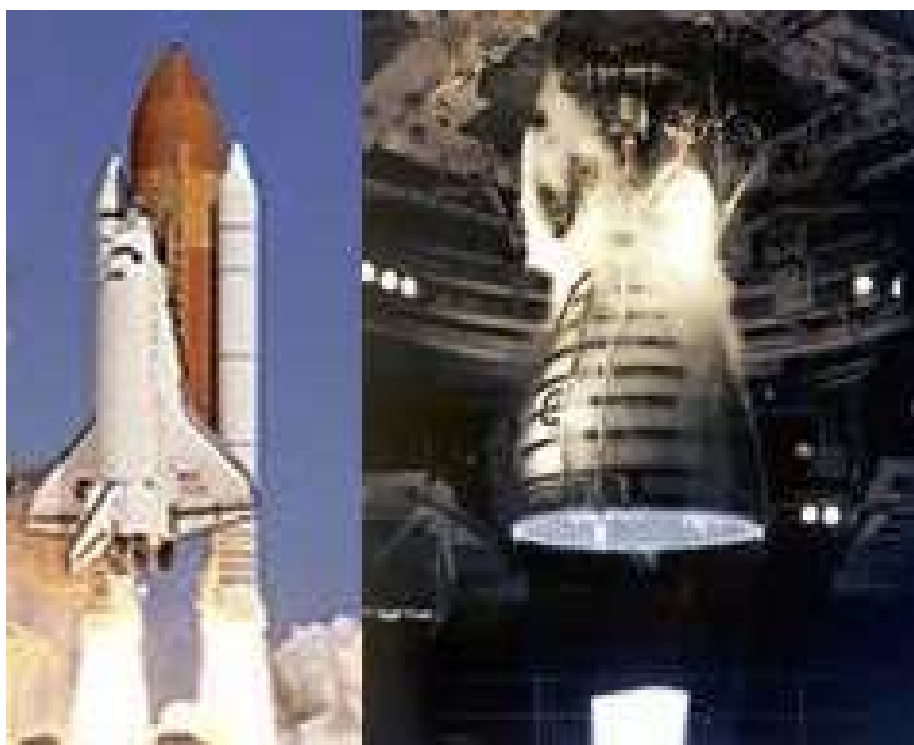


Fig. I.9 - Le moteur SSME de la navette spatiale américaine [9].

La demande actuelle des grandes puissances et des vitesses toujours de plus en plus rapide, incite à passer au *supersonique*. Ce domaine du supersonique est devenu après *la seconde guerre mondiale* un domaine d'actualité, de concurrence et de compétitivité entre les *Etats-Unis, l'Union Européenne, le Japon, la Russie et la Chine*. Plusieurs *organismes de recherches* (NASA, DLR, ONERA, LEA-Poitier (PPRIME), LMFN-CORIA, AGARD ...), *groupe de recherches Européen* (CRISTAL, FSCD, ATAC, ... ) (voir figure I.10), *agences de programmes* (ESA, CNES, SNSB, JAXA, ...), et *industriels* (Boeing Rocketdyne, Pratt & Whitney, EADS, Lockheed Martin, Snecma Moteurs, Volvo A C, Astrium, Air Liquide, Dassault, Mitsubishi Heavy Industries, ...) travaillent sur *l'amélioration des performances et la fiabilité des tuyères propulsives supersoniques, des moteurs fusées et des lanceurs spatiaux* [9,10]. Ce domaine de *l'aérospatial* constitue le point de départ vers un grand nombre d'autre domaines qui intéressent actuellement tout le monde tel que : *l'internet, la télévision, la communication téléphonique* ainsi que *tous les services fournis par les satellites artificiels en orbites géostationnaires*.



Fig. I.10 - Groupe de recherche Européen CRISTAL [10].

*Les écoulements compressibles à grande vitesse dans les tuyères supersoniques des moteurs fusées* ont fait l'objet d'une quantité considérable *d'études expérimentales et numériques* depuis la deuxième moitié du vingtième siècle après la première application opérationnelle du fameux *missile Allemand V2 en 1943* suite aux travaux de l'Allemand *Werner Von Braun*. Ces travaux de recherche se sont poursuivis et intensifiés jusqu'à aujourd'hui *dans des laboratoires de recherche spécifiques* dans différents pays tel que:



- ***Au Etats-Unis***

Avec les travaux de : Charles E. Tinney et al (2012) de *l'université du Texas*, Josef H. Ruf (2010) et Ten-See Wang (2009) (*NASA Marshall Space Flight Center*), Dimitri Papamosschou et al (2009) de *l'université de Californie*, Craig A. Hunter (1998) (*NASA Langley Research Center*), Chen, C. L. et Chakravarthy (1994) (*Rockwell International Science Center*), Horn, M., Fisher, S (1994), Nave L. H. et Coffey G. H. (1973), Schmucker R. H. (1973), Roy A. Lawrence (1967), Chapman et al (1958), Summerfield et al (1954) et Foster et Cawles (1949) [1- 4],[11 - 26].



***L'Union Européenne***



- ***En Allemagne***

Avec les travaux de : Gerald Hagemann, Ralf Stark, Manuel Frey, Michael Terhardt, Andreas Gross, C. Weiland, Nurnberger-Genin, (*Laboratoire DLR Lampoldshausen*) [27 – 60].



- ***En Suède (Sweden)***

Avec les travaux de : Jan Ostland et al (*Volvo Aero Corporation*) [61 - 67].



- ***Au Pays-bas (Netherlands)***

Avec les travaux de : Richards Schwane, Yang Xia, Henry Wong et al, (*EADS/Space Transportation*) [68 - 72].



- **En Italie**

Avec les travaux de : Marcello Onofri, Francesco Nasuti, Emanuelle Martilli (*Université de Rome : La sapienza*) [73 - 82].



- **En Espagne**

Avec les travaux de : José A. Morinigo (2004) , José J. Salva [83 - 85]



- **En France**

Avec les travaux de :

- **ONERA - Meudon** : Jean Déleroy (Professeur émérite), Jean-Pierre Veuillot, L. Jacquin, Sébastien Deck (2002), A Bourgoing (2002), **Philippe Reijasse** (2005), Arnaud Galli (2005), Sébastien Girard (2009), Pierre-Élie Weiss (2010), Bruno Sainte-Rose (2010), (*Département DAFE et DAAP*) [86 - 101].
- **CNES-Evry, Université d'Evry, Université Paris VI, SNECMA-Veron, IUSTI-Marseille.**
- **Université Poitiers** : T. Alziary de Roquefort (Professeur émérite), **Pierre Compte, J.P. Bonnet, Stève Girard** (1999), Anh Thi Nguyen (2003), T.H.Hieu (2005), H. DENIAU, Guillaume Lehnasch (2005), Afaque Shams(2010), Vincent Jaunet (2010) (*Institut PPRIME, ENSMA, LEA Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, UMR CNRS/ENSMA 6609, 43 Route de l'Aérodrome, 86036 Poitiers Cedex, France*), [102 - 110].
- **CORIA-Rouen** : **Dany Vandromme** ( 1983 Lille), Yann Lebret (1993),Guy Douay (1994), Erhan Solakoglu (1994), **Abdellah Hadjadj** (1997), E. Lefrancois (1998), S. Carpentier (1998), E.Kessy (1998), Abderrahmane Nebbache, Cyril Pilinski (2002), Anne-Sophie Mouronval (2004), Samuel Dubos (2005), Yohann Perrot (2006) , Arnab Chaudhuri (2009),A. Chinnayya, D.Taieb (2010), D.Ngomo (2010) , Ouissem Ben Nasr (2011), BenSayah Khaled , (*LFMN- Laboratoire de mécanique des fluides numérique, laboratoire rattaché à l'UMR CNRS 6614 CORIA Rouen* ) [111 - 123 ].

*La synthèse de ces travaux de recherche* montre *la coexistence, la cohabitation et l'interaction entre une grande diversité de phénomènes physiques de la mécanique des fluides*. L'image strioscopique (I.11) montre l'une des expériences réalisées à l'ONERA sur des tuyères à échelle réduite [89]. La structure de cet écoulement est un exemple concret et représentatif de la topologie rencontrée dans ce type d'écoulement *compressible supersonique visqueux et turbulent*.

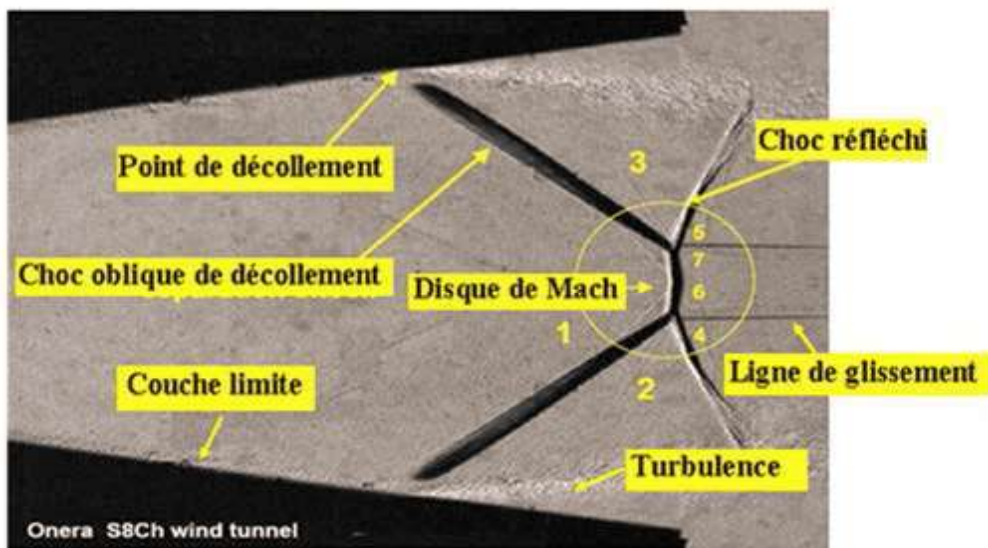


Fig. I.11 - Phénomènes physiques dans les tuyères supersoniques  
Jean Déleroy ONERA [89].

Dans le régime de surdétente dans les tuyères propulsives, plusieurs phénomènes physiques sont rencontrés : écoulement supersonique, couche limite, *décollement de jet*, choc oblique de décollement, choc quasi-droit (Disque de Mach), choc oblique réfléchi, point triple, ligne de glissement, écoulement de retour, zone de mélange, *interaction onde de choc couche limite*. Cette topologie d'écoulement engendre *une distribution de pression différente le long des parois de la tuyère* ce qui provoque des *oscillations* induisant *des efforts mécaniques (Charges latérales)* instationnaires en module et direction, capable *d'endommager* le divergent de la tuyère.

*Les origines physiques du décollement dans les tuyères (Nozzle Flow Separation) et des charges latérales (Side-Loads) associées sont jusqu'à ce jour non maîtrisées. La prévision de ces phénomènes représente un enjeu aéronautique majeur.*

## Objectifs de l'étude

L'objectif principal de la présente étude est de réaliser des simulations numériques sur la tuyère du moteur Vulcain2 et la tuyère convergente divergente **LEA-TIC de Poitier** qui a fait l'objet d'une campagne de **mesures expérimentales** par Stève Girard et T.Alsary de Roquefort [110]. Chercher à **comprendre et à prédire numériquement les phénomènes physiques** rencontrés dans ces types d'écoulements. Le **recensement des difficultés réellement rencontrées** lors de la simulation des écoulements compressibles turbulents dans les tuyères supersoniques.

Ces difficultés peuvent être de différents types : **complexité physique, complexité géométrique, la modélisation** des phénomènes physiques (cohabitation, diversité et interaction), **la méthode numérique et les schémas de capture des ondes de chocs**, enfin **les moyens de calcul** nécessaires pour ce types d'écoulements. Sortir avec des recommandations et **des problématiques bien posées et bien limitées** pour des travaux futurs dans le **domaine des écoulements compressibles supersoniques visqueux**.

Essayer de présenter **les connaissances acquises** [156-169] dans ce domaine **d'une façon claire simple et courte** afin d'encourager les recherches dans cet axe, qui doit être l'un des préoccupations technologiques majeur de notre pays.

L'exploitation au future de ces connaissances du domaine aérospatial dans le domaine principal de recherche de notre groupe qui est le domaine **des turbomachines thermiques (Turbine à gaz, turbine à vapeur et turboréacteur)** [170-180].

## Organisation du mémoire

Suite à cette introduction sur les tuyères supersoniques, l'étude de la problématique envisagée est réalisée en quatre chapitres, une conclusion générale et quelques annexes.

**Le premier chapitre** présente une synthèse des connaissances actuelles sur les phénomènes physiques rencontrés dans les tuyères supersoniques. Après la présentation de la tuyère supersonique, le fonctionnement théorique et réel avec les différents régimes d'écoulement sont discutés. Puis les différents profils des tuyères conventionnelles sont exposés. Par la suite, les différentes structures de chocs ainsi que les types de configurations du décollement sont présentés.



*Le second chapitre* est consacré à la modélisation mathématique des écoulements compressibles turbulents. Les équations de base des écoulements des fluides (Equations de Navier-Stokes instantanées) et les lois de comportement dynamique et thermique sont d'abord rappelées. Une prise en compte de la turbulence est discutée. Les équations de Navier-Stokes moyennées en temps au sens de Favre sont choisies pour l'étude des écoulements compressibles turbulents. L'hypothèse de Boussinesq ainsi que le concept de viscosité turbulente sont présentés. Le modèle à viscosité turbulente SST-Menter est discuté. En fin le modèle final adopté pour la modélisation des écoulements compressibles turbulents est présenté.

*Le troisième chapitre* porte sur la *description numérique des codes de calcul* qui sont utilisés pour la prédiction des écoulements compressibles dans les tuyères convergentes-divergentes. La méthode numérique utilisée dans les deux codes EULER2D-LMFN et TURB2D-LMFN est abordée en détail.

*Le quatrième chapitre* présente les simulations numériques des écoulements compressibles dans la tuyère du moteur Vulcain2 et la tuyère LEA-TIC. Différents niveaux d'approximation sont utilisés : L'écoulement 1D, 2D Eulérien et 2D Turbulent.

Ce mémoire se termine par une *conclusion générale* qui reprend les objectifs de l'étude et les perspectives pour la suite du travail.

Enfin, *les annexes* qui exposent les deux publications réalisées. Ainsi que les caractéristiques techniques des deux moteurs fusées : le moteur Vulcain2 et le moteur H7MB.

## Chapitre 1

## Les phénomènes physiques rencontrés dans les tuyères supersoniques

### 1.1 Présentation d'une tuyère supersonique

Une *tuyère supersonique* est une conduite de forme *convergente-divergente* qui a un *profil spécifiquement étudié*. Elle met en communication une *chambre* contenant un *gaz comprimé* avec un *milieu extérieur* d'évacuation. La chambre et le milieu extérieur sont à *des pressions différentes* pour permettre *le mouvement du gaz*. La tuyère supersonique a pour rôle *d'accélérer* les gaz d'une *vitesse faible* à l'entrée du *convergent* à une *vitesse sonique* au *col* puis à une *vitesse supersonique* à la sortie du *divergent* de la tuyère.

La forme de la tuyère permet de détendre les gaz. *L'opération de détente* transforme *l'énergie potentielle* de *température* et de *pression (l'enthalpie)* du gaz en *énergie cinétique*. Tout le long de la tuyère, la *vitesse du gaz augmente*, cependant que sa *pression et sa température diminuent*. La tuyère supersonique est appelée **tuyère de Laval**, elle est représentée dans la figure 1.1.

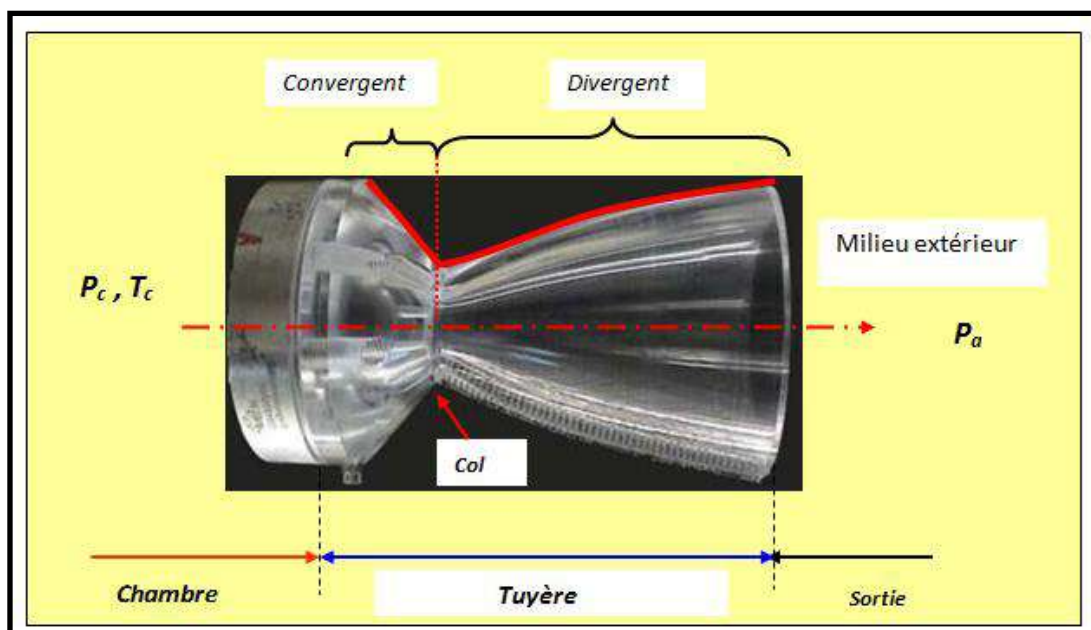


Fig. 1.1 : Exemple de tuyère supersonique

## 1.2 Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique

*L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique.* Considérons le système représenté par la figure 1.2, constitué d'une tuyère Laval. La tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice  $P_c$  **supposée fixe**. Le divergent débouche dans une enceinte quasi infinie dont la **pression statique  $P_a$  est variable**.

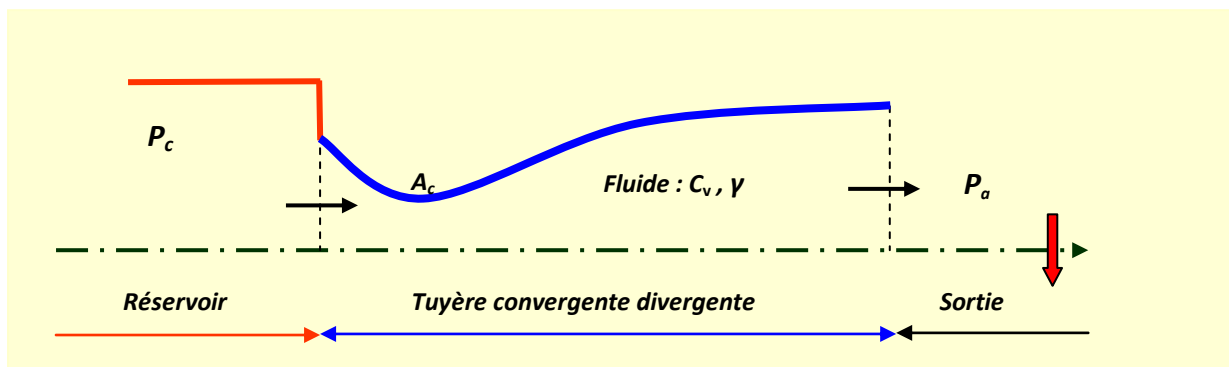


Fig. 1.2 : Schéma de la tuyère supersonique

Si la pression du milieu extérieur est égale à la pression de la chambre, le fluide est entièrement au repos (figure 1.3, *courbe (a)*). Si la pression du milieu ambiant  $P_a$  *diminue progressivement* au-dessous de la pression  $P_c$  supposée constante, un débit d'écoulement prend naissance et **cinq régimes** particuliers d'écoulements sont **distingués** [90], [124 -127].

### 1.2.1 Écoulement subsonique

Au début de l'écoulement *le débit augmente* avec la diminution de la pression ambiante. *L'écoulement est subsonique dans toute la tuyère* [figure 1.3, *courbes (b) et (c)*]. Dans le **convergent** la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une *valeur minimale atteinte au col*. Dans le **divergent** la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression du milieu extérieur. La pression est donc minimale dans la **section du col** où la vitesse passe par une valeur maximale.

### 1.2.2 Écoulement sonique adapté

Si  $P_a$  continue à diminuer jusqu'à une valeur caractéristique notée  $P_{ac1}$ , *l'écoulement au col devient sonique et le débit atteint une valeur limite maximale* [figure 1.3, *courbe (d)*]. L'écoulement est dit sonique adapté. Partout encore, sauf au col, l'écoulement est subsonique. Au col de la tuyère, la pression atteint la valeur critique  $P^*$  et la vitesse atteint la vitesse du son. *Le col est amorcé*.

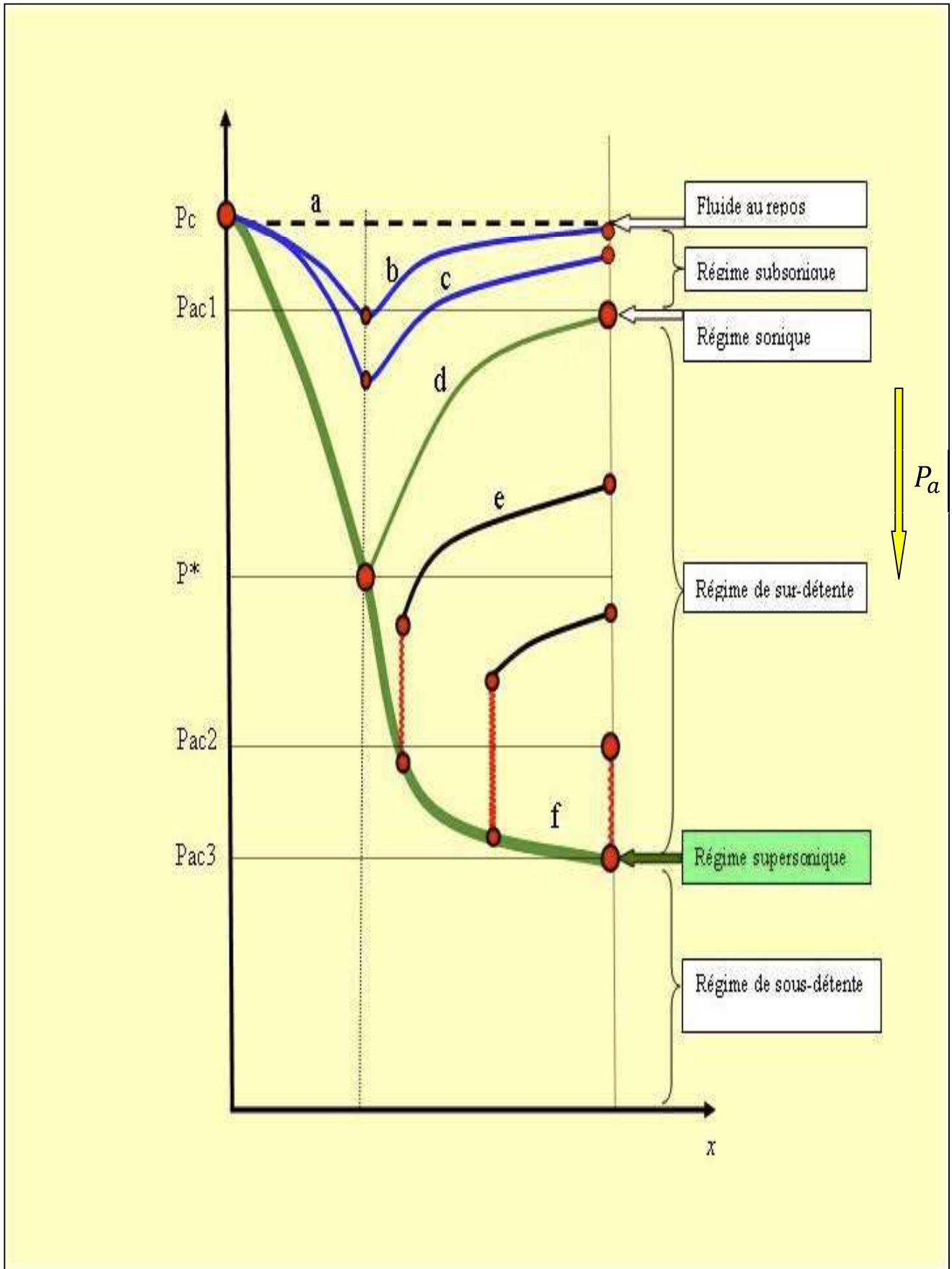


Fig. 1.3 - Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique. Evolution de la pression le long de la tuyère.

### 1.2.3 Écoulement sonique non adapté

Si  $P_a$  diminue au-dessous de  $P_{ac1}$ , le col reste toujours sonique. Dans le divergent apparaît un phénomène irréversible appelé *onde de choc*, l'écoulement est dit *sonique non adapté* ou *régime de surdétente*. L'évolution de l'écoulement du gaz est représentée par *la courbe (e)* de la figure 1.3.

Dans le convergent l'écoulement ne subit aucune modification mais dans le divergent une *onde de choc stationnaire et normale* à l'axe de la tuyère divise l'écoulement en deux parties (figure 1.4). Dans la première partie du divergent l'écoulement est supersonique, la vitesse continue à augmenter et la pression diminue. *A travers l'onde de choc, la pression augmente brusquement, et la vitesse diminue brusquement*. L'onde de choc se place de telle façon que la recompression qui s'effectue ramène la pression de la sortie à la pression ambiante  $P_a$ . Dans la deuxième partie du divergent (après l'onde de choc) la pression remonte et la vitesse diminue progressivement, l'écoulement est à nouveau subsonique.

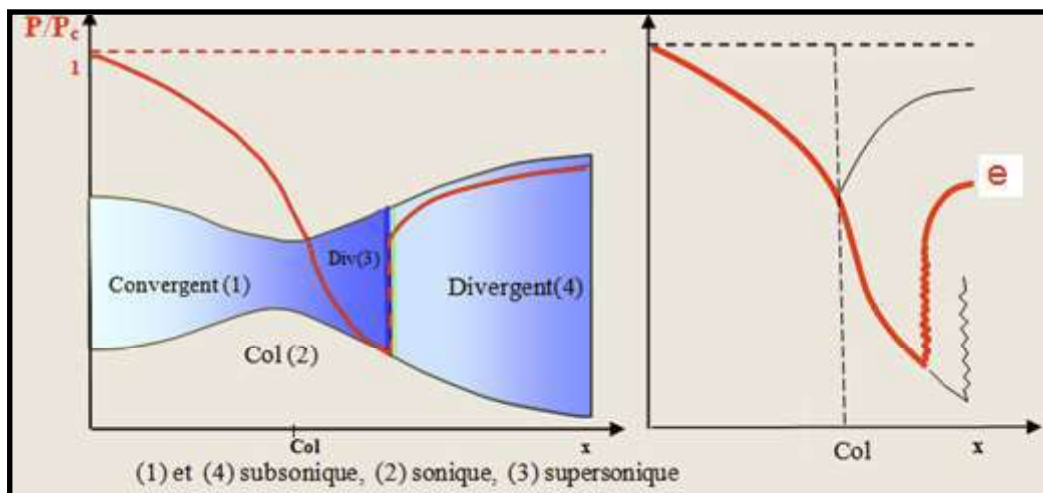


Fig. 1.4 - Régime de surdétente en 1D.

L'onde de choc *se déplace vers la sortie* lorsque  $P_a$  diminue. Soit  $P_{ac2}$  la pression ambiante pour laquelle *l'onde de choc se place à la sortie de la tuyère*.

En diminuant encore la pression  $P_a$  au-dessous de  $P_{ac2}$ , l'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la diminution de  $P_a$  *ne modifie plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère*. L'adaptation de la pression entre la de sortie de la tuyère et la pression du milieu ambiant doit se faire à l'extérieure du divergent par l'intermédiaire *d'ondes de choc obliques*.

### 1.2.4 Ecoulement supersonique adapté

Si  $P_a$  continue à diminuer il arrive un moment où l'écoulement *est entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît* et il n'y a plus de recompression externe, alors *la tuyère est parfaitement adaptée*. L'évolution du gaz est représentée par la *courbe* ( $f$ ) de la figure 1.3. Notons par  $P_{ac3}$  la pression ambiante pour laquelle ce phénomène se produit.  $P_{ac3}$  est appelé **pression d'adaptation**.

### 1.2.5 Ecoulement supersonique non adapté

Lorsque la pression  $P_a$  devient inférieure à  $P_{ac3}$  l'écoulement est dit *supersonique non adapté*. L'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, l'adaptation entre la tuyère et la pression ambiante doit se faire à l'extérieur de la tuyère par l'intermédiaire d'une série *d'ondes de détente obliques*.

### 1.2.6 Remarques et résultats

- *L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique.*
- *Une tuyère supersonique ne fonctionne donc correctement que pour la seule valeur du rapport de pression  $P_{ac3}/P_c$ , où  $P_{ac3}$  est appelée pression d'adaptation.*
- *La limitation de l'intervalle de chaque régime d'écoulement nécessite la détermination des valeurs caractéristiques de la pression du milieu ambiant pour une pression chambre  $P_c$  fixe. Ces valeurs sont  $P_{ac1}$ ,  $P_{ac2}$ ,  $P_{ac3}$ .*
- *L'approche monodimensionnelle permet l'étude de l'effet de variation de section, de l'onde de choc normale, des ondes de choc obliques et des ondes de détentes.*
- *L'approche monodimensionnelle permet d'obtenir une première estimation des paramètres de fonctionnement des tuyères supersoniques.*

### 1.3 Fonctionnement réel de la tuyère supersonique

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux suppose l'absence totale des *effets visqueux*. Dans *les écoulements réels*, la tuyère comporte une *couche limite qui est très sensible aux variations de pression*, ce qui rend les *phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes*. Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée  $P_e$  et de la pression du milieu ambiant  $P_a$ . En fonction de la différence entre ces deux pressions, trois cas sont rencontrés :

- Si  $P_e = P_a$ , la tuyère est dite *adaptée*.
- Si  $P_e > P_a$ , la tuyère est dite *sous-détendue*.
- Si  $P_e < P_a$ , la tuyère est dite *sur-détendue*.

#### 1.3.1 Le régime d'adaptation

Dans le cas du régime adapté, *la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère*. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère *aucune adaptation de pression n'est nécessaire* vue que la pression du milieu ambiant  $P_a$  est égale à la pression de sortie  $P_e$ . L'écoulement du gaz sort de la tuyère sous forme d'un *jet supersonique quasi-uniforme*. Une *frontière isobare* sépare le *jet supersonique* du *fluide ambiant*. En sortant de la tuyère, *la couche limite* du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son *sillage*. Cette interaction forme une *couche de mélange* (figure 1.5).

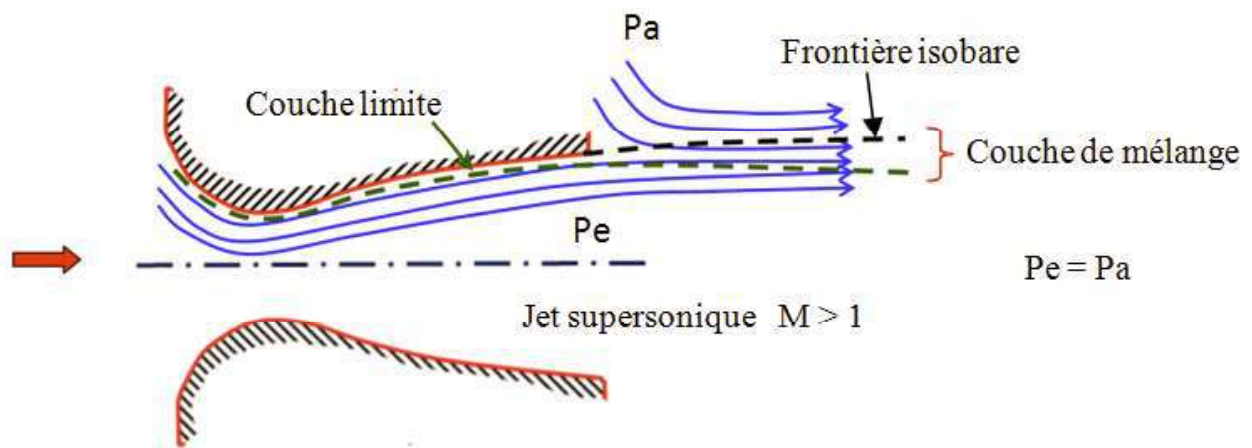


Fig. 1.5 - Organisation de l'écoulement à l'adaptation.

### 1.3.2 Le régime de sous-détente

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé *régime de sous-détente*. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est inférieure à la pression d'adaptation. *La détente est incomplète dans la tuyère*. En sortant de la tuyère, le gaz continue sa détente de la pression de sortie  $P_e$  à la pression inférieure ambiante  $P_a$ . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un *faisceau d'ondes de détente*. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un *élargissement du jet supersonique* est observé à la sortie de la tuyère. La *frontière isobare* qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente (figure 1.6)

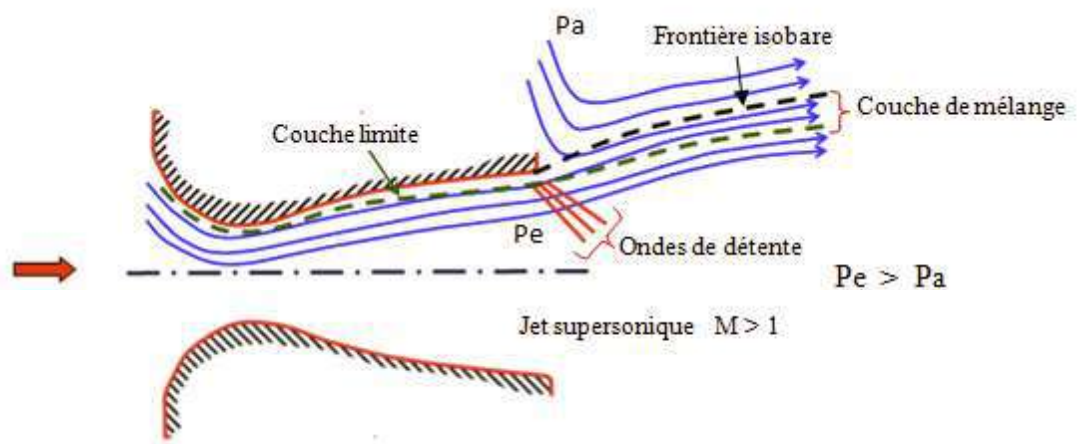


Fig. 1.6 - Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.

La figure 1.7 représente le profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente. L'écoulement suit une *distribution de pression strictement décroissante* depuis la pression chambre jusqu'à la pression de sortie.

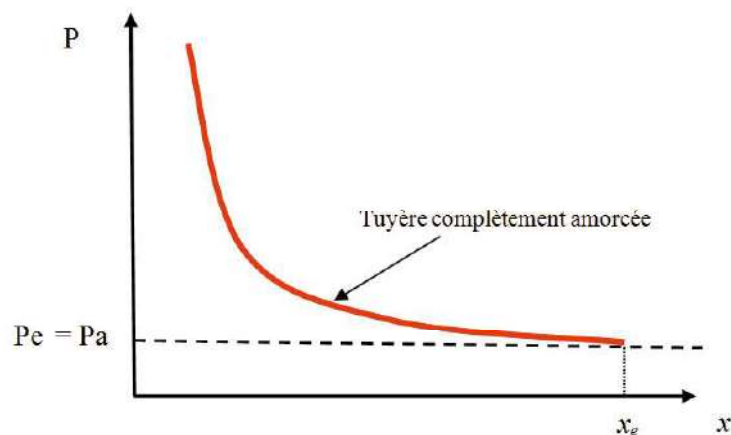


Fig. 1.7 - Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente.



### 1.3.3 Le régime de sur-détente

Le deuxième régime supersonique hors adaptation est le régime désigné par *le régime de sur détente*. Ce régime se produit lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère. La détente des gaz dans la tuyère s'effectue jusqu'à une pression statique  $P_1$  qui est inférieure à la pression ambiante  $P_a$ . **La couche limite** du jet dans cette situation subit *une contre-pression* et *un choc* d'intensité  $P_2/P_1$  se forme dans l'écoulement. La pression  $P_2$  est la pression après le choc, elle est presque égale à la pression ambiante. Suivant *l'intensité du choc*, deux cas sont rencontrés : le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

#### ➤ Sur-détente avec décollement naissant

Pour des *gradients de pression adverse* modérés, la **couche limite subsonique** détecte ou ressent *la contre pression* en un point O appelé **origine de l'interaction** juste un peu en avant de la sortie de la tuyère. *La couche limite décolle de la tuyère à la lèvres* et un *choc oblique se forme à la sortie de la tuyère*. Dans ce régime il n'y a pas de point de décollement. Ce régime de sur-détente est qualifié de *sur-détente avec décollement naissant* (figure 1.8).

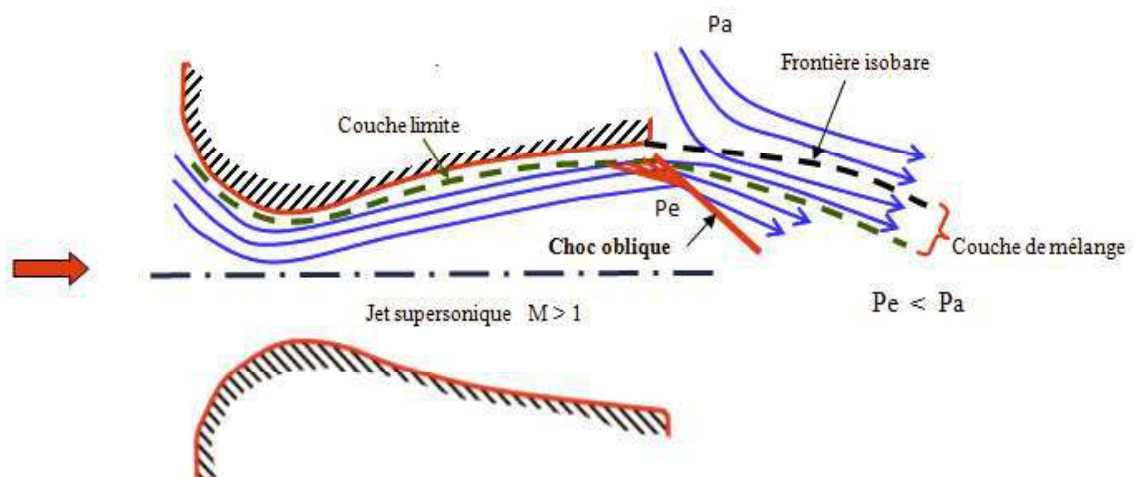


Fig. 1.8 - Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite.

➤ **Sur-détente avec décollement étendu**

*La couche limite n'est pas en mesure de supporter n'importe qu'elle valeur de contre pression.* Au-delà d'une certaine valeur critique, *la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère.* Ce décollement entraîne une *profonde modification de l'écoulement*, comme le montre le montage réalisé dans la figure (1.9), [91], [128].

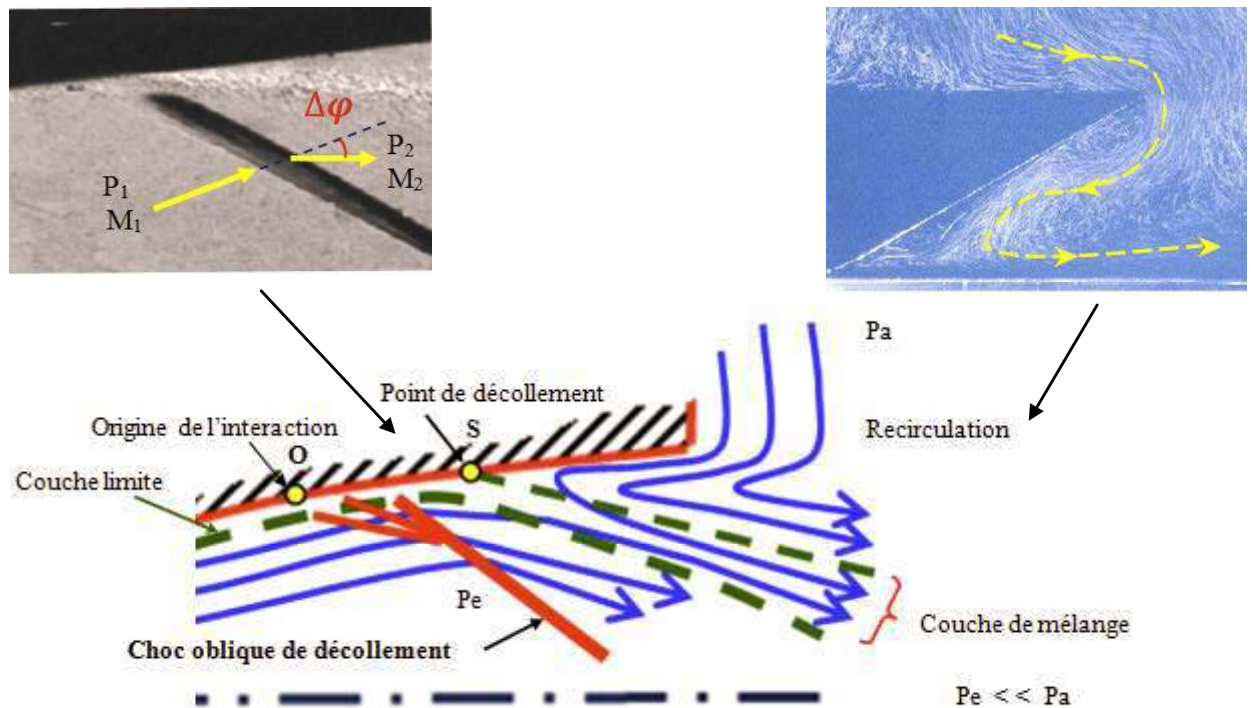


Fig. 1.9 - Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite.

Le décollement ainsi créé va se produire dans un point **S** situé à l'intérieur de la tuyère. Au niveau de ce **point de décollement**, il se produit *une compression rapide de l'écoulement interne* de la tuyère depuis la pression **P<sub>1</sub>** (pression non perturbée immédiatement avant le décollement) jusqu'à la pression **P<sub>2</sub>** (pression en aval du point de décollement). Cette rapide contre pression provoque *la formation d'un choc oblique* au travers duquel *l'écoulement est ralenti et dévié d'un angle  $\Delta\varphi$*  et son nombre de Mach passe de **M<sub>1</sub>** à **M<sub>2</sub>**. De **S** part une **couche de mélange**, zone visqueuse assurant une transition continue des propriétés de l'écoulement décollé entre le jet à grande vitesse situé près de l'axe de symétrie et la région proche de la paroi, où le fluide est presque stagnant. Le *fluide du milieu externe est aspiré à l'intérieur de la tuyère* sous l'effet d'entraînement *puis évacué* dans la couche de mélange.

Ce régime est très dangereux pour la tuyère. La topologie de l'écoulement dans ce régime est fortement influencée par *le profil de la tuyère* ainsi que *le rapport de pression  $P_c/P_a$* .

## 1.4 Les profils des tuyères supersoniques

Deux types de tuyères sont largement utilisés, les tuyères à profil conique et les tuyères à profil optimisé.

### 1.4.1 Les Tuyères Coniques

Les tuyères à profils coniques sont utilisées particulièrement en raison de la simplicité de la conception et de la réalisation de leur divergent. L'angle de divergence se situe entre 15 et 25 degrés. Ce type de profil simple équipe principalement les missiles et les propulseurs à poudre. Un exemple de tuyère conique est la tuyère de la fusée historique allemande V-2 [94].

### 1.4.2 Les tuyères optimisées

La conception de grandes tuyères se confronte à la contrainte de poids et à la longueur du divergent, ce qui pousse à l'utilisation **des profils optimisés**. Deux grandes familles de tuyères à profil optimisé sont utilisées actuellement : les tuyères idéales tronquées et les tuyères à profil parabolique [27], [91].

#### ➤ Les tuyères à contour idéal tronqué TIC

Le profil d'une tuyère à contour idéal tronqué est obtenu à partir de celui d'une *tuyère idéale de référence* qui a été calculé pour engendrer dans le plan de sortie un écoulement parallèle à l'axe. Pour des raisons d'optimisation, *le divergent de la tuyère est tronqué* dans la dernière partie au prix de perte de poussée relativement limitée. Ce type de tuyères est désigné alors de tuyères idéales tronquées ou tuyères TIC (*Truncated Ideal Contoured nozzle*). Les tuyères idéales tronquées équipent certains moteurs de lanceurs comme **le moteur européen Viking** du lanceur *Ariane 4*, le moteur **japonais LE-7** du lanceur *H-2* et le moteur **russe RD-120** du lanceur *Zenith* [27], [129].

#### ➤ Les tuyères à profil parabolique TOC

Une méthode permettant d'optimiser la performance d'une tuyère pour une longueur donnée est proposée par Rao [130]. Ce type de tuyère est dit tuyère TOC de l'acronyme de la dénomination anglaise *Thrust-Optimized Contour nozzle*. La longueur typique d'une tuyère Rao est de 75% à 85 % de la longueur d'une tuyère conique de 15 degrés ayant le même rapport de section. Rao a aussi montré que **le profil de la tuyère** obtenu par cette méthode *pouvait être approché par une parabole*, sans perte significative de performance [131]. Ce type de profil est utilisé pour les tuyères des moteurs fusées moderne tels que **le moteur Vulcain d'Ariane 5** ou **le moteur SSME de la navette spatiale américaine**.

La figure 1.10 présente les profils de deux tuyères TIC et TOC du laboratoire LEA de Poitiers en France [108-109]. Les deux tuyères ont le même rapport de section  $S_{\text{sortie}} / S_{\text{col}}$  et ont les mêmes performances pour un écoulement parfait. Mais, *la tuyère TOC est plus optimisée que la tuyère TIC*. Donc une longueur plus faible, ce qui implique un poids plus faible. Ce *gain d'optimisation est pénalisé par un écoulement réel plus perturbé dans la tuyère TOC que la Tuyère TIC*. La figure 1.11 présente les maquettes à échelle réduite des tuyères TIC et TOC du laboratoire DLR en Allemagne [44].

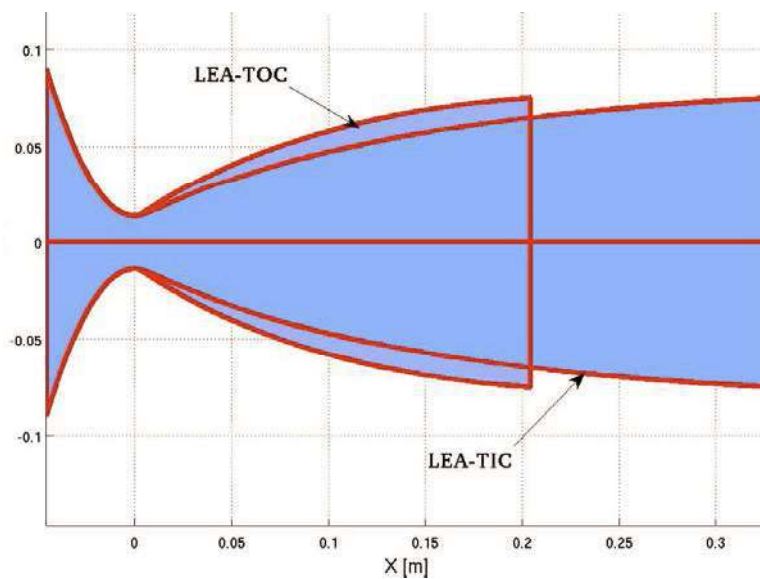


Fig. 1.10 - Profils des tuyères TIC et TOC.

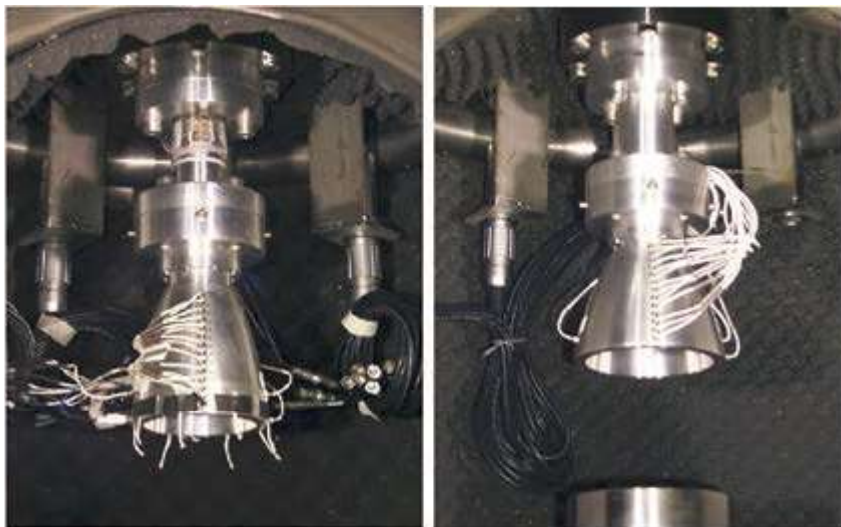


Fig. 1.11 - Tuyères TIC et TOC du DLR [44].

## 1.5 Structures de chocs dans les tuyères supersoniques

Plusieurs types de structures de chocs peuvent être observées dans les tuyères supersoniques en régime de sur-détente: la réflexion régulière, la réflexion de Mach, la structure de chocs en chapeau. *La structure de chocs dépend fortement du profil de la tuyère et du rapport de pression  $P_c / P_a$ .*

### 1.5.1 Réflexion régulière

Le choc oblique de décollement ou **choc incident** CI se réfléchit directement sur l'axe de symétrie en un **choc oblique réfléchi** CR (figure 1.12) [90]. L'image strioscopique 1.13 réalisée à l'ONERA [89] montre la topologie d'un écoulement avec une structure de choc en réflexion régulière dans une tuyère à échelle réduite. La même structure est observée sur des tuyères réelles comme le montre l'image de fonctionnement du **moteur RL10-A5** au banc d'essai (figure 1.14) [33].

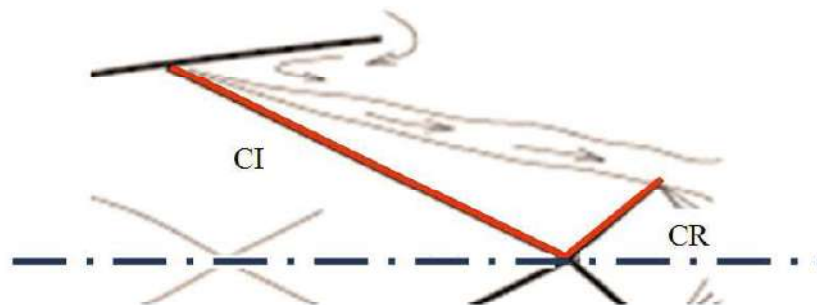


Fig. 1.12 - Réflexion régulière.

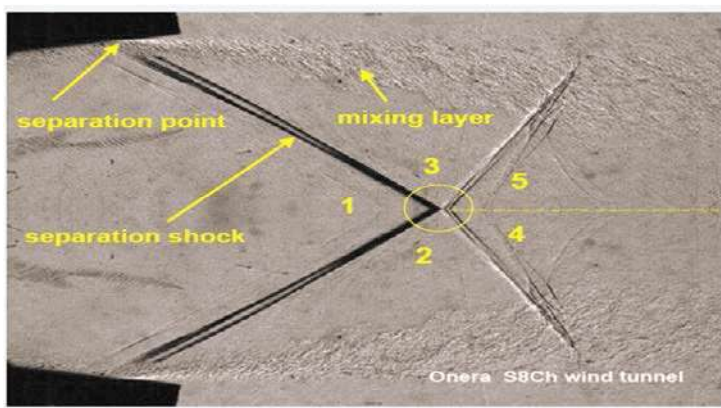


Fig. 1.13 - Visualisation strioscopique de la réflexion régulière [20].



Fig. 1.14 - Réflexion régulière dans une tuyère réelle RL10-A5 [33].

### 1.5.2 Réflexion de Mach

Le choc oblique de décollement ou **choc incident** CI se réfléchit en formant un choc normal à l'axe CN appelé **disque de Mach** (figure 1.15). Le **choc réfléchi** part d'un **point triple** TP où se rencontre le choc incident, le choc réfléchi et le disque de Mach. Une **ligne de glissement** LG sépare la zone du jet supersonique de la zone subsonique derrière le disque de Mach. Cette réflexion de Mach est dite *réflexion Singulière*. L'image strioscopique 1.16 réalisée à l'ONERA [89] montre la topologie d'un 'écoulement avec une structure de chocs en réflexion singulière. La figure 1.17 montre la même structure pour la tuyère du moteur Vulcain1 [33].

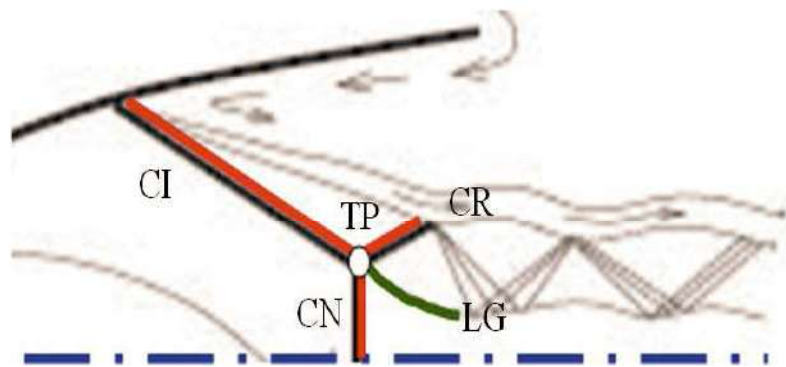


Fig. 1.15 - Réflexion de Mach.

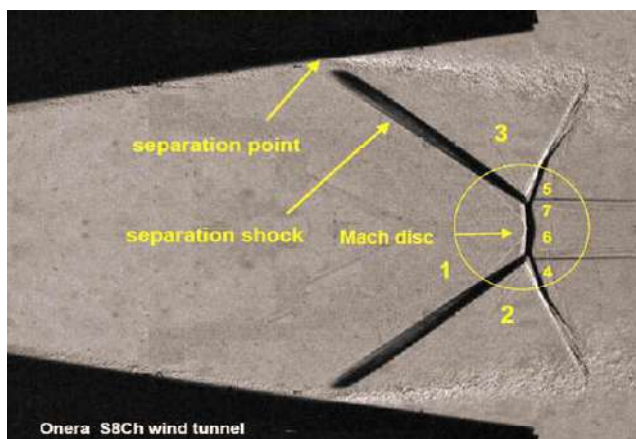


Fig. 1.16 - Visualisation strioscopique de la réflexion de Mach, ONERA tuyère S8Ch [89].



Fig. 1.17 - Réflexion de Mach Moteur Vulcain au banc d'essai [33].

### 1.5.3 Réflexion de Mach inverse

Dans le cas des tuyères fortement optimisées en poussée, il se forme un *choc interne de focalisation* CIF. Ce choc est dû au *changement de courbure de la paroi* au niveau du col. Ce choc interne de focalisation se réfléchit de manière singulière sur l'axe, créant un *disque de Mach*, et un *choc réfléchi* CR1 qui interagit à son tour avec le *choc oblique de décollement* CI. *La ligne de glissement* est les lignes de courant après le disque de Mach, divergent de l'axe de symétrie. Cette interaction de chocs complexe forme une structure de choc particulière appelée *structure de chocs en chapeau* (figures 1.18 - 1.19). La réflexion de mach qui fait apparaître cette structure de chapeau est appelée *réflexion de Mach inverse*. Cette structure dépend fortement de la courbure du profil de la tuyère et du rapport de pression  $P_c/P_a$  [49], [89], [91], [112].

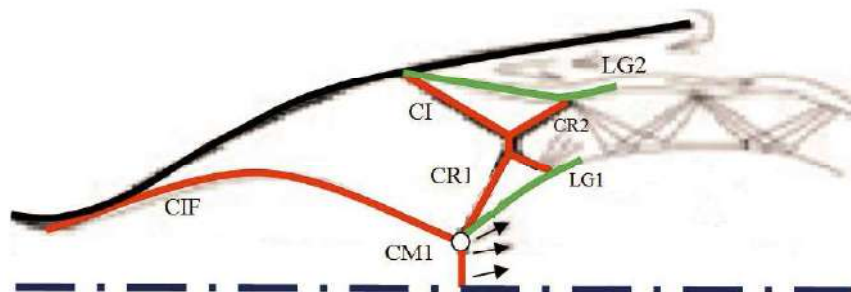


Fig. 1.18 - Réflexion de Mach inverse.

La photographie de la figure 1.19 montre la structure de chocs en chapeau pour le moteur Vulcain du lanceur Ariane 5 testé au banc d'essai P5 du laboratoire DLR en Allemagne. La luminosité très forte du jet est le résultat de l'échauffement du gaz au passage des chocs. L'eau produite par la combustion de l'hydrogène et l'oxygène rayonne fortement [44].

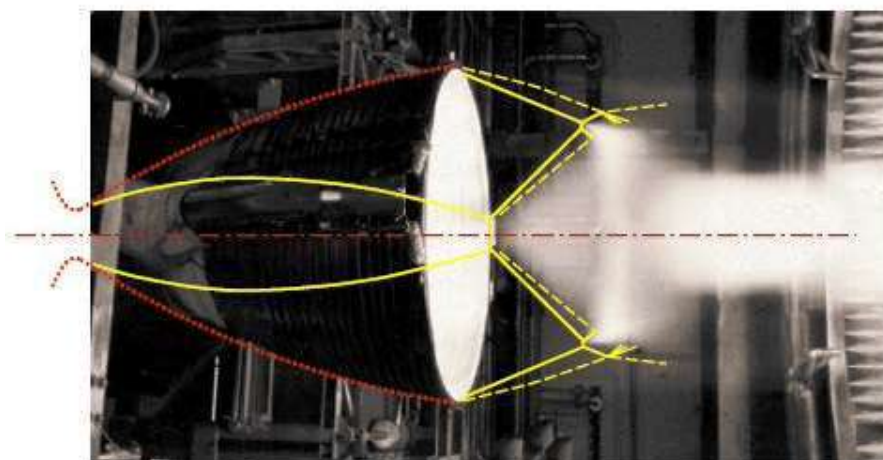


Fig. 1.19 - Structure de choc en chapeau dans le jet du moteur vulcain au banc d'essai [91].

## 1.6 Configurations de décollement en régime de surdétente

### 1.6.1 Processus du décollement supersonique

Le phénomène de décollement est profondément lié au *comportement dynamique de la couche limite*. Le décollement intervient lorsque la couche limite se développe en présence d'un *gradient de pression adverse*, c'est-à-dire dans une situation où *la pression augmente dans la direction de l'écoulement*. Dans ce cas, la vitesse de l'écoulement externe diminue et les particules fluides subissent une décélération. La décélération est encore plus importante dans la couche limite du fait des transferts de quantités de mouvement par les forces visqueuses [128].

Une expérience d'un décollement de l'écoulement supersonique sur une paroi plane est réalisée par Jean Délerly [128] où il a relevé les points suivants (figure 1.20) :

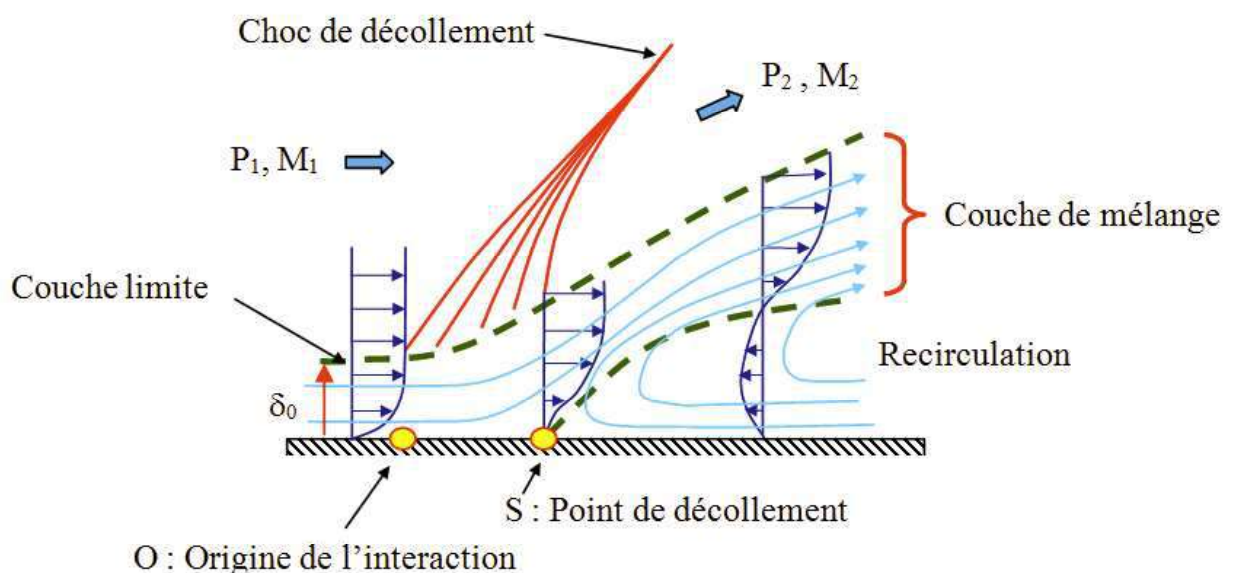


Fig. 1.20 - Processus du décollement sur une plaque plane, Délerly [128].

- A partir d'un point O, origine de l'interaction, la couche limite commence à s'épaissir. En même temps, son profil de vitesse tend à se vider, les régions proches de la paroi sont plus ralenties que les parties externes.
- En même temps, des ondes de compression sont induites dans l'écoulement voisin du fluide supposé parfait. Rapidement, ces ondes se focalisent pour constituer un choc de décollement.



- Le décollement se produit en un point S où le profil de vitesse  $u(y)$  de la couche limite est tel qu'à la paroi  $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ . En ce point de décollement, ***il y a annulation du frottement pariétal.***
- En aval de S, les profils  $u(y)$  comportent, près de la paroi, ***un courant de retour (recirculation)*** où la vitesse est à contre-courant de l'écoulement principal. Ce reflux est dû à l'action opposant du champ de pression qui refoule, vers l'amont, le fluide à faible énergie de la portion interne de la couche limite. Dans cette région dite décollée, le frottement pariétal  $\tau_w$  est négatif, sa valeur absolue étant toutefois plus faible.

### Conclusion

$$\text{Décollement de la couche limite} \Rightarrow \tau_w = 0$$

Les études expérimentales [43], [45], [51], [61], [91], [109] et numériques [63], [79], [83], [120] montrent l'existence de deux types différents de décollements à l'intérieur des tuyères : ***le décollement libre*** (figure 1. 21) et ***le décollement restreint*** (figure 1. 22) .

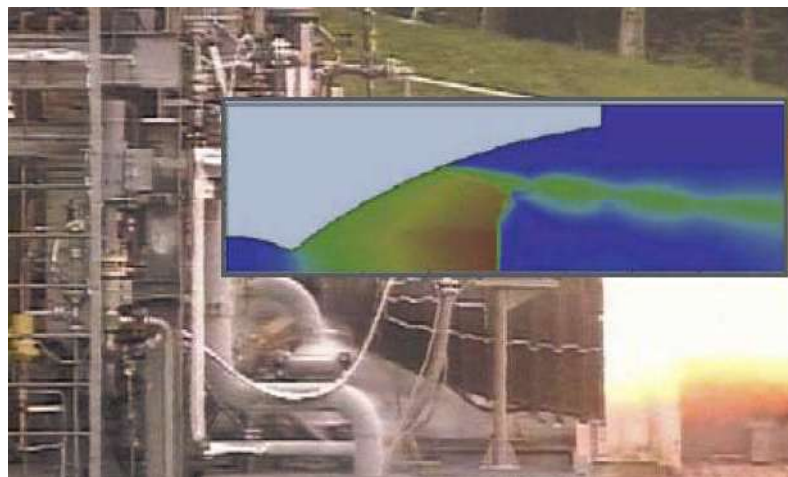


Fig. 1.21 - Le décollement libre  
Calculs Navier-Stokes, moteur Vulcain [51].  
Etude DLR-ASTRIUM et banc P3.2 DLR à Lampoldshausen

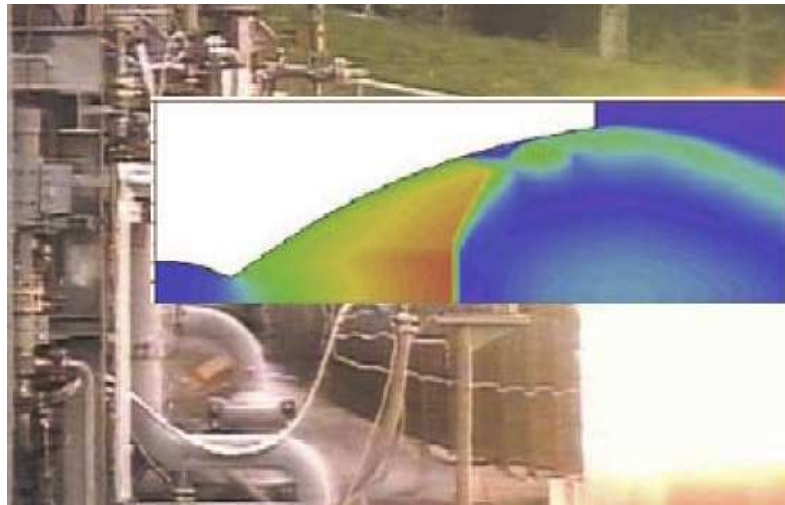


Fig. 1.22 - Le décollement restreint  
Calculs Navier-Stokes, moteur Vulcain [51].  
Etude DLR-ASTRIUM et banc P3.2 DLR à Lampoldshausen.

### 1.6.2 Décollement libre

*La couche limite décolle* à l'intérieur du divergent sous *l'effet du gradient de pression adverse*. Le décollement libre désigné par **FFS (Free Shock Separation)** apparaît lorsque *l'écoulement décollé s'éjecte librement de la tuyère* (figure 1.23). La configuration du décollement libre peut apparaître dans toutes les tuyères, idéales tronquée ou optimisée à contour parabolique en régime de sur-détente.

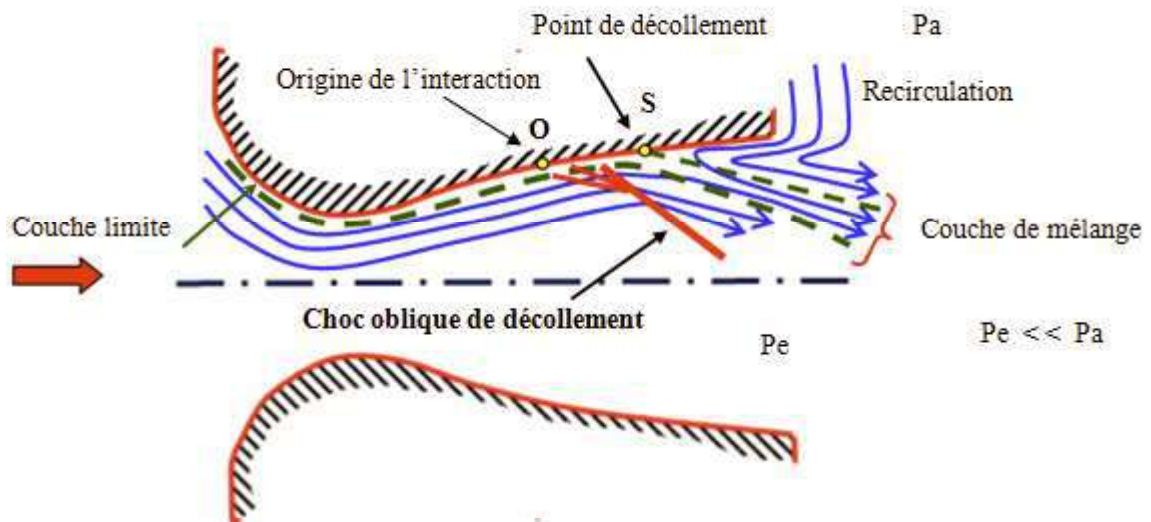


Fig. 1.23 - Représentation schématique du décollement libre.

L'évolution de *la répartition de la pression sur la paroi de la tuyère*, dans le cas du régime de sur-détente est représentée sur la figure (1.24). L'écoulement est divisé en *trois régions*. D'abord *une première région*, où la couche *limite est fixée à la paroi* (le même comportement qu'en régime d'adaptation). Dans la région du point de décollement S qui représente *la deuxième région*, la courbe de pression *quitte* l'évolution strictement décroissante du régime supersonique adapté en un point O *appelé origine de l'interaction*. Dans cette région d'interaction située entre O et S désignée par *la zone d'interaction libre*, il se produit *une croissance très rapide de la pression* du à l'existence du *choc oblique* dans la couche limite. Dans *la troisième région*, la courbe de pression s'infléchit et tend vers un niveau sensiblement constant, mais toujours inférieure à la pression externe  $P_a$ .

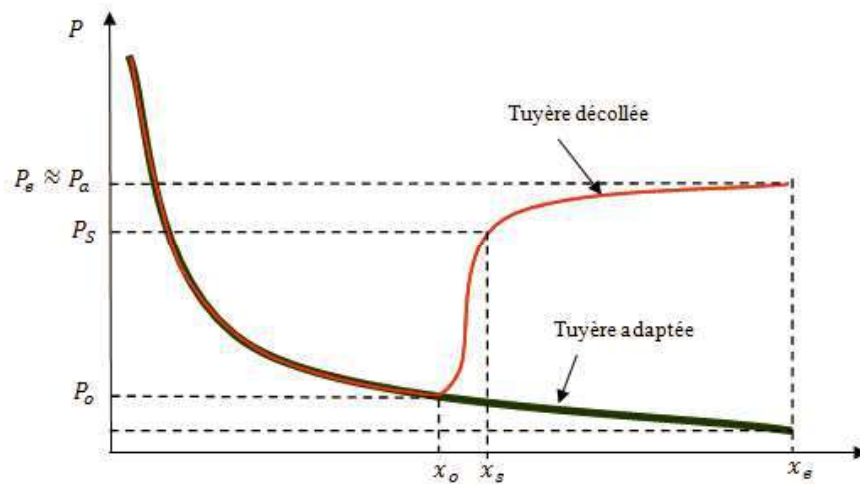


Fig. 1.24 - Loi de pression pariétale le long de la tuyère en sur-détente.

### 1.6.3 Décollement restreint

Un deuxième régime de décollements, autre que le décollement libre, peut apparaître lorsque *le recollement de la couche limite* intervient sur le divergent juste après le décollement. Ce régime est appelé *décollement restreint* RSS (*Restricted Shock Separation*) (Fig. 1.25). Ce régime particulier a été expérimentalement identifié pour la première fois par Nave et Coffey lors d'essais sur une maquette de tuyère optimisée du **moteur J-2S** [20].

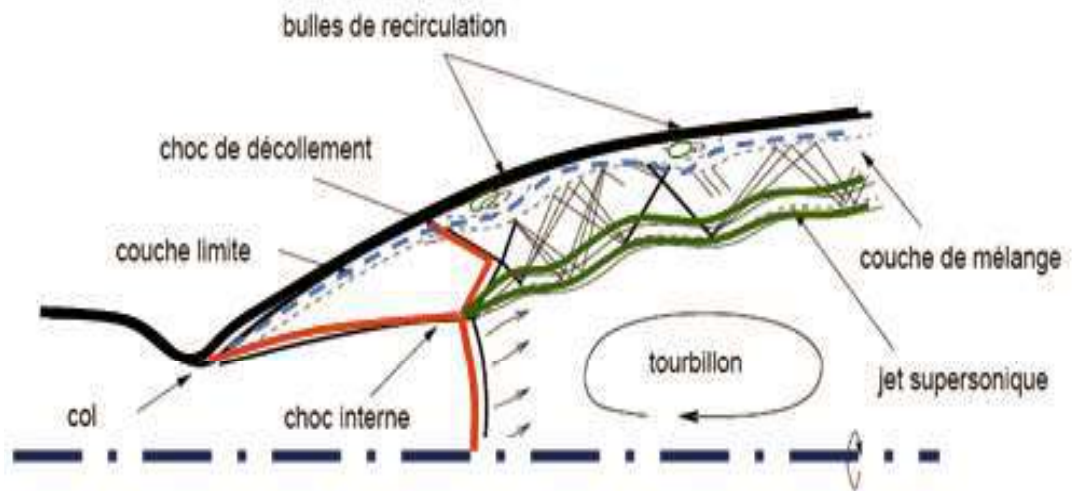


Fig. 1. 25 - Représentation schématique du décollement restreint [116].

Pour certains rapports de pression, la couche limite décolle puis *recolle rapidement* sur la paroi de la tuyère [63], [80], [120]. L'évolution de la pression pariétale en aval du décollement est marquée par *une succession de détente et de recompression*, la pression pariétale dépassant parfois la pression ambiante (figure 1.26). Ce phénomène est attribué au recollement de l'écoulement décollé. En effet, celui-ci induit des ondes de compression et de détente dans le jet supersonique.

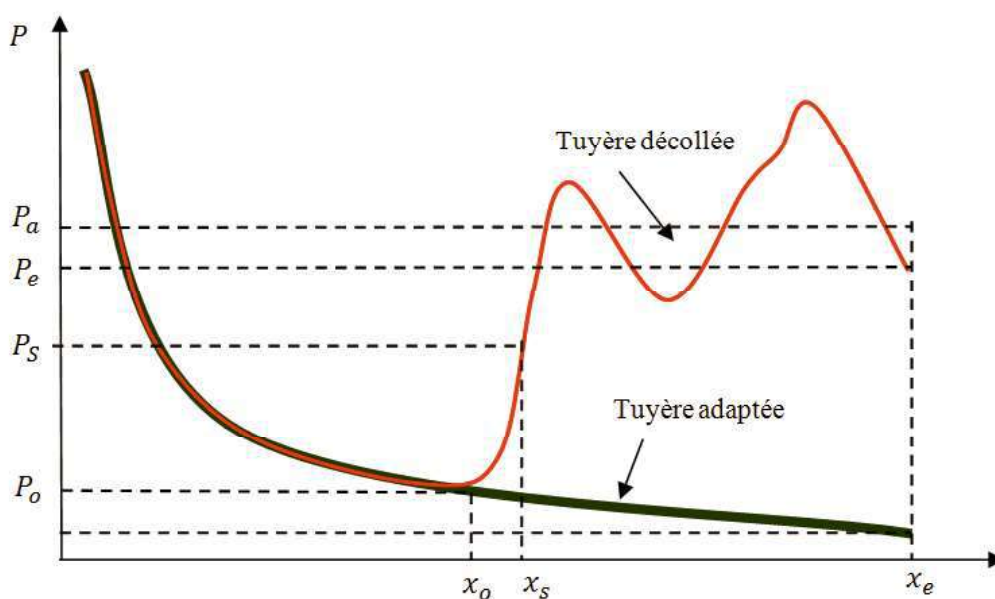


Fig. 1.25 - Evolution de la pression pariétale dans le cas du décollement restreint.

## 1.7 Conclusion

Dans le cas du *régime de sur-détente* dans les tuyères supersoniques optimisées en poussée, les études expérimentales et numériques ont révélées *la coexistence et la cohabitation d'une grande diversité de phénomènes physiques*. Les trois régimes d'écoulement : le régime subsonique, sonique et *supersonique* sont présents dans différentes zones du divergent. La *couche limite* du divergent enregistre un *gradient de pression adverse*. Lorsque ce gradient de pression dépasse un certain seuil *la couche limite décolle de la paroi*. Ce décollement est généralement de type *décollement libre FFS (Free Shock Separation)* et parfois de type *décollement restreint RSS (Restricted Shock Separation)*. Chaque type de décollement engendre *une distribution de pression pariétale* particulière. Le décollement de la couche limite cède la place au *fluide du milieu extérieur* qui est premièrement aspiré puis refoulé à grande vitesse. Le contact de ce fluide refoulé avec le *jet supersonique* engendre *une couche de mélange très visqueuse et très turbulente*. Toujours dans le divergent, un autre phénomène propre aux écoulements supersoniques se manifeste. Ce phénomène particulier est *les ondes de choc*. Différentes formes de chocs peuvent être rencontrées : *les ondes de chocs droites, les ondes de choc obliques, et les ondes de détente de Prandtl-Meyer*. Ces chocs forment des structures particulières telles que : *les réflexions régulières, les réflexions singulières et la structure de chocs en chapeau*.

L'interaction de ces différents phénomènes instationnaires entraîne *des efforts mécaniques sur la paroi de la tuyère*. Ces efforts peuvent causer *des vibrations et des déformations* dans les tuyères. Ces efforts mécaniques appelés *charges latérales (side-loads)* constituent un *problème crucial et contraignant* dans la conception de la structure de la tuyère.

*Enfinement, il apparaît clairement que :*

- *les phénomènes rencontrés dans les tuyères supersoniques sont multiples et très complexes.*
- *les topologies des écoulements ainsi que et les répartitions de la pression à la paroi de la tuyère, sont différentes suivant le profil et le rapport des pressions de fonctionnement de la tuyère.*

*Donc, il faut s'attendre à des difficultés dans la modélisation et la simulation numérique de ces écoulements compressibles dans les tuyères supersoniques.*

## Chapitre 2

### La modélisation des écoulements compressibles turbulents

#### 2.1 Equations de base des écoulements des fluides

##### 2.1.1 Les équations de conservation

Les écoulements de fluides dans les tuyères convergente-divergentes sont gouvernées par **les équations de Navier-Stokes instantanées**. Ces équations expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale pour un fluide réel dans un volume de contrôle pris arbitrairement du domaine de l'écoulement. Ces équations de conservation s'écrivent sous la forme vectorielle suivante [133- 137] :

- *l'équation de conservation de la masse*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

ou  $t$  désigne le temps,  $\rho$  la masse volumique et  $\vec{V}$  le vecteur vitesse.

- *l'équation de conservation de la quantité de mouvement*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \text{div}(\rho \vec{V} \otimes \vec{V} + p \bar{I} - \bar{\tau}) = \rho \vec{f} \quad (2.2)$$

ou  $p$  désigne la pression statique,  $\bar{I}$  le tenseur identité,  $\bar{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $\otimes$  le produit tensoriel des vecteurs vitesses et  $\vec{f}$  les forces volumiques par unité de masse.

- *L'équation de conservation de l'énergie*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \text{div}(\rho E \vec{V} + p \vec{V} - \bar{\tau} \cdot \vec{V} + \vec{q}) = \rho \vec{f} \cdot \vec{V} \quad (2.3)$$

ou  $\vec{q}$  désigne le flux de chaleur par unité de surface et  $E$  l'énergie totale par unité de masse.

L'énergie totale  $E$  est définie comme étant la somme de l'énergie interne  $e$  et de l'énergie cinétique (par unité de masse) :

$$E = e + \frac{1}{2} V^2 \quad (2.4)$$

Le système formé par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) est présenté sous la forme d'équations aux dérivées partielles. Il permet de déterminer, à partir de conditions initiales données, l'évolution des grandeurs caractéristiques principales de l'écoulement : le champ de la masse volumique  $\rho$ , le champ de la quantité de mouvement  $\rho \vec{V}$  par unité de volume et le champ de l'énergie totale  $\rho E$  par unité de volume.

### 2.1.2 Hypothèses et lois de comportement

Le système formé par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) est ouvert. Pour fermer le problème, il faut préciser l'expression de la pression statique  $p$ , du tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\tau}$  et du flux de chaleur  $\vec{q}$  en fonction des grandeurs caractéristiques de l'écoulement :

$$(p, \bar{\tau}, \vec{q}, \vec{f}) = F(\rho, \rho \vec{V}, \rho E) = ? \quad (2.5)$$

Les expressions de la fonction  $F$  sont déterminées par le choix du comportement de l'écoulement de fluide dans les tuyères.

- ***L'état du fluide***

Les fluides considérés dans les écoulements de tuyères sont des gaz. La masse volumique des gaz est suffisamment faible pour que les effets de gravité puissent être négligés. On suppose également l'absence de toute force magnétique ou électrique sur le fluide. Ainsi les forces volumiques  $\vec{f}$  sont considérées nulles :

$$\rho \vec{f} = \vec{0} \quad (2.6)$$

- ***Le comportement thermodynamique***

La loi d'état adoptée, décrivant les variations de pression statique liées aux variations de températures, est la loi du gaz parfait.

En supposant que le fluide dans la tuyère est un gaz parfait, la pression  $p$  et l'énergie interne  $e$  sont données par [125]:

$$p = \rho r T \quad (2.7)$$

$$e = c_v T \quad (2.8)$$

ou  $T$  désigne la température absolue,  $c_v$  la chaleur spécifique à volume constant et  $r$  la constante du gaz considéré.

La constante du gaz  $r$  représente le rapport de la constante universelle des gaz parfait  $R$  ( $R = 8.314 \text{ j.mole}^{-1}.K^{-1}$ ) à la masse molaire  $M$  du gaz considéré :

$$r = \frac{R}{M} \quad (2.9)$$

$r$  est relié au chaleurs spécifiques  $c_v$ ,  $c_p$  par la relation de Meyer :

$$r = c_p - c_v \quad (2.10)$$

La pression peut être donnée en fonction des grandeurs caractéristiques de l'écoulement par :

$$p = \rho (\gamma - 1) \left( E - \frac{1}{2} V^2 \right) \quad (2.11)$$

ou  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.12)$$

- **Le comportement dynamique**

Les fluides dans les écoulements de tuyères sont des **fluides réels**, c'est-à-dire de point de vue dynamique des **fluides visqueux**. En adoptant l'hypothèse du fluide Newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{\bar{t}}$  est donné par la loi :

$$\bar{\bar{t}} = 2 \mu \bar{\bar{S}} + \eta (\text{div}(\vec{V})) \bar{\bar{I}} \quad (2.13)$$

ou  $\mu$  est le coefficient de viscosité moléculaire et  $\eta$  le coefficient de viscosité volumique.

En utilisant l'hypothèse de Stokes :  $3 \eta + 2 \mu = 0$ , le coefficient de viscosité volumique  $\eta$  est donné en fonction de  $\mu$  par :

$$\eta = -\frac{2}{3} \mu \quad (2.14)$$



Le tenseur  $\bar{\bar{S}}$  est le tenseur des taux de déformation, il est relié au gradient de vitesse par la relation :

$$\bar{\bar{S}} = \frac{1}{2} \left[ \overrightarrow{\text{grad}} \vec{V} + (\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V})^t \right] \quad (2.15)$$

Le tenseur des contraintes peut être donné en fonction du vecteur vitesse  $\vec{V}$  par :

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left[ \overrightarrow{\text{grad}} \vec{V} + (\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V})^t \right] - \frac{2}{3} \mu (\text{div}(\vec{V})) \bar{\bar{I}} \quad (2.16)$$

- **Le comportement thermique**

Les fluides dans les écoulements de tuyères sont des **fluides conducteurs de chaleur**.

Selon la loi de Fourier, le vecteur de flux de chaleur (flux de chaleur par unité de surface et de temps)  $\vec{q}$ , est proportionnel au gradient de température :

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (2.17)$$

ou  $\lambda$  est le coefficient de la conductivité thermique.

Ce coefficient peut être écrit en fonction du nombre de Prandtl, qui exprime le rapport entre **les effets thermiques** et **les effets visqueux**. Le nombre de Prandtl s'écrit sous la forme :

$$\text{Pr} = (\mu c_p) / \lambda \quad (2.18)$$

Le nombre de Prandtl est supposé constant :  $\text{Pr} = 0.72$  pour l'air.

La **viscosité dynamique**  $\mu$  est donnée par la **loi de Sutherland**. Elle se mesure en pascal-seconde (Pa.s) [133] :

$$\mu(T) = \frac{B_S \sqrt{T}}{1 + \frac{C_S}{T}} \quad (2.19)$$

Dans le cas de l'air la formule de Sutherland est bien vérifiée jusqu'à des températures de 3000 K [133]. Les valeurs des constantes de la loi de Sutherland sont :

$$B_S = 1.454 \cdot 10^{-6} \quad \text{et} \quad C_S = 110,4$$

## 2.2 La prise en compte de la turbulence

Malgré la puissance des calculateurs actuels, la résolution des équations de Navier-Stokes instantanées dans le cas des écoulements turbulents à géométrie complexe comme les écoulements dans les tuyères, ne peut être envisagée à l'heure actuelle. Pour capturer de manière correcte toutes les échelles spatio-temporelles actives dans un écoulement turbulent, depuis celle des plus grands tourbillons imposées par la taille du problème jusqu'aux plus petits tourbillons dont la dimension caractéristique est de l'ordre du libre parcours moyen, un maillage de résolution de l'ordre de celle-ci est nécessaire. Cette approche, appelée **Simulation Numérique Directe** ou **DNS (Direct Numerical Simulation)**, reproduit de façon détaillée et fidèle la physique des phénomènes étudiés, mais elle se confronte à des contraintes sévères de stockage de données et de temps de calcul.

Deux approches sont utilisées pour résoudre le problème de turbulence : La modélisation instationnaire de la turbulence et la modélisation statistique de la turbulence.

La modélisation instationnaire de la turbulence consiste à résoudre la dynamique des grandes et moyennes échelles, et de modéliser les petites échelles. Cette approche est appelée la simulation des grandes échelles ou **LES (Large Eddy Simulation)**. Pour cette approche, les calculs doivent être nécessairement instationnaires. Elle nécessite un maillage très fin, donc un coût de stockage et de calcul encore très coûteux.

La modélisation statistique de la turbulence consiste à modéliser toutes les échelles de turbulence. Elle utilise un traitement statistique pour transformer le système des équations de Navier-Stokes instantanées en un système d'**équations de Navier-Stokes moyennées en temps**. Cette approche est appelée l'approche **RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)**. Elle est largement utilisée dans les applications aéronautiques. Elle permet de réduire le coût de calcul, tout en garantissant un bon niveau de précision.

### Conclusion 1

*C'est le modèle des équations de Navier-Stokes moyennées en temps qui est choisi pour la modélisation des écoulements turbulents compressibles dans les tuyères étudiées.*

### 2.3 Les équations de Navier-Stokes moyennées en temps

La **modélisation de la turbulence** est prise en compte à l'aide d'une approche statistique dans laquelle chaque propriété de l'écoulement de fluide  $\phi$  est décomposée selon **le formalisme de Reynolds** en une partie moyenne  $\bar{\phi}$  et une partie fluctuante  $\phi'$  [138]:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.20)$$

Pour les écoulements compressibles, on utilise **le formalisme de Favre**. Chaque propriété de l'écoulement est décomposée en une partie moyenne pondérée par la masse volumique est une partie fluctuante [139], [140]:

$$\phi = \tilde{\phi} + \phi'' \quad (2.21) \quad \text{Avec} \quad \tilde{\phi} = \frac{\bar{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \quad (2.22)$$

Le formalisme de Reynolds est appliqué à la masse volumique et à la pression. Pour les autres propriétés, on applique le formalisme de Favre.

L'injection de cette décomposition dans le système d'équations de Navier-Stokes instantanées avec l'application de l'opération de moyenne, permettent d'obtenir le système des équations RANS au sens de Favre [141]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}) + \text{div}(\bar{\rho}\vec{V}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\vec{V}) + \text{div}(\bar{\rho}\vec{V}\otimes\vec{V} + \bar{p}\vec{I} - \bar{\tau} - \bar{\tau}_r) = \vec{0} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}(\vec{E} + k)) + \text{div}(\bar{\rho}(\vec{E} + k)\vec{V} + \bar{p}\vec{V} - (\bar{\tau} + \bar{\tau}_r)\vec{V} + \vec{q} + \vec{q}_t) = 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Le passage à la moyenne des équations de Navier-Stokes fait apparaître des termes supplémentaires. On n'a retenu que les termes principaux suivants :

- l'énergie cinétique du mouvement turbulent :

$$k = \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho V''^2}}{\bar{\rho}} \quad (2.24)$$

- Le tenseur de Reynolds ou tenseur des contraintes turbulentes :

$$\bar{\tau}_r = -\overline{\rho V'' \otimes V''} \quad (2.25)$$

- Le flux de chaleur turbulent, il représente l'enthalpie transportée par les fluctuations turbulentes :

$$\vec{q}_t = \overline{\rho V'' h''} \quad (2.26)$$

## Conclusion 2

*Les équations RANS peuvent être résolues à conditions de pouvoir calculer les termes turbulents : le scalaire  $k$ , le tenseur  $\overline{\tau_r}$ , le vecteur  $\overline{q_t}$ . La recherche d'expressions pour les termes turbulents constitue le problème de la modélisation de la turbulence.*

### 2.4 La modélisation par la viscosité turbulente

Les modèles de turbulence les plus couramment utilisés pour la modélisation des écoulements dans les tuyères, sont formulés dans le cadre de **l'hypothèse de Boussinesq** et font intervenir le concept de **viscosité turbulente**  $\mu_t$  [142], [143].

Selon cette hypothèse, le tenseur de Reynolds  $\overline{\tau_r}$  est exprimé par analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses, comme le produit du tenseur de déformation moyen et d'une viscosité turbulente :

$$\overline{\tau_r} = \mu_t \left[ g\overline{r}ad\overline{V} + (g\overline{r}ad\overline{V})^t - \frac{2}{3} (div\overline{V})\overline{I} \right] - \frac{2}{3} k\overline{I} \quad (2.27)$$

Le terme  $\frac{2}{3} k$  représente une pression dynamique turbulente. Il est associé à la pression hydrostatique  $\overline{p}$  pour former une pression modifiée ou effective :

$$\overline{p}_{ef} = \overline{p} + \frac{2}{3} \overline{p} k \quad (2.28)$$

De manière analogue, le flux de chaleur turbulent  $\overline{q_t}$  est relié au gradient de température moyenne par analogie à la loi de Fourier :

$$\overline{q_t} = -\lambda_t g\overline{r}ad(\overline{T}) \quad (2.29)$$

Où  $\lambda_t$  est une conductivité thermique turbulente. Elle est reliée à la viscosité turbulente par l'intermédiaire du nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  donné par :

$$Pr_t = \frac{\mu_t c_p}{\lambda_t} \quad (2.30)$$

Le nombre de Prandtl turbulent est supposé constant :  $Pr_t = 0.9$  pour l'air.

L'expression de l'énergie totale en moyenne est modifiée par :

$$\tilde{E}_{ef} = \tilde{E} + k \quad (2.31)$$

Les équations de Navier-Stokes moyennées en temps avec l'hypothèse de Boussinesq prennent la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}) + \text{div}(\bar{\rho} \vec{V}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \vec{V}) + \text{div}(\bar{\rho} \vec{V} \otimes \vec{V} + \bar{p}_{ef} \bar{I} - \bar{\tau}^t) = \vec{0} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{E}_{ef}) + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{E}_{ef} \vec{V} + \bar{p}_{ef} \vec{V} - \bar{\tau}^t \vec{V} + \vec{q}^t) = 0 \end{array} \right. \quad (2.32)$$

Dans le système ci-dessus, les deux termes  $\bar{\tau}^t$  et  $\vec{q}^t$  représente le tenseur des contraintes totales et le flux de chaleur total, somme des contributions laminares et turbulentes. les deux termes s'écrivent alors :

$$\bar{\tau}^t = (\mu + \mu_t) \left[ \overrightarrow{grad} \vec{V} + (\overrightarrow{grad} \vec{V})^t - \frac{2}{3} (\text{div} \vec{V}) \bar{I} \right] - \frac{2}{3} k \bar{I} \quad (2.33)$$

$$\vec{q}^t = - \left( \frac{\mu}{Pr} - \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) c_p \overrightarrow{grad} (\tilde{T}) \quad (2.34)$$

### Conclusion 3

**L'hypothèse de Boussinesq permet de simplifier la modélisation de la turbulence en la réduisant à la recherche d'une expression pour la viscosité turbulente  $\mu_t$ .**

## 2.5 Le modèle à viscosité turbulente SST- Menter

La viscosité turbulente peut s'obtenir à partir d'une relation algébrique, d'une équation de transport ou de plusieurs équations de transport [141]. Dans cette étude, on a utilisé le modèle à 2 équations de transport  $k-\omega$  de Menter avec la correction SST (Shear Stress transport) vu son efficacité et sa grande popularité dans les études numériques de calcul des écoulements compressibles dans les tuyères [86], [102], [112], [120], [144].

Le modèle  $k-\omega$  de Menter [145 - 148] consiste en une combinaison du modèle  $k-\omega$  de Wilcox [149] et  $k-\varepsilon$  de Launder-Sharma [150 - 151] via une fonction de raccord de Menter  $F_1$ . La fonction de Menter contribue à privilégier le modèle de Wilcox, étant donné sa robustesse dans la région interne des couches limites, dans les zones des écoulements soumis à de fort gradient de pression adverse et dans les zones de décollement. D'autre part la fonction de Menter permet de basculer progressivement vers le modèle  $k-\varepsilon$  de manière à profiter de sa supériorité dans la zone de sillage.

La viscosité turbulente est évaluée, par analogie avec la viscosité moléculaire, comme le produit d'une échelle de vitesse  $u$  et une échelle de longueur  $l$ , caractéristique de la turbulence. Dans le modèle  $k - \omega$ , la vitesse  $u$  est représentée par une grandeur relative à l'énergie cinétique turbulente  $k$ , soit  $u \sim \sqrt{k}$ . Pour l'échelle de longueur  $l$ , elle est donnée en fonction de la dissipation spécifique  $\omega$ : par  $l \sim \frac{\sqrt{k}}{\omega}$ .

La fonction de dissipation spécifique  $\omega$  est reliée à la dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $\varepsilon$  par la relation suivante :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad (2.35)$$

avec  $\beta^* = 0.09$

La viscosité turbulente est calculée en fonction de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et de la dissipation spécifique  $\omega$  par :

$$\mu_t = \frac{\bar{\rho} k / \omega}{\max[1, \Omega F_2 / (a_1 \omega)]} \quad (2.36)$$

avec  $\Omega$  la norme du tenseur de vorticité et  $a_1 = 0.31$ .

$$\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (2.37), \quad \text{avec} \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.38)$$

La fonction  $F_2$  permet d'éviter à la limitation SST de s'appliquer en dehors des couches limites. Elle est donnée en fonction de la distance à la paroi  $y$  par :

$$F_2 = \tanh \left\{ \left( \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y} ; \frac{500\mu}{\bar{\rho}\omega y^2} \right]^2 \right) \right\} \quad (2.39)$$

Le modèle de Menter repose sur le transport de deux équations, une pour l'énergie cinétique turbulente et une autre pour la dissipation spécifique :

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} k \vec{V}) = \text{div}[(\mu + \sigma_k \mu_t) \text{grad}(k)] + S_k \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \omega}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \omega \vec{V}) = \text{div}[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \text{grad}(\omega)] + S_\omega \quad (2.41)$$

Les termes sources du modèle  $S_k, S_\omega$  s'écrivent :

$$S_k = P_k - \beta^* \bar{\rho} k \omega \quad (2.42)$$

$$S_\omega = \frac{\gamma \bar{\rho}}{\mu_t} P_k - \beta \bar{\rho} \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\bar{\rho} \sigma_\omega}{\omega} \text{grad}(k) \cdot \text{grad}(\omega) \quad (2.43)$$

avec  $P_k$  la production de  $k$  [142] :

$$P_k = \bar{\tau}^t : \text{grad}(\vec{V}) \quad (2.44)$$

Les constantes du modèle s'obtiennent par pondération des constantes du modèle de Wilcox et de Launder-Sharma en utilisant la fonction de Menter  $F_1$  :

$$C_{ste} = F_1 C_{ste1} + (1 - F_1) C_{ste2} \quad (2.45)$$

Les constantes du modèle sont les suivantes :

$$\sigma_{k1} = 0.85 \quad , \quad \sigma_{\omega1} = 0.5 \quad , \quad \beta_1 = 0.075 \quad , \quad \gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad , \quad \kappa = 0.41$$

$$\sigma_{k2} = 1 \quad , \quad \sigma_{\omega2} = 0.856 \quad , \quad \beta_2 = 0.0828 \quad , \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad , \quad \kappa = 0.41$$

La fonction de raccord de Menter  $F_1$  permet d'utiliser le modèle de Wilcox  $k-\omega$  dans la **sous-couche visqueuse** et la **région logarithmique** ( $F_1 = 1$ ) et basculer progressivement vers le modèle  $k-\varepsilon$  à mesure qu'on s'approche de la **zone de sillage** ( $F_1 = 0$ ). Cette fonction s'écrit :

$$F_1 = \tanh(\text{arg}_1^4) \quad (2.46)$$

$$\text{avec} \quad \text{arg}_1 = \min[\max(T_1, T_2), T_3] \quad (2.47)$$

ou

$$T_1 = \frac{500 \mu_t}{\bar{\rho} \omega y^2}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}$$

$$T_3 = \frac{4\bar{\rho} \sigma_{\omega 2} k}{D_{k\omega} y^2}$$

$$\text{ou} \quad D_{k\omega} = \max\left(\frac{\bar{\rho} \sigma_{\omega 2}}{\omega} g\vec{r}ad(k), g\vec{r}ad(\omega); 10^{-20}\right) \quad (2.48)$$

Le terme  $T_1$  intervient dans la **sous-couche visqueuse**, le terme  $T_2$ , dans la **zone logarithmique** et le terme  $T_3$ , dans **l'écoulement externe**.

#### Conclusion 4

*La viscosité turbulente  $\mu_t$  est déterminée par le modèle de turbulence à deux équations de transport  $k-\omega$  de Menter avec la correction SST (Shear Stress transport).*



## 2.6 Le modèle turbulent adopté en 2D axisymétrique

Dans les écoulements de tuyère axisymétrique, il est possible de restreindre le domaine de calcul 3D en 2D axisymétrique. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes FRANS seront écrites dans un système de coordonnées cylindriques  $(x, r, \theta)$ , auquel on associe le vecteur vitesse  $\vec{V}$   $(\tilde{v}_x, \tilde{v}_r, \tilde{v}_\theta)$ . En négligeant les dérivées orthoradiales, le transport des variables conservatives  $(\bar{\rho}, \bar{\rho}\tilde{v}_x, \bar{\rho}\tilde{v}_r, \bar{\rho}\tilde{E}_{ef}, \bar{\rho}k, \bar{\rho}\omega)$  s'exprime par rapport aux deux coordonnées spatiales  $(x, r)$  de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\tilde{v}_x) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\tilde{v}_r) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{v}_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\tilde{v}_x\tilde{v}_x + \bar{p}_{ef}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\tilde{v}_x\tilde{v}_r) = \frac{\partial\tilde{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\tilde{\tau}_{xr})}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{v}_r) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\tilde{v}_r\tilde{v}_x) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\tilde{v}_r\tilde{v}_r + \bar{p}_{ef}) = \frac{\partial\tilde{\tau}_{xr}}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\tilde{\tau}_{rr})}{\partial r} + \frac{\bar{p}_{ef} - \tilde{\tau}_{\theta\theta}}{r} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{E}_{ef}) + \frac{\partial}{\partial x}[(\bar{\rho}\tilde{E}_{ef} + \bar{p}_{ef})\tilde{v}_x] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r(\bar{\rho}\tilde{E}_{ef} + \bar{p}_{ef})\tilde{v}_r] = \frac{\partial}{\partial x}[\tilde{\tau}_{xx}\tilde{v}_x + \tilde{\tau}_{xr}\tilde{v}_r + \tilde{q}_x] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r(\tilde{\tau}_{xr}\tilde{v}_x + \tilde{\tau}_{rr}\tilde{v}_r + \tilde{q}_r)] \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}k\tilde{v}_x) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}k\tilde{v}_r) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k}\right)\frac{\partial k}{\partial r}\right] + S_k \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\omega\tilde{v}_x) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\omega\tilde{v}_r) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega}\right)\frac{\partial\omega}{\partial x}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega}\right)\frac{\partial\omega}{\partial r}\right] + S_\omega \end{array} \right. \quad (2.49)$$

ou les éléments du tenseur des contraintes de cisaillement sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\tau}_{xx} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial x} - \frac{1}{3}\text{div}\vec{V}\right) \quad \tilde{\tau}_{rr} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial\tilde{v}_r}{\partial r} - \frac{1}{3}\text{div}\vec{V}\right) \\ \tilde{\tau}_{xr} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial r} + \frac{\partial\tilde{v}_r}{\partial x}\right) \quad \tilde{\tau}_{\theta\theta} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\tilde{v}_r}{r}\right) \end{array} \right. \quad (2.50)$$

Avec la divergence du champ de vitesse  $\vec{V}$  :

$$\text{div}\vec{V} = \frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{v}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{v}_r}{r} \quad (2.51)$$

## 2.7 Conclusion

*Le modèle adopté dans cette étude, pour la modélisation des écoulements compressibles turbulents dans les tuyères supersoniques est le modèle FRANS couplé avec le modèle SST Menter à deux équations de transport  $k-\omega$ . Le modèle est écrit en coordonnées axisymétriques.*

## Chapitre 3

### Les codes utilisés pour le calcul des écoulements compressibles

#### 3.1 Présentation des codes

Dans le cadre de cette étude numérique plusieurs *codes de calcul* avec *des différents niveaux d'approximation* sont utilisés pour la prédiction des écoulements compressibles dans les tuyères convergentes-divergentes. Ces codes sont :

➤ *Code 1D Analytique*

Ce premier code permet la simulation numérique *des différents régimes de fonctionnement des tuyères supersoniques* avec *détection de la position de l'onde de choc* dans le divergent de la tuyère (*Code réalisé*) [162].

➤ *Code 1D MacCormack.*

Ce code est destiné à la résolution numérique de l'écoulement Eulérien quasi-unidimensionnel. IL est basé sur une *approche différences fines*. Pour la discrétisation des équations, un *schéma explicite de type MacCormack du second ordre* est utilisé. La théorie des caractéristiques est utilisée pour le traitement des conditions aux limites. Le caractère hyperbolique du système différentiel des équations d'Euler est mis à profit pour rechercher une solution stationnaire. Enfin, le code compare les résultats numériques obtenus avec la solution analytique (*Code réalisé*) [163].

➤ *Code Euler2D - LFMN-CORIA*

Ce code est réalisé au laboratoire LFMN-CORIA. La méthode numérique du code est basée sur une approche *volumes finis* en *coordonnées généralisées*. L'avancement en temps et du type *explicite* de Runge-Kutta. Le traitement des flux convectifs est effectué en utilisant le *schéma TVD de Roe* (*Code maîtrisé et amélioré*) [160-161].

➤ **Code de maillage 2D**

Un code de maillage pour les tuyères propulsives est réalisé en langage fortran. Le code comprend des *fonctions de contrôle* permettant le *raffinage du maillage* dans les zones à grande variation des propriétés de l'écoulement (*col, paroi, onde de choc*) (voir figure 3.1).

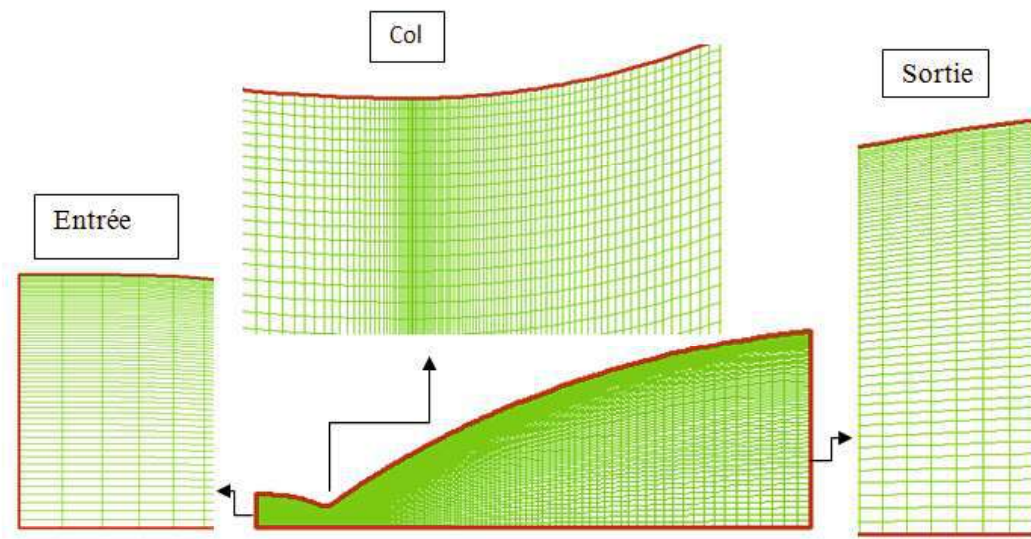


Fig. 3.1 - Maillage pour la tuyère du moteur Vulcain2.

➤ **Code TURB2D - LFMN-CORIA**

Le code *TURB2D - LFMN-CORIA* est un *code parallèle*. Il est destiné à la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles, *turbulents* et instationnaires en 2D axisymétrique (*Code étudié, manipulé, amélioré et optimisé*) [116], [120-122], [158-159].

➤ **Projet d'un code TURB3D (Code encours de réalisation)**

Un *code de maillage 3D* pour les tuyères *et plusieurs sous-routines 3D* ont été développés dans le cadre de cette étude afin d'étendre la version actuelle 2D en un *code 3D*.

Dans ce qui suit, une *description* plus détaillée de *la méthode numérique* utilisée dans les deux codes (EULER2D et TURB2D) est présentée.

### 3.3 Code *TURB2D - LFMN-CORIA*

#### 3.3.1 Forme numérique des équations du code

Pour un écoulement 2D axisymétrique compressible et une modélisation de type  $k-\omega$ , le système d'équations de l'écoulement peut se mettre sous la forme numérique commune et compacte suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi + \frac{\partial}{\partial x} F(\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G(\phi) = \frac{\partial}{\partial x} F_v(\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_v(\phi) + S(\phi) \quad (3.29)$$

où  $x, r$  sont les deux directions d'espace et  $t$  la variable temporelle.

Le vecteur inconnu  $\phi$  des variables conservatives a pour forme :

$$\phi = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{v}_x \\ \bar{\rho} \tilde{v}_r \\ \bar{\rho} \tilde{E}_{ef} \\ \bar{\rho} k \\ \bar{\rho} \omega \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Pour les vecteurs des flux eulérien et visqueux  $F$  et  $F_v$  dans la direction  $x$  on a :

$$F = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{v}_x \\ \bar{\rho} \tilde{v}_x \tilde{v}_x + \bar{p}_{ef} \\ \bar{\rho} \tilde{v}_r \tilde{v}_x \\ (\bar{\rho} \tilde{E}_{ef} + \bar{p}_{ef}) \tilde{v}_x \\ \bar{\rho} k \tilde{v}_x \\ \bar{\rho} \omega \tilde{v}_x \end{pmatrix}, \quad F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\tau}_{xx} \\ \tilde{\tau}_{xr} \\ \tilde{\tau}_{xx} \tilde{v}_x + \tilde{\tau}_{xr} \tilde{v}_r + \tilde{q}_x \\ (\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k}) \frac{\partial}{\partial x} k \\ (\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega}) \frac{\partial}{\partial x} \omega \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Pour les vecteurs des flux eulérien et visqueux  $G$  et  $G_v$  dans la direction  $r$  on a :

$$G = \begin{pmatrix} r \bar{\rho} \tilde{v}_r \\ r \bar{\rho} \tilde{v}_x \tilde{v}_x + \bar{p}_{ef} \\ r \bar{\rho} \tilde{v}_x \tilde{v}_r \\ r \bar{\rho} \tilde{v}_r \tilde{v}_r + \bar{p}_{ef} \\ r \bar{\rho} k \tilde{v}_r \\ r \bar{\rho} \omega \tilde{v}_r \end{pmatrix}, \quad G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ r \tilde{\tau}_{xr} \\ r \tilde{\tau}_{rr} \\ r (\tilde{\tau}_{xr} \tilde{v}_x + \tilde{\tau}_{rr} \tilde{v}_r + \tilde{q}_r) \\ r (\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k}) \frac{\partial}{\partial r} k \\ r (\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega}) \frac{\partial}{\partial r} \omega \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Pour le terme source :

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r}(\bar{p}_{ef} - \tilde{\tau}_{\theta\theta}) \\ 0 \\ S_k \\ S_\omega \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

ou

- les éléments du tenseur des contraintes de cisaillement sont donnés par :

$$\begin{cases} \tilde{\tau}_{xx} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{V}\right) & \tilde{\tau}_{rr} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{V}\right) \\ \tilde{\tau}_{xr} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial x}\right) & \tilde{\tau}_{\theta\theta} = 2(\mu + \mu_t)\left(\frac{\tilde{v}_r}{r}\right) \end{cases} \quad (3.34)$$

- la divergence la divergence du champ de vitesse  $\vec{V}$  :

$$\operatorname{div} \vec{V} = \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{v}_r}{r} \quad (3.35)$$

- Les flux de chaleurs :

$$\tilde{q}_x = \gamma \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}}{\partial x}, \quad \tilde{q}_r = \gamma \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}}{\partial r} \quad (3.36)$$

- Les termes sources du modèle  $S_k, S_\omega$  s'écrivent :

$$S_k = P_k - \beta^* \bar{\rho} k \omega \quad (3.37)$$

$$S_\omega = \frac{\gamma \bar{\rho}}{\mu_t} P_k - \beta \bar{\rho} \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\bar{\rho} \sigma_\omega}{\omega} \overrightarrow{g\text{rad}}(k) \cdot \overrightarrow{g\text{rad}}(\omega) \quad (3.38)$$

- Le terme de production de l'énergie cinétique turbulente a pour expression :

$$P_k = 2 \mu_t \left\{ \left( \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{V} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{V} \right)^2 + \left( \frac{\tilde{v}_r}{r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{V} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial x} \right)^2 \right\} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \operatorname{div} \vec{V} \quad (3.39)$$

- La pression effective et l'énergie totale effective sont :

$$\bar{p}_{ef} = \bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \quad (3.40)$$

$$\tilde{E}_{ef} = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{V}^2 + k, \quad \text{ou} \quad \tilde{e} = c_v \tilde{T} \quad (3.50)$$

### 3.3.2 Méthode numérique utilisée dans le code

Le code TURB2D - LFMN-CORIA est un code très performant. C'est un *code parallèle* basé sur les *techniques multi-domaines*. Il est destiné à la résolution des équations de Navier-Stokes *compressibles* et *instationnaires* en **2D** et **2D axisymétrique**. *La turbulence* est modélisée par une approche statistique en coordonnées généralisées en utilisant *le modèle SST Menter à deux équations de transport*. Le système d'équations régissant cet écoulement est résolu à l'aide de *la méthode des volumes finis* en *maillage structuré*. L'intégration en temps est réalisée par le *schéma numérique totalement implicite de type prédicteur-correcteur de Mac-Cormack*. Alors que *Les flux convectifs* sont discrétisés grâce au *schéma de Steger-Warming*. *Les flux visqueux* sont discrétisés par un *schéma centré du second ordre* [120-122], [116].

### 3.4 Conclusion

A l'heure actuelle, il existe des *codes industriels très performants et très sophistiqués* permettant la prédiction des écoulements des fluides (CFX, FLUENT, CFD-FASTRAN, ...). La réalisation de ces codes n'est pas une tâche facile, elle demande un travail de groupe et des améliorations continues pendant plusieurs années. Malgré la puissance et l'efficacité de ces logiciels, ils resteront des codes semi ouvert, si on choisit d'être des simples consommateurs de la technologie des autres.

*Ces logiciels doivent être très bien maîtrisés*. En plus de cette maîtrise, la meilleure façon d'acquérir ces nouvelles techniques numériques est *la réalisation de nos propres programmes*. Il faut donc commencer par la réalisation de sous programmes ou procédures qui sont la base de tout programme ou logiciel. Une petite erreur dans une seule procédure provoque une divergence totale des résultats, ainsi que la perte des efforts de plusieurs années.

*La réalisation d'une procédure qui marche à cent pour cent est un grand acquis. La réunion de l'ensemble de ces procédures permet l'élaboration d'un logiciel.*

*En conséquence, la maîtrise des différents codes présentés dans ce chapitre a apisi un temps considérable et a nécessité des efforts très colossale.*

*Cette partie de l'étude représente la partie non apparente de l'iceberg numérique et informatique.*

## Chapitre 4

### Résultats et interprétations

#### 4.1 Simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2

Cette première partie des résultats porte sur la simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2 du lanceur Européen Ariane5. Elle vise à déterminer les paramètres de *l'écoulement Eulérien supersonique* dans la tuyère convergente divergente du moteur en utilisant le *code EULER2D*. La méthode numérique utilisée pour la résolution de l'écoulement est basée sur une approche volumes finis en coordonnées généralisées. L'intégration du système pour les équations de conservation d'Euler s'effectue sur un volume élémentaire quadrilatère. Dans cette étude le traitement des flux convectifs est effectué en utilisant la méthode de Roe. Pour la discrétisation temporelle des équations, un schéma explicite de type Runge-Kutta du second ordre est utilisé.

##### 4.1.1 Données du problème

On considère la tuyère du moteur Vulcain2 d'Ariane5 (Voir figure 4.1).

Les conditions génératrices régnant dans la chambre de combustion sont :

$$P_0 = 115 \text{ bar} , T_0 = 3655 \text{ K}.$$

Les gaz de combustion (Hydrogène liquide + Oxygène liquide) seront assimilés à un gaz parfait de constante

$$r_{\text{gaz}} = 519.23 \text{ [J/Kg.K]},$$

avec un coefficient de détente isentropique  $\gamma = 1.2$  ( voir Annexe 3 ).

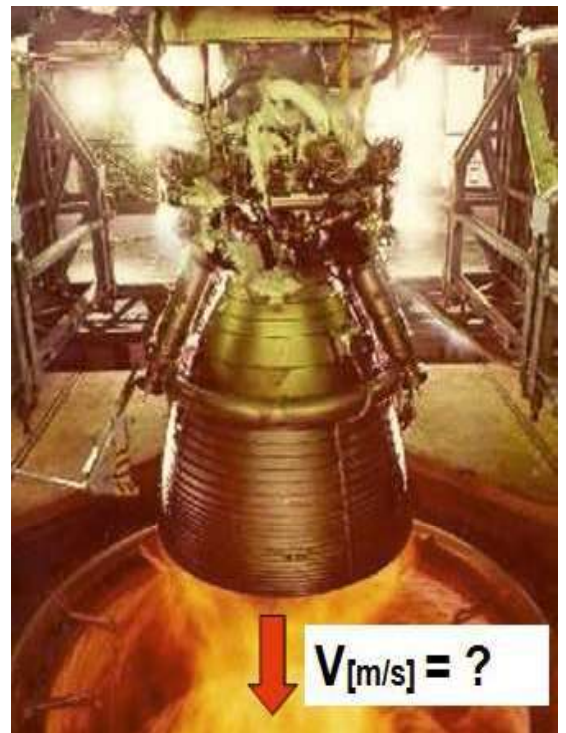


Fig. 4.1 - Les essais du moteur vulcain2

➤ Données du Constructeur



• Poussée dans le vide (kN)	1 340
• Impulsion spécifique (s)	431
• Pression de combustion (bar)	115
• Ergols	LOX- LH2
• Débit d'ergols (kg/s)	320
• Rapport de mélange	6,10
• Vitesse de rotation TP (tr/min)	LOX : 12 300 - LH2 : 35 800
• Puissance turbines (kW)	LOX : 5 - LH2 : 14
• Hauteur (m)	3,45
• Diamètre sortie tuyère (m)	2,10
• Masse du moteur (kg)	2 100

Tableau 4.1- Les caractéristiques du moteur Vulcain2.

Calcul de la vitesse d'éjection des gaz (Constructeur)

$$V = \frac{\text{Force de poussée}}{\text{Débit d'ergole}} = \frac{1340 \cdot 10^3}{320} = 4188 \text{ m/s}$$

4.1.2 Profil de la tuyère Vulcain

Le profil de la tuyère Vulcain est connu. Sa géométrie est schématisée par la figure (4.2). La longueur L de la tuyère est de 3.4649 m. La section au col  $S_{col}$  est de 0.0599 m<sup>2</sup> (un rayon  $R_{col}$  de 0.013812 m) et un rayon de sortie  $R_e$  de 1.05 m . Le rapport de section  $S_e/S_{col}$  est de 60.

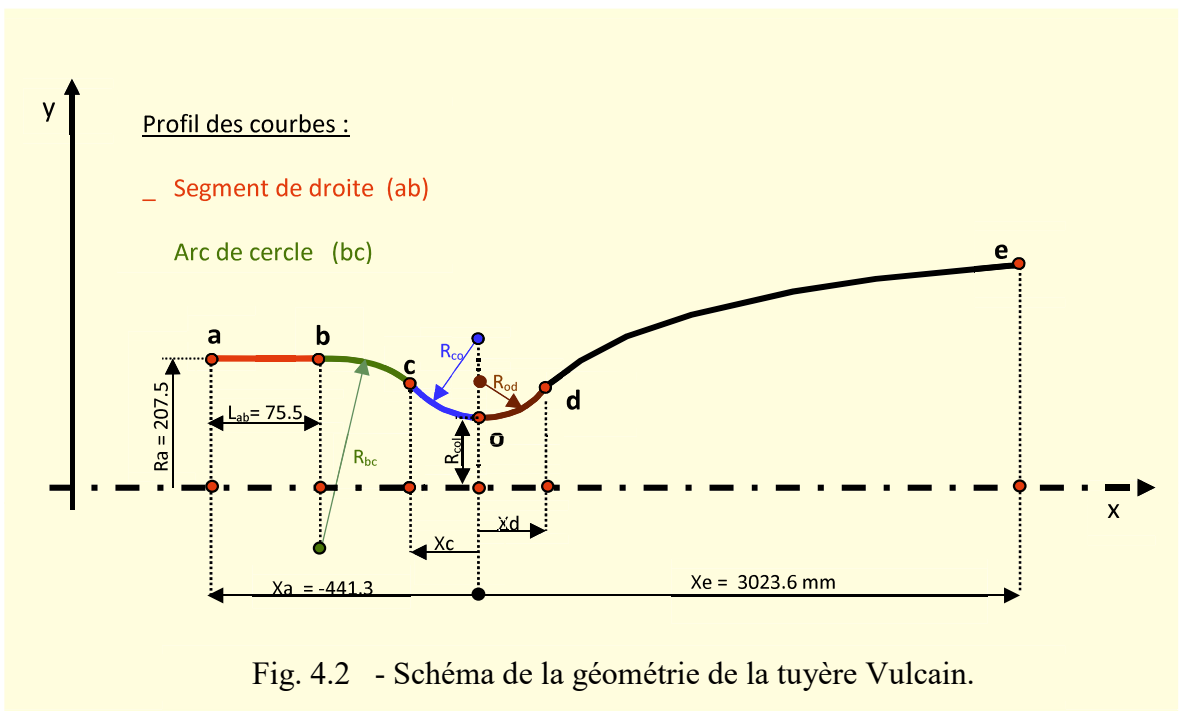


Fig. 4.2 - Schéma de la géométrie de la tuyère Vulcain.



### 4.1.3 Domaine de calcul et conditions aux limites

En profitant de la symétrie de l'écoulement par rapport à l'axe de la tuyère, le domaine de calcul est réduit à une demie tuyère délimité par les frontières suivantes (voir figure 4.3):

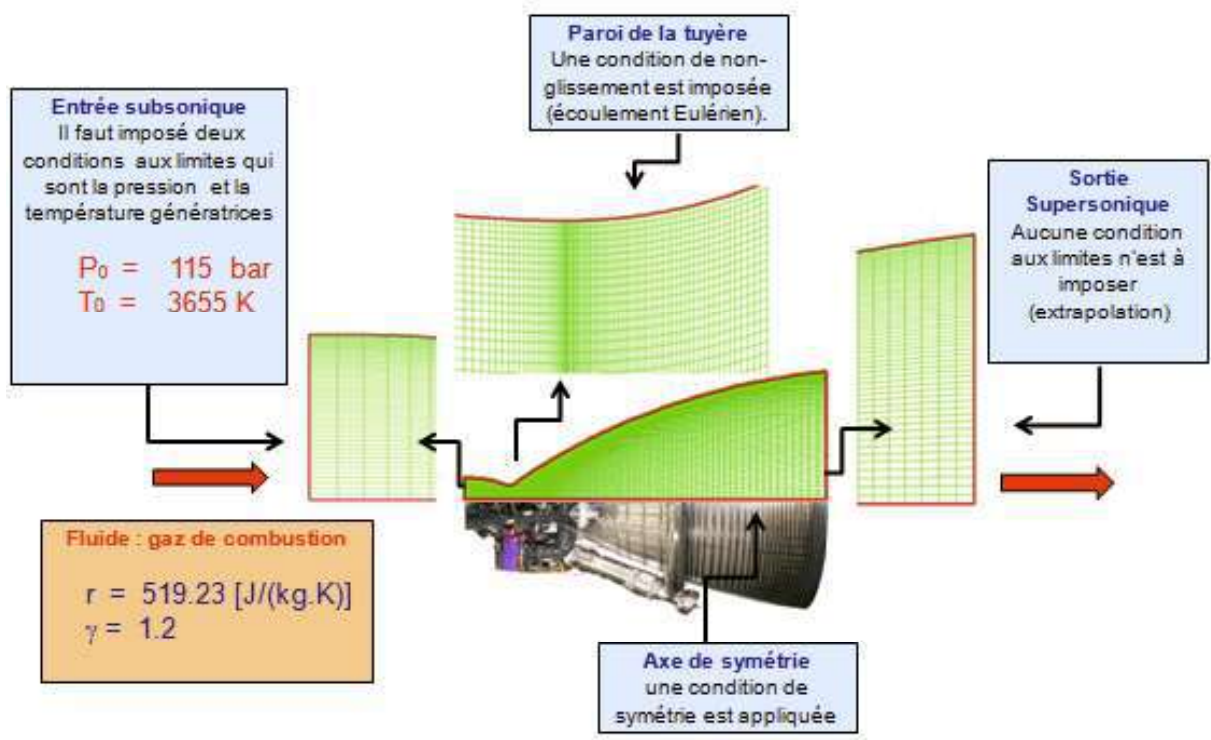


Fig. 4.3 - Domaine de calcul et conditions aux limites.

- une *entrée* représentée par un segment de droit vertical, où l'écoulement est subsonique. Il faut imposer deux conditions aux limites qui sont la pression et la température génératrices.
- une frontière inférieure constituée d'un *axe de symétrie* horizontal, où une condition de symétrie est appliquée.
- une *sortie* représentée par un segment de droit vertical, où l'écoulement est supersonique. Aucune condition aux limites n'est à imposer (extrapolation).
- une frontière supérieure constituée par la *paroi* de la tuyère. Une condition de non-glissement est imposée.

#### 4.1.4 Maillage

##### ➤ Etude de la sensibilité du maillage

Cinq grilles de maillage sont utilisées pour étudier l'indépendance des résultats du maillage. Ces maillages sont raffinés dans la région du col et près de la paroi (les régions où les propriétés locales de l'écoulement varient rapidement). Pour le quatrième et cinquième maillages les profils du nombre de mach axial et de la pression axiale sont confondus. Ainsi le quatrième maillage est retenu pour la modélisation de l'écoulement.

##### ➤ Maillage retenu

Le maillage retenu pour les calculs, comprend (voir figure 4.4) :

301 points selon la direction  $x$   
et  
61 points dans la direction  $y$ .

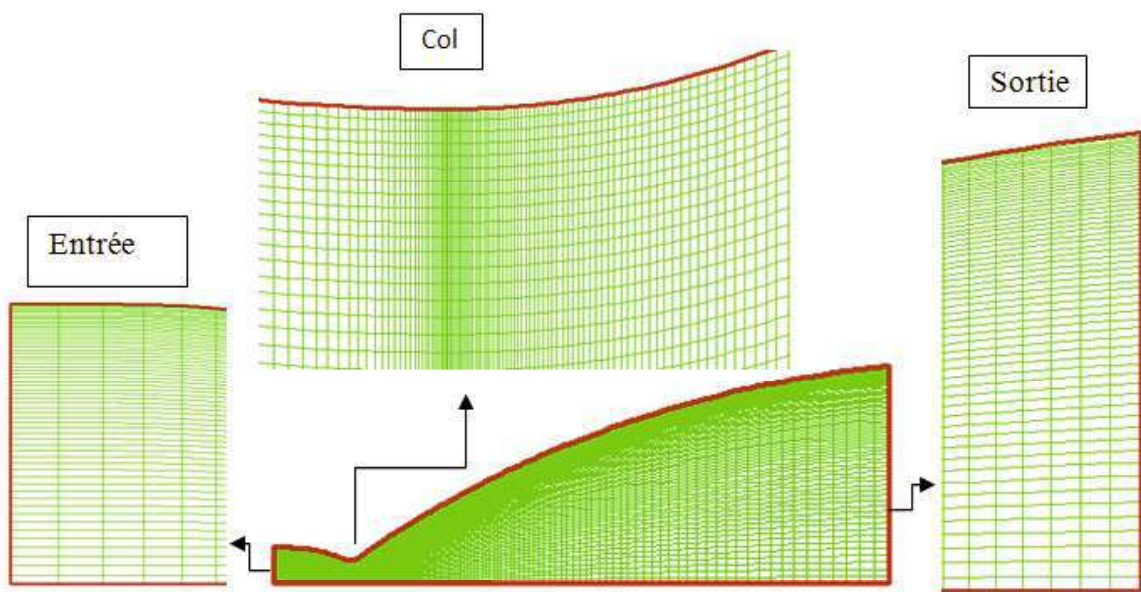


Fig. 4.4 - Maillage 301 points en  $x$  et 61 points en  $y$ .

#### 4.1.5 Les résultats obtenus par le code EULER2D

Le code de calcul EULER2D est utilisé pour le calcul du *régime supersonique adapté* dans la tuyère du moteur Vulcain2.

La figure 4.5 montre la distribution du nombre de Mach dans la tuyère. Dans le convergent l'écoulement est subsonique ( $Mach < 1$ ). L'écoulement dans le col est transsonique ( $0.8 < Mach < 1.2$ ). Dans le divergent l'écoulement devient supersonique et atteint une valeur maximal égale à 3.33 à la sortie de la tuyère. Ainsi le profil convergent-divergent de la tuyère permet d'accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique.

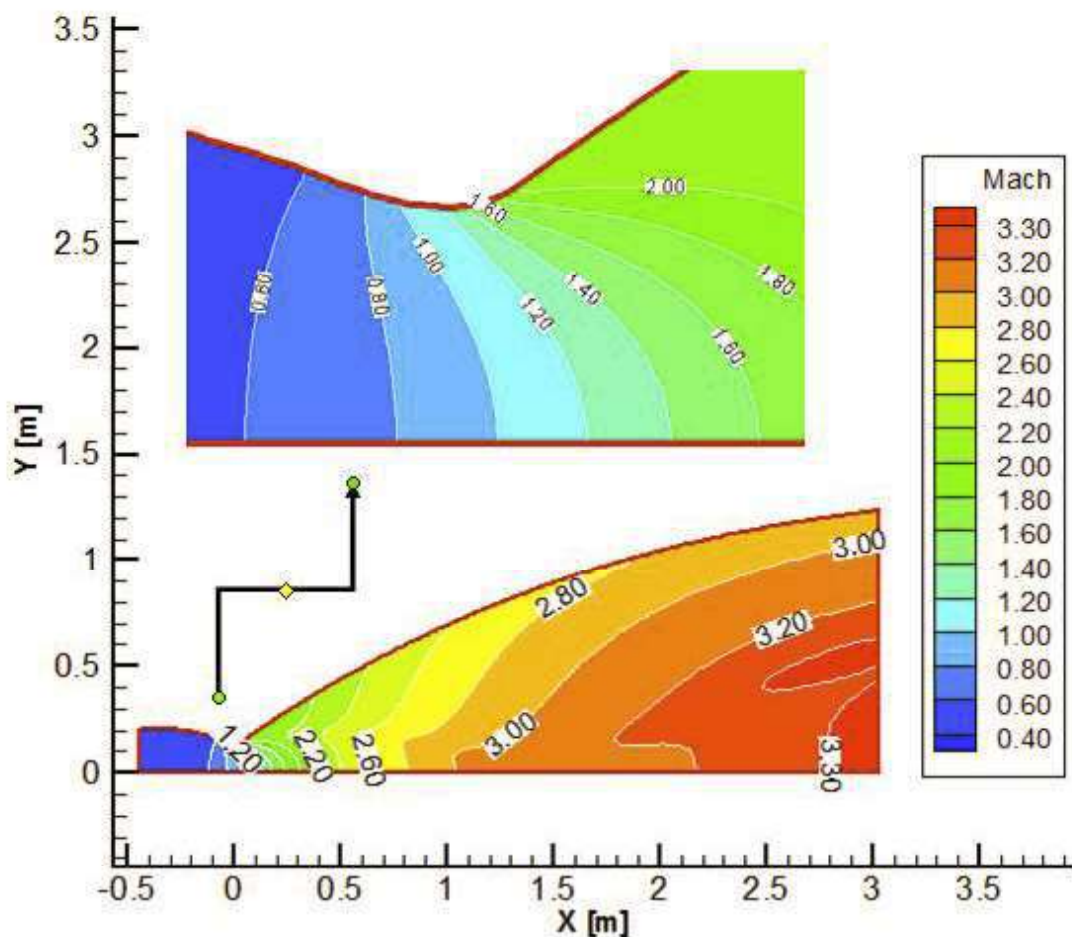


Fig. 4.5 - Distribution du nombre de Mach.

La figure 4.6 représente les lignes de courant du champ de vitesse pour l'écoulement supersonique adapté. L'écoulement de fluide suit le profil de la tuyère. A la paroi la vitesse n'est pas nulle pour l'écoulement Eulérien.

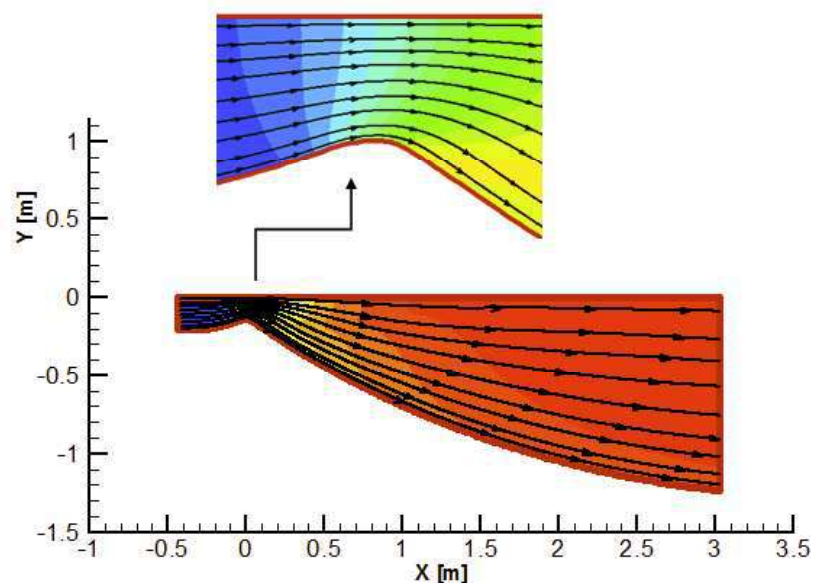


Fig. 4.6 - Lignes de courant du champ de vitesse dans la tuyère.

La figure 4.7 montre la condition de glissement qui consiste à écrire que le vecteur vitesse est tangent à la paroi. La même condition s'applique sur l'axe de la tuyère pour le vecteur vitesse. La vitesse maximale du jet de gaz obtenu par le code est égale à 4215[m/s].

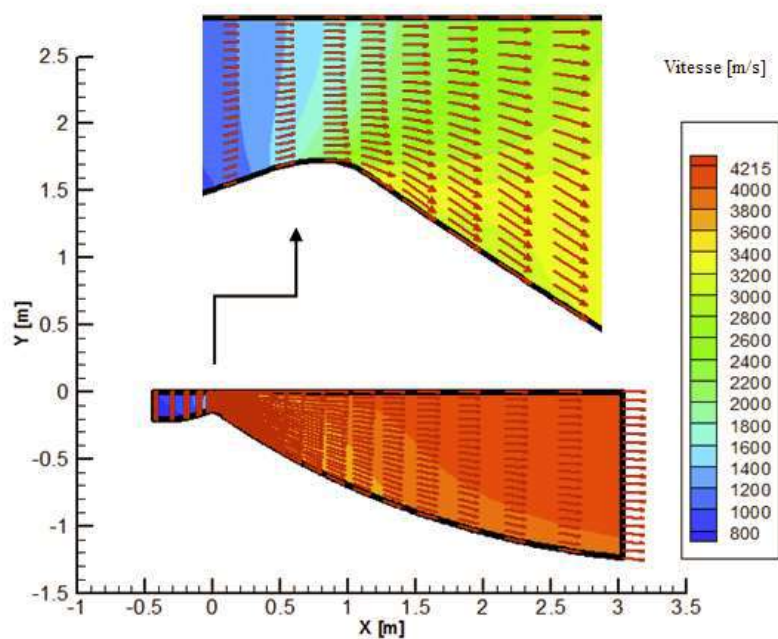


Fig. 4.7 - Direction des vecteurs vitesses avec condition de glissement à la paroi.

Dans la tuyère convergente-divergente les gaz subissent une grande opération de détente pour transformer l'énergie thermique et l'énergie de pression des gaz en énergie cinétique. La figure 4.8 montre la chute de la pression statique dans la tuyère vulcain2. Les gaz se détendent de la pression 115 bar dans la chambre de combustion à la pression 1.28 bar à la sortie de la tuyère.

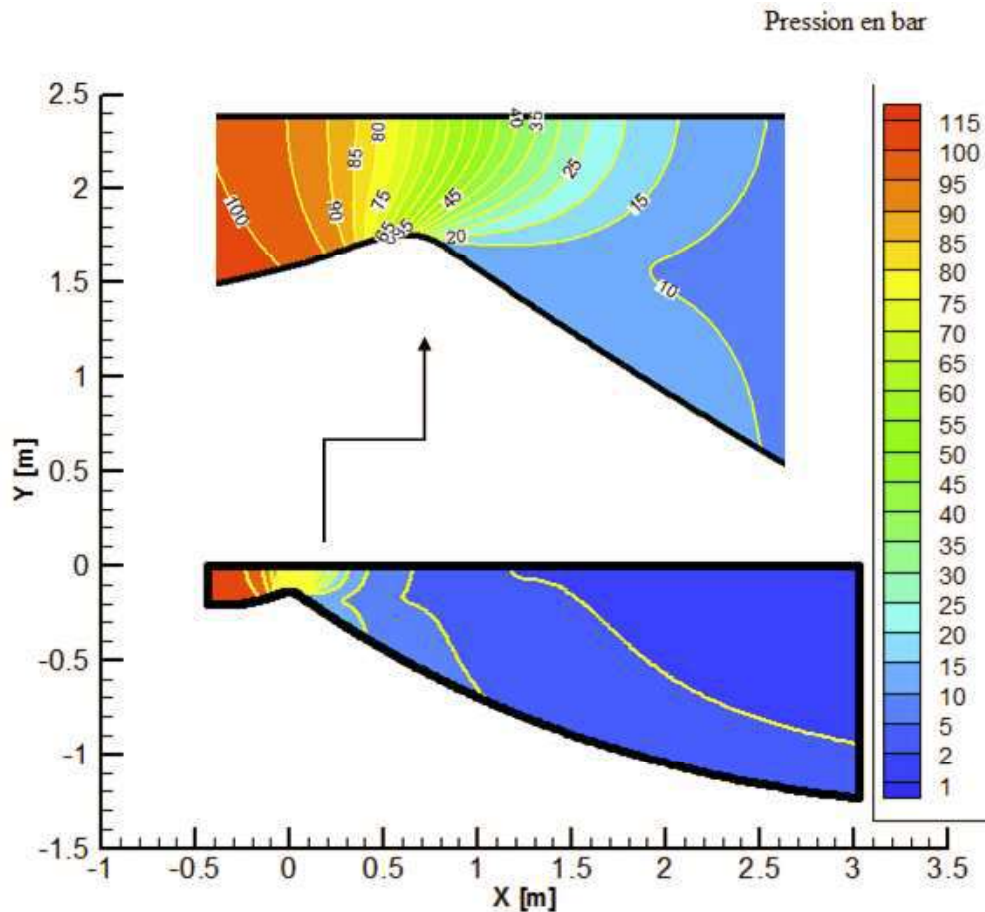


Fig. 4.8 - Distribution de la pression statique en bar.

#### 4.1.6 Validation des résultats

- La vitesse maximale du jet des gaz obtenue par le code : **4215 [m/s].**
- La vitesse donnée par le constructeur : **4188 [m/s].**
- L'erreur relative : **0.65 %**

Les résultats obtenus par le code 2D sont en bon accord avec les données techniques du constructeur Snecma (dans le cas de l'écoulement dans le vide : sans onde de choc).

## 4.2 Calcul des différents régimes d'écoulement dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2

Afin de diminuer le temps de calcul du code 2D, un code Analytique 1D est réalisé pour initialiser les variables bidimensionnels du code 2D pour *les différents régimes d'écoulement*. En plus d'un grand gain de temps, ce code 1D permet de *capturer la position de l'onde de choc* en fonction du nombre de rapport de pression. Ce code comprend plusieurs fonctions et procédures [162].

### ➤ Procédure Maillage 1D

En choisissant une valeur pour la donnée  $NX$ , la *procédure maillage* découpe la tuyère en  $NX$  tranches égales et parallèles. Cette procédure introduit la section du col, et détermine son indice de position ( $Icol$ ). Si une onde de choc existe dans la tuyère, la procédure ajoute au vecteur position des sections de contrôle deux autres positions de contrôles. Une position pour l'état amont et une position pour l'état aval. La procédure détermine automatiquement l'indice de position de l'onde de choc ( $Icho$ ).

### ➤ Procédure Visualisation\_Profil\_Maillage

La procédure *Visualisation\_Profil\_Maillage* permet de visualiser le travail réalisé par la procédure Maillage.

Pour  $NX = 50$ ,  $X_{choc} = 1.24$  m la procédure permet d'avoir le résultat présenté dans la figure (4.9).

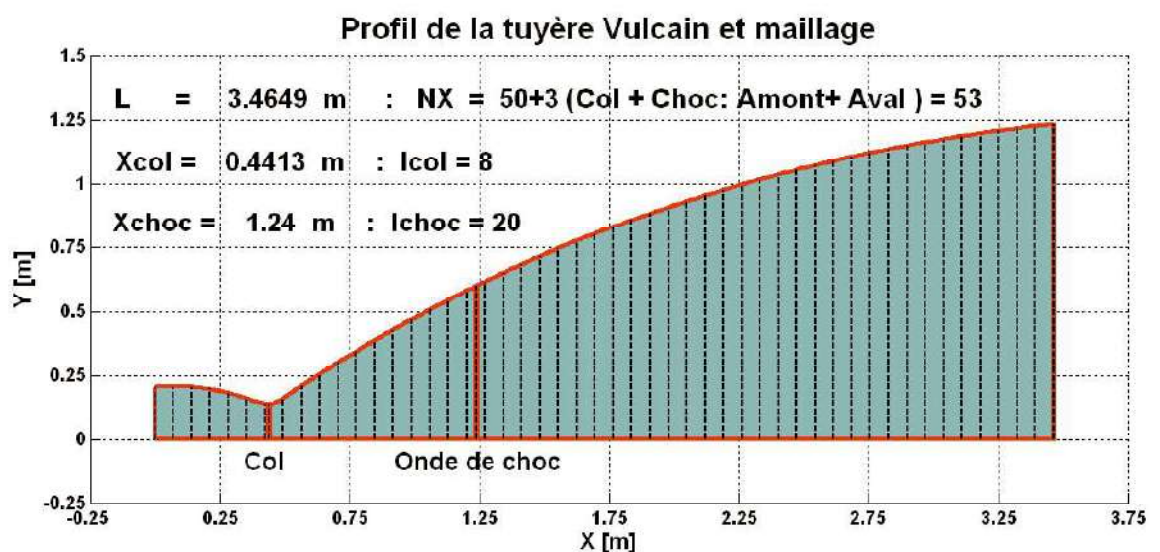


Fig. 4.9 - Profil et Maillage ( $NX = 50$ ,  $X_{choc} = 1.24$  m).

La figure (4.10) présente l'évolution de la pression pour les différents régimes d'écoulement de la tuyère Vulcain.

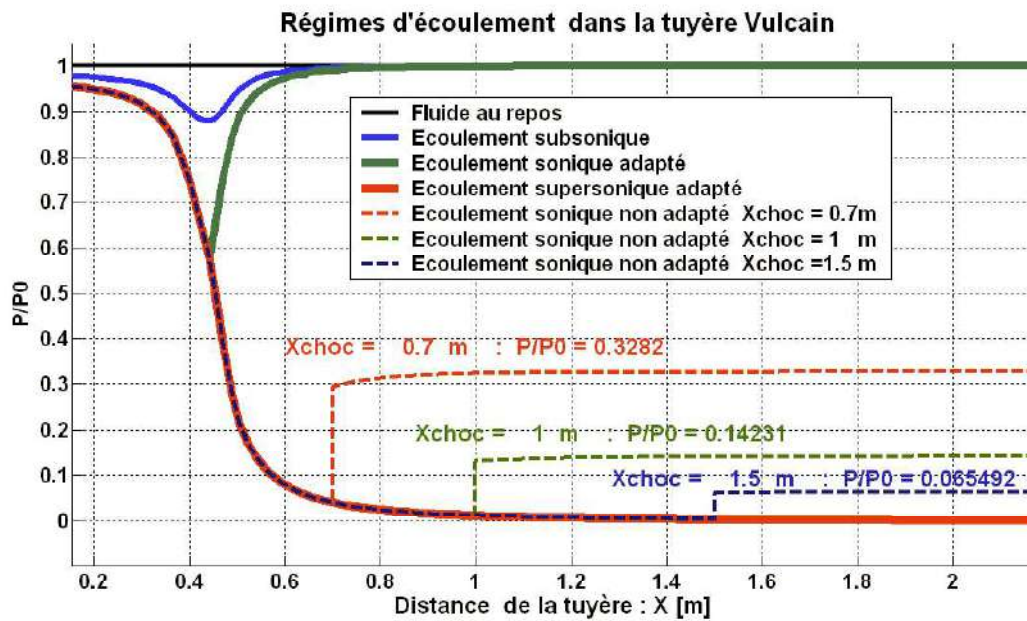


Fig. 4.10 - Evolution de la pression pour différents régimes d'écoulement.

L'évolution du nombre de Mach pour les différents régimes d'écoulement dans de la tuyère Vulcain2 est représentée dans la figure (4.11).

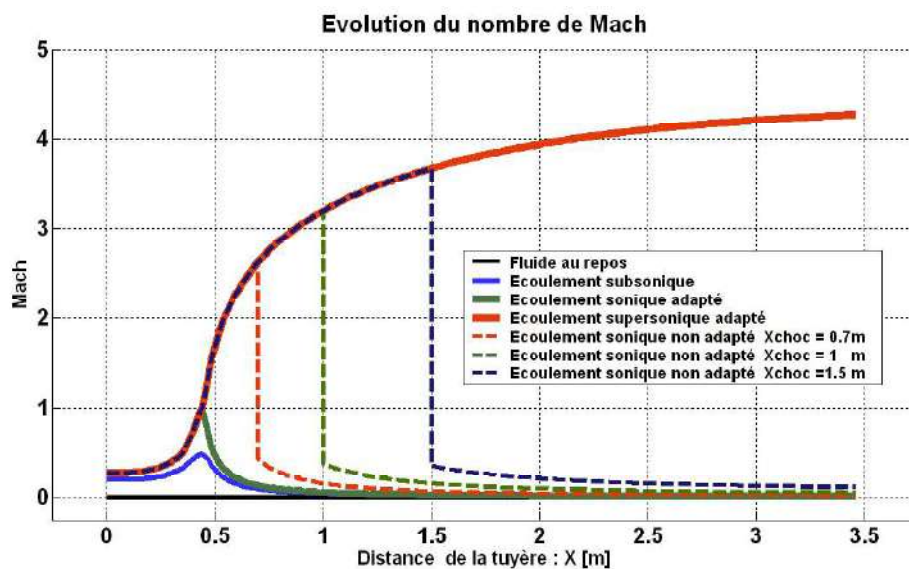


Fig. 4.11- Evolution du nombre de Mach pour différents régimes d'écoulement.

Le programme permet de tracer l'évolution des différentes caractéristiques de l'écoulement pour une position choisie de l'onde de choc. Exemple : pour  $X_{choc} = 0.75$  m, on obtient les résultats représentés par la figure (4.12).

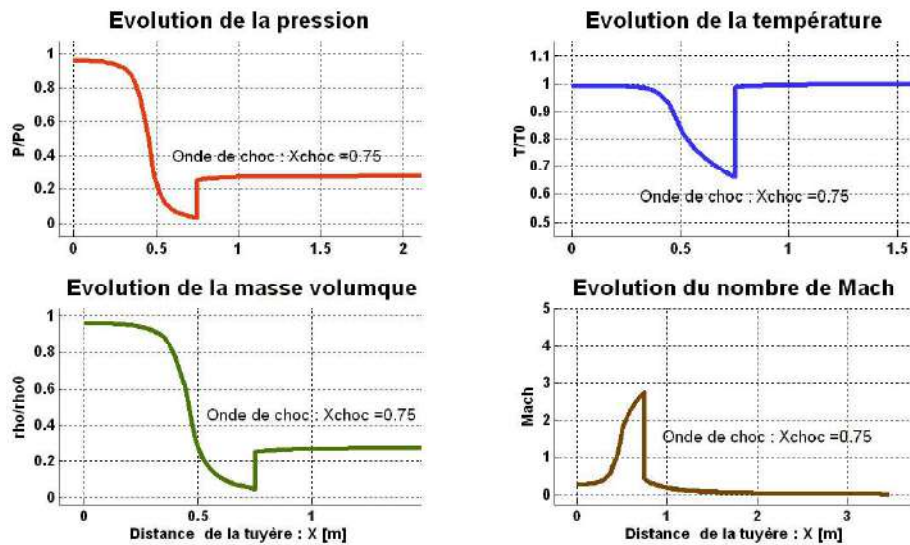


Fig. 4.12 - Caractéristiques de l'écoulement pour une onde de choc en  $x = 0.75$  m.

Le programme permet aussi de détecter la position de l'onde de choc dans le divergent en fonction de la pression aval.

Exemple : pour  $P_a = 25$  bar, on obtient  $X_{choc} = 0.82733$  ( voir figure :4.13).

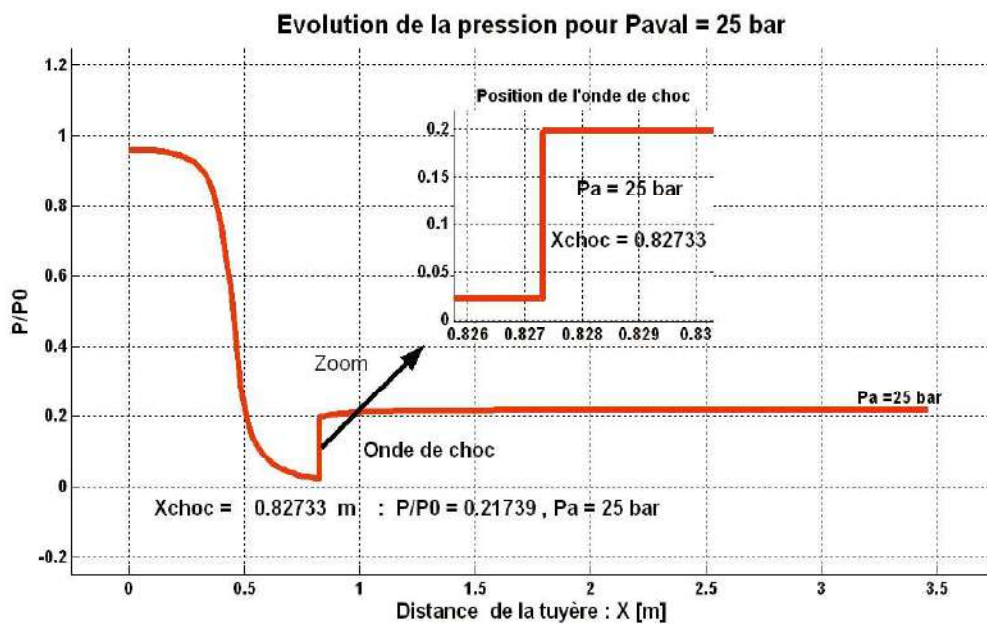


Fig. 4.13 - Détermination de la position de l'onde de choc pour une pression aval  $P_a = 25$  bar.



Enfin, les figures (4.14) et (4.15) présentent la distribution par tranche de la pression et du nombre de mach dans une demie tuyère pour la pression aval  $P_a = 25$  bar.

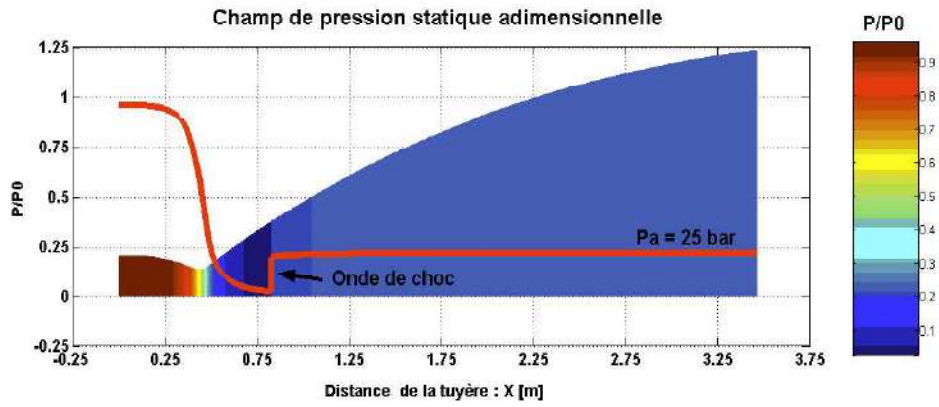


Fig. 4.14 - Champs de pression dans la tuyère (Onde de choc).

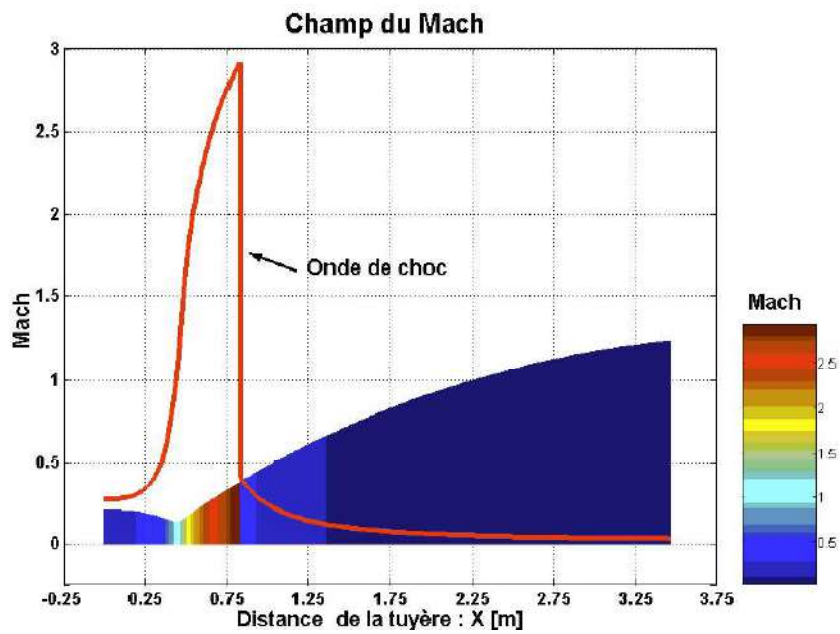


Fig. 4.15 - Champs du nombre de Mach dans la tuyère (Onde de choc).

### 4.3 Calcul de l'écoulement turbulent dans la tuyère LEA-TIC

#### 4.3.1 Présentation de la tuyère étudiée

La *deuxième tuyère* considérée est la tuyère **LEA-TIC**. Elle est réalisée au laboratoire d'études Aérodynamiques de Poitiers en France (LEA). C'est une tuyère propulsive supersonique à **échelle réduite** et à **contour idéal tronqué** (TIC) (figure 4.16) [107], [110].

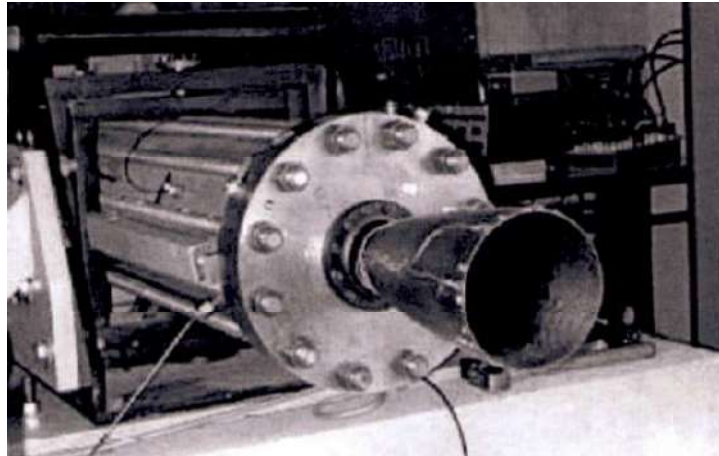


Fig. 4.16 - Tuyère TIC - Montage Expérimental LEA de Poitier.

Le profil de la tuyère est présenté dans la figure (4.17), ses propriétés géométriques sont données dans le tableau (4.2).

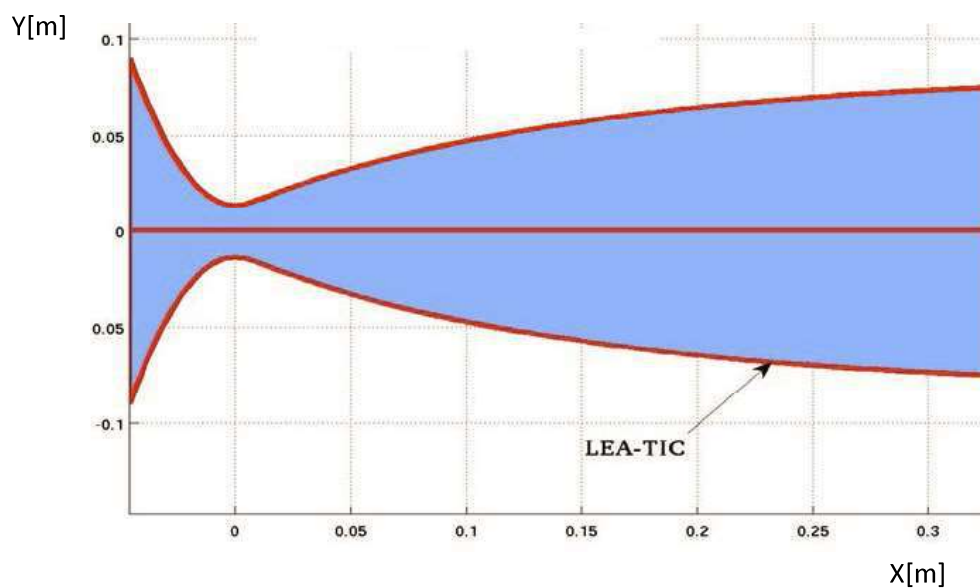


Fig.4.17 - Profil de la tuyère LEA-TIC.

### 4.3.2 Données de l'écoulement supersonique étudié

On considère les données de l'une des **expériences de l'écoulement supersonique** réalisée sur la tuyère **LET-TIC**. La tuyère est alimentée par un réservoir contenant de l'**air** refroidi et comprimé aux conditions génératrices :

$$P_c = 34.7 \text{ bar}, T_c = 270 \text{ K} = -3 \text{ °C}$$

L'air traverse la tuyère, s'accélère le long de celle-ci et s'éjecte à grande vitesse aux conditions ambiantes :

$$P_a = 1 \text{ bar}, T_a = 288 \text{ K} (15 \text{ °C})$$

Dans les conditions de l'expérience (pression et température) l'air peut être assimilé à un gaz parfait de constante  $r_{\text{gaz}} = 287 \text{ j/kg.k}$  avec un coefficient de détente isentropique  $\gamma = 1.4$ .

Les données de l'expérience sont schématisées dans la figure 4.19.

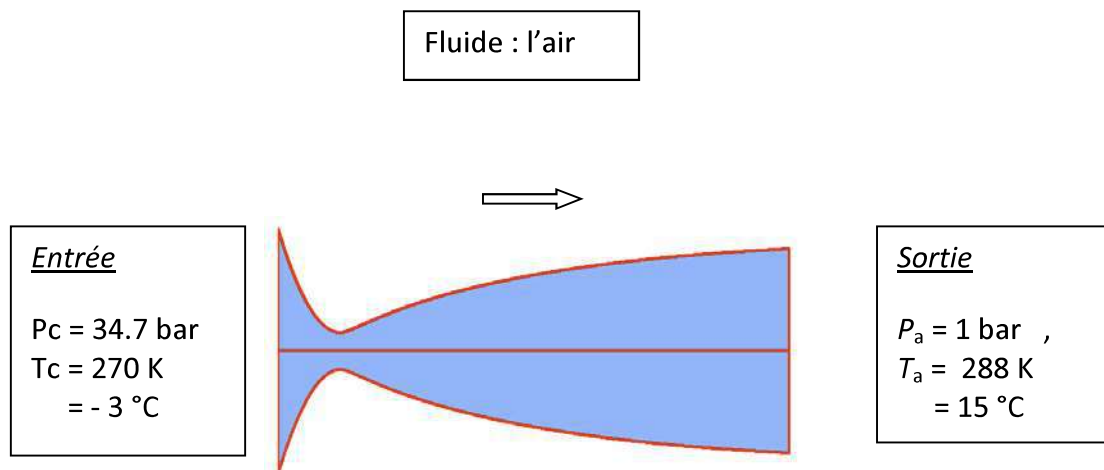


Fig. 4.19 - Données de l'expérience dans la tuyère LEA-TIC.

### 4.3.3 Domaine, conditions aux limites et Maillage

#### ➤ Domaine de calcul

Le domaine d'intégration de la présente étude numérique est constitué comme le montre la figure 4.20 de deux domaines distincts qui *sont la tuyère et le jet*. Les dimensions du jet sont choisi en fonction du rayon de sortie de la tuyère.

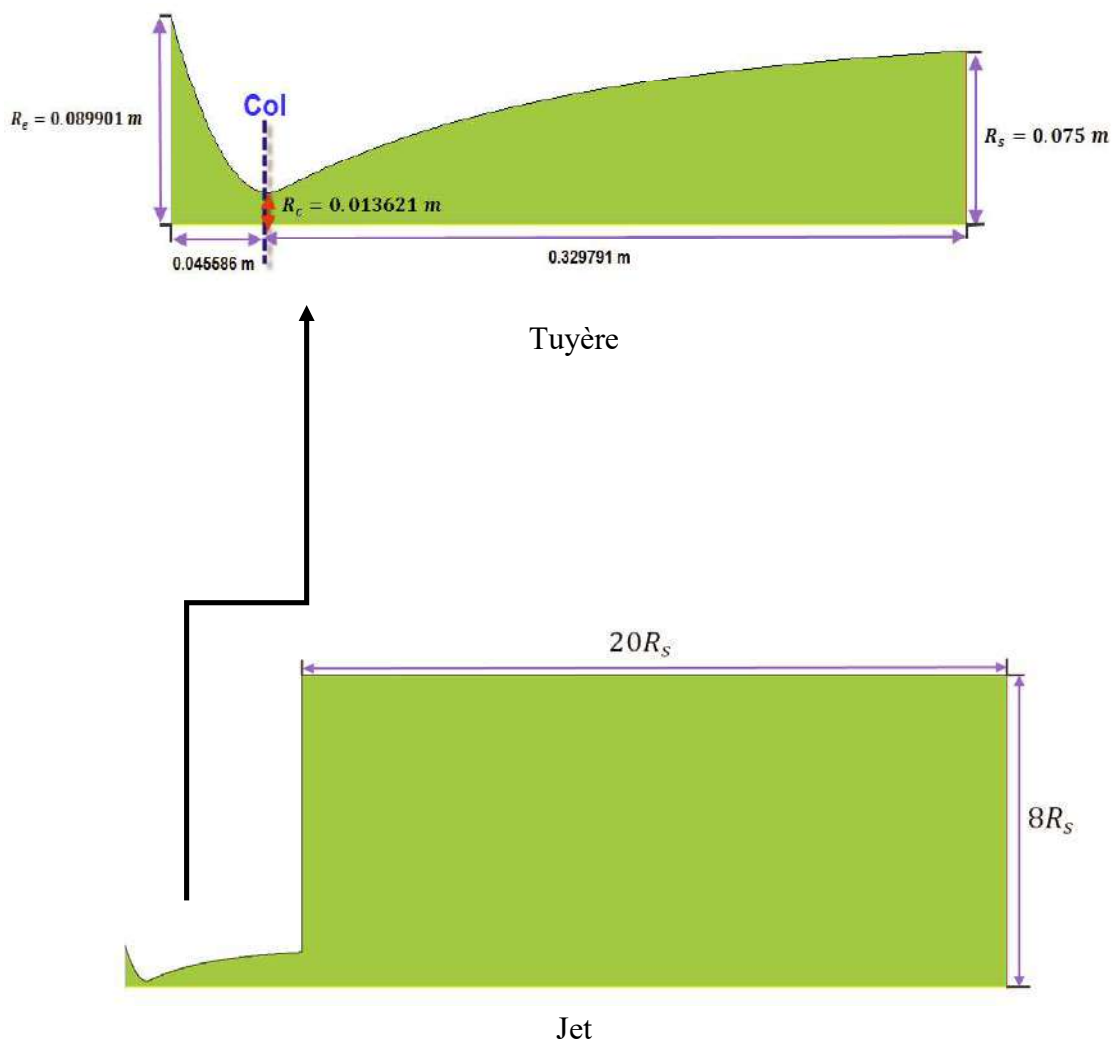


Fig. 4.20 - Domaine de calcul.

### ➤ Frontières et conditions aux limites

Les conditions aux limites sont représentées sur la figure 4.21. L'écoulement à *l'entrée de la tuyère* est subsonique. Les conditions aux limites déduites par le calcul 1D à l'entrée ( $P_c = 34.7$  bar,  $T_c = 288$  K,  $P = 34.696$  bar ) sont imposées [165].

A *la sortie* (frontière  $\Sigma_4$ ), la pression statique  $P_a$  est supposée constante ( les conditions ambiantes génératrices) .

Aux *parois solides* (paroi de la tuyère et la paroi verticale  $\Sigma_2$  du jet), la condition de non-glissement est imposée. Ces parois solides sont considérées adiabatiques.

La frontière  $\Sigma_3$  correspond à *une entrée lointaine* à faible vitesse. Pour cette raison, le fluide rentrant subi une évolution isentropique de puis les conditions ambiantes, choisies comme génératrices pour cette aspiration. Le long de cette frontière, les vitesses sont extrapolées et les conditions de température statique et de pression statique sont calculées en fonction des conditions génératrices et des vitesses (figure 4.21) .

Sur *l'axe de tuyère*, la condition de symétrie est imposée.

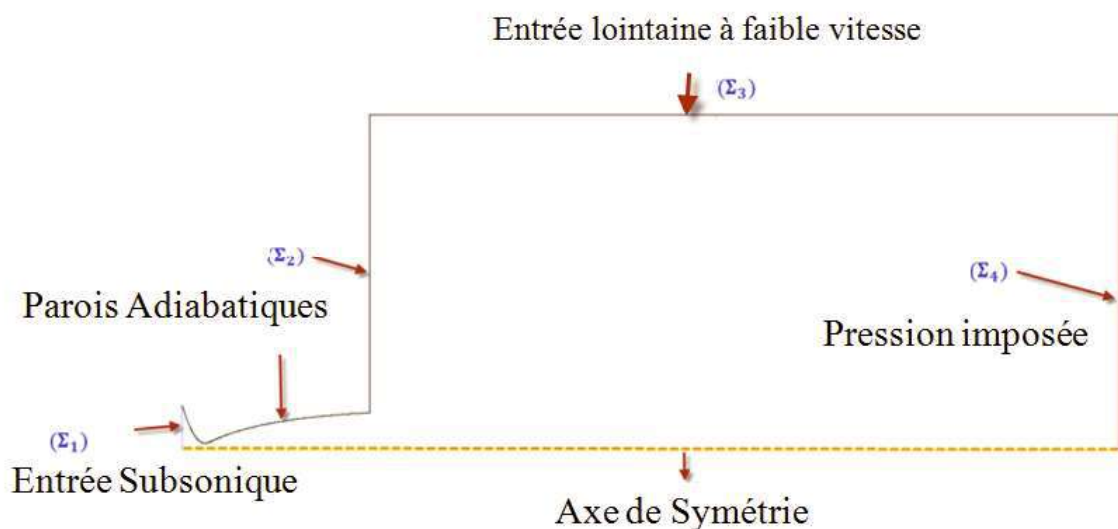


Fig.4.21 - Les conditions aux limites.

### ➤ Maillage

La figure 4.22 représente le maillage utilisé pour le calcul numérique. Il est composé de deux blocs :

- le bloc demi-tuyère en rouge qui est composé de deux parties. Un premier maillage raffiné près de la paroi pour prendre en compte la couche limite et l'autre avec un pas constant près de l'axe de la tuyère. Le maillage de la demie tuyère comprend 536 points selon la direction  $x$  et 80 points dans la direction  $y$ .
- le bloc extérieur en vert qui est composé de  $157 * 194$  point. Il est raffiné à la sortie de la tuyère et relâché en aval.

Le raccord des domaines de maillage se fait par une continuité de maillage à chaque intersection.

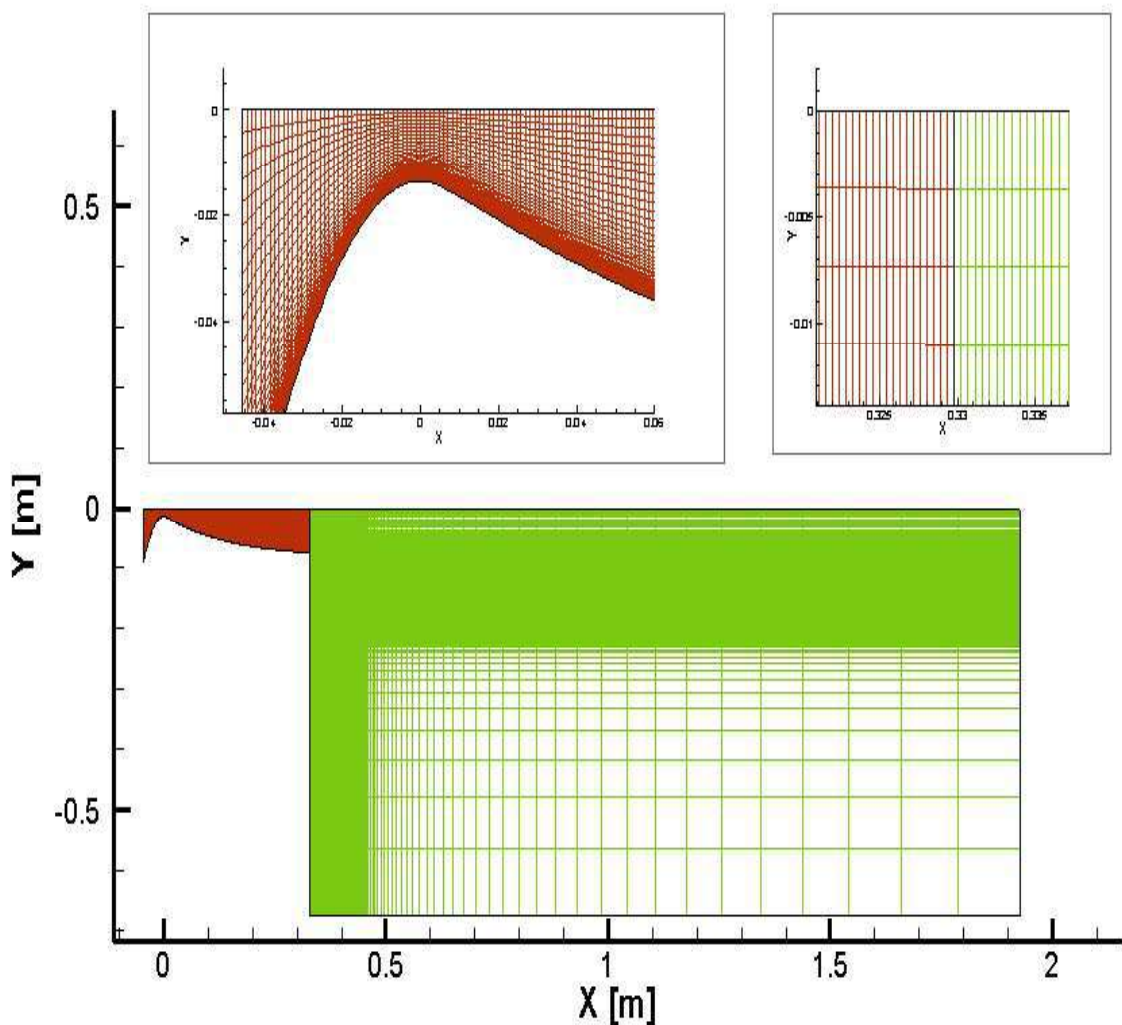


Fig. 4.22 - Maillage de la demi-tuyère et du milieu extérieur.

#### 4.3.4 Calcul du régime supersonique adapté

Avant de présenter les résultats et la topologie de l'écoulement en *régime de surdétente* de l'expérience, il est préférable d'avoir une vision sur les résultats de calcul du *régime supersonique adapté*.

Les différents champs des propriétés caractéristiques de l'écoulement du fluide dans la tuyère LEA-TIC pour le régime supersonique adapté sont présentés dans les figures 4.23-4.28. Les valeurs numériques des différents champs permettent de prédire la topologie de ce régime d'écoulement et d'avoir un **ordre de grandeur** des différentes propriétés moyennes de l'écoulement.

Les *lignes de courant* montrent la continuité et la simplicité de l'écoulement le long de la tuyère. A la sortie de la tuyère, l'écoulement est presque quasi-uniforme (voir Figure 4.23).

La figure (4.24) montre *la distribution du champ de vitesse* dans la tuyère. L'écoulement est accéléré le long de la tuyère. Il passe par une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent où il atteint une vitesse maximale égale à 675 m/s.

La figure (4.25) montre *la distribution du nombre de Mach* dans la tuyère. Dans le convergent l'écoulement est subsonique ( $Mach < 1$ ), il devient transsonique ( $0.8 < Mach < 1.2$ ) dans le col et supersonique dans le divergent. Le nombre de Mach atteint une valeur maximale de 5.24 à la sortie de la tuyère.

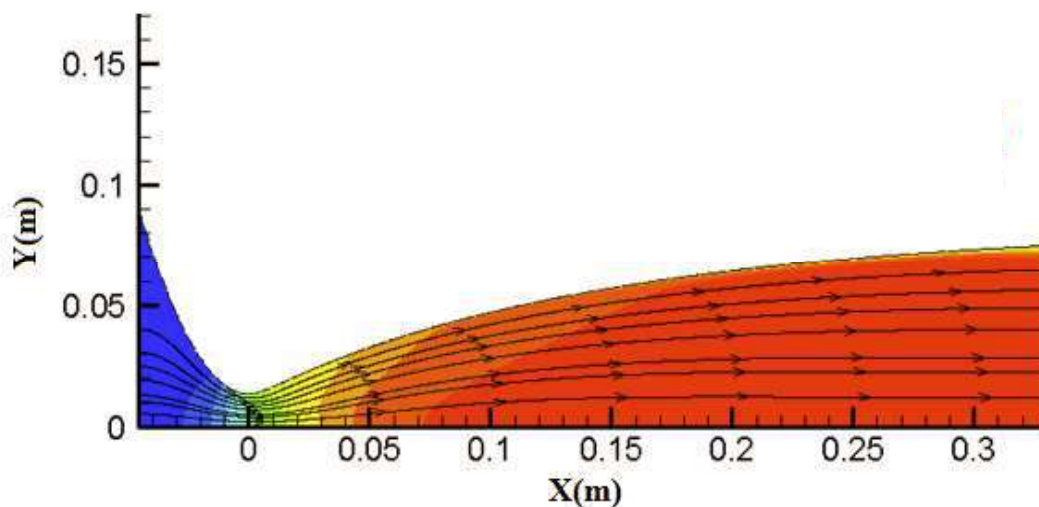


Fig. 4.23 - Les lignes de courant pour le régime supersonique adapté.

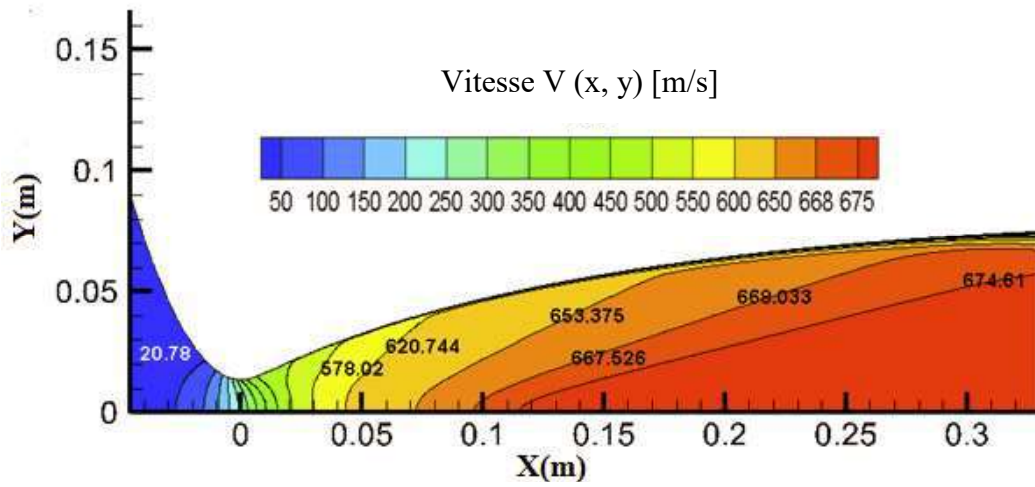


Fig. 4.24 - Distribution de la vitesse le long de la tuyère.

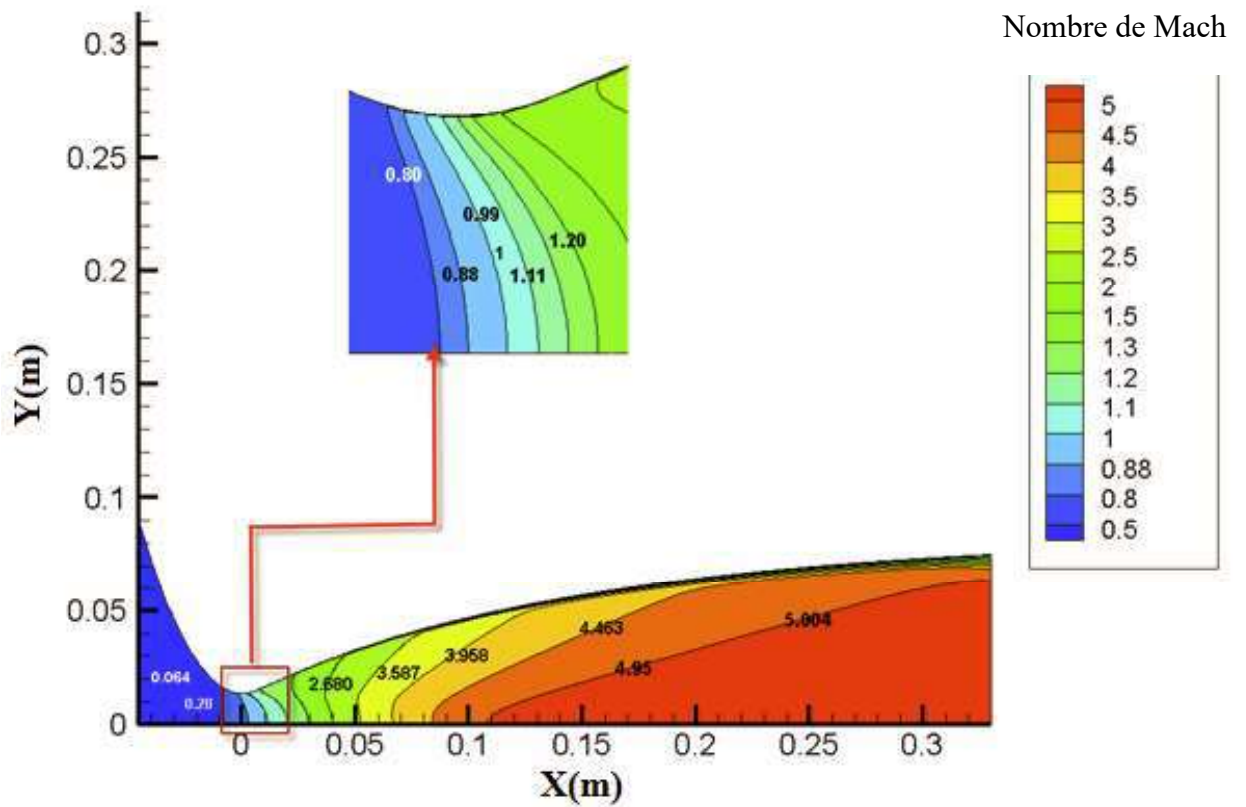


Fig. 4.25 - Les lignes Iso-Mach.



A l'entrée de la tuyère, la masse volumique est maximale sa valeur est  $44.78 \text{ kg/m}^3$ . Elle diminue progressivement jusqu'à une valeur minimale de  $0.44 \text{ kg/m}^3$  à la sortie. De même la température diminue le long de la tuyère (détente des gaz) (figures 4.26 - 4.27).

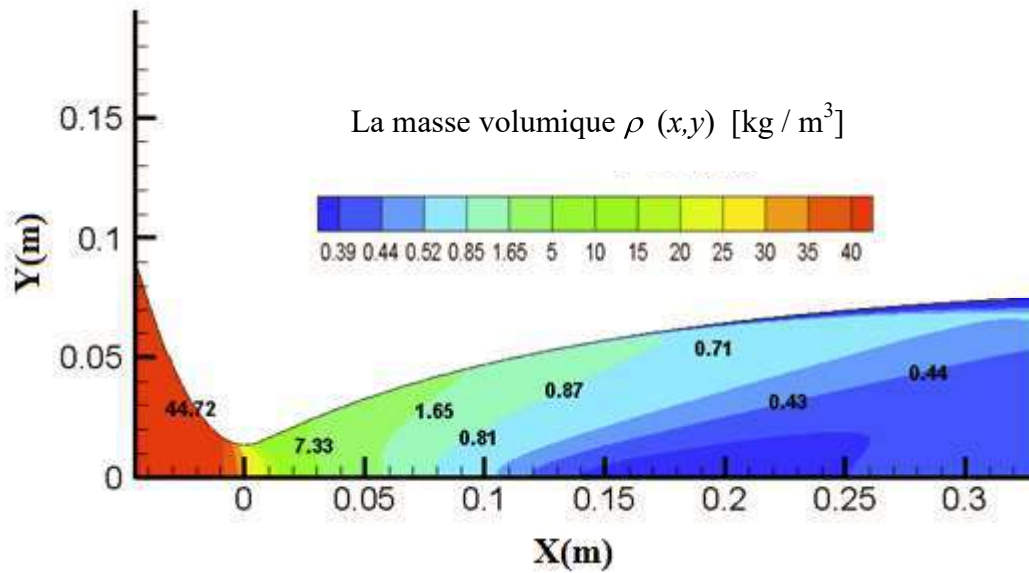


Fig.4.26 - Distribution de la masse volumique.

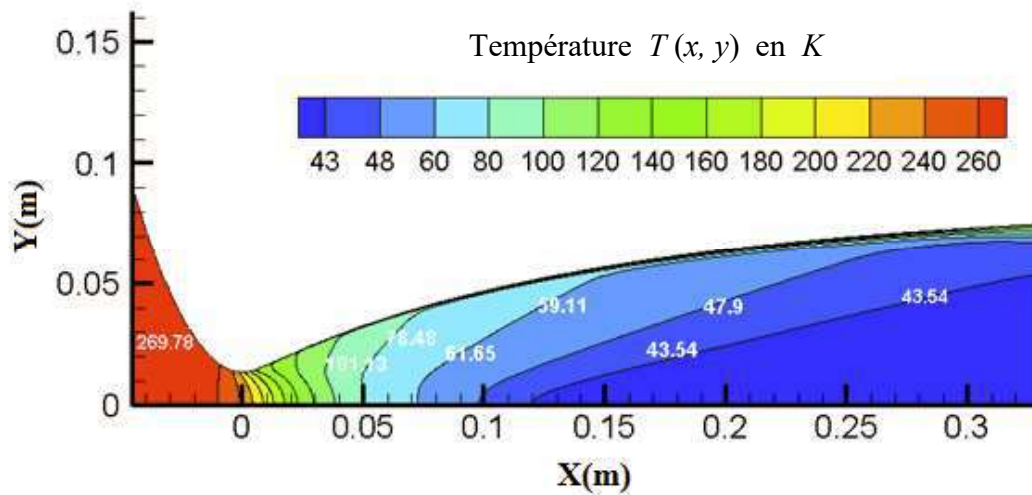


Fig.4.27 - Distribution de la température statique.

Dans la tuyère convergente-divergente, les gaz subissent *une grande transformation de détente* pour convertir l'énergie thermique et l'énergie de pression des gaz en énergie cinétique. La figure 4.28 montre la chute de la pression statique dans la tuyère LEA-TIC. Les gaz se détendent de la pression 34.7 bars dans la chambre à la pression 0.049 bars à la sortie de la tuyère. La figure 4.29 montre le profil de la pression statique axiale pour la tuyère LEA-TIC complètement amorcée fonctionnant en régime supersonique adapté. La figure 4.30 représente l'évolution de la pression statique sur la paroi de la tuyère. *On remarque un bon accord entre les résultats de calcul et les valeurs expérimentales.*

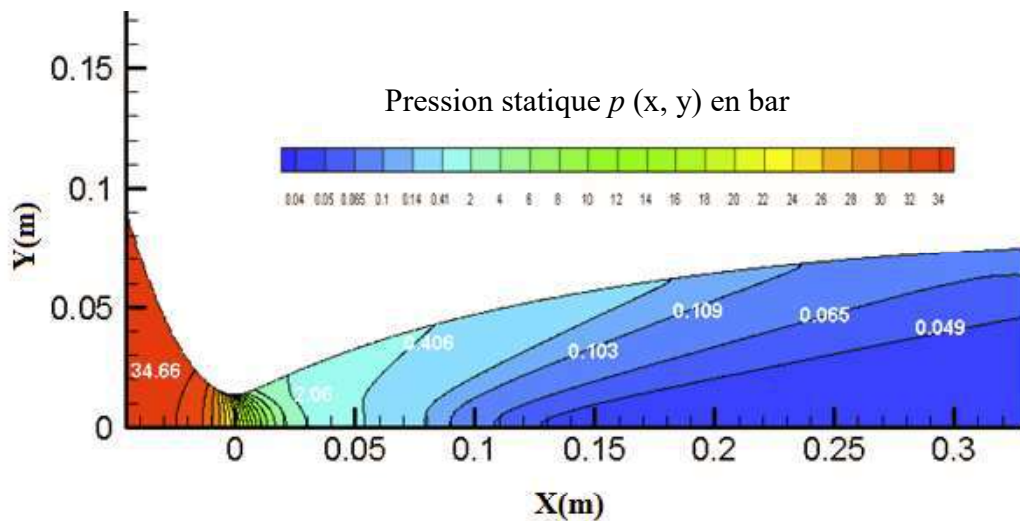


Fig.4.28 - Distribution de la pression statique en bar.

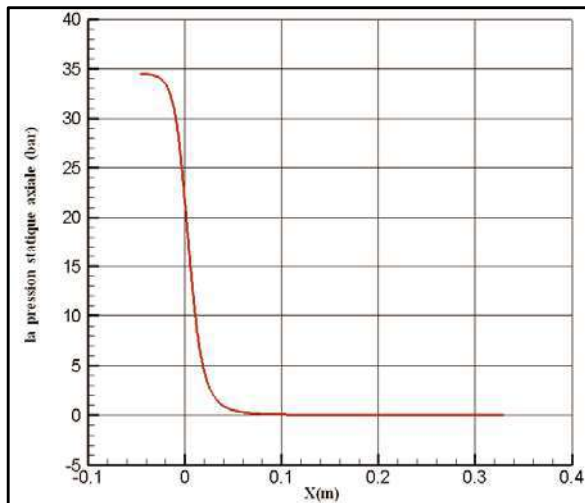


Fig.4.29 - Distribution de la pression statique

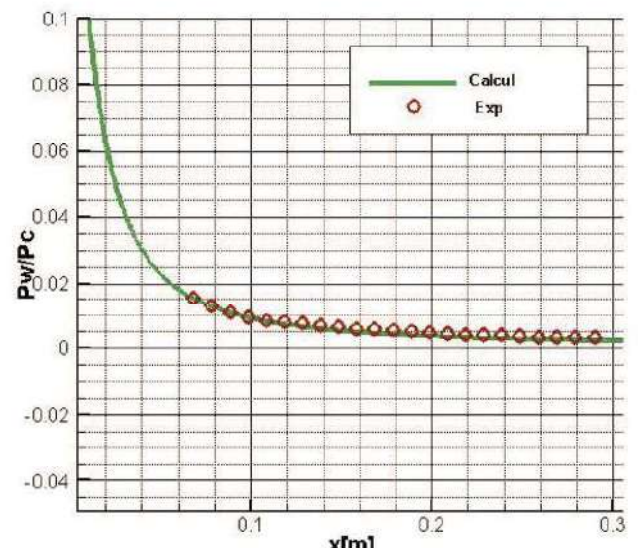


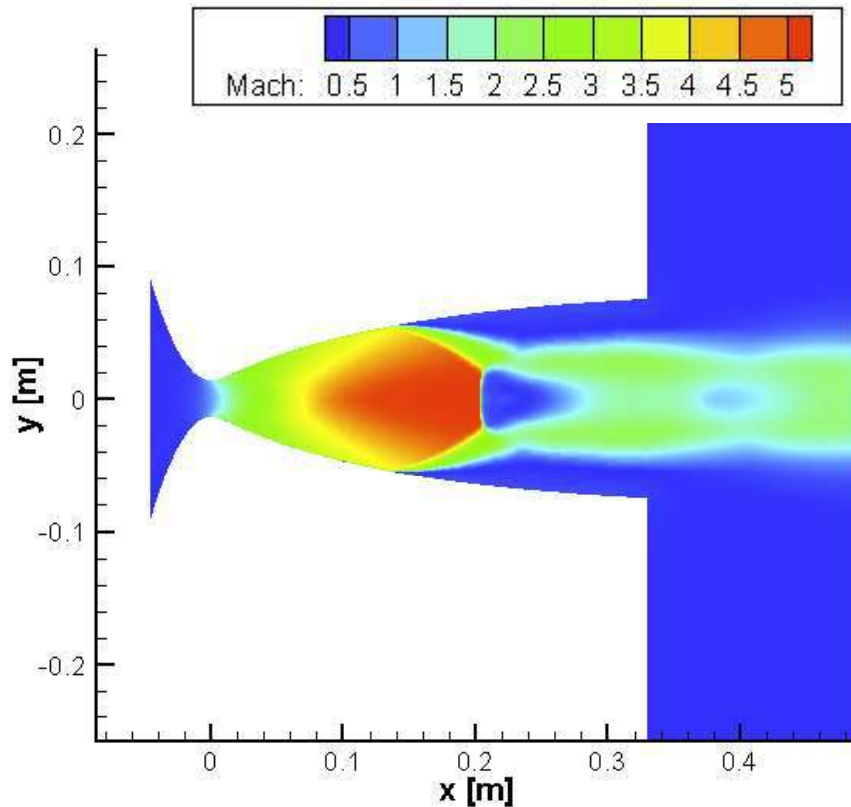
Fig.4.30 - évolution de la pression pariétale.

### Conclusion 1

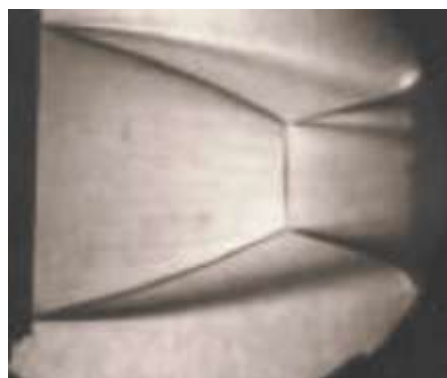
*Les phénomènes physiques rencontrés dans le régime de détente sont simples. On remarque un bon accord entre le calcul numérique et expérimental.*

#### 4.3.5 Calcul du régime de Surdétente pour $NRP = 34.7$

La figure 4.31- a montre la topologie numérique obtenue de l'écoulement pour un rapport de pression  $P_c / P_a = 34.7$ . Ces résultats numériques sont comparés *qualitativement* avec l'image strioscopique (4.31-b) d'une expérience réalisée à l'ONERA par Philippe Reijasse [91]. Ces résultats numériques et expérimentales quasi semblables qualitativement, renferment plusieurs phénomènes physiques qui sont détectés et décomposés comme suite.



a - Simulation numérique de l'écoulement surdétendu.



b - Image strioscopique (ONRERA) [91].

Fig. 4.31 - Organisation de l'écoulement en régime de surdétente.

### ➤ Le jet supersonique

La figure 4.32 montre la distribution du nombre de Mach dans la première partie de la tuyère localisé à  $x \leq 0.135$  m. On remarque que dans cette partie, l'écoulement est indépendant des conditions ambiantes à la sortie ( $P_a = 1\text{bar}$ ). L'information d'une pression extérieure très grande par rapport à la pression locale ( $P_x = 0.04694$  bar en  $x = 0.135\text{m}$ ) n'est pas encore ressenti par l'écoulement. Dans cette partie l'écoulement moyen global est gouverné par le *Théorème d'Hugoniot*. Les caractéristiques de l'écoulement dépendent premièrement du régime de l'écoulement (nombre de Mach) puis des changements de sections de la tuyère (le profil de la tuyère). A l'entrée du convergent la vitesse moyenne est faible ( $u = 4.374$  m/s,  $\text{Mach} = 0.01328$ ) donc le régime est subsonique ( $\text{Mach} < 1$ ). Pour ce régime subsonique, *la diminution de la section* produit une augmentation de vitesse et une diminution de la pression. Ainsi l'écoulement est accéléré et détendu dans le convergent de la tuyère. Au col l'écoulement devient transsonique ( $0.8 < \text{Mach} < 1.2$ ). Donc, le col est amorcé et l'écoulement à l'entrée du divergent est supersonique. Pour ce régime supersonique, cette fois c'est *l'augmentation de la section* qui produit l'augmentation de vitesse et la diminution de la pression. Par conséquent, l'écoulement continue son accélération et sa détente dans cette première partie de la tuyère. Les caractéristiques moyennes de l'écoulement près de l'axe en  $x = 0.135$  sont :  $\text{Mach} = 5.27$ ,  $u = 678.4$  m/s et  $P = 0.04694$  bar.

En conclusion, dans cette première partie de la tuyère, l'écoulement est indépendant des propriétés du milieu extérieur. *Le profil convergent-divergent de la tuyère* permet d'accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une *vitesse supersonique*.

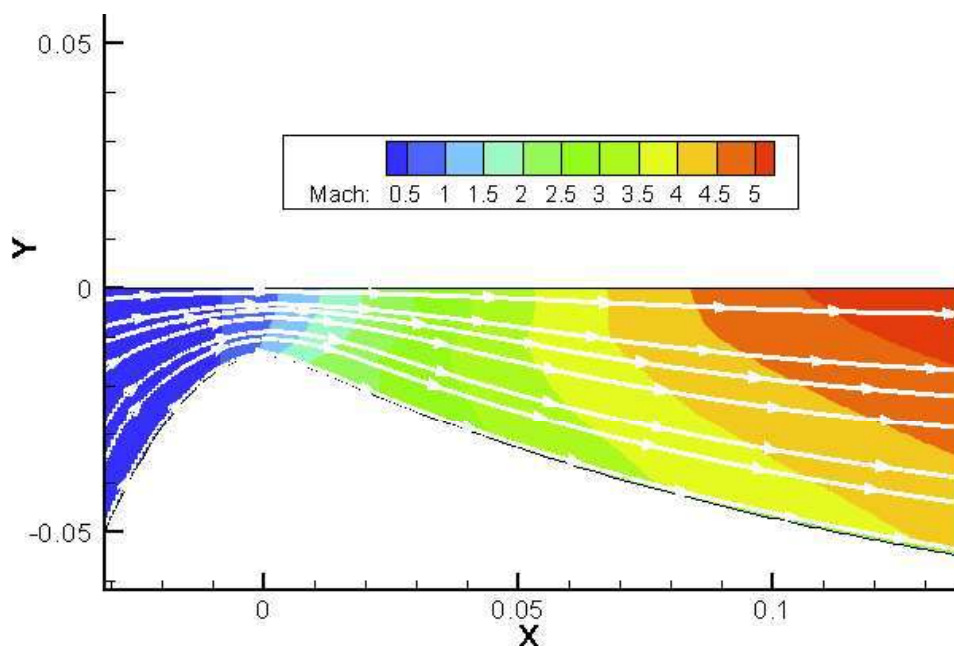


Fig.4.32 : Jet supersonique.

### ➤ Le disque de Mach

Dans le petit intervalle centré en  $x = 0.2$  m près de l'axe de la tuyère, l'information de la pression extérieure élevée est détectée brusquement par le fluide qui est fortement accéléré et détendu. Ce dernier réagit instantanément à l'information pour s'adapter à cette pression extérieure. Par conséquent, l'écoulement subit *des variations très grandes et très rapides de ces caractéristiques* sur une distance très faible de telle sorte que dans cette petite distance, il apparaît une discontinuité dans l'écoulement entre un état amont supersonique et un état aval subsonique. Cette discontinuité est appelée *onde choc droite* ou *Disque de Mach* (voir figure 4.33-a). La figure 4.33- b présente l'évolution du nombre de Mach le long de l'axe de la tuyère. On remarque bien l'onde de choc positionnée presque en  $x = 0.2$  m dans le divergent ou le nombre de mach atteint une valeur max égale à :  $Mach_{max} = 5.41$  puis chute directement à une valeur subsonique de 0.563. L'écoulement est décéléré brusquement.

Pour ce choc le rapport de la pression aval ( $P_{aval} = 0.549$  bar) à la pression amont ( $P_{amont} = 0.0405$  bar) est de l'ordre de 13.55 fois plus grand. La vitesse aval ( $u_{aval} = 195.7$  m/s) est environ 3.5 fois plus faible que la vitesse amont ( $u_{amont} = 679.8$  m/s).

En conclusion, l'écoulement ne peut pas se détendre dans tout le divergent de la tuyère et se comprime à travers un choc droit à cause de la contre pression qui est trop élevée. Ce choc normal est appelé *disque de Mach*.

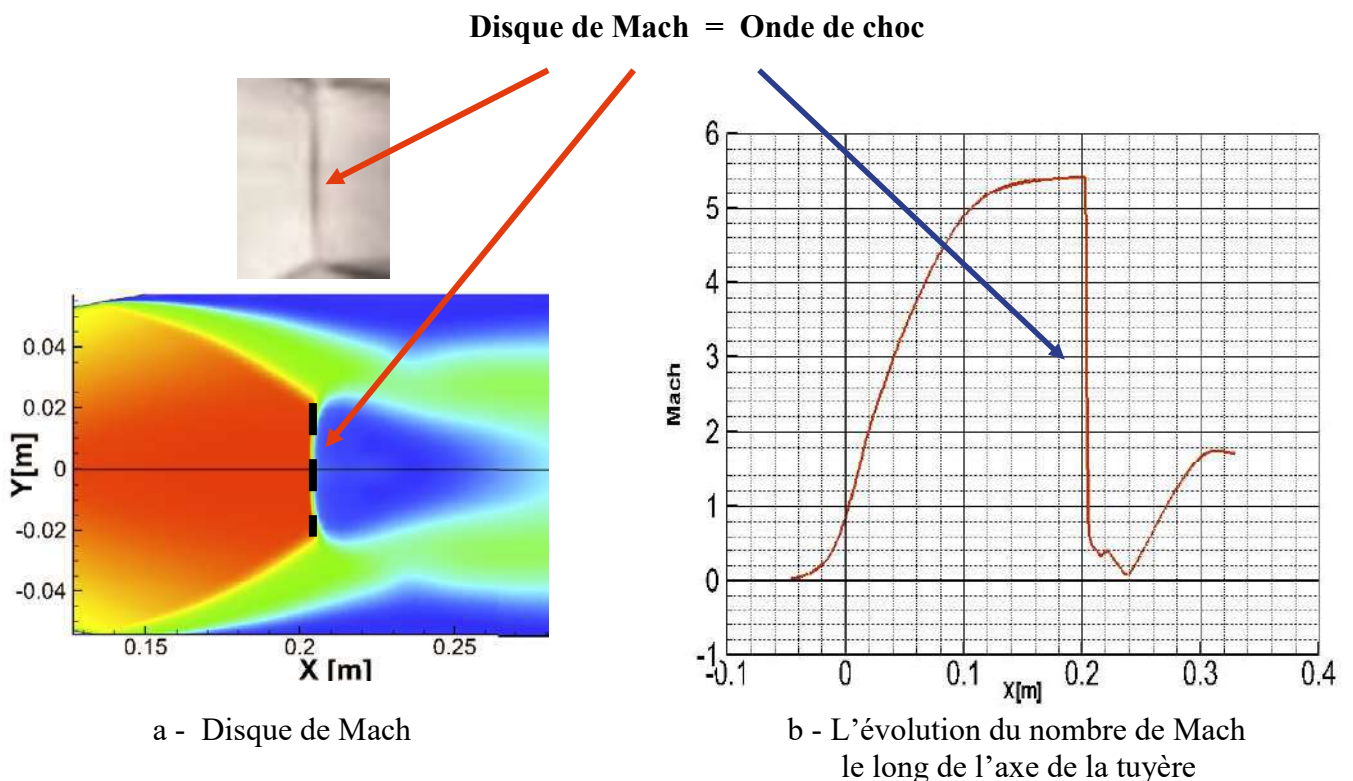


Fig.4.33 - L'onde de choc et l'évolution du nombre de Mach

➤ **Décollement de la couche limite et choc oblique de décollement**

La couche limite s'épaissit le long des parois du divergent et décolle. Ce décollement induit des ondes de compression qui se focalisent pour former *le choc oblique de décollement* au travers duquel *l'écoulement est dévié* (voir figures 4.34 et 4.35).

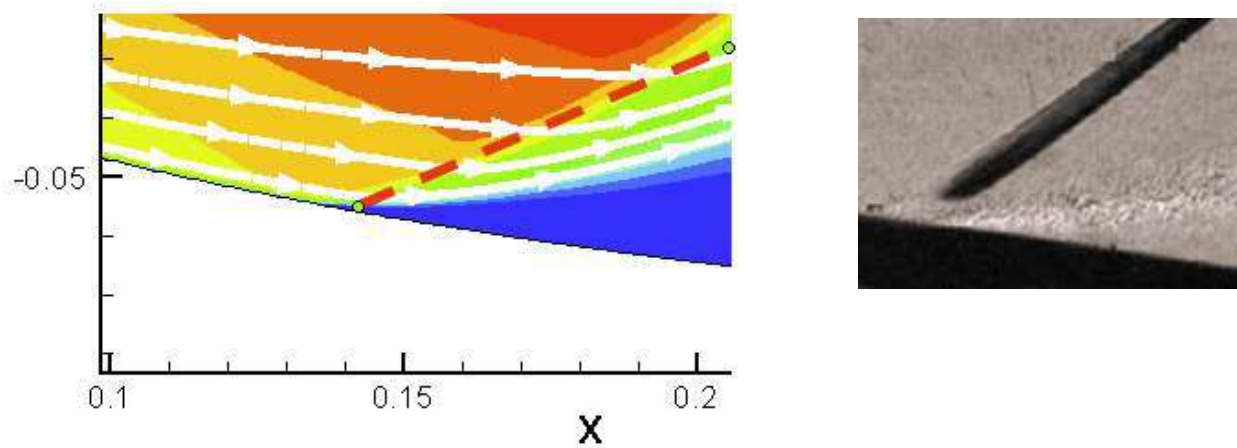


Fig.4.34 - Le choc oblique de décollement et déviation de l'écoulement.

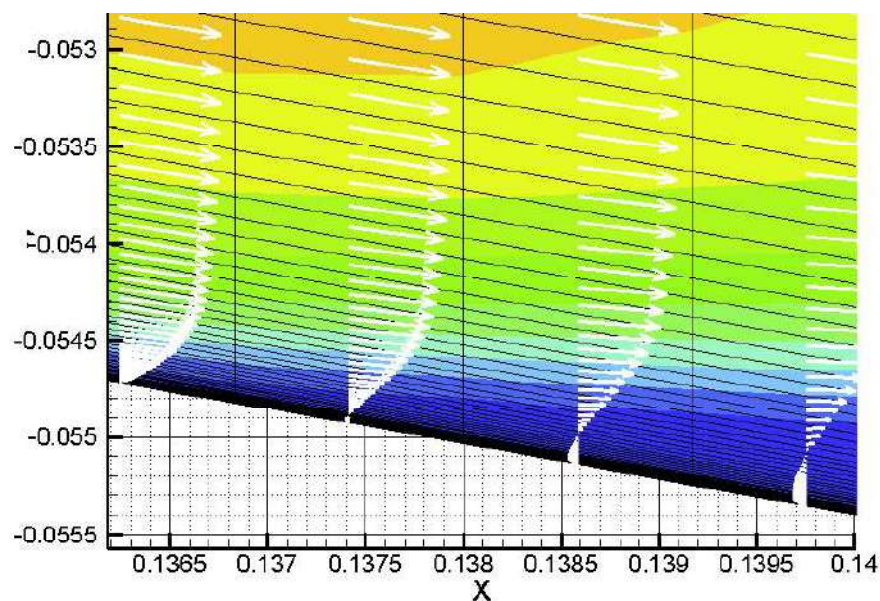
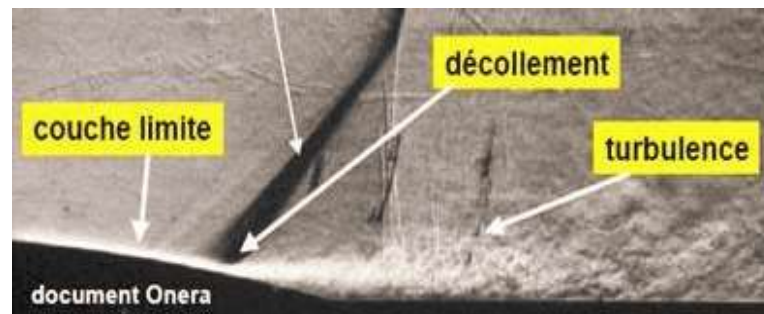


Fig. 4.35 - Décollement de la couche limite.

➤ **Contrainte pariétale et point de décollement**

Le point du décollement est situé numériquement en  $x = 0.1365$  m où la contrainte tangentielle à la paroi  $\tau_w = 0$ . A partir de ce point jusqu'à la sortie de la tuyère la contrainte pariétale est faible et inférieure à zéro  $\tau_w < 0$  (voir figure 4.36).

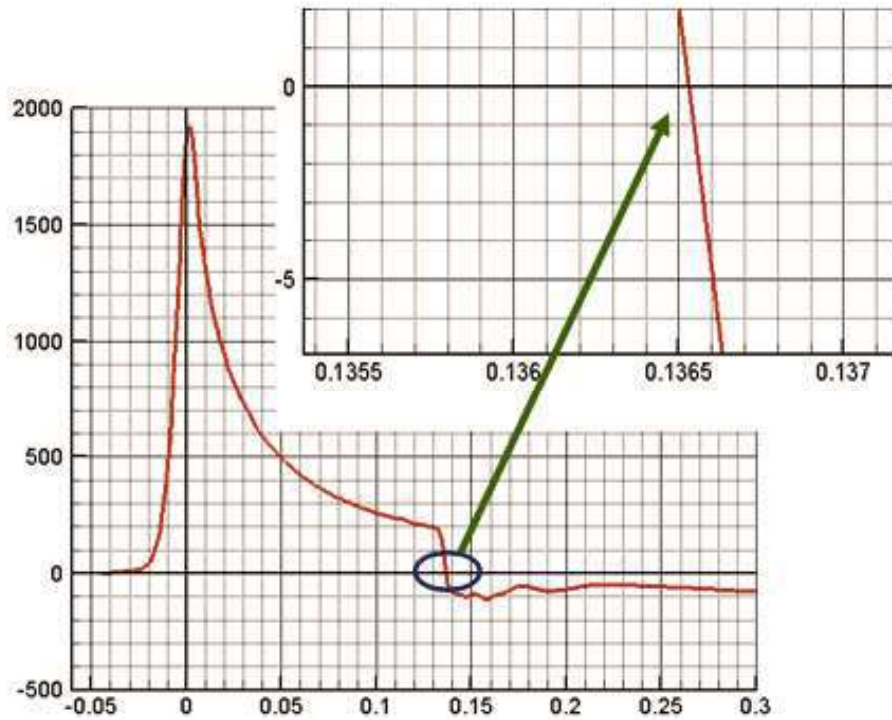


Fig. 4.36 - Contrainte pariétale et point de décollement.

➤ **L'écoulement de retour**

Lorsque le jet supersonique décolle de la paroi de tuyère, il s'organise un écoulement de recirculation du fluide externe qui vient remplir la région de la tuyère après le point de décollement. Ainsi le fluide du milieu externe est aspiré à l'intérieur de la tuyère sous l'effet d'entraînement puis évacué à l'extérieur (voir figure 4.37).

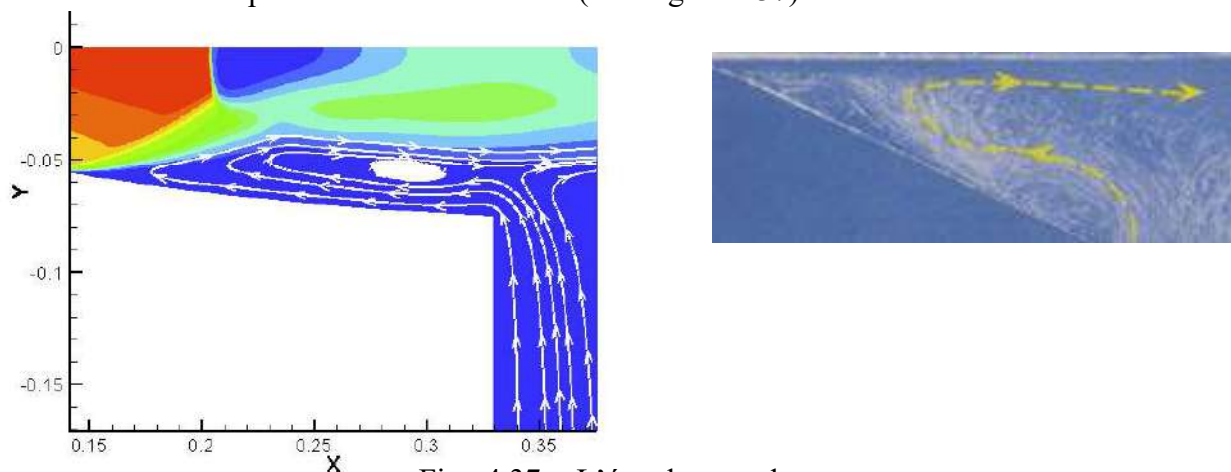


Fig. 4.37 - L'écoulement de retour.

➤ **Interaction d'ondes de choc**

Le choc incident se réfléchit sur l'axe de la tuyère de façon singulière en formant un choc normal à l'axe appelé disque de Mach. Ainsi apparaît un *point triple*, point de rencontre du choc de décollement, du choc réfléchi et du disque de Mach. Du point triple émane une ligne de glissement. Cette discontinuité isobare sépare la poche subsonique en aval du choc fort de la région supersonique en aval du choc réfléchi (voir figure 4.38). La ligne verte présente la région sonique ou le nombre de Mach est égale à 1. Cette ligne délimite les régions subsoniques des régions supersoniques.

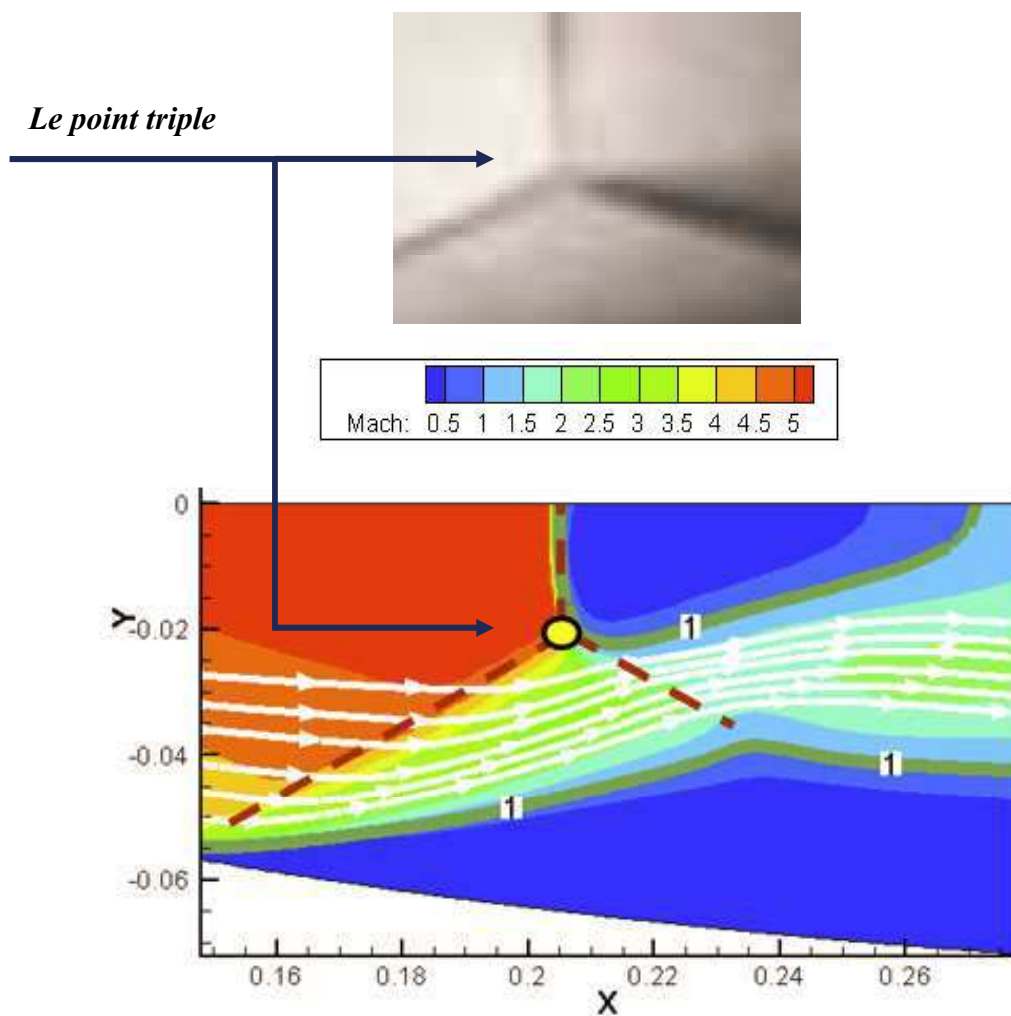


Fig. 4.38 - Interaction d'onde de choc.



➤ **Pression pariétale**

La figure 4.39 montre l'évolution de la pression pariétale normalisée par la pression chambre le long de la tuyère. La pression pariétale diminue progressivement le long de la tuyère jusqu'à la position du point de décollement. Le choc de décollement provoque une croissance rapide de la pression pariétale, ensuite elle s'infléchit et atteint un niveau relativement constant proche de la pression ambiante. Pour la consistance des résultats obtenus, *on remarque une bonne correspondance entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées.*

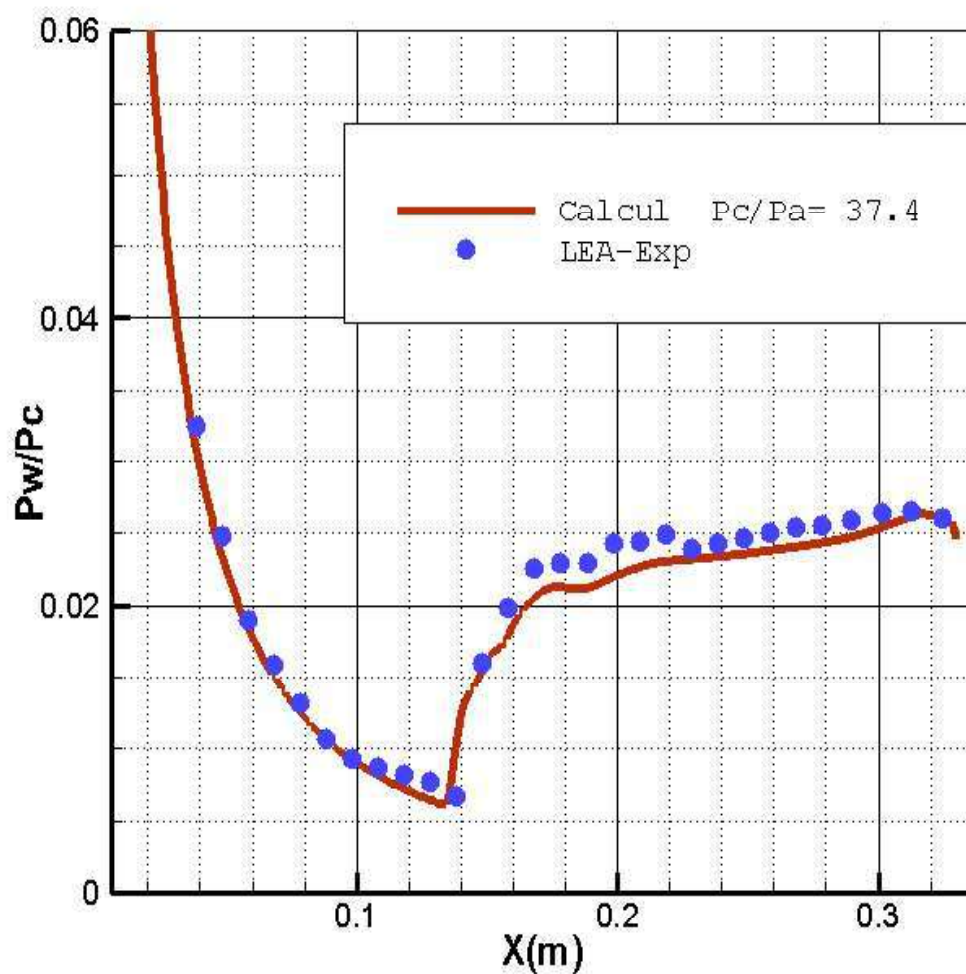


Fig. 4.39 - Distribution de la pression pariétale le long de la tuyère.

### ➤ Récapitulatif

La figure 4.40 montre le comportement global de l'écoulement en régime de surdétente pour un rapport de pression  $P_c / P_a = 34.7$ .

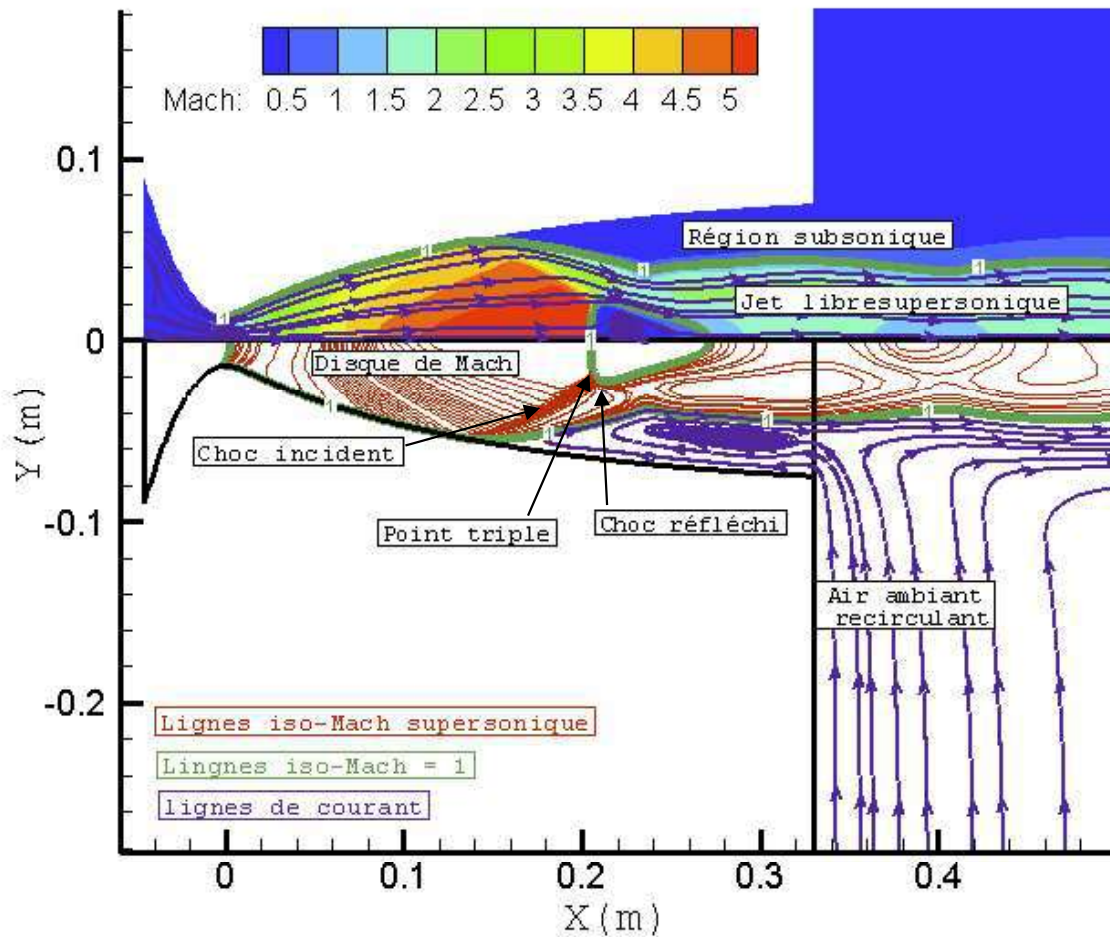


Fig.4.40 - Organisation de l'écoulement en régime de surdétente.

### Conclusion 2

*Dans le régime de surdétente, on constate la coexistence de plusieurs phénomènes physiques. Le maillage et le modèle de turbulence utilisés ont pu prédire fidèlement ces phénomènes physiques*

## Conclusion et perspectives

Cette thèse de doctorat constitue une initiation à l'analyse physique et à la simulation numérique des écoulements compressibles dans les tuyères propulsives supersoniques. Elle vise à découvrir les difficultés réelles rencontrées dans ce domaine ainsi que les outils performants permettant de les résoudre.

L'étude montre premièrement la complexité et la diversité des phénomènes physiques rencontrés dans les tuyères propulsives : jet supersonique, ondes de choc, décollement de la couche limite, l'écoulement de retour, interaction des ondes de choc et interaction choc couche limite. Pour maîtriser cette interaction physique, il faut faire un découplage des phénomènes. Puis d'étudier et de maîtriser chaque phénomène individuellement. Il faut arriver à comprendre d'une façon simple le comportement de l'écoulement dans les différentes situations pratiques possibles.

La deuxième partie de cette étude est consacrée à la modélisation de la turbulence qui est l'élément déterminant d'une description correcte du décollement interne et des diverses interactions (Choc-couche limite, choc-choc). Malgré la puissance des calculateurs, l'approche DNS (Direct Numerical Simulation) ne peut être envisagée à l'heure actuelle. La technique la plus souvent utilisée pour des calculs d'écoulements supersoniques complexes et basée sur la résolution des équations instationnaires de Navier-Stokes moyennées en temps en coordonnées généralisée (approche dite URANS : Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes). C'est cette dernière approche qui a été choisie pour cette étude où toutes les échelles de la dynamique sont modélisées. Le modèle à deux équations de transport (SST Menter) est utilisé pour la fermeture des équations.

Le système d'équations régissant cet écoulement est résolu à l'aide de la méthode des volumes finis en maillage structuré. L'intégration en temps est réalisée par le schéma numérique totalement implicite de type prédicteur-correcteur de Mac-Cormack. Alors que les flux convectifs sont discrétisés grâce aux schémas Roe et de Steger-Warming. Les flux visqueux sont discrétisés par un schéma centré du second ordre.

---

La dernière partie de l'étude est réalisée au laboratoire CORIA – CNRS UMR 6614 - Rouen – en France en collaboration avec le Professeur Abdellah Hadjadj. La première phase du programme de collaboration a débuté par la prise en main d'un code du laboratoire TURB2D pour des écoulements compressibles et la mise au point d'une stratégie de calculs massivement parallèle, permettant une résolution fine de la turbulence compressible en présence de forts gradients de pression et des ondes de chocs. Un travail de programmation et d'optimisation du solveur a été réalisé. Les calculs effectués, avec la version parallèle du code de calcul, ont été validés sur des écoulements 2D stationnaires et instationnaire en géométries de tuyères supersoniques réelles qui ont fait l'objet d'une campagne de mesures au Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques (LEA) de Poitiers. Les calculs ont été réalisés sur les machines parallèles du CRIHAN et du CINES. Les calculs obtenus ont montrés de très bons résultats comparés aux données expérimentales.

La deuxième phase de la collaboration avait pour objectif d'étendre la version actuelle 2D en un code 3D. Plusieurs sous-routines 3D et un code de maillage 3D pour les tuyères ont été développés dans le cadre de cette étude.

Pour les perspectives, un intérêt particulier sera donné aux conditions aux limites basé sur la théorie des caractéristiques. La maîtrise et l'incorporation dans le code de nouveaux schémas de capture des ondes de choc. Enfin le passage à la simulation des grandes échelles (LES).

## Références

- [1] Woutijn J. Baars and Charles E. Tinney and Joseph H. Ruf, Andrew M. Brown, and David M. McDaniels, *Wall Pressure Unsteadiness and Side Loads in Overexpanded Rocket Nozzles*, AIAA JOURNAL, Vol. 50, No. 1, January 2012.
- [2] Brian W. Donald Woutijn J. Baars and Charles E. Tinney, *Acoustic characterization of sub-scale rocket nozzles*, NASA Marshall Space Flight Center, Huntsville, AL, 35812, USA, AIAA 2012-0544, 2012.
- [3] Ruf, J. H., McDaniels, D. M., and Brown, A. M., *Details of Side Load Test Data and Analysis for a Truncated Ideal Contour Nozzle and a Parabolic Contour Nozzle*, 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA 2010-6813, July 2010.
- [4] Ruf, J. H., McDaniels, D. M., and Brown, A. M., *Nozzle Side Load Testing and Analysis at Marshall Space Flight Center*, 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA, Paper 2009-4856, Aug. 2009.
- [5] Meinhard Schobeiri, *Turbomachinery flow and dynamic performance*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005.
- [6] A. Bourgoing, *Instationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décollé dans une tuyère plane*. Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI, ONERA 2002.
- [7] Jean Délery, *moyens d'essai et souffleries aérodynamiques*, AAAF didacticiel.
- [8] Information brochure, *Graduate Study in Aerodynamics & Computational Fluid Dynamics*, Aerodynamics Laboratory at Kluyverweg 2, Netherlands, edition 2006, <http://www.lr.tudelft.nl/aerodynamics>.
- [9] [Http://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur-fusée](http://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur-fusée).
- [10] Michel. Illig, *CNES Research and Technologies Program Overview*, CNES, ISIS 2008.
- [11] Ten-See Wang, *Transient Three-Dimensional Startup Side Load Analysis of a Regeneratively Cooled Nozzle*, Shock Waves, Vol. 19, No. 3, July 2009, pp. 251–264, 2009.
- [12] Ten-See Wang and Mike Guidos, *Transient Three-Dimensional Side Load Analysis of a Film-Cooled Nozzle*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 25, No. 6, 2009.

- 
- [13] Ten-See Wang, Multidimensional *Unstructured-Grid Liquid Rocket Engine Nozzle Performance and Heat Transfer Analysis*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 22, No. 1, January-February, pp. 78-84, **2006**.
- [14] Dimitri Papamoschou, Andreas Zill, Andrew Jonson, *Supersonic flow separation in planar nozzles*. Shock Waves, **2008**.
- [15] Dimitri Papamoschou, Andrew Jonson, *Unsteady phenomena in supersonic nozzle flow separation*. AIAA Paper 2006-3360, **2006**.
- [16] Papamoschou, D., and Zill, A., *Fundamental Investigation of Supersonic Nozzle Flow Separation*, AIAA Paper 2004-1111, Jan. **2004**.
- [17] Craig A. Hunter, *Experimental, theoretical and computational investigation of separated nozzle flows*, AIAA Paper 98-3107, **1998**.
- [18] Chen, C.L., Chakravarthy, S.R., Hung, C.M., *Numerical investigation of separated nozzle flows*, AIAA J. 32, 1836–1843, **1994**.
- [19] Horn, M., Fisher, S., *Dual-bell altitude compensating nozzles*, NASA-N94-23057, **1994**.
- [20] Nave, L.H., Coffey, G.A. , *Sea-level side loads in high-area-ratio rocket engines* , AIAA Paper 73-1284, **1973**.
- [21] Schmucker, R. H., *Flow Processes in Overexpanded Chemical Rocket Nozzles*. Part 1: *Flow Separation*, NASA TM-77396, July **1973**.
- [22] Schmucker, R. H., *Flow Process in Overexpanded Chemical Rocket Nozzles*. Part 2: *Side Loads due to Asymmetric Separation*, NASA TM-77395 , **1984**.
- [23] Lawrence, R.A., *Symmetrical and unsymmetrical flow separation in supersonic nozzles*. Research Report Number 67-1, Southern Methodist University, **1967**.
- [24] D.R. Chapman, D.M. Luehn, H.K. Karson, *Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effects of transition*, Report 1356, NACA, **1958**.
- [25] M. Summerfeld, C. R. Foster and W. C. Swann, *Flow separation in overexpanded supersonic exhaust nozzles*, ARS Journal, p.319, sept/oct, **1954**.
- [26] C. Foster and F. Cowles, *Experimental study of gas-flow separation in overexpanded exhaust nozzles for rocket motors* , California Institute of Technology Progress Report, **1949**.
- [27] Gerald Hagemann, Frey M, *Shock pattern in the plume of rocket nozzles: needs for design consideration*. Shock Waves 17(6), 387–395, **2008**.

- 
- [28] Gerald Hagemann, Preuss A., Grauer, F., Frey, M., Kretschmer, J., Ryden, R., Jensen, K., Stark, R., Zerjeski D., *Flow separation and heat transfer in high area ratio rocket nozzles*, AIAA-2004-3684, **2004**.
- [29] Gerald Hagemann, Immich H., Nguyen T., Dumnov G.: *Rocket engine nozzle concepts. Liquid rocket thrust chambers*: aspects of modeling, analysis, and design. Progr. Astronaut. Aeronaut. vol. 200, 437–467, **2004**.
- [30] Gerald Hagemann, Preuss A., Grauer F., Kretschmer J., Frey M., Ryden R., Stark R. and Zerjeski D., *Technology Investigation for High Area Ratio Nozzle Concepts*, AIAA 2003-4912, **2003**.
- [31] Gerald Hagemann , Alting J., Preclik D., *Scalability for Rocket Nozzle Flows based on Subscale and Full-Scale Testing*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 19, Nr. 3, Seite 321-331, **2003**.
- [32] Gerald Hagemann, Frey M., Koschel W., *Appearance of restricted shock separation in rocket nozzles*, J. Propuls. Power 18, 577–584, **2002**.
- [33] Gerald Hagemann, And Michael Terhardt, *Flow Separation and Side-Loads in Rocket Nozzles*, Paper presented at the 4th International Symposium on Liquid Space Propulsion, March 2000, DLR Lampoldshausen, **2000**.
- [34] Ralf Stark, Wagner, B., *Experimental study of boundary layer separation in truncated ideal contour nozzles*. Shock Waves, 19,185-191, **2009**.
- [35] Ralf Stark and Wagner B., *Mach Disk Shape in Truncated Ideal Contour Nozzles*, 26<sup>th</sup> Intern. Symp. on Shock Waves, Göttingen, **2007**.
- [36] Stark R. and Hagemann G., *Current status of numerical flow prediction for separated nozzle Flows*, EUCASS, **2007**.
- [37] Ralf Stark and Wagner B., *Experimental Flow Investigation of a Truncated Ideal Contour Nozzle*, AIAA Paper 2006-5208, **2006**.
- [38] Ralf Stark, Boehm, C., Haidn, O., Zimmermann, H., *Cold flow testing of dual-bell nozzles in altitude simualtion chambers*, In: European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS), **2005**.
- [39] Ralf Stark, *Flow Separation in Rocket Nozzles, a Simple Criteria*, AIAA 2005-3940, **2005**.
- [40] Ralf Stark R., Kronmüller H., Zerjeski D. and Wagner B., *Advanced Flow Visualisation Techniques in Cold Gas Subscale Nozzles*, a Comparison, AIAA 2003-5180, **2003**.
- [41] Ralf Stark, Kwan W., Quessard F., Hagemann G. and Terhardt M., *Rocket Nozzle Cold Gas Test Campaigns for Plume Investigations*, 4<sup>th</sup> Europ Symp. on Aerothermodynamics for Space Vehicles, Capua, Italy, **2001**.

- [42] Manuel Frey, Preuss A., Hagemann G., Girard S., Alziary de Roquefort Th., Reijasse Ph., Stark R., Hannemann K., Schwane R., Perigo D., Boccaletto L., Lambaré H., Joint European Effort Towards Advanced Rocket Thrust Chamber Technology, 6th Intern. Symp. on Launcher Technologies "*Flight Environment Control for Future and Operational Launchers*", Munich, **2005**.
- [43] Manuel Frey , Rydén R., Alziary de Roquefort Th., Hagemann G., James Ph., Kachler Th., Reijasse Ph., Schwane R., Stark R., European Cooperation on Flow Separation Control, 4th Inter. Conf. on Launcher technology "*Space Launcher Liquid Propulsion*", Liege, **2002**
- [44] Manuel Frey, *Behandlung von Strömungsproblemen in Raketendüsen bei Überexpansion*. PhD thesis, Université de Stuttgart, Allemagne, **2001**.
- [45] Manuel Frey, Ralf Stark, Ciezki, H.K. Quessard F., Kwan W., *Subscale Nozzle Testing at the P6.2 Nozzle Stand*. AIAA Paper 2000- 3777, 36thAIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, **2000**.
- [46] Manuel Frey, Hagemann, G., *Restricted shock separation in rocket nozzles*. J. Propuls. Power 16(3), 478–484, **2000**.
- [47] Manuel Frey and Gerald Hagemann, *Critical Assessment of Dual-Bell Nozzles*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 15, No. 1, January-February **1999**.
- [48] Manuel Frey, Hagemann, G., *Flow separation and side-loads in rocket nozzles*. AIAA-99-2815, **1999**.
- [49] Manuel Frey, Hagemann, G., *Status of flow separation prediction in rocket nozzles*. 34<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE, Joint Propulsion Conference & Exhibit (July 13-15, 1998, Cleveland, OH), AIAA Paper 98-3619, **1998**.
- [50] Terhardt M., Hagemann G., Frey M., *Flow Separation and Side-Load Behaviour of Truncated Ideal Rocket Nozzles*, AIAA 2001-3686, **2001**.
- [51] Terhardt, M., Hagemann, G., Frey, M.: *Flow Separation and Side-Load Behavior of the Vulcain Engine*. AIAA Paper 99-2762, 35th AIAA/ ASME/ SAE/ ASEE Joint Propulsion Conference, **1999**.
- [52] Verma, S. B., and Haidn O., *Study of Restricted Shock Separation Phenomena in a Thrust Optimized Parabolic Nozzle*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 25, No. 5, Sept. **2009**, pp. 1046–1057, **2009**.
- [53] Verma, S. B., *Shock Unsteadiness in a Thrust Optimized Parabolic Nozzle*, Shock Waves, Vol. 19, No. 3, pp. 193–212, **2008**.
- [54] Verma, S.B., *Study of flow separation in truncated ideal contour nozzle*, J. Propuls. Power 18, 1112–1121, **2002**.
- [55] Gross, A., Weiland C., *Numerical simulation of Hot gas nozzle flows*. J. Propuls. Power, Vol 20, No 5, **2004**.



- 
- [56] Gross, A., Weiland C., *Numerical simulation of separated cold gas nozzle flows*. J. Propuls. Power, Vol 20, No 3, 509–519, **2004**.
- [57] Gross, A., Weiland C., *Investigation of Shock Pattern and Separation Behavior of Several Subscale nozzles*. AIAA-2000-3293, **2000**.
- [58] Nurnberger-Genin, C., Stark R., *Flow transition in dual bell nozzles*. Shock Waves, **2009**.
- [59] Nuernberger-Genin, C., Stark R.: *Experimental study of dual bell nozzles*. In: European Conference for Aerospace Sciences, **2007**.
- [60] Wagner B., Karl S. and Hannemann K., *Test Case 1a: Short Nozzle Under Separated Flow Condition Numerical Investigation with the DLR Tau-Code*, Proceedings of The FSCD-ATAC Workshop, Noordwijk, 15-16th November, The Netherlands, **2006**.
- [61] Östlund J and Muhammad-Klingmann B , *Supersonic Flow Separation with application to Rocket Engine Nozzles* , Applied Mechanics Reviews, Vol 58, **2005**.
- [62] Östlund J., Damgaard T., Frey M., *Side-Load Phenomena in Highly Overexpanded Rocket Nozzles*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, Nr. 4, Seite 695-704, **2004**.
- [63] Östlund J , *Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads*, Licentiate Thesis TRITA-MEK 2002:09, Royal Institute of Thechnology, Stockholm, Sweden **2002**.
- [64] Östlund, J., Damgaard, T., and Frey, M., 2001, *Side-Load Phenomena in Highly Overexpanded Rocket Nozzles*, 37<sup>th</sup> Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA Paper No. 2001-3684, **2001**.
- [65] Östlund J., and Bigert M., *A Subscale Investigation on Side-Loads in Sea Level Rocket Nozzles*, AIAA 99-2759, **1999**.
- [66] Östlund J., Jaran, M., *Assessment of turbulence models in over expanded rocket nozzle flow simulations*. 35th Joint Propulsion Conference & Exhibit. AIAA Paper, 99-2583, **1999**.
- [67] Mattsson J., Högman U. and Torngren L., *A Subscale Test Programme on Investigation of Flow Separation and Side-Loads in Rocket Nozzles*, Proc. of the 3rd Europ. Symp. On Aerothermodynamics of Space Vehicles, ESA-ESTEC, **1998**.
- [68] Richard Schwane, and Xia, Y., *Time-Accurate CFD Predictions and Data Validation for Side Load Generation by Flow-Structure Coupling in Over-Expanded Rocket Nozzles*, Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, Vol. 4, No. 1, pp. 53–65, **2005**.
- [69] Richard Schwane and Xia, Y, *On the dynamics of shock waves in over-expanded rocket nozzles*, AIAA Paper 2004-1128, January **2004**.
- [70] Richard Schwane, Hagemann, G. and Reijasse, P.: *Plug nozzles: Assessment of prediction methods for flow features and engine performance*, AIAA Paper 2002-0585, January **2002**.

- [71] Richard Schwane, Wong, H. and Toerngren, L., *Validation of unsteady turbulent flow predictions for over-expanded expansion nozzles*, in Proceedings of ICCFD2, Sidney, Australia, July 15–19, **2002**.
- [72] Wong Henry, Schwane R., Torngren L., *Investigation of Unsteady Turbulent Flow in an Over-expanded Rocket Nozzle*, 4th Intern. Conf. on Launcher Technology “Space launcher Liquid Propulsion”, Liège, **2002**.
- [73] Onofri M., Nasuti F., *The Physical Origin of Side Loads in Rocket Nozzles*. AIAA Paper 99–2587, **1999**.
- [74] Onofri M., Nasuti, F., Bongiorno, M.: *Shock Generated Vortices and Pressure Fluctuations in Propulsive Nozzles*. AIAA Paper 98-0777, 36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, **1998**.
- [75] Nasuti F., Onofri M., *Shock structure in separated nozzle flows*, Shock Waves, 7 Nov **2008**.
- [76] Nasuti F., Onofri M., Pietropaoli E. *The Influence of Nozzle Shape on the Shock Structure in Separated Flows*, In: Proc 5th European Symp Aerothermodynamics for Space Vehicles, 8-11 Nov 2004, ESA SP-563, 353–358, **2005**.
- [77] Nasuti F., Onofri M.: *Viscous and Inviscid Vortex Generation During Startup of Rocket Nozzles*. AIAA Journal Vol 36, 809–815, **1998**.
- [78] Nasuti F., Onofri M.: *Analysis of Unsteady Supersonic Viscous Flows by a Shock Fitting Technique*. AIAA Journal Vol 34, 1428–1434, **1996**.
- [79] Emanuele Martelli, Nasuti, F., and Onofri, M., *Numerical Analysis of Film Cooling in Advanced Rocket Nozzles*, AIAA Journal , Vol. 47, No. 11, 2009, pp. 2558–2604, **2009**.
- [80] Martelli, E., Nasuti, F., Onofri, M.: *Numerical calculation of FSS/RSS transition in highly overexpanded rocket nozzle flows*. Shock Waves, **2009**.
- [81] Emanuele Martelli, Francesco Nasuti and Marcello Onofri, *Numerical Parametric Analysis of Dual-Bell Nozzle Flows*, AIAA Journal, Vol. 45, No. 3, March **2007**.
- [82] Emanuele Martelli, Francesco Nasuti and Marcello Onofri, *Effect of Wall Shape and Real Gas Properties on Dual Bell Nozzle Flow field* , 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 10 - 13 July 2005, Tucson, Arizona, AIAA 2005-3943, **2005**.
- [83] J.A. Moríñigo, J.J. Salvá, *Numerical study of the start-up process in an optimized rocket nozzle*, Aerospace Science and Technology 12, 485–489, **2008**.
- [84] J.A. Moríñigo, J.J. Salvá, *Three-dimensional simulation of self-oscillating flow and side-loads in an overexpanded subscale rocket nozzle*, J. Aerospace Engineering 220 (5) 507–523, **2006**.

- [85] J.A. Moríñigo, J.J. Salvá, *Numerical Investigation of the Separation Modes Transition and Hysteresis in the Sub-scale J2S Rocket Engine Nozzle*, CNES / ESA 4<sup>th</sup> International Conference on Launcher Technology: Space Launcher Liquid Propulsion Liège, Belgium, 3-6 December 2002.
- [86] Bruno Sainte-Rose, *Simulations numériques d'écoulements réactifs massivement décollés par une approche hybride RANS/LE*, Thèse de doctorat de l'École Centrale Paris, Département d'Énergétique Fondamentale et Appliquée, ONERA 2010.
- [87] Pierre-Élie Weiss, *Simulation numérique et analyse physique d'un écoulement d'arrière-corps axisymétrique et application au contrôle des charges latérales*. Thèse de doctorat de l'université de Pierre et Marie Curie, Département d'Aérodynamique Appliquée (DAAP), ONERA 2010.
- [88] Sébastien Girard, *Etude des interférences de choc dans les tuyères sur-détendue à choc interne*, Ph.D Thesis, Université Paris 6, ONERA 2009.
- [89] Jean Délery, *Some salient aspects of shock wave /boundary layer interaction*, ISSIS 2008.
- [90] Jean Délery, *Traité d'aérodynamique compressible, Volume 2, écoulements monodimensionnels stationnaires et surfaces de discontinuité*, Lavoisier 2008.
- [91] Reijasse, P., *Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé*, PhD Thesis, Université de Paris VI, 2005.
- [92] Deck, S., Guillen, P., *Numerical simulation of side-loads in an ideal truncated nozzle*. Journal of Propulsion and Power, Vol. 18, No. 2, pp. 261-269, 2002.
- [93] Reijasse, P., *Description of nozzle test cases*, ATAC Nozzle Workshop DAFE/D-0/02, 2002.
- [94] Deck, S. *Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur*, thèse de Doctorat de l'Université d'Orléans, ONERA 2002.
- [95] S. Deck, R. Hallard, *Simulations numériques des écoulements décollés dans les tuyères*, 37<sup>ème</sup> colloque d'Aérodynamique Appliquée "Aérodynamique et Propulsion des véhicules à grande vitesse" Arcachon (France), 28-30 mars 2001.
- [96] Bourgoing, A., Reijasse, P. *Experimental investigation of an unsteady and asymmetrical supersonic separated flow*, 48th annual conference – 8th aerodynamics session symposium, Toronto, Canada, April 29-May 02, 2001. ONERA TP 2001-95, 2001.
- [97] Reijasse, P., Birkemeyer, J. *Semi-empirical flow separation model for subscale nozzles*. 4th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 16-18, 2001, Capua, Italy, 2001.
- [98] Reijasse, P., Morzenski, L., *Campagne de mesures de charges latérales dans des tuyères surdétendues*. Soufflerie R2Ch. Programme FSCD. Onera RTS 58/00145DAFE, novembre 2000.

- [99] Reijasse, P., Frey, M., and Haidn, O., *Flow physics and side-loads in highly over-expanded rocket nozzles*, Proc. of the ONERA/DLR Aerospace Symposium ODAS 2000.
- [100] J DELERY, Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps, Département Aérothermodynamique, E.N.S.A.E, 1989.
- [101] Délerly, J. and Marvin J., *Shock-wave boundary layer interactions*, AGARDograph n°280, février 1986.
- [102] Afaque Shams, *Contribution a la simulation numérique des décollements d'écoulements turbulents induits par choc : application a l'écoulement sur-détendu de tuyère supersonique* Ph.D Thesis, Université de Poitiers, 2010.
- [103] Guillaume Lehnasch, *Contribution à l'étude numérique des jets supersoniques sous-détendus*, Thèse de doctorat université de Poitier, 2005.
- [104] Nguyen, A. T., *Décollement instationnaire et charges latérales dans les tuyères propulsives*. Thèse de Doctorat de l'université de Poitiers, 2003.
- [105] Alziary de Roquefort, T. *Low frequency fluctuations in separated turbulent compressible flows*. Proceedings of the AFI Symposium, 17 Dec. 2002, Tohoku University, Japan, 2002.
- [106] Nguyen, A. T., Deniau, H., Girard, S., Alziary de Roquefort, T., *Unsteadiness of flow separation in an over-expanded supersonic nozzle*. IUTAM symposium on Unsteady separated Flows, April 8-12, Toulouse, France, 2002.
- [107] Alziary de Roquefort, T. *Unsteadiness and side loads in over-expanded supersonic nozzles*. Proceedings of the European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 15-18 Oct., Capua, Italy, ESA SP-487, pp. 93-107, 2001.
- [108] Nguyen, A. T., Girard, S., Alziary de Roquefort, T. *Etude de l'écoulement dans une tuyère à contour parabolique en régime surdétendu*. Rapport LEA sous commande ONERAN°6983/DA/CDES, juillet 2001.
- [109] Girard, S., Deniau, H., Nguyen, A. T., Alziary de Roquefort, T. *Etude de l'écoulement dans une tuyère propulsive à contour parabolique en régime surdétendu*, Note LEA, 2000.
- [110] Girard, S., *Etude des charges latérales dans une tuyère supersonique surdétendue*. Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, 15 décembre 1999.
- [111] Hadjadj, A., Onofri, M., *Nozzle Flow Separation*. Int. Journal of Shock Waves, 19(3): 163- 169, 2009.
- [112] Yohann Perrot, *étude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible*, Thèse de doctorat, INSA de Rouen 2006.
- [113] Nebbache A. and Pilinski C., *Pulsatory phenomenon in à thrust optimized contour nozzle*. Journal of Aerospace Science and Technology, (10), 295–308, 2006.

- [114] Hadjadj, A. and Kudryavtsev, A., *Computation and flow visualization in high-speed aerodynamics*, J. of Turbulence, **2005**.
- [115] Mouronval, A.-S., Hadjadj, A., *Numerical Study of the Starting Process in a Supersonic Nozzle*. J. Propuls. Power 21(2), 374–378, **2005**.
- [116] Anne-Sophie Mouronval, *Etude numérique des phénomènes aéroélastiques en aérodynamique supersonique. Applications aux tuyères propulsives*, Thèse de doctorat, INSA de Rouen, **2004**.
- [117] Pilinski C. and Nebbache A. *Flow separation in truncated ideal contour nozzle*. Journal of Turbulence (JoT), (5 (2004) 014), **2004**.
- [118] Pilinski C. and Nebbache A. *Unsteady separated two-throat nozzle flows*. Flow, Turbulence and Combustion,(71), 247–259, **2003**.
- [119] Mouronval, A.S., Hadjadj, A., Kudryavtsev, A. and Vandromme, D. *Numerical investigation of transient nozzle flow*. International Journal of Shock Waves, 12, 403–411, **2003**.
- [120] Cyril Pilinski, *Etude numérique du décollement en tuyères supersoniques*. Thèse de doctorat, INSA de Rouen, **2002**.
- [121] A. Hadjadj. *Analyse physique et simulation numérique des écoulements compressibles, applications aux tuyères de propulseur*. PhD thesis, Université de Rouen, **1997**.
- [122] E. Solakoglu. *Modélisation des écoulements compressibles turbulents, interaction onde de choc/couche limite turbulente*. PhD thesis, Université de Rouen, **1994**.
- [123] Dany Vandromme, *Contribution à la modélisation et la prédiction d'écoulements turbulents à masse volumique variables*, Thèse de doctorat Université des sciences et technique de Lille **1983**.
- [124] Andre Lallemand, *Écoulement monodimensionnel des fluides Compressibles*, Techniques de l'ingénieur Génie énergétique – B 8 165
- [125] S. Candel, *Mécanique des Fluides*, Dunod **1995**.
- [126] Ingel Ryhming, *Dynamiques des Fluides*, Presses Polytechniques Romandes **1985**.
- [127] R. Comolet, *Mécanique expérimentale des fluides*, Tome 1, Masson, **1990**.
- [128] Jean Délery, *Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps*, Département Aérothermodynamique, E.N.S.A.E, **1989**.
- [129] Pascal Pempie, *Moteur fusée à ergols liquides*, document CNES DLA/CT 03-194,**2007**.

- 
- [130] RAO, G. V. R., *Exhaust nozzle contour for optimum thrust*. Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, June 1958.
- [131] RAO, G.V.R., *Approximation of optimum thrust nozzle contours*. ARS Journal J30(6), page 561, June 1960.
- [132] Girard, S., Alziary de Roquefort, T. *Measurements of side loads in an overexpanded parabolic nozzle*. LEA-UMR CNRS 6609, rapport contrat N°95/CNES/3218, mars 1999.
- [133] Jean Détery, *Traité d'aérodynamique compressible, Volume 1, Notions fondamentales d'aérodynamique*, Lavoisier 2008.
- [134] John D. Anderson, *Computational fluid dynamics*, McGraw-Hill 1995.
- [135] Charles Hirsch, *Numerical computation of internal and external flows*, John wiley et sons 1994.
- [136] P. Chassaing, *Mécanique des fluides, Eléments d'un premier parcours*, Cepadues Editions 2000.
- [137] R. Comolet, *Mécanique expérimentale des fluides*, Tome 2, Masson 1990.
- [138] Reynolds O., *On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluid and the Determination of the Criterion*, Phil. Tran. Ro. Soc. Lon., Series A, Vol. 186, 123-161, 1874.
- [139] Favre, A., *Equations des gaz turbulents compressibles, part 1: formes générales*. J. de Mécanique 4, pp. 361-390, 1965.
- [140] Favre, A., *Equations des gaz turbulents compressibles, part 2 : méthode des vitesses moyennes ; méthode des vitesses moyennes pondérés par la masse volumique*. J. de Mécanique 4, pp. 391-421, 1965.
- [141] Eric Goncalves, *Généralité sur les codes RANS en écoulement compressible*, Institut National Polytechnique de Grenoble 2004.
- [142] Boussinesq J., *Essai sur la théorie des eaux courantes*. Mem. Pres. Acad. Sci., XXIII, 46, Paris, 1877.
- [143] Boussinesq, J., *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumubteur des liquides dans les lits rectilignes*. Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences, CXXII, pp. 1293, 1896.
- [144] J.E Bardina, P.G. Huahg, and T. J. Coakly, *Turbulence modeling validation, testing, and development*, NASA Technical Memorandum 110446, 1997.
- [145] Menter F. R., *Improved two-equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows*, Rapport technique, NASA Technical Memorandum 103975, 1992.

- [146] Menter F. R., *Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows*. AIAA Paper 93-2906, **1993**.
- [147] Menter F. R., *Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications*. AIAA J., 32(8), 1598-1605, **1994**.
- [148] Menter, F. R., KUNTZ, M., Langtry, R., *Ten years of industrial experience with the SST turbulence model*. Turbulence, Heat and Mass Transfer, **2003**.
- [149] Wilcox, D. C., *Reassessment of the scale deterring equation for advanced turbulence models*. AIAA J., 26, 1299-1310, **1988**.
- [150] W. P. Jones AND B. E. Launder. *The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence*. Int. J. Heat Mass Transfer, pages 301–314, **1972**.
- [151] B. E. Launder and B.I Sharma. *Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc*. Letters in Heat and Mass Transfer, 1:131–137, **1974**.
- [152] Culbert B. Laney, *Computational Gas dynamics*, Cambridge university press **1998**.
- [153] P.L. Roe. *Approximate Riemann solvers, parameters vectors and difference schemes*. J. Comp. Phys., 43:357-372, **1981**.
- [154] J.L. Steger and R.F. Warming, *Flux vector splitting of the inviscid gas dynamics equations with applications to finite difference methods*. J. Comput. Phys., 40(2):263-293, **1981**.
- [155] H.C. Yee, *A class of high-resolution explicit and implicit shock-capturing methods*. VKI, Lecture Series, 1989-04, **1989**.
- [156] E. Mahfoudi, A. Harizi, K. Talbi, A. Gahmousse, *Capture numérique des phénomènes physiques rencontrés dans les tuyères propulsives supersoniques*, 4ème Congrès Algérien de Mécanique, 25 - 28 novembre 2013, Mascara-Algérie, **2013**.
- [157] E. Mahfoudi, A. Gahmousse, K. Talbi, *Etude numérique de l'écoulement compressible turbulent dans une tuyère supersonique*, Revue des énergies renouvelables Vol. 16 N°2 (2013) 285-296, **2013**.
- [158] E. Mahfoudi, A. Gahmousse, A. Harizi, K. Talbi et A.Hadjadj, *Simulation Numérique De L'écoulement Compressible Supersonique, Application aux Tuyères Propulsives à Combustible liquide Hydrogène*, Revue des énergies renouvelables Vol. 15 N°3 (2012) 365-372, **2012**.
- [159] E. Mahfoudi, A. Harizi, A.Hadjadj, K. Talbi, A. Gahmousse, *Simulation Numérique de l'écoulement compressible turbulent, Applications aux Tuyères Propulsives Supersoniques*, 1er Congrès International d'Aéro-Hydrodynamique Naval, CLAHN 2012, 06-07 Novembre, Oran, Algérie, **2012**.

- [160] E. Mahfoudi, A. Harizi, A.Hadjadj, K. Talbi, A. Gahmousse, *Simulation Numérique de l'écoulement Supersonique Adapté dans la tuyère du moteur-fusée Vulcain2*, Congrès national de mécanique des fluides, 25-26 septembre 2012- USTHB – ALGER, 2012.
- [161] E. Mahfoudi, A. Harizi, K. Talbi, A. Gahmousse, *Résolution numérique de l'Écoulement compressible Eulérien Bidimensionnel, Applications aux Tuyères Propulsives Supersoniques*, JM'EMP08, EMP, Bordj El Bahri, 10-11 Avril, 2012.
- [162] E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation numérique des différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique*, Conférence sur les sciences de la mécanique OEB 2006.
- [163] E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté dans la tuyère convergente divergente*, 1ères Journées Nationales de l'Ingénierie Mécanique, Constantine 2006.
- [164] Mammeri Omar, Kalache Abdeslam, *Etude numérique d'un écoulement compressible dans une tuyère supersonique*, Mémoire de MASTER option Turbomachines, Ain Beida OEB 2013.
- [165] Labdaoui Abdelaali, Laiachi Mohamed Ali, *Etude Numérique des Ecoulements Supersoniques dans les Tuyères des Moteurs- Fusées*, Mémoire de MASTER option Turbomachines, Ain Beida OEB 2012.
- [166] Belarouci Abdel Malek, *Contribution à l'analyse et au calcul de l'écoulement dans les tuyères supersoniques*, PFE, Ain Beida OEB 2007.
- [167] Trad Ameer, Labiod Adel, *Analyse physique et méthodes numériques pour la capture de l'onde de choc dans les écoulements compressibles supersoniques*, PFE, université de Tébessa 2006.
- [168] Maizi Mohamed, Mazouz Mouloud, *Analyse physique et simulation numérique de l'écoulement Eulérien dans les tuyères supersoniques*. PFE, université de Tébessa 2006.
- [169] Boudiar El-Ghadbani, Saighi Slimane, *Etudes des différents régimes de fonctionnement de la tuyère de Laval (Souffleries aérodynamiques)*, PFE, université de Tébessa 2004.
- [170] A. Harizi, E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation numérique de la transition laminaire/turbulent de la couche limite autour d'une aube de turbine à gaz*, Revue des Energies Renouvelables Vol. 15 N°4 (2012) 561 – 570, 2012.
- [171] A. Harizi, E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation numérique du transfert de chaleur autour d'une aube de turbine à gaz*, 1er Congrès International d'Aéro-Hydrodynamique Naval ,CLAHN 2012, 06-07 Novembre, Oran, Algérie, 2012.



- 
- [172] A. Harizi, E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation numérique de la transition laminaire/turbulent de la couche limite autour d'une aube de turbine à gaz*, Congrès national de mécanique des fluides, 25-26 septembre 2012- USTHB – ALGER, **2012**.
- [173] A. Harizi, E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation de l'écoulement et de l'échange de chaleur dans un canal de refroidissement*, 2<sup>ème</sup> conférence Internationale sur les sciences de la mécanique, CISM 08 Oum El Bouaghi **2008**.
- [174] A. Harizi, E. Mahfoudi, A. Gahmousse, *Simulation 3D de l'écoulement et de l'échange de chaleur dans un canal de refroidissement*, Revue des Energies Renouvelables, CIM'08 Oum El Bouaghi (2008) 153-164, **2008**.
- [175] Gueham Fouez, Mardjadjoe Hamada, *Contribution à l'analyse et au calcul énergétique des cycles thermodynamiques des turbomachines thermiques Turbine à gaz*, PFE, Ain Beida, OEB **2007**.
- [176] Louaar Boubaker, Kellil Malika, *Contribution à l'analyse et au calcul énergétique des turbines axiales*, PFE, Ain Beida, OEB **2007**.
- [177] Zarai Boumedienne, Messabhia Souhal, *Simulation numérique de la diffusion de la chaleur dans les barres et les plaques*, PFE, université de Tébessa **2004**.
- [178] Hamdani Kamel, Samet Ridha, *Contribution à l'informatisation de l'écoulement compressible unidimensionnel à travers les turbomachines axiales*, PFE, université de Tébessa **2002**.
- [179] E. Mahfoudi, *Écoulement subsonique bidimensionnel visqueux autour des aubes de turbines*, Thèse de Magister en mécanique option énergétique, université O.E.Bouaghi, **2001**.
- [180] E. Mahfoudi, *Etude et élaboration d'un algorithme pour le calcul énergétique des turboréacteurs*, PFE, OEB, **1994**.

## ملخص

لقد أثبتت الدراسات التجريبية للسريان الفوق صوتي للغازات القابلة للانضغاط في الفوهات المتقاربة-المتباعدة عن وجود و تفاعل للعديد من الظواهر الفيزيائية : السريان الفوق صوتي، الموجات الارتجاجية ،انقلاع الطبقة الحدية، السريان المعاكس و طبقة مختلطة جد لزجة ومضطربة. هذه الظواهر المعقدة يمكن أن تؤثر تأثيرا كبيرا على الأداء و الاعتمادية للفوهات الدافعة. هذا العمل يهدف للتحليل الفيزيائي و المحاكات العددية للسريان المضطرب في الفوهات الفوق صوتية. لقد استعمل نموذج *URANS* مع معادلتى النقل *SST Menter* في الاحداثيات المعممة لدراسة السريان المضطرب. لقد تم حل معدلات السرين باستخدام طريقة الحجوم المتناهية بشبكة منتظمة اين تم التقطيع الزمني للمعادلات التفاضلية الجزئية عن طريق التقسيمات الغير مباشرة باستعمال نموذج التنبؤ و التصحيح ل *Mac Cormack*. تمت معالجة تدفق الحمل عن طريق مخططات تسمح بالتقاط الموجة الأرتجاجية. اما التدفق اللزج فقد عولج عن طريق التقطع المركزي من الدرجة الثانية. سمحت النتائج العددية المتحصل عليها بإبراز الظواهر الفيزيائية المختلفة التي تم مشاهدتها تجريبيا.

### كلمات مفتاحية

الفوهات المتقاربة-المتباعدة ، السريان الفوق صوتي، الموجات الارتجاجية، انقلاع الطبقة الحدية ، للسريان المضطرب، المحاكات العددية طريقة الحجوم المتناهية، مخططات التقاط الموجة الارتجاجية.

***Contribution à l'étude des écoulements compressibles supersoniques turbulents dans les tuyères propulsives.***

**Résumé**

*Les études expérimentales sur les écoulements compressibles supersoniques dans les **tuyères convergentes-divergentes**, ont prouvées l'existence et l'interaction de plusieurs phénomènes physiques : **jet supersonique**, **ondes de choc**, **décollement de la couche limite**, l'écoulement de retour, couche de mélange visqueuse et turbulente. Ces phénomènes très complexes peuvent considérablement influencer sur les performances et la fiabilité des tuyères propulsives. Le présent travail porte sur l'analyse physique et la **simulation numérique** de l'écoulement turbulent décollé dans les tuyères supersoniques, fonctionnant en régime de surdétente. **La turbulence** est modélisée par une approche statistique (URANS) en coordonnées généralisées, en utilisant un modèle à deux équations de transport (SST Menter). Le système d'équations régissant cet écoulement est résolu à l'aide de la **méthode des volumes finis** sur un maillage structuré. L'intégration en temps est réalisée par le schéma numérique totalement implicite de type prédicteur-correcteur de Mac-Cormack. Alors que les flux convectifs sont discrétisés grâce aux **schémas de capture des ondes de choc** (Roe, Steger-Warming). Les flux visqueux sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. Les résultats numériques obtenus ont permis de retrouver les différents phénomènes observés expérimentalement.*

**Mots-clés :** **Tuyères convergentes-divergentes, Jet supersonique, Ondes de choc, Décollement de la couche limite, Turbulence, Simulation numérique, Méthode des volumes finis, Schémas de capture des ondes de choc.**

***Contribution to the study of compressible supersonic turbulent flows in propulsive nozzles***

**Abstract**

*Experimental studies of supersonic compressible flows in **Overexpanded nozzles** have proved the existence and interaction of several physical phenomena: **Supersonic jet**, **shock waves**, **boundary layer separation**, reversed flow, viscous and turbulent mixing layer. These complex phenomena can significantly affect the performance and reliability of propulsive nozzles. This work focuses on the physical analysis and **numerical simulation** of turbulent separated flow in supersonic nozzles, operating in under-overexpanded conditions. The **turbulence** is modelled using a statistical approach (URANS) on a generalized coordinates, using the two-equation model of transport (SST Menter). The system of equations governing the flow is solved using **the finite volume method** in structured grid. The time integration is performed by the fully implicit numerical scheme of predictor-corrector type of Mac-Cormack. While the convective flows are discretized with **shock capturing schemes** (Roe, Steger-Warming). Viscous terms are discretized with a second order centred scheme. The Obtained numerical results have detected the various phenomena observed experimentally.*

**Key words:** **Overexpanded nozzles, Supersonic jet, Shock waves, Boundary layer separation, Turbulence, Numerical simulation, Finite volumes method, Shock capturing schemes.**