

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique**  
**Université Mentouri Constantine**  
**Faculté des Sciences de L'ingénieur**  
**Département de Génie Civil**

N° d'ordre : .....

N° de série : .....

**MEMOIRE**

*Présenté pour l'obtention du diplôme de*

**MAGISTER**

*Spécialité : GENIE CIVIL*

*Option : BETON STRUCTUREL : ARME ET PRECONTRAINTE*

*Par : MENASRIA Abderrahmane*

*Titre :*

**ANALYSE AUX ETATS LIMITES ULTIMES DES SECTIONS DE  
FORME T ET CARREE EN BETON ARME SOUMISES A UNE  
CHARGE DE COMPRESSION BIAxiaLEMENT EXCENTREE**

Soutenu publiquement le : .....

Devant le juré composé de :

Présidente :	<b>F.Z. MIMOUNE</b>	Pr	Université de Constantine
Rapporteur :	<b>H. CHABIL</b>	Pr	Université de Constantine
Examineurs :	<b>K. DEMAGH</b>	M.C	Université de Batna
	<b>M.H. TAKOUK</b>	M.C	Université de Constantine

## **DEDICACES**

*Je dédie ce modeste travail :*

*à mes parents DERRADJI & BAHIA ;*

*à ma femme MOUFIDA ;*

*à mon frère ISLEM et mes sœurs CHAHRAZED & AMIRA ;*

*à mes grands parents ;*

*à mes amis, mes proches et à toute personne ayant collaboré à ce travail ;*

## REMERCIEMENTS

*Tout travail est fruit de collaborations humaines, c'est pourquoi il m'est à présent agréable de rendre hommage à celles et ceux qui ont contribué à la réussite de mon mémoire.*

*Avant tout je tiens à remercier ALLAH pour tout et surtout pour m'avoir donné le courage et la volonté pour reprendre les études en post graduation.*

*Je remercie également mes parents d'avoir sacrifiés leur vie pour notre bien.*

*Je remercie ma femme qui m'a soutenu et encouragé de tous les instants, je la dis : « je t'aime ».*

*Ma profonde gratitude s'adresse tout particulièrement à mes directeurs de mémoire, Monsieur CHABIL HOUCINE, professeur et chef département de Génie Civil à l'université de Constantine et Monsieur DEMAGH KAMEL, Maître de conférence à l'université de Batna qui m'ont accordé sa confiance dans l'élaboration de ce mémoire. Tout au long de ma démarche scientifique, ils m'ont fait partager leur expérience enrichissante dans le domaine de la programmation et m'ont prodigué de précieux conseils, encouragement, leur gentillesse et leur disponibilité à mon égard pour mener à bien ce travail.*

*Je tiens à remercier très vivement et respectivement Madame MIMOUNE FATIMA ZOHRA, professeur à l'université de Constantine, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.*

*Je présente également mon remerciement à Monsieur TAKKOUK MOHAMED ELHADI, Maître de conférences à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur d'avoir accepté de participer au jury et d'examiner mon travail.*

*Je remercie mes amis Zrari Khalil et Maaref Tarek, pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée dans les moments difficiles, en informatique et documentation.*

*J'exprime ma vive reconnaissance à Monsieur Bacha Noureddine, le directeur régional de COSIDER Canalisation, qui m'a aidé et donné de toutes les facilités et les commodités pour travailler avec l'étude, sans oublier bien sûr l'ensemble du personnel de l'entreprise COSIDER Canalisation pôle H04.*

*Mes sincères reconnaissances et gratitude à tous mes enseignants, du primaire aux études supérieures.*

# Table des matières

## CHAPITRE 1

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

## CHAPITRE 2

METHODES D'ANALYSES DES SECTIONS SOUMISES A LA FLEXION COMPOSEE DEVIEE .....	4
2.1\ Flexion composée déviée .....	4
2.1.1\ Introduction .....	4
2.1.2\ Flexion uniaxiale .....	5
2.1.3\ Flexion biaxiale .....	5
2.2\ Méthodes d'analyse existantes .....	6
2.2.1\ Introduction .....	6
2.2.2\ Méthodes des essais successifs .....	7
2.2.3\ Méthode de l'excentricité équivalente uniaxiale .....	8
2.2.4\ Méthode de superposition .....	9
2.2.5\ Méthodes des surfaces d'interaction .....	9
2.2.5.1\ Méthode de Pannell .....	11
2.2.5.2\ Méthode de bresler .....	12
2.2.5.3\ Méthode de Ramamurthy .....	13
2.2.5.4\ Méthode de WEBER .....	14
2.2.5.5\ Méthode de Hafeez Khan .....	15
2.2.5.6\ Méthode de Row et Paulay .....	15
2.2.5.7 Méthode de Hsu .....	17
2.2.6\ Méthode de tsao et Hsu .....	17

## CHAPITRE 3

METHODE D'ANALYSE UTILISEE.....	19
3.1.\ Introduction .....	19
3.2\ Les hypothèses de calcul .....	19
3.3\ Règle des 3 pivots .....	20
3.4\ Les courbes d'interaction .....	20
3.5\ Méthode d'analyse .....	21
3.5.1\ Béton .....	21
3.5.2\ Acier .....	22

3.6\ Caractéristiques géométriques .....	24
3.6.1\ Caractéristiques géométriques de la section T .....	24
3.6.2\ Caractéristiques géométriques de la section du bloc de contrainte de béton .....	24
3.7\ Efforts internes .....	25
3.7.1\ Béton .....	25
3.7.2\ Acier .....	26
3.7.3\ Béton armé .....	28
3.8\ constitution des courbes .....	28

## **CHAPITRE 4**

LE CHARGEMENT UNIAXIAL.....	29
4.1\ Introduction .....	29
4.2\ Procédures de balayage .....	30
4.2.1\ Sollicitation dans le béton .....	30
4.2.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1) .....	30
4.2.1.1.1\ Section partiellement comprimée .....	30
4.2.1.1.2\ Section entièrement comprimée .....	33
4.2.1.2\ Balayage à partir de la nervure (type 2) .....	35
4.2.1.2.1\ Section partiellement comprimée .....	35
4.2.1.2.2\ Section entièrement comprimée .....	37
4.2.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3) .....	40
4.2.1.3.1\ Section partiellement comprimée .....	40
4.2.1.3.2\ Section entièrement comprimée .....	44
4.2.2\ Sollicitation dans les armatures .....	47
4.2.2.1\ Détermination des hauteurs utiles .....	47
4.2.2.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1) .....	47
4.2.2.1.2\ Balayage à partir de la nervure (type 2) .....	48
4.2.2.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3) .....	48
4.2.2.2\ Détermination les efforts dans les armatures .....	50
4.2.3\ Sollicitation dans le béton armé .....	50
4.3\ Exemple des courbes d'interaction .....	51
4.3.1\ Les graphes .....	51
4.3.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1).....	51
4.3.1.2\ Balayage à partir de la nervure (type 2) .....	52
4.3.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3) .....	54

4.3.2\ Le commentaire .....	55
4.4\ validation .....	56
5.4.1\ validation expérimentale .....	56
4.4.1.1\ Introduction .....	56
4.4.1.2\ les données .....	56
4.4.1.3\ les résultats .....	57
4.4.1.4\ les graphes .....	57
4.4.1.5\ commentaire sur les graphes .....	59
4.4.2\ validation théorique .....	60
4.4.2.1\ Introduction .....	60
4.4.2.2\ exemples.....	60
4.4.2.2\ commentaire sur les graphes .....	61
4.5\ structure du programme .....	62
<b>CHAPITRE 5</b>	
<b>LE CHARGEMENT BIAXIAL.....</b>	<b>65</b>
5.1\ Introduction .....	65
5.2\ Les sollicitations dans le béton seul .....	66
5.2.1\ Détermination de la section partielle et la distance utile.....	66
5.2.2\ Détermination de la largeur utile.....	69
5.2.3\ Détermination de la largeur variable.....	71
5.2.3.1\ Balayage à partir de nœud 1 ou 2 (type 1).....	71
5.2.3.2\ Balayage à partir de nœud 5 ou 6 (type 2).....	81
5.2.3.3\ Balayage à partir de nœud 3 ou 8 (type 3): .....	87
5.2.4\ Détermination de la distance .....	89
5.2.5\ Détermination de la distance .....	89
5.2.5.1\ Balayage à partir de nœud 1 ou 2 .....	89
5.2.5.2\ Balayage à partir de nœud 5 ou 6 .....	90
5.2.5.3\ Balayage à partir de nœud 3 ou 8 .....	91
5.3\ Sollicitation dans les armatures .....	92
5.3.1\ Détermination les quantités partielles des armatures .....	92
5.3.2\ Détermination les hauteurs utile .....	93
5.3.2.1\ Le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 (type 1).....	93
5.3.2.2\ Le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 (type 2).....	94
5.3.2.3\ Le balayage à partir des nœuds 3 ou 8 (type 3).....	95

5.3.3\ Détermination les efforts dans le béton .....	96
5.3.4\ Sollicitation dans le béton armé .....	97
5.3.5\ Exemple des courbes d'interaction .....	97
5.3.5.1\ Les graphes .....	97
5.3.5.1.1\ Le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 .....	97
5.3.5.1.2\ Le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 .....	99
5.3.5.2\ le commentaire .....	101
5.4\ validation .....	102
5.4.1\ validation expérimentale .....	102
5.4.1.1\ Introduction .....	102
5.4.1.2\ les données .....	102
5.4.1.3\ les résultats .....	103
5.4.1.4\ les graphes .....	104
5.4.1.5\ commentaire sur les graphes .....	107
5.4.2\ validation théorique .....	108
5.4.2.1\ Introduction .....	108
5.4.2.2\ exemples.....	108
5.4.2.2\ commentaire sur les graphes .....	109
5.5\ structure du programme .....	110
<b>CHAPITRE 6</b>	
<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>113</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>115</b>

## NOTATIONS ET SYMBOLES

### Lettres majuscules latines.

$A$	Aire de béton ;
$AN$	L'axe neutre ;
$A_s$	Aire de l'acier ;
$A_{st}$	Aire d'armature totale;
$A_{bt}$	Aire de béton totale ;
$A_{sr}$	L'aire unitaire des armatures distribuées ( $\text{mm}^2/\text{mm}$ ) ;
$A_{si}$	Aire de la section d'armature ;
$B$	Largeur d'une section ;
$E_{ij}$	Module d'élasticité de l'acier ;
$E_s$	Module d'élasticité de l'acier ;
$G$	Centre de gravité ;
$I_x, I_y$	Moment d'inertie par rapport aux axes x et y respectivement ;
$M_{sc}, M_{st}$	Moment fléchissant dans les armatures comprimées et tendues respectivement;
$M_U, M_V$	Moment fléchissant selon les axes U,V ;
$M_{ub}$	Moment fléchissant au point de balancement ;
$M_{ubx}, M_{uby}$	Moment fléchissant dans les direction x et y au point de balancement ;
$M_{ux}, M_{uy}$	Moment fléchissant selon x et y à l'E.L.U ;
$M_x, M_y$	Moment fléchissant selon x et y ;
$N_b$	Résultante des forces internes dans le béton ;
$N_s$	Résultante des forces internes dans les armatures ;
$N_{sc}, N_{st}$	Résultante des forces internes dans les armatures comprimées et tendues ;
$N_u$	Résultante des forces internes à l'E.L.U pour l'ensemble de la section ;
$N_{ub}$	Charge axile au point de balancement ;
$N_{ux}, N_{uy}$	Charge ultime excentrées par rapport aux axes x et y respectivement ;
$P_{test}$	La charge appliquée lors de test ;
$R_L$	Le contour de l'acier selon le périmètre de la section de la section de béton ;
$S_1, S_2, S_3$	Surfaces d'interaction;
$S_b$	L'aire totale du bloc des contraintes parabole-rectangle ;
$T_s$	La section de l'acier dans une fibre de la section totale ;
$U, V$	Axes principaux ;
$V_1$	La distance de la hauteur utile de centre de gravité à partir de la table ;
$V_2$	La distance de la hauteur utile de centre de gravité à partir de la nervure;
$V_T$	La distance entre le centre de gravité de tranche calculé de bloc et celui de la section en « T »;
$U_n, U_t$	Déplacements normal et tangentiel respectivement ;
$U_n^a, U_t^b$	Déplacements normal et tangentiel du points a et b respectivement ;
$Y_1$	La hauteur utile de centre de gravité de rectangle à partir de limite de parabole ;
$Y_2$	La hauteur utile de centre de gravité de parabole à partir de limite de parabole ;

$Y_{b1}$	La hauteur utile de centre de gravité du bloc à partir de limite de parabole ;
$Y_{b2}$	La hauteur utile de centre de gravité du bloc à partir de limite de rectangle ;

### **Lettres minuscules latines.**

$a$	Largeur de la table et la nervure ;
$b$	Largeur d'une section ;
$c$	Centre de compression ;
$d$	Hauteur utile d'une section ;
$d_C$	L'enrobage ;
$d'$	Distance entre centre de gravité et l'axe neutre ;
$e$	Excentricité, écart type ;
$e_{an}$	Excentricité de $N_s$ par rapport à l'axe neutre ;
$e_{bn}$	Excentricité de $N_b$ par rapport à l'axe neutre ;
$e_n$	Excentricité de $N$ par rapport à l'axe neutre ;
$e_x, e_y$	Excentricité de $N_u$ par rapport aux axes $x$ et $y$ ;
$h$	Largeur unitaire de la tranche $i$ ;
$i$	Tranche appartient d'une section ;
$k$	Représente un élément d'une section ;
$m$	Coefficient de comportement dépendant de la section ;
$n$	Le nombre des barres des armatures ;
$p$	Le périmètre réduit ;
$y_k$	La distance utile entre le centre de gravité de tranche $k$ et la fibre la plus comprimé ;
$x$	La position de l'axe neutre ;

### **Lettres grecques**

$f_b$	Résistance caractéristique du béton à la compression ;
$f_{bu}$	Résistance caractéristique du béton à la compression à l'E.L.U ;
$f_{cj}$	Résistance caractéristique du béton à la compression à l'âge de $j$ jours ;
$f_e$	Limite d'élasticité de l'acier ;
$f_s$	Résistance caractéristique de l'acier ;
$\alpha$	Constant dépend des caractéristiques mécaniques et géométriques de la section;
$\beta$	Constant dépend des caractéristiques mécaniques et géométriques de la section.
$\gamma_b \gamma_s$	Coefficients de sécurité ;
$\Delta U_n, \Delta U_t$	Différence entre les déplacements normaux et tangentiels respectivement ;
$\varepsilon_b$	Déformation du béton ;
$\varepsilon_{bc}$	Raccourcissement du béton comprimé ;
$\varepsilon_{bu}$	Raccourcissement du béton comprimé à l'E.L.U ;
$\varepsilon_e$	Raccourcissement élastique du béton ;
$\varepsilon_{es}$	Déformation à la limite élastique de l'acier ;
$\varepsilon_k$	Déformation d'un élément $k$ ;
$\varepsilon_l$	Déformation longitudinale du béton ;

$\varepsilon_{sc}$	Déformation de l'acier comprimé ;
$\varepsilon_{st}$	Déformation de l'acier tendu ;
$\varepsilon_{su}$	Déformation de l'acier à l'E.L.U ;
$\varepsilon_t$	Déformation transversal du béton ;
$\theta, \varphi$	Angles d'inclinaison de l'axe neutre ;
$\theta'$	Coefficient prenant en compte la durée d'application des charges ;
$\mu$	Moment réduit ;
$\nu$	Effort réduite ;
$\sigma$	Contrainte normal ;
$\sigma_{bc}$	Contrainte du béton comprimé ;
$\sigma_{moy}$	Contrainte moyenne du béton comprimé ;
$\sigma_r$	Contrainte de rupture ;
$\sigma_s$	Contrainte de l'acier ;
$\sigma_t$	Contrainte du béton à la traction .

## Liste des figures

### CHAPITRE 2

<b>Figure 2.1</b> : un pilier soumis à la compression excentrée .....	4
<b>Figure 2.2</b> : section soumise à la flexion déviée .....	5
<b>Figure 2.3</b> : section d'un axe neutre oblique .....	5
<b>Figure 2.4</b> : section soumise à la flexion compose déviée .....	7
<b>Figure 2.5</b> : courbe d'interaction d'une section soumise à un moment biaxial et une charge constante .....	8
<b>Figure 2.6</b> : la méthode de superposition .....	10
<b>Figure 2.7</b> : surface S1 ( $Nu, x, y$ ) .....	10
<b>Figure 2.8</b> : surface S2 ( $1/Nu, x, y$ ) .....	10
<b>Figure 2.9</b> : surface S3 ( $Nu, Mux, Muy$ ) .....	10
<b>Figure 2.10</b> : surface S3 pour le béton seul .....	10
<b>Figure 2.11</b> : courbes d'interaction adimensionnelles .....	11
<b>Figure 2.12</b> : diagramme d'interaction selon la méthode de Pannell .....	11
<b>Figure 2.13</b> : surface d'interaction selon la méthode de Bresler .....	12
<b>Figure 2.14</b> : profil de chargement ( $Nu=constante$ ) .....	13
<b>Figure 2.15</b> : section carrée soumise à une charge appliquée au niveau de la ligne diagonale .....	14
<b>Figure 2.16</b> : poteau de section L .....	14
<b>Figure 2.17</b> : Section d'un poteau avec un chargement biaxial .....	15
<b>Figure 2.18</b> : Section d'un poteau avec un chargement biaxial .....	17

### CHAPITRE 3

<b>Figure 3.1</b> : Règle des trois pivots .....	10
<b>Figure 3.2</b> : Le diagramme parabole-rectangle .....	21
<b>Figure 3.3</b> : Détermination les efforts dans le béton .....	21
<b>Figure 3.4</b> : Le diagramme parabole-rectangle .....	22
<b>Figure 3.5</b> : les dimensions de la section d'armature en forme T .....	23
<b>Figure 3.6</b> : Diagramme conventionnel contrainte-déformation de l'acier .....	23
<b>Figure 3.7</b> : caractéristiques géométriques de la section « T » .....	22
<b>Figure 3.8</b> : caractéristiques géométriques du bloc .....	24
<b>Fig 3.9</b> : Diagramme de déformation - contrainte du béton .....	25

<b>Figure 3.10</b> : Redistribution de quantité d'acier dans le béton .....	<b>27</b>
<b>Figure 3.11</b> : numérotation des cotés de la section .....	<b>28</b>

#### CHAPITRE 4

<b>Figure 4.1</b> : les diagrammes des contraintes et des déformations .....	<b>29</b>
<b>Figure 4.2</b> : positions possibles de l'axe neutre .....	<b>29</b>
<b>Figure 4.3</b> : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 1 <sup>er</sup> Cas .....	<b>30</b>
<b>Figure 4.4</b> : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 2 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>31</b>
<b>Figure 4.5</b> : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 3 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>32</b>
<b>Figure 4.6</b> : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 4 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>33</b>
<b>Figure 4.7</b> : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 5 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>34</b>
<b>Figure 4.8</b> : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 1 <sup>er</sup> Cas .....	<b>35</b>
<b>Figure 4.9</b> : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 2 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>35</b>
<b>Figure 4.10</b> : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 3 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>36</b>
<b>Figure 4.11</b> : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 4 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>37</b>
<b>Figure 4.12</b> : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 5 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>38</b>
<b>Figure 4.13</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 1 <sup>er</sup> Cas .....	<b>40</b>
<b>Figure 4.14</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 2 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>40</b>
<b>Figure 4.15</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 3 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>41</b>
<b>Figure 4.16</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 4 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>42</b>
<b>Figure 4.17</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 5 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>43</b>
<b>Figure 4.18</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 6 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>44</b>
<b>Figure 4.19</b> : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 7 <sup>ème</sup> Cas .....	<b>46</b>
<b>Figure 4. 20</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 1 .....	<b>47</b>
<b>Figure 4.21</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 2 .....	<b>48</b>
<b>Figure 4.22</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 3 .....	<b>48</b>
<b>Graphe 4.1</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs rapport a/b . .....	<b>51</b>
<b>Graphe 4.2</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature $\rho$ . .....	<b>51</b>
<b>Graphe 4.3</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeur $f_{c28}$ . .....	<b>52</b>
<b>Graphe 4.4</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs rapport a/b . .....	<b>52</b>
<b>Graphe 4.5</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature $\rho$ . .....	<b>52</b>

<b>Graphe 4.6</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeur $f_{c28}$ .	53
<b>Graphe 4.7</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs rapport $a/b$ .	54
<b>Graphe 4.8</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature $\rho$ .	53
<b>Graphe 4.9</b> : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeur $f_{c28}$ .	55
<b>Graphe4.10</b> : specimen <b>A-15a</b>	57
<b>Graphe4.11</b> : specimen <b>HS-1</b>	57
<b>Graphe4.12</b> : specimen <b>HS-2</b>	58
<b>Graphe4.13</b> : specimen <b>N°11</b>	58
<b>Graphe4.14</b> : specimen <b>N°12</b>	58
<b>Graphe4.15</b> : specimen <b>N°41</b>	58
<b>Graphe4.16</b> : specimen <b>N°42</b>	58
<b>Graphe4.17</b> : specimen <b>AR-3</b>	58
<b>Graphe4.18</b> : specimen <b>AR-4</b>	59
<b>Graphe4.19</b> : specimen <b>AR-5</b>	59
<b>Graphe4.20</b> : specimen <b>AR-6</b>	59
<b>Graphe4.21</b> : balayage à partir des coins 3 ou 8	60
<b>Graphe4.22</b> : balayage à partir des coins 1 ou 2	61
<b>Graphe4.23</b> : balayage à partir des coins 5 ou 6	61

## CHAPITRE 5

<b>Figure 5.1</b> : la section en « T » soumise à la flexion biaxiale	65
<b>Figure 5.2</b> : numérotation sur la section en T	65
<b>Figure 5.3</b> : La tranche située en la partie supérieure de rectangle du bloc	66
<b>Figure 5.4</b> : La tranche située au milieu de la partie rectangulaire du bloc	67
<b>Figure 5.5</b> : La tranche située en la partie inférieure de rectangle du bloc	67
<b>Figure 5.6</b> : La tranche située en la partie supérieure de parabole du bloc	68
<b>Figure 5.7</b> : La tranche située en la partie inférieure de parabole du bloc	68
<b>Figure 5.8</b> : La tranche située en la partie inférieure de parabole du bloc	69
<b>Figure 5.9</b> : La largeur opposée sous forme triangle	69
<b>Figure 5.10</b> : La largeur opposée sous forme rectangle	70
<b>Figure 5.11</b> : La largeur opposée sous forme trapèze	70
<b>Figure 5.12</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 1 <sup>er</sup> cas (type 1)	71

<b>Figure 5.13</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 2 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>72</b>
<b>Figure 5.14</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 3 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>72</b>
<b>Figure 5.15</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 4 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>73</b>
<b>Figure 5.16</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 5 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>73</b>
<b>Figure 5.17</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 6 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>74</b>
<b>Figure 5.18</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 7 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>74</b>
<b>Figure 5.19</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 8 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>75</b>
<b>Figure 5.20</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 9 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>75</b>
<b>Figure 5.21</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 10 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>76</b>
<b>Figure 5.22</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 11 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>76</b>
<b>Figure 5.23</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 12 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>77</b>
<b>Figure 5.24</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 13 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>77</b>
<b>Figure 5.25</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 14 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>78</b>
<b>Fig 5.26</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 15 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>78</b>
<b>Figure 5.27</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 16 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>79</b>
<b>Figure 5.28</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 17 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>79</b>
<b>Figure 5.29</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 18 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>80</b>
<b>Figure 5.30</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 19 <sup>ème</sup> cas (type 1) .....	<b>80</b>
<b>Figure 5.31</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 1 <sup>er</sup> cas (type 2) .....	<b>81</b>
<b>Figure 5.32</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 2 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>82</b>
<b>Figure 5.33</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 3 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>82</b>
<b>Figure 5.34</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 4 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>83</b>
<b>Figure 5.35</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 5 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>83</b>
<b>Figure 5.36</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 6 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>84</b>
<b>Figure 5.37</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 7 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>84</b>
<b>Figure 5.38</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 8 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>85</b>
<b>Figure 5.39</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 9 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>85</b>
<b>Figure 5.40</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 10 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>86</b>
<b>Figure 5.41</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 11 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>86</b>
<b>Figure 5.42</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 12 <sup>ème</sup> cas (type 2) .....	<b>87</b>
<b>Figure 5.43</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 13 <sup>ème</sup> cas (type 3) .....	<b>88</b>
<b>Figure 5.44</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 14 <sup>ème</sup> cas (type 3) .....	<b>88</b>

<b>Figure 5.45</b> : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 15 <sup>ème</sup> cas (type 3) .....	<b>89</b>
<b>Figure 5.46</b> : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 2 .....	<b>89</b>
<b>Figure 5.47</b> : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 2 .....	<b>90</b>
<b>Figure 5.48</b> : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 6 .....	<b>90</b>
<b>Figure 5.49</b> : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 6 .....	<b>90</b>
<b>Figure 5.50</b> : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 8 .....	<b>91</b>
<b>Figure 5.51</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 1 ou 2 .....	<b>93</b>
<b>Figure 5.52</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 5 ou 6 .....	<b>94</b>
<b>Figure 5.53</b> : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 3 ou 8 .....	<b>95</b>
<b>Graphe 5.1</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs rapport a/b .....	<b>97</b>
<b>Graphe 5.2</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature $\rho$ . .....	<b>98</b>
<b>Graphe 5.3</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs inclinaison $\theta \leq 45^\circ$ . .....	<b>98</b>
<b>Graphe 5.4</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs inclinaison $\theta \geq 45^\circ$ . .....	<b>99</b>
<b>Graphe 5.5</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs rapport a/b . .....	<b>99</b>
<b>Graphe 5.6</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature $\rho$ . .....	<b>100</b>
<b>Graphe 5.7</b> : diagramme d'interaction ( $\mu,v$ ) correspondant à plusieurs inclinaison $\theta$ . ..	<b>100</b>
<b>Graphe5.8</b> : specimen <b>S-1</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.9</b> : specimen <b>SC-4</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.10</b> : specimen <b>U-1</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.11</b> : specimen <b>U-2</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.12</b> : specimen <b>U-3</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.13</b> : specimen <b>U-4</b> .....	<b>104</b>
<b>Graphe 5.14</b> : specimen <b>U-6</b> .....	<b>105</b>
<b>Graphe 5.15</b> : specimen <b>H-1</b> .....	<b>105</b>
<b>Graphe5.16</b> : specimen <b>H-2</b> .....	<b>105</b>
<b>Graphe5.17</b> : specimen <b>H-3</b> .....	<b>105</b>
<b>Graphe5.18</b> : specimen <b>B-2</b> .....	<b>105</b>
<b>Graphe5.19</b> : specimen <b>B-3</b> .....	<b>105</b>

<b>Graphe5.20</b> : specimen <b>B-4</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.21</b> : specimen <b>B-5</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.22</b> : specimen <b>B-6</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.23</b> : specimen <b>BR-1</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.24</b> : specimen <b>BR-2</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.25</b> : specimen <b>BR-3</b> .....	<b>106</b>
<b>Graphe5.26</b> : specimen <b>BR-4</b> .....	<b>107</b>
<b>Graphe5.27</b> : specimen <b>BR-5</b> .....	<b>107</b>
<b>Graphe5.28</b> : specimen <b>BR-6</b> .....	<b>107</b>
<b>Graphe 5.33</b> : balayage à partir des coins 1 ou 2 .....	<b>108</b>
<b>Graphe 5.34</b> : balayage à partir des coins 5 ou 6 .....	<b>108</b>
<b>Graphe 5.35</b> : balayage à partir des coins 3 ou 8 .....	<b>109</b>

## Liste des tableaux

### CHAPITRE 3

<b>Tableau 3.1</b> : les expressions des quantités d'acier .....	27
--	----

### CHAPITRE 4

<b>Tableau 4.1</b> : les expressions des hauteurs utiles (type 1) .....	47
---	----

<b>Tableau 4.2</b> : les expressions des hauteurs utiles (type 2) .....	49
---	----

<b>Tableau 4.3</b> : les expressions des quantités d'acier (type 3) .....	49
---	----

<b>Tableau 4.4</b> : les expressions des hauteurs utiles (type 3) .....	49
---	----

<b>Tableau 4.5</b> : Les données des spécimens soumis à une charge uniaxiale. ....	56
--	----

<b>Tableau 4.6</b> : La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux(le problème uniaxial). ....	57
---	----

<b>Tableau 4.3</b> : l'écart type pour les résultats expérimentaux (le problème uniaxial) .....	59
---	----

### CHAPITRE 5

<b>Tableau 5.1</b> : les expressions des quantités d'acier dans le problème biaxial.....	92
--	----

<b>Tableau 5.2</b> : les expressions des hauteurs utiles pour le problème biaxial (type 1) .....	93
--	----

<b>Tableau 5.3</b> : les expressions des hauteurs utiles pour le problème biaxial (type 2) .....	94
--	----

<b>Tableau 5.4</b> : les expressions des hauteurs utiles pour le problèmebiaxial (type 3) .....	95
---	----

<b>Tableau 5.5</b> : Les données des spécimens soumis à une charge biaxiale.....	103
--	-----

<b>Tableau 5.6</b> : La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux (le problème biaxial). ....	103
---	-----

<b>Tableau 5.7</b> : l'écart type pour les résultats expérimentaux (le problème biaxial) .....	107
--	-----

## Résumé

Le but de ce travail est de développer un programme pour traiter les sections de forme T et carrée soumises à un effort axial de compression biaxialement excentré.

La méthode utilisée est basé sur les courbes d'interaction dans le plan dont elle ne consiste pas à la détermination de la position de l'axe neutre, ce qui est compliqué au vu des nombreux facteurs qui rentrent en jeu, mais à opérer un balayage de la section selon l'angle de chargement. Ceci est traduit en écrivant les équations des efforts internes N en les moments fléchissants M dans le béton comprimé et les armatures pour chaque position de l'axe neutre et pour un pourcentage donné d'armature.

Pour chaque position de l'axe neutre le couple N-M présente un point, en faisant un balayage sur toute la section choisie, on obtient une série des points qui donne la courbe complète.

La validation des résultats est faite par rapport aux résultats obtenus avec le logiciel PCACOL –*portland cement association column*- et aux résultats expérimentaux obtenus par différents auteurs lors des testes sur des poteaux à échelle réelle.

La comparaison a montré une bonne corrélation des valeurs trouvées par le programme avec celles des différentes références.

## المخلص

**العنوان:** تحليل بالحالة النهائية الأخيرة لمقاطع أعمدة الخرسانة المسلحة من الشكل مربع و T الخاضعة إلى قوة ضغط منحرفة عن مركز المقطع.

الهدف من هذا البحث هو إنجاز برنامج من أجل دراسة مقطع على مستوى الأعمدة من الشكل المربع و الخاضعة إلى قوة محورية و عزم مزدوج.

الطريقة المتبعة تعتمد على منحنيات التفاعل البعدين, الطريقة لا تغل على تعيين موقع المحور الحيادي عبر الموقع بزواوية تحميل معينة و في كل موقع للمحور الحيادي نكتب معادلات القوى الداخلية N والعزم المرافقة له M.

كل زوج (M-N) يمثل نقطة من منحنى التفاعل. الانتقال من مقطع عمود تحت قوة شد كلي على قوة ضغط كلي يمكننا من تعيين نقط المنحنى كاملا.

للتحقق من مدى صحة هذا البرنامج استعنا من نتائج تجريبية لمقارنتها بالنتائج المعطاة من طرف البرنامج, أيضا استعملنا للمقارنة برنامج نظري يدعى « PCACOL ».

بعد المقارنة وجدنا أن هناك تقارب كبير بين نتائج هذا البحث و النتائج المحصل عليها سواء من الناحية التجريبية أو النظرية.

## Resume

The purpose of this work is to develop a program to treat the sections of form T and square subject to an effort axial compression and biaxial eccentrically.

The method used is based on the curves of interaction in the plan which it is not to the determination of the position of the neutral axis, which is complicated in the light of the many factors which come into play, but to operate a scan of the section according to the angle of loading. This is reflected in writing the equations for the internal efforts  $N$  in the bending moments  $M$  in the concrete compressed and fittings for each position of the neutral axis and for a percentage armature.

For each position of the neutral axis the couple  $N$ - $M$  presents a point, making a scan on all the section chosen, one obtains a series of points which gives the curve complete.

Validation of the results is made in relation to the results obtained with the software PCACOL *-portland cement association column-* and to experimental results obtained by different authors in the testes of columns on real's scale.

The comparison showed a good correlation of values found by the program with those of the various references.

# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

Le présent travail qui rentre dans le cadre de la préparation d'un mémoire de magistère en Génie Civil concerne l'analyse des poteaux (éventuellement les voiles) en flexion biaxiale avec un effort de compression. Cet axe de recherche a suscité l'intérêt des chercheurs depuis les années soixante, et continue d'être un sujet d'actualité de part les récentes publications parues dans divers journaux et autres. . D'ailleurs la formule de Bresler proposée dans les années soixante reste la référence de base dont s'inspirent et appliquent à ce jour les différents codes de calcul (ACI, BS, EC2).

On sait que dans toute structure en béton armé l'élément porteur le plus important est le poteau (ou voile) et sa détérioration conduirait à celle de la construction entière. De ce fait une attention particulière doit être toujours donnée au calcul et à la vérification des ces éléments. En réalité et surtout en zone sismique le poteau (le voile) est toujours soumis à une flexion biaxiale rendant l'analyse assez complexe et surtout si la section est non symétrique. En pratique, pour simplifier l'analyse on adopte parfois certaines méthodes simplifiées telle la méthode de superposition qui consiste à simuler deux flexion composées au lieu d'une flexion biaxiale et dont les résultats sont discutables car elle n'a pas de base théorique. Afin de mener un calcul sécuritaire il faut recourir à l'utilisation de méthodes sophistiquées et l'utilisation de l'outil informatique..

Ce travail rentre dans cette optique, on va proposer un programme de calcul et de vérification basé sur l'approche des courbes d'interaction. En se basant sur une méthode indirecte qui consiste à faire un balayage de la section en supposant plusieurs positions de l'axe et chaque position en écrivant les équations d'équilibre de la section on obtient la résistance limite de la section matérialisé par un effort normal total et un moment résultant total. Ce couple d'efforts correspond à un point de la courbe d'interaction. Donc un balayage judicieux permet d'obtenir la courbe complète. Pour arriver à cette fin le mémoire est composé de quatre chapitres, encadrées par une introduction et des conclusions, réparties comme suit :

Le Chapitre 2 intitulé « *Méthode d'analyse des sections soumises à la flexion composée et déviée* » décrit les différentes méthodes d'analyse utilisées pour les sections sous

chargements multiaxiales : uniaxial et biaxial, après un bref aperçu sur le problème de la flexion composée et déviée d'un point de vue mécanique.

Le Chapitre 3 intitulé « *La méthode d'analyse utilisée* », expose les hypothèses de calcul, le principe des courbes d'interaction, les lois de comportement non linéaire utilisées pour les matériaux, et l'aspect théorique pour résoudre un problème de flexion biaxiale : la mise en équation et la résolution en vue de l'élaboration de l'algorithme de calcul.

Chapitre 4 sous le titre « *Chargement uniaxial* » décrit en détail la résolution de la flexion uniaxiale avec l'écriture des équations d'équilibre pour le béton et l'armature pour chaque position de l'axe neutre pour chaque possibilité de balayage : de la section totalement tendue à la partiellement comprimée à la totalement comprimée. Enfin l'expérimentation et la validation sont faites par rapport à des données expérimentales (résultats de tests) et théoriques (logiciel PCACOL). Les résultats obtenus montrent que le programme donne de bons résultats, en effet l'écart par rapport aux résultats expérimentaux ne dépassent pas 2%. Aussi les points obtenus avec le logiciel PCACOL sont proches des courbes données par le programme proposé. Un organigramme est présenté en fin de chapitre.

Chapitre 5 sous le titre « *Chargement Biaxial* » décrit en détail la résolution de la flexion Biaxiale avec l'écriture des équations d'équilibre pour le béton et l'armature pour chaque position de l'axe neutre pour chaque possibilité de balayage : de la section totalement tendue à la partiellement comprimée à la totalement comprimée. Enfin l'expérimentation et la validation sont faites par rapport à des données expérimentales (résultats de tests) et théoriques (logiciel PCACOL). Les résultats obtenus montrent que le programme donne de bons résultats, en effet l'écart par rapport aux résultats expérimentaux ne dépassent pas 2%. Aussi les points obtenus avec le logiciel PCACOL sont proches des courbes données par le programme proposé. Un organigramme est présenté en fin de chapitre.

Pour clôturer ce chapitre on peut lister les résultats obtenus comme suit :

- ✓ La validation du code présenté a montré une bonne corrélation entre les résultats théoriques obtenus par le programme et les données expérimentales présentées aussi bien pour le chargement uniaxial que biaxial;

- ✓ La validation du code présenté a montré une bonne corrélation entre les résultats théoriques obtenus par le programme et ceux obtenus par le logiciel professionnel PCACOL aussi bien pour le chargement uniaxial que biaxial;
- ✓ Le programme proposé peut servir au calcul et à la vérification des poteaux ainsi que des voiles vu que l'armature est supposée répartie sur le contour de la section.
- ✓ Aussi au vu de la modélisation de l'armature différentes possibilités de ferrailage peuvent être adoptées en se référant à la pratique, ce qui donne un avantage au programme

## CHAPITRE 2

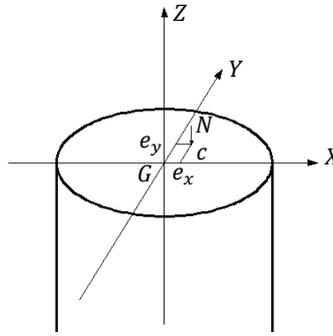
### METHODES D'ANALYSES DES SECTIONS SOUMISES A LA FLEXION COMPOSEE DEVIEE

#### 2.1\ Flexion composée déviée :

##### 2.1.1\ Introduction :

Une section linéaire est sollicitée en compression excentrée lorsque le point d'application de la résultante axiale des forces extérieures  $N$  ne coïncide pas avec l'un des axes des symétries de la section. La position de la résultante axiale des forces extérieures  $N$  entraîne l'existence de moments par rapport aux axes principaux  $GX$  et  $GY$ , Fig 2.1.

$$M_x = N \cdot e_y \quad , \quad M_y = N \cdot e_x$$



**Figure 2.1** : un pilier soumis à la compression excentrée

Le point d'application de la résultante axiale  $C$  appelée *centre de pression* est défini par les coordonnées  $e_x$  et  $e_y$  qui représentent les excentricités par rapport aux axes principaux de la section dans le repère principale  $(G, X, Y)$ .

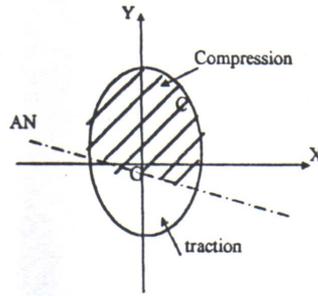
Comme tout problème de flexion, des contraintes de compression et de traction apparaissent de part et d'autre de la ligne d'équation de la droite représentant l'axe neutre est donné par Fig 2.2, ce dernier est le lieu des points de la section droite de contraintes normale nulle, son équation est donnée par :

$$\sigma = (N/A) + [(M_x/I_x) \cdot y] + [(M_y/I_y) \cdot x] = 0 \quad (2.1)$$

$$N \left[ (1/A) + [(e_x/I_x) \cdot y] + [(e_y/I_y) \cdot x] \right] = 0 \quad (2.2)$$

$$(1/A) + [(e_x/I_x) \cdot y] + [(e_y/I_y) \cdot x] = 0 \quad (2.3)$$

$[(e_y/e_x)(I_x/I_y)] \cdot x - (I_x/A \cdot e_x) : \text{Équation de la droite de pente } (e_y/e_x)(I_x/I_y) ;$



**Figure 2.2 :** section soumise à la flexion déviée

### 2.1.2\ Flexion uniaxiale :

Si l'une des excentricités  $e_x$  ou  $e_y$  est nulle, la pente de l'axe neutre est soit nulle, soit infini de sorte que ce dernier se trouve parallèle à l'un des axes principaux donc l'excentricité se trouve uniquement par rapport à un axe ce qui entraîne l'existence d'un seul moment par rapport à cet axe. Ce comportement est celui d'une flexion composée droite. Les contraintes sont données par [1]:

$$\sigma = (N/A) + [(M_x/I_x) \cdot y] \quad (2.4)$$

Et l'équation de l'axe neutre par :

$$(1/A) + [(e_x/I_x) \cdot y] = 0 \quad (2.5)$$

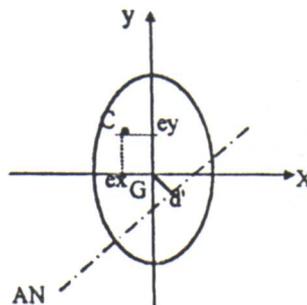
### 2.1.3\ Flexion biaxiale :

Dans une flexion biaxiale, le point d'application de la résultante axiale, le centre de pression se trouve hors de la ligne des axes principaux et possède de ce fait une double excentricité par rapport au centre de gravité de la section une composantes  $e_x$  selon l'axe horizontal et  $e_y$  selon l'axe vertical, l'équation de l'axe neutre est :

$$(1/A) + [(e_x/I_x) \cdot y] + [(e_y/I_y) \cdot x] = 0 \quad (2.6)$$

Dans ce cas le centre de pression et l'axe neutre sont situés de part et d'autre du centre de gravité G de la section droite et la distance neutre G et AN est donnée par la formule :

$$d' = (1/A) / [(e_x^2/I_x^2) + (e_y^2/I_y^2)]^{1/2} \quad (2.7)$$



**Figure 2.3 :** section d'un axe neutre oblique

Par conséquent, au fur et à mesure que le point d'application de la force se rapproche du centre de gravité, la ligne neutre s'en éloigne. A la limite lorsque  $e_x = e_y = 0$ , la résultante axiale passe par le centre de gravité et la ligne neutre est rejetée à l'infini, alors la section est totalement comprimée.

Les équations écrites précédemment ne sont valables que pour un matériau travaillant dans le domaine élastique. Pour un matériau sollicité au-delà de ce domaine, l'écriture des équations est complexe car elle dépend de la loi de comportement non linéaire du matériau et de la géométrie de la section [1].

## 2.2\ Méthodes d'analyse existantes :

### 2.2.1\ Introduction :

A partir des années cinquante, le comportement non élastique du béton sous des charges relativement faibles a été étudié par beaucoup de chercheurs après la deuxième guerre mondiale, ce qui a amené à l'établissement de la théorie des états limites en tant qu'outil rationnel de conception et de calcul des structures.

Les chercheurs proposaient pour cerner le comportement non élastique du béton des diagrammes linéaires déjà utilisés. Ces derniers convenaient dans une large mesure pour les calculs des poutres moyennant certaines corrections mais s'écart sensiblement de la réalité lorsqu'il s'agit des poteaux comme en témoignent les recherches expérimentales.

Certains chercheurs avaient proposé des expressions rationnelles pour les contraintes lors de l'analyse des poteaux soumis à une charge centrée ou faiblement excentré uniaxialement, alors que les éléments soumis à une grande excentricité continuaient d'être calculés par les méthodes élastiques.

Après un long programme expérimental, **Whitney [2]** a proposé un diagramme rectangulaire équivalent pour la distribution des contraintes dans les poteaux et les poutres.

**Hognestad [3]** a mené des investigations sur les sections chargées excentriquement de forme carrée, rectangulaire et circulaire. Ce travail avait permis d'établir les bases de la méthode d'analyse des sections aux états limites soumises à la flexion composée avec compression. La conséquence essentielle des travaux de l'auteur fut l'adoption de la méthode des contraintes ultimes par les ingénieurs pour le calcul des poteaux, surtout aux angles des structures et qui ont des sections souvent de forme carrée, rectangulaire, L et T.

Cependant les difficultés qui découlent d'une flexion biaxiale étaient tel qu'il n'était pas possible de donner une formulation mathématique générale comme ce fut le cas pour la flexion uniaxiale. Généralement pour les poteaux soumis à une charge de compression avec une flexion dans les deux plans principaux d'inertie, la position de l'axe neutre n'est pas connue à l'avance, la difficulté augmente si la section n'est pas symétrique et augmente d'avantage si la loi de comportement ( $\sigma - \varepsilon$ ) du matériau n'est pas linéaire.

### 2.2.2\ Méthodes des essais successifs :

Cette catégorie de méthode à établir par essais successifs la position de l'axe neutre pour laquelle les efforts internes développés dans la section est en équilibre avec les charges extérieures (N, M).

Ainsi **Whitney et Cohen [4]** ont proposé une procédure systématique d'analyse basée sur une méthode d'approximations successives concernant les sections de caractéristiques géométriques et mécaniques connues, ainsi que pour une position et une inclinaison de l'axe neutre données.

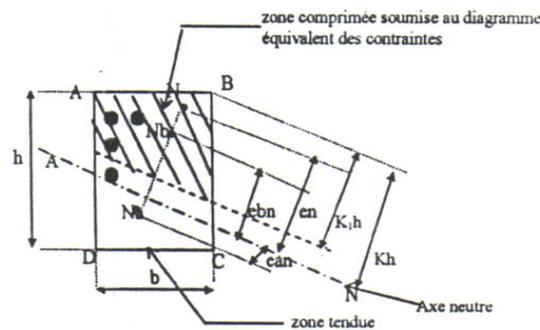


Figure 2.4 : section soumise à la flexion composée déviée

Equilibre des efforts et des moments :

$$N_b + N_a = N \quad (2.8)$$

$$N_b \cdot e_{bn} + N_a \cdot e_{an} = N \cdot e_n \quad (2.9)$$

$N$ : Charge axiale extérieure donnée ;

$N_b$ : Résultante des forces dans le béton ;

$N_a$ : Résultante des forces dans les armatures ;

Le calcul des efforts dans le béton comprimé et la détermination du centre de pression suppose une distribution uniforme dans la zone comprimée avec une contrainte de valeur égale à  $0.85 f_{cj}$  (diagramme rectangulaire, bloc de contrainte)

On repère les calculs sont répétés en changeant la position de l'axe neutre jusqu'à obtenir l'équilibre entre les efforts internes calculés et les efforts externes donnés.

La principale critique de la méthode est que si l'axe neutre est en dehors de la section, la distribution rectangulaire des contraintes est critiquable, en outre pour les sections non rectangulaires cette méthode n'est pas satisfaisante car les calculs sont basés sur la supposition que le diagramme rectangulaire équivalent des contraintes possède au moment de la fissuration un centre de gravité qui coïncide avec celui du diagramme réel.

**Polivka [5]** avait suggéré une modification de la théorie de **Whitney [2]** en remplaçant le coefficient 0,85 par un autre coefficient arbitraire  $C_f$  qui soit égal à 0,85 uniquement si la fibre comprimée extrême est parallèle à l'axe neutre, cas de la flexion uniaxiale. Sinon le coefficient  $C_f$  nécessite une modification pour les autres positions de l'axe neutre en concordance avec ses distances aux fibres comprimées extrême, cas de la flexion biaxiale.

**Au Tung [6]** a présenté des abaques pratiques pour l'analyse basée sur le diagramme de **Whitney [1]** avec certaines hypothèses concernant le comportement de l'acier:

-toutes les barres comprimées sont à l'état limite (écoulement)

-toutes les barres tendues sont uniformément réparties,

-les barres proches de la fibre neutre sont négligées,

Cela permettait de simplifier les équations d'équilibre et de pouvoir représenter les résultants sur des abaques ; mais les recherches pour chaque position de l'axe neutre demandant une longue procédure.

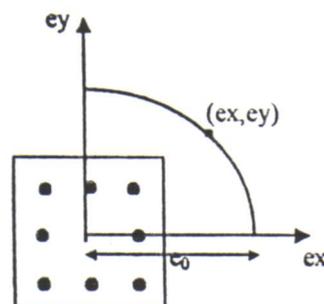
D'autres chercheurs tels que **Chu et Pebarcius [7]** ont développé une méthode similaire à celle de **Whitney [1]** mais avec un diagramme trapézoïdale les contraintes.

**Czerniak [8], Hognestad, Mattok et Kriz [9]** ont proposé des méthodes itératives pour la détermination de la position de l'axe neutre avec les équations de l'équilibre et dont la convergence est assez rapide.

**Fleming et Werner [10]** ont présenté des abaques pour les poteaux carrés armés avec 8 barres et un enrobage égal à 1/10 de la dimension de la section qui donnaient la charge ultime pour différentes positions de l'axe neutre.

### 2.2.3\ Méthode de l'excentricité équivalente uniaxiale :

Pour un poteau de section rectangulaire soumis à une flexion biaxial ( $M_{ux}, M_{uy}$ ) et une charge ultime constante ( $N_u$ ), il existe une combinaison d'excentricité, pour une charge constante, donné par la ligne d'interaction ou la trace de la charge pour différentes valeurs du couple d'excentricité. Par conséquent la charge de coordonnées ( $e_x, e_y$ ) sur la ligne est la même charge avec une excentricité équivalente uniaxiale  $e_0$ . Par conséquent si la ligne d'interaction est connue on peut évaluer l'excentricité équivalente uniaxiale  $e_0$  pour la charge  $N_u$ , ce qui permettrait de considérer un seul moment, donc le problème devient uniaxial.



**Figure 2.5** : courbe d'interaction d'une section soumise à un moment biaxial et une charge constante

**Moran [11]** a proposé une exposition pour l'excentricité uniaxiale équivalente  $e_0$  adoptée par le code espagnol ;

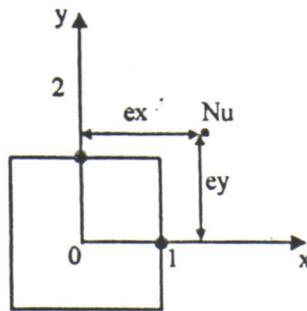
$$e_0 = e_x + ((1 - \beta')/\beta') \cdot e_y \quad (2.10)$$

avec :  $e_x \geq e_y$

$\beta'$  : Étant un facteur qui dépend de la charge appliquée et de l'armature disposée.

#### 2.2.4\ Méthode de superposition :

Parmi les méthodes de superposition, l'une d'elle a pour but la détermination de l'armature nécessaire pour chaque cas de chargement uniaxial ( $N_{ux}, M_{ux}$ ) et ( $N_{uy}, M_{uy}$ ) Séparément puis de faire la somme des deux résultats. Ceci revient à traiter deux cas de flexion uniaxiale séparément donc l'équivalent d'une charge appliquée au point 1 puis au point 2, Fig. 2.6;



**Figure 2.6** : la méthode de superposition

Cette méthode n'ayant pas des fondements théoriques n'est pas conseillée car elle peut conduire à de grandes erreurs dans le sens non sécuritaire puisque le béton est pris deux fois pendant le calcul, et non économique pour l'acier.

Une autre méthode consistait à remplacer la charge axiale  $N_u$  par deux charges équivalentes  $N_{ux}$  et  $N_{uy}$  appliquées aux points 1 et 2 respectivement. L'armature nécessaire est la somme des deux cas de chargement.

#### 2.2.5\ Méthodes des surfaces d'interaction :

Une surface d'interaction est celle qui représente la charge ultime en chaque point d'une section repérée par ces coordonnées, elle donne une vision sur la localisation des points de rupture d'une section. On peut imaginer plusieurs types de surfaces d'interaction selon la variable prise comme coordonnées.

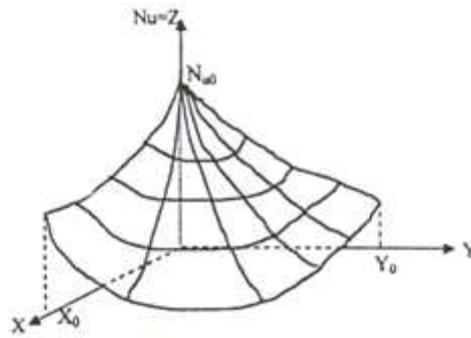


Figure 2.7 : surface S1 ( $N_u, x, y$ )

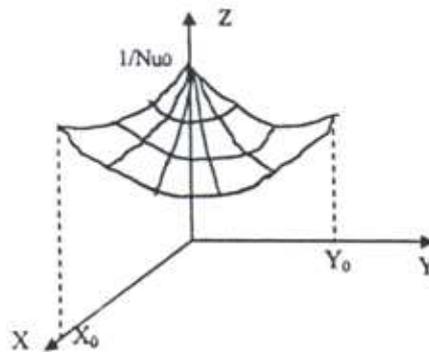


Figure 2.8 : surface S2 ( $1/N_u, x, y$ )

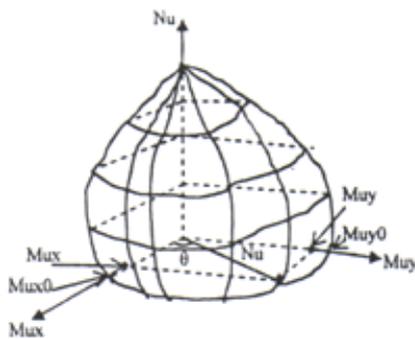


Figure 2.9 : surface S3 ( $N_u, M_{ux}, M_{uy}$ )

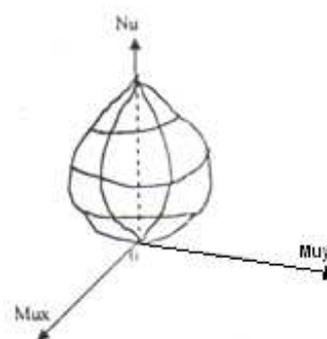


Figure 2.10 : surface S3 pour le béton seul

La surface d'interaction S3 peut être considéré comme la composition d'un nombre infini de courbe d'interaction charge-moment  $N_u = f(M)$  qui sont les méridiens de la surface définis pour une quantité d'acier donnée, ainsi que pour une inclination connue  $\theta$  de l'axe neutre. Ces courbes peuvent être construites à l'aide d'une méthode inverse pour diverses positions préétablies de l'axe neutre.

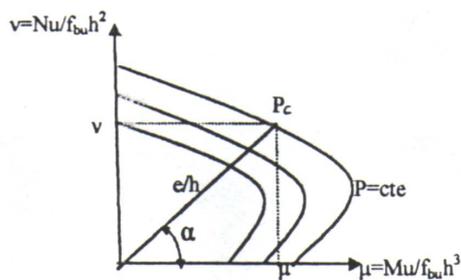


Figure 2.11 : courbes d'interaction adimensionnelles

On peut résoudre le problème de façon directe car si on connaît 'e' on peut déterminer la charge et le moment ultimes.

Pour 'p' donné on a :

$$M_u = N_u \cdot e \quad \text{et} \quad e/h = \mu/v \quad (2.11)$$

On trace à partir de l'origine l'angle  $\theta$  tel que :

$$\tan \theta = v/\mu = (e/h)^{-1} \quad (2.12)$$

Celui-ci coupe la courbe  $(v - \mu)$  au point  $p_c$  qui est le point critique.

### 2.2.5.1\ Méthode de Pannell :

La charge ultime est déterminée à partir des courbes d'interaction issues d'une forme présumée du profil de chargement pour les poteaux à section carrée.

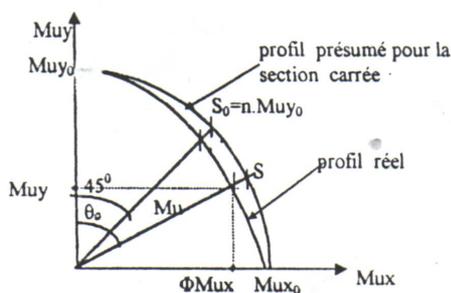


Figure 2.12 : diagramme d'interaction selon la méthode de Pannell

$$S_0 = n \cdot M_{yu0} \quad (2.13)$$

$$M_u = (M_{ux}^2 + M_{uy}^2)^{1/2} \quad (2.14)$$

Pannell [12] a estimé que l'écart S du moment radial  $M_u$  issu d'un angle  $\theta$  à partir du moment uniaxial  $M_{uy}$  est gouverné par l'expression :

$$S = S_0 \cdot \sin^2 2\theta_0 \quad (2.15)$$

$S_0$  : est la déviation maximale qui a lieu pour  $\theta_0 = 45^\circ$  ;

Il a montré que :

$$M_{uy0} = M_{uy} / ((1 - n \cdot \sin^2 2\theta_0) \cdot \cos \theta_0) \quad (2.16)$$

$$\theta_0 = \arctg(\phi M_{ux} / M_{uy}) \quad (2.17)$$

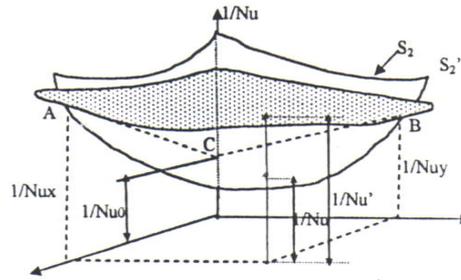
$$\phi = M_{uy0} / M_{ux0} \quad (2.18)$$

$$n = S_0 / M_{uy0} \quad (2.19)$$

Il est alors possible de déterminer le moment équivalent uniaxial connaissant les moments biaxiaux  $M_{ux}$  et  $M_{uy}$  ainsi que les paramètres  $n$  et  $\phi$ . Le paramètre  $n$  dénotant la déviation maximale du moment radial et  $\phi$  est considéré comme constant pour toute charge  $N_u$  est pris par convenance égal au rapport des moments d'équilibre qui agissent dans les plans principaux  $x=0$  et  $y=0$  respectivement.

### 2.2.5.2\ Méthode de Bresler :

**Bresler [13]** a proposé deux méthodes basées sur une approximation des surfaces d'interaction  $S_2$  ( $1/N_{ux}, N_{uy}$ ).



**Figure 2.13** : surface d'interaction selon la méthode de Bresler

Dans la première méthode l'ordonnée  $1/N_u$  d'un point pris sur la surface  $S_2$  est approximée par de  $1/N_u$  d'un autre point pris sur le plan  $S_2$  défini comme passant par trois points caractéristiques A,B,C de coordonnées :  $A(1/N_{ux}, x, 0)$ ,  $B(1/N_{uy}, y, 0)$  et  $C(1/N_u, 0, 0)$ .

L'équation du plan est :

$$1/N'_u = 1/N_{ux} + 1/N_{uy} - 1/N_{u0} \quad (2.20)$$

avec :

$N'_u$  : Charge ultime approximant  $N_u$  ;

$N_{ux}$  et  $N_{uy}$  : Charges ultimes de la section en compression excentrée par rapport aux axes X et Y respectivement ;

$N_{u0}$  : Charge limite ultime en compression centrée (compression pure) ;

L'équation du plan est valable pour des matériaux élastiques linéaires, cependant il a été remarqué lors de données expérimentales qu'elle peut être aussi applicable pour le béton et donne une assez bonne concordance.

A partir de cette surface d'interaction simplifiée, on peut alors définir des courbes et des contours de chargement simplifiés.

Dans la seconde méthode on a approximé la surface d'interaction S3 ( $N_u$ ,  $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ ) par une famille des courbes donnant les contours de chargement pour des valeurs fixes de la charge  $N_u$  est définis par l'équation adimensionnelle :

$$(M_{ux}/M_{ux0})^\alpha + (M_{uy}/M_{uy0})^\beta = 1 \quad (2.21)$$

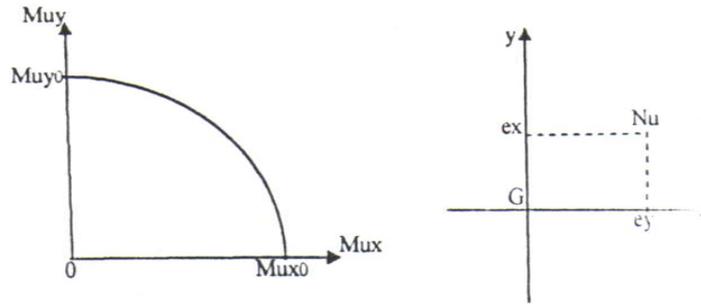


Figure 2.14 : contour de chargement ( $N_u$ =constante)

avec :

$$M_{ux} = N_u \cdot e_x \quad , \quad M_{uy} = N_u \cdot e_y \quad , \quad M_{uy0} = N_u \cdot e_{y0} \quad , \quad M_{ux0} = N_u \cdot e_{x0}$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes qui dépendent des caractéristiques géométriques et mécaniques de la section et du niveau de chargement axial.

### 2.2.5.3\ Méthode de Ramamurthy :

**Ramamurthy [14]** a proposé deux équations simples pour définir les contours de chargement des poteaux carrés et rectangulaires contenant un pourcentage minimum d'armature uniformément réparties, après une longue recherche analytique et expérimentale

Il a proposé pour les sections carrées :

$$M_u = M_{ux0}(1 - (0,1\theta/45^\circ)) \quad (2.22) \quad \text{pour } f_e = 4000 \text{ psi}$$

$$M_u = M_{ux0}(1 - (0,15\theta/45^\circ)) \quad (2.23) \quad \text{pour } f_e = 6000 \text{ psi}$$

$$\theta = \arctg(e_x/e_y) = \arctg(M_{uy}/M_{ux}) \quad (2.24)$$

Pour les sections rectangulaires :

$$M_u = M_{ux0}(1 - (0,15\beta_1/45)).(\cos^2\beta_1 + (\sin^2\beta_1/k_t^2))^{1/2} \quad (2.25) \quad \text{pour } f_e = 6000 \text{ psi}$$

avec :

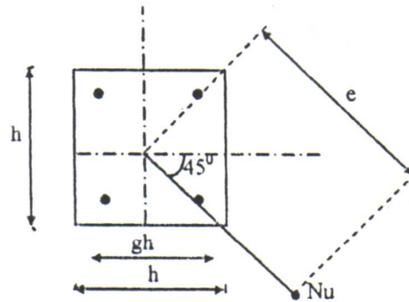
$\beta_1$  : angle transformé obtenue par  $\text{tg}\beta_1 = k_t \text{tg}\theta$

$k_t$  : facteur de transformation dont les valeurs sont tabulées en fonction du rapport b/h pour la section carrée  $k_t = 1$

L'auteur a montré qu'il existe une bonne concordance avec les contours de chargement obtenus avec la méthode inverse analytique et les tests expérimentaux.

#### 2.2.5.4\ Méthode de WEBER :

**Weber [15]** a utilisé les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations afin de tracer la première courbe d'interaction principale de coordonnées  $(N_u, N_u \cdot e)$  pour les poteaux de section carrée avec une charge appliqué en différentes positions le long de ligne diagonale de la section  $\theta = 45^\circ$



**Figure 2.15** : section carrée soumise à une charge appliquée au niveau de la ligne diagonale

$$g = 0,6 \text{ à } 0,9$$

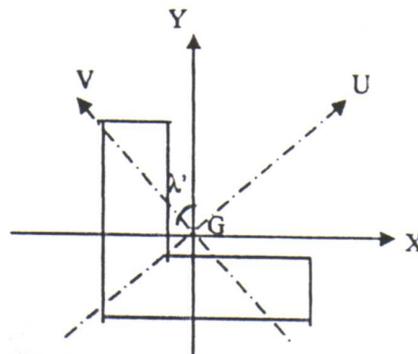
$$e = (e_x^2 + e_y^2)^{1/2} \quad (2.26)$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}(e_x/e_y) \quad (2.27)$$

Il a utilisé le diagramme rectangulaire pour le bloc des contraintes de béton comprimé par la méthode consiste de déterminer l'armature nécessaire pour une compression excentrée uniaxiale ( $\theta = 0$ ) ensuite pour une excentricité diagonale ( $\theta = 45^\circ$ ). Le calcul pour un angle  $\theta$  quelconque est fait par interpolation entre les deux valeurs données pour  $\theta = 0$  et  $\theta = 45^\circ$ . La méthode proposée par WEBER (1966), conduit à 5.3% d'erreur au maximum pour de la détermination de la section d'armature.

#### 2.2.5.5\ Méthode de Hafeez Khan :

**Hafeez khan [16]** a mené des recherches analytiques et expérimentales sur la capacité portante des poteaux en béton armé de section en L soumise à des surfaces d'interaction. Il a proposé une équation simple pour définir le contour de chargement pour les poteaux à ailes égales ou inégales.



**Figure 2.16** : poteau de section L

$$M_u = M_{u0} \cdot (1 - R \cdot \sin \alpha')$$

$M_u$  : Moment ultime radial pour un angle  $\alpha'$  donné ;

$M_{u0}$  : Moment ultime uniaxial pour  $\alpha' = 0$  ;

$$\alpha' = \theta + \lambda' \quad (2.28)$$

$$\theta = \arctg(e_x/e_y) = \arctg(M_{uy}/M_{ux}) \quad (2.29)$$

$\lambda'$  : Angle (vv, yy)

R : constante

Il a proposé un graphe décrivant les valeurs de R pour différentes proportions de la section d'armature, et a montré que ce coefficient n'est pas significativement influencée par les variations du pourcentages  $p$  et de la contrainte limite  $\sigma_1$ . Il a examiné les formes des contours de chargement issus à partir des méthodes inverses d'analyse et a montré la bonne concordance avec l'équation proposé. Il a détaillé la méthode pour l'obtention des courbes d'interaction pour des excentricités données à partir des courbes uniaxiales. Il a aussi construit une méthode de détermination des courbes d'interaction approchées pour les sections en L. à partir des sections équivalentes carrées ou rectangulaires selon que les ailes étaient égales ou inégales.

### 2.2.5.6\ Méthode de Row et Paulay :

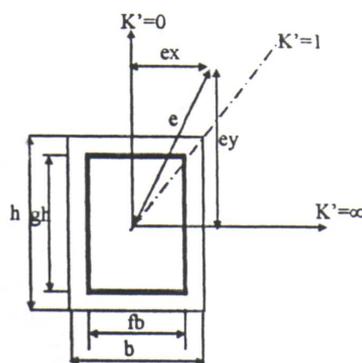
**Row et Paulay** [17] ont mené une intéressante investigation sur les poteaux en compression biaxialement excentrée, ils supposèrent que l'excentricité de la charge axiale peut être exprimée en fonction du paramètre  $K'$  tel que :

$$K' = e_x \cdot h / e_y \cdot b \quad (2.30)$$

$K' = 0$  : la charge sur la direction y ;

$K' = 1$  : la charge sur le diagonal ;

$K' = \infty$  : la charge sur la direction x ;



**Figure 2.17** : Section d'un poteau avec un chargement biaxial

Pour s'assurer de l'exactitude de la méthode, les auteurs ont tracé les courbes d'interaction en fonction d'un grand nombre de valeur du coefficient  $k'$ . Les coordonnées des diagrammes d'interaction sont  $N_u/f_b \cdot bh^2$  en ordonnées  $M_{ux}/f_b \cdot bh^2(1 + (e_x \cdot h/e_y \cdot b)^2)^{1/2}$  en abscisses, avec  $M_{ux} = N_u \cdot e_y$ .

L'armature est supposée uniformément distribuée sur les cotés, la loi de comportement du béton est représentée par une courbe parabolique.

### 2.2.5.7 Méthode de Hsu :

Pour étudier le comportement d'une section en béton armé soumise à un moment biaxial et une charge axiale, **Hsu [18]** proposa une méthode basée sur les éléments finis. Il divisait la section en petites aires élémentaires, il considérait deux types de sections : rectangulaire et carrée. Il a utilisé un maillage de 85 et 89 pour les deux types de sections respectivement avec 8 éléments d'acier, 32 éléments en béton non confiné et le reste des éléments en béton confiné. Cette approche permettait de considérer deux lois de comportement pour le béton non confiné (en zone d'enrobage) et confiné (à l'intérieur de la section)

L'auteur a proposé des équations pour les contours de chargement en se base sur l'équation de Bresler puis en ajoutant le terme de l'effort axial et en proposant des valeurs pour les exposants  $\alpha=\beta=1.75$  pour le rectangle et  $\alpha=\beta=1.5$  pour le carré :

- Pour la section carrée

$$(N_u/N_{u0}) + (M_{ux}/M_{ux0})^{1.75} + (M_{uy}/M_{uy0})^{1.75} \leq 1 \quad (2.31)$$

- Pour la section rectangulaire

$$(N_u/N_{u0}) + (M_{ux}/M_{ux0})^{1.5} + (M_{uy}/M_{uy0})^{1.5} \leq 1 \quad (2.32)$$

En **Hsu [19]** proposa une équation générale en modifiant les équations 2.31 et 2.32 dans laquelle il prend en compte le point de balancement comme point de référence :

$$(N_u - N_{ub}/N_{u0} - N_{ub}) + (M_{ux}/M_{ubx})^{1.5} + (M_{uy}/M_{uby})^{1.5} = 1 \quad (2.33)$$

$N_u$  : la charge axiale appliquée ;

$N_{u0}$  : la charge axiale limite en compression centrée ;

$M_{ux}$  et  $M_{uy}$  : les moment appliqués selon les deux directions ;

$M_{ux0}=M_{ux}$  si  $M_{uy}$  est égal à zéro (cas uniaxial) ;

$M_{uy0}=M_{uy}$  si  $M_{ux}$  est égal à zéro (cas uniaxial) ;

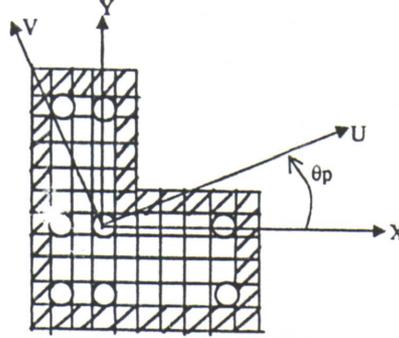
$N_{ub}$  : la charge axiale au point de balancement ;

$M_{ubx}$  et  $M_{uby}$  : les moments dans les deux directions au point de balancement

Il a analysé 21 sections de forme carrée et rectangle avec l'équation générale proposée et a comparé les résultats avec ceux théoriques déduits des principes de la statique. La comparaison a donné une bonne concordance des résultats obtenus par l'équation 2.33.

### 2.2.6\ Méthode de tsao et Hsu :

Récemment pour analyser les sections carrées, L et en T, **Hsu [20]** proposé une méthode générale dans laquelle la section est subdivisée en éléments finis élémentaires, voir, Fig 2.18.



**Figure 2.18 :** Section d'un poteau avec un chargement biaxial ( $v, \mu$ )

L'angle  $\theta_p$  présente l'inclinaison des axes principaux par rapport aux axes de référence ( $X, Y$ )

$$\operatorname{tg} 2 \cdot \theta_p = -2 \cdot l_{xy} / (l_y - l_x) \quad \text{où} \quad \theta_p = 1/2 \cdot \operatorname{tg}^{-1}(-2 \cdot l_{xy} / (l_y - l_x)) \quad (2.34)$$

$l_x, l_y$  : Moments d'inertie selon les axes  $x$  et  $y$  respectivement ;

$l_{xy}$ : Le produit de moment d'inertie ;

Selon les auteurs pour chaque élément  $K$  de coordonnées  $(X_k, Y_k)$ , La déformation  $\varepsilon_k$  est supposée uniformément répartie et s'exprime par :

$$\varepsilon_k = \varepsilon_0 + \phi_u \cdot v + \phi_v \cdot u \quad (2.35)$$

$\varepsilon_0$  : La déformation au niveau de l'élément  $k$  par rapport aux axes de référence;

$\phi_u$  : La courbure de la section par rapport à l'axe  $U$  ;

$\phi_v$  : La courbure de la section par rapport à l'axe  $V$  ;

$u$  et  $v$  sont les coordonnées principales par rapport aux axes  $U$  et  $V$  tel que :

$$\begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta_p & -\sin \theta_p \\ \sin \theta_p & \cos \theta_p \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \quad (2.36)$$

Les équations d'équilibre d'une section à  $n$  éléments sont :

$$N(c) = \sum_{k=1}^n (E_s)_k \cdot \varepsilon_k \cdot a_k \quad (2.37)$$

$$M_x(c) = \sum_{k=1}^n (E_s)_k \cdot \varepsilon_k \cdot a_k \cdot v_k \quad (2.38)$$

$$M_y(c) = \sum_{k=1}^n (E_s)_k \cdot \varepsilon_k \cdot a_k \cdot u_k \quad (2.39)$$

$(c)$  : représente les valeurs dans un cycle d'itération ;

$(E_s)_k$  : Module d'élasticité de l'élément  $k$  ;

$\varepsilon_k$  : Déformation de l'élément  $k$  ;

$a_k$  : L'aire de l'élément  $k$  ;

$u_k, v_k$  : Les coordonnées de l'élément  $k$  par rapport aux axes U et V.

## CHAPITRE 3

### METHODE D'ANALYSE UTILISEE

#### 3.1.\ Introduction :

Dans ce travail, on présente une méthode indirecte d'analyse aux états limites des poteaux courts de section « T » et carrée soumis à un chargement uniaxial ou biaxial, basée sur la méthode des courbes d'interaction dans le plan. Pour cela, on utilise pour traiter ce problème une méthode d'analyse de calcul des sections en béton armé de formes T et carrée par méthode d'intégration par tranches.

La méthode ne consiste pas en la détermination de la position de l'axe neutre, ce qui est compliqué au vu de nombreuses facteurs qui rentre en jeu, mais on opère un balayage de la section selon l'angle de chargement, en variant la position de l'axe neutre jusqu'à l'équilibre, ceci traduit en écrivant les équations d'équilibre entre les efforts internes (béton comprimée, armature tendue) et ceux appliqués ( $N_t, M_t$ ) pour chaque position de l'axe neutre et pour un pourcentage donné d'armature.

#### 3.2\ Les hypothèses de calcul :

Les principales hypothèses du calcul des sections en BA soumises à la flexion uniaxiale ou biaxiale aux ELU sont les suivantes :

- Les sections droites restent planes après déformation (Navier-Bernoulli),
- Il n'y a pas de glissements relatifs entre l'acier et le béton, donc les fibres de béton et d'acier situées sur un même niveau ont les mêmes déformations,
- Le béton tendu n'est pas pris en compte dans le calcul,
- Le comportement de béton est défini par le diagramme parabole-rectangle et les déformations limitées du béton est  $\varepsilon_{bu} = 3.5\%$  en flexion simple (ou composée, tant que la section n'est pas entièrement comprimée) et  $\varepsilon_b = 2\%$  en compression simple,
- Le comportement de l'acier est défini par le diagramme contrainte-déformation bilinéaire et l'allongement relatif des armatures les plus tendues, supposées concentrées en leur centre de gravité, est limité à 10 %.
- La droite de déformation de la section doit obligatoirement passer par un des pivots A, B ou C (règle 3 pivots),

### 3.3\ Règle des 3 pivots:

Les calculs de dimensionnement sont conduits en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B, ou C, Fig 3.1 [21] on distingue trois domaines.

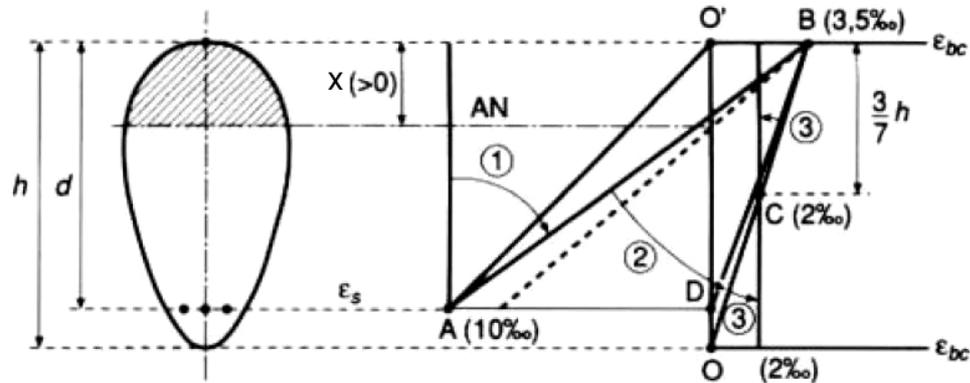


Figure 3.1 : Règle des trois pivots

**Le domaine 1-pivot A :** l'état limite ultime est défini par l'atteinte de l'allongement limite de 10‰ de l'armature la plus tendue : la section est soumise à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

**Le domaine 2- pivot B :** l'état limite ultime est défini par l'atteinte du raccourcissement limite de 3,5‰ de la fibre la plus comprimée : la section est soumise à la flexion simple ou composée.

**Le domaine 3-pivot C :** l'état limite ultime est défini par l'atteinte du raccourcissement limite de 2‰ à une distance de la fibre la plus comprimée égale aux 3/7 de la hauteur totale  $h$  de la section (comme cela résulte des propriétés des triangles semblables de la figure) : celle-ci est entièrement comprimée et soumise à la flexion composée ou à la compression simple

### 3.4\ Les courbes d'interaction :

Pour chaque position de l'axe neutre le couple  $(N_t, M_t)$  représente un point. En faisant un balayage d'une section totalement tendue à une section totalement comprimée, on obtient une série de points, qui nous donnent une courbe d'interaction (N, M) dont les coordonnées correspondent aux efforts réduits des efforts internes développés dans la section.

Le diagramme d'interaction exprime la relation entre la charge et le moment, on obtient selon l'ordonnée des coordonnées  $N_u/b^2 \cdot f_{c28}$  et selon l'abscisse des coordonnées  $M_u/b^3 \cdot f_{c28}$ , les points formant l'allure de diagramme d'interaction sont acquis par différentes positions de l'axe neutre. A chaque position correspond à une attribution spécifique des déformations et un bloc de contraintes bien déterminé.

La courbe d'interaction représente la courbe critique dont le dépassement conduit à la ruine, elle peut être décomposée en deux domaines, Fig 3.2.

Le domaine AB où la rupture arrive par plastification ou écrasement du béton comprimé, c'est une rupture fragile.

Le domaine BC où la rupture arrive par écoulement de l'acier tendu, c'est une rupture ductile.

Le point B est le point du balancement correspondant à la limite entre les deux modes de rupture, il correspond à une section équilibrée dans laquelle le béton arrive à la plastification  $\epsilon_b = \epsilon_{bu}$  en même que l'acier arrive à l'écoulement  $\epsilon_s = \epsilon_{es}$ .

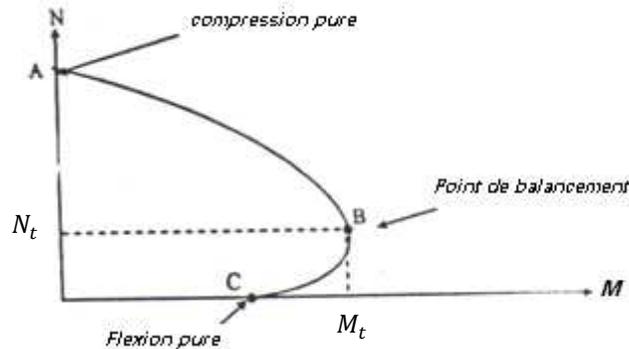


Figure 3.2 : la courbe d'interaction

### 3.5\ Méthode d'analyse :

#### 3.5.1\ Béton :

On découpe le bloc des contraintes 'parabole-rectangle' en tranches, chaque tranche est limitée par deux parallèles à l'axe neutre qui coupent la section passés par deux points d'extrémités successifs de la section étudiée T ou carré, on évalue les efforts internes élémentaires qui sont l'effort normale et le moment ( $N_{bi}, M_{bi}$ ) de chaque tranche, l'effort normal est le produit de la tranche par la valeur de la contrainte correspondante et le moment est le produit de l'effort normal par la distance entre le centre de gravité de la tranche et celui de la section, la formation des efforts élémentaires donnent les efforts internes totaux ( $N_b, M_b$ ), Fig 3.3.

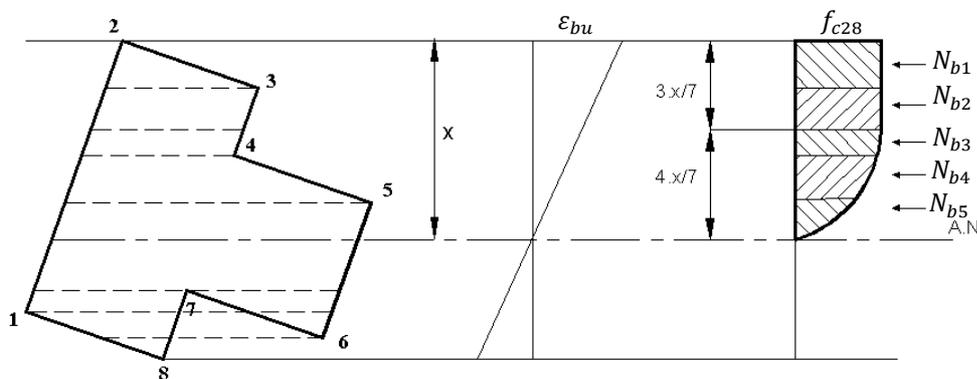


Figure 3.3 : Détermination les efforts dans le béton

Le diagramme contrainte-déformation utilisé est le diagramme parabole-rectangle qui définit la loi de comportement de béton Fig 3.4 [22];

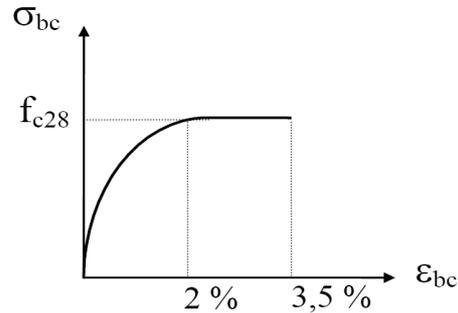


Figure 3.4 : Le diagramme parabole-rectangle

$f_b$  : est la contrainte du béton au niveau du bloc où :

$$f_b = f_{bu} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2 \cdot 10^{-3} - \varepsilon_b}{2 \cdot 10^{-3}} \right) \right] \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon_b \leq 2\text{‰} \dots \dots \dots (3.1) ;$$

$$f_b = f_{bu} \dots \dots \dots \text{ si } 2\text{‰} < \varepsilon_b \leq 3,5\text{‰} \dots \dots \dots (3.2)$$

$$f_{bu} = m \cdot f_{cj} / \theta \cdot \gamma_b$$

$m$  : Coefficient de comportement dépendant de la section ;

$m = 0.85$  : La section constante ou croissante vers la fibre la plus comprimée ;

$m = 0.80$  : La section décroissante vers la fibre la plus comprimée ;

$\theta$  : Coefficient dépendant de la durée de l'application de la charge ;

$\theta = 1$  ..... durée > 24 heures ;

$\theta = 0.9$  ..... 1 heure < durée < 24 heures ;

$\theta = 0.85$  ..... durée < 1 heure ;

$\gamma_b$  : Coefficient de sécurité ;

$\gamma_b = 1.5$  ..... Charge normale ;

$\gamma_b = 1.15$  ..... Charge accidentelle ;

$f_{cj}$  : La résistance du béton à la compression à 'j' jours ;

$\varepsilon_{bi}$  : La déformation de béton comprimé ;

### 3.5.2\ Acier :

La section d'armature dans le béton est prise comme un pourcentage par rapport à la section du béton. A partir du pourcentage choisis la section d'armature est évaluée ainsi que le nombre des barres d'armature, ces barres sont supposées uniformément distribuées sur le périmètre de la section.

Ainsi on peut connaître la section d'armature sur chaque coté, ceci pour permettrait d'avoir une combinaison de disposition variée.

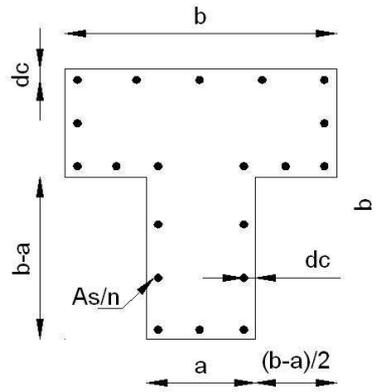


Figure 3.5 : Répartition des armatures

L'encrobage des armatures représenté par le rapport  $d_c/b$  est variable.

avec :

$d_c$  : L'encrobage ;

$A_s$  : La section totale des armatures ;

$n$  : Le nombre des barres des armatures.

Le comportement de l'acier est défini par le diagramme contrainte-déformation conventionnel élastique-plastique considéré dans les vérifications des sections et représenté en Fig 3.6 [23].

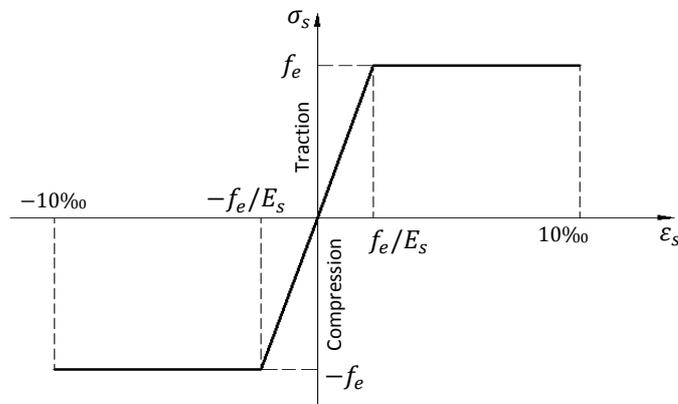


Figure 3.6 : Diagramme conventionnel contrainte-déformation de l'acier

### 3.6\ Caractéristiques géométriques

#### 3.6.1\ Caractéristiques géométriques de la section « T »

Pour chaque rapport  $a/b$ , on peut obtenir diverses dimensions de la section « T » où  $a/b$  varie de 0.3 à 1 ;

si  $a/b = 1$ , la section « T » devient carrée.

$b$  : longueur de la table ;

$a$  : largeur de la table et la nervure ;

$b-a$  : longueur de la nervure ;

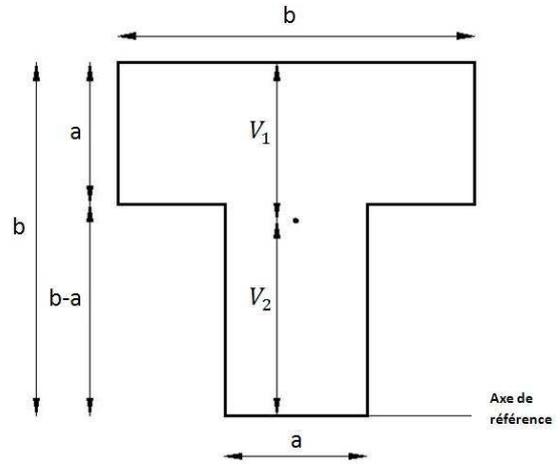


Figure 3.7 : caractéristiques géométriques de la section « T »

**La surface :**

$$S_T = 2ab - a^2 \dots \dots \dots (3.3)$$

**Les centres des gravités :**

$$V_1 = \frac{b^2 - a^2 + ab}{2 \cdot (2b - a)} \dots \dots \dots (3.4)$$

$$V_2 = \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)} \dots \dots \dots (3.5)$$

Le centre de gravité de la section en « T » dans le chargement biaxial est équation en fonction de l'angle  $\theta$ .

#### 3.6.2\ Caractéristiques géométriques de la section du bloc de contrainte de béton :

**La surface :**

$$S_b = \frac{17}{21} a_1 a_2 \quad (3.6)$$

**Les centres des gravités :**

Centre de gravité du rectangle

$$Y_1 = \frac{11}{14} \cdot a_1 \quad (3.7)$$

Centre de gravité de la parabole

$$Y_2 = \frac{12}{35} \cdot a_1 \quad (3.8)$$

Centre de gravité de bloc

$$Y_{b1} = \frac{4809}{8330} \cdot a_1 \approx 0.577 \cdot a_1 \dots (3.9)$$

$$Y_{b2} = a_1 - Y_{b1} \approx 0.423 \cdot a_1 \dots (3.10)$$

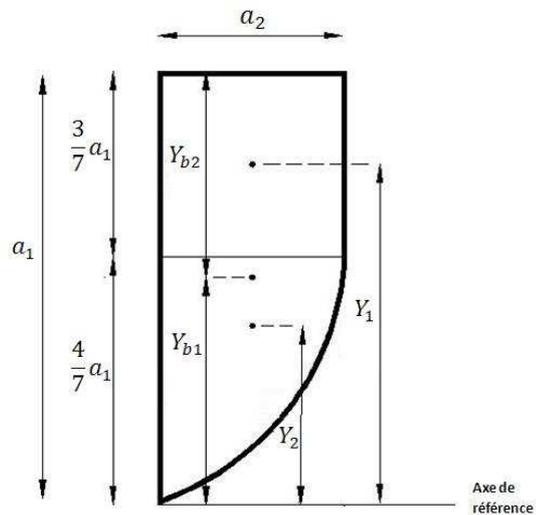


Figure 3.8 : caractéristiques géométriques du bloc

### 3.7\ Efforts internes :

#### 3.7.1\ Béton :

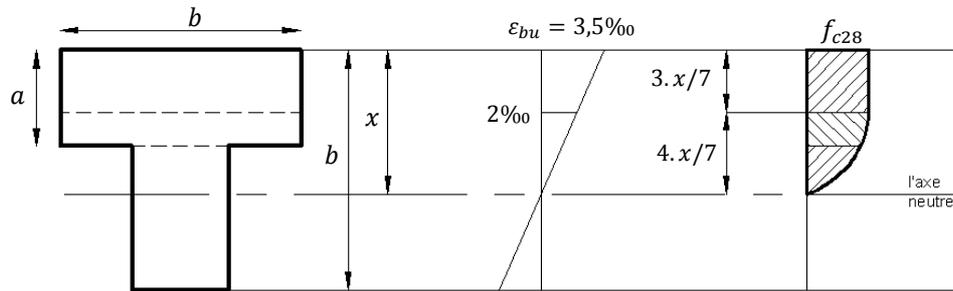


Fig 3.9 : Diagramme de déformation - contrainte du béton

Dans la méthode utilisée pour obtenir les efforts internes ( $N$ ,  $M$ ) incite de savoir les caractéristiques géométrique du bloc idéalisé (parabole-rectangle) du béton ainsi que la section en « T » qui sont les surfaces et les positions du centre de graviter; puis pour chaque position de l'axe neutre on trouve l'effort interne ( $N_{bk}$ ,  $M_{bk}$ ) pour chaque tranche par multiplier la surface du bloc qui peut composé de plusieurs tranches (selon la position de l'axe neutre) par la largeur de la section en « T » opposée, le moment correspondant est la multiplication de l'effort trouvé de chaque tranche du bloc par la distance entre son centre de gravité et celui de la section « T ».

La somme des efforts de chaque tranche d'une part et la somme de leurs moments d'une autre part on trouve le couple (effort axial, moment) du béton comprimé, ceci donne un point de la courbe en faisant un balayage de toute la section entre l'intervalle  $[0, 7b/3]$  on obtient la courbe complète.

La surface de la tranche  $k$  :

$$A_{bk} = \int_i^{i+1} f_b(x). dx \quad (3.11)$$

Les efforts internes pour la tranche  $k$  :

$$N_{bk} = l_k(x). A_{bk} \quad (3.12)$$

$$M_{bk} = l_k(x). Y_x. A_{bk} \quad (3.13)$$

Les efforts totaux :

$$N_b = \sum_{k=1}^n N_{bk} \quad (3.14)$$

$$M_b = \sum_{k=1}^n M_{bk} \quad (3.15)$$

avec :

$A_{bk}$ : L'aire de la tranche de bloc des contraintes calculée ;

$l_k(x)$  : La largeur de la section opposée ;

$l_k(x) = a$  ou  $b$ , dans le problème uniaxial ;

$l_k(x)$  est variable dans le problème biaxial ;

$Y_x$  : La distance entre le centre de gravité de la tranche du bloc et celui de la section « T »,  
où :

$$Y_x = V_T - y_k \quad (3.16)$$

$V_T$  : la distance de centre de gravité de la section calculé et la fibre la plus comprimé,

$V_T = V_1$  , dans le problème uniaxial type1 ;

$V_T = V_2$  , dans le problème uniaxial type2 ;

$V_T = b/2$  , dans le problème uniaxial type3 ;

$V_T$  : est une équation en fonction de l'angle  $\theta$  dans le problème biaxial ;

$y_k$  : La distance utile entre le centre de gravité de tranche  $k$  et la fibre la plus comprimé ;

### 3.7.2\ Acier :

Pour déterminer les efforts repris par les armatures, premièrement on évalue la quantité d'acier dans le béton suivant le pourcentage d'armature ( $\rho$ ) ;

$$A_{st} = A_{bt} \cdot \rho \quad (3.17)$$

$A_{st}$  : Aire d'armature;

$A_{bt}$  : Aire de béton totale ;

$\rho$  : Le pourcentage d'armature en béton ;

On distribue cette quantité d'armature uniformément autour le périmètre réduit de la section de béton (figure 3.6.b), où dans chaque unité du périmètre on trouve même quantité d'armature ;

$$A_{sr} = \frac{A_{st}}{p} \quad (3.18)$$

$$p = (b - 2d_c) + 3 \cdot (a - 2d_c) + 2 \cdot \left( \frac{b - a}{2} \right) + 2 \cdot (b - a) \quad (3.19)$$

$A_{sr}$  : L'aire unitaire des armatures distribuées (mm<sup>2</sup>/mm) ;

$p$  : Le périmètre réduit ;

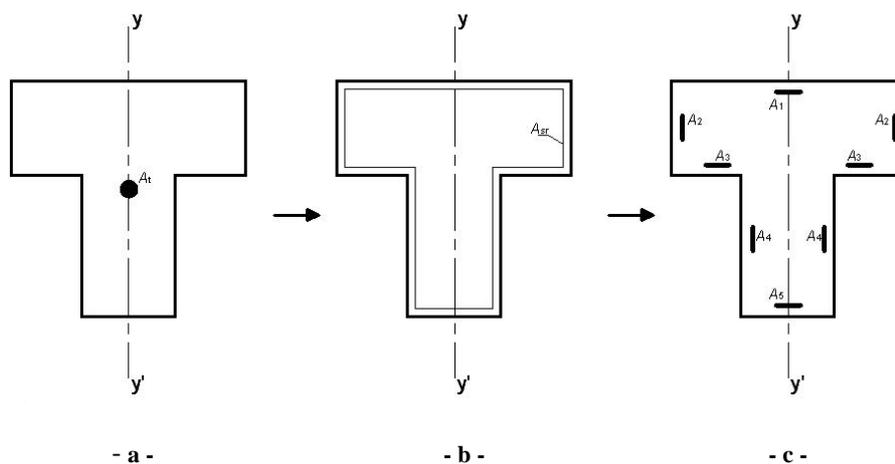


figure 3.10 : Redistribution de la quantité d'acier dans le béton

Après la distribution unitaire de la section d'armature on induit une réformation des armatures dans la section de béton en « T », où on trouve une redistribution réunie et symétrique par rapport de l'axe ( $yy'$ ) (fig 3.6.c) et les quantités d'armature formées sont présentées dans le tableau ci-dessous:

Les quantités d'acier	Les expressions
$A_1$	$A_{sr} \cdot (b - 2d_c)$
$A_2$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$
$A_3$	$A_{sr} \cdot \left(\frac{b - a}{2}\right)$
$A_4$	$A_{sr} \cdot (b - a)$
$A_5$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$

Tableau 3. 1 : les expressions des quantités d'acier

Chaque section d'acier formée ( $A_{si}$ ) produit un effort normal ( $N_{si}$ ) qui peut être un effort normal de compression ( $N_{sci}$ ) si l'axe neutre dépasse la hauteur utile ( $d_i$ ) de cet effort normal ou un effort normal de traction ( $N_{sti}$ ) si le contraire, on peut déterminer les efforts internes repris de chaque section d'armature par :

$$N_{si} = A_{si} \cdot f_{si} \quad (3.20)$$

$$M_{si} = N_{si} \cdot (V_T - d_i) \quad (3.21)$$

avec :

$A_{si}$  : Aire de la section d'armature ;

$V_T$  : La distance entre le centre de gravité de tranche calculé de bloc et celui de la section en « T »;

La somme de tout les efforts repris pour chaque quantité d'armature nous donne l'effort total des armatures où :

$$N_s = \sum_{i=1}^n N_{si} \quad (3.22)$$

$$M_s = \sum_{i=1}^n M_{si} \quad (3.23)$$

### 3.7.3\ Béton armé :

Les efforts internes dans le béton armé est la somme des efforts internes repris par le béton seul et celui qui repris par les armatures ferrailés la section de béton calculé où on peut écrire :

$$N_t = N_b + N_s \quad (3.24)$$

$$M_t = M_b + M_s \quad (3.25)$$

### 3.8\ constitution des courbes :

Les courbes d'interaction sont construites à partir du balayage de la section au venant la position de l'axe neutre. Le coté par lequel commence la balayage alors pour le problème uniaxial ou biaxial nous donne une variante différente à étudier, alors on numérote les coins de la section, Fig 3.11 pour organiser le traitement des différents cas suivant le problème considéré.

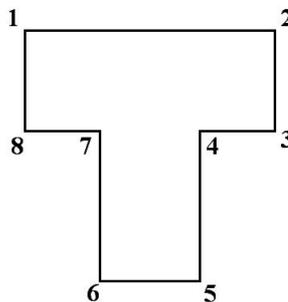


Figure 3.11 : numérotation des cotés de la section

#### ▪ *Le problème uniaxial :*

- *Type 1* : à partir du bord 1-2 (balayage uniaxial parallèle et à partir du bord 1-2) ;
- *Type 2* : à partir du bord 5-6 (balayage uniaxial parallèle et à partir du bord 5-6) ;
- *Type 3* : à partir du bord 1-8 ou 2-3 (balayage uniaxial parallèle et à partir du bord 1-8 ou 2-3) ;

#### ▪ *Le problème biaxial :*

- *Type 1* : à partir de coin 1 ou 2 (les points 1 ou 2 sont les plus comprimés) ;
- *Type 2* : à partir de coin 5 ou 6 (les points 5 ou 6 sont les plus comprimés) ;
- *Type 3* : à partir de coin 3 ou 8 (les points 3 ou 8 sont les plus comprimés).

## CHAPITRE 4 LE CHARGEMENT UNIAXIAL

### 4.1\ Introduction :

Il y a une flexion uniaxiale lorsque la direction de l'application de la force extérieure est parallèle à l'un des axes du repère global, donc la force excentrée se trouve uniquement sur un des axes principaux ce qui produit un moment par rapport au centre de gravité de la section.

L'analyse proposée pour l'écriture des équations d'équilibre dépend de la position de l'axe neutre où les diagrammes des déformations et contraintes sont différents.

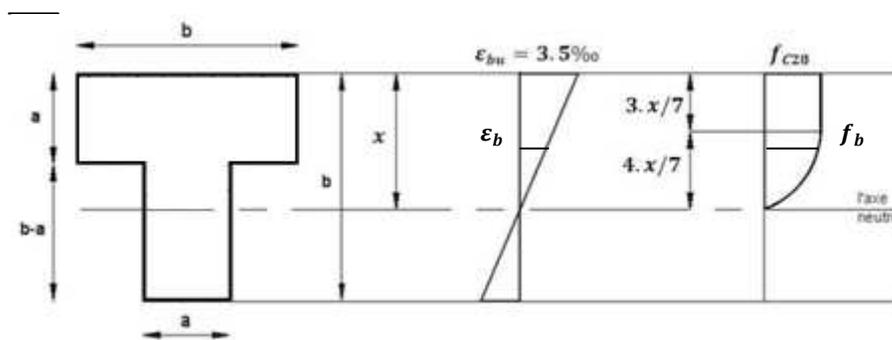


Figure 4.1 : les diagrammes des contraintes et des déformations

Chaque diagramme contrainte-déformation nous donne un état limite telle que toute sollicitation supplémentaire conduite à la ruine, donc la force totale est une force limite que l'on se propose à déterminer, celle-ci est égale à la somme algébrique des forces dans le béton et dans l'acier :

$$N_t = N_b + N_s \quad (4.1)$$

La possibilité de balayage de l'axe neutre peut avoir trois cas :

1. Balayage à partir de la table (type 1), Fig 4.2.a ;
2. Balayage à partir de la nervure (type 2), Fig 4.2.b ;
3. Balayage à partir de coté de la table (type3), Fig, 4.2.c ;

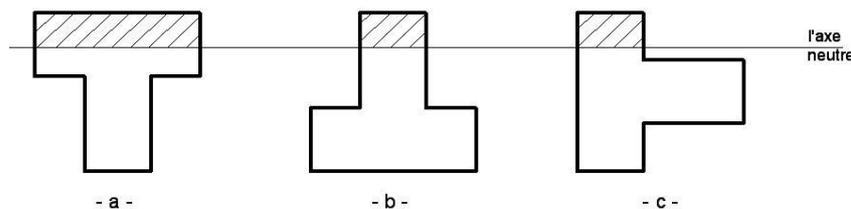


Figure 4.2 : positions possibles de l'axe neutre

## 4.2\ Procédures de balayage :

Comme on a démontré précédemment, les équations d'équilibre dans le béton dépendant de la position de l'axe neutre ( $x$ ) et la limite supérieure de la partie parabolique du bloc des contraintes de béton ( $3 \cdot x/7$ ) par rapport à la largeur opposée de la section géométrique étudiée, donc l'analyse théorique conduit à la somme algébrique des efforts dans le béton des tranches créées par l'irrégularité du bloc d'où la difficulté au niveau de la partie parabolique pour évaluer les surfaces et les centres des gravités des diverses tranches.

### 4.2.1\ Sollicitation dans le béton :

#### 4.2.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1):

##### 4.2.1.1.1\ Section partiellement comprimée : $0 < x < b$

1<sup>er</sup> Cas :  $0 < x < a$  :

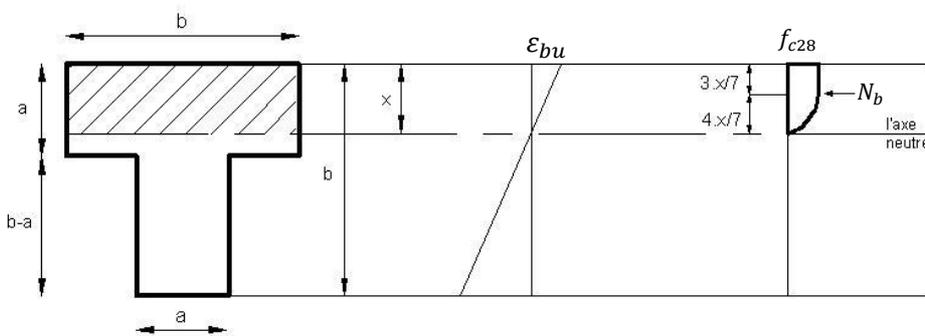


Figure 4.3 : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 1<sup>er</sup> Cas

L'effort normal repris par le béton, Fig 4.3 est donné par l'expression suivante:

$$N_b = \frac{17}{21} b \cdot x \cdot f_{c28}$$

Le moment repris par le béton, Fig 4.3 est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} M_b &= N_b \cdot (V_1 - 0,423 \cdot x) \\ &= \frac{17}{21} b \cdot x \cdot f_{c28} (V_1 - 0,423 \cdot x) \end{aligned}$$

2<sup>ème</sup> Cas :  $\frac{3}{7}x < a < x$

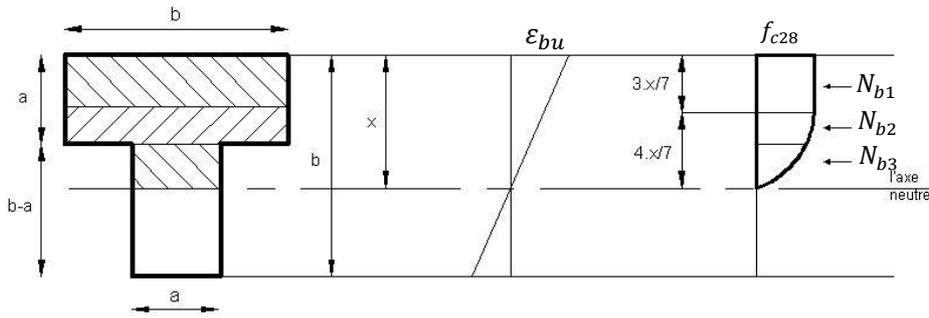


Figure 4.4 : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 2<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.4 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7} b \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - a) \right) \cdot b$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - a) \right) \cdot a$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.4 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/14)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/7 - y)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_1 - 2 \cdot x/5 - 3 \cdot a/5)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_1} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad V_1 = \frac{b^2 - a^2 + ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha_1 = \frac{x}{a}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} - \left[ f_{b1} \cdot (x - a) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_1} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot (x - a)} \cdot x \cdot b$$

3<sup>ème</sup> cas:  $a < \frac{3}{7}x$

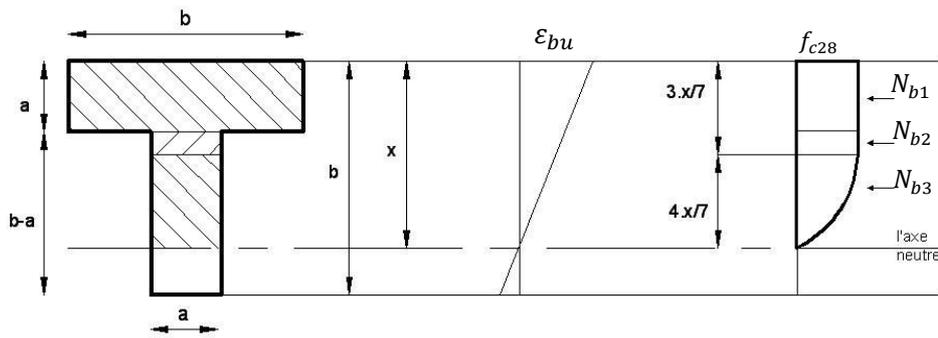


Figure 4.5 : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 3<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.5 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha - C_f \right) \cdot a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \frac{8}{21} \cdot a \cdot x \cdot f_{c28}$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.5 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_1 - a/2)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/14 - a/2)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_1 - 23 \cdot x/35)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$V_1 = \frac{b^2 - a^2 + ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \quad , \quad C_f = \frac{a}{b}$$

#### 4.2.1.1.2) Section entièrement comprimée : $b < x < \frac{7}{3}b$

4<sup>ème</sup> cas :  $0 < \frac{3}{7}x < a$

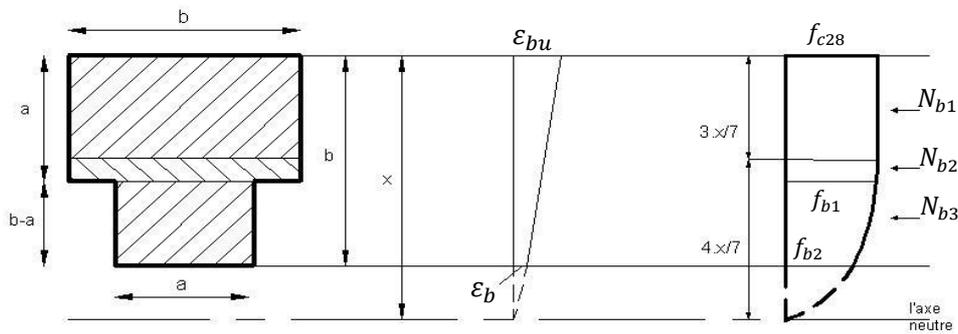


Figure 4.6 : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 4<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.6 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7}b \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - a) \right) \cdot b$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - a) - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - b) \right) \cdot a$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.6 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/14)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/7 - y_1)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_1 - a - y_2)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_1} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28}$$

$$V_1 = \frac{b^2 - a^2 + ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha_1 = \frac{x}{a} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b}$$

$$y_1 = \frac{\frac{32}{245} - \left[ f_{b1} \cdot (x - a) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_1} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot (x - a)} \cdot x \cdot b$$

$$y_2 = \frac{\left[ f_{b1} \cdot (x - a) \cdot \left( \frac{2}{5} - \frac{2}{5 \cdot \alpha_1} \right) \right] - \left[ f_{b2} \cdot (x - b) \cdot \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{\alpha_1} + \frac{3}{5 \cdot \alpha} \right) \right]}{f_{b1} \cdot (x - a) - f_{b2} \cdot (x - b)} \cdot x \cdot b$$

5<sup>ème</sup> cas :  $a < \frac{3}{7}x < b$

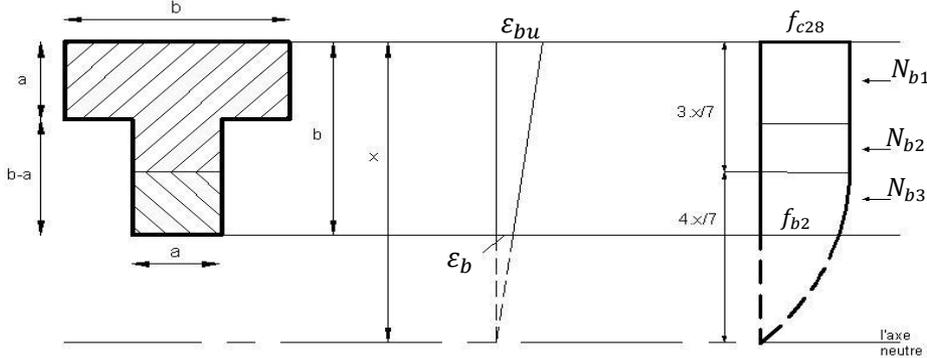


Figure 4.7 : Les efforts repris par la section de béton (type1) pour le 5<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.7 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha - C_f \right) \cdot a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - a) \right) \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.7 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_1 - a/2)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/14 - a/2)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_1 - 3 \cdot x/7 - y_2)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad V_1 = \frac{b^2 - a^2 + ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \quad , \quad C_f = \frac{a}{b}$$

### 4.2.1.2\ Balayage à partir de la nervure :

#### 4.2.1.2.1\ Section partiellement comprimée : $0 < x < b$

##### 1<sup>er</sup> Cas : $0 < x < (b - a)$

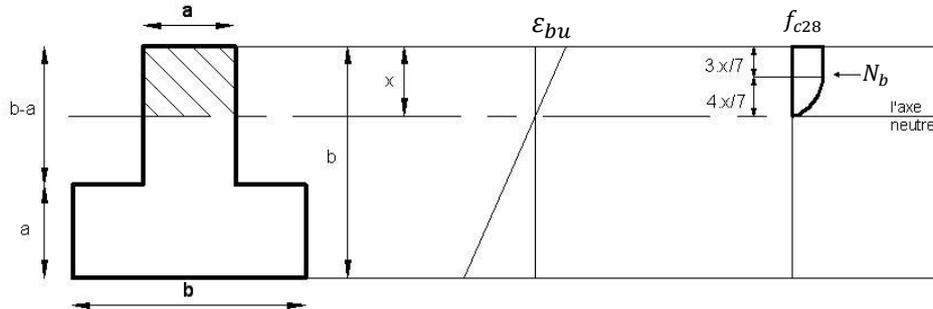


Figure 4.8 : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 1<sup>er</sup> Cas

L'effort normal repris par le béton, Fig 4.8 est donné par l'expression suivante:

$$N_b = \frac{17}{21} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

Le moment repris par le béton, Fig 4.8 est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} M_b &= N_b \cdot (V_2 - 0,423 \cdot x) \\ &= \frac{17}{21} a \cdot x \cdot f_{c28} (V_2 - 0,423 \cdot x) \end{aligned}$$

##### 2<sup>ème</sup> Cas : $0 < \frac{3}{7}x < (b - a)$

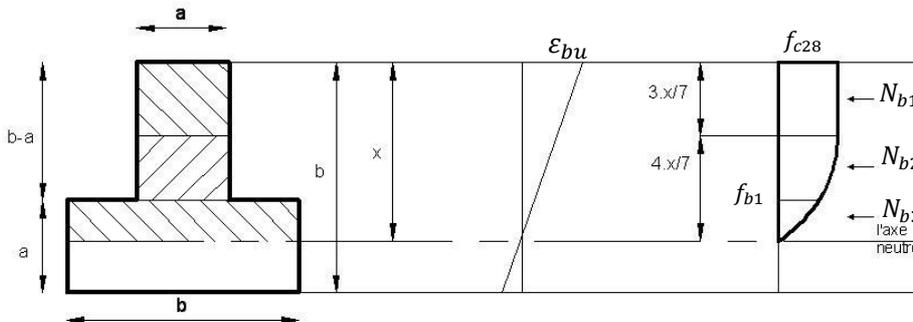


Figure 4.9 : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 2<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.9 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)) \right) \cdot a$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)) \right) \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.9 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/14)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/7 - y)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_2 - 2 \cdot x/5 - 3 \cdot (b - a)/5)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_3} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad V_2 = \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha_3 = \frac{x}{b - a}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} - \left[ f_{b1} \cdot (x - (b - a)) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_3} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot (x - (b - a))} \cdot x \cdot a \cdot f_{c28}$$

**3<sup>ème</sup> Cas :**  $\frac{3}{7}x > (b - a)$

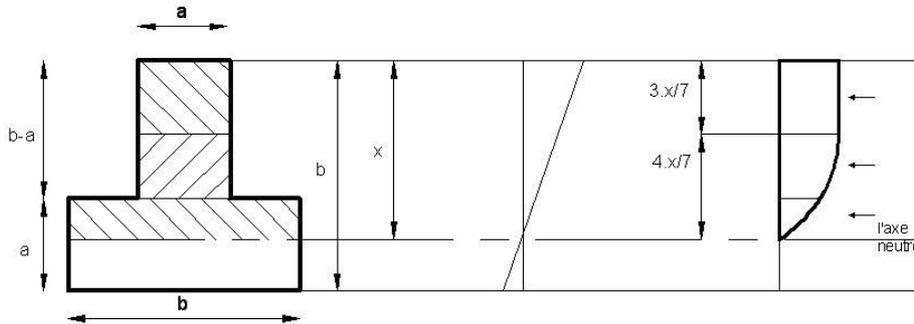


Figure 4.10 : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 3<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.10 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot (b - a) \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha_3 - 1 + C_f \right) \cdot b^2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \frac{8}{21} \cdot b \cdot x \cdot f_{c28}$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.10 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_2 - b/2 + a/2)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/14 + b/2 - a/2)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_2 - 23 \cdot x/35)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$V_2 = \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha_3 = \frac{x}{b - a} \quad , \quad C_f = \frac{a}{b}$$

#### 4.2.1.2.2\ Section entièrement comprimée : $b < x < \frac{7}{3}b$

4<sup>ème</sup> Cas :  $0 < \frac{3}{7}x < (b - a)$

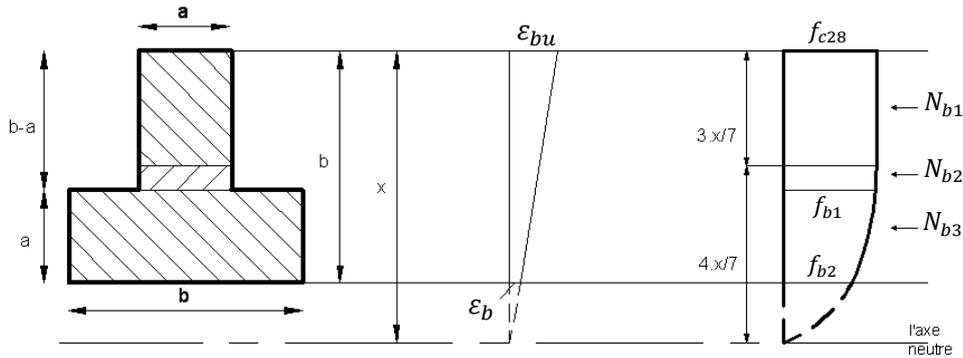


Figure 4.11 : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 4<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.11 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)) \right) \cdot a$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - b + a) - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - b) \right) \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.11 sont donnés par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} M_{b1} &= N_{b1} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/14) \\ M_{b2} &= N_{b2} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/7 - y_1) \\ M_{b3} &= N_{b3} \cdot (V_2 - b + a - y_2) \end{aligned}$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$\begin{aligned} f_{b1} &= \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_3} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \\ V_2 &= \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha_3 = \frac{x}{a} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \end{aligned}$$

$$y_1 = \frac{\frac{32}{245} - \left[ f_{b1} \cdot (x - b + a) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_3} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot (x - b + a)} \cdot x \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$y_2 = \frac{\left[ f_{b1} \cdot (x - b + a) \cdot \left( \frac{2}{5} - \frac{2}{5 \cdot \alpha_1} \right) \right] - \left[ f_{b2} \cdot (x - b) \cdot \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{\alpha_3} + \frac{3}{5 \cdot \alpha} \right) \right]}{f_{b1} \cdot (x - b + a) - f_{b2} \cdot (x - b)} \cdot x \cdot b \cdot f_{c28}$$

5<sup>ème</sup> Cas :  $(b - a) < \frac{3}{7}x < b$

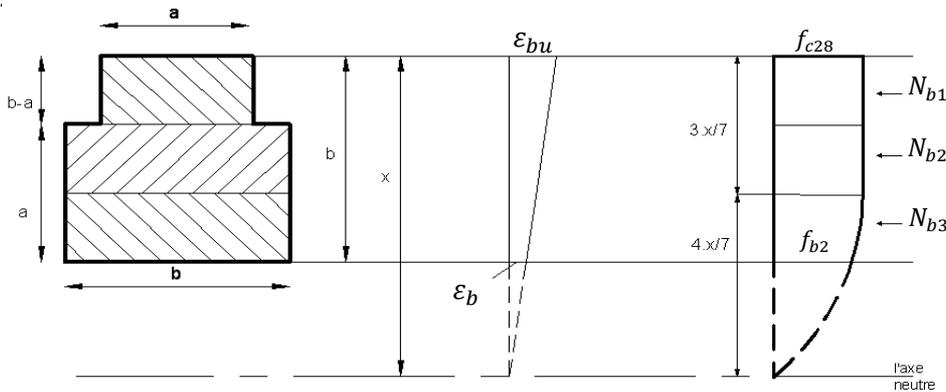


Figure 4.12 : Les efforts repris par la section de béton (type2) pour le 5<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.12 sont donnés par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} N_{b1} &= (b - a) \cdot a \cdot f_{c28} \\ N_{b2} &= \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha - 1 + C_f \right) \cdot b^2 \cdot f_{c28} \\ N_{b3} &= \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - b) \right) \cdot b \end{aligned}$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.12 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (V_2 - a/2)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/14 - a/2)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (V_2 - 3 \cdot x/7 - y_2)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad V_2 = \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \quad , \quad C_f = \frac{a}{b}$$

4.2.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3):

4.2.1.3.1\ Section partiellement comprimée :  $0 < x < b$

1<sup>er</sup> Cas :  $0 < x < (b - a)/2$

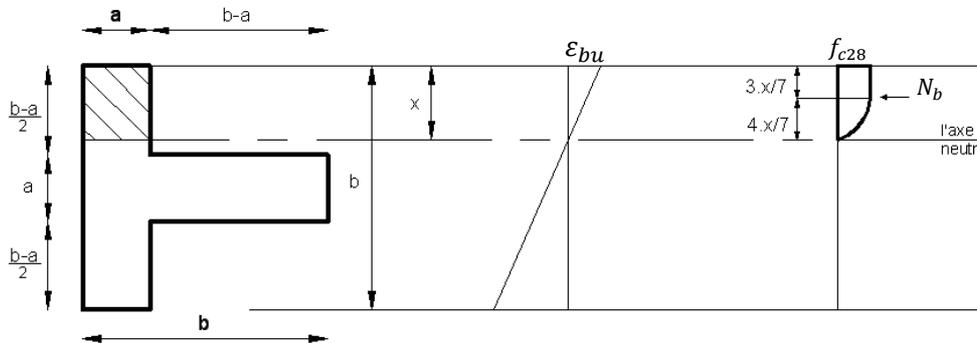


Figure 4.13 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 1<sup>er</sup> Cas

L'effort normal repris par le béton, Fig 4.13 est donné par l'expression suivante:

$$N_b = \frac{17}{21} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

Le moment repris par le béton, Fig 4.13 est donné par l'expression suivante :

$$= \frac{17}{21} a \cdot x \cdot f_{c28} \left( \frac{b}{2} - 0,423 \cdot x \right)$$

2<sup>ème</sup> Cas :  $\frac{3}{7}x < (b - a)/2 < x \leq (b + a)/2$

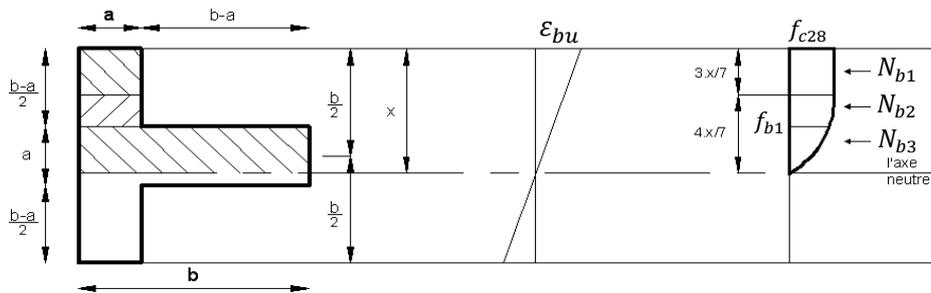


Figure 4.14 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 2<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.14 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)/2) \right) \cdot a$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)/2) \right) \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.14 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot \left( \frac{b}{2} - 3 \cdot x/14 \right)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot \left( \frac{b}{2} - 3 \cdot x/7 - y \right)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot \left( \frac{b}{2} - 2 \cdot x/5 - 3 \cdot (b-a)/10 \right)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_4} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad \alpha_4 = 2 \cdot \frac{x}{b-a}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} - \left[ f_{b1} \cdot (x - (b-a)) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_3} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot (x - (b-a))} \cdot x \cdot a \cdot f_{c28}$$

**3<sup>ème</sup> Cas :**  $(b-a)/2 < \frac{3}{7}x < x \leq (b+a)/2$

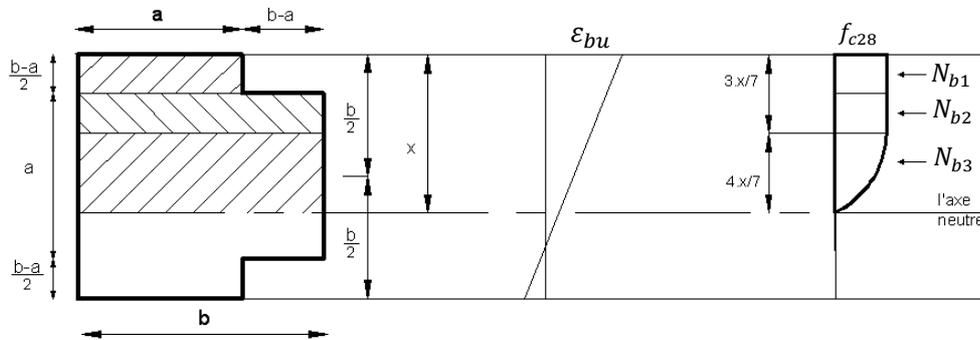


Figure 4.15 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 3<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.15 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot (b-a)/2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha_4 - 0.5 + C_f/2 \right) \cdot b^2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \frac{8}{21} \cdot b \cdot x \cdot f_{c28}$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.15 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (b/4 + a/4)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/14 + b/4 - a/4)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (b/2 - 23 \cdot x/35)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3}$$

Avec:

$$\alpha_4 = 2 \cdot x / (b - a) \quad , \quad C_f = a/b$$

**4<sup>ème</sup> Cas :**  $(b + a)/2 < x < b$  et  $0 < \frac{3}{7}x < (b - a)/2$

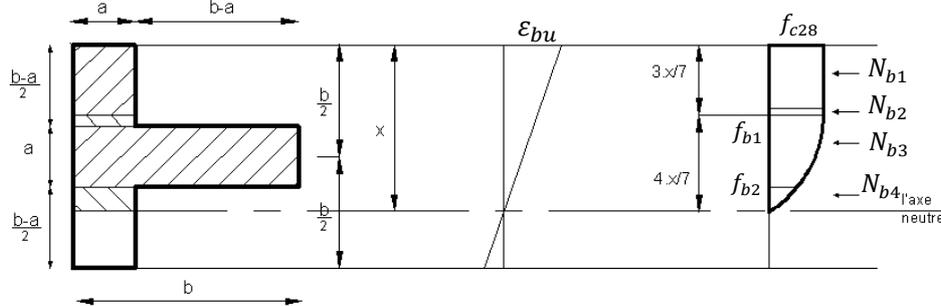


Figure 4.16 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 4<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.16 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = \frac{3}{7} a \cdot x \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)/2) \right) \cdot a$$

$$N_{b3} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b - a)/2) - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - (b + a)/2) \right) \cdot b$$

$$N_{b4} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - (b + a)/2) \right) \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3} + N_{b4}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.16 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/14)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/7 - y)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (a/2 - y_1)$$

$$M_{b4} = N_{b4} \cdot (-a/2 - y_2)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_4} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad \alpha_4 = 2 \cdot \frac{x}{b-a} \quad , \quad \alpha_3 = \frac{x}{a}$$

$$f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_5} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad \alpha_5 = 2 \cdot \frac{x}{b+a}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} \cdot f_{c28} - \left[ f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_4} \right) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_4} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_4} \right)} \cdot x$$

$$y_1 = \frac{\frac{2}{5} \cdot f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_4} \right)^2 - f_{b2} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right) \cdot \left( \frac{1}{\alpha_3} + \frac{2}{5} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right) \right) \right]}{f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_4} \right) - f_{b2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right)} \cdot b \cdot x$$

$$y_2 = \frac{1}{5} \cdot (2\alpha - C_f - 1)$$

5<sup>ème</sup> Cas :  $(b+a)/2 < x < b$  et  $(b-a)/2 < \frac{3}{7}x < (b+a)/2$

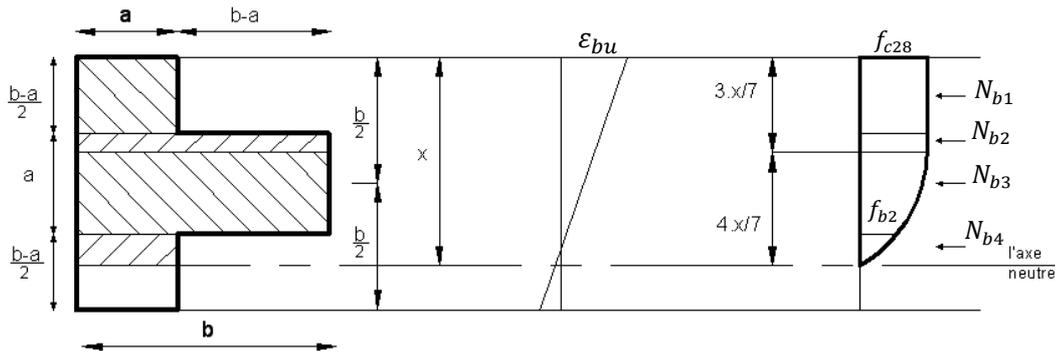


Figure 4.17 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 5<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.17 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot ((b-a)/2) \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha - 0.5 + C_f/2 \right) \cdot b^2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - (b + a)/2) \right) \cdot b$$

$$N_{b4} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - (b + a)/2) \right) \cdot a$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3} + N_{b4}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.17 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (b/4 + a/4)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/14 - b/4 + a/4)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/7 - y)$$

$$M_{b4} = N_{b4} \cdot (b/5 - 3 \cdot a/10 - 2 \cdot x/5)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4}$$

Avec:

$$f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_5} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad \alpha_5 = 2 \cdot \frac{x}{b+a} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \quad , \quad C_f = \frac{a}{b}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} \cdot f_{c28} - \left[ f_{b2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_5} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right)} \cdot x$$

**4.2.1.3.2\ Section entièrement comprimée :  $b < x < \frac{7}{3} b$**

**6<sup>ème</sup> Cas :  $(b - a)/2 < \frac{3}{7} x \leq (b + a)/2$**

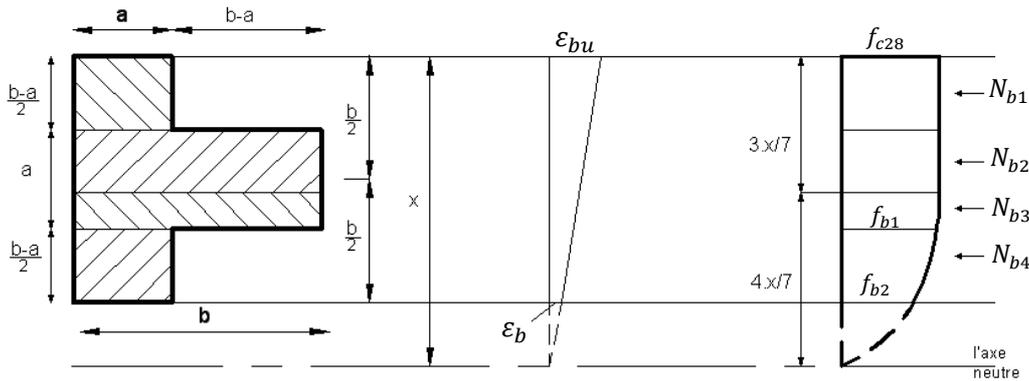


Figure 4.18 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 6<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.18 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot (b - a)/2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = \left( \frac{3}{7} \cdot \alpha - 0.5 + C_f/2 \right) \cdot b^2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \left( \frac{8}{21} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b + a)/2) \right) \cdot b$$

$$N_{b4} = \left( \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - (b + a)/2) - \frac{2}{3} \cdot f_{b2} \cdot (x - b) \right) \cdot a$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3} + N_{b4}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.18 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (b/4 + a/4)$$

$$M_{b2} = N_{b2} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/14 - b/4 + a/4)$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/7 - y)$$

$$M_{b4} = N_{b4} \cdot (-a/2 - y_1)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_3} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad f_{b2} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad V_2 = \frac{a^2 + 3b^2 - 3ab}{2 \cdot (2b - a)}$$

$$\alpha_3 = \frac{x}{a} \quad , \quad \alpha = \frac{x}{b} \quad , \quad \alpha_4 = 2 \cdot \frac{x}{b - a} \quad , \quad \alpha_5 = 2 \cdot \frac{x}{b + a}$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} \cdot f_{c28} - \left[ f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_5} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right)} \cdot x$$

$$y_1 = \frac{\frac{2}{5} \cdot f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right)^2 - f_{b2} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \cdot \left( \frac{1}{\alpha_4} + \frac{2}{5} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \right) \right]}{f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha_5} \right) - f_{b2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right)} \cdot x$$

7<sup>ème</sup> Cas :  $(b + a)/2 < \frac{3}{7}x \leq b$

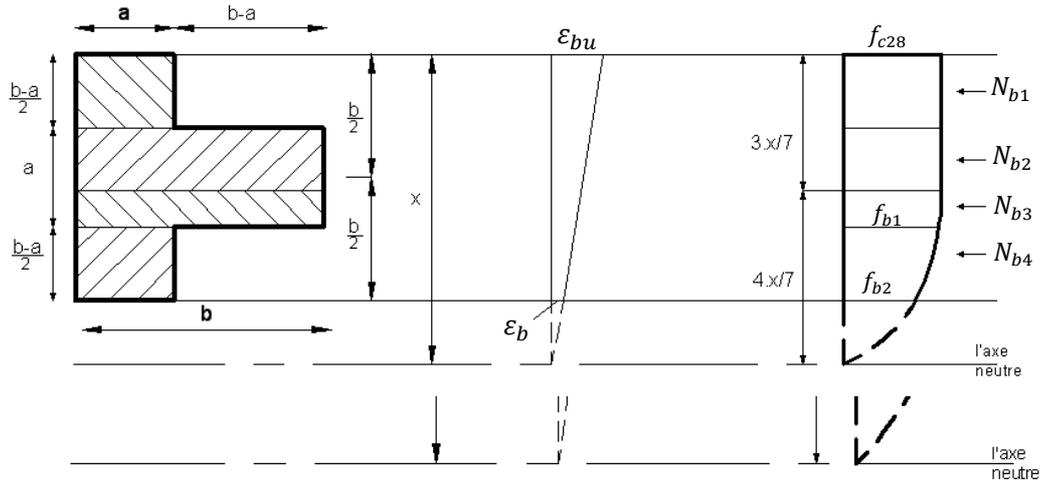


Figure 4.19 : Les efforts repris par la section de béton (type3) pour le 7<sup>ème</sup> Cas

Les efforts normaux élémentaires repris par le béton, Fig 4.19 sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_{b1} = a \cdot (b - a) / 2 \cdot f_{c28}$$

$$N_{b2} = a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b3} = \left( \frac{4}{7} \cdot \alpha - 0,5 + C_f / 2 \right) \cdot a \cdot b \cdot f_{c28}$$

$$N_{b4} = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot x \cdot f_{c28} - \frac{2}{3} \cdot f_{b1} \cdot (x - b) \right) \cdot a \cdot b$$

L'effort normal repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$N_b = N_{b1} + N_{b2} + N_{b3} + N_{b4}$$

Les moments élémentaires repris par le béton, Fig 4.19 sont donnés par les expressions suivantes:

$$M_{b1} = N_{b1} \cdot (b/4 + a/4)$$

$$M_{b2} = 0$$

$$M_{b3} = N_{b3} \cdot (b/4 - 3 \cdot x/14 - a/4)$$

$$M_{b4} = N_{b4} \cdot (b/2 - 3 \cdot x/7 - y)$$

Le moment repris par le béton est donné par l'expression suivante:

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4}$$

Avec:

$$f_{b1} = \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha} - 3 \right)^2 \right] \cdot f_{c28} \quad , \quad \alpha = x/b$$

$$y = \frac{\frac{32}{245} \cdot f_{c28} - \left[ f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \cdot \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha} - \frac{1}{35} \right) \right]}{\frac{4}{7} - f_{b1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right)} \cdot x$$

## 4.2.2\ Sollicitation dans les armatures :

### 4.2.2.1\ Détermination des hauteurs utiles :

La détermination des efforts et moments dans les aciers consiste à trouver les expressions des déformations et contraintes de chaque position de l'axe neutre en cour de balayage, donc on détermine les distances utiles de chaque quantité des armatures dans la section étudiée (Fig.4.20, 4.21 et 4.22) par rapport à la fibre la plus comprimée, les expressions des distances utiles sont déterminées pour chaque type de balayage.

#### 4.2.2.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1) :

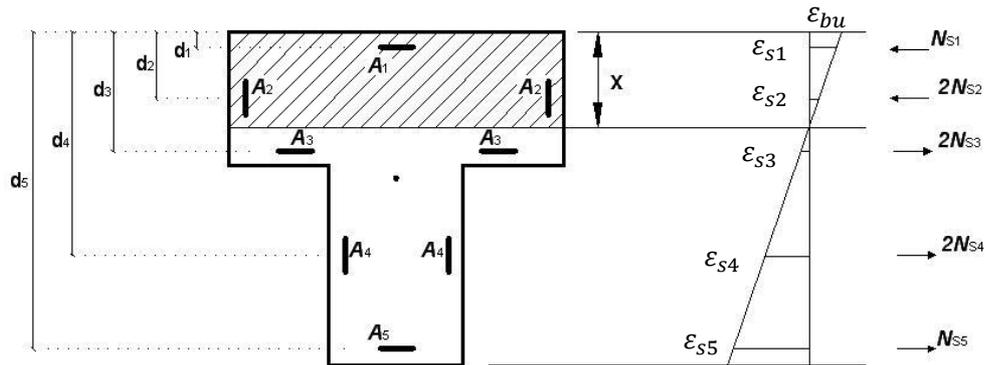


Figure 4. 20 : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 1

Les hauteurs utiles sont présentées dans le tableau 4.1 :

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$d_c$
$d_2$	$a/2$
$d_3$	$a - d_c$
$d_4$	$(a + b)/2$
$d_5$	$b - d_c$

Tableau 4. 1 : les expressions des hauteurs utiles (type 1)

4.2.2.1.2\ Balayage à partir de la nervure (type 2) :

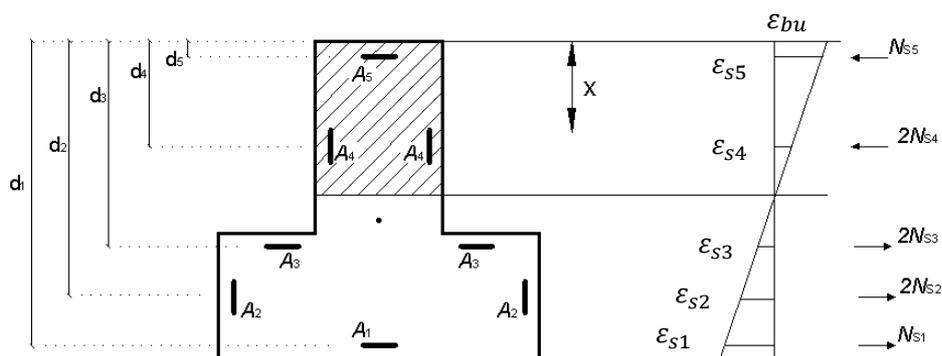


Figure 4.21 : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 2

Les hauteurs utiles sont présentées dans le tableau 4.2 :

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$b - d_c$
$d_2$	$(a + b)/2$
$d_3$	$a - d_c$
$d_4$	$a/2$
$d_5$	$d_c$

Tableau 4. 2 : les expressions des hauteurs utiles (type 2)

4.2.2.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3) :

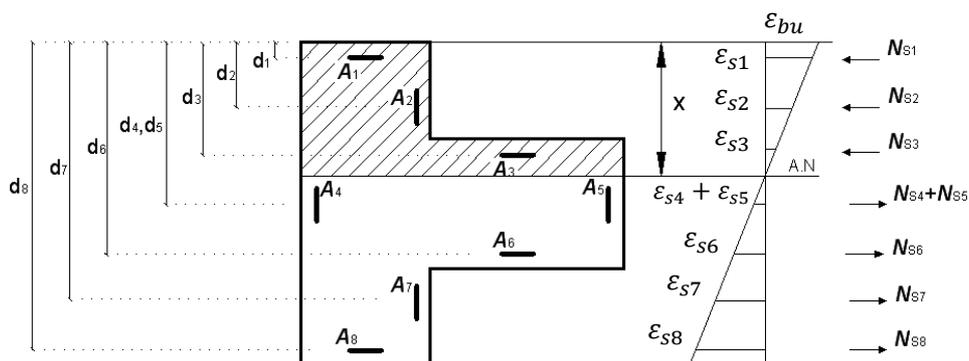


Figure 4.22 : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour type 3

La détermination des efforts et moments dans les aciers dans le type 3 consiste à renuméroter les différentes positions des quantités des aciers et leurs distances utiles pour une analyse mieux pratique pour écrire les expressions des déformations et contraintes de

chaque position de l'axe neutre en cour de balayage, les expressions des quantités et les expressions des hauteurs utiles sont présentées dans les tableaux 4.5 et 4.6:

Les quantités d'acier	Les expressions
$A_1$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$
$A_2$	$A_{sr} \cdot \left(\frac{b-a}{2}\right)$
$A_3$	$A_{sr} \cdot (b - a)$
$A_4$	$A_{sr} \cdot (b - 2d_c)$
$A_5$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$
$A_6$	$A_{sr} \cdot (b - a)$
$A_7$	$A_{sr} \cdot \left(\frac{b-a}{2}\right)$
$A_8$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$

Tableau 4. 3 : les expressions des quantités d'acier (type 3)

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$d_c$
$d_2$	$\frac{b-a}{4} + d_c$
$d_3$	$\frac{b-a}{2} + d_c$
$d_4$	$b/2$
$d_5$	$b/2$
$d_6$	$\frac{b+a}{2} - d_c$
$d_7$	$\frac{3 \cdot b - a}{4} - d_c$
$d_8$	$b - d_c$

Tableau 4. 4 : les expressions des hauteurs utiles (type 3)

#### 4.2.2.2\ Détermination les efforts dans les armatures :

Les expressions des déformations sont :

$$\varepsilon_{si} = \frac{x - d_i}{x} \cdot \varepsilon_{bu} \quad (4.2), \quad \text{dans les armatures comprimées ;}$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{d_i - x}{x} \cdot \varepsilon_{bu} \quad (4.3), \quad \text{dans les armatures tendues ;}$$

Les expressions des contraintes sont :

$$f_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} \quad (4.4), \quad \text{si} \quad \varepsilon_{si} \leq f_s/E_s ;$$

$$f_{si} = f_s \quad (4.5), \quad \text{si} \quad \varepsilon_{si} > f_s/E_s ;$$

L'expression de l'effort dans les armatures est:

$$N_{si} = A_{si} \cdot f_{si} \quad (4.6)$$

L'expression de moment repris par l'effort est :

$$M_{si} = N_{si} \cdot (V_T - d_i) \quad (4.7)$$

$N_{si}$  est une valeur algébrique, où elle prend la valeur positive si l'effort de compression et la valeur négative si l'effort de traction.

L'effort total dans les armatures comprimées :

$$N_{sc} = \sum N_{sci} = \sum A_{si} \cdot f_{si} \quad (4.8) \quad \text{si} \quad d_i < x ; \quad i = \langle 1, \dots, 8 \rangle$$

L'effort total dans les armatures tendues :

$$N_{st} = \sum N_{sti} = \sum A_{si} \cdot f_{si} \quad (4.9) \quad \text{si} \quad d_i > x ;$$

L'effort total dans les armatures :

$$N_s = N_{sc} + N_{st} \quad (4.10)$$

Le moment total dans les armatures :

$$M_s = \sum M_{si} = \sum N_{si} \cdot (V_T - d_i) \quad (4.11)$$

#### 4.2.3\ Sollicitation dans le béton armé :

La résultante des forces est :

$$N_t = N_b + N_s \quad (4.12)$$

La résultante des moments est :

$$M_t = M_b + M_s \quad (4.13)$$

Le couple ( $M_t, N_t$ ) pour chaque position de l'axe neutre nous permet de déduire le couple réduite ( $\mu, v$ ) qui détermine point par point l'allure de la courbe d'interaction, cet couple est adimensionnelle pour mieux présentation pratiquée.

On peut écrire les expressions réduites comme suit :

L'effort réduit :

$$v = N_t/b^2 \cdot f_{c28} \quad (4.14)$$

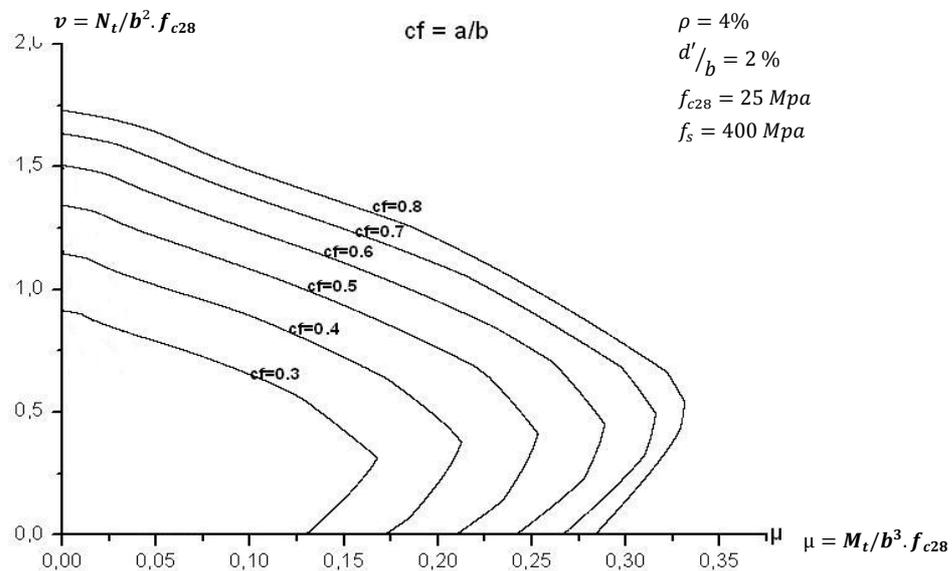
Le moment réduit :

$$\mu = M_t/b^3 \cdot f_{c28} \quad (4.15)$$

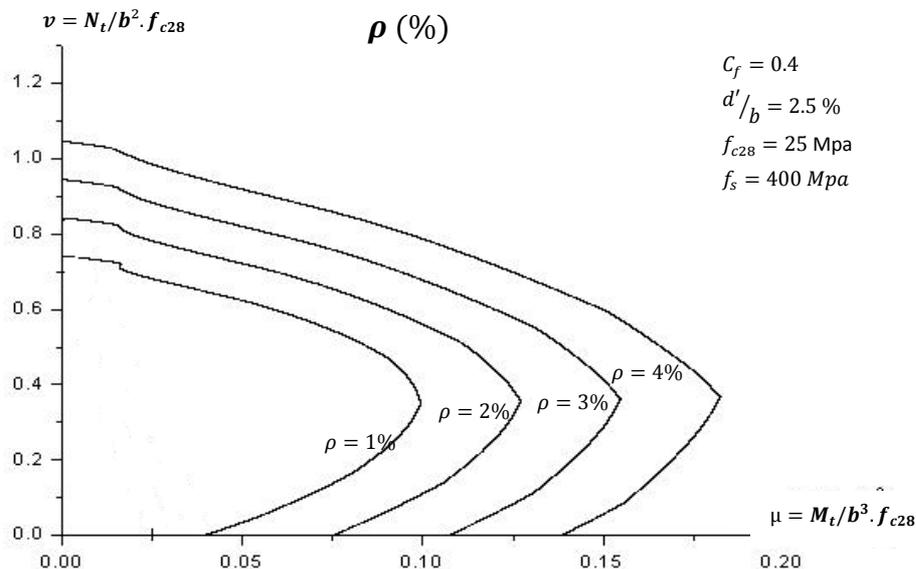
### 4.3\ Exemple des courbes d'interaction :

#### 4.3.1\ Les graphes :

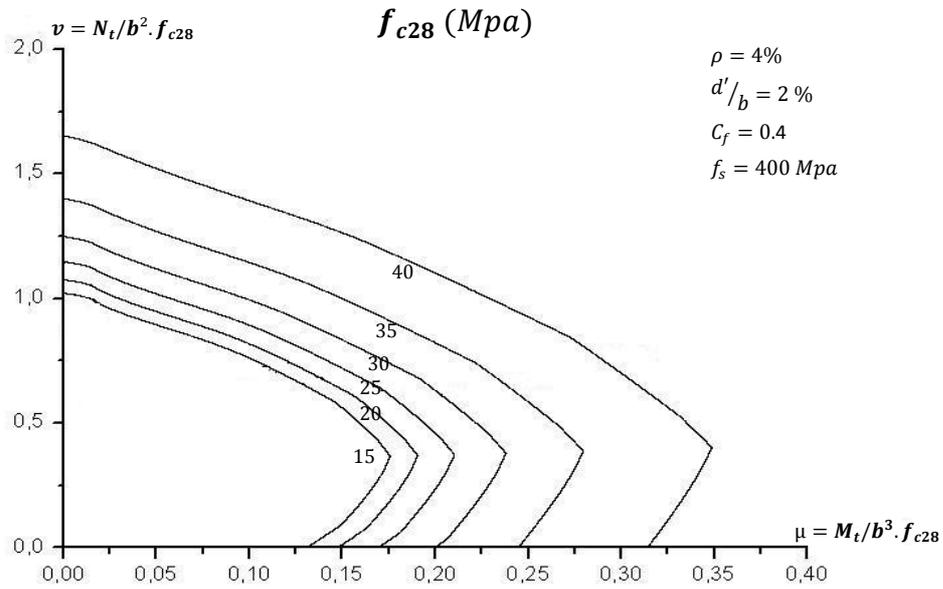
##### 4.3.1.1\ Balayage à partir de la table (type 1)



Graph 4.1 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs rapport a/b .

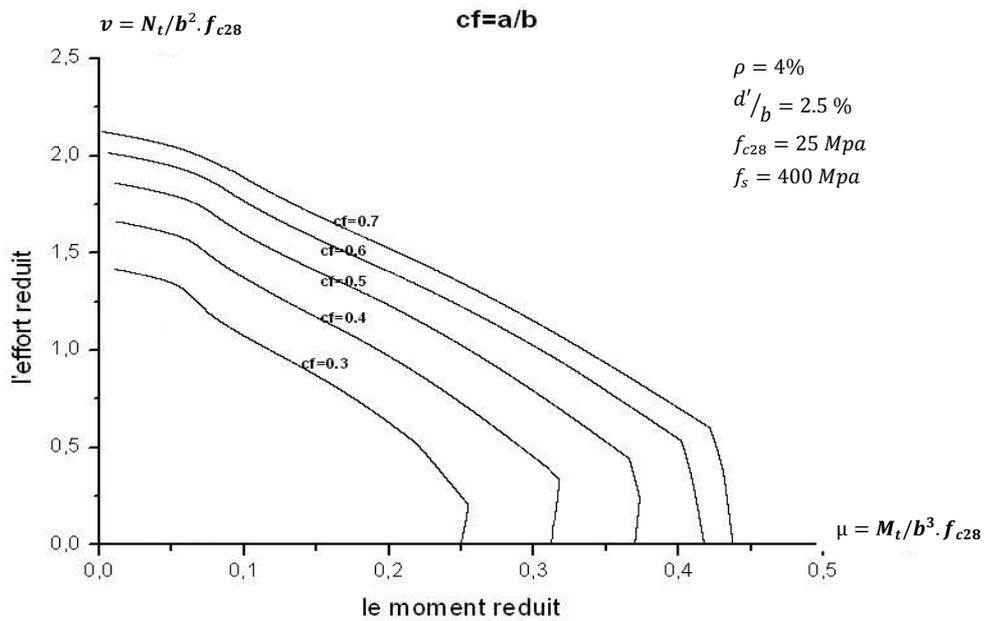


Graph 4.2 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature  $\rho$ .

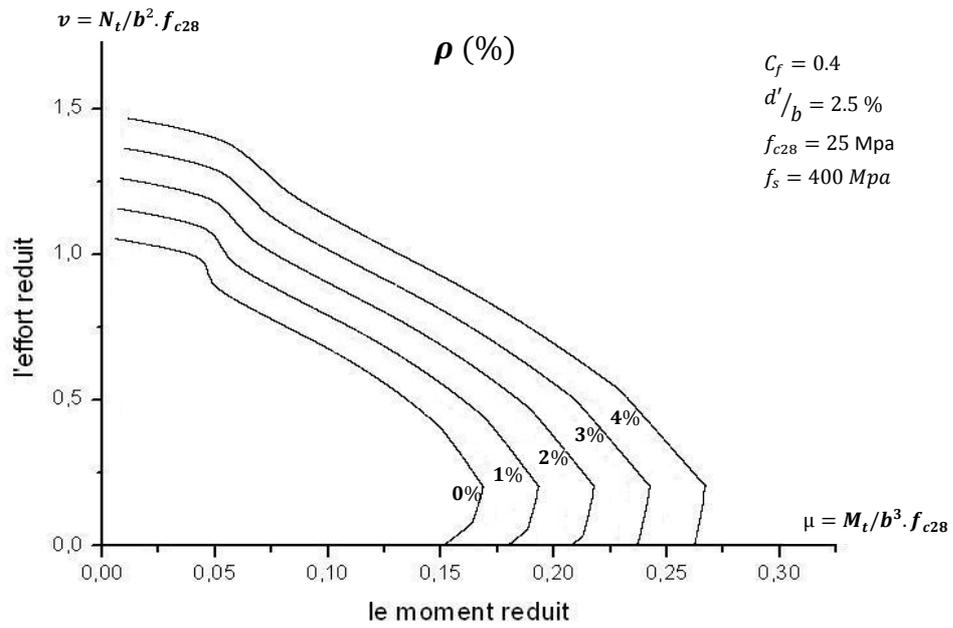


Graph 4.3 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeurs  $f_{c28}$ .

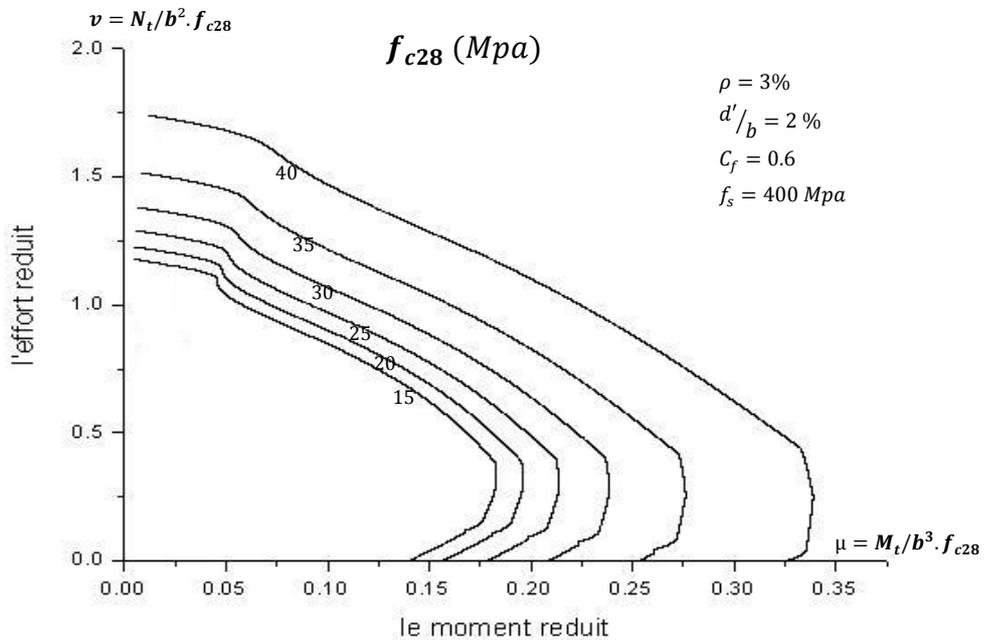
4.3.1.2\ Balayage à partir de la nervure (type 2)



Graph 4.4 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs rapports  $a/b$ .

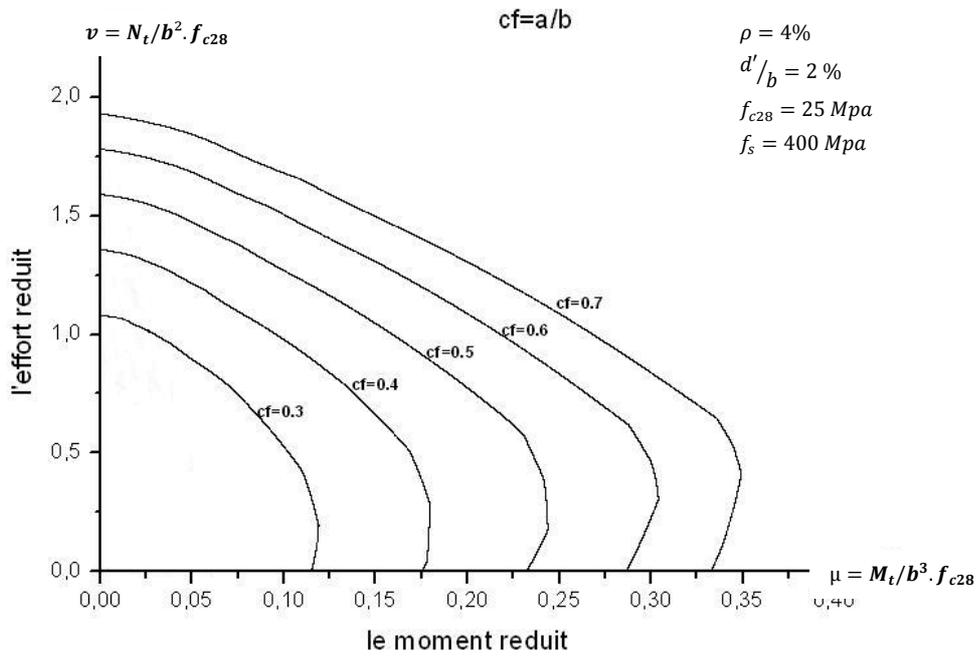


Graph 4.5 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature  $\rho$ .

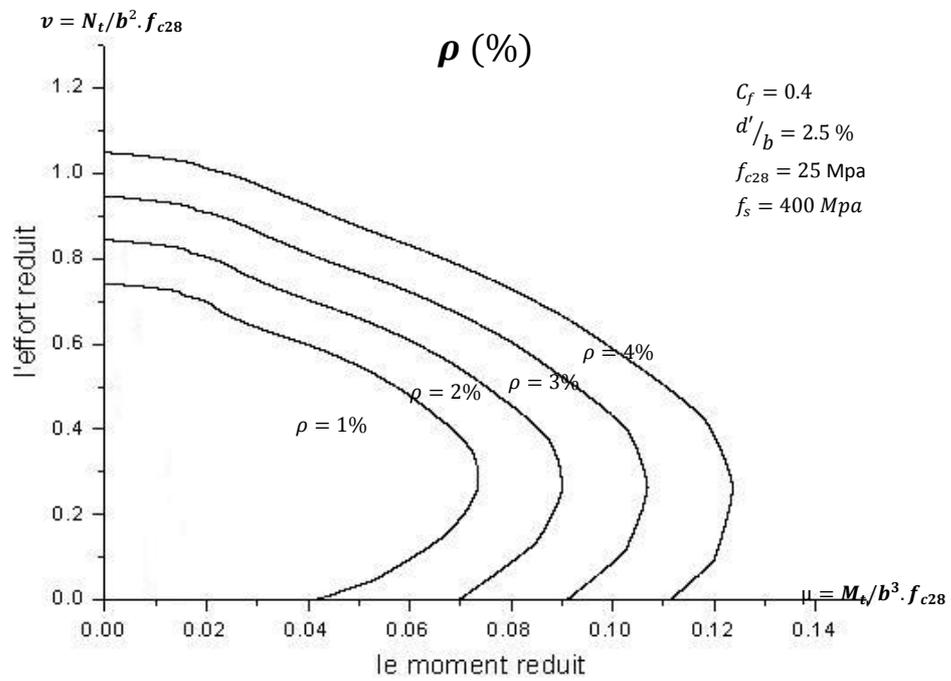


Graph 4.6 : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeur  $f_{c28}$ .

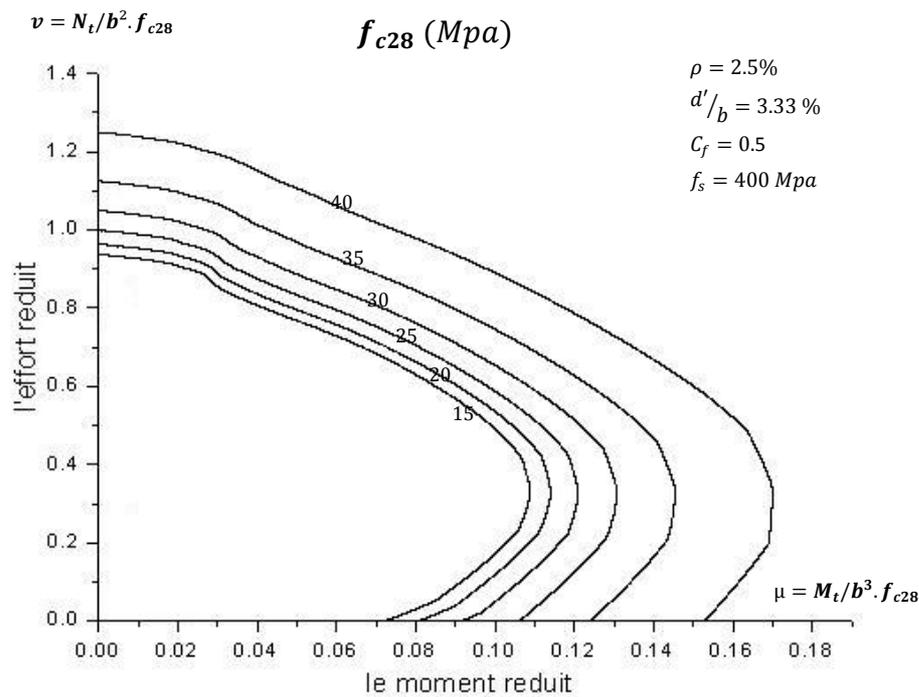
4.3.1.3\ Balayage à partir de coté de la table (type 3)



Graph 4.7 : diagramme d'interaction (μ,v) correspondant à plusieurs rapport a/b .



Graph 4.8 : diagramme d'interaction (μ,v) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature ρ.



**Graph 4.9** : diagramme d'interaction ( $\mu, v$ ) correspondant à plusieurs valeurs  $f_{c28}$ .

#### 4.3.2\ Le commentaire:

Les graphes 4.1, 4.4 et 4.7 montrent les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1, type 2 et type 3) avec un pourcentage d'armature constant pour un chargement uniaxial. Il apparaît que la résistance ultime de la section augmente quand le rapport  $C_f = a/b$  augmente ;

Les graphes 4.2, 4.5 et 4.8 montrent les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1, type 2 et type 3) avec le rapport  $C_f = a/b$  constant pour un chargement uniaxial. Il apparaît que la résistance ultime de la section augmente quand le pourcentage d'armature  $\rho$  augmente ;

Les graphes 4.3, 4.6 et 4.9 montrent les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1, type 2 et type 3) avec un pourcentage d'armature et le rapport  $C_f = a/b$  constants pour un chargement uniaxial. Il apparaît que la résistance ultime de la section augmente quand la résistance caractéristique du béton  $f_{c28}$  augmente.

#### 4.4\ Validation :

##### 4.4.1\ Validation expérimentale :

##### 4.4.1.1\ Introduction :

Pour vérifier la précision de logiciel découvert on obtient des résultats théoriques fournis par des auscultations expérimentales menées par différents chercheurs cités dans la référence **Hsu** (1988) puis on les compare avec les résultats théoriques de logiciel présenté.

On trace la courbe d'interaction pour chaque spécimen à partir des données réelles : des dimensions, la résistance mécanique de béton et d'acier, pourcentage d'armatures, l'excentricité et l'inclinaison, ensuite on montre le point formé par l'expérimentation sur cette courbe où on résulte l'effort normal limite et le moment correspondant pour le chargement uniaxial.

##### 4.4.1.2\ Les données :

Les données pour les résultats expérimentaux sont présentées par le tableau ci-dessous :

Expérience	Spécimen	<i>a</i> (mm)	<i>b</i> (mm)	<i>d'</i> (mm)	<i>f<sub>e</sub></i> (Mpa)	<i>E<sub>s</sub></i> (Mpa)	<i>F<sub>b</sub></i> (Mpa)	<i>ρ</i> (%)	<i>e<sub>x</sub></i> (mm)	<i>e<sub>y</sub></i> (mm)
<b>Hognestad</b>	A-15a	0	254	38,1	300,6	200000	35,2	4,8	317	-
<b>HSU</b>	HS-1	0	101,6	24	306,8	200000	23,62	2,75	127	-
	HS-2	0	101,6	24	306,8	200000	23,62	2,75	76,2	-
<b>Hudson</b>	Nº 11	0	152,4	25,4	275,8	200000	21	4,44	50,8	-
	Nº 12	0	152,4	25,4	275,8	200000	23,4	4,44	50,8	-
	Nº 41	0	152,4	25,4	275,8	200000	29	6,89	50,8	-
	Nº 42	0	152,4	25,4	275,8	200000	29,6	6,89	50,8	-
<b>Heimdahl et Bianchini</b>	AR-3	0	127	25,4	493,7	193060	37	3,2	71,12	-
	AR-4	0	127	25,4	493,7	193060	37	3,2	69,2	-
	AR-5	0	127	25,4	493,7	193060	37	3,2	133,4	-
	AR-6	0	127	25,4	493,7	193060	37	3,2	134	-

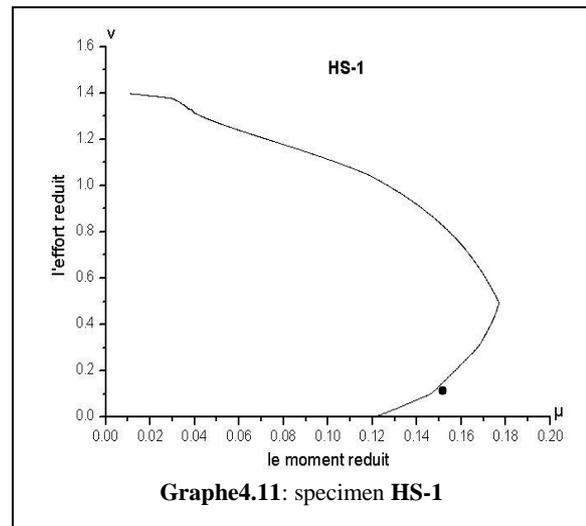
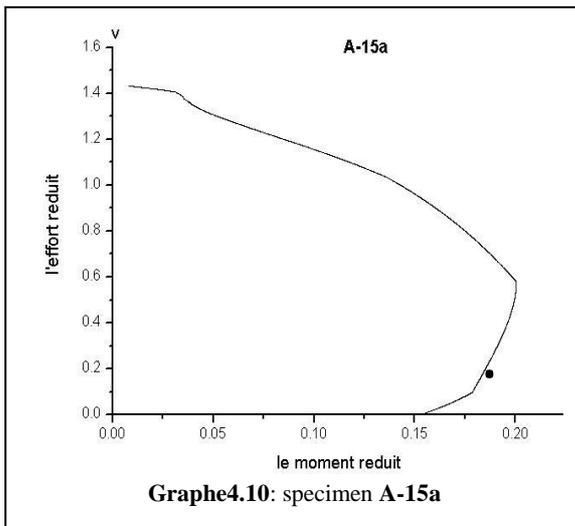
**Tableau 4.5** : Les données des spécimens soumis à une charge uniaxiale.

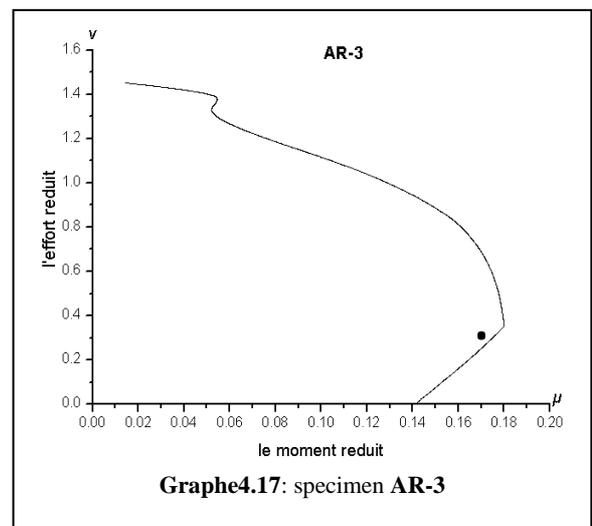
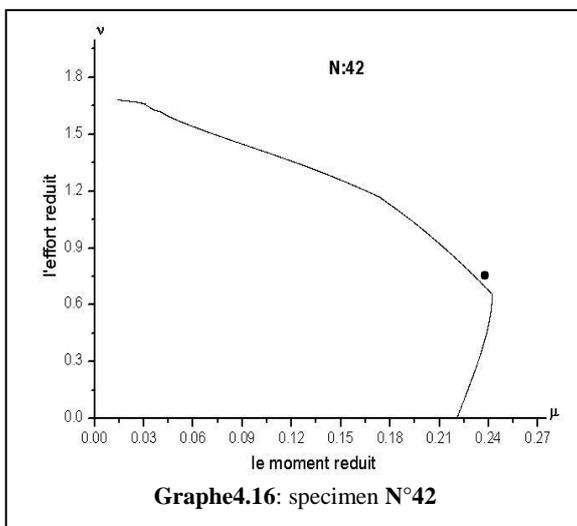
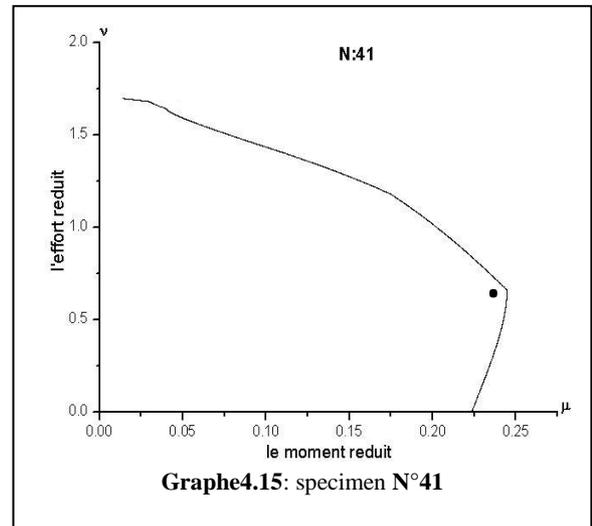
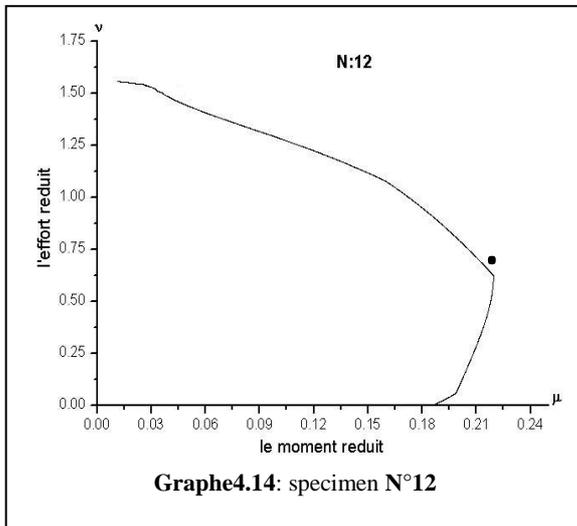
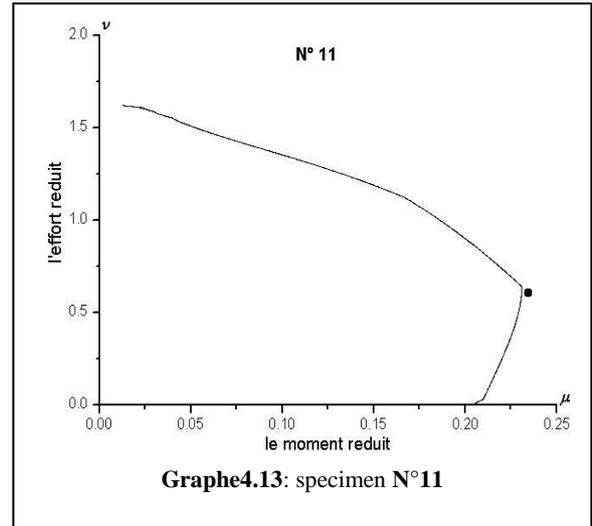
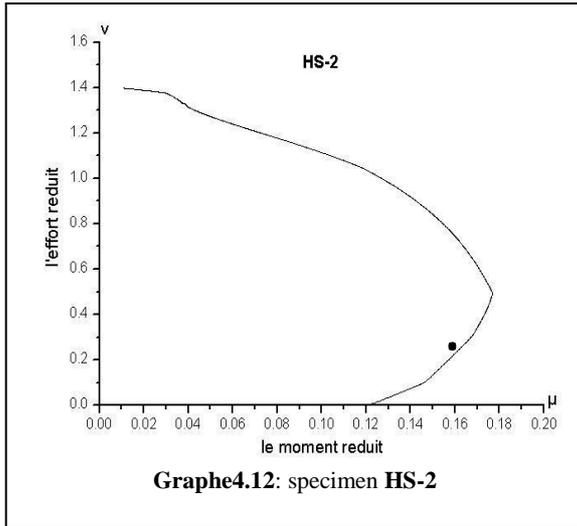
4.4.1.3\ Les résultats :

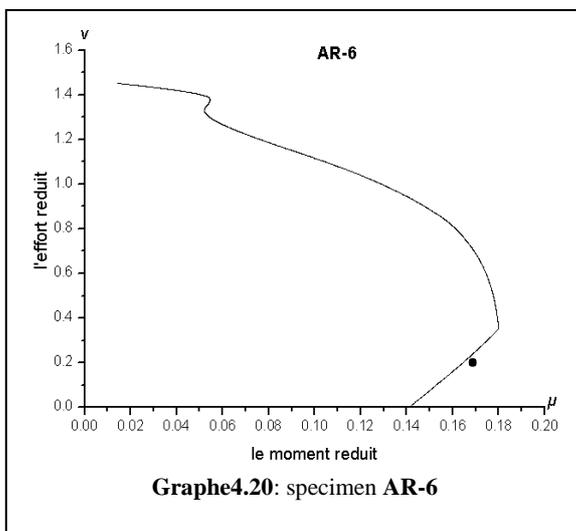
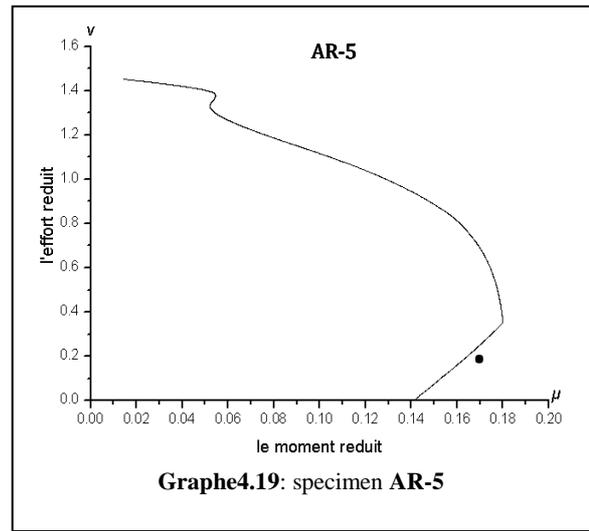
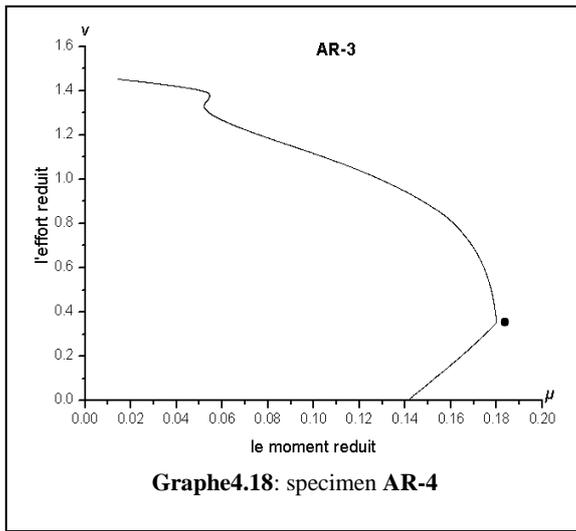
Expérience	Spécimen	P test (KN)	P prog (KN)	Point de balancement (KN)	Type de charge	P test / P prog
Hognestad	A-15a	391.44	391.74	431.48	Traction	0.99
HSU	HS-1	28.66	28.74	42.91	Traction	0.99
	HS-2	52.67	52.42	42.91	Compression	1.01
Ramamurthy	Nº 11	320.27	319.47	305.74	Compression	1.01
	Nº 12	355.85	354.35	342.51	Compression	1.01
	Nº 41	444.82	449.05	434.43	Compression	0.99
	Nº 42	471.51	462.3	441.31	Compression	1.02
Heimdahl et Bianchini	AR-3	188.15	188.87	213.37	Traction	0.99
	AR-4	204.62	204.97	213.37	Traction	0.99
	AR-5	104.97	102.73	213.37	Traction	1.02
	AR-6	105.42	107.51	213.37	Traction	0.98

Tableau 4.6 : La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux (le problème uniaxial).

4.4.1.4\ Les graphes :







**4.4.1.5\ Commentaire sur les graphes :**

Les graphes 4.10 à 4.20 montrent qu’il y a une conformité entre les résultats expérimentaux et théoriques ; le rapport  $P_{test}/P_{prog}$  dans le tableau 4.2 justifie cette convergence où l’écart type pour différents auteurs et type de charge présenté dans le tableau 4.3 :

<b>Ecart type</b>	par auteur	HSU	<i>0.014</i>
		Ramamurthy	<i>0.013</i>
		Heimdahl et Bianchini	<i>0.017</i>
	par type de charge	Traction	<i>0.014</i>
		Compression	<i>0.011</i>
	global		<i>0.014</i>

**Tableau 4.3 :** l’écart type pour les résultats expérimentaux (le problème uniaxial).

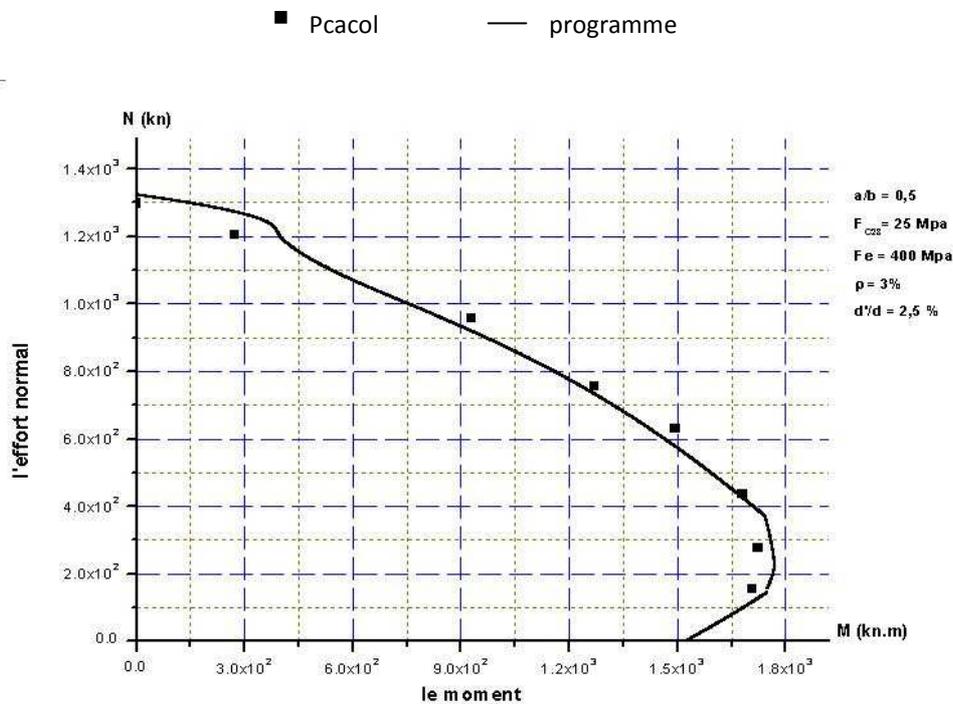
### 4.4.2\ Validation théorique :

#### 4.4.2.1\ introduction :

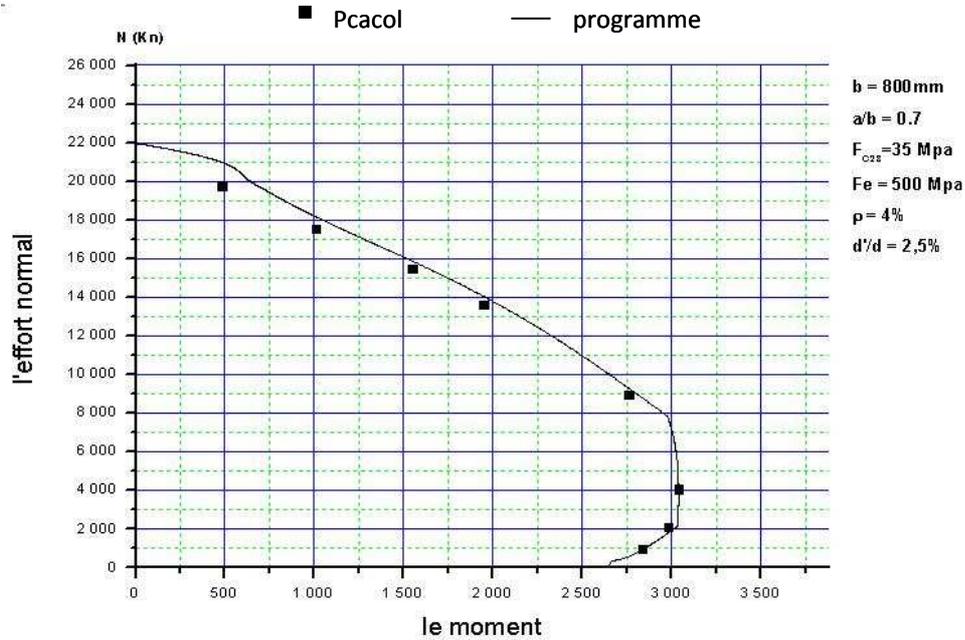
Après la validation expérimentale on a fais une validation théorique, donc on exploite le logiciel canadien PCACOL « *portland cement association column* » qui appui sur une autre méthode de balayage par fibre, ce logiciel donne les points caractéristiques de la courbe ultime pour une section quelconque.

On considère plusieurs exemples de section carrée et « T » avec des pourcentages d'armatures différents pour lesquelles on trace les courbes d'interaction avec le logiciel proposé et le logiciel PCACOL.

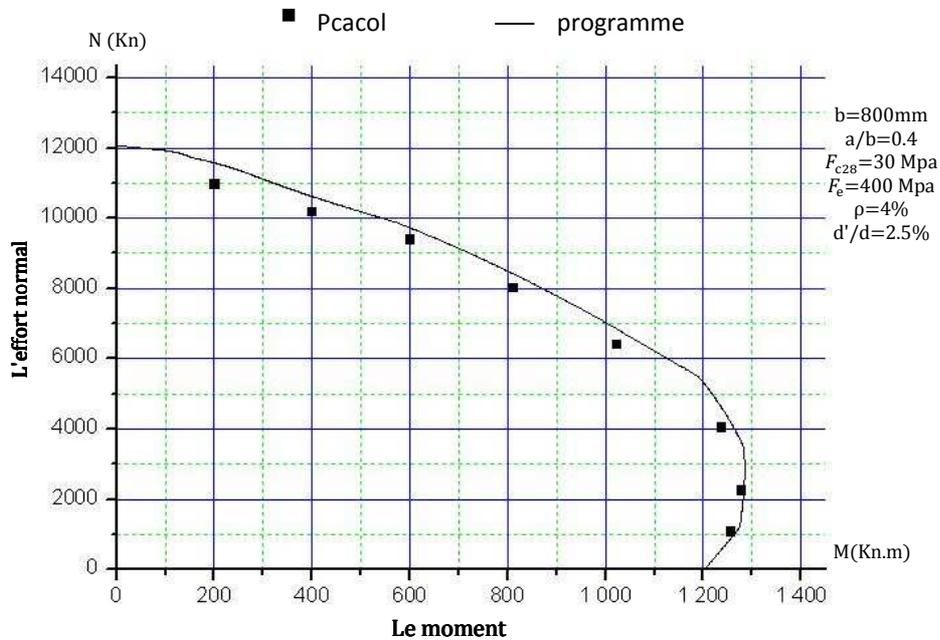
#### 4.4.2.2\ Exemples :



Graph 4.24 : balayage à partir des coins 3 ou 8



Graphe 4.25 : balayage à partir des coins 1 ou 2

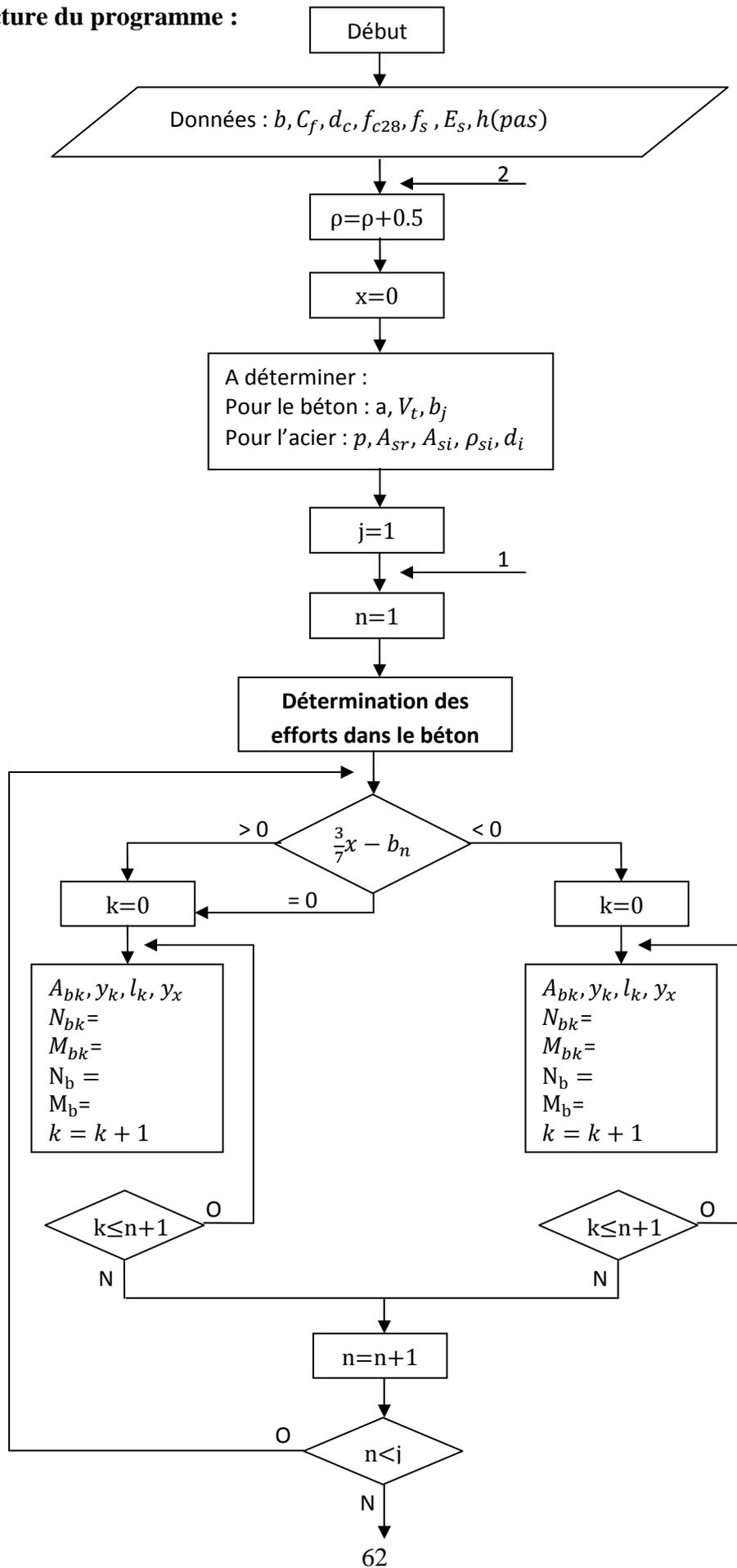


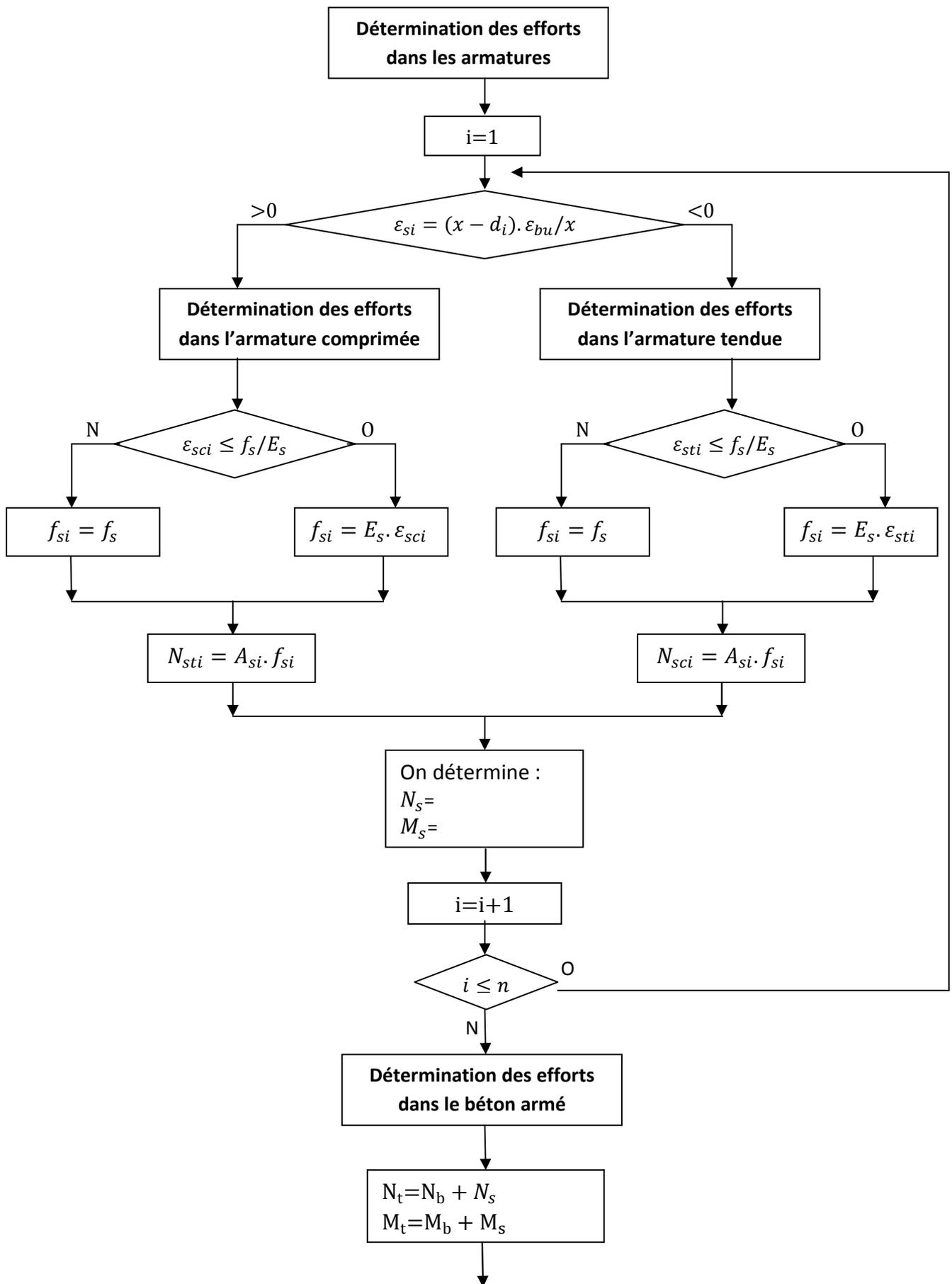
Graphe 4.26 : balayage à partir des coins 5 ou 6

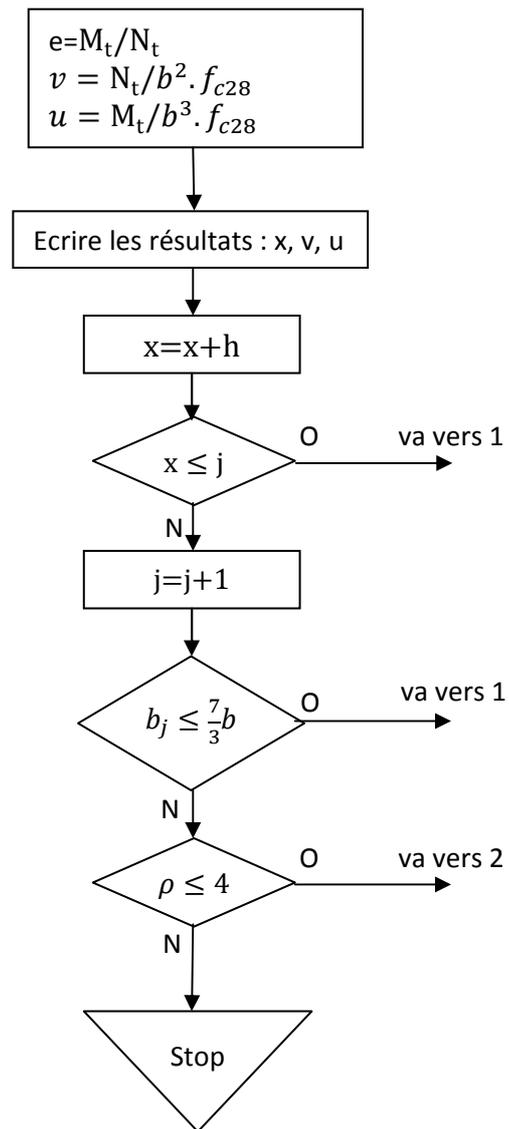
#### 4.4.2.3\ Commentaire sur les graphes :

Pour chaque exemple choisis, on a pris les mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques de la section de béton et l'acier, le pourcentage d'armature et l'angle de l'inclinaison, et par la superposition entre les deux courbes tracées, les résultats présentés par les graphes (4.24) à (4.26) qui montrent une bonne concordance des résultats obtenus par les deux programmes.

4.5\ Structure du programme :







## CHAPITRE 5

### LE CHARGEMENT BIAXIAL

#### 5.1\ Introduction :

Il y a une flexion biaxiale lorsque le point d'application de la force extérieure est située hors des axes principaux, donc l'emplacement de la force excentrée se trouve à une distance  $e_x$  par rapport de l'axe horizontal et  $e_y$  par rapport de l'axe vertical, l'axe neutre se trouve incliné d'un angle  $\theta$  par rapport au centre de gravité de la section, donc l'excentricité provoque deux moments par rapport au centre de gravité de la section.

Le traitement de problème biaxial conduit à écrire les équations d'équilibre à partir du balayage de l'axe neutre où pour chaque position il y a deux équations d'équilibre l'une pour les efforts normaux et l'autre pour les moments.

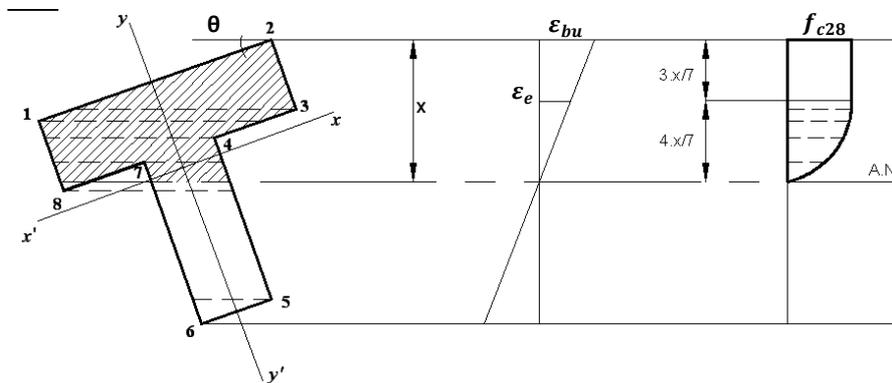


Figure 5.1 : la section en « T » soumise à la flexion biaxiale

Pour l'écriture des équations d'équilibre pour le béton, les facteurs qui influent sont bien sûr la position de l'axe neutre, la distance ( $\frac{3}{7}x$ ) qui sépare la partie rectangulaire et la partie parabolique du bloc des contraintes de béton ainsi l'inclinaison ( $\theta$ ) et l'ordre des points (nœuds) verticalement de haut vers le bas de la section en T.

La possibilité de balayage de l'axe neutre prendre trois cas différents, Fig 5.2:

1. Balayage à partir de nœud 1 ou 2 (type 1);
2. Balayage à partir de nœud 3 ou 8 (type 2);
3. Balayage à partir de nœud 5 ou 6 (type 3);

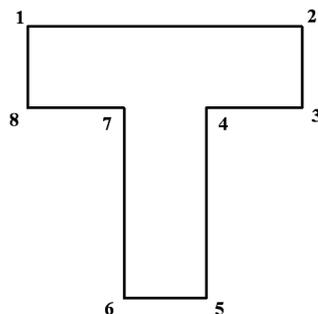


Figure 5.2 : numérotation sur la section en Té

## 5.2\ Les sollicitations dans le béton seul:

La surface de la tranche k :

$$A_{bk} = \int_i^{i+1} f_b(x) \cdot dx \quad (5.1)$$

Les efforts partiels de la tranche k :

$$N_{bk} = l_k(x) \cdot A_{bk} \quad (5.2)$$

$$M_{bk} = l_k(x) \cdot Y_x \cdot A_{bk} \quad (5.3)$$

Les efforts dans le béton :

$$N_b = \sum_{k=1}^n N_{bk} \quad (5.4)$$

$$M_b = \sum_{k=1}^n M_{bk} \quad (5.5)$$

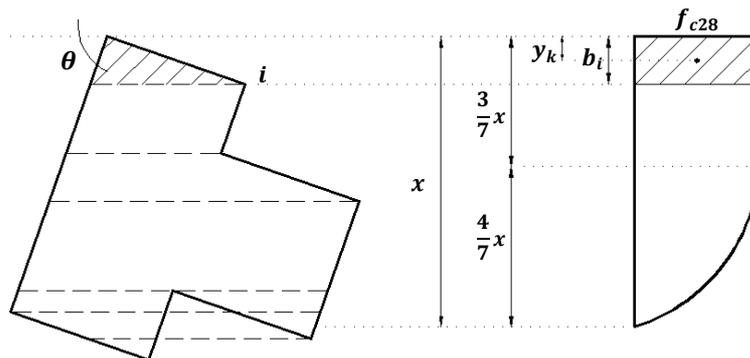
Avec :

$$Y_x = V_T - y_k \quad (5.6)$$

### 5.2.1\ Détermination de la section partielle ( $A_{bk}$ ) et la distance utile ( $y_k$ ):

A cause de la non régularité de la forme du bloc de béton « parabole-rectangle » en cour de balayage de l'axe neutre dans la flexion biaxiale on conçoit six sous forme composés, chaque ranche a une surface limité par deux extrémités présentant par deux nœuds successifs de la section en « T » envisagée, donc on peut trouver :

*La tranche située en la partie supérieure de rectangle du bloc (figure 5.3):*



**Figure 5.3 :** La tranche située en la partie supérieure de rectangle du bloc

$$A_{bk} = b_i \cdot f_{c28} \quad (5.7)$$

$$y_k = \frac{b_i}{2} \quad (5.8)$$

La tranche situe au milieu de la partie rectangulaire du bloc (figure 5.4) :

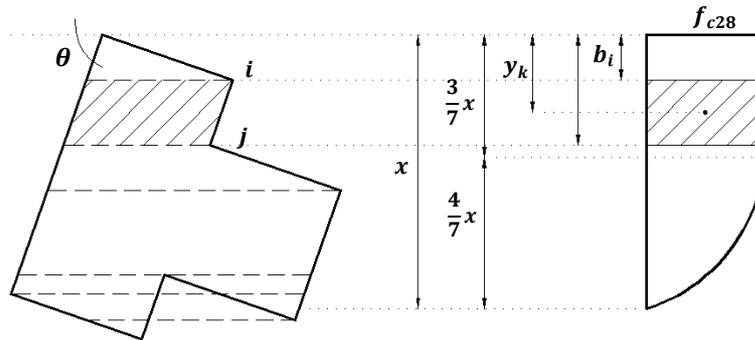


Figure 5.4 : La tranche situe au milieu de la partie rectangulaire du bloc

$$A_{bk} = (b_j - b_i) \cdot f_{c28} \quad (5.9)$$

$$y_k = \frac{(b_j - b_i)}{2} \quad (5.10)$$

La tranche situe en la partie inferieure de rectangle du bloc (figure 5.5):

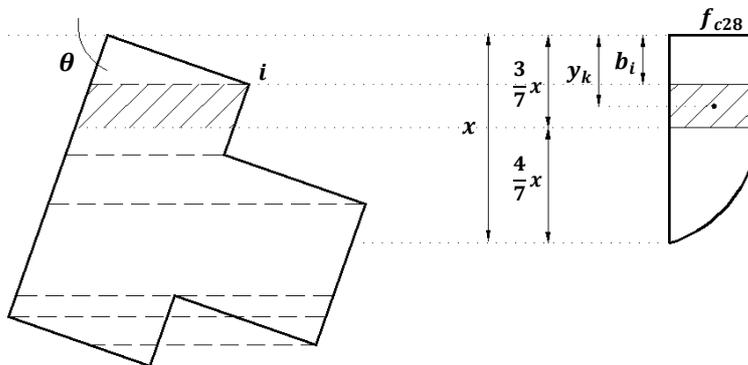
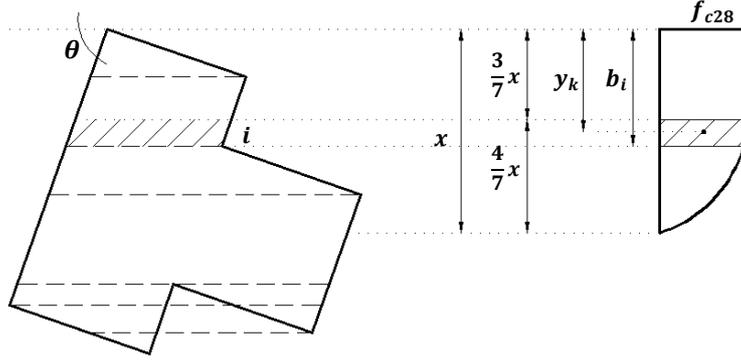


Figure 5.5 : La tranche situe en la partie inferieure de rectangle du bloc

$$A_{bk} = \left(\frac{3}{7}x - b_i\right) \cdot f_{c28} \quad (5.11)$$

$$y_k = \frac{\left(\frac{3}{7}x - b_i\right)}{2} \quad (5.12)$$

**La tranche située en la partie supérieure de parabole du bloc (figure 5.6):**



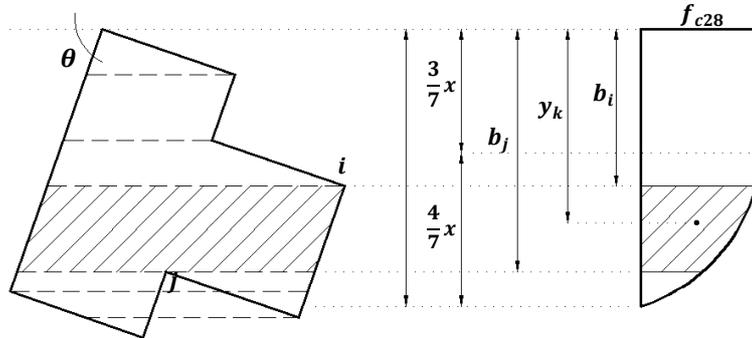
**Figure 5.6 :** La tranche située en la partie supérieure de parabole du bloc

$$A_{bk} = \frac{2}{3} \cdot \left[ \frac{4}{7} - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right) \right] \cdot x \cdot f_{c28} \quad (5.13)$$

$$y_k = \left[ \frac{3}{7} + \frac{\frac{32}{245} - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right) \left( \frac{3}{5 \cdot \alpha_i} - \frac{1}{35} \right)}{\frac{4}{7} - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right)} \right] \cdot x \quad (5.14)$$

$$\alpha_i = \frac{x}{b_i}$$

**La tranche située au milieu de la partie parabolique du bloc (figure 5.7):**



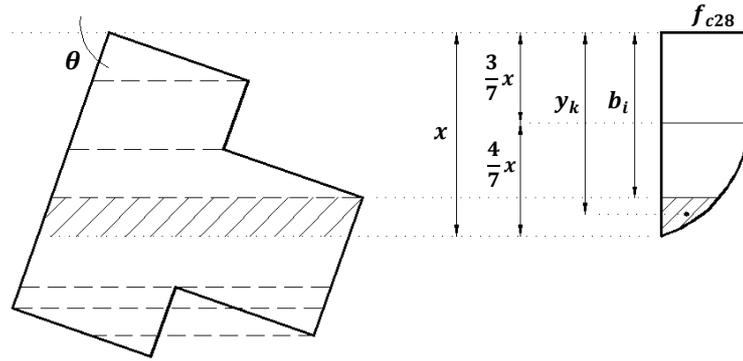
**Figure 5.7 :** La tranche située au milieu de la partie parabolique du bloc

$$A_{bk} = \frac{2}{3} \cdot \left[ \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right) - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_j} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_j} \right) \right] \cdot x \cdot f_{c28} \quad (5.15)$$

$$y_k = \left[ b_i + \frac{\frac{2}{5} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right)^2 - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_j} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_j} \right) \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{\alpha_i} + \frac{3}{5 \cdot \alpha_j} \right)}{\left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right) - \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_j} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_j} \right)} \right] \cdot x \quad (5.16)$$

$$\alpha_i = \frac{x}{b_i} \quad , \quad \alpha_j = \frac{x}{b_j}$$

**La tranche située en la partie inférieure de parabole du bloc (figure 5.8):**



**Figure 5.8 :** La tranche située en la partie inférieure de parabole du bloc

$$A_{bk} = \frac{2}{3} \cdot \left[ \left[ 1 - \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{7}{\alpha_i} - 3 \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\alpha_i} \right) \right] \cdot x \cdot f_{c28} \quad (5.17)$$

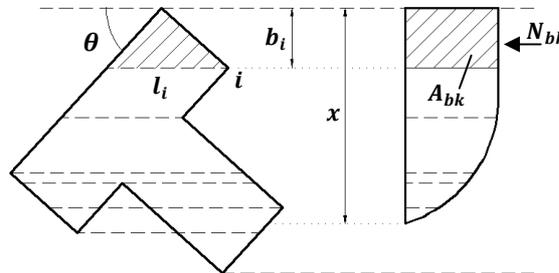
$$y_k = \frac{2}{5} \cdot x + \frac{3}{5} b_i \quad (5.18)$$

$y_k$  : La distance utile entre le centre de gravité de tranche ( $A_{bk}$ ) et la fibre la plus comprimé ;

**5.2.2\ Détermination de la largeur utile  $l_k(x)$ :**

Cependant l'écriture de l'équation de l'effort de béton dans le problème uniaxial est la multiplication entre les tranches partiels de bloc des contraintes de béton et les largeurs constantes opposés où on trouve ( $l_k = a$ ) ou ( $l_k = b$ ) pendant le balayage; dans le problème biaxial, cette largeur opposé de tranche étudié du bloc est variable, donc pour traiter ce problème on calcule la largeur utile qui est la moyenne entre l'intervalle de tranche de bloc étudié en fonction de la largeur réelle ( $l_i$ ) qui est donnée à partir de la largeur variable  $l_k(x)$ , en tout cas on trouve trois formes des intervalles des largeurs pour les transfère à des largeurs constante :

**La largeur opposée sous forme triangle:**

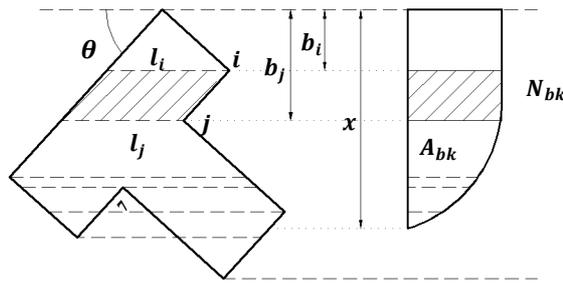


**Figure 5.9 :** La largeur opposée sous forme triangle

$$l_k(x) = \frac{l_i}{2} \quad (5.19)$$

$$N_{bk} = A_{bk} \cdot l_k(x) \quad (5.20)$$

**La largeur opposée sous forme rectangle:**

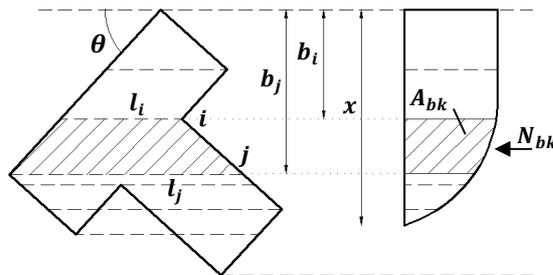


**Figure 5.10 :** La largeur opposée sous forme rectangle

$$l_k(x) = l_i = l_j \quad (5.21)$$

$$N_{bk} = A_{bk} \cdot l_k(x) \quad (5.22)$$

**La largeur opposée sous forme trapèze:**



**Figure 5.11 :** La largeur opposée sous forme trapèze

$$l_k(x) = \frac{(l_i + l_j)}{2} \quad (5.23)$$

$$N_{bk} = A_{bk} \cdot l_k(x) \quad (5.24)$$

### 5.2.3\ Détermination de la largeur variable ( $l_x$ ):

#### 5.2.3.1\ Balayage à partir de nœud 1 ou 2 (type 1):

Avant déterminer les largeurs variables, on détermine Les expressions des largeurs utiles ( $b_i$ ) au niveau des nœuds pour le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 qui sont :

$$b_1 = b \cdot \sin\theta$$

$$b_3 = a \cdot \cos\theta$$

$$b_4 = \left( a + \frac{b-a}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right) \cdot \cos\theta$$

$$b_5 = \left( b + \frac{b-a}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right) \cdot \cos\theta$$

$$b_6 = \left( b + \frac{b+a}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right) \cdot \cos\theta$$

$$b_7 = \left( a + \frac{b+a}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right) \cdot \cos\theta$$

$$b_8 = (a + b \cdot \operatorname{tg}\theta) \cdot \cos\theta$$

Suivant la valeur  $C_f = a/b$  et l'angle, on peut déduire 19 cas des sections sous forme « T » où  $(0,3 \leq C_f \leq 0,9)$  et  $(0 < \theta < 90^\circ)$  ;

**Si :  $0 < b_1 \leq b_3$**

**1<sup>er</sup> Cas :  $b_7 < b_8 \leq b_5$**  (Fig 5.12)

$$0 < x \leq b_1 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_1 < x \leq b_3 : l_x = b / \cos\theta$$

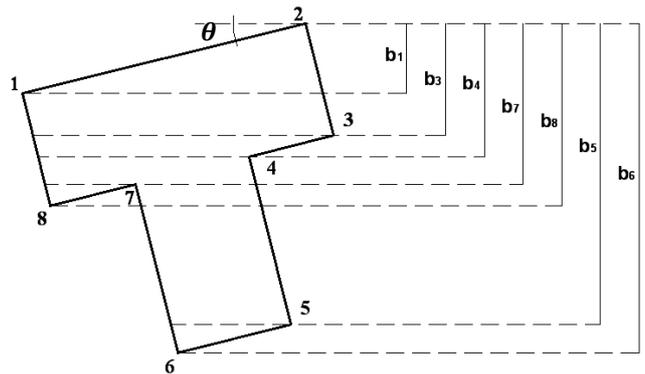
$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\cos\theta} - \frac{x - b_3}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = a / \cos\theta$$

$$b_5 < x \leq b_6 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.12 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 1<sup>er</sup> cas (type 1)

**2<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_5 \leq b_8$**  (Fig 5.13)

$$0 < x \leq b_1 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_1 < x \leq b_3 : l_x = b / \cos\theta$$

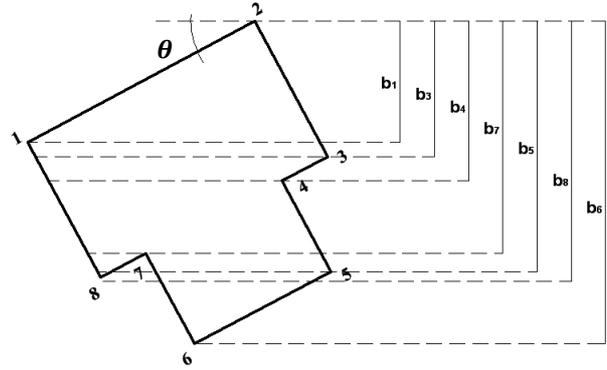
$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\cos\theta} - \frac{x - b_3}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + 3a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \operatorname{tg}\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.13 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 2<sup>ème</sup> cas (type 1)

**3<sup>ème</sup> Cas :  $b_5 < b_7 \leq b_8$**  (Fig 5.14)

$$0 < x \leq b_1 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_1 < x \leq b_3 : l_x = b / \cos\theta$$

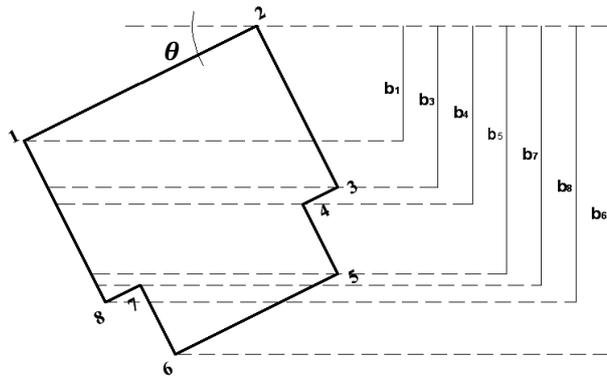
$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\cos\theta} - \frac{x - b_3}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 + \operatorname{tg}\theta) \right) - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \operatorname{tg}\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.14 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 3<sup>ème</sup> cas (type 1)

Si :  $b_3 < b_1 \leq b_4$

4<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_8 \leq b_5$  (Fig 5.15)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_1 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = a / \cos\theta$$

$$b_5 < x \leq b_6 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

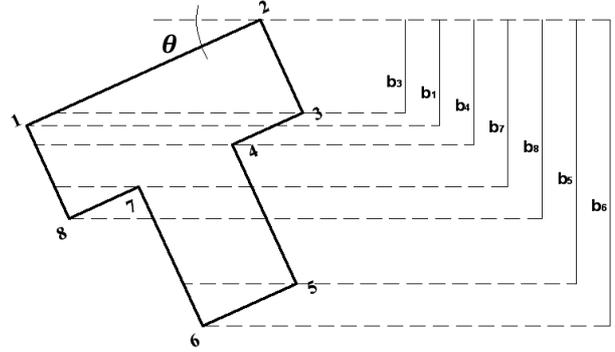


Figure 5.15 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 4<sup>ème</sup> cas (type 1)

5<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_5 \leq b_8$  (Fig 5.16)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_1 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + 3a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \tan\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

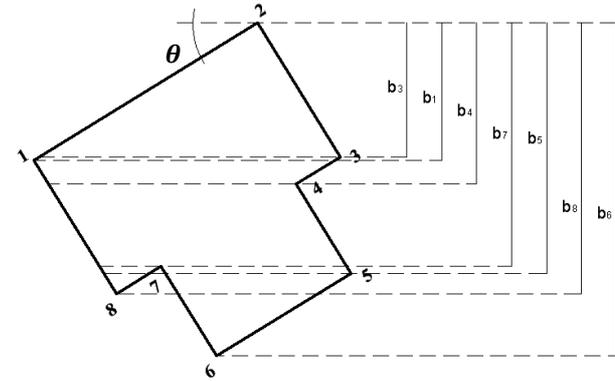


Figure 5.16 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 5<sup>ème</sup> cas (type 1)

**6<sup>ème</sup> Cas :  $b_5 < b_7 \leq b_8$**  (Fig 5.17)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_1 : l_x = a / \cos\theta$$

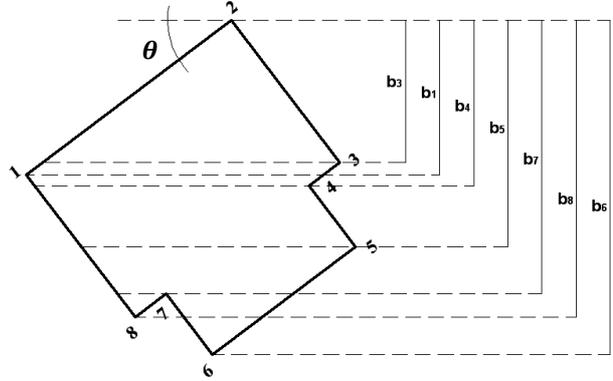
$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 + \operatorname{tg}\theta) \right) - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \operatorname{tg}\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.17** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 6<sup>ème</sup> cas (type 1)

**Si :  $b_4 < b_1 \leq b_7$**

**7<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_8 \leq b_5$**  (Fig 5.18)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

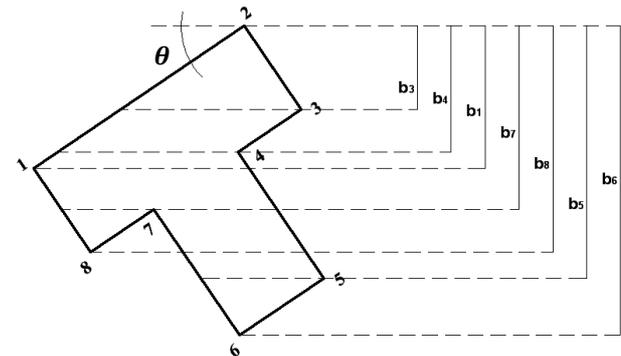
$$b_4 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = a / \cos\theta$$

$$b_5 < x \leq b_6 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.18** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 7<sup>ème</sup> cas (type 1)

**8<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_8 \leq b_5$**  (Fig 5.19)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + 3a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \operatorname{tg}\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

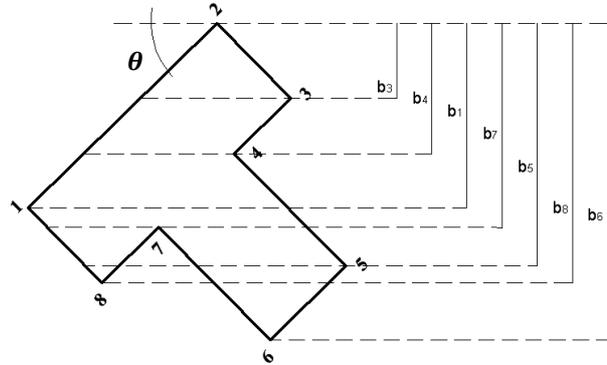


Figure 5.19 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 8<sup>ème</sup> cas (type 1)

**9<sup>ème</sup> Cas :  $b_5 < b_7 \leq b_8$**  (Fig 5.20)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_5 : l_x = (b + a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 + \operatorname{tg}\theta) \right) - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \left( \frac{b - a}{2 \cdot \sin\theta} \cdot (2 - \operatorname{tg}\theta) \right) - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

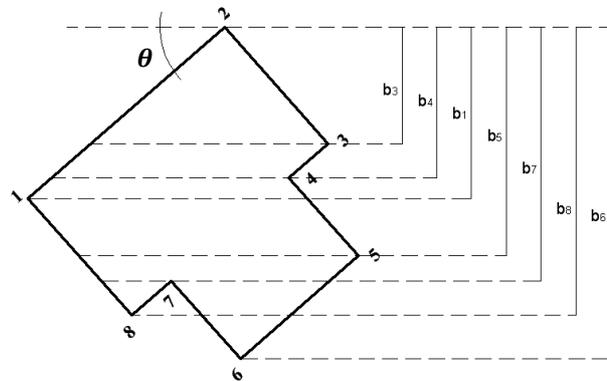


Figure 5.20 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 9<sup>ème</sup> cas (type 1)

Si :  $b_7 < b_1 \leq b_5$

10<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_8 \leq b_5$  (Fig 5.21)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_8 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_6 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

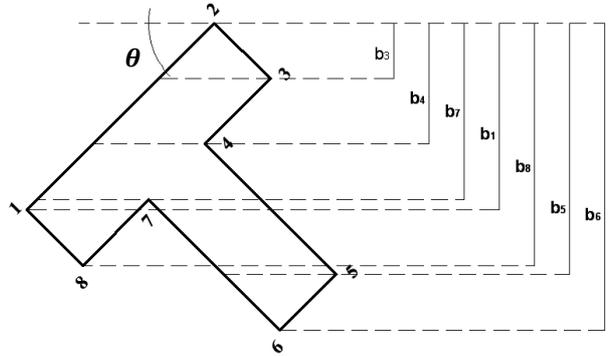


Figure 5.21 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 10<sup>ème</sup> cas (type 1)

11<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_8 \leq b_5$  (Fig 5.22)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

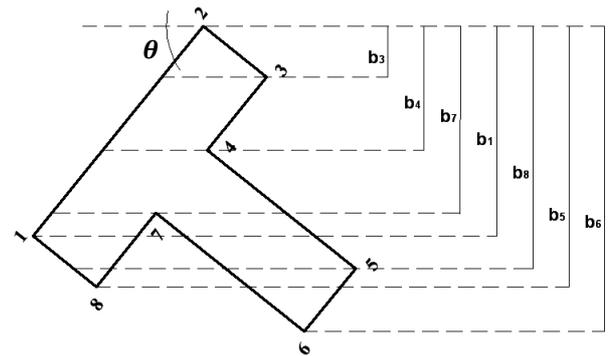


Figure 5.22 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 11<sup>ème</sup> cas (type 1)

**12<sup>ème</sup> Cas :  $b_5 < b_1 \leq b_8$**  (Fig 5.23)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

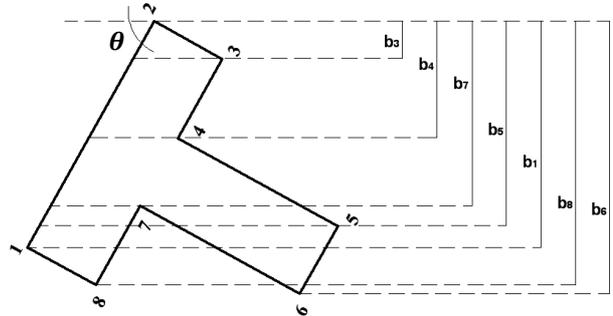
$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.23 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 12<sup>ème</sup> cas (type 1)

**Si :  $b_5 < b_1 \leq b_7$**

**13<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_8 \leq b_6$**  (Fig 5.24)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

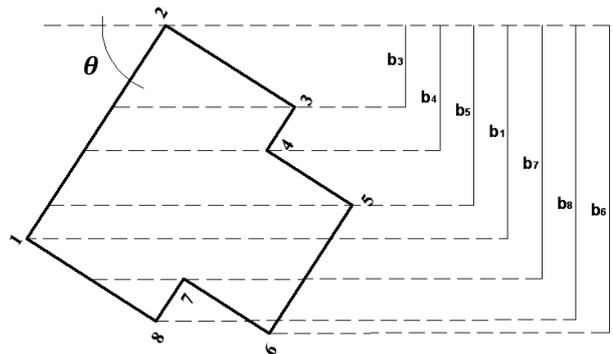
$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} + \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.24 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 13<sup>ème</sup> cas (type 1)

**14<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_6 \leq b_8$**  (Fig 5.25)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x/(\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a/\sin\theta$$

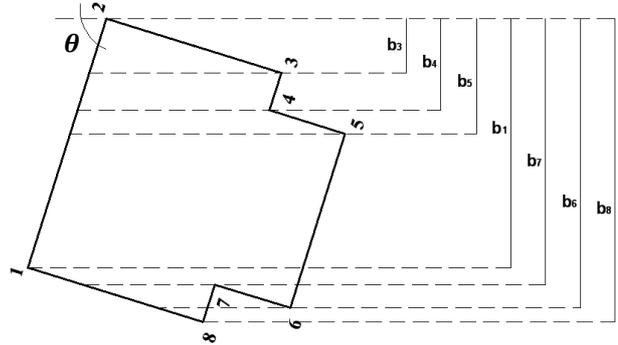
$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} + \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_6 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.25 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 14<sup>ème</sup> cas (type 1)

**15<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_6 \leq b_8$**  (Fig 5.26)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x/(\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a/\sin\theta$$

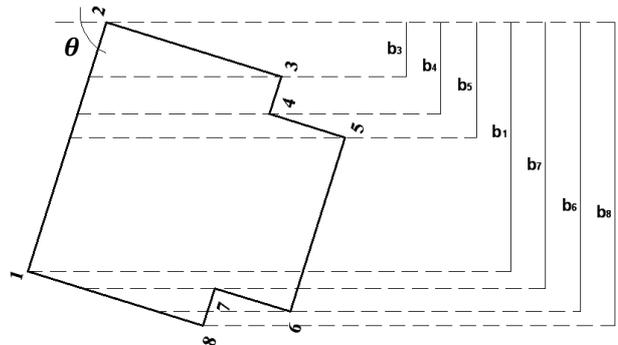
$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} + \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_6 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Fig 5.26 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 15<sup>ème</sup> cas (type 1)

Si :  $b_5 < b_1 \leq b_6$

16<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_6 \leq b_8$  (Fig 5.27)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{a}{\cos\theta} - \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b + a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_6 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{x - b_6}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

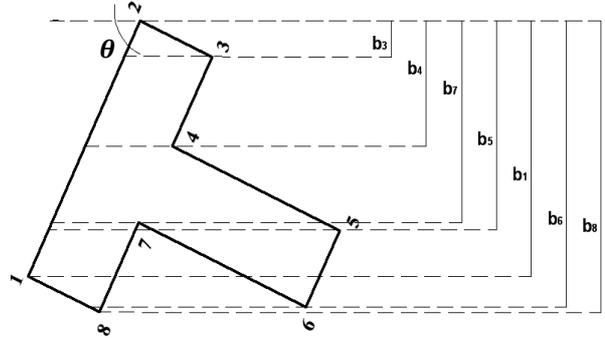


Figure 5.27 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 16<sup>ème</sup> cas (type 1)

Si :  $b_5 < b_7 \leq b_1$

17<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_8 \leq b_6$  (Fig 5.28)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b + a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x - b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

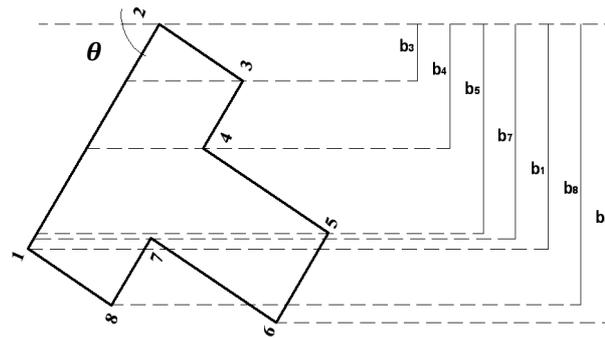


Figure 5.28 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 17<sup>ème</sup> cas (type 1)

$$b_8 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

**18<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_6 \leq b_8$**  (Fig 5.29)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x/(\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a/\sin\theta$$

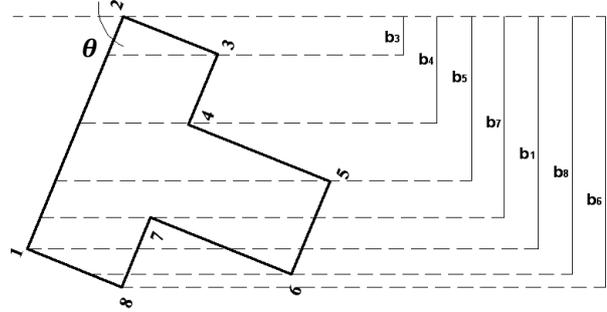
$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x-b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b+a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} - 2 \cdot \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_6 < x \leq b_8 : l_x = \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{x-b_6}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.29** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 18<sup>ème</sup> cas (type 1)

**19<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_6 \leq b_8$**  (Fig 5.30)

$$0 < x \leq b_3 : l_x = x/(\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_3 < x \leq b_4 : l_x = a/\sin\theta$$

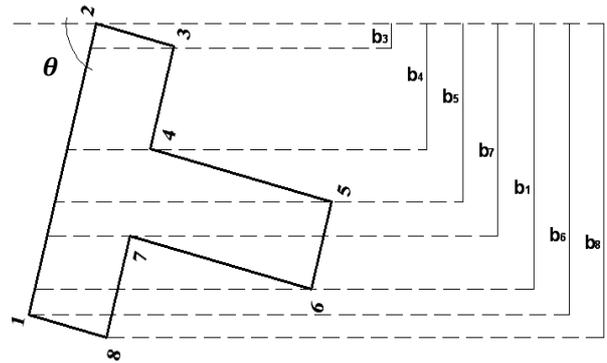
$$b_4 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x-b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_6 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_6 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_8 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.30** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 19<sup>ème</sup> cas (type 1)

### 5.2.3.2\ Balayage à partir de nœud 5 ou 6:

on détermine Les expressions des largeurs utiles ( $b_i$ ) au niveau des nœuds pour le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 qui sont :

$$b_1 = b \cdot \cos\theta - \frac{b-a}{2} \sin\theta$$

$$b_2 = b \cdot \cos\theta + \frac{b+a}{2} \sin\theta$$

$$b_3 = (b-a) \cdot \cos\theta + \frac{b-a}{2} \sin\theta$$

$$b_4 = (b-a) \cdot \cos\theta + a \cdot \sin\theta$$

$$b_5 = a \cdot \sin\theta$$

$$b_7 = (b-a) \cdot \cos\theta$$

$$b_8 = (b-a) \cdot \cos\theta - \frac{b-a}{2} \sin\theta$$

Suivant la valeur  $C_f = a/b$  et l'angle  $\theta$ , on peut déduire 12 cas des sections sous forme « T » où  $(0,3 \leq C_f \leq 0,9)$  et  $(0 < \theta < 64,435^\circ)$  ;

**Si :  $0 < b_5 \leq b_8$**

**1<sup>er</sup> Cas :  $b_4 < b_3 \leq b_1$**  (Fig 5.31)

$$0 < x \leq b_5 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = a / \cos\theta$$

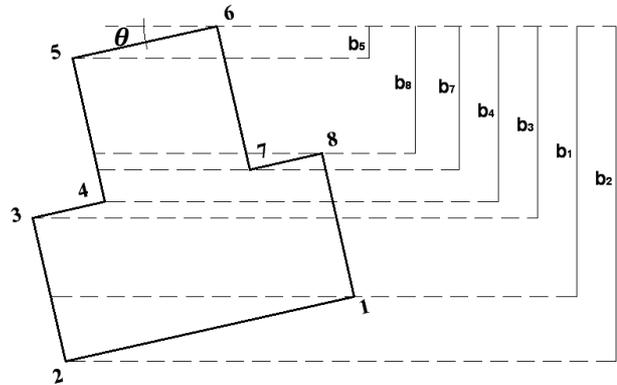
$$b_8 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b+a}{\cos\theta} - \frac{b_3-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = (b+a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_1 : l_x = b / \cos\theta$$

$$b_1 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.31 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 1<sup>er</sup> cas (type 2)

**2<sup>ème</sup> Cas :  $b_4 < b_1 \leq b_3$**  (Fig 5.32)

$$0 < x \leq b_5 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = a / \cos\theta$$

$$b_8 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b+a}{\cos\theta} - \frac{b_3-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = (b+a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_4 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} - \frac{b_1-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_3 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

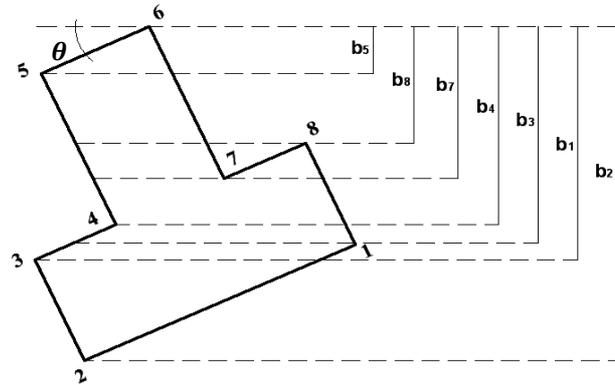


Figure 5.32 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 2<sup>ème</sup> cas (type 2)

**3<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_4 \leq b_3$**  (Fig 5.33)

$$0 < x \leq b_5 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = a / \cos\theta$$

$$b_8 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b+a}{\cos\theta} - \frac{b_3-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = (b+a) / (2 \cdot \cos\theta)$$

$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

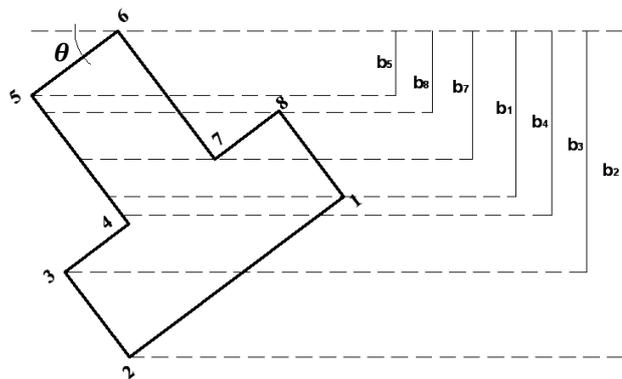


Figure 5.33 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 3<sup>ème</sup> cas (type 2)

**4<sup>ème</sup> Cas :  $b_8 < b_1 \leq b_7$**  (Fig 5.34)

$$0 < x \leq b_5 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_5 < x \leq b_8 : l_x = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$b_8 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{b_1 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x - b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

**Si :  $b_8 < b_5 \leq b_7$**

**5<sup>ème</sup> Cas :  $b_4 < b_3 \leq b_1$**  (Fig 5.35)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b - a}{\sin\theta} - \frac{b - a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x - b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

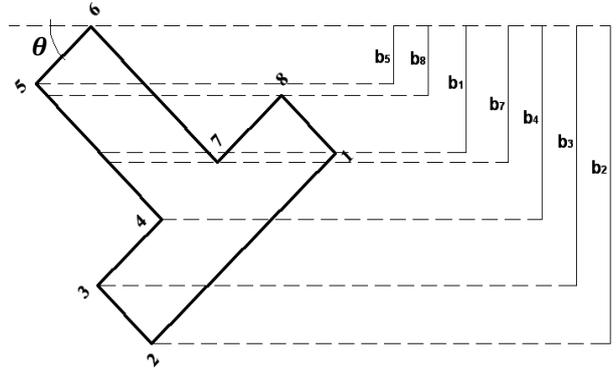
$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b_7 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b + a}{2 \cdot \cos\theta}$$

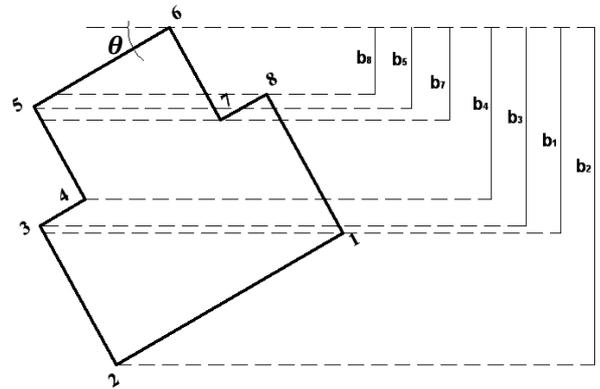
$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{b}{\cos\theta} - \frac{b_3 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.34 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 4<sup>ème</sup> cas (type 2)



**Figure 5.35 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 5<sup>ème</sup> cas (type 2)

**6<sup>ème</sup> Cas :  $b_4 < b_1 \leq b_3$**  (Fig 5.36)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

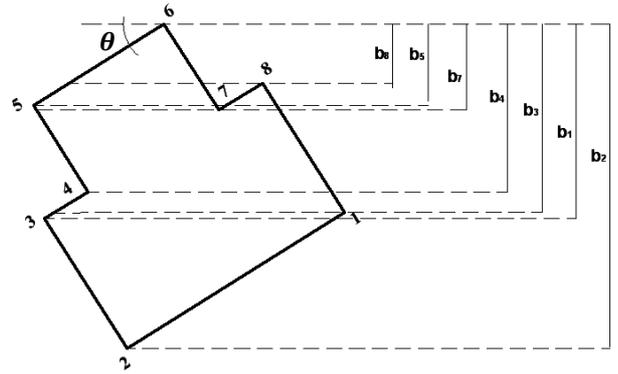
$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b_7-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_4}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.36** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 6<sup>ème</sup> cas (type 2)

**7<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_4 \leq b_3$**  (Fig 5.37)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

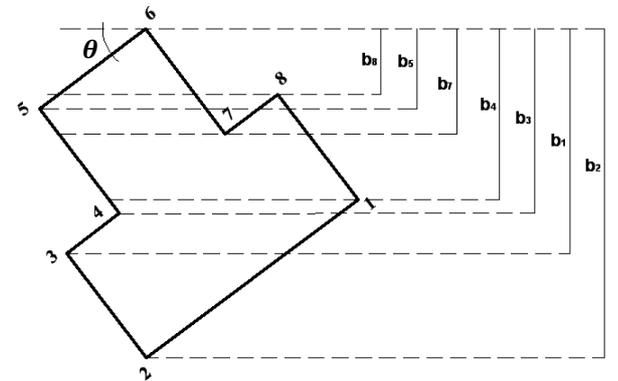
$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b_7-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.37** : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 7<sup>ème</sup> cas (type 2)

**8<sup>ème</sup> Cas :  $b_5 < b_1 \leq b_7$**  (Fig 5.38)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{b_1-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

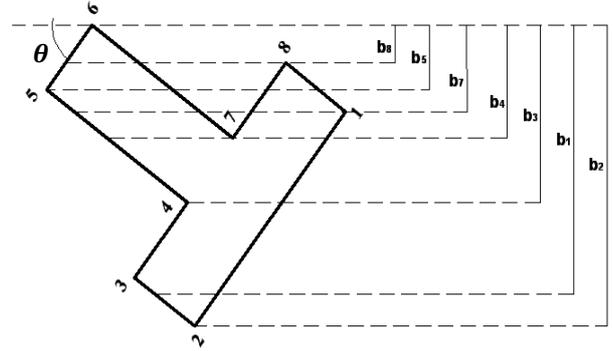


Figure 5.38 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 8<sup>ème</sup> cas (type 2)

**9<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_5 \leq b_7$**  (Fig 5.39)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_5 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{b_1-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_4 : l_x = \frac{a}{\cos\theta} + \frac{a}{\sin\theta} - \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

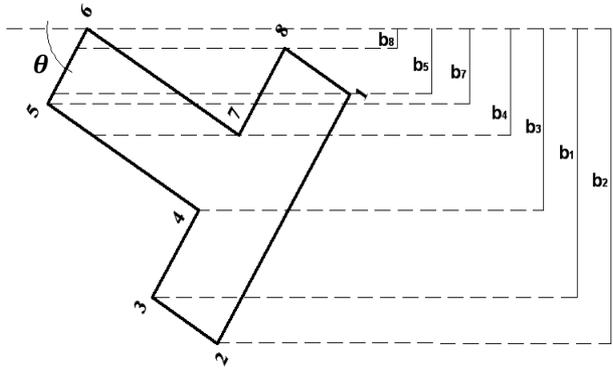


Figure 5.39 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 9<sup>ème</sup> cas (type 2)

**10<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_5 \leq b_1$**  (Fig 5.40)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

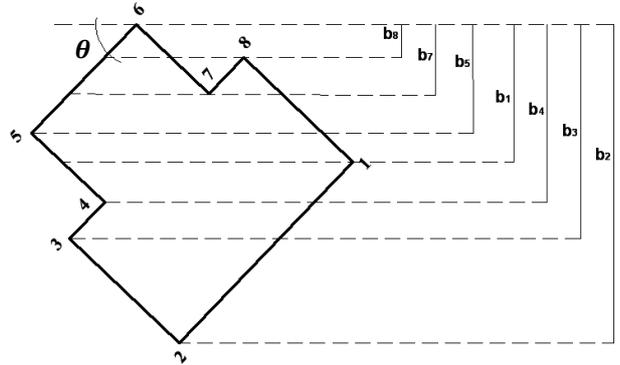
$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{b_5-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b+a}{2 \cdot \cos\theta} - \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.40 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 10<sup>ème</sup> cas (type 2)

**11<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_5 \leq b_1$**  (Fig 5.41)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

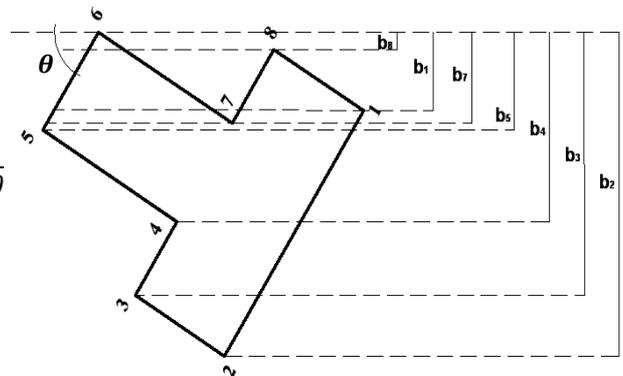
$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x-b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2-x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.41 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 11<sup>ème</sup> cas (type 2)

**12<sup>ème</sup> Cas :  $b_7 < b_1 \leq b_5$**  (Fig 5.42)

$$0 < x \leq b_8 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_8 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_8}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} + \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_5 : l_x = \frac{b}{\sin\theta}$$

$$b_5 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} - \frac{x-b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

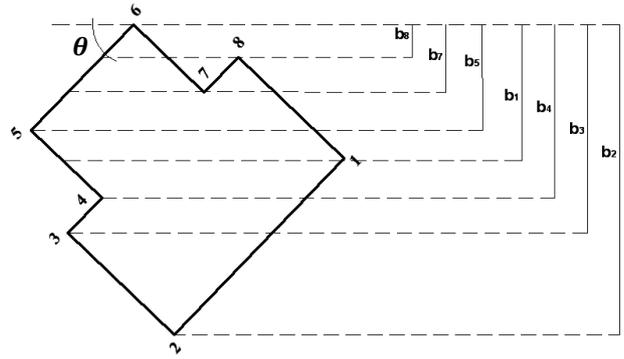


Figure 5.42 : valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 12<sup>ème</sup> cas (type 2)

### 5.2.3.3\ Balayage à partir de nœud 3 ou 8 (type 3):

on détermine Les expressions des largeurs utiles ( $b_i$ ) au niveau des nœuds pour le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 qui sont :

$$b_1 = a \cdot \cos\theta$$

$$b_2 = b \cdot \sin\theta + a \cdot \cos\theta$$

$$b_3 = b \cdot \sin\theta$$

$$b_4 = \frac{b+a}{2} \cdot \sin\theta$$

$$b_5 = \frac{b+a}{2} \cdot \sin\theta - (b-a) \cdot \cos\theta$$

$$b_6 = \frac{b-a}{2} \cdot \sin\theta - (b-a) \cdot \cos\theta$$

$$b_7 = \frac{b-a}{2} \sin\theta$$

Suivant la valeur  $C_f = a/b$  et l'angle  $\theta$ , on peut déduire 03 cas des sections sous forme « T » où  $(0,3 \leq C_f \leq 0,9)$  et  $(64,435^\circ \leq \theta < 90^\circ)$  ;

**13<sup>ème</sup> Cas :  $b_6 < b_7 \leq b_1$**  (Fig 5.43)

$$0 < x \leq b_6 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_6 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_6}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

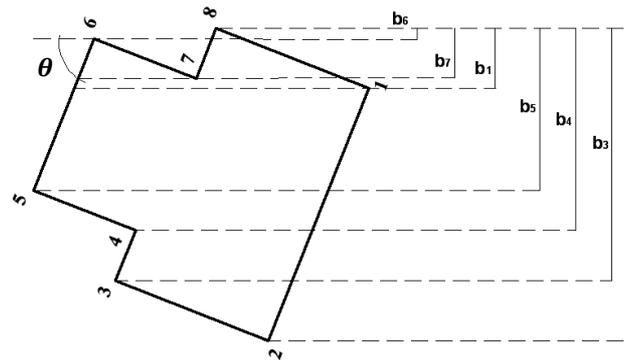
$$b_7 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_7}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_1 < x \leq b_5 : l_x = b / \sin\theta$$

$$b_5 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} + \frac{x-b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.43 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 13<sup>ème</sup> cas (type 3)

**14<sup>ème</sup> Cas :  $b_6 < b_1 \leq b_7$**  (Fig 5.44)

$$0 < x \leq b_6 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

$$b_6 < x \leq b_1 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + 2 \cdot \frac{x-b_6}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

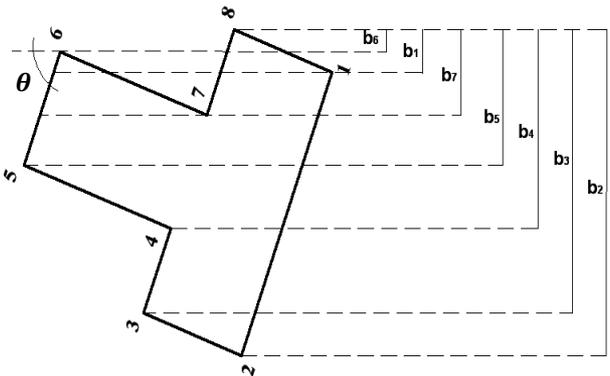
$$b_1 < x \leq b_7 : l_x = \frac{b-a}{\sin\theta} - \frac{b-a}{2 \cdot \cos\theta} + \frac{x-b_1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_7 < x \leq b_5 : l_x = b / \sin\theta$$

$$b_5 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} + \frac{x-b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$b_4 < x \leq b_3 : l_x = a / \sin\theta$$

$$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$



**Figure 5.44 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 14<sup>ème</sup> cas (type 3)

**15<sup>ème</sup> Cas :  $b_1 < b_6 \leq b_7$**  (Fig 5.45)

$0 < x \leq b_1 : l_x = x / (\sin\theta \cdot \cos\theta)$

$b_1 < x \leq b_6 : l_x = a / \sin\theta$

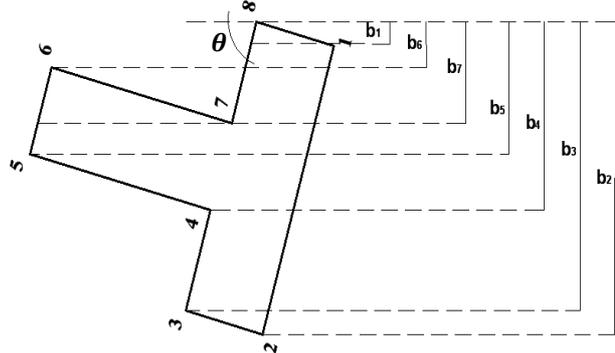
$b_6 < x \leq b_7 : l_x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{x - b_6}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$

$b_7 < x \leq b_5 : l_x = b / \sin\theta$

$b_5 < x \leq b_4 : l_x = \frac{b}{\sin\theta} + \frac{x - b_5}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$

$b_4 < x \leq b_3 : l_x = a / \sin\theta$

$b_3 < x \leq b_2 : l_x = \frac{b_2 - x}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$



**Figure 5.45 :** valeur de la largeur de la fibre comprimée pour le 15<sup>ème</sup> cas (type 3)

**5.2.4\ Détermination de la distance ( $Y_x$ ):**

Pour déterminer les équations des moments repris par les efforts pour chaque tranche ( $A_{bk}$ ), il nous conduit à déterminer le bras de levier ( $Y_x$ ) de chaque effort centré au centre de gravité de la section en « T » balayée, donc l'équation est :

$$Y_x = V_T - y_k \quad (5.25)$$

$y_k$  : La distance utile entre le centre de gravité de tranche  $k$  et la fibre la plus comprimé (voir 5.2.1);

$V_T$  : La distance de centre de gravité (G) de la section « T » et la fibre la plus comprimée;

**5.2.5\ Détermination de la distance ( $V_T$ ):**

**5.2.5.1\ Balayage à partir de nœud 1 ou 2:**

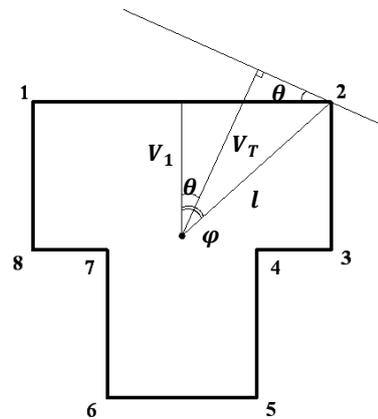
$\theta \leq \varphi$  : (Fig 5.46)

$$tg(\varphi) = \frac{b/2}{V_1} \Rightarrow \varphi = arctg \left[ \frac{b}{2 \cdot V_1} \right]$$

$$\cos(\varphi) = \frac{V_1}{l} \Rightarrow l = \frac{V_1}{\cos(\varphi)}$$

$$\cos(\varphi - \theta) = \frac{V_T}{l} \Rightarrow V_T = l \cdot \cos(\varphi - \theta)$$

$$V_T = V_1 \cdot \frac{\cos(\varphi - \theta)}{\cos(\varphi)} \quad (5.26)$$



**Figure 5.46 :** La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 2

$\theta > \varphi$  : (Fig 5.47)

$$\sin(\varphi) = \frac{b/2}{l} \Rightarrow l = \frac{b}{2 \cdot \sin(\varphi)}$$

$$\cos(\theta - \varphi) = \frac{V_T}{l} \Rightarrow V_T = l \cdot \cos(\theta - \varphi)$$

$$V_T = \frac{b}{2} \cdot \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\sin(\varphi)} \quad (5.27)$$

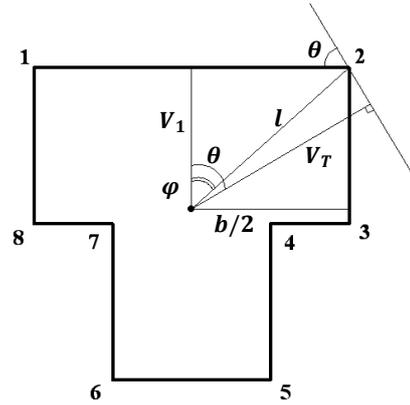


Figure 5.47 : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 2

5.2.5.2\ Balayage à partir de nœud 5 ou 6:

$\theta \leq \varphi$  : (Fig 5.48)

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{a/2}{V_2} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \left[ \frac{a}{2 \cdot V_2} \right]$$

$$\cos(\varphi) = \frac{V_2}{l} \Rightarrow l = \frac{V_2}{\cos(\varphi)}$$

$$\cos(\varphi - \theta) = \frac{V_T}{l} \Rightarrow V_T = l \cdot \cos(\varphi - \theta)$$

$$V_T = V_2 \cdot \frac{\cos(\varphi - \theta)}{\cos(\varphi)} \quad (5.28)$$

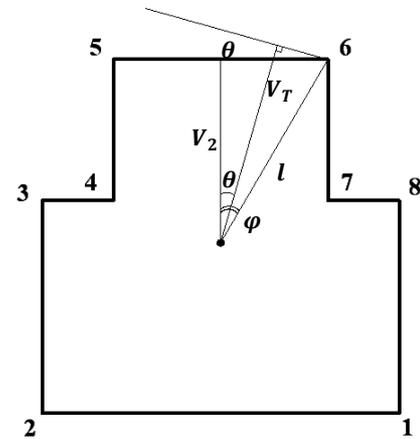


Figure 5.48 : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 6

$\varphi < \theta < 64.435^\circ$  : (Fig 5.49)

$$\sin(\varphi) = \frac{a/2}{l} \Rightarrow l = \frac{a}{2 \cdot \sin(\varphi)}$$

$$\cos(\theta - \varphi) = \frac{V_T}{l} \Rightarrow V_T = l \cdot \cos(\theta - \varphi)$$

$$V_T = \frac{a}{2} \cdot \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\sin(\varphi)} \quad (5.29)$$

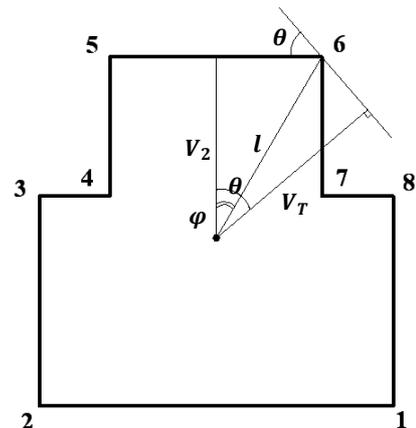


Figure 5.49 : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 6

## 5.2.5.3\ Balayage à partir de nœud 3 ou 8:

64.  $435^\circ \leq \theta < 90^\circ$  : (Fig 5.50)

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{b/2}{(V_2 + a - b)} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \left[ \frac{b}{2 \cdot (V_2 + a - b)} \right]$$

$$\sin(\varphi) = \frac{b/2}{l} \Rightarrow l = \frac{b}{2 \cdot \sin(\varphi)}$$

$$\cos(\theta - \varphi) = \frac{V_T}{l} \Rightarrow V_T = l \cdot \cos(\theta - \varphi)$$

$$V_T = \frac{b}{2} \cdot \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\sin(\varphi)} \quad (5.30)$$

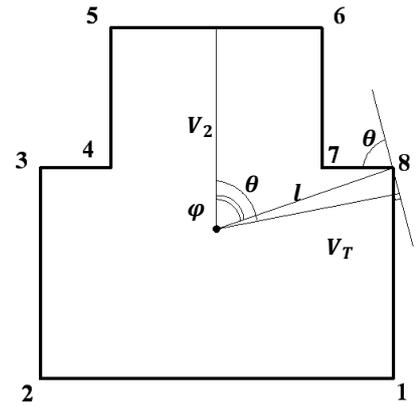


Figure 5.50 : La distance perpendiculaire de centre de gravité au nœud 8

### 5.3\ Sollicitation dans les armatures :

La détermination des efforts normaux et moments dans les aciers consiste à trouver les expressions des déformations et contraintes de chaque position de l'axe neutre en cour de balayage, donc on détermine les distances utiles de chaque quantité des armatures dans la section étudiée par rapport à la fibre la plus comprimée.

#### 5.3.1\ Détermination les quantités partielles des armatures ( $A_i$ ) :

Les quantités des armatures sont déterminées par le tableau ci-dessous :

Les quantités d'acier	Les expressions
$A_1$	$A_{sr} \cdot (b - 2d_c)$
$A_2$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$
$A_3$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$
$A_4$	$A_{sr} \cdot \left(\frac{b - a}{2}\right)$
$A_5$	$A_{sr} \cdot \left(\frac{b - a}{2}\right)$
$A_6$	$A_{sr} \cdot (b - a)$
$A_7$	$A_{sr} \cdot (b - a)$
$A_8$	$A_{sr} \cdot (a - 2d_c)$

**Tableau 5. 1 :** les expressions des quantités d'acier dans le problème biaxial

$A_{sr}$  : L'aire unitaire des armatures distribuées (voir 3.3.3.2) ;

5.3.2\ Détermination les hauteurs utiles ( $d_i$ ) :

5.3.2.1\ Le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 (type 1):

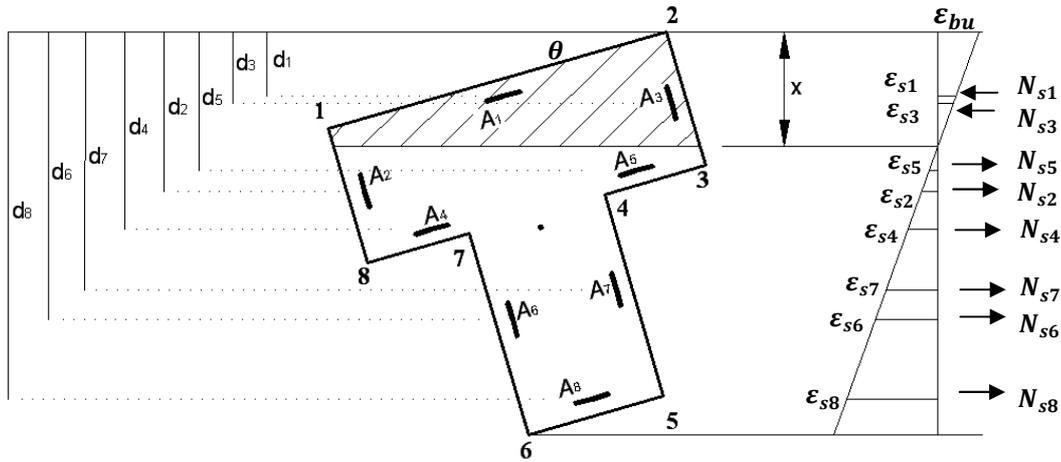


Figure 5.51 : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 1 ou 2

Les expressions des hauteurs utiles pour le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$d_c \cdot \cos\theta + \frac{b}{2} \cdot \sin\theta$
$d_2$	$\frac{a}{2} \cdot \cos\theta + (b - d_c) \cdot \sin\theta$
$d_3$	$\frac{a}{2} \cdot \cos\theta + d_c \cdot \sin\theta$
$d_4$	$(a - d_c) \cdot \cos\theta + (b - d_c) \cdot \sin\theta$
$d_5$	$\frac{a}{2} \cdot \cos\theta + \left(\frac{b - a}{4} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_6$	$\left(\frac{b + a}{2} - d_c\right) \cdot \cos\theta + \left(\frac{b + a}{2} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_7$	$\left(\frac{b + a}{2} - d_c\right) \cdot \cos\theta + \left(\frac{b - a}{2} + d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_8$	$(b - d_c) \cdot \cos\theta + \frac{b}{2} \cdot \sin\theta$

Tableau 5. 2 : les expressions des hauteurs utiles pour le problème biaxial (type 1)

5.3.2.2\ Le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 (type 2):

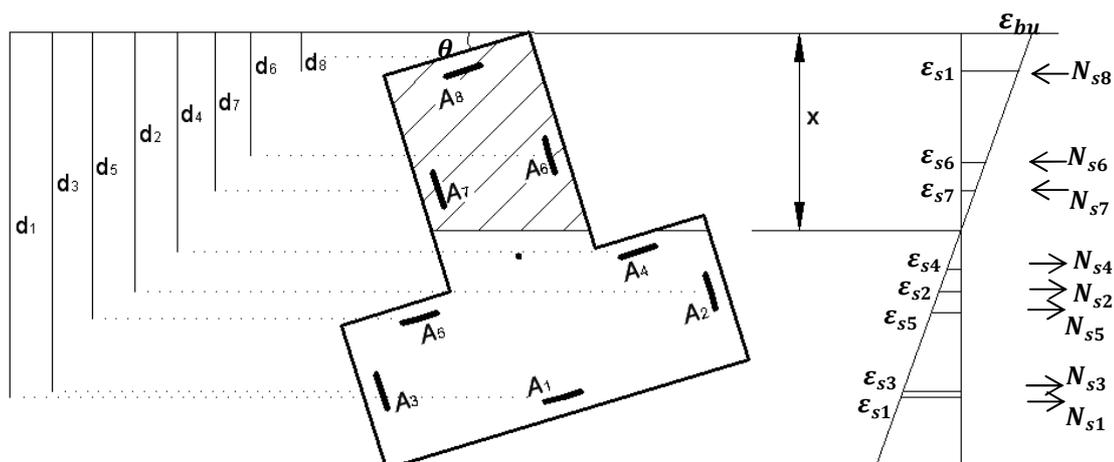


Figure 5.52 : diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 5 ou 6

Les expressions des hauteurs utiles pour le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$d_c \cdot \cos\theta + \frac{a}{2} \cdot \sin\theta$
$d_2$	$\left(\frac{b-a}{2} + d_c\right) \cdot \cos\theta + (a - d_c) \cdot \sin\theta$
$d_3$	$\left(\frac{b-a}{2} + d_c\right) \cdot \cos\theta + d_c \cdot \sin\theta$
$d_4$	$(b - a + d_c) \cdot \cos\theta + \left(\frac{b+3 \cdot a}{4} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_5$	$(b - a + d_c) \cdot \cos\theta - \left(\frac{b-a}{4} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_6$	$\left(b - \frac{a}{2}\right) \cdot \cos\theta + \left(\frac{b+a}{2} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_7$	$\left(b - \frac{a}{2}\right) \cdot \cos\theta - \left(\frac{b-a}{2} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_8$	$(b - d_c) \cdot \cos\theta + \frac{a}{2} \cdot \sin\theta$

Tableau 5. 3 : les expressions des hauteurs utiles pour le problème biaxial (type 2)

5.3.2.3\ Le balayage à partir des nœuds 3 ou 8 (type 3):

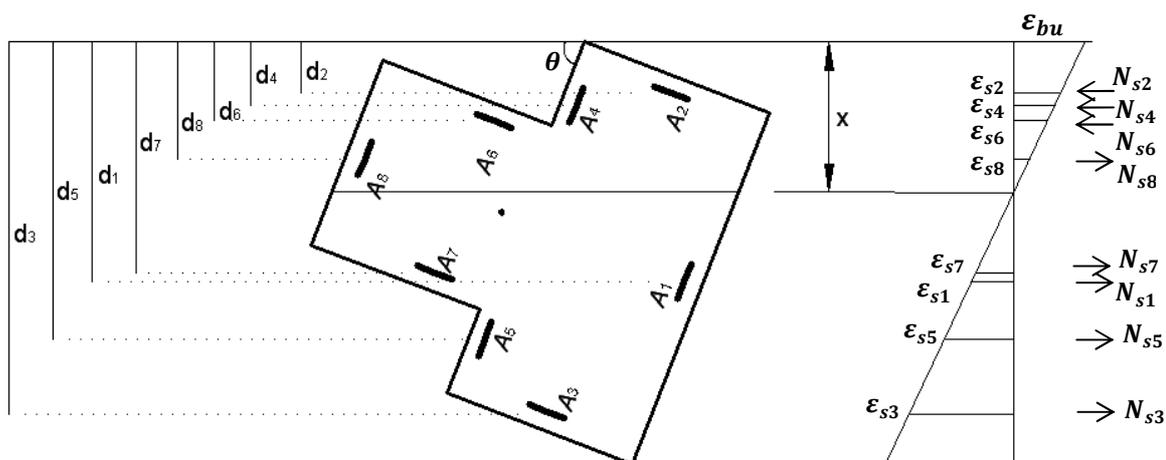


Figure 5.53: diagramme déformation et hauteurs utiles des armatures pour un balayage à partir du nœud 3 ou 8

Les hauteurs utiles	Les expressions
$d_1$	$\frac{b}{2} \cdot \sin\theta + (b - a - d_c) \cdot \cos\theta$
$d_2$	$\left(\frac{b+a}{2} - d_c\right) \cdot \sin\theta - \left(\frac{b-a}{2} - d_c\right) \cdot \cos\theta$
$d_3$	$\left(\frac{b+a}{2} - d_c\right) \cdot \sin\theta - \left(\frac{b-a}{2} - d_c\right) \cdot \cos\theta$
$d_4$	$d_c \cdot \cos\theta + \left(\frac{3 \cdot b - a}{4} - d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_5$	$d_c \cdot \cos\theta + \left(\frac{b-a}{4} + d_c\right) \cdot \sin\theta$
$d_6$	$\frac{a}{2} \cdot \cos\theta + (b - d_c) \cdot \sin\theta$
$d_7$	$\frac{a}{2} \cdot \cos\theta + d_c \cdot \sin\theta$
$d_8$	$(a - d_c) \cdot \cos\theta + \frac{b}{2} \cdot \sin\theta$

Tableau 5. 4 : les expressions des hauteurs utiles pour le problème biaxial (type 3)

### 5.3.3\ Détermination les efforts dans le béton:

Les expressions des déformations sont :

$$\varepsilon_i = \frac{x - d_i}{x} \cdot \varepsilon_{bu} \quad (5.31), \quad \text{dans les armatures comprimées ;}$$

$$\varepsilon_i = \frac{d_i - x}{x} \cdot \varepsilon_{bu} \quad (5.32), \quad \text{dans les armatures tendues ;}$$

Les expressions des contraintes sont :

$$f_{si} = E \cdot \varepsilon_i \quad (5.33) \quad \text{si} \quad \varepsilon_i \leq f_e/E ;$$

$$f_{si} = f_e \quad (5.34) \quad \text{si} \quad \varepsilon_i > f_e/E ;$$

L'expression de l'effort dans les armatures est:

$$N_{si} = A_i \cdot f_{si} \quad (5.35)$$

L'expression de moment repris par l'effort est :

$$M_{si} = N_{si} \cdot (V_T - d_i) \quad (5.36)$$

$N_{si}$  est une valeur algébrique, où elle prend la valeur positive si l'effort de compression et la valeur négative si l'effort de traction.

L'effort total dans les armatures comprimées :

$$N_{sc} = \sum N_{sci} = \sum A_i \cdot f_{si} \quad (5.37) \quad \text{si} \quad d_i < x ; \quad i = \langle 1, \dots, 8 \rangle$$

L'effort total dans les armatures tendues :

$$N_{st} = \sum N_{sti} = \sum A_i \cdot f_{si} \quad (5.38) \quad \text{si} \quad d_i > x ;$$

L'effort total dans les armatures :

$$N_s = N_{sc} + N_{st} \quad (5.39)$$

Le moment total dans les armatures :

$$M_s = \sum M_{si} = \sum N_{si} \cdot (V_T - d_i) \quad (5.40)$$

### 5.3.4\ Sollicitation dans le béton armé :

La résultante des forces est :

$$N_t = N_b + N_s \quad (5.41)$$

La résultante des moments est :

$$M_t = M_b + M_s \quad (5.42)$$

Le couple  $(M_t, N_t)$  pour chaque position de l'axe neutre nous permet de déduire le couple réduite  $(\mu, \nu)$  qui détermine point par point l'allure de la courbe d'interaction, ce couple est adimensionnelle pour mieux présentation pratiquée.

On peut écrire les expressions réduites comme suit :

L'effort réduit :

$$\nu = N_t/b^2 \cdot f_{c28} \quad (5.43)$$

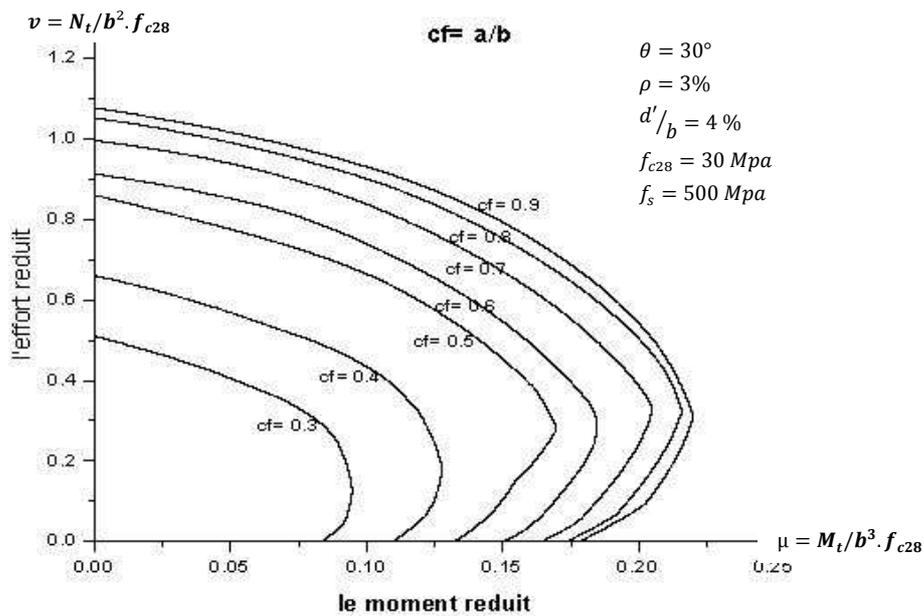
Le moment réduit :

$$\mu = M_t/b^3 \cdot f_{c28} \quad (5.44)$$

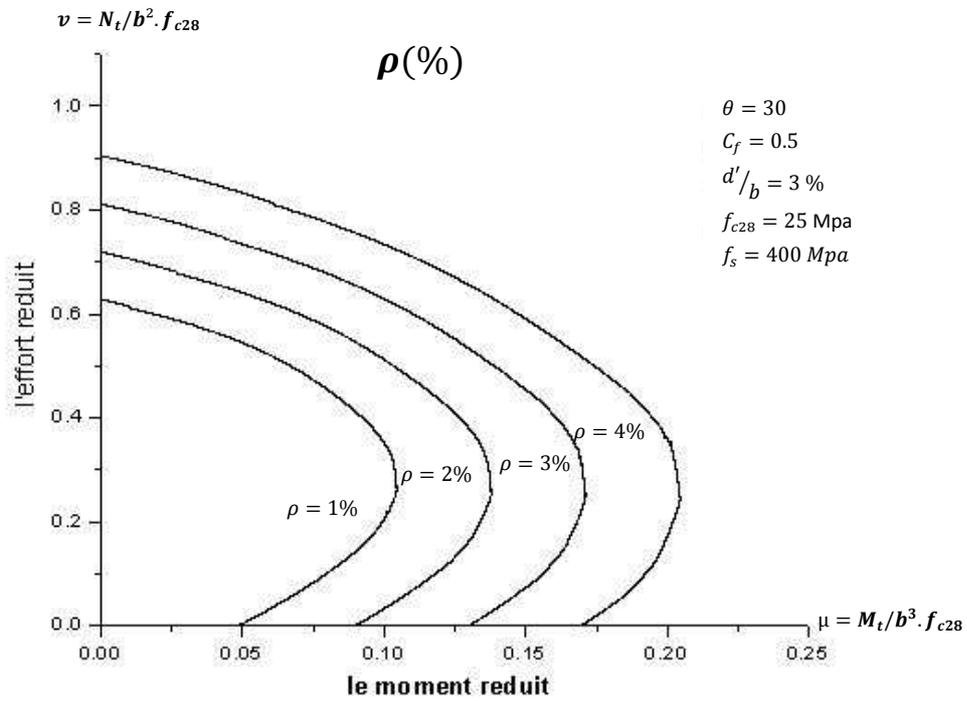
### 5.3.5\ Exemple des courbes d'interaction :

#### 5.3.5.1\ Les graphes :

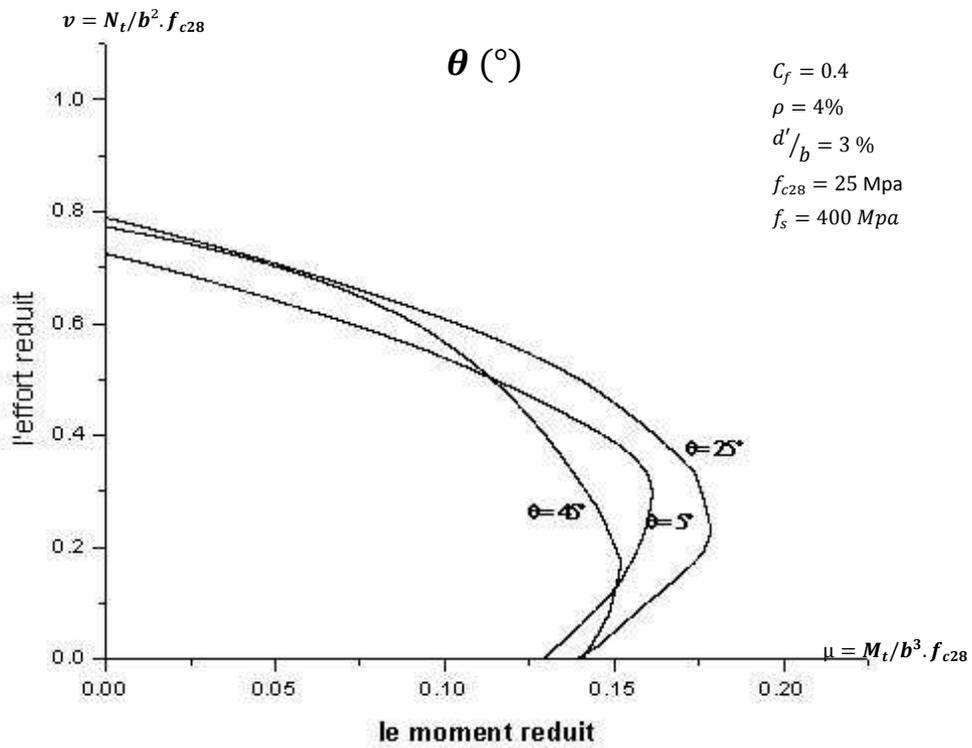
##### 5.3.5.1.1\ Le balayage à partir des nœuds 1 ou 2 :



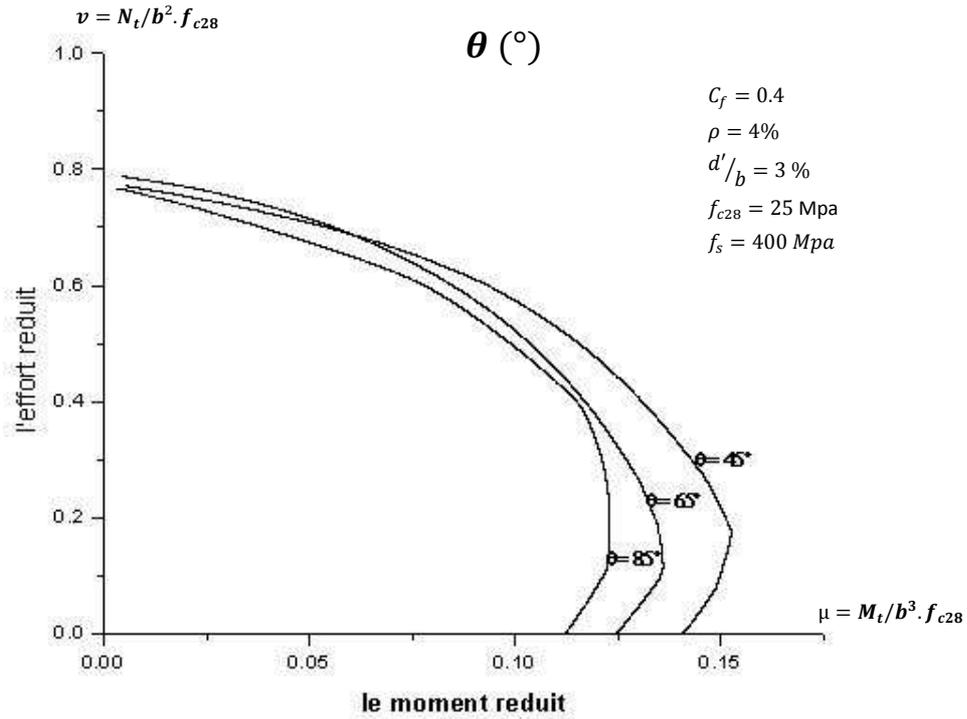
Graph 5.1 : diagramme d'interaction  $(\mu, \nu)$  correspondant à plusieurs rapport  $a/b$  .



Graph 5.2 : diagramme d'interaction ( $\mu, \nu$ ) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature  $\rho$ .

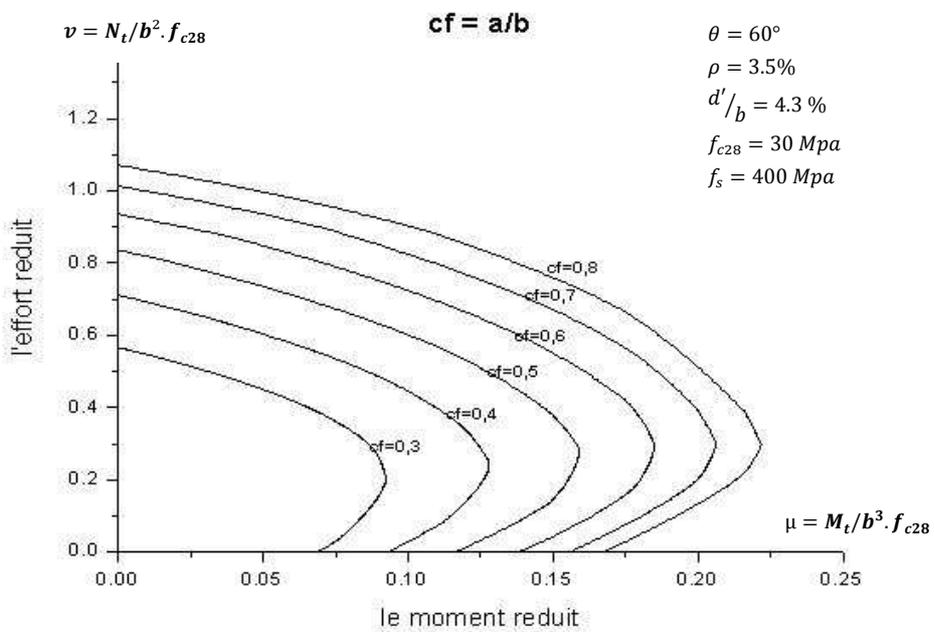


Graph 5.3 : diagramme d'interaction ( $\mu, \nu$ ) correspondant à plusieurs inclinaison  $\theta \leq 45^\circ$ .

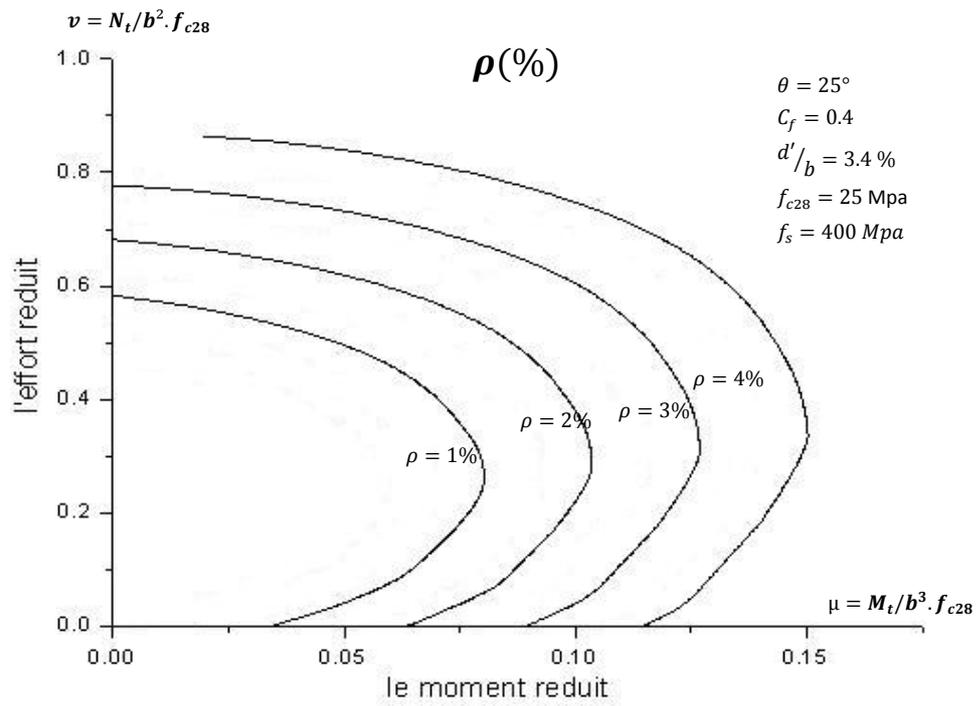


Graph 5.4 : diagramme d'interaction ( $\mu, \nu$ ) correspondant à plusieurs inclinaison  $\theta \geq 45^{\circ}$ .

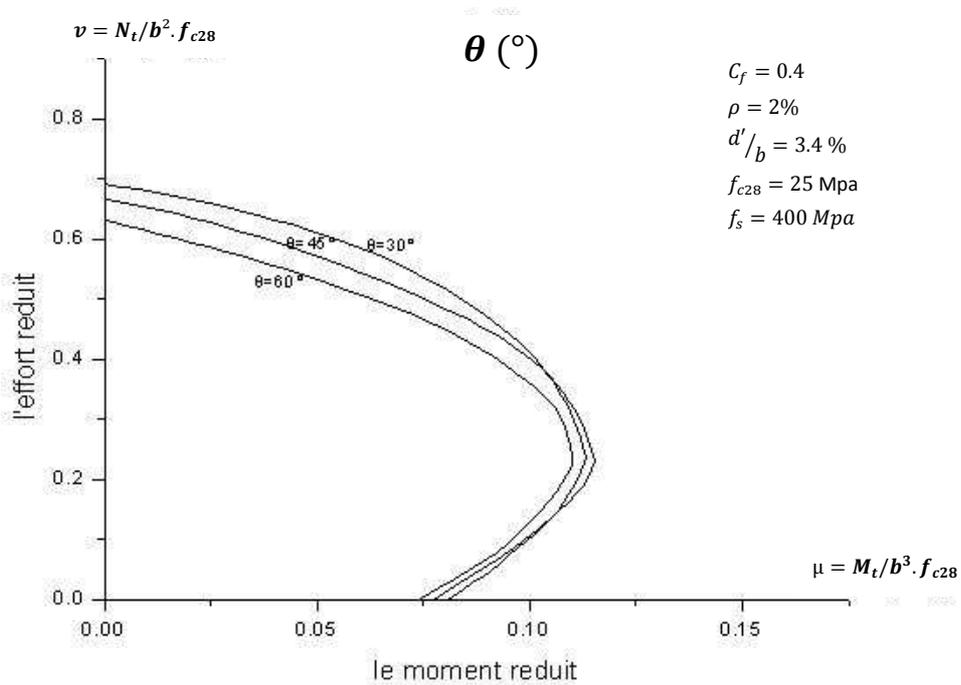
5.3.5.1.2\ Le balayage à partir des nœuds 5 ou 6 :



Graph 5.5 : diagramme d'interaction ( $u, v$ ) correspondant à plusieurs rapport  $a/b$ .



Graph 5.6 : diagramme d'interaction (μ,ν) correspondant à plusieurs pourcentage d'armature ρ.



Graph 5.7 : diagramme d'interaction (μ,ν) correspondant à plusieurs inclinaison θ.

**5.3.5.2\ le commentaire :**

Les graphes 5.1 et 5.5 montrent les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1, type 2 et type 3) avec un pourcentage d'armature et un angle d'inclinaison constants pour un chargement biaxial. Il apparait que la résistance ultime de la section augmente quant le rapport  $C_f = a/b$  augmente ;

Les graphes 5.2 et 5.6 montrent les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1, type 2 et type 3) avec le rapport  $C_f = a/b$  et un angle d'inclinaison constants pour un chargement biaxial. Il apparait que la résistance ultime de la section augmente quant le pourcentage d'armature  $\rho$  augmente ;

Le graphe 5.3 montre les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1 où  $\theta \leq 45^\circ$ ) pour un rapport  $C_f = a/b$  et un pourcentage d'armature constants avec des angles d'inclinaisons variant entre  $5^\circ$  et  $45^\circ$  pour un chargement biaxial. Il apparait que la courbe de l'angle  $25^\circ$  est l'enveloppe des courbes qui donne la résistance ultime la plus grande ;

Le graphe 5.4 montre les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type 1 où  $\theta \geq 45^\circ$ ) pour un rapport  $C_f = a/b$  et un pourcentage d'armature  $\rho$  constants avec des angles d'inclinaisons variant entre  $45^\circ$  et  $85^\circ$  pour un chargement biaxial. Il apparait que la courbe de l'angle  $45^\circ$  donne la résistance ultime la plus grande ;

Le graphe 5.7 montre les courbes d'interaction obtenues pour les sections en T (type2) pour un rapport  $C_f = a/b$  et un pourcentage d'armature  $\rho$  constants avec des angles d'inclinaisons variant entre  $30^\circ$  et  $60^\circ$  pour un chargement biaxial. Il apparait que la courbe de l'angle  $30^\circ$  donne la résistance ultime la plus grande ;

## 5.4\ Validation :

### 5.4.1\ Validation expérimentale :

#### 5.4.1.1\ Introduction :

Pour vérifier la précision de logiciel découvert on obtient des résultats théoriques fournis par des auscultations expérimentales menées par différents chercheurs cités dans la référence **Hsu** (1988) puis on les compare avec les résultats de logiciel présenté.

On trace la courbe d'interaction pour chaque spécimen à partir des données réelles : des dimensions, la résistance mécanique de béton et d'acier, pourcentage d'armatures, l'excentricité et l'inclinaison ; ensuit on montre le point formé par l'expérimentation sur cette courbe où on résulte l'effort normal limite et le moment correspondant pour le chargement biaxial.

#### 5.5.1.2\ Les données :

Expérience	Spécimen	$a$ (mm)	$b$ (mm)	$d'$ (mm)	$f_s$ (Mpa)	$E_s$ (Mpa)	$F_b$ (Mpa)	$\rho$ (%)	$e_x$ (mm)	$e_y$ (mm)	$\theta$ (°)
<b>Anderson et Lee (1951)</b>	SC-4	0	101,6	19,05	314,4	200000	37,5	5	71,6	71,6	45
	SC-9	0	101,6	19,05	314,4	200000	37,5	5	71,6	71,6	45
<b>HSU (1975)</b>	S-1	0	101,6	17,45	306,8	200000	22,1	2,75	25,4	38,1	33,7
	S-2	0	101,6	17,45	306,8	200000	28,2	2,75	25,4	38,1	33,7
	U-1	0	101,6	20	503,3	201300	26,9	2,81	63,5	88,9	35,2
	U-2	0	101,6	20	503,3	201300	26,2	2,81	76,2	88,9	40,6
	U-3	0	101,6	20	503,3	201300	26,8	2,81	88,9	88,9	45
	U-4	0	101,6	20	503,3	201300	26,4	2,81	50,8	50,8	45
	U-5	0	101,6	20	503,3	201300	25,6	2,81	12,7	101,6	7,12
	U-6	0	101,6	20	503,3	201300	26,9	2,81	12,7	177,8	4,08
	H-1	0	108	20	307	200000	24,4	4,87	76,2	50,8	56,31
	H-2	0	108	20	307	200000	26,8	4,87	82,6	57,2	55,3
	H-3	0	108	20	307	200000	29,1	4,87	63,5	76,2	40
<b>Ramamurthy (1966)</b>	B-1	0	203,2	25,4	322,6	206900	29,2	3,83	21	78,5	15
	B-2	0	203,2	25,4	322,6	206900	25,8	3,83	19,4	46,9	22,5
	B-3	0	203,2	25,4	322,6	206900	33,5	3,83	50,8	88	30
	B-4	0	203,2	25,4	322,6	206900	32	3,83	63,5	110	30
	B-5	0	203,2	25,4	322,6	206900	19,3	3,83	35,9	35,9	45
	B-6	0	203,2	25,4	322,6	206900	27,6	3,83	64,7	64,7	45
	B-7	0	203,2	25,4	322,6	206900	29,5	3,83	71,8	71,8	45
	B-8	0	203,2	25,4	322,6	206900	34,1	3,83	101,6	101,6	45

Expérience	Spécimen	<i>a</i> (mm)	<i>b</i> (mm)	<i>d'</i> (mm)	<i>f<sub>s</sub></i> (Mpa)	<i>E<sub>s</sub></i> (Mpa)	<i>F<sub>b</sub></i> (Mpa)	<i>ρ</i> (%)	<i>e<sub>x</sub></i> (mm)	<i>e<sub>y</sub></i> (mm)	<i>θ</i> (°)
Heimdahl et Bianchini (1975)	BR-1	0	127	25,4	493,7	193100	32	3,2	10,4	25,1	22,5
	BR-2	0	127	25,4	493,7	193100	32	3,2	10,4	25	22,5
	BR-3	0	127	25,4	493,7	193100	34,3	3,2	66,6	27,6	67,5
	BR-4	0	127	25,4	493,7	193100	34,3	3,2	66,6	27,6	67,5
	BR-5	0	127	25,4	493,7	193100	34,3	3,2	124,2	51,4	67,5
	BR-6	0	127	25,4	493,7	193100	34,5	3,2	127,7	52,9	67,5

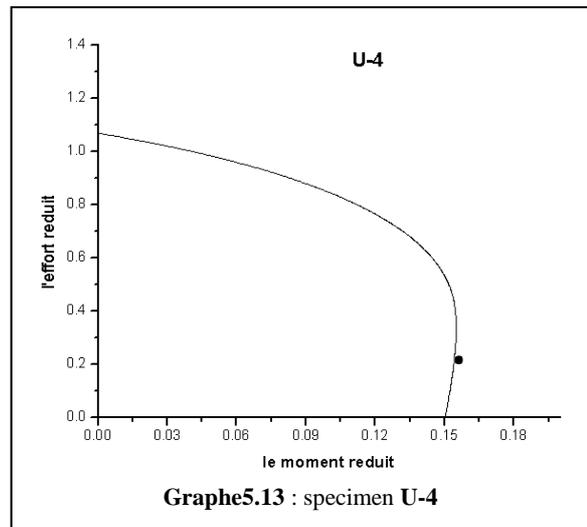
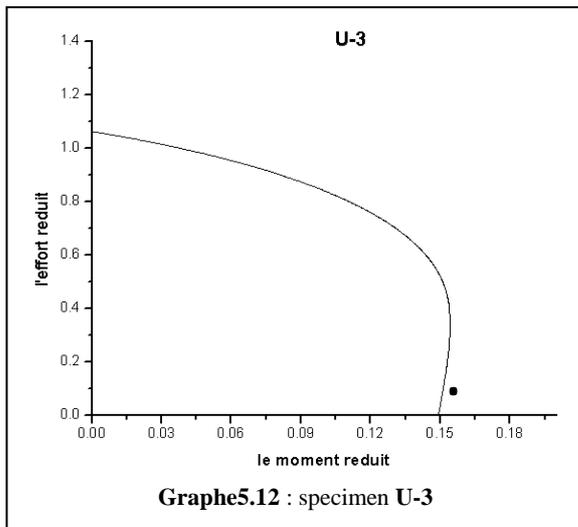
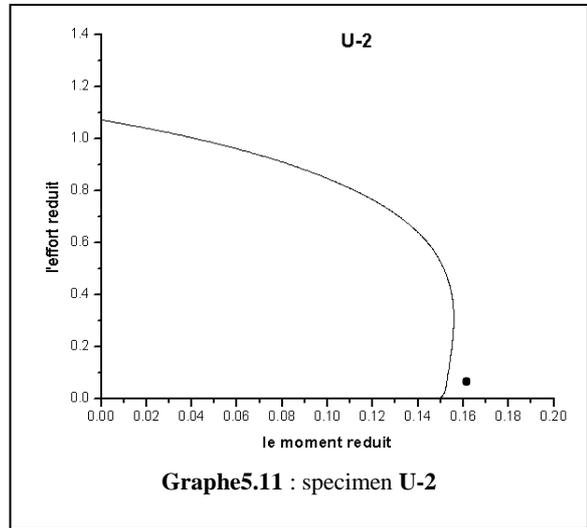
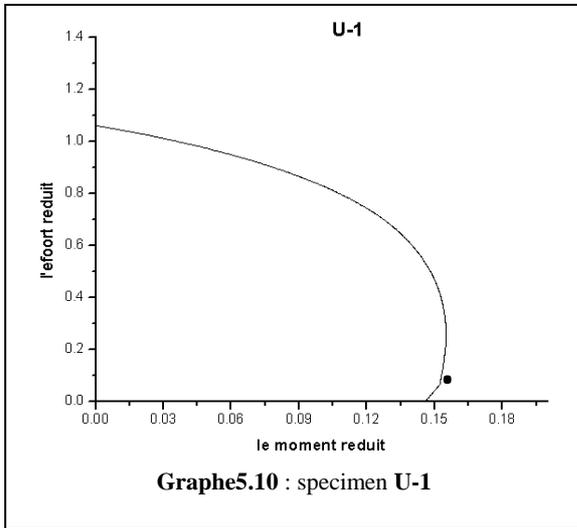
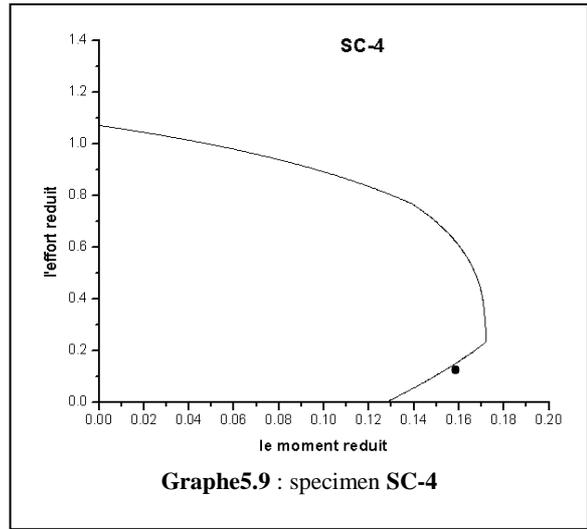
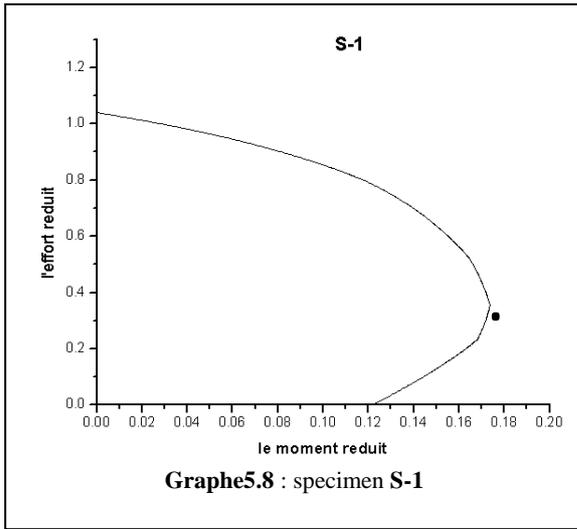
Tableau 5.5 : Les données des spécimens soumis à une charge biaxiale.

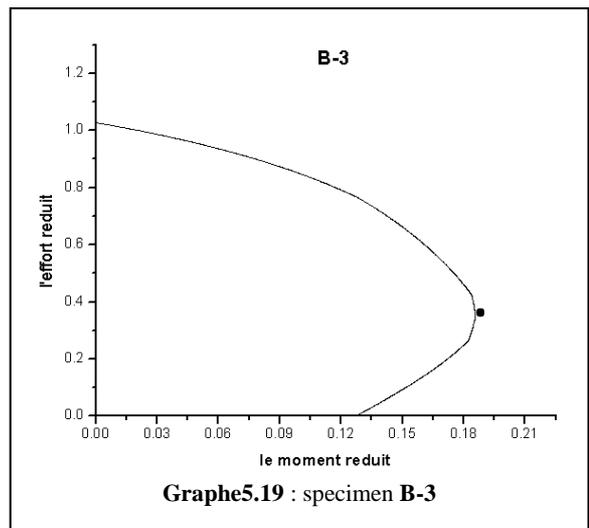
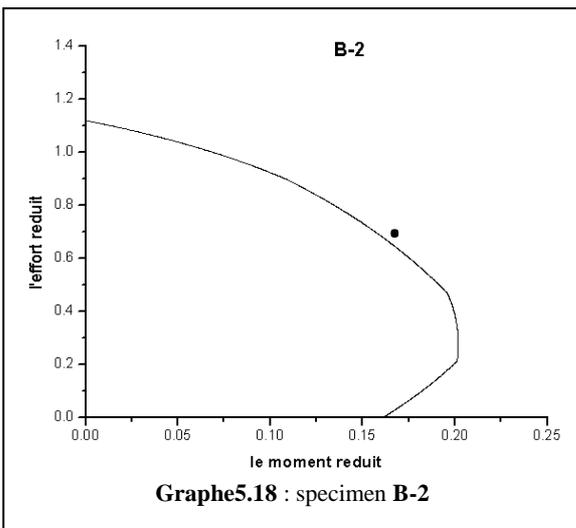
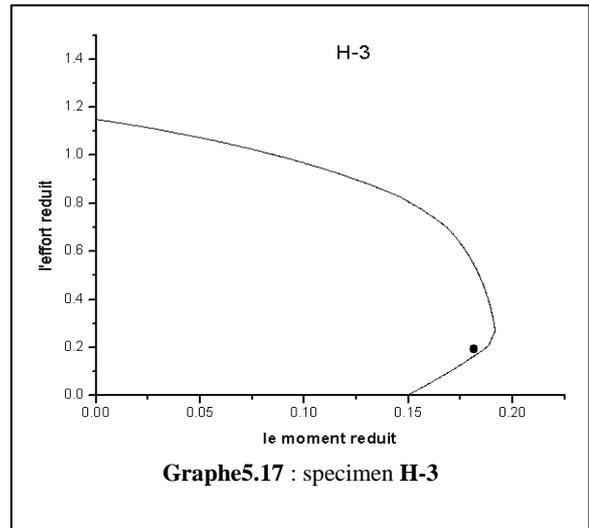
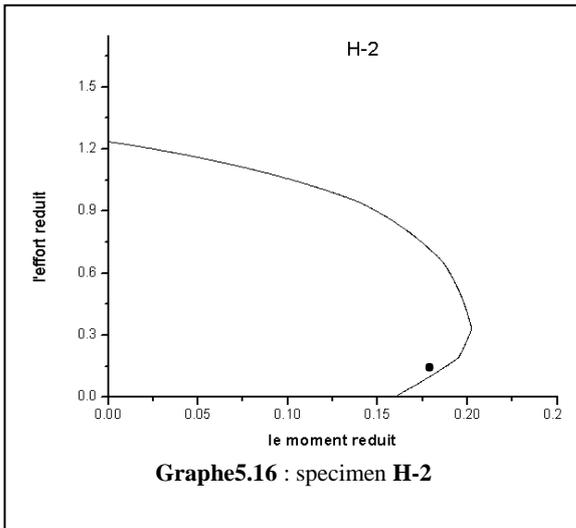
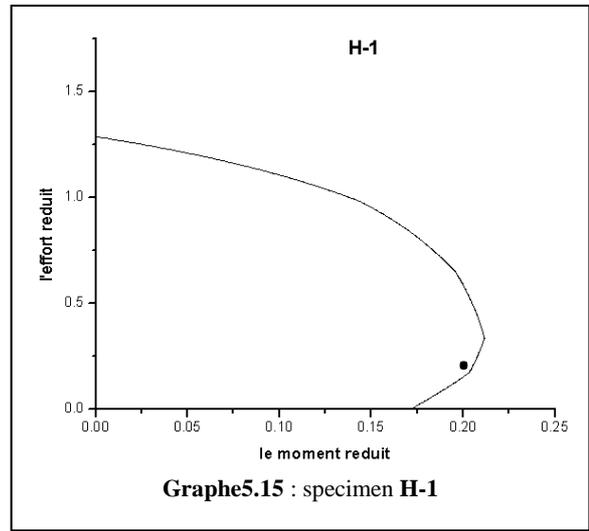
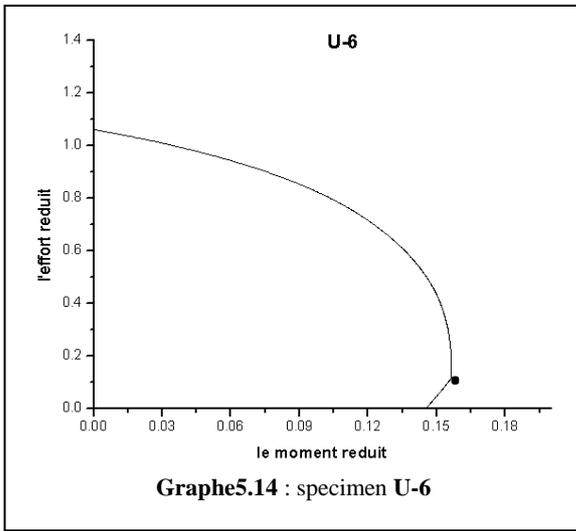
## 5.4.1.3\ Les résultats :

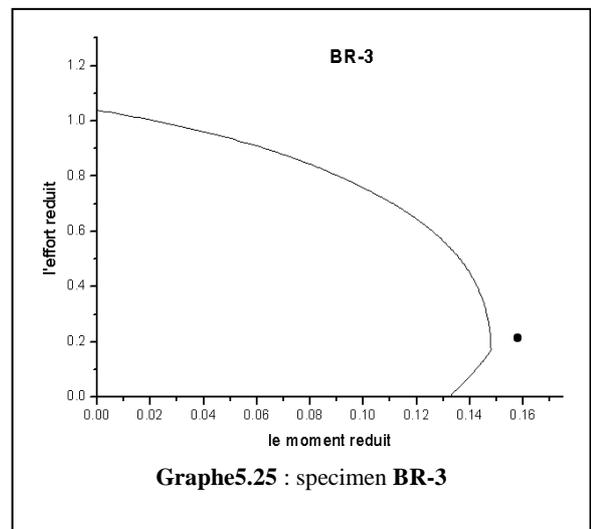
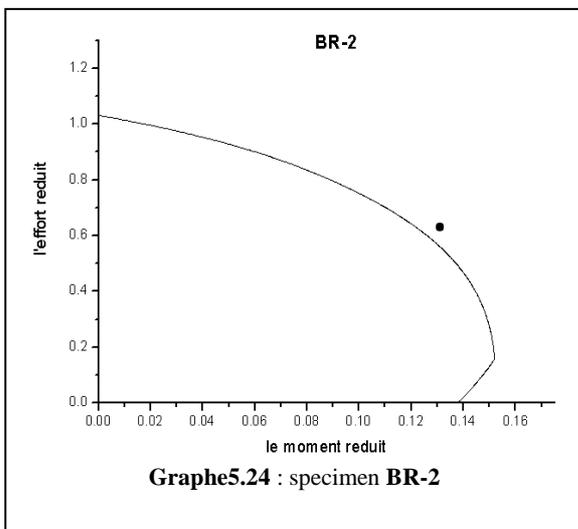
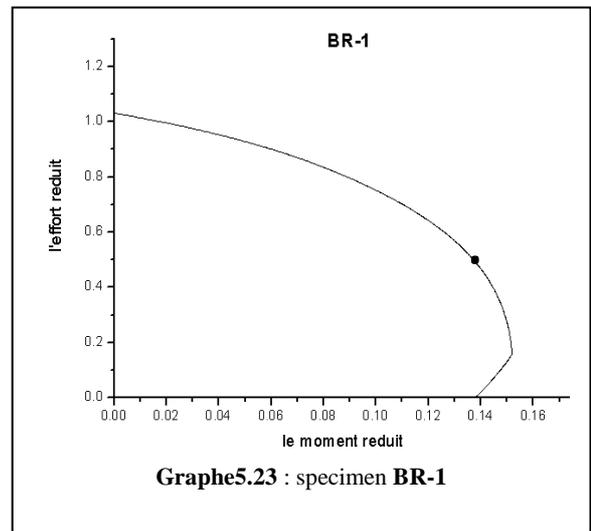
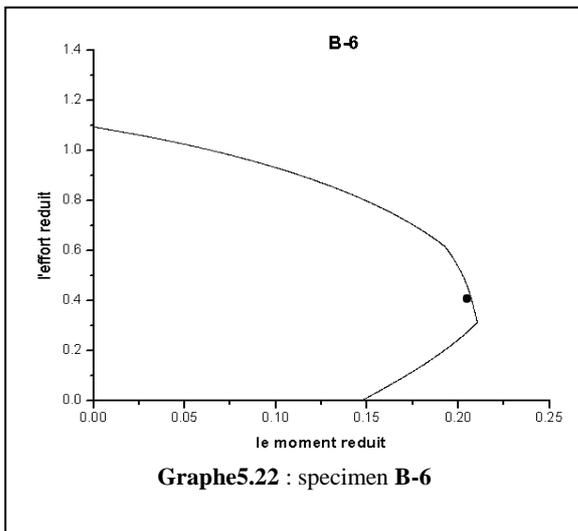
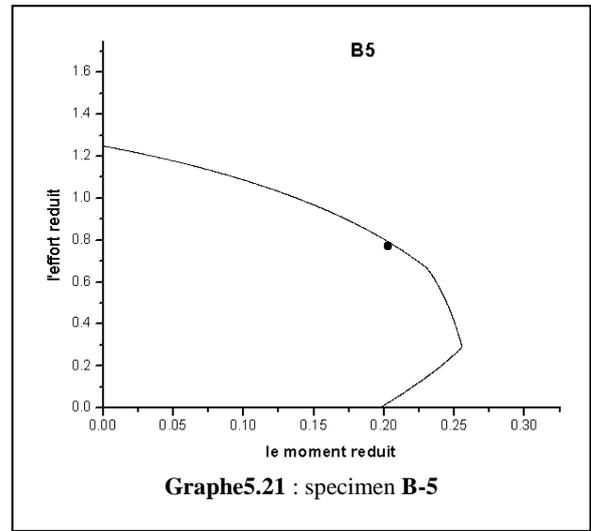
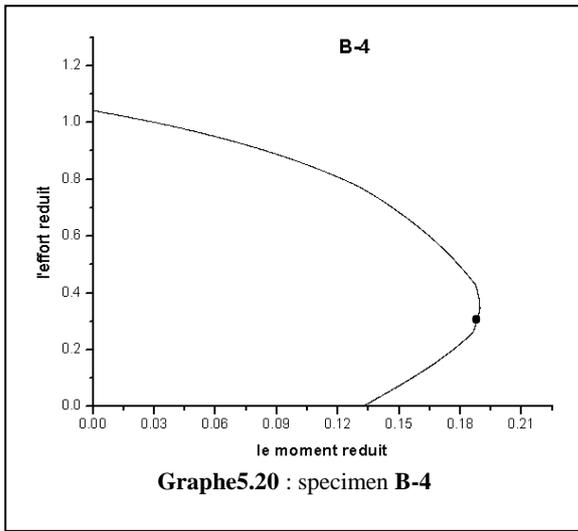
Expérience	Spécimen	P test (KN)	P prog (KN)	Point de balancement (KN)	Type de charge	P test / P prog
Anderson et Lee (1951)	SC-4	60,1	60,39	90,804	<i>Traction</i>	0,99
	SC-9	63,6	66,506	90,804	<i>Traction</i>	0,95
HSU (1975)	S-1	93,4	92,341	82,165	<i>Compression</i>	1,01
	S-2	110,3	112,18	106,445	<i>Compression</i>	0,98
	U-1	42,7	39,61	72,304	<i>Traction</i>	1,08
	U-2	38,7	37,65	82,203	<i>Traction</i>	1,03
	U-3	35,6	37,67	94,872	<i>Traction</i>	0,94
	U-4	63,6	62,49	93,331	<i>Traction</i>	1,02
	U-5	48	46,025	71,996	<i>Traction</i>	1,04
	U-6	27,8	28,709	79,671	<i>Traction</i>	0,97
	H-1	61,8	63,053	98,358	<i>Traction</i>	0,98
	H-2	52,5	50,231	106,848	<i>Traction</i>	1,05
H-3	60,5	62,796	84,32	<i>Traction</i>	0,96	
Ramamurthy (1966)	B-1	629	628,853	333,416	<i>Compression</i>	0,99
	B-2	771,8	775,306	305,876	<i>Compression</i>	0,99
	B-3	533,8	534,65	480,67	<i>Compression</i>	0,99
	B-4	395,9	397,258	457,707	<i>Traction</i>	0,99
	B-5	598,3	602,664	213,205	<i>Compression</i>	0,99
	B-6	500,4	499,958	369,427	<i>Compression</i>	0,99
	BR-1	324,7	325,098	82,75	<i>Compression</i>	0,99
	BR-2	342,5	344,308	82,75	<i>Compression</i>	0,99
	BR-3	169	171,925	94,042	<i>Compression</i>	0,98
	BR-4	159	162,742	94,042	<i>Compression</i>	0,97
	BR-5	85	85,5	94,042	<i>Traction</i>	0,99
	BR-6	78,3	78,008	95,025	<i>Traction</i>	1,01

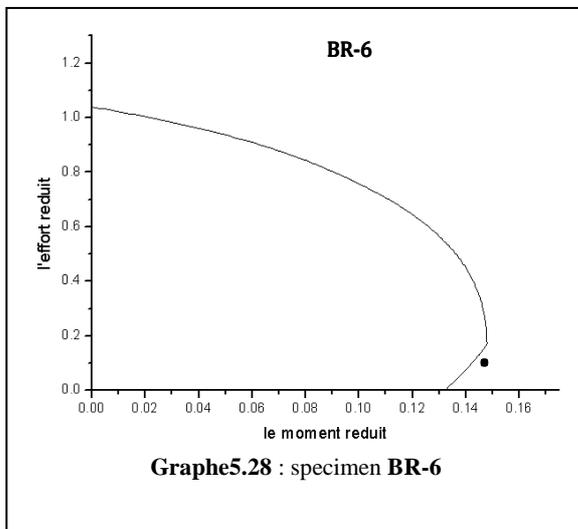
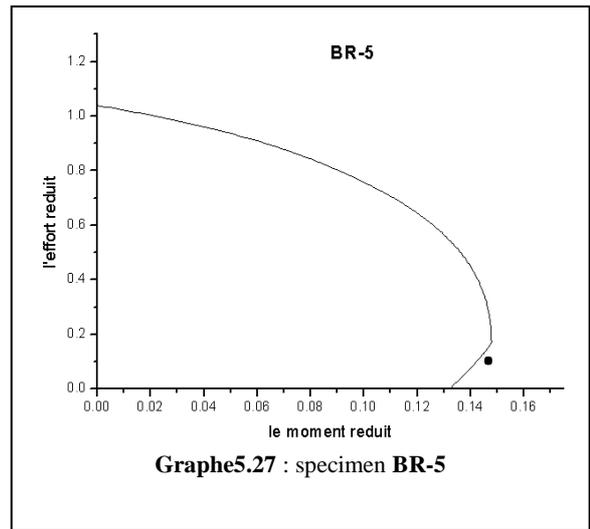
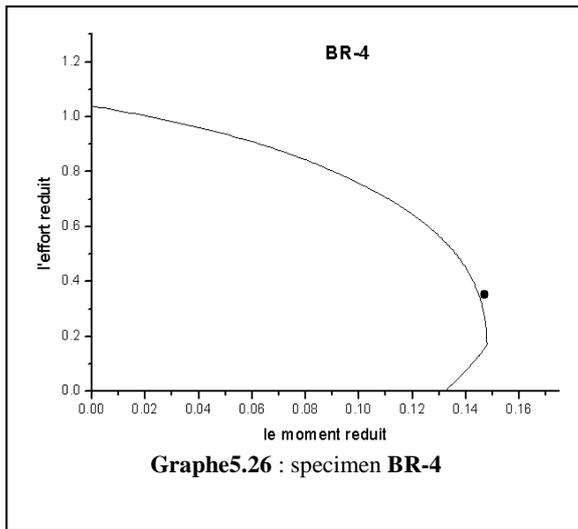
Tableau 5.6 : La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux (le problème biaxial).

5.4.1.4\ Les graphes :









**5.4.1.5\ Commentaire sur les graphes :**

Les graphes 5.8 à 5.28 montrent qu'il y a une conformité entre les résultats expérimentaux et théoriques ; le rapport  $P_{test}/P_{prog}$  dans le tableau 5.6 justifie cette convergence où l'écart type pour différents auteurs et type de charge présenté dans le tableau 5.7 :

<b>Ecart type</b>	par auteur	Anderson et Lee	<i>0.028</i>
		HSU	<i>0.043</i>
		Ramamurthy	<i>0.003</i>
		Heimdahl et Bianchini	<i>0.013</i>
	par type de charge	Traction	<i>0.040</i>
		Compression	<i>0.010</i>
	global		<i>0.031</i>

**Tableau 5.7 :** l'écart type pour les résultats expérimentaux (le problème biaxial).

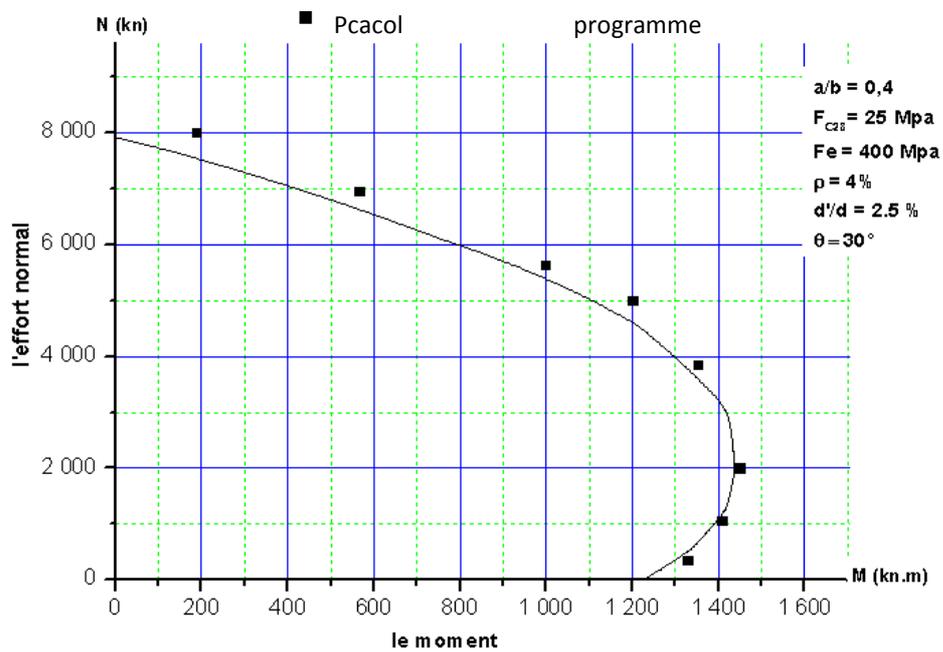
5.4.2\ Validation théorique :

5.4.2.1\ introduction :

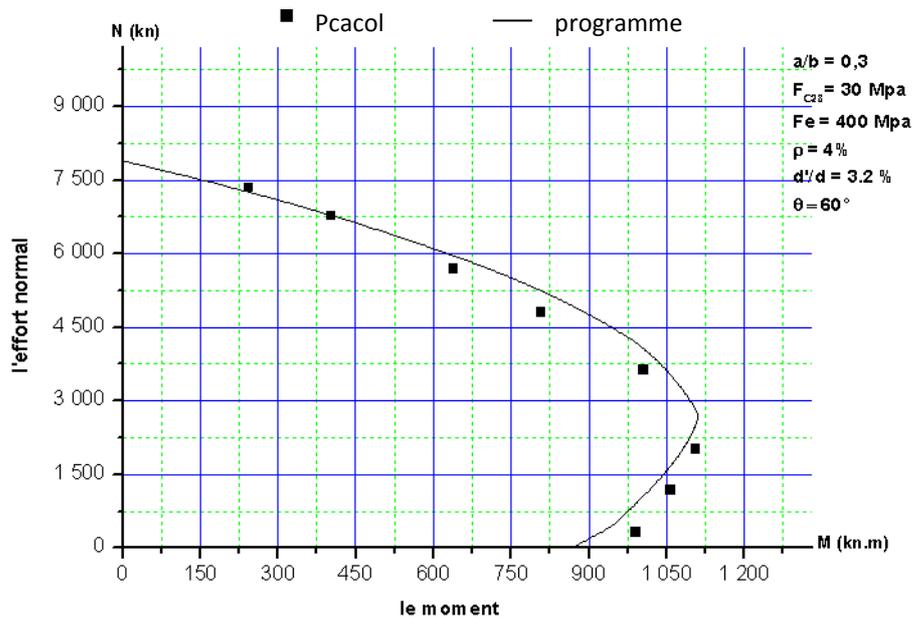
Après la validation expérimentale on a fais une validation théorique, donc on exploite le logiciel canadien PCACOL « *portland cement association column* » qui appui sur une autre méthode de balayage par fibre, ce logiciel donne les points caractéristiques de la courbe ultime pour une section quelconque.

On considère plusieurs exemples de section carrée et « T » avec des pourcentage d'armatures différents pour lesquelles on trace les courbes d'interaction avec le logiciel proposé et le logiciel PCACOL.

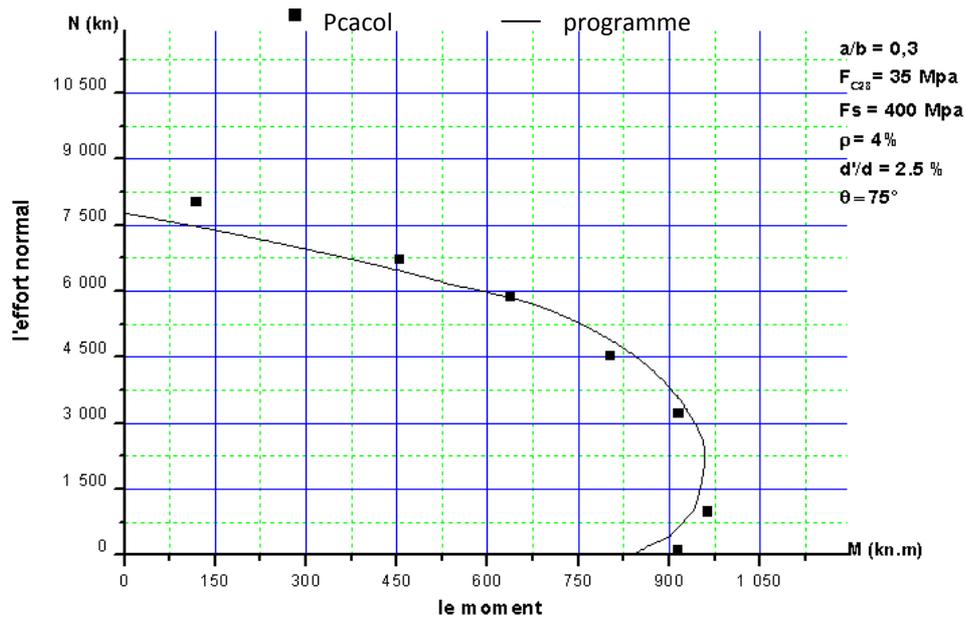
5.4.2.2\ Exemples :



Graph 5.33 : balayage à partir des coins 1 ou 2



Graph 5.34 : balayage à partir des coins 5 ou 6

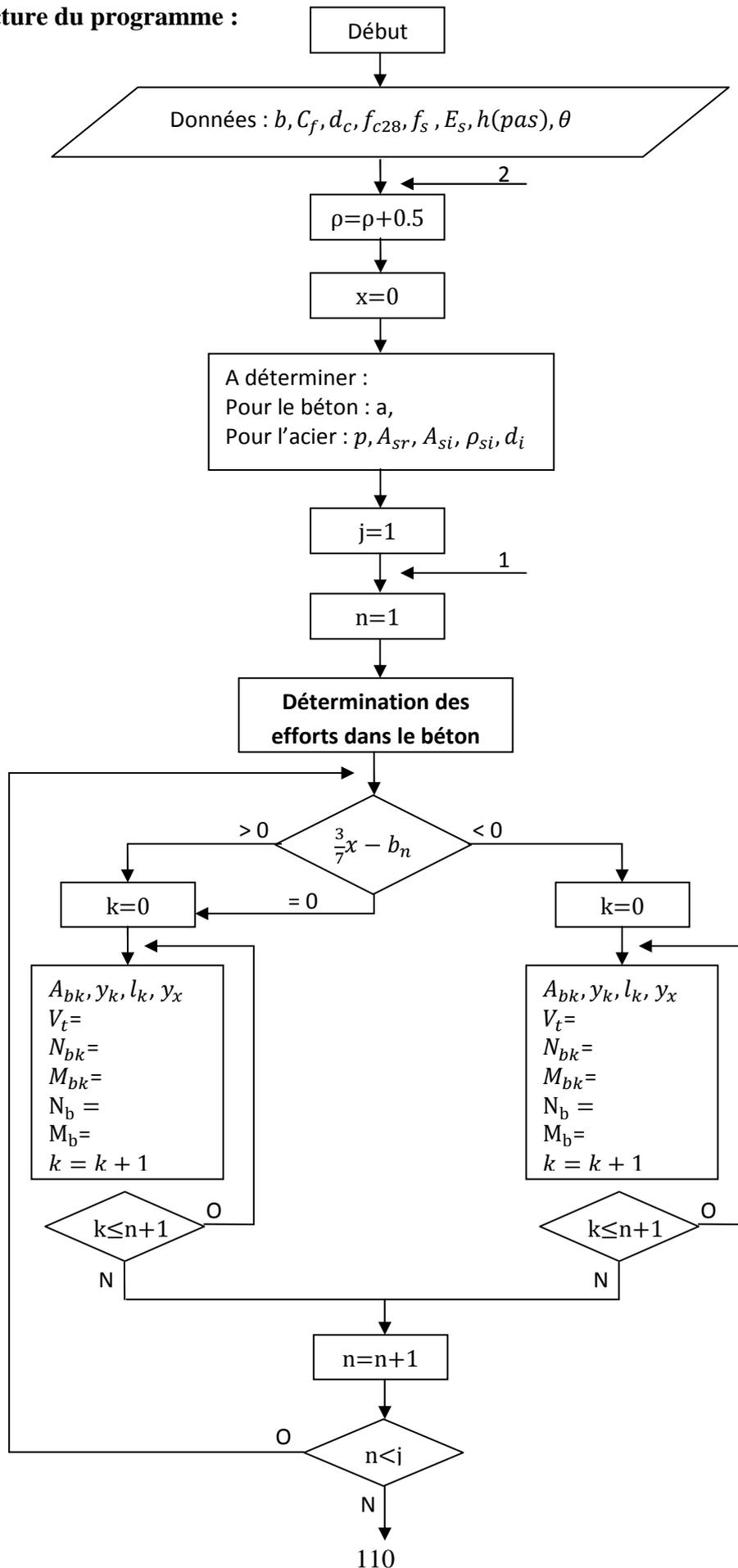


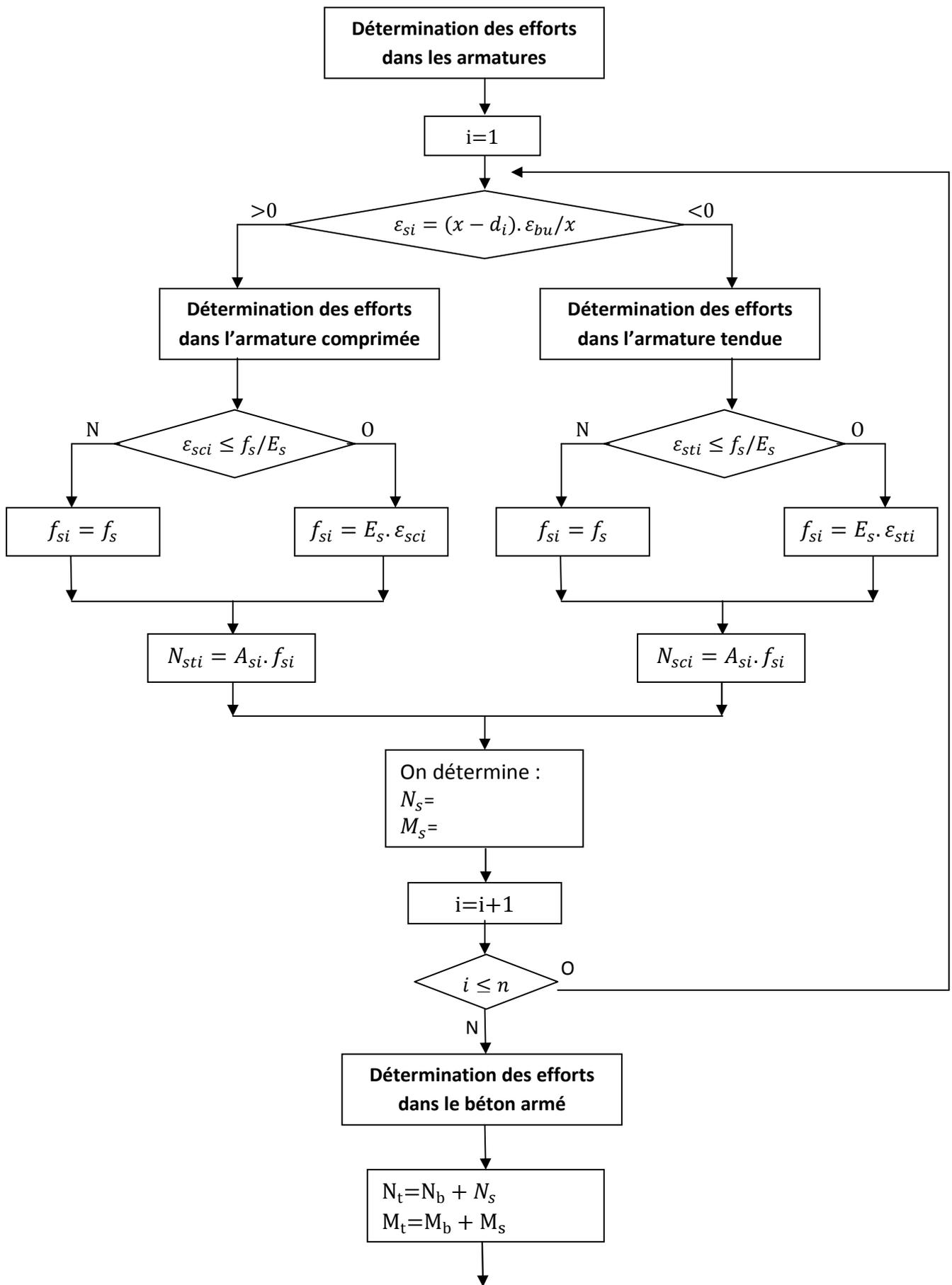
Graphe 5.35 : balayage à partir des coins 3 ou 8

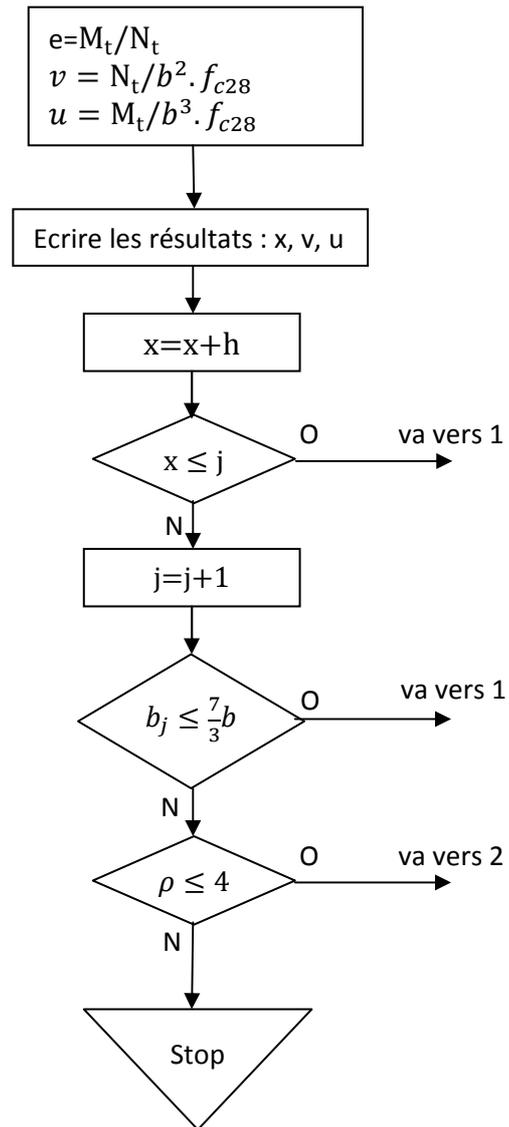
#### 5.4.2.3\ Commentaire sur les graphes :

Pour chaque exemple choisis, on a pris les mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques de la section de béton et l'acier, le pourcentage d'armature et l'angle de l'inclinaison, et par la superposition entre les deux courbes tracées, les résultats présentés par les graphes 5.33 à 5.35 qui montrent une bonne concordance des résultats obtenus par les deux programmes.

5.5\ Structure du programme :







## CHAPITRE 6

### CONCLUSIONS

Le travail présenté avait pour but d'écrire un programme en « FORTRAN 77 » pour le calcul et la vérification des poteaux de section carrée et « T » soumis à une flexion composée et déviée. Les poteaux sont des éléments structuraux, où le calcul acquis une grande importance dans la stabilité des ouvrages. Le traitement de problème de la flexion composée est résolu surtout pour les formes courantes (carrée, rectangle, cercle ...), la flexion biaxiale avec un effort de compression reste un domaine de la recherche. En effet peu de règlement de béton armé présente les méthodes de calcul et de vérification même pour les formes les plus habituelles. Pour les sections en T la résolution est rendue difficile à cause de manque de l'axe de symétrie au l'un de ses cotés.

Dans le chapitre 3 on a présenté la méthode suivie pour l'intégration de la section où on a apparu les difficultés liées à la forme en « T ». La méthode suivie est une détermination des courbes d'interaction (N, M) de la section sachant des dimensions, le chargement, le pourcentage d'armature et l'inclinaison de l'axe neutre, aussi on peut tracer les courbes d'interaction pour un pourcentage d'armature variant de minimal au maximal donnés par les règlements.

Le couple (N, M) présente un point sur la courbe d'interaction pour une section carrée ou T soumise à la flexion uniaxiale ou biaxiale, on peut déduire la section d'armature en prenant le pourcentage correspondant à la courbe la plus proche du point donné, soit on vérifie la section d'armature dans le béton.

Après l'écriture des équations d'équilibre pour le problème uniaxial et biaxial, on a développé six programmes indépendants, trois pour chaque cas de chargement. Ceci correspond à la forme de la section et le type de balayage.

Les programmes développés sont générales, pour n'importe quelle inclinaison de l'axe neutre, le pourcentage d'armature et les caractéristiques mécaniques du béton et d'acier, on peut obtenir les courbes d'interaction. On a utilisé les lois des comportements supposés par le code du béton aux états limites CBA93 : parabole-rectangle pour le béton et élastique-plastique pour l'acier d'armature.

Pour vérifier la précision du programme, on a effectué la validation expérimentale et théorique, la validation expérimentale dépend à la comparaison des résultats expérimentaux obtenus par différents chercheurs lors de tests sur les courbes obtenus par le programme, le rapport entre la charge à la rupture expérimentale et la charge théorique calculée par le logiciel proposé et les valeurs de l'écart type montrent la convergence entre les deux pour la majorité des résultats concernés du problème uniaxial ou biaxial.

Pour la validation théorique dépend à la comparaison des résultats obtenus avec le logiciel professionnel *PCACOL*, ce logiciel qui appui sur une autre approche lors de tracer les courbes d'interaction, il donne pour une section donnée et un pourcentage donné les points caractéristiques d'une courbe d'interaction.

Par L'adéquation des points caractéristiques obtenus par le logiciel *PCACOL* sur la courbe donnée par le logiciel pour le problème uniaxial ou biaxial, on observe une bonne corrélation entre les deux pour les différents exemples traités.

Enfin on peut dire que le logiciel proposé a donné des résultats fiables, il peut représenter une contribution et collaboration dans le domaine de calcul des structures qui peut servir aux étudiants et ingénieurs d'études. En perspective il serait important de passer à l'analyse des poteaux élancés avec prise en compte l'effet de flambement, aussi l'analyse des poteaux pour une section en T en dimension générale  $b \neq h$ , ces axes des recherches restent d'actualité.

## BIBLIOGRAPHIE

**[1] – Leila Hamzaoui**

“Analyse aux états limites ultimes de section de forme L et carrée en béton armé soumises à une charge de compression biaxialement excentrée ”

Thèse magister 2002, université Colonel el-Hadj Lakhdar, Batna.

**[2] - Whitney. C.S**

“plastic theory of reinforced concrete design proceeding of American society of civil engineers”- 1940, transactions ASCE mVol. 107 – 1942.

**[3] - Hognestad. E**

“A study of combined bending and axial load in reinforced concrete member” bulletin n°399, university of Illinois engineering experimental station – 1951.

**[4] - Whitney. C.S et Cohene**

“guide for ultimate strength design of reinforced concrete”

ACI journal V.28 – 1956.

**[5] - Polivka J.J**

« discussion on the paper » plastic design for reinforced concrete by .C.S.

Whitney transactions ASCE V. 107 – 1942.

**[6] - Au Tung**

“Ultimate design of rectangular members subject to un symmetrical bending”

ACI journal V. 29 n°- 1958

**[7] - Chu.K.H et Pebarcius. A**

« biaxial loaded reinforced concrete columns »

proceedings ASCE V.84 n°ST8 ;paper n° 1865

**[8] - Czerniak.E**

“analytical approach to biaxial eccentricity proceeding”

ASCE ,V.88ST 4 – 1962

**[9] - Hognestad. E et Mattock. A.H et Kriz. L. B**

« rectangular stress distribution to biaxial bending »

ACI journal proceedings V.75 pages – 1960

**[10] - Fleming J.F et Werner S.D**

« design of columns subjected to biaxial bending”

ACI journal V. 62 – 1965.

**[11] - Moran .F**

“design of reinforced concrete section under normal load and stresses in the ultimate limited stare” bulletin information n° 83. Comate European du beton – 1972

**[12] - Pannell .F.N**

“failure surfaces for members in compression and biaxial bending”

ACI journal V 60, n°1-1963

**[13] - Bresler.B**

« design criteria for reinforced concrete columns under axial load and biaxial bending”

ACI journal n° 5 – 1960.

**[14] - Ramamurthy L.N**

“An investigation of ultimate strength of reinforced concrete columns”

Thèse de PHD – ITT (Indian institute of technology) Kharagpur – 1965.

**[15] - Weber. D.C**

“ultimate strength design charts for columns with biaxial bending”

ACI journal Vol.63; n°11 – 1966

**[16] - Hafeez Khan T.A**

“An investigation of the ultimate strength of biaxial load reinforced concrete”

These PHD-ITT Karagpur Inde – 1975

**[17] - Row. W.H et Paulay. T**

“biaxial flexure and axial load interaction in short rectangular reinforced concrete columns”

Bulletin of the New Zealand society for earthquake engineering, vol. 6, n°3 – 1973

**[18] - Hsu C.T.T**

« Reinforced concrete members subjects to combined biaxial bending and tension »

ACI structural journal – 1986

**[19] - Hsu C.T.T**

“Analyse and design of square and rectangular columns by equation of failure surface”

ACI structural journal - 1988.

**[20] - Tsao. W.H et Hsu. C.T.T**

« behavior of biaxial loaded square and L – shaped slender reinforced concrete columns »

Magazine of concrete research – 1955

**[21] - Jean Perchat**

« Pièces soumises à des sollicitations normales »

Béton armé-Règles BAEL, (C 2306-4) -2002

**[22] – Baraka Abdelhak**

« Support des cours en béton armé TEC185 »-2006

**[23] – Olivier Gagliardini**

« Cours de béton armé »

IUP GCI3 option OS-2004/05