

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE CLIMATIQUE

N° d'ordre :.....

Série :.....

THESE

Présentée Pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences

En Génie climatique

MODELISATION DES PHENOMENES DE
TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS LES
MILIEUX POREUX HYGROSCOPIQUES

Application au séchage et aux parois des bâtiments

OPTION

GENIE CLIMATIQUE

PAR

REMACHE REBAIA LEILA

SOUTENUE LE 15/3/2011

Devant le jury :

Président :	KAABI Abdenacer	Professeur	Univ. de Constantine
Rapporteur :	BELHAMRI Azzedine	Professeur	Univ. de Constantine
Examineurs :	BOUGRIOU Cherif	Professeur	Univ. de Batna
	ABDELHAMID Chaouki	M.C.	Univ. de Batna
	MAHRI Zinelabidine	M.C.	Univ. de Constantine

REMERCIEMENTS

Ce travail est une continuité d'une thèse de magister sur les transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux non hygroscopiques.

*J'exprime toute ma reconnaissance et ma gratitude au directeur de thèse le Professeur **AZZEDINE BELHAMRI** de la faculté des Sciences de l'Ingénieur, département d'Installation, Université de Constantine, qui m'a guidé tout au long de ma carrière universitaire depuis le magister puis la thèse de Doctorat. Merci mon Professeur pour la confiance et l'aide que j'ai trouvées auprès de vous.*

*Je remercie le Professeur **KAABI ABDENACER** qui a accepté de présider le jury. Qu'il trouve ici le témoignage de mon respect.*

Je remercie ceux qui m'ont fait honneur en acceptant d'être examinateurs de ce travail :

- Monsieur **ABDELHAMID CHAOUKI** de l'Université de Batna*
- Monsieur **BOUGHRIOU CHERIF** de l'Université de Batna*
- Monsieur **MARI ZINELABIDINE** de l'Université de Constantine*

Je remercie tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin afin d'accomplir ce travail.

AVANT PROPOS

Les recherches expérimentales sont en développement permanent, mais elles ne donnent pas toujours la réponse. Les modèles mathématiques, par contre, ont prouvé leur efficacité et permettent d'expliquer beaucoup de phénomènes complexes, tels que le séchage et le mouvement de l'humidité dans l'enveloppe des bâtiments.

La modélisation des phénomènes de transfert (comme ceux cités ci-dessus) en milieu poreux s'inspire directement des méthodes classiques de la mécanique des milieux continus. Cette approche ne peut toute fois être mise en pratique qu'après un changement d'échelle, dont l'étape essentielle consiste à définir un volume élémentaire de référence, permettant d'établir une équivalence entre le milieu poreux et le milieu continu fictif. Par opposition avec l'échelle du continu classique, dite microscopique, l'échelle du milieu continu fictif équivalent au milieu poreux définie à partir d'un élément de volume dont les dimensions des pores est dite macroscopique. Les valeurs locales des variables et paramètres physiques sont identifiées à des valeurs moyennes sur un certain volume du milieu poreux.

Dans le cadre des hypothèses qui ont été précisées par Whitaker, et qui sont généralement satisfaites dans les processus de transferts de chaleur et de masse rencontrés en thermique du bâtiment, ce modèle apparaît comme celui dont le niveau de description est le plus complet.

Parmi les paramètres numériques voulus pour appliquer les modèles ; les plus importants : la pression capillaire, la perméabilité (du liquide et du gaz) et la conductivité thermique effective. Leur détermination mathématique est dans bien des cas impossible, donc leur mesure devint nécessaire.

Les résultats obtenus par simulation ont une aide précieuse pour comprendre les processus hygrothermiques dans les parois des bâtiments. Cependant, leur interprétation exige une expérience pratique importante.

Le séchage est une opération unitaire ayant pour but d'éliminer par évaporation un liquide imprégnant un solide en utilisant une source d'énergie extérieure dans la plupart du temps. Il fait appel aux trois modes de transfert de chaleur : convection, conduction, rayonnement.

Le séchage par convection, est probablement le mode de transfert d'énergie le plus courant, il consiste à mettre en contact un gaz (air) s'écoulant en régime généralement turbulent autour du corps à sécher qui peut se présenter sous forme de particules, de gouttelettes, de films ou de plaques.

La complexité des phénomènes intervenant au cours du séchage, la difficulté de déterminer certains paramètres comme la diffusivité, et le fait qu'il est toujours nécessaire recours à l'expérimentation pour ajuster des constantes, ont fait que certains spécialistes tels : Van Meel, puis Krischer et Schlunder ont proposé un mode de représentation des résultats de différentes expériences permettant, pour un produit donné, de tracer une courbe unique dite courbe caractéristique de séchage, et il vient ensuite des modèles plus sophistiqués tels de Luikov [17], Krischer [20] et Whitaker [24], etc.

On voit le grand intérêt d'étudier de tels phénomènes (séchage et hygrothermie des parois des bâtiments), afin de réduire au minimum les consommations d'énergie et le problème résultants de la présence de l'humidité dans le matériau.

SOMMAIRE

RESUME

AVANT PROPOS

NOMENCLATURE

INTRODUCTION

CHAPITRE 1 :

CONCEPTS DE BASE ET DEFINITIONS

1. INTRODUCTION

2. LES MATERIAUX POREUX.....page 5

Eau combinée chimiquement.....page 5

Eau adsorbée.....page 6

Eau osmotique.....page 6

Eau libre.....page7

3. CLASIFICATION DES MATERIAUX POREUX EN FONCTION DU TRANSFERT D'EAU.....page 7

Matériaux non hygroscopiques.....page 7

Matériaux hygroscopiques.....page 8

– *L'adsorption mono moléculaire.....page 8*

– *L'adsorption pluri moléculaire.....page 8*

– *La condensation capillaire.....page 9*

4. SECHAGE DANS LES MILIEUX POREUX.....page 11

1. *Phase de préchauffage.....page 11*

2. Phase à vitesse constante.....	page 12
3. La première phase de ralentissement.....	page 12
4. Seconde phase de ralentissement.....	page 12
5. MODELISATION DES PHENOMENES AU SEIN DES MATERIAUX POREUX	page 12
5.1. Paramètres de modèles de séchage.....	page 12
– Porosité.....	page 13
– Teneur d’humidité et saturation.....	page 13
– Pression de gaz.....	page 13
5.2. Modélisation du séchage.....	page 14
5.2.1. L’échelle des pores (ou échelle microscopique).....	page 14
5.2.2. Passage de l’échelle porale à l’échelle locale.....	page 17
– L’approche stochastique.....	page 17
– Prise de moyenne.....	page 17
– Théorie de l’homogénéisation.....	page 18
– Technique de prise de moyenne avec fermeture...	page 18
5.2.3. Modèles de séchage	page 18
– Modèle de diffusion.....	page 18
– Modèle à front d’évaporation.....	page 19
– Modèle de Philip et De Vries.....	page 21
– Modèle de Luikov.....	page 23
– Modèle de Krischer.....	page 24
– Modèle de Whitaker.....	page 25
5.2.4 Echelle globale.....	page 25
6. CONCLUSION.....	page 26

CHAPITRE 2

MIGRATION DE CHALEUR ET D'HUMIDITE DANS LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

1. INTRODUCTION.....	page 27
2. PARTICULARITES DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION	
– <i>Théorie de Glaser</i>	page 30
– <i>Modèles numériques</i>	page 33
3. MECANISME DE TRANSFERT DE MASSE DANS LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION.....	page 35
4. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR LE TRANSFERT.....	page 37
5. CARACTERISATION DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION.....	page 38
5.1. La porosité du matériau.....	page 40
5.2. Isothermes de sorption et modèles de sorption.....	page 41
5.3. Pression capillaire.....	page 43
5.4. Coefficients de perméabilité.....	page 45
5.5. Coefficients de diffusion de masse.....	page 46
5.6. Conductivité thermique.....	page 48
5.7. Coefficients de transferts de chaleur et de masse.....	page 48
6. PROBLEMATIQUE.....	page 51
7. CONCLUSION.....	page 54

CHAPITRE 3

MODELISATION DES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE

1. INTRODUCTION.....	page 56
----------------------	---------

2. EQUATIONS DU BILAN MICROSCOPIQUE.....	page 56
2.1. Equation de conservation de masse.....	page 56
2.2. Equation de conservation de quantité de mouvement.....	page 57
2.3. Equation de bilan d'énergie.....	page 58
3. EQUATIONS DE BILAN AUX INTERFACES.....	page 60
4. MACROSCOPISATION SPATIALE.....	page 61
4.1. Moyennes des équations microscopiques.....	page 63
5. EQUATIONS DU BILAN MACROSCOPIQUE.....	page 68
5.1. Matériaux non hygroscopiques.....	page 68
5.2. Matériaux hygroscopiques.....	page 83
6. CONCLUSIONS.....	page 94

.....

CHAPITRE 4

PROPRIETES THERMO PHYSIQUES, ISOTHERMES DE SORPTION ET CONDITIONS DE SECHAGE

1. INTRODUCTION.....	page 95
2. MASSE VOLUMIQUE ET CHALEUR MASSIQUE.....	page 95
3. POROSITE ET PRESSION CAPILLAIRE.....	page 98
4. PERMEABILITES.....	page 101
5. COEFFICIENT DE DIFFUSION MASSIQUE.....	page 103
6. CONDUCTIVITE THERMIQUE.....	page 111
7. COEFFICIENTS DE TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE.....	page 115
8. ISOTHERMES DE SORPTION.....	page 115
9. CONCLUSIONS.....	page 117

.....

CHAPITRE 5

RESOLUTION NUMERIQUE

1. INTRODUCTION.....	page 118
2. METHODE GENERALES.....	page 118
3. DISCRITISATION DES EQUATIONS DE TRANSFERTS DE MASSE ET DE CHALEUR POUR LE MODELE NON HYGROSCOPIQUE.....	page 122
3.1. Discrétisation des équations de transfert d'humidité.....	page 126
3.2. Discrétisation de l'équation d'énergie.....	page 127
3.3. Résolution des équations algébriques.....	page 128
3.4. Algorithme de résolution.....	page 130
4. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE POUR LE MODELE HYGROSCOPIQUE.....	page 131
4.1. Equation de transfert de chaleur.....	page 131
4.2. Discrétisation de l'équation de transfert de masse dans la région humide.....	page 134
4.3. Discrétisation de l'équation de teneur en eau Au front d'évaporation.....	page 135
5. PROGRAMME DE RESOLUTION.....	page 137
6. CONCLUSION.....	page 143

.....

CHAPITRE 6

RESULTATS ET DISCUSSION

1. INTRODUCTION.....page 144

2. RESULTATS ET DISCUSSION.....page 144

3. SENSIBILITE DU MODELE.....page 158

3.1. Influence de la saturation initiale.....page 158

3.2. Influence des conditions de séchage.....page 159

3.3. Influence de la porosité.....page 162

3.4. Influence de l'hygroscopicité.....page 165

3.5. Influence de la conductivité thermique.....page 165

4. CONCLUSIONS

.....

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.... page 167

.....

ANNEXE 1 THEORIE DE L'ADSORPTION.....page 170

ANNEXE 2 RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE TRANSFERT ISOTHERME : MODELE DE KIRCHOFF.....page 173

ANNEXE 3 DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE.....page 182

ANNEXE 4 CARACTERISTIQUES PHYSIQUES.....page 184

.....

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES.....page 185

.....

LISTE DES FIGURES.....page 192

.....

SOMMAIRE.....page 195

INTRODUCTION

La consommation énergétique des bâtiments a différentes origines :

- les installations de chauffage et de climatisation,
- les pertes qui sont dues essentiellement aux déperditions à travers les parois de constructions,

La principale cause de ces pertes est l'humidité qui est fixée par le matériau lors de sa fabrication ou lors de son utilisation dans les parois des bâtiments.

Pour y remédier, le séchage et la ventilation sont une solution.

Dans le concept, sécher est simple: mettre un matériau humide au contact d'une chaleur et avoir un produit sec. Mais en réalité, sécher est très complexe à cause de la difficulté de prévoir ses conditions, la nature des produits à sécher et les phénomènes physiques de transformations que ces derniers subissent.

On ne peut pas réellement comprendre le comportement des matériaux poreux, ni le maîtriser dans la pratique sans une connaissance précise de leur relation avec l'eau qui les compose et l'eau qui les imprègne.

Les matériaux de construction sont des corps poreux dont la fixation de l'humidité dans leurs structures, qui peut présenter certains avantages dans le domaine de l'hydrologie, peut avoir un caractère néfaste lors du comportement des parois de bâtiment.

L'expérimentation était l'outil principal pour déterminer la teneur d'humidité dans ces structures. Mais la modélisation a élucidé plusieurs lacunes et expliqué les phénomènes physiques qui s'y déroulent.

Cette étude vise trois objectifs essentiels :

- ✓ Etudier le mécanisme de séchage ;
- ✓ Analyser ses conditions et son influence sur le produit ;

- ✓ Minimiser la consommation d'énergie, en étudiant le comportement hygrothermique des parois.

En utilisant deux modèles mathématiques.

Elle est répartie en six chapitres.

Le chapitre 1 est une brève revue bibliographique sur les différents modèles et études qui ont été abordées. Tels le modèle de Krischer, de Luikov et De Vries, de Whitaker et bien d'autres.

Les auteurs modélisent le phénomène de séchage selon deux approches. La première c'est la modélisation microscopique et la deuxième c'est la modélisation macroscopique. Le passage de l'une à l'autre se fait par des méthodes déterministes bien connues telles que la méthode de prise de moyenne,...

La formulation microscopique, la formulation macroscopique et la méthode du volume élémentaire représentatif sont détaillées dans le chapitre 2.

Dans le chapitre 2, la simplification et la formulation du problème est détaillée.

Il consiste à assimiler la paroi du bâtiment à une paroi plane humide monocouche constituée d'un matériau poreux, assujettie à un flux d'air chaud de séchage, l'humidité au sein de cette paroi tend à s'évaporer. Elle commence par une évaporation superficielle, puis une diffusion en profondeur.

La description de ces processus physiques est faite par un modèle simplifié macroscopique basé sur le modèle complet de Whitaker, le modèle de Luikov et le modèle de diffusion de Scherwood.

La formulation mathématique du modèle est détaillée dans le chapitre 3. Elle est construite pour deux familles de matériaux ; ceux où l'évaporation de l'eau s'effectue par le gradient de pression capillaire, dits « matériaux non

hygroscopiques » et ceux où à cette évaporation s'ajoute le mouvement de l'eau liée dits « matériaux hygroscopiques ».

Le modèle est un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Sa résolution nécessite la connaissance des caractéristiques de l'agent de séchage et les propriétés thermo physiques des matériaux. Ces dernières sont choisies soigneusement de telle façon que chacun d'eux, lui seul, représente une catégorie de matériaux de construction.

En effet, la brique est un produit fondamental pour les murs, le béton est un matériau poly phasique nécessaire pour les fondations et les dalles, l'argile est un produit malléable, le plâtre est spécifique aux recouvrements.

Pour la simulation, on a introduit des valeurs théoriques des propriétés thermo physiques telles que : les coefficients de diffusion massique des phases, les masses volumiques, et des corrélations empiriques telles que les isothermes de sorption, le coefficient de diffusion de l'eau adsorbée, les conductivités thermiques, les pressions capillaires, leurs définitions et valeurs sont détaillées dans le chapitre 4.

Les conditions initiales étaient choisies constantes et d'après des données expérimentales.

Les conditions aux limites sont variables et sont fonctions des conditions de séchage qui sont prises constantes (température, vitesse et humidité relative de l'air).

Le chapitre 5 expose la méthode de résolution des équations du modèle, ainsi que la discrétisation du système d'équations et des conditions initiales et aux limites.

La méthode est choisie selon des considérations mathématiques et physiques ; c'est la méthode des volumes finis avec un maillage régulier unidirectionnel et un pas de temps constant. Cette procédure est programmée.

Les résultats de la simulation donnent les profils de saturation et de température.

Leur interprétation est détaillée dans le chapitre 6 en plus d'une étude de sensibilité du modèle qui semble être nécessaire à cause du nombre important de paramètres mis en jeu.

Une comparaison faite avec des résultats expérimentaux et de simulation montre un bon accord avec nos résultats

Enfin, les objectifs atteints par cette étude ont été récapitulés tout en considérant ceux qui ne sont pas atteints comme perspectives.

Ce travail est enrichi par une annexe renfermant d'intéressantes informations sur les méthodes de calcul des coefficients de diffusion.

CHAPITRE 1

CONCEPTS DE BASE ET DEFINITIONS

1. INTRODUCTION

La recherche dans le domaine des transferts de chaleur et de masse couvre un champ très vaste car les applications concernées sont extrêmement variés, tels que les procédés de séchage, l'isolation thermique, les écoulements géophysiques, etc.

Le séchage est l'une des étapes, les plus importantes dans les procédés de fabrication, c'est une opération classique, mais sa compréhension scientifique demande des efforts considérables.

Les conditions du processus de séchage ont une relation directe avec le produit. Alors l'amélioration de sa technologie doit respecter les facteurs influants sur sa qualité.

Pour mieux comprendre le phénomène de séchage, plusieurs modèles ont été établis à l'échelle microscopique et macroscopique.

2. LES MATERIAUX POREUX

Un matériau poreux est un solide de forme compliquée contenant des vides (pores) qui peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides susceptibles de s'écouler et éventuellement d'échanger entre elles et avec le solide de la matière et de l'énergie [1] (fig.1.1).

L'humidité contenue dans les corps solides ou liquides se présente soit sous la forme d'une solution dans laquelle l'eau constitue le solvant. Il s'agit d'une solution capable de cristalliser ou d'une solution colloïdale.

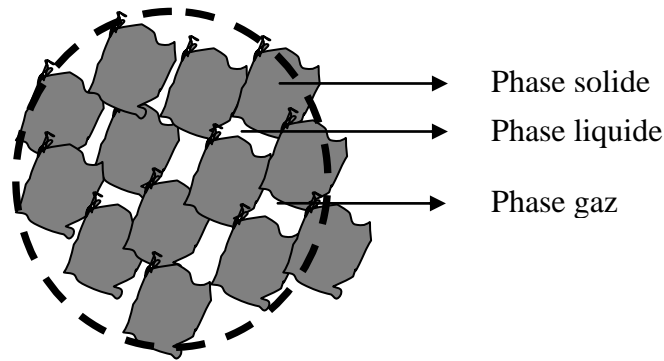


Fig .1.1 Les phases d'un matériau poreux

Les corps humides sont généralement de types capillo_poreux et leurs propriétés sont principalement fonctions de la nature des liaisons avec l'eau qu'ils contiennent. On classifie ces liaisons selon l'énergie des corps humides qui est l'énergie libre du processus de déshydratation ou déshumidification :

Eau combinée chimiquement

Sous forme d'ions hydroxyles.

Eau adsorbée

Est principalement constituée d'une couche monomoléculaire répartie sur les surfaces externes du corps capillo_poreux. L'adsorption est considérée comme le déplacement d'une substance dans le film limite entre deux phases voisines sans que la nature de l'énergie nécessaire au phénomène entre en compte. Elle est spontanée, exotherme et toujours accompagnée d'une diminution de l'énergie libre du système correspondant à la chaleur d'adsorption.

Eau osmotique

Le passage de l'adsorption à l'osmose correspond à l'annulation de l'effet thermique de l'adsorption. Pour certain taux d'humidité, la chaleur d'adsorption devient nulle, l'eau est alors fixée par osmose et sa pression de saturation est égale à celle de l'eau libre

Eau libre

Est l'eau maintenue dans le produit par les seules forces mécaniques (eau retenue par capillarité, eau dans les pores).

3. CLASSIFICATION DES MATERIAUX POREUX EN FONCTION DU TRANSFERT D'EAU

R.Toei [2] a établi une classification des matériaux poreux suivant le mode de fixation de l'humidité.

La quantité d'humidité qui peut se trouver fixée à l'équilibre par adsorption, condensation ou capillarité au sein du milieu poreux, dépend de plusieurs propriétés structurales. D'où la répartition de ces milieux en deux classes : les matériaux non hygroscopiques et les matériaux hygroscopiques (tableau 1.1).

Matériaux non hygroscopiques

Dans ces matériaux, il existe deux concepts de transfert d'eau ;

- l'écoulement d'eau capillaire au sein du matériau ;
- l'écoulement de l'eau funiculaire au sein du matériau et l'eau pendulaire reste autour des pores (fig.1.2). Cette eau ne s'écoule pas et elle reste à sa position.
- En plus de ces deux écoulements, il y a un troisième qui est l'écoulement d'eau osmotique qui s'effectue aux fines particules du matériau grâce à une pression osmotique.

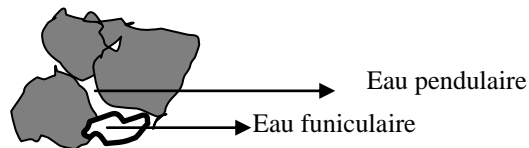


Fig.1.2 Ecoulement d'eau au sein du matériau poreux

Matériaux hygroscopiques

L'eau se trouve dans les plus fins capillaires de diamètre de 10 à 10^2 Å ainsi qu'à la surface du solide par adsorption.

Classe	Mécanismes de rétention d'eau	Exemple
Matériaux non hygroscopiques		
-corps poreux capillaires	Force spécifique capillaire	Brique, lit de grains
-agrégats de poudre fine	Force spécifique osmotique	MgCO ₃
Matériaux hygroscopiques	Force spécifique capillaire et	Alumine active, bois,
Matériaux adsorbant	énergie d'adsorption	les aliments.

Tableau 1.1 Classification des corps poreux.

L'hygroscopicité se manifeste expérimentalement par l'adsorption d'humidité par les matériaux poreux placés dans l'air ambiant.

Dans l'adsorption d'humidité, on peut distinguer plusieurs étapes du processus de fixation de l'eau [3] :

L'adsorption mono moléculaire :

Caractérisée par la fixation d'une couche de molécules d'eau sur la surface des pores (fig.1.3.a.).

L'adsorption pluri moléculaire :

Caractérisée par la fixation d'une ou plusieurs couches de molécules d'eau sur la première couche adsorbée (fig.1.3.b).

La condensation capillaire

Sur les ménisques formés par la jonction des couches pluri moléculaires lorsque le diamètre des pores est très petit (fig.1.3.c)

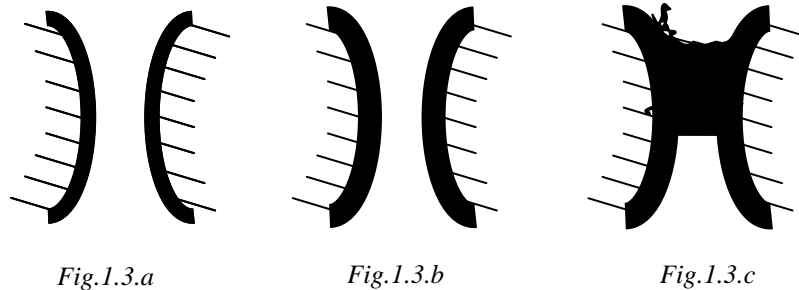


Fig.1.3 Différentes étapes du processus de fixation

Pour décrire le phénomène d'adsorption, par un modèle, il est nécessaire de connaître les isothermes de sorption. Ce sont des courbes donnant les valeurs à l'équilibre thermodynamique de la teneur en eau du matériau en fonction de l'humidité relative de l'air ambiant pour une température fixée. Si la courbe est obtenue par des humidités relatives croissantes, on parle d'isotherme d'adsorption (gain de poids par humidification), à l'inverse, pour des humidités relatives décroissantes, on parle d'isotherme de désorption (perte de poids par séchage). Les isothermes d'adsorption ne s'identifient pas avec les isothermes de désorption ; les deux cycles présentent une hystérésis. Elles sont classées en six types différents (fig.1.4) [4] :

- Type I, qui découle de la théorie de Langmuir (1918) est représentatif d'une surface recouverte d'une couche mono moléculaire ;
- Type II, correspond aux solides non poreux ou macroporeux ($d \geq 500$) Ce type traduit une adsorption monocouche puis multicouche non restreinte, le point B caractérise cette transition ;
- Type III, rarement rencontré, dérive du type II et correspond à une faible interaction entre le solide et les molécules gazeuses. Ce type présente donc une faible adsorption aux faibles pressions relatives ;
- Type IV, fréquemment rencontré, correspond aux solides méso poreux ($20 \leq d \leq 500$). Il présente une boucle d'hystérésis entre l'adsorption et la désorption, à laquelle s'associe un phénomène de condensation capillaire dans les méso pores ;
- Type V, est assez rare, il dérive des types III et IV ;

- Type VI, traduit une adsorption multicouche sur une surface non poreuse (à chaque marche correspond l'édification d'une couche).

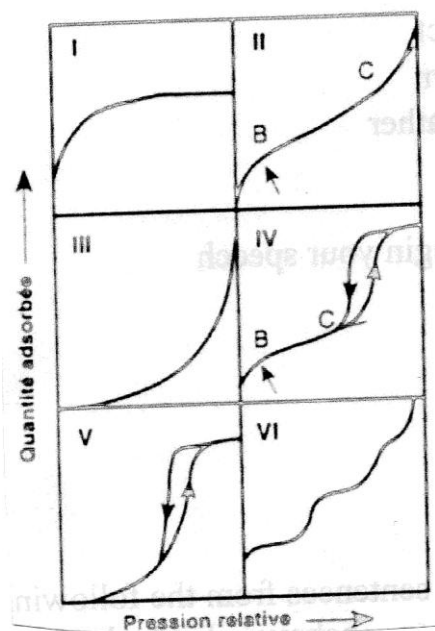


Fig.1.4 Classification des isothermes de sorption (classification de l'International Union of Pure and Applied Chemistry)[4].

Les courbes de sorption sont déterminées par le dispositif expérimental suivant (fig.1.5) [5] :

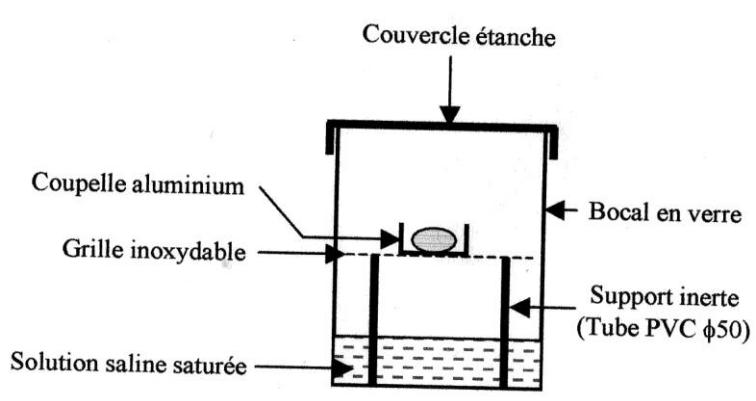


Fig.1.5 Dispositif expérimental de sorption.

On effectue régulièrement la pesée de l'échantillon jusqu'à ce que le poids mesuré ne varie plus; on atteint alors l'équilibre hygroscopique.

On détermine l'extrait sec de l'échantillon ; on connaît alors, pour une hygrométrie donnée, la teneur en eau de l'échantillon. Si l'échantillon placé dans l'enceinte est humide, on obtient la courbe de désorption c'est-à-dire que l'échantillon perd de l'eau pour atteindre l'équilibre. Par contre, si l'échantillon est sec initialement, on obtient une courbe de sorption. L'écart entre la courbe de sorption et de désorption s'appelle l'hystérésis.

4. SECHAGE DANS LES MILIEUX POREUX

Le séchage est l'opération la plus compliquée lors d'un processus industriel, car elle influe sur les propriétés du produit.

Les premières études étaient expérimentales basées sur la visualisation de l'évolution globale du séchage qui se fait grâce à un ensemble de représentation appelée *cinétique de séchage*. Elle fournit une première analyse macroscopique du comportement du produit au cours du séchage (fig.1.6) [6].

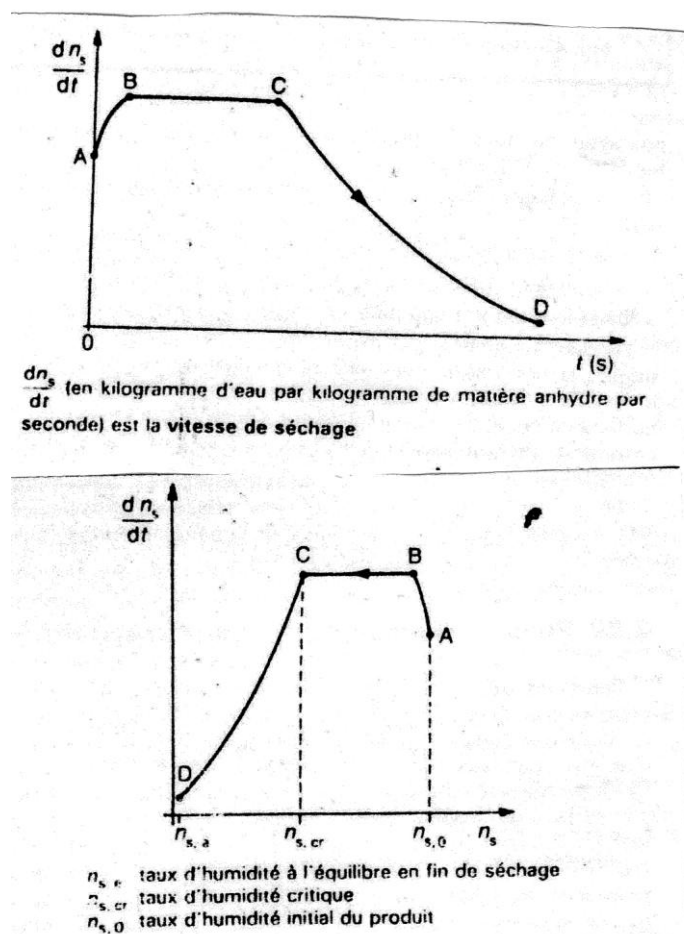


Fig.1.6 Phases de séchage.

La théorie classique divise le séchage d'un matériau en trois périodes [7] :

1. Phase de préchauffage :

Elle correspond à l'augmentation de la température du matériau jusqu'à la température du bulbe humide. Cette phase est courte par rapport au temps global de séchage.

2. Phase à vitesse constante

Durant cette phase, l'eau libre s'évapore à flux constant et enthalpie constante. Les caractéristiques entourant le matériau sont déterminées à partir des conditions de la couche limite.

3. La première phase de ralentissement

Elle commence quand le matériau atteint le seuil d'hygroscopicité (pour les matériaux hygroscopiques) ou une teneur d'eau nulle (pour les matériaux non hygroscopiques) (passage au point critique 1). Apparition du "front de séchage"; c'est une surface d'évaporation qui se trouvait en surface se déplace vers l'intérieur du matériau.

En amont de cette zone, il y a évaporation de l'eau libre, par contre en aval ce sont l'eau liée (pour les matériaux hygroscopiques) et la vapeur d'eau qui sont diffusées.

Les propriétés du matériau conditionnent cette phase.

4. Seconde phase de ralentissement

Passage au point critique 2. Cette phase existe seulement pour les matériaux hygroscopiques. Il reste dans le matériau que l'eau liée qui se diffuse lentement (sorption) jusqu'à atteindre l'état d'équilibre.

5. MODELISATION DES PHENOMENES AU SEIN DES MATERIAUX POREUX

5.1. Paramètres des modèles de séchage

Dans les modèles de séchage, trois variables indépendantes sont utilisées : la teneur d'humidité (ou saturation S), la température T et la pression totale du gaz P_g . Toutes les autres variables sont exprimées en fonction de ces trois variables.

Porosité

La porosité d'un matériau poreux est le rapport du volume des vides (des pores) et le volume total du matériau :

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \quad (1.1)$$

Elle est mesurée expérimentalement [8].

Teneur d'humidité et saturation

La saturation est le volume de fraction des vides remplie de liquide :

$$S = \frac{V_e}{V_{pore}} \quad (1.2)$$

La saturation est sans dimension et elle est comprise entre 0 (quand le milieu est complètement sec) et 1 (quand le milieu est complètement saturé).

Une autre quantité utilisée ; la teneur d'humidité. C'est le rapport de la masse totale de l'eau et la masse du solide sec.

$$X = \frac{M_e \text{ kgd'eau}}{M_s \text{ kgdesolidsec}} \quad (1.3)$$

La relation entre la teneur d'humidité et la saturation est :

$$X = \frac{\varepsilon \rho_e}{(1 - \varepsilon) \rho_s} S \quad (1.4)$$

Où ρ_e et ρ_s sont la densité d'eau et la densité du solide.

Pression de gaz

La phase gazeuse est constituée de l'air et de la vapeur d'eau. La pression totale de gaz est la somme des pressions partielles d'air et de vapeur.

$$P_g = P_v + P_a \quad (1.5)$$

5.2. Modélisation du séchage

Les premiers modèles théoriques qui décrivent le phénomène de fixation d'humidité se fondaient sur l'apparition des phénomènes de condensation liés au mécanisme de la diffusion de la vapeur au sein du matériau [9].

Pour le séchage, il existe une grande variété de modèles et à plusieurs échelles (de l'échelle porale à l'échelle du procédé) [10] (fig.1.7).

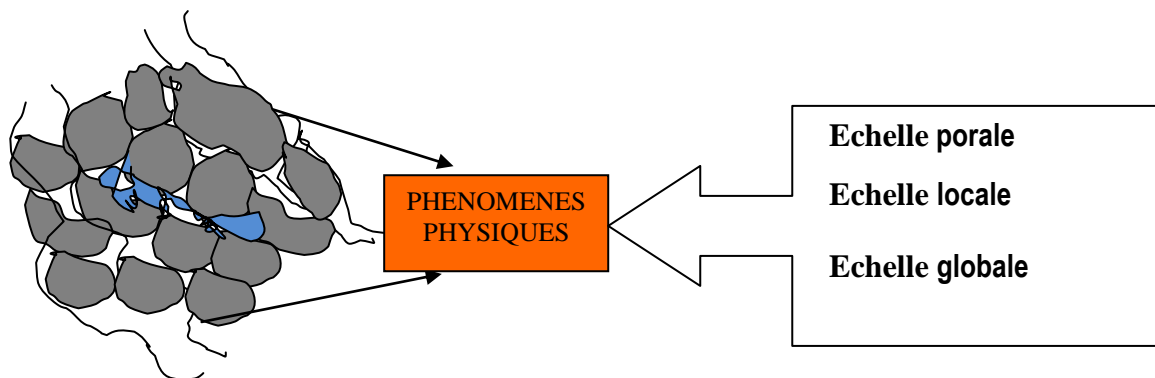


Fig.1.7 Description à différentes échelles du séchage des milieux poreux

5.2.1. L'échelle des pores (ou échelle microscopique) :

Elle est caractérisée par une hétérogénéité due aux interfaces. La longueur caractéristique est le diamètre moyen des pores.

L'utilisation des modèles porales pour décrire le séchage des milieux poreux est récente. Les premiers auteurs de ces modèles sont Daian et Saliba [11] et Nowicki et al [12]. Leur but était d'essayer de répondre aux questions que la modélisation macroscopique n'a pas expliquées [13] :

- Quelles sont les propriétés du matériau poreux?
- Quels sont les coefficients de transferts de chaleur et de masse à l'interface entre le milieu poreux et le fluide extérieur?
- Quelles sont les dimensions minimales du volume élémentaire représentatif du matériau (expliqué ultérieurement) et du phénomène considéré?

Le modèle de percolation proposé par Prat [14] repose sur la représentation de l'espace porale par un réseau de pores ou de trous (fig.1.8).

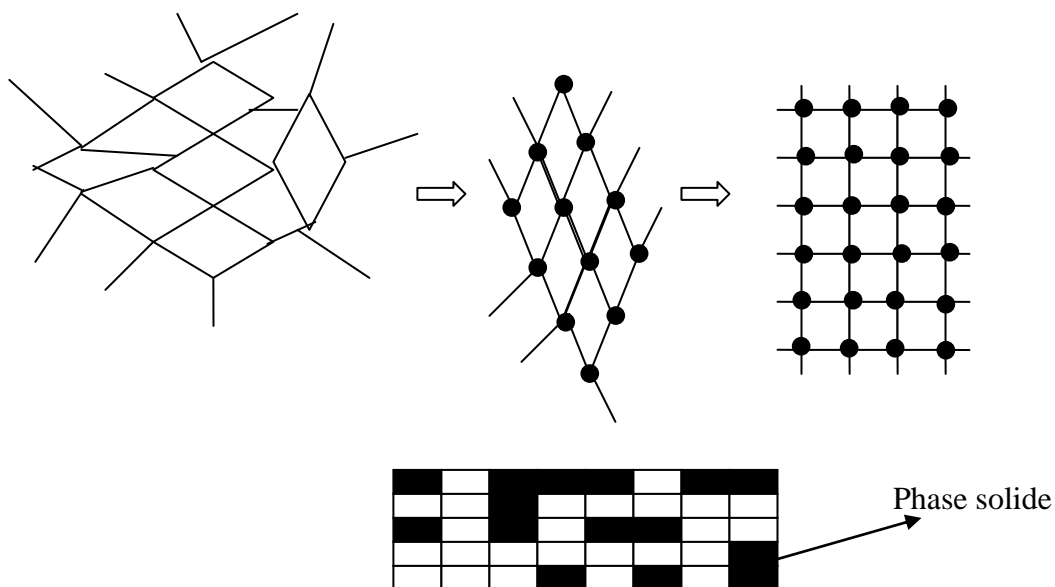


Fig.1.8. Modélisation de l'espace porale par un réseau de pores (nœuds) et de trous [15]

Les pores sont les vides de section relativement grande et les trous sont les segments entre deux pores.

Un réseau régulier est obtenu en connectant chaque pore à son voisin (l'expression « réseau régulier » dépend de plusieurs considérations telles que cas bidimensionnel ou tridimensionnel).

Un exemple de réseau bidimensionnel est représenté sur la figure (fig.1.9) [13] :

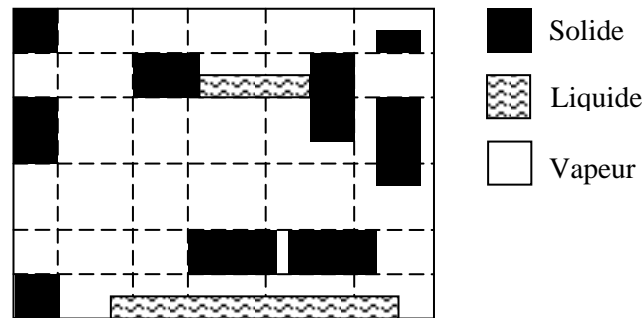


Fig.1.9. Modèle géométrique avec les dimensions 5X5

Les équations écrites pour un milieu continu s'écrivent pour un réseau.

Le flux volumique q_k de deux pores adjacents i et j est égal :

$$q_k = \frac{g_k}{\mu} (P_i - P_j) \quad (1.6)$$

Où $(P_i - P_j)$ différence de pression entre le pore i et le pore j ;

g_k la conductance du segment qui connecte les pores i et j , sa valeur est déduite de l'étude d'écoulement de Stocks dans les conduites. Si la conduite est un tube :

$$g_k = \frac{\pi r_k^4}{8L_k} \quad (1.7)$$

Où L_k la longueur de la conduite, r_k le rayon des trous.

L'équation de conservation de la phase liquide de chaque pore est exprimée par la loi de Kirchoff :

$$\sum_k q_k = 0 \quad (1.8)$$

Pour la phase vapeur :

$$u_m = \pi r_m \frac{P_a M}{RTL_m} D \ln \left[\frac{P_a - P_{vi}}{P_a - P_{vj}} \right] \quad (1.9)$$

M, la masse molaire de la vapeur ; T, température de séchage ; D, coefficient de diffusion de vapeur ; P_a , pression de l'air ambiant ; P_{vi} (P_{vj}), pression partielle de la vapeur dans le pore i (j).

La conservation de masse pour la phase gaz pour chaque pore :

$$\frac{dm_i}{dt} = \sum_k w_k + \sum_m u_m \quad (1.10)$$

$$w_k = \pi r_k^2 \frac{P_a M}{RTL_k} D \ln \left[\frac{P_a - P_{vi}}{P_a - P_{vek}} \right] \quad (1.11)$$

L_k , la distance entre le ménisque et le pore i ; P_{vek} , pression partielle d'équilibre au ménisque.

Elle est donnée par la relation de Kelvin :

$$P_{vek} = P_{vs} \exp \left(- \frac{2\gamma M}{\rho_e RTR_k} \right) \quad (1.12)$$

γ , la tension de surface.

Les conditions aux limites périodiques sont imposées aux nœuds.

Les résultats des modèles microscopiques restent à vérifier avec les résultats expérimentaux

5.2.2. Passage de l'échelle porale à l'échelle locale

Lorsque les dimensions géométriques des pores et des phases supérieures aux dimensions des molécules, chaque phase peut être considérée comme un milieu continu et le milieu poreux comme un ensemble de milieux continus imbriqués. Les phénomènes qui se déroulent au sein des pores sont décrits par les équations microscopiques de la thermodynamique et de la mécanique des milieux continus.

Mais cette description n'est pas utilisée en pratique, car elle est compliquée (problèmes aux limites complexes, géométrie du milieu mal connue,...) [1].

Une approche pour décrire ces phénomènes, est de supposer qu'il est possible de définir une échelle plus grande par rapport à l'échelle des pores et d'écrire les équations dites macroscopiques.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour effectuer le changement d'échelle :

L'approche stochastique

Les grandeurs moyennes sont des espérances mathématiques des grandeurs à l'échelle du pore (Matheron, 1984).

Prise de moyenne

La grandeur macroscopique est une moyenne spatiale (Marle, 1967) et la forme des équations est obtenue en utilisant les principes de la thermodynamique des processus irréversibles appliqués à l'échelle locale.

Théorie de l'homogénéisation

Les grandeurs macroscopiques sont recherchées en tant que limite faible du champ de pression lorsque un petit paramètre caractéristique de la taille des pores tend vers zéro (Sanchez – Palencia, 1982).

Technique de prise de moyenne avec fermeture

Les grandeurs macroscopiques sont également des moyennes spatiales (Whitaker, 1986). La méthode est basée sur l'écriture des paramètres décrivant l'écoulement au sein d'un milieu poreux sous formes de grandeurs moyennes.

Les modèles traditionnels sont pour la plupart basés sur la technique de prise de moyenne. Ils ont bien élucidés les phénomènes qui se déroulent au sein des matériaux poreux. Malgré les critiques récentes telles que ; la définition des propriétés de transport du matériau, les coefficients de transfert de chaleur et de masse entre le matériau et le milieu ambiant approprié, la dimension réelle du volume élémentaire représentatif moyen.

5.2.3. Modèles de séchage

Modèle de diffusion

Ce modèle est gouverné par l'équation de diffusion. Le premier qui a suggéré son utilisation Lewis (1921) [29].

Il a écrit : « l'humidité fraîche se diffuse de l'intérieur du solide, vers la surface pour restituer sa teneur en humidité. Les profils d'humidité seront déterminés par l'intégral de l'équation de diffusion. »

Sherwood et Coworkers ont pris cette idée et ont conclu des solutions à l'équation de diffusion aussi bonnes que les données expérimentales.

Scherwood a observé tôt que le comportement des principaux paramètres du modèle ; le coefficient de dispersion est compliqué et difficile de prévoir la décroissance constante de diffusion avec la teneur d'humidité.

Les techniques analytiques ont été élaborées comme celles numériques par quelques chercheurs comme ; Arsdal, Bimbenet et al, Fusco et al, Vagenas et Marinos, etc.

Suivant le modèle de diffusion, le point critique est atteint quand l'humidité de surface du produit est la valeur d'équilibre ou nulle pour les solides non hygroscopiques

Modèle à front d'évaporation

Ce modèle montre qu'au point critique (quand la seconde phase de séchage commence), un front d'évaporation apparaît et pénètre à l'intérieur du matériau [17]. Dans l'exemple suivant (fig.1.10), le modèle est un système d'équations monodimensionnel décrivant le transfert de chaleur et de masse (l'indice 1 pour la zone humide et 2 pour la zone sèche).

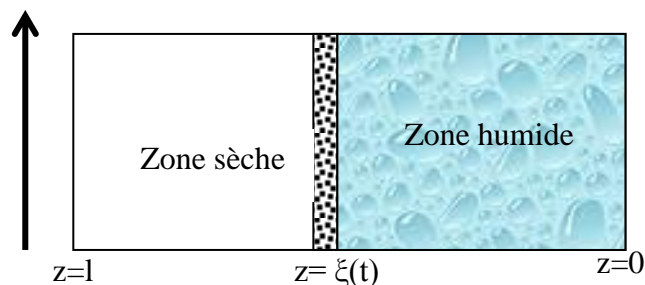


Fig.1.10. Modèle à front d'évaporation

Dans la zone humide ($0 < z < \xi(t)$) :

$$\frac{\partial X_{e,l}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_l \frac{\partial X_{e,l}}{\partial z} \right) \quad (1.13)$$

$$\rho C_{p,l} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) \quad (1.14)$$

Où D_l le coefficient de diffusion liquide, $C_{p,l}$ la capacité spécifique de l'eau, $X_{e,l}$ la teneur d'humidité de l'eau libre, λ_{eff} la conductivité thermique effective.

$$\lambda_{eff} = \lambda_l + \frac{h_v M_v}{RT} \frac{\partial P_{vs}(T)}{\partial T} \Delta h_v \quad (1.15)$$

Où λ_l la conductivité thermique de la phase liquide, $P_{vs}(T)$ la pression de vapeur saturée, Δh_v l'enthalpie de vaporisation, h_v le coefficient de transfert de vapeur :

$$h_v = D_v \left[1 + \frac{\frac{k_g K P_v}{\eta}}{D_v + \frac{k_g K}{m \eta} (P_g - P_v)} \right] \quad (1.16)$$

Où m le rapport du coefficient de diffusion de l'air et de la vapeur, k_g la perméabilité relative de la phase gazeuse, η la viscosité dynamique, D_v le coefficient de diffusion de vapeur

Dans la zone sèche ou la zone de sorption ($z < \xi(t) < l$) :

$$\rho \frac{\partial X_{sorp}}{\partial t} = \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{sorp} \frac{\partial X_{sorp}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_v M_v}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial z} \right) \quad (1.17)$$

$$\rho C_{p,v} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_v \frac{\partial T_2}{\partial z} \right) \quad (1.18)$$

Où $C_{p,v}$ la capacité calorifique de la vapeur, λ_v la conductivité thermique de la vapeur, X_{sorp} la teneur en eau adsorbée et D_{sorp} le coefficient de transfert de l'eau adsorbée.

Pour un matériau non hygroscopique, X_{sorp} est nulle et D_{sorp} est négligé, M_v la masse molaire de la vapeur et P_v la pression partielle de la vapeur.

En plus des équations précédentes, les transferts de chaleur et de masse au front d'évaporation sont :

$$\rho D_1 \frac{\partial X_{e,l}}{\partial z} = \rho D_{sorp} \frac{\partial X_{sorp}}{\partial z} + \frac{h_v M_v}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial z} \quad (1.19)$$

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_v \frac{\partial T_2}{\partial z} + \Delta h_v \frac{h_v M_v}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial z} \quad (1.20)$$

$$T_1 = T_2 \quad ; \quad X_{e,l} = 0 \quad (1.21)$$

L'isotherme de sorption est employée dans le modèle et des conditions de surface sont nécessaires.

La complexité de ce modèle est la détermination des conditions au front d'évaporation et les coefficients de transferts de chaleur et de masse qui sont fonction des zones humide et sèche.

Modèle de Philip et De Vries

Philip et De Vries [17] ont étalé le traitement de l'équation de diffusion par l'introduction des effets capillaires et le transport de vapeur.

Dans leur travail, l'équation de l'énergie est incorporée dans le système d'équations gouvernant le processus de séchage. Ce système d'équations est traité en couplant les gradients de masse et de température. Le système obtenu est similaire à celui de diffusion, mais dont les coefficients sont déterminés expérimentalement. On expose le modèle brièvement :

***Transfert de l'eau liquide**

Le mouvement de l'eau liquide est décrit par la loi de Darcy :

$$m_e = -\rho_e \frac{Kk_e}{\eta_e} (\nabla P_e - \nabla \psi_e) \quad (1.22)$$

Où ψ_e le potentiel de gravitation.

En exprimant le terme ∇P_e en fonction de X et T et en le substituant dans l'équation (1.22), le flux de l'eau liquide s'écrit comme une combinaison de trois composants dus au gradient d'humidité, au gradient de température et à la gravité :

$$\dot{m}_e = -D_{eX} \nabla X - D_{eT} \nabla T + \rho_e \frac{Kk_e}{\eta_e} \nabla \psi_e \quad (1.23)$$

Où D_{eX} et D_{eT} les diffusivités massique et thermique de l'eau données par :

$$D_{eX} = \rho_e \frac{Kk_e}{\eta_e} \left(\frac{\partial P_e}{\partial X} \right) \quad (1.24)$$

$$D_{eT} = \rho_e \frac{Kk_e}{\eta_e} \left(\frac{\partial P_e}{\partial T} \right) \quad (1.25)$$

Transfert de vapeur d'eau

Le transport de la vapeur d'eau est décrit par la loi de Fick et en utilisant l'hypothèse de la diffusion stationnaire dans un système fermé entre l'évaporation et la condensation. Le flux est exprimé par :

$$\dot{m}_v = -D_{vX} \nabla X - D_{vT} \nabla T \quad (1.26)$$

Où D_{vX} et D_{vT} sont les diffusivités massique et thermique de la vapeur, leurs valeurs sont exprimées par :

$$D_{vX} = f(\psi) D_{va} \frac{P_g}{P_g - P_v} \frac{M_v g}{RT} \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{\partial P_e}{\partial X} \quad (1.27)$$

$$D_{vT} = f(\psi) D_{va} \frac{P_g}{P_g - P_v} \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{\xi}{P_v^*} \frac{\partial P_v^*(T)}{\partial T} \quad (1.28)$$

$$\xi = \frac{(\nabla T)_{av}}{(\nabla T)}$$

$f(\psi)$ est la fonction de porosité et de la teneur d'humidité, D_{va} le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air, g la gravitation, $P_v^*(T)$ la pression de saturation de la vapeur, $(\nabla T)_{av}$ est le gradient de température de l'air, ρ_v et ρ_e les densités de vapeur et d'eau.

En plus de ces équations, Philip et De Vries supposent que la pression du gaz est constante.

*Equations de conservation de masse et d'énergie

Les équations différentielles de masse et d'énergie sont formulées comme suit [3] :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla(D_T \nabla T) + \nabla(D_X \nabla X) + \nabla\left(\frac{Kk_e}{\eta_e} \nabla \psi_e\right) \quad (1.29)$$

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T) + \Delta h_v \nabla(D_{vX} \nabla X) \quad (1.30)$$

Où $D_T = D_{eT} + D_{vT}$ est la diffusivité de masse thermique totale, $D_X = D_{eX} + D_{vX}$ est la diffusivité de masse totale, λ est la conductivité thermique et (ρC_p) est la capacité calorifique volumique du milieu poreux humide. Le terme convectif d'énergie est négligé.

Le modèle de Philip et De Vries est utilisé par plusieurs auteurs pour décrire les phénomènes qui se déroulent dans les milieux poreux. Mais sa complexité réside dans la détermination des coefficients du modèle.

Modèle de Luikov

Luikov [18] a construit son modèle en se basant sur les principes de la thermodynamique irréversible. Cette théorie prouve que le flux de masse se compose de trois gradients : le gradient de teneur d'humidité, le gradient de température et le gradient de la pression totale [20] :

$$\dot{m}_m = -\rho_s D_m (\nabla X + D_T \nabla T + D_p \nabla P_g) \quad (1.31)$$

Où \dot{m}_m le flux total d'humidité, D_m le coefficient de diffusion de masse, D_T le coefficient du gradient de température et D_p le coefficient du gradient de pression.

Les équations de conservation de Luikov sont écrites de la manière suivante :

$$\rho_s \frac{\partial X}{\partial t} + \nabla \dot{m}_m = 0 \quad (1.32)$$

$$\varepsilon \rho_s \frac{\partial P_g}{\partial t} + \nabla \dot{m}_g = \dot{M}_{ev} \quad (1.33)$$

$$\left(\rho C_p \right) \frac{\partial T}{\partial t} + \left(C_{p,e} \dot{m}_e + C_{p,g} \dot{m}_g \right) \nabla T = -\nabla \dot{q} - \Delta h_v \dot{M}_{ev} \quad (1.34)$$

Où $m = -\lambda \nabla T$, avec λ la conductivité thermique du matériau humide, \dot{m}_v est calculé par la loi de Darcy (eq.(1.26)), $\dot{m}_g = -k_p \nabla P_g$ avec k_p le coefficient de filtration, \dot{M}_{ev} le flux d'évaporation par unité de volume :

$$\dot{M}_{ev} = \varepsilon \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.35)$$

Où ε est un facteur qui caractérise la résistance à la diffusion de vapeur au sein du matériau [21].

En utilisant les équations de conservation, on obtient le système suivant :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = K_{11} \nabla^2 X + K_{12} \nabla^2 T + K_{13} \nabla P_g \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_{21} \nabla^2 X + K_{22} \nabla^2 T + K_{23} \nabla P_g \quad (1.37)$$

$$\frac{\partial P_g}{\partial t} = K_{31} \nabla^2 X + K_{32} \nabla^2 T + K_{33} \nabla P_g \quad (1.38)$$

Où les coefficients cinétiques K_{ij} dépendent non seulement de la température et de la teneur d'humidité, mais des propriétés du matériau et des conditions de séchage.

$$K_{11} = \frac{k_m}{C_m \rho_s} ; \quad K_{12} = k_x K_{11} ; \quad K_{13} = k_p K_{11}$$

Où k_m est la perméabilité, C_m la capacité d'humidité, ρ_s la densité du solide sec et k_m le coefficient thermique relié au gradient d'humidité. Luikov a calculé ces coefficients [20].

Modèle de Krischer

Krischer ([22], [23]) a proposé un système d'équations pour décrire le transport d'humidité pour différentes géométries (plane, cylindrique, sphérique).

Il conclut que le transfert de masse est contrôlé par un effet combiné d'un écoulement capillaire de liquide et d'une diffusion de vapeur.

Les équations du modèle sont ([24], [25]) :

$$\begin{aligned} \rho_s K^* \nabla^2 X + D_v \frac{M_v}{RT} \left[\frac{1}{\varepsilon_s} (\varepsilon_g - \varepsilon_e) \nabla^2 P_v - \frac{\rho_s}{\rho_e} \nabla X \nabla P \right] = \\ = \left[\rho_s \left(1 - \frac{1}{\rho_e} \frac{M_v P_v}{RT} \right) \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{M_v}{RT} (\varepsilon_g - \varepsilon_e) \frac{\partial P_v}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda_s}{\rho_s C_{p,s}} \nabla^2 T + \frac{\Delta h_v}{\rho_s C_{p,s}} \frac{M_v}{RT} \left[D_v \left[\frac{1}{\varepsilon_s} (\varepsilon_g - \varepsilon_e) \nabla^2 P_v - \frac{\rho_s}{\rho_e} \nabla X \nabla P_v \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{\varepsilon_s} (\varepsilon_g - \varepsilon_e) \frac{\partial P_v}{\partial t} + \frac{\rho_s}{\rho_e} P_v \frac{\partial X}{\partial t} \right] \end{aligned} \right\} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.40)$$

Où D_v la diffusivité de vapeur, K^* la conductivité liquide, ε_s , ε_e et ε_g les fractions volumes du solide, de l'eau et du gaz.

La difficulté rencontrée dans le modèle de Krischer est la prédiction des conditions aux limites de surface.

Modèle de Whitaker

Le modèle de Whitaker ([26], [27], [29]) est basé sur l'identification du milieu poreux avec un milieu continu fictif dont les valeurs locales des variables et les paramètres physiques sont identifiés à ceux du milieu en utilisant la technique du volume moyen.

Les équations du modèle sont non linéaires et on se confronte souvent à la complexité de leur résolution.

5.2.4. Echelle globale [5]

Le développement d'un module complet réside dans la description fine des mécanismes élémentaires. Cependant, son exploitation n'est pas toujours immédiate, notamment dans le cas de la conception et de la gestion d'un séchoir industriel.

L'approche globale de type « génie des procédés », classiquement utilisée lors de la conception des séchoirs industriels, induit une simplification de la description du transport de l'eau. Elle repose sur des mesures de cinétique de séchage réalisées en laboratoire (ou en usine) et se présente sous deux aspects ; une courbe caractéristique de séchage ou une équation empirique caractéristique de la cinétique de séchage.

6. CONCLUSION

Une variété de modèles est utilisée pour décrire le phénomène de migration de l'humidité dans les milieux poreux. Mais, l'efficacité de ces modèles doit être vérifiée en confrontant les résultats, spécialement en ce qui concerne les coefficients de diffusion de masse et chaleur.

CHAPITRE 2

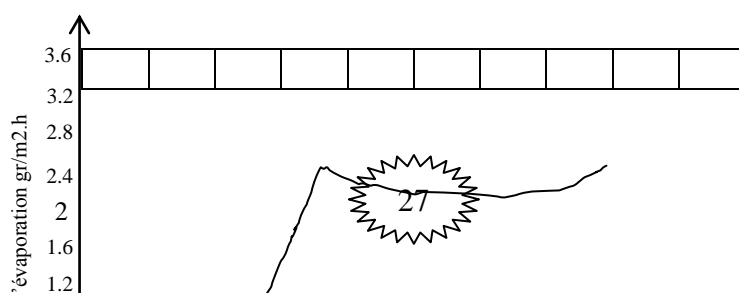
MIGRATION DE CHALEUR ET D'HUMIDITE DANS LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

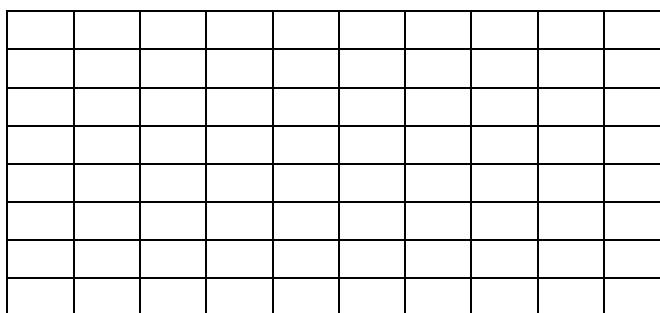
1. INTRODUCTION

Les phénomènes visibles ; taches, moisissures, érosion des enduits ne constituent pas le dommage lui-même, mais seulement ses conséquences apparentes. Il est alors indispensable d'analyser le phénomène de l'humidité dans les parois des bâtiments.

Kröll, Krischer et Gorling [30] ont effectué d'intéressantes recherches sur le séchage des matériaux de construction. Ils ont distingué deux phases au cours du processus d'assèchement d'un matériau humide soumis à une forte évaporation. Tout d'abord la quantité d'humidité qui s'en échappe est constante à la surface du matériau, tandis que le taux d'humidité de la masse baisse progressivement. Il s'agit de la première phase, au cours de laquelle l'évaporation se produit à vitesse et à température constante à partir d'une surface saturée. Mais à un certain moment que l'on a appelé improprement « le point de flexion » ; on assiste à une diminution rapide, à une véritable chute de l'évaporation ; c'est la seconde phase, qui débute aussitôt que le taux d'humidité devient inférieur à un certain niveau. Tel serait (avec de légères différences selon le cas) le comportement de tous les matériaux de construction.

Le diagramme de leur évaporation (fig.2.1) se composerait toujours d'une première courbe presque horizontale, exprimant l'évaporation constante, et d'une seconde, plus ou moins verticale, illustrant la diminution rapide de l'évaporation.





Humidité moyenne pourcentage volumétrique

Fig.2.1. Les deux phases du séchage d'un matériau poreux humide d'après le diagramme de Krischer et Gorling

2. PARTICULARITES DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

Nous avons vu que les matériaux de construction se comportent vis-à-vis de l'humidité comme des matériaux poreux.

Ils ont la particularité d'accumuler de l'humidité suivant trois mécanismes [31] :

- l'adsorption de la vapeur d'eau contenue dans l'air ;
- la capillarité par contact de l'eau avec la phase solide ;
- la condensation par saturation de la vapeur d'eau de l'air.

Leur état est défini de deux manières différentes [32] :

- lorsque le matériau est en contact avec l'air humide, on détermine une relation entre la teneur en eau du corps et l'humidité relative. Ce sont les courbes d'adsorption_ désorption ;
- lorsque la teneur en eau est plus importante, il est préférable d'utiliser la relation entre la teneur en eau et la succion.

La description des phénomènes (transferts de chaleur et de masse) au sein des matériaux de construction se fait sous deux formes :

***en considérant le comportement énergétique du bâtiment :**

Les méthodes qui s'emploient pour ce calcul sont deux familles [33] :

- la première renferme celles qui résument la connaissance, les nombreuses expérimentations et simulations d'équipes spécialisées en un certain nombre de « règles simples » de calcul. C'est le cas des méthodes réglementaires qui se présentent un peu comme un livre de recette dont l'utilisation à la limite ne nécessite pas de connaissances approfondies en thermique ;

- la deuxième renferme celles qui traduisent directement des phénomènes physiques à l'aide d'équations et en faisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Elles débouchent généralement sur la simulation.

La simulation du comportement thermique d'un bâtiment se définit par plusieurs classes de modèles [32] :

Classe 1 : modèle dits « lourds ». Dans ces modèles, les relations mathématiques traduisent directement les phénomènes physiques intervenant et leur couplage. On peut distinguer deux sous classes :

- sous-classe 1a : modèles lourds utilisant l'approche globale physique, c'est-à-dire succession de milieux poreux couplés entre eux. Cette approche est très simple et permet de traiter un grand nombre de locaux ;
- sous-classe 1b : modèles lourds utilisant l'approche globale mathématique, c'est-à-dire qu'on considère un seul milieu continu mais homogène. Cette approche est peu employée et reste limitée à l'étude d'un seul local. Par contre, c'est la seule méthode qui peut permettre d'aborder les problèmes fins de convection à l'intérieur des locaux, de confort ponctuel du aux effets combinés du rayonnement et de la convection ;

Classe 2 : modèles dits « simplifiés » issus des modèles lourds. Dans cette classe de modèles, les relations mathématiques ne traduisent plus les phénomènes physiques mais des corrélations globales entre les grandeurs de sortie et certaines données caractéristiques. L'utilisateur de ces modèles doit être conscient du fait que ceux-ci sont souvent accompagnés d'hypothèses précises et qu'il est dangereux d'extrapoler les corrélations. Ce sont les modèles les mieux adaptés à la conception globale assistée par ordinateur, du fait qu'ils sont beaucoup plus rapides que les modèles lourds. C'est un modèle de ce genre qui permet de calculer le coefficient de consommations volumique dans la réglementation ;

Classe 3 : modèles simplifiés dans lesquels les phénomènes sont simplifiés. C'est le cas typique de calculs en régime permanent. C'est un modèle de ce type qui sert actuellement pour le calcul du coefficient des déperditions volumiques dans la réglementation actuelle.

***en considérant les phénomènes physiques qui se déroulent au sein du matériau lors de sa fabrication ou lors de son emploi :**

Le premier modèle utilisé pour analyser les phénomènes de transferts de chaleur et de masse dans les matériaux de construction, le modèle de Glaser ([17], [34], [35], [36]).

Théorie de Glaser

La théorie de Glaser est destinée à étudier le transfert de vapeur d'eau par diffusion au travers d'une paroi composite sous l'effet d'un gradient de pression de vapeur partielle. Elle suppose plusieurs hypothèses simplificatrices :

- l'humidité se déplace uniquement sous forme de vapeur ;
- il n'y a pas de transport d'air : le transfert de vapeur est donc entièrement dû à la diffusion ;
- les matériaux sont non hygroscopiques, et la structure est supposée sèche à l'état initial ;
- il n'y a pas d'interaction entre le gradient de pression de vapeur et les gradients thermiques et de teneur en humidité ;
- le régime est stationnaire.

Dans ces conditions, Glaser décrit le transfert de vapeur par la loi de Fick :

$$\vec{J}_v = \pi \overrightarrow{\text{grad}P_v} \quad (2.1)$$

Où \vec{J}_v la densité de flux de vapeur, P_v la pression partielle de vapeur, π la perméabilité à la vapeur d'eau de l'élément homogène de paroi traversé.

Les risques de condensation et la localisation de la zone de condensation dans une paroi composite sont alors déterminés à l'aide d'une représentation graphique dans laquelle chaque élément homogène de la paroi a une épaisseur proportionnelle à sa résistance R à la diffusion de la vapeur d'eau définie par :

$$R = \frac{e}{\pi} \quad (2.2)$$

Où e est l'épaisseur réelle de l'élément considéré (fig.2.2.a).

Dans cette représentation, le profil de pression de vapeur P_c (fig.2.2.b) est une droite passant par les points de pression de vapeur intérieure et extérieure (conditions aux limites connues).

Dans cette même représentation, il est possible de déterminer le profil de température dans la paroi et d'en déduire le profil de pression de vapeur saturante (fig.2.2.c).

Si la courbe P_c est toujours en dessous de la courbe P_s , il n'y a pas de risque de condensation. Si la courbe P_c coupe la courbe P_s , il y a condensation et la courbe P_c n'est plus linéaire.

Glaser montre en effet que le profil réel de pression de vapeur (P_c' fig.2.2.d) ne peut, pour des raisons physiques de continuité de flux et de gradient de pression de vapeur, que se raccorder tangentiellement au profil P_s .

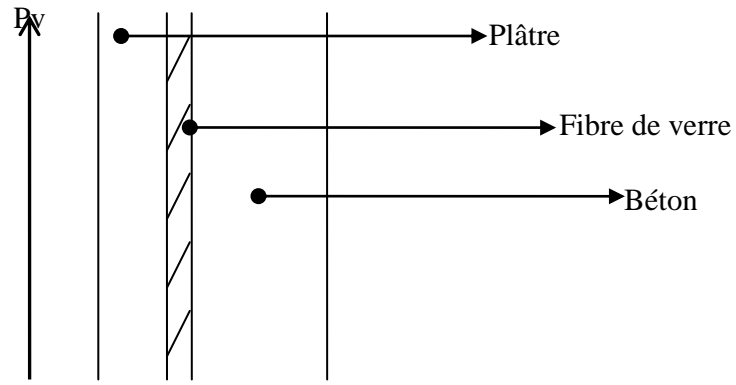
La zone de condensation est alors comprise entre les points de tangence (sur la fig.2.2.d). Ces deux points se confondent en A (plan de condensation). La quantité d'eau condensée par unité de temps et de surface, J s'obtient par différence entre la quantité d'eau J_e (densité de flux) qui pénètre par la face intérieure de la paroi (en phase vapeur) et la quantité J_s qui sort de la paroi par la face extérieure (toujours en phase vapeur) :

$$J = J_e - J_s \quad (2.3)$$

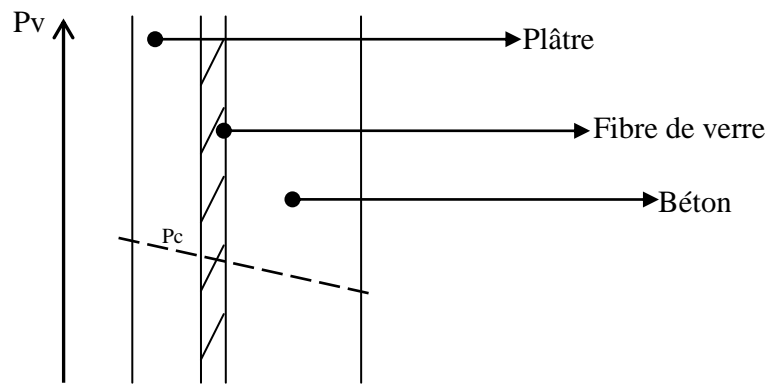
En appliquant la loi de Fick, dans la zone avant condensation (jusqu'au point A) et dans la zone après condensation (à partir du point A), il vient :

$$J = \left(\frac{\pi}{e}\right)_1 (P_{vint} - P_{vsA}) - \left(\frac{\pi}{e}\right)_2 (P_{vsA} - P_{vext}) \quad (2.4)$$

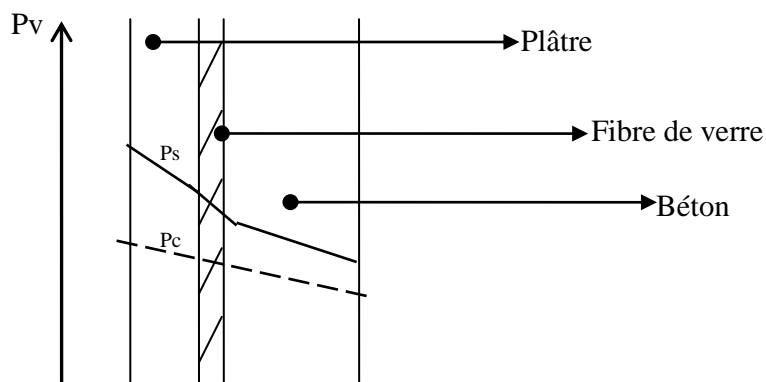
Où $\left(\frac{\pi}{e}\right)_1$ la perméance du doublage et de la lame d'air, $\left(\frac{\pi}{e}\right)_2$ la perméance du mur (perméance de l'enduit négligée), P_{vint}, P_{vext} les pressions de vapeur intérieure et extérieure, P_{vsA} la pression de vapeur saturante au point A.



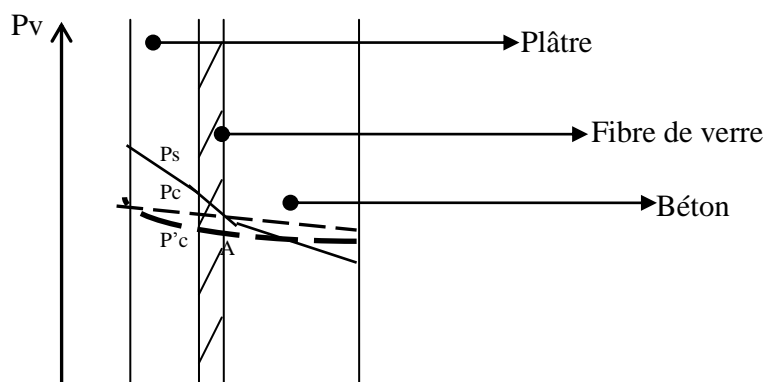
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig.2.2.((a), (b), (c), (d)). Détermination graphique des risques de condensation dans une paroi composite (méthode de Glaser)

Modèles numériques

Malgré que la théorie de Glaser apporte beaucoup d'explication aux phénomènes qui se passent au sein du matériau poreux, mais, elle a négligé plusieurs points qui se rapportent sur la structure du matériau, ses propriétés thermo physiques, etc.. Donc, l'application d'autres modèles est nécessaire.

A cause de la structure compliquée des matériaux de construction, il est difficile de considérer les micros phénomènes. Afin de décrire la porosité et les autres paramètres, des modèles ont été développés en utilisant la technique du volume élémentaire représentatif ([28], [37], [38]) Toutes les études sur les matériaux de construction se sont basées sur l'application de ces modèles (de Philip et Devries, de Krischer, de Whitaker,...). Telle celle de Giat [7] sur un toit de tuile de terre. Il a étudié les échanges thermiques et massiques à travers ce matériau par l'intermédiaire de trois problèmes schématiques où il impose des conditions aux limites simples sur chaque face. Il a conclu qu'à partir de ces données (évolution de saturation et de température), on peut déterminer les conditions néfastes qui conduisent à un gel des tuiles et susceptibles d'entraîner leur dégradation ;

Yves Couasnet [39] a fait une recherche sur les risques de condensation dans les parois de l'habitat en étudiant le comportement des matériaux de construction (panneau de particules de bois, vermiculite, terre cuite,...) vis-à-vis du transfert d'humidité.

B.Perrin [40] a étudié le phénomène de transfert de chaleur et de masse dans un mur multicouche où il a fait différentes combinaisons des différents paramètres; l'humidité relative, la perméabilité, la conductivité thermique,....

L'étude faite par Ketelaars [41] sur l'argile et sur la variation de ses propriétés mécaniques durant le séchage nous donne suffisamment d'informations que ce matériau ne s'utilise pas souvent dans les constructions qui subissent des contraintes et aussi une forte teneur en humidité car il se contracte en cas des températures froides et se tend en des températures chaudes.

L'étude faite sur la brique par Murugesan [42] montre que les bords de la brique sèchent rapidement contrairement au milieu. Ainsi que, les coefficients de transfert de chaleur et de masse basés sur les potentiels constants d'humidité et de température sont plus représentatifs que ceux basés sur les gradients instantanés.

3. MECANISME DE TRANSFERT DE MASSE DANS LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

Le matériau de construction est un matériau poreux. Il est constitué de trois phases (fig.2.3) :

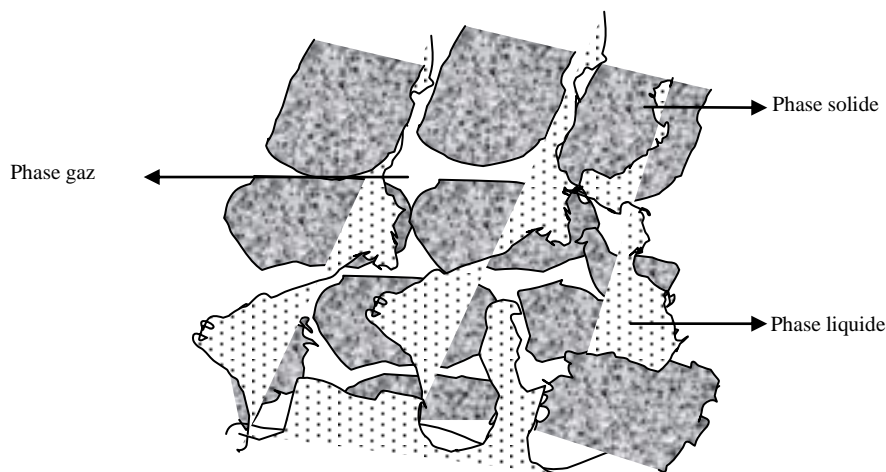


Fig.2.3 Les phases d'un milieu poreux

- ✓ Une phase solide, liée à la structure du matériau ;
- ✓ Une phase liquide, c'est-à-dire l'eau contenue dans le matériau (eau libre et eau adsorbée) ;
- ✓ Une phase gazeuse qui est l'air humide.

La plupart des matériaux de construction sont hygroscopiques qui signifie qu'ils absorbent la vapeur d'eau de l'environnement jusqu'à atteindre les conditions d'équilibre [43].

La figure 2.4 montre les types de matériaux selon le rayon des pores :

*Matériaux hygroscopiques : sont des matériaux dans lesquels les mécanismes d'adsorption peuvent contribuer à la fixation de quantités d'humidité non négligeables. Ils ont des rayons des pores inférieurs à 10^{-7} , domaine A (fig.2.4)

*Matériaux non hygroscopiques : matériaux dont le rayon des pores supérieur à 10^{-7} et pour lesquels la quantité d'humidité fixée par adsorption est négligeable, domaine B (fig.2.4).

NB : Pour les deux familles de matériaux, la quantité d'humidité fixée par adsorption reste faible en regard de la quantité d'humidité correspondant au remplissage de tous les pores (saturation complète).

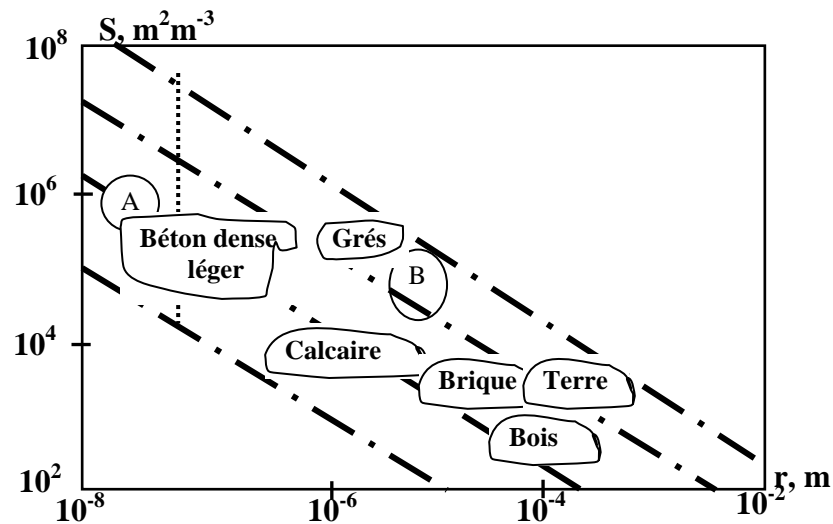


Fig.2.4. Domaine d'hygroscopicité des matériaux de construction [43]

Lorsque survient une modification de l'un des paramètres thermo physiques, le matériau comprenant les phases liquide et gazeuse recherche un nouvel équilibre et un transfert de masse s'établit. En faisant l'hypothèse d'une température constante, on peut distinguer, différents mécanismes de transfert de masse [44] :

1. forte humidité relative ($\phi = 1$) : lorsque l'humidité relative interne au matériau est proche de l'unité, le réseau de pores est rempli d'eau liquide, on dit que l'on est à saturation. Cette phase « capillaire » est continue. Dès que les pores se désaturent en surface, un transfert en phase liquide s'établit de l'intérieur vers l'extérieur, gouverné par les différences de forces capillaires ;
2. humidités relatives intermédiaires ($0.4 < \phi < 1$) : dans ce domaine d'humidité relative des phases gazeuse et liquide coexistent. Avec la baisse de cette humidité relative par l'évaporation qui a lieu à la surface entre les deux phases, la phase liquide devient discontinue (création d'îlots capillaires). S'il n'existe pas de chemin entre ces îlots, le flux macroscopique de l'eau liquide devient nul (la perméabilité relative de l'eau s'annule). Il y a donc uniquement un transfert diffusionnel de l'humidité par

évaporation _ condensation de part et d'autre des surfaces séparant la phase gazeuse de la phase liquide ;

3. très faibles humidités relatives ($\varphi < 0.4$) : lorsque l'humidité relative devient faible, la phase liquide n'existe que par l'adsorption physique d'un film d'eau sur les parois des pores. S'ajoute donc à la diffusion gazeuse ; une migration des molécules d'eau du film. Pour des humidités relatives encore plus faibles, le film d'eau se réduit à l'adsorption d'une couche uniquement mono moléculaire. Seule la diffusion gazeuse est possible et en faisant l'hypothèse de la température constante, on a une variation de pression hydrostatique du milieu environnant. Dans ce cas, une convection forcée de la phase liquide ou de la phase gazeuse va s'établir.

C'est à partir de la loi de Darcy que sont modélisés les transferts de masse sous gradient de pression (convection forcée). Cette loi traduit la proportionnalité entre la vitesse d'écoulement laminaire de l'eau à travers un milieu poreux granulaire continu et isotrope et le gradient hydraulique appliqué à ce milieu le coefficient de proportionnalité est appelé « coefficient de perméabilité ».

Outre les gradients de pression appliqués, ce type de transfert (convection forcée) est directement fonction de la perméabilité du milieu aux phases gazeuse et liquide.

Interviennent, alors, les notions de perméabilité relatives aux gaz et aux liquides (k_g et k_l) qui vont être fonction du degré de saturation de la phase liquide dans le matériau. Dans le cas des processus de diffusion, des gradients de températures sont associés, car tout phénomène d'évaporation exige de la chaleur.

De plus, un gradient de concentration provoque un flux de chaleur (effet Dufour).

4. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR LE TRANSFERT

Dés qu'un courant d'air chaud à la surface d'un matériau de construction caractérisé par un flux de chaleur entraînant des gradients de température au sein du matériau, les différents mécanismes de transferts décrit précédemment vont être accentués. Ces derniers, qui sont principalement gouvernés par la conduction thermique (loi Fourier) entraînent des gradients de pression de gaz (pression partielle de vapeur d'eau et /ou pression partielle d'air sec). Leurs influences sur les transferts de masses seront plus importantes si la température est

supérieure à 100°C. Pour des températures inférieures, les phénomènes de diffusion resteront prépondérants [45].

5. CARACTERISATION DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

Nous avons pris pour étude les matériaux de construction suivants :

*BRIQUE

On appelle briques les éléments en forme de plots obtenus par cuisson de pâtes d'argile, plus ou moins chargée en sable, limon et impuretés divers.

On distingue quatre classes de briques :

-briques pleines : ce sont des éléments sans vides qui sont fabriqués soit par agglomération, à la main ou à la machine, soit par étirage de la matière; on les utilise pour les éléments porteurs;

-briques creuses : elles sont évidées dans le sens parallèle au lit de pose. La surface des vides peut être plus importante que la surface de la matière ; elles sont fabriquées à la filière et on les utilise pour les cloisons et les doublages, en raison de leur légèreté et de leur isolation thermique; la résistance est naturellement moins élevée que celle des briques pleines ou perforées.

-briques perforées : elles ont des trous perpendiculaires au plan de pose; le nombre de trous, leur forme et leur dimension sont très variables ; le rapport entre la surface apparente totale et la surface des trous peut atteindre la valeur 2. On les utilise pour des murs porteurs et isolants; elles sont fabriquées à la filière.

-briques de parement : elles sont fabriquées spécialement pour la maçonnerie apparente ; elles existent en différents formats, couleurs et aspects.

*PLATRE

C'est un mélange de terre cuite et la chaux. Il s'obtient en chauffant à une température peu élevée et en réduire en poudre le gypse.

***BETON**

Le béton est un aggloméré composite aussi homogène que possible de matériaux inertes et divers appelés agrégats mélangés avec une partie active servant au collage, appelée liant, avec addition d'eau.

- **la pâte de ciment** [44]: Dans le béton, la pâte de ciment constitue la matrice des grains de sable et les gravillons. Cette pâte résulte de l'hydratation du liant utilisé en occurrence, le ciment portland anhydre qui est essentiellement composé de clinker dont les quatre constituants majeurs sont:

- 60 à 65% de silicate bi calcique ;
- 20 à 25% de silicate tri calcique ;
- 8 à 12% d'aluminate tri calcique
- 8 à 12% d'aluminoferrite tétra calcique

Lorsqu'on ajoute de l'eau au ciment portland anhydre, une réaction d'hydratation intervient au cours de laquelle se forment des produits hydratés poreux et solides. Les proportions de chacun des constituants varient avec celles des matières utilisées pour la fabrication de clinker. Les principaux composés obtenus sont :

- 50 à 70% de silicates de calcium hydratés qui sont appelés gel. Ils sont quasiment amorphes et forment un composé à structure colloïdale dont la composition en eau est variable et dépend de la pression de vapeur saturante au sein du matériau ;
- 25 à 27% de la portlandite, qui cristallise en plaquettes hexagonales essentiellement ;
- 7 à 10% d'aluminates de calcium et sulfo aluminates de calcium hydratés.

Lors de l'hydratation du ciment, ces différents hydrates se forment et se développent dans les espaces situés entre les grains de ciment anhydre initiaux. Ce mode de remplissage des vides originels crée un réseau poreux très complexe [45]. Les pores présents dans la pâte de ciment durcie ont donc une géométrie très complexe et des dimensions très étalées, ils sont couramment répertoriés en deux catégories :

- a. Les pores « capillaires », vestiges des espaces inter granulaires de la pâte fraîche. Ils sont directement liés au rapport E/C (E, module d'élasticité et C, connectivité de la structure poreuse) et sont détectables par porosimétrie à mercure ;

- b. Les pores relatifs aux hydrates, inter et intra cristallites (ou espaces inter feuilletés) [45]. Ils sont nettement plus petits que les précédents et sont inhérents à la formation des hydrates et indépendants du rapport E/C.

-Interface pâte – granulats : dans un béton, la liaison qui s'établit au cours de l'hydratation entre la pâte de ciment et les matériaux qu'elle enrobe, se traduit par une zone de pâte particulière appelée « auréole de transition » ou interface pâte granulats. Son épaisseur augmente avec la taille du granulats mais est toujours inférieure à 50 μ m. Dans cette zone, la pâte de ciment présente une cohésion plus faible, due à un excès local d'eau, car au moment du gâchage, un film liquide s'adsorbe sur la surface du granulats. Tout du point de vue mécanique que du point de vue de la durabilité ou de la perméabilité, ces zones constituent les « maillons faibles » du matériau.

Les granulats peuvent être d'origine siliceuse ou calcaire. Dans le premier cas, l'interface pâte – granulats constitue une zone où les hydrates sont faiblement liés aux granulats et s'en détachent facilement. Lorsque les granulats sont plus poreux, « l'auréole de transition » se caractérise par une première couche, intimement liée au granulats par des liaisons de type physique et peut être même chimique à la suite d'une dissolution superficielle du granulats et une deuxième couche avec une porosité plus grande mais constituée de produits d'hydratation mieux cristallisés et orientés. Ainsi avec des granulats calcaires, le matériau présente de meilleures caractéristiques mécaniques et une perméabilité plus faible malgré la plus grande porosité des granulats.

5.1. La porosité du matériau

La porosité du matériau caractérise l'importance des vides qu'il contient. Les pores forment des réseaux de vides plus ou moins complexes et il est évident que tous n'agissent pas de la même manière sur les phénomènes de transport qui peuvent intervenir à l'intérieur du matériau de construction, du fait de leur constitution. Généralement, on distingue trois types de pores :

- les pores interconnectés: ils forment un espace continu dans le milieu poreux et participent au transport à travers le matériau,
- les pores aveugles : ils sont interconnectés d'un seul côté et peuvent donc être accessibles à un fluide extérieur mais ils ne participent pas au transport de matière,
- les pores isolés: ils ne communiquent pas avec le milieu extérieur.

La porosité ouverte (porosité accessible à l'eau notée ε), rassemble les deux catégories de pores. Dans le cas du béton, la proportion volumique de pores isolés est négligeable et ε peut être considérée comme égale à la porosité totale n .

Caractéristiques de porosité

La circulation d'un fluide à l'intérieur d'un matériau poreux dépend aussi de la taille et de la morphologie des pores constitutifs du réseau.

La détermination de la distribution de tailles de pore est effectuée par plusieurs méthodes expérimentales parmi lesquelles les méthodes d'adsorption / condensation de thermoporomètre et la porosimétrie mercure. Cette dernière constitue l'un des principaux outils d'investigation de la microstructure. Cette technique de laboratoire simple et rapide permet de quantifier notamment la porosité totale et la distribution des tailles des pores inclus dans le domaine de mesure de l'appareil allant généralement de quelques nanomètres à quelques dizaines de micromètre.

5.2. Isothermes de sorption et modèles de sorption

Le transport de la vapeur est un phénomène qui se produit lors de tout procédé de séchage. Le mouvement de la vapeur se fait soit par diffusion au sein du matériau, soit par échange au niveau de la surface entre le matériau et son environnement. Si un produit peu humide de nature hygroscopique se trouve en contact avec de la vapeur d'eau, il fixe celle-ci jusqu'à atteindre un état d'équilibre, ce phénomène est l'adsorption. Par contre lorsque le même produit est placé dans une atmosphère plus sèche, l'état d'équilibre s'établit par transfert d'humidité du produit vers l'extérieur (désorption). Les isothermes de sorption représentent la relation entre la teneur en liquide du produit et celle de la vapeur à la pression d'équilibre pour des températures données.

L'intérêt des représentations des modèles de sorption réside, outre la facilité de lissage qu'elles offrent dans le fait qu'elles permettent une interprétation physique du phénomène de sorption.

De nombreux modèles ont été développés pour la prédiction de la dépendance entre l'humidité d'équilibre, l'activité de l'eau (a_w) et la température (Bizot, Andrieu et al, Chen et Morey, Langmuir, Brunauer)([46], [47], [48]).

Ces modèles d'isothermes peuvent être théoriques, semi théoriques ou empiriques. Le choix du modèle convenable dépend d'un certain nombre de facteurs. D'après la littérature ([49], [50], [51]), les modèles de GAB, Henderson, Chung et P.Fost et Halsey semblent les mieux adaptés aux matériaux de construction (tableau 2.1)(fig.2.5)

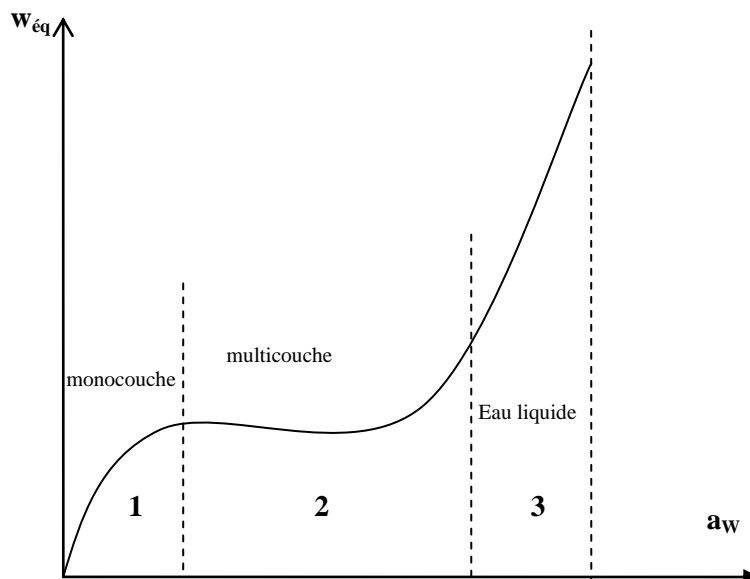


Fig.2.5 Courbe de sorption

Auteurs	Modèle	Paramètre	Domaine
LANGMUIR	$\frac{W}{W_M} = \frac{KP}{1 + KP}$	W K	Zone 1
	$W = \frac{W_M Ca_w}{(1 - Ka_w)} \frac{1 - (n+1)a_w^n + na_w^{n+1}}{1 + (C-1)a_w - Ca_w^{n+1}}$	C W _M n : nombre de couches	Zone 2
GUGGENHEIM ANDERON BOER (GAB)	$W = \frac{W_M C K a_w}{(1 - K a_w)(1 - K a_w + C K a_w)}$	$W_M = W_{m0} \exp\left(\frac{W_{ml}}{RT}\right)$ $K = K_0 \exp\left(\frac{H_c - H_n}{RT}\right)$	Courbe complète
HENDERSON	$1 - a_w = \exp\left[-(K_1 T_w)^{K_2}\right]$	K ₁ K ₂	Courbe complète
HALSEY	$a_w = \exp\left[-\frac{K_1}{RT} \left(\frac{W}{K_2}\right)^{K_2}\right]$	K ₁ K ₂	Courbe complète
CHUNG et P.FOST	$\ln(a_w) = \frac{K_1}{RT} \exp(-K_2 W)$	K ₁ K ₂	Courbe complète

Tableau 2.1. Modèles de sorption

5.3. Pression capillaire [51]

La capillarité est un phénomène qui dépend de la tension superficielle des liquides et qu'on observe dans des conduits très fins (tubes capillaires ou une section de pore) où le liquide s'élève au dessus du niveau hydrostatique.

Quand deux fluides non miscibles sont en contact avec un solide, les forces de tension superficielle surgissent en raison de l'énergie requise pour former une interface. Au point où une interface fluide – fluide rencontre un solide, un angle de contact θ , est défini par les plans tangents à l'interface fluide – fluide et fluide - solide (fig.2.6). Quand les forces de tension superficielle sont en équilibres, un angle statique de contact est obtenu.

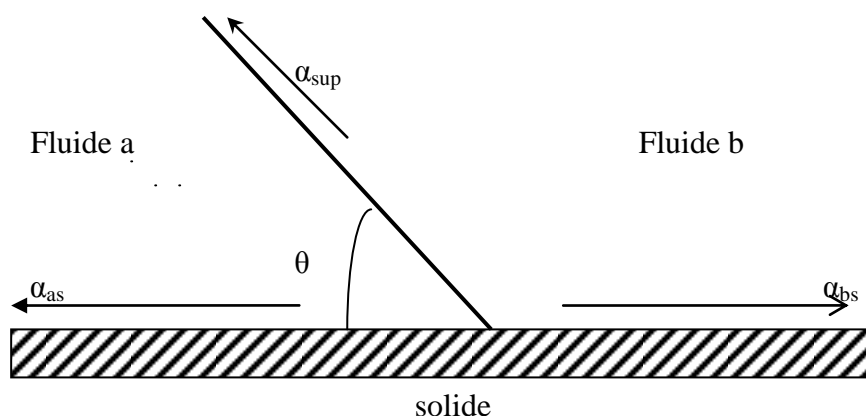


Fig.2.6. Tension de surface fluide – fluide et fluide – solide (θ angle de contact)

L'angle statique de contact est obtenu en faisant un bilan des tensions de surface

$$\alpha_{bs} - \alpha_{as} = \alpha_{sup} \cdot \cos(\theta) \quad (2.1)$$

Où α_{sup} est la tension superficielle entre les deux fluides ; α_{as} , α_{bs} sont les tensions de surface entre le solide et les fluides a et b respectivement. Les forces de tension superficielle créent également une différence de pression ΔP à travers l'interface entre deux fluides non miscibles. Cette différence est décrite par la loi de Laplace :

$$\Delta P = \alpha_{\text{sup}} \cdot K \quad (2.2)$$

Où K est la courbure moyenne de l'interface. Pour une interface fixe qui forme approximativement un chapeau sphérique, dans un tube de rayon r , cette différence de pression (2.2) peut être décrite par la relation suivante :

$$\Delta P = \frac{2\alpha_{\text{sup}} \cos(\theta)}{r} \quad (2.3)$$

ΔP s'appelle « pression capillaire P_c ». C'est une grandeur mesurable au sein du milieu poreux et évolue en fonction de la saturation en eau libre.

La pression capillaire est généralement une courbe décroissante du degré de saturation [44]. Elle décroît d'une valeur maximum pouvant être infinie à une valeur minimum dite pression d'entrée d'air qui, lors d'un drainage est la pression capillaire au-delà de laquelle la saturation en eau liquide diminue effectivement.

Dans le cas des matériaux suffisamment perméables comme les sables ou encore les roches, la courbe de pression capillaire peut être déterminée expérimentalement par invasion capillaire, en contrôlant la pression capillaire.

Pour des matériaux peu perméables, comme les argiles et les bétons. Cette méthode trouve très rapidement ses limites à mesure que la saturation en eau liquide décroît, la pression à exercer devenant trop élevée.

Dans une expérience de sorption l'échantillon est mis en équilibre thermodynamique entre l'eau liquide, solvant de la solution et la vapeur d'eau de l'air ambiant. On en déduit l'isotherme de sorption $\varphi = \varphi(S)$

Le mélange gazeux de l'échantillon est maintenu en équilibre avec l'air ambiant, à pression atmosphérique P_{at} , si bien que pour l'échantillon la différence de pression ($P_l - P_{at}$) s'identifie à l'opposé de la pression capillaire ($-P_c$). Cette dépression « capillaire » est reliée à l'humidité relative par l'équation de Kelvin :

$$-P_c = \frac{RT\rho_l}{M} \ln \varphi \quad (2.4)$$

R, constante des gaz parfaits (8.3144J/mol.K) ;

T, température absolue (K) ;

ρ_l , masse volumique de l'eau liquide (kg/m³) ;

M, masse molaire de l'eau (kg/mol).

L'équation précédente et l'équilibre qu'elle traduit permettent d'associer à une valeur de l'humidité relative de la pression capillaire P_c . La méthode conduit enfin de compte à la détermination indirecte de la courbe : $P = P_c(S)$.

5.4. Coefficients de perméabilité [51]

Trois coefficients de perméabilité ; l'intrinsèque k et les relatives k_l et k_g (fonction de la saturation).

Le k représente la résistance à l'écoulement de l'eau liquide dans le milieu. Son obtention est expérimentale et ses valeurs sont satisfaisantes.

L'obtention des coefficients de perméabilités k_l et k_g est difficile, car le milieu poreux (qui est un milieu triphasique), nous ne connaissons pas la distribution des phases dans le milieu.

Deux méthodes de mesure sont souvent utilisées :

*Méthodes stationnaires

Ces méthodes supposent l'écoulement simultané des phases à travers l'échantillon. Elles adoptent les hypothèses suivantes :

- les perméabilités seront obtenues par la loi de Darcy ;
- les débits et la pression différentielle dans chaque phase doivent être mesurés avec précision ;
- l'état de saturation du milieu doit être précisé.

*Méthodes instationnaires

Dans ces méthodes, on considère que :

- l'écoulement s'effectue à débit (ou pression) constant ;
- le milieu est homogène ;
- les effets capillaires sont négligés (une augmentation de la vitesse de déplacement du fluide tend à faire augmenter l'effet des forces visqueuses, et à partir d'un seuil les forces capillaires sont négligeables).

Les isothermes de sorption permettent une modélisation des perméabilités relatives aux gaz et aux liquides. Ces dernières découlent de la notion de la perméabilité effective à l'une ou l'autre de ces phases [52].

Cette perméabilité effective est le produit d'une perméabilité intrinsèque et d'une perméabilité relative [53] :

$$K_{effi} = k k_{ri} \quad (2.5)$$

K_{effi} est la perméabilité effective pour la phase i (liquide ou gazeuse) (m^2)

k la perméabilité intrinsèque (m^2)

k_{ri} la perméabilité relative à la phase i ; $0 \leq k_{ri} \leq 1$

5.5. Coefficient de diffusion de masse

Le coefficient de diffusion de masse D intervient dans l'expression de l'évolution spatio temporelle de l'humidité et de la température.

Plusieurs techniques ont été employées pour sa détermination. Telle de Crank [54] qui est une technique graphique et celle d'Arfvidsson [55] qui est un algorithme numérique qui évalue le coefficient de diffusion en fonction des données transitoires. Cet algorithme utilise le potentiel de Kirchoff [56] qui est développé comme suit :

Soit $g(kg/m^2.s)$ le flux d'humidité et $w(kg/m^3)$ la masse volumique de l'humidité. Dans le cas du transport isotherme monodimensionnel de l'humidité, nous avons :

$$g = -D_w \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.6)$$

Kirchoff introduit un potentiel défini par :

$$\psi = \int_{w_{ref}}^w D_w dw \quad (2.7)$$

La valeur de référence w_{ref} peut être choisie arbitrairement.

A la valeur de référence, le potentiel $\psi(w_{ref})$ est nul

$$\psi(w_{ref}) = \psi_{ref} \quad (2.8)$$

Le coefficient de diffusion D_w est la dérivée du potentiel de Kirchoff.

D'après l'équation (2.7) :

$$D_w = \frac{d\psi}{dw} \quad (2.9)$$

Nous aurons de l'équation (2.6) et (2.9) :

$$g = -D_w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{d\psi}{dw} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.10)$$

L'équation de conservation de masse aura la forme simple suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (g) = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \quad (2.11)$$

Des présentations plus complexes de l'utilisation du potentiel de Kirchoff sont décrites dans Arfvidsson et Claesson [57].

Donc le problème revient à résoudre l'équation (2.11) et $w(t) = \int_0^l w dx$ avec les conditions initiales $w(x,0) = w_0$ et les conditions aux limites $w(0,t)$ résolue par $\psi = \psi(w)$.

En supposant que la courbe de sorption est connue, et le potentiel de Kirchoff est calculé, le coefficient de diffusion D_w peut être calculé.

L'avantage de cette technique est qu'elle est rapide à donner des résultats.

Dans la littérature, on trouve beaucoup de méthodes utilisées pour calculer ce coefficient ([58], [59]). Chacune d'elles a des avantages pour les conditions d'études choisies.

5.6. Conductivité thermique

La conductivité thermique est une propriété très importante du milieu poreux. Sa valeur est nécessaire dans les applications d'engineering.

Plusieurs études ont essayé de la calculer ([60], [61], [62], [63]).

Des méthodes de mesure sont développées et ont donné d'excellents résultats ([64], [65], [66], [67], [68]). En parallèle des modèles de calcul basés généralement sur la méthode semi empirique de Krischer [72].

La méthode de Krischer consiste dans la combinaison de l'expression, pour un arrangement parallèle, des conductivités des phases donnée par $\lambda(T, u, x) = (1 - \varepsilon)\lambda_s + (\varepsilon - u)(\lambda_g - \lambda_d)$ avec celle d'un arrangement série par un rapport de paramètres expérimentaux propres à la géométrie du solide.

5.7. Coefficients superficiels de transfert de chaleur et de masse

Les études des coefficients d'échanges d'humidité h_m et de chaleur h_T de surface des matériaux poreux avec le milieu ambiant sont complexes.

Les coefficients d'échanges de chaleur et d'humidité sont fonction d'un nombre important et souvent difficilement mesurable de paramètres dont on peut citer [70] :

- le taux d'humidité en surface des matériaux poreux ;
- le taux d'humidité de l'air ambiant ;
- l'état de surface du matériau ;
- la température du matériau et du milieu ambiant ;
- la position verticale ou horizontale des parois ;
- la convection en surface ;
- la turbulence et la vitesse de l'air en surface des parois.

D'une manière générale, les transferts d'humidité sont fortement couplés aux transferts de chaleur au niveau de la surface.

Pour expliciter le transfert d'humidité en surface, on utilise la relation donnant le flux (g) en fonction de la pression de vapeur ou de la concentration de vapeur d'eau en surface du matériau et de l'air ambiant :

$$g = h_m (C_s - C_a) \quad (2.12)$$

h_m : Coefficient de transfert d'humidité en surface ;

C_s : Concentration de vapeur d'eau dans le matériau ;

C_a : Concentration de vapeur d'eau dans l'air ambiant.

Le coefficient de transfert d'humidité h_m au voisinage d'une surface est si important que la résistance au transfert d'humidité $\frac{1}{h_m}$ peut être négligée dans de nombreux calculs pratiques.

L'étude par la thermodynamique des champs de température et l'humidité en surface permet de donner une relation entre les coefficients d'échanges de chaleur et d'humidité :

$$\frac{h}{h_m} = \rho C_p \left(\frac{a}{D} \right)^n \quad (2.13)$$

Avec h_m coefficient d'échanges d'humidité (m/s)

C_p Chaleur spécifique de l'air (J/kg.°C)

ρ Densité de l'air (kg/m³)

$a = \frac{\lambda}{\rho C}$ Coefficient de diffusion de la chaleur de l'air

D : Coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air (m²/s)

n nombre compris entre 0 et 1

Le rapport $\frac{a}{D}$ est appelé coefficient de Lewis.

Pour la valeur d'eau dans l'air $\frac{a}{D} = 1$ d'où la relation :

$$\frac{h}{h_m} = \rho C_p \quad (2.14)$$

L'influence de l'écoulement calme, laminaire ou turbulent de l'air au voisinage de la surface est caractérisée par le paramètre n , et sa valeur résulte de l'expérimentation ;

- cas de l'écoulement turbulent : $n=0$
- cas de l'écoulement laminaire : $n=1$

Pour les surfaces habituelles des parois de bâtiment, la valeur de n déterminée expérimentalement vaut :

$$\frac{h}{h_m} = \rho C_p \left(\frac{a}{D} \right) \quad (2.15)$$

Dans le cas d'un climat intérieur à $20^\circ\text{C} - 40\%$, le rapport vaut :

$$\frac{h}{h_{mi}} = 1.06.10^3$$

$$h_{mi} = 9.43.10^{-3} . h_i \quad (2.16)$$

Si le coefficient d'échange de chaleur (h_i) en surface est pris égal à la valeur courante de :

$$h_i = 9.1 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Le coefficient h_{mi} sera égal à : $h_{mi} = 8.58.10^{-3} \text{ m} / \text{s}$

Pour un climat extérieur de $10^\circ\text{C} - 70\%$ et si h_e vaut $16.7 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, le coefficient h_{me} vaut :

$$\frac{h_e}{h_{me}} = 1.24.10^3 \quad (2.17)$$

$$h_{me} = 0.806.10^{-3} . h_e \quad (2.18)$$

$$\text{D'où} \quad h_{me} = 1.35.10^{-2} m/s \quad (2.19)$$

Un certain nombre de mesures de l'échange de chaleur et d'humidité pour une surface exposée donne une relation de la forme :

$$\frac{h_e}{h_{me}} = 1.25.10^3 \quad (2.20)$$

D'autres études spécifiques et plus récentes sur ces paramètres donnent une valeur moyenne du rapport $\frac{h_m}{h}$ pour les parois de construction, de :

$$\frac{h_m(m/h)}{h(kcal/m^2.h.K)} = 4$$

En utilisant les unités du système international, cela correspond à une valeur moyenne :

$$\frac{h_m(m/s)}{h(W/m^2.°C)} = 5$$

6. PROBLEMATIQUE

Les dommages apparents ne sont pas des critères valables pour évaluer la gravité de l'invasion de l'humidité dans une construction, malgré qu'ils fournissent d'utiles précisions sur les causes de cette invasion.

Les principales formes d'humidité que l'on rencontre dans les constructions sont [71] :

- ❖ l'humidité ascensionnelle ou de remonté;
- ❖ l'humidité de condensation ;
- ❖ l'humidité à mouillures variables ou intermittentes ;
- ❖ l'humidité par infiltration latérale de pluie battante.

Le diagramme de la figure 2.7 montre les taux d'humidité pour chaque type.

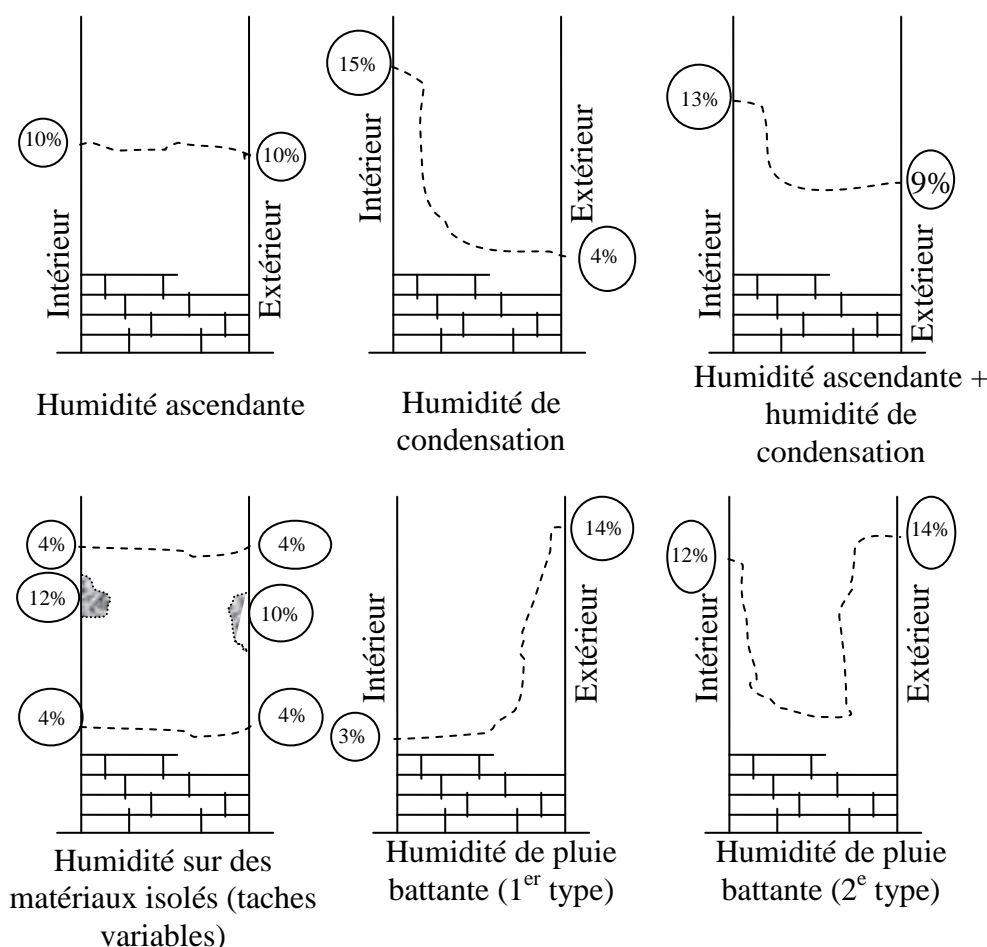


Fig.2.7 Diagrammes, établis d'après les types d'humidité, de la distribution de l'eau dans la section horizontale, de la face intérieure à la face extérieure d'un mur dont la capillarité est excellente [71].

Par conséquent, il est encore impossible d'obtenir un matériau aux propriétés universelles car c'est d'après les propriétés les plus importantes des matériaux de construction qu'on détermine le domaine de leur application. Et ce n'est que leur connaissance approfondie qui autorise dans les conditions données le choix rationnel du matériau approprié du point technique et économique [72].

Les connaissances réelles des bâtiments (spécialement d'habitation) ne correspondent pas aux calculs effectués par des thermiciens, la cause en est triple :

- 1) les valeurs des coefficients thermo physiques des matériaux utilisées dans les calculs sont des valeurs moyennes ;

- 2) les calculs reposent sur des hypothèses simplificatrices induisent à des écarts par rapport à la réalité ;
- 3) le thermicien ne connaît pas le comportement réel des habitations. Tous les calculs sont faits sur des situations conventionnelles parfois précisées par des réglementations.

Le comportement énergétique d'un bâtiment fait intervenir les transferts de chaleur, mais également de masse pour l'air et l'humidité. Parmi ces phénomènes ; le séchage [71].

Comme on a dit dans le chapitre 1, que le séchage des matériaux de construction est deux périodes essentielles et le profil d'humidité se divise en deux allures totalement différentes. Ceci peut s'expliquer par le fait que la surface saturée du matériau peut être comparée à un plan d'eau dont la vitesse d'évaporation dépend uniquement de la capacité d'absorption de l'air, autrement dit de la différence existant entre la quantité d'humidité que l'air contient effectivement et le maximum d'humidité qu'il pourrait absorber à la température ambiante. Ce qui revient à dire qu'au cours de la première phase, l'évaporation ne dépend que du degré de saturation de l'air et qu'elle est indépendante de la nature du matériau au cours d'assèchement.

Au point de flexion, la surface qui n'est plus saturée est encore alimentée par l'eau provenant de la masse du matériau, mais à un rythme qui n'est plus assez rapide pour entretenir l'évaporation, car les réserves d'eau ont déjà trop diminué. C'est alors qu'interviennent les propriétés de conductibilité capillaire de chaque matériau : la résistance opposée au passage de l'eau de la masse intérieure à la surface est plus ou moins forte selon la structure spécifique de chaque matériau. C'est donc de celle-ci que dépend, en fin de compte la vitesse d'évaporation.

Afin d'illustrer de manière simple comment ces mécanismes physiques interviennent au cours du transfert de chaleur et de masse (séchage), considérons une paroi plane monocouche humide initialement à la température T_0 et à la saturation S_0 (fig.2.8).

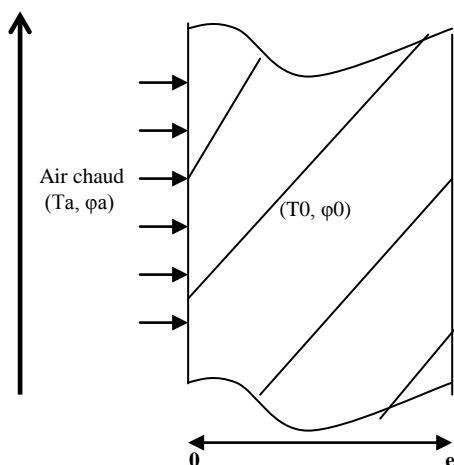


Fig.2.8. Paroi mono couche.

Un courant d'air chaud d'humidité relative φ_a et de vitesse v_a et de température ($T_a \square T_0$), s'écoule à travers les surfaces de cette paroi. Les phénomènes physiques qui vont se manifester sont :

- élévation de la température de surface T_s par conséquent diminution de l'humidité de surface ;
- apparition d'un flux de vapeur de la surface vers l'écoulement d'air par diffusion moléculaire sous l'influence d'un gradient de pression ;
- accroissement de la pression capillaire P_c en surface ;
- réalimentation des couches superficielles en eau liquide sous l'influence du gradient de pression capillaire ;
- la zone superficielle s'assèche et un décroissement de l'humidité dans la zone interne due à la diminution de la pression.

Nous allons étudier deux cas séparément ; le cas du matériau non hygroscopique et le cas du matériau hygroscopique.

7. CONCLUSION

Cette partie fait le lien entre les matériaux étudiés et la problématique qui lui est associée, à savoir l'analyse des transferts de masse au sein d'une paroi en différents types de matériau (béton, argile, brique, plâtre) soumise à un courant d'air chaud.

Ainsi, les éléments bibliographiques inscrivent les matériaux de construction comme milieux poreux dont les isothermes de sorption représentent l'identité hygrostructurale des matériaux ; s'ajoute à cette notion celles concernant les perméabilités qu'elles soient intrinsèques ou relatives à la phase liquide ou gazeuse. En permettant une description modélisée des différents mécanismes de transfert de masse dans un matériau de construction, la connaissance de ces paramètres fondamentaux qui homogénéisent une microstructure poreuse complexe et très variée est indispensable à la compréhension et à l'analyse des phénomènes observés et mesurés.

Rappelons que l'influence d'un gradient de température qui induit localement d'importantes variations thermodynamiques qui vont être les principaux moteurs des mouvements de masse (transferts par convection ou par diffusion). Une des conséquences de ces mouvements de matière associés à l'équilibre entre la phase vapeur et la phase liquide de l'eau est la formation des différents zones d'humidité à l'intérieur de la paroi.

CHAPITRE 3

MODELISATION DES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE

1. INTRODUCTION

On présente les équations à l'échelle porale. Puis en utilisant une méthode déterministe de changement d'échelle un modèle décrivant les transferts à l'échelle macroscopique est établi

2. EQUATIONS DU BILAN MICROSCOPIQUE ([1], [45])

La modélisation à l'échelle microscopique des transferts de masse et de chaleur dans un matériau poreux est inapplicable en pratique. Mais des études récentes considèrent les modèles macroscopiques sont difficiles à appliquer pour trois raisons :

1. Quelles sont les propriétés du transport du matériau en question?
2. Quels sont les coefficients de transfert de masse et de chaleur par convection utilisés à l'interface entre le milieu poreux et le fluide extérieur?
3. Quelles sont les dimensions minimales du volume moyen ou du volume représentatif élémentaire pour le matériau et pour le phénomène de transport en lui-même?

2.1. Équations de conservation de masse:

- $\rho_s = \text{Constante}$

- phase liquide : $\frac{\partial \rho_\ell}{\partial t} + \nabla(\rho_\ell V_\ell) = 0$ (3.1)

- phase vapeur : $\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \nabla(\rho_v V_v) = 0$ (3.2)

Où ρ_ℓ , ρ_v et ρ_s sont les masses volumiques : liquide, vapeur et solide

Soit $\rho_g = \rho_a + \rho_v$ et $v_g = \frac{\rho_a v_a + \rho_v v_v}{\rho_g}$ la masse volumique et la vitesse barycentrique du

mélange gazeux, l'équation de bilan de masse du mélange air vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla(\rho_g v_g) = 0 \quad (3.3)$$

En posant: $u_a = v_a + v_g$

$$u_v = v_v + v_g$$

Les équations de bilan de masse pour les constituants gazeux deviennent :

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla(\rho_g v_g) + \nabla(\rho_a u_a) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \nabla(\rho_v v_g) + \nabla(\rho_v u_v) = 0 \quad (3.5)$$

ρ_a, u_a et ρ_v, u_v sont les flux de matière par diffusion par rapport à la vitesse barycentrique ' v_g '. Ils s'écrivent en négligeant l'effet Soret :

$$\rho_a u_a = -\rho_g D \nabla \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad (3.6)$$

$$\rho_v u_v = -\rho_g D \nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad (3.7)$$

'D' est la diffusivité massique des constituants gazeux dans l'air humide.

2.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

On suppose que la force de gravité est la seule force à distance, soit τ_i ($i = \ell, g$) les tenseurs de contraintes. Les équations de bilan de quantité de mouvement sont :

$$v_s = 0$$

$$\rho_\ell \frac{d v_\ell}{dt} = \rho_\ell G + \nabla \tau_\ell \quad (3.8)$$

$$\rho_g \frac{d_g v_g}{dt} = \rho_g G + \nabla \tau_g \quad (3.9)$$

$\frac{d_\ell}{dt}$ est la dérivée particulière relative à la vitesse v_ℓ et $\frac{d_g}{dt}$ relative à la vitesse v_g

L'écoulement dans le milieu poreux étant souvent assez lent, on néglige les termes d'inertie. En supposant encore que l'écoulement est en régime quasi-stationnaire, les équations (3.8) et (3.9) deviennent :

$$0 = \rho_l G + \nabla \tau_\ell \quad (3.10)$$

$$0 = \rho_g G + \nabla \tau_g \quad (3.11)$$

2.3. Equations de bilan d'énergie:

Soit h_i , q_i , P_i les enthalpies massiques, les flux de chaleurs par conduction et les pressions . Les equations de l'énergie en absence de source ([49], [50]) s'écrivent :

- Pour la phase solide :

$$\frac{\partial \rho_s h_s}{\partial t} = -\nabla q_s \quad (3.12)$$

- Pour la phase liquide :

$$\frac{\partial \rho_\ell h_\ell}{\partial t} + \nabla(\rho_\ell h_\ell v_\ell) = -\nabla q_\ell + \frac{d_\ell P_\ell}{dt} + (\nabla \oplus v_\ell) \tau_{0l} \quad (3.13)$$

- Pour la phase gazeuse :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=v,a} \rho_i h_i \right) + \nabla \left(\sum_{i=v,a} \rho_i h_i v_i \right) - \nabla q_g + \frac{d_g P_g}{dt} + (\nabla \oplus v_g) \tau_{0g} - \rho_g \frac{d_g}{dt} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=v,a} \frac{\rho_i u_i^2}{\rho_g} \right) \quad (3.14)$$

$\tau_{0\ell}$ et τ_{0g} sont les tenseurs des contraintes visqueuses, \oplus indique un produit tensoriel.

Les enthalpies massiques sont supposées indépendantes de la pression et s'écrivent :

$$h_\ell = C_{p\ell} (T_\ell - T_\ell^\circ) + h_\ell^\circ \quad (3.15)$$

$$h_a = C_{pa} (T_a - T_a^\circ) + h_a^\circ \quad (3.16)$$

$$h_v = C_{pv} (T_v - T_v^\circ) + h_v^\circ \quad (3.17)$$

$$h_s = C_{ps} (T_s - T_s^\circ) + h_s^\circ \quad (3.18)$$

T_i° et h_i° sont les températures et les enthalpies de référence.

Les flux de chaleur par conduction s'écrivent :

$$q_s = -\lambda_s \nabla T_s \quad (3.19)$$

$$q_\ell = -\lambda_\ell \nabla T_\ell \quad (3.20)$$

$$q_g = -\lambda_g \nabla T_g \quad (3.21)$$

Pour la phase gazeuse l'effet Duffour est supposé négligeable.

Par la suite les dissipations visqueuses $(\nabla \oplus v_\ell) \tau_{0\ell}$, les effets de compressibilité: $\frac{d_i P_i}{dt}$ et

l'énergie cinétique de diffusion $\rho_g \frac{d_g}{dt} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=v,a} \frac{\rho_i u_i^2}{\rho_g} \right)$, seront supposés négligeables, les

équations de conservation d'énergie du liquide et du gaz deviennent alors :

- Pour la phase liquide :

$$\frac{\partial \rho_\ell h_\ell}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho_\ell h_\ell v_\ell) = -\nabla q_\ell \quad (3.22)$$

- Pour la phase gazeuse :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=v,a} \rho_i h_i \right) + \nabla \left(\sum_{i=v,a} \rho_i h_i v_i \right) = -\nabla q_g \quad (3.23)$$

3. EQUATIONS DE BILAN AUX INTERFACES:

Il y a trois types d'interfaces : l'interface solide, l'interface solide gaz et l'interface liquide gaz. Les équations de bilan à ces interfaces sont déduites à l'aide d'un bilan de saut.

Soit S_{ij} est une interface éventuellement mobile avec une vitesse W_{ij} et séparant deux domaines D_i et D_j . Le bilan de saut consiste à appliquer au domaine $D = D_i + D_j$ les lois de conservation et faire tendre ensuite D vers zéro en la rétrécissant autour de S_{ij} qui reste constant.

Afin d'illustrer cette méthode on l'applique pour déterminer l'équation de bilan de masse à l'interface liquide gaz.

La loi de conservation appliquée à $D = D_\ell + D_g$ s'écrit [50] :

$$\int_{D_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial t} dv + \int_{S_g} \rho_g v_g n_g dS + \int_{D_\ell} \frac{\partial \rho_\ell}{\partial t} dv + \int_{S_\ell} \rho_\ell v_\ell n_\ell dS + \int_{S_{lg}} (\rho_g - \rho_\ell) W_{lg} n_{lg} dS = 0 \quad (3.24)$$

Cette équation intégrale devient en rétrécissant D autour de S_{lg} et lorsque les quantités $\frac{\partial \rho_g}{\partial t}$ et

$\frac{\partial \rho_\ell}{\partial t}$ sont bornées :

$$(\rho_\ell v_\ell - \rho_g v_g) n_{lg} + (\rho_g - \rho_\ell) W_{lg} n_{lg} = 0 \quad (3.25)$$

A l'interface S_{lg} , il n'y a pas d'échange d'air sec, ceci implique :

$$\rho_v(v_v - W_{lg})n_{gl} + \rho_\ell(v_\ell - W_{lg})n_{lg} = 0 \quad (3.26)$$

L'équation de bilan d'énergie à l'interface S_{lg} est déterminée de la même façon :

$$(\rho_\ell h_\ell v_\ell - \rho_\ell h_\ell W_{lg})n_{lg} + (\rho_g h_g v_g - \rho_g h_g W_{lg})n_{gl} + q_\ell n_{lg} + q_g n_{gl} = 0 \quad (3.27)$$

A l'interface solide –gaz qui est immobile aussi, on a :

$$v_g = 0 ; q_g = q_s ; T_g = T_s \quad (3.28)$$

L'équation de bilan de quantité de mouvement à l'interface liquide gaz est obtenue à l'aide d'un bilan de saut en tenant compte de l'existence d'une source en S_{lg} :

$$(\tau_\ell - \tau_g)n_{lg} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) n_{lg} \quad (3.29)$$

Où ' σ ' est la tension interraciale fonction de la température et de la nature des fluides en présence ; r_1 et r_2 sont les rayons de courbure principaux de l'interface S_{lg}

4. MACROSCOPISATION SPATIALE:

Pour former des équations de bilan macroscopique, on considère un volume élémentaire V (fig2.1) entourant ce point.

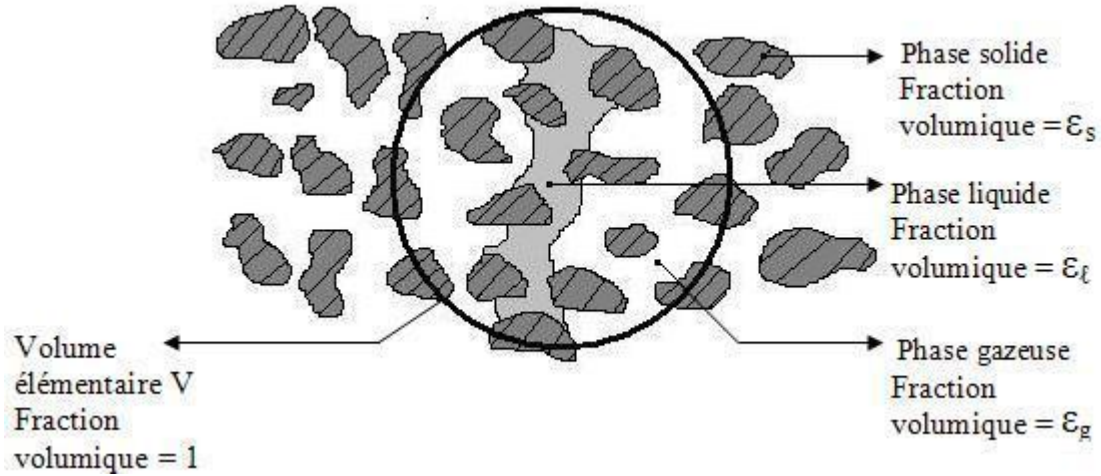


Fig.3.1: Schéma représentatif des différentes phases et leurs fractions volumiques dans un matériau poreux

On prend ensuite, la moyenne sur \$V\$ des équations valables à l'échelle microscopique puis on fait subir aux équations ainsi moyennées diverses manipulations mathématiques, afin de les mettre sous une forme ne faisant intervenir que des moyennes, sur le volume \$V\$, des grandeurs microscopiques. Ces moyennes sont seules retenues pour décrire l'état du milieu à l'échelle macroscopique.

La taille du volume élémentaire \$V\$ doit être, d'une part, grande par rapport à celle du pore pour que la moyenne ait un sens et les grandeurs macroscopiques soient continues. D'autre part, elle doit être petite par rapport à la taille caractéristique du processus pour que les grandeurs moyennes puissent être considérées comme locales.

Soit \$f_i\$ une grandeur physique microscopique associée à la phase \$i\$ et fonction de l'espace et du temps. Sa moyenne s'écrit :

$$\bar{f}_i = \frac{1}{V} \int_V f_i \cdot dv \quad (3.30)$$

\$f_i\$ étant prise nulle en dehors de la phase \$i\$, ceci implique :

$$\bar{f}_i = \frac{1}{V} \int_{V_i} f_i \cdot dv \quad (3.31)$$

'\$V_i\$' est le volume occupé par la phase \$i\$ dans \$V\$.

On définit également une moyenne intrinsèque de la phase \$i\$:

$$\bar{f}^i = \frac{1}{v_i} \int_{v_i} f_i \cdot dv \quad (3.32)$$

La valeur moyenne est, alors, liée à la valeur moyenne intrinsèque:

$$\bar{f}^i = \frac{v^i}{v} \bar{f}^i = \varepsilon \cdot \bar{f}^i \quad (3.33)$$

ε_i est la fraction du volume élémentaire occupée par la phase i .

La moyenne du gradient de f_i s'écrit :

$$\overline{\nabla f^i} = \nabla \bar{f}^i + \frac{1}{v} \int_{S_{i,j}} \bar{f}^i \cdot n_{ij} \cdot ds + \frac{1}{v} \int_{S_{ik}} \bar{f}^i \cdot n_{ik} \cdot ds \quad (3.34)$$

La moyenne de la dérivée par rapport au temps s'écrit en utilisant le théorème de transport [49] :

$$\frac{\partial \bar{f}^i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \bar{f}^i \quad \text{Si } V_i \text{ est fixe et stationnaire,} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \bar{f}^i}{\partial t} = \frac{\partial \bar{f}^i}{\partial t} - \frac{1}{v} \int_{S_{ij}} (\bar{f}^i \oplus W_{ij}) n_{ij} \cdot dS - \frac{1}{v} \int_{S_{ik}} (\bar{f}^i \oplus W_{ik}) n_{ik} \cdot dS \quad (3.36)$$

4.1 Moyennes des équations microscopiques :

En supposant ρ_l constante et compte tenu des équations (3.34) et (3.36), la moyenne sur V de l'équation de conservation de la masse du liquide s'écrit :

$$\frac{\partial \varepsilon_\ell}{\partial t} + \nabla \bar{v}_\ell = -m / \rho_\ell \quad (3.37)$$

' m ' est la quantité du liquide transformé en vapeur par unité de temps et de volume

$$m = \frac{1}{v} \int_{S_{\ell g}} \rho_\ell (v_\ell - W_{\ell g}) n_{\ell g} \cdot dS \quad (3.38)$$

En tenant compte de l'équation de bilan de masse à l'interface liquide gaz (2.25), la moyenne sur 'v' de l'équation de conservation de la masse du mélange gazeux s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial t} + \nabla(\bar{\rho}_g \bar{v}_g) = 0 \quad (3.39)$$

Afin d'exprimer la moyenne du produit $\overline{\rho_g v_g}$ sous la forme d'un produit des moyennes et d'une fluctuation:

$$\rho_g = \bar{\rho}_g + \tilde{\rho}_g \quad ; \quad v_g = \bar{v}_g + \tilde{v}_g \quad \text{dans la phase gazeuse}$$

$$\rho_g = \tilde{\rho}_g = 0 \quad ; \quad v_g = \tilde{v}_g = 0 \quad \text{dans la phase liquide et solide}$$

Ainsi, compte tenu du fait que la moyenne des fluctuations est nulle, l'équation (3.39) devient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial t} + \nabla(\bar{\rho}_g \bar{v}_g) + \nabla(\tilde{\rho}_g \tilde{v}_g) = m \quad (3.40)$$

Le terme $\tilde{\rho}_g \tilde{v}_g$ est appelé terme de dispersion. Il est dû à l'écoulement de la phase gazeuse.

La moyenne de l'équation de conservation de la masse de la vapeur s'écrit:

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla(\bar{\rho}_v \bar{v}_g) = \nabla J_d + m \quad (3.41)$$

J_d est un flux effectif de la vapeur qui s'écrit:

$$J_d = \zeta_g D \nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) - \overline{\tilde{\rho}_v \tilde{v}_g} \quad (3.42)$$

Le terme de fluctuation $\tilde{\rho}_v$ sous la forme:

$$\rho_v = \bar{\rho}_g^g + \tilde{\rho}_v \quad \text{dans la phase gazeuse}$$

$$\rho_v = \tilde{\rho}_v = 0 \quad \text{dans la phase solide et liquide}$$

Le choix du terme de fluctuation sous la forme : $\tilde{f}_i = \bar{f}_i + \tilde{f}_i$ est incompatible avec la modélisation du terme de dispersion comme étant un terme de diffusion ($\overline{\tilde{f}_i \tilde{v}_i} = B \nabla \bar{f}_i$). En effet, lorsque f_i est indépendant de la position, le terme de dispersion ne s'annule pas :

$$\overline{\tilde{f}_i \tilde{v}_i} = \overline{\tilde{f}_i v_i} - \bar{f}_i \bar{v}_i \quad (3.43)$$

Etant donné que f_i est constante, ceci implique que : $\tilde{f}_i = \bar{f}_i$ et l'équation (3.43) devient :

$$\overline{\tilde{f}_i \tilde{v}_i} = \frac{\bar{f}_i}{\varepsilon_i} \bar{v}_i - \bar{f}_i \bar{v}_i = \bar{f}_i \bar{v}_i \left[\frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right] \quad (3.44)$$

$\overline{\tilde{f}_i \tilde{v}_i}$ est non nul lorsque \bar{f}_i est indépendante de la position et ne peut se mettre sous la forme d'un flux diffusif.

Les moyennes des équations d'énergie s'écrivent :

- Pour la phase solide en supposant que le milieu poreux est homogène ($\varepsilon_s = \text{constante}$) :

$$\varepsilon_s \rho_s c_{ps} \frac{\partial \bar{T}_s}{\partial t} = \nabla \left[\lambda_s \nabla \bar{T}_s + \frac{1}{V} \int_{S_{sl}} T_s n_{sl} dS + \frac{1}{V} \int_{S_{sg}} T_s n_{sg} dS \right] - \frac{1}{V} \int_{S_{sl}} q_s n_{sl} dS - \frac{1}{V} \int_{S_{sg}} q_s n_{sg} dS \quad (3.45)$$

Les deux premières intégrales de droite représentent les effets de tortuosité des interfaces S_{sl} et S_{sg} sur le flux de chaleur. Les deux autres représentent les échanges de chaleur entre la phase solide et les autres phases.

- Pour le liquide:

$$\begin{aligned} & \rho_\ell \varepsilon_\ell c_{p\ell} \frac{\partial \bar{T}_\ell}{\partial t} + \rho_\ell c_{p\ell} \bar{v}_\ell \cdot \nabla \bar{T}_\ell + \rho_\ell c_{p\ell} \cdot \nabla (\overline{\tilde{T}_\ell \tilde{v}_\ell}) + \frac{1}{V} \int_{S_{lg}} \rho_\ell c_{p\ell} \tilde{T}_\ell (v_\ell - W_{\ell g}) n_{\ell g} dS = \\ & \nabla \left[\lambda_\ell \cdot \nabla (\varepsilon_\ell \bar{T}_\ell) \right] + \frac{1}{V} \int_{S_{lg}} T_\ell n_{\ell s} dS + \frac{1}{V} \int_{S_{lg}} T_\ell S_{\ell g} dS \left] - \frac{1}{V} \int_{S_{ls}} q_\ell n_{\ell s} dS - \frac{1}{V} \int_{S_{lg}} q_\ell n_{\ell g} dS \end{aligned} \quad (3.46)$$

Afin de ramener la moyenne d'un produit au produit des moyennes on a introduit les fluctuations \tilde{T}_ℓ et \tilde{v}_ℓ telles que:

$$T_\ell = \bar{T}_\ell + \tilde{T}_\ell \quad ; \quad v_\ell = \bar{v}_\ell + \tilde{v}_\ell \quad \text{dans la phase liquide}$$

$$T_\ell = \tilde{T}_\ell = 0 \quad ; \quad v_\ell = \tilde{v}_\ell = 0 \quad \text{dans les phases gazeuse et solide.}$$

- Pour la phase gazeuse:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=a,v} \bar{\rho}_i c_{pi} \right) \frac{\partial \bar{T}_g^g}{\partial t} + \left\{ \sum_{i=a,v} c_{pi} \bar{\rho}_i v_i \cdot \nabla \bar{T}_g^g + \frac{1}{V} \int_{S_{gl}} \sum_{i=a,v} \rho_i c_{pi} \tilde{T}_g (v_i - W_{gl}) n_{gl} dS + \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=a,v} c_{pi} \overline{\tilde{\rho}_i \tilde{T}_g} + \nabla \cdot \sum_{i=a,v} c_{pi} \overline{\rho_i v_i \tilde{T}_g} \right\} \\ & = \nabla \left\{ \lambda_g \cdot \nabla (\varepsilon_g \bar{T}_g^g) \right\} + \frac{1}{V} \int_{S_{gs}} T_g n_{gs} dS + \frac{1}{V} \int_{S_{gl}} T_g n_{gl} dS \left\} - \frac{1}{V} \int_{S_{gs}} q_g n_{gs} dS - \frac{1}{V} \int_{S_{gl}} q_g n_{gl} dS \end{aligned} \quad (3.47)$$

\tilde{T}_g et $\rho_i v_i$ sont telle que :

$$T_g = \bar{T}_g^g + \tilde{T}_g \quad ; \quad \rho_i v_i = \overline{\rho_i v_i} + \rho_i v_i \quad \text{dans la phase gazeuse.}$$

$$T_g = \tilde{T}_g = 0 \quad ; \quad \rho_i v_i = \rho_i v_i = 0 \quad \text{dans la phase liquide et solide.}$$

Les moyennes des équations de quantité de mouvement s'écrivent en introduisant les pressions P_ℓ et P_g

$$0 = \bar{\rho}_g G - \nabla \bar{P}_g + \nabla (\overline{\tau_g + P_g I}) + \frac{1}{V} \int_{S_{gl}} \tau_g n_{gl} dS + \frac{1}{V} \int_{S_{gs}} \tau_g n_{gs} dS \quad (3.48)$$

$$0 = \bar{\rho}_\ell G - \nabla \bar{P}_\ell + \nabla (\overline{\tau_\ell + P_\ell I}) + \frac{1}{V} \int_{S_{lg}} \tau_\ell n_{\ell g} dS + \frac{1}{V} \int_{S_{ls}} \tau_\ell n_{\ell s} dS \quad (3.49)$$

'I' est le tenseur unité.

Les moyennes sur le volume élémentaire des équations de bilan microscopiques contiennent des termes faisant intervenir des grandeurs microscopiques.

Ces termes sont très difficiles à déterminer expérimentalement et rendent ouvert le système d'équations [1].

En résumant, les transferts de chaleur et de masse en milieu poreux sont régis, à l'échelle macroscopique, par le système d'équations pour une paroi poreuse suivant :

- L'équation de conservation de la masse du liquide :

$$\frac{\partial \varepsilon_\ell}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{v}_\ell) = -\frac{m}{\rho_\ell} \quad (3.50)$$

- L'équation de conservation de la masse de la vapeur :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_v \bar{v}_v) = m \quad (3.51)$$

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v = \bar{\rho}_v \bar{v}_v^g - \bar{\rho}_v^g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right) = \bar{\rho}_v \bar{v}_v^g - \bar{\rho}_v^g D_{eff} \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_\ell} \left(\frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right) \frac{\partial \varepsilon_\ell}{\partial x} \right] \quad (3.52)$$

- L'équation de conservation de la masse du mélange gazeux :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_g^g \bar{v}_g) = m \quad (3.53)$$

- L'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \rho_p C_p \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_\ell C_{p\ell} \bar{V}_\ell \bar{T} + \sum_{i=v,a} \bar{\rho}_i C_{pi} \bar{V}_i \bar{T} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) - \Delta h_{vap}^\circ m \quad (3.54)$$

$$\text{avec } \Delta h_{vap}^\circ = \Delta h_{vap} - (c_{pv} - c_{p\ell}) \bar{T}$$

5. EQUATIONS DU BILAN MACROSCOPIQUE

**Hypothèse :*

Le milieu poreux ici est constitué par trois phases : phase solide, phase liquide et phase vapeur; et elles sont séparées par des interfaces.

La mise en équation du transfert de masse et de chaleur dans un milieu poreux utilise les hypothèses suivantes [70] :

- Le fluide est continu, incompressible et newtonien;
- Le milieu poreux est homogène et indéformable;
- L'écoulement est laminaire et la vitesse de percolation est constante;
- L'effet Soret est négligeable;
- L'écoulement dans le milieu poreux étant souvent assez lent, on néglige les termes d'inertie et il est en régime quasi-stationnaire;
- Pour la phase gazeuse l'effet Duffour est supposé négligeable. Par conséquent les dissipations visqueuses, les effets de compressibilité et l'énergie cinétique de diffusion seront supposés négligeables;
- Il y a un équilibre thermique et hygroscopique entre les phases;
- Il y a un transfert monodimensionnel.

5.1. Matériaux non hygroscopiques

Equations de continuité:

$$\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} = \dot{m} \quad (3.55)$$

Où ρ_i : masse volumique de la phase i; kg/m³

u_i : vitesse de la phase i; m/s

ε_i : porosité de la phase i;

\dot{m} : source de quantité de masse; kg/s

Equation de Darcy:

$$V = \frac{-(kk_i)}{\mu_i} gradP \quad (3.56)$$

k : perméabilité intrinsèque; m^2

k_i : perméabilité relative à la phase i ; m^2

μ_i : viscosité du fluide; m^2/s

P : pression motrice = $P_i - \rho_i * g$; Pa

P_i : la pression correspondante à la phase i ; Pa

ρ_i : densité de la phase i ; kg/m^3

g : accélération de la pesanteur; m/s^2 .

Equations de conservation d'énergie:

En tenant compte des hypothèses citées ci-dessus on a :

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} = (\rho_l c_{Pl} + \rho_g^s c_{Pg}^s v_g) \nabla T + \Delta L_v m = \nabla (\lambda_{eff} \nabla T) \quad (3.57)$$

Conclusion :

Comme il a été dit, les modèles microscopiques ne sont pas appliqués en pratique malgré qu'ils soient l'important outil pour l'étude des transferts de chaleur et de masse et du phénomène de séchage. D'où on est amené à faire une macroscopisation de ces équations.

Cette modélisation est basée sur la technique de prise de moyenne sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R) des équations microscopiques.

En plus des hypothèses ci-dessus, on se base sur les considérations suivantes [74] :

- La phase solide qui constitue le milieu poreux est rigide et isotrope dans le sens macroscopique;
- La pression totale de la phase gazeuse est uniforme et constante;
- Il n'y a pas de réactions chimiques entre les phases solide, liquide et gazeuse;

- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable;
- Les effets de la dissipation dans l'écoulement sont négligeables;
- Le flux d'apport d'humidité est négligé.

Equation de l'énergie :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\rho_l c_{pl} + \rho_g^s c_{Pg}^s v_g^s \right) \nabla T + \Delta L_v m = \nabla (\lambda_{eff} \nabla T) \quad (3.58)$$

Equation de continuité de la phase liquide :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla v_l + \frac{m}{\rho_l} = 0 \quad (3.59)$$

Equation de la diffusion de la vapeur dans la phase gazeuse:

$$\frac{\partial \varepsilon_g \rho_v^g}{\partial t} + \nabla (\rho_v^g v_g^s) = m + \nabla \left[\rho_g^s D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho_v^g}{\rho_g^s} \right) \right] \quad (3.60)$$

Equation de Darcy de la phase liquide:

$$v_l = \frac{-(kk_l)}{\mu_l} \nabla \left[P_l^l - \rho_l g \right] \quad (3.61)$$

Equation de Darcy de la phase gazeuse:

$$v_g = \frac{-(kk_g)}{\mu_g} \nabla \left(P_g^g \right) \quad (3.62)$$

Contrainte sur le volume:

$$\varepsilon_s + \varepsilon_l + \varepsilon_g = 1 \quad (3.63)$$

Relations thermodynamiques :

$$P_i^g = \bar{\rho}_i^g R_i T \quad i = a, v \quad (3.64)$$

$$P_g^g = \bar{P}_v^g + P_a^g \quad (3.65)$$

$$\rho_g^g = \bar{\rho}_v^g + \bar{\rho}_a^g \quad (3.66)$$

$$P_v^g = P_{vs} \exp \left\{ - \left[\frac{2\sigma}{r\rho_l R_v T} + \frac{\Delta L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \right\} \quad (3.67)$$

Ces équations permettent d'évaluer la pression, température, teneur en eau et aussi les différents flux liquide et vapeur.

Leur résolution est très compliquée, mais en faisant quelques simplifications, on adopte un modèle simple à notre étude.

Transfert d'humidité:

Première phase:

On décrit cette phase en employant le modèle de diffusion. On écrit l'équation de continuité pour la phase liquide et en supposant qu'il n'y a ni source ni puit. On aura :

$$\frac{\partial \rho_l \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l v_l}{\partial x} = 0 \quad (3.68)$$

ρ_l : masse volumique de la phase liquide; kg/m³

ε_l : porosité de la phase liquide; %

v_l : vitesse moyenne de la phase liquide; m/s

En supposant que ρ_l est constante; on aura:

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial v_l}{\partial x} = 0 \quad (3.69)$$

Pour le calcul de la vitesse moyenne de la phase liquide, on emploie la loi de DARCY qui exprime la relation linéaire qui existe entre la valeur locale du flux massique macroscopique et la valeur locale du gradient de la charge hydraulique macroscopique.

$$v_l = \frac{-(kk_l)}{\mu_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \quad (3.70)$$

k : perméabilité intrinsèque; m^2

k_l : Perméabilité relative à la phase liquide et supposée fonction seulement de la teneur en liquide.

En remplaçant (3.70) dans (3.69) on aura:

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} = \nabla \left[\left(\frac{-kk_l}{\mu_l} \right) \frac{\partial P_l}{\partial x} \right] \quad (3.71)$$

On a:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_g$$

$$S = \varepsilon_l / \varepsilon \Rightarrow \varepsilon_l = \varepsilon \cdot S \quad (a)$$

ε : porosité du corps poreux; %

ε_g : porosité de la phase gazeuse; %

S : saturation

En remplaçant (a) dans (3.71) :

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} = \nabla \left[\left(\frac{kk_l}{\mu_l} \right) \nabla P_l \right] \quad (3.72)$$

D'après la thermodynamique et la théorie capillaire qui disent qu'au repos deux fluides immiscibles dans un milieu poreux ne sont pas à la même pression à cause de la capillarité, alors on a :

$$P_c = P_g - P_l \Rightarrow P_l = P_g - P_c \quad (b)$$

P_l : pression de la phase liquide; Pa

P_g : pression de la phase gazeuse; Pa

P_c : pression capillaire; Pa.

En remplaçant l'expression (b) dans l'équation (3.72) et en négligeant le gradient de pression dans la phase gazeuse, et dans le cas des pores fins :

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} \gg \rho \cdot g \text{ [79]} :$$

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} = \nabla \left[\left(\frac{kk_l}{\mu_l} \right) \nabla P_c \right] \quad (3.73)$$

En supposant que $P_c = F(S)$ (sera démontrée ultérieurement).

L'équation (3.73) devient :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon} \right) \left(\frac{\partial P_c}{\partial S} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right) \right] \quad (3.74)$$

En posant

$$D(S) = - \left(\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon} \right) \frac{\partial P_c}{\partial S} \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(S) \frac{\partial S}{\partial x} \right] \quad (3.76)$$

L'équation (3.76) c'est l'équation générale de diffusion, on a tenu compte des simplifications suivantes :

1. L'écoulement de fluide se fait en régime de Stocks d'où les équations de Navier-Stokes se réduisent à la forme (3.72), où on a négligé le travail de compression et la dissipation visqueuse;
2. On a négligé dans les équations de continuité le terme de changement de phase;
3. L'effet de la pesanteur est négligeable;
4. En première phase de séchage, lorsque la saturation est élevée, le transport d'humidité interne sous forme vapeur peut-être négligé;
5. Il n'y a pas de gradient de pression dans la phase gazeuse.

Pour résoudre l'équation (3.75), il faut des conditions supplémentaires; ce qu'on appelle les conditions aux limites et initiales.

*Conditions initiale et aux limites :

Elles correspondent à celles des expériences, le milieu poreux est supposé initialement saturé en humidité. Du point de vue des conditions aux frontières, en $x = 0$ et $x = e$, elles expriment respectivement : la condition de flux de masse constant (ce flux est fortement dépendant des conditions extérieures; en les considérant constantes, alors il est supposé constant).

Deuxième phase:

Le matériau poreux est divisé en deux zones; une humide et une sèche.

Elles sont séparées par un front qui se déplace. L'évaporation s'effectue seulement au niveau de celui-ci.

On suppose que les deux zones ne sont pas mélangées c'est-à-dire la zone humide ne contient que du liquide et la zone sèche ne contient pas du liquide.

Le déplacement du front s'effectue à l'intérieur du corps et il est fonction du temps de séchage (fig.3.1) :

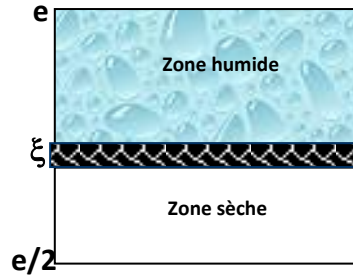


Fig.3.2 : Schéma du modèle à front d'évaporation.

L'équation de continuité de la phase liquide sans génération et dont la masse volumique est constante est:

$$\frac{\partial \rho_l \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l v_l}{\partial x} = 0 \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial v_l}{\partial x} = 0 \quad (3.78)$$

L'équation de diffusion de la vapeur dans la phase gazeuse sans génération est:

$$\frac{\partial \varepsilon_g \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_v v_v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] \quad (3.79)$$

L'équation de mouvement pour la phase liquide en négligeant l'effet de la pesanteur est :

$$v_l = - \left(\frac{kk_l}{\mu_l} \right) \frac{\partial P_l}{\partial x} \quad (3.80)$$

$$S = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_l + \varepsilon_g} \quad (3.81)$$

Relations thermodynamiques :

En supposant que les fluides en présence sont des gaz parfaits et que la vapeur et l'air forment un mélange homogène. On a:

$$\rho_i = \frac{P_i M_i}{RT} \quad (3.82)$$

$$P_g = P_v + P_a \quad (3.83)$$

$$\text{On a : } S = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_l + \varepsilon_g} \Rightarrow \varepsilon_l = (\varepsilon_l + \varepsilon_g) S = \varepsilon S$$

$$\varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_g \rho_v = \rho_l \varepsilon S \quad (3.84)$$

En combinant les équations (3.79), (3.80), (3.81) et (3.83) on aura :

$$\frac{\partial \varepsilon_l \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l v_l}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_g \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_v v_v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right]$$

$$\frac{\partial [\varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_g \rho_v]}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_l v_l + \rho_v v_v - \rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] = 0$$

En négligeant le flux convectif devant celui diffusif de la phase vapeur, on peut écrire :

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_l - \frac{\rho_g}{\rho_l} D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] = 0 \quad (3.85)$$

En remplaçant l'équation (3.80) dans (3.85) on a :

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[- \left(\frac{k k_l}{\mu_l} \right) \frac{\partial P_l}{\partial x} - \frac{\rho_g}{\rho_l} D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] = 0 \quad (3.86)$$

En introduisant la relation $P_l = P_g - P_c$ dans (3.86), en négligeant la pression du gaz devant la pression capillaire, en considérant que la pression de l'air est la pression atmosphérique (donc elle est constante alors pas de gradient) et que la masse volumique de la phase gazeuse est constante. On aura:

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[- \left(\frac{kk_l}{\mu_l} \right) \left(\frac{-\partial \mathcal{P}_c}{\partial x} \right) - D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_v) \right] = 0$$

D'après les relations thermodynamiques :

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT}$$

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[- \left(\frac{kk_l}{\mu_l} \right) \left(\frac{-\partial \mathcal{P}_c}{\partial x} \right) - D_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P_v M_v}{RT} \right) \right] = 0$$

$\left(\frac{M_v}{RT} \right)$ est un terme constant. Et d'après la loi de Kelvin:

$$P_v = \exp \left(\frac{-P_c M_v}{\rho_l RT} \right)$$

En posant:

$$f'(S) = \left(\frac{M_v}{RT \rho_l} \right) \exp \left(\frac{-P_c M_v}{\rho_l RT} \right) \left(\frac{-\partial \mathcal{P}_c}{\partial S} \right)$$

$$D(S) = \frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon} \left(\frac{-\partial \mathcal{P}_c}{\partial S} \right) + D_{eff} \frac{M_v}{RT \rho_l \varepsilon} P_{vs} f'(S) \quad (3.87)$$

On aura :

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(S) \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \right) \quad (3.88)$$

En résumant, pour obtenir l'équation (3.88), les simplifications suivantes ont été faites [1] [13] et [19] :

- ❖ Le milieu poreux est divisé en deux régions : l'une sèche, l'autre humide;
- ❖ La diffusion de la vapeur dans la région humide est négligée;

- ❖ Le gradient de la pression dans la phase gazeuse est négligeable;
- ❖ La densité de la phase liquide est prise constante;
- ❖ Dans les équations de continuité des phases liquide et vapeur, il n'y a pas d'apport extérieur de quantité de masse;
- ❖ On néglige l'effet des forces de gravité;
- ❖ On néglige le flux de vapeur par convection devant celui par diffusion;
- ❖ L'effet du gradient thermique sur le transfert d'humidité n'est pas tenu en considération;
- ❖ L'évaporation prend lieu uniquement au niveau de la surface séparant les deux régions;
- ❖ Dans les équations de conservation de masse, on ne considère pas le changement de phase.

* Conditions initiale et aux limites :

Ce front de séchage se forme quand le séchage du corps poreux atteint un temps critique :

t_{critique}

En ce temps la saturation n'est pas constante mais elle est fonction de la position du front qui est à son tour fonction du temps. D'où :

$$S=S_c(x) \quad \text{à} \quad t=t_{\text{critique}} \quad (3.89)$$

Le flux de masse qui est supposé constant pendant la première phase de séchage est variable et fonction de la position du front.

. Dans la zone sèche c'est-à-dire quand $e/2 < x < \xi$; la vapeur se diffuse à l'intérieur du corps et elle est donnée par :

$$\frac{-\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_v}{\partial x} \right) = 0 \quad ; e/2 < x < \xi . \quad (3.90)$$

. Dans la zone humide, $\xi < x < e$, il y a un transfert d'eau à travers le corps et il est donné par :

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \right) \quad ; \quad \xi < x < e/2 \quad (3.91)$$

Comme conditions aux limites, le flux de vapeur transféré à la surface est égal à celui du film du gaz sur la surface; et il est donné par:

$$-\frac{\partial}{\partial x} (D_{eff} \rho_v) = h_m (\rho_{v,surf} - \rho_{air}) ; x = \frac{e}{2} \quad (h_m \text{ est déterminé ultérieurement}) \quad (3.92)$$

. A l'interface des zones humide et sèche; le flux de vapeur est la somme du débit d'eau de l'intérieur de cette surface et du débit de l'eau contenue dans le front.

$$\frac{\partial}{\partial x} (D_{eff} \rho_v) = \rho_l \varepsilon D \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \rho_l \varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial t} S(\xi) ; x = \xi \quad (3.93)$$

Le modèle à front d'évaporation est comme suit :

Zone humide :

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \right) ; \xi < x < \frac{e}{2}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} (D_{eff} \rho_v) = h_m (\rho_{v,surf} - \rho_{air}) ; x=e/2 \quad (3.94)$$

Zone sèche:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \right) = 0 \quad ; \quad e/2 < x < \xi \quad (3.95)$$

Sur le front :

$$\frac{\partial}{\partial x}(D_{eff} \rho_v) = \rho \varepsilon D \frac{\partial S}{\partial x} + \rho_l \varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial x} S(\xi) \quad ; \quad x=\xi \quad (3.96)$$

Transfert de chaleur:

La propagation de la chaleur dans un milieu poreux est influencée par la présence du fluide qu'il contient. Ceci dépend de plusieurs phénomènes qui se superposent [72]:

- Mouvement du fluide qui transporte ses calories;
- Conductibilité thermique de la partie la plus froide du système à la partie la plus chaude;
- Transfert de chaleur du fluide au solide.

Les problèmes qui dépendent de ces phénomènes sont importants dans la construction en particulier pour les murs dont la conductibilité calorifique varie dans le temps suivant l'humidité qu'ils contiennent, en mécanique des sols; les mouvements de l'eau sont en partie conditionnés par les gradients de température.

Les phénomènes de transfert de chaleur qui interviennent sont:

**La conduction:* à travers les phases solide, liquide et gazeuse qui est due à la différence de température entre la surface extérieure du corps et sa surface intérieure et elle est exprimée par la loi de Fourier;

**La convection :* dans les pores occupés par le gaz ou le liquide qui est due à un transfert de chaleur entre le corps et l'air de séchage et ceci s'accompagne par un flux qui est du à l'évaporation de l'humidité que contient le corps.

**Le rayonnement :* qui est du à une source extérieure comme une radiation ou un flux électrique.

L'équation générale de transfert de chaleur est comme suit :

$$c_p \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \Delta h_v \left[\frac{-\partial m_v}{\partial x} + \varepsilon \frac{(1-S)}{RT} M_v \frac{\partial P_v}{\partial t} \right] - q_0' = 0 \quad (3.97)$$

- Le premier terme est la variation de la température du corps au cours du temps;
- Le deuxième terme est la densité du flux de chaleur par conduction;
- Le troisième terme c'est le flux consommé par l'évaporation de l'eau dans le corps;
- Le quatrième terme est la densité volumique du flux de chaleur apportée par rayonnement ou une énergie électrique.

Pour le cas de cette étude :

- Le corps n'est soumis à aucun rayonnement de chaleur ou électrique d'où $q'_0 = 0$ (pas de source);
- Le terme $\left(\frac{\varepsilon(1-S)}{RT}\right)M_v \frac{\partial P_v}{\partial t}$ est souvent négligé; [3].
- L'effet de dissipation est négligeable.

Alors l'équation de conservation de chaleur est :

$$c_p \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.98)$$

c_p : Capacité de chaleur spécifique; J/Kg.K

ρ_s : Masse volumique sèche; Kg/m³

T : Température; K

t : Temps; s

x : Coordonnée d'espace mesurée normalement à la surface du matériau; mm

λ_e : La conductivité thermique ; W/m.K

$$F = -\rho_l \varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} \quad (3.99)$$

Forme similaire à celle utilisée par Luikov [23].

*Conditions initiale et aux limites :

. A l'instant initial le matériau poreux est à la température du bulbe humide.

. Aux limites c'est-à-dire en $x=0$ et $x=e$; le gradient de température est égal au flux de convection du au courant d'air de séchage. Alors on a :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_T (T_{air} - T_{surf}) \quad (3.100)$$

T_{air} : température d'air de séchage; K

T_{surf} : température de surface du matériau poreux; K

h : coefficient de transfert de chaleur; w/m.K

. Au front c'est-à-dire en $x = \xi$ on a :

$$F_\xi = \rho_l \varepsilon D \frac{\partial S}{\partial x} + \rho_l \varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial t} S(\xi) \quad (3.101)$$

F_ξ : flux de vapeur au front d'évaporation;

Δh_v : chaleur latente de vaporisation de l'eau liquide.

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\xi} = h(T_{air} - T(\xi)) + \Phi \quad (3.102)$$

$T(\xi)$: température au front.

$$\phi = \Delta h_v F_\xi \quad (3.103)$$

En résumant nous avons le système d'équations suivant à résoudre :

L'équation de diffusion :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (3.104)$$

L'équation d'énergie :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.105)$$

Conditions initiales :

$$S = S_0 \quad ; \quad T = T_0 \quad (3.106)$$

Conditions aux limites à la surface du matériau :

$$D \frac{\partial S}{\partial x} = h_m (\rho_{vsurf} - \rho_{air}) \quad (3.107)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_T (T_{air} - T_{surf}) + h_m (\rho_{vsurf} - \rho_{air}) \quad (3.108)$$

Conditions au front :

$$D \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{x=\xi} = \rho_l \varepsilon D \frac{\partial S}{\partial x} + \rho_l \varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial t} S(\xi) = F_\xi \quad (3.109)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=\xi} = h_T (T_{air} - T(\xi)) + F_\xi \Delta h_v \quad (3.110)$$

Conditions à l'autre face du matériau :

$$- D \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{x=e/2} = 0 \quad (3.111)$$

$$- \lambda_e \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=e/2} = 0 \quad (3.112)$$

5.2. Matériaux hygroscopiques.

Plusieurs auteurs ont développé des modèles à ce sujet à cause des résultats non satisfaisants du modèle de diffusion pour les matériaux hygroscopiques [27].

Deux approches sont largement utilisées. Le modèle de Krischer basé sur l'hypothèse que durant le séchage, l'écoulement capillaire et la diffusion de vapeur, contrôle le transfert interne d'humidité. Mais, le problème consiste dans l'introduction des isothermes de sorption dans les conditions de surface.

La deuxième approche est celle de Luikov basée sur les hypothèses des processus irréversibles de la thermodynamique. Ce modèle utilise des coefficients de diffusion de masse et la capacité spécifique d'humidité constants ce qui nous mène à un paradoxe s'il est utilisé pour le séchage avec un gradient de température.

En considérant, que le transport d'humidité s'effectue par l'écoulement capillaire, de l'eau libre dans la zone humide et le mouvement de l'eau liée et le transfert de vapeur dans la zone sorption, on a construit un modèle à front d'évaporation qui est basée sur le modèle de Luikov.

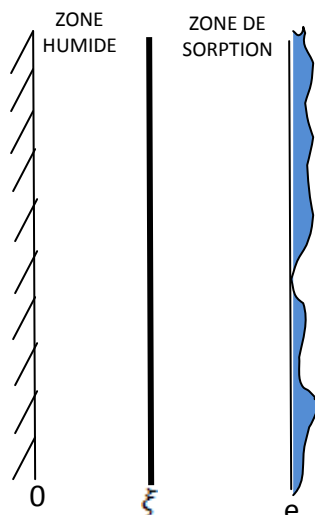


Fig.3.3 Modèle de séchage

La configuration géométrique de ce modèle est montrée sur la figure (3.3).

Quand cette paroi poreuse humide est exposée à un flux convectif, trois mécanismes du transfert interne d'humidité interviennent :

- L'écoulement capillaire de l'eau libre.
- Mouvement de l'eau liée.
- Diffusion de vapeur.

Initialement, la surface de la paroi est couverte d'un film d'eau liée, et l'évaporation s'effectue seulement en surface. Le transfert interne de l'eau est attribué seulement à l'écoulement capillaire de l'eau libre à travers les pores. Alors, le taux de séchage est déterminé seulement par les conditions externes (température, humidité, vitesse) de l'agent de séchage, et la période du flux constant s'établit tant que le séchage continue, la fraction de surface humide diminue avec la teneur d'humidité de surface. Pour montrer cette décroissance, il faut introduire des percolations [76].

D'après, ces percolations, quand la teneur d'eau est supérieure à une valeur critique, la phase liquide reste continue. Si elle lui est inférieure, la surface de la paroi forme des zones discontinues. Cette valeur est égale à 50 % de la teneur d'eau libre, si le milieu est biphasique, et 30 % de la teneur d'eau libre, si le milieu est triphasique. Alors, le coefficient de transfert de masse diminue avec la teneur d'humidité et la période de décroissance de séchage commence. L'eau libre existe encore, mais les zones sèches contiennent de l'eau liée, et la pression de vapeur est déterminée par la relation de Clausius-clapeyron.

Quand la teneur d'eau atteint sa valeur maximale de sorption, l'eau libre n'existe pas. La température de surface croît rapidement, la deuxième période de décroissance commence lors de laquelle, un front d'évaporation apparaît divisant la paroi en deux zones ; zone humide et zone de sorption.

Dans la zone humide, les pores contiennent de l'eau libre et le mécanisme majeur c'est l'écoulement capillaire. Dans la zone de sorption, il y a seulement de l'eau liée, et le transport s'effectue seulement par son mouvement et la diffusion de vapeur. L'évaporation s'établit aussi sur le front.

Après l'explication des phénomènes qui se déroulent au sein du milieu poreux au cours de son séchage. On peut les décrire mathématiquement.

Écoulement capillaire de l'eau libre.

Le flux de l'eau libre est exprimée par :

$$J_{\varepsilon} = -\rho_{\omega} \frac{K_{\varepsilon}}{\mu} (\nabla P - \nabla P_c - \rho_{\omega} g) \quad (3.113)$$

Pour tout le processus de séchage, on adopte les hypothèses suivantes :

- 1- le matériau est homogène.

- 2- L'écoulement est laminaire.
- 3- Le gradient de température est insignifiant.
- 4- Les effets de la pression du gaz et des forces de gravité sont négligeables.

L'équation (3.113) se simplifie en :

$$J_{\varepsilon} = \rho_{\omega} \frac{K_l}{\mu} \nabla P_c = \rho_{\omega} \frac{kr.k}{\mu} \nabla P_c \quad (3.114)$$

D'après Miller [73] que pour les matériaux homogènes et les forces de gravité négligeables, la tension est proportionnelle à la teneur d'eau:

$$J_{\varepsilon} = -\rho_0 D_{\varepsilon} \nabla u \quad (3.115)$$

Où ρ_0 la densité du matériau sec.

La perméabilité K_l dépend de la structure du pore, il est difficile de trouver une relation entre K_l et D_l .

Mais la vitesse de l'écoulement dans les capillaires est calculée par la loi de Hagen-Poiseuille. [74] :

$$v = \frac{r^2}{8\mu\tau} \nabla P_c \quad (3.116)$$

Le flux total de l'eau libre peut être exprimé en fonction de la vitesse locale et le rayon capillaire r_c qui est défini comme étant le rayon du plus grand capillaire où l'eau libre existe :

$$J_{\varepsilon} = \frac{1}{A} \int \rho_{\omega} \frac{r^2}{8\mu\tau} \nabla P_c dA_c = \int_{r_{min}}^{r_c} \rho_{\omega} \frac{r^2}{8\mu\tau} \nabla P_c \gamma(r) dr \quad (3.117)$$

Où $\gamma(r)$ la masse volumique du pore définie par :

$$\gamma(r) = \frac{\rho_0 \Delta u}{\rho_{\omega} \Delta r} \Big|_r = \varepsilon \frac{\Delta s}{\Delta r} \Big|_r \quad (3.118)$$

La relation entre la saturation et la densité du pore est :

$$S = \frac{\int_{r_{min}}^{r_c} \gamma(r) dr}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \gamma(r) dr} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{r_{min}}^{r_c} \gamma(r) dr \quad (3.119)$$

Où r_{max} est le rayon du plus grand capillaire.

En comparant les équations (3.113) et (3.114) avec l'équation (3.116), k_e est exprimée par :

$$k_e = k_r \cdot k = \int_{r_{min}}^{r_c} \frac{r^2}{8\mu\tau} \gamma(r) dr \quad (3.120)$$

Et la conductivité capillaire D_e s'exprime par :

$$D_e = -\frac{K_l}{\mu} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\nabla P_c}{\nabla u} = \frac{2}{r_c^2} \frac{\sigma}{\gamma(r_c) \mu} \quad (3.121)$$

$\gamma(r)$ est obtenue de la relation entre la pression capillaire et la saturation du milieu poreux.

En résolvant les équations (3.120) et (3.121), en utilisant la valeur expérimentale de $\gamma(r)$ [27].

On obtient :

$$k_r = \left(\frac{S - S_{irr}}{1 - S_{irr}} \right)^3$$

Pour l'eau $\frac{\sigma}{\mu}$ est une fonction linéaire de la température. [2]

$$\frac{\sigma}{\mu} = 1,604T - 394,3(m/s)$$

La valeur $r_c^2 \gamma(r_c)$ dans l'équation (3.121) peut-être constante ou fonction de la teneur d'eau par conséquent, nous obtenons la conductibilité capillaire pour le matériau hygroscopique :

$$D_e = (1,604T - 394,3)\beta - k \left(\frac{u - u_{ms}}{u_s - u_{ms}} \right)^3 [m^2/s] \quad (3.122)$$

Où $\beta = \frac{\sigma}{\tau}$

u : Teneur d'humidité (kg/kg_{solide}).

T : Température, K.

k : Perméabilité d'une seule phase (m^2).

u_s : Teneur d'eau saturée.

u_{ms} : Teneur d'eau maximale sorption.

Mouvement de l'eau liée :

Le mouvement de l'eau liée est appelé parfois « diffusion de sorption » est étudié par un nombre de chercheurs [2]

Whitaker ([27] , [28]) a étudié le transport convectif de la phase gaz dans la région « sèche » qui contient l'eau irréductible qui peut-être liquide. Bramhall [80] a proposée un modèle pour le bois dont l'eau absorbée reçoit une énergie (énergie d'activation) pour migrer. Cette énergie est similaire à la chaleur d'évaporation de l'eau.

Donc, le mouvement de l'eau liée n'est pas une simple diffusion mais un écoulement à travers de très fins capillaires.

Pour cette étude, nous faisons les hypothèses suivantes sur le transfert de l'eau liée :

- 1- L'eau liée est une eau cellulaire et existe dans les très fins capillaires.
- 2- Le transport liquide dans la région de sorption est le mouvement de l'eau liée. (fig.3.4) ;

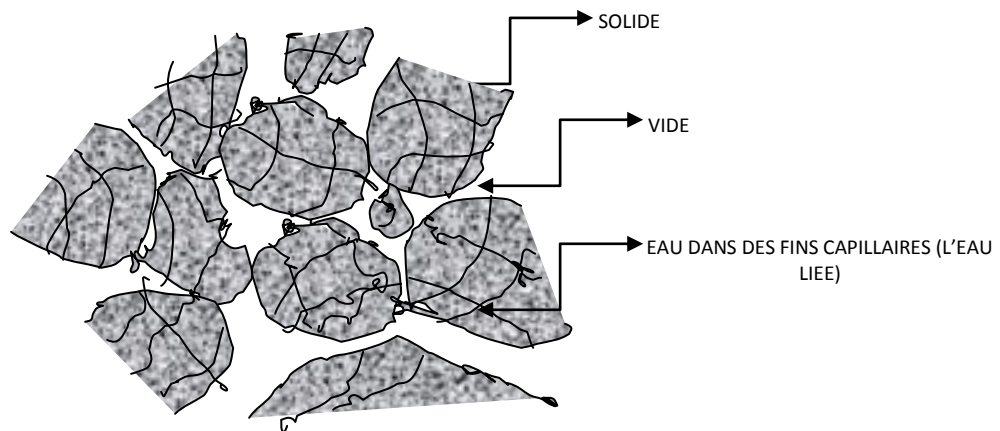


Fig.3.4 Mouvement de l'eau liée

- 3- Le mouvement de l'eau liée a les caractéristiques d'un écoulement capillaire ;
- 4- La conductivité de l'eau liée est une fonction de la teneur d'eau elle dépend de la structure microscopique du matériau, elle est de l'ordre de 10^{-9} m²/s. [27]

L'équation de transport pour l'eau liée s'écrit :

$$J_b = -\rho_\omega \frac{k_b}{\mu} \nabla P = -\rho_\omega k_b \nabla P_v \quad (3.123)$$

Quand l'eau liée est en équilibre avec la vapeur dans la phase gaz, l'équation (3.123) s'écrit :

$$J_b = -\rho_\omega \frac{k_b}{\mu} P_v^* \frac{\partial \psi}{\partial u} \nabla u = -\rho_0 D_b \nabla u$$

Où D_b est une fonction de température. Elle s'écrit :

$$D_b = D_{b0} \left(\frac{u_b - u_{eq}}{u_{ms} - u_{eq}} \right)^3 \exp \left(-\frac{E_d}{RT} \right) \quad (3.124)$$

Où E_d est l'énergie d'activation de l'eau liée.

u_b : Teneur d'eau liée.

u_{eq} : Teneur d'eau d'équilibre.

D_{b0} : Conductivité d'eau liée initial.

L'énergie d'activation de l'eau E_d est calculée par l'équation de Clausius Clayperon est donnée par ([76], [77], [78])

$$-E_d = RT^2 \left[\frac{\partial \ln a_w}{\partial T} \right]$$

Où a_w : activité de l'eau.

$$\rho_\omega = \frac{P_v^a a_w}{R_w T}$$

P_v^a : Pression de vapeur d'eau.

$$\log(P_v^a) = 7,967 - \frac{1668,0}{T-45,15} \text{ (mmHg)} \text{ en utilisant les constantes d'Antoine [76]}$$

Les données expérimentales ont prouvé que la valeur de l'énergie d'activation est différente de celle de la chaleur de vaporisation de l'eau libre car les caractéristiques de sorption du matériau influent sur le mouvement de l'eau liée.

Transport de vapeur

Durant le séchage, la vapeur s'écoule à travers les pores par convection et diffusion. Les équations du transport de vapeur et de l'air s'écrivent :

$$J_v = \frac{P_v M_\omega}{RT} \frac{k_g}{\mu_g} \nabla P + \frac{D_v M_\omega}{RT} \nabla P_v \quad (3.125)$$

$$J_a = \frac{(P - P_v)}{PT} M_a \frac{k_g}{\mu_g} \nabla P + \frac{m \cdot D_v M_a}{R} \nabla (P - P_v) \quad (3.126)$$

Où m le rapport de coefficient de diffusion de l'air et du coefficient de diffusion de la vapeur.

Deux types de diffusion dans le processus de séchage ; la diffusion moléculaire et la diffusion de Knudsen.[21]

Si les dimensions des capillaires sont grandes en comparaison avec la dimension moyenne de la molécule de vapeur d'eau λ on a la diffusion moléculaire:

$$D_v = \frac{\varepsilon_g}{\tau} \cdot D_{va}$$

Si les dimensions de capillaires sont inférieures ou égale à λ , la diffusion Knudsen domine, et on a :

$$D_v = \frac{\varepsilon_g}{\tau} D_k$$

En négligeant l'écoulement d'air, la relation approximative entre le gradient de la pression de gaz et le gradient de la pression de vapeur peut-être obtenue :

$$\frac{\Delta P_v}{\Delta P} = 1 + \frac{k_g}{m D_v \mu_g} (P - P_v) \quad (3.127)$$

En substituant l'équation (3.127) dans (3.125)

$$J_v = \frac{D_v M_\omega}{RT} \left(1 + \frac{\frac{k_g P_v}{\mu_g}}{D_v + \frac{k_g}{m \mu_g} (P - P_v)} \right) = \frac{D_v M_v}{RT} \nabla P_v$$

Dans le séchage convectif le gradient de température dans la zone humide est petit et la diffusion de vapeur est lente par rapport à l'écoulement de l'eau libre.

Dans la région de sorption, si la température est petite c'est-à-dire $P_v \ll P$ le gradient de la pression de la phase gaz est petit et la contribution de la convection dans le transfert de vapeur

est négligeable. Mais, si la température est proche de la température d'ébullition d'eau, la contribution de la convection.

Après la description des phénomènes physiques qui se déroulent au sein du matériau hygroscopique, on introduit un modèle numérique [21].

Dans ce modèle, la région humide est comprise entre $(0 < x < \xi(t))$ et la région de sorption $(\xi(t) < x < e)$

Région humide

Le phénomène dominant dans cette zone est l'écoulement capillaire de l'eau libre. Les forces qui agissent sont le gradient de la pression capillaire. Une petite partie de cette eau s'évapore. L'équation de transfert de masse s'obtient de l'équation de conservation de masse :

$$\rho_0 \frac{\partial U_l}{\partial t} = \rho_0 \nabla(D_l \nabla U_l) - \dot{m}_{ev} \quad (3.128)$$

Où \dot{m}_{ev} est le taux d'évaporation dans la région humide.

L'équation de transfert de vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_v)}{\partial t} = \nabla \left(\frac{D_{v1} M_w}{RT} \nabla P_v \right) + \dot{m}_{ev} \quad (3.129)$$

Le terme de gauche est négligé.

Le transfert de chaleur s'obtient de l'équation de conservation d'énergie et le terme convectif est négligé.

$$\rho C_p \frac{\partial T_1}{\partial t} = \nabla(\lambda_1 \nabla T_1) - m_{ev} \Delta h_v + q_1 = \nabla(\lambda_{eff} \nabla T_1) + q_1 \quad (3.130)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_1 + \frac{D_{v1} M_w}{RT} \frac{\partial P_v^*}{\partial T} \Delta h_v$$

On néglige le terme q_1 (terme source de chaleur)

L'équation (3.130) devient ;

$$\rho C_p \frac{\partial T_1}{\partial t} = \nabla(\lambda_{eff} \nabla T_1) \quad (3.131)$$

La pression de vapeur dans la zone humide se calcule par l'équation de Clausius Clayperon.

Région de sorption

Dans la zone de sorption, le mécanisme le plus dominant de transport d'eau est le mouvement de l'eau liée et le transfert de vapeur.

Basée sur les équations de conservation d'énergie, les équations de transfert de chaleur et de masse s'écrivent :

$$\rho_0 \frac{\partial U_2}{\partial t} = \rho_0 \nabla(D_b \nabla U_2) - \dot{m}_{ev}$$

$$(\rho C_p)_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \nabla(\lambda_2 \nabla T_2) - \dot{m}_{ev} \Delta h_v + q_1 = \nabla(\lambda_{eff} \nabla T_1) + q_2$$

On néglige le terme source q_2 , on obtient :

$$(\rho C_p)_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \nabla(\lambda_2 \nabla T_2) - \dot{m}_{ev} \Delta h_v$$

On pose $\phi = -\dot{m}_{ev} \Delta h_v$, on aura :

$$(\rho C_p)_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \nabla(\lambda_2 \nabla T_2) + \phi \quad (3.132)$$

Le terme d'évaporation peut être obtenu de l'équation de transfert de vapeur :

$$\frac{\partial(\varepsilon \rho_v)}{\partial t} = \nabla \left(\frac{D_{v2} M_w}{RT} \nabla P_v \right) + \dot{m}_{ev}$$

Le terme de gauche est négligé.

Dans cette zone, l'isotherme de désorption détermine les teneurs d'eau dans les phases solide et gaz.

Les isothermes de désorption sont corrolées ultérieurement.

Conditions aux limites

$$\text{Pour } x=0 ; \frac{\partial U_l}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial T_1}{\partial t} = 0 \quad (3.133)$$

Sur la surface, $x=e$:

$$\frac{D'_{v2}M_w}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial x} + \rho_0 D_b \frac{\partial U_l}{\partial x} = \frac{h_m M_w}{RT} (P_{va} - P_v) \quad (3.134)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = h(T_a - T_2) + \rho_0 D_b \frac{\partial U_2}{\partial x} \Delta h_v \quad (3.135)$$

Sur le front d'évaporation, $x = \xi(t)$:

$$T_1 = T_2 \quad . \quad U_1 = U_2 = U_{ms} \quad (3.136)$$

$$\rho_0 D_l \frac{\partial U_1}{\partial t} = \rho_0 D_b \frac{\partial U_2}{\partial t} + \frac{D'_{v2}M_w}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial x} \quad (3.137)$$

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T_1}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + \frac{D'_{v2}M_w}{RT} \frac{\partial P_v}{\partial x} \Delta h_v \quad (3.138)$$

Où U_{ms} est la teneur d'eau maximal de sorption.

La vitesse d'évaporation au front peut être déterminée par :

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = - \frac{\left(\frac{\partial U_1}{\partial t} \right)_\xi}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x} \right)_\xi} = - \frac{\nabla(D_l \nabla U_1)_\xi}{\left(\frac{\partial U_1}{\partial x} \right)_\xi} \quad (3.139)$$

Cette équation aux limites fait le couplage entre le transfert de chaleur et de masse dans les deux régions.

6. CONCLUSION

L'application concrète des deux modèles (cas non hygroscopique et cas hygroscopique) que nous venons de présenter ne peut s'effectuer qu'après détermination de l'ensemble des propriétés hydriques et thermiques des matériaux dont on souhaite simuler le comportement hygrothermique.

Ce travail est en général lourd et délicat, à cause du peu d'informations dont on dispose concernant les propriétés essentielles de divers matériaux.

CHAPITRE 5

RESOLUTION NUMERIQUE

1. INTRODUCTION

Les équations aux dérivées partielles, qui gouvernent les échanges de chaleur et de masse, peuvent être transformées en employant plusieurs techniques. Tel que le modèle de multi résolution [100], la méthode des éléments finis [101] et la méthode des volumes finis [102], [103], [104], [105], [106].

Donc le choix de la méthode de résolution dépend de la particularité du problème, de la simplicité de la technique de la méthode numérique et ses résultats interprétables physiquement. La formulation du problème est simple, donc la méthode des volumes finis que la plupart des auteurs utilisent pour la résolution des problèmes de séchage [1], [2], [29] est choisi.

2. METHODES GENERALES [103]

La conduction est gouvernée par l'équation suivante :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + S \quad (5.1)$$

C : capacité calorifique des matériaux J/kg.K

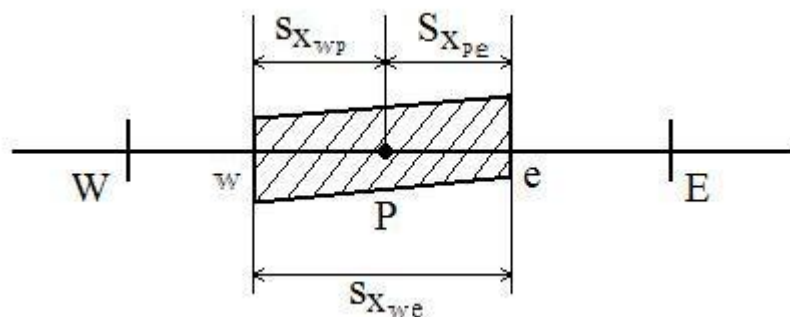


Fig.5.1 Volume de contrôle monodimensionnel.

Considérons le volume de contrôle monodimensionnel dans la figure (5.1) l'intégration de l'équation (5.1) à travers le volume de contrôle et durant l'intervalle de temps de t à $t + \Delta t$ donne :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{cv} \rho c \frac{\delta T}{\delta t} dv dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{cv} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dv dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{cv} S dv dt \quad (5.2)$$

$$\int_w^e \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dv = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\lambda A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(\lambda A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta v dt \quad (5.3)$$

Dans l'équation (5.3), A est l'aire du volume de contrôle, Δv est son volume qui est égale à $A \Delta x$ où Δx est la largeur du volume de contrôle, S est le terme source moyen :

$$\int_{cv} \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dv = \rho c (T_p - T_p^0) \Delta v \quad (5.4)$$

Dans l'équation (5.4), l'expression "°" indique les températures au temps t ;
Les températures au temps $t+\Delta t$ ne sont pas indiquées.

$$\rho c (T_p - T_p^0) \Delta v = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\lambda_e A \frac{T_E - T_p}{\delta x_{PE}} \right) - \left(\lambda_w A \frac{T_p - T_w}{\delta x_{WP}} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta v dt \quad (5.5)$$

Pour évaluer le terme droit de l'équation, on a besoin d'émettre une hypothèse sur la variation de T_p , T_E et T_w avec le temps, On peut utiliser les températures au temps t ou au temps $t+\Delta t$.

On généralise en utilisant le paramètre θ qui est compris entre 0 et 1 et on écrit l'intégral I_T de la température T_p :

$$I_T = \int_t^{t+\Delta t} T_p dt = [\theta T_p + (1 - \theta) T_p^0] \Delta t \quad (5.6)$$

θ	0	0.5	1
I_T	$T_p^\circ \Delta t$	$\frac{1}{2}(T_p - T_p^\circ) \Delta t$	$T_p \Delta t$

Si $\theta = 0$, la température à l'instant précédent t est utilisée

Si $\theta = 1$, la température au nouveau instant t+ Δt est utilisée et finalement si $\theta = 0.5$ les températures au temps t et t+ Δt sont utilisées.

En utilisant l'équation (5.6) pour T_W et T_E dans l'équation (5.5) et en devisant par $A \Delta t$, nous aurons :

$$\rho c (T_p - T_p^\circ) \Delta x = \theta \left[\lambda_e \frac{(T_E - T_p)}{\delta x_{pE}} - \frac{\lambda_w (T_p - T_W)}{\delta x_{wp}} \right] + (1 - \theta) \left[\frac{\lambda_e (T_E^\circ - T_p^\circ)}{\delta x_{pE}} - \frac{\lambda_w (T_p^\circ - T_W^\circ)}{\delta x_{wp}} \right] + \bar{S} \Delta x \quad (5.7)$$

a_w	a_E	b
$\frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}}$	$\frac{\lambda_e}{\delta x_{pE}}$	$\bar{S} \Delta x$

En arrangeant, nous aurons :

$$\left[\rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} + \theta \left(\frac{\lambda_e}{\delta x_{pE}} + \frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}} \right) \right] T_p = \frac{\lambda_e}{\delta x_{pE}} [\theta T_E + (1 - \theta) T_E^\circ] + \frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}} [\theta T_W + (1 - \theta) T_W^\circ] + \left[\rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} - (1 - \theta) \frac{\lambda_e}{\delta x_{pE}} - (1 - \theta) \frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}} \right] T_p^\circ + \bar{S} \Delta x \quad (5.8)$$

En identifiant les coefficients de T_W et T_E à a_w et a_E , on écrit l'équation (5.8) à la forme standard familière :

$$a_p T_p = a_w [\theta T_W + (1 - \theta) T_W^\circ] + a_E [\theta T_E + (1 - \theta) T_E^\circ] + [a_p^\circ - (1 - \theta) a_w - (1 - \theta) a_E] T_p^\circ + b \quad (5.9)$$

$$\text{Où } a_p = \theta (a_w + a_E) + a_p^\circ \quad (5.10)$$

$$a_p^\circ = \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{5.11}$$

La forme exacte de l'équation finale discrétisée dépend de la valeur de θ . Si $\theta = 0$, on utilise seulement les valeurs précédentes, T_p° , T_w° et T_E° , le schéma est appelé le schéma **explicite**. Si $0 < \theta \leq 1$, les nouvelles températures, le schéma obtenu est le schéma **implicite**. Si $\theta = 1/2$, le schéma obtenu est appelé : Schéma de **Cranck-Nicolson**.

Schéma explicite :

Le terme source est linéarisé comme suit : $b = S_u + S_p T_p^\circ$

On met $\theta = 0$ dans l'équation (5.9) et nous obtenons :

$$a_p T_p = a_w T_w^\circ + a_E T_E^\circ + [a_p^\circ - (a_w + a_E - S_p)] T_p^\circ + S_u \tag{5.12}$$

Où $a_p = a_p^\circ$; $a_p^\circ = \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t}$;

a_w	a_E
$\frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}}$	$\frac{\lambda_e}{\delta x_{pE}}$

Le membre droit de l'équation (5.12) contient seulement les valeurs à l'instant précédent.

Les coefficients doivent être :

$$a_p^\circ - a_w - a_E > 0 .$$

Pour $\lambda = \text{constante}$ et pour un maillage régulier

$$\delta x_{pE} = \delta x_{wp} = \Delta x \Rightarrow \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} > \frac{2\lambda}{\Delta x} \tag{5.13}$$

Schéma Cranck-Nicolson:

$$a_p T_p = a_E \left[\frac{T_E + T_E^\circ}{2} \right] + a_W \left[\frac{T_W + T_W^\circ}{2} \right] + \left[a_p^\circ - \frac{a_E}{2} - \frac{a_W}{2} \right] T_p^\circ + b \quad (5.14)$$

$$a_p = \frac{1}{2}(a_W + a_E) + a_p^\circ - \frac{1}{2} S_p$$

$$a_p^\circ = \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

a_W	a_E	b
$\frac{\lambda_w}{\delta x_{wp}}$	$\frac{\lambda_e}{\delta x_{PE}}$	$S_u + \frac{1}{2} S_p T_p^\circ$

3. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSFERT DE MASSE ET DE CHALEUR POUR LE MODELE NON HYGROSCOPIQUE

Le domaine de calcul est divisé en un nombre de volumes de contrôle qui ne se chevauchent pas par conséquent il y a un seul volume de contrôle qui entoure chaque point Fig.5.2. L'équation différentielle est intégrée autour de chaque volume de contrôle. Chaque profil exprimant la variation de S (de T) entre les points est utilisé dans l'évaluation des intégrales. Le résultat est une équation discréditée contenant les valeurs de S (de T) pour un groupe de points.

Le plus intéressant dans cette formulation est que la solution résultante implique que l'intégral qui satisfait un seul volume de contrôle, satisfait tout le domaine de calcul.

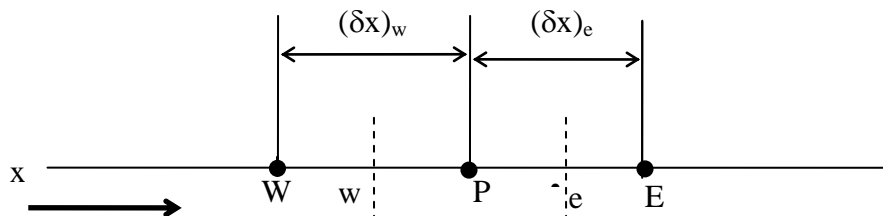


Fig.5.2 : Volume de contrôle.

Soit le point du maillage P encadré par les points W (West) et E (Est). Les traits pointillés montrent les faces du volume de contrôle, w et e sont les indices de ces faces. Le volume de contrôle aura :

$$\int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial F}{\partial t} dt dx = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(A(F) \frac{\partial F}{\partial x} \right) dx dt \quad (5.15)$$

$$\Delta x (F_P^{(K+1)} - F_P^{(K)}) = \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{A_e (F_E - F_P)}{(\delta x)_e} - \frac{A_w (F_P - F_W)}{(\delta x)_w} \right] dt \quad (5.16)$$

(où A peut-être : D_{eff} - Coefficient de diffusion massique effective

λ_{eff} - Conductivité thermique effective).

Dans cette équation, il faut savoir comment F_P , F_E , F_W varient avec le temps de t à t+ Δt .

Beaucoup de variations sont possibles, nous proposons la plus générale :

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} F_P dt &= [mF_P^{(K+1)} + (1-m)F_P^{(K)}] \Delta t \\ \int_t^{t+\Delta t} F_E dt &= [mF_E^{(K+1)} + (1-m)F_E^{(K)}] \Delta t \\ \int_t^{t+\Delta t} F_W dt &= [mF_W^{(K+1)} + (1-m)F_W^{(K)}] \Delta t \end{aligned} \quad (5.17)$$

m est un facteur variant de 0 à 1.

$$\Delta x (F_P^{(K+1)} - F_P^{(K)}) = \left\{ \begin{aligned} &\frac{A_e}{(\delta x)_e} [mF_E^{(K+1)} + (1-m)F_E^{(K)} - mF_P^{(K+1)} - (1-m)F_P^{(K)}] \\ & - \frac{A_w}{(\delta x)_w} [mF_P^{(K+1)} + (1-m)F_P^{(K)} - mF_W^{(K+1)} - (1-m)F_W^{(K)}] \end{aligned} \right\} \Delta t \quad (5.18)$$

$$\Delta x (F_P^{(K+1)} - F_P^{(K)}) = \left\{ \begin{aligned} &F_P^{(K+1)} \left[\frac{-mA_e}{(\delta x)_w} \right] + F_P^{(K)} \left[\frac{-(1-m)A_e}{(\delta x)_e} - \frac{(1-m)A_w}{(\delta x)_w} \right] \\ & + F_E^{(K+1)} \left[\frac{mA_e}{(\delta x)_e} \right] + F_E^{(K)} \left[\frac{(1-m)A_e}{(\delta x)_e} \right] + F_W^{(K+1)} \left[\frac{mA_w}{(\delta x)_w} \right] + F_W^{(K)} \left[\frac{(1-m)A_w}{(\delta x)_w} \right] \end{aligned} \right\} \Delta t \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
 F_p^{(K+1)} \left[\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{mA_e}{(\delta x)_e} + \frac{mA_w}{(\delta x)_w} \right] &= \left[\frac{-(1-m)A_e}{(\delta x)_e} - \frac{(1-m)A_w}{(\delta x)_w} \right] F_p^{(K)} + F_E^{(K+1)} \left[\frac{mA_e}{(\delta x)_e} \right] + F_E^{(K)} \left[\frac{(1-m)A_e}{(\delta x)_e} \right] \\
 + F_W^{(K+1)} \left[\frac{mA_w}{(\delta x)_w} \right] + F_W^{(K)} \left[\frac{(1-m)A_w}{(\delta x)_w} \right] &
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

* *Choix d'une méthode par rapport à l'autre :*

La méthode explicite a certains inconvénients, chacune des équations de noeuds utilisées doit satisfaire à son critère de stabilité. Ceci implique que si on a choisi un Δx petit pour obtenir une distribution de saturation (de température) précise, il faut choisir un Δt très petit pour respecter leur critère de stabilité.

Ceci conduit à effectuer de nombreux calculs pour en arriver au temps t désiré.

Dans les problèmes transitoires impliquant de grandes valeurs du temps. On préfère la méthode implicite car elle est toujours stable et le choix de Δx et Δt est arbitraire.

La méthode de Crank - Nicolson est une méthode implicite ‘‘ modifiée ‘‘ mais elle conduit parfois à des résultats irréels.

Donc la méthode de discrétisation choisie est celle **implicite**:

Donc $m = 1$, l'équation (5.6) devient :

$$F_p^{(K+1)} \left[\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{A_e}{(\delta x)_e} + \frac{A_w}{(\delta x)_w} \right] = \frac{A_e}{(\delta x)_e} F_E^{(K+1)} + \frac{A_w}{(\delta x)_w} F_W^{(K+1)} + \frac{\Delta x}{\Delta t} F_p^{(K)} \tag{5.21}$$

En posant :

$$a_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{A_e}{(\delta x)_e} + \frac{A_w}{(\delta x)_w} \tag{5.22}$$

$$a_E = A_e / (\delta x)_e \tag{5.23}$$

$$a_w = A_w / (\delta x)_w \tag{5.24}$$

$$a_p^o = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{5.25}$$

$$b = \frac{\Delta x}{\Delta t} F_p^{(K)} \quad (5.26)$$

Discrétisation des conditions initiale et aux limites : (Fig .5.4)

- Conditions initiale :

A l'instant initial, le corps est isotherme et saturé en humidité:

$$F_p^{(0)} = C_o \quad (5.27)$$

C_o est une valeur connue

-Condition aux limites :

Sur les limites, on a un flux de masse ou de chaleur q_B .

$$\frac{A_i (F_B^{(K+1)} - F_I^{(K+1)})}{(\delta x)_i} = q_B \quad (5.28)$$

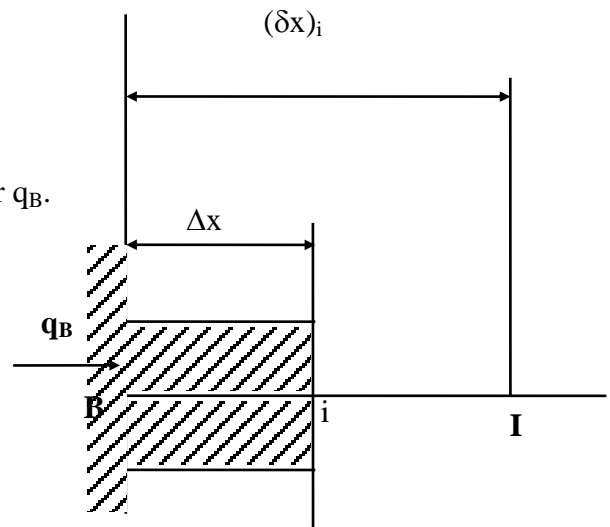


Fig.5.3: Demi - volume de contrôle près des limites

L'équation (5.14) est une équation supplémentaire permettant de donner la fonction F au point B, obtenue grâce à l'intégration de l'équation différentielle sur le 1/2 volume de contrôle adjacent au bord.

Cette équation s'écrit:

$$a_B F_B = a_I F_I + b \quad (5.29)$$

$$a_I = A_i / (\delta x)_i \quad (5.30)$$

$$b = q_B \quad (5.31)$$

$$a_B = a_l \quad (5.32)$$

Maillage :

Les distances $(\delta x)_e$ et $(\delta x)_w$ ne sont pas nécessairement égales, mais cela simplifie. En général, la solution est plus exacte quand le maillage est serré mais en fait, lorsque le gradient est faible cela n'est pas nécessaire. Les zones de gradient élevé, par contre devront prévoir un maillage plus serré. Un premier maillage permet de connaître ces régions, un second la solution.

Un maillage régulier est adopté.

3.1 Discrétisation des équations de transfert d'humidité :

L'équation de transfert de masse s'écrit :

$$a_s S_i^{(K+1)} = b_s S_{i+1}^{(K+1)} + C_s S_{i-1}^{(K+1)} + d_s \quad (5.33)$$

$$a_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} + b_s + C_s \quad (5.34)$$

$$b_s = D(i+1) / \Delta x \quad (5.35)$$

$$C_s = D(i-1) / \Delta x \quad (5.36)$$

$$d_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} S_i^{(K)} \quad (5.37)$$

Conditions aux limites :

* Sur la face $x = \frac{e}{2}$, le flux de masse est nul on aura :

$$-D \left(\frac{S^{(K+1)}(2) - S^{(K+1)}(1)}{\Delta x} \right) = 0 \Rightarrow S^{(K+1)}(1) = S^{(K+1)}(2) \quad (5.38)$$

* Sur la face $x = e$, le flux de masse n'est pas nul et il varie en fonction du temps on aura :

$$-D \left(\frac{S^{(K+1)}(il) - S^{(K+1)}(il-1)}{\Delta x} \right) = m_0^{(K+1)} \quad (5.39)$$

$$\text{Où } m_0 = h_m \rho_l \varepsilon (S_{surf} - S_\infty) \quad (5.40)$$

$$S(il) = -\frac{\Delta x}{D} m_0^{(K+1)} + S(il-1) \quad (5.41)$$

3.2. Discrétisation de l'équation d'énergie :

L'équation d'énergie s'écrit :

$$a_T T_p^{(K+1)} = b_T T_{i+1}^{(K+1)} + C_T T_{i-1}^{(K+1)} + d_T \quad (5.42)$$

$$a_T = \frac{\Delta x}{\Delta t} + b_T + C_T \quad (5.43)$$

$$b_T = \lambda(i+1) / \Delta x \quad (5.44)$$

$$C_T = \lambda(i-1) / \Delta x \quad (5.45)$$

$$d_T = \frac{\Delta x}{\Delta t} T_i^{(K)} - (\Delta h_v m_o)^{(K+1)} \cdot \frac{\Delta x}{2} \quad (5.46)$$

- Conditions aux limites :

- Sur la face $x = \frac{e}{2}$, le flux de masse et de chaleur est nul,, ou aura :

$$-\lambda \left(\frac{T^{(K+1)}(2) - T^{(K+1)}(1)}{\Delta x} \right) = 0 \Rightarrow T^{(K+1)}(2) = T^{(K+1)}(1) \quad (5.47)$$

- Sur la face $x = e$, on un flux couplé de chaleur et de masse, on aura :

$$-\lambda \frac{(T^{(K+1)}(il) - T^{(K+1)}(il-1))}{\Delta x} = \left[h(T_{swf} - T_{air}) \right]^{(K+1)} - (\Delta h_v \cdot m_o)^{(K+1)} \quad (5.48)$$

$$T^{(K+1)}(il) = -\frac{\Delta x}{\lambda} \left[h(T_{swf} - T_{air}) \right]^{(K+1)} - (\Delta h_v \cdot m_o)^{(K+1)} + T^{(K+1)}(il-1) \quad (5.49)$$

3.3. Résolution des équations algébriques :

En combinant les équations (5.42) et (5.46) et les conditions aux limites (5.42), (5.47), (5.48) et (5.49) on obtient un système d'équations non linéaires dont la matrice est tri diagonale.

Pour le résoudre, on emploie un algorithme de transformation simple appelé Algorithme de Thomas pour rendre la matrice en une matrice bi diagonale et on résout le système trouvé par la méthode d'élimination de Gauss en employant des itérations à cause de la non linéarité du système. Le principe de cette méthode est le suivant:

Les équations discrétisées s'écrivent:

$$a_i F_i \equiv b_i F_{i+1} + C_i F_{i-1} + d_i \quad (5.50)$$

[$F_i \equiv S$ ou T]

Pour $i = 0, 1, 2, 3, \dots, N$. La fonction F_i est reliée aux fonctions avoisinantes F_{i+1} et F_{i-1}

Pour les points limites : $C_0 = 0$ et $b_{N+1} = 0$

S_0 est donnée : $a_0 = 1$, $b_0 = 0$, $C_0 = 0$, et $d_0 = F_0$.

Pour $i = 1$, on a une relation entre F_0 , F_1 et F_2 et puisque F_0 s'exprime en fonction de F_1 donc cette relation devient entre F_1 et F_2 .

D'autre part F_1 peut s'exprimer en fonction de F_2 . Ce processus de substitution peut continuer jusqu'à F_{N+1} .

Nous commençons la substitution en arrière : où F_N est obtenu de F_{N-1} , F_{N-2} de F_{N-1} , ..., F_2 , de F_3 , F_1 de F_2 .

Pour cette substitution, on a les relations suivantes :

$$F_i = \gamma_i F_{i+1} + \beta_i \quad (5.51)$$

$$F_{i-1} = \gamma_{i-1} F_i + \beta_{i-1} \quad (5.52)$$

$$a_i F_i = b_i F_{i+1} + C_i (\gamma_{i-1} F_i + \beta_{i-1}) + d_i \quad (5.53)$$

En arrangeant, on aura :

$$\gamma_i = \frac{b}{a_i - C_i \gamma_{i-1}} \quad (5.54)$$

$$\beta_i = \frac{d_i + C_i \beta_{i-1}}{a_i - C_i \gamma_{i-1}} \quad (5.55)$$

$$\gamma_i = \frac{b_1}{a_1} \quad (5.56)$$

$$\beta_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (5.57)$$

Puisque $b_{N+1} = 0 \rightarrow \gamma_{N+1} = 0$

Maintenant, la substitution commence.

Et puisque le système est non linéaire, on associe à la méthode d'élimination de Gauss, une méthode itérative de Newton.

Donc on se donne une distribution initiale $F_i^{(0)}$ [solution du système précédent] qui est portée au second membre de l'équation (5.37) pour chaque point i donné une nouvelle valeur de F_i et ainsi de suite.

3.4. Algorithme de résolution :

1. Données initiales :

- L'épaisseur du corps poreux; e
- Le flux constant d'évaporation; q_0
- La saturation initiale; S_0
- Le nombre total d'itérations sur le temps, K
- Le pas temporel; Δt .
- Le nombre total d'itérations sur l'espace, N
- Le pas sur l'espace; Δx

2. Initialisation

$$\text{Temps} = \Delta t$$

$$x = \Delta x$$

Donner une estimation initiale de la fonction pour tous les points.

3. Calcul du coefficient de diffusion;

4. Calcul des coefficients : a_s , d_s , C_s et d_s

5. Résolution du système : $a_s S_p^{(K+1)} = b_s S_E^{(K+1)} + C_s \cdot S_W^{(K+1)} + d_s$

par l'algorithme T.D.M.A

$$\gamma_{Si\dots} = \frac{b_s}{a_s - C_s \gamma_{Si-1}}$$

$$\beta_{Si\dots} = (d_s + C_s \beta_{Si-1}) / (a_s - C_s \gamma_{Si-1})$$

6. Substitution en arrière.

$$S_i = \gamma_i S_{i+1} + \beta_i$$

7. Calcul de la conductivité thermique.

8. Calcul des coefficients: a_T , b_T , c_T , et d_T .

9. Résolution du système : $a_T T_p^{(K+1)} = b_T T_E^{(K+1)} + c_T T_W^{(K+1)} + d_T$

Par l'algorithme T.D.M.A

$$\gamma_{Ti} = \frac{b_T}{a_T - c_T \gamma_{Ti-1}}$$

$$\beta_{Ti} = (d_T + c_T \beta_{Ti-1}) / (a_T - c_T \gamma_{Ti-1})$$

10. Substitution en arrière

$$T_i = \gamma_{Ti} T_{i+1} + \beta_{Ti}$$

11. Test de convergence

$$/ (T_p^{(K+1)*} - T_p^{(K+1)}) / T_p^{(K+1)*} / \langle \varepsilon_1$$

$$/ (S_p^{(K+1)*} - S_p^{(K+1)}) / S_p^{(K+1)*} / \langle \varepsilon_2$$

Si oui passer à (12) si non à (5)

12. Incrémentation du temps temps = temps + Δt .

13. Retourner à (2)

4. DICRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE POUR LES MATERIAUX HYGROSCOPIQUES

4.1. Equation de transfert de chaleur

L'équation de transfert de chaleur s'écrit de la manière suivante pour les deux régions :

$$C_p \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \phi \quad (5.58)$$

Pour la région humide : $\phi = 0$

Pour la région de sorption : $\phi = -m_{ev} \Delta h_v$

La paroi est divisée uniformément en (2J) nœuds, comme le montre la figure5.1

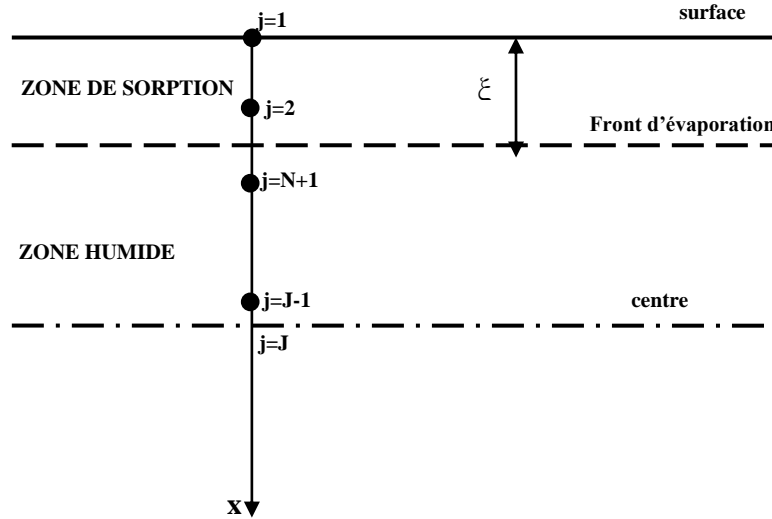


Fig.5.4. Le réseau de nœuds de la moitié de l'épaisseur de la paroi

La température au nœud j est obtenue au nœud adjacent par la discrétisation **implicite** ([102], [103], [104]). Le résultat est :

$$b_j T_j^n = a_{j+1} T_{j+1}^n + a_{j-1} T_{j-1}^n + r_j \quad (5.59)$$

Pour $j=2, \dots, J-1$

Les coefficients de l'équation (4.1) sont donnés par:

$$a_{j+1} = \frac{\lambda_{j+1}}{(\Delta x)_{j+1}} \quad a_{j-1} = \frac{\lambda_{j-1}}{(\Delta x)_{j-1}}$$

$$a_j^0 = \left(\frac{\rho c_p \Delta x}{\Delta t} \right)_j \quad b_j = a_{j+1} + a_{j-1} + a_j^0$$

Où Δx est l'incrément de distance et Δt est le pas de temps.

Le terme source dans l'équation (5.1) est :

$$r_j = a_j^0 T_j^0 + \Phi_j \Delta x$$

En arrangeant l'équation (5.16), on aura:

$$-a_{j-1} T_{j-1}^n + b_j T_j^n - a_{j+1} T_{j+1}^n = r_j \quad (5.60)$$

Afin d'obtenir la solution de l'équation (5.16), il faut des conditions aux limites:

Du flux de chaleur de surface, l'équation de chaleur devient:

$$b_1 T_1^n - a_2 T_2^n = r_1 \tag{5.61}$$

Avec $r_1 = hT_g + a_1^0 T_1^0 + \Phi_1 \Delta y$

et $b_1 = a_2 + a_1^0 + h$

Où h est le coefficient de transfert de chaleur ($W/m^2.K$) et T_g est la température du bulbe de gaz, (K).

Au centre de la paroi, le profil de température est symétrique et on sait que :

$$T_{J+1}^n = T_{J-1}^n \qquad a_{J+1} = a_{J-1}$$

L'équation de chaleur au centre de la paroi devient:

$$-2a_{J-1} T_{J-1}^n + b_J T_J^n = r_J \tag{5.62}$$

Les équations du transfert de chaleur à tous les points sont données sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} b_1 & -a_2 & 0 & 0 \dots \dots & 0 \\ -a_1 & b_2 & -a_3 & 0 \dots \dots & 0 \\ \dots \dots & \dots \dots & \dots \dots & \dots \dots & \dots \dots \\ 0 & \dots \dots & -a_{J-2} & b_{J-1} & -a_J \\ 0 & 0 & 0 & -2a_{J-1} & b_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_{J-1} \\ T_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_{J-1} \\ r_J \end{bmatrix} \tag{5.63}$$

Ce système tri diagonal d'équations est résolu en utilisant la méthode de Thomas [102].

4.2 Discrétisation de l'équation de transfert de masse dans la région humide

Nous utilisons là aussi la méthode **implicite** décrite par Patankar [102]. Le résultat est :

$$d_j U_j^n = C_{j+1} U_{j+1}^n + C_{j-1} U_{j-1}^n + q_j \quad j=N+1, \dots, J+1 \quad (5.64)$$

Les coefficients sont donnés par :

$$C_{j+1} = \frac{D_{j+1}}{(\Delta x)_{j+1}} \quad C_{j-1} = \frac{D_{j-1}}{(\Delta x)_{j-1}}$$

$$C_j^0 = \left(\frac{\rho \Delta x}{\Delta t} \right)_j \quad d_j = C_{j+1} + C_{j-1} + C_j^0$$

Et le terme source devient:

$$q_j = C_j^0 U_j^0$$

Des conditions aux limites sont nécessaires pour résoudre l'équation (5.6) pour tous les nœuds de la zone humide.

L'équation de transfert de masse pour les deux nœuds juste près du front d'évaporation et le point sur le front est :

$$-C_\xi U_\xi^n + d_{N+1} U_{N+1}^n - C_{N+2} U_{N+2}^n = q_{N+1} \quad (5.65)$$

$$C_\xi = \frac{D_\xi}{(\delta x)_\xi}$$

Au centre de la paroi, le profil de teneur d'eau est symétrique. Nous écrivons une équation similaire à celle du transfert de chaleur :

$$-2C_{J-1} U_{J-1}^n + d_J U_J^n = q_J \quad (5.66)$$

Les équations de (5.64) jusqu'à (5.66) peuvent être arrangé sous la notation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} d_{N+1} & -C_{N+2} & 0 & 0\dots\dots\dots & 0 \\ -C_{N+1} & d_{N+2} & -C_{N+3} & 0\dots\dots\dots & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 0 & \dots\dots\dots & -C_{J-2} & d_{J-1} & -C_J \\ 0 & 0 & 0 & -2C_{J-1} & d_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{N+1} \\ U_{N+2} \\ \dots \\ U_{J-1} \\ U_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{N+1} \\ U_{N+2} \\ \dots \\ q_{J-1} \\ q_J \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

Initialement la teneur d'eau (U_ξ) au front d'évaporation est supérieure à la valeur minimale (U_{\min}) du liquide. Avant que le front commence à se déplacer, la teneur d'eau au front décroît et la teneur en eau dans la zone humide varie. Donc une équation lie la teneur d'eau juste avant le front et la teneur d'eau juste après le front (appelé point de saturation) [107]. Mais, on ne peut pas l'écrire, par contre, on peut écrire que le flux total d'eau perdue de la zone humide durant l'intervalle de temps Δt est égal au flux liquide juste près du front d'évaporation multiplié par cet intervalle de temps.

$$\left[\sum \Delta x (U_j^n - U_j^0) \rho_s \right] + 0.5 \Delta x \rho_s \left[(U_{N+1}^n - U_{N+1}^0) + (U_J^n - U_J^0) \right] - \Delta t (J_{wf})_\xi = 0 \quad (5.68)$$

$$(J_{wf})_\xi = \left(k_l \frac{\partial P_c}{\partial x} \right)$$

Pour résoudre cette équation, la méthode de la sécante à tout instant est employée.

La teneur d'eau au front d'évaporation diminue ce qu'elle atteint la valeur minimale de la teneur en liquide (U_{\min}).

4.3 Discrétisation de l'équation de la teneur d'eau au front d'évaporation

La teneur d'eau au nœud juste près du front d'évaporation peut être estimée à partir de l'équation de continuité locale figure 5.4.

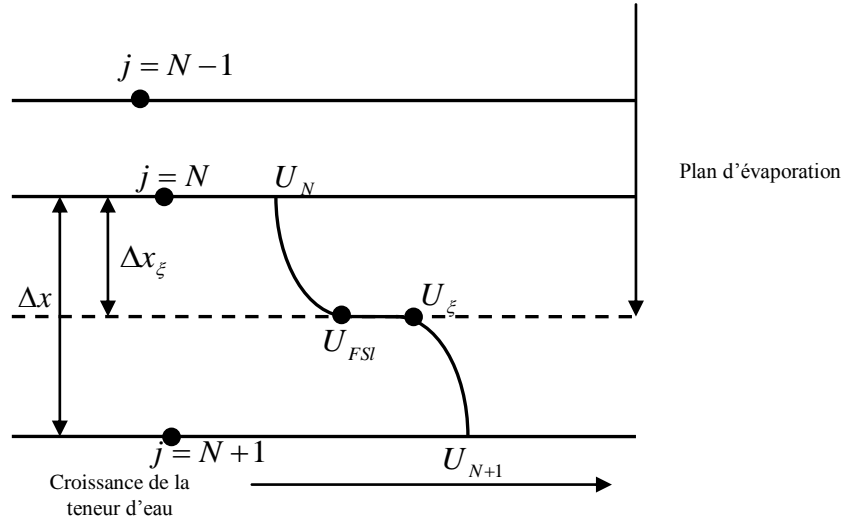


Fig.5.5. Mouvement du front d'évaporation

Pour la région comprise entre le nœud N et N+1, l'équation de conservation de masse est :

$$\langle U_N \rangle \Delta x = (\Delta x - \Delta x_\xi) \frac{(U_\xi + U_N)}{2} + \frac{(U_{FSI} + U_N)}{2} \Delta x_\xi \quad (5.69)$$

Où $\langle U_N \rangle$ est la teneur d'eau de la région entre les nœuds N+1 (juste après le front) et N (juste avant le front).

Les variables $\langle U_N \rangle$, Δx et U_N varient avec le temps. Donc l'équation (5.26) est différenciée pour donner :

$$\begin{aligned} \Delta x \frac{\partial \langle U_N \rangle}{\partial t} &= 0.5(U_{FSI} + U_N - U_{N+1} - U_\xi) \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ &+ 0.5(\Delta x - \Delta x_\xi) \left(\frac{\partial U_{N+1}}{\partial t} + \frac{\partial U_\xi}{\partial t} \right) + 0.5 \Delta x_\xi \frac{\partial U_N}{\partial t} \end{aligned} \quad (5.70)$$

En résolvant l'équation (5.70), nous obtenons la variation de la teneur d'eau au nœud N, U_N à chaque instant.

Conditions initiales

La valeur initiale de teneur d'eau (ou saturation) dépend du type du matériau et de son degré de saturation. Donc on a pris une valeur expérimentale

$$S_0 = 0.721 \text{ [75].}$$

La température $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Les conditions de séchage sont ([75], [1]) :

Vitesse=2m/s

Humidité relative=50%

Température de l'air $T_a=50^\circ\text{C}$.

5. PROGRAMME DE RESOLUTION

La méthode de résolution est programmée comme suit :

CHAPITRE 6

RESULTATS ET DISCUSSION

1. INTRODUCTION

La simulation des phénomènes qui se déroulent au sein des matériaux choisis (brique, béton, argile, plâtre) lors de leur séchage, nous a permis de déterminer les profils de saturation et de température.

2. RESULTATS ET DISCUSSION

Les profils des densités de flux montrent que le processus de séchage commence par une période à flux constant figures (6.1), (6.2), (6.3) et (6.4).

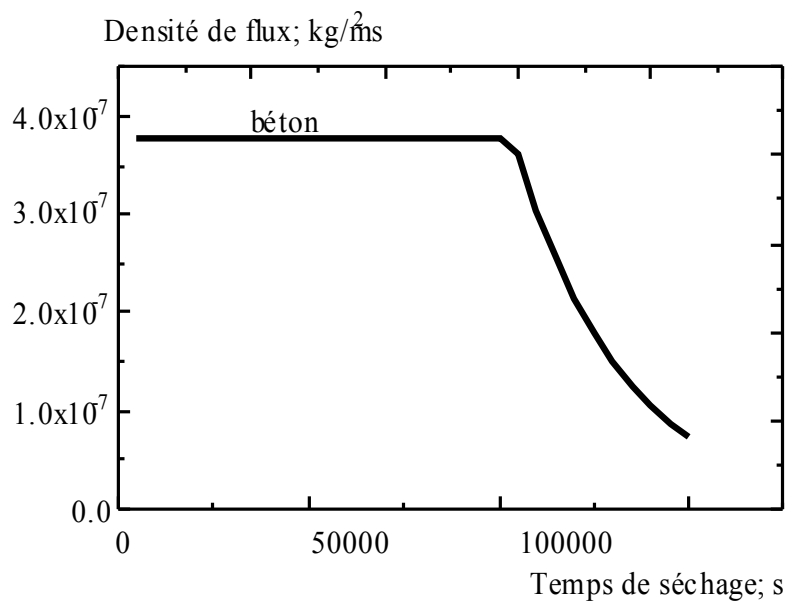


Fig.6.1 Profil de densité de flux d'évaporation du béton

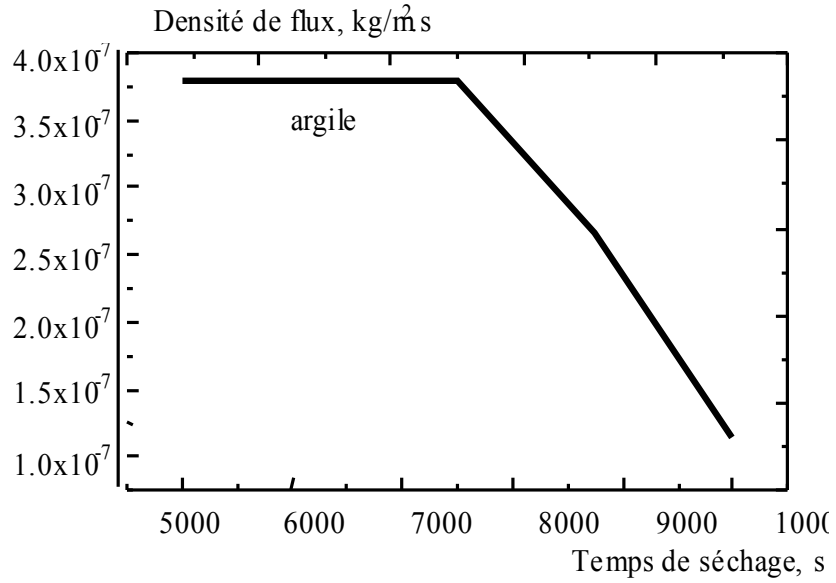


Fig.6.2 Profil de densité de flux d'évaporation de l'argile.

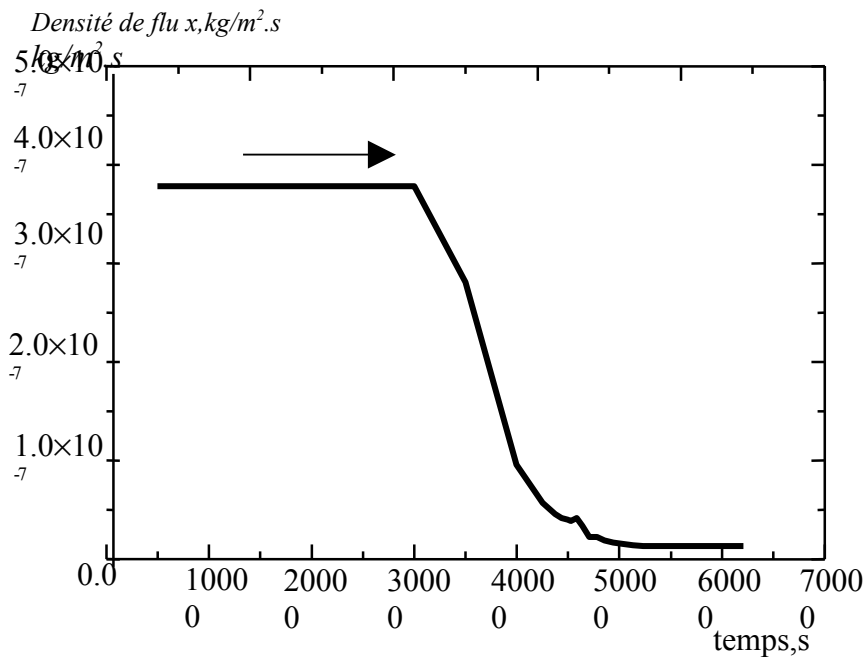


Fig.6.3 Profil de densité de flux d'évaporation de la brique

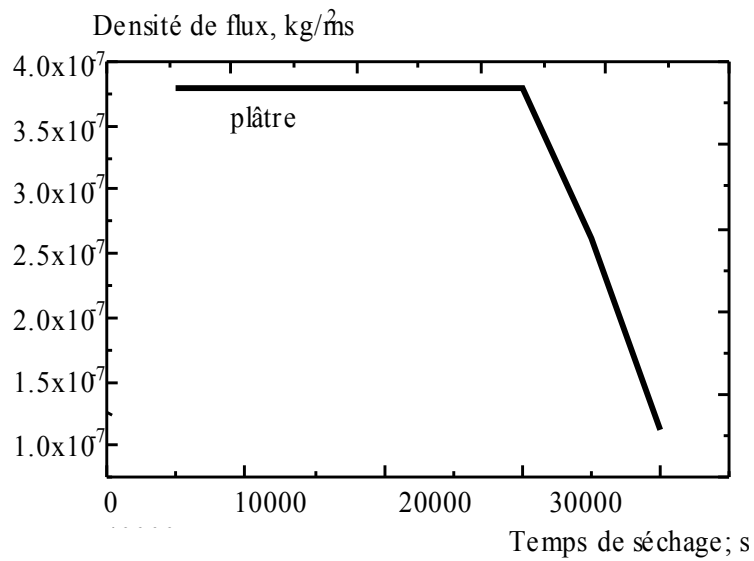


Fig.6.4 Profil de densité de flux d'évaporation de la brique

La première variation du flux est causée par la température de surface (fig.6.5). Cette tranche de la densité du flux est déterminée et contrôlée par les conditions extérieures de séchage.

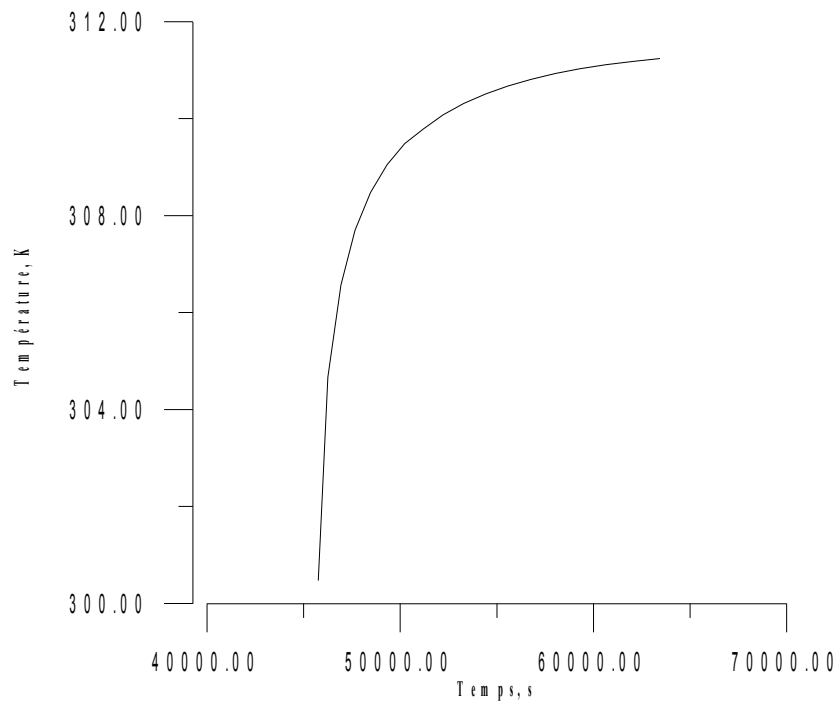


Fig.6.5 Variation de température de surface du béton.

Cette phase apparaît pour le matériau non hygroscopique et hygroscopique.

Une étude faite sur six échantillons différents d'un même type de brique (poids spécifique d'environ 1.86) [32]. On obtient six courbes différentes (fig.6.6), plus ou moins parallèles, pour la première phase, alors que pour la seconde phase, on obtient une courbe pratiquement unique.

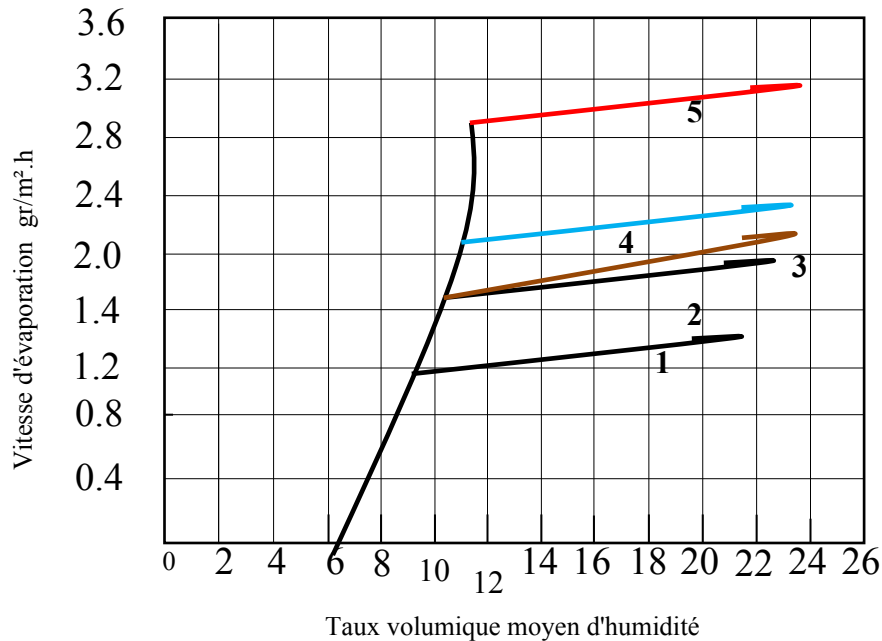


Fig.6.6 Profil de vitesse d'évaporation pour six échantillons [32].

Pour l'humidité des murs, la première phase est plus dangereuse, à cause du degré élevé et constant d'évaporation superficielle du mur saturé.

La détermination du flux d'évaporation lors de cette phase est très compliquée car elle revient à calculer les coefficients de transfert de chaleur et de masse en surface.

Donc, elle est considérée comme un critère de différence et de choix entre les matériaux.

Plusieurs auteurs [Suzuki, Schlunder, Heetjes] [16] ont montré que le matériau lors de la première phase de séchage, a un comportement similaire à la surface libre d'un liquide et les lois qui régissent cette surface, peuvent s'appliquer sur le matériau.

Mais cette hypothèse n'est pas toujours vraie, car la répartition de l'humidité sur la surface du matériau poreux n'est pas uniforme comme la surface libre d'un liquide comme l'a prouvé l'expérience. Et ceci est dû essentiellement à la porosité du matériau et au point de saturation les pores ne sont pas tous pleins.

L'hypothèse de la surface libre du liquide est très importante pour le choix des matériaux nécessaires aux constructions qui sont assujetties aux fortes humidités (salle de bain, piscines, cuisines,...) car cette dernière soumet les matériaux à un véritable processus de destruction. Des mesures faites en laboratoire [110] expliquent son importance et son influence sur le processus de séchage.

Quand la seconde période de séchage (période de décroissance de flux) commence, les conditions extérieures de séchage deviennent moins importantes comparées aux paramètres intérieurs.

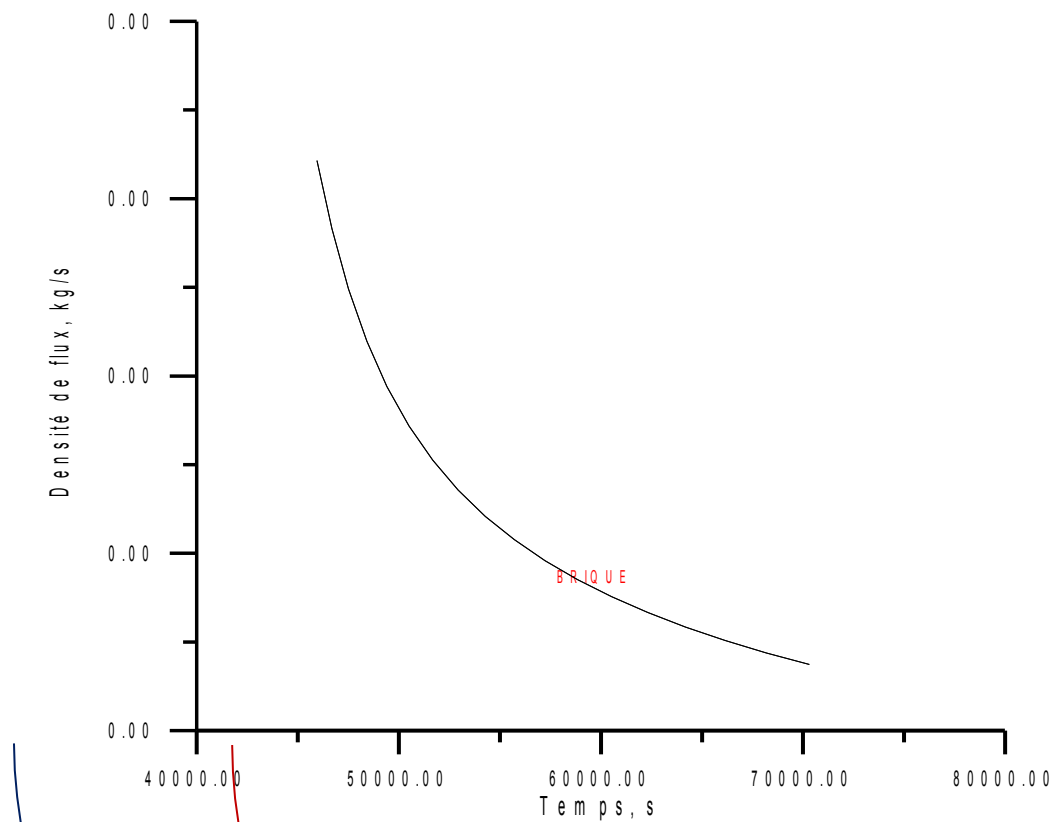


Fig.6.7 La seconde phase de séchage.

La figure 5.7 montre la deuxième phase de séchage. Elle est différente pour chaque matériau. Ceci est prouvé expérimentalement par Krischer et Gorling et ils ont déduit que la courbe de la seconde phase apparaît d'autant plus verticale que la structure du matériau est plus homogène.

L'allure générale des cinétiques de séchage figures (6.1), (6.2), (6.3), (6.4) reste la même, mais des différences très sensibles sont à remarquer. La durée de la phase isenthalpe est fortement conditionnée par la perméabilité du milieu [5], on rappelle que la fin de cette période n'est donnée dans le modèle que par la valeur de la saturation irréductible S_{irr} atteinte

à la surface du matériau. Les résultats montrent fig.6.8 que ce régime isenthalpe est d'autant plus court que la perméabilité est faible. Cependant, les variations de la durée de la phase isenthalpe sont d'autant plus importantes, que les perméabilités sont faibles alors qu'elles

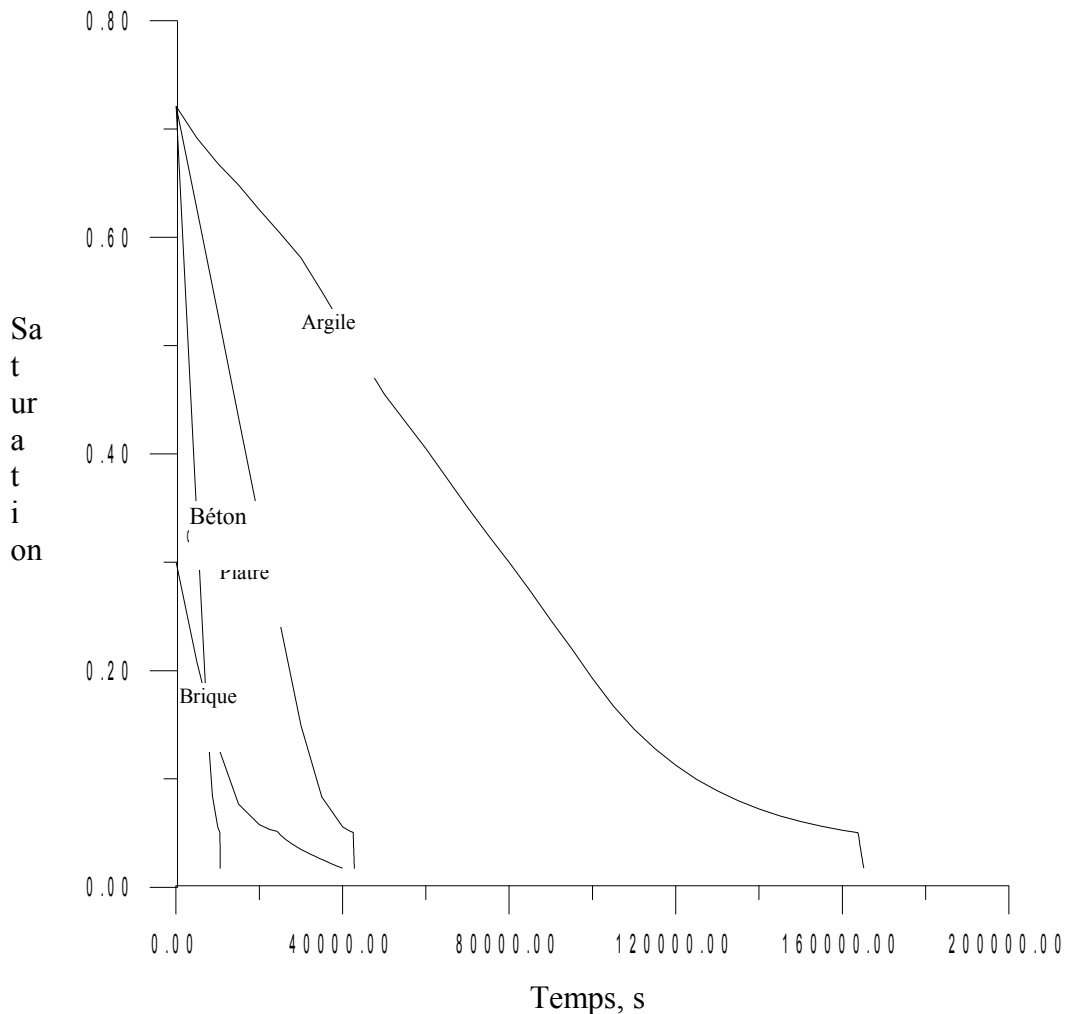


Fig.6.8 Variation de la saturation moyenne en fonction du temps.

tendent vers une limite pour les perméabilités plus fortes. En effet, la surface du milieu atteint le point de saturation beaucoup plus vite pour des faibles valeurs de la perméabilité et un front d'évaporation apparaît beaucoup plus tôt, ce qui rend le séchage moins rapide.

Les effets du transport convectif liquide disparaissent dans la seconde phase de séchage, phase durant laquelle le transport dominant est la diffusion de matière (le transport convectif gazeux existe, mais sa contribution au transport total est négligeable). Les cinétiques tendent vers une saturation (teneur d'eau) nulle pour les matériaux non hygroscopiques et une valeur d'équilibre pour les matériaux hygroscopiques (fig.4.9).

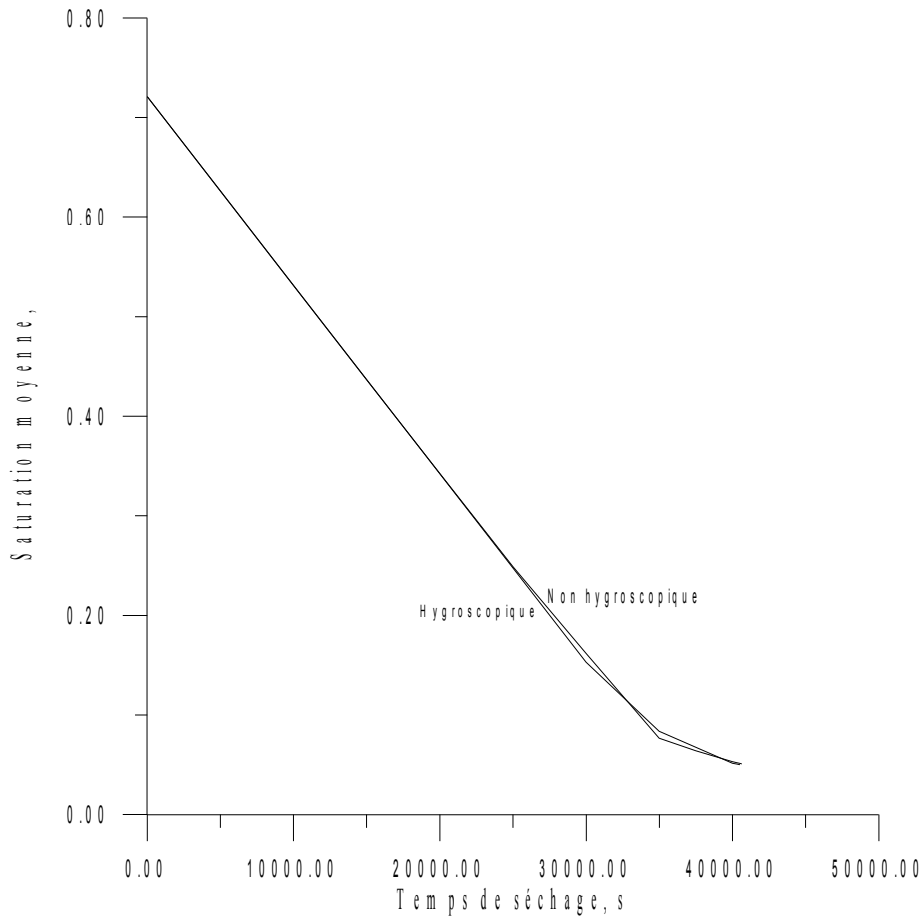


Fig.6.9 Variation de la saturation en considérant la brique non hygroscopique et hygroscopique

Pour la deuxième phase de séchage d'un matériau non hygroscopique (fig.6.10) la

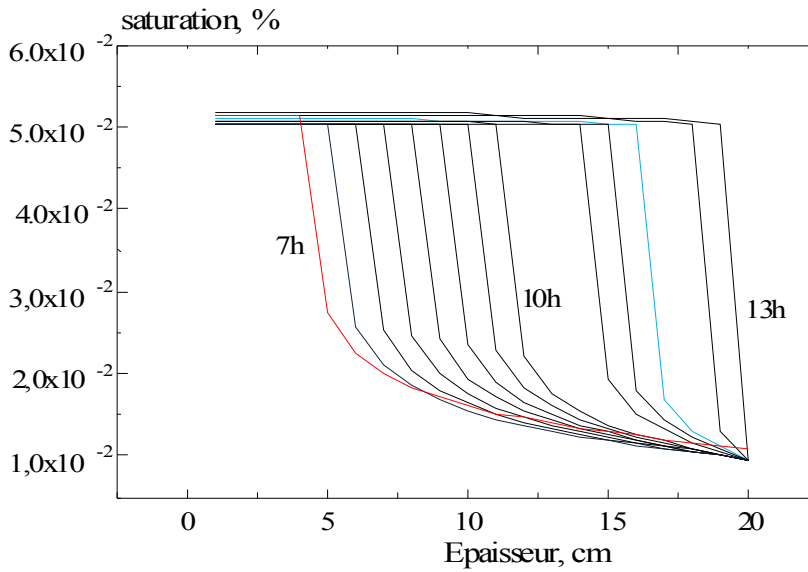


Fig.6.10 Profil de saturations au sein du matériau poreux non hygroscopique (brique)

décroissance est plus ou moins rapide par contre pour le matériau hygroscopique (béton), est lente (fig.6.11). Ceci s'explique par le fait que dans le premier type de matériau, les pores

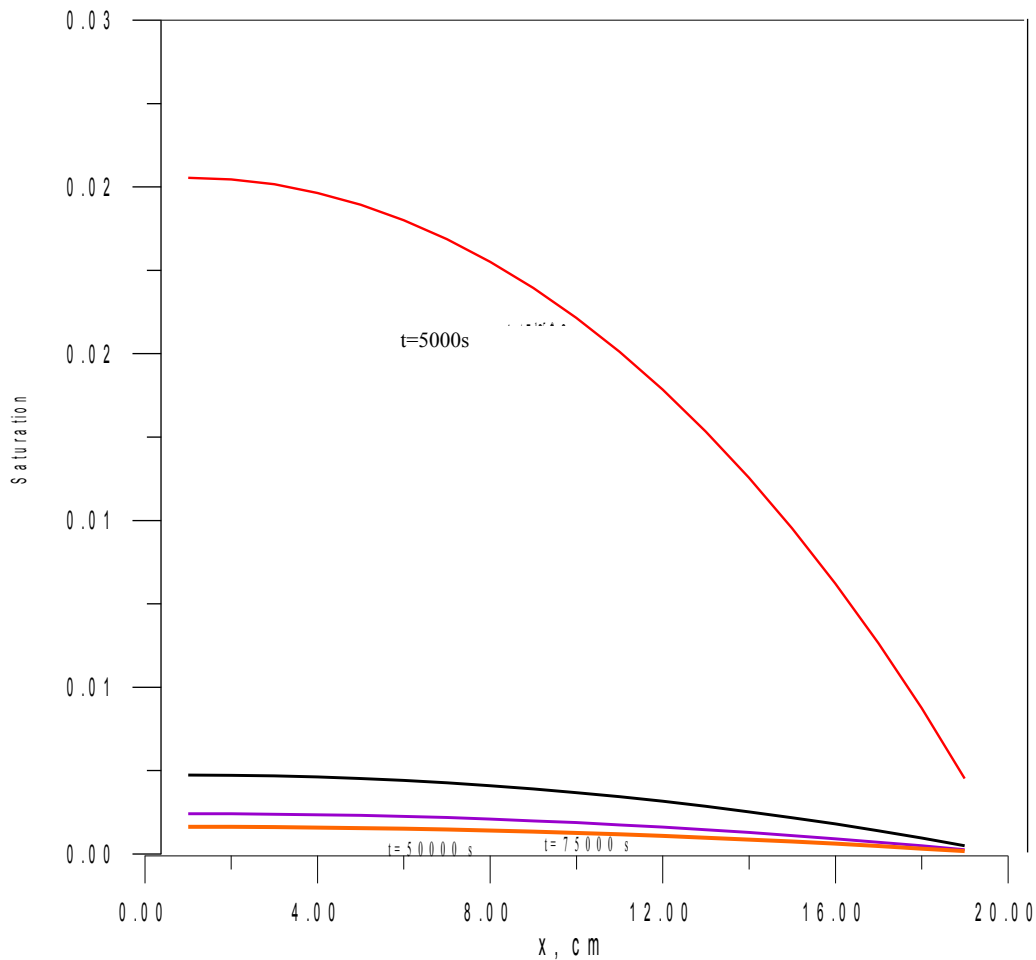


Fig.6.11 Profil de saturation pour le matériau hygroscopique (argile)

(les capillaires) ont de grandes dimensions et de diamètres différents (fig.5.12), ce qui rend la distribution d'eau uniforme et elle est de type libre. Par contre pour le deuxième type, le diamètre des capillaires est très petit, ce qui rend l'eau liée et nécessite de grande valeur de pression capillaire pour être chassée.

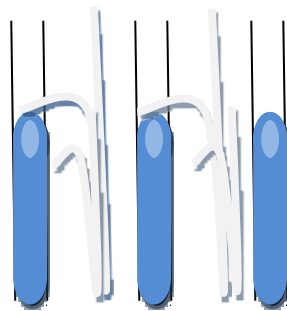


Fig.6.12 Dans les grands capillaires est uniformément répartis et la quantité d'eau adsorbée est inversement proportionnelle à la hauteur

Au commencement de la seconde phase de séchage, apparaît un front d'évaporation qui divise le matériau en deux zones ; zone humide et zone sèche pour les matériaux non hygroscopique et zone humide et zone de sorption pour les matériaux hygroscopiques. Le front commence à pénétrer rapidement au sein de la paroi, jusqu'à ce qu'il atteigne une certaine valeur pour laquelle le flux liquide atteint sa valeur minimale (fig.6.13 et fig.6.14)

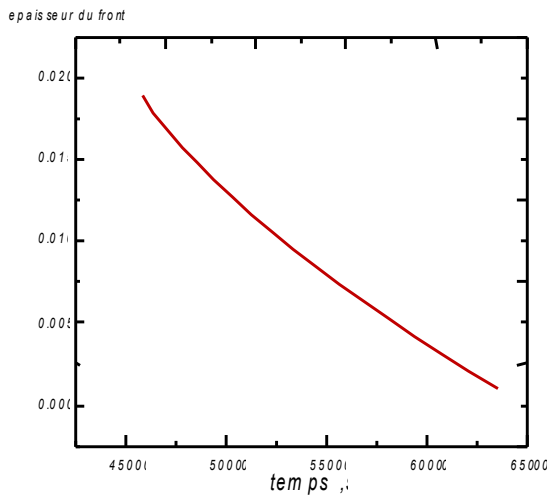


Fig.6.13 Evolution de l'épaisseur du front au cours du temps (béton)

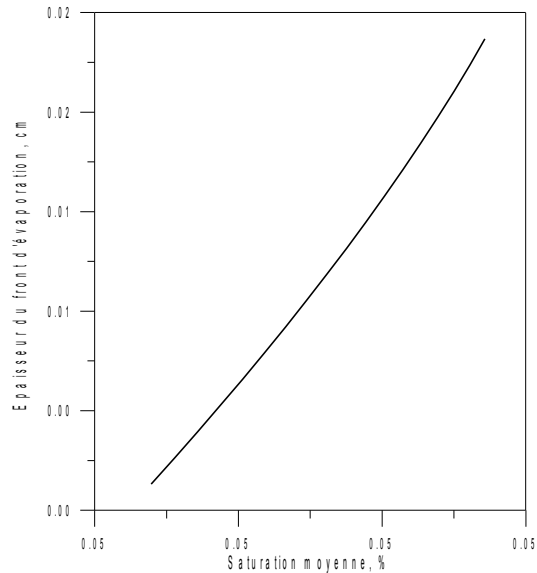


Fig.6.14 Evolution de l'épaisseur du front (béton)

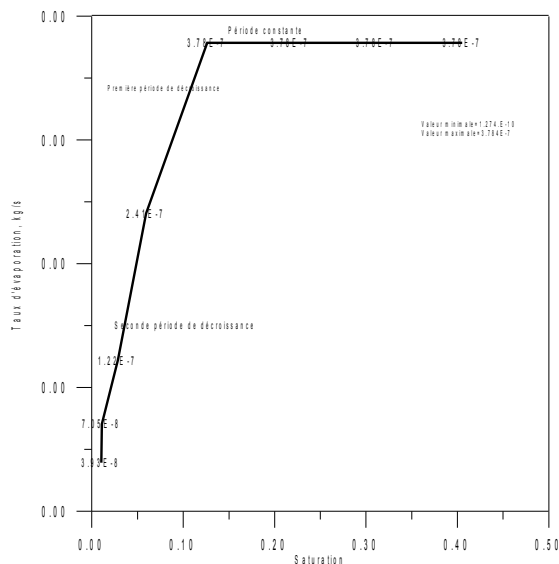


Fig.6.15 Evolution du flux d'évaporation en fonction de la saturation

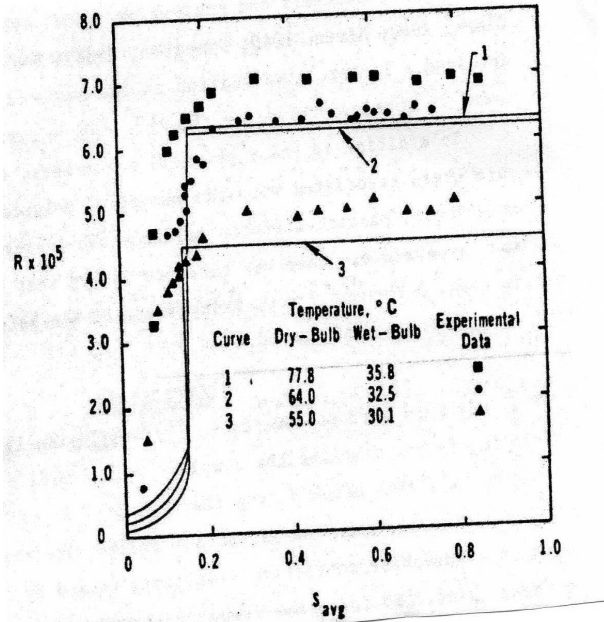


Fig.6.16 Taux de séchage de la théorie et de l'expérience de Ceaglesk et Hougen [78]

Les travaux de Ceagleske et Hougen (experimental) et Whitaker (théorie) [78] (fig.6.16) et Ketelaars [44] (fig.6.17)

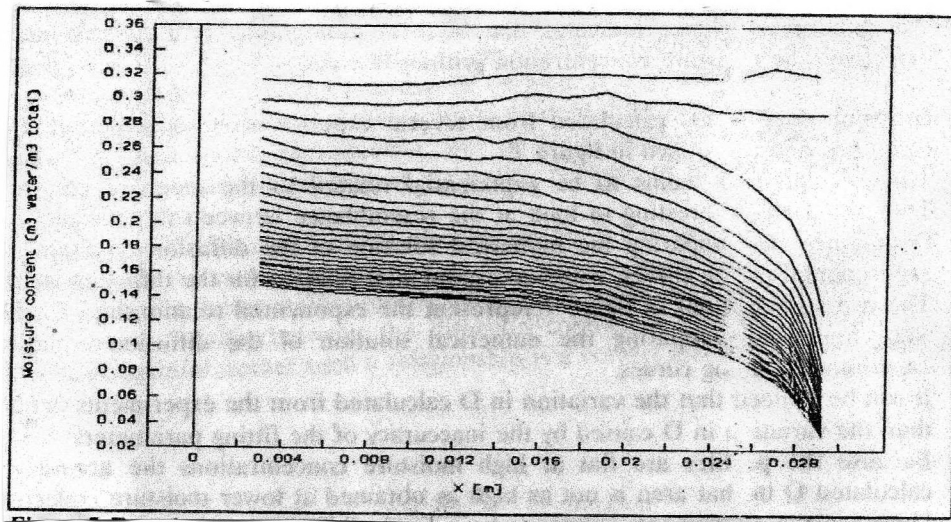


Fig.5.17 Profils expérimentaux de concentration d'humidité de l'argile [44]

Confirment ces conclusions et les résultats du modèle (les profils des figures (6.15) et (6.16)) sont en bon accord avec leurs résultats (figures (6.11) et (6.17) de l'argile).

Dans la zone de sorption, le mécanisme de transfert est contrôlé par les isothermes de désorption qui caractérise le comportement hygroscopique du matériau.

La figure (6.18) montre un exemple pour quelques matériaux de construction [99].

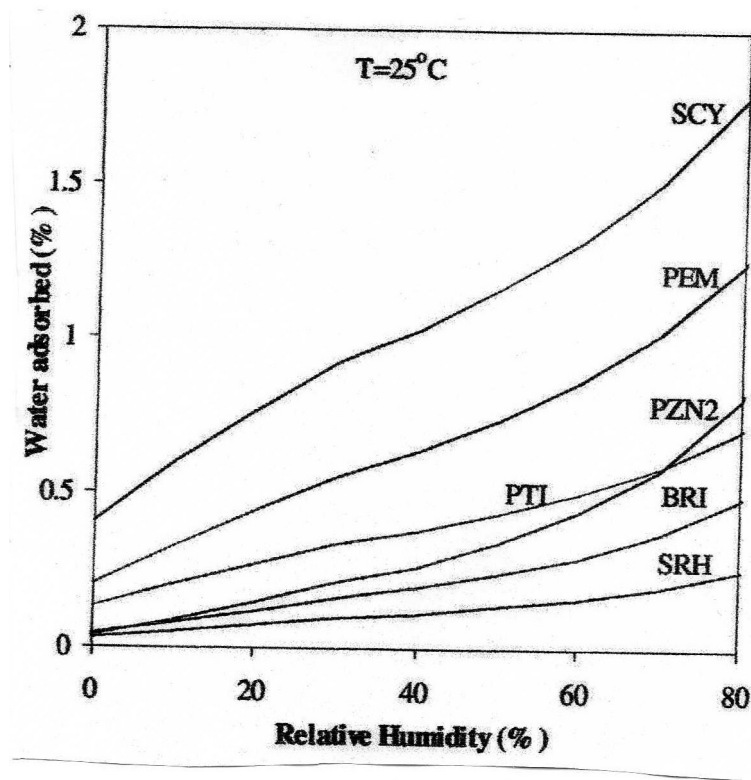


Fig.5.18 Les isothermes de désorption de quelques matériaux de construction [99]

Le mouvement de l'eau s'effectue quand les molécules de l'eau adsorbent une certaine énergie, elles quittent et migrent jusqu'à ce qu'elles seront capturées par d'autres sites. L'énergie est ainsi reçue par d'autres molécules et le processus se répète.

Bramhall [80] a montré que cette énergie « énergie d'activation de la diffusion _ sorption » est égale à la chaleur d'évaporation de l'eau.

Mais, le mouvement de l'eau adsorbée ne peut pas être simplement défini comme un processus de diffusion, qui souvent crée une confusion dans l'analyse du transfert de l'humidité liquide dans le processus de séchage.

La conductivité de l'eau adsorbée est fortement influencée par la teneur d'humidité. Par conséquent le mouvement de l'eau adsorbée est dû à un écoulement le long de très fins capillaires ou dans les membranes cellulaires.

Le calcul de la saturation est fait, en prenant l'énergie d'adsorption égale à celle d'évaporation d'eau [27] et comme deuxième cas, égale à une valeur constante expérimentale [5] (fig.6.19).

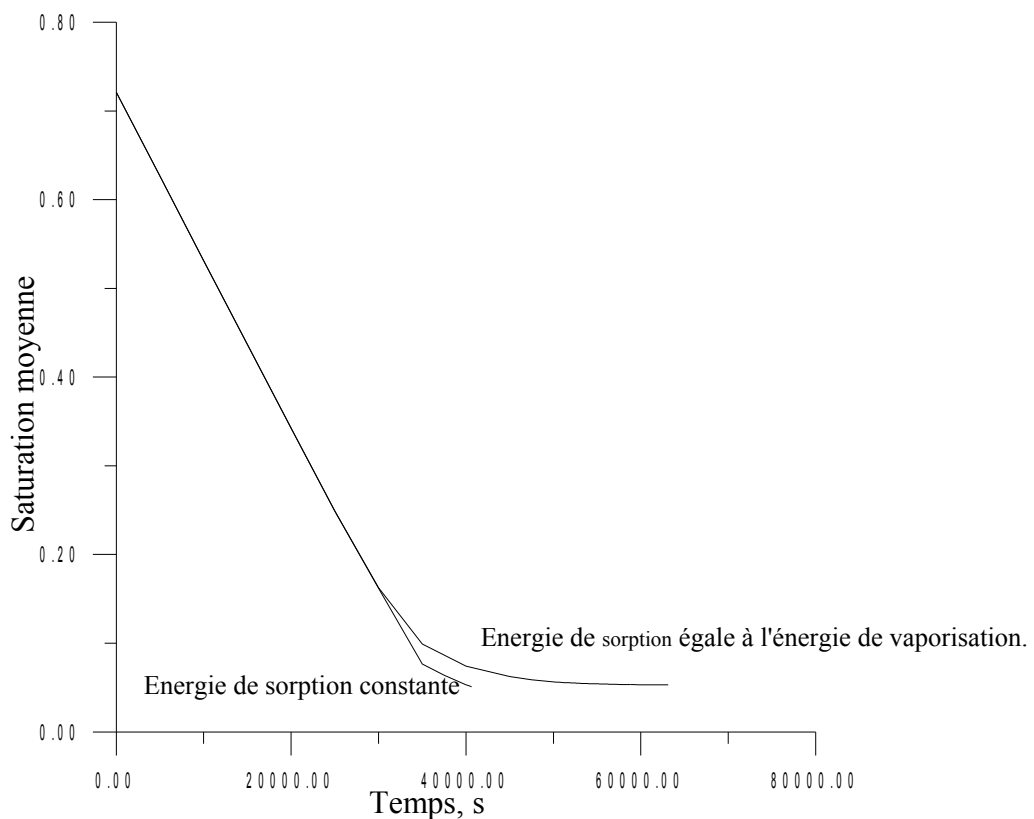


Fig.6.19 Variation de saturation en fonction de l'énergie d'adsorption

Lors de la première phase de séchage, la température est quasiment constante. Elle est prise initialement supérieure à la température du bulbe humide. Pendant la phase à flux décroissant,

elle croit puis elle se stabilise à une valeur d'équilibre proche de la température de l'air de séchage.

Le transfert d'humidité est accompagné d'un transfert de chaleur mais en sens inverse (fig.6.20) comme l'a montré Whitaker [27] par son modèle complet (fig.6.21)

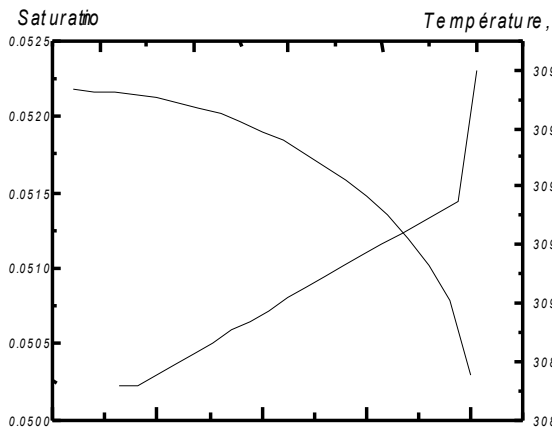


Fig.5.20 La variation inverse de la température par rapport à la saturation

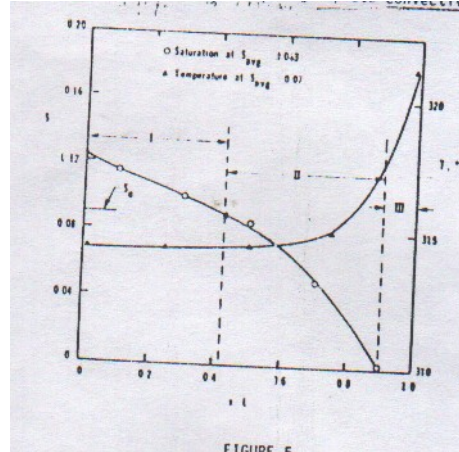


Fig.5.21 La variation inverse de la température par rapport à la saturation(Whitaker [27])

Le profil de température au sein du matériau (fig.6.22) montre que la variation de la température est lente comparée avec celle de l'humidité. Ceci est du essentiellement à la conductivité thermique qui dépend de la température et de la saturation. Il est comparable à celui de Ceaglesk et Hougen (fig.6.23).

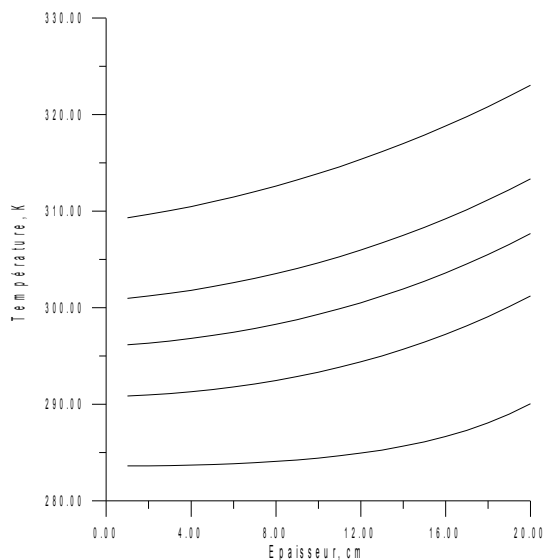


Fig.6.22 Profil de température

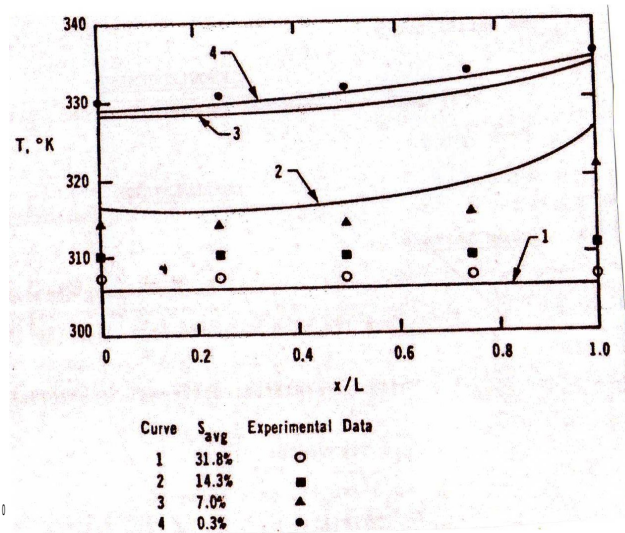


Fig.6.23 Profil de température (Ceaglesk et Hougen [27])

Pour le matériau non hygroscopique (brique), le transfert de chaleur est purement conductif. Par contre pour le matériau hygroscopique (béton), le transfert du à la chaleur latente

d'évaporation s'ajoute au flux conductif. On voit ceci sur la variation de température de la figure (6.24) qui montre son augmentation rapide.

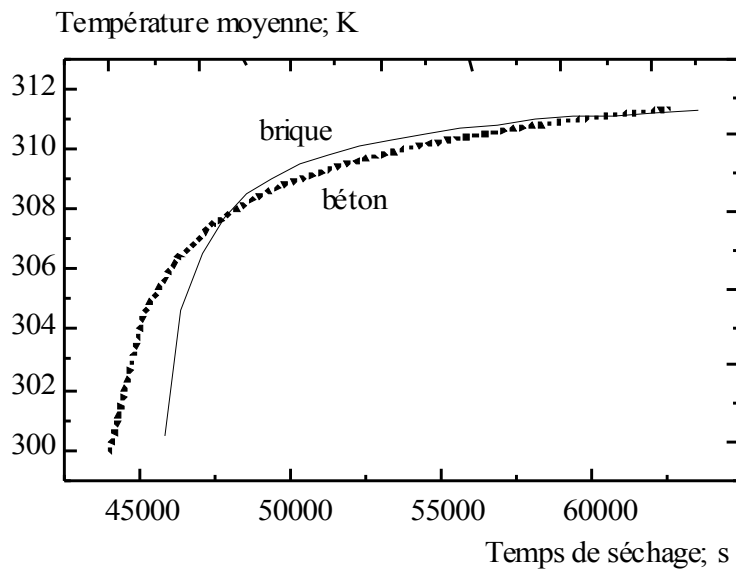


Fig.6.24 Variation de la température au sein du béton et la brique

Ainsi que la température en surface du béton (fig.6.25) montre une période de transition entre l'augmentation rapide et la pseudo _ stabilisation. Ainsi qu'au niveau du front (fig.6.26).

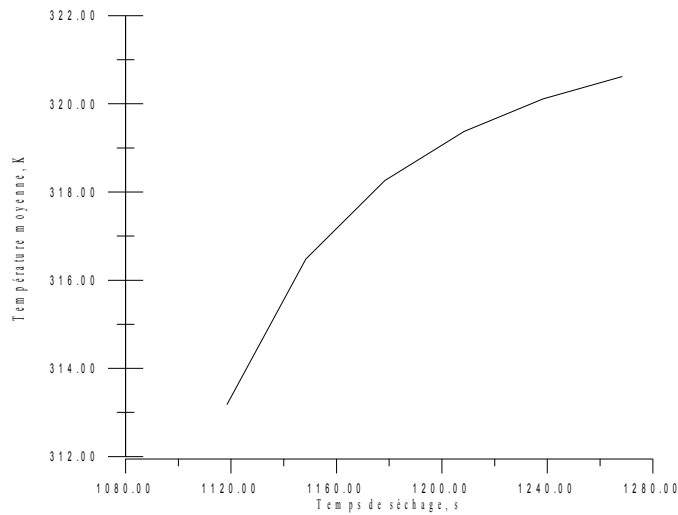


Fig.6.25 Variation de la température en fonction du temps du béton.

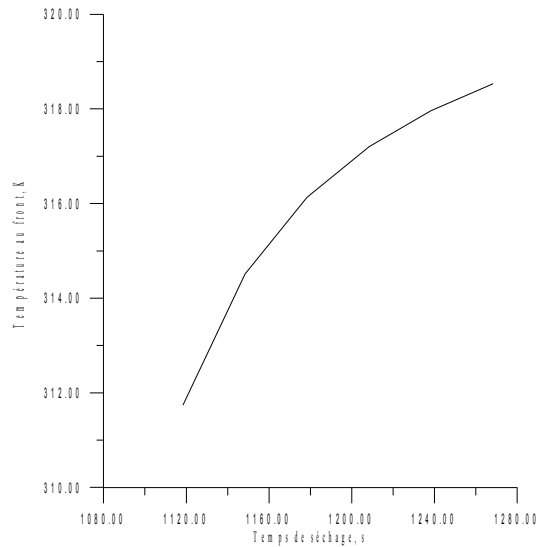


Fig.6.26 Variation de la température au front du béton.

En résumant, les résultats indiquent qu'au début du processus de séchage, la courbe de séchage de tous les matériaux de construction choisis, présente une section du taux de séchage constant pour des conditions de séchage constantes. Cet effet est désigné par la première période de séchage, elle dure tant que la teneur d'eau de surface est supérieure à la valeur maximale hygroscopique correspondante. Ceci implique que la première phase de séchage à flux constant existe seulement si la teneur d'eau du produit est très supérieure à la valeur maximale hygroscopique de la teneur en eau.

Comme on a vu, que pour caractériser le caractère hygroscopique, l'introduction des isothermes de sorption est faite par des corrélations à partir des données expérimentales. Et aussi pour déterminer la valeur de saturation à l'équilibre. Cette valeur est définie comme étant, pour une valeur de l'humidité relative ϕ et la température T , la valeur de la teneur d'eau pour laquelle le matériau ne gagne, ni ne perd de l'humidité, dans un autre terme c'est la valeur minimale de teneur en eau pour laquelle un matériau peut théoriquement être séché dans des conditions données.

Dans la figure (6.9)(matériau non hygroscopique) $S_{\text{eq}}=0.02$ pour la brique et pour l'argile (matériau hygroscopique) $S_{\text{eq}}=0.0025$

3. SENSIBILITE DU MODELE

3.1 Influence de la saturation initiale

L'humidité initiale du produit est un paramètre très influant sur le profil de saturation et sur les valeurs du taux de séchage. L'allure de la saturation en fonction du temps fig.5.27 est modifiée, on voit que les deux phases se confondent pour être une seule pour les faibles valeurs de la saturation initiale. Plus cette humidité est grande, la période à flux constant est longue fig.6.28. Donc, elle doit être réduite le moins possible durant la fabrication du matériau car lors de on utilisation dans les parois des bâtiments, elle s'ajoute à l'humidité de l'environnement ce qui cause des dégâts irréparables.

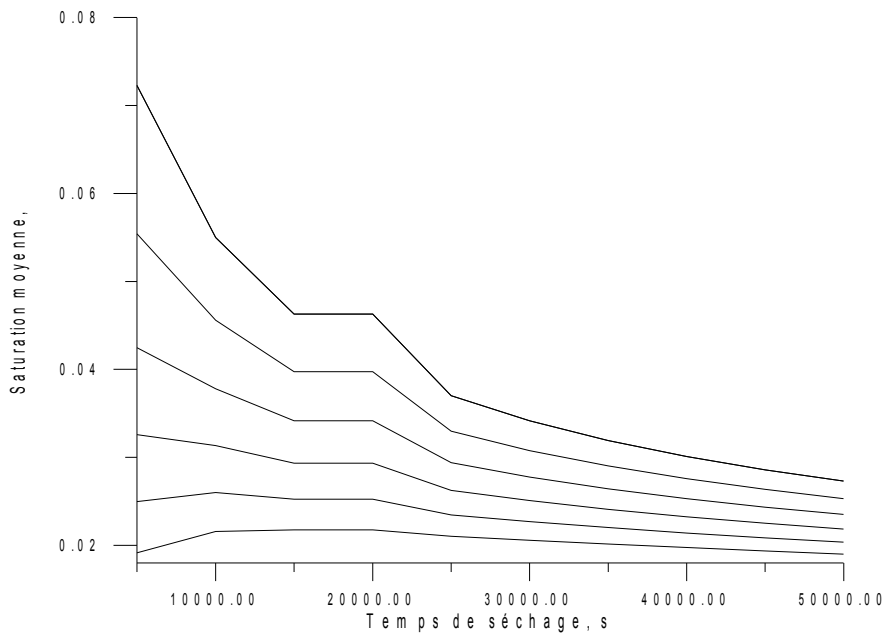


Fig.6.27 Variation de la saturation en fonction de la saturation initiale

Ainsi, on trouve que les spécialistes en assainissement agissent sur cette humidité pour remédier aux dommages apparents des parois des bâtiments.

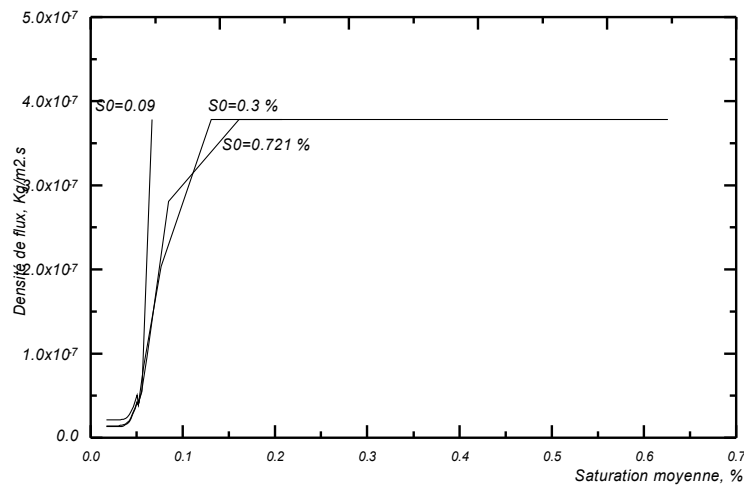


Fig.6.28 Variation de la densité de flux en fonction de la saturation initiale

3.2. Influence des conditions de séchage

Les conditions de séchage sont la température, la vitesse et l'humidité relative de l'air. Elles influent sur le processus de séchage par l'intermédiaire du coefficient de transfert convectif de masse et de chaleur.

Comme on a précisé dans le chapitre 3 que le calcul des coefficients de transfert de chaleur et de masse se fait en utilisant les nombres adimensionnels (nombre de Nusselt et nombre de Prandtl) qui sont fonction de la vitesse et de la viscosité (nombre de Reynolds) de l'air de séchage et qui sont calculés à la température moyenne de l'air de séchage et la température initiale du matériau [111]. Sur les figures (6.29), (6.30) et (6.31), l'influence du coefficient de transfert de masse est remarquable, avec sa diminution, la température s'accroît pour atteindre une valeur d'équilibre. Ceci s'explique par les sens inverses du flux de masse et du de chaleur fig.(6.32).

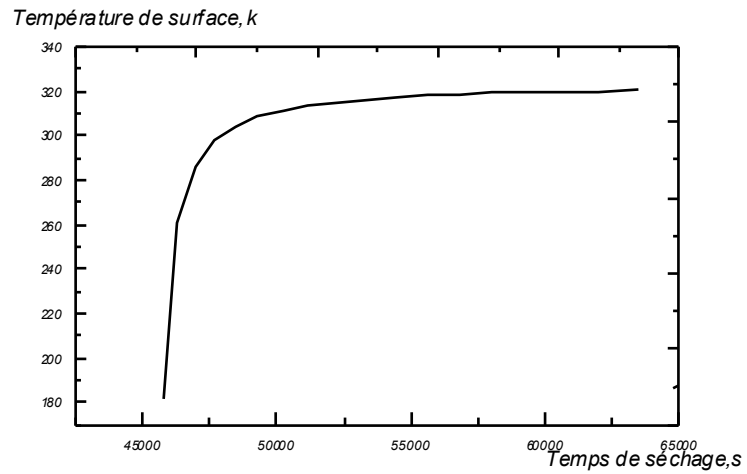


Fig.6.29. Evolution de la température de surface au cours du temps

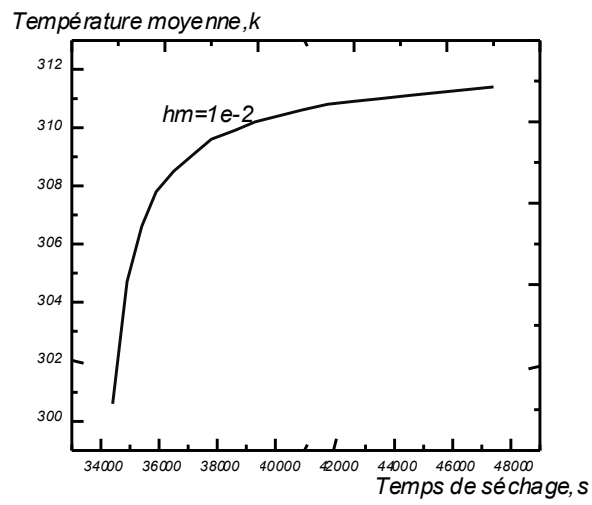


Fig.6.30. Evolution de la température au cours du temps

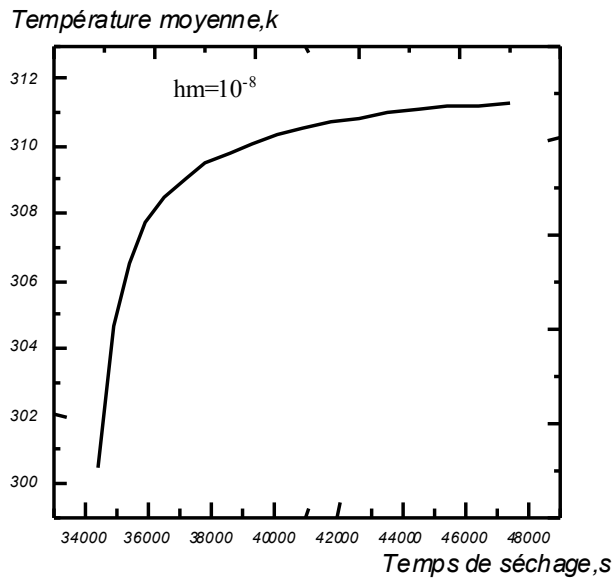


Fig.6.31. Evolution de la température au cours du temps

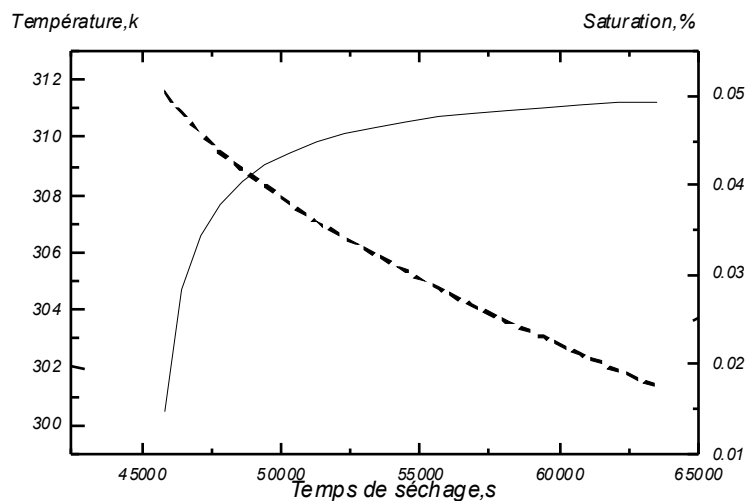


Fig.6.32 Evolution en sens inverse de la saturation et de la température

Donc la rapidité de séchage augmente quand la vitesse augmente de 2m/s à 5m/s. Ceci est dû essentiellement à une augmentation de la convection à la surface du produit avec la vitesse de l'air de séchage.

Une augmentation de l'humidité relative de l'air séchant induit une diminution du flux isenthalpe. En effet le pouvoir évaporateur de l'air évolue dans le sens contraire de l'humidité. Ainsi, pour un air saturé ($\varphi=100\%$), la vitesse de séchage est nulle. La teneur en eau (saturation) critique évolue dans le même sens que le flux isenthalpe alors que la teneur en eau d'équilibre augmente avec l'humidité relative.

Le coefficient de transfert de chaleur exprime aussi les conditions extérieures de séchage, son influence apparaît sur le profil de température fig.(6.33)

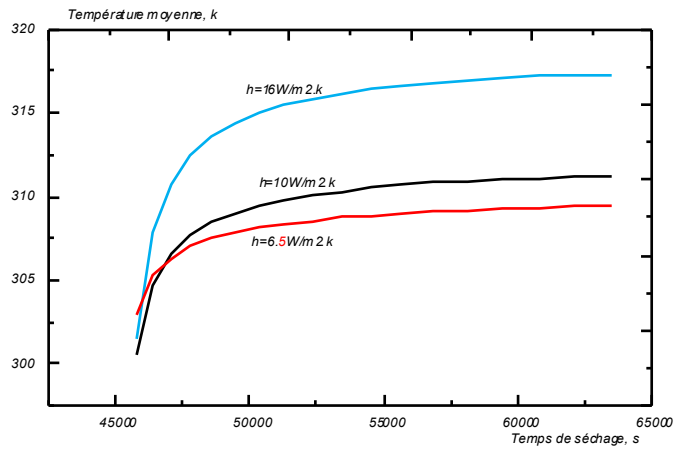


Fig.6.33. Profil de température pour différentes valeur de coefficient de transfert de chaleur

3.3. Influence de la porosité

La porosité est mesurée dans un porosimètre, elle est liée au produit. Elle ne peut donc être que moyenne au regard de la dimension du matériau et sa détermination peut imposer l'échelle minimale à laquelle on peut travailler. Puisque notre modèle est homogène et indéformable c'est-à-dire la porosité est constante (elle peut évoluer durant le séchage, en particulier, si la répartition des pores est hétérogène qui n'est pas notre cas) et la dimension des pores se trouve modifiée (apparition de contraintes hygrothermiques) et provoquent l'emprisonnement de molécules d'eau gênant le processus d'évaporation [112].

Donc la porosité du matériau est un paramètre qu'on doit appréhender. Si on diminue sa valeur, on constate que le temps de séchage diminue et la saturation atteint sa valeur d'équilibre plus vite ceci s'explique que l'évaporation en surface devient dominante

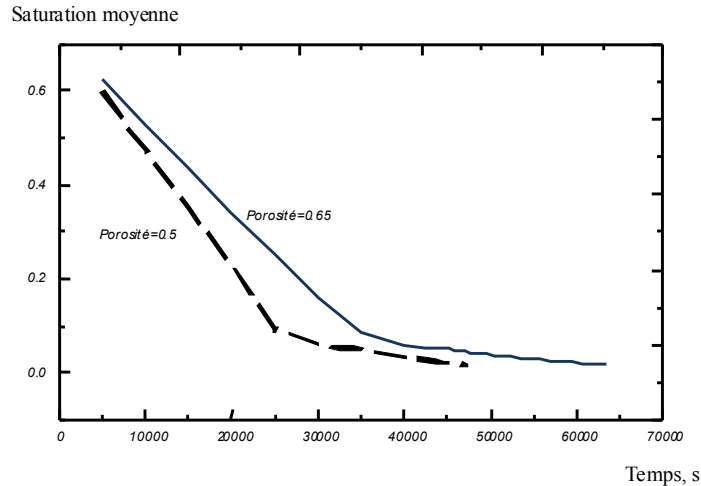


Fig.6.34 Variation de la saturation pour deux valeurs de la porosité

par rapport à la diffusion du sein du matériau fig.6.34.

La période de premier ralentissement n'existe pas, il y a seulement une période constante puis une décroissance à peu près brusque de la densité de flux d'évaporation en fonction de la saturation fig.6.35.

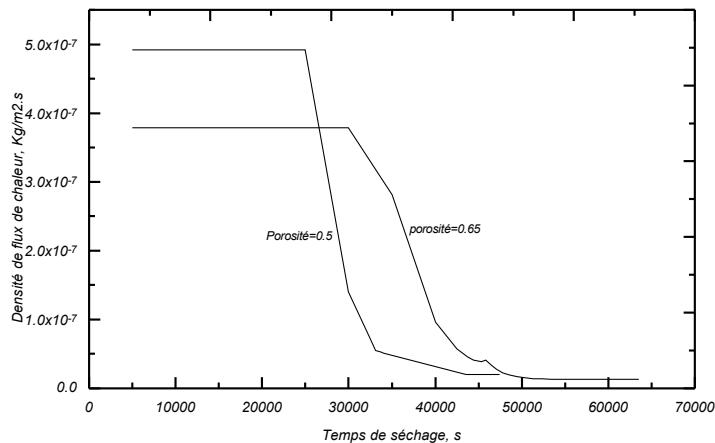


Fig.6.35 Variation de densité de flux pour deux valeurs de porosité

3.4. Influence de l'hygroscopicité

La comparaison des évolutions figures (6.1), (6.36) et (6.37) montre que la variation du coefficient de diffusion (dans le matériau hygroscopique s'ajoute le coefficient de diffusion de l'eau liée), n'a pas une grande influence sur l'allure globale de la cinétique de séchage ; deux période à flux constant et à flux décroissant. Mais, on constate que la décroissance

devient lente (fig.6.36). Elle peut s'expliquer par le fait que, pour des valeurs élevée du coefficient de diffusion, l'évaporation d'eau à l'interface est rapidement compensée par un

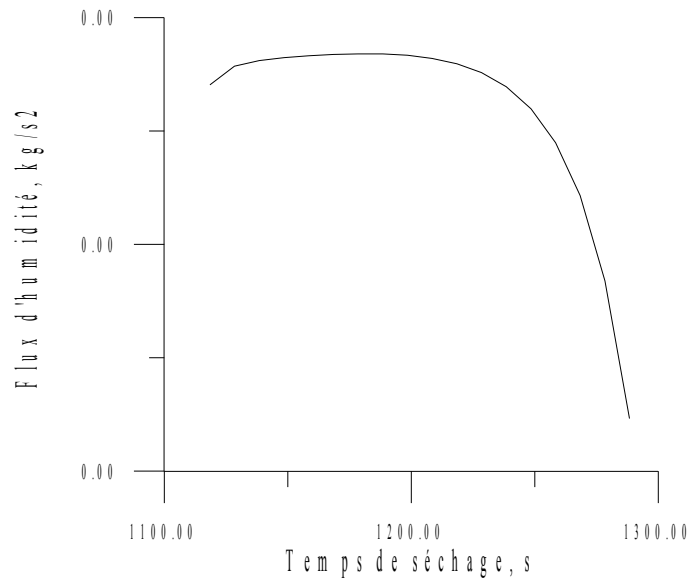


Fig.6.36 Variation du taux d'évaporation du béton (hygroscopique)

Flux d'eau interne vers la surface.

Ces observations montrent que la zone des fortes teneurs en eau, qui occupe le matériau, a le rôle principal dans la cinétique de séchage.

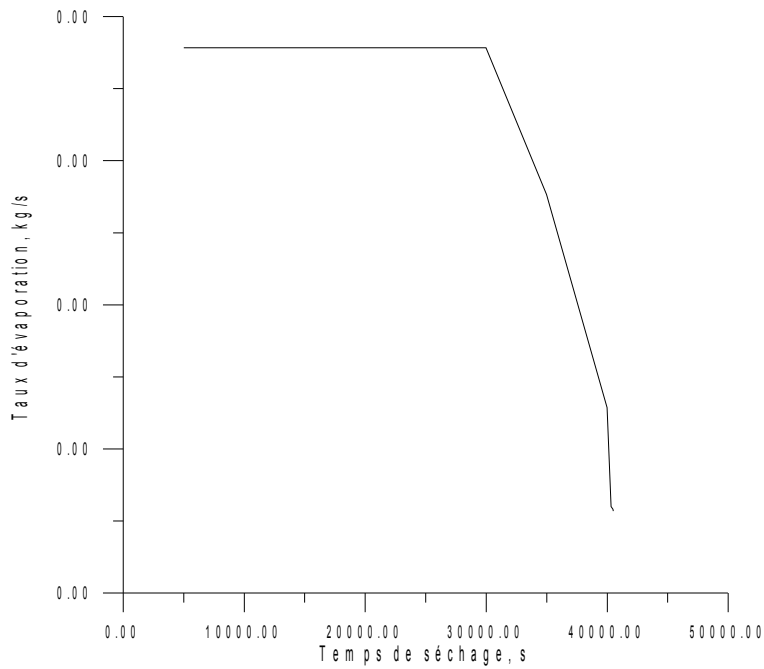


Fig.6.37 Variation du taux d'évaporation du béton (hygroscopique)

Le temps de séchage vari considérablement suivant la valeur maximale de sorption. L'hygroscopicité se manifeste quand le flux d'évaporation interne est signifiant et se manifeste par l'apparition du front d'évaporation. La modélisation de ce phénomène se base sur la connaissance de la chaleur nécessaire au changement de phase entre eau et vapeur [113].

3.5. Influence de la conductivité thermique

Les matériaux de construction poreux et hygroscopiques du fait de leur structure, sont le siège de transferts thermiques complexes du fait du couplage conduction, rayonnement et du transfert d'humidité en phase liquide et vapeur.

Dans ces matériaux, les pores sont de faibles dimensions (hygroscopiques), la part du flux convectif peut être négligée. Les parts du rayonnement, du transfert de masse en phase liquide et vapeur pour un matériau no saturé ne seront pas prises en compte au voisinage de la température ambiante. Par conséquent, le transfert thermique peut être considéré purement conductif et la connaissance de la conductivité thermique revêt une grande importance.

On a utilisé dans la simulation des valeurs expérimentales (béton et argile) et des valeurs théoriques (brique et plâtre).

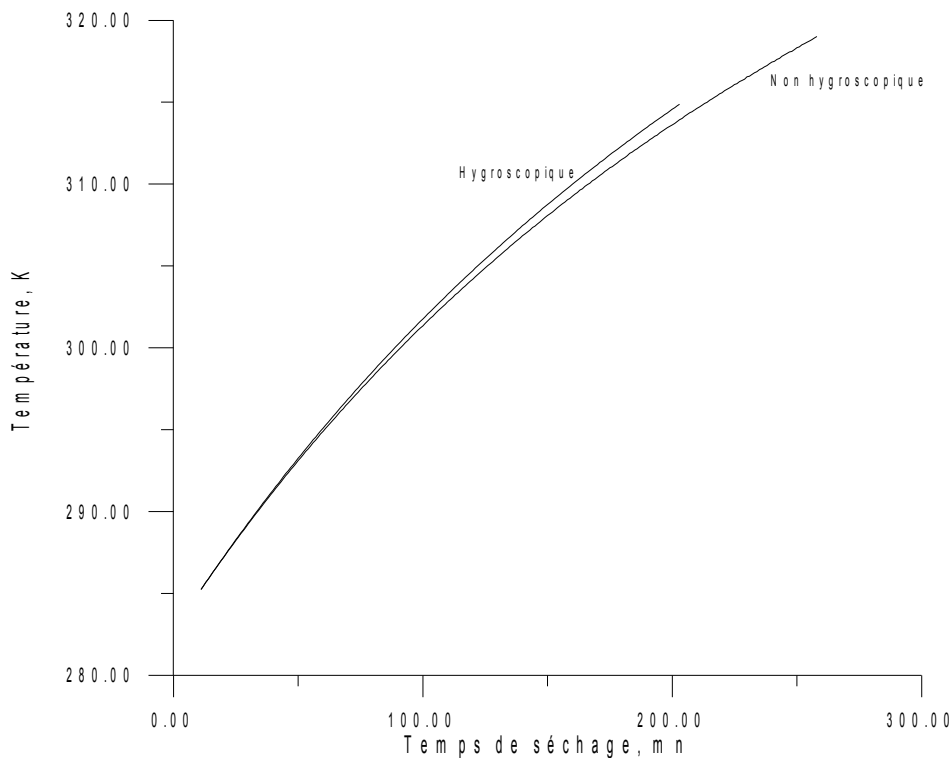


Fig.6.38 Variation de la température en fonction du temps.

Les méthodes utilisées pour le calcul ne permettent qu'une estimation de sa valeur parce qu'on ne dispose que d'informations partielles sur la géométrie réelle du matériau et aussi parce que les propriétés thermiques des grains et les résistances de contact ne sont connues qu'avec une certaine incertitude.

Puisque la conductivité thermique dépend de la structure du matériau, on voit ceci sur la variation de température (fig.6.38).

4. CONCLUSION

- Dans le modèle de diffusion, les conductivités thermiques « apparentes » et « pures » sont égales car les températures sont faibles, ainsi que le gradient de température [115].
- Les termes de convection sont négligeables car le gradient d'humidité a souvent plus d'influence sur le transport de liquide que sur le transport de vapeur.
- La chaleur latente de vaporisation joue un rôle important sur la conservation d'énergie.
- Pour calculer les échanges de l'enveloppe du bâtiment, il faut prendre en considération les effets de transfert de l'humidité sur le transfert de chaleur
- De part leur signification physique, les coefficients phénoménologiques conditionnent de manière fondamentale les caractéristiques des phénomènes de transfert de chaleur et d'humidité pouvant se développer dans les matériaux utilisés dans les structures de bâtiment: le coefficient de diffusion massique a conditionné la cinétique du phénomène de thermo migration.

■ CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Fondé sur l'identification du milieu poreux à un milieu continu fictif équivalent pour lequel les valeurs locales des variables et paramètres physiques sont identifiés à des valeurs moyennes sur un certain volume de milieu poreux, et dans le cadre des hypothèses qui ont été précisées par Whitaker et Luikov qui sont généralement satisfaites dans le processus de transfert de chaleur et de masse rencontrés en thermique du bâtiment. Deux modèles mathématiques ont été établis pour décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse au sein des matériaux poreux hygroscopiques et non hygroscopiques lors de l'opération de séchage.

Les conclusions suivantes ont été tirées :

- La première phase de séchage existe toujours (sauf cas particuliers), et elle constitue la période la plus dangereuse (spécialement pour les matériaux de construction). Le produit (non hygroscopique et hygroscopique), lors de cette phase se comporte comme la surface libre du liquide parce qu'il est couvert par un film continu de liquide. Néanmoins, il est difficile d'expliquer quel type de forces pouvait créer et préserver ce film. Mais, cette phase est contrôlée par les conditions extérieures de séchage (température, vitesse, humidité relative de l'air de séchage, coefficients de transferts convectifs de masse et de chaleur,...). Cette phase est décrite par l'équation de diffusion ;
- Pour la deuxième phase de séchage, un front de séchage apparaît divisant le produit en deux zones ; une zone humide et une zone sèche. L'humidité est répartie uniformément dans la zone humide comme dans la première phase. Mais, dans la deuxième zone, quand l'humidité décroît jusqu'à la valeur nulle, le matériau est complètement sec, la zone est une zone sèche pour les matériaux non hygroscopiques et quand l'humidité atteint une valeur très petite et finie (valeur maximale de sorption), la zone est une zone de sorption pour les matériaux hygroscopiques. Cette phase est contrôlée par les propriétés structurales et thermo physiques du produit.

- Dans les matériaux hygroscopiques, le mécanisme de transfert de masse est décrit complètement en introduisant les isothermes de sorption qui sont l'identité structurale de chaque matériau. Elles permettent, non seulement de décrire le mouvement de l'eau liée mais de déterminer les critères nécessaires à avoir une bonne qualité du produit.
- Par deux modèles simplifiés monodimensionnels introduisant un coefficient de diffusion de masse global, les résultats étaient comparables à ceux déterminés par des modèles sophistiqués (modèle complet de Whitaker) et des expériences (Ceaglesk et Hougen).
- L'utilisation des résultats de la simulation dans le calcul thermo hydrique des parois des bâtiments, renseigne sur leur comportement vis à vis des conditions climatiques et/ou d'occupation.
- Il est important pour les parois de haute résistance à l'humidité (dans un climat humide ou sec) de prendre en compte les profils de teneur d'humidité pour évaluer correctement le transfert de chaleur conductif.
- L'étude de sensibilité du modèle par rapport à quelques propriétés, permet de comprendre le comportement du matériau vis-à-vis de l'humidité quelque soit son état et sa structure.

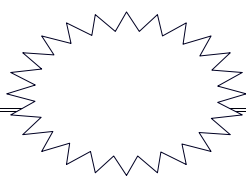
La modélisation mathématique est une nécessité pour comprendre et optimiser les performances des systèmes (séchoirs) et des bâtiments.

Cette étude a pour objectif de simplifier les modèles sophistiqués pourvu qu'on obtient des résultats satisfaisants.

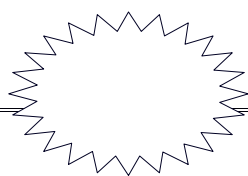
En complément à ce travail , il serait souhaitable d'introduire les profils trouvés (de température et d'humidité) dans le calcul des bilans globaux des séchoirs et des bâtiments afin de déterminer les critères d'économie d'énergie, de minimiser le temps de séchage et les effets de l'environnement pour les bâtiments et assurer une bonne qualité du produit. En ce qui concerne, les expériences sur le comportement des matériaux de construction face à l'humidité, il serait utile d'établir des exigences précises et de prévoir des instruments de laboratoire uniformisés qui reproduiraient dans la mesure du possible, les conditions de mise en œuvre des matériaux.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **Sassi Bennasrallah**, Contribution à l'étude des transferts couplés de chaleur et de masse. Application aux phénomènes d'évaporation par convection naturelle et au séchage convectif de milieux poreux. Thèse de doctorat en science physique ; université de Poitier, 1987
- [2] **R.Toei**, Drying mechanism of capillary porous bodie. Drying Technology 1992
- [3] **S.Bories** . Transfert de chaleur et de masse dans les matériaux. Analyse critique des différents modèles mathématiques utilisés, l'humidité dans le bâtiment, Séminaire organisé avec la collaboration de l'U.N.E.S.C.O. par le collège international des sciences de la construction à Saint Remy-les chevreaux (France) 1982 ; pp 17-32.
- [4] **Mihoubi**, Déshydrations d'argiles par compression et séchage : aspects de modélisation de simulation. Thèse de doctorat, Université de Pau et des pays de l'Adour, France, 2004.
- [5] **J-Puiggali**, Séchage de processus physique aux procédés industriels, Lavoisier -Technology et Documentation.
- [6] **André charreau & Roland Cavaille** : Séchage I Théorie et Calculs, Technique de l'ingénieur. Traité Génie et procédés chimiques.
- [7] **M.Giat et M.C.Croubell** , Problèmes de séchage en milieux poreux. Application à un toit de tuiles de terre cuite. Revue générale de thermique, n°324, Decembre 1988 .
- [8] **Thai hong vu**, Influence of pore size distribution on drying behavior of porous media by a continuous model, Thèse d'état, genechmigt durch die Fakultat fur Verfahrens-und System technik der otto-von-Guericke, Universitat Magdeburg, Jul. 2006.
- [9] **S.laribi**, Ecoulements poly phasiques dans les milieux poreux stratifiés avec un écoulement orthogonal aux strates, Thèse de doctora, Université de Boumerdes, 1990.
- [10] **J.F.Daian , J- Saliba** , Détermination d'un réseau aléatoire de pores pour modéliser la sorption et la migration d'humidité dans un mortier de ciment I.J.H.M.T.34 (8) – 1991 ;pp 2081 – 2096
- [11] **S.C.Nowicki, H.T. Davis, L.E.Scriven**, Microscopic determination of transport parameters in drying porous media, Drying Technology 10 (4), 1992 pp, 925-946.
- [12] **O.A.Plum, M.Prat**, Microscopic models for the study of drying of capillary porous media, Drying Technology, edited by A.S.Mujumdar 1992, pp .397-406.
- [13] **M.Prat**, Percolation model of drying under isothermal conditions in porous media, Int.J Mult. Flow 19, 1993, pp 691 – 704.
- [14] **M. Prat**, Recent advances in pore scale model for drying of porous media, Chemical Engineering Journal 86, 2002, 153-164.



- [15] **E. Tsatsas**, *Measurement and modeling of intraparticle drying kinetics: A review*, *Drying Technology*, edited by A.S.Mujumdar, 1992, pp 17 – 41.
- [16] **J.R.Philip, DeVries**, *Moisture movement in porous materials under temperature gradient*, *Transaction Am. Geo. Union*, vol.38, n°2, April 1957 ;pp 222 -232 .
- [17] **A.V.Luikov**, *Heat and mass transfer in capillary porous bodies*, Pergamom Press, 1966.
- [18] **I.W.Turner, P.G.Jolly**, *Combined microwave and convective during of porous material*. *Drying Technology* 9(5), 1991, pp 1209 -1296.
- [19] **M.Fortes, M.R.Okos**, *Drying theories their bases and limitations as applied to foods and grains*, *Advances in Drying 1*, Mujumdar A.S. (editor), Hemisphere publ. corp. Washington DC, 1980, pp.119 - 159.
- [20] **O.Krischer, K.Kroll**, *Bases scientifiques de la technologie de séchage (traduction du centre technique des industries aéraulique et thermique)*.
- {21} **O.Krischer, W.Kas**, *Die wissenschaftlichen grundlagen der trocknungstechnik, erster band, dritte auflage*, Springer, Berlin, 1992
- [22] **P.Eishi Chen, D.C.T.Pei**, *A mathematical model of drying processes*, *Int.J.Heat and Mass Transfer*, vol 37, n°2, 1989, pp. 297-310
- [23] **D. Berger, D.C.T.Pei**, *Drying of hygroscopic capillary porous solids – A theoretical approach* *Int.J.Heat and Mass Transfer*, vol. 16, Pergamon Press, 1973, pp .291 – 301.
- [24] **S.Whitaker**, *Heat and mass transfer in granular porous media*, *Advances in drying*, vol 1, 1980, pp. 23 - 61
- [25] **S.Whitaker**, *Moisture transfer mechanism during the drying of granular porous media*. *Proceeding of fourth .int symposium*, vol.1, 1984, pp 31 -42
- [26] **S.Whitaker**, *Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media : a theory of drying*, *Advances in heat transfer*, Academic ,press 13, 1977, pp.119-203.
- [27] **K.Lewis**, *The rate of drying of solid materials*, *Ind .Eng. Chem.*13, 1921, pp.427.432
- [28] **Giovanni Massari**, *Bâtiments humides et insalubres; Pratique de leur assainissement*, édition Eyrolles, Paris 1970.
- [29] **P.Crausse, G.Bacon et C.Zaccone**, *Diffusion de l'humidité dans les matériaux -Détermination des coefficients de diffusion capillaire*, *L'humidité dans le bâtiment*, Séminaire organisé par la collaboration de l'UNESCO par le collège international des sciences de la construction à Saint Remy les chevreux, France, 1982, pp 33-51.
- [30] **Roland Foconnier**, *Influence de l'humidité sur la consommation énergétique d'un bâtiment en chauffage discontinu. Modélisation et couplage des phénomènes*, *L'humidité dans le bâtiment*, *L'humidité dans le bâtiment*, Séminaire organisé par la collaboration de



l'UNESCO par le collège international des sciences de la construction à Saint Remy les chevreusex, France ,1982 pp 147-186.

[31] **R.Dehausse** , *Energétique des bâtiments I. Calcul des enveloppes.*

[32] **S.Larbi**, *Diffusion d'air humide avec condensation de vapeur d'eau en milieu poreux, Int Journal Heat and Mass Transfer, vol.38, n°13*

[33] **P.Delcellier**, *Evolution des risques de condensation vis-à-vis de l'augmentation de l'isolation, L'humidité dans le bâtiment. Séminaire organisé par la collaboration de l'UNESCO par le collège international des sciences de la construction à Saint Remy les chevreux, France, 1982, pp183-190.*

[34] **A.Daniel Quenard** et **Dale P.Bentz, Edward J. Garboczi**, *Capillary condensation, hysteresis and image analysis, Drying'92, edited by A.S.Mujumdar, Elsevier Science Publishers B.V., 1992, pp 253 . 262.*

[35] **S. Whitaker**, *Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: A theory of dry J.P.Hatnett, T.F.Ivrine (eds), Advances in Heat Transfer, vol.13, Academic Press, New York, 1977*

[36] **J.Bear, J.Bensabat**, *Heat and mass transfer in unsaturated porous media at hot boundary, I. One dimensional analytical model, Transport in porous media 6 (2.), 1991, pp-281-298.*

[37] **Z.Q. Chen, M.H. Shi**, *Study of heat and moisture migration properties in porous building materials, Applied Thermal Engineering 25, 2005, pp. 61-71.*

[38] **Yves Couasnet**, *contribution à l'étude du transfert de vapeur d'eau en régime permanent et non stationnaire dans les matériaux poreux hygroscopiques, Cahiers du Centre Scientifique et Technique du bâtiment. Sept.1989*

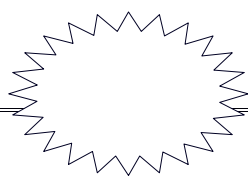
[39] **B.Perrin** et **W.Kamel**, *Behaviour of multilayers walls with different vapor permeability of external coating, Drying'92, A.S.Mujumdar, 1992*

[40] **A.A.J.Ketelaars, O. Lauf, W.J. Coumans**, *Determination of diffusion coefficients from experimental moisture concentration profiles in clay, Drying'92, A.S.Mujumdar, 1992*

[41] **K.Murugesan, H.N.Suresh**, *A theoretical model of brick drying as a conjugate problem, Int. Journal of Mass Transfer, 44, 2001, pp. 4075 -4086,*

[42] **Yves Demars, Catherine Langlais et soin Klassfeld**, *Etude en vraie grandeur de la diffusion de la vapeur d'eau à travers des parois verticales isolées en maçonnerie, Centre de Recherche Industrielle, Rantigny, France.*

[43] **Abdeslam Laghcha**, *Contribution à l'étude des transferts gazeux et liquide au sein des parois en béton endommagées sous sollicitation thermo-hydrigue, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006*



[44] **V.Baroghel Bounny**, *Caractérisation des pâtes de ciments et des bétons (méthode, analyse, Interprétation)*, Paris, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 1994, p 468.

[45] **R.B.Anderson**, *Modification of Brunauer, Emmet and Teller equations*, *Journal of the American Chemical Society*, vol.68, 1946, pp. 686-691.

[46] **J. Andrieu, C.Jallut, A. Stamatopoulos et M. Zafiropoulos**, *Identification of water apparent diffusivities for drying of corn based extruded pasta*, *Sixth international drying. Symposium IDS'88, Versailles, 5 – 8 September 1988*

[47] **J. Andrieu, A. Stamatopoulos, M. Zafiropoulos**, *Equation for filling desorption isotherm of durum wheat pasta*, *Journal of Food Technology*, vol.20, 1985, pp. 651-658

[48] **M. Karoglou, A. Moropoulou, Z. B. Maroulis et M. K. Krokida**, *Water sorption isotherms of some building materials*, *Drying Technology*, 23, 2005, pp. 289 - 303.

[49] **D. Mihoubi, F. Zagrouba, M. Ben Amor et A. Bellagi**, *Drying of clay 1. Material characteristics*, *Drying Technology* 20(2), 2002, pp. 465 - 487

[50] **G.E.C. Salazar**, *Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide*, *Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure d'Art et Métiers Centre de Bordeaux*, 2006

[51] **L. Alarcon Ruiz**, *Analyse de l'évolution des propriétés microstructurales des bétons lors d'une élévation de la température*, *PHD Thesis, ENPC, Paris*, 2003

[52] **G.Mayer, F. Jacobi, F.H. Wittman**, *Experimental determination and numerical simulation of the permeability of cementitious materials*, *Nuclear Engineering and Design*, vol.138, 1992, pp. 171- 177

[53] **J.Crank**, *The mathematics of diffusion*, 2nd ed, Oxford, Clarendon Press, 1975.

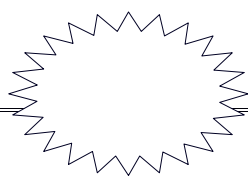
[54] **J. Arfvidsson, J. Malcolm Cunningham**, *A transient technique for determining diffusion coefficients in hygroscopic materials*, *Building and Environment* 35, 2000, pp. 239 - 249.

[55] **H.S.Carlaw, J.C.Jaeger**, *Conduction of heat in solids*, 2nd ed, Oxford, University Press, 1959, pp. 8 - 13.

[56] **J. Arfvidsson, J. Claesson**, *A PC based method to calculate moisture transport*, *Heat and Mass Transfer in Building Materials and Structures*, Dubrovnik, ICHMT, Yugoslavia, 1989.

[57] **J. Drchalova, R. Cerny**, *Non steady state methods for determining the moisture diffusivity of porous materials*, *Int. comm. Heat Mass Transfer*, vol. 25, n° 1, 1998, pp. 109 - 116

[58] **S. Abdallah, H. Azary**, *An inverse problem for non linear diffusion equation*, *Nonlinear Analysis, Theory, Method et Application*, vol. 28, n°4, 1997, pp. 589 - 593



[59] **K. Ghazi, Wakili, H.Binder, R. Vonbank**, *A simple method to determine the specific heat capacity of thermal insulations used in building construction*, *Energy and Building*, 35, 2003, pp. 423 - 415.

[60] **Koray Vlgen**, *Experimental and theoretical investigation of effects of wall's thermo physical properties on time log and decrement factor*. *Energy and Building* (34), 2002, pp273 - 273

[61] **M.Sait Soylemez**, *On the effective thermal conductivity of building bricks*, *Building and Environment*, 34, 1999, p. 15

[62] **Bouguerra, A.Ait Mokhtar, O. Amiri, M.B.Diop**, *Measurement of thermal conductivity, thermal diffusivity and heat capacity of highly porous building materials using transient plane source technique*, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol .38, n°8, 2001, pp. 1065-1078

[63] **G.C.Glatzmaier, W. F. Ramirez**, *rev.Sci.Instrum*, 56, 1394, 1985

[64] **G.Backstrom**, *J.Phys. E Sci. Instrum.* 15, 1049 - 1982

[65] **J.P.Cull**, *J.Phys. E Sci. Instrum.*, 7, 771, 1974

[66] **S.E.Gustafson** *Rev.Sci.Instrum.*, 62, 797, 19991

[67] **G.Buntebarth, J.R. Schopper**, *Experimental and theoretical investigation on the influence of fluids, solids and interaction between them on thermal properties of porous rocks*, *Phys. Chem. Earth*, vol.23, n°9-10, 1998, pp. 1141 - 1146

[68] **J. Martinez**, *Simultaneous mass and heat transfer during drying of unsaturated capillary porous solids containing multicomponent liquid mixture*. *Drying'92*, edited by A.S.Mujumdar, 1992, pp. 322 - 334

[69] **C.T.Kiranoudis, Z.B.Maroulis, et D,Marinos –Kouris**, *Heat and mass transfer model building in drying with multi response data*, *I.J.H.M.T.*, vol. 38, n°3, 1995, pp. 463 – 480

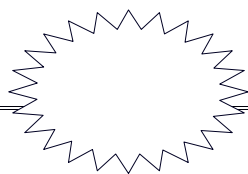
[70] **A.Komar**, *Matériaux et éléments de constructions*, Editions Mir, 1978

[71] **A.Belhamri**, *Sur les cinétiques de séchage de quelques types de matériaux de construction*. *Rev. Sci. Techno.*, Université de Constantine, n° spécial, 1997

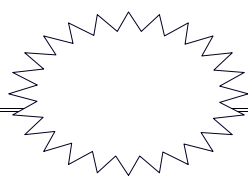
[72] **A.Belhamri**, *Etude des transferts de chaleur et de masse à l'interface d'un milieu poreux au cours du séchage*, *Thèse de doctorat*, Université de Poitiers, 1992

[73] **S.Whitaker et W.Chou**, *Drying granular porous media, Theory and experiment*. *Drying Technology*, volume 1, 1984, pp.3 - 33

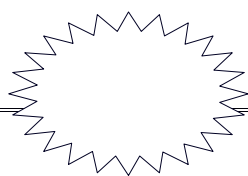
[74] **Ryonzo Toei**, *Drying mechanism of capillary porous bodies*, *Advances in drying, Drying Technology*, volume 2, 1980



- [75] **M.Yoshida**, **H.Miyahita**, **H.Imakoma** & **M.Okazaki**, Estimation of drying rate and determination of moisture diffusivity for non hygroscopic porous material based on the characteristic function for the regular regime, *Drying'92*, edited by A.S.Mujumdar, 1992, pp. 243 – 252
- [76] **R.G.Larson**, **L.E.Scriven** & **H.T.Davis**, Percolation theory of two phases flow in porous media, *Chem. Eng.Sci.*, 36, 1981, pp.57-73
- [77] **E.E.Miller** & **R.D.Miller**, Theory of capillary flow in practical implications. *Proc. Soil Sci. Am.* 19, 1955, pp.267 – 271
- [78] **R.B.Keey**, *Drying principles and practice*, Pergamon Press, Oxford, 1972
- [79] **P.Chen**, *Mathematical modeling of drying and freezing processes in the food industry*. PhD. These
- [80] **G. Bramhall**, Sorption diffusion in wood, *Wood Sci.* 12,3, 1979, pp. 3 - 13.
- [81] **S.Whitaker**, Moisture transport mechanisms during the drying of granular porous media, *Drying'85*, edited by A.S.Mujumdar? Hemisphere Washington, 1985, pp. 21 – 32
- [82] **N.H.Kolhapure** & **K.V.Venkatsh**, An unsaturated flow of moisture in porous hygroscopic media at low moisture contents, *Chemical Engineering Science*, vol.52, n°19, 1997, pp. 3383 – 3392
- [83] **A.Calzetta Resio**, Drying of Amaranth grain: Mathematical modeling and simulation. *Drying 2004, Proceeding of 14th International Drying Symposium (IDS 2004)*, Sao Paulo, Brazil 22-25 August, vol. C, 2004, pp. 1545 – 1552
- [84] **M.N.Ramesh**, Moisture transfer properties of cooked rice during drying, *Libensm Wis, U-Technol.*36, 2003, pp. 245 – 255
- [85] **J.Cammerer**, The effect of moisture on the thermal conductivity of building materials according to the present international literature, *Library Communication*, n°1242, Building Research Station.
- [86] **R. Cadiergues**, *La solution rationnelle pour le calcul des régimes variés*, *Promclim ET9E*, n°5, Décembre 1978
- [87] **Bas Kroes**, *The influence of material properties on drying kinetics*, Technische Univerited Eindhoven, 1999
- [88] **T.Constant**, **P.Perré**, **C.Moyne**, Microwave drying of light concrete from transport mechanisms to explanation of energy savings, *Drying'92*, edited by A.S.Mujumdar, 1992, pp.617 – 626
- [89] **R.Fauconnier**, **B.Florence**, **A.Laugier**, *Le transfert d'humidité dans les matériaux isolants*, *Etudes thermiques et aérauliques*, tome for, n°3, 1979



- [90] **M.I.Khan**, *Factors affecting the thermal properties of concrete and applicability of its prediction models*, *Building and Environment*, 37, 2002, pp. 607 – 614
- [91] **D. Campbell Allen, C.P.Thorne**, *The thermal conductivity of concrete*, *Magazine of concrete Research*, 15 (43), 1963, pp.39 - 48
- [92] **Wilson Nunes Dos Santos**, *Effect of moisture and porosity on the thermal properties of a conventional refractory concrete*, *Journal of the European Ceramic Society* 23, 2003, pp. 745 – 755
- [93] **Kook Han Kim, Sang Eun Jeon et al**, *An experimental study on thermal conductivity of concrete*, *Cement and Concrete Research*, 33, 2003, pp.363 – 371
- [94] **Rebahi Karima**, *Caractérisation des transferts de chaleur dans les matériaux de construction. Mise en marche d'un banc expérimental. Thèse de Magester, 2005*
- [95] **A.J.J.Van Der Zanden, A.M.E.Schoenmakers**, *The influence of sorption isotherms on the drying of porous materials*. *Int.J.Heat Mass Transfer*; vol.39,n°11, 1996, pp. 2316 – 2327
- [96] **Z.Przemyski, C.Stumillo**, *The mathematical modeling of drying process based on moisture transfer mechanim,*
- [97] **P.Perré, I.W.Turner**, *A 3D version of transpore a comprehensive heat and mass transfer computational model for simulating the drying of porous media*. *International J.Heat and Mass Transfer*; 42, 1999, pp.4501 – 4521
- [98] **C.Dietl et al**, *An efficient simulation of the heat and mass transfer processes during drying of capillary porous hygroscopic materials*, *Int.J. of Heat and Mass Transfer*, 42, 1999, pp. 3611 – 3625
- [99] **R.N.Pandy, .K.Srivastava, M.D.Mihailov**, *Solution of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary porous bodies through matrix calculus: a new approach*, *Intern.J.Heat.Mass Transfer*; 42, 1999, pp. 2649 - 2660
- [100] **G.William Slade, Fabrice Gras**, *Introduction to a multiresolution model of drying*, *Drying'98, Proceedings of the 11th International Drying Symposium, Greece, vol.A, 1998*, pp.311 – 318
- [101] **P.Crausse, J.P.Laurent, B.Perrin**, *Influence des phénomènes d'hystérésis sur les propriétés hydriques des matériaux poreux. Comparaison de deux modèles de simulation du comportement thermo hydrique des parois de bâtiment*. *Rev.Gén.Therm*, 35, 1996, pp.95 – 106
- [102] **S.V.Patankar**, *Numerical heat transfer and fluid flow*, *Hemisphere Publi., M.C.raw Hill, New York, 1972*
- [103] **J.C.Slattey**, *Momentum, energy and mass transfer in continua*, *M.C.Craw Hill, New York, 1980*



[104] **C.Truesdell, R.Toupin**, *The classical field theories, Hand Buch der phyik (S.Luge ed.)*, vol.3, Part.1, Springer Verlag, Berlin et New York, 1960

[105] **H.K.Versterg, X.Y.Malasekera**, *An introduction to computational fluid dynamic, The finite volume method, edition Longman, 1995*

[106] **J.Y.Murthy, S.R.Mathur**, *Numerical methods in heat, mass and momentum transfer, Draft notes 2002*

[107] **Pang Shuheng, R.B.Keey & T.A.G.Langrih**, *Modelling the temperature profiles within boards during the high temperature. Drying of Pinus Radiata timber, Dring'92, edited by A.S.Mujumdar, Elsevier Science Publishers, 1992, pp.417 – 433*

[108] **S.Brunauer, P.H.Emett, E.Teller**, *Adsorption of gases in multimolecular layers, J.Amer.Chem.Soc. vol.60, 1938, pp.309*

[109] **H.Bizot**, *Using the GAB model to construct sorption isotherm, “physical properties of foods”, Appl.Science Publ., 1983, pp.43 – 54*

[110] **A.Belhamri**, *Characterization of the first falling rate period during drying of porous material. Drying Technology, vol.21, n°7, 2003, pp.1235 – 1252*

[111] **Achilles Karagiozis, Mikael Salonvaaro**, *Hygrothermal system performance of whole buildings, Building and Environment 36, 2001, pp.779 - 787*

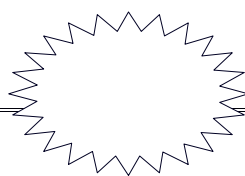
[112] **D.Kulasiri, S.Samarasinghe**, *Modeling heat and mass transfer in drying of biological materials: a simplified approach to materials with small dimensions, Ecological modeling, 86, 1996*

[113] **J.Zhang, A.K.Datta**, *Some considerations in modeling of moisture transport in heating of hygroscopic materials, Drying Technology, vol.22, 2008, pp.1983 - 2008*

[114] **L.Merouani**, *Phénomènes de sorption et de transfert d'humidité dans des matériaux du bâtiment. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 1987*

[115] **F.Mendes, F.C.Winkelmann, R.Lamberts, P.C.Philippi**, *Moisture effect on conduction loads, Energy and Building, 1518, 2002, pp. 1 – 14*

[116] **Xia Dong Chen, X.Q.Sean, Guohua Chen**, *On the ratio of heat to mass transfer coefficient for water evaporation and its impact upon drying modeling, Int.J.Heat.Mass.Transfer, 45, 2002, 4369 – 4372*



ANNEXE 1[114]

THEORIE DE L'ADSORPTION

L'adsorption moléculaire de fluide par un solide est généralement représentée par des courbes indiquant l'évolution de la quantité adsorbée à l'équilibre, en fonction de la pression relative de vapeur, à température constante donnée.

Diverses théories ont été développées pour expliquer et quantifier l'allure de ces courbes. Les principales d'entre elles sont citées ci-dessous, par ordre chronologique:

Adsorption mono moléculaire: théorie de LANGMUIR

Selon LANGMUIR, la quantité adsorbée à l'équilibre résulte de l'égalité des vitesses d'évaporation et de condensation sur la surface solide (fig. 1.a).

La vitesse de désorption est proportionnelle à la surface S recouverte d'adsorbat. La vitesse d'adsorption est proportionnelle à la pression relative h et à la surface libre $(S_m - S)$, S_m désignant la surface spécifique du solide. A l'équilibre, on obtient alors:

$$Ch(S_m - S) = S$$

Pour des vitesses moléculaires conformes à la répartition statistique de Boltzmann, la constante c s'écrit:

$$c = \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right) \quad (1)$$

Avec E_1 = chaleur molaire d'adsorption de la couche adsorbée,

En posant:
$$\frac{S_s}{S_m} = \frac{W}{W_m} = \frac{\theta}{\theta_m}$$

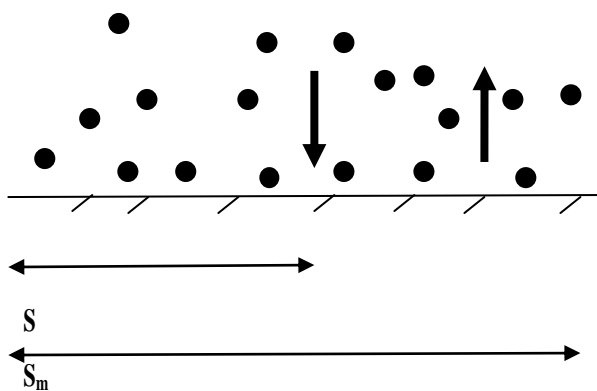
il vient:
$$h = \frac{W}{c(W_m - W)} \text{ OU } \frac{w}{W_m} \text{ OU } \frac{ch}{1+ch} \quad (2)$$

avec W = teneur en eau massique adsorbée,

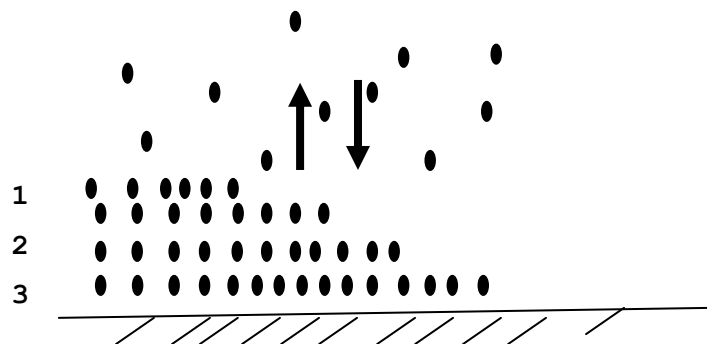
W_m = teneur en eau mono moléculaire, correspondant à la formation d'une couche mono moléculaire complète sur la surface spécifique du solide. La quantité maximale adsorbée, obtenue à $h=1$, s'écrit:

$$W_{max} = \frac{cW_m}{1+c} < W_m$$

La théorie de LANGMUIR est donc nettement insuffisante, puisqu'elle prévoit au maximum qu'une seule couche moléculaire adsorbée



Adsorption multimoléculaire LANGMUIR



Adsorption multimoléculaire; théorie BET

Fig.1 Schématisation du phénomène d'adsorption

Adsorption multimoléculaire; théorie BET

Cette théorie, due à BRUNAUER, EMMETT et TELLER [108], constitue une généralisation multimoléculaire de la loi de LANGMUIR. Elle est fondée sur les hypothèses suivantes:

- la surface des pores est recouverte de couches moléculaires superposées. L'équilibre résulte de l'égalité successive des vitesses d'évaporation des couches d'ordre i et de condensation sur les couches d'ordre $(i-1)$.
- La chaleur d'adsorption dans toutes les couches autres que la première est égale à la chaleur de vaporisation:
 $E_1 > E_L$ avec E_L chaleur molaire latente de vaporisation de l'eau, et $E_i = E_L$ pour $i > 1$.
- le nombre de couches pouvant être adsorbées n'est pas limité par la dimension des pores.

L'équation à laquelle ils aboutissent s'écrit alors:

$$\frac{W}{W_m} = \frac{ch}{(1-h)(1-h+ch)} \quad (3)$$

Avec $c = \exp\left(\frac{E_1 - E_L}{RT}\right)$

Cette équation donne une teneur en eau infinie pour $h=1$, ce qui limite son applicabilité aux valeurs moyennes de h .

La théorie BET est actuellement la plus largement utilisée, mais elle est critiquable sur les points suivants:

- elle néglige les effets d'interaction mutuelle entre molécules adsorbées.
- elle suppose que seule la première couche subit l'effet de surface. Les autres couches, énergétiquement équivalentes à un liquide ordinaire, ne pourraient donc pas en principe demeurer en équilibre avec de la vapeur non saturante.

Le modèle G.A.B se propose d'y remédier en tenant compte de la chaleur d'adsorption de toutes les couches moléculaires.

Modèle GAB

Il a été établi indépendamment par les auteurs GUGGENHEIM, ANDERSON et DE BOER.

Il constitue en principe une extension de la théorie BET, dans la mesure où il tient compte d'une chaleur d'adsorption pour toutes les couches moléculaires: $E_m \neq E_L$

L'équation GAB s'écrit alors:

$$\frac{W}{W_m} = \frac{c'kh}{(1-kh)(1-kh+c'kh)} \tag{4}$$

Avec:

$$k = \exp\left(\frac{E_L - E_m}{RT}\right) \text{ et } c' = \exp\left(\frac{E_1 - E_m}{RT}\right)$$

Ce modèle -comme celui de BET- n'est physiquement valable qu'en l'absence de condensation capillaire. Son champ d'application théorique ne concerne donc que les faibles et moyennes valeurs de h.

L'équation (4) s'est toutefois avéré un excellent outil de lissage mathématique des isothermes de sorption sur la quasi-totalité du domaine des valeurs de h. Elle fournit ainsi un moyen de calcul des expressions de h(W) et de la pente dW/dh, qu'on utilisera en

particulier lors des simulations numériques (chap.4): $h(W) = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4(1-c')}}{2k(1-c')}$ avec

$$a = 2 + \frac{c'(W_m - W)}{W}$$

$$\frac{\partial W}{\partial h} = \left(-\alpha + \frac{\delta}{h^2}\right) W^2 \text{ avec } \alpha = \frac{k(1-c')}{c'} \text{ et } \delta = \frac{1}{c'KW_m}$$

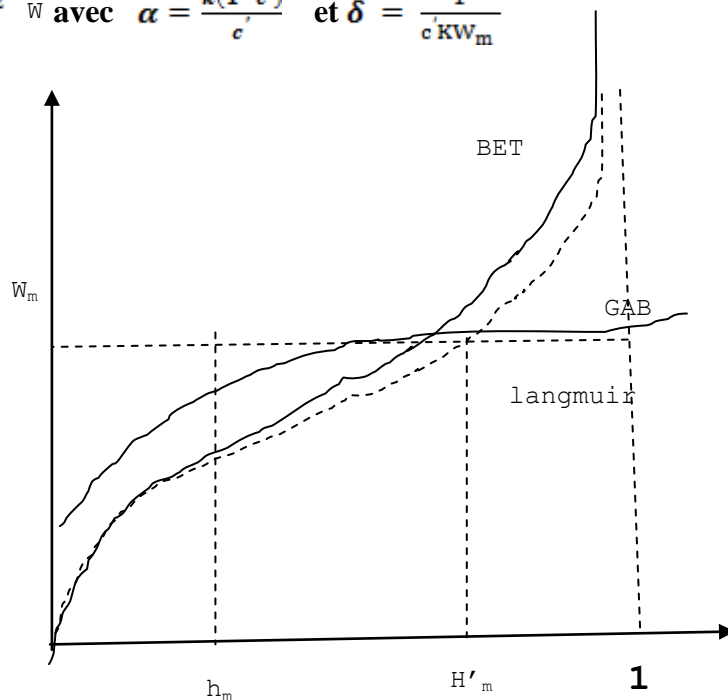


Fig.2. Allure globale des courbes correspondant aux différents modèles d'adsorption

ANNEXE 2[114]

RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE TRANSFERT ISOTHERME: MODELE DE KIRCHHOFF

1. Transformation de KIRCHHOFF :

L'équation de transfert isotherme s'écrit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (1)$$

En introduisant la variable : $u(\theta) \int_{\theta_0}^{\theta} D_{\theta}(\theta) \cdot d\theta$

Où θ_0 est une teneur en eau quelconque, on obtient:

$$D_{\theta} = \frac{du}{d\theta}$$

L'expression du flux s'écrit alors:

$$q = -D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{du}{\partial x}$$

et l'équation (1) devient:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_{\theta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

2. Discretisation des équations:

La méthode adoptée est celle des différences finies, en schéma implicite et linéarisation explicite des diffusivités ($D^{j+1} = D^j$). Le problème de pondération des diffusivités ne se pose pas, celles-ci étant considérées aux nœuds de calcul: c'est le principal avantage de la transformation de KIRCHHOFF. Elle s'écrit alors sous forme discrétisée:

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} = D_i^j \frac{u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} \quad (3)$$

où i est l'indice de l'espace et j celui du temps.

Δx et Δt sont respectivement les pas d'espace et de temps.

$$\Delta x = \frac{L}{N-1} \quad \text{avec} \quad L = \text{longueur d'éprouvette,}$$

et $N = \text{nombre de nœuds réels.}$

La fig.1 montre une schématisation du maillage de discrétisation.

L'équation (3) peut être écrite sous la forme:

$$A_i^j U_{i-1}^{j+1} + B_i^j U_i^{j+1} + C_i^j U_{i+1}^{j+1} = E_i^j \quad (4)$$

Pour $i = 2, \dots, (n-1)$; les coefficients A_i^j B_i^j C_i^j E_i^j s'écrivent :

$$A_i^j = -M_i^j$$

$$B_i^j = 2M_i^j + 1$$

$$C_i^j = -M_i^j$$

et $E_i^j = U_i^j$

AVEC $M_i^j = D_i^j \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2}$

Condition à l'interface $x = 0$

Dans les essais de séchage ; l'expression du flux à l'interface s'écrit :

$$q_1 = \beta(h_a - h(\theta_1)) = - \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_1 \quad (5)$$

L'introduction de nœud fictif 0 permet la discrétisation de(5) selon la forme :

$$\beta(h_a - h_1^{j+1}) = - \frac{U_2^{j+1} - U_i^{j+1}}{2\Delta x} \quad (6)$$

Concernant la valeur de h_1^{j+1} ; on peut prendre en première approximation :

$$h_1^{j+1} = h_1^j + \left(\frac{\partial h}{\partial u} \right)_1^j (U_1^{j+1} - U_1^j) = h_1^j + \frac{U_1^{j+1} - U_1^j}{K_1^j} \quad (7)$$

$$\text{Avec : } K_1^j = D_1^j \left(\frac{\partial \theta}{\partial h} \right)_1^j$$

$h(\theta)$ et $\partial \theta / \partial h$ étant calculées à partir des isothermes de désorption selon la procédure GAB :

De (6) et (7) en tire :

$$U_0^{j+1} = U_2^{j+1} - \frac{2\beta\Delta X}{K_1^j} U_1^{j+1} + 2\beta\Delta x (h_\alpha - h_1^j + \frac{U_1^j}{K_1^j})$$

En faisant $i = 1$ dans l'équation (4) et en remplaçant U_0^{j+1} par l'expression ci-dessus on obtient la 1^{ère} équation du système

$$B_1^j U_1^{j+1} + C_1^j U_2^{j+1} = E_1^j \quad (8)$$

$$\text{Avec } B_1^j = 2M_1^j + 1 + \frac{2M_1^j \beta \Delta x}{K_1^j}$$

$$C_1^j = -2M_1^j$$

$$E_1^j = U_1^j + 2M_1^j \alpha \Delta x (h_\alpha - h_1^j + \frac{U_1^j}{K_1^j})$$

Condition à l'extrémité $x = L$

$$\text{C'est une condition de flux nul : } q_L = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_L = 0 \quad (9)$$

En introduction le nœud fictif (N+1) ; elle peut s'écrire sous forme discrétisée :

$$-\frac{U_{n+1}^{j+1} - U_{N-1}^{j+1}}{2\Delta x} = 0$$

D'où

$$U_{n+1}^{j+1} = U_{N-1}^{j+1}$$

En faisant $i = N$ dans l'équation (4) on obtient alors la dernière équation du système :

$$A_n^j U_{N-1}^{j+1} + B_n^j U_N^{j+1} = E_n^j \quad (10)$$

Avec $A_n^j = -2M_N^j$ $B_n^j \mu = 2M_N^j + 1$ $E_n^j = U_N^j$

On dispose ainsi d'un système linéaire de N équations à N inconnues U_i peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} B_n^j & C_1^j & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ 0 & A_I^j & B_i^j & C_i^j & \\ & & \ddots & \ddots & C_n^j B_n^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_n^{j+1} \\ \vdots \\ U_n^{j+1} \\ \vdots \\ U_N^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^j \\ \vdots \\ E_I^j \\ \vdots \\ E_N^j \end{bmatrix}$$

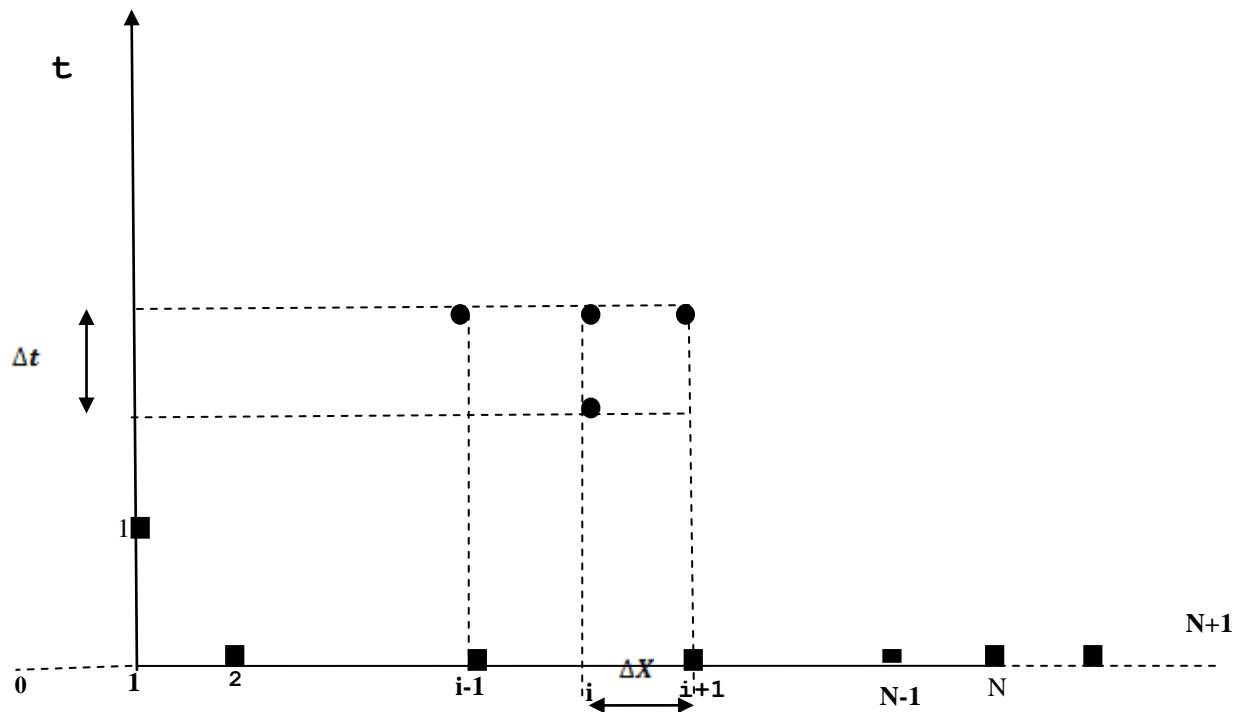


Fig.1 maillage de discrétisation

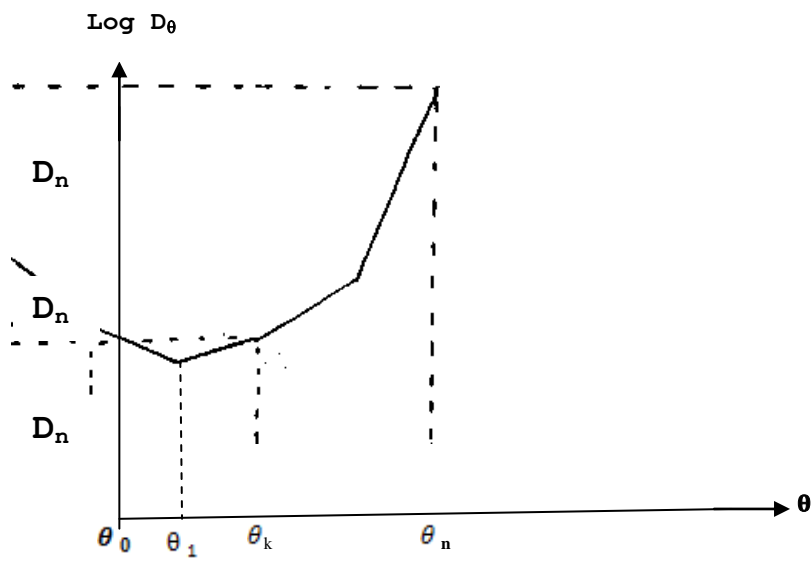


Fig.3 Découpage de la courbe $D_d(\theta)$

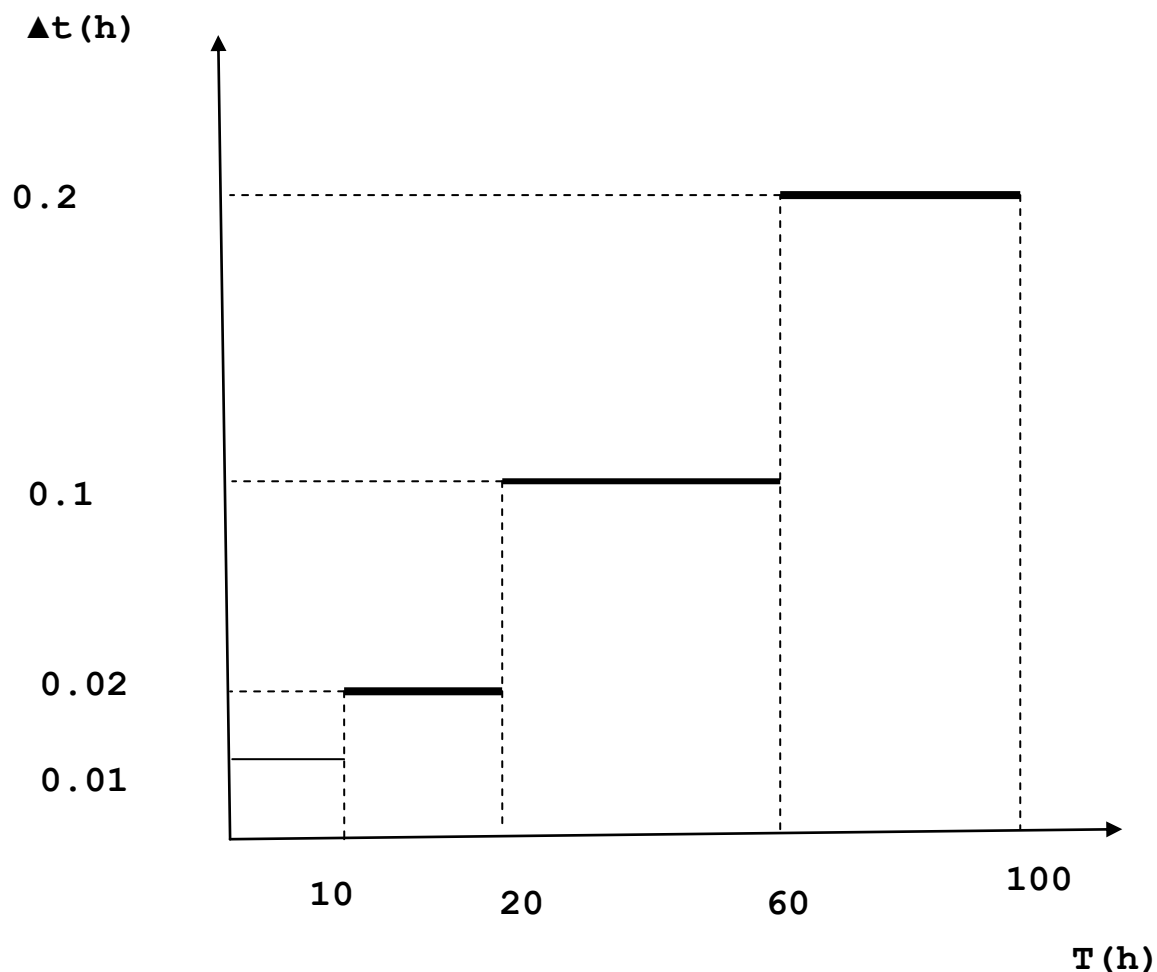


Fig.4. choix des pas de temps

La matrice des coefficients de ce système étant tri diagonale, sa résolution peut être effectuée par l'algorithme de Thomas.

3. Pas d'espace et de temps :

Le choix des pas d'espace et de temps doit être optimisé, afin d'assurer la stabilité du schéma numérique, tout en limitant l'accumulation des erreurs d'arrondis.

4. Méthode de calcul de U(e) :

L'application du modèle de KIRCHHOFF nécessite le calcul de la fonction U(e) à partir de la courbe $D_d(\theta)$, et la conversion $\theta(U)$ à chaque intervalle de temps d'affichage ou de mise en mémoire.

La méthode adoptée pour le calcul de U(θ) consiste à découper la courbe D(θ), quelle que soit son allure, en n segments d'exponentielles, raccordés à (n+1) points (θ_k, θ_k).

Chaque segment de courbe a pour équation:

$$D_{\text{IK}}(\theta) = a_K \exp(b_K \theta) \quad (11)$$

Avec

$$b_k = \frac{\ln(D_{k+1}/D_k)}{\theta_{k+1} - \theta_k} \quad \text{ET} \quad a_k = D_k \exp(-b_k \theta_k)$$

On calcule d'abord les valeurs particulières:

$$U_k = \int_{\theta_0}^{\theta_k} D_\theta(\theta) \cdot d\theta \quad (12)$$

soit $U_0 = 0$ et $U_k = U_{k-1} + \frac{1}{b_{k-1}} (D_k - D_{k-1})$ POUR $k=1, \dots, n$,

En particulier, pour un segment à D_θ constant, l'on a:

$$b_{k-1} = 0 \quad \text{et} \quad U_k = U_{k-1} + (\theta_k - \theta_{k-1})D_k$$

On en déduit ensuite les valeurs de $U(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} D_\theta(\theta) \cdot d\theta$

Il est également nécessaire de retenir les expressions $D(U)$ et $\theta(U)$

pour $\theta_k \leq \theta \leq \theta_{k+1}$

$$U(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta_k} D(\theta) d\theta + \int_{\theta_k}^{\theta} D(\theta) d\theta = U_k + \frac{1}{b_k} (D_{\theta_k}(\theta) - D_k) \quad (13)$$

Il est également nécessaire de retenir les expressions $D(u)$ et $\theta(u)$

$$D(u) = D_k + b_k(u - U_k)$$

$$\text{ET} \quad \theta(u) = \frac{1}{b_k} \ln\left(\frac{D_k + b_k(u - U_k)}{a_k}\right)$$

en particulier, si $b_k = 0$ l'on a :

$$U(\theta) = U_{k+} + (\theta - \theta_k)D_k \quad \theta(u) = \theta_k + \frac{1}{D_k} (u - U_k)$$

$$\text{et } D(u) = D_k = D_{k+1}$$

Signalons, enfin que les procédures de calcul des expressions de $\theta(U)$, $U(\theta)$, $D(U)$ ainsi que $h(\theta)$ et $H(\theta)$ ET $(A\theta/AH)$ sont effectuées sous forme de sous-programmes annexés au programme principal.

Validations du modèle numérique:

a. Conservation de la masse

Il n'existe pas, à notre connaissance, de solution analytique générale et fiable pour l'équation (1), pour des conditions à l'origine de type (5). Nous avons alors adopté comme critère de validité des résultats numériques, la vérification de la conservation de la masse. Il consiste en pratique à calculer et comparer les quantités d'eau évaporée (ou infiltrée) par deux méthodes:

- d'une part, par intégration des profils de teneur en eau:

$$st_1(t) = \int_0^L [\theta(x,t) - \theta_i] dx \quad (14)$$

- d'autre part, par intégration du flux à la surface:

$$st_2(t) = \int_0^t q_1(t) dt = \beta \int_0^t (h_a - h_1(t)) dt \quad (15)$$

L'erreur relative sur le bilan de masse est :

$$E_s = \frac{|st_1 - st_2|}{st_1}$$

b. Cas particulier de solution analytique :

Moyennant les hypothèses particulièrement restrictives suivantes:

- milieu semi-infini,

- diffusivité constante: $D_\theta(\theta) = D, \forall \theta$

- relation $h(\theta)$ linéaire $h = \frac{\theta}{\theta_{sat}}$

L'équation (1) avec la condition à l'origine de type (5), possède une solution analytique simple dont l'expression est la suivante:

$$\frac{\theta(x,t) - \theta_i}{\theta_a - \theta_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) - \exp(\gamma x + Dt\gamma^2) \cdot \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} + \gamma\sqrt{Dt}\right)$$

Avec $\theta_a = \theta(h_a) = h_a \theta_{\text{sat}}$ et $\gamma = \frac{\beta}{D \theta_{\text{sat}}}$

ANNEXE 3 [116]

DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE

La détermination conventionnelle du coefficient de transfert de masse est l'utilisation de l'analogie de Colburn Chilton. Mais, cette analogie ne met pas en évidence la température du bulbe humide.

Quand le nombre de Biot est inférieur à 0.1, la température du matériau est uniforme. A l'évaporation, la température du matériau devient égale à la température du bulbe humide aux conditions de l'ambiance. Cette température peut être maintenue pendant un certain temps.

A l'équilibre, le transfert de chaleur s'écrit :

$$hAT_{\infty} - T_{bh} = \Delta h l h_m A \rho_{v, sat} T_{bh} - \rho_{v, \infty}$$

le terme de gauche représente le transfert de chaleur par convection et le terme de droite c'est la chaleur dissipée par l'évaporation.

Le rapport du coefficient de transfert de chaleur (h) et du coefficient de transfert de masse

(hm) s'écrit :

$$h_m = \rho v_{sat} T_{bh} - \rho v_{\infty} \Delta h_l T_{bh} T_{\infty} - T_{bh} = f \rho v_{\infty} T_{bh} T_{\infty}$$

Cette relation est très différente de l'analogie de Colburn Chilton.

ANNEXE 4

CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

Capacités calorifiques

$$c_{p,l} = 4185 \text{ J/kg.K}$$

$$c_{p,v} = 1900 \text{ J/kg.K}$$

$$c_{p,a}=1000\text{J/kg.K}$$

Vecteur gravité

$$g=9.81\text{m/s}^2$$

Masses molaires

$$M_a=0.029\text{kg/kmol.}$$

$$M_l=0.018\text{kg/kmol.}$$

Conductivité thermique

$$\lambda_l=0.598\text{W/m.K}$$

Constante des gaz parfaits

$$R=8.314\text{kJ/kmol.K}$$

Pression de saturation de l'eau (Pa)

$$P_{l0}=100\exp(175.051-72933T_{\text{abs}}-8.5931\ln T_{\text{abs}}+0.00617T_{\text{abs}})$$

Viscosité dynamique de l'eau gaz et liquide

$$\mu_g=1.71687 \cdot 10^{-8}+4.96315 \cdot 10^{-8}T_{\text{abs}}-273.16$$

$$\mu_l=\exp(\ln 101828T_{\text{abs}}+1.966 \cdot 10^{-2}T_{\text{abs}}-1.466 \cdot 10^{-5}T_{\text{abs}}^2-13.73)$$

Densité de l'air kg/m³

$$\rho_a=\frac{M_{\text{air}}(P_{\text{gg}}-P_{\text{vg}})}{RT_{\text{abs}}}$$

Chaleur d'évaporation J/kg

$$h_v = h_{v0} + C_{p,v} - C_{p,l} T_{abs} - 273.16$$

$$h_{v0} = 2.504.106 \quad \text{à} \quad T = 273.16 \text{ K}$$

Coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air m²/s

$$D_{v,a} = 8.92.10^{-5} T_{abs}^{1.81} P_{gg}$$

P_{gg} pression moyenne du gaz dans la phase gaz

$T_{abs}^{1.81}$ température moyenne absolue

الخلاصة

في دراسة التبادلات الحرارية والكتلية تعريف خصائص المادة مثل كمية الماء، الارتكاز، ضغط الغاز، درجة الحرارة، نسبة التجفيف ضرورية لتحليل وتخصيص الظواهر الفيزيائية.

بهدف تخصيص هذه الظواهر مثال ميسر اختير لمواد البناء: اجر اسمنت جبس طين. نتطرق لطريقتين لتثبيت الماء. المواد التي يكون الماء مثبت بالامتصاص تسمى الممتصة والمواد التي يكون تثبيت الماء فيها بالضغط الشرياني تسمى الغير ممتصة اخذنا بعين الاعتبار، بالنسبة للمواد الاولى، تأثير الامتصاص الحراري على نسبة التجفيف و تأثير الضغط بالنسبة للمواد الثانية. نتحصل على معادلة الامتصاص الحراري عن طريق منحنيات تجريبية. الضغط الشرياني والنفاذية حسبوا بطريقة المسامات بالزئبق. تحسب المعادلات التفاضلية للمثال الرياضي التشبع و درجة الحرارة بالنسبة للانتقال و الزمن.

لحل هذه المعادلات استعملنا طريقة حجم الرقابة. تظهر النتائج بان المرحلة الأولى للتجفيف نسبة التجفيف ثابتة و هي بدلالة الشروط الخارجية للهواء. اما في المرحلة الثانية هذه النسبة تنخفض و هي بدلالة الظواهر الداخلية. أخيراً، بمقارنة النتائج مع مثيلتها نجد توافق جيد.

الكلمات المفتاح

التجفيف – الامتصاص الحراري – الضغط الشرياني – مواد البناء – وسط مسامي

RESUME

Dans l'étude des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux, la définition des paramètres tels que : la porosité du matériau, la teneur d'humidité, la saturation, la pression du gaz, la pression capillaire, la température et le taux de séchage sont nécessaires pour analyser et caractériser le processus.

Dans le but de caractériser ces phénomènes, un modèle simplifié est adopté pour les matériaux de construction : brique, béton, argile, plâtre.

Deux modes de fixation d'eau sont considérés : l'adsorption et la capillarité. Les matériaux où l'eau est fixée par adsorption sont dits hygroscopiques. Par contre, les matériaux où l'eau est fixée par capillarité forment les milieux poreux capillaires.

Pour les premiers matériaux, l'influence des isothermes de sorption sur le taux de séchage est considérée. Pour les seconds, l'influence de la pression capillaire est considérée.

La fonction de l'isotherme de sorption est obtenue par un lissage des courbes des données expérimentales. La pression capillaire est obtenue par la méthode de porosimétrie à mercure et aussi les perméabilités.

Les équations aux dérivées partielles non linéaires du modèle mathématique calculent la saturation et la température en fonction de la position et le temps.

La procédure adoptée pour leur solution se base sur la discrétisation des variables spatiales par la méthode des volumes de contrôle.

Les résultats montrent que durant la première période de séchage, le taux de séchage est constant et dépend seulement des conditions de l'air de séchage (température, humidité relative et les coefficients de transferts de chaleur et de masse) sur la surface. Durant la seconde période de séchage, le taux de séchage décroît et dépend des phénomènes de transport internes.

Finalement, en comparant les résultats avec ceux obtenus par des travaux antérieurs, un bon accord est observé.

Mots clés :

Séchage – isotherme de sorption – pression capillaire – matériaux de construction – milieux poreux.

ABSTRACT

In the study of heat and mass transfer in porous media, the definition of parameters, such as material porosity, moisture content, saturation, gas pressure, capillary pressure, temperature and drying rate, are necessary to analyze and characterize the behavior of the process.

In order, to have knowledge of what happens inside a drying body, a simplified model of porous media is adopted. And some building materials are chosen (brick, concrete, plaster and clay).

Two modes of fixation are considered: adsorption and capillarity. Materials in which a large amount of water can be fixed by adsorption are termed hygroscopic materials, while materials in which water is essentially fixed by capillarity form the capillary porous media.

In first material, we consider influence of sorption isotherm on drying rate. In the second ones, we consider influence of capillary pressure.

The function of sorption isotherm is obtained by fitting curves from experimental data. The capillary pressure is determined by the mercury porosimetry method also the permeabilities.

The non linear partial differential equations of the mathematical model calculate material saturation and temperature as a function of position and time.

The procedure adopted for their solution consists basically of discretizing the spatial variable according to the control volume method.

Results show that in the first drying period, the drying rate is constant and depends only on the state of drying gas (temperature, relative humidity and mass and heat transfer coefficient). In the second drying period, the drying rate is reduced and depends on internal transport phenomena.

Finally, by comparing the result with those obtained by previous works, a good agreement is observed.

Key words

Drying - sorption isotherm - capillary pressure - building material - porous media