

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET**  
**DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MENTOURI-CONSTANTINE**  
**FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR**  
**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

N° d'ordre :...../Doct/2009.

Série :...../GM/2009.

**THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat-En-Science  
en Génie Mécanique

**SIMULATION NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT TURBULENT**  
**AUTOUR D'UNE PAROI COURBEE :**  
**COMPARAISON DES MODELES DE TURBULENCE**

OPTION :

**Energétique**

Par : BEKKA Nadir

Soutenue le: 16 /06/2009

Devant le jury composé de :

Président :	M <sup>r</sup> . M.KADJA	Professeur	Université Mentouri - Constantine
Rapporteur :	M <sup>r</sup> . R. BESSAIH	Professeur	Université Mentouri - Constantine
Examineurs :	M <sup>r</sup> . A. SOUDANI	Professeur	Université de Batna
	M <sup>r</sup> . C. BOUGRIOU	M.Conférences	Université de Batna
	M <sup>r</sup> . K. TALBI	M.Conférences	Université Mentouri - Constantine

## DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail à mes chers et regrettés grands parents*

*A mes très chers parents pour leur soutien moral, ainsi, que pour leurs sacrifices consentis, sans lesquels je n'aurais pu faire cette thèse*

*A mes frères et ma soeur*

*A toute ma famille et A tous mes amis*

**Nadir BEKKA**



**Bekka**

## ***Remerciements***

Ce travail a été réalisé à l'Université d'Evry Val-d'Essonne, dans le Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry, LMEE - Groupe de Mécanique des Fluides et Environnement.

Je remercie vivement mon directeur de thèse Monsieur Rachid BESSAIH, Professeur à l'Université Mentouri Constantine, qui m'a proposé ce sujet. Je le remercie du fond du cœur de l'attention et du soutien qu'il a porté à mon travail de doctorat.

Je remercie également Messieurs Mohamed SELLAM et Amer Chpoun respectivement, Maître de Conférences et Professeur à l'IUT de l'Université d'Evry qui m'ont accueilli durant la période de stage de dix huit mois au sein de leur équipe des fluides compressibles.

Je tiens à remercier Monsieur M.KADJA, Professeur à l'Université Mentouri-Constantine, d'avoir accepté de présider le jury. Je tiens à remercier vivement le Professeur A.SOUDANI, C.BOUGRIOU de l'Université de Batna et Monsieur K.TALBI de l'Université Mentouri-Constantine, qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Sans oublier tous les membres de LMEE dont leurs soutiens m'ont été précieux au cours de mon travail, notamment :

- Monsieur le Professeur Zhi-Qianq FENG, Directeur du Laboratoire LMEE-Evry
- Tous les collègues du bureau, doctorants et enseignants.

J'aimerais aussi remercier le Ministère de l'Enseignement Supérieur Algérien et l'Université de BLIDA, qui ont financé cette étude en France.

## Résumé

Cette thèse porte sur la simulation numérique des écoulements turbulents en utilisant différents modèles de turbulence issus de l'approche RANS. Trois cas tests d'écoulements qui trouvent leur application dans le domaine aéronautique, en particulier l'aérodynamique des avions ont été étudiés en détail. Le premier cas test concerne l'aérodynamique transsonique appliquée aux avions dont la vitesse avoisinant la vitesse du son. Par conséquent, les écoulements résultants sont caractérisés par des nombres de Mach et des nombres de Reynolds très élevés. L'objectif principal, est de simuler le phénomène d'interaction onde de choc-couche limite, conduisant à la séparation de la couche limite (décollement) au pied de choc. L'analyse a été faite en étudiant l'écoulement turbulent autour des géométries des profils d'ailes (2D) et des ailes (3D) de type NACA0012.

Le deuxième cas test est consacré à l'aérodynamique de faible nombre de Mach et à bas nombre de Reynolds. Ce type d'écoulement trouve son application dans les écoulements externes dans les petits avions de faible allongement appelés « Micro-drones » ou MAV (Micro Air Vehicles). Sachant que ce type d'avions souffre beaucoup de la limitation de la marge de fonctionnement à cause de leur faible rapport portance/traînée (finesse), l'objectif de cette présente étude est d'améliorer les performances et les caractéristiques aérodynamiques en introduisant l'effet thermique par génération d'un gradient de température entre l'extrados et l'intrados de l'aile. La simulation numérique a été faite d'une manière détaillée pour un profil NACA0012 en bidimensionnel (2D), puis en tridimensionnel (3D), autour d'une aile de faible allongement (AR=1).

Le dernier cas test, porte sur la simulation numérique d'un sillage courbé soumis à un gradient de pression. Les domaines d'application sont nombreux, plus spécialement, le cas des éléments multiples ; profils ou ailes d'avions (multi-elements wings or multi element airfoils), par exemple, l'interaction mutuelle entre l'aile et les volets à travers le sillage engendré par l'aile. Dans tous les trois cas tests, tous les calculs ont été effectués à l'aide de code CFD-FASTRAN. Le code dispose de cinq modèles de turbulence : le modèle algébrique à zéro équation de Baldwin-Lomax, à une équation de Spalart-Allmaras et les trois modèles à deux équations de transport :  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$  et  $k - \omega$  SST.

**Mots clés :** Transsonique, Micro drones, modèles de turbulence, paroi courbée, sillage

## Abstract

This thesis focuses on the numerical simulation of turbulent flows using various turbulence models of the RANS approach. Three test cases of flows that have their application in the aeronautical field, especially in aerodynamic were studied in detail. The first test case concerns transonic aerodynamics applied to airplanes with a speed approaching the speed of sound. Therefore, the resulting flows are characterized by an high Mach and Reynolds numbers. The main objective is to simulate the phenomenon of interaction of shock wave-boundary layer, leading to the separation of the boundary layer at the foot of the shock. The analysis was done by studying the turbulent flow around the geometry of the NACA0012 airfoils (2D) and wings (3D) .

The second test case is devoted to the aerodynamics of low Mach number and low Reynolds number. This type of flow is used in the external flows in small planes, called MAV (Micro Air Vehicles). Knowing that this type of aircraft has many of the limitation of the operating margin because of their low lift / drag (finess), the aim of this study is to improve the performance and aerodynamic characteristics by introducing the thermal effect; a temperature gradient between the extrados and intrados of the wing. The numerical simulation was carried in detail for the NACA0012 airfoil, in two dimension (2D), followed by three-dimensional (3D), around a wing of low aspect ration (AR=1).

The last test case concerns the simulation of a curved wake subjected to a pressure gradient. Its uses are many, especially the case of multiple elements airfoils or wings of aircraft (multi-element wings or airfoils), for example, the interaction between the wing and flaps through the wake generated by the wing. In all three test cases, all computations were made using FASTRAN-CFD code. The code has five turbulence models: the zero algebraic equation of Baldwin-Lomax, an one equation for Spalart-Allmaras model, and the three, two equations models:  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$  and  $k - \omega$  SST.

**Keywords:** Transonic, Micro air vehicles, turbulence models, curved wall, wake

## ملخص

هذه المذكرة تتناول بالدراسة و التحليل بواسطة المحاكاة الرقمية للتدفقات المضطربة باستخدام نماذج مختلفة لحساب الاضطراب متوفرة في المقاربة نوعية رانس (RANS). ثلاث حالات اختبار للتدفقات التي يتم تطبيقها في مجال الطيران، وخاصة حركية الهواء المطبقة في مجال الطيران تمت دراستها بالتفصيل.

أول حالة اختبار تتعلق بالطائرات ذات سرعة تقترب من سرعة الصوت. ولذلك، فإن التدفقات الناتجة تتميز بأرقام رينولدز و ماك عالية. يتمثل الهدف الرئيسي في محاكاة ظاهرة التفاعل بين موجة الصدمة و الطبقة النهائية، مما يؤدي إلى انفكك عريض لهذه الأخيرة. التحليل الذي قمنا به يتمثل في دراسة التدفق المضطرب حول أجنحة الطائرات ثنائية (12) وثلاثية الإبعاد (13) نوع NACA0012.

حالة الاختبار الثانية مخصصة لديناميكية الهواء ذات أرقام رينولدز و ماك منخفضة. هذا النوع من التدفق يهتم الطائرات الصغيرة بدون طيار. مع العلم بأن هذا النوع من الطائرات يعاني الكثير من المعوقات التي تحد من هامش التشغيل. الهدف من هذه الدراسة هو تحسين الأداء والخصائص الإيرودينامكية بإدخال الأثر الحراري لتوليد تدرج في درجة الحرارة بين السطح السفلي و العلوي لجناح الطائرة. المحاكاة الرقمية تمت بشكل مفصل لجناح نوع NACA0012 ثنائي (12) و ثلاثي الإبعاد (13) ذات إطالة منخفضة (AR=1).

التجربة الرقمية الأخيرة، تتعلق بالمقاربة العددية لأعقاب منحنى مع تدرج في الضغط. مجال تطبيقات هذه الدراسة كثيرة ، لاسيما في أجنحة الطائرات متعدد العناصر، على سبيل المثال: التفاعل بين الجناح الرئيسي و الجنيحات الإضافية المتحركة. في كل حالات الاختبار الثلاث المذكورة، كل الحسابات تمت باستخدام برنامج متخصص يدعى FASTRAN الذي يتوفر على خمسة نماذج الاضطراب :

$$k - \omega \text{ SST} \text{ و } k - \omega \text{ , Spalart-Allmaras, Baldwin-Lomax}$$

**الكلمات المفتاح:** سرعة قريبة من سرعة الصوت، الطائرة الصغيرة، نماذج الاضطراب، إعقاب منحنى

## SOMMAIRE

Dédicaces .....	i
Remerciements. ....	ii
Résumé .....	iii
Abstract... ..	iv
ملخص... ..	v
Sommaire.....	vi
Liste des figures .....	x
Liste des tables .....	xiv
Nomenclature. ....	xv

<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
---------------------------	----------

### Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

1.1 Les différentes approches de la turbulence.....	5
1.1.1 Approche directe (DNS) : Simulation numérique directe (SND).....	5
1.1.2 La simulation des grandes échelles (LES).....	8
1.1.3 Résolution des équations de Navier-Stokes moyennées.....	10
1.1.3.1 Modélisation au second ordre (RSTM).....	12
1.1.3.2 Modélisation au premier ordre (RSAM).....	12
1.1.4 Les méthodes hybrides.....	15
1.1.4.1 Couplage URANS/LES.....	15
1.1.4.2 Modèle semi-déterministe (SDM).....	16
1.1.4.3 La simulation des très grandes échelles VLES (Very Large Eddy Simulation).....	17
1.1.4.4 Simulation des tourbillons détachés DES (Detached Eddy Simulation).....	17
1.2 Motivations et objectifs.....	18

## Chapitre 2

### La turbulence : Concepts de base et résolution numérique

2.1 Rappel des équations.....	20
2.1.1 Equations de Navier-Stokes instantanées.....	20
2.1.2 Equations moyennées.....	22
2.1.3 La couche limite.....	24
2.1.3.1 Couche limite sans gradient de pression.....	25
2.1.3.2 Couche limite avec gradient de pression.....	31
2.2 Résolution Numérique : Présentation du code.....	33
2.2.1 Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis.....	35
2.2.2 Modèles de turbulence.....	37
2.2.2.1 Modèle de Baldwin-Lomax.....	37
2.2.2.2 Modèle $k-\epsilon$ .....	38
2.2.2.3 Modèle $k-\omega$ .....	40
2.2.2.4 Modèle SST- $k-\omega$ de Menter.....	40
2.2.2.5 Modèle de Spalart-Allmaras.....	41
2.2.3 Maillage.....	42
2.2.4 Approche numérique.....	42

## Chapitre 3

### Écoulements transsoniques turbulents

3.1 Introduction.....	46
3.2 Résolution numérique et conditions aux limites.....	48
3.3 Résultats et discussion.....	51
3.3.1 Calcul bidimensionnel (profil d'aile).....	51
3.3.1.1 L'effet de raffinement de maillage.....	55
3.3.1.2 Comparaison des modèles de turbulence et validation.....	58
3.3.2 Calcul Tridimensionnel (l'aile 3D).....	73

## Chapitre 4

### Etude de l'effet thermique sur les performances aérodynamiques des microdrones

4.1 Introduction.....	84
4.2 Résolution numérique et conditions aux limites.....	89
4.3 Résultats et discussion.....	89
4.3.1 L'effet de raffinement de maillage.....	90
4.3.2 Etude de l'effet thermique.....	95
4.3.3 Comparaison des modèles de turbulence et validation avec l'expérience.....	106

## Chapitre 5

### Simulation numérique d'un sillage turbulent courbé

5.1 Introduction.....	111
5.2 Résolution numérique et conditions aux limites.....	113
5.2.1 Profil d'aile seul (Ecoulement externe).....	113
5.2.2 Tube seul (Ecoulement interne).....	114
5.2.3 Profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit rectangulaire.....	114
5.3 Résultats et discussion.....	117

**Conclusion.....125**

**Bibliographie.....129**

## Annexe A

### Exemple de génération de maillage par CFD-GEOM [76]

A.1 Maillage structuré.....	139
A.2 Maillage instructuré.....	144

## **Annexe B**

### **Résultats des calculs de plaque plane**

B.1 Calcul laminaire.....	151
B.2 Calcul turbulent.....	153

## Liste des figures

Fig.1.1 Différents types de modélisation des équations de Navier-Stokes. . . . .	7
Fig.1.2 Cascade énergétique et mécanisme de transfert [21] des équations . . . . .	10
Fig.1.3 Classification des modèles de turbulence pour l'approche RANS. . . . .	11
Fig.1.4 Couplage RANS/LES, d'après Quéméré [63]. . . . .	16
Fig.1.5 Décomposition des spectres suivant les approches LES et semi-déterministe. . . . .	16
Fig.2.1 Evolution des différentes composantes du frottement dans la couche limite . . . . .	27
Fig.2.2 Les différentes zones de la couche limite. . . . .	30
Fig.2.3 Ecoulement turbulent sur une plaque plane- Expérience de Klebanoff [72]. . . . .	30
Fig.2.4 Évolution du profil de couche limite suivant le gradient de pression [69]. . . . .	32
Fig.2.5 Évolution de la contrainte turbulente suivant le gradient de pression [69]. . . . .	32
Fig.2.6 Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle. . . . .	35
Fig.2.7 Organigramme de code CFD-FASTRAN. . . . .	44
Fig.2.8 Schématisation de l'environnement de code CFD-FASTRAN [75]. . . . .	45
Fig.3.1 Progression des ondes de choc sur la surface de profil d'aile . . . . .	49
Fig.3.2 Interactions visqueuses –non visqueuses autour d'un profil d'aile [119]. . . . .	50
Fig.3.3 Le profil symétrique NACA0012. . . . .	50
Fig.3.4 Maillage structuré pour un profil NACA 0012. . . . .	52
Fig.3.5 Comparaison de coefficient de pression $C_p$ pour les deux types de maillage: C et O. . . . .	53
Fig.3.6 Comparaison des résultats issus de deux topologies de maillage: topologie C et O. . . . .	54
Fig.3.7 Distribution de coefficient de pression $C_p$ autour de profil NACA0012 pour le cas test 1; modèle SST k- $\omega$ . . . . .	57
Fig.3.8 Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 1, Coefficient de pression, <b>(b)</b> le résiduel L-2, <b>(c)</b> L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.6$ ; $\alpha_c=3.313^\circ$ ; $Re_\infty =9.10^6$ ). . . . .	59
Fig.3.9 Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 1 (le modèle SST k- $\omega$ ) (a) Nombre de Mach <b>(b)</b> Champ de vitesse (Zoom au voisinage de bord d'attaque) . . . . .	60
Fig.3.10 Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 2, (a) Coefficient de pression, <b>(b)</b> le résiduel L-2, <b>(c)</b> L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.6$ ; $\alpha_c=8.427^\circ$ ; $Re_\infty =9.10^6$ ) . . . . .	62

Fig.3.11 Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 2 (le modèle SST k- $\omega$ ) (a)Nombre de Mach (b) Champ de vitesse (Zoom au pied de choc et dans la zone de décollement en aval du choc).....	63
Fig.3.12 Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 3, (a)Coefficient de pression, (b) le résiduel L-2, (c) L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.799$ ; $\alpha_c=2.257^\circ$ ; $Re_\infty=9.10^6$ ) .....	65
Fig.3.13 Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 3 (le modèle SST k- $\omega$ ) (a)Nombre de Mach (b) Champ de vitesse (Zoom au pied de choc et dans la zone de décollement en aval du choc).....	66
Fig.3.14 La répartition de $Y^+$ au voisinage de la paroi pour les trois cas tests en utilisant les cinq modèles de turbulence. . . . .	67
Fig.3.15 Coefficient de frottement (cas test 3).....	70
Fig.3.16 Profils de vitesses moyennes en trois stations pour le cas test 3 ( $X/C=0.2$ et $0.7$ pour l'extrados et $X/C=1.2$ au sillage (en aval de bord de fuite) .....	71
Fig.3.17 Variation de coefficient de traînée en fonction de nombre de Mach pour un profil NACA0012 à l'angle de portance nulle (Incidence $=0^\circ$ ), $Re_\infty=9.10^6$ .....	72
Fig.3.18 L'aile ONERA M6 [120].. . . . .	74
Fig.3.19 La géométrie de l'aile NACA0012 (plan XZ).. . . . .	74
Fig.3.20 Maillage structuré autour de l'aile 3D NACA0012 (a) Les frontières de domaine de calcul, (b) Zoom de maillage sur l'aile et dans le plan de symétrie ( $Z=0$ ).....	75
Fig.3.21 Iso-Mach pour le cas test 1 , en 3D( $M_\infty=0.6$ ; $\alpha_c=3.313^\circ$ ; $Re_\infty=9.10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ ).....	77
Fig.3.22 Répartition de coefficient de pression $C_p$ pour le cas test 1 (3D).....	78
Fig.3.23 La distribution de coefficient de pression $C_p$ aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile (cas test 1).....	79
Fig.3.24 Iso-Mach pour le cas test 3( $M_\infty=0.799$ ; $\alpha_c=2.257^\circ$ ; $Re_\infty=9.10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ ).....	81
Fig.3.25 Répartition de coefficient de pression $C_p$ pour le cas test 3 (3D).....	82
Fig.3.26 La distribution de coefficient de pression $C_p$ aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile (cas test 3).....	83
Fig.4.1 Le Nombre de Reynolds pour différents types d'avions [103].....	88

Fig.4.2 Différentes configurations de microdrones [103, 117].....	88
Fig.4.3 Le dispositif expérimental de l'expérience de Kim .....	88
Fig.4.4 Maillage structuré 2D et 3D pour l'aile et le profil d'aile NACA 0012.....	92
Fig.4.5 L'effet de raffinement de maillage autour d'un profil NACA0012 pour différents angles d'attaque avec effet thermique : $T_{\text{Extrados}} = 200 \text{ K}$ et $T_{\text{Intrados}} = 400 \text{ K}$ , $M=0.045$ , $Re = 3.8 \times 10^4$ ; Coefficient de pression (à gauche) et le coefficient de frottement (à droite). . . . .	93
Fig.4.6 L'effet de raffinement de maillage sur le coefficient de portance et sur $Y^+$ pour différents angles d'attaques $T_{\text{Extrados}} = 200 \text{ K}$ et $T_{\text{Intrados}} = 400 \text{ K}$ , $M=0.045$ , $Re = 3.8 \times 10^4$ ....	94
Fig.4.7 Iso-Mach dans le plan de symétrie de l'aile NACA0012- 3D à l'angle d'attaque $0^\circ$ , $AR=2$ , $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	96
Fig.4.8 Le coefficient de pression $C_p$ : sur l'extrados (à gauche) et l'intrados (à droite) pour une aile NACA0012 -3D à l'angle d'attaque $0^\circ$ , $AR=2$ , $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	97
Fig.4.9 Mach et coefficient de pression autour de profil NACA0012 à l'angle d'attaque $0^\circ$ , Sans effet thermique : extrados et intrados $T=300 \text{ K}$ (à gauche) et avec effet thermique : extrados $T=200 \text{ K}$ et intrados $T=400 \text{ K}$ (à droite) $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	98
Fig.4.10 Coefficient de pression $C_p$ autour de profil NACA0012, avec et sans effet thermique à l'angle d'attaque $0^\circ$ , $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	99
Fig.4.11 Nombre de Mach autour de profil NACA0012 à l'angle d'attaque $\alpha = 14^\circ$ , $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	100
Fig.4.12 L'effet thermique sur les performances aérodynamiques pour un profil NACA0012 à micro-échelle, $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	102
Fig.4.13 L'effet de l'écart de température entre l'extrados et l'intrados sur le coefficient de portance pour différents angles d'attaque, $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	103
Fig.4.14 L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques aérodynamiques, avec et sans effet thermique à l'angle d'attaque $10^\circ$ , $M=0.045$ .....	105
Fig.4.15 Comparaison entre les calculs laminaire et turbulent (Extrados $T=200 \text{ K}$ , intrados $T=400 \text{ K}$ ), $M=0.045$ et $Re = 3.8 \times 10^4$ .....	108
Fig.4.16 Comparaison de coefficient de portance issu de calcul laminaire et de différents modèles de turbulence avec l'expérience [116], $M=0.018$ et $Re = 1.67 \times 10^4$ .....	109
Fig.4.17 Comparaison des coefficients de portance (à gauche) et de traînée (à droite) issus de calcul laminaire et de différents modèles de turbulence pour les deux cas tests de température à la surface, $M=0.018$ et $Re = 1.67 \times 10^4$ .....	110
Fig.5.1 Schématisation simplifiée de l'installation expérimentale [136].....	115
Fig.5.2 Maillage structuré de conduit $100 \times 98$ .....	116

Fig.5.3 Maillage de profil d'aile NACA0012 placé à l'intérieur du conduit .....	116
Fig.5.4 Ecoulement externe autour d'un profil NACA0012, incidence nulle.....	118
Fig.5.5 Ecoulement interne dans un conduit courbé (sans profil d'aile)	
Calcul Baldwin-Lomax.....	119
Fig.5.6 Ecoulement turbulent autour d'un profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit courbé : Modèle de Baldwin-Lomax (Incidence=0).....	120
Fig.5.7 Sillage courbé en présence d'un profil d'aile- Comparaison des modèles de turbulence .....	122
Fig.5.8 Répartition de coefficient de pression le long de la surface de profil d'aile.....	123
Fig.5.9 Répartition de coefficient de pression sur les parois : convexe et concave du conduit.....	124
Fig.A.1 La géométrie de profil d'aile NACA 0012 et la topologie de domaine de calcul .....	140
Fig.A.2 Discrétisation des courbes frontières et les faces engendrées autour de profil NACA0012.....	141
Fig.A.3 Le maillage structuré obtenu avec zoom de la région de bord d'attaque .....	142
Fig.A.4 Maillage structuré autour de NACA0012 avec 3 blocs bidimensionnels .....	143
Fig.A.5 Sauvegarde de maillage structuré résultant sous format GGD et DTF.....	144
Fig.A.6 La géométrie du profil d'aile et les frontières délimitant le domaine de calcul en maillage instructuré ..	145
Fig.A.7 Discrétisation des courbes frontières délimitant le domaine de calcul autour de profil NACA 0012. .	146
Fig.A.8 Création de la surface maillée en maillage instructuré.....	147
Fig.A.9 Création de groupe des surfaces ouvertes et de domaine de maillage instructuré.....	148
Fig.A.10 Maillage triangulaire (instructuré) autour de profil NACA0012, avec zoom au bord d'attaque. ...	149
Fig.A.11 Sauvegarde de maillage instructuré résultant sous format GGD et DTF.....	150
Fig.B.1 Maillage pour une plaque plane (150x101).....	151
Fig.B.2 Plaque plane laminaire. .	152
Fig.B.3 Plaque plane turbulente- modèle k- $\epsilon$ .....	153
Fig.B.4 Plaque plane turbulente- modèle k- $\omega$ .....	154
Fig.B.5 Plaque plane turbulente- modèle Baldwin-Lomax .....	155

## Liste des tables

Table 3.1 Détails des maillages utilisés pour l'étude de raffinement autour d'un profil NACA0012.....	56
Table 3.2 L'effet de raffinement de maillage sur les coefficients de portance et de traînée (cas test 1; $M_\infty=0.6$ , $\alpha_c=3.313^\circ$ et $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ ). .....	56
Table 3.3 L'effet de dimensions de domaine de calcul sur les coefficients de portance et de traînée (cas 1; $M_\infty=0.6$ , $\alpha_c=3.313^\circ$ et $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ ). .....	56
Table 3.4 Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas 1; $M_\infty=0.6$ , $\alpha_c=3.313^\circ$ et $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ ). .....	58
Table 3.5 Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas 2 ; $M_\infty=0.6$ , $\alpha_c=8.427^\circ$ et $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ ). .....	61
Table 3.6 Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas 3; $M_\infty=0.799$ , $\alpha_c=2.257^\circ$ et $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ ).....	64
Table 3.7 Les caractéristiques géométriques de l'aile 3D .....	73
Table 4.1 Détails des maillages utilisés pour l'étude de l'effet de raffinement de maillage autour de profil NACA0012. ....	90

# Nomenclature

AR	allongement ( $AR=b^2/S$ )
b	envergure de l'aile [m]
c	vitesse du son [m/s]
C	la corde de profil d'aile [m]
$C_D$	Coefficient de traînée $\left( C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 S} \right)$
$C_f$	coefficient de frottement $\left( C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \right)$
$C_L$	Coefficient de portance $\left( C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 S} \right)$
$C_p$	coefficient de pression $\left( C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \right)$
cp	chaleur spécifique du gaz parfait à pression constante [J/kg.K]
cv	chaleur spécifique du gaz parfait à volume constant [J/kg.K]
D	force de traînée [N]
e	énergie interne [J/kg]
E	énergie spécifique totale par unité de masse [J/kg]
J	la matrice jacobéenne
h	enthalpie [J/kg]
k	conductivité thermique [w/m.K], ou bien l'énergie turbulente [J/kg]
L	force de portance [N]
$M_\infty$	nombre de Mach à l'infini amont ( $M_\infty = U_\infty / c$ )
p	pression statique [Pa]
Pr	nombre de Prandtl laminaire

$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent
$q_j$	flux de chaleur [ $w/m^2$ ]
$R$	constante universelle des gaz parfaits [ $J/kg.K.mol$ ]
$r$	constante des gaz parfaits [ $J/kg.K$ ] ; ( $r=c_p-c_v$ )
$Re_c$	nombre de Reynolds $\left( Re_c = \frac{\rho.U.C}{\mu} \right)$
$S$	Surface de référence de l'aile [ $m^2$ ]
$t$	temps [s]
$T$	température [K]
$\bar{u}$	vitesse [m/s]
$u_\tau$	vitesse de frottement [m/s]
$u^+$	vitesse adimensionnelle (variable de paroi ; $u^+ = \frac{\tilde{u}}{u_\tau}$ )
$x$	abscisse dans le plan physique (x,y)
$y$	ordonnée dans le plan physique (x,y)
$y^+$	ordonnée de paroi réduite ( $y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$ )
$z$	direction z selon l'envergure de l'aile

### Symboles grecques

$\alpha$	angle d'attaque
$\delta$	épaisseur de la couche limite [m]
$\varepsilon$	taux de dissipation de l'énergie turbulente k [ $m^2/s^3$ ]
$\phi$	variable générique
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques ( $\gamma=c_p/c_v$ )
$\Gamma_t$	diffusivité turbulente [ $kg/m.s$ ]
$\mu$	viscosité dynamique [ $kg/m.s$ ]
$\nu$	viscosité cinématique ( $\nu=\mu/\rho$ ) [ $m^2/s$ ]
$\rho$	masse volumique [ $kg/m^3$ ]
$\tau$	tenseur des contraintes [Pa]
$\omega$	taux de dissipation spécifique de l'énergie turbulente k [ $s^{-1}$ ]

**Notations :**

- ( )<sup>+</sup> relatif à l'adimensionnement en variables de paroi
- ( )' fluctuation
- ( )'' fluctuation pondérée par la masse volumique
- (  $\bar{\quad}$  ) moyenne d'ensemble
- (  $\tilde{\quad}$  ) moyenne d'ensemble pondérée par la masse volumique
- ( )<sub>∞</sub> relatif aux grandeurs à l'infini

# Introduction

L'aérodynamique est l'une des branches de la mécanique des fluides. Elle est plus spécialement réservée aux études de l'écoulement de l'air, surtout autour d'une aile d'avion ou autour d'un profil d'aile bien que ses applications deviennent de plus en plus étendues (génie civile, turbomachines...).

Lorsqu'on aborde le domaine de l'aérodynamique et de la mécanique en général, un nombre devient vite incontournable : c'est le nombre de Reynolds (noté  $Re$ ), qui caractérise le rapport entre les forces d'inertie et les effets de la viscosité moléculaire. Ce nombre peut varier de manière très importante suivant le type d'écoulement étudié. Ainsi, dans le cas d'un avion de transport civil en vol de croisière, le nombre de Reynolds sera de l'ordre de  $10^8$ , tandis qu'il est de l'ordre de 1000 dans le cas de l'écoulement du sang dans une artère. Au dessus d'un certain nombre de Reynolds critique (nombre de Reynolds de transition), l'écoulement n'a plus le caractère laminaire, du fait de la présence de fluctuations et l'écoulement devient alors turbulent.

De nombreux écoulements observés dans la nature et dans le domaine aéronautique sont turbulents et ne possèdent pas les propriétés du régime laminaire et sont, par conséquent, le siège d'instabilités conduisant au régime turbulent. La turbulence a la particularité de ne pas être une propriété du fluide, mais un régime d'écoulement. Cet état d'écoulement, fortement rationnel, apparaît lorsque le nombre de Reynolds correspondant est grand et se manifeste par le caractère aléatoire ou fluctuations spatiales et temporelles des grandeurs (pression, vitesse, masse volumique et énergie) et par la forte tridimensionnalité du champ de vitesse instantané, même pour un champ bidimensionnel en moyenne. La turbulence est basée sur la notion de transfert d'énergie, laquelle est extraite du mouvement moyen aux grandes échelles (dites échelles intégrales) ayant pour dimension caractéristique  $\ell$  vers les structures de taille inférieure, jusqu'aux tourbillons de Kolmogorov pour y être dissipée en chaleur. Ce transfert porte le nom de cascade d'énergie. La taille caractéristique des plus petites structures dynamiques présentes dans l'écoulement est  $\eta$  (appelée échelle de Kolmogorov).

La connaissance précise des phénomènes physiques liés à la turbulence, intervenant à l'intérieur ou autour d'un élément donné, est nécessaire à l'industriel qui veut concevoir ou

dimensionner cet élément (aile d'avion, aube d'une turbine, nacelle, etc). L'étape préliminaire lors de la conception d'une aile d'avion par exemple, repose sur les tests en soufflerie, or ceux-ci sont coûteux et exigent beaucoup de temps. Bien que ces expériences soient dans la plupart des cas indispensables à la compréhension des phénomènes physiques, la simulation numérique demeure un moyen abordable du point de vue coût et permet de manière relativement simple et rapide de multiplier les cas de calculs. Aussi, les simulations numériques sont elles présentes dans toutes les phases de conception, constituant ainsi un complément à l'exploration expérimentale.

La description correcte des écoulements turbulents suppose donc de calculer lors de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes toutes les structures, c'est-à-dire aussi bien celles de taille  $\ell$  que celles de taille  $\eta$ . Ce type de simulation, où toutes les échelles de la turbulence sont calculées, porte le nom de Simulation Numérique Directe (ou DNS en anglais). Il en résulte des maillages excessivement volumineux qui, malgré, une amélioration significative des ressources informatiques, empêchent la mise en œuvre des DNS sur des configurations industrielles complexes. Dès lors, ce type de traitement est destiné aux géométries simples à faibles nombres de Reynolds et reste limité à des études fondamentales de recherche en turbulence.

Il existe toutefois une technique de calcul intermédiaire entre le calcul direct et l'approche statistique. Cette méthode consiste à ne résoudre que les plus grandes échelles, les petites structures faisant quant à elles l'objet d'un modèle de sous-maille. Il s'agit donc d'une simulation numérique des grosses structures turbulentes LES (Large Eddy Simulation), justement celles qui seraient le plus difficile à modéliser. Cette démarche permet de traiter des écoulements plus complexes et à nombre de Reynolds élevé et commence à susciter un intérêt industriel. Mais, même si la Simulation des Grandes Echelles permet une réduction significative du coût de calcul par rapport aux DNS, son application est toutefois limitée de par la taille des maillages qui demeure encore trop importante.

L'approche la plus communément utilisée dans l'industrie reste l'approche statistique qu'est historiquement la première approche développée. Elle repose sur la décomposition des grandeurs de l'écoulement en une valeur moyenne et une fluctuation : c'est l'approche RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Le passage à la moyenne des équations de Navier-Stokes fait apparaître des termes inconnus, les corrélations turbulentes. Il s'agit, pour la

dynamique, des tensions de Reynolds et pour la thermique, des flux de chaleurs turbulents. Boussinesq [1] à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle propose d'assimiler les effets de la turbulence à des effets visqueux par le concept de la viscosité turbulente. Cette analogie reste toujours à la base de nombreux modèles utilisant des équations de transport et une approche statistique. Cette technique fût initialement appliquée à la résolution d'écoulements bidimensionnels stationnaires, mais avec l'apparition des calculateurs de plus en plus puissants a permis, au début des années quatre vingt, d'appliquer l'approche RANS au calcul instationnaire bidimensionnel [2] avec un maillage comportant  $10^5$  points, puis au calcul 3D instationnaire pour un maillage comportant  $10^7$  points au milieu des années quatre-vingt dix et c'est le début d'application des méthodes URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes). Malgré que les deux approches RANS et URANS sont moins précises que les deux approches précédentes DNS et la LES mais restent les plus abordables d'un point de vue coût, simplicité et rapidité et se sont donc celles qu'on rencontre le plus souvent dans l'industrie et dans les codes de calcul à caractère commercial.

Cependant, lors de simulation des décollements importants qui se manifestent dans le cas des géométries complexes, les approches classiques utilisant les équations de Navier-Stokes moyennées trouvent rapidement leurs limites. Des recherches ont été orientées vers le développement des méthodes hybrides, à savoir la Detached Eddy Simulation (DES), (Simulation des Tourbillons Détachés en français). Cette dernière a été proposée par Spalart et al. [3] en 1997, basée sur la combinaison des avantages des méthodes URANS classiques et la méthode LES. Dans cette approche, les régions des parois sont simulées en résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées, tandis que la formulation LES est conservée dans le reste de l'écoulement. Les premiers résultats ont été obtenus avec le modèle à une équation de Spalart- Allmaras, mais le principe de la DES peut être appliqué à tous les modèles de turbulence [4].

Les objectifs de cette thèse est de valider l'approche RANS, en utilisant différents modèles de turbulence sur des configurations aptes à mettre en évidence ses qualités et ses défauts par le traitement de plusieurs cas pratiques, allant des écoulements à faible nombre de Reynolds et à faibles vitesses aux écoulements transsoniques de grandes vitesses et à hauts nombres de Reynolds. Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique des différentes voies et approches de la turbulence. On abordera principalement les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

Le deuxième chapitre s'attachera tout d'abord à rappeler les équations de base des écoulements turbulents. Par la suite, les notions de décollement de la couche limite (avec et sans gradient de pression) seront citées, et finalement la méthode de résolution numérique des équations de Navier-Stokes moyennées avec discussion de code de calcul utilisé : CFD-FASTAN [75] et son mailleur CFD-GEOM [76] seront présentées.

Le troisième chapitre quant à lui est consacré à la présentation et à l'interprétation des résultats numériques issus des calculs bidimensionnels et tridimensionnels des écoulements transsoniques turbulents, respectivement autour d'un profil d'aile NACA0012 et l'aile 3D ayant comme profil de base NACA0012.

Le quatrième chapitre est l'objet des résultats issus de la simulation numérique d'écoulement autour des microdrones, avec et sans effet thermique.

Le cinquième chapitre est consacré à la simulation de la région de sillage derrière un profil NACA0012, en tenant en compte des effets de gradients de pression et de la courbure de sillage.

Enfin, la conclusion permettra de récapituler les différents résultats obtenus au cours de l'étude et des perspectives seront également proposées.

# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique

Dans les applications industrielles, en particulier le domaine aéronautique, de nombreux écoulements sont turbulents : on peut même considérer que la plupart du temps, sera ou finira par devenir turbulent. La compréhension du comportement de ces écoulements est donc très importante dans de nombreux domaines, en particulier ceux liés à l'aérodynamique des avions.

Il n'existe pas une théorie générale explicative du phénomène de turbulence mais de nombreuses théories partielles et incomplètes. Parmi ces théories, certaines, si elles sont très rudimentaires et très limitées, n'en demeurent pas moins utiles à une approche industrielle, d'autres plus évoluées, exigent des développements mathématiques plus importants. Les approches sont donc nombreuses et diverses : la turbulence est une discipline en évolution constante qui s'enrichit sans cesse de matériaux nouveaux. Comme on le verra ultérieurement, dans le cas d'écoulements turbulents, les équations de Navier-Stokes instationnaires sont non-linéaires. Du point de vue de leur résolution, cela implique donc des ressources mémoire et des temps de calcul très importants. Dans le but de simplifier cette résolution et dans le cadre de cette synthèse bibliographique, on fait donc appel à des différentes méthodes dont on verra les avantages et les inconvénients.

### 1.1 Les différentes approches de la turbulence

#### 1.1.1 Approche directe (DNS) : Simulation numérique directe (SND)

Pour réaliser une simulation complète (DNS), il est alors nécessaire d'adapter les discrétisations spatiale et temporelle à la taille et à la dynamique de toutes les échelles. En vue d'une simulation numérique d'un écoulement turbulent, la question qui se pose donc ;

pourquoi ne pas résoudre directement les équations de Navier-Stokes ? Cette vue consisterait à faire un calcul direct du mouvement turbulent pour une ou plusieurs réalisations avec des conditions aux limites aléatoires. On montre toutefois que le nombre de points de discrétisation nécessaire pour représenter les plus petites échelles de la turbulence atteint des valeurs faramineuses.

Pour fixer les idées, essayons de préciser quantitativement les ressources informatiques nécessaires. D'après la théorie de Kolmogorov, le rapport entre la taille  $\ell$  des grosses structures, porteuses de l'énergie, et la taille  $\eta$  des petites structures, de nature dissipative, est de l'ordre de  $(Re_\ell)^{3/4}$ .

En aérodynamique, pour un cas d'étude représentatif d'écoulement turbulent à haut nombre de Reynolds ( $Re_\ell = 3 \times 10^6$ ) autour d'une aile d'avion, le nombre de noeuds nécessaire à faire un tel calcul est de l'ordre de  $370 \times 10^{12}$ . On montrerait de même que le temps de calcul CPU est proportionnel à  $(Re_\ell)^3$  [5].

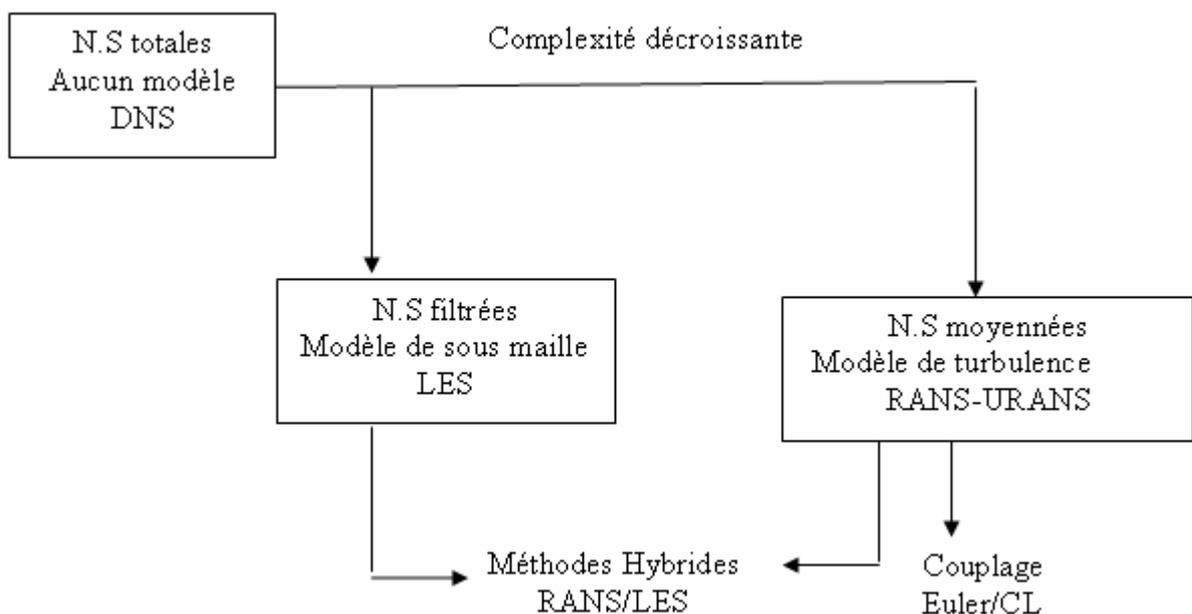
Spalart [6] a démontré que pour réaliser une simulation numérique directe d'une couche limite turbulente à  $Re_\theta = 1410$ , où  $\theta$  représente l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite, le maillage nécessaire est plus de  $10^7$  de points, tandis que Moin et Kim [7] évaluent à  $10^{16}$  le nombre de points pour la simulation directe d'un avion en vol. La réalisation d'une DNS pour le type d'applications en aéronautique, où le nombre de Reynolds de vol est relativement élevé nécessiterait alors l'utilisation de ressources informatiques, en terme de stockage et de temps CPU, qui dépassent très largement les capacités des supercalculateurs actuels, puisqu'une multiplication du nombre de Reynolds par 10 implique de multiplier le maillage par  $10^{3/4} (\approx 180)$  et le temps de calcul par 1000. La DNS reste donc limitée à des écoulements à faibles nombres de Reynolds. Elle est utilisée pour comprendre la dynamique de la turbulence et calculer des quantités inaccessibles expérimentalement (notamment celles où interviennent les fluctuations de pression); une telle simulation constitue alors une réelle expérience numérique. Pour traiter des cas d'application dits « industriels », nous avons recouru à la modélisation d'une partie de l'écoulement. Ainsi, différents types de méthodes existent pour décomposer le champ en partie résolue et partie modélisée. Elles reposent sur le même principe, avec l'application d'un opérateur sur les

équations de Navier-Stokes (NS) ; par exemple, une transformée de Fourier spatiale, un filtre spatial, une moyenne d'ensemble, etc. Ces opérateurs génèrent une perte d'information et la non linéarité des équations fait apparaître de nouveaux termes.

Deux principaux types de résolution sont utilisés en simulation numérique des écoulements turbulents (Fig.1.1) :

- La résolution des équations de NS filtrées, qui calcule explicitement les grandes échelles et modélise les échelles inférieures à la taille de maille : LES (Large Eddy Simulation) et,
- La résolution des équations de NS moyennées avec fermeture en un point qui modélise toutes les échelles de la turbulence : RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), où URANS pour (Unsteady RANS).

Entre ces deux grands types de résolution, les méthodes hybrides URANS/LES tentent de tirer partie des avantages de chacune d'elles. Enfin, les approches les plus simples en terme de simulation d'écoulement visqueux sont les méthodes de couplage fluide parfait/couche limite, qui combinent les équations d'Euler et les équations de NS simplifiées selon les approximations de Prandtl et de Van Dyke [8-15].



**Figure 1.1** Différents types de modélisation des équations de Navier-Stokes

### 1.1.2 La simulation des grandes échelles (LES)

Afin de diminuer la taille des maillages par rapport à la DNS, la simulation des grandes échelles est étroitement liée à la résolution numérique des équations de Navier-Stokes en régime turbulent et à la notion de séparation d'échelles par filtrage spatial. Les grandes échelles de l'écoulement, isolées par un filtre en échelles, sont calculées, tandis que les petites échelles sont modélisées. Cette méthode présente l'avantage de tendre vers une DNS quand la taille de maille diminue. En effet, le maillage doit être suffisamment raffiné pour que les structures les plus énergétiques soient résolues. Si ce n'est pas le cas, l'approche est entachée d'un fort empirisme et ne présente plus beaucoup d'intérêts par rapport à une approche de type RANS.

La simulation des grandes structures turbulentes est une approche hybride utilisant une simulation partielle (grands tourbillons) et une modélisation partielle (petits tourbillons). L'idée est basée sur l'observation que si les grands tourbillons sont en fait très différents selon la géométrie, leur structure variant beaucoup avec le type d'écoulement considéré, par contre les petits tourbillons ont un caractère beaucoup plus universel. De manière très générale, la modélisation consiste à faire un traitement statistique sur les équations de base et ensuite les résoudre numériquement. Tandis que la simulation adopte une démarche inverse : résolution numérique des équations de base et ensuite le traitement statistique des bases de données ainsi constituées. La justification de ce type d'approche réside dans une idée simple : les grands tourbillons produits par l'écoulement moyen sont fortement dépendants de celui-ci, anisotrope et de longue durée de vie, ils sont difficiles à modéliser. Par contre, les petits tourbillons produits par transfert ont un caractère plus universel et tendent vers l'isotropie, leur durée de vie est courte et ils sont relativement plus faciles à modéliser.

Les structures turbulentes peuvent être considérées comme des éléments tourbillonnaires qui s'étirent les uns sur les autres. Cet allongement des filets tourbillons est un aspect essentiel du mouvement turbulent. Il produit le passage de l'énergie à des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que les forces visqueuses deviennent actives et dissipent l'énergie : c'est la cascade d'énergie (Fig.1.2).

Dans le cadre de l'approche LES, le problème initial est celui de la définition des grandes structures turbulentes. Pour cela, la plupart des auteurs effectuent un filtrage des grandeurs turbulentes. Lorsque le filtre est temporel, la décomposition est identique à la décomposition de Reynolds où le signal est décomposé autour de sa valeur moyenne. Lorsque le filtre est spatial, la partie non résolue est appelée contribution de sous maille. En général, trois filtres en espace sont classiquement utilisés :

- Le filtre boîte : toutes les structures dont la taille caractéristique est inférieure à la taille locale de la maille sont filtrées (dans l'espace physique). Un des défauts de ce filtre est que sa transformée de Fourier prend des valeurs négatives [16].
- Le filtre porte : est un dual du filtre boîte, son inconvénient c'est qu'il prend des valeurs négatives dans l'espace physique.
- Le filtre gaussien : ce filtre est progressif. Son avantage est d'avoir la même forme dans l'espace physique et dans l'espace spectral. De plus, il n'est jamais négatif.

Puisque, on a cité de passage « l'espace spectral », il est très commode de rappeler ici que la réécriture des équations de Navier-Stokes d'un écoulement turbulent dans l'espace spectral représente une alternative naturelle à l'analyse dans l'espace physique. Cela peut nous fournir des informations importantes concernant les mécanismes physiques de la turbulence. Pour plus de détails, on peut se référer à [17,18] pour une présentation plus détaillée des modèles spectraux.

La simulation des grandes échelles permet un gain important au niveau du temps de calcul par rapport à la DNS et elle permet une bonne description des écoulements turbulents instationnaires. Malheureusement, cette méthode reste trop coûteuse à la proche des parois, comme illustré par Spalart [2], qui montre qu'une LES de l'écoulement autour d'un avion ne sera pas accessible avant 2045.

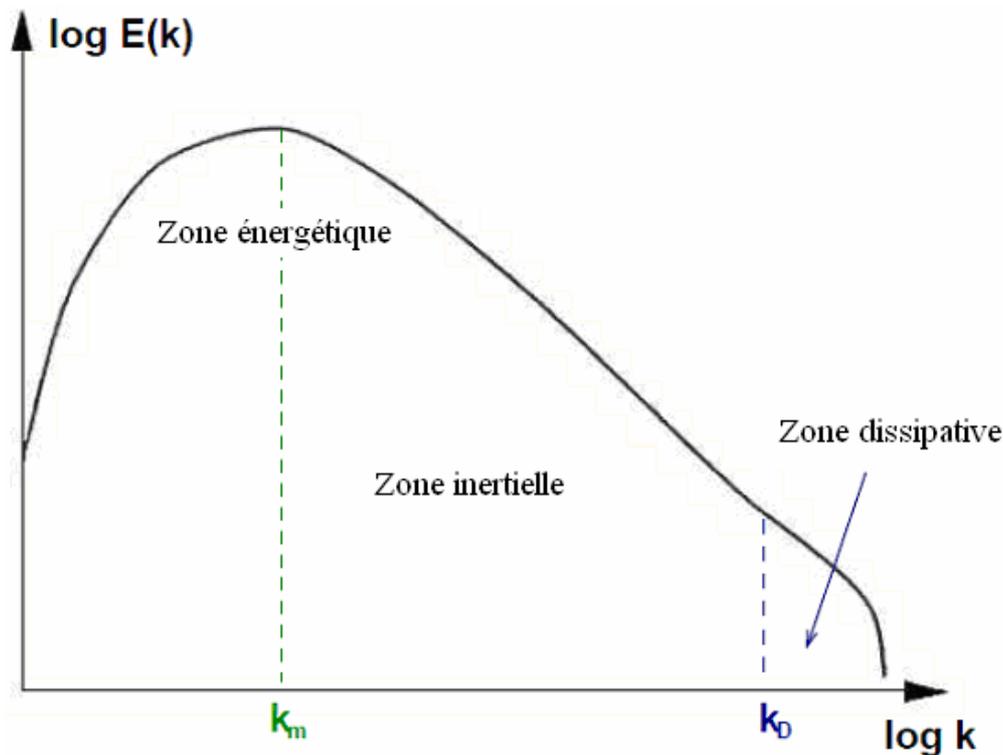


Figure 1.2 Cascade énergétique et mécanisme de transfert [21]

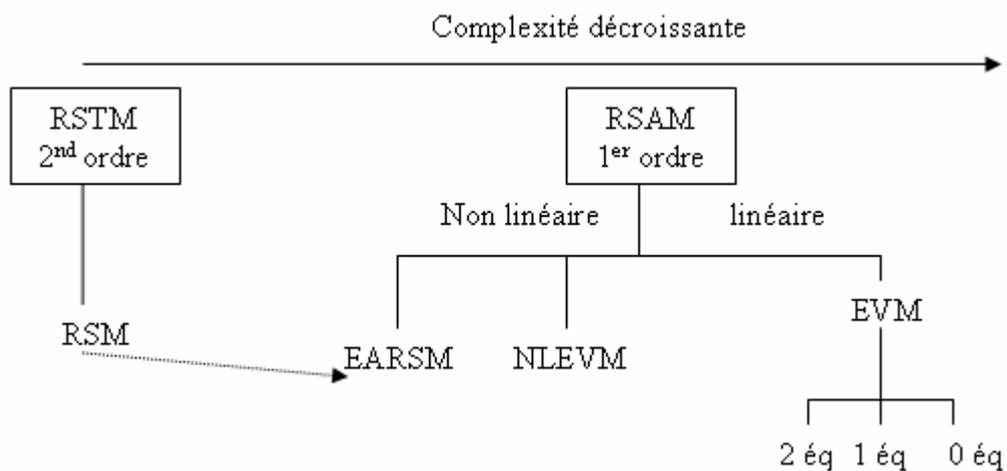
### 1.1.3 Résolution des équations de Navier-Stokes moyennées

Lorsqu'on s'intéresse à des écoulements réalistes, une alternative aux méthodes exposées précédemment (DNS et LES) consiste à ne s'intéresser qu'aux quantités moyennes et donc à obtenir le système d'équations vérifiées par ces quantités. Pour se faire, on applique l'opérateur de moyenne d'ensemble sur les équations instantanées, en pratiquant la décomposition de Reynolds sur les inconnues du problème (voir Chap.2). Cette approche pour modéliser la turbulence constitue les méthodes RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) lorsqu'on résout les équations de Navier-Stokes moyennées stationnaires et prend le nom URANS (Unsteady RANS) lorsqu'on résout les équations de Navier-Stokes moyennées instationnaires.

Les premières résolutions des équations de Navier-Stokes moyennées étaient des calculs bidimensionnels stationnaires. L'augmentation de la puissance des calculateurs a ensuite permis d'effectuer des calculs instationnaires en deux, puis en trois dimensions.

Comme on pourra le constater ultérieurement, la décomposition de Reynolds a permis d'écrire un certain nombre d'équations pour les inconnues du problème. Cependant, on introduit à chaque étape des inconnues supplémentaires. Il s'agit alors de fermer le problème, en introduisant des modèles pour les inconnues supplémentaires afin de représenter certaines caractéristiques de l'écoulement. Ces dernières sont en général déduites des résultats expérimentaux, mais certains auteurs ont étalonné leurs modèles sur des résultats de simulation directe [19].

La finesse de la description statistique est fixée par l'ordre avec lequel les tensions de Reynolds sont reconstruites. La littérature distingue deux grandes types de fermeture, qui sont illustrés par la figure 1.3 et sont classés selon la complexité décroissante : 2<sup>ème</sup> ordre (RSTM) et 1<sup>er</sup> ordre (RSAM).



**Figure 1.3** Classification des modèles de turbulence pour l'approche RANS

### 1.1.3.1 Modélisation au second ordre (RSTM)

La modélisation au second ordre ou RSTM (Reynolds Stress Transport Models), semble être la plus rigoureuse car les équations de transport pour les tensions de Reynolds sont directement résolues. Le problème de fermeture est alors reporté sur des termes d'ordre supérieur, qui nécessitent une modélisation des corrélations triples de grandeurs turbulentes posent des problèmes en terme de ressource informatique et de stabilité numérique. Néanmoins, on peut citer quelques travaux qui ont été réalisés dans ce sens, en particulier ceux de Wilcox [20]. Les autres ont proposé un modèle au second ordre avec formalisme multi échelles (RSM). Ce même modèle a été l'objet d'une étude détaillée à travers des cas tests pratiques (couches de mélanges, jet supersonique, écoulement de paroi...) [21]. Pour plus de détails sur les modèles RSTM, on peut se référer à la thèse de P. Malecki [22], qui a fait une analyse complète des différentes modélisations au second ordre.

### 1.1.3.2 Modélisation au premier ordre (RSAM)

La modélisation au premier ordre ou RSAM (Reynolds Stress Algebraic Models) signifie qu'une relation constitutive, linéaire ou non, est utilisée pour exprimer les tensions de Reynolds en fonction des gradients de vitesse de l'écoulement moyen. Cette approche est contestable pour bon nombre d'écoulements, notamment pour les écoulements cisailés et fortement compressibles. Selon la complexité de la relation constitutive, nous disposons de modèles de types (Fig.1.3) :

#### a) Modèles de viscosité tourbillonnaire (EVM):

Ces modèles utilisent une relation constitutive linéaire par rapport aux gradients de vitesse. La fermeture de type EVM (Eddy Viscosity Models) suit l'hypothèse de Boussinesq qui se ramène donc à l'estimation de la viscosité effective  $\mu_t$ . Ainsi, la détermination de celle-ci peut être plus ou moins complexe suivant le type de modèle adopté. Trois niveaux de modélisation de cette viscosité effective sont envisagés :

#### Modèles à zéro équation ou algébriques :

Historiquement, ce sont les premiers modèles utilisés pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans le cas d'écoulements de couche limite bidimensionnelle. La simplicité du modèle réside dans le fait qu'on utilise uniquement les caractéristiques de l'écoulement

moyen pour calculer  $\mu_t$ . Parmi les modèles algébriques, on trouve le schéma de longueur de mélange de Prandtl [23], dont la formulation initiale date de 1925 et est inspirée de la théorie cinétique des gaz. Cette longueur est évaluée par des expressions empiriques, qui diffèrent selon la zone de l'écoulement turbulent considérée [24]. Les modèles qui en découlent sont généralement simples, robustes et rapides à mettre en œuvre (Baldwin et Lomax [25], Cebeci et Smith [26]). Ils présentent de très bonnes performances pour des écoulements où ils ont été étalonnés. Cependant, ils montrent leur limite en présence de décollement (Aupoix et al. [27]).

### **Modèles à une équation de transport :**

Afin de donner à la modélisation un caractère plus général que la modélisation algébrique vue précédemment, on peut recourir à une ou des équations de transport supplémentaires caractéristiques de la turbulence pour en déduire la valeur de la viscosité turbulente. L'ajout de ces équations de transport permet de réduire le degré d'empirisme, on pourra consulter le cours de Chassaing [26, 28, 29]. Dans la catégorie des modèles à une équation, en général le transport de l'énergie cinétique de turbulence  $k$  est calculé.  $\mu_t$  est alors déduite de  $k$  est d'une longueur de mélange. De nombreuses formulations sont disponibles dans la littérature [30], mais le modèle le plus connu est celui de Spalart et Allmaras, noté SA. Le modèle SA restitue correctement le comportement de la couche limite en gradient de pression positif [31-33]. Il s'avère alors très performant pour simuler le phénomène d'oscillation de choc selon les travaux antérieurs de Marvin et Huang [34], Schaeffer et al. [35] et Thiery et al. [36]. Une autre version du modèle de Spalart et Allmaras a été proposée par Spalart et Shur [37,38] afin de tenir en compte les effets de rotation et de courbures des lignes de courant ; la version modifiée du modèle est appelée SARC.

### **Modèles à deux équations de transport**

Les modèles à deux équations se proposent de fournir, via deux équations de transport, les deux échelles de vitesse et de longueur nécessaires à la reconstitution de la viscosité turbulente qui, une fois connue, fournit directement les composantes du tenseur de Reynolds. Pour l'échelle de vitesse on se base naturellement sur l'équation de transport de l'énergie cinétique de turbulence  $k$ . pour ce qui de l'échelle de longueur, une équation pour une grandeur  $\phi$  est introduite. De nombreuses voies ont été explorées pour choisir la variable  $\phi$ , à savoir : la dissipation  $\epsilon$ , la dissipation spécifique  $\omega$ ,...

Tout d'abord, nous disposons des modèles de type  $k - \varepsilon$ . Ils apparaissent sous nombreuses variantes et sont largement utilisés dans le monde industriel. Plusieurs modèles  $k - \varepsilon$  existent et diffèrent de par le choix des constantes et celui du modèle de paroi adopté. On peut citer les modèles de Jones et Launder [39], Launder-Sharma [23], Nagano et Kim [40],  $k - \varepsilon$  de Chien [41],  $k - \varepsilon$  de Bézard [42], ou encore celui de So, Sommer et Zhang [43]. Rodi et Scheuerer [44], puis Huang et Bradshaw [45] ont montré que cette famille de modèles présentait de grosses faiblesses quant à la prévision des écoulements soumis à un gradient de pression positif, ainsi la pente de la loi logarithmique est sous-estimée.

Les modèles de type  $k - \omega$ , où  $\omega = \varepsilon/k$  apportent une alternative par rapport aux modèles de type  $k - \varepsilon$ . Ils permettent d'améliorer la robustesse de simulations d'écoulements dans les zones de paroi. Cependant, le modèle classique de Wilcox [46, 47] selon l'étude de Menter [48] produit des résultats très sensibles à la valeur de  $\omega$  imposée en dehors de la couche limite. L'idée de Menter [49] est donc de proposer un modèle bi-couche basé sur une formulation hybride entre le modèle  $k - \omega$  de Wilcox et le modèle  $k - \varepsilon$  dans le but d'allier les avantages de chacun ; la robustesse et la précision du modèle  $k - \omega$  près des parois et l'indépendance du modèle  $k - \varepsilon$  aux conditions extérieures. Il propose donc dans un premier temps le modèle  $k - \omega$  BSL (BaSeLine) [50], puis dans un second temps le modèle  $k - \omega$  SST (Shear Stress Transport) [50, 51]. Ce nouveau modèle, noté SST, permet d'obtenir des résultats intéressants, notamment pour des écoulements transsoniques décollés [34, 52]. Enfin, et sans citer les détails, nous terminons cette revue des modèles à deux équations par les modèles  $k - \varphi$  (Cousteix et al. [53] ; Aupoix et al. [54]),  $k - kL$  (Daris [55]),  $k - L$  (Smith [56]), et le modèle  $k - \omega^2$  de Wilcox-Rubesin [47] ; où  $\varphi$  et  $L$  sont exprimés respectivement en fonction de l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et sa dissipation  $\varepsilon$  :

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{\sqrt{k}} , \quad \text{et } L = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} .$$

#### **b) Modèles de viscosité tourbillonnaire non linéaires (NLEVM) :**

Les modèles de viscosité tourbillonnaire non linéaires NLEVM (Non Lineary Eddy Viscosity Models) sont basés sur une relation constitutive non linéaire qui suppose l'existence d'une relation a priori entre les tensions de Reynolds et les seuls gradients de vitesse, énergie cinétique de turbulence  $k$  et dissipation turbulente  $\varepsilon$ . Dans ce cadre, on peut citer le modèle développé par Shih et al. [57], noté SZL, qui est de type  $k - \varepsilon$  en formulation bi-couche. Ce

modèle a été testé par Brunet [58, 59] et des résultats intéressants ont été obtenus pour le profil OAT15A.

### c) Modèles de contrainte de Reynolds algébrique explicite :

Les modèles de type EARSM (Explicit Algebraic Reynolds Stress Models) utilisent également une relation constitutive non linéaire mais qui, par construction, dérive de modèles au second ordre. Dans ce type de modèles, les équations de transport sont simplifiées sur les tensions de Reynolds, en négligeant la diffusion et en faisant l'hypothèse d'un équilibre local de la turbulence. Dans cette catégorie, on peut citer le modèle  $kkL - EARSM_{wj}$  de Wallin et Johansson [60]. Ce modèle est déduit du modèle  $kkL$ , adapté à la fermeture de type EARSM. Ensuite, il a été validé dans des conditions d'écoulement transsonique sur le profil RAE 2822 [61].

## 1.1.4 Les méthodes hybrides

Comme on l'a vu précédemment, la simulation des grandes échelles requiert de trop gros maillages, tandis que la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées ne donne pas des résultats satisfaisants dans le cas d'écoulements décollés car les hypothèses d'équilibre sont alors prises en défaut. C'est pourquoi des méthodes hybrides ont été développées afin de mieux d'écrire les écoulements instationnaires et aussi de réaliser un gain en terme de coût de calcul par rapport à une LES classique. Ainsi, elles sont relativement nombreuses ; couplage URANS/LES, modèle semi déterministe (SDM), la simulation des très grandes échelles VLES, la Detached Eddy Simulation (DES), Organized Eddy Simulation (OES), Limited Numerical Scales (LNS)...Cependant, dans ce qui suit nous ne présentons que les quatre premières approches et brièvement. Pour plus de détails, on peut se référer aux [27] et [62].

### 1.1.4.1 Couplage URANS/LES

Puisque la méthode LES nécessite des trop gros maillages dus principalement au raffinement dans les régions de paroi, une solution consiste à traiter les régions de paroi avec une solution RANS, permettant ainsi un gain significatif par rapport à l'approche LES. La principale difficulté réside dans le traitement des interfaces et des discontinuités induites par la différence de nature entre les deux types de résolution. Comme on peut le voir sur la figure 1.4, on a, d'un côté un domaine LES très riche en structures cohérentes (et donc en fréquence)

et de l'autre zone beaucoup plus pauvre. Le passage URANS→LES nécessite un enrichissement fréquentiel des grandeurs résolues. Pour, plus de détails, on peut consulter les travaux de Quéméré [63]. Cette approche a été validée avec succès par Mary [64] en l'appliquant au profil OAT15A en régime transsonique.

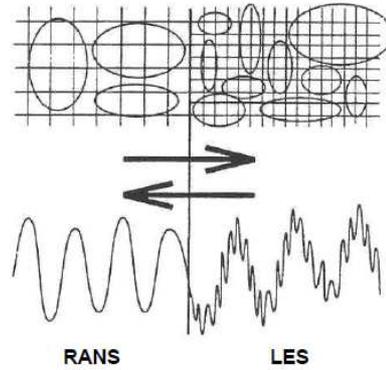


Figure.1.4 Couplage RANS/LES, D'après Quéméré [63]

1.1.4.2 Modèle semi-déterministe (SDM)

Cette approche repose sur la décomposition des spectres des écoulements turbulents suivant la nature des structures. Ainsi, le spectre est décomposé en une partie cohérente (à calculer) et une partie incohérente (à modéliser). Comme le montre la figure 1.5, l'approche SDM différencie les structures suivant leur nature, alors que l'approche LES les différencie suivant leurs tailles.

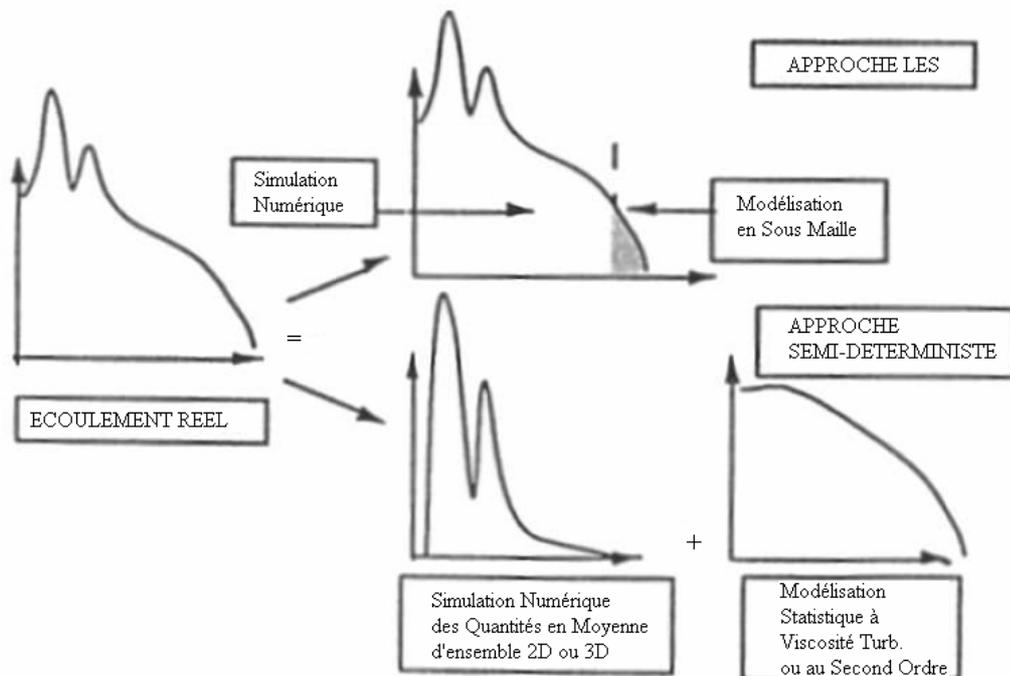


Figure 1.5 Décomposition des spectres suivant les approches LES et semi-déterministe. D'après Ha Minh [65]

### 1.1.4.3 La simulation des très grandes échelles VLES (Very Large Eddy Simulation)

Sous cette dénomination, on retrouve plusieurs approches de résolution des équations de Navier-Stokes. C'est le cas de certaines simulations des grandes échelles dans lesquelles on ne souhaite calculer que les plus grosses structures turbulentes. On choisit donc une fréquence de coupure assez basse, la modélisation de sous-maille restant identique. Dans ce cas, l'hypothèse d'universalité des petites structures modélisées peut être prise en défaut, car la zone de coupure ne se trouve pas assez loin dans la zone inertielle par rapport au maximum d'énergie. Dans cette catégorie, on peut citer l'approche développée par Speziale [66], qui nous permet de passer sans discontinuités d'une approche DNS à une approche RANS/URANS lorsque le maillage se relâche ou bien si le nombre de Reynolds tend vers l'infini.

### 1.1.4.4 Simulation des tourbillons détachés DES (Detached Eddy Simulation)

L'approche DES consiste à profiter des avantages de chaque méthode URANS et LES. Contrairement au couplage URANS/LES, le passage entre les deux types de résolution est continu par simple modification de l'échelle de longueur du modèle. Ce type de résolution permet de diminuer la part de modélisation de la turbulence par rapport à une approche URANS, en résolvant les grosses structures de l'écoulement. Elle a été proposée initialement par Spalart et al. [67] pour les écoulements massivement décollés. Cette technique est applicable à tous les modèles à équations de transport mais les calculs ont, jusqu'à maintenant, principalement été faits avec le modèle de Spalart-Allmaras ou le  $k - \omega$  SST de Menter [68], car ces modèles ont un bon comportement dans le cas de gradient de pression positif.

## 1.2 Motivations et objectifs

L'expérimentation est un outil indispensable lors de la conception d'une aile d'avion, car elle a l'avantage de reproduire la solution la plus réaliste. Bien que ces expériences soient dans la plupart des cas nécessaires à la compréhension des phénomènes physiques, ce type de méthodes exige un coût très élevé du point de vue temps et moyens de l'expérimentation. Par exemple, il a été estimé que près de 20000 heures de temps de tests en soufflerie sont dépensées lors de dimensionnement et de conception de l'avion commercial Boeing 747.

L'objectif de cette thèse est focalisé principalement, en premier lieu sur la simulation de deux classes d'écoulements rencontrés souvent en aéronautique, puis en dernier lieu, à l'étude du phénomène de sillage courbé avec gradients de pression derrière un profil d'aile placé à l'intérieure d'un conduit. La première classe est celle des véhicules volant à des nombres de Reynolds et à des nombres de Mach élevés. Tandis que la deuxième est celle de petits avions dits « Micro-drones » volant à faibles nombres de Mach et à bas nombres de Reynolds.

Pour la première classe, le régime d'écoulement est transsonique. Ce dernier se rencontre dans le vol des avions de transport et dans le vol de manœuvre des avions militaires. Le nombre de Mach à l'infini amont pour ce type d'écoulements est légèrement inférieur à l'unité. De fait que la forme de profil d'aile ou de voilure est courbée, les filets d'air subissent une accélération sur l'extrados. Ce qui conduit à la formation d'une poche supersonique sur la surface supérieure de l'aile, délimitée de part et d'autre par la ligne sonique et par l'onde de choc qui décélère l'écoulement vers les conditions subsoniques. Selon l'intensité de l'onde de choc, l'interaction pourra avoir lieu entre cette dernière et la couche limite conduisant par la suite à un décollement, au pied de choc. Ainsi, le premier objectif de cette thèse est de simuler numériquement le phénomène physique mis en jeu en testant la robustesse de l'approche RANS dans la simulation des écoulements turbulents stationnaires autour des géométries complexes, telles que un profil d'aile en bidimensionnel, ou une aile (voilure) en tridimensionnelle.

La deuxième classe d'écoulements est caractérisée par des faibles nombres de Mach et bas nombres de Reynolds  $10^4 \leq Re \leq 10^5$ . Ce régime intervient dans de nombreuses applications aéronautiques, civiles et militaires, en particulier les microdrones MAV (Micro-Air-Vehicles). Ce type d'avions est capable d'accomplir des missions diverses, y compris la reconnaissance et la surveillance aérienne, la logistique, contrôle de trafic et feux de forêts,..etc. Sachant que l'aérodynamique des microdrones se heurte à des phénomènes physiques très délicats liés à la géométrie et aux dimensions particulières de l'engin (faible allongement  $AR < 2$ ), ce qui produit une traînée très élevée et une faible portance, donc une plage de fonctionnement très réduite. Le deuxième objectif de cette thèse est de mettre en évidence une nouvelle technique permettant d'améliorer les performances aérodynamiques de MAV par effet thermique. Ainsi des calculs en utilisant l'approche RANS avec quatre modèles de turbulence, conjointement avec le calcul laminaire, ont été effectués pour simuler l'écoulement autour d'un profil d'aile et même autour d'une aile 3D de faible allongement, avec et sans effet thermique.

Concernant la simulation numérique d'un sillage turbulent courbé, derrière un profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit, est fixée comme étant le dernier objectif de cette thèse. Les domaines d'application sont nombreux et variés, à savoir : l'écoulement autour des aubes des compresseurs et des turbines et le phénomène de sillage qui se produit dans le cas des ailes (3D) et des profils d'ailes (2D) à éléments multiples. Ces écoulements sont caractérisés par la présence des sillages complexes. Il se trouve qu'un élément peut être le siège et sous l'effet d'un sillage engendré par les autres éléments constituant l'avion. Ainsi, les performances et les caractéristiques aérodynamiques de l'aile, par exemple, peuvent être modifiées par rapport à celles d'un élément seul (interaction mutuelle : ailes- volets).

## Chapitre 2

# La turbulence : Concepts de base et résolution numérique

## 2.1 Rappel des équations

### 2.1.1 Equations de Navier-Stokes instantanées

Les équations classiques de la mécanique des milieux continus restent applicables dans le cas d'écoulements turbulents [69]. Ainsi, le point de départ de toute simulation numérique d'écoulement est l'ensemble des équations de Navier-Stokes sous leur forme instantanée auxquelles s'ajoute l'équation d'état du fluide permettant de fermer le système. Strictement parlant, les équations de Navier-Stokes sont uniquement celles qui expriment la variation de la quantité de mouvement auxquelles on y ajoute les équations de conservation de la masse et de l'énergie. Ainsi, pour un écoulement de fluide visqueux, compressible et conducteur de chaleur en négligeant les forces volumiques extérieures (pesanteur, etc.), ces équations s'écrivent sous la forme instantanée suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j (\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} u_i - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique,  $p$  la pression statique,  $u_i$  la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur vitesse,  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $E$  l'énergie totale par unité de masse,  $q_j$  le flux de chaleur, et  $\delta_{ij}$  le tenseur de Kronecker ( $i$  indice libre,  $i \in \{1,2,3\}$  et  $j$  indice de sommation  $j \in \{1,2,3\}$ , avec  $\delta_{ij}=0$  pour  $i \neq j$  et  $\delta_{ij}=1$  pour  $i = j$  ).

Dans ce système d'équations, l'énergie totale par unité de masse s'exprime à partir de l'énergie interne  $e$  et de l'énergie cinétique selon la relation :

$$E = e + \frac{1}{2} u_k u_k \quad (2.4)$$

Dans le cadre qui nous intéresse, c'est-à-dire pour un fluide Newtonien, le tenseur  $\tau_{ij}$  s'exprime par la relation suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \delta_{ij} \quad (2.5)$$

dans laquelle  $\mu$  et  $\lambda$  sont reliés par :

$$3\lambda + 2\mu = 0 \text{ (Hypothèse de Stokes [69])}$$

$q_j$  représente les composantes du flux de chaleur et s'exprime en fonction du gradient de température par la loi de conduction thermique de Fourier [69]:

$$q_j = -k \left( \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.6)$$

où  $k$  désigne le coefficient de conductivité thermique. Ce coefficient s'exprime en fonction de viscosité dynamique à l'aide du nombre de Prandtl :

$$\text{Pr} = \frac{\mu}{k} \frac{c_p}{c_v} = \gamma \frac{\mu}{k} \quad (2.7)$$

où  $c_p$  et  $c_v$  représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants et  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ .

Notons que comme  $e = c_v T$ , le flux de chaleur peut encore s'exprimer sous la forme :

$$q_j = -\gamma \frac{\mu c_v}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\gamma \mu}{\text{Pr}} \frac{\partial e}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

Pour l'air, dans les conditions standard, le nombre de Prandtl Pr vaut 0.71 [70]. L'évolution de la viscosité dynamique suivant la température est régie par la loi de Sutherland [70] :

$$\mu(T) = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + 110.4}{T + 110.4} = \frac{1.458 \times 10^{-6} T^{3/2}}{T + 110.4} \quad (2.9)$$

Avec  $T_0 = 273.15 \text{ K}$  et  $\mu_0 = 1.711 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Afin de prendre en compte les variations de masse volumique et de pression liées aux variations de température, le système exige encore la connaissance d'une loi d'état. En considérant l'air comme un gaz parfait, l'équation d'état s'exprime sous la forme [69] :

$$p = \rho r T = \rho (\gamma - 1) e \quad (2.10)$$

où  $r$  est relié aux chaleurs spécifiques par la relation de Meyer [69] :  $r = c_p - c_v$

### 2.1.2 Equations moyennées

La résolution exacte des équations de Navier-Stokes demeure encore très difficile et très coûteuse en temps, malgré les avancées technologiques observées sur la puissance des calculateurs. Afin de pallier ce problème, il convient de décomposer le mouvement instantané en une partie moyenne et une partie fluctuante. Cette décomposition, introduite au niveau des

variables d'écoulement avant de moyenner les équations, s'effectue selon le formalisme de Favre [71]. On utilise une moyenne pondérée par la masse,  $\tilde{\phi}$  obtenue en effectuant le rapport  $\overline{\rho\phi}/\bar{\rho}$  et qui est appliqué à toutes les variables exceptées la masse volumique et la pression. Ainsi, une quantité instantanée  $\phi$  de l'écoulement peut être décomposée selon Reynolds en une partie moyenne  $\bar{\phi}$  et une partie fluctuante  $\phi'$  :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad \text{où} \quad \bar{\phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\Delta t} \right) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \phi(t) dt \quad (2.11)$$

Les deux moyennes (celles de Reynolds et celle de Reynolds pondérée par la masse volumique) sont reliées par la relation :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' = \tilde{\phi} + \phi'', \quad \text{d'où} \quad \bar{\phi}'' = -\frac{\overline{\rho'\phi'}}{\bar{\rho}}$$

En posant  $\tilde{\phi} = \phi - \phi''$ , on obtient facilement les égalités suivantes :

$$\overline{\rho\phi''} = 0, \quad \tilde{\phi}'' = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\rho\phi''} = -\overline{\rho'\phi''} \quad (2.12)$$

Les grandeurs physiques de fluide sont écrites selon la moyenne de Favre [71], par la suite on a :

$$u_i = \tilde{u}_i + u_i'', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \quad p = \bar{p} + p', \quad h = \tilde{h} + h'' \quad \text{et} \quad e = \tilde{e} + e'' \quad (1.13)$$

On voit clairement que la moyenne de Favre permet d'occulter les corrélations faisant intervenir les fluctuations de masse volumique. Cette particularité permet d'ailleurs au formalisme de Favre de garder la forme conservative des équations instantanées. On obtient ainsi successivement pour les équations (2.1)-(2.3) les formes suivantes :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''}) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{E}\tilde{u}_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{p}\tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij}\tilde{u}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{q}_j - \overline{\rho E'' u_j''}) \quad (2.16)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.17)$$

$$\bar{q}_j = -\bar{k} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = -c_p \overline{\rho T'' u_j''} \quad (2.18)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} r \tilde{T} = \bar{\rho}(\gamma - 1)\tilde{e} \quad (2.19)$$

La définition de l'énergie totale étant au passage modifiée selon :

$$\tilde{E} = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{u}_k \tilde{u}_k + k \quad (2.20)$$

Où, par définition,  $k = \frac{1}{2} \overline{u_k'' u_k''}$  représente l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse.

Lors de la prise de moyenne statistique, des termes croisés  $\overline{\rho u_i'' u_j''}$  et  $\overline{\rho E'' u_j''}$  sont apparus du fait de la non-linéarité des termes de convection et constituent de nouvelles inconnues. On a donc un système comportant plus d'inconnues que d'équations. Il faut alors faire des hypothèses simplificatrices sur ces inconnues afin de résoudre le système d'équations (2.14) à (2.18). Les différentes techniques mises en œuvre afin de résoudre le système précédent sont exposées déjà dans le premier chapitre.

### 2.1.3 La couche limite

La couche limite est une zone située au voisinage d'un corps immergé dans un fluide en mouvement, en dehors de laquelle, les effets de la viscosité sont négligeables. Elle est le siège de forts gradients des champs conservatifs.

### 2.1.3.1 Couche limite sans gradient de pression

La précision et la performance d'une telle simulation numérique de l'écoulement turbulent sont conditionnées par la manière avec laquelle la région au voisinage des parois est modélisée. Pour mettre en évidence cet aspect on rappelle ici quelques généralités concernant la couche limite sans gradient de pression dans le cas bidimensionnel (cas d'une plaque plane turbulente). Pour une description plus détaillée, on pourra se reporter à Cousteix [69].

On peut distinguer deux zones principales dans la couche limite : la région interne et la région externe. Le raccord entre ces deux régions est assuré par la zone logarithmique. Le frottement dans l'écoulement est défini par :

$$\tau = \underbrace{-\overline{\rho u'v'}}_{\text{Frottement turbulent}} + \underbrace{\mu \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y}}_{\text{Frottement visqueux}} \quad (2.21)$$

Dans la suite,  $u_e$  correspond à l'écoulement externe et  $\tau_p$  correspond au frottement à la paroi.

#### **a) La région interne**

Elle correspond à la région près de la paroi où les effets de viscosité dominent du fait de la condition d'adhérence du fluide. Dans cette zone, les vitesses étant faibles, on utilise donc des échelles de vitesse et de longueur basées sur le frottement à la paroi et la viscosité. On peut ainsi définir la vitesse de frottement :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_p}} \quad (2.22)$$

où :

$$\tau_p = \mu \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)_{y=0}$$

On introduit une vitesse et une distance adimensionnelles appelées les « les variables de paroi ».

$$u^+ = \frac{\tilde{u}}{u_\tau} \text{ et } y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (2.23)$$

**-Sous couche laminaire**

Au voisinage immédiat de la paroi, les contraintes turbulentes tendent vers zéro et la viscosité laminaire domine largement la viscosité turbulente (Fig.2.1), d'où :

$$\tau = \mu \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y}$$

Par définition de la vitesse de frottement et en approchant la dérivée de la vitesse par son approximation linéaire, on peut écrire :

$$\tau_p = \rho_p u_\tau^2 = \mu \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \approx \mu \frac{\tilde{u}}{y}$$

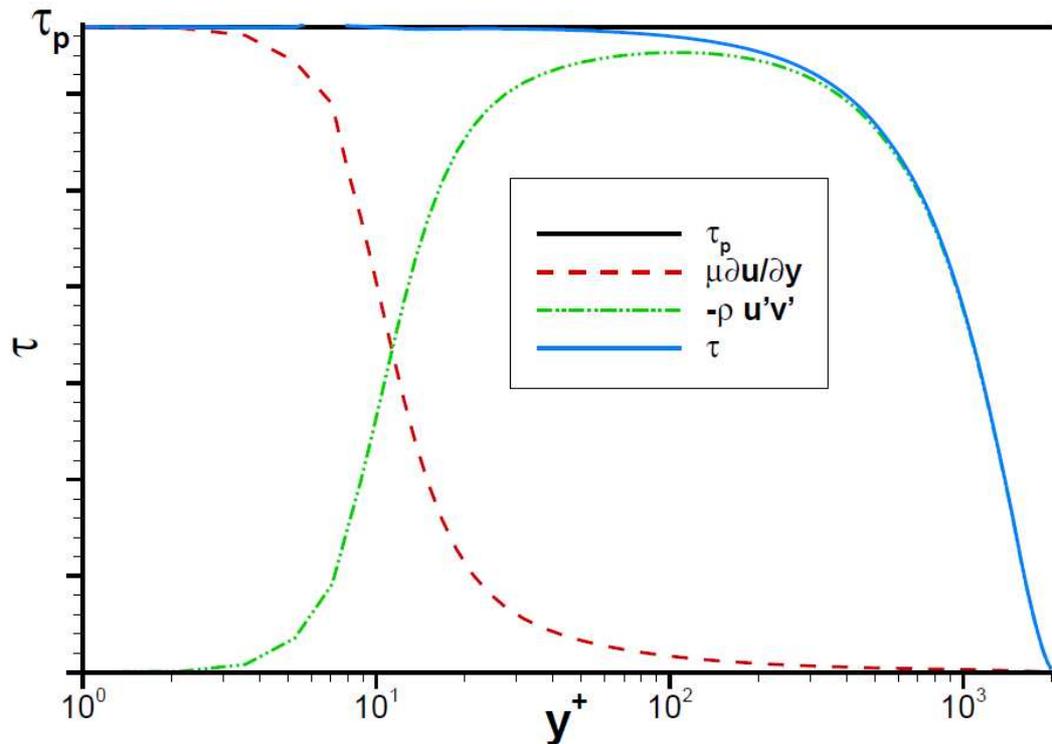
Soit :

$$\frac{\tilde{u}}{u_\tau} = y \frac{\rho_p u_\tau}{\mu}$$

On écrit une loi de la vitesse en fonction de la distance à la paroi. Si on réécrit cette expression en fonction des variables de paroi, on obtient la loi linéaire

$$u^+ = y^+ \quad (2.24)$$

Les expériences montrent que cette loi linéaire est valable tant que  $y^+ \leq 5$  (Fig.2.2 et Fig.2.3).



**Figure 2.1** Evolution des différentes composantes du frottement dans la couche limite [69]

### - la zone tampon

Dans cette zone, les effets visqueux diminuent devant le frottement turbulent mais ne sont pas complètement négligeables. Cette zone correspond à  $5 \leq y^+ \leq 30$

### b) La région externe

Dans cette partie de la couche limite, la vitesse longitudinale s'éloigne peu de la vitesse  $u_e$  à l'extérieur de la couche limite. On représente donc le profil de vitesse dans cette zone par un profil déficitaire. La vitesse de frottement  $u_\tau$  définie précédemment reste l'échelle de vitesse du mouvement turbulent (ceci est vrai dans le cas des gradients de pression modérés). Par contre, l'échelle de longueur est basée sur l'épaisseur de la couche limite  $\delta$ , qui correspond à la taille caractéristique des structures turbulentes.

$$\frac{u_e - \tilde{u}}{u_\tau} = F(\eta), \text{ avec } \eta = \frac{y}{\delta} \quad (2.25)$$

D'autres part, on a une relation entre le maximum de vitesse dans le sillage  $u_e^+ = \frac{u_e}{u_\tau}$  et le coefficient de frottement  $C_f$  :

$$C_f = \frac{\mu \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)_{y=0}}{\frac{1}{2} \rho u_e^2} ; u_e^+ = \frac{u_e}{u_\tau} = \sqrt{\frac{2}{C_f}} \quad (2.26)$$

Par l'équation (2.26), on a établi une relation directe entre le coefficient de frottement à la paroi et la détermination de la vitesse maximale dans le sillage. On voit donc l'importance de bien décrire le sillage de la couche limite afin d'évaluer correctement le coefficient de frottement.

### -La zone logarithmique

Elle appartient à la fois aux zones interne et externe qu'elle permet de raccorder. Cette zone vérifie donc les hypothèses de la zone tampon et celles de la région externe. Au delà de la zone tampon, le frottement est essentiellement turbulent, la contribution due à la viscosité moléculaire disparaît devant la contrainte de cisaillement turbulent, on a donc :

$$\tau = \tau_p = -\rho \overline{u'v'} \quad (2.27)$$

En utilisant la vitesse de frottement définie précédemment, on obtient pour la contrainte de Reynolds ;

$$-\overline{u'v'} = u_\tau^2 \quad (2.28)$$

Cette vitesse de frottement apparaît donc comme une échelle caractéristique des fluctuations de vitesse. Comme la viscosité moléculaire n'intervient plus dans cette zone, il faut construire par analyse dimensionnelle, une expression pour  $\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y}$  avec les échelles déjà définies :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{u_\tau}{ky} \quad (2.29)$$

En intégrant, on obtient :

$$u^+ = \frac{1}{k} \log(y^+) + C \quad (2.30)$$

où  $k=0.41$  est la constante de Von Karman, et  $C$  est la constante d'intégration.

Les très nombreux essais en souffleries subsonique et transsonique montrent que la constante  $C$  est une constante universelle proche de 5. La loi logarithmique est valable pour des valeurs de  $y^+$  supérieures à environ 30.

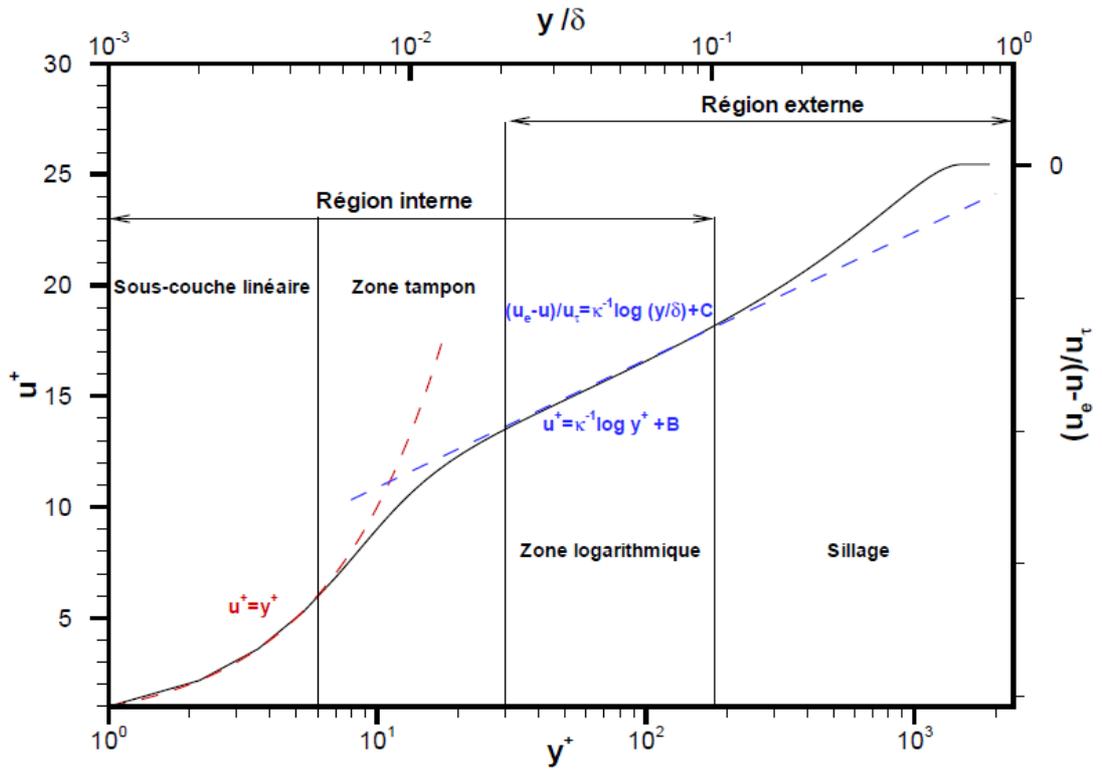


Figure 2.2 Les différentes zones de la couche limite [69]

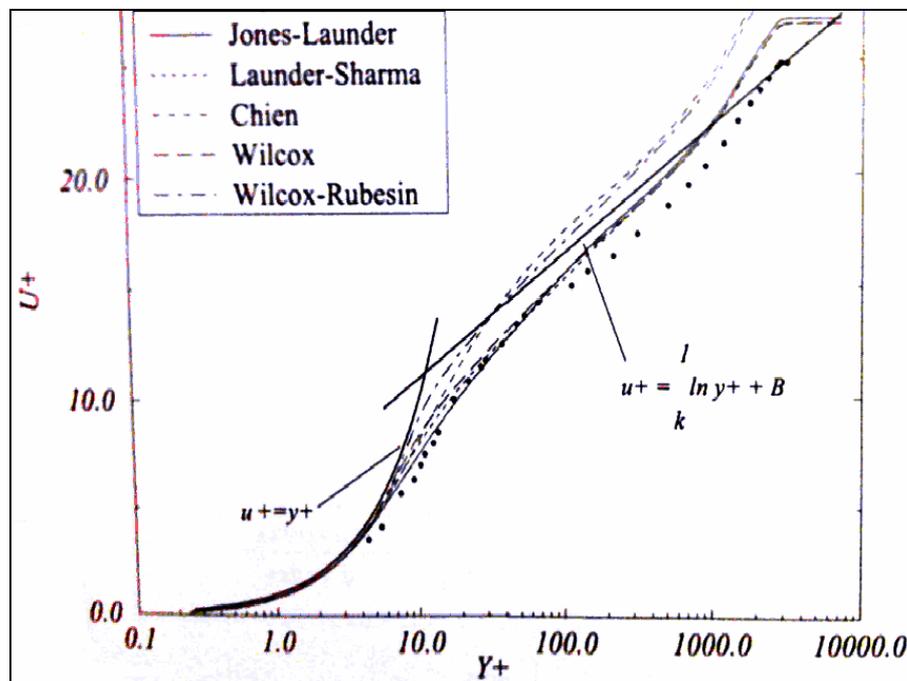


Figure 2.3 Ecoulement turbulent sur une plaque plane- Expérience de Klebanoff [72]

### 2.1.3.2 Couche limite avec gradient de pression

Le ralentissement de la couche limite trouve son origine principalement dans la présence d'un gradient de pression positif. Lorsque ce gradient de pression sera trop fort, on aura un décollement de la couche limite. On a vu dans le paragraphe précédent que l'étendue de la zone logarithmique dépend des conditions extérieures de l'écoulement. Huang et Bradshaw [45] montrent que la pente de la loi logarithmique reste constante pour une couche limite soumise à un gradient de pression positif, l'effet du gradient de pression se manifestant sur l'étendue de la zone logarithmique, qui se réduit au fur et à mesure que le gradient de pression augmente (Fig.2.4).

Lorsque la couche limite est soumise à un gradient de pression, l'expression du frottement devient :

$$-\rho \overline{u'v'} = u_\tau^2 + y \frac{dp}{dx} \Leftrightarrow -\overline{u'v'}^+ = 1 + p^+ y^+, \text{ avec } p^+ = \frac{v}{\rho u_\tau^3} \frac{dp}{dx} \quad (2.31)$$

où  $-\overline{u'v'}^+ = -\overline{u'v'}/u_\tau^2$  correspond donc à l'expression du frottement en variables de paroi.

Les différences entre couche limite ralentie (avec gradient de pression positif) et couche limite sans gradient de pression viennent de la localisation du maximum des fluctuations qui se déplace vers le milieu de la couche limite (Fig.2.5). On obtient finalement, dans le cas d'un gradient suffisamment important (Townsend [73]) :

$$u^+ = \frac{2}{k} \sqrt{p^+ y^+} + C^{ste} \Leftrightarrow u = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}} \sqrt{y} \quad (2.32)$$

On voit donc l'existence d'une zone en racine au dessus de la zone logarithmique, zone en racine dont la pente sera d'autant plus importante que le gradient de pression sera fort. D'après Simpson [74], l'écoulement moyen ne vérifie plus la loi de paroi (*i.e.* dans la région interne) lorsque  $p^+ = \frac{v}{u_\tau^3} \frac{dp}{dx} > 0.05$ . Si on regarde l'évolution du coefficient de

frottement suivant le gradient de pression, on voit (Fig. 2.4) que  $u_e^+$  augmente avec l'intensité du gradient de pression ( $u_e^+$  correspond à la vitesse extérieure adimensionnée en variable de paroi), ce qui correspond à une diminution du coefficient de frottement pariétal  $C_f$ . Lorsque le frottement devient négatif, la couche limite décolle (cas d'un écoulement bidimensionnel).

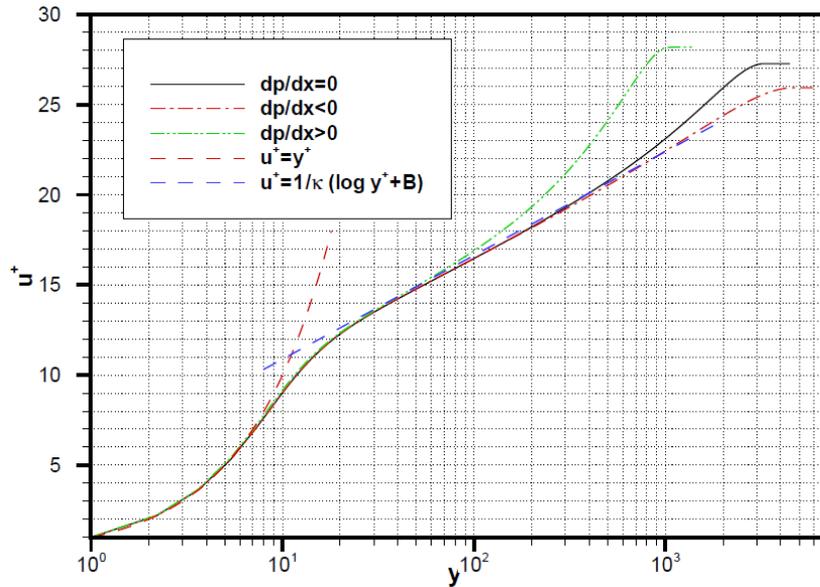


Figure 2.4 Évolution du profil de couche limite suivant le gradient de pression [69].

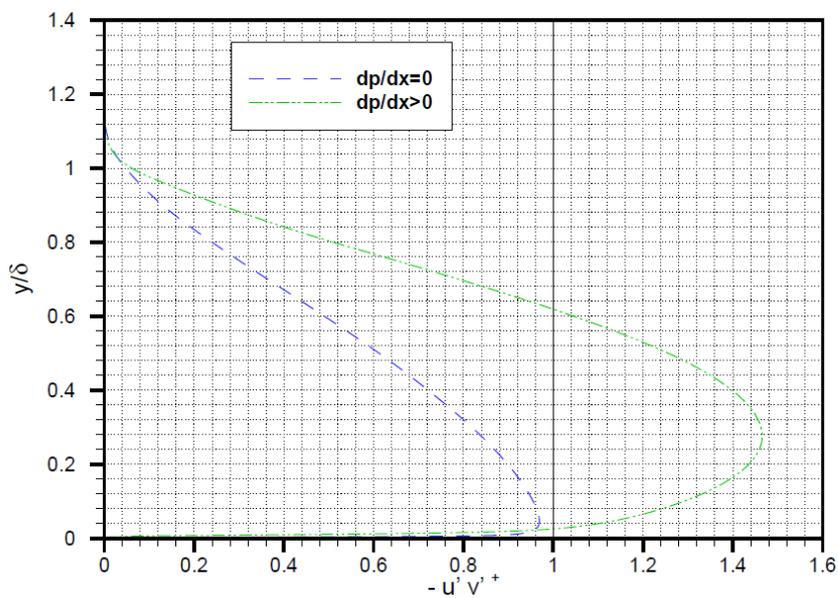


Figure 2.5 Évolution de la contrainte turbulente suivant le gradient de pression [69].

## 2.2 Résolution Numérique : Présentation du code

Ce paragraphe est consacré à la présentation du code de calcul utilisé pour la résolution numérique des équations de Navier-Stokes moyennées obtenues précédemment. Ainsi, la discrétisation de ces équations est illustrée en utilisant la méthode des volumes finis, utilisée dans le code du calcul numérique (CFD-FASTRAN [75]). Les différents modèles de turbulence utilisés dans notre étude de type RANS : Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras,  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  et SST sont exposés en détail. Enfin, nous présenterons les différentes étapes suivies lors des simulations numériques (maillage, conditions initiales et aux limites, convergence et post-traitement).

L'écoulement turbulent d'un fluide compressible, visqueux et supposé parfait est gouverné par le système d'équations décrit précédemment (2.14-2.16).

En introduisant l'enthalpie spécifique au lieu de l'énergie E, le système d'équations précédent peut être écrit comme suit :

l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2.33)$$

l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\bar{\rho} u_i "u_j") \quad (2.34)$$

où le terme  $-\bar{\rho} u_i "u_j"$  représente les contraintes de Reynolds (flux turbulents de la quantité de mouvement). Pour achever la fermeture du système d'équations, ce terme doit être modélisé. Les modèles de turbulence utilisés dans le code FASTRAN [75] utilisent le concept de la viscosité turbulente de Boussinesq, dans lequel la contrainte de Reynolds est supposée être une fonction linéaire des taux de déformation :

$$-\overline{\rho u_i} "u_j" = \mu_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial \tilde{u}_m} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho k} \delta_{ij} \quad (2.35)$$

où  $\mu_t$  est la viscosité turbulente et  $k$  l'énergie turbulente  $k = \frac{1}{2} u_i "u_j"$

En remplaçant l'équation (2.35) dans l'équation (2.34) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{u}_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\overline{\mu} + \mu_t) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial \tilde{u}_m} \delta_{ij} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho k}) \quad (2.36)$$

De même pour l'équation d'énergie en terme d'enthalpie s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{h}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{h}}) = \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \tilde{u}_j \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\tau}'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_j} "h" \quad (2.37)$$

Des termes additionnels sont apparus. Le premier terme est l'enthalpie fluctuante, elle peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_j} "h" = \Gamma_t \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} = c_p \Gamma_t \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.38)$$

où  $\Gamma_t$  est la diffusivité turbulente :  $\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$

$Pr_t$  est le nombre turbulent de Prandtl fixé à 0.9.

Le deuxième terme est le taux de dissipation de l'énergie turbulente  $\varepsilon$  qui dépend du choix du modèle de turbulence. On obtient le taux de dissipation par la résolution de l'équation de  $\varepsilon$ .

Pour le modèle de  $k$ - $\varepsilon$ , ce terme est défini par :

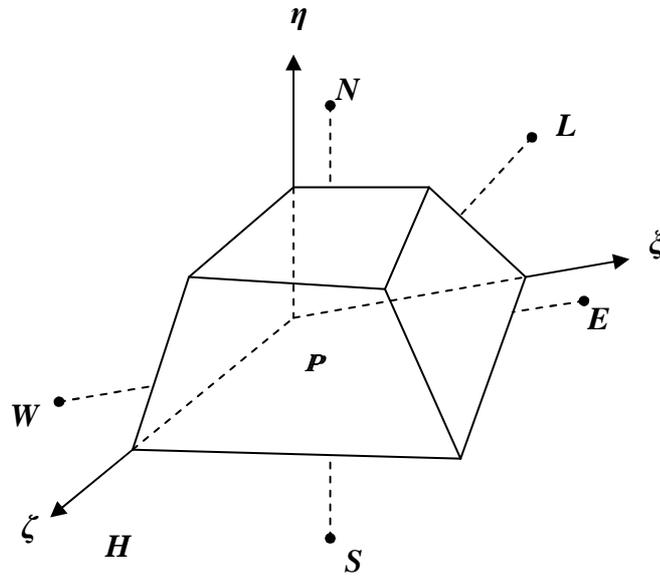
$$\overline{\tau}'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \overline{\rho \varepsilon} \quad (2.39)$$

Si l'équation de  $\varepsilon$  n'est pas résolue (comme dans le modèle de Baldwin-Lomax), le terme est exprimé par :

$$\overline{\tau}'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial \tilde{u}_m} \delta_{ij} \right) \quad (2.40)$$

### 2.2.1 Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis

Les équations de Navier-Stokes moyennées suivant Favre [71] sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis. Dans cette approche, le domaine de calcul est discrétisé en volumes de contrôle dans lesquels les équations gouvernant l'écoulement sont intégrées numériquement. Une cellule de volume de contrôle est illustrée sur la figure 2.6, où  $P$  désigne le centre géométrique de la cellule.



**Figure 2.6** Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle

L'équation de continuité dans le système de coordonnées  $\xi, \eta, \zeta$  est donnée par l'équation :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial J \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} (J \bar{\rho} \varepsilon^k) = 0 \quad (2.41)$$

L'intégration de l'équation (2.41) sur le volume de contrôle nous donne :

$$\frac{\bar{\rho}^n V_P^n - \bar{\rho}^{n-1} V_P^{n-1}}{\Delta t} + G_e - G_w + G_n - G_s + G_h - G_l = 0 \quad (2.42)$$

$G$  représente le flux de la masse à travers les faces du volume de contrôle,  $n$  et  $n-1$  représentent respectivement le pas actuel de temps et le pas précédent. Les indices  $w, e, s, n, l,$  et  $h$  sont relatifs aux six faces du volume de contrôle.

Toutes les équations gouvernant le problème, à l'exception de l'équation de continuité, peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (J \bar{\rho} \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[ J \bar{\rho} (\bar{V} \varepsilon^k) \phi \right] = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[ J \Gamma g^{ik} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right] \quad (2.43)$$

où  $\phi$  est une variable de l'écoulement,  $\Gamma$  la diffusivité effective,  $J$  la matrice Jacobienne et  $\xi_k = \xi_k(x, y, z)$ . Le premier et le deuxième terme du membre de gauche de l'équation sont appelés respectivement terme transitoire et convectif et le troisième terme dans le membre de droit de l'équation est le terme diffusif :  $\Gamma = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}$ .

La méthode des volumes finis repose sur l'intégration de l'équation (2.43) sur le volume de contrôle :

$$\iiint_v \left[ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (J \bar{\rho} \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \{ J \bar{\rho} (\bar{V} \varepsilon^k) \phi \} \right] J d\xi d\eta d\zeta = \iiint_v \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[ J \Gamma g^{ik} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right] J d\xi d\eta d\zeta \quad (2.44)$$

où  $\bar{V}$  est le vecteur vitesse.

Il est préférable d'effectuer l'intégration terme par terme, d'où :

L'intégration du terme transitoire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v (J \bar{\rho} \phi) J d\xi d\eta d\zeta = \frac{\bar{\rho}^n \phi^n V^n - \bar{\rho}^{n-1} \phi^{n-1} V^{n-1}}{\Delta t} \quad (2.45)$$

Le terme convectif est donné par :

$$C = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \{ J \bar{\rho} (\bar{V} \varepsilon^k) \phi \} \quad (2.46)$$

L'intégration du terme convectif sur le volume de contrôle donne :

$$C_e - C_w + C_n - C_s + C_h - C_l = G_e \phi_e - G_w \phi_w + G_n \phi_n - G_s \phi_s + G_h \phi_h - G_l \phi_l \quad (2.47)$$

Le terme diffusif dans l'équation peut être divisé en deux parties : la première est la diffusion principale ( $i=k$ , tandis que la deuxième partie est la diffusion transversale ( $i \neq k$ ).

Pour la première partie :

$$D_m^k = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[ J \Gamma g^{kk} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \right] \quad k = 1, 2, 3 \quad (2.48)$$

Pour  $k=1$  l'intégration de l'équation donne :

$$\iiint_v D_m^1 J d\xi d\eta d\zeta = \left[ J \Gamma g^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right]_e - \left[ J \Gamma g^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right]_w \quad (2.49)$$

## 2.2.2 Modèles de turbulence

Plusieurs modèles de turbulence sont disponibles dans le code CFD-FASTRAN [75], du modèle à zéro équation (algébrique) au modèle à deux équations de transport. Le modèle à zéro équation utilise des relations algébriques pour relier les fluctuations de l'écoulement aux grandeurs moyennes des variables en utilisant des constantes expérimentales. Les modèles à une et à deux équations utilisent des équations aux dérivées partielles pour atteindre le même but.

### 2.2.2.1 Modèle de Baldwin-Lomax

Ce modèle est un modèle algébrique (ou modèle à zéro équation de turbulence). Il utilise des relations algébriques pour lier la vitesse et la longueur caractéristique aux grandeurs moyennes de l'écoulement. La prévision de la turbulence et des discontinuités sur les parois est donc difficile dans ce modèle. Le modèle de Baldwin-Lomax [25] utilise différentes expressions de la viscosité turbulente relatives aux régions interne et externe de la couche limite.

$$\bar{\mu}_t = \begin{cases} (\bar{\mu}_t)_{in} & \text{pour } (y \leq y_c) \\ (\bar{\mu}_t)_{out} & \text{pour } (y \geq y_c) \end{cases} \quad (2.50)$$

où  $y$  est la distance normale de la paroi et  $y_c$  est le point où les valeurs de la viscosité des couches interne et externe sont égales. La viscosité turbulente dans la couche interne est obtenue par l'équation :

$$(\bar{\mu}_t)_{in} = \bar{\rho} l^2 |\bar{\omega}| \quad (2.51)$$

$l$  est l'échelle de la longueur caractéristique  $l = \kappa y \left[ 1 - \exp(-y^+ / A^+) \right]$  et  $\omega$  la vorticité

$\omega = \bar{\nabla} \times \bar{V}$  est reliée à l'échelle du temps turbulent par  $\tau = \omega^{-1}$

$\kappa, A^+$  valent respectivement 0.4 et 26.

L'échelle caractéristique de la vitesse est donc :

$$q = l \left| \bar{\omega} \right| = l \left| \bar{\nabla} \times \bar{U} \right| \quad (2.52)$$

La viscosité turbulente dans la couche externe est estimée par l'équation :

$$\left( \bar{\mu}_t \right)_{out} = \bar{\rho} K F_w F_k (y) \quad (2.53)$$

où les expressions  $F_w, F_k (y)$  sont estimées par les fonctions :

$$F_w = \min \left( \frac{y_{max} q_{max}}{\kappa}, \frac{C_\omega y_{max} U_{dif}^2}{q_{max}} \right) \quad (2.54)$$

$$F_k (y) = \frac{1}{\left[ 1 + 5.5 \left( \frac{C_k y}{y_{max}} \right)^6 \right]} \quad (2.55)$$

$q_{max}$  est la valeur maximale de la vitesse turbulente obtenue par l'équation (2.52) et  $y_{max}$  la valeur maximale de  $y$  quand  $q$  est maximale. La quantité  $U_{dif}$  est la différence entre la vitesse maximale et la vitesse minimale dans le profil :

$$U_{dif} = \sqrt{\left( u^2 + v^2 + w^2 \right)_{max} - \left( u^2 + v^2 + w^2 \right)_{min}} \quad (2.56)$$

Avec les constantes [25]:

$$C_k = 0.3$$

$$C_\omega = 0.1$$

$$\text{et } K = 0.0269$$

### 2.2.2.2 Modèle k-ε

Le modèle de  $k-\varepsilon$  [39] est un modèle à deux équations de transport pour évaluer la viscosité tourbillonnaire. Il résout deux équations aux dérivées partielles pour obtenir l'énergie cinétique turbulente  $k$  et sa dissipation  $\varepsilon$ , ces équations sont les suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \bar{\rho}P - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{rk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \varepsilon) = C_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\rho}P\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{r\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.58)$$

où  $P$  est le taux de production de l'énergie cinétique turbulente donnée par l'équation :

$$P = \bar{v}_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} k \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} \quad (2.59)$$

Avec les constantes [39] :

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44 \\ C_{\varepsilon 1} &= 1.92, P_{rk} = 1.0 \text{ et } P_{r\varepsilon} = 1.3 \end{aligned}$$

Les effets visqueux sont plus importants que les effets turbulents au voisinage de la paroi. Une loi de paroi (wall function) est, par conséquent, appliquée dans cette région et le modèle de turbulence résout le champ dans le reste du domaine de l'écoulement. Dans la loi de paroi, l'échelle de la vitesse est prise comme  $q = k^{0.5}$  et l'échelle de la longueur est modélisée par :  $l = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\varepsilon}$ .  $k$ , et  $\varepsilon$  sont reliés par des expressions semi-empiriques à la vitesse de frottement  $u_\tau$  [39] :

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (2.60)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (2.61)$$

La viscosité turbulente est exprimée par :  $\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon}$

Dans l'approche standard de la loi de paroi, le profil de la vitesse est estimé depuis la paroi jusqu'à la première maille par les relations suivantes [39] :

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+ & \text{pour } y^+ < 11.5 \\ u^+ &= \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) & \text{pour } y^+ > 11.5 \end{aligned} \quad (2.62)$$

où les constantes  $\kappa, E$  sont déterminées expérimentalement, et valent : 0.4 et 9.0 respectivement. Le concept de loi de paroi est valable dans le cas où la valeur de la distance au centre de la première cellule voisine à la paroi est telle que  $y^+ > 30$ .

### 2.2.2.3 Modèle $k-\omega$

Le modèle de  $k-\omega$  [46] est un modèle à deux équations de transport. Les équations à résoudre sont : l'équation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux de dissipation spécifique  $\omega$ . La viscosité turbulente est exprimée par :  $\nu_t = C_\mu \frac{k}{\omega}$ , et les équations de transport sont illustrées par les équations suivantes [46]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \bar{\rho}P - \bar{\rho}\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{rk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega) = C_{\omega 1} \frac{\bar{\rho}P\omega}{k} - C_{\omega 2} \bar{\rho}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{r\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2.64)$$

avec les constantes [46]:

$$C_\mu = 0.09, C_{\omega 1} = 0.555 \\ C_{\omega 1} = 0.833, P_{rk} = 2.0 \text{ et } P_{r\omega} = 2.0$$

Les conditions de  $k$  et  $\omega$  sur la paroi sont :

$$k = 0 \quad \text{pour } y = 0 \\ \omega = 7.2 \frac{\nu}{y^2} \quad \text{pour } y = y_1 \quad (2.65)$$

où  $y_1$  est la distance normale, depuis la paroi jusqu'au centre de la première maille. Pour avoir des solutions précises, le centre de la première maille doit être positionné plus près de la paroi. Ce modèle exige donc un maillage très fin au voisinage des surfaces solides. Une distance adimensionnée proche de l'unité  $y^+ = 1$  est généralement préconisée.

### 2.2.2.4 Modèle SST- $k-\omega$ de Menter

Les résultats obtenus par le modèle  $k-\omega$ , selon Menter sont très sensibles à la valeur de  $\omega$  imposée à l'extérieur de la couche limite, le modèle SST- $k-\omega$  [51] représente

donc une alternative de modèle  $k - \omega$ . Il combine les deux modèles  $k - \omega$  et  $k - \epsilon$ . Deux équations sont résolues, une pour la dissipation spécifique  $\omega$  et l'autre pour l'énergie cinétique de turbulence  $k$ , ainsi les équations pour  $k$  et  $\omega$  sont [51] :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \bar{\rho}P - C_u \bar{\rho}\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \sigma_k \bar{\mu}_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega) &= \frac{\gamma \bar{\rho}}{\bar{\mu}_t} P - \beta \bar{\rho}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \sigma_\omega \bar{\mu}_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ (1 - F_1) 2 \bar{\rho} \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Les constantes  $\sigma_k, \sigma_\omega, \beta$  et  $\gamma$  sont déterminées à partir de la relation [51]:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (2.68)$$

### 2.2.2.5 Modèle de Spalart-Allmaras

Le modèle de Spalart-Allmaras [32] est un modèle à une équation. Il résout en général une équation de transport liée à la viscosité turbulente  $\mu_t$ . Cette dernière est donnée pour ce modèle par l'équation [32]:

$$\mu_t = \rho \tilde{v} f_{v1} \quad (2.69)$$

Et l'équation de transport :

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} + c_{b2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] - c_{w1} f_w - \left( \frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (2.70)$$

Le modèle de Spalart-Allmaras exige comme le modèle  $k - \omega$  et SST un maillage raffiné sur les parois, avec une valeur de  $y^+ \approx 1$ .

### 2.2.3 Maillage

La réalisation d'un maillage approprié au problème traité est l'une des étapes les plus importantes dans les simulations numériques. L'adaptation du maillage aux conditions aux limites du problème est primordiale dans ce type de calcul. Un maillage structuré est utilisé dans tous les calculs 2D et 3D réalisés. Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple). Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Le domaine total de calcul est subdivisé en plusieurs blocs, le raffinement de chaque bloc dépend de l'importance des zones étudiées. Le code CFD-FASTRAN [75] utilise principalement le maillage engendré par le mailleur CFD-GEOM. Ce dernier est capable de générer des maillages structurés et instructurés, en 2D et en 3D. Pour plus de détails, nous avons exposé deux exemples de génération de maillage (structuré et instructuré) autour d'un profil d'aile (Annexe A).

### 2.2.4 Approche numérique

L'approche numérique du code CFD-FASTRAN [75] est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Ce code est capable de simuler tous les régimes d'écoulement, de faiblement subsonique au régime hypersonique à haut nombre de Mach avec le phénomène de l'aérothermochimique associé. Le champ d'écoulement est subdivisé en petits volumes de contrôle. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule et supposée constante dans tout le volume de contrôle.

Le calcul des flux convectifs est basé sur deux schémas décentrés (Upwind) : Le schéma de Roe - FDS (flux difference splitting) et le schéma de Van Leer - FVS (flux vector splitting).

Une précision spatiale d'ordre supérieur ou égale à deux peut être obtenue par l'utilisation d'un limiteur de flux approprié. Ces limiteurs de flux sont utilisés pour prévenir des oscillations numériques, en particulier pour les écoulements sièges de fortes zones d'interaction chocs/surfaces de discontinuité.

Pour l'intégration temporelle, trois schémas sont intégrés dans le code : le schéma explicite de Runge-Kutta, le schéma semi implicite (point implicit) et le schéma totalement implicite (fully implicit).

Les calculs numériques présentés dans cette thèse ont été réalisés en optant pour le schéma de Roe – FDS [94], moins dissipatif au voisinage de la couche limite, associé au limiteur Minmod basé sur le calcul de la pente minimale des gradients associés aux grandeurs physiques de l'écoulement prises sur les faces du volume de contrôle. Le schéma implicite a été par ailleurs utilisé pour l'intégration en temps.

Le pas de temps est contrôlé par le nombre de CFL (Courant-Fredrichs-Lewy [8]). L'accélération de la convergence est obtenue, en faisant varier ce nombre de CFL linéairement de sa valeur initiale généralement faible (dépendant du raffinement du maillage utilisé) à une valeur finale, sur un nombre de pas de temps spécifié.

La convergence des calculs itératifs est obtenue (solution quasi stationnaire) lorsque la valeur spécifiée des grandeurs résiduelles (L2Norm) est atteinte. D'autres contrôles de la convergence peuvent être également obtenus en comparant les courbes donnant l'évolution de certaines variables, telle que le frottement pariétal (par l'intermédiaire de la grandeur  $y^+$ ) en fonction du nombre d'itérations.

L'organigramme général du code, ainsi une schématisation simplifiée de l'environnement de code (pré-traitement et post-traitement) sont présentés, respectivement par les figures 2.7 et 2.8.

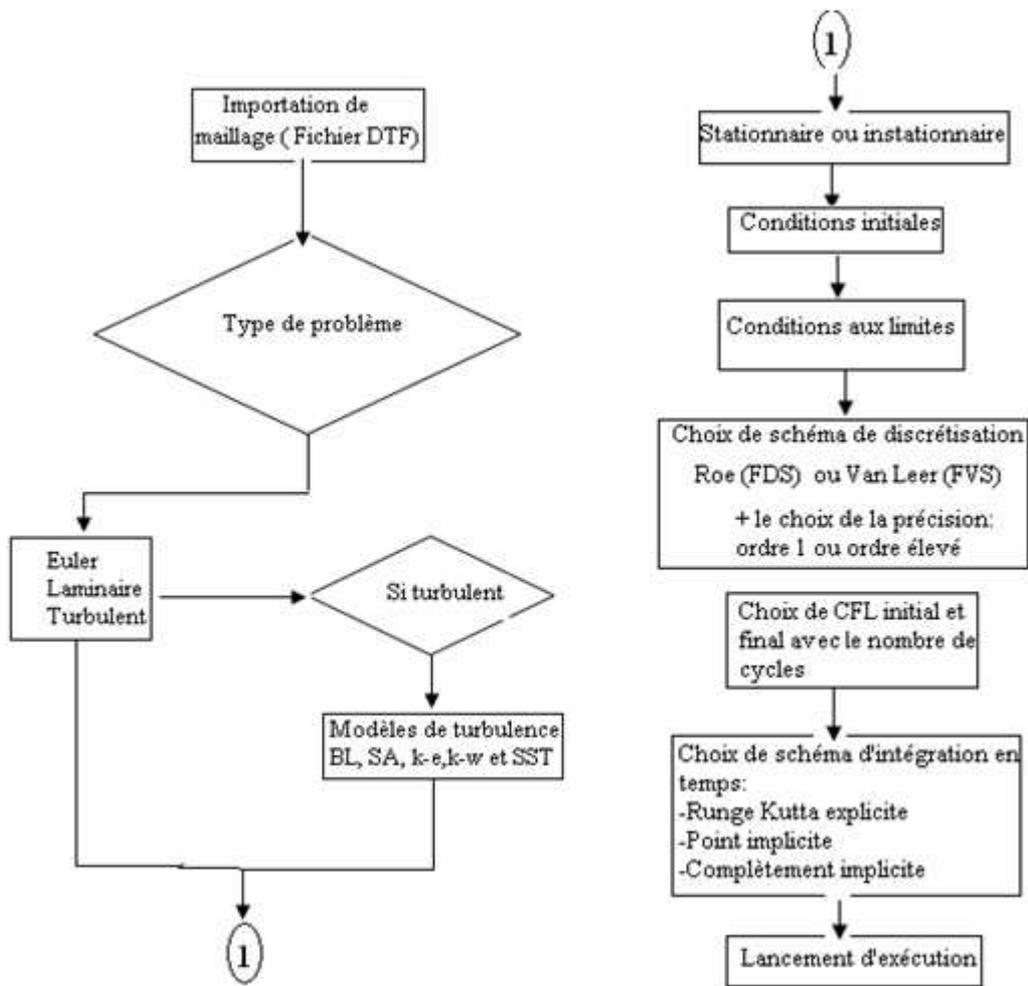
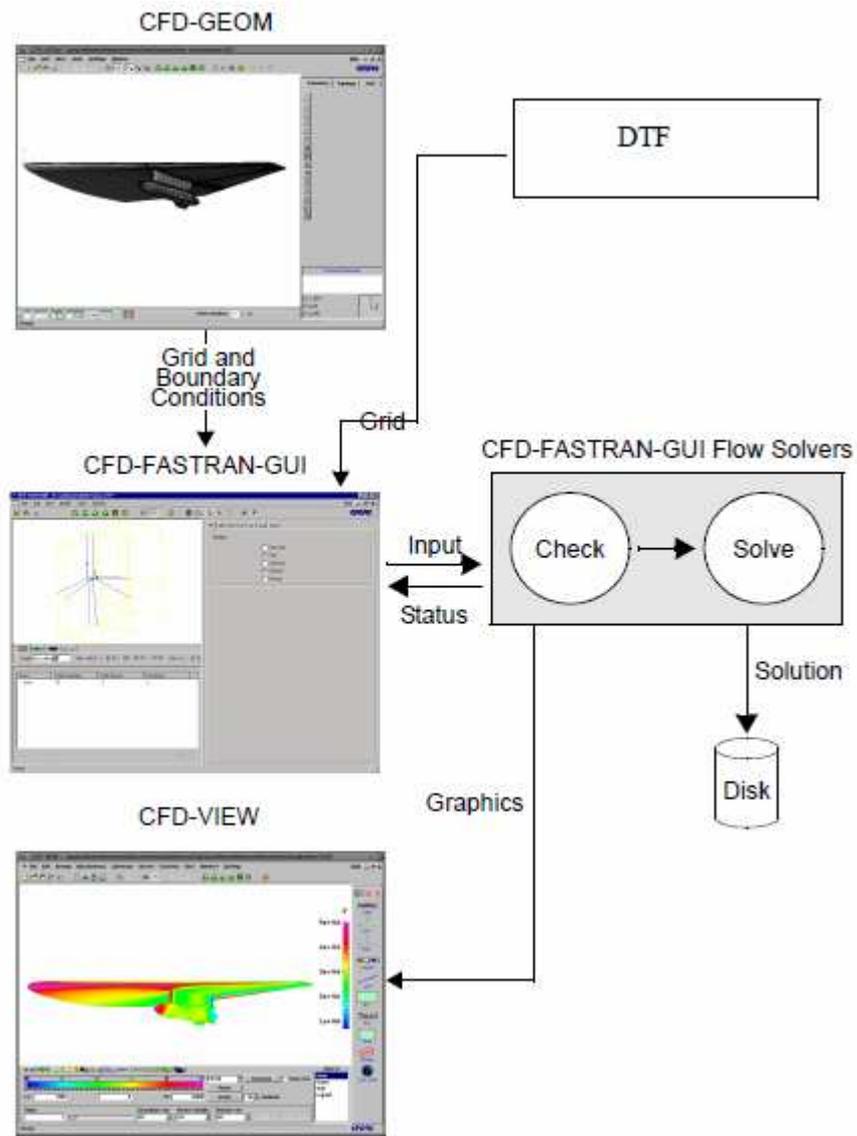


Figure 2.7 Organigramme de code CFD-FASTRAN



**Figure 2.8** Schématisation de l'environnement de code CFD-FASTRAN [75]

# Chapitre 3

## Ecoulements transsoniques turbulents

### 3.1 Introduction

Le régime de vol des avions modernes de transport et de passagers correspond à des vitesses transsoniques en terme de nombre de Mach  $M_\infty = 0.75-0.85$  et à des nombres de Reynolds très élevés. L'écoulement transsonique se produit quand les deux régimes d'écoulements subsonique et supersonique se manifestent dans le même champ d'écoulement local [77, 78]. Il est caractérisé par le développement d'une poche supersonique délimitée par la paroi d'une part et d'autre part de la ligne sonique sur la surface supérieure de l'aile (Fig.3.1). L'apparition d'une poche supersonique sur l'intrados de l'aile est également possible, tout dépend de l'angle d'incidence et de la forme géométrique de l'aile. Le régime transsonique est caractérisé dans sa grande partie par des forts gradients adverses de pression, interaction choc/couche limite et des régions de décollement en aval de l'onde de choc (Fig.3.2). Ces phénomènes, ainsi que les propriétés de compressibilité d'écoulement pose un vrai challenge non seulement pour la simulation numérique, mais aussi à la modélisation de la turbulence.

L'aérodynamique des écoulements transsoniques turbulents autour des ailes et des profils d'ailes a été durant des décennies le sujet de plusieurs travaux expérimentaux et numériques. Holst [79] a publié une synthèse des résultats numériques avec comparaison de 23 travaux appartenant aux 15 différents groupes d'auteurs. Ces méthodes varient des techniques simples utilisant le concept de couplage couche limite-écoulement potentiel non visqueux aux méthodes basées sur la résolution numérique des équations de Navier-Stokes [80-83]. Lai et al.[84] ont simulé numériquement l'écoulement transsonique autour des profils d'ailes NACA0012 et RAE2822 avec et sans chocs en utilisant les modèles de turbulence de Baldwin-Lomax et  $k-\epsilon$ . Quatre modèles de turbulence  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ ,  $k-l$  et Spalart-Allmaras ont été testés par Groncalves et al. [85] pour affirmer la validité des lois de paroi dans un code RANS. Il a été démontré qu'une très simple représentation de profil de vitesse dans la région

des parois donne des bons résultats pour les écoulements transsoniques autour des profils d'ailes en présence d'interaction onde de choc/couche limite conduisant au phénomène de décollement. Une investigation numérique des écoulements transsoniques autour de profil d'aile NACA0012, en utilisant différents modèles de turbulence linéaires et non linéaires a été présentée par Barakos et al.[86]. Trois modèles de turbulence k- $\epsilon$ , k- $\omega$  et SST ont été évalués par Kim et al. [87] afin de valider un code de calcul des écoulements compressibles en simulant numériquement l'écoulement transsonique autour d'un profil d'aile RAE2822 d'épaisseur maximale 12.1% de la corde avec un bord de fuite aigu, à un nombre de Mach de 0.73 et un nombre de Reynolds de  $6.5 \times 10^6$ . Un code de calcul de haute précision a été développé par Yang [88] pour résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes compressibles en 2D et en 3D en utilisant le modèle de turbulence de Baldwin-Barth. Le code est validé pour un écoulement transsonique autour des profils d'ailes NACA0012, RAE2822 et l'aile ONERA M6.

Récemment, une investigation numérique au voisinage des parois basée sur la résolution des équations moyennées de la turbulence RANS en introduisant deux modèles de turbulence Spalart-Allmaras et SST k- $\omega$  a été effectuée par Knopp et al.[89], en simulant un écoulement transsonique autour d'un profil RAE2822. Cette étude est basée sur une nouvelle combinaison des lois de paroi conjointement avec la technique de maillage adapté au voisinage des parois pour assurer à la fois une simulation numérique convenable des phénomènes physiques proche de paroi, et de tenir compte la plage de stabilité et validité des lois de paroi. En utilisant un code de volumes finis développé par le groupe CFD à l'institut de l'Aéronautique et de l'Espace (IAE, Brésil) pour résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles RANS, Begarella et Azevedo [90] ont comparé et validé les modèles linéaires et non linéaires de la viscosité turbulente, ainsi que le modèle de fermeture de tenseurs de Reynolds RSM (Reynolds Stress Model). Les résultats obtenus sont ceux d'un écoulement transsonique autour d'un profil OAT15A qui montrent que les modèles non linéaires sont très performants par rapport aux modèles linéaires, à l'exception de modèle SST qui donne des résultats en bon accord avec ceux issus des modèles non linéaires ou de calcul RSM. Jakirlić et al. [91] ont étudié numériquement l'écoulement transsonique autour de différentes géométries, telles que le profil d'aile RAE2822, l'aile ONERA M6 et la configuration aile-fuselage DLR-ALVAST. Le modèle de turbulence utilisé est celui de RSM, ainsi les résultats obtenus sont comparés à ceux basés sur la viscosité turbulente, à savoir le modèle de Spalart-

Allmaras et  $k-\omega$ . Très récemment, les écoulements visqueux transsoniques et supersoniques autour d'une aile et d'un profil d'aile NACA0012 ont été étudiés par Hafez et Wahba [92]. L'idée principale de leur travail est d'utiliser la méthode de Helmholtz pour la décomposition de la vitesse, ainsi la formulation peut être vue comme une procédure d'interaction des régions d'écoulements visqueux et non-visqueux.

Malgré l'apparition de nouvelles techniques pour la modélisation des écoulements turbulents (DNS, LES,...), la méthode RANS reste un outil indispensable pour l'étude des écoulements turbulents complexes dont la simulation par DNS ou LES par exemple demande un temps de calcul (CPU) exorbitant, même avec la nouvelle génération des supercalculateurs. Dans le même contexte que ce présent chapitre est consacré à l'évaluation et la validation des résultats numériques issus de calcul d'écoulement transsonique autour d'un profil NACA0012 (Fig.3.3), puis autour d'une aile 3D ayant comme profil de base NACA0012. Tous les calculs sont effectués en utilisant cinq modèles de turbulence : le modèle algébrique de Baldwin-Lomax, le modèle à une équation de Spalart-Allmaras et les modèles à deux équations  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  et SST.

### 3.2 Résolution numérique et conditions aux limites

Pour cette étude, les calculs sont effectués en utilisant le code CFD-FASTRAN [75] et le maillage est généré par CFD-GEOM [76]. Pour l'intégration en temps, on a choisi un schéma complètement implicite avec un CFL (Courant-Friedrichs-Lewy [8]) maximum de 5. Concernant la discrétisation spatiale, le schéma décentré de Roe avec le limiteur min-mod de second ordre est choisi. Le champ initial est uniforme, obtenu à partir des conditions d'écoulement à l'infini amont. Les conditions aux limites sont fixées comme suit :

- A la paroi des conditions d'adhérence et la condition d'une paroi adiabatique sont imposées.
- Des conditions aux limites de type entrée/sortie sont imposées sur tout le reste de domaine, en se basant sur les invariants de Riemann.

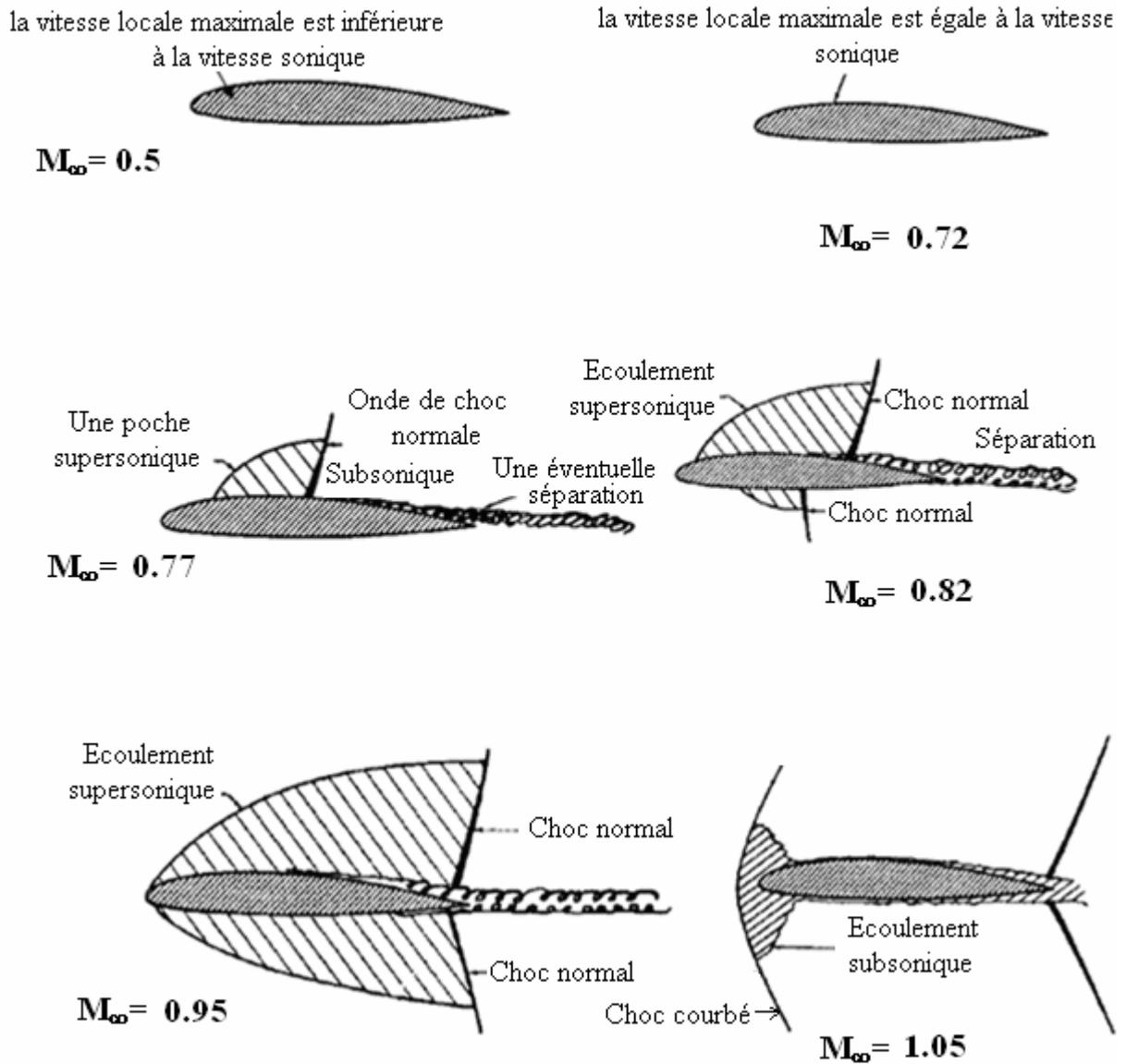


Figure 3.1 Progression des ondes de choc sur la surface de profil d'aile en fonction de nombre de Mach de vol [118]

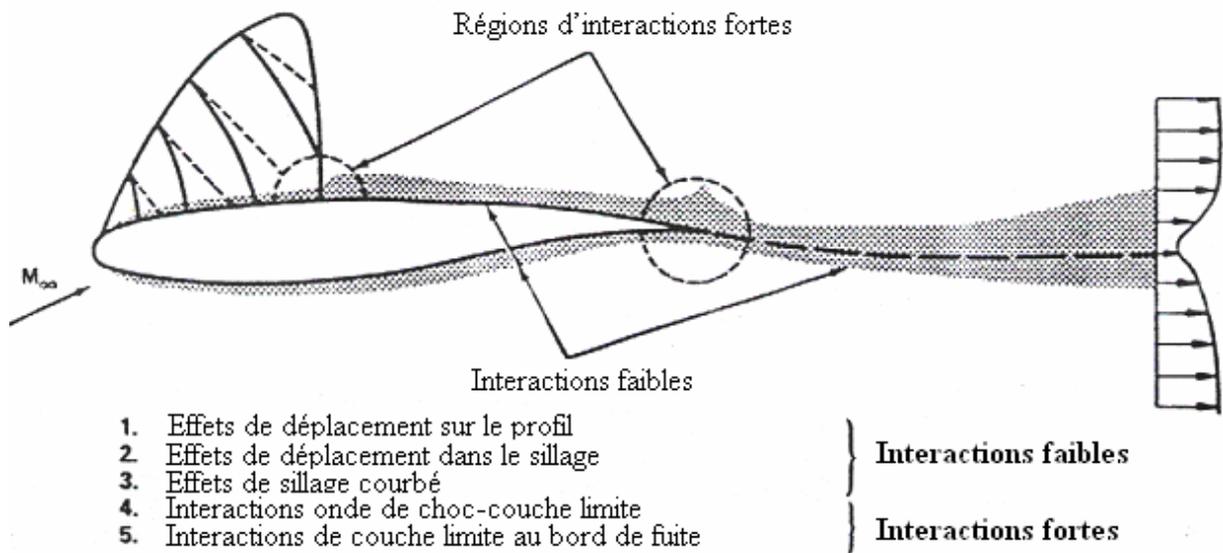


Figure 3.2 Interactions visqueuses –non visqueuses autour d'un profil d'aile [119]



Figure 3.3 Le profil symétrique NACA0012

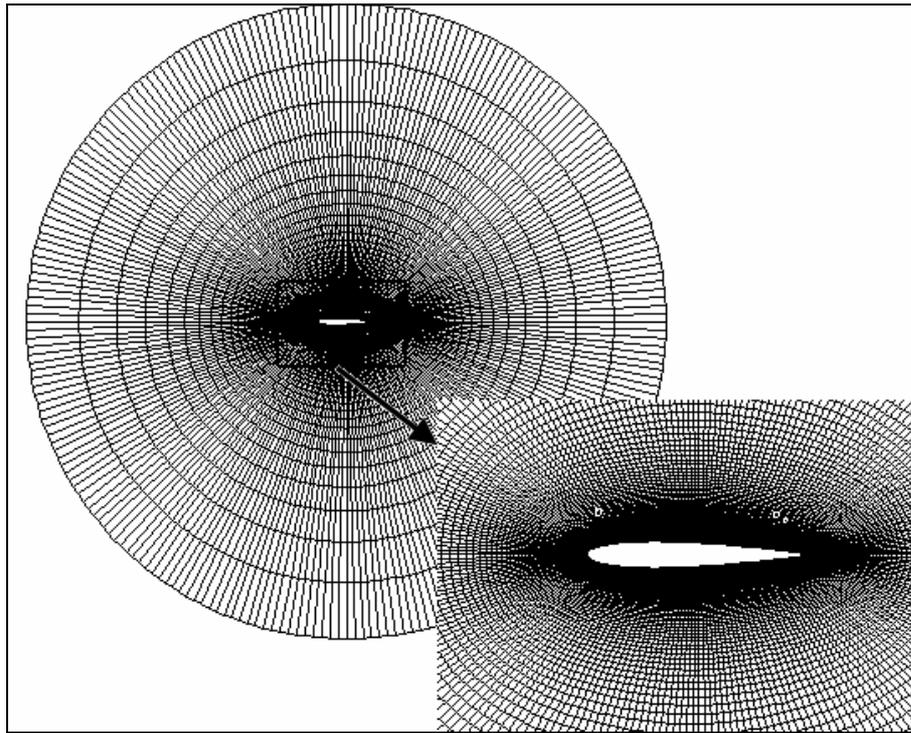
## 3.3 Résultats et discussion

### 3.3.1 Calcul bidimensionnel (profil d'aile)

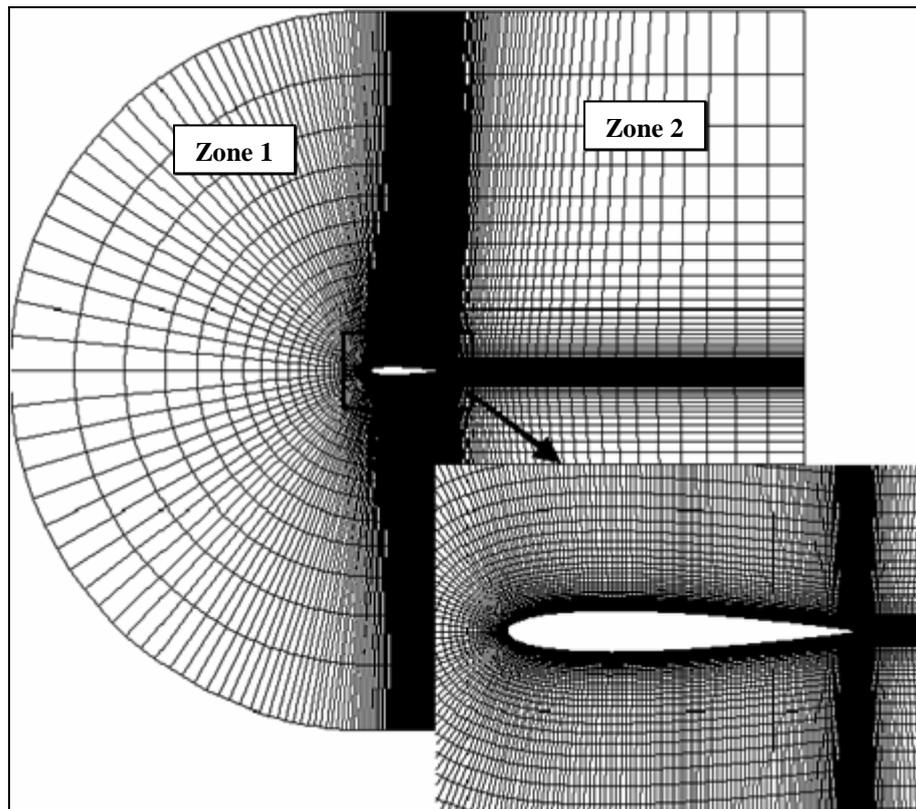
Dans cette partie d'étude, la géométrie choisie est celle de profil d'aile symétrique NACA0012 d'épaisseur 12%, qui a été l'objet de nombreuses études tant expérimentales et numériques. Des tests préliminaires concernant l'effet de la topologie de maillage sur les calculs ont été effectués pour deux types de maillages largement utilisés pour les écoulements externes : les topologies en O et en C (Fig.3.4). Le test choisi est celui effectué en utilisant les données de l'écoulement correspondent aux celles de cas test 3 avec le modèle  $k - \varepsilon$  (voir ultérieurement). Les résultats illustrés sur les figures 3.5 et 3.6 sont obtenus en utilisant le maillage optimal G3 (Tab.3.1) pour une topologie de maillage en C, tandis que un maillage de 241x121, équivalent à G3 en terme de raffinement est utilisé pour la topologie O. On remarque bien que la répartition de coefficient de pression le long du profil (Fig.3.5), ainsi que le champ de vitesse et les lignes de courant dans la région de bord d'attaque et le long de l'extrados sont pratiquement similaires pour les deux configurations de maillage. De même, pour la localisation de l'onde de choc, les deux topologies prédisent la même abscisse (Fig.3.6). La seule différence réside au niveau de champ de vitesse au voisinage de bord de fuite ; il est mieux capté dans la topologie en C. Par conséquent, le maillage en (C) est choisi car il est très recommandé pour simuler les régions de sillage au bord de fuite. Ainsi, deux blocs sont construits, un pour le profil d'aile et l'autre pour la région de sillage. Concernant le régime d'écoulement transsonique, trois cas tests sont choisis traitant l'écoulement transsonique avec et sans décollement.

Pour le premier cas, l'écoulement reste attaché (sans décollement) et légèrement supersonique dans la région de bord d'attaque de profil d'aile. Ainsi, les conditions d'écoulement à l'infini amont sont fixées comme suit :

- nombre de Mach,  $M_\infty=0.6$
- nombre de Reynolds,  $Re_\infty=9 \times 10^6$
- l'angle d'attaque géométrique  $\alpha_g= 4^\circ$

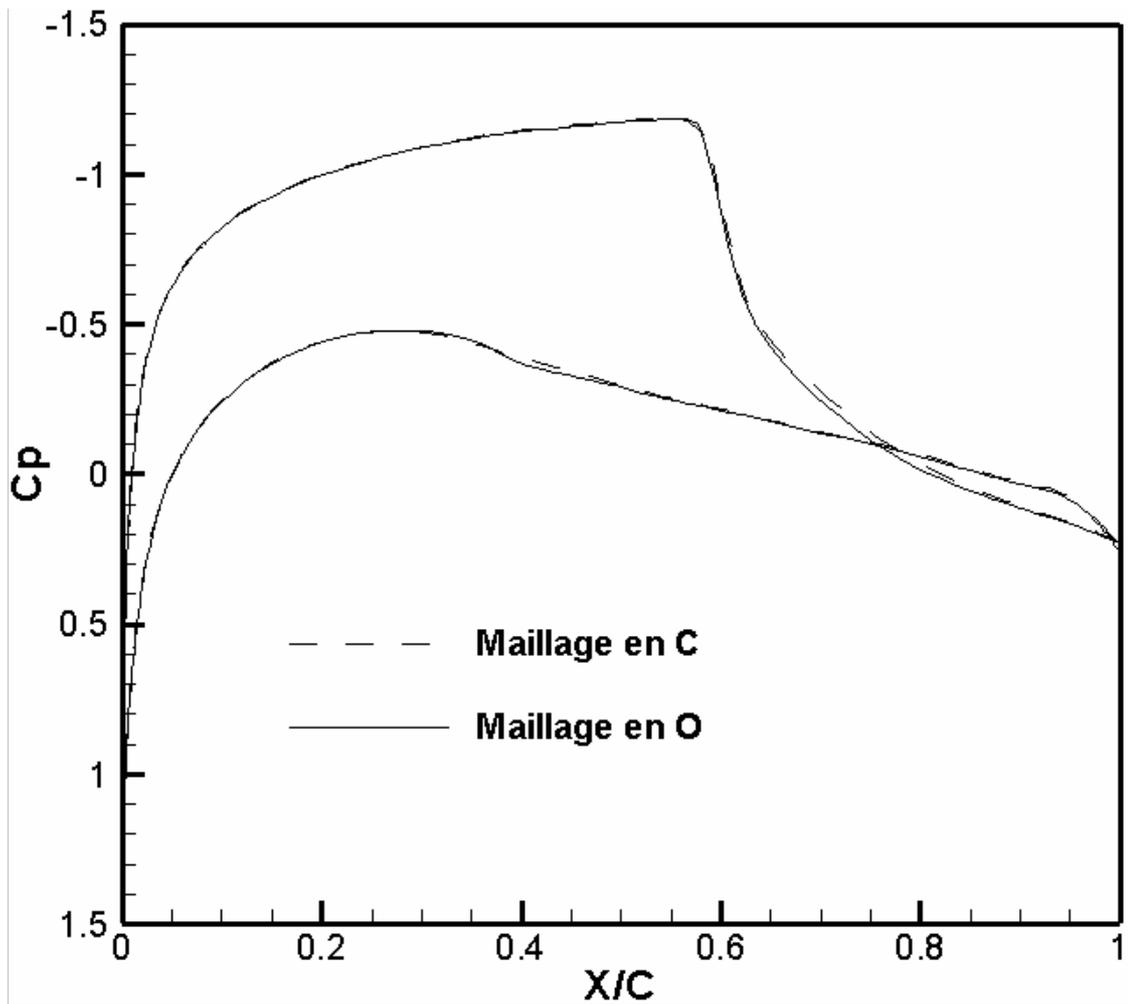


(a)

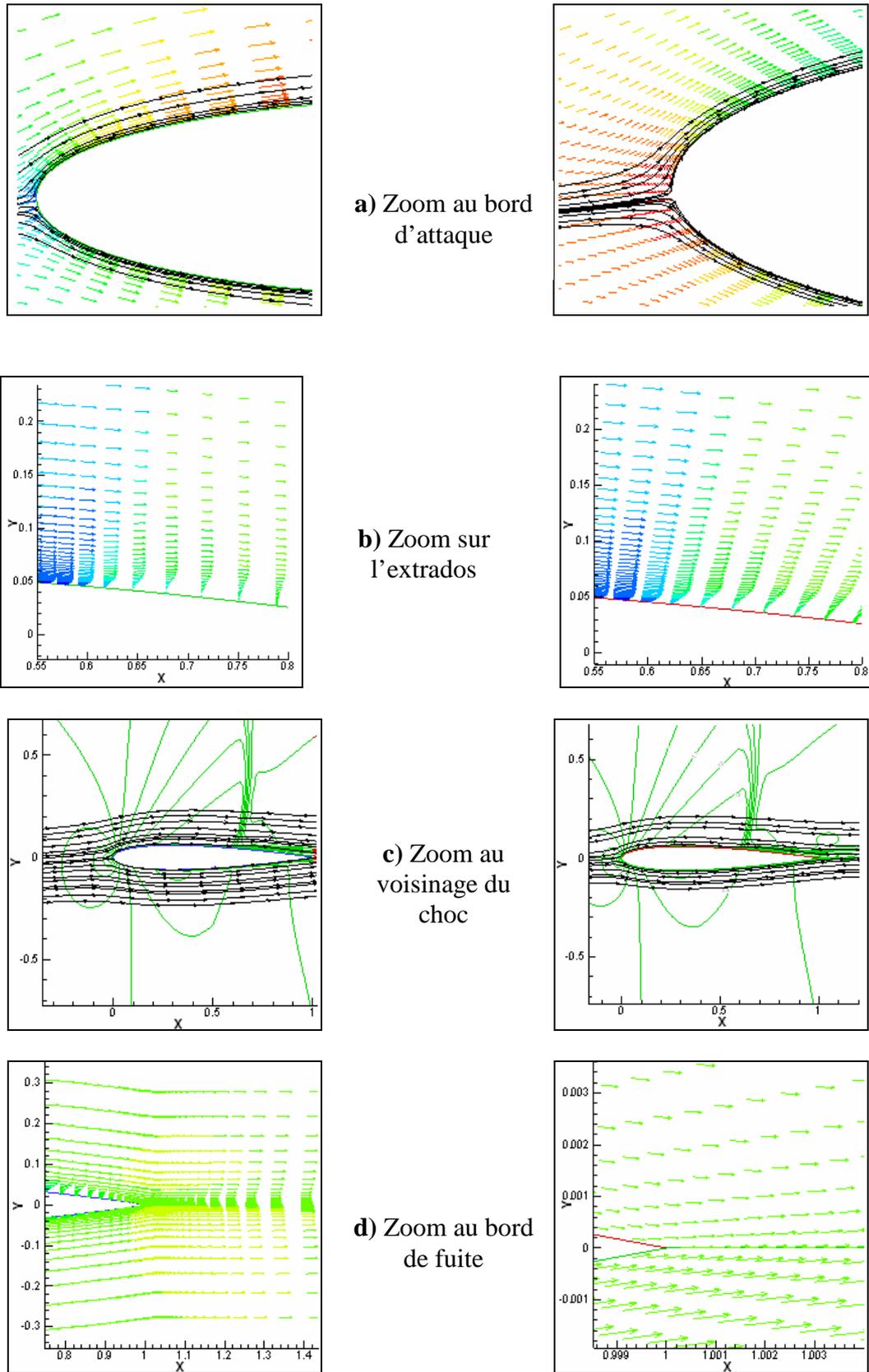


(b)

**Figure 3.4** Maillage structuré pour un profil NACA 0012, (a) Maillage en O, (b) Maillage en C



**Figure 3.5** Comparaison de coefficient de pression  $C_p$  pour les deux types de maillage: C et O ( $M_\infty=0.799$ ,  $\alpha_c=2.257^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ ), modèle k- $\epsilon$



**Figure 3.6** Comparaison des résultats issus de deux topologies de maillage : topologie C (à gauche), et la topologie O (à droite). ( $M_\infty=0.799$ ,  $\alpha_c=2.257^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ ) ; modèle k- $\epsilon$

Pour le second cas test, les nombres de Mach et de Reynolds sont les mêmes que le premier cas, mais l'angle d'attaque géométrique  $\alpha_g = 9.84^\circ$ . Dans ce cas, une poche supersonique se manifeste sur l'extrados de profil dans la région de bord d'attaque, et l'écoulement se détache au pied de l'onde de choc.

Pour le troisième cas test, on garde le même nombre de Reynolds que les deux cas précédents, mais le nombre de Mach  $M_\infty = 0.799$  et l'angle d'attaque géométrique  $\alpha_g = 2.86^\circ$ . Une onde de choc se manifeste sur l'extrados à l'abscisse  $x/c = 0.5$  environ. Ce choc est très fort conduisant ainsi à un décollement de la couche limite très intense. Ce troisième cas constitue un test très sévère pour la simulation numérique en terme des schémas numériques adoptés, aussi bien que pour les modèles de turbulence. L'évaluation des performances des modèles de turbulence est effectuée, en simulant l'écoulement transsonique autour d'un profil d'aile NACA0012 par les cinq modèles de turbulence cités précédemment. La valeur adimensionnelle de la distance de la première maille à la paroi  $y_1^+$  est fixée à 1 pour les modèles de turbulence de Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras,  $k-\omega$  et SST. Cependant, pour le modèle standard  $k-\varepsilon$  avec des lois de paroi  $y_1^+ = 50$ . Pour chaque cas test, les résultats numériques obtenus sont confrontés à ceux de l'expérimentale de Harris [96].

### 3.3.1.1 L'effet de raffinement de maillage

Dans ce paragraphe, on a étudié à la fois l'effet de raffinement de maillage et l'effet des dimensions des frontières externes délimitant le domaine de calcul. Pour cela, quatre maillages sont générés et testés pour chaque cas cités ci-dessus. La frontière externe est fixée à  $5c$  plus loin de profil dans toutes les directions. Les détails de maillage utilisés sont résumés dans la table 3.1. En outre, des calculs sont effectués pour différentes positions de la frontière externe, en utilisant le maillage G3 afin d'assurer l'indépendance de la solution du champ lointain. Ainsi, les résultats obtenus pour le premier cas test ( $M_\infty = 0.6$ ,  $\alpha_c = 3.313^\circ$ ) en utilisant le modèle de turbulence SST sont résumés dans les tables 3.2 et 3.3. La figure 3.7 montre la distribution de coefficient de pression  $C_p$  pour les différents maillages utilisés. D'après ces résultats on peut conclure que le maillage G3 avec une localisation de  $5c$  de la frontière

externe plus loin de profil d'aile est le maillage optimal en terme de stockage mémoire et temps de calcul.

Maillage	Bloc 1 (Profil d'aile)		Bloc 2 (Sillage )	
	direction i	direction j	direction i	direction j
G1	181	31	31	61
G2	241	61	61	121
G3	261	91	61	181
G4	401	121	121	241

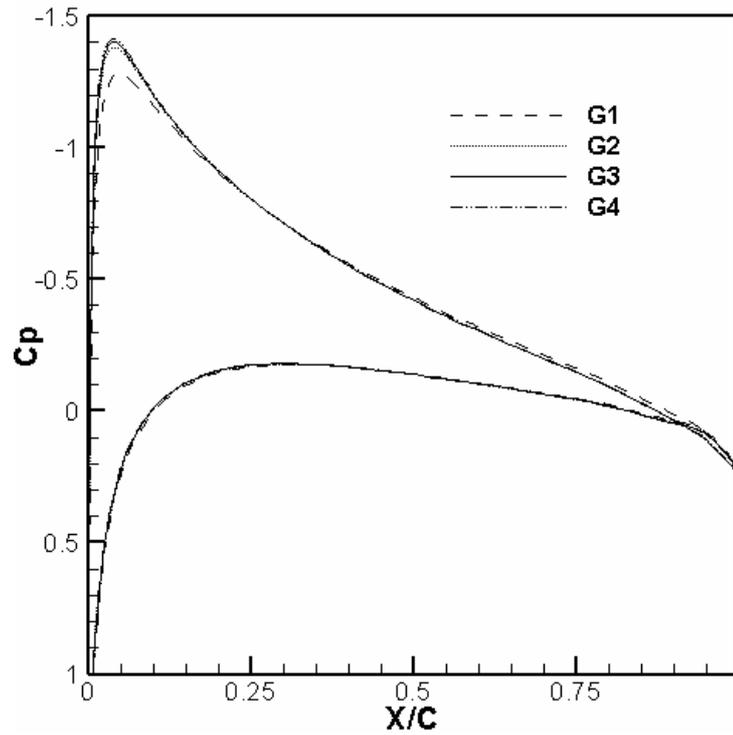
**Table 3.1.** Détails des maillages utilisés pour l'étude de raffinement autour d'un profil NACA0012.

Maillage	G1	G2	G3	G4	Experience
$C_L$	0.444	0.446	0.446	0.446	0.443
$C_D$	0.0317	0.0165	0.0138	0.0127	0.01

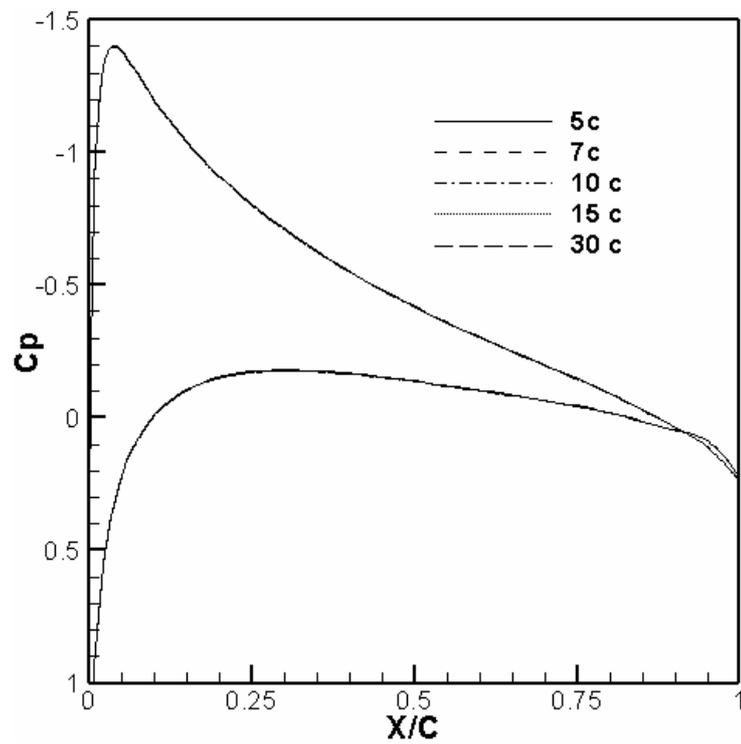
**Table 3.2.** L'effet de raffinement de maillage sur les coefficient de portance et de traînée (cas test 1;  $M_\infty=0.6$ ,  $\alpha_c=3.313^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ )

Dimensions	5c	7c	10c	15c	30c
$C_L$	0.446	0.445	0.445	0.445	0.445
$C_D$	0.0138	0.0139	0.0138	0.0139	0.0143

**Table 3.3.** L'effet de dimensions de domaine de calcul sur les coefficients de portance et de traînée (cas test 1;  $M_\infty=0.6$ ,  $\alpha_c=3.313^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ )



(a)



(b)

**Figure 3.7.** Distribution de coefficient de pression  $C_p$  autour de profil NACA0012 pour le cas test 1; modèle SST  $k-\omega$ , (a) L'effet de raffinement de maillage, (b) L'effet de dimensions de domaine de calcul ( $M_\infty=0.6$ ;  $\alpha_c=3.313^\circ$ ;  $Re_\infty=9.10^6$ )

**3.3.1.2 Comparaison des modèles de turbulence et validation**

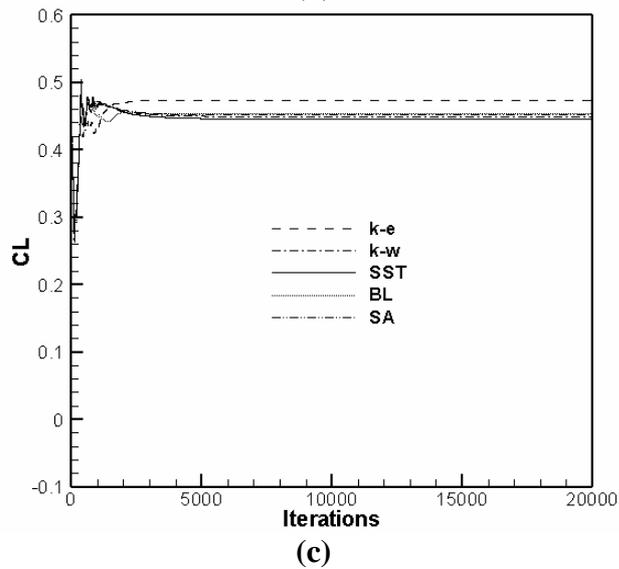
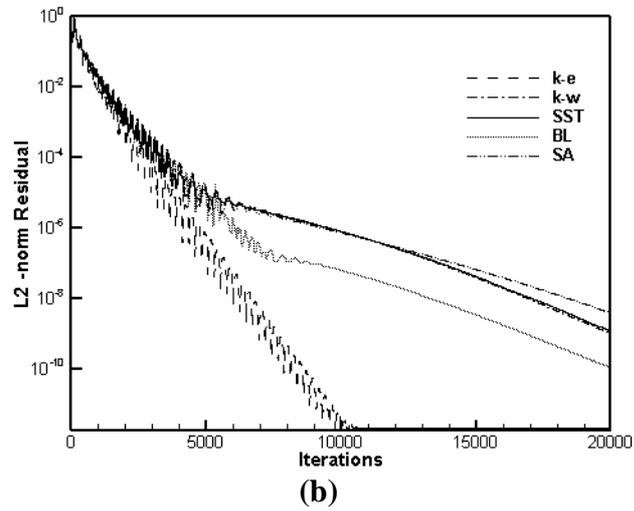
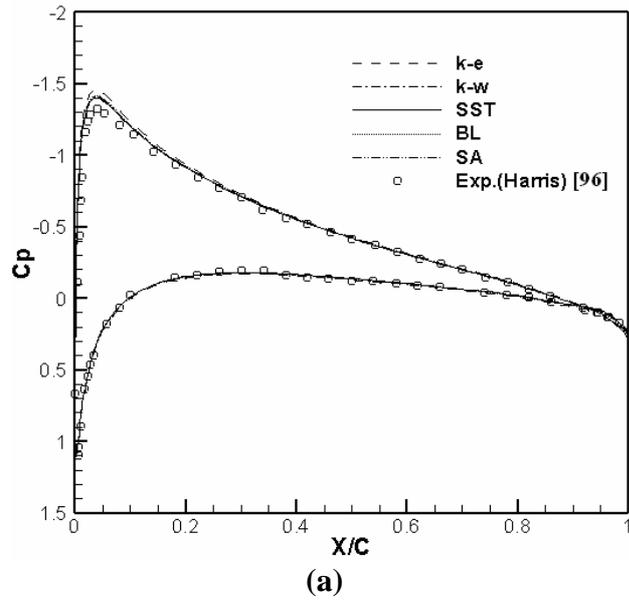
Les résultats expérimentaux issus des mesures effectuées par Harris [96] dans une soufflerie transsonique sont disponibles pour la validation. Sachant que nos calculs sont effectués dans des conditions relatives à l’air ambiant, l’angle d’attaque doit être corrigé, de l’angle géométrique  $\alpha_g$ , qui prend en considération les interférences avec les parois de soufflerie à l’angle d’attaque corrigé  $\alpha_c$ . En utilisant l’expression linéaire d’ajustement d’angle d’attaque établie par Harris ( $\Delta\alpha=\alpha_c-\alpha_g= -1.55 C_L$ ), les valeurs corrigées de l’angle d’incidence sont  $\alpha_c= 3.313^\circ$ ,  $\alpha_c= 8.427^\circ$  et  $\alpha_c= 2.257^\circ$  pour les trois cas tests respectivement et c’est ces valeurs qui sont utilisées dans tous les calculs.

**Cas test 1 :**

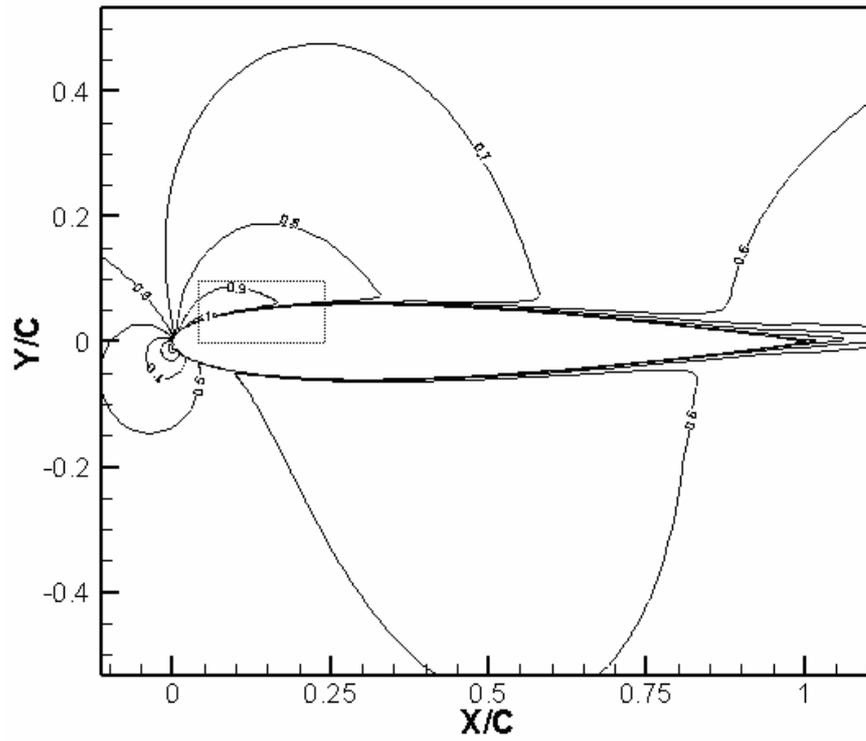
Les premiers résultats sont la distribution de coefficient de pression  $C_p$  (Fig.3.8a) et les valeurs tabulées des coefficients de portance et de traînée (Table 3.4). Dans ce cas, l’écoulement est attaché et légèrement supersonique dans la région de bord d’attaque sur l’extrados (Fig.3.9). Tous les modèles de turbulence donnent des valeurs très similaires, à l’exception de modèle k- $\epsilon$ , qui donne une allure de coefficient  $C_p$  légèrement plus accentuée au bord d’attaque. Cependant, le calcul avec le modèle k- $\epsilon$  converge très rapidement par rapport aux autres modèles. L’historique de convergence de coefficient de portance (Fig.3.8c) montre que tous les modèles convergent après 3000 itérations environs et le résiduel norme L2 diminue de quatre ordres de magnitude (Fig.3.8b).

Coefficient	k- $\epsilon$	k- $\omega$	SST k- $\omega$	BL	SA	Expérience [96]
$C_L$	0.473	0.449	0.446	0.454	0.452	0.443
$C_D$	0.0106	0.0141	0.0138	0.0126	0.0132	0.01

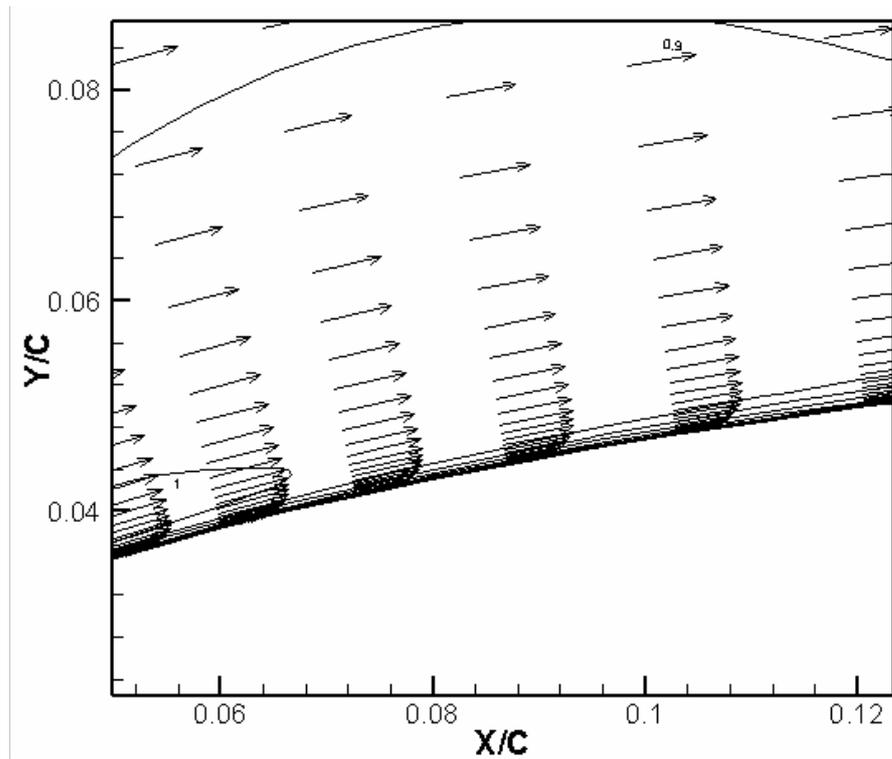
**Table 3.4** Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas 1;  $M_\infty=0.6$ ,  $\alpha_c=3.313^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ )



**Figure 3.8** Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 1,  
 (a) Coefficient de pression, (b) le résiduel L-2, (c) L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.6$ ;  $\alpha_c=3.313^\circ$ ;  $Re_\infty =9.10^6$ )



(a)



(b)

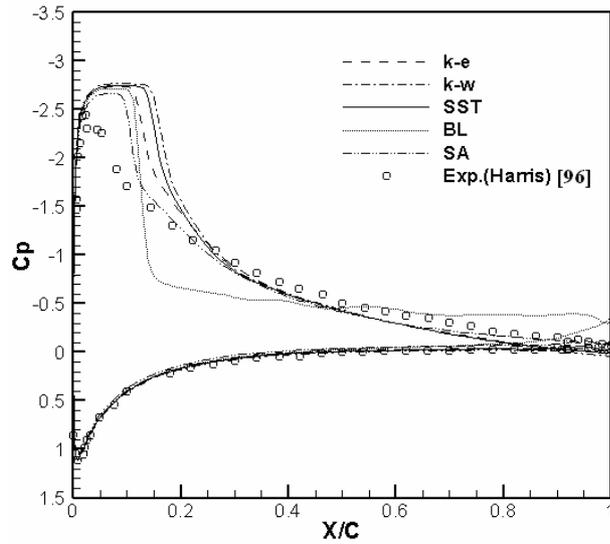
**Figure 3.9** Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 1 (le modèle SST  $k-\omega$ )  
(a) Nombre de Mach (b) Champ de vitesse (Zoom au voisinage de bord d'attaque)

**Cas test 2 :**

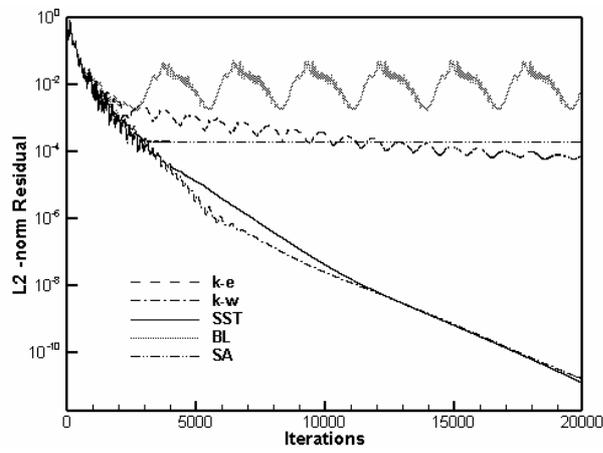
Les résultats concernant ce cas test sont illustrés dans les figures 3.10 et 3.11. Dans ce cas, l'écoulement est détaché au pied de choc et l'angle d'attaque est proche de la valeur de l'angle de portance maximale. Les allures de coefficients de pression  $C_p$  obtenues par les cinq modèles de turbulence sont confrontées avec celle de l'expérience (Fig.3.10a). Tous les modèles de turbulence sont incapables de prédire correctement la position de choc, à l'exception de modèle de Spalart-Allmars, qui donne une prévision assez proche de celle de l'expérimentale. Concernant les coefficients de portance et de traînée (Tab.3.5), les deux modèles  $k-\omega$  et SST prédisent des valeurs de  $C_L$  en très bon accord avec celles de Harris [96], tandis que pour  $C_D$ , tous les modèles donnent des résultats approximatifs comparés aux valeurs expérimentales sauf le modèle de Baldwin-Lomax dans lequel  $C_D$  est surestimé. L'évolution de résiduel L2 et l'historique de convergence de  $C_L$  sont présentées respectivement par les figures 3.10b et 3.10c. Le nombre maximum d'itérations est fixé à 20000 et le résiduel est inférieur à  $10^{-4}$  après 3000 itérations, sauf pour le modèle de Baldwin-Lomax, le calcul ne converge pas et l'évolution de  $C_L$  et L2 devient périodique.

Coefficient	k- $\epsilon$	k- $\omega$	SST k- $\omega$	BL	SA	Expérience [96]
$C_L$	0.873	0.923	0.894	0.801	0.800	0.918
$C_D$	0.0591	0.0594	0.0583	0.0740	0.0589	0.0454

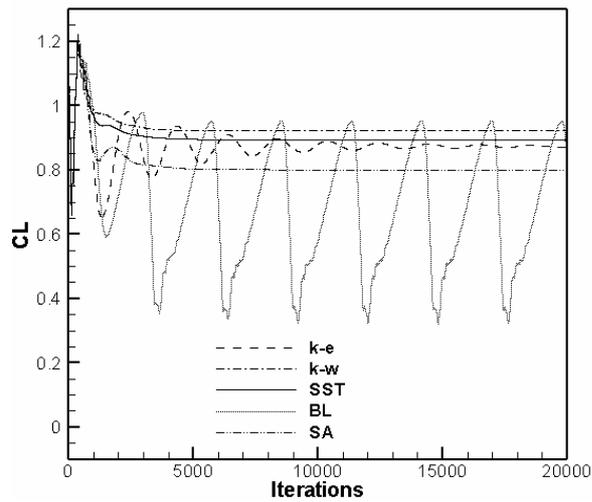
**Table 3.5.** Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas test 2 ;  $M_\infty=0.6$ ,  $\alpha_c=8.427^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ )



(a)



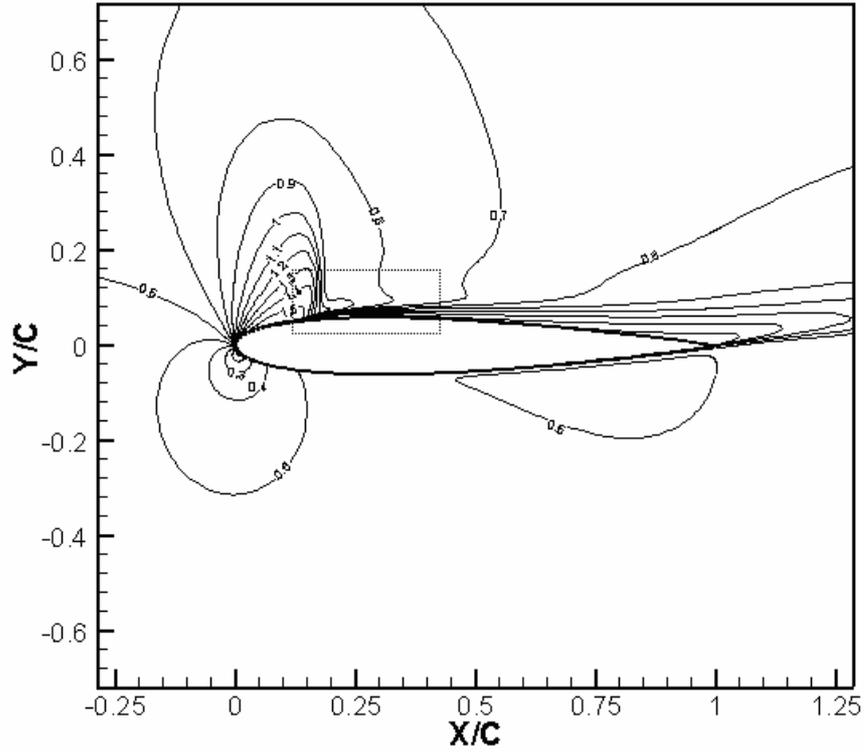
(b)



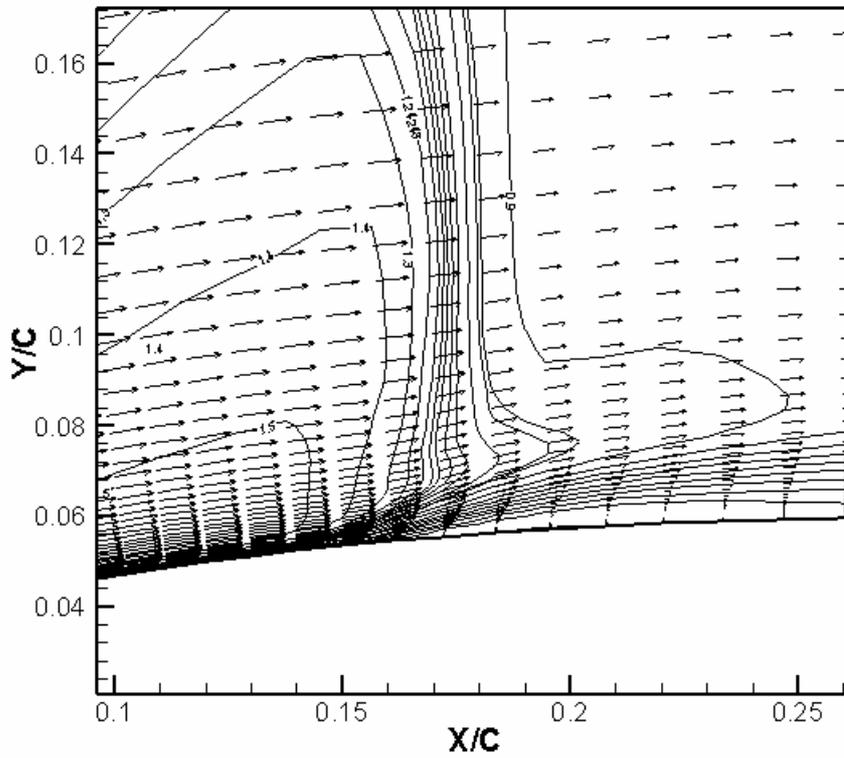
(c)

**Figure 3.10** Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 2,

(a) Coefficient de pression, (b) le résiduel L-2, (c) L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.6$ ;  $\alpha_c=8.427^\circ$ ;  $Re_\infty=9.10^6$ )



(a)



(b)

**Figure 3.11** Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 2 (le modèle SST k- $\omega$ )  
**(a)** Nombre de Mach **(b)** Champ de vitesse (Zoom au pied de choc et dans la zone de décollement en aval du choc)

**Cas test 3 :**

Les figures 3.12 et 3.13 résument les différents résultats obtenus pour ce cas test. Comme on peut le constater un choc fort se manifeste à l'abscisse  $x/c=0.5$  sur l'extrados conduisant à un décollement très intense lors de l'interaction de l'onde de choc avec la couche limite. Dans ce cas, le coefficient de portance dépend fortement de la position prédite de choc et les difficultés de convergence sont fortement couplées avec la modélisation de phénomène de turbulence. Tous les modèles sont incapables de prédire correctement la position de l'onde de choc, ainsi que la pression sur l'intrados de profil d'aile. En général, les coefficients aérodynamiques  $C_L$  et  $C_D$  sont approximativement en bon accord avec ceux de l'expérience, en particulier le coefficient de portance et ça pour tous les modèles de turbulence (Table 3.6).

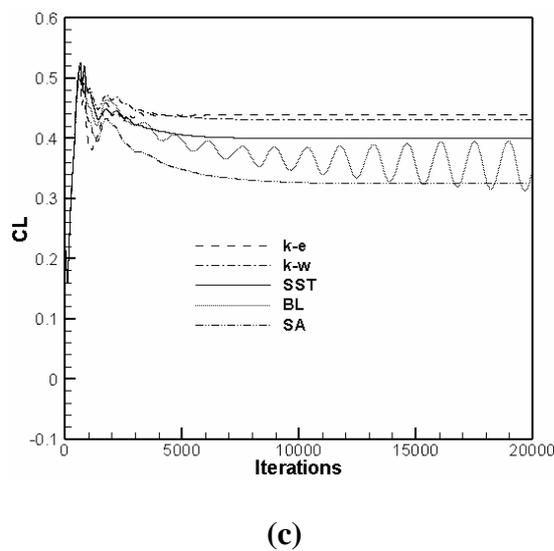
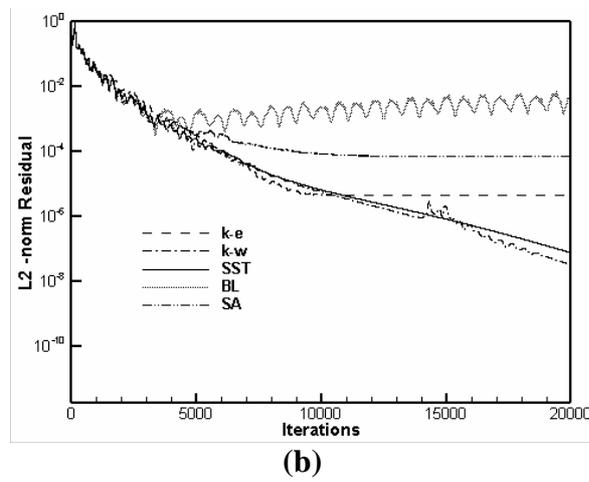
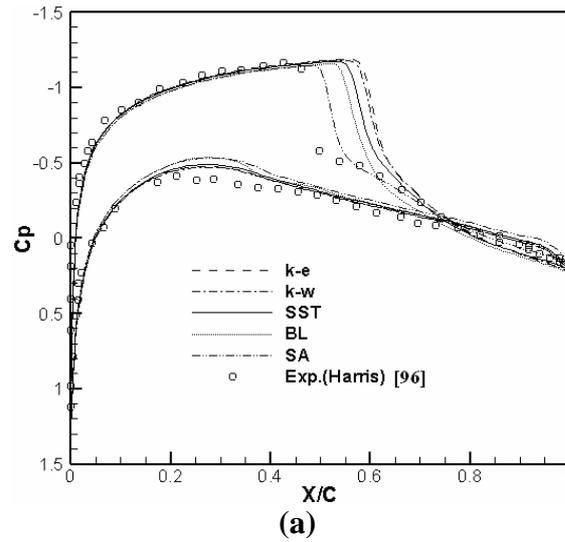
Coefficient	k-ε	k-ω	SST k-ω	BL	SA	Expérience [96]
$C_L$	0.438	0.431	0.399	0.349	0.324	0.390
$C_D$	0.0466	0.0484	0.0461	0.0402	0.0416	0.0332

**Table 3.6.** Comparaison des coefficients aérodynamiques : calculés et mesurés (cas test 3;  $M_\infty=0.799$ ,  $\alpha_c=2.257^\circ$  et  $Re_\infty=9 \cdot 10^6$ )

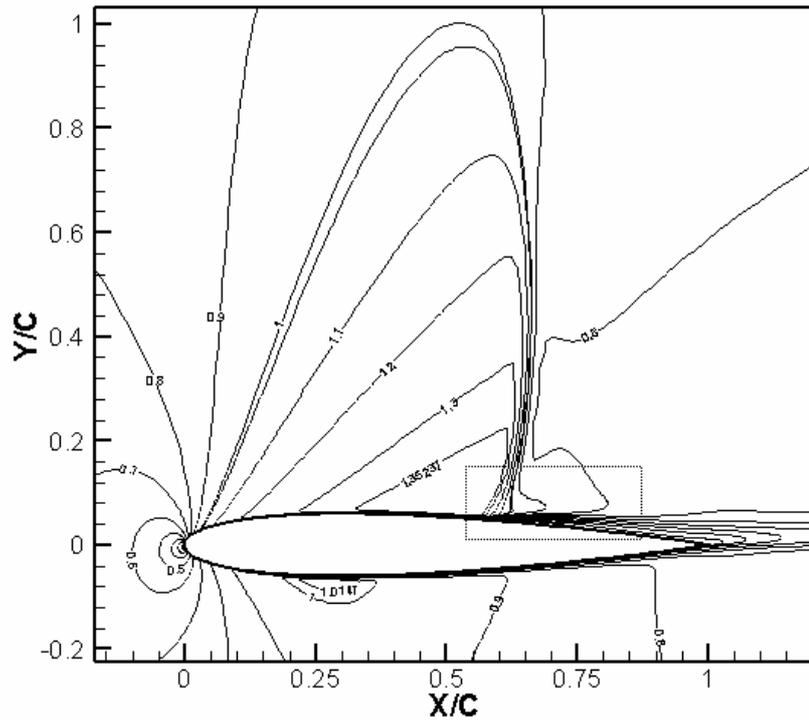
La qualité de la simulation numérique dépend de la précision avec laquelle la couche limite est décrite. Ainsi, une analyse de la qualité de maillage en terme de la hauteur de la sous couche limite  $Y^+$  pour les trois cas tests en utilisant les cinq modèles de turbulence est résumée sur la figure 3.14.

Pour le modèle k-ε utilisant les lois de paroi (Fig.3.14a), on constate que les valeurs de  $Y^+$  sont très proches de 50, à l'exception des régions singulières de bord d'attaque et de bord de fuite. Ce constat est valable pour les trois cas tests, en particulier sur l'intrados du profil d'aile. Cependant, pour les deux derniers cas tests : 2 et 3, la valeur de  $Y^+$  sur l'extrados diminue au dessous de 30 à cause de la forte interaction onde de choc/couche limite conduisant à un décollement de la couche limite.

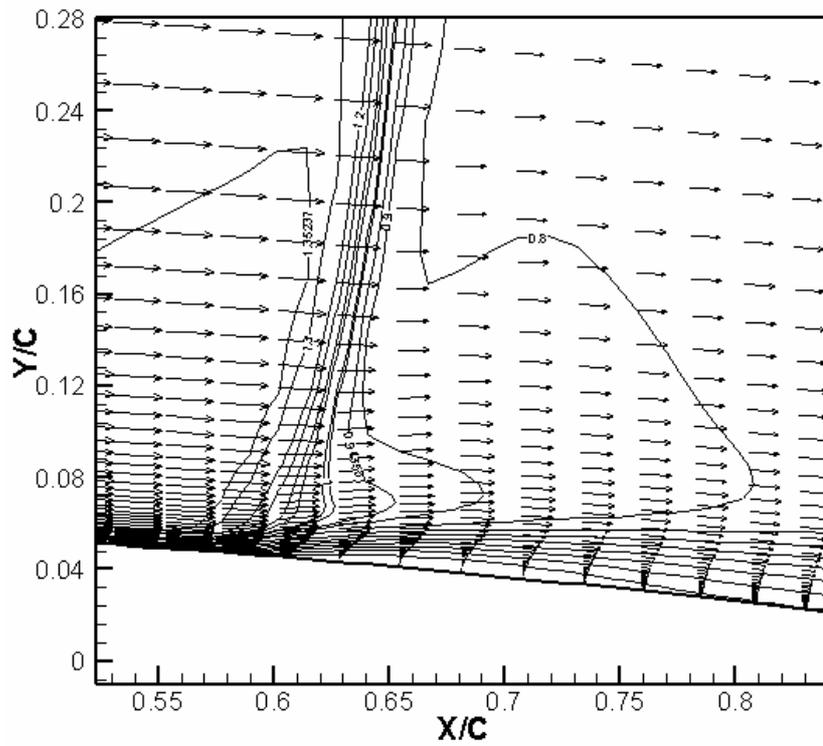
Concernant les quatre modèles de turbulence BL, SA, k-ω et SST qui nécessitent un raffinement de maillage à la paroi et des valeurs de  $Y^+$  proches de l'unité, on remarque que pour les trois cas tests, la valeur de  $Y^+$  est très proche de 1, à l'exception des régions de bord d'attaque et de bord de fuite (Fig.3.14b-Fig.3.14d).



**Figure 3.12** Comparaison des résultats issus de différents modèles de turbulence pour le cas test 3,  
 (a) Coefficient de pression, (b) le résiduel L-2, (c) L'historique de convergence de coefficient de portance ( $M_\infty=0.799$ ;  $\alpha_c=2.257^\circ$ ;  $Re_\infty=9.10^6$ )

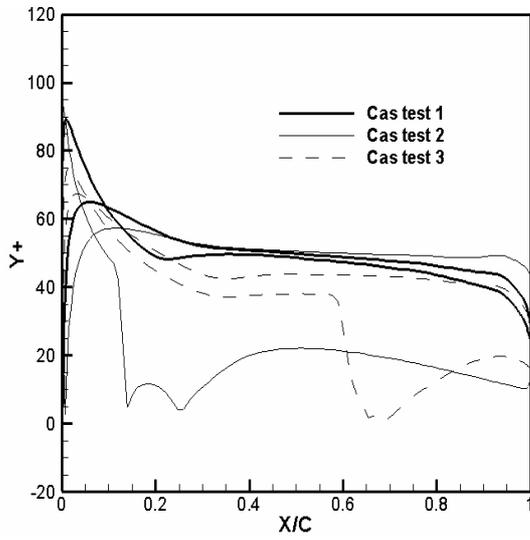


(a)

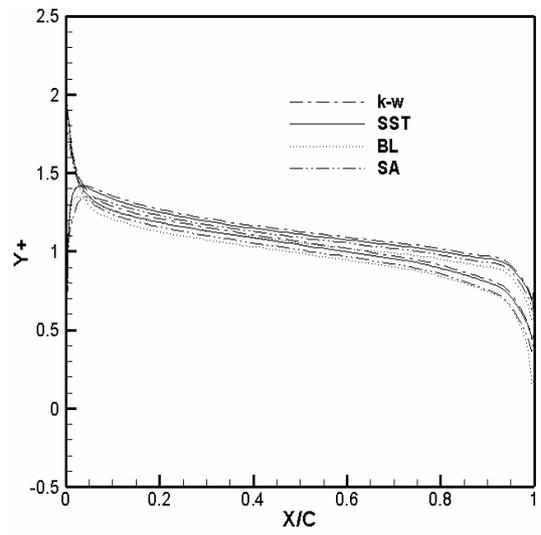


(b)

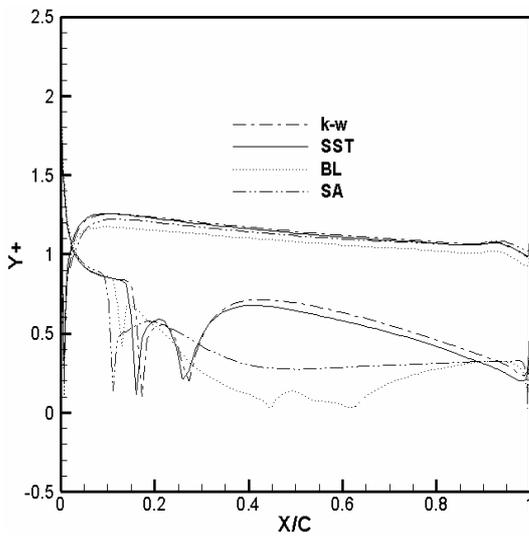
**Figure 3.13** Iso-Mach et le champ de vitesse pour le cas test 3 (le modèle SST  $k-\omega$ )  
**(a)** Nombre de Mach **(b)** Champ de vitesse (Zoom au pied de choc et dans la zone de décollement en aval du choc)



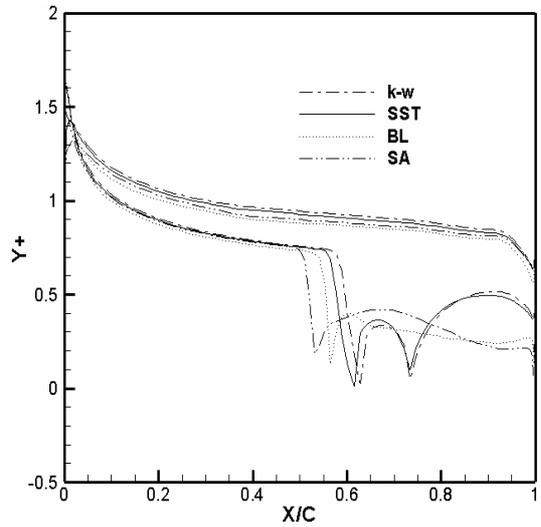
(a)  $k-\epsilon$



(b) Cas test 1



(c) Cas test 2



(d) Cas test 3

**Figure 3.14** La répartition de  $Y^+$  au voisinage de la paroi pour les trois cas tests en utilisant les cinq modèles de turbulence

Afin de tester la robustesse de chaque modèle dans la prédiction du point de décollement dû essentiellement à la forte interaction visqueuse entre l'onde de choc et la couche limite au niveau du pied de choc, le cas test 3 est choisi, ainsi la figure 3.15 montre séparément la répartition de coefficient de frottement sur l'extrados et l'intrados de profil d'aile. Notons que le point de décollement correspond à l'annulation de la contrainte pariétale ( $\tau_p = 0$ , donc  $C_f = 0$ ), où les filets d'air se détachent de la paroi. A l'exception de modèle  $k-\epsilon$ , tous les autres modèles donnent des allures très proches les unes aux autres. Ceci est valable jusqu'à la zone de décollement. Le coefficient de frottement s'annule pour les deux modèles  $k-\omega$  et SST presque dans le même point ; du fait que le modèle SST suit le même comportement que celui de  $k-\omega$  dans les régions proches de paroi. Les deux autres modèles : algébrique de Baldwin-Lomax et le modèle à une équation de transport de Spalart-Allmaras donnent des valeurs de  $C_f$  très proches de zéro, mais non nulles dans la zone de décollement.

Concernant la répartition de coefficient de frottement le long de l'intrados de profil, tous les modèles prédisent des valeurs très similaires, à l'exception de modèle  $k-\epsilon$ . Ce constat peut être expliqué par le fait que ce modèle utilise une approche basée sur des lois empiriques à la paroi qui nécessitent des valeurs de  $Y^+$  un peu élevées (supérieures à 30), donc un maillage non raffiné suffisamment à la paroi.

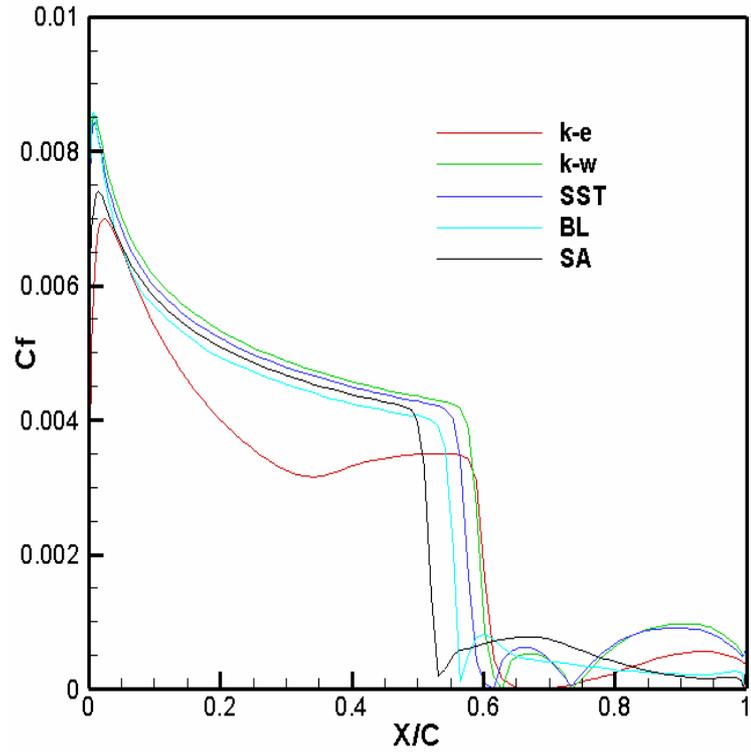
De plus, les profils des vitesses moyennes sont tracés en trois stations pour le cas test 3 ; deux stations le long de l'extrados et une station dans le sillage en aval de bord de fuite. Les profils ne sont pas strictement identifiables à des profils de couche limite car les extractions ne sont pas perpendiculaires à la paroi. La première station est située à  $x/c=0.2$  à partir de bord d'attaque. Les cinq modèles prédisent des allures, généralement très semblables car, l'écoulement reste attaché et les variations des deux vitesses gardent le même signe durant leur évolution dans l'épaisseur et à l'extérieur de la couche limite.

La station 2 située à  $x/c=0.7$  est choisie juste derrière l'onde de choc. Cette dernière en interagissant avec la couche limite induit une forte séparation, qui se traduit par un changement brutal de signe de variation des deux composantes de la vitesse moyenne.

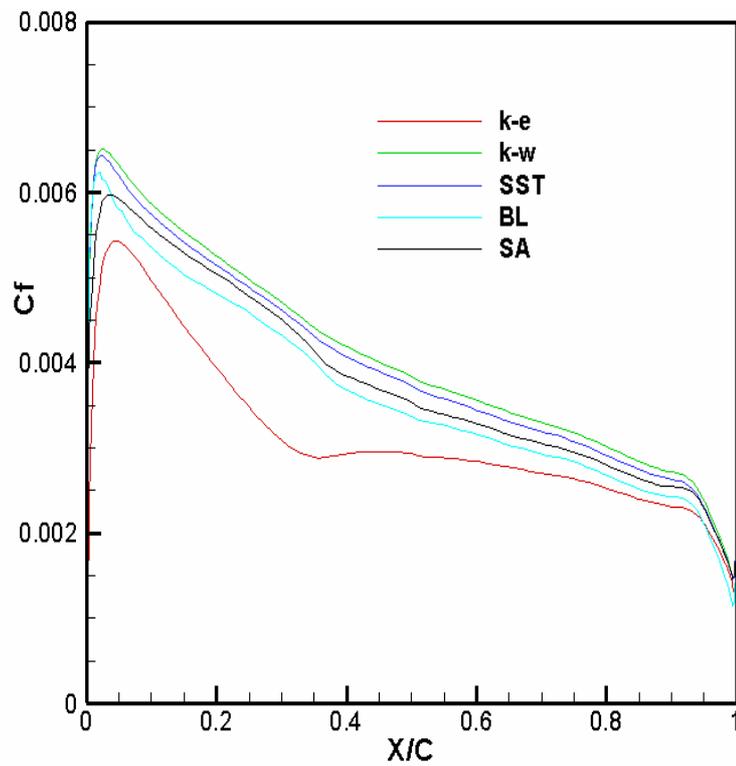
La dernière station est celle correspond au sillage, en aval de bord de fuite (à  $x/c=1.2$ ). Tous les modèles prédisent les mêmes allures des vitesses, en particulier la vitesse longitudinale, à l'exception de modèle BL qui sous-estime la vitesse au niveau de sillage (à  $y/c=0$ ). De plus, l'effet de l'angle d'attaque se traduit par des profils de vitesses non symétriques dans la zone de sillage, derrière le profil d'aile.

### Coefficient de traînée

Afin de mettre en évidence l'effet de nombre de Mach sur le coefficient de traînée en régime transsonique, on a présenté sur la figure 3.17 l'évolution de  $C_D$  en fonction de Mach à l'angle de portance nulle ( $\alpha_c=0$  pour un profil symétrique) et pour un nombre de Reynolds  $Re_\infty=9 \times 10^6$ , en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$ . Cette étude révèle un aspect physique très important qui est la forte augmentation de la traînée dans le régime transsonique. En augmentant le nombre de Mach graduellement, le coefficient de traînée reste relativement constant jusqu'à une valeur critique de nombre de Mach, puis le coefficient  $C_D$  commence à augmenter rapidement et le Mach correspondant est appelé le nombre de Mach de divergence de la traînée  $M_{dd}$  (drag divergence Mach number) et sa valeur est comprise entre 0.76 et 0.78.

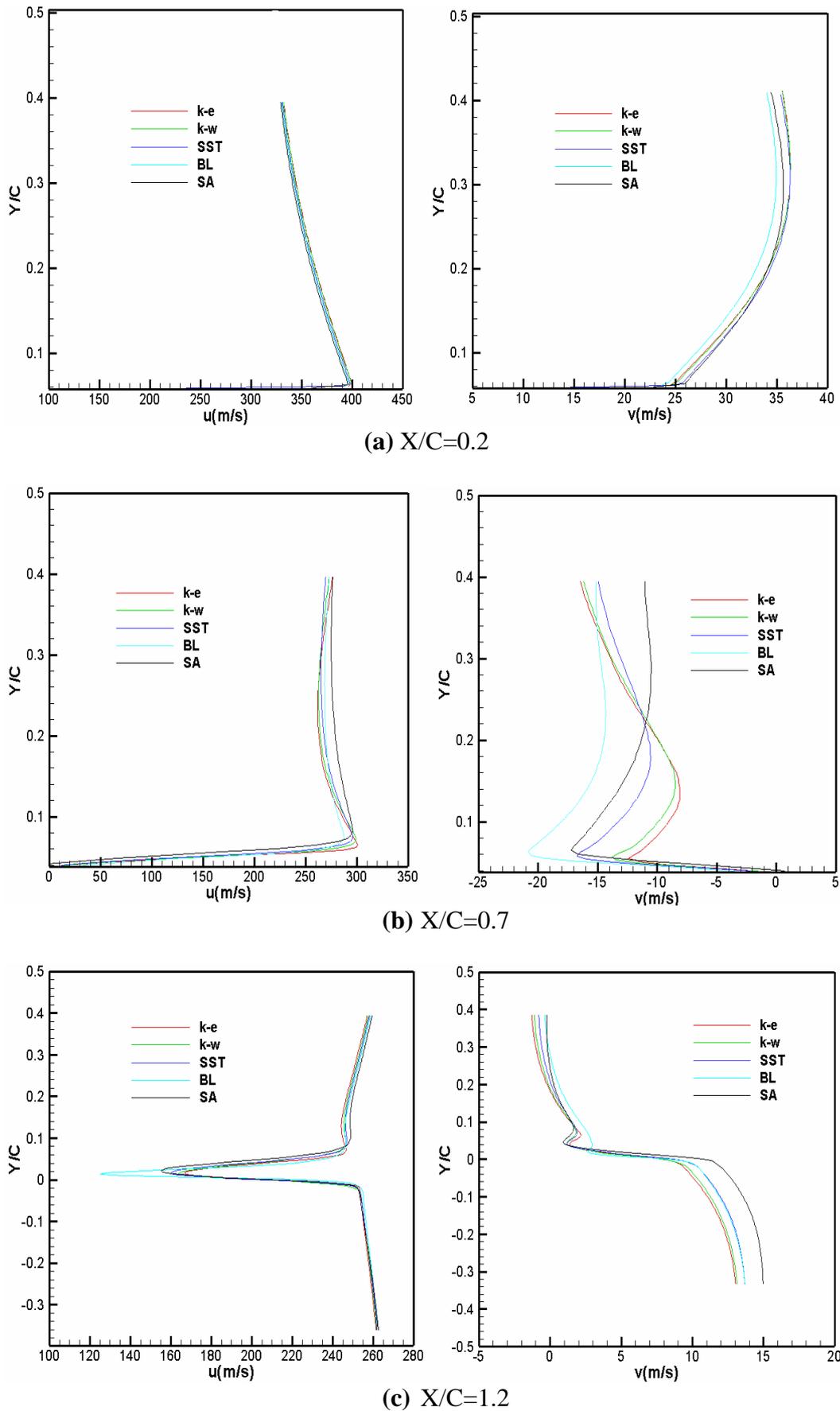


(a) Extrados

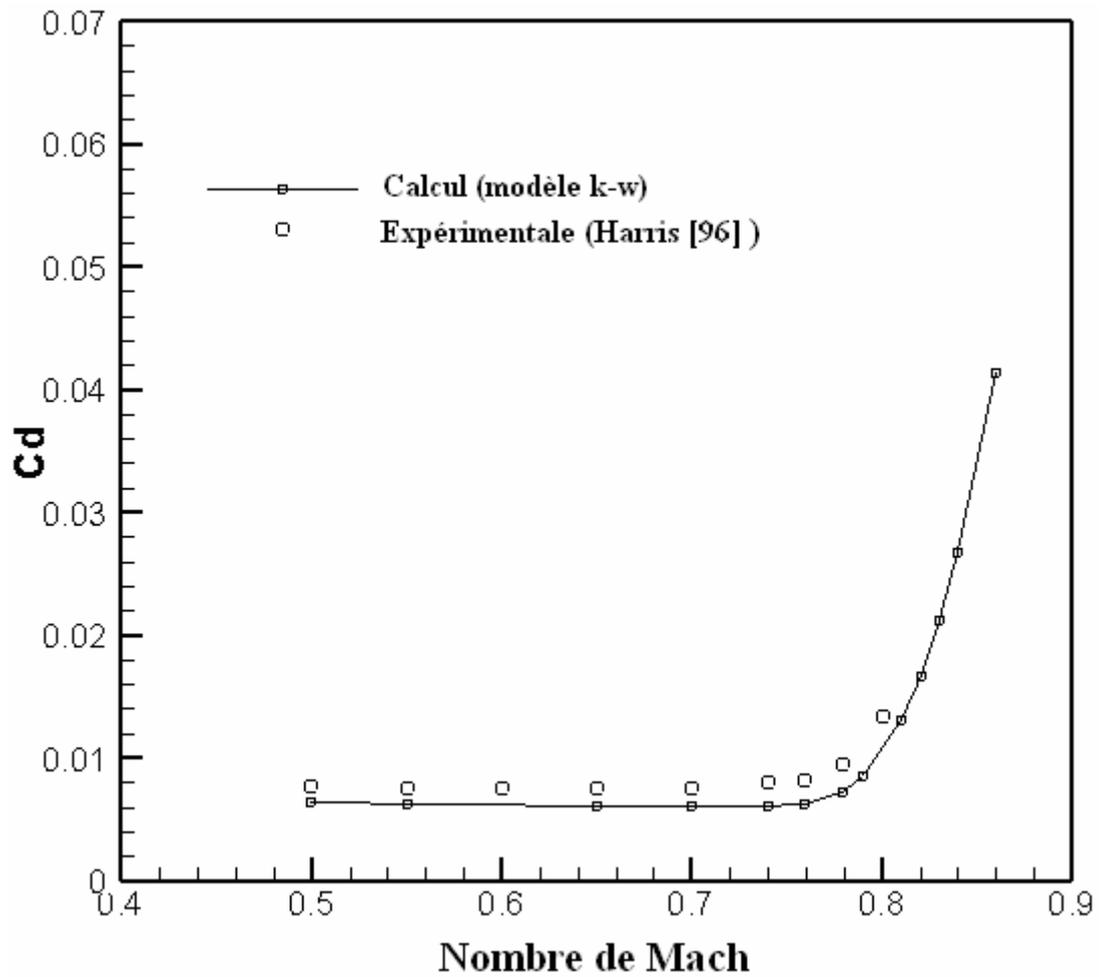


(b) Intrados

Figure 3.15 Coefficient de frottement (cas test 3)



**Figure 3.16** Profils de vitesses moyennes en trois stations pour le cas test 3 ( $X/C=0.2$  et  $0.7$  pour l'extrados et  $X/C=1.2$  au sillage (en aval de bord de fuite))



**Figure 3.17** Variation de coefficient de traînée en fonction de nombre de Mach pour un profil NACA0012 à l'angle de portance nulle (Incidence  $=0^\circ$ ),  $Re_\infty=9.10^6$

### 3.3.2 Calcul Tridimensionnel (l'aile 3D)

Un calcul tridimensionnel 3D a été effectué autour d'une aile 3D ayant comme profil de base le NACA 0012. La géométrie de l'aile est déduite de celle de l'aile ONERA M6 (Fig.3.18), conçue par le département d'aérodynamique de l'ONERA en 1972, afin d'obtenir une base de données expérimentales pour valider les études qu'ont été faites dans le domaine d'écoulements tridimensionnels à haut nombre de Reynolds. Les caractéristiques géométriques de l'aile sont résumées dans la table 3.7 et les longueurs sont adimensionnées par rapport à la corde au plan de symétrie (l'emplanture) (Fig.3.19).

Demi envergure (b/2) (Half-span)	1.4879
Allongement AR (Aspect Ration)	3.81
Effilement TR (Taper Ration)	0.562
L'angle de flèche au bord d'attaque (BA)	30 degrés
L'angle de flèche au bord de fuite (BF)	15.8 degrés

**Table 3.7** Les caractéristiques géométriques de l'aile 3D

Où  $AR = \frac{b^2}{S}$ , (S est la surface en plan de l'aile), et  $TR = \frac{C_2}{C_1}$

$C_1$  et  $C_2$  désignent respectivement la corde de profil au plan de symétrie (l'emplanture) et la corde à l'extrémité de l'aile.

Les frontières du domaine de calcul sont placées suffisamment loin de la surface de l'aile, 10C selon toutes les directions (Fig.3.20a). Dans cette étude, on a tenu en compte que la moitié de l'envergure de l'aile (b/2) afin de réduire considérablement le temps de calcul, ainsi une condition de symétrie est imposée au niveau du plan ( $z=0$ ). Une vue détaillée de maillage en 3D, montrant la répartition des mailles sur l'aile et dans le plan de symétrie est illustrée sur la figure 3.20b.

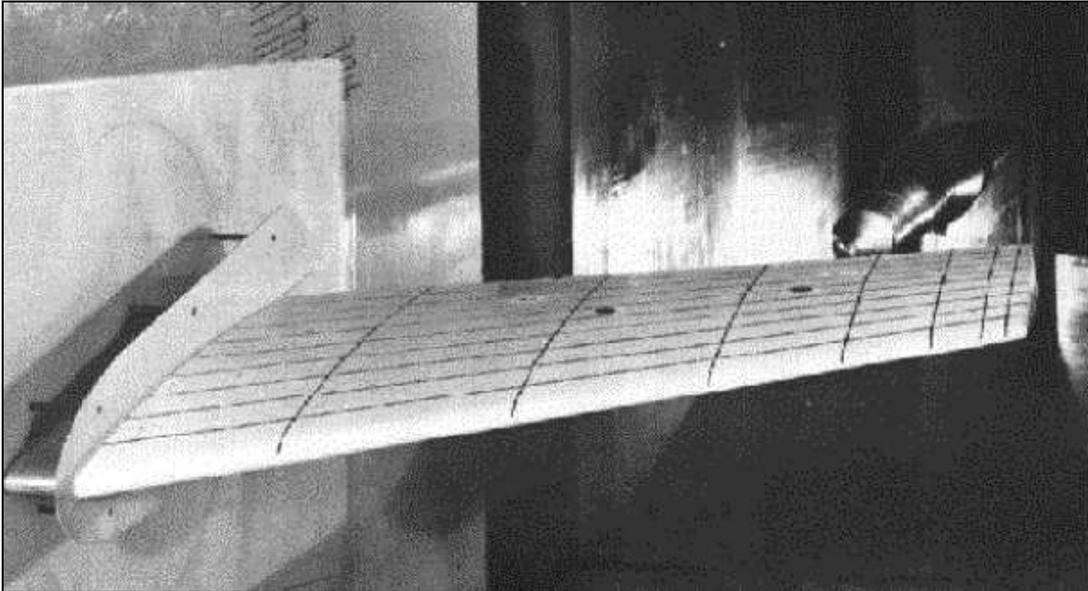


Figure 3.18 L'aile ONERA M6 [120]

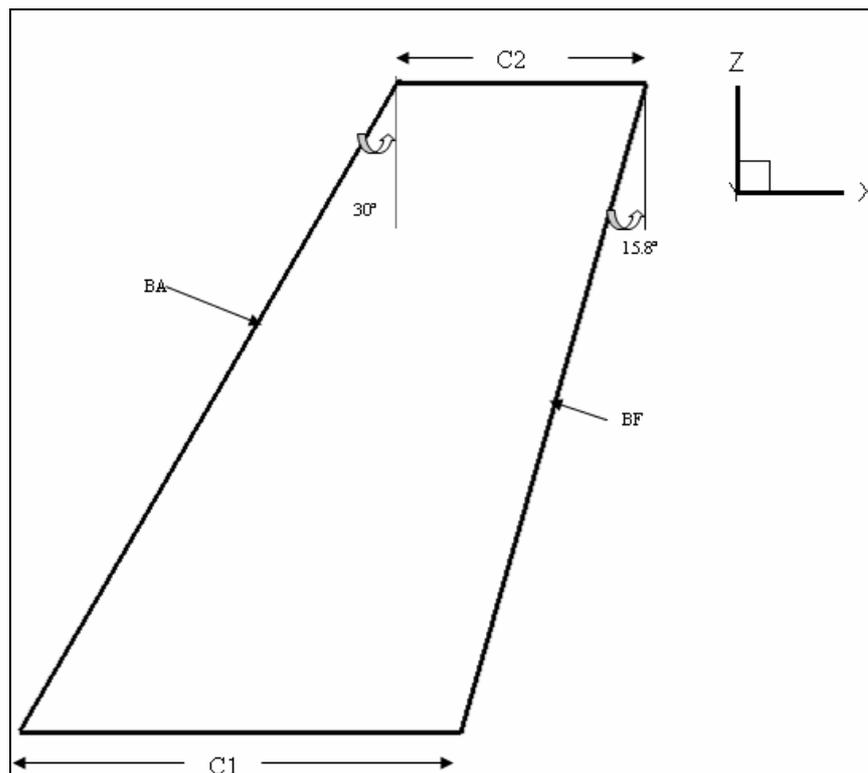
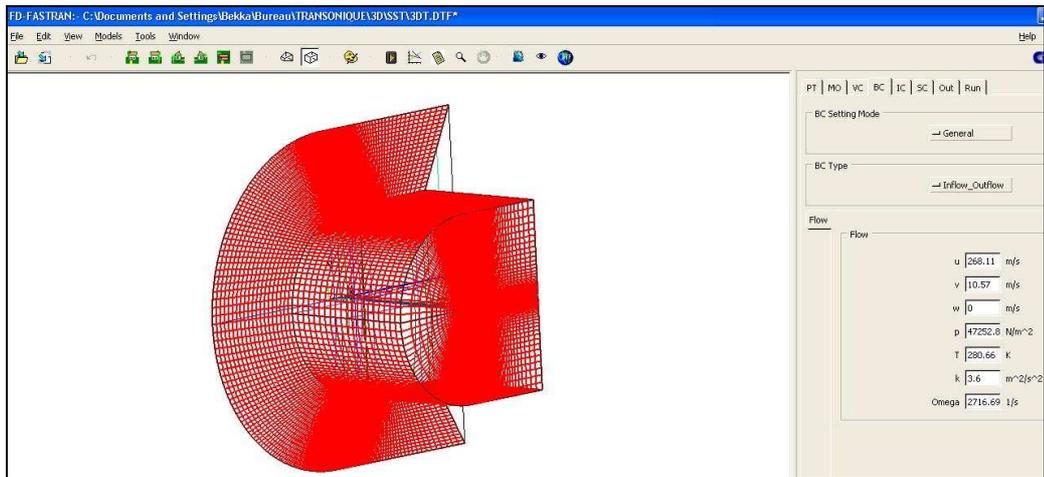
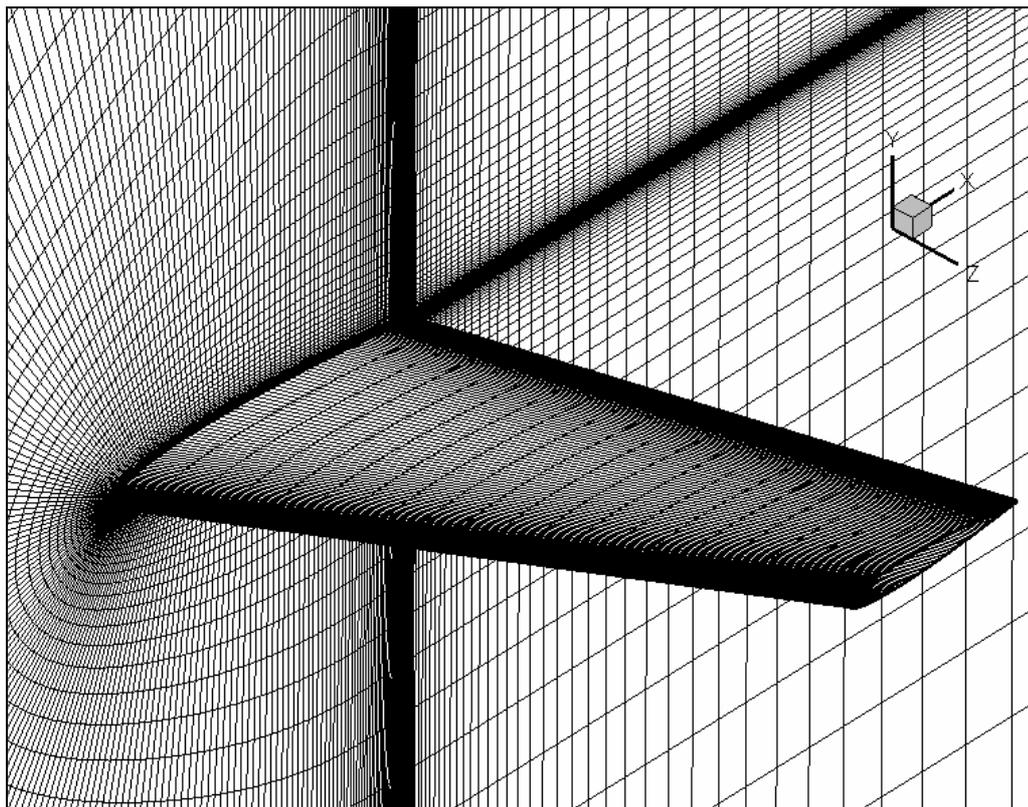


Figure 3.19 La géométrie de l'aile NACA0012 (plan XZ)



(a)

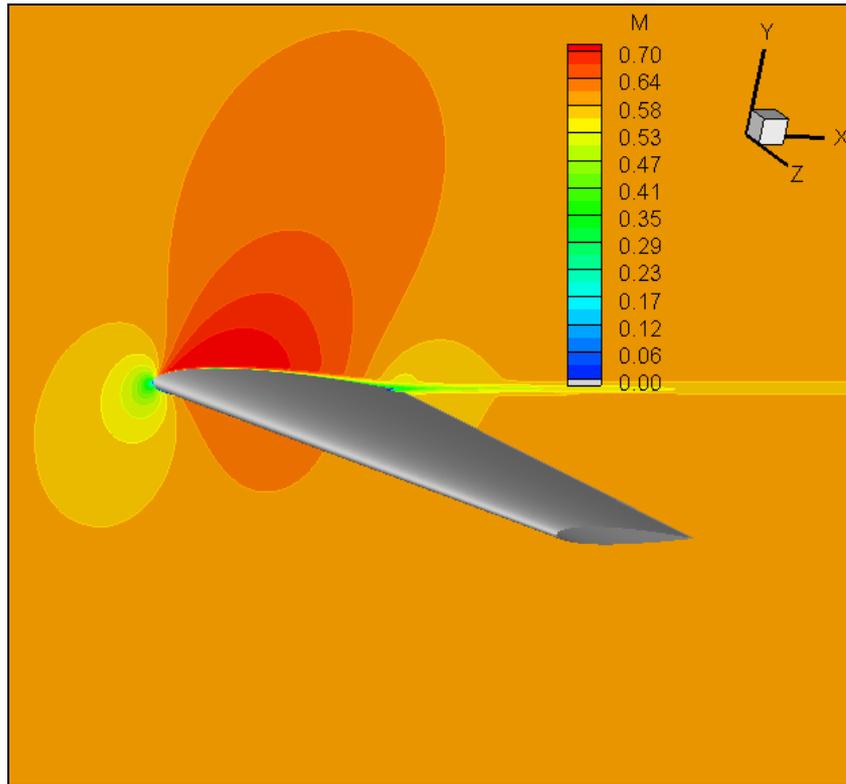


(b)

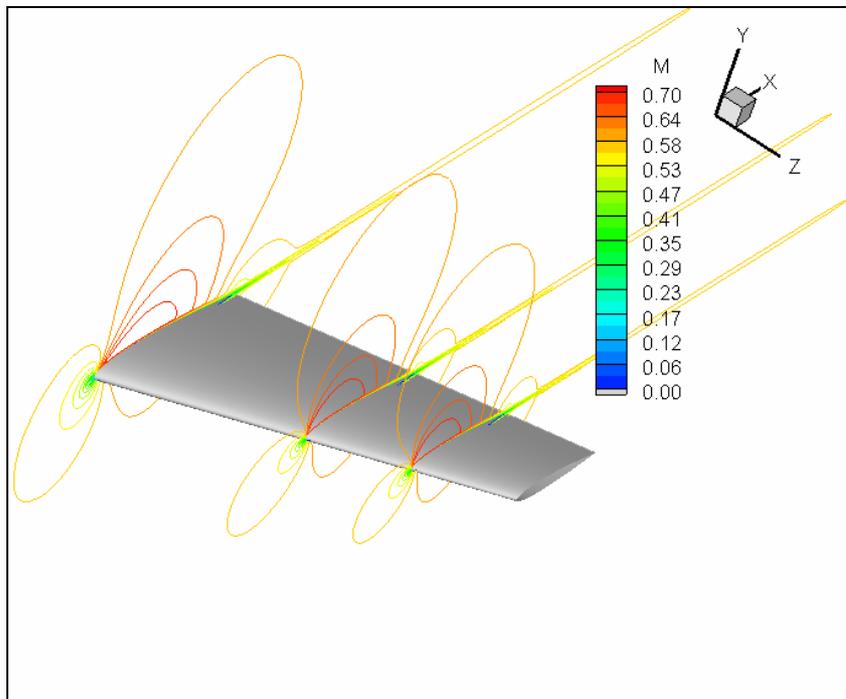
**Figure 3.20** Maillage structuré autour de l'aile 3D NACA0012  
 (a) Les frontières de domaine de calcul, (b) Zoom de maillage sur l'aile et dans le plan de symétrie ( $Z=0$ )

Le maillage est engendré par extrusion en deux étapes de maillage G3 selon l'envergure de l'aile (direction  $z$ ). Nous rappelons ici que le maillage G3 est le maillage optimal utilisé précédemment lors de calcul bidimensionnel. Ainsi, le nombre total des mailles est de 1.3914 million pour simuler seulement la moitié du domaine de calcul délimitant l'aile 3D en régime transsonique et la surface de l'aile est modélisée par 5460 mailles en maillage structuré. Dans cette étude, nous avons repris les deux cas tests 1 et 3 de la simulation 2D. Comme on a vu précédemment, l'écoulement est faiblement transsonique et sans décollement pour le cas test 1, tandis que pour le cas test 3, les conditions de l'écoulement favorisent l'apparition d'une onde de choc forte, en interagissant avec la couche limite induit une zone de décollement massif.

Pour le cas test 1, la figure 3.21 montre la distribution de nombre de Mach au plan de symétrie et aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile. Les résultats obtenus en utilisant le modèle de turbulence SST montre que l'écoulement est faiblement transsonique et aucune onde de choc se manifeste sur l'extrados de l'aile. Ceci est confirmé en traçant les cartes de répartition de coefficient de pression  $C_p$  sur les surfaces de l'aile : inférieure et supérieure, ainsi que les courbes monodimensionnelles de  $C_p$  en différentes stations le long de l'envergure de l'aile (Fig.3.22 et Fig.3.23). Les cinq modèles de turbulence testés produisent en général, les mêmes allures.



(a) Iso-Mach dans le plan de symétrie de l'aile



(b) Iso-Mach dans différentes stations le long de l'envergure de l'aile : plan de symétrie,  $z/b=0.5$  et  $z/b=0.75$

**Figure 3. 21** Iso-Mach pour le cas test 1 , en 3D( $M_\infty=0.6$ ;  $\alpha_c=3.313^\circ$ ;  $Re_\infty=9.10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ )



(a)  $k-\epsilon$



(b)  $k-\omega$



(c) SST

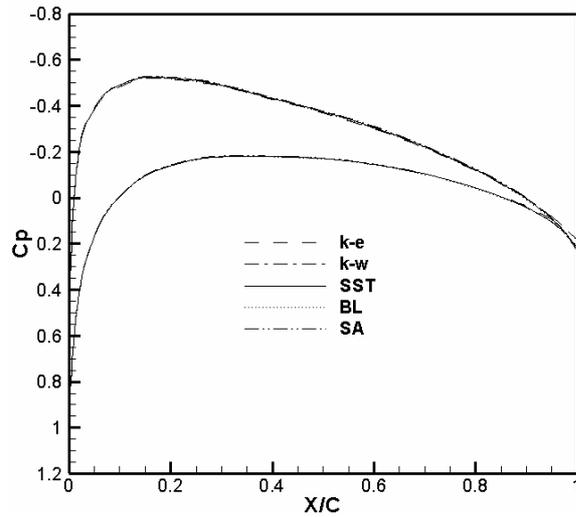


(d) BL

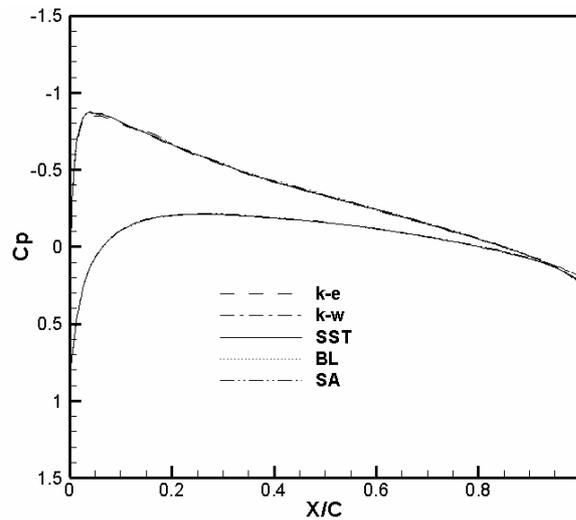


(e) SA

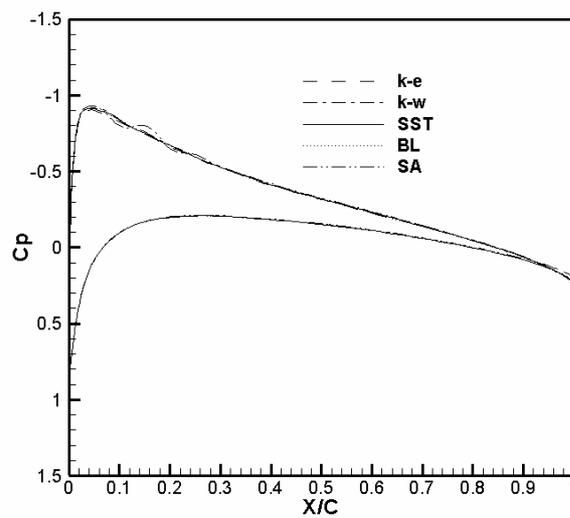
Figure 3.22 Répartition de coefficient de pression  $C_p$  pour le cas test 1  
L'intrados (à gauche), l'extrados (à droite)



(a) Plan de symétrie ( $z=0$ )



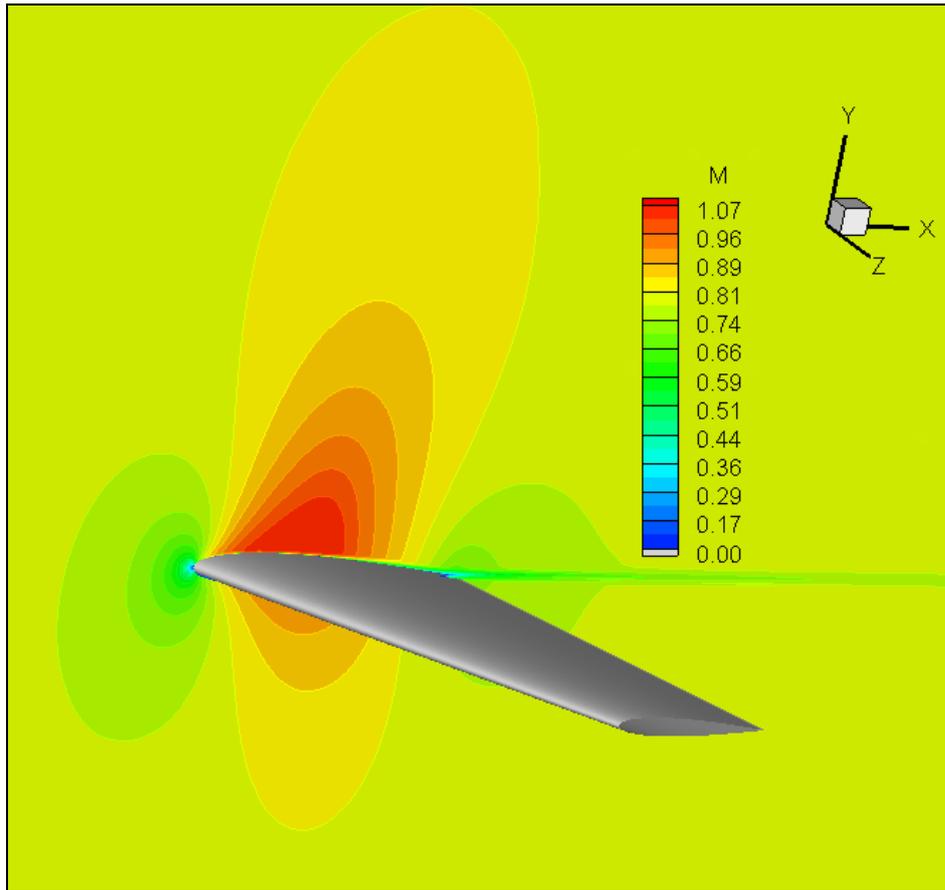
(b)  $z/b=0.5$



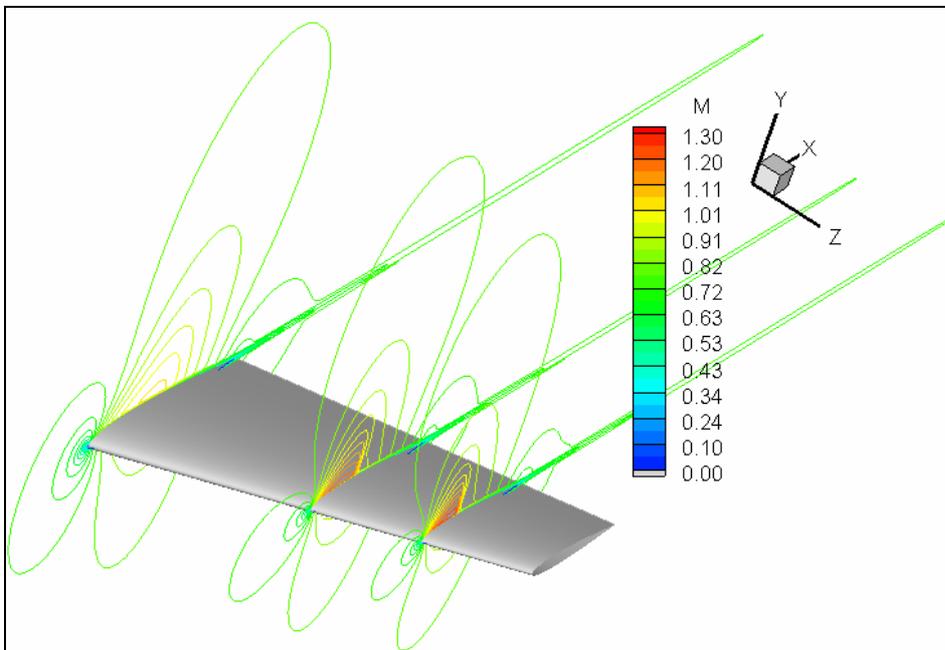
(c)  $z/b=0.75$

**Figure 3.23** La distribution de coefficient de pression  $C_p$  aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile (cas test 1)

Pour le cas test 3, les observations constatées précédemment lors de calcul bidimensionnel sont confirmées en calcul 3D. On constate la présence d'une onde de choc le long de l'extrados de l'aile (Fig.3.24-Fig.3.26). Les résultats obtenus par les cinq modèles de turbulence sont comparés à ceux issus d'un calcul non visqueux (Euler). Tous les modèles prédisent l'onde de choc, avec presque de la même intensité et dans le même endroit, en général. Cependant, le calcul Euler prédit le choc un peu très en retard par rapport au calcul Navier-Stokes (visqueux et turbulent). La distribution de coefficient de pression aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile montre que le de choc devient de plus en plus intense en s'éloignant de l'emplanture. Pour les trois stations, on remarque que le modèle  $k-\omega$  prédit l'onde de choc, un peu en avance par rapport aux autres modèles. Tandis que, pour le modèle de Baldwin-Lomax, l'abscisse de l'onde de choc est prédite un peu en retard. Finalement, il faut noter que malheureusement on ne dispose pas des résultats expérimentaux pour l'aile NACA0012 en 3D afin de valider les résultats numériques obtenus. Cependant, cette étude nous a permis de confirmer la phénoménologie de l'écoulement transsonique turbulent vue précédemment lors de calcul bidimensionnel.



(a) Iso-Mach dans le plan de symétrie de l'aile



(b) Iso-Mach dans différentes stations le long de l'envergure de l'aile : plan de symétrie,  $z/b=0.5$  et  $z/b=0.75$

**Figure 3.24** Iso-Mach pour le cas test 3 ( $M_\infty=0.799$ ;  $\alpha_c=2.257^\circ$ ;  $Re_\infty = 9.10^6$ , le modèle SST k- $\omega$ )

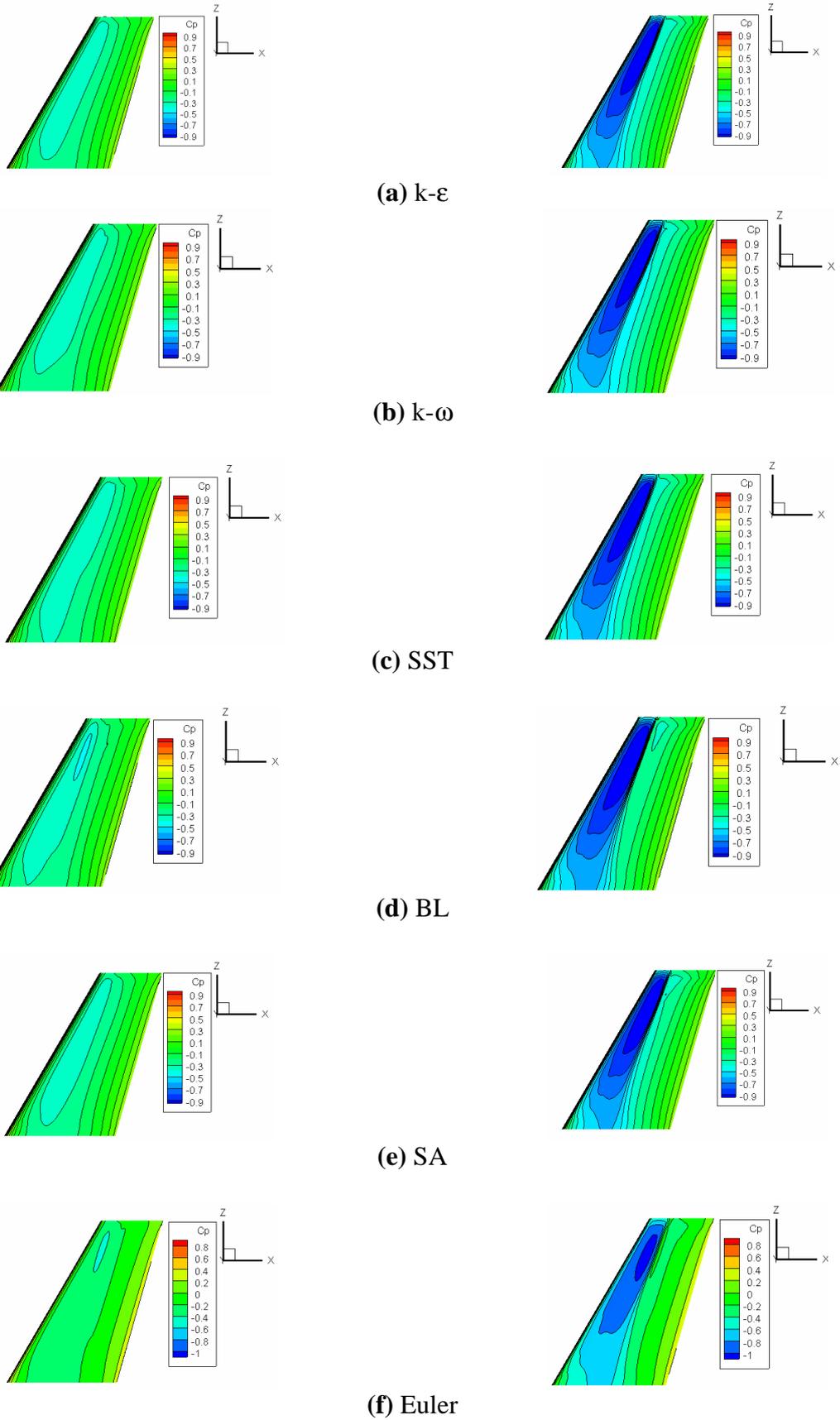
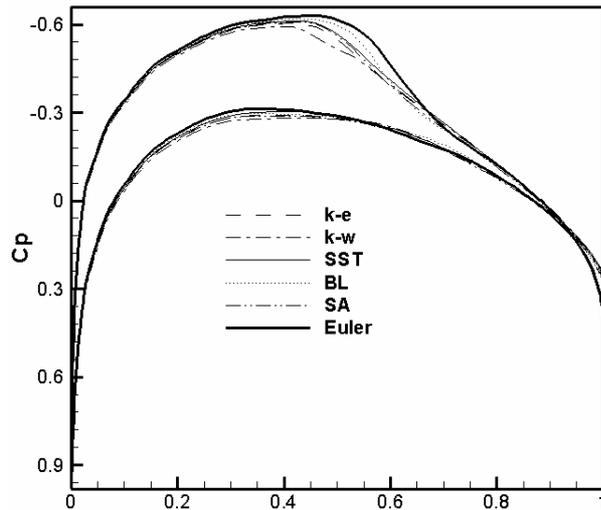
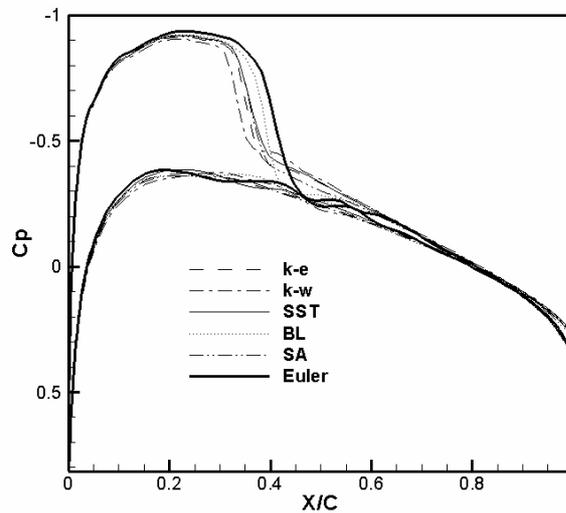


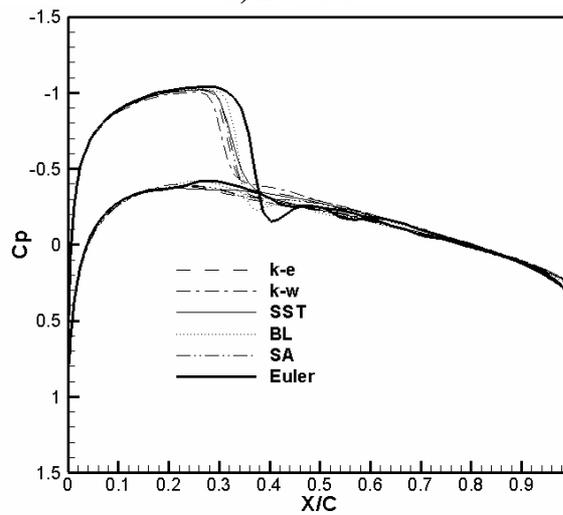
Figure 3. 25 Répartition de coefficient de pression  $C_p$  pour le cas test 3  
L'intrados (à gauche), l'extrados (à droite)



(a) Plan de symétrie ( $z=0$ )



b)  $z/b=0.5$



(c)  $z/b=0.75$

**Figure 3.26** La distribution de coefficient de pression  $C_p$  aux différentes stations le long de l'envergure de l'aile (cas test 3)

## Chapitre 4

# Etude de l'effet thermique sur les performances aérodynamiques des microdrones

### 4.1 Introduction

Dans le passé, en terme de recherche, peu d'attention a été focalisée sur l'aérodynamique des profils d'ailes et des voilures à bas nombres de Reynolds  $10^4 < Re < 10^5$  (Fig.4.1). La prédominance des recherches sur les profils d'ailes à des nombres de Reynolds élevés a été motivée par leurs applications dans le domaine commercial et militaire. Cependant, un intérêt croissant pour les applications civiles et militaires a passé la recherche dans l'aérodynamique des véhicules volant à bas nombre de Reynolds du domaine académique à la concrétisation pratique. Les applications sont nombreuses, incluant les turbo-propulseurs, les planeurs, les éoliennes, les drones et les microdrones MAV (Micro-Air-Vehicles). Au cours des ces dernières années, il y a eu des efforts concertés pour développer des microdrones en raison de leurs nombreux domaines d'application et aussi vu leur faible coût de production par rapport aux drones. Ce type d'avions est capable d'accomplir des missions diverses, y compris la reconnaissance et la surveillance aérienne, la logistique, contrôle de trafic et feux de forêts, inspection des ouvrages d'art et même élaboration des cartographies de champs de mines anti-personnels. Dans la littérature spécialisée, la recherche sur les micro-drones se subdivise en trois grandes classes : des microdrones à voilures fixes, à voilures tournantes et à voilures battantes. Chacune des ces classes a ses propres avantages et inconvénients [97, 98]. Les MAV sont conçus pour répondre à un certain nombre d'exigences et d'objectifs : vitesse de vol allant de 20 à 65 km/h, une masse totale, d'environ 100 g (Fig.4.1), un rayon d'action de 10 km, une envergure maximale de 15 cm, un allongement inférieur à 2 et une autonomie de 30 minutes et même 60 minutes pour des missions spéciales.

L'aérodynamique des microdrones se heurte à des phénomènes physiques très délicats liés à la géométrie et aux dimensions particulières de ce type d'avions et au régime d'écoulement caractérisé par des faibles nombres de Reynolds. La valeur faible d'allongement (Fig.4.2) favorise l'apparition d'un écoulement tridimensionnel conduisant à des angles de décrochage très élevés, ainsi que, à la non linéarité de coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque. Aussi, le faible nombre de Reynolds caractérisant le régime de vol de ces avions conduit à des effets visqueux très intenses, tels que le phénomène de décollement/recollement qui augmente considérablement la traînée, et par conséquent, à la diminution de la plage de fonctionnement. Le phénomène de transition du régime laminaire au turbulent dans la couche limite décollée est aussi possible. Ces contraintes représentent un grand challenge, non seulement pour la simulation numérique, mais aussi pour l'expérimentation, car les forces aérodynamiques sont relativement petites à des faibles angles d'attaque. Ce qui nécessite des outils de mesure très sensibles aux petites variations et avec une grande précision. Par conséquent, il est très important de déterminer une configuration géométrique optimale pour les profils d'ailes et les voilures et aussi de développer des technologies visant à améliorer les performances aérodynamiques d'un microdrone afin de le rendre davantage efficace, contrôlable et stable en vol.

De nombreux aspects des microdrones et leurs caractéristiques liées aux faibles nombres de Reynolds sont étudiés et publiés dans les références [99-104]. Récemment, et dans le but d'étudier ces caractéristiques, Torres et Mueller [105] ont mené une étude expérimentale à des faibles nombres de Reynolds de  $7 \times 10^4$  à  $2 \times 10^5$  sur des ailes, ayant la forme d'une plaque plane rectangulaire et des faibles allongements de 0.5 à 2. DeLuca et al. [106] ont étudié expérimentalement les propriétés aérodynamiques des ailes flexibles et rigides équipant les microdrones. Les mesures ont indiqué que l'augmentation de la flexibilité des ailes permet de retarder le décrochage et augmente la valeur maximale de finesse  $L/D$ , approximativement de 20 à 30 % pour des valeurs de vitesse allant de 32 à 80 km/h.

Les performances aérodynamiques des ailes de faible allongement à bas nombres de Reynolds  $3 \times 10^4 < Re < 9 \times 10^4$  ont été le sujet des travaux expérimentaux réalisés par Sathye et al. [107] en utilisant une aile rectangulaire NACA0012 d'allongement  $AR=1$ . Il a été constaté qu'une augmentation considérable de la traînée induite était observée pour des nombres de Reynolds inférieurs à  $5 \times 10^4$ . Schoder et Baeder [108] ont mené une simulation

numérique d'écoulement en 2D et en 3D à bas nombre de Reynolds autour des profils minces et cambrés, couramment utilisés dans la construction des microdrones. Les résultats numériques sont obtenus en utilisant deux codes de calcul OVERFLOW et TURNS, puis sont confrontés avec ceux de l'expérimentale pour des ailes et des profils d'ailes type Eppler 387 et Mueller. Null et Shkarayer [109] ont examiné expérimentalement l'effet de cambrure sur les performances aérodynamiques pour les ailes adaptatives des microdrones, en utilisant quatre modèles géométriques selon la valeur de la cambrure 3%, 6%, 9% et 12%. Ces modèles ont été testés dans une soufflerie à basse vitesse avec des angles d'attaque allant de 0° à 35° et pour des vitesses de 5, 7.5 et 10 m/s correspondent, respectivement aux nombres de Reynolds basés sur la corde moyenne de  $5 \times 10^4$ ,  $7 \times 10^4$  et  $1 \times 10^5$ . Les résultats montrent que une cambrure de 3 % serait le meilleur choix pour des vitesses élevées car il permet d'atteindre des valeurs élevées de coefficient de portance et de finesse (L/D), tandis que les cambrures de 6% et 9% donnent des finesesses élevées aux faibles vitesses de vol. Afin d'étudier les phénomènes complexes des écoulements tridimensionnels autour des ailes à faible allongement et à bas nombre de Reynolds tels que : le phénomène de décollement/recollement, la transition laminaire-turbulent et l'interaction mutuelle entre ces phénomènes, Cosyn et Vierendeels [110] ont procédé à une simulation numérique en utilisant un code commercial (CFD), conjointement avec la méthode de bande (Strip Method). Les calculs ont été effectués pour un écoulement à un nombre de Reynolds  $Re=1 \times 10^5$  autour des ailes rectangulaires d'allongement variant entre 0.5 et 2. Elimelech et al. [111] ont étudié l'écoulement autour des profils d'ailes type NACA009 et Eppler 61 aux faibles nombres de Reynolds allant de  $5 \times 10^3$  à  $6 \times 10^4$ , en utilisant les techniques de visualisation et la résolution numérique des équations de Navier-Stokes gouvernant le problème bidimensionnel, incompressible et laminaire. Cette étude a met en évidence trois plages d'angle d'attaque dans les quelles la transition se manifeste du régime purement laminaire à un régime partiellement turbulent.

Dans le but d'améliorer les performances aérodynamiques des voilures fixes équipant les microdrones, Moshetta et Thipyopas [112, 113] ont comparé les caractéristiques de deux configurations d'ailes : monoplane et biplane en utilisant à la fois l'expérimentation dans une soufflerie subsonique à faible vitesse et la simulation numérique en tenant compte des effets visqueux. Les résultats obtenus indiquent que les configurations biplane peuvent améliorer considérablement l'efficacité aérodynamique comparativement aux configurations classiques: monoplane. Une étude expérimentale a été effectuée par Albartani et al. [114] dans le but

d'évaluer les caractéristiques aérodynamiques et mécaniques des microdrones à ailes flexibles. Dans cette étude, des interactions non linéaires d'ordre élevé entre les coefficients de portance, de traînée et tangage avec la variable indépendante (l'angle d'attaque) ont été confirmées. Afin de mettre en évidence la violation de la condition de Kutta aux faibles nombres de Reynolds, Yonemoto et al. [115] ont simulé numériquement l'écoulement autour de profil NACA0012 en résolvant les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles. Ainsi, les résultats obtenus montrent une pente négative à l'angle d'attaque  $\alpha=0^\circ$  de la courbe  $C_L(\alpha)$  pour des nombres de Reynolds allant de  $3 \times 10^4$  à  $7 \times 10^4$  et les caractéristiques aérodynamiques sont différentes à celles trouvées sous la condition de Kutta.

Etant donné les limitations et la dégradation des performances aérodynamiques pour les profils d'ailes à micro-échelle en raison de leur faible nombre de Reynolds, comparativement à ceux d'échelle complète, c'est dans ce contexte que se situe ce chapitre. L'objectif est de mettre en évidence une nouvelle technique permettant d'améliorer les caractéristiques aérodynamiques de MAV ; l'augmentation de la portance et de finesse ( $L/D$ ) et la réduction de la traînée. Pour atteindre ce but, il faut diminuer et augmenter la pression, respectivement sur l'extrados et l'intrados de profil d'aile ou de l'aile. Ceci est accompagné par l'accélération et la décélération des filets d'air, respectivement sur la surface supérieure et inférieure, en particulier dans la région de bord d'attaque. Comme la pression est proportionnelle à la température via l'équation d'état des gaz parfaits, l'idée de base est d'introduire l'effet thermique par diminution et augmentation de la température respectivement, sur l'extrados et l'intrados : refroidissement et échauffement. Cette technique a été proposée initialement par Kim et al. [116] qu'ont étudié expérimentalement l'écoulement avec effet thermique autour d'un profil NACA0012 de corde 0.0381m (Fig.4.3). Les tests expérimentaux ont été déroulés à une température ambiante  $T=297$  K, un nombre de Mach de 0.018 et un nombre de Reynolds de  $1.67 \times 10^4$ .

Sachant que le nombre de Reynolds est faible, le caractère laminaire est prédominant. Cependant, l'introduction des modèles de turbulence (modèles à bas nombre de Reynolds) peut stabiliser les calculs et faciliter la convergence et même de donner des valeurs des coefficients aérodynamiques, en particulier le coefficient de portance très proches de celles de l'expérience. Pour cette raison, le présent chapitre porte sur l'évaluation et la validation des résultats numériques issus de calcul laminaire et de quatre modèles de turbulence (Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras,  $k-\omega$  et SST) avec et sans effet thermique. Le cinquième modèle de

turbulence à deux équations k-ε avec des lois de paroi dont il dispose le code commercial CFD-FASTRAN [75] n'est pas utilisé dans cette étude, car lors de développement de ce modèle par Jones et Launder [46], il a été supposé que l'écoulement est complètement turbulent et le nombre de Reynolds est très élevé.

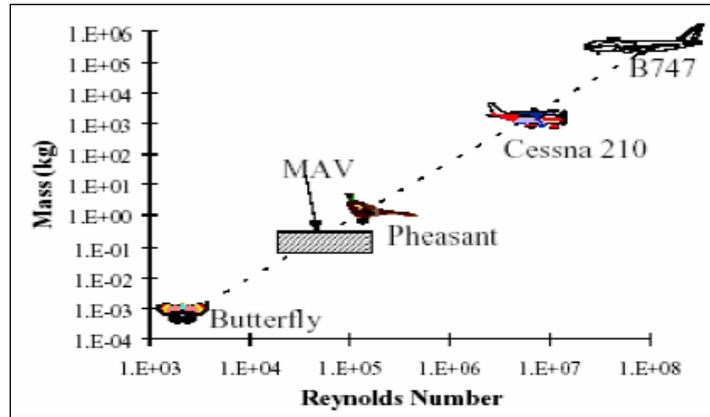


Figure 4.1 Nombre de Reynolds pour différents types d'avions [103]

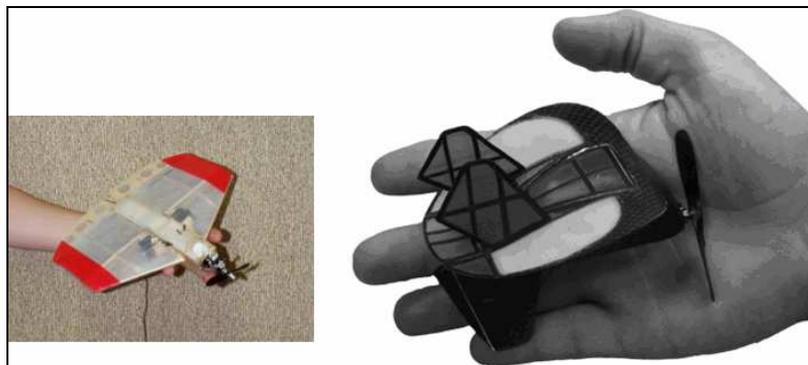


Figure 4.2 Différentes configurations de microdrones [103, 117]



Figure 4.3 Le dispositif expérimental de l'expérience de Kim [116]

## 4.2 Résolution numérique et conditions aux limites

Dans cette partie de calcul, le maillage est généré par le mailleur CFD-GEOM [76] et les calculs sont effectués par le code CFD-FASTRAN, en utilisant un schéma complètement implicite pour l'intégration en temps afin d'atteindre la convergence avec un CFL min de 1 et un CFL max de 20. Pour la discrétisation spatiale, on a utilisé le schéma décentré de Roe renforcé par un limiteur d'ordre élevé d'Osher-Chakravarthy [75]. Le champ initial est uniforme, égale à celui de l'écoulement à l'infini amont. Les conditions aux limites sont fixées comme suit :

- A la paroi, des conditions d'adhérence, conjointement avec la condition isotherme pour la température à la surface sont imposées.
- Des conditions aux limites de type entrée/sortie sont imposées sur tout le reste de la surface frontière délimitant le domaine de calcul en se basant sur les invariants de Riemann.

## 4.3 Résultats et discussion

La géométrie choisie dans cette étude est celle de profil symétrique NACA0012 d'épaisseur 12% et de corde 0.0381 m, dont on dispose des résultats expérimentaux pour l'écoulement avec effet thermique. Comme on a fait précédemment pour les écoulements transsoniques, des tests de calcul préliminaires ont été effectués en utilisant deux topologies de maillage O et C (Fig.4.4a, 4.4b). Les résultats issus de deux calculs montrent que les deux maillages donnent des résultats semblables. Cependant, la topologie C est plus souhaitable pour la simulation de la région de sillage au bord de fuite. Le profil d'aile est modélisé par deux blocs : un bloc pour le profil d'aile et un deuxième pour la région de sillage. Les frontières externes du domaine de calcul sont fixées à 30 c plus loin de la surface du profil et ça dans toutes les directions. Dans un premier temps et avant d'examiner les résultats de calcul issus de différents modèles de turbulence, il est nécessaire de mettre en évidence quelques aspects jugés très importants tels que : l'effet de raffinement de maillage, la comparaison des performances aérodynamiques avec et sans effet thermique à bas nombre

de Reynolds, et enfin l'étude de variation de l'intensité de l'effet thermique en fonction de nombre de Reynolds d'écoulement. Dans cette première phase de calcul, tous les tests sont effectués en faisant appel au modèle de turbulence de Baldwin-Lomax avec un nombre de Mach de 0.045, à la pression ambiante de 101325 Pa (1 atm), et une température de 300 K. Ces conditions correspondent à une vitesse approximative en vol de croisière pour les microdrones de 56 km/h et un nombre de Reynolds de  $3.8 \times 10^4$ .

### 4.3.1 L'effet de raffinement de maillage

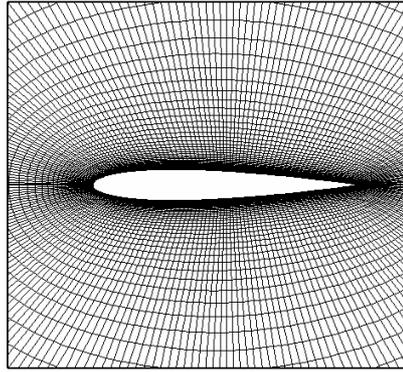
Une étude de l'effet de raffinement de maillage est nécessaire pour déterminer le maillage optimum. Ainsi, le maillage généré est très serré au voisinage des parois et même dans les régions de bord d'attaque et de bord de fuite afin de bien simuler l'écoulement dans les couches limites dynamique et thermique, et aussi pour capter les régions de forts gradients, à savoir le bord d'attaque et le bord de fuite. En raffinant progressivement, quatre maillages sont choisis et les détails sont résumés dans la table 4.1.

Maillage (nombre de mailles)	Bloc 1 (profil d'aile)		Bloc 2 (sillage)	
	direction i	direction j	direction i	direction j
G1 (9600)	181	41	31	81
G2 (21600)	241	61	61	121
G3 (34200)	261	91	61	181
G4 (76800)	401	121	121	241

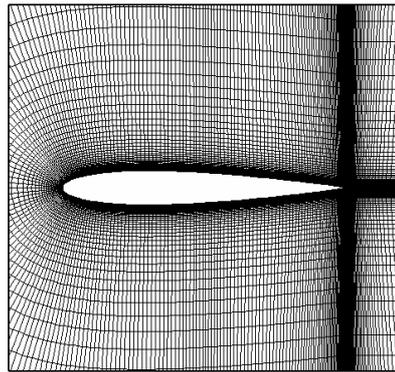
**Table 4.1** Détails des maillages utilisés pour l'étude de l'effet de raffinement de maillage autour de profil NACA0012.

Pour chaque maillage, trois calculs sont effectués relatifs aux angles d'incidence  $3^\circ$ ,  $9^\circ$  et  $12^\circ$ . La température de la paroi est fixée à 200 K et 400 K respectivement pour l'extrados et l'intrados. Ainsi, les coefficients de pression et de frottement sont comparés pour chaque angle d'attaque (Fig.4.5). Pour les trois cas tests de l'angle d'attaque, les courbes des deux

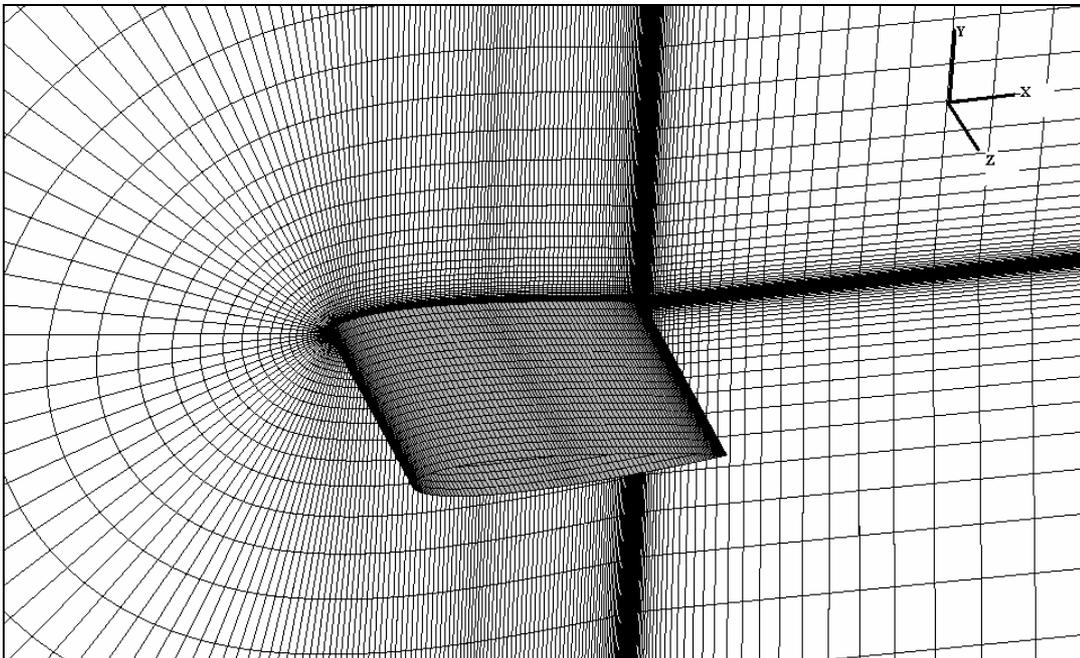
coefficients sont approximativement semblables pour tous les maillages testés à l'exception de maillage G1. Cependant, les légères variations constatées au bord d'attaque de profil d'aile sont dues aux forts gradients de vitesse et ça ne justifie pas l'utilisation d'un maillage très fin. En terme des coefficients intégraux, par exemple, le coefficient de portance, la figure 4.6a montre l'effet de raffinement de maillage sur les valeurs de coefficient de portance pour différents angles d'attaque. Il est clair que pour le maillage G1 (9600 mailles), le coefficient de portance est sous estimé. Cependant, tous les trois autres maillages donnent des valeurs très similaires avec des légères différences insignifiantes. Généralement, pour une bonne estimation de la couche limite, le maillage doit être serré à la paroi, la valeur adimensionnelle  $Y^+$  est un bon indicateur de la manière avec laquelle le maillage est raffiné au voisinage des parois. Pour des simulations numériques à bas nombre de Reynolds, la valeur de  $Y^+$  devrait être inférieure à 1. Pour cela, nous avons tracé les courbes montrant l'évolution de  $Y^+$  en fonction de nombre de mailles de maillage considéré. La figure 4.6b montre bien que  $Y^+$  est largement supérieure à 1 pour le maillage grossier G1, alors que pour les trois autres maillages  $Y^+$  est suffisamment inférieur à 1. De ce qui précède, on peut conclure que le maillage G2 (21600 cellules) est le maillage optimum et il est utilisé par la suite dans tous les calculs qui suivent.



(a) Maillage en O

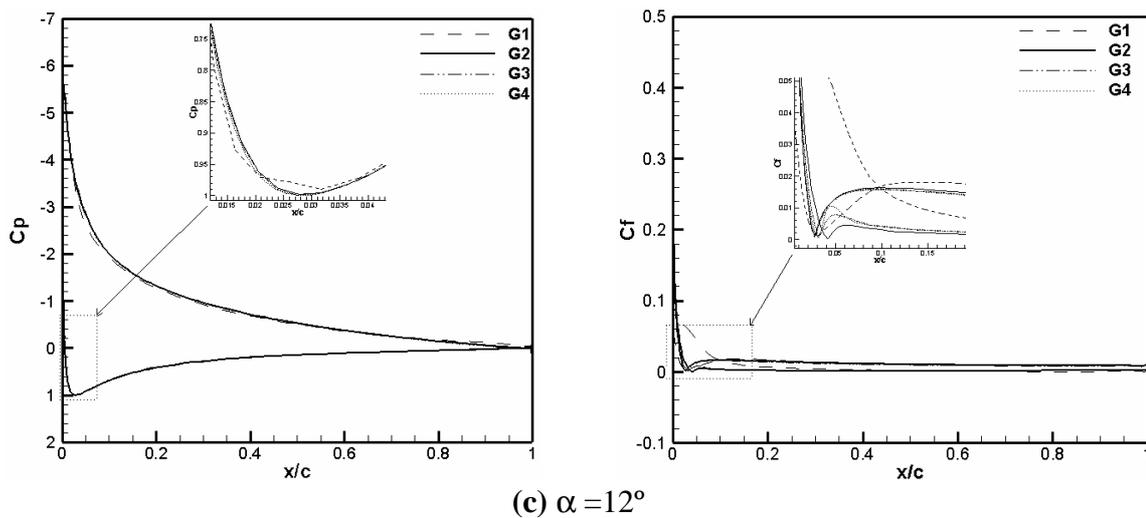
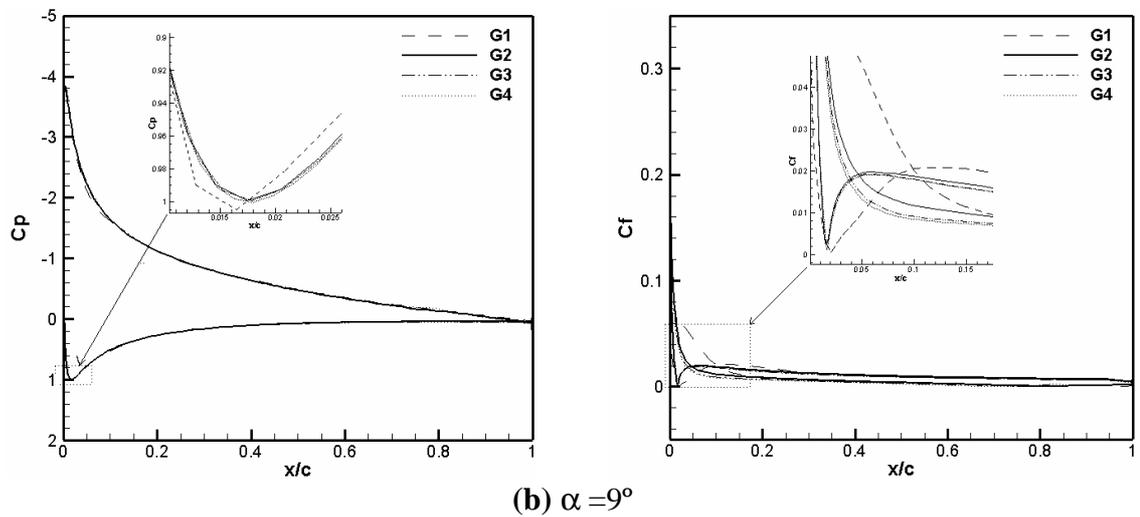
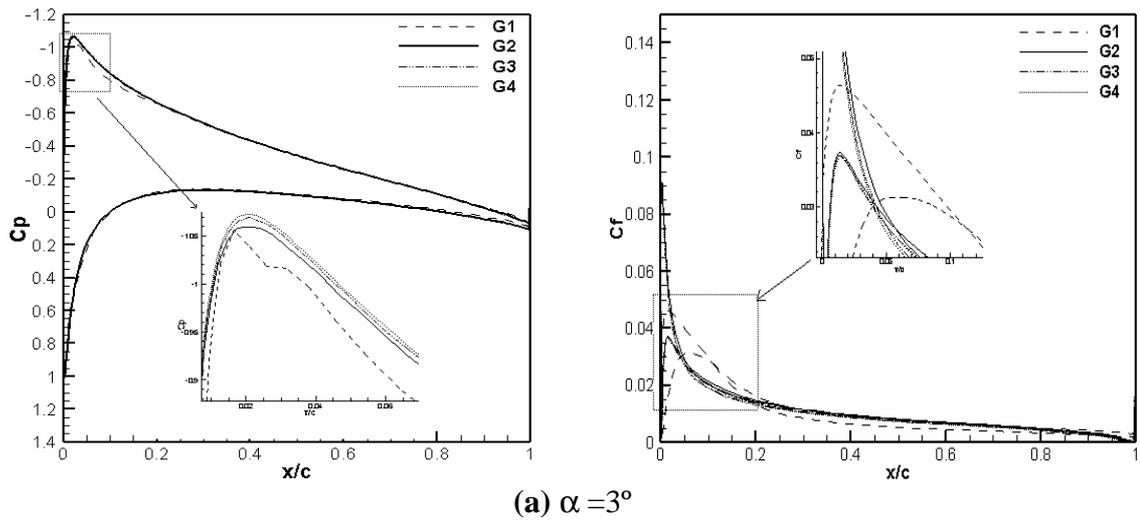


(b) Maillage en C

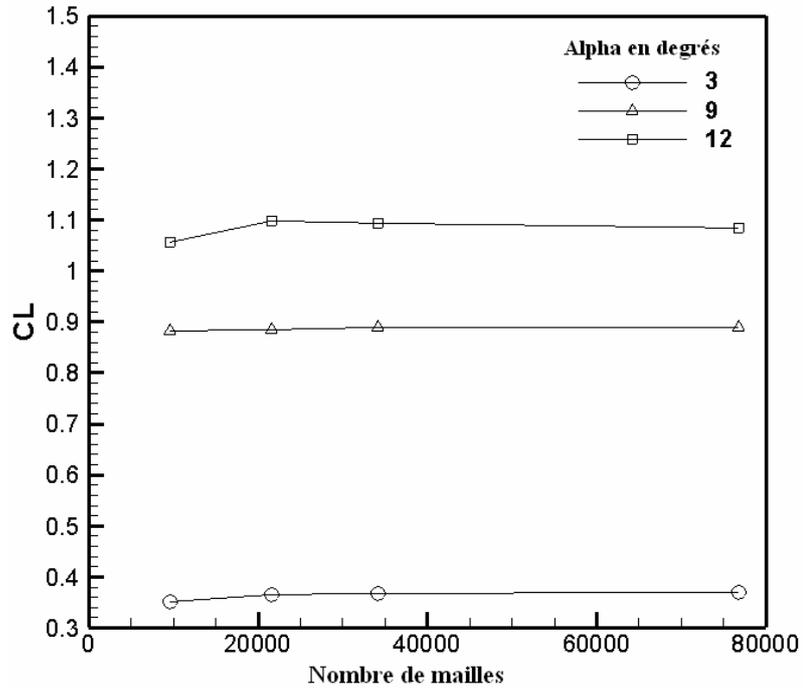


(c) Maillage autour d'une aile 3D (zoom sur l'aile et dans le plan de symétrie de l'aile)

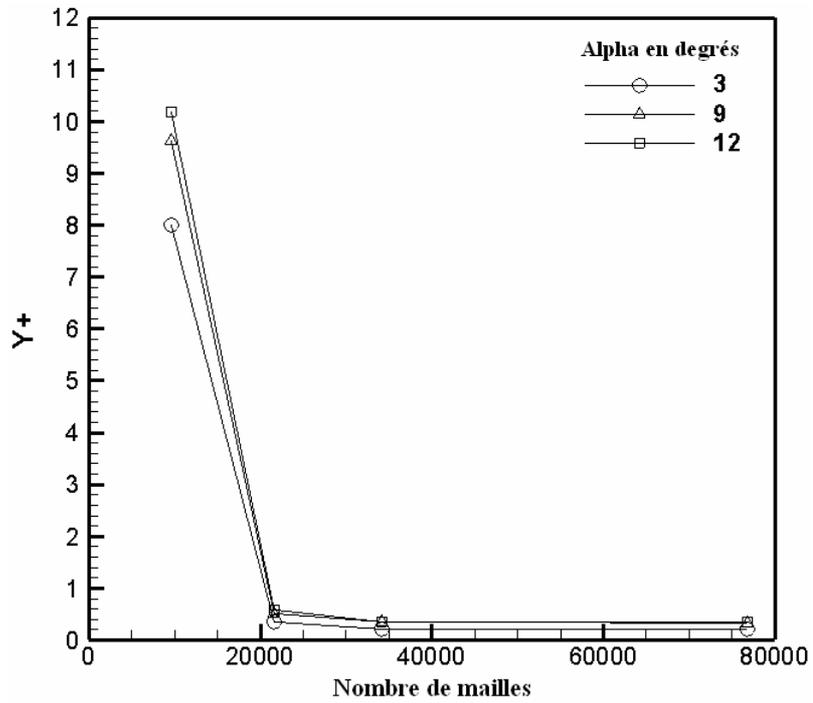
**Figure 4.4** Maillage structuré 2D et 3D pour l'aile et le profil d'aile NACA 0012



**Figure 4.5** L'effet de raffinement de maillage autour d'un profil NACA0012 pour différents angles d'attaque avec effet thermique :  $T_{\text{Extrados}} = 200 \text{ K}$  et  $T_{\text{Intrados}} = 400 \text{ K}$ ,  $M=0.045$ ,  $Re = 3.8 \times 10^4$ ; Coefficient de pression (à gauche) et le coefficient de frottement (à droite)



(a) Coefficient de portance  $C_L$

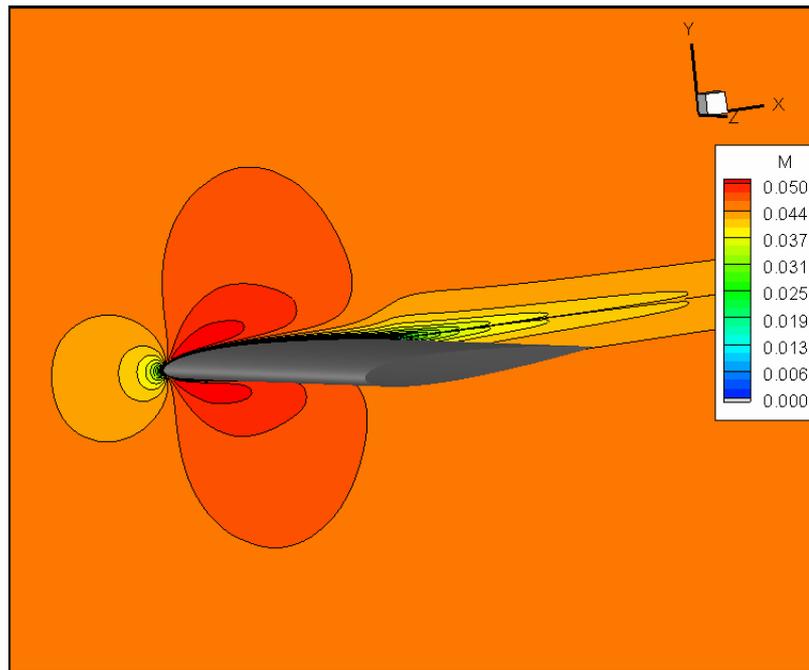


(b)  $Y^+$

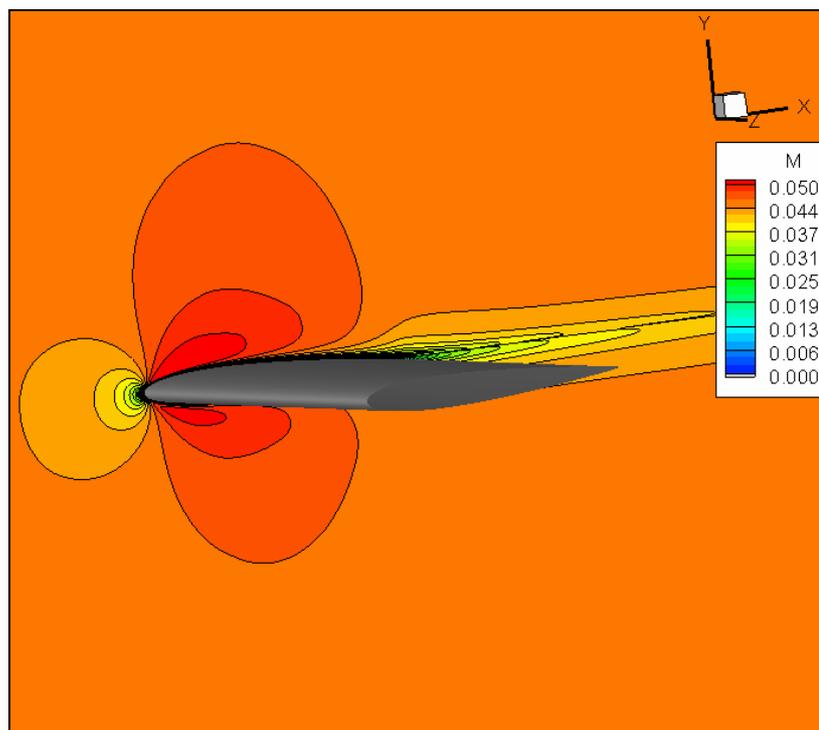
**Figure 4.6** L'effet de raffinement de maillage sur le coefficient de portance et sur  $Y^+$  pour différents angles d'attaques  $T_{\text{Extrados}} = 200 \text{ K}$  et  $T_{\text{Intrados}} = 400 \text{ K}$ ,  $M = 0.045$ ,  $Re = 3.8 \times 10^4$

### 4.3.2 Etude de l'effet thermique

Afin de mettre en évidence l'impact de l'effet thermique sur le champ d'écoulement, on a effectué dans un premier temps un calcul 3D conjointement avec un calcul 2D à l'angle d'attaque  $\alpha=0^\circ$ . Pour le cas tridimensionnel, la moitié de l'envergure ( $B/2$ ) est égale à celle de la corde  $c=0.0381$  m ( $AR=2$ ). Les dimensions du domaine de calcul sont données en terme de la corde et les frontières de ce dernier sont placées suffisamment loin de la surface de l'aile,  $30 c$  selon les directions  $x$  et  $y$ , et  $15 c$  selon la direction de l'envergure  $z$ . Dans cette étude que la moitié de l'aile est modélisée afin de réduire considérablement le temps de calcul. Par conséquent, la condition de symétrie est imposée au plan de symétrie. Une vue détaillée de maillage en 3D, montrant la répartition des mailles sur l'aile et dans le plan de symétrie est illustrée sur la figure 4.4c. La coordonnée  $x$  désigne la direction selon la corde de l'aile,  $z$  la direction selon l'envergure et  $y$  la direction normale au plan ( $xz$ ). Le maillage est engendré par extrusion de maillage G2 selon la direction de l'envergure  $z$ . Ainsi, deux blocs de maillage sont obtenus, un bloc de l'aile de  $241 \times 61 \times 33$  et le bloc de sillage au bord de fuite de l'aile de  $61 \times 121 \times 33$  nœuds ; environ 0.7128 million de mailles pour simuler seulement la moitié du domaine de calcul gouvernant l'aile en 3D. La hauteur des mailles au voisinage de la paroi est de l'ordre de  $2 \times 10^{-6}$  m, avec 5040 mailles sur la surface de l'aile. Deux calculs ont été effectués avec et sans effet thermique, en fixant la température à la paroi de l'aile à 300 K pour l'extrados et l'intrados pour le cas régulier (sans effet thermique) et à 200 K pour l'extrados et 400 K pour l'intrados dans le cas de calcul avec effet thermique. Les figures (4.7a) et (4.8a) montrent bien la répartition symétrique de nombre de Mach et de pression sur l'extrados et l'intrados de l'aile pour le cas de base sans effet thermique (300 K). Tandis que lors de l'activation de l'effet thermique (refroidissement de l'extrados et échauffement de l'intrados), une dissymétrie dans la répartition de Mach et de pression est évidente (Fig.4.7b, Fig.4.8b). Dans ce cas, on remarque la diminution de la pression au voisinage de la région du nez sur la surface supérieure, ce qui conduit à l'accélération de l'écoulement sur l'extrados par rapport au premier cas (extrados et intrados à 300 K). Ce même phénomène est observé dans un calcul 2D en imposant les mêmes conditions d'écoulement que le cas 3D (Fig.4.9). La figure 4.10 montre l'évolution du coefficient  $C_p$  à l'angle d'attaque  $0^\circ$  pour les deux cas traités avec et sans effet thermique. Avant d'imposer une différence de température, les deux courbes de  $C_p$  pour l'extrados et l'intrados sont confondues et le coefficient de portance est nul pour  $\alpha = 0^\circ$ . Ceci est valable pour les profils d'ailes symétriques (sans cambrure).

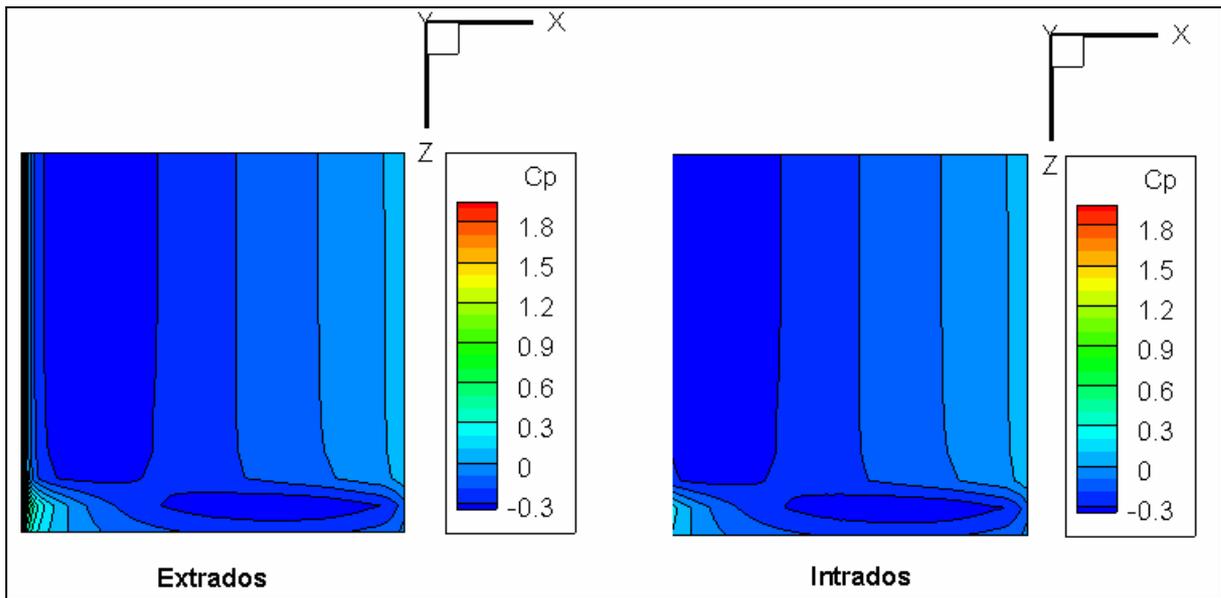


(a) Sans effet thermique (Extrados  $T=300$  K, intrados  $T= 300$  K)

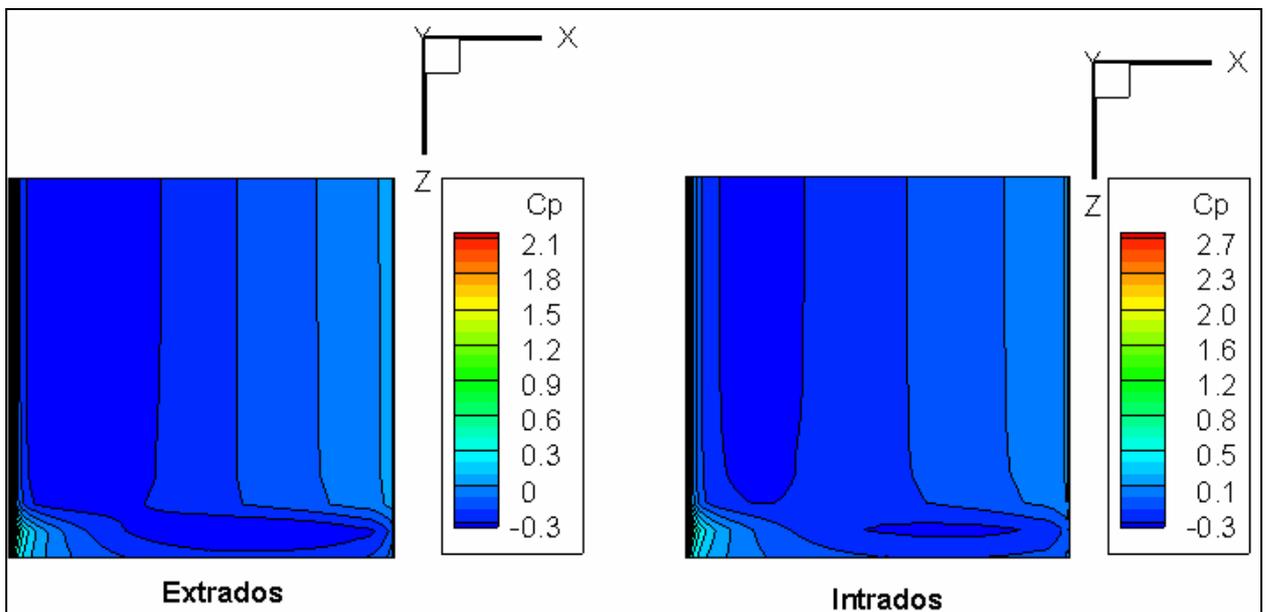


(b) Avec effet thermique (Extrados  $T=200$  K, intrados  $T= 400$  K)

**Figure 4.7** Iso-Mach dans le plan de symétrie de l'aile NACA0012- 3D à l'angle d'attaque  $0^\circ$ ,  $AR=2$ ,  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$



(a) Sans effet thermique (Extrados T=300 K, intrados T= 300 K)



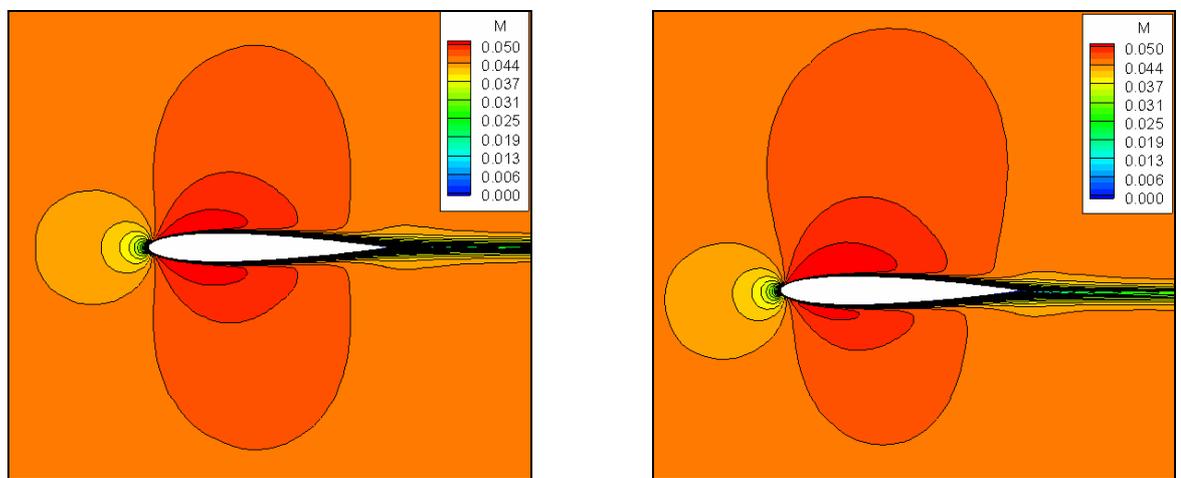
(b) Avec effet thermique (Extrados T=200 K, Intrados T= 400 K)

**Figure 4.8** Le coefficient de pression  $C_p$ : sur l'extrados (à gauche) et l'intrados (à droite)

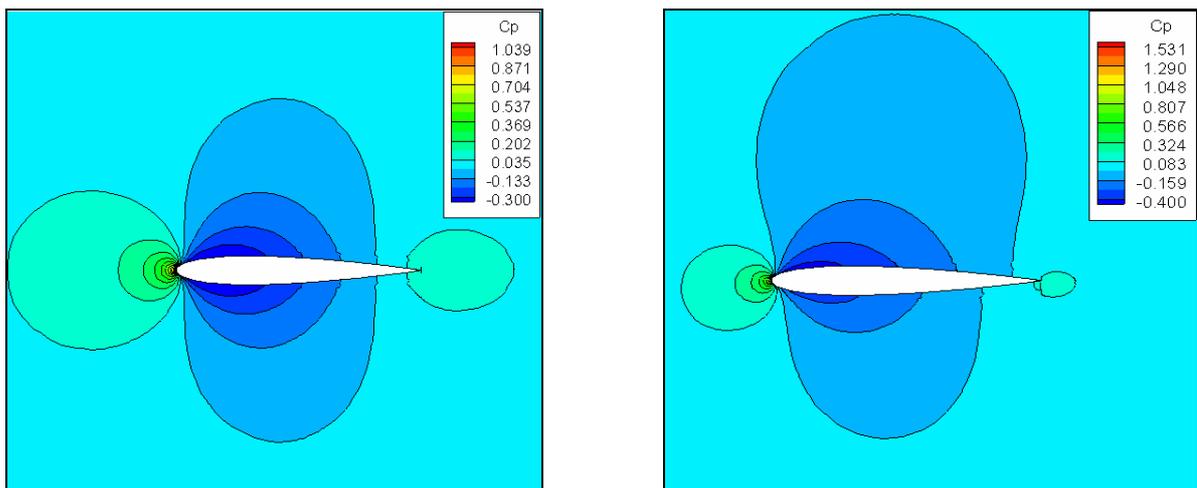
pour une aile NACA0012 -3D à l'angle d'attaque  $0^\circ$

$AR=2$ ,  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$

Cependant, lors de l'activation de l'effet thermique, la répartition de pression se comporte comme dans le cas d'un profil non symétrique à l'angle d'attaque  $\alpha = 0^\circ$ , comme par exemple le profil NACA4412 qui donne une valeur de coefficient de portance nulle, même à l'angle d'attaque  $\alpha = 0^\circ$ . Cette portance est due à l'angle de portance nulle  $\alpha_0$  lié à la forme de la ligne moyenne pour les profils non symétriques. Dans le présent travail, on a démontré que l'effet thermique peut contribuer à la création de la portance, même à l'angle d'attaque nul pour les profils symétriques. Par analogie avec les profils non symétriques, cet effet correspond à une ligne moyenne fictive (imaginaire). On peut l'appeler : une cambrure thermique.



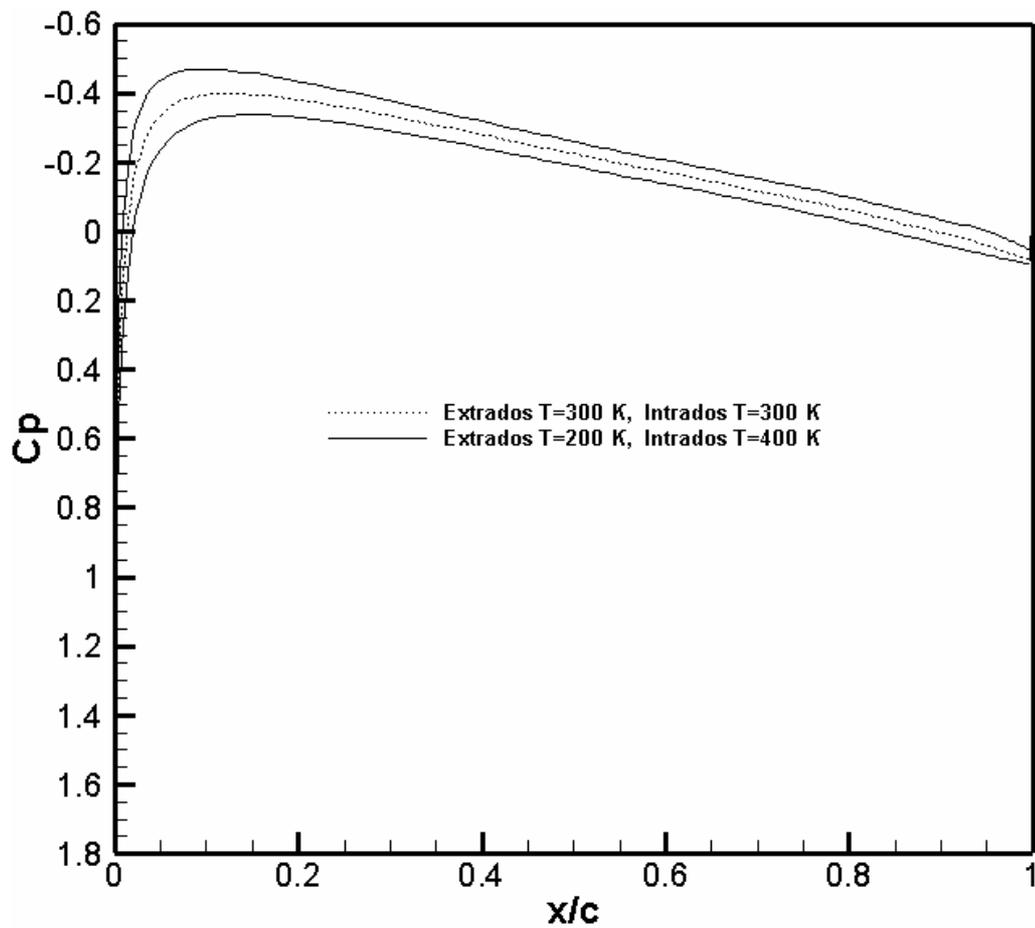
(a) Mach

(b) Coefficient de pression  $C_p$ 

**Figure 4.9** Mach et coefficient de pression autour de profil NACA0012 à l'angle d'attaque  $0^\circ$ , Sans effet thermique : extrados et intrados  $T=300$  K (à gauche) et avec effet thermique :

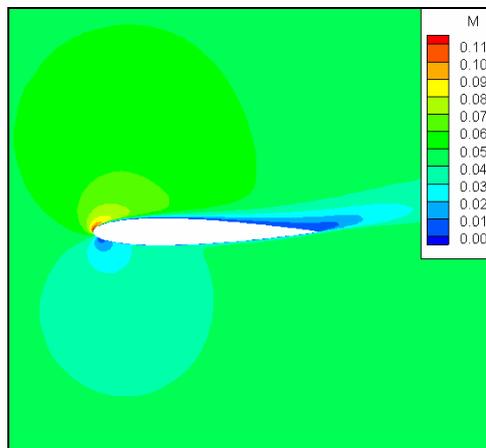
extrados  $T=200$  K et intrados  $T=400$  K (à droite)

$M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$

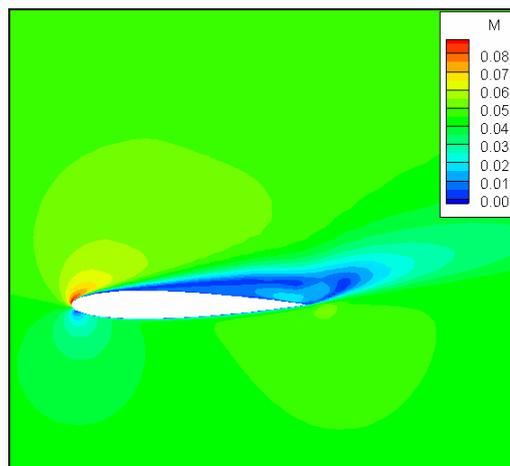


**Figure 4.10** Coefficient de pression  $C_p$  autour de profil NACA0012, avec et sans effet thermique à l'angle d'attaque  $0^\circ$ ,  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$

Pour voir l'effet thermique sur le phénomène de décollement, deux calculs ont été effectués pour un angle d'attaque  $\alpha = 14^\circ$ . Dans le premier calcul, toute la surface du profil (extrados et intrados) est soumise à une température de 200 K (surface froide). Dans le second cas, les surfaces supérieure et inférieure sont soumises à une température fixe de 400 K (surface chaude). La figure 4.11 montre bien que pour une paroi chauffée le décollement est plus accentué que dans le cas d'une paroi refroidie, car l'augmentation de température, en particulier sur l'extrados, décélère l'écoulement et favorise par la suite l'apparition de décollement. Tandis que le refroidissement retarde considérablement l'apparition de ce phénomène et augmente par la suite la plage de fonctionnement.



(a) Température de surface de profil d'aile = 200 K (profil refroidi)



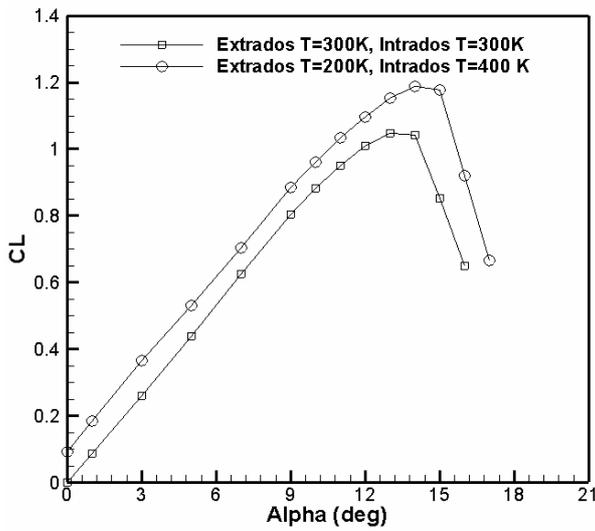
(b) Température de surface de profil d'aile = 400 K (profil chauffé)

**Figure 4.11** Nombre de Mach autour de profil NACA0012 à l'angle d'attaque  $\alpha = 14^\circ$ ,

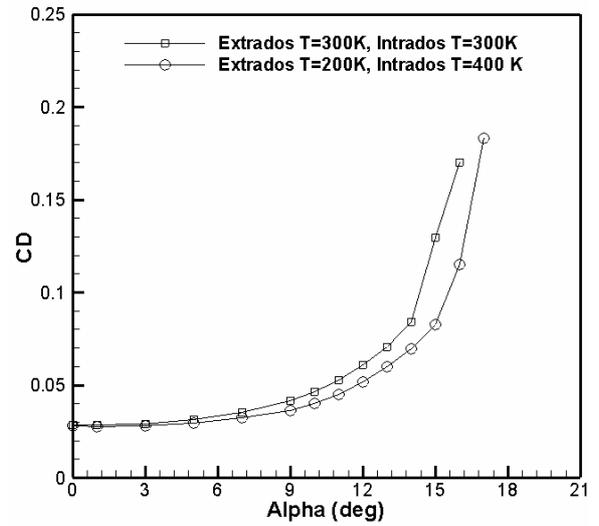
$$M=0.045 \text{ et } Re = 3.8 \times 10^4$$

Les résultats montrant l'effet thermique sur les caractéristiques aérodynamiques à savoir : le coefficient de portance, de traînée, polaire et la finesse de profil d'aile sont présentés sur la figure 4.12. Tous les calculs sont effectués dans les mêmes conditions que précédemment ( $M=0.045$ ,  $p=101325$  Pa,  $T=300$  K et  $Re = 3.8 \times 10^4$ ). Concernant la température à la surface, deux cas sont étudiés. Dans le premier, la température est régulière sur toute la surface de profil d'aile et égale à celle de l'écoulement ( $T=300$  K). Cependant, dans la deuxième étude, un écart de température  $\Delta T=200$  K entre l'extrados et l'intrados est imposé ; les températures de l'extrados et de l'intrados sont respectivement 200 K et 400 K. Cette différence de température permet d'augmenter l'angle d'attaque  $\alpha_{CLmax}$ , correspond à la valeur maximale de coefficient de portance  $C_{Lmax}$  juste avant le décollement de  $13^\circ$  à  $14^\circ$  et  $C_{Lmax}$  de 1.0460 à 1.8262 (13.6 %). La Figure (4.12a) montre que l'incrément de la valeur  $C_L$  due à l'écart de la température est pratiquement constante et indépendante de l'angle d'attaque jusqu'à l'angle d'attaque  $\alpha=11^\circ$ . A partir de cet angle, l'incrément est très accentuée jusqu'à la valeur  $\alpha_{CLmax}$ . Parallèlement à l'augmentation de coefficient de portance, l'activation de l'écart de température entre la surface supérieure et inférieure du profil d'aile conduit à la diminution de coefficient de traînée et, par conséquent, à une nette amélioration de finesse ( $L/D$ ) (Fig.4.12b et 4.12d). L'augmentation maximale est atteinte pour l'angle d'attaque  $15^\circ$  (117%).

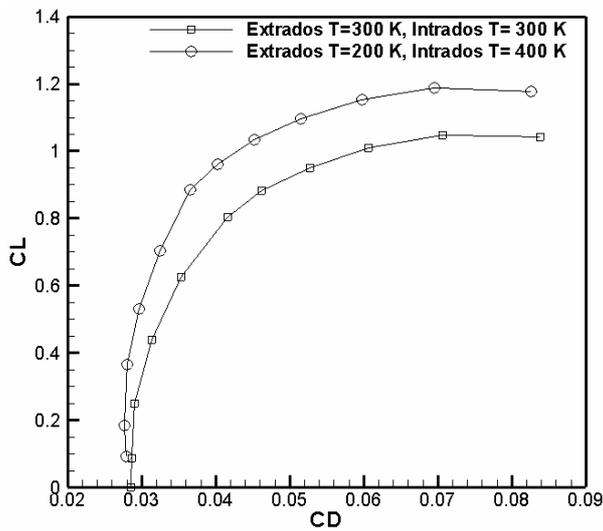
L'étude de type de variation de coefficient de portance en fonction de l'écart de température est faite dans une plage d'angles d'attaque où l'écoulement reste attaché. Trois valeurs de l'angle d'attaque sont choisies ( $0^\circ$ ,  $5^\circ$  et  $10^\circ$ ). Pour cela, on a tracé l'évolution de  $C_L$  en fonction de l'écart de température entre l'extrados et l'intrados (Fig.4.13). Ici,  $\Delta T$  désigne la différence de température entre la surface supérieure et inférieure ( $\Delta T=T_{lower}-T_{upper}$ ). Dans les trois cas d'angles d'attaque, la courbe est une ligne droite symétrique par rapport au point correspondant à  $\Delta T=0$  (sans effet thermique). Par exemple, pour l'angle d'attaque  $\alpha=0^\circ$ , ce point n'est que le point correspond aux valeurs  $\Delta T=0$  K et  $C_L=0$ . Ainsi, ce point de symétrie se déplace le long de l'axe  $C_L$  et n'est fonction que de l'angle d'attaque. On remarque aussi que toutes les courbes sont parallèles, c'est-à-dire que la pente  $dC_L/dT$  est la même (indépendante de l'angle d'attaque) et que l'évolution de  $C_L$  est linéairement proportionnelle à l'écart de température  $\Delta T$  pour tous les angles d'attaques étudiés.



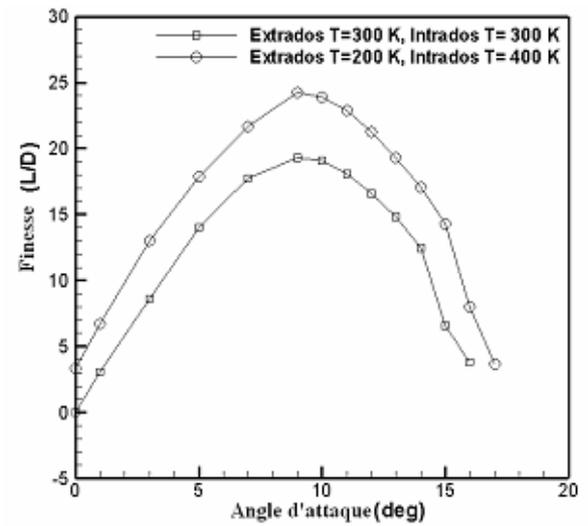
(a) Coefficient de portance



(b) Coefficient de traînée

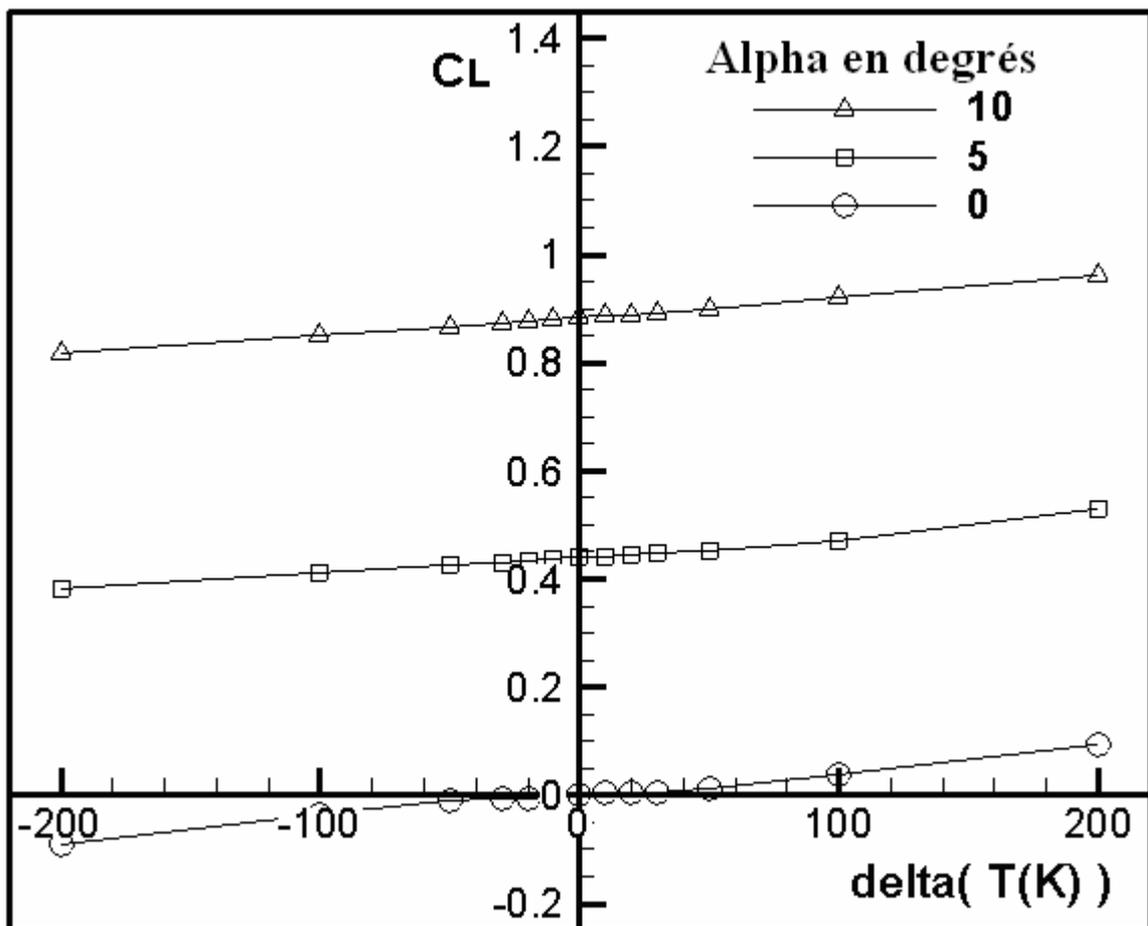


(c) Polaire



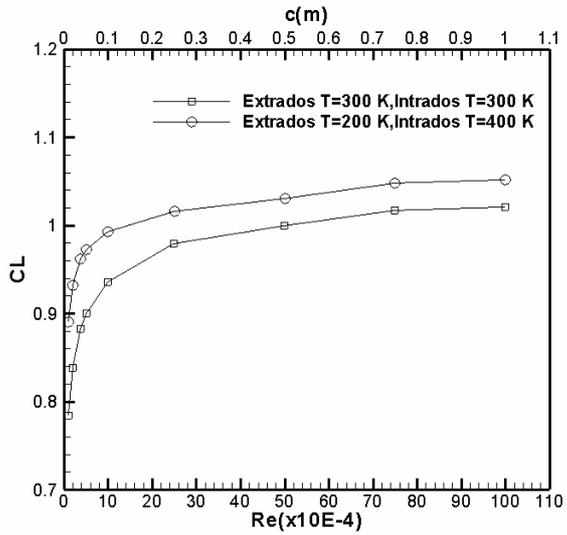
(d) Finesse (L/D)

**Figure 4.12** L'effet thermique sur les performances aérodynamiques pour un profil NACA0012 à micro-échelle,  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$

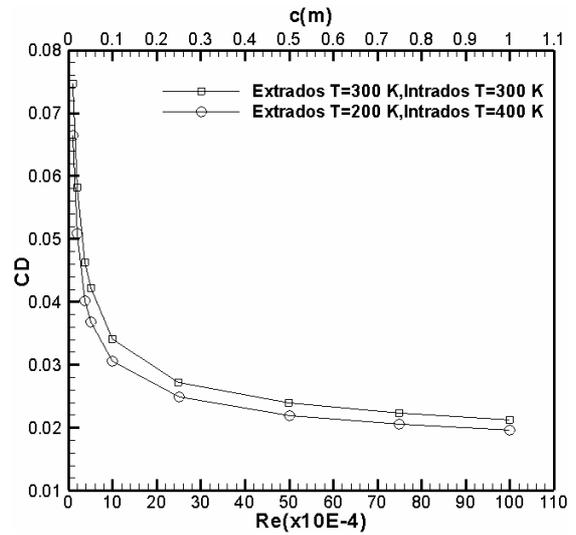


**Figure 4.13** L'effet de l'écart de température entre l'extrados et l'intrados sur le coefficient de portance pour différents angles d'attaque,  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$

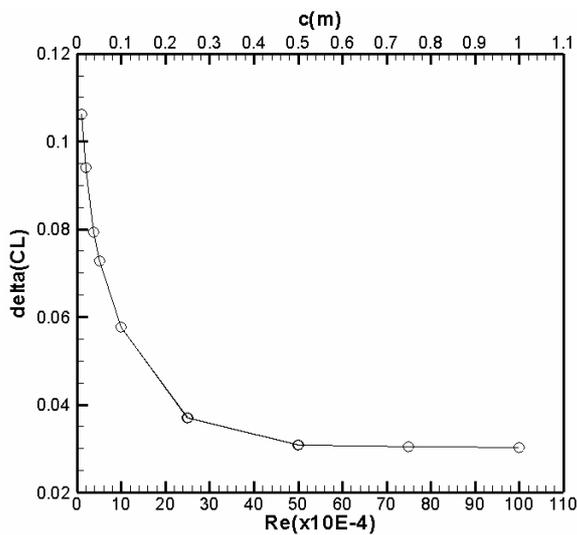
Des calculs supplémentaires ont été effectués pour voir l'effet de nombre Reynolds sur l'intensité de l'effet thermique sur l'amélioration des performances aérodynamiques en utilisant les mêmes conditions que précédemment ( $M=0.045$ ,  $p=101325$  Pa,  $T=300$  K), seulement, le nombre de Reynolds est variable approximativement de  $10^4$  à  $10^6$ . Ces valeurs correspondent respectivement aux cordes 0.01 m et 1 m. En fixant l'angle d'attaque  $\alpha=10^\circ$ , deux cas sont traités avec et sans effet thermique pour différentes valeurs de corde et de nombres de Reynolds correspondants. Dans le premier cas, la température est supposée régulière ( $T=300$  K) sur toute la surface de profil d'aile. Cependant, pour le deuxième cas, une différence de température de 200 K entre l'extrados et l'intrados est imposée. La figure 4.14 montre deux aspects très importants. Le premier réside dans la variation très rapide des caractéristiques aérodynamiques pour de faibles nombres de Reynolds ( $Re < 10^5$ ). Dans cette plage, le coefficient de portance augmente rapidement, ainsi de même pour le coefficient de traînée qui diminue rapidement lui aussi. Ceci est valable, que ce soit avec ou sans l'effet thermique. A partir d'un nombre de Reynolds de  $2.5 \times 10^5$  relatif à une corde de 0.25 m, les variations des coefficients aérodynamiques deviennent relativement moins sensibles à l'augmentation de nombre du Reynolds. Les mêmes remarques sont observées sur l'évolution de la différence nette du coefficient de portance et de traînée induite par l'effet thermique. Ici, par exemple,  $\Delta(C_L)$  désigne la différence  $C_L (\Delta T=200K) - C_L (\Delta T=0 K)$ . L'incrément de  $C_L$  est très important pour des faibles nombres de Reynolds ( $Re < 10^5$ ) et varie en fonction de nombre de Reynolds comme étant la fonction ( $e^{-x}$ ). Pour des nombres de Reynolds relativement élevés ( $Re > 10^5$ ) pour les profils d'ailes à échelle complète, cette incrémentation devient très faible et reste approximativement constante. On remarque la même chose pour le coefficient de traînée  $C_D$ , qui diminue considérablement lors de l'activation d'un écart positive de température entre l'extrados et l'intrados dans des plages de faible nombre de Reynolds. En conclusion, l'amélioration des performances aérodynamiques par l'effet thermique n'est utile que pour les profils d'ailes à micro-échelle caractérisés par des nombres de Reynolds très faibles.



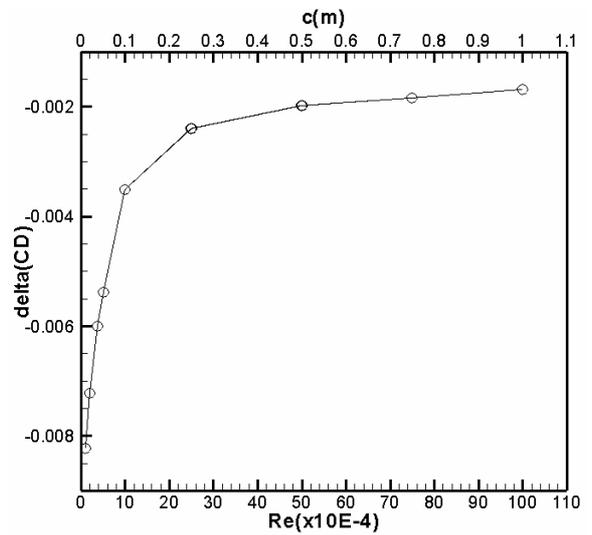
(a) Coefficient de portance



(b) Coefficient de traînée



(c)  $\Delta C_L = C_L(200K,400K) - C_L(300K,300K)$



(d)  $\Delta C_D = C_D(200K,400K) - C_D(300K,300K)$

**Figure 4.14** L'effet du nombre de Reynolds sur les caractéristiques aérodynamiques, avec et sans effet thermique à l'angle d'attaque  $10^\circ$ ,  $M=0.045$

### 4.3.3 Comparaison des modèles de turbulence et validation avec l'expérience

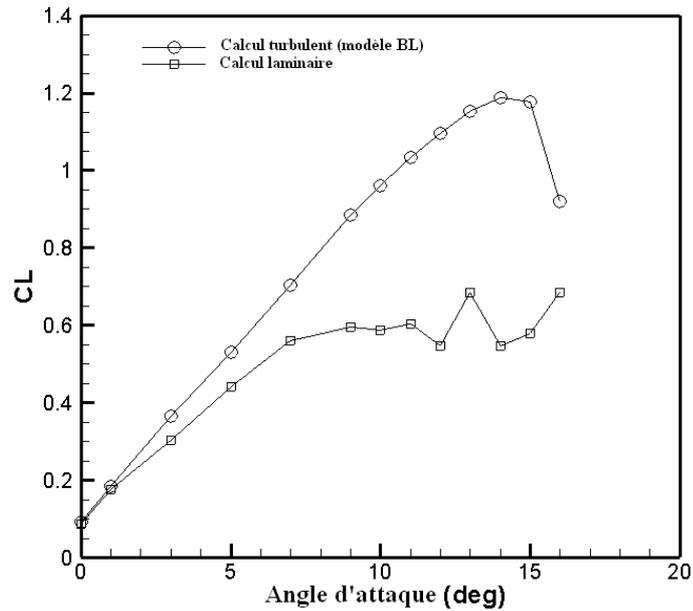
Comme on a dit précédemment, l'écoulement est dans sa grande partie est laminaire à cause de faibles nombres de Reynolds. Cependant, un calcul en faisant appel aux différents modèles de turbulence est justifié par l'instabilité constatée lors d'un calcul laminaire, surtout pour des grandes valeurs de l'angle d'attaque. Sur la figure 4.15 une comparaison de résultats issus du calcul laminaire et turbulent est présentée. Pour des valeurs modérées de l'angle d'attaque, les deux calculs donnent des valeurs comparables de coefficient de portance et de traînée et le calcul laminaire converge après un nombre d'itérations très élevé par rapport au calcul turbulent. Cependant, dès que l'angle d'attaque augmente ( $\alpha > 7^\circ$ ), le calcul laminaire prédit des valeurs de coefficient de traînée très élevées et des valeurs du coefficient de portance très inférieures à celles obtenues par le calcul turbulent. Ainsi, le calcul laminaire devient instable et diverge même pour de faibles nombres de CFL.

Finalement, et dans le but de valider les résultats numériques, des calculs ont été élaborés en comparant les résultats de quatre modèles de turbulence : Baldwin-Lomax (BL), Spalart-Allmaras (SA),  $k-\omega$ , SST et le calcul laminaire avec les valeurs expérimentales obtenues par Kim et al.[116]. Les auteurs ont testé un microrotor bipales à un nombre de Mach  $M=0.018$ , un nombre de Reynolds  $Re=1.67 \times 10^4$  et une température  $T=297$  K. La forme de chaque pale est rectangulaire de section de base le profil NACA0012, l'allongement  $AR=2$  et la corde  $c=0.0381$  m. Les tests ont été effectués pour deux cas :

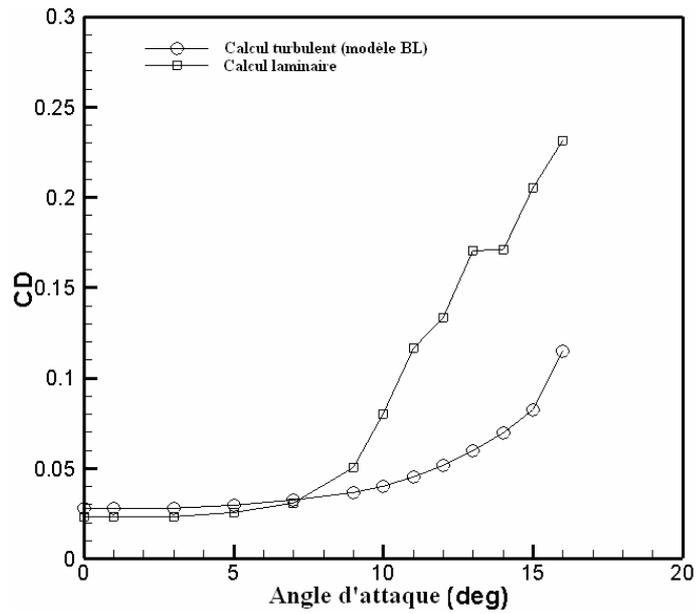
- 1) la température de l'extrados est 290 K et celle de l'intrados est 360 K
- 2) la température de l'extrados est 360 K et celle de l'intrados est 290 K

Dans cette étude, on a repris les mêmes conditions d'écoulement et d'angles d'attaque que celles de l'expérience. Les calculs ont été effectués pour chaque modèle de turbulence et aussi pour le calcul laminaire, en traitant les deux cas cités ci-dessus conjointement avec des calculs à une température régulière d'écoulement ( $T=297$  K) imposée sur toute la surface du profil d'aile, puis les résultats sont confrontés à ceux de l'expérience. D'après les figures 4.16 et 4.17 tous les modèles de turbulence, sauf le modèle  $k-\omega$  donnent des résultats en bon accord avec l'expérience. Le modèle de Baldwin-Lomax donne de bons résultats pour les deux cas

tests, à l'exception de la dernière valeur correspond à l'angle d'attaque  $\alpha=6.246^\circ$  où le coefficient  $C_L$  est surestimée par rapport à l'expérience. Concernant le modèle de Spalart-Allmaras (SA), quant à lui aussi, donne de bons résultats en accord avec ceux de l'expérience, à l'exception de la première valeur relative au deuxième cas (extrados  $T=360$  K et intrados  $T=290$  K) à l'angle d'attaque  $\alpha=2.965^\circ$  où le coefficient de portance  $C_L$  est sous estimé. Les mêmes remarques sont aussi valables pour le modèle SST qui donne des résultats très similaires à ceux de modèle de Spalart-Allmars, et qui sont généralement consistants avec l'expérience sauf la dernière valeur correspond au premier cas (extrados  $T=290$  K, intrados  $T=360$  K) à l'angle  $\alpha=6.246^\circ$ . Le caractère laminaire, surtout pour des faibles angles d'attaque est confirmé par les résultats issus du calcul laminaire (Fig.4.16e). Les résultats laminaires sont en bon accord avec l'expérience, en particulier pour le premier cas (extrados  $T=290$  K, intrados  $T=360$  K). Cependant, pour le deuxième cas, l'échauffement de l'extrados ( $T=360$  K) et le refroidissement de l'intrados ( $T=290$  K) conduit à un décollement précoce qui s'intensifie au fur et à mesure que l'angle d'attaque augmente. Mise à part de la précision de calcul par rapport aux résultats expérimentaux, tous les modèles de turbulence détectent une augmentation de coefficient de portance et une diminution de coefficient de traînée si la température de l'extrados est inférieure à celle de l'intrados. L'inverse aussi est valable, si la température de l'extrados est supérieure à celle de l'intrados,  $C_L$  diminue et  $C_D$  augmente par rapport au cas de base sans effet thermique ( $T=297$  K). En résumé, tous les tests de calcul effectués, que ce soit à l'aide de calcul laminaire ou par les modèles de turbulence, à l'exception de modèle  $k-\omega$ , d'une manière générale, les résultats sont en bon accord avec l'expérience. Cependant, des difficultés de convergence et même de précision sont rencontrées dans le calcul laminaire, surtout pour des angles d'attaque, relativement élevés même si on diminue la pression sur l'extrados par l'effet thermique en refroidissant l'extrados pour retarder l'effet de décollement.

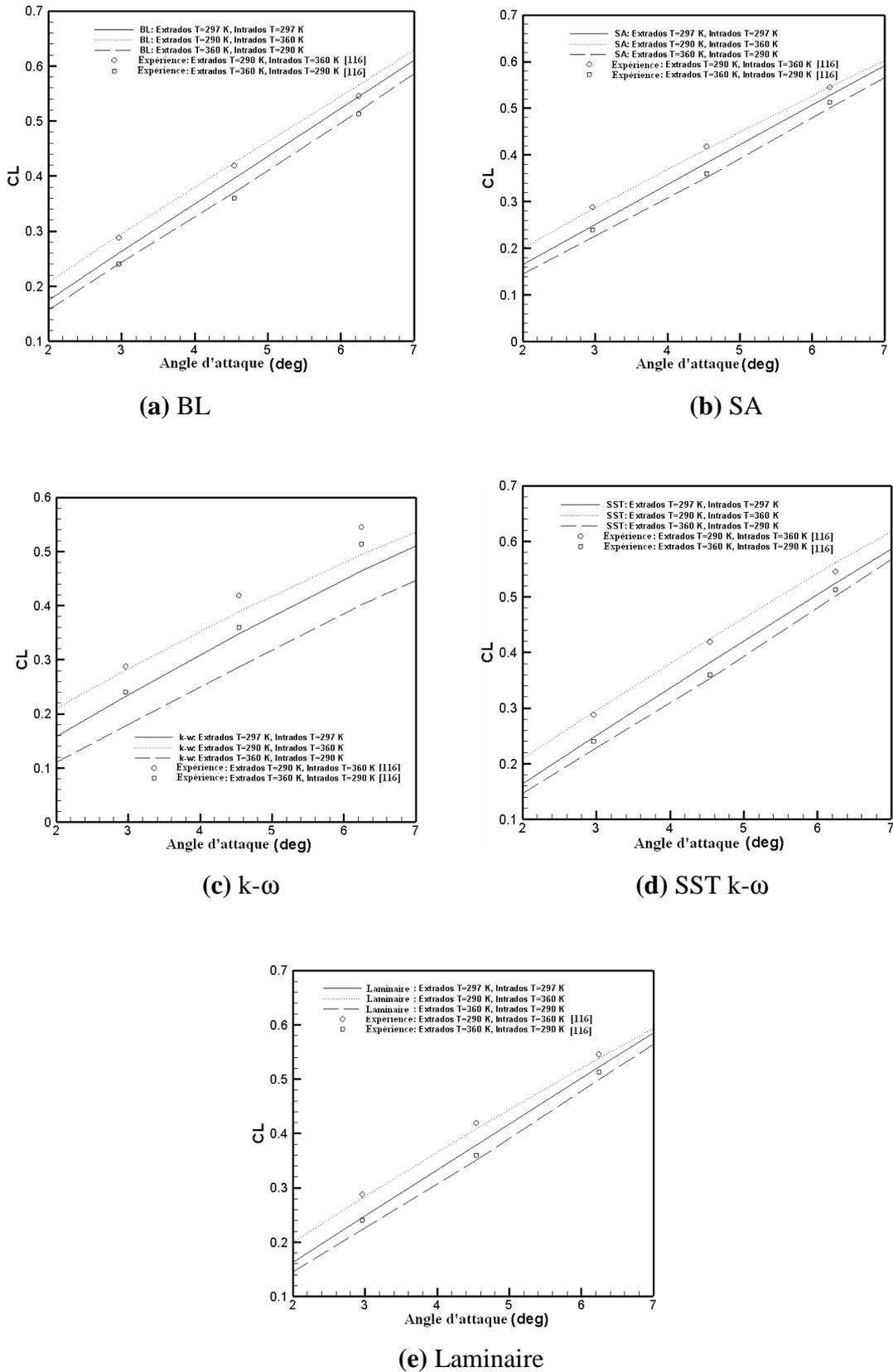


(a) Coefficient de portance

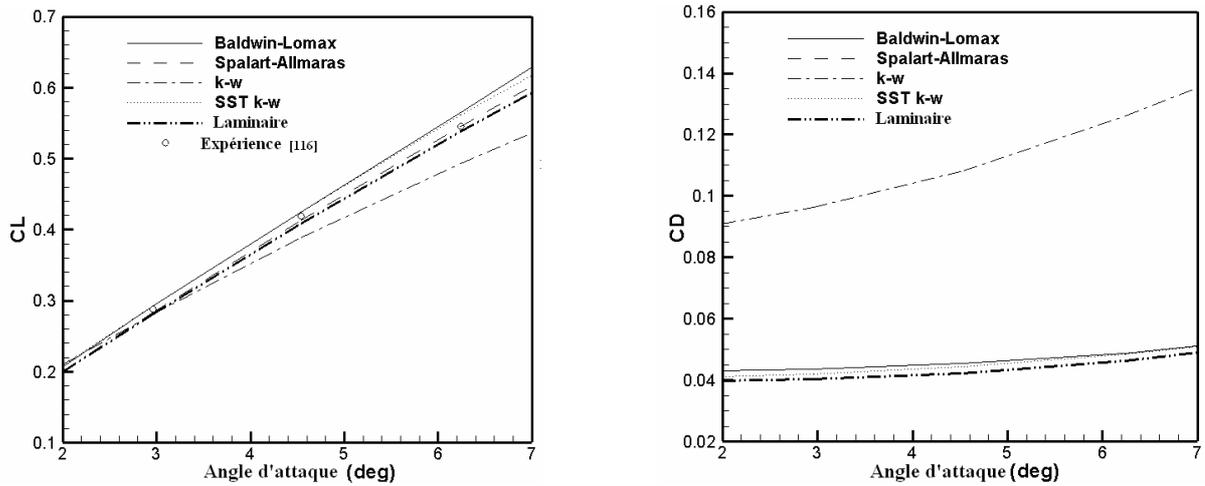


(b) Coefficient de traînée

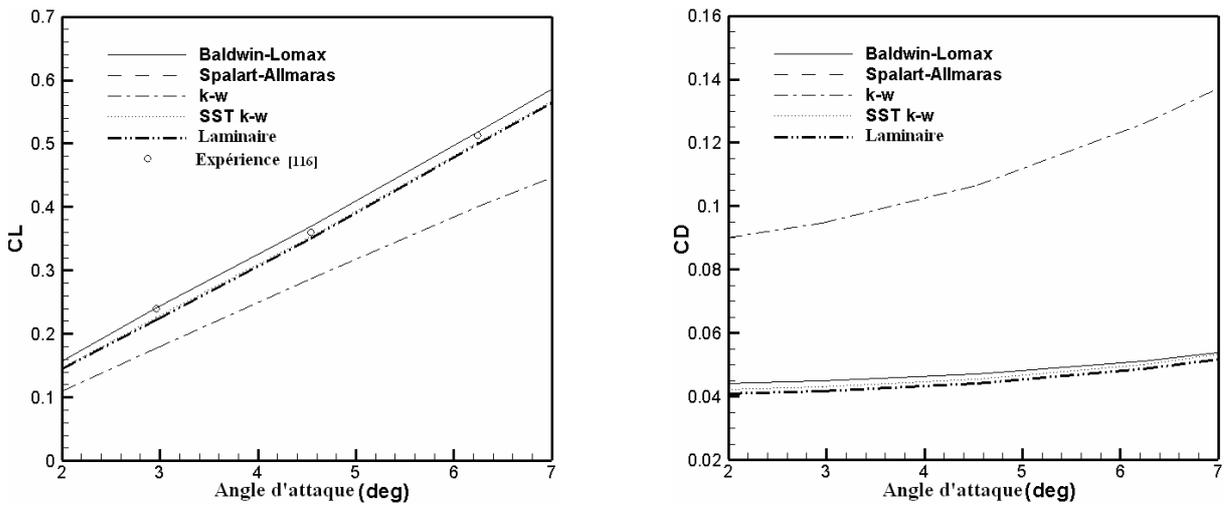
Figure 4.15 Comparaison entre les calculs laminaire et turbulent (Extrados  $T=200$  K, intrados  $T= 400$  K),  $M=0.045$  et  $Re = 3.8 \times 10^4$



**Figure 4.16** Comparaison de coefficient de portance issu de calcul laminaire et de différents modèles de turbulence avec l'expérience [116],  $M=0.018$  et  $Re = 1.67 \times 10^4$



(a) Extrados T=290 K, intrados T=360 K



(b) Extrados T=360 K, intrados T=290 K

**Figure 4.17** Comparaison des coefficients de portance (à gauche) et de traînée (à droite) issus de calcul laminaire et de différents modèles de turbulence pour les deux cas tests de température à la surface,  $M=0.018$  et  $Re = 1.67 \times 10^4$

# Chapitre 5

## Simulation numérique d'un sillage turbulent courbé

### 5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la simulation numérique d'un sillage turbulent courbé derrière un profil d'aile symétrique NACA0012 placé à l'intérieur d'un conduit avec courbure longitudinale. Le but principal est de mettre en évidence l'effet de la courbure longitudinale des parois de tube (convexe et concave) sur la structure et les caractéristiques de l'écoulement derrière le profil d'aile. Les domaines d'application de cette étude sont nombreux et variés, à savoir : les couches de mélange, les jets et les sillages. Dans le domaine de turbomachines, en particulier, l'écoulement autour des aubes des compresseurs et des turbines, consiste une application de grand intérêt pratique. Dans les écoulements externes, on peut citer comme exemple, le phénomène de sillage qui se produit dans le cas des ailes (3D) et des profils d'ailes (2D) à éléments multiples (multi-element wings and multi-element airfoils). Ces écoulements sont caractérisés par la présence des sillages complexes. Il se trouve qu'un élément peut être le siège et sous l'effet d'un sillage engendré par les autres éléments constituant l'avion. Ainsi, les performances et les caractéristiques aérodynamiques de l'aile, par exemple, peuvent être modifiées par rapport à celles d'un élément seul (interaction mutuelle aile et volet).

Dans la littérature spécialisée, de nombreuses études, en particulier, expérimentales, ont été élaborées afin d'analyser les caractéristiques de l'écoulement dans les régions de sillage, en aval des profils d'ailes, plaques planes minces, ou même derrière des corps arrondis : cylindre par exemple. Cependant, la plupart des études sont limitées aux cas de sillage sans gradient de pression et sans l'effet de courbure longitudinale. Les premières études expérimentales qu'ont affranchis ces limites sont celles de Savi [121], Koyama [122] et Nakayama [123]. Plus tard, une série d'expériences a été menée par Ramjee et al. [124-126]

et Talapurkara et al. [127,128] en utilisant différentes géométries, y a compris le profil d'aile NACA0012 et un cylindre, utilisées comme des corps générateurs de sillage.

Récemment, les travaux expérimentaux de John et Schobeiri [129], Schobeiri et al. [130] et Starke et al.[131] peuvent être cités. Les auteurs ont utilisé la plaque plane comme générateur de sillage. Les études expérimentales citées précédemment mettent en évidence les différences existantes entre un sillage droit (sans courbure) et un sillage courbé. Il est évident, que la courbure de la géométrie de conduit, derrière le corps générateur de sillage, induit une dissymétrie autour de la ligne centrale de sillage, pour les profils des quantités moyennes et turbulentes.

Contrairement aux études expérimentales, peu de travaux numériques ont été consacrés à la simulation du phénomène de sillage sous les effets de gradient de pression et de courbure longitudinale. Dans ce contexte, on peut citer les travaux de Narasimhan et al. [132]. Les auteurs ont étudié numériquement, le sillage derrière le profil NACA0012, placé à l'intérieur d'un conduit courbé en utilisant le modèle  $k - \varepsilon$ . Une autre étude numérique en utilisant le même modèle de turbulence a été menée par Talapurkara et al. [133]. Les résultats obtenus ont été validés avec ceux de l'expérience pour un sillage courbé avec effet de gradient de pression adverse. Récemment, et toujours dans le même cadre, deux études numériques ont été élaborées afin de simuler un sillage turbulent et courbé derrière le profil NACA0012 [134, 135]. Dans la première étude, les auteurs ont comparé différents modèles de turbulence, tels que : le modèle RSM et le modèle  $k - \varepsilon$  standard avec ses deux variantes : RNG  $k - \varepsilon$  et réalisable  $k - \varepsilon$ . Tandis que dans la deuxième, une simulation numérique en utilisant la technique LES a été adoptée.

Dans notre étude, le même phénomène physique est simulé en utilisant les mêmes données géométriques et dans les mêmes conditions d'écoulement de l'expérience menée récemment par Piradeepan et Mokhtarzadah-Dehghan [136]. Tous les calculs sont effectués en utilisant cinq modèles de turbulence dont il dispose le code CFD-FASTRAN [75]: le modèle algébrique de Baldwin-Lomax, le modèle à une équation de Spalart-Allmaras et les modèles à deux équations  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$  et SST. Pour la discrétisation temporelle, un schéma complètement implicite, avec un CFL minimum de 2 et un CFL maximum de 20 est choisi. Tandis que, pour la discrétisation spatiale on a adopté, comme précédemment le schéma de Roe avec un limiteur type : MinMod.

## 5.2 Résolution numérique et conditions aux limites

Sachant que tous nos résultats numériques sont comparés et validés avec ceux de l'expérience [136], il est très utile de rappeler ici les caractéristiques géométriques et les conditions dans lesquelles s'est déroulée l'expérience. Les auteurs ont choisi le profil NACA0012 comme générateur de sillage à l'intérieur d'une soufflerie. L'écoulement est engendré par une soufflante centrifuge, puis accéléré par une section convergente avant d'arriver à la station où se trouve le profil d'aile. Ensuite, la courbure de sillage est engendrée par un conduit rectangulaire incliné d'un angle  $90^\circ$  par rapport à la section d'entrée (station 1). Les différentes stations, ainsi qu'une schématisation simplifiée de l'installation expérimentale sont illustrées par la figure 5.1.

Dans cette partie d'étude, on s'intéresse seulement à la simulation de la région du conduit courbé, en aval de profil d'aile NACA0012, qui est le siège de sillage courbé et l'étude est limitée au cas bidimensionnel.

Afin de mettre en évidence, l'effet des parois de tube, et réciproquement, l'effet de présence de profil d'aile sur la distribution des profils des quantités moyennes et turbulentes, en particulier la répartition de pression, trois tests ont été effectués. Le premier, consiste à simuler le profil d'aile seul, dans l'air ambiant avec un angle d'attaque nul. Le deuxième est consacré à la simulation de l'écoulement à l'intérieur du conduit courbé seul (sans profil d'aile). Le troisième, le plus compliqué, quant à lui est consacré à la simulation numérique de l'écoulement turbulent autour de profil NACA0012, placé à l'intérieur de conduit sous un angle d'incidence nul. Dans tous les trois cas tests, le nombre de Reynolds basé sur la corde de profil est  $Re_c = 10^5$  et l'intensité de turbulence  $I = 0.3\%$ . La corde de profil  $c = 0.15$  m.

### 5.2.1 Profil d'aile seul (Ecoulement externe)

Le profil choisi est celui d'un profil symétrique NACA0012, d'une corde de 150 mm. La topologie de maillage choisie est de type C. La qualité de raffinement de maillage est celle utilisée dans le chapitre 4 (le maillage optimal G2). Les frontières du domaine de calcul sont fixées à  $30c$ , loin de la surface de profil et ça dans toutes les directions. Les conditions aux limites sont imposées de la même façon que dans les études précédentes (Chap.3 et Chap.4). Les données initiales en utilisant seulement le modèle de Baldwin-Lomax sont :

$U=10$  m/s,  $v=0$ ,  $P=101325$  Pa et  $T=300$  K.

### 5.2.2 Tube seul (Écoulement interne)

Un maillage de  $100 \times 98$  noeuds est choisi, un raffinement de maillage aux voisinage des parois convexe et concave est adopté ( $Y^+ < 1$ ) (Fig.5.2). Les conditions aux limites sont celles d'un écoulement interne. A l'entrée (station 1), les conditions totales de pression et de température sont appliquées. A la sortie, une pression ambiante de 1 atm est imposée. Le champ initial d'écoulement est déduit des conditions totales, ainsi les grandeurs statiques sont fixées comme suit :

$U=10$  m/s,  $V=0$ ,  $P=105730$  Pa et  $T=300$ K.

### 5.2.3 Profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit rectangulaire

Ce dernier cas test est le plus compliqué par rapport aux deux cas tests précédents, surtout, au niveau de génération de maillage. Puisque d'une part, le problème exige de garder un maillage en C dans la région de profil d'aile et son sillage, en aval de bord de fuite avec un raffinement particulier au niveau de la surface de profil et aussi au niveau de sillage courbé afin de bien cerner le problème. D'autre part, un maillage quasiment perpendiculaire au niveau des parois de conduit et au niveau des frontières : entrée/sortie est une nécessité imposée par la géométrie et par la nature du problème. Ainsi, différents blocs (7 zones) sont utilisés pour faire face à cette difficulté. Une vue détaillée de maillage est illustrée par la figure 5.3. Du point de vue raffinement de maillage, et afin de minimiser le temps de calcul, surtout pour le traitement 3D (n'est pas inclus dans cette étude), le raffinement est adopté au voisinage de profil d'aile et le long de sillage courbé derrière le profil. Cependant, aux parois de tube, le maillage est un peu grossier. Ainsi un maillage bidimensionnel de 19328 mailles est choisi. Le premier bloc de maillage de topologie C, autour de profil est modélisé par 4000 mailles. Cinq modèles de turbulence : Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras et les modèles à deux équations  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  et SST sont utilisés avec prise en compte de la condition de  $Y^+ \approx 1$  pour les quatre modèles nécessitant un raffinement de maillage à la paroi de profil (BL, SA,  $k-\omega$  et SST) et  $Y^+ > 50$  pour le modèle de  $k-\epsilon$ . Tandis qu'au voisinage des parois de conduit,  $Y^+ \approx 100$  pour tous les modèles de turbulence. Les conditions aux limites sont celles de l'écoulement interne, exactement comme le cas d'un conduit seul (sans profil d'aile). De même pour la génération de champ initial. Les valeurs initiales de l'énergie cinétique

turbulente  $k$ , sa dissipation  $\varepsilon$  et la dissipation spécifique  $\omega$  sont obtenues à partir de la vitesse de l'écoulement  $U$  et l'intensité de turbulence  $I$ , en utilisant les relations suivantes :

$$k = 1.5(I \times U)^2, \quad \varepsilon = \frac{k^{3/2}}{0.125H}, \quad \text{et } \omega = \frac{\varepsilon}{k}$$

Sachant que :  $U=10$  m/s,  $V=0$  et  $I=0.003$ , on obtient :  $k=0.00135$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,  $\varepsilon=0.00087$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup> et  $\omega=0.64319$  s<sup>-1</sup>.

Pour le modèle de Spalart- Allmaras :  $\mu_t = 100\mu_{\text{laminaire}} = 1.842 \times 10^{-3}$  kg/(m.s)

$H = 457$ mm (la hauteur de conduit)

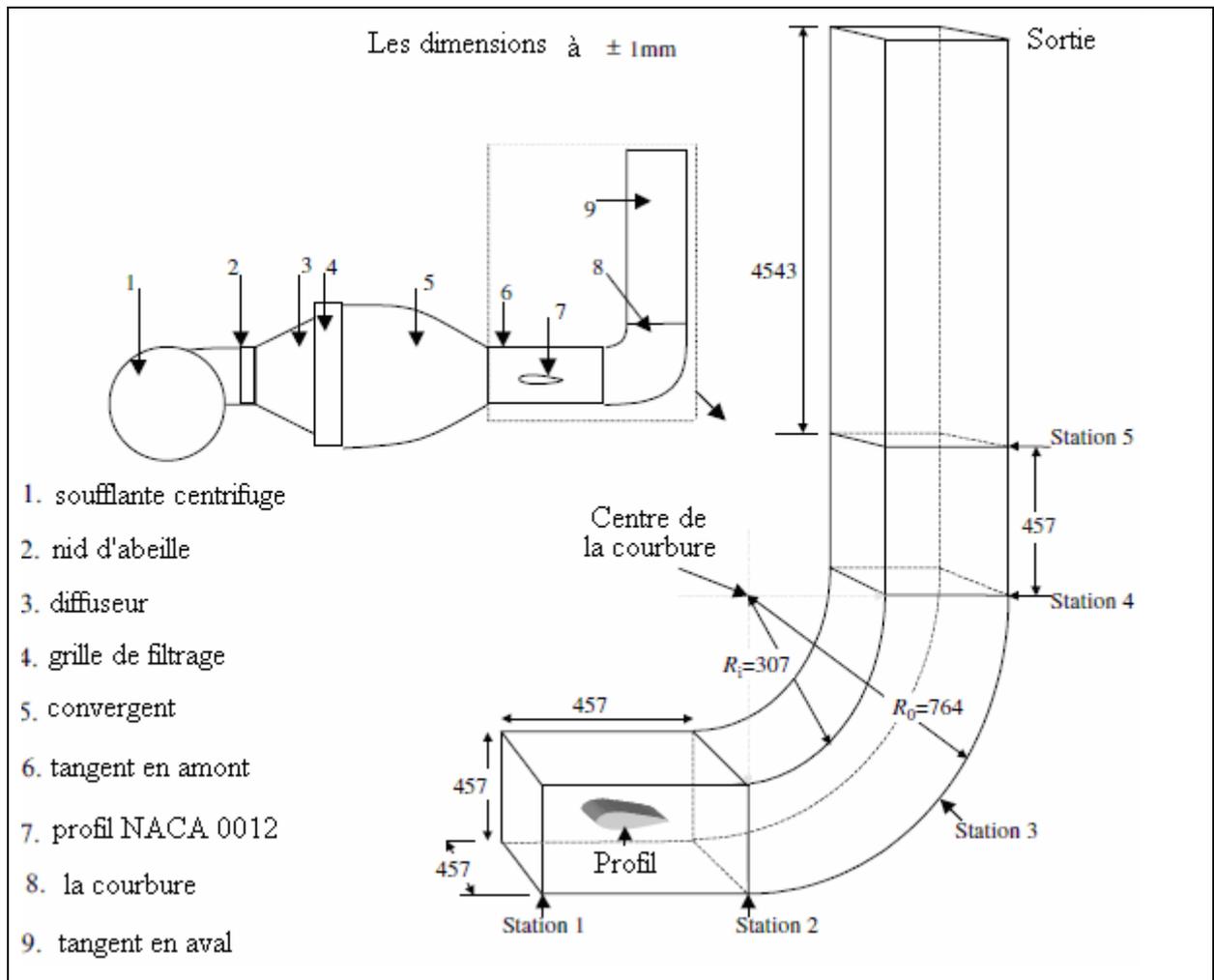
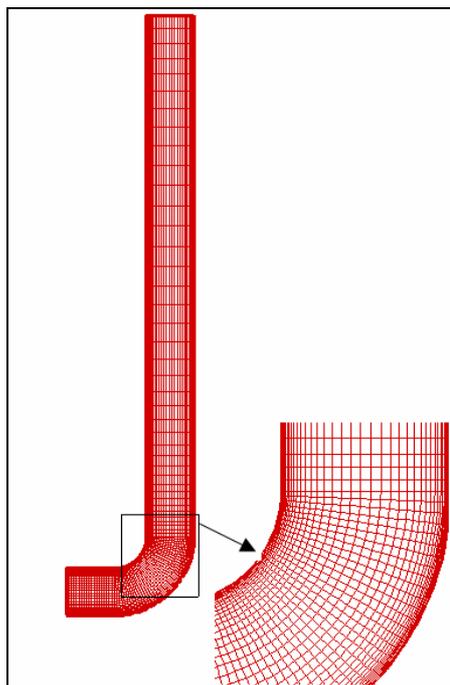
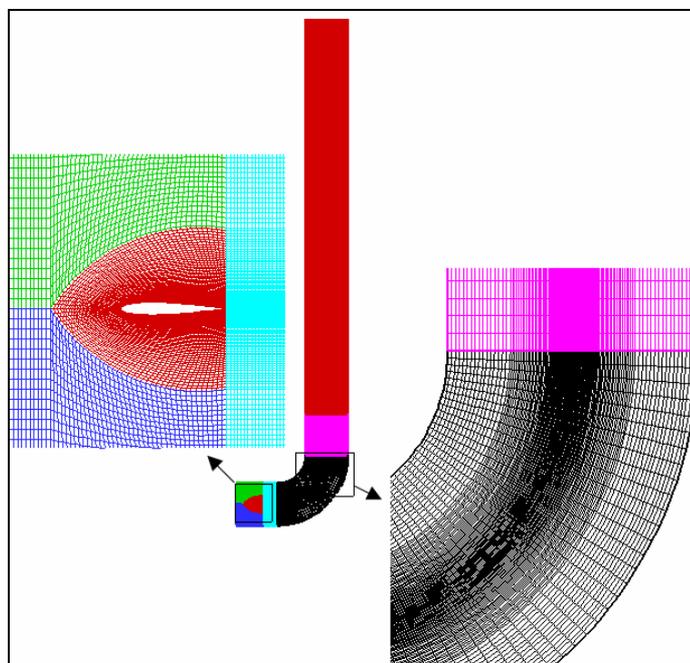


Figure 5.1 Schématisation simplifiée de l'installation expérimentale [136]



**Figure 5.2** Maillage structuré de conduit 100x98



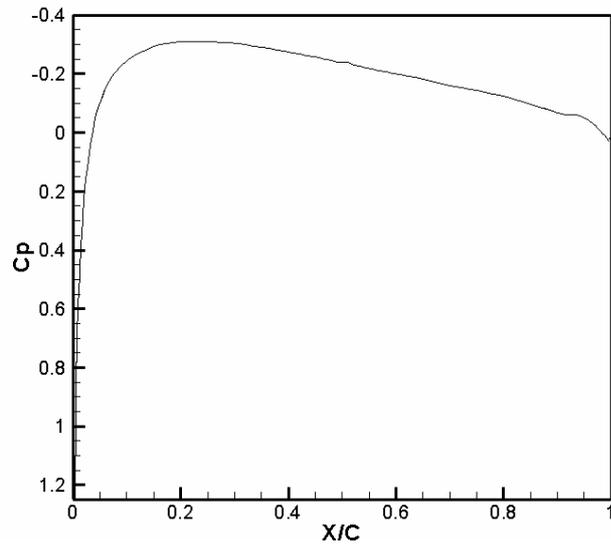
**Figure 5.3** Maillage de profil d'aile NACA0012 placé à l'intérieur du conduit

### 5.3 Résultats et discussion

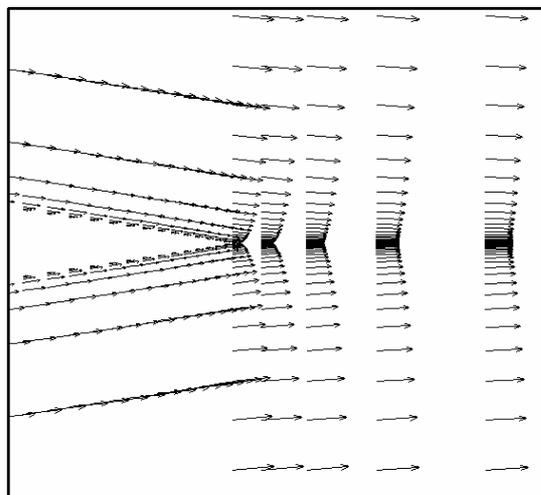
Afin de montrer l'effet de sillage sur les caractéristiques du profil d'aile, on a simulé en premier lieu l'écoulement turbulent autour d'un profil seul à l'air ambiant pour un angle d'attaque nul. Le calcul à l'aide de modèle de Baldwin-Lomax, montre bien que la différence de pression entre l'extrados et l'intrados de profil est nulle pour un profil symétrique à un angle d'attaque nul (Fig.5.4). Par conséquent, la force de portance est nulle. On remarque aussi sur la même figure que les profils de champ de vitesse dans le sillage, en aval de bord de fuite sont symétriques.

En deuxième lieu, on a tracé l'évolution de la pression et de la vitesse pour un écoulement à l'intérieur d'un conduit courbé (sans profil d'aile). Le but est de voir l'effet de la courbure longitudinale, indépendamment de celui de gradients de pression engendrés par le placement d'une paroi courbée à l'intérieur du tube. D'après la figure 5.5, il est évident que l'écoulement s'accélère au voisinage de la paroi convexe du tube. Au voisinage de la paroi concave, l'écoulement au début marque un ralentissement (un retard) par rapport à celui de la paroi convexe, mais il s'accélère par la suite. Ce phénomène est confirmé à travers la carte de coefficient de pression. Une dépression maximale est constatée à la station 3 (angle 45°) au voisinage de la paroi convexe. En se déplaçant le long du tube vers la sortie, on remarque que l'effet de la courbure devient de plus en plus faible, à partir de la station 4 (angle 90°).

La dernière étape de cette simulation est le calcul de sillage courbé sous l'effet de gradients de pression engendrés par le placement de profil d'aile NACA0012. Avant de comparer les différents modèles de turbulence, on a jugé de tracer d'abord, la répartition unidimensionnelle de coefficient de pression le long de la surface de profil d'aile (Fig.5.6). Le résultat est obtenu, en utilisant le modèle de Baldwin-Lomax. Malgré que la géométrie est symétrique, avec un angle d'incidence nul, il existe une différence de pression entre l'intrados et l'extrados, contrairement au cas précédent, d'un profil d'aile libre. Cette différence de pression est responsable de l'amélioration de la portance pour les ailes. C'est pourquoi, les avions sont équipés des éléments, nommés : volets ou hypersustentateurs ; l'utilité est donc d'augmenter la force de sustentation, plus spécialement au décollage.



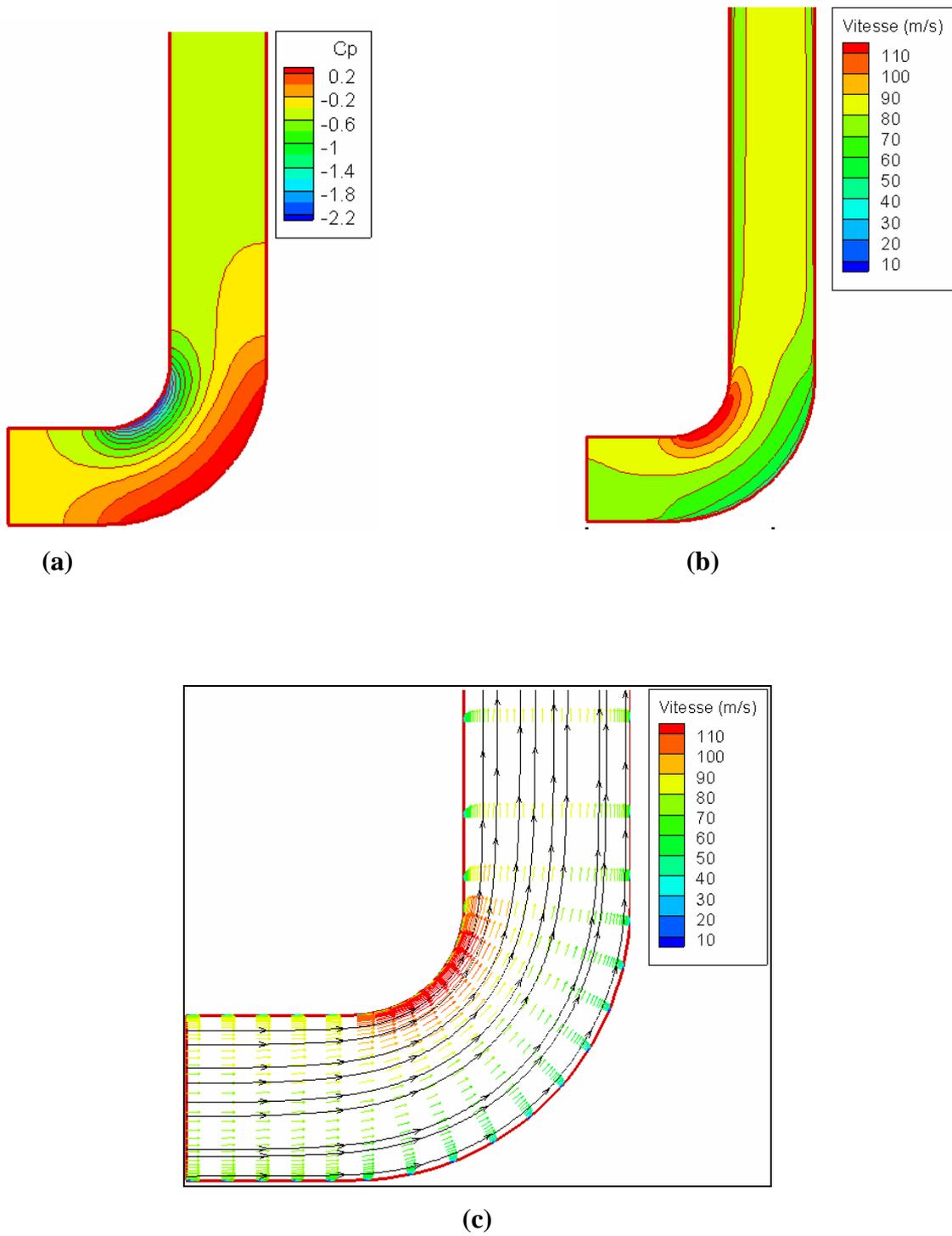
(a)



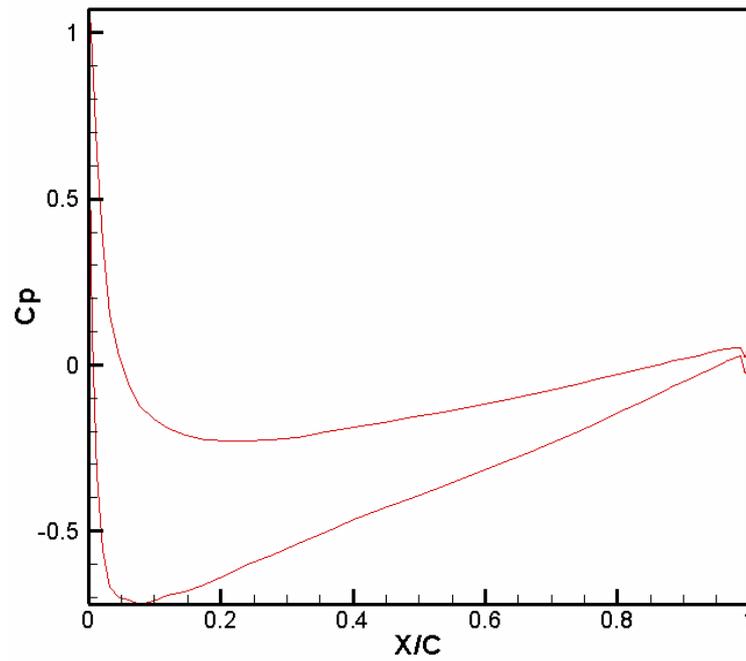
(b)

**Figure 5.4** Ecoulement externe autour d'un profil NACA0012, incidence nulle

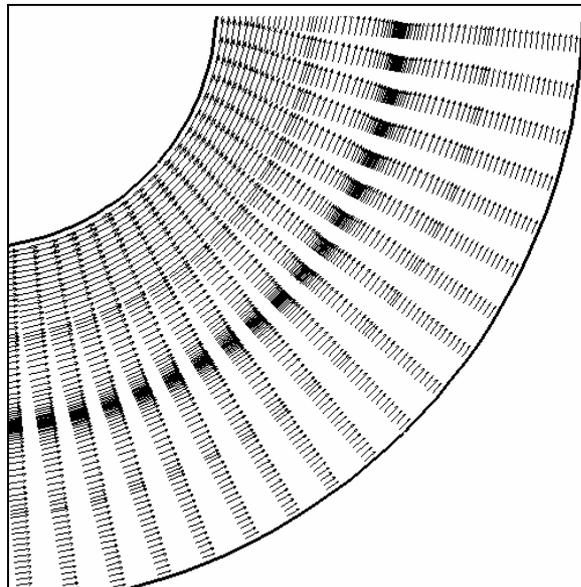
(a) Coefficient de pression, (b) Champ de vitesse



**Figure 5.5** Ecoulement interne dans un conduit courbé (sans profil d'aile)  
Calcul Baldwin-Lomax



(a)



(b)

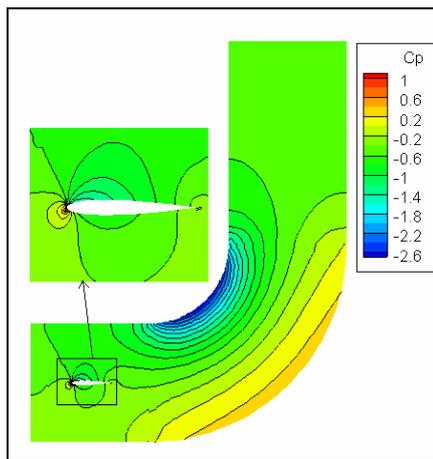
**Figure 5.6** Ecoulement turbulent autour d'un profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit courbé : Modèle de Baldwin-Lomax (Incidence=0°)

(a) Coefficient de pression

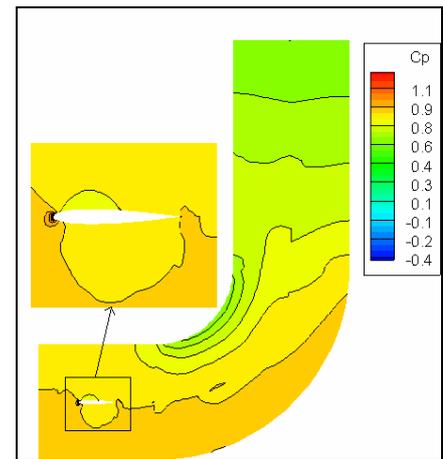
(b) Champ de vitesse

La dernière étape de calcul sert à la comparaison des résultats issus des cinq modèles de turbulence. Tous les modèles, à l'exception de modèle  $k-\omega$ , prédisent l'évolution du champ de pression. Comme l'indique la figure 5.7, le sillage de profil d'aile se développe dans la région courbée, en aval de bord de fuite. Cette région est caractérisée par un champ de pression non uniforme. La couche limite sur la paroi convexe reste mince, tandis que sur la paroi concave, la couche limite a tendance d'être épaisse. De même, sur la surface de profil, généralement tous les modèles (sauf le modèle  $k-\omega$ ), prédisent les mêmes allures de coefficient de pression, ayant une répartition non symétrique entre la surface supérieure et la surface inférieure du profil.

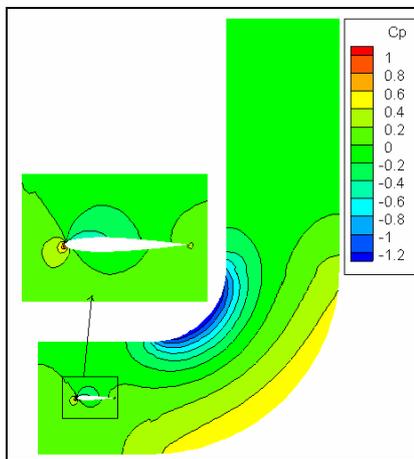
En ce qui concerne, la validation avec l'expérience, on a comparé, en premier lieu, la distribution du coefficient de pression le long de la surface de profil d'aile, obtenue, en utilisant les cinq modèles de turbulence avec les valeurs expérimentales (Fig.5.8) [136]. En deuxième lieu, les répartitions de coefficient de pression sur les parois : convexe et concave du conduit courbé, en présence du profil d'aile, sont comparées avec celles de l'expérience (Fig.5.9) [136]. La figure 5.8 montre que tous les modèles, à l'exception de modèle  $k-\omega$ , donnent des allures de  $C_p$  semblables, mais pas confondues. Le seul modèle qui est capable de prédire correctement (qualitativement) le coefficient de pression est le modèle SST ; il donne des valeurs très proches de celles de l'expérimentation. De même pour la répartition de pression le long des parois convexe et concave du conduit (Fig.5.9). Les modèles de turbulence de Baldwin-Lomax et SST prédisent des valeurs proches de celles de l'expérimentation, sauf dans la région de séparation, en aval de la station 4, le long de la paroi convexe (voir la courbe expérimentale). Sur le graphe 5.9, X désigne l'abscisse curviligne le long des parois de tube, et H, la longueur de référence, qui désigne la hauteur du conduit ( $H=0.457$  m).



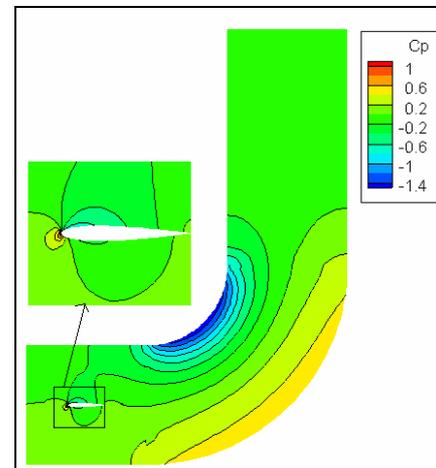
(a)  $k-\epsilon$



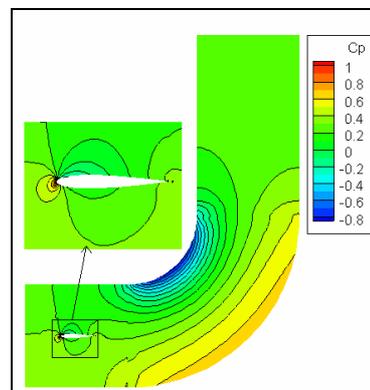
(b)  $k-\omega$



(c) SST



(d) BL



(e) SA

**Figure 5.7** Sillage courbé en présence d'un profil d'aile- Comparaison des modèles de turbulence

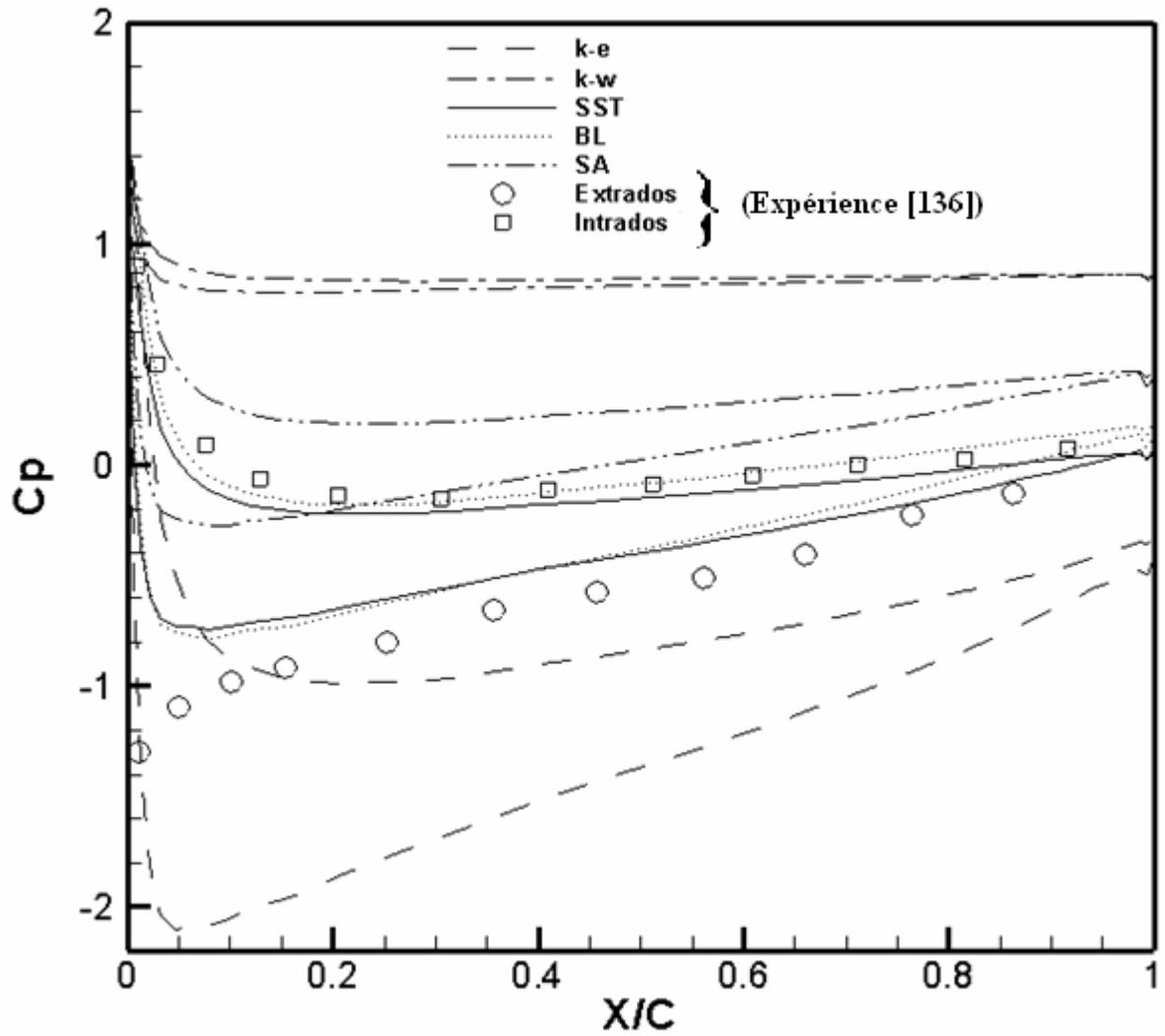


Figure 5.8 Répartition de coefficient de pression le long de la surface de profil d'aile

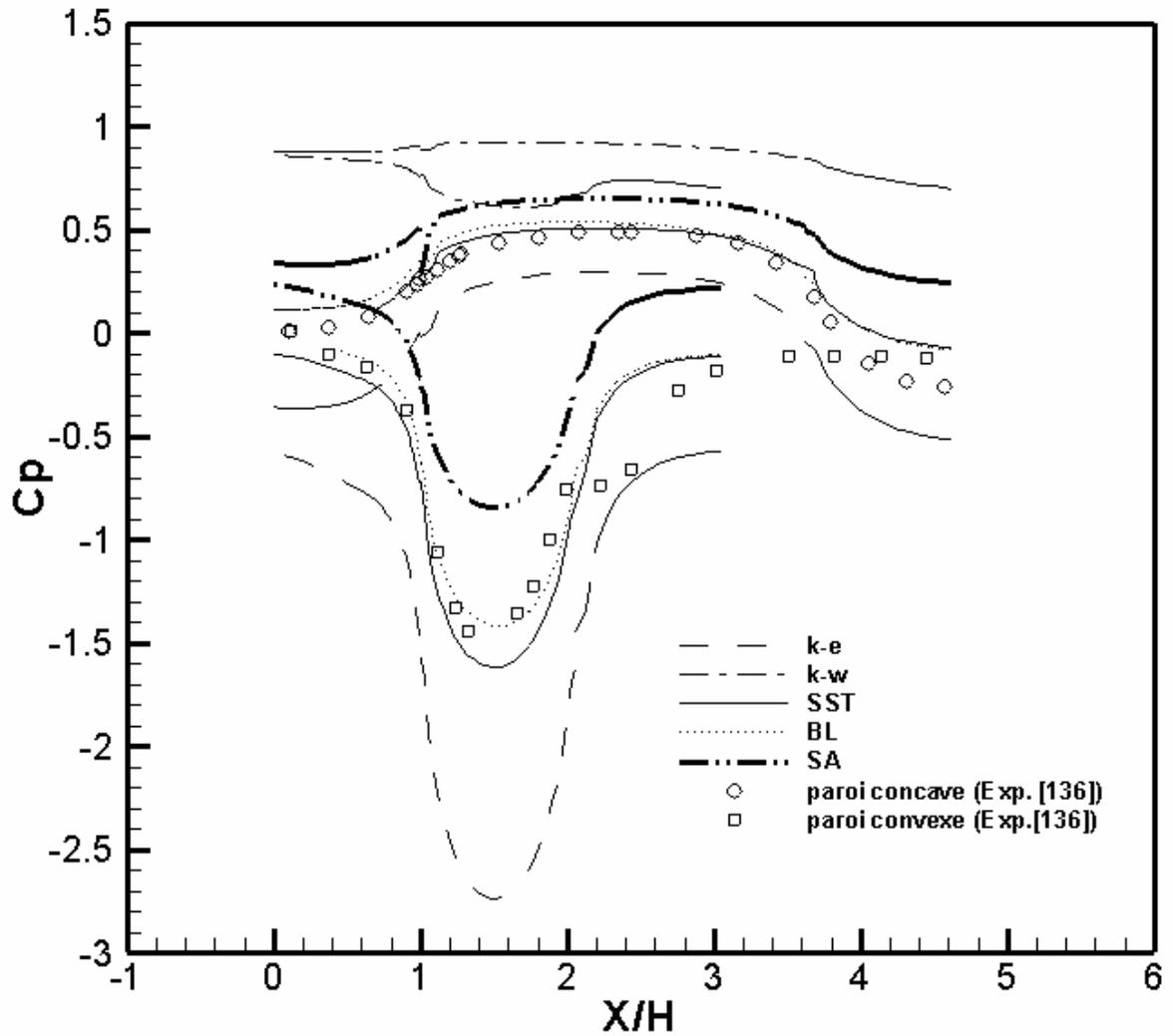


Figure.5.9 Répartition de coefficient de pression sur les parois : convexe et concave du conduit

# Conclusion

Le calcul des écoulements turbulents reste un des enjeux majeurs de la mécanique des fluides. Grâce à l'augmentation de la puissance des calculateurs, des progrès importants ont été faits dans ce domaine.

Dans cette étude, différentes simulations numériques ont été effectuées afin de mettre en évidence quelques aspects physiques liés étroitement au domaine d'aérodynamique appliqué aux avions. Sachant que les phénomènes physiques sont nombreux et variés selon les conditions de vol à savoir, le régime de vol conditionné par la valeur de nombre de Mach et le nombre de Reynolds caractérisant la nature d'écoulement : laminaire ou turbulent. L'objectif principale de cette thèse est de comparer différents modèles de turbulence en résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées RANS gouvernant l'écoulement compressible, visqueux et turbulent autour d'une paroi courbée (aile ou un profil d'aile d'avion). Pour se faire, l'étude est subdivisée en trois grosses parties de calcul et les cas traités sont : écoulement transsonique visqueux à haut nombre de Reynolds autour d'un profil d'aile avec et sans décollement, l'étude de l'effet thermique sur les performances aérodynamiques des microdrones, conjointement avec un calcul turbulent, et enfin la simulation numérique de sillage derrière un profil d'aile placé à l'intérieur d'un conduit courbé.

Tous les calculs ont été effectués par le code commercial CFD-FASTRAN et tous les maillages sont générés par le mailleur CFD-GEOM, dont les quels il dispose le Laboratoire de Mécanique et d'Énergétique d'Evry LMEE (France) où ce présent travail a été réalisé. Etant donné que chaque partie a ses particularités physiques et géométriques, on a jugé de présenter dans ce qui suit la conclusion de chaque partie, séparément des autres.

## **Écoulement transsonique turbulent à haut nombre de Reynolds:**

Dans cette partie, des calculs ont été effectués pour simuler des écoulements transsoniques turbulents autour d'un profil NACA0012 et autour de l'aile 3D ayant comme profil de base le NACA0012. Des études préliminaires sont faites pour l'étude de raffinement de maillage, ainsi que pour l'effet de la localisation des frontières externes délimitant le

domaine de calcul. En deuxième lieu, une investigation numérique des trois cas tests incluant les écoulements transsoniques avec et sans décollement en utilisant cinq modèles de turbulence est présentée en détail. Les modèles de turbulence utilisés sont : Baldwin-Lomax, Spalart Allmaras,  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  et SST sont évalués et validés pour chaque test en comparant la distribution de coefficient de pression  $C_p$ , les coefficients de portance et de traînée avec ceux de l'expérience. L'étude montre que tous les modèles de turbulence donnent des résultats satisfaisants pour les écoulements transsoniques sans décollement. Cependant, pour des écoulements avec des ondes de chocs intenses provoquant un décollement de la couche limite, tous les modèles testés sont incapables de prédire correctement l'abscisse de l'onde de choc. Les calculs montrent également que le modèle de turbulence SST  $k-\omega$  offre des bons résultats en terme de coefficient de portance pour tous les trois cas tests.

Les résultats numériques, ainsi que l'expérimentation menée par Harris [96], indiquent que le coefficient de traînée n'est pas vraiment très sensible aux variations de Mach pour des régimes transsoniques faibles. En augmentant le nombre de Mach ( $M_\infty > M_{dd}$ ), l'écoulement transsonique devient très intense et le coefficient de traînée augmente rapidement.

### *L'étude de l'effet thermique pour les microdrones*

Dans cette partie d'étude, des calculs avec et sans effet thermique ont été effectués pour simuler des écoulements subsoniques à faible vitesse autour des ailes et des profils d'ailes équipant les microdrones fonctionnant à bas nombre de Reynolds. En bidimensionnel (2D), le profil NACA0012 est choisi vu la disponibilité des résultats expérimentaux. En tridimensionnel (3D), les calculs sont effectués autour d'une aile rectangulaire ayant comme section de base le profil NACA0012, de faible allongement  $AR=2$  et pour un seul angle d'attaque  $\alpha=0^\circ$ , juste pour confirmer les résultats issus de calcul 2D avec et sans effet thermique. Cette étude révèle et met en évidence beaucoup d'aspects pratiques très importants qui peuvent être résumés dans ce qui suit :

- L'activation de l'écart thermique par refroidissement de l'extrados et l'échauffement de l'intrados de profil d'aile ou de l'aile induit une augmentation de la portance et la

diminution de la traînée. Ce qui conduit à l'augmentation de la plage de fonctionnement, surtout pour des angles d'attaques élevés au voisinage de l'angle de décollement.

- L'effet thermique est plus accentué pour MAV ( $Re < 3 \times 10^5$ ). Cependant, pour des profils à échelle réelle fonctionnant à un nombre de Reynolds élevé (full-scale), cet effet devient pratiquement négligeable car l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique est très petite comparée à la corde de profil.
- Le calcul laminaire sans aucun modèle de turbulence donne des résultats satisfaisants seulement pour des valeurs modérées de l'angle d'attaque. Cependant, pour des valeurs élevées d'angle d'attaque, le calcul diverge même pour des faibles nombres CFL.
- Tous les modèles de turbulence testés sauf le modèle  $k-\omega$  donnent des résultats comparables et en accord avec ceux de l'expérience. D'après les résultats obtenus, le modèle de Spalart-Allmaras est recommandé dans le cas où l'extrados est refroidi et l'intrados est chauffé. Tandis que le modèle de Baldwin-Lomax est recommandé dans le cas inverse (l'extrados est chauffé et l'intrados est refroidi).

### **Sillage courbé avec effet de gradients de pression**

Cette troisième partie est consacrée à la simulation numérique d'un sillage courbé derrière un profil d'aile symétrique NACA0012, placé sur l'axe, selon la ligne longitudinale centrale, à l'intérieur du conduit. L'objectif, est de mettre en lumière l'effet de la courbure longitudinale des parois, convexe et concave de tube sur le comportement de l'écoulement, ainsi sur les caractéristiques aérodynamiques de profil d'aile. Cette étude révèle beaucoup d'aspects pratiques très importants, dont les points forts sont résumés dans ce qui suit :

- Les calculs ont montré que, pour un profil d'aile symétrique se trouvant à l'intérieure d'un tube courbé, contrairement à un profil symétrique libre, peut être le siège d'un gradient de pression, engendré entre l'extrados et l'intrados, même à un angle d'incidence nul. Ceci, conduit à la création de la force de sustentation (portance). De point de vue pratique, cette étude nous a permis de mettre en valeur l'effet de sillage aérodynamique, plus spécialement dans les applications aéronautiques (ailes-volets).

- Le sillage de profil d'aile se développe dans la région courbée, en aval de bord de fuite. Cette région est caractérisée par un champ de pression non uniforme. La couche limite sur la paroi convexe reste mince, tandis que sur la paroi concave, la couche limite a tendance d'être épaisse.
- Tous les modèles, à l'exception de modèle  $k-\omega$ , prédisent l'évolution du champ de pression. Du point de vue précision, le modèle SST, est le seul, qui est capable de prédire correctement (qualitativement) le coefficient de pression le long du profil d'aile ; il donne des valeurs très proches de celles de l'expérimentation.

Comme perspectives, d'après l'étude de Stanford et al. [117], l'utilisation d'une aile flexible pour les microdrones augmente les performances aérodynamiques de 20 à 30% par rapport au cas d'une aile rigide, donc il est très intéressant d'étudier le comportement d'une aile ou un profil d'aile flexible soumis à l'effet thermique pour améliorer d'avantage l'efficacité aérodynamique, en faisant appel aux méthodes de couplage fluide/structure. De même, pour les écoulements transsoniques, il est très utile de tenir en compte les vibrations et le comportement de la structure des avions transsoniques, dues principalement au phénomène de décollement, induit par l'interaction onde de choc-couche limite.

Enfin, les résultats obtenus ont fait l'objet d'une publication internationale [137] , et d'une autre publication qui est soumise à la revue internationale « *Numerical Heat Transfer, Part A* [138] (acceptée pour publication).

# Bibliographie

- [1] J.Boussinesq, Théorie de l'écoulement tourbillonnant, *Mémoire présenté par la division savante*, Paris, 1887.
- [2] P.R., Spalart, Strategies for turbulence modeling and simulations, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(3), pp 252-263, 2000.
- [3] L., Davidson, Hybrid LES-URANS, A combination of a one equation SGS model, k- $\omega$  model for predicting recirculating flows, *ECCOMAS, Computational Fluid Dynamic Conference*, Swansea, Wales, September 4-7, 2001.
- [4] B.Caruelle, Simulation d'écoulements instationnaires turbulents en aérodynamique : application à la prédiction du phénomène de tremblement, *PhD Thesis*, Institut National Polytechnique de Toulouse, 18 octobre 2000.
- [5] P.Sagaut, Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible, Vol.30 de *Mathématiques et applications*, Springer, 1998.
- [6] P.R. Spalart, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R_\theta=1410$ , *Journal of Fluid Mechanics*, 187, pp. 61-98, 1988.
- [7] P.Moin and J.Kim, Tackling turbulence with supercomputers, *Scientific American*, 276(1), 62, 1997.
- [8] N.Bekka, Approche numérique des couches limites hypersoniques, *Thèse de Magistère, Institut d'Aéronautique*, Université de SAAD-Dahleb-Blida, 2000.
- [9] M.L.Sawley, S.Wüthrich, Non-equilibrium hypersonic flow simulations using a coupled Euler/boundary layer method, *Proc. 1st Eur.Symp on Aerothermodynamics for space vehicles*, ESA – SP, 318, pp. 387, 1991.
- [10] S.Stanisic. J., Ryan. Méthode numérique de résolution des équations de Navier-Stokes pour un fluide à bas nombre de Mach, *Recherche Aérospatiale*. N° 4 ,Juillet-Août p.1-13, 1992
- [11] M.Van Dyke. Perturbation methods in fluid mechanics, Parabolic Press,1975
- [12] M.Van Dyke., Higher approximations in boundary layer theory, *Annual Review of Fluid Mechanics*,1, pp.265-292, 1969.
- [13] A.Corjon., B.Aupoix., Calcul des couches limites tridimensionnelles hypersoniques par une méthode de caractéristiques : Approches classique et déficitaire, *La recherche aérospatiale* N° 6, Novembre -Décembre, p 9-26,1993.
- [14] J.Cousteix., D.Arnal, B.Aupoix, J.Ph.Brazier, and A. Lafon, Shock layers and boundary layers in hypersonic flows”, *Progress in Areospace Science*. 30(2 ), 1994

- [15] H. Schlichting, Boundary layer theory, *McGraw -Hill*, New York, 1969
- [16] J.H. Ferziger, High-level simulations of turbulent flows, Computational Fluid Dynamic, VKI Lecture Series LS 81-05, 1981.
- [17] J.P., Chollet and M.Lesieur, Parametrization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closures. *Journal of Atmospheric Science*, 1981.
- [18] O.Métais and M.Lesieur, Spectral large eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, 239, pp. 157-194, 1992.
- [19] V.Michelassi, W.Rodi and G.Scheuerer, Testing a low Reynolds number  $k - \varepsilon$  turbulence model based on direct simulation data, 8<sup>th</sup> Symposium on Turbulent Shear Flows, Sept, 1991.
- [20] D. Wilcox, Multiscale model for turbulent flows, *AIAA Journal*, 26(11), 1988.
- [21] A. Hadjadj, Analyse physique et simulation numérique des écoulements compressibles, application aux tuyères de propulseurs, *Thèse de Doctorat*, Faculté des sciences, Université de Rouen, France, 1997.
- [22] P.Malecki, Etude de modèles de turbulence pour les couches limites tridimensionnelles, *Thèse de Doctorat*, ENSAE (Sup'Aéro), 1994.
- [23] V.C Patel, W.Rodi and G.Scheuerer, Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows, A review, *AIAA Journal*, 23(9), pp.1308-1319, 1985.
- [24] R.Michel, C.Quemard, et R. Durand, Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes en équilibre, Note technique, ONERA N°.154, 1969.
- [25] B.S. Baldwin and H.Lomax, Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow, *AIAA Paper* 1978-257, 1978.
- [26] T.Cebeci and A.M.O. Smith, Analysis of turbulent boundary layers, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.15, Academic Press, Inc, 1974.
- [27] B. Aupoix, D.Guénot, et P.Sagaut, Etude de l'aptitude de différents niveaux de modélisation de turbulence à décrire des écoulements massivement décollés, Rapport Technique RT 7/03113 DMAE/DSNA, ONERA, Mai 2001.
- [28] P. Chassaing. Turbulence en mécanique des fluides, *Cours de DEA de l'ENSICA*, 1998.
- [29] P. Chassaing. Turbulence en mécanique des fluides, Cépaduès-Éditions, Collection Polytech, 2000.
- [30] B.Aupoix, Introduction to turbulence modelling, from mixing length to Reynolds stress models, *VKI Lecture Series*, 2004.

- [31] P.R Spalart and S.R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, *La Recherche Aéronautique*, 1, pp. 5-21, 1994.
- [32] P.R Spalart and S.R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, *AIAA Paper* 1993-0439.
- [33] S.Catris, Etude des contraintes et qualification des modèles à viscosité turbulente, *PhD Thesis*, ENSAE (Sup' Aéro), Toulouse, France, 1999.
- [34] J.G. Marvin, and G.P. Huang, Turbulence modelling. *Progress and future outlook*, 15<sup>th</sup> International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Monterey, CA, USA, June 24-28, 1996.
- [35] N.Schaeffer, M.Thiery, et E.Coustols, Etude et recherche sur les modèles de turbulence pour les écoulements décollés en entrée de tremblement, Rapport Technique 182/05626, ONERA, DAAP/DMAE, Mars 2003.
- [36] M. Thiery, N.Schaeffer, D. Guénot, R.Houdeville, et E.Coustols, Validation des modèles de turbulence pour les écoulements décollés en entrée de tremblement : Approches URANS et DES ; Rapport Technique 205/07381, ONERA DAAP/DMAE, Novembre 2003.
- [37] P.R. Spalart, and M.Shur, On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature, *Aerospace Science and Technology*, 5, pp.297-302, 1998.
- [38] M.Shur, M.Strelets, A.Travin, and P.R. Spalart, Turbulence modelling and Curved Channels: Assessment of the Spalart-Shurm correction term, *AIAA Journal*, 38(5), pp.784-792, 2000.
- [39] W.P., Jones, and B.E., Launder, The Prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15 (2), pp. 301-314, 1972.
- [40] Y. Nagano, and C.Kim, A two-equation model for heat transport in wall turbulent shear flows, *Journal of Heat Transfer*, 110, pp. 583-589, 1988.
- [41] K.Y.Chien, Prediction of channel and boundary layer flows with a low-Reynolds number turbulence model, *AIAA Journal*, 20 (1), pp. 33-38, 1982.
- [42] H. Bézard, New modeling constants, advanced viscous flow simulation tools for complete civil aircraft design, BRPR CT97-0555, AVTAC/DEL/ONERA/D3-2C4, 1999.
- [43] T.P Sommer, R.M.C.So, and H.S.Zhang, Near-wall variable Prandtl number turbulence model for compressible flows, *AIAA Journal*, 31(1), pp.27-35, 1993.
- [44] W.Rodi, and G.Scheuerer, Scrutinizing the  $k - \varepsilon$  turbulence model under adverse pressure gradient conditions, *Journal of Fluids Engineering*, 108, pp. 174-179, 1986.
- [45] P.G. Huang and P.Bradshaw, The law of the wall for turbulent flows in pressure gradients, *AIAA Journal*, 33, pp 624-632, 1995.

- [46] D.C., Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, 2<sup>nd</sup> ed., *DCW Industries*, La Canãda, CA, 1998.
- [47] D.C.Wilcox, Comparison of two equation turbulence models for boundary layers with pressure gradients, *AIAA Journal*, 31(8), pp. 1414-1421, August 1993.
- [48] F.R. Menter, Influence of freestream values on  $k - \omega$  turbulence model predictions, *AIAA Journal*, 30(6), pp.1657-1659, 1992.
- [49] F.R. Menter, Zonal two equation  $k - \omega$  turbulence models for aerodynamic flows, *AIAA Paper 93-2906*, 24<sup>th</sup> Fluid Dyanmic Conference, Orlando (Florida), 6-9 Juillet 1993.
- [50] F.R. Menter, Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, 32 (8), pp. 1598-1605, 1994.
- [51] F.R., Menter, L.C., Rumesy, Assessment of two-equation turbulence models for transonic Flows, *AIAA Paper 94-2343*, June 1994.
- [52] E.Goncalves, J.C.Robinet, and R.Houdeville, Numerical simulation of transonic buffet over an airfoil. In Proc. 3<sup>rd</sup> International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Sendai, Japan,3, pp. 1145-1150, 2003.
- [53] J.Cousteix, V.Saint Martin, R.Messing, H.Bézard, and B.Aupoix, Development of the  $k - \varphi$  turbulence model, In Proc. 11<sup>th</sup> International Symposium of Turbulence and Shear Flow, Grenoble, France,2, pp.13-29, 1997.
- [54] B. Aupoix, H.Bézard, S.Catris, et M.Wolfshtein, Etude de modèles de turbulence, Rapport Technique R-F 1/00556-01F, ONERA/DMAE, 2000.
- [55] T.Daris, Etude des modèles de turbulence à quatre équations de transport pour la prévision des écoulements turbulents faiblement chauffés. *PhD Thesis*, ENSAE, Toulouse, France, 2002.
- [56] B.R.Smith, A near-wall model for the k-L two equation turbulence model, *AIAA Paper*, 94-2386, 25<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conference, Colorado, Springs 1994.
- [57] T.H. Shih, J.Zhu, and J.L.Lumley, A realizable Reynolds stress algebraic equation model, *NASA TM.105993*; ICOMP-92-27; CMOTT-92-14,1992.
- [58] V.Brunet. Computational study of buffet phenomenon with unsteady RANS equations, *AIAA Paper 2003-3679*, 21<sup>th</sup> *AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Orlando, USA, June 23-26, 2003.
- [59] V.Brunet, Simulation numérique par l'approche URANS des instabilités aérodynamique en régime transsonique, RT 207/07381, ONERA/DAAP, November 2003.
- [60] S. Wallin, and A.V.Johansson, An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 403(1) pp.89-132, 2000.

- [61] H.Bézar, Modélisation algébrique explicite: développement et application aux écoulements tourbillonnaires sur aile delta, RT 18/05284, ONERA/DMAE, Juin 2004.
- [62] S.Deck, Simulation numérique de charges latérales instationnaires sur les configurations de lanceur, *PhD Thesis*, Université d'Orléans, France, 2001.
- [63] P.Quéméré, Une méthode multi-domaine/multi-résolution avec application au couplage LES/LES et RANS/LES, *PhD thesis*, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France.
- [64] I.Mary. Simulation numérique LES autour du profil OAT15A, ONERA DAAP/DAFE, Juillet 2003.
- [65] H.Ha.Minh. La modélisation statistique de la turbulence : ses capacités et ses applications, Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 327, Série 2b, pp. 343-358, 1999.
- [66] C.G. Speziale, Turbulence modeling for time dependent RANS and VLES : A review *AIAA Paper 97-2052*, 17<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conference, Snowmass Village, Co, 29 Juin-2 Juillet 1997.
- [67] P.R. Spalart, W.H.Jou, M.Strelets, and S.R.Allmaras. Comments of the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. 1<sup>st</sup> AFOSR International conference on DNS/LES, Ruston, Louisiana, USA, August 4-8, 1997.
- [68] A.Travin, M.Shur, M.Strelets, and P.R.Spalart, Physical and numerical upgrades in the detached eddy simulation of complex turbulent flows, Euromech Colloquium on LES of complex transitional and turbulent flows, Book of abstracts, Munich, Octobre 2000.
- [69] J.Cousteix, Turbulence et couche limite, *CEPADUES EDITIONS*, 1989
- [70] W.M., Rohsenow, J.P. Hartnett, and E.N.Ganic, *Handbook of heat transfer fundamentals* McGraw-Hill, 1985.
- [71] A.Favre, Equations statistiques des gaz turbulents, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 246, 1956.
- [72] P.S. Klebanoff, Characteristics of the turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, TN 3178, NACA,1954.
- [73] A.A. Townsend, The structure of turbulent shear flow, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> Edition, 1976.
- [74] R.L. Simpson, Aspects of turbulent boundary layer separation, *Progress in Aerospace Sciences*, 32, pp. 457-521, 1996.
- [75] CFD-FASTRAN User Manuel, CFD Research Corporation, V2003
- [76] CFD-GEOM User Manuel, CFD Research Corporation, V2003
- [77] C.A.J, Fletcher, Computational techniques for fluid dynamics, Vol.2 Springer-Verlag, Berlin (Second Edition), 1991

- [78] J.D.Jr. Anderson. Modern compressible flow with historical perspective, Second Edition, McGraHill, Inc 1990.
- [79] T.L. Holst, Computation fluid dynamics drag prediction results from the viscous transonic airfoil workshop, *NASA TM*, 100095, April, 1988.
- [80] S.S. Desai, and R.Rangrajan, Viscous transonic flow over airfoils using transonic full potential equation in a system of cartesian coordinates, *AIAA Paper* No 87-0411, Jan 1987.
- [81] O. C. Resende, The evolution of the aerodynamic design tools and transport aircraft wings at Embracer. *Journal of Brazilian Society. Mech. Science. & Eng.*, 26(4), pp.379-389., 2004
- [82] C.L. Rumsey, S.L. Taylor, J.L. Thomas , and W.K, Anderson , Application of an -upwind Navier-Stokes code to two dimensional transonic airfoil flow, *AIAA Paper* No 87-0413 Jan, 1987.
- [83] M. Nandan, E.Stanewsky, and, G.R.Inger, Airfoil flow analysis with a special solution for shock/boundary-layer interaction, *AIAA Journal*, 19(12),pp.1540-1546,1981.
- [84] Y.G. Lai, R.M.C. SO. and A.J. Przekwas., Turbulent transonic flow simulation using a pressure-based method , *International Journal Engineering Sciences*, 33(4), pp 469-483, 1995.
- [85] E. Goncalves, and R.Hondeville, Reassessment of the wall functions approach for RANS Computations, *Aerospatiale .Sciences Technology*. 5, pp.1-14, 2001
- [86] G. Barakos, D.Drikakis, Numerical simulation of transonic buffet flows using various closures, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21, pp. 620-626, 2000
- [87] C.S. Kim, C. Kim, O.H. RhoHO, Parallel computations of high-lift airfoil flows using two-equation turbulence models, *AIAA Journal*, Vol.38, No 8, 2000.
- [88] J.Y. Yang, Implicit weighted essentially nonoscillatory schemes for the compressible Navier-Stokes equations, *AIAA Journal*, 39 (11), pp.2082-2090, 2001.
- [89] T. Knopp, T.Alrutz, and D.Schwamborn, A grid and flow adaptive wall-function method for RANS turbulence modeling, *Journal of Computational Physics*, 220, pp. 19-40, 2006.
- [90] E.D.V.Bigarella., and J.L.F. Azevedo, Advanced eddy-viscosity and Reynolds-stress turbulence model simulations of aerospace applications, *AIAA Journal* 45(10), pp.2369-2390, 2007.
- [91] S.Jakirlić, B.Eisfeld, R.Jester-Zürker, and N.Kroll, Near-wall Reynolds-stress model calculations of transonic flow configurations relevant to aircraft aerodynamics, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28, pp. 602-615,2000.
- [92] M.Hafez, E.Wahba, Simulations of viscous transonic flows over lifting airfoils and wings, *Computers & fluids* 36, pp. 39-52, 2007.

- [93] F.M.White, Viscous fluid flow, McGraw-Hill, Inc., 2<sup>nd</sup> Edition, 1991.
- [94] P.L. Roe, Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes, *Journal of Computational Physics*, 43, pp 357-372, 1981
- [95] B.Van Leer., Flux-Vector Splitting for the Euler Equations, *Lecture Notes in physics*, 170, pp 507-512, 1982.
- [96] C.D.Harris, Two-dimensional aerodynamic characteristics of the NACA 0012 airfoil in the Langley 8-foot Transonic Pressure Tunnel, *NASA Technical Memorandum*, 81927, 1981.
- [97] T.J., Mueller, and J.D., DeLaurier, On overview of micro air vehicle aerodynamics, fixed and flapping aerodynamics for micro air vehicle applications, *Progress in Aeronautics and Astronautics (Mueller, T.J. Editor)*, 195, AIAA, Reston, VA, 2001.
- [98] C.P, Ellington, and J.R., Usherwood, Lift and drag characteristics of rotary and flapping wings, *Progress in Aeronautics and Astronautics (Mueller, T.J. Editor)*, Chapter 12, Vol.195, pp.231-248, AIAA, 2001.
- [99] T.J., Mueller, and T.F, Burns, Experimental studies of the Eppler-61 airfoil at low Reynolds numbers, *AIAA paper* 82-0345, 1982.
- [100] T.J., Mueller, and S.M., Batill, Experimental studies of separation on a two-dimensional airfoils at low Reynolds numbers, *AIAA Journal*, 20(4), pp. 457-463, 1982.
- [101] M.M., O'Meara, and T.J., Mueller, Laminar separation bubble characteristics on an airfoil at low Reynolds numbers, *AIAA Journal*, 25(8), pp. 1033-1041, 1987.
- [102] G.E., Bartlett, and R.J., Vidal, Experimental investigation of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low-aspect-ration wings at low speeds, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 22(8), pp. 517-533, 1995.
- [103] G.E., Torres, and T.J., Mueller, Micro aerial vehicle development: design, components and flight- testing, *AUVSI 2000*, July 11-13, Orlando, FL.
- [104] T.J., Mueller, and J.D., DeLaurier, Aerodynamics of small vehicles, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35, pp. 89-111, 2003.
- [105] G.E., Torres, and T.J., Mueller, Low aspect ration wing aerodynamics at low Reynolds Numbers, *AIAA Journal*, 42(5), pp. 865-873, 2004.
- [106] A.M., DeLuca, and M.F., Reeder, Experimental investigation into the aerodynamic properties of a flexible and rigid wing micro air vehicle, *24<sup>th</sup> AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, 28 June-1 July 2004, Portland, Oregon.
- [107] S.S.J., Yuan, and D.J., Olinger, Lift distributions on low aspect ration wings at low Reynolds number for micro air vehicle Applications, *22<sup>nd</sup> Applied Aerodynamics Conference and Exhibit*, 16-19 August 2004, Providence, Rhode Island.

- [108] E.J., Schroeder, and J.D., Baeder, Using computational fluid dynamics for micro air vehicle airfoil validation and prediction, 23<sup>rd</sup> *AIAA Applied Aerodynamics Conference* 6-9 June 2005, Toronto, Ontario Canada.
- [109] W., Null, and S., Shkarayev, Effect of camber on the aerodynamics of adaptive wing micro air vehicles, *Journal of Aircraft*, 42(6), pp.1537-1542, 2005.
- [110] P., Cosyn, and J., Vierendeels, Numerical investigation of low aspect ratio wings at low Reynolds Numbers, *Journal of Aircraft*, 43(3), pp. 713-722, 2006.
- [111] Y., Elimelech, R., Arieli, and G., Iosilevskii, Flow over NACA-009 and Eppler-61 airfoils at Reynolds numbers 5000 to 60000, *AIAA Journal*, 45(10), pp. 2414-2421, 2007.
- [112] J.-M., Moschetta, and C., Thipyopas, Aerodynamic performance of a biplane micro air vehicle, *Journal of Aircraft*, 44(1), pp. 291-299, 2007.
- [113] C., Thipyopas, and J.-M., Moschetta, From development of micro air vehicle testing research to the prototype of TYTO: low speed biplane MAV, 26<sup>th</sup> *Applied Aerodynamics Conference*, 18-21 August 2008, Honolulu, Hawaii.
- [114] R., Albertani, B., Stanford, R., DeLoach, J.P., Hubner, , and P., Ifju, Wind-tunnel testing and modeling of a micro air vehicle with flexible wings, *Journal of Aircraft*, 45(3), pp. 1025-1032, 2008.
- [115] K., Yonemoto, K., Takato, H., Ochi, and S., Fujie, Kutta condition violation in two-dimensional NACA-0012 airfoil at low Reynolds numbers, 26<sup>th</sup> *AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 18-21 August 2008, Honolulu, Hawaii.
- [116] J., Kim, Z., Rusak, and N., Koratkar, Small-scale airfoil aerodynamic efficiency improvement by surface temperature and heat transfer, *AIAA Journal*, 41(11), pp. 2015-2113, 2003.
- [117] B., Stanford, M., Sytsma, R., Albertani, D., Vieru, W., Shyy, and P., Ifju, Static aeroelastic model validation of membrane micro air vehicle wings, *AIAA Journal*, 45, pp. 2828-2837, 2007.
- [118] H.H.Hurt, Jr., *Aerodynamics for Naval Aviators*, Revised edition, 1965, published by Direction of the Commander, Naval Air Systems Command, United States Navy, reprinted by Aviation Supplies and Academics, Inc., 7005 132nd Place SE, Renton, Washington 98059-3153.
- [119] I.K.Nousis, Validation d'une fermeture RSM sur des profils d'ailes, *Rapport de stage*, DEA, Mars-Sept 2000, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France.
- [120] V. Schmitt, and F.Charpin, Pressure distribution on the ONERA-M6 wing at transonic Mach numbers, experimental data base for computer assessment. Report of the Fluid Dynamics Panel Working Group 04, *AGARD AR 138*, May 1979.

- [121] AM.Savil The turbulence structure of a highly curved two-dimensional wake. *In Proceedings of the IUTAM Symposium on Complex Turbulent Flows*, Dumas R, Fulachier F (eds). Springer: Berlin, pp. 85–197, 1983
- [122] HS.Koyama, Effects of streamline curvature on laminar and turbulent wakes. *Proceedings of the Fourth Symposium on Turbulent Shear Flows*. University of Karlsruhe: Karlsruhe, Germany, pp.141–155, 1983.
- [123] V.Nakayama, Curvature and pressure-gradient effects on a small-defect wake. *Journal of Fluid Mechanics*, 175, pp.215 –246, 1987.
- [124] V.Ramjee,E.G.Tulapurkara, R.Rajasekar, Development of airfoil wake in a longitudinally curved stream. *AIAA Journal*, 26(8), pp.948–953, 1988.
- [125] V.Ramjee, and D.Neelakandan, Development of wake of a rectangular cylinder in a curved stream, *Experiments in Fluids*, 7, pp.395 –399, 1989.
- [126] V.Ramjee,and D. Neelakandan, Curvature effects on the wake of an airfoil and other bodies, *Fluid Dynamics Research* , 6, pp.1-13, 1990.
- [127] E.G.Tulapurkara, V.Ramjee, and, J.George, Development of wake in presence of both curvature and pressure gradient, *Boundary Layer and Free Shear Flows, Transactions of the ASME* , 184, pp.195-202, 1994.
- [128] E.G. Tulapurkara, V. Ramjee, and, G.Jacob, Development of a bluff body wake under the combined influence of curvature and pressure gradient. *Experiments in Fluids*,18, pp.311–318, 1995.
- [129] J.John, and, MT.Schobeiri, Development of a two-dimensional turbulent wake in a curved channel with a positive streamwise pressure gradient. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 118, pp.292–299, 1996.
- [130] M.T.Schobeiri, J.John , and, K.Pappu, Development of two-dimensional wakes within curved channels: theoretical framework and experimental investigation. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME* , 118,pp.506 –518, 1996.
- [131] A.R.Starke, R.A.W.M. Henkes, and, M.J.Tummers, Effects of curvature and pressure gradient on a turbulent near wake, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 19, pp.49 – 56, 1999.
- [132] J.L.Narasimhan, V.Ramjee, P.Diwaakar, M.Philip, and, E.G.Tulapurkara, Prediction of wake in a curved duct, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33, pp.907– 916.1991.
- [133] E.G.Tulapurkara, V.Ramjee, and, G. Jacob, Prediction of aerofoil wake subjected to the effects of curvature and pressure gradient, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 22, pp.29 –41, 1996.

- [134] M.R. Mokhtarzadeh-Dehghan, and, N. Piradeepan, Numerical prediction of a turbulent curved wake and comparison with experimental data, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 51, pp.49-76, 2005.
- [135] E. Farsimadan, and, M.R. Mokhtarzadeh-Dehghan, A large eddy simulation of an airfoil turbulent wake subjected to streamwise curvature, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 56, pp.1233-1240, 2008.
- [136] N. Piradeepan, and M.R. Mokhtarzadeh-Dehghan, Measurements of turbulence quantities in the curved wake of an airfoil, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 29, pp.239-252, 2005.
- [137] N. Bekka, R. Bessaïh, and, M. Sellam, Numerical study of transonic flows using various turbulence models, *International Review of Mechanical Engineering (IREME)*, 2(4), pp. 599-607, 2008.
- [138] N. Bekka, R. Bessaïh, M. Sellam, and, A. Chpoun, Numerical study of heat transfer around the small scale using various turbulence models, (publication soumise au mois février 2009 à la revue internationale: *Numerical Heat Transfer, Part A*; l'article est accepté au mois juillet 2009 pour publication)

# Annexe A

## Exemple de génération de maillage par CFD-GEOM [76]

### A.1 Maillage structuré

Le premier pas de génération de maillage autour d'un profil d'aile, par exemple le NACA0012, est de connaître les points coordonnées définissant la courbe de la géométrie ; en bidimensionnel : x et y de chaque point. Comme le montre la figure (A.1), la géométrie, ainsi que la topologie de maillage sont engendrées, en utilisant le mailleur CFD-GEOM. Les frontières du domaine de calcul sont discrétisées par création des segments, en appliquant la loi de tangent hyperbolique. Ensuite, les trois faces sont obtenues : la face supérieure, inférieure, et la partie sillage, en aval de profil d'aile (Fig.A.2).

La figure A.3 illustre le maillage structuré résultant et un zoom de la région de bord d'attaque. Trois blocs sont engendrés, en utilisant les trois faces de maillage (Fig.A.4). La dernière étape est de sauvegarder le maillage sous deux formats ; en format GGD pour le CFD-GEOM, et un format DTF, exporté vers le code CFD-FASTRAN pour une utilisation ultérieure lors de la simulation numérique.

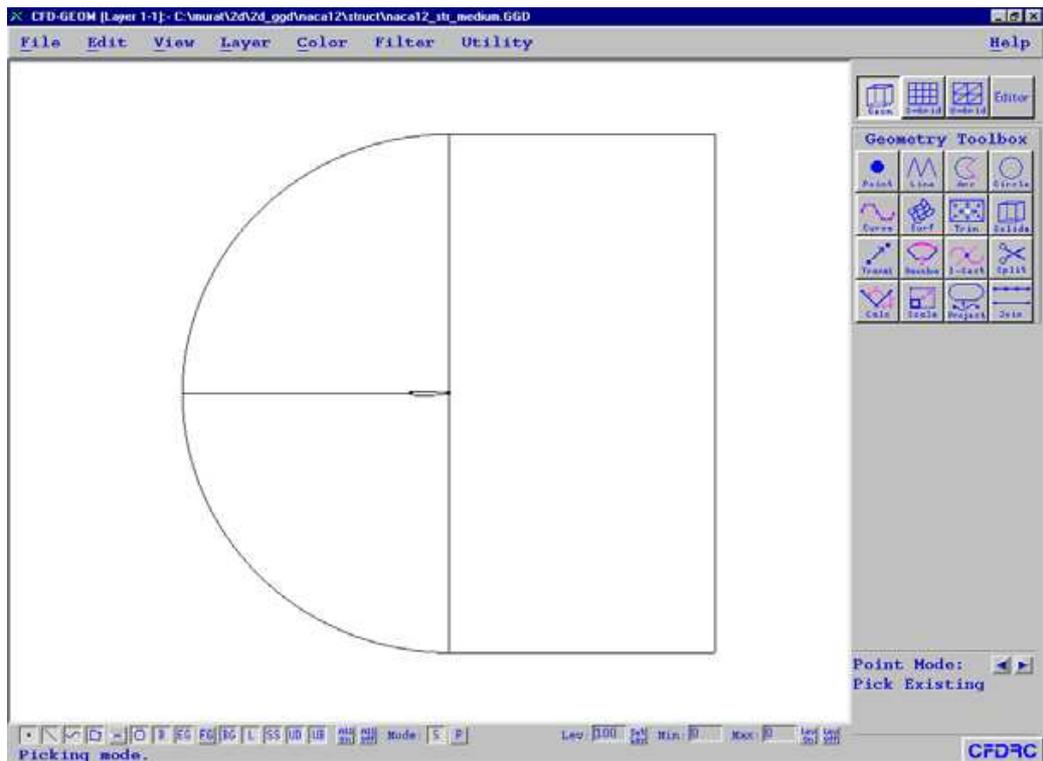
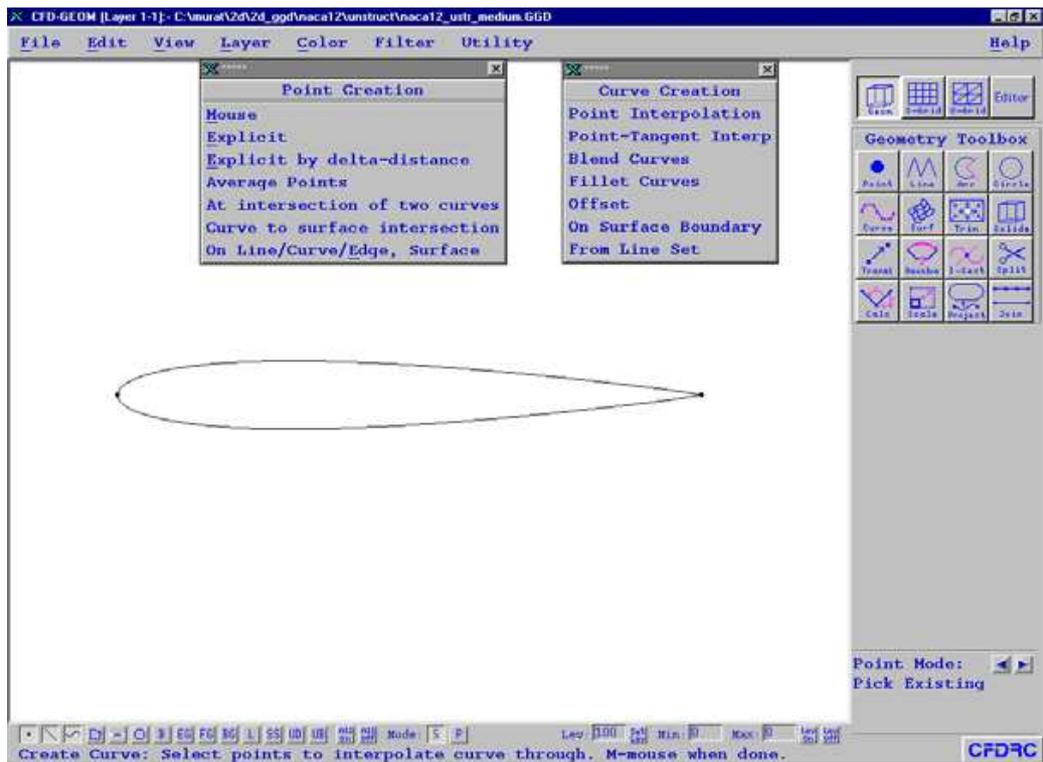


Figure A.1 La géométrie de profil d'aile NACA 0012 et la topologie de domaine de calcul

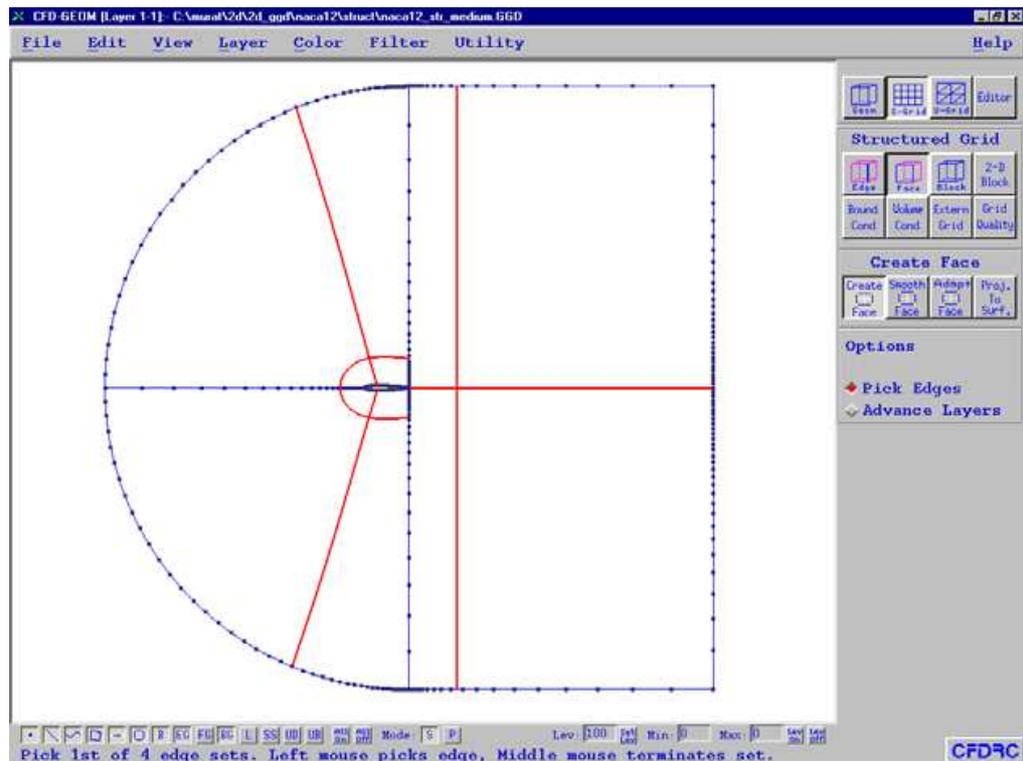
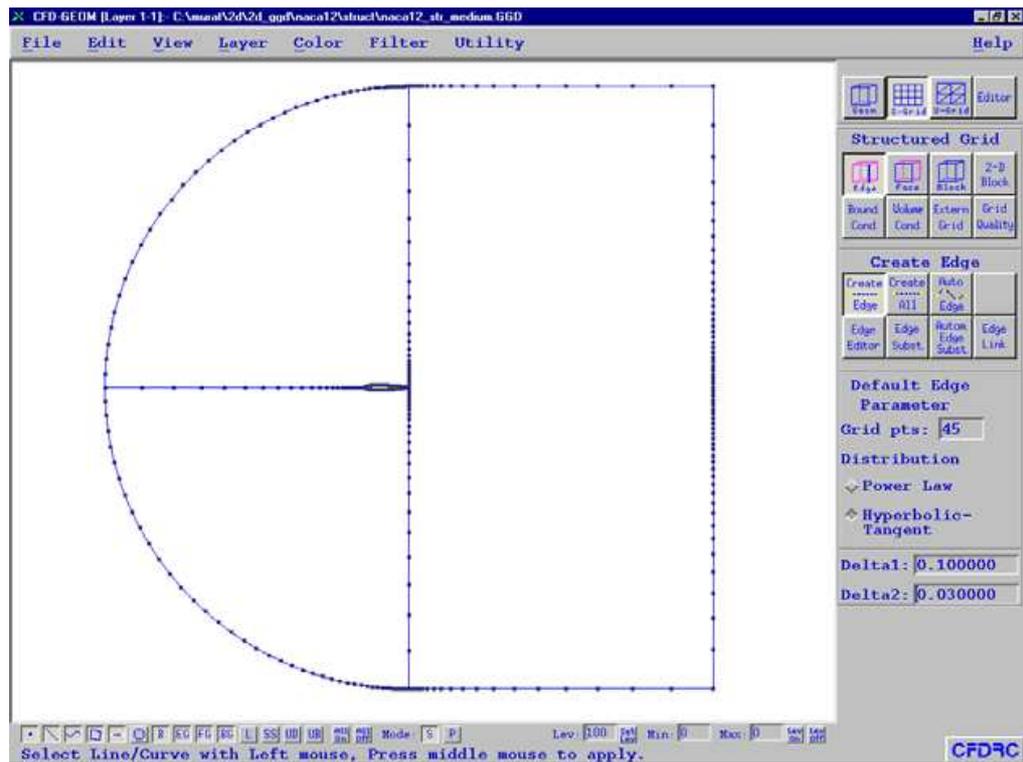


Figure A.2 Discretisation des courbes frontières et les faces engendrées autour de profil NACA0012

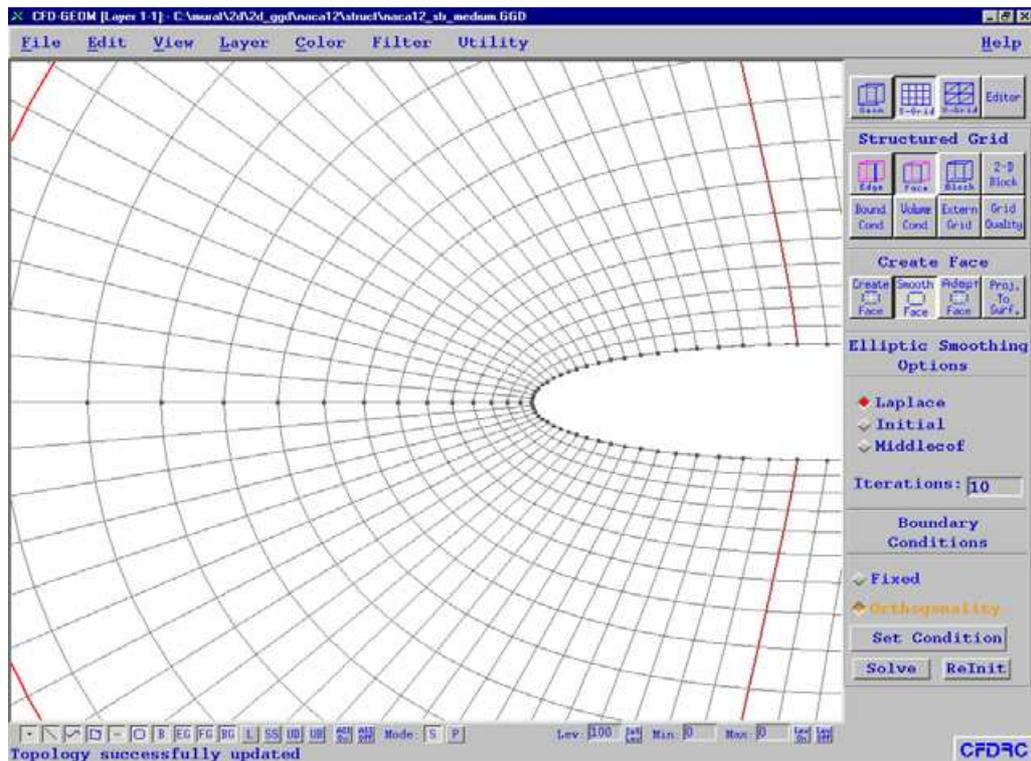
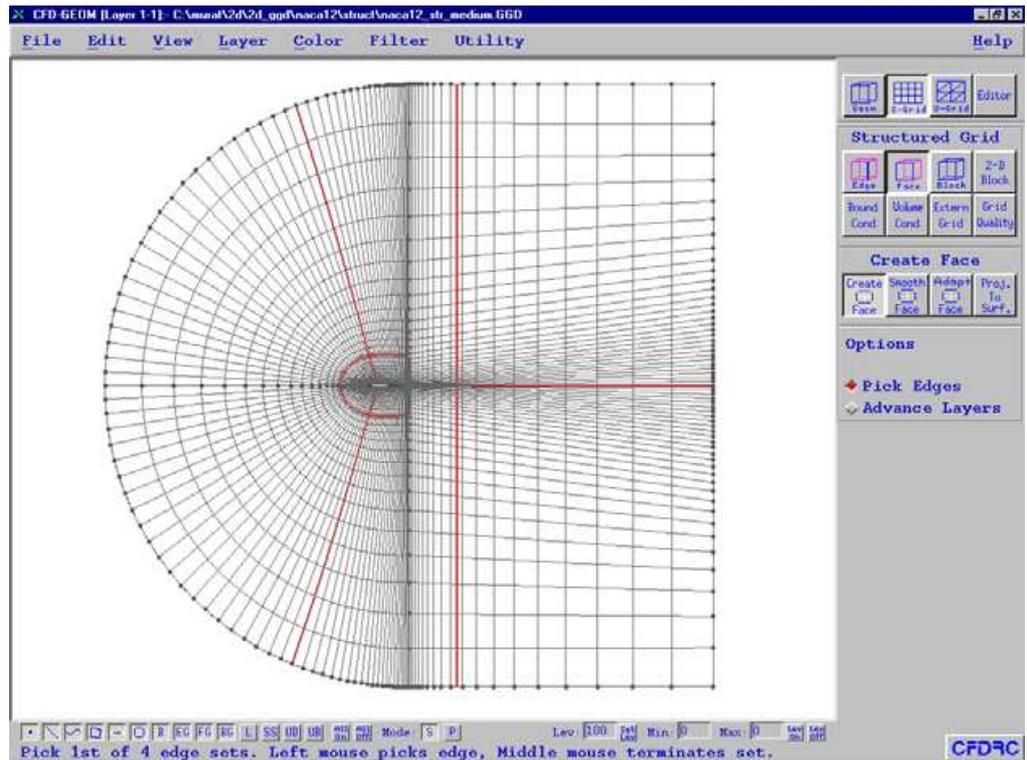


Figure A.3 Le maillage structuré obtenu avec zoom de la région de bord d'attaque

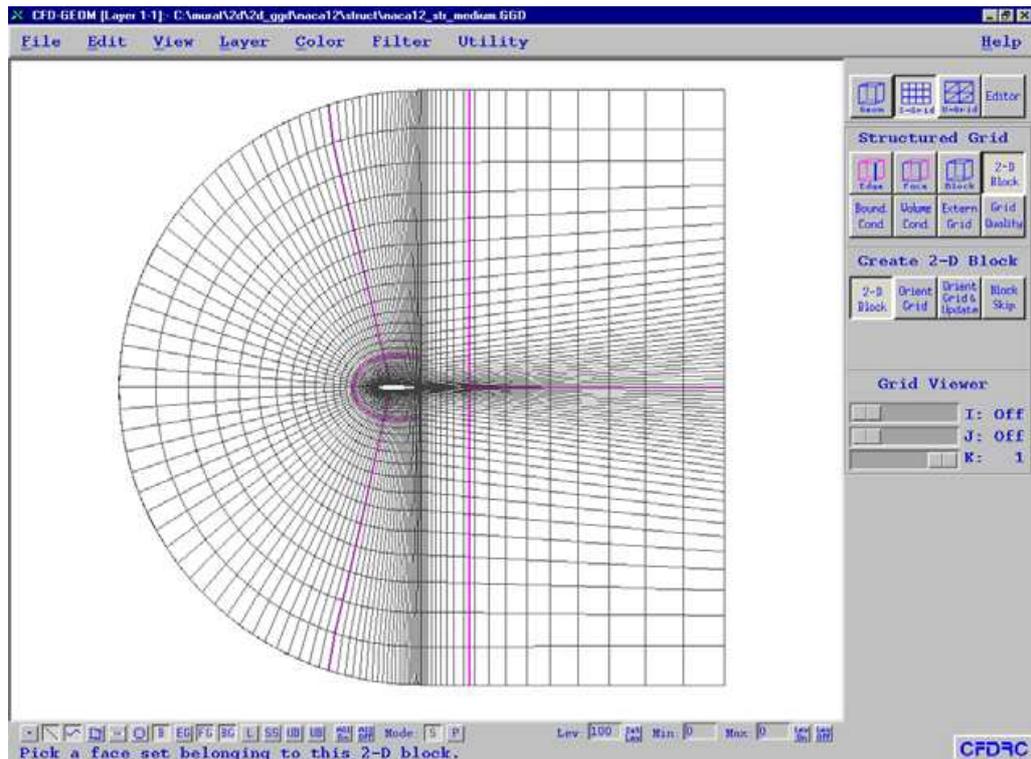
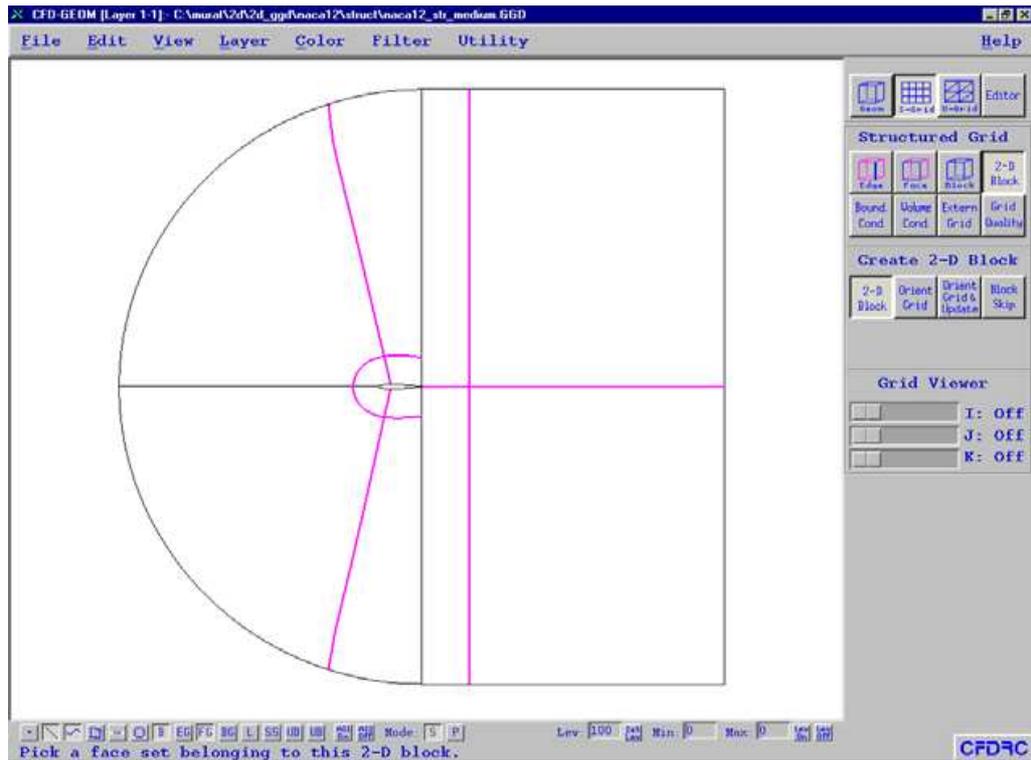


Figure A.4 Maillage structuré autour de NACA0012 avec 3 blocs bidimensionnels

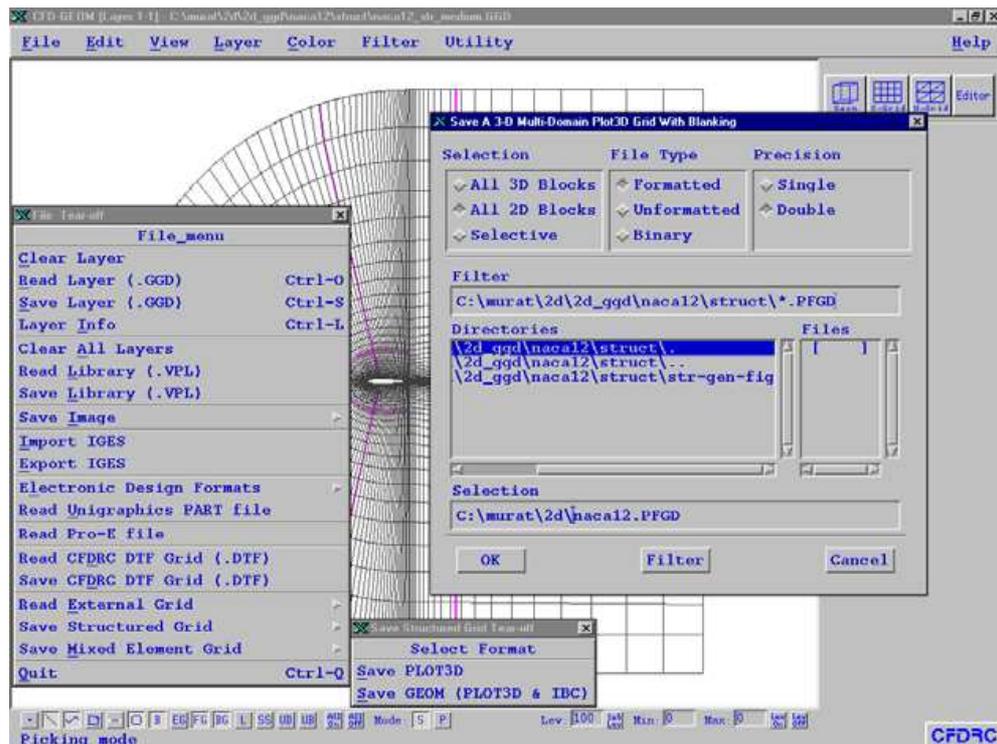


Figure A.5 Sauvegarde de maillage structuré résultant sous format GGD et DTF

## A.2 Maillage instrué

Comme le cas de maillage structuré, on a choisi le profil NACA 0012. On commence tout d'abord par la création de la géométrie de profil d'aile, en connaissant bien sûr les coordonnées  $x$  et  $y$  des points définissant la géométrie du profil d'aile. A l'aide des outils de génération de points et de courbes, on obtient facilement la géométrie de profil, ainsi que le domaine délimitant le domaine de calcul, en maillage instrué (Fig.A6). Les courbes frontières sont discrétisées en créant des segments, avec une loi de distribution de nœuds, type : hyperbolique tangent. La géométrie, ainsi que le domaine extérieur obtenus sont illustrés par la figure A.7. La surface délimitant le domaine de calcul est engendrée, en utilisant quatre courbes (Fig.A.8). Finalement, le maillage instrué est obtenu à l'aide de groupe de surfaces ouvertes (Fig.A.9). Sur la figure A.10, on a présenté le maillage instrué (triangulaire) obtenu, ainsi que un zoom de maillage de la région de bord d'attaque. Le maillage résultant est sauvegardé sous deux formats, un format pour le CFD-GEOM (\*.GGD) et l'autre (\*.DTF) pour une utilisation ultérieure lors de calcul par le code CFD-FASTRAN (Fig.A.11).

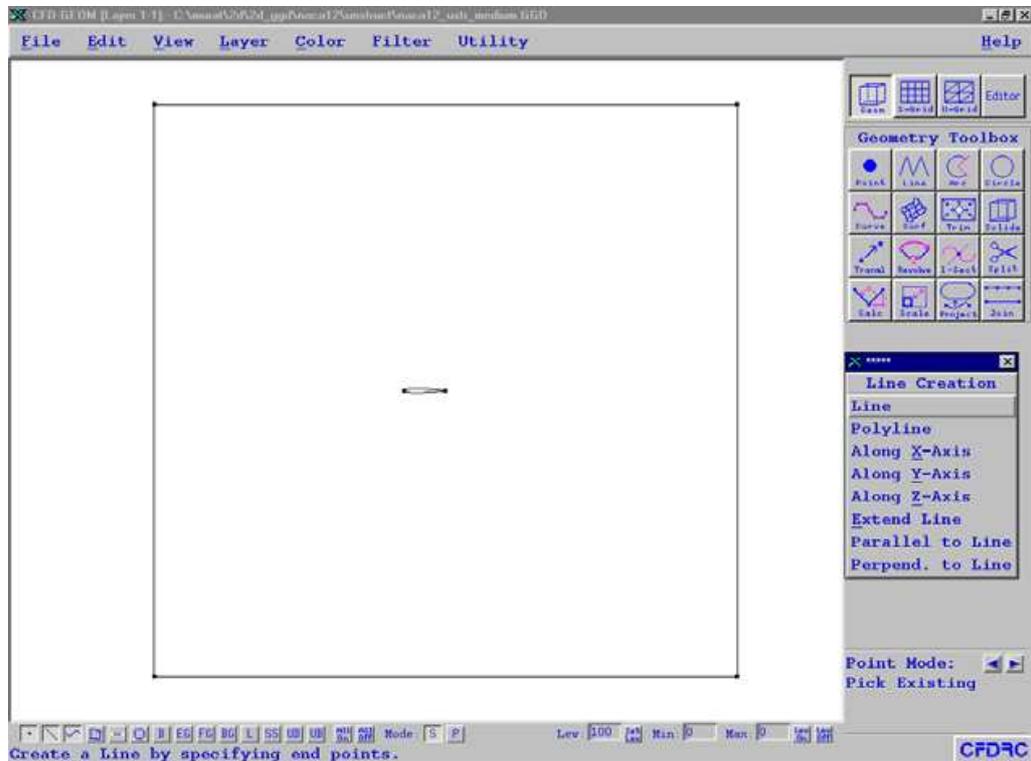
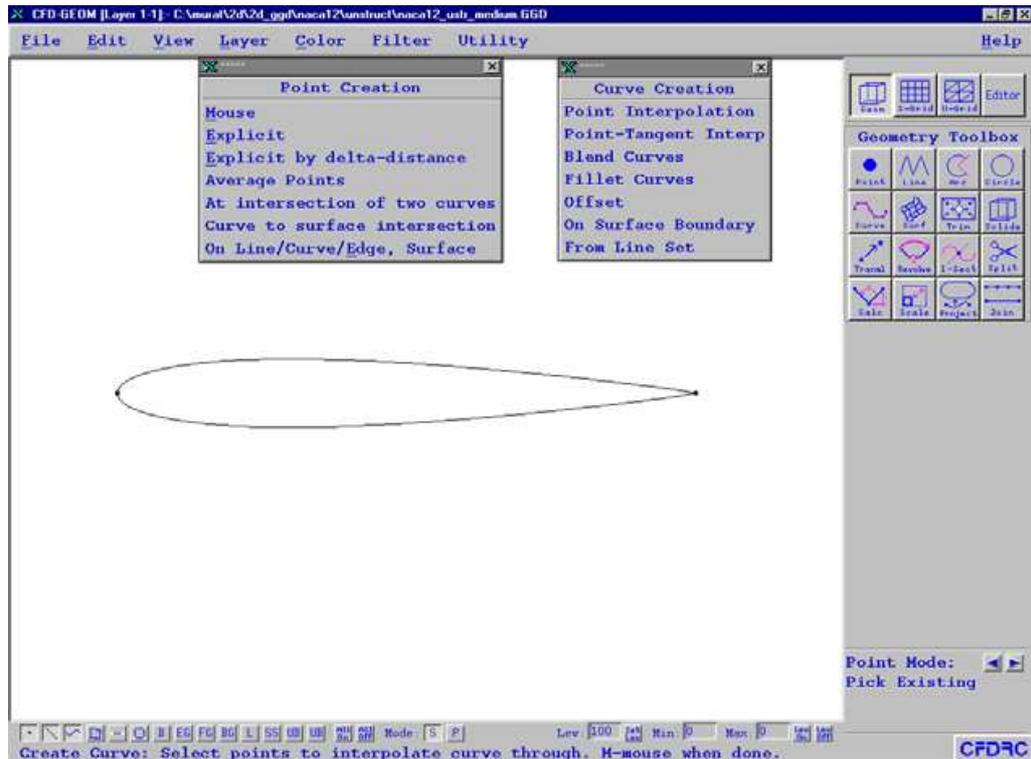


Figure A.6 La géométrie du profil d'aile et les frontières délimitant le domaine de calcul en maillage instrué

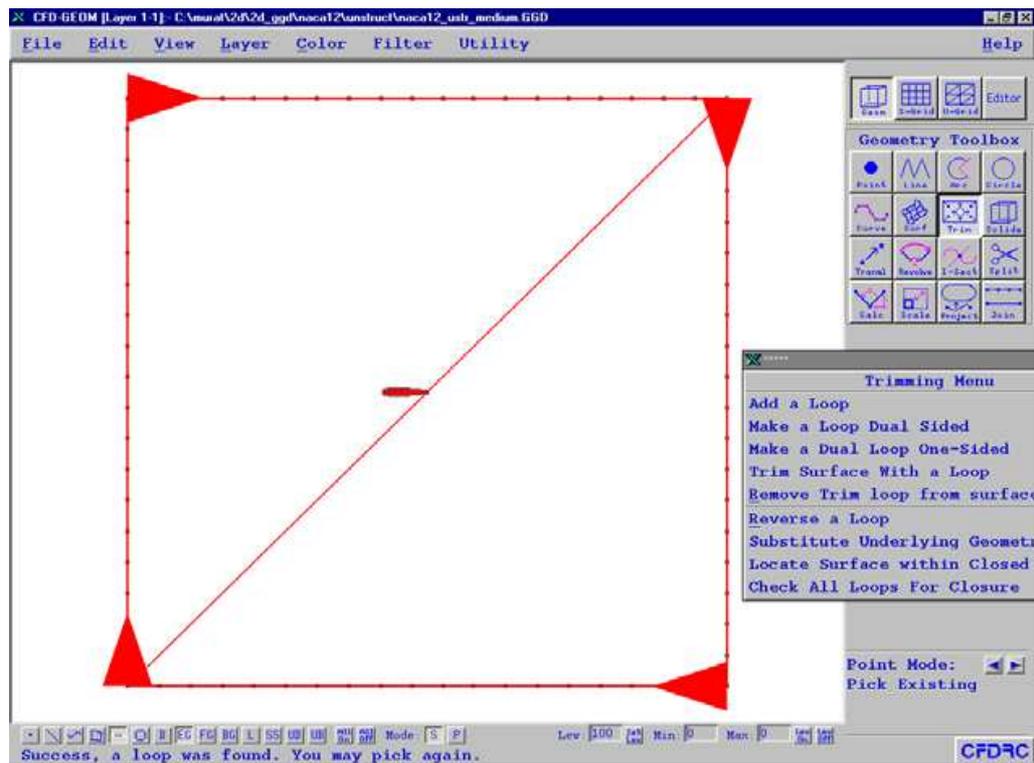
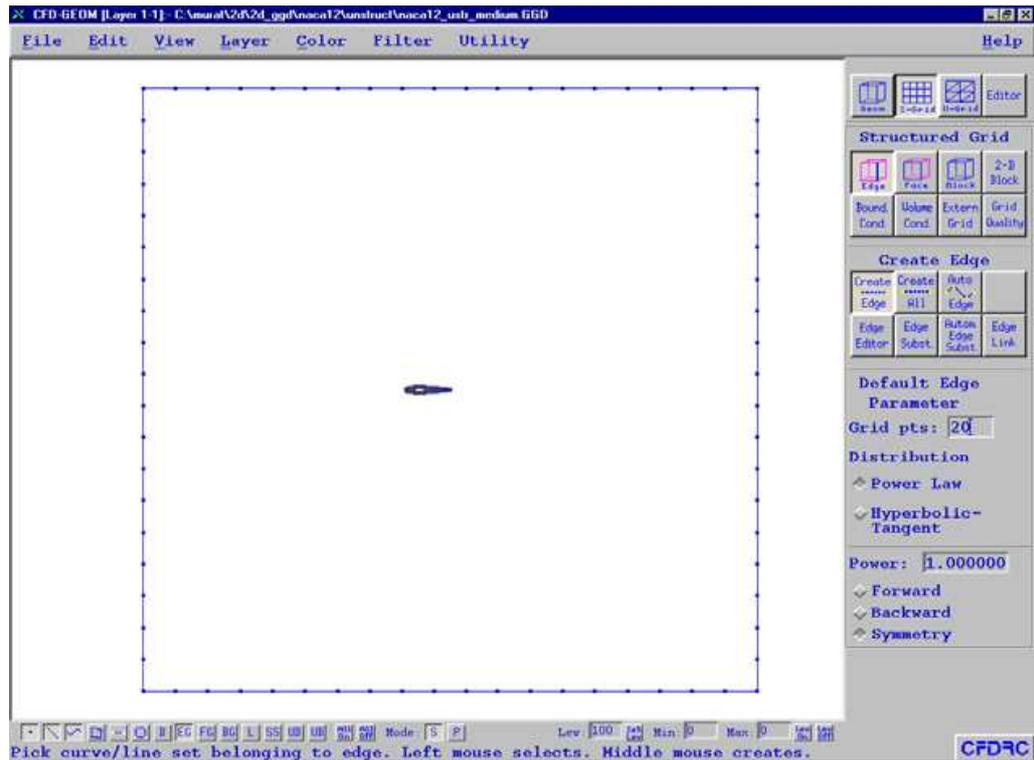


Figure A.7 Discrétisation des courbes frontières délimitant le domaine de calcul autour de profil NACA 0012

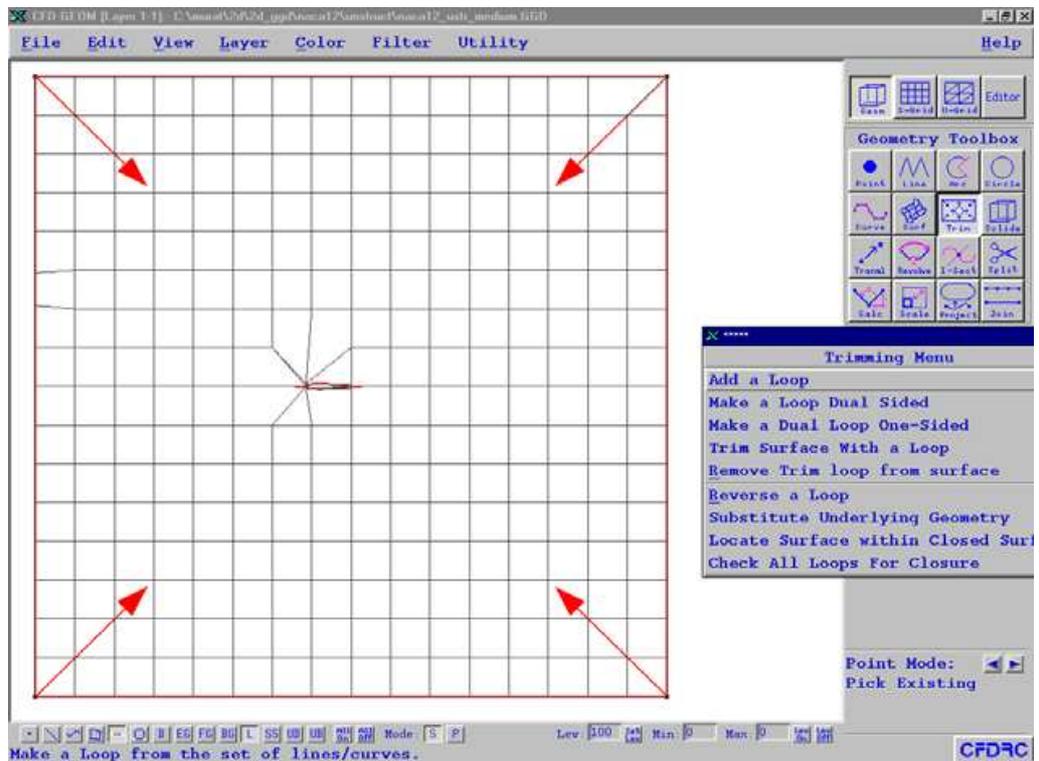
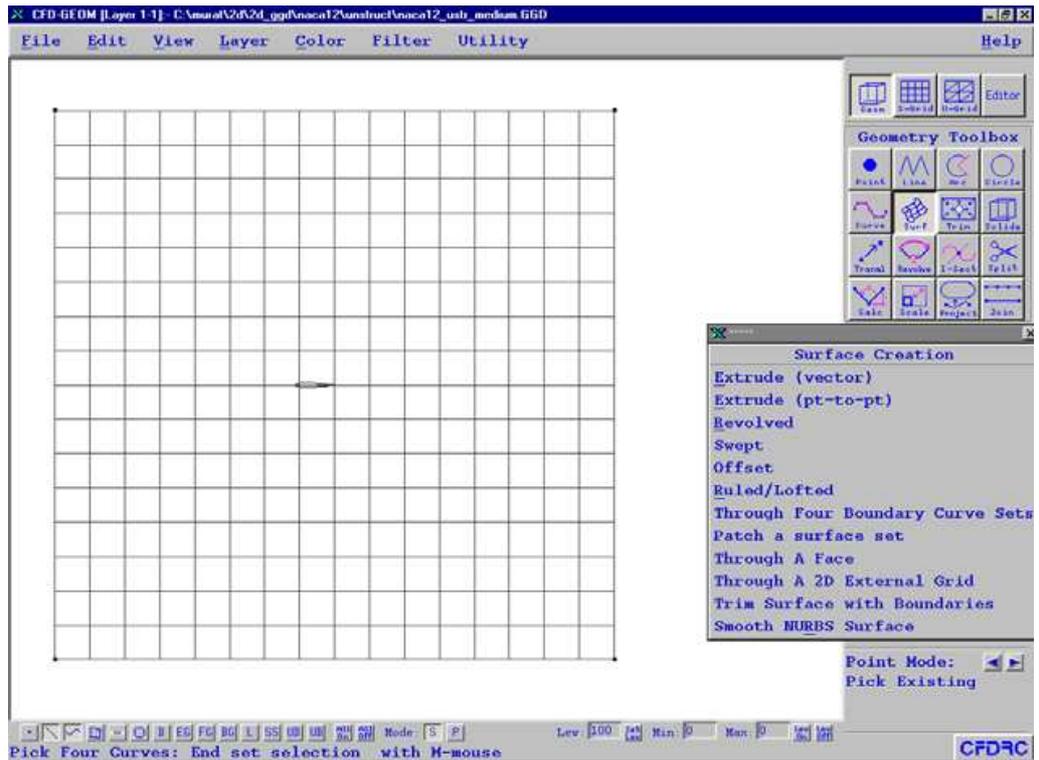
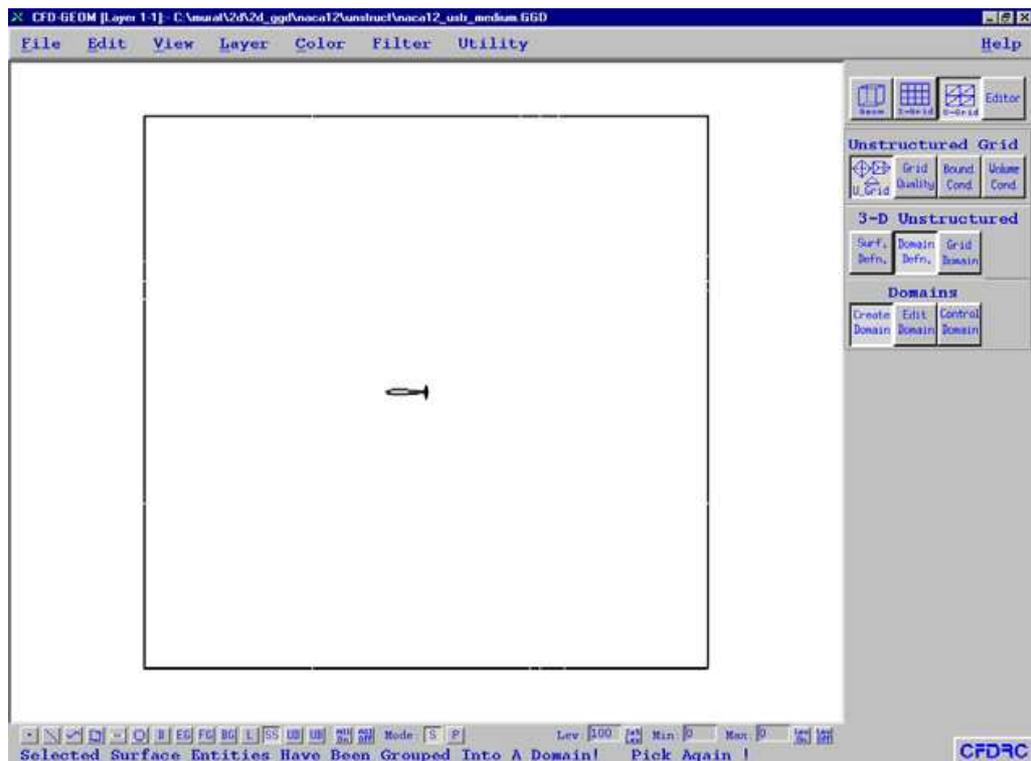
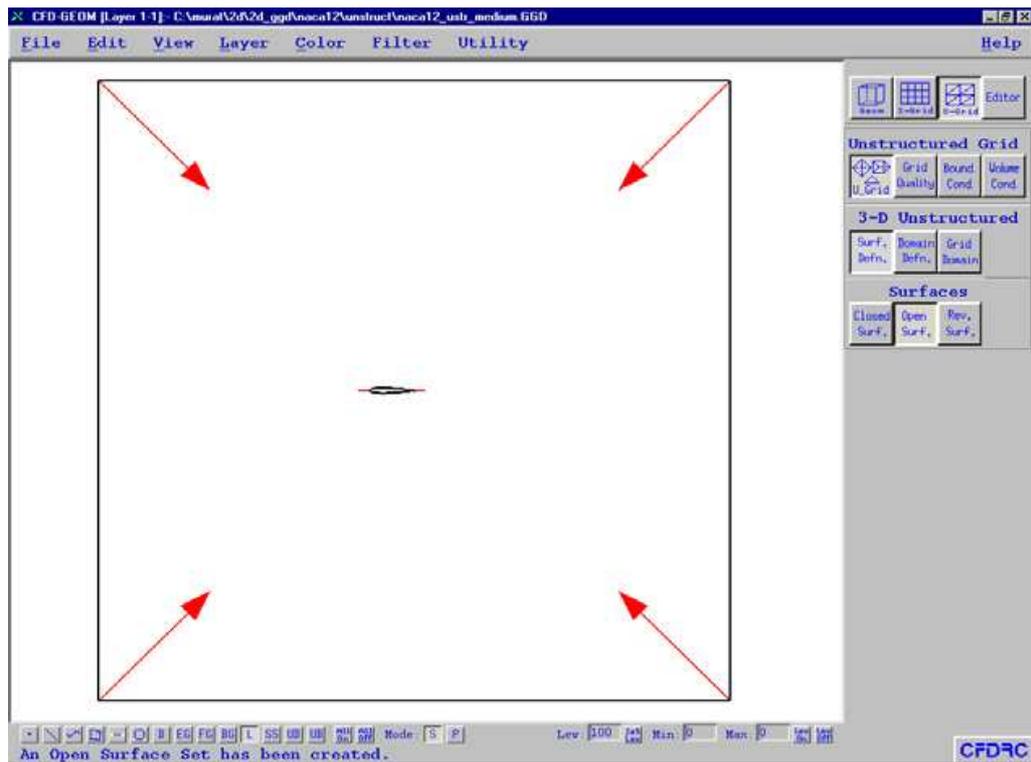
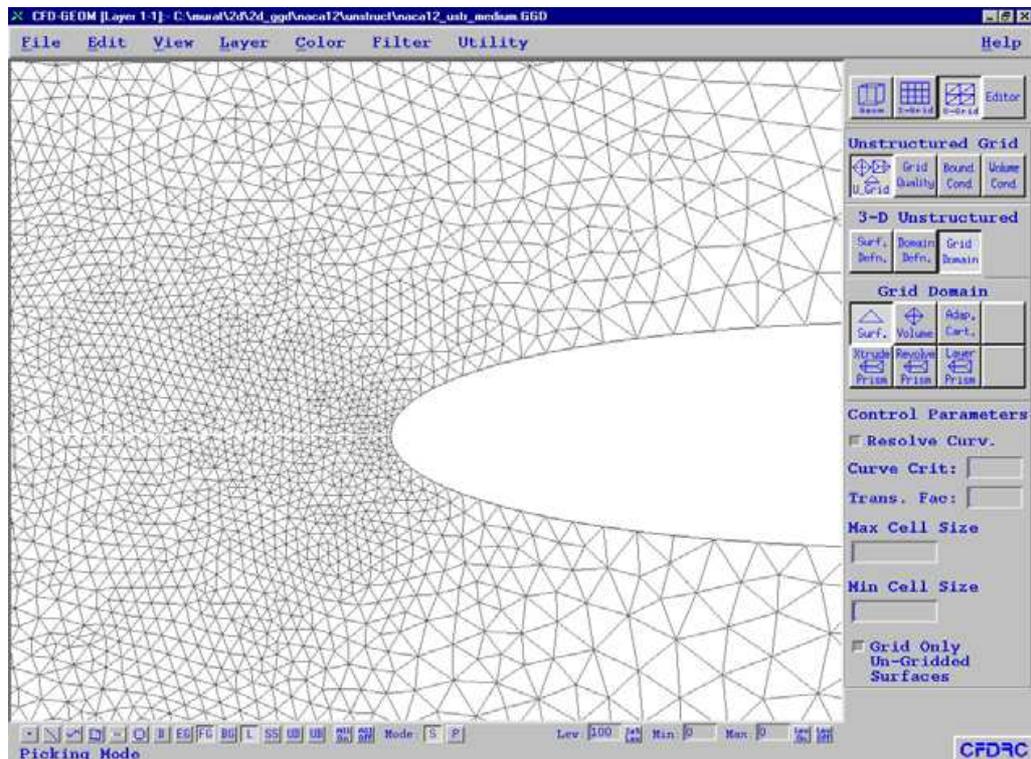
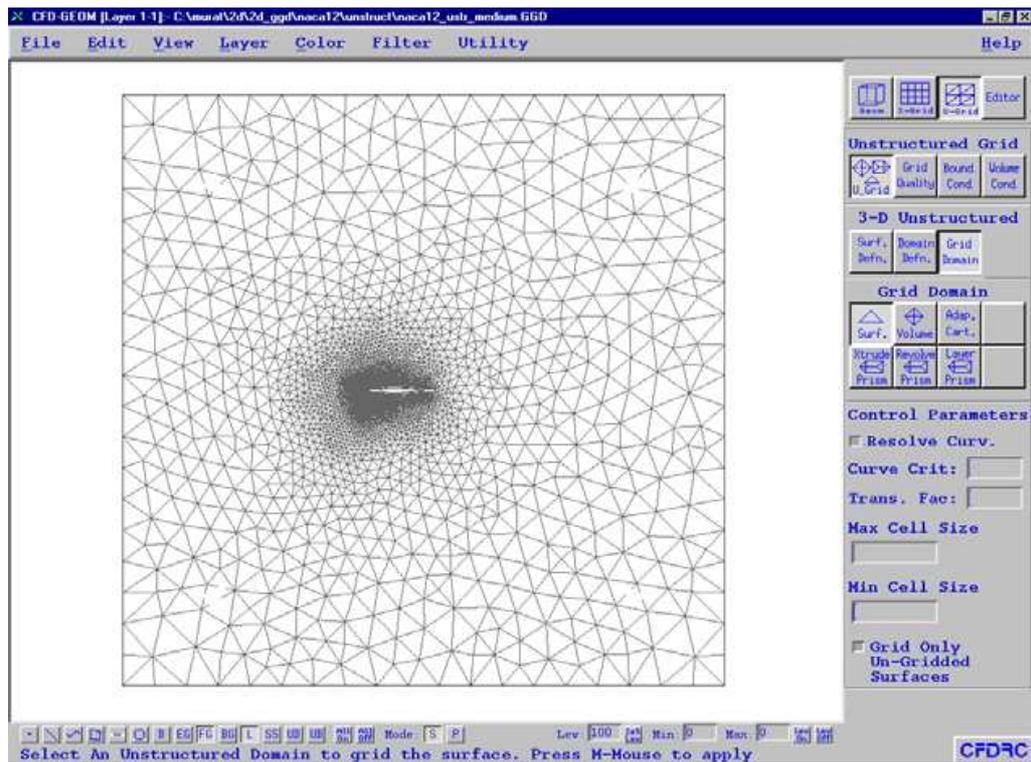


Figure A.8 Création de la surface maillée en maillage instrué



**Figure A.9** Création de groupe des surfaces ouvertes et de domaine de maillage instrué



**Figure A.10** Maillage triangulaire (instructuré) autour de profil NACA0012, avec zoom au bord d'attaque.

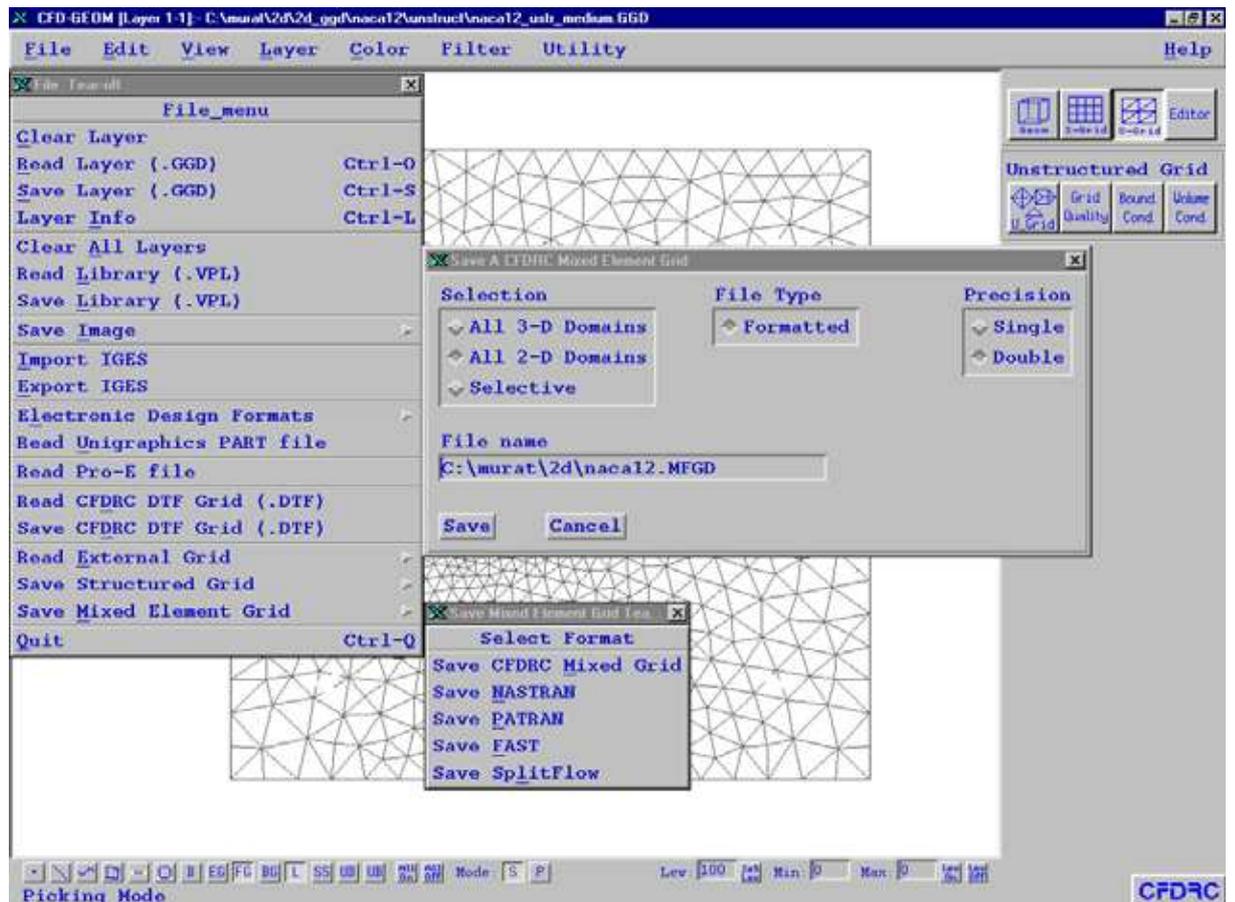


Figure A.11 Sauvegarde de maillage instruré résultant sous format GGD et DTF

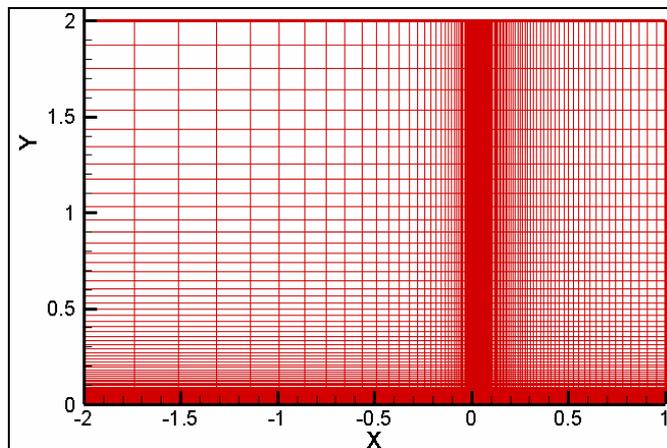
## Annexe B

### Résultats des calculs de plaque plane

Afin de tester la robustesse du code CFD-FASTRAN [75], nous avons jugé de présenter dans cette annexe, quelques résultats relatifs au cas d'une plaque plane. Cette géométrie est choisie, du fait qu'elle est standard, et même la validation avec des solutions analytiques est possible, à travers la solution auto semblable de Blasius. Dans une première étape, nous avons comparé les résultats numériques issus d'un calcul laminaire avec ceux de Blasius. En deuxième étape, nous avons validé les résultats de calcul turbulent, en utilisant trois modèles de turbulence : k- $\epsilon$ , k- $\omega$  et Baldwin-Lomax avec ceux de la théorie et de l'expérience [69].

#### B.1 Calcul laminaire

Pour le cas laminaire, le nombre de Mach =0.3, et le nombre de Reynolds  $Re=5 \times 10^5$ . Les valeurs dimensionnelles de la vitesse, la pression et la température sont respectivement :  $U=104.2$  m/s,  $P=7586.7$  Pa, et  $T= 300$  K. Le calcul laminaire exige un maillage raffiné à la paroi ( $Y^+$  est approximativement 1), le maillage utilisé, ainsi que les dimensions de la plaque et du domaine de calcul sont illustrés par la figure B.1.

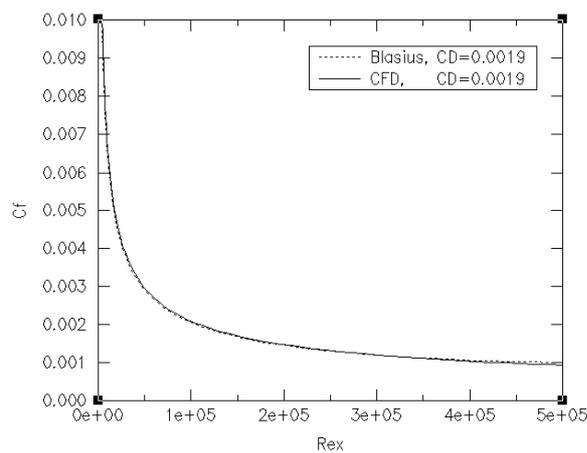


**Figure B.1** Maillage pour une plaque plane (150x101)

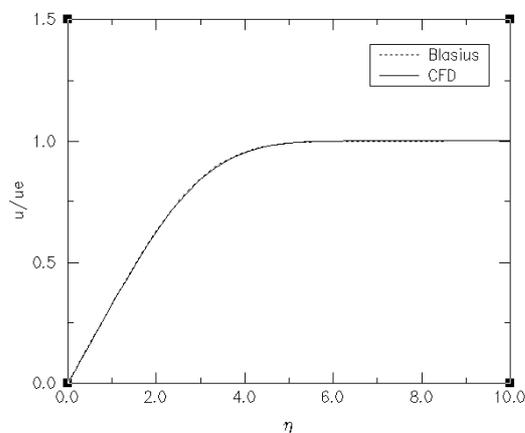
La plaque est de longueur unité. Le bord d'attaque de la plaque est pris comme origine ( $x=0$ ), et le domaine à l'infini amont est localisé à ( $x= -2$  m). La solution laminaire est obtenue avec un maillage de  $150 \times 101$  nœuds. La convergence est atteinte après 3000 itérations, avec un CFL max =10. La figure B.2 montre la répartition de coefficient de frottement et de profil de vitesse. On remarque que les deux allures (calculée : CFD et théorique : Blasius), que ce soit pour le coefficient de frottement, ou pour la vitesse sont confondues. De même pour les valeurs de coefficient de traînée  $C_D$ , sont égales. On rappelle ici les formules théoriques des coefficients  $C_f$  et  $C_D$  pour une plaque plane laminaire, d'après Cousteix [69] :

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{et} \quad C_D = \frac{1.328}{\sqrt{Re_l}}$$

$Re_x$  et  $Re_l$  : nombres de Reynolds basés respectivement, sur  $x$  et sur la longueur caractéristique de la plaque plane  $l$ .



(a) Coefficient de frottement



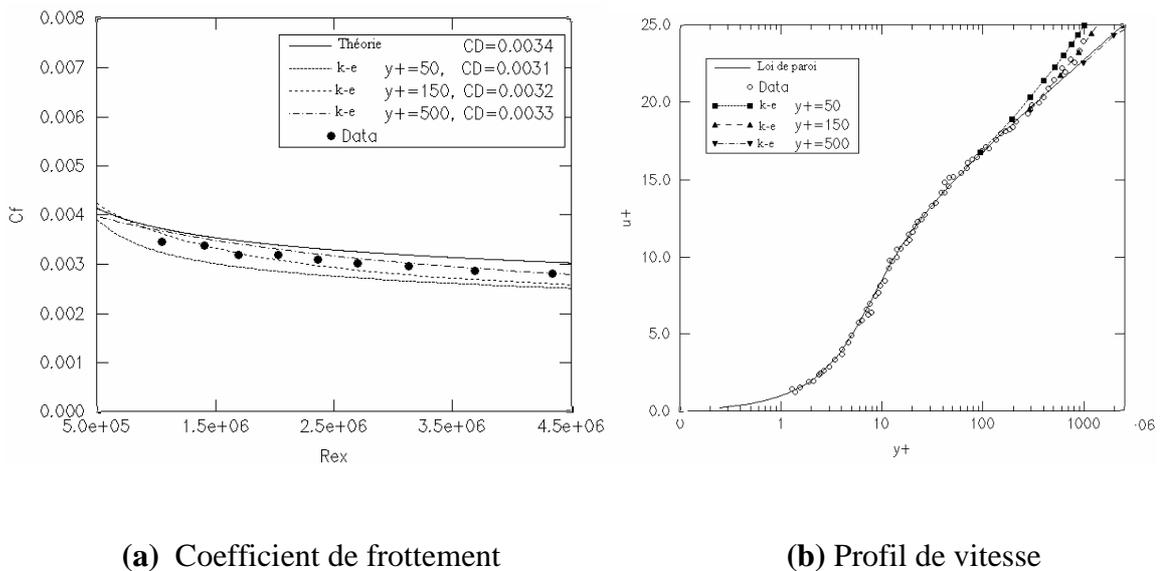
(b) profil de vitesse

**Figure B.2** Plaque plane laminaire

## B.2 Calcul turbulent

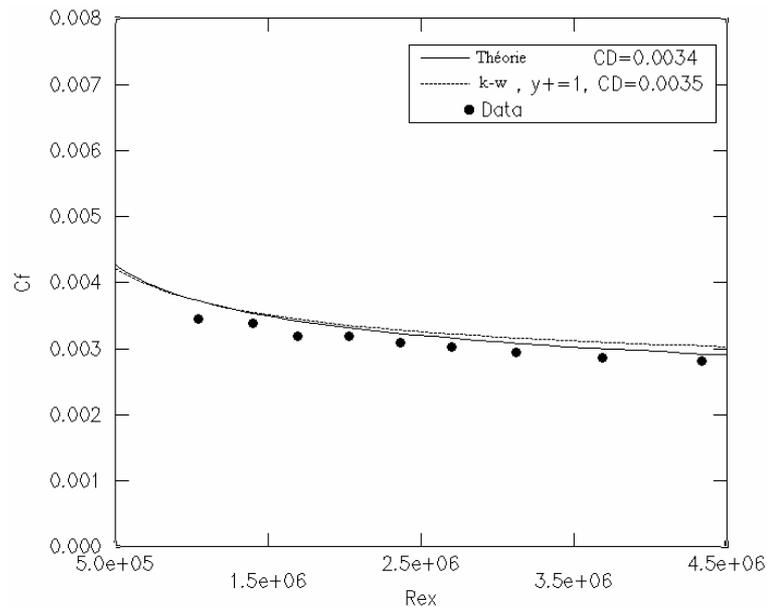
Pour le cas turbulent, le nombre de Mach =0.3, et le nombre de Reynolds  $Re=5 \times 10^6$ . Les conditions d'écoulement sont les mêmes que celles du cas laminaire, sauf, la pression  $P=75867$  Pa. Trois modèles de turbulence sont testés : k- $\epsilon$ , k- $\omega$  et Baldwin-Lomax. Puisque le modèle k- $\epsilon$  utilise des lois de paroi, ce qui exige des valeurs de  $Y^+$  un peu élevées (au voisinage de 50). Afin de voir l'effet de  $Y^+$  sur les valeurs pariétales, la figure B.3a montre la répartition de coefficient de frottement en fonction de nombre de Reynolds, pour diverses valeurs de  $Y^+$ . On remarque que les allures sont en bon accord avec celles de la théorie et de l'expérience [69], pour toutes les valeurs de  $Y^+$ , mais la valeur  $Y^+=150$  donne des résultats meilleurs par rapport aux autres valeurs. La figure (B.3b) montre l'évolution de profil de vitesse dans la couche limite  $u^+$  (vitesse adimensionnée, voir le chapitre 2) en fonction de la variable adimensionnée  $Y^+$ . Les trois régions citées précédemment (Chap.2) sont prédites pour toutes les valeurs testées de  $Y^+$ , ainsi que, sont en bon accord avec celles de la théorie et de l'expérience. Pour une plaque plane turbulente, les coefficients de frottement et de traînée sont définis par les relations [69] :

$$C_f = \frac{0.455}{\ln^2(0.06 Re_x)} \quad \text{et} \quad C_D = \frac{0.523}{\ln^2(0.06 Re_l)}$$

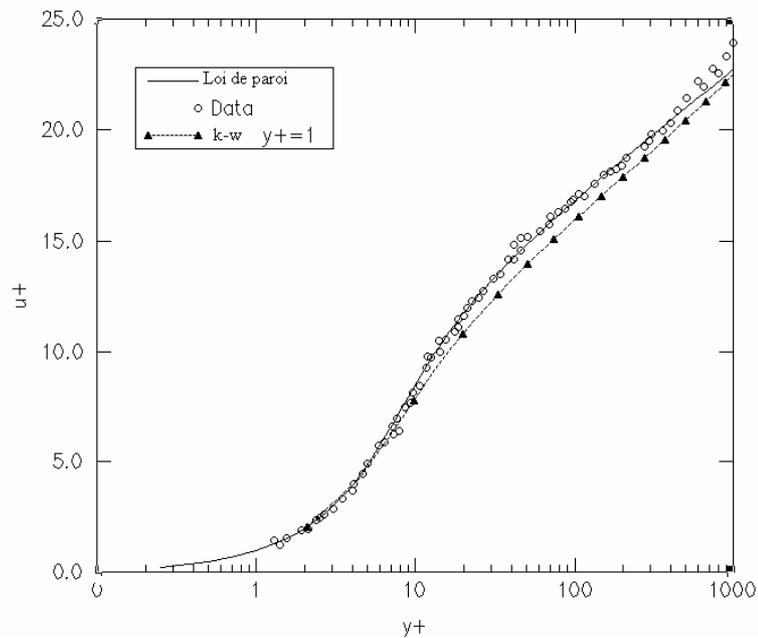


**Figure.B.3** Plaque plane turbulente- modèle k- $\epsilon$

Pour les deux modèles  $k-\omega$  et Baldwin-Lomax, le même raffinement de maillage est utilisé. Ces modèles exigent une valeur de  $Y^+$  très proche de l'unité. Le temps de calcul est relativement élevé par rapport au modèle  $k-\epsilon$ . Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures B.4 et B.5. D'une manière générale, les deux modèles prédisent des résultats, en bon accord avec la théorie et l'expérience.

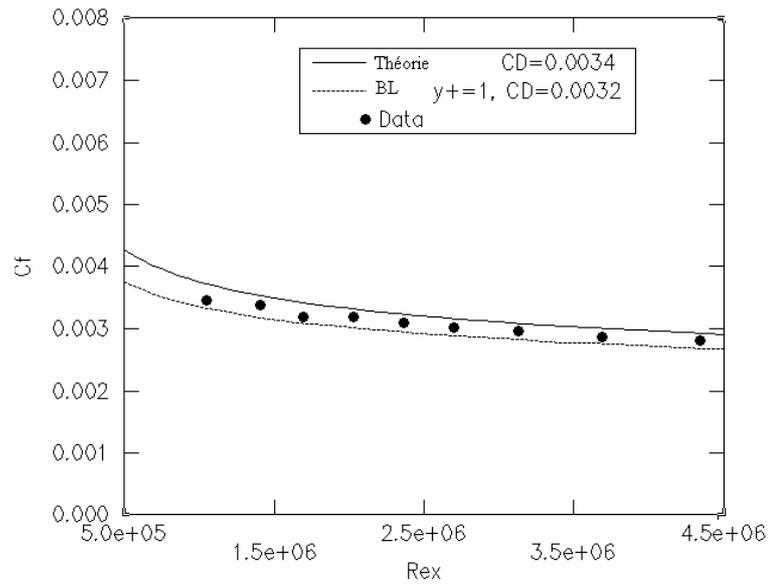


(a) Coefficient de frottement

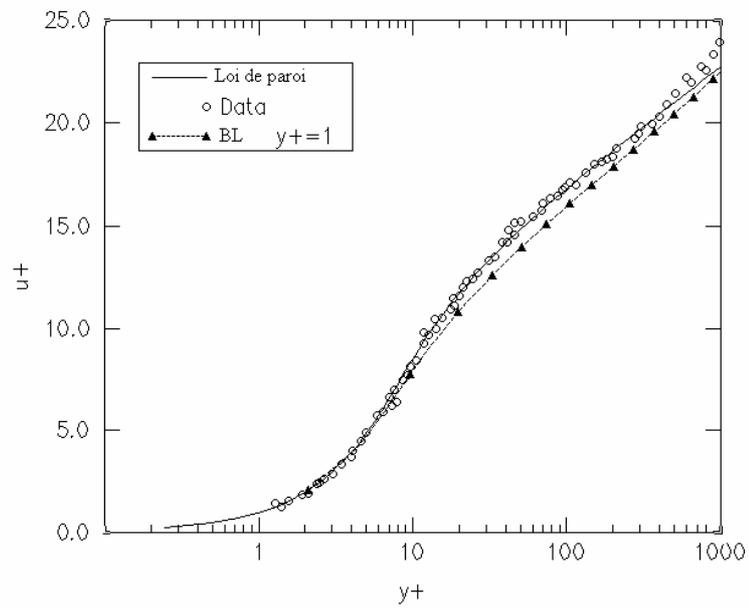


(b) Profil de vitesse

Figure B.4 Plaque plane turbulente- modèle  $k-\omega$



(a) Coefficient de frottement



(b) Profil de vitesse

**Figure B.5** Plaque plane turbulente- modèle Baldwin-Lomax (BL)