

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mentouri, Constantine  
Faculté des Sciences de L'Ingénieur  
Département de Génie Civil

N° d'ordre : .....

N° de série : .....



### Mémoire

Présenté pour l'Obtention du Diplôme de Magister  
en Génie Civil

Option : « Le Béton Structurel Armé et Précontraint »

Présenté par : **ZIADA ADEL**

### THEME

## COMPORTEMENT ET PERFORMANCE PLASTIQUE DE STRUCTURES MULTI-ETAGEES ET MULTI-TRAVEES

#### Membres du Jury de Soutenance

<b>Président :</b>	M <sup>r</sup> HOUARI. H	Professeur	Université Mentouri de Constantine
<b>Rapporteur :</b>	M <sup>r</sup> SAMAI . M. L	Professeur	Université Mentouri de Constantine
<b>Examineurs :</b>	M <sup>r</sup> CHABIL. H	Professeur	Université Mentouri de Constantine
	M <sup>r</sup> DEMAGH. K	Maître de Conférences	Université de Batna

Février 2009

## REMERCIEMENTS

Premièrement, je remercie ALLAH le tout puissant qui m'a guidé et qui m'a donné la force et la volonté de réaliser ce travail.

Je remercie tout d'abord le Professeur Samai M.L de m'avoir proposé ce sujet de thèse, de l'attention qu'il a portée à mon travail et des moments précieux de discussion qu'il m'a réservés. Je le remercie infiniment pour sa confiance, ses précieux conseils, sa disponibilité et sa courtoisie.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Houari.H, Professeur au Département de Génie Civil à l'université Mentouri de Constantine, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je tiens également à remercier les membres de jury de soutenance, Monsieur Chabil.H, Professeur au Département de Génie Civil à l'université Mentouri de Constantine, et Monsieur Demagh.K, Maître de Conférences au Département de Génie Civil à l'université de Batna, d'avoir accepté d'examiner la présente thèse.

Je ne saurais oublier tous mes collègues et mes amis, pour l'ambiance agréable dans laquelle s'est déroulé ce travail, leurs sympathies et leurs soutiens durant toutes les années d'études. Je cite Ykhlef.B, Moussa.A, Nadir, Merouane, Rached.B, Boukhezar.M, Bouchaaboub.M, Boulaares.S, Belhannachi.H, Badache.A, Menasria.A, Saadani.S, Boukerouche.N, Boukeloua.S, Beroual.S, Hamza.O, ...

Je ne saurais citer tous les noms, que chacun trouve ici ma profonde gratitude.

Enfin, j'adresse mes remerciements à l'ensemble des enseignants du Département de Génie Civil de Constantine, qui ont contribué à ma formation au niveau de la graduation et de la post graduation.

## DEDICACES

*Je dédie ce travail :*

*A mes parents,*

*A mes frères,*

*A mes cousins et mes cousines,*

*A toute ma famille,*

*A l'ensemble de mes amis.*

## RESUME

Le présent thème a pour objet l'étude de l'effet de la simulation des charges verticales et de l'influence du rapport,  $\alpha=V/H$  (où  $\alpha$  varie de 0.1 à 15), entre les charges concentrées verticales,  $V$ , et les charges concentrées horizontales,  $H$ , appliquées au niveau des jonctions poteau-poutre, sur les mécanismes de ruine et les charges de ruine pour un portique témoin (deux niveaux, deux travées). Pour ce type de structures, la détermination du vrai mécanisme de ruine peut se faire par les différentes méthodes existantes dans l'analyse plastique des structures, à savoir la méthode d'analyse limite en combinant les différents mécanismes élémentaires de ruine,  $m$ , ( $m = p - r$ , où  $p$  représente le nombre de sections critiques et  $r$  le degré d'hyperstaticité) jusqu'à l'obtention du plus petit facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , et la méthode « pas à pas » jusqu'à l'obtention de la  $(r+1)^{\text{nième}}$  rotule plastique.

Ces dernières méthodes sont extrêmement laborieuses pour un portique dépassant un niveau et une travée (degré d'hyperstaticité,  $r$ , élevé, augmentation du nombre de sections critiques), car une partie du travail devrait se faire manuellement. Pour cela il a été jugé nécessaire d'opter pour une autre méthode statique non linéaire dite « pushover » en utilisant le logiciel SAP2000. Cette dernière prend en charge le phénomène de redistribution des moments, et facilite l'obtention des vrais mécanismes de ruine et de ce fait la détermination des vraies charges de ruine.

L'analyse des résultats a permis la construction de diagrammes d'interaction similaires à ceux pour des portiques simples et ceci pour différentes valeurs du rapport,  $\alpha$ , et pour les trois simulations de charges concentrées verticales retenues. Cette construction n'étant donnée dans la littérature que pour un portique simple (un niveau, une travée). En outre, l'analyse a permis également d'identifier les modes de ruine du portique en question pour des intervalles différents du rapport,  $\alpha$ .

**Mots clés :** Charge concentrée, mécanisme de ruine, charge de ruine, méthode « pushover », diagramme d'interaction, simulation, section critique.

## ABSTRACT

The present thesis has for object the study of the effect of the simulation of the vertical loads and the influence of the ratio,  $\alpha = V/H$  (where  $\alpha$  varies from 0.1 to 15), between the vertical concentrated loadings,  $V$ , and the horizontal concentrated loadings,  $H$ , applied at the junctions column-beam, to the collapse mechanisms and the collapse loads of a reference frame (two storeys, two bays). For this type of structures, the determination of the true collapse mechanism can be done by the various methods existing in the plastic analysis of the structures, namely by the method of limit analysis by combining the different elementary mechanisms,  $m$ , ( $m = p - r$ , where  $p$  represents the number of critical sections and  $r$  the degree of redundancy) until the obtention of the smallest load factor,  $\lambda$ , or by the method step by step until the obtention of the  $(r+1)^{\text{th}}$  plastic hinge.

The last two methods are extremely hard for a frame exceeding a storey and a bay (degree of redundancy,  $r$ , high, increase in the number of critical sections), because part of the work should be done manually. For that, it was considered necessary to choose another nonlinear static method known as pushover by using software SAP2000. The latter deals with the phenomenon of redistribution of the moments, and facilitates the obtention of the true collapse mechanisms and in fact the determination of the true collapse loads.

The analysis of the results allowed the construction of interaction diagrams similar to those for simple frames and this for different values of the ratio,  $\alpha$ , and for the three simulations of vertical concentrated loads selected. This construction being given in the literature only for simple frame (single storey, single bay). Moreover, the analysis also made it possible to identify the modes of collapse of the reference frame and this for different ranges for the ratio,  $\alpha$ .

**Key words:** concentrated loads, collapse mechanism, collapse load, pushover method, interaction diagram, simulation, critical section.

## ملخص

هذه الأطروحة تهتم بدراسة تأثيرات المحاكاة للحمولات العمودية و تأثير النسبة  $H/V=\alpha$  بين الحمولات المركزة العمودية  $V$  و الحمولات المركزة الأفقية  $H$  (حيث  $\alpha$  يتغير من 0.1 الى 15)، على ميكانيزمات انهيار الهيكل الشاهد المكون من فستين وطابقين.

بالنسبة لهذا النوع من المنشآت، يمكن تحديد الميكانيزم الحقيقي لانهيار الهيكل بواسطة مختلف الطرق الموجودة في التحليلات البلاستيكية للمنشآت، بالأخص طريقة التحليل المحدد بتركيب مختلف ميكانيزمات الانهيار الجزئية  $m$  (حيث  $r-p=m$ ) ، حيث  $p$  يمثل عدد المقاطع الحرجة و  $r$  يمثل درجة التعقيد) حتى الحصول على أصغر عامل حمولة الانهيار،  $\lambda_{cr}$ ، أو بالطريقة السكونية "خطوة خطوة" حتى الحصول على  $(r+1)$  مفصل بلاستيكي.

هذه الطرق الأخيرة صعبة جدا لهيكل يتجاوز طابق و فسحة (درجة التعقيد،  $r$ ، كبيرة، ازدياد عدد المقاطع الحرجة)، بسبب أن جزء من العملية لا بد من إجرائه يدويا. لهذا وجد من المستحسن البحث عن طريقة أخرى وهي طريقة سنا تكية لا خطية تسمى «pushover» باستعمال البرنامج sap2000. هذه الأخيرة لديها القدرة على القيام بظاهرة إعادة توزيع العزوم، وتسهل الحصول على ميكانيزمات الانهيار الحقيقية وبالتالي تحديد الحمولة الحقيقية للانهيار.

تحليل النتائج المتحصل عليها من إنشاء رسم بياني للهيكل الدليل شبيه إلى حد كبير للرسم البياني للهيكل البسيط وهذا لمختلف قيم النسبة  $\alpha$ ، وهذا للتشبيحات الثلاث للحمولات العمودية المأخوذة. هذا الإنشاء غير موجود في النظريات إلا للهيكل البسيط ذو طابق واحد وفسحة واحدة. بالإضافة إلى ذلك، تحليل النتائج يمكن أيضا من تعيين أنواع الانهيار للهيكل الدليل لمجالات مختلفة ل  $\alpha$ .

الكلمات المفتاحية: حمولة مركزة، ميكانيزم الانهيار، حمولة الانهيار، طريقة «revohsup»، رسم بياني، تشبيه، المقاطع الحرجة.

## TABLE DES MATIERES

Remerciements .....	i
Dédicace .....	ii
Résumé .....	iii
Abstract .....	iv
.....	v
Table des matières .....	vi
Liste des notations et abréviations .....	x
Liste des figures .....	xii
Liste des tableaux .....	Xiv
<b>1 - INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
1.1 Evolution du calcul structurel .....	1
1.2 Problématique .....	1
1.3 Objectifs du mémoire .....	2
1.4 Structuration du mémoire .....	3
<b>2 - CHARGES DE RUINE ET MECANISMES DE RUINE POUR DES ELEMENTS DE STRUCTURES ET DES PORTIQUE SIMPLES</b> .....	<b>4</b>
2.1 Introduction .....	4
2.2 Comportement d'un élément structurel simplement appuyé en flexion simple....	4
2-2-1 Élément en charpente métallique .....	4
2-2-2 Élément en en béton armé .....	6
a- 1 <sup>ère</sup> étape .....	6
b- 2 <sup>ème</sup> étape .....	6
c- 3 <sup>ème</sup> étape .....	7
2-2-3 Synthèse et comparaison.....	9
2-3 Comportement d'un portique simple sous l'action de charges concentrées verticales et horizontales croissantes .....	9
2-3-1 Introduction .....	9
2-3-2 Caractéristiques du portique .....	10
2-3-3 Traitement du portique .....	10
2-4 Théorèmes fondamentaux de l'analyse plastique des structures .....	14
2-4-1 Introduction .....	14
2-4-2 Théorème de la limite inférieure .....	15
2-4-3 Théorème de la limite supérieure .....	15
2-4-4 Théorème de la l'unicité .....	15
2-5 Méthodes utilisées pour le calcul des charges de ruine pour des éléments structuraux ou structures simples .....	15
2-5-1 Introduction .....	15
2-5-2 Calcul de la charge de ruine par le théorème du moment libre .....	16
2-5-3 Calcul de la charge de ruine par le principe des travaux virtuels .....	17
2-6 Exemples d'application .....	17
2-6-1 Poutre simplement appuyée .....	17
i - Théorème du moment libre .....	17
ii- Méthode des travaux virtuels .....	18

2-6-2	Poutre encastree à une extremité et appuyée à l'autre ou console retenue	18
	i- Théorème du moment libre .....	18
	ii- Principe des travaux virtuels .....	19
2-6-3	Poutre doublement encastree .....	20
	i- Théorème du moment libre .....	20
	ii- Principe des travaux virtuels .....	21
2-6-4	Poutre continue soumise à un chargement concentre .....	22
	i- Théorème du moment libre .....	22
	ii- Principe des travaux virtuels .....	25
2-7	Détermination des charges de ruine et mécanismes de ruine d'un portique simple .....	25
2-7-1	Introduction .....	25
2-7-2	« Beam mechanism » .....	26
2-7-3	« Sway mechanism » .....	27
2-7-4	« Combined mechanism ».....	28
2-7-5	Effet du rapport V/H .....	30
2-7-6	Construction des diagrammes d'interaction .....	31
2-8	Détermination des charges de ruine et mécanismes de ruine d'une structure multi-étagée multi-travée .....	32
2-8-1	Introduction .....	32
2-8-2	Analyse limite .....	32
2-8-3	Méthode « pas à pas » .....	34
2-8-4	Méthode « pushover » .....	34
	2-8-4-1 Introduction .....	34
	2-8-4-2 Définition de l'analyse « pushover » .....	34
2-9	Synthèse .....	35
2-10	Choix du portique témoin .....	35
<b>3- PRESENTATION ET DISCUSSION DES MECANISMES ET CHARGES DE RUINE DU PORTIQUE TEMOIN PAR DEUX METHODES .....</b>		<b>36</b>
3-1	Caractéristiques du portique témoin .....	36
3-2	Processus de détermination du Mécanisme de ruine .....	37
3-2-1	Processus de détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pas à pas » .....	37
3-2-2	Processus de Détermination du mécanisme de ruine par la méthode « Pushover » .....	42
3-2-3	Principales constatations .....	44
3-3	Phénomène de redistribution des moments dans le portique témoin .....	44
<b>4- MECANISMES DE RUINE POUR LE PORTIQUE TEMOIN EN FONCTION DE ? POUR TROIS SIMULATIONS DES CHARGES VERTICALES .....</b>		<b>46</b>
4-1	Introduction .....	46
4-2	Mécanismes de ruine pour la première combinaison .....	48
4-2-1	Présentation des mécanismes .....	48
4-2-2	Principales constatations .....	50
4-2-3	Synthèse .....	51
4-3	Mécanismes de ruine pour la deuxième combinaison .....	51
4-3-1	Présentation des mécanismes .....	51



4-3-2 Principales constatations .....	53
4-3-3 Synthèse .....	53
4-4 Mécanismes de ruine pour la troisième combinaison .....	54
4-4-1 Présentation des mécanismes .....	54
4-4-2 Principales constatations .....	56
4-4-3 Synthèse .....	56
4-5 Discussion des résultats .....	57
<b>5- EFFETS DES DIFFERENTS PARAMETRES .....</b>	<b>59</b>
5-1 Introduction .....	59
5-2 Développement graphique de $\lambda V$ et $\lambda H$ en fonction de $\alpha$ .....	59
5-3 Construction des diagrammes d'interaction .....	63
5-3-1 Introduction .....	63
5-3-2 Principes généraux de construction .....	64
5-3-3 Représentation graphique .....	64
5-3-3-1 Introduction .....	64
5-3-3-2 Développement graphique .....	64
5-3-4 Discussion des résultats .....	69
a- Partie N°1 .....	69
b- Partie N°2 .....	70
c- Partie N°3 .....	70
5-4 Synthèse .....	71
<b>6- CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>72</b>
6-1 Conclusions .....	72
6-2 Perspectives .....	73
<b>Annexe A A. Calcul du moment plastique ou moment ultime .....</b>	<b>74</b>
A.1. Moment plastique d'une section en charpente métallique .....	74
A.1.1. Introduction .....	74
A.1.2. Exemples .....	76
A.1.2.1 Section rectangulaire .....	76
A.1.2.2 Section en I type IPE .....	79
A.1.3. Conclusions .....	80
A.2. Moment ultime d'une section non usuelle en béton armé .....	82
<b>Annexe B B. Degré d'hyperstaticité ou de redondance .....</b>	<b>85</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	

## Liste des figures

(2.1)	Comportement d'une poutre en charpente métallique sous charge croissante en flexion simple.....	5
(2.2)	Comportement d'une poutre en béton armé sous charge croissante .....	8
(2.3)	Diagramme moment-courbure pour une poutre en béton armé.....	9
(2.4)	Diagramme charge-déplacement.....	9
(2.5)	Portique simple à une travée et un niveau.....	10
(2.6)	Détermination du mécanisme de ruine d'un portique simple par la méthode « pas à pas ».....	12
(2.7)	Courbe facteur de charge, $\lambda$ , en fonction du déplacement horizontal du portique simple.....	14
(2.8)	Conditions du vrai mécanisme de ruine en fonction de $\lambda$ .....	14
(2.9)	Poutre simplement appuyée.....	17
(2.10)	Poutre encastree d'un coté et simplement appuyée de l'autre .....	19
(2.11)	Poutre encastree à ses deux extrémités.....	21
(2.12)	Poutre continue sous charges ponctuelles .....	23
(2.13)	Mécanisme de ruine des travées extrêmes .....	23
(2.14)	Mécanisme de ruine pour la travée du milieu .....	24
(2.15)	Portique simple à une travée et un niveau .....	26
(2.16)	« Beam mechanism ».....	27
(2.17)	« Sway mechanis » .....	27
(2.18)	« Combined mechanism ».....	28
(2.19)	Diagramme des moments fléchissants du portique simple au moment de la ruine.....	29
(2.20)	Diagramme des moments fléchissants de la poutre B-D.....	29
(2.21)	Diagramme des moments fléchissants total du portique simple au moment de la ruine	30
(2.22)	Relation entre la charge de ruine horizontale et le rapport $\alpha$ .....	31
(2.23)	Diagramme d'interaction du portique simple.....	32
(3.1)	Portique témoin.....	36
(3.2)	Détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pas à pas » du portique témoin.....	41
(3.3)	Analyse du portique témoin après le développement d'un mécanisme élémentaire.....	42
(3.4)	Détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pushover » du portique témoin .....	44
(4.1)	Disposition des charges appliquées et Positionnement des sections critiques portiques.....	48
(4.2)	Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de $\alpha$ pour la première combinaison .....	50
(4.3)	Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de $\alpha$ pour la deuxième combinaison .....	52

(4.4)	Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de $\alpha$ pour la troisième combinaison .....	55
(5.1)	Le couple $(\lambda V, \lambda H)$ causant la ruine en fonction de $\alpha$ pour la première combinaison...	62
(5.2)	Le couple $(\lambda V, \lambda H)$ causant la ruine en fonction de $\alpha$ pour la deuxième combinaison...	62
(5.3)	Le couple $(\lambda V, \lambda H)$ causant la ruine en fonction de $\alpha$ pour la troisième combinaison....	63
(5.4)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées $\lambda cV$ - $\lambda cH$ : cas de la première combinaison.....	65
(5.5)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles $\lambda cVI/M_p$ $\lambda cHh/M_p$ cas de la première combinaison.....	66
(5.6)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées $\lambda cV$ - $\lambda cH$ : cas de la deuxième combinaison.....	67
(5.7)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles $\lambda cVI/M_p$ $\lambda cHh/M_p$ cas de la deuxième combinaison.....	67
(5.8)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées $\lambda cV$ - $\lambda cH$ , cas de la troisième combinaison.....	68
(5.9)	Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles $\lambda cVI/M_p$ $\lambda cHh/M_p$ :cas de la troisième combinaison.....	69

#### ANNEXE A

(A.1)	Poutre en charpente métallique sollicitée en flexion pure.....	74
(A.2)	Distribution des déformations relatives et des contraintes pour une section en charpente métallique.....	75
(A.3)	Phasage de distribution des contraintes d'une section rectangulaire.....	77
(A.4)	Diagramme moment-courbure pour les deux types de sections.....	78
(A.5)	Phasage de distribution des contraintes pour une section en I.....	79
(A.6)	Module plastique d'une section en I.....	81
(A.7)	Distribution des contraintes et des déformations pour une section non usuelle.....	82

#### ANNEXE B

(B.1)	Exemple du calcul de quelques portiques .....	85
(B.2)	Exemples du calcul en présence d'une rotule mécanique ou d'un appui simple .....	86
(B.3)	Cas particuliers du calcul au niveau des joints .....	86

## Liste des tableaux

<b>(1.1)</b>	Combinaison de charge selon différents règlements de béton armé (Français, Américain, britannique, allemand, Eurocode2).....	1
<b>(3-1)</b>	Redistribution des moments dans le portique témoin .....	45
<b>(5-1)</b>	Valeurs de $\lambda_{cH}$ et de $\lambda_{cV}$ en fonction de $\alpha$ pour la première combinaison.....	65
<b>(5-2)</b>	Valeurs de $\lambda_{cH}$ et de $\lambda_{cV}$ en fonction de $\alpha$ pour la deuxième combinaison.....	66
<b>(5-3)</b>	Valeurs de $\lambda_{cH}$ et de $\lambda_{cV}$ en fonction de $\alpha$ pour la troisième combinaison.....	68

## Liste des notations et abréviations

a	Petite portée de la poutre
b	Grande portée de la poutre
$E_c$	Module d'élasticité du béton
$E_s$	Module de déformation longitudinale des armatures (Module d'Young)
H	Charge concentrée horizontale
$H_c$	Charge horizontale de ruine
h	Hauteur d'étage
I	Moment d'inertie de la section totale
K	Rigidité
l	Travée gauche du portique
l'	Travée droite du portique
M	Moment fléchissant de la poutre
$(M_{\max})_i$	Moment fléchissant maximum de l'étape i
$(M_{\max})_{ij}$	Le $j^{\text{ieme}}$ plus grand moment fléchissant de l'étape i
$(M_{\max r})_{ij}$	Le $j^{\text{ieme}}$ plus grand moment résultant de l'étape i
$M_p$	Moment plastique de la section
$M_r$	Moment de rupture de la section
$M_u$	Moment ultime d'une section en béton armé
m	Nombre de mécanismes élémentaires de ruine
n	Nombre de rotules plastiques
P	Charge concentrée
$P_c$	Charge de ruine
$P_e$	Charge à la limite élastique
$P_r$	Charge à la limite de rupture
p	Nombre de sections critiques
r	Nombre de redondance ou degré d'hyperstaticité
V	Charge concentrée verticale
$V_c$	Charge verticale de ruine
$\alpha=\lambda V/\lambda H$	Rapport entre la charge concentrée verticale et la charge concentrée horizontale
$\delta_e$	Déplacement au seuil élastique
$\delta_r$	Déplacement à la rupture
$\delta_u$	Déplacement ultime
$\theta$	Rotation plastique

$\lambda$	Facteur de charge
$\lambda_c$	Facteur de charge de ruine
$\lambda_i$	Facteur de charge de l'étape i
$\lambda_l$	Limite inférieure du facteur de charge
$\lambda_u$	Limite supérieure du facteur de charge
$\chi_e$	Courbure élastique de la déformée
$\chi_r$	Courbure de rupture de la déformée
$\chi_u$	Courbure ultime de la déformée
$\Delta$	Déplacement virtuel
B.A	Béton armé
C.M	Charpente métallique
DMF	Diagramme des moments fléchissants
DMR	Diagramme des moments résultants
E.L.S	Etat limite de service
E.L.U	Etat limite ultime

# **CHAPITRE 1**

## **INTRODUCTION**

## 1- INTRODUCTION

### 1-1 Evolution du calcul structurel

Le souci majeur des concepteurs de génie civil a toujours été de livrer des constructions fiables et sécuritaires. Pendant de longues années, durant le siècle dernier, le calcul était basé sur les principes de l'élasticité et les codes concernant la charpente métallique ou le béton armé utilisaient le principe des contraintes admissibles.

A l'orée des années 1970, les premiers codes utilisant le principe des états limites ultimes ont vu le jour aux USA et en GB en 1970 et en Allemagne en 1972. Le principe de la méthode étant semi-probabiliste alors qu'auparavant le principe était déterministe.

Entretemps, le calcul plastique a connu une évolution, et les principaux objectifs étaient de déterminer la charge réelle de ruine d'une partie de la structure ou d'une structure et les mécanismes de ruine. La différence entre cette approche et celle utilisant les E.L.U et qu'elle montre particulièrement la marge de sécurité pour tous types de structures. La charge étant plus grande que la charge ou la combinaison de charges à l'E.L.U. Ces dernières étant obtenues par consensus pour chaque pays concerné. (Les facteurs de pondération des différentes charges et surcharges variant d'un pays à un autre, ces différences sont représentées sur le tableau 1-1.

	BAEL91 (1991)	ACI 318-89(1989)	BS 8110(1985)	DIN 1045 (1972)	EUROCODE 2 (1992)	CODE MODELE CEB 90
Sollicitations	G= charge permanente Q= charges d'exploitation W= vent S <sub>n</sub> =neige	D= charge permanente L= charges d'exploitation W= vent S=neige	G <sub>k</sub> = charge permanente Q <sub>k</sub> = charges d'exploitation W <sub>k</sub> = vent S <sub>k</sub> =neige		G <sub>k</sub> Q <sub>k</sub> - -	G <sub>k</sub> Q <sub>k</sub> - -
Combinaison d'action.	1.35G+1.5Q G+1.5Q 1.35G+1.5Q+1.3W G+1.5W	1.4D+1.7L - 0.75(1.4D+1.7L+1.7W) 0.9D+1.3W	1.4G <sub>k</sub> +1.6Q <sub>k</sub> G <sub>k</sub> +1.6Q <sub>k</sub> 1.2G <sub>k</sub> +1.2Q <sub>k</sub> +1.1.2W <sub>k</sub> G <sub>k</sub> +1.4W <sub>k</sub>	Somme des actions sans coefficients (ni majorateurs ni minorateur)	1.35G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> 1.35G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> + ∑1.5α <sub>0</sub> Q <sub>kij</sub> >1	1.35G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> 1.35G <sub>k</sub> +1.5Q <sub>k</sub> + ∑1.5α <sub>0</sub> Q <sub>kij</sub> >1

Tableau comparatif 1-1 : Combinaison de charges selon différents règlements de béton armé (Français, Américain, britannique, allemand, Eurocode2)

### 1-2 Problématique

La détermination de la charge de ruine pour les structures simples (poutre simplement appuyée, poutre encastrée à une extrémité et libre de l'autre,



poutre continue) est relativement facile et les modes de ruine sont complètement identifiables.

Pour les structures en portiques simples soumis à des combinaisons de charges horizontales et verticales, les charges de ruine ainsi que les modes de ruine sont établis à partir de la construction de diagrammes d'interaction.

Dés que le nombre de niveaux ou de travées dépasse l'unité, la détermination du vrai mécanisme de ruine devient extrêmement laborieuse et ce pour les raisons suivantes :

- Augmentation du degré d'hyperstaticité.
- Augmentation du nombre de sections critiques (sections potentielles pour la formation de rotules plastiques).
- Augmentation du nombre de mécanismes de ruine élémentaires où mécanismes partiels de ruine.
- Augmentation du nombre de combinaisons de ces différents mécanismes élémentaires.
- Lourdeur des calculs avec une augmentation des risques d'erreurs sans garantie d'obtention des vrais mécanismes de ruine.

Le vrai mécanisme ne peut être cerné qu'après une série de combinaison d'un grand nombre de mécanismes élémentaires, cette action étant très laborieuse et il n'est pas certain d'obtenir le vrai mécanisme (ce dernier est obtenu quand les trois conditions suivantes (écoulement, équilibre et mécanisme) sont satisfaites simultanément). D'où la nécessité d'exploiter l'outil informatique et d'exploiter les logiciels disponibles pour une détermination fiable des vrais mécanismes de ruine avec un risque d'erreurs proche de zéro. Le choix s'est porté sur la méthode « pushover ».

### **1-3 Objectifs du mémoire**

Dans le cas d'étude du comportement et performance plastique des structures multi-étagées et multi-travées, il est proposé dans le présent mémoire la sélection d'un portique témoin à deux travée et deux niveaux soumis à des charges concentrées verticales,  $V$ , et des charges concentrées horizontales,  $H$  (les détails sont donnés au §3-1). Le portique en question est neuf fois hyperstatique avec seize sections critiques. Ce dernier pouvant être traité soit par la méthode "pas à pas" ou par une méthode

statique non linéaire dite « pushover ». Le choix a été porté sur la deuxième méthode, et l'objectif premier est de comprendre et de se familiariser avec les logiciels afin de faciliter la détermination et l'identification de l'ensemble des mécanismes de ruine possibles pour différentes valeurs de  $\alpha$  ( $\alpha$  allant de 0,1 à 15) et ce pour trois simulations de charges verticales. Les charges réparties uniformément proches de la réalité sont remplacées successivement (respectivement) par une, deux et trois charges concentrées.

Le deuxième objectif consiste à analyser l'ensemble des résultats avec la construction des diagrammes d'interaction mettant en exergue les effets des paramètres les plus influents sur les charges de ruine et les mécanismes de ruine.

Enfin, il faut essayer de sortir avec des conclusions et des perspectives de développement de la présente thèse.

#### **1-4 Structuration de la Thèse**

Le chapitre 1 est réservé pour l'introduction générale avec une problématique mettant en exergue l'intérêt du calcul plastique des structures.

Le chapitre 2 constitue la base théorique de la thèse et présente le calcul des charges de ruine pour des éléments de structure et structures allant de la poutre simplement appuyée au portique simple « single bay single storey » en passant par la poutre continue, en utilisant les différentes méthodes existantes dans l'analyse plastique.

La présentation des caractéristiques du portique témoin ainsi que les différentes étapes du processus de calcul par la méthode « pas à pas » et par la méthode « pushover » ainsi que la comparaison entre les deux méthodes font l'objet du troisième chapitre.

Le chapitre 4, quant à lui, présente les différents mécanismes observés en fonction des facteurs,  $\alpha = \lambda V / \lambda H$  et ce pour les trois simulations des charges verticales retenues.

Le chapitre 5 met en relief l'effet des différents paramètres influents, avec le développement graphique de  $\lambda V$  et  $\lambda H$  en fonction de  $\alpha$  et la construction des diagrammes d'interaction.

La conclusion générale et les perspectives sont présentées dans le chapitre 6.

## **CHAPITRE 2**

# **CHARGES DE RUINE ET MECANISMES DE RUINE POUR DES ELEMENTS DE STRUCTURES ET DES PORTIQUES SIMPLES**

## 2- CHARGES DE RUINE ET MECANISMES DE RUINE POUR DES ELEMENTS DE STRUCTURES ET DES PORTIQUES SIMPLES

### 2-1 Introduction

Les éléments de structures ou structures en génie civil peuvent être isostatiques ou hyperstatiques. Le traitement des structures hyperstatiques est laborieux et fait appel à des méthodes complexes et difficiles à utiliser manuellement. L'apport ces dernières années de l'outil informatique a facilité grandement cette opération. Les éléments de structures ou structures sont en général calculés à l'ELU et vérifiés à l'ELS. Mais aucun code ne spécifie les charges de ruine ou les mécanismes de ruine (manière de déformation d'une structure sous une combinaison de charges extérieures). Ceci ne peut avoir lieu qu'en laboratoire ou après un séisme sévère (structures ou éléments de structures poussés à l'extrême). La charge de ruine est de facto différente de la charge à l'ELU.

L'objectif primordial de l'étude plastique des structures est de répondre à cette attente. C'est-à-dire la détermination de vraies charges de ruine et des vrais mécanismes de ruine, leur connaissance donne une idée précise sur la vraie marge de sécurité d'un élément de l'ouvrage ou de l'ouvrage lui même.

L'analyse plastique des structures hyperstatiques consiste à considérer qu'au fur et à mesure que la charge augmente il y'a apparition de rotules plastiques à chaque fois que le moment dans une section donnée atteint la valeur du moment plastique. Ce dernier est indépendant du chargement ou de sa nature. Il est une caractéristique de la section elle même et ne dépend que des caractéristiques géométriques et mécaniques de celle-ci (cf. annexe A). Evidemment si  $r$  rotules plastiques se forment au total, la structure devient un système isostatique ( $r$  étant le degré d'hyperstaticité) elle se transforme en un mécanisme immédiatement avec la naissance ou création ou développement de la  $(r+1)^{\text{ième}}$  rotule plastique [7].

### 2-2 Comportement d'un élément structurel simplement appuyé en flexion simple

#### 2-2-1 Élément en charpente métallique

Soit une poutre en charpente métallique, chargée au milieu de sa portée par une force concentrée,  $P$ , figure.2-1-a.

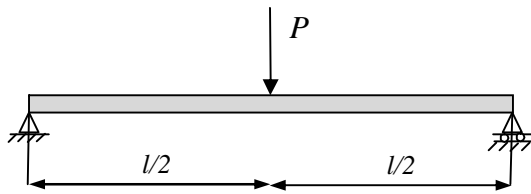
Dans un premier temps, la répartition des contraintes au niveau de la section en milieu de travée (section critique) est linéaire. C'est la phase élastique du comportement du matériau, si on augmente la charge, les contraintes ne sont plus proportionnelles aux déformations et les fibres extrêmes se plastifient graduellement de bas en haut et de haut en bas figure.2-1-c, la section se plastifie entièrement quand le moment fléchissant de cette dernière atteint le moment plastique

$M_p$ , et une rotule plastique se forme au niveau de cette section critique. A cet instant, la poutre est constituée de deux éléments rigides reliés par une articulation figure2-1-d. On dit qu'il y'a plastification totale de la section et la poutre se transforme en un mécanisme figure2-1-b.

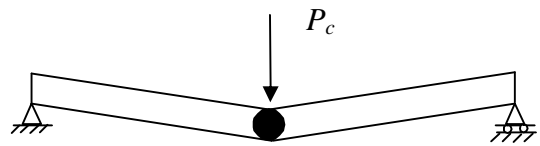
Il est facile de trouver la charge de ruine,  $P_c$ , de la poutre et ce en égalant le moment maximum dû à la charge appliquée au moment plastique  $M_p$ .

$$M_p = \frac{Pcl}{4} \quad \text{d'où} \quad P_c = \frac{4M_p}{l}$$

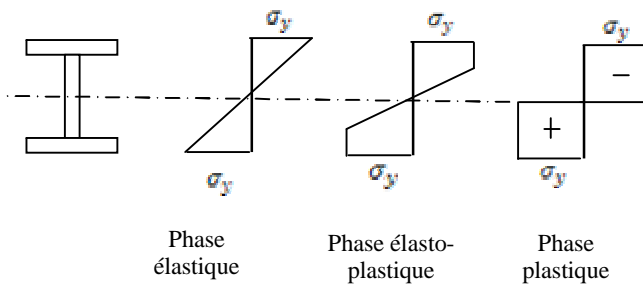
$j = 3 \quad b = 2 \quad e = 3 \quad \text{d'où} \quad 2j - b - e = 6 - 2 - 3 = 1 \quad (\text{il faut une rotule pour que la structure se transforme en un mécanisme}).$



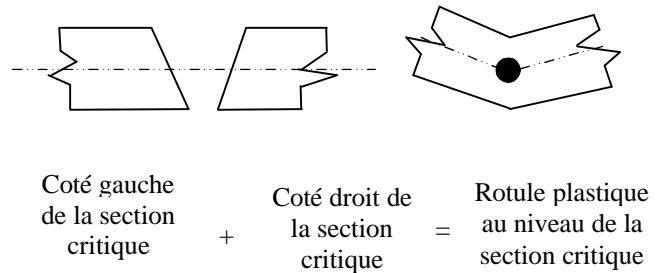
a) Schéma de la poutre



b) Mécanisme de ruine de la poutre



c) Plastification de la section critique



d) Formation de la rotule plastique

Figure.2-1 : Comportement d'une poutre en charpente métallique sous charge croissante en flexion simple

### 2.2.2 Elément en béton armé

Contrairement à la charpente métallique, le béton armé est caractérisé par son hétérogénéité, sa faiblesse en traction et au phénomène de fissuration [9]. Pour cela le comportement d'une poutre en béton simplement appuyée soumise à une charge concentrée,  $P$ , figure.2-2, progressive croissant de zéro jusqu'à la rupture, passe par les principales étapes suivantes :

#### a- 1<sup>ère</sup> étape :

Pour les petites valeurs de,  $P$ , n'entraînant pas des fissurations dans le béton tendu, dans cette étape toutes les sections de la poutre se comportent élastiquement. La rigidité en flexion est donnée par la relation :

$$K = E_c I \quad (2.1)$$

$E_c$  : Module d'élasticité du béton.

$I$  : Moment d'inertie de la section totale rendue homogène.

Les déformations répondent sensiblement aux lois de la résistance des matériaux, étant donné que la rigidité est constante sur la longueur de la poutre, la courbure de la déformée est directement proportionnelle au moment fléchissant, figure.2-2-b.

$$\chi_e = M / E_c I \quad (2.2)$$

$M$  : Moment fléchissant de la poutre.

#### b- 2<sup>ème</sup> étape :

Dans la seconde étape, les valeurs de  $P$  entraînent la fissuration du béton tendu dans les sections les plus sollicitées figure.2-2-e, mais on peut encore considérer que la poutre se comporte élastiquement jusqu'à une certaine charge ( $P_e$ ), figure.2-4. Dans cette étape la rigidité chute brusquement au fur et à mesure de l'apparition des fissures, cependant il est difficile d'attribuer une valeur au facteur de rigidité  $K$ .

En effet, le module d'élasticité  $E_c$  varie avec le temps (phénomène de fluage) et le moment d'inertie est, lui, très approximatif pour les raisons suivantes:

- Le long de la poutre toutes les sections ne sont pas fissurées et notamment vers les appuis où le moment fléchissant tend vers zéro ;
- Dans les parties fissurées, le béton compris entre deux fissures successives est plus ou moins pris en compte et la profondeur des fissures varie d'une section à l'autre ; la contrainte de traction n'ayant pas atteint la résistance en traction.
- Le coefficient d'équivalence acier / béton «  $n = E_s / E_c$  » est supposé constant alors que sa valeur varie du fait que  $E_c$  varie avec le temps et aussi avec le niveau du chargement (module tangent, module sécant,...).
- En fin, l'armature n'a pas la même section tout le long de la poutre.

**c- 3<sup>ème</sup> étape :**

Si la charge continue à augmenter, l'armature s'allonge d'avantage. Les fibres de béton comprimées de la section la plus sollicitée ont des raccourcissements relatifs de plus en plus grands jusqu'à une valeur limite égale à  $\epsilon_{cu}$  au niveau de la fibre la plus comprimée (fibre extrême où la plus éloignée de l'axe neutre). Lorsque sa contrainte de rupture est atteinte, le béton équilibre encore la composante de compression du couple de flexion et comme l'armature tendue n'a pas atteint un allongement de rupture et peut équilibrer la composante de traction, le moment extérieur de flexion est équilibré dans cette section où la rotation est très importante, on dit qu'il y a eu formation d'une rotule plastique figure.2-2-d.

Au chargement, la poutre présente une courbure permanente figure.2-1.c, et la section est considérée comme fragile vis-à-vis des chargements répétés et surtout alternés. En effet, sous des actions réversibles et répétées (actions cycliques), il y a un affaiblissement de la rigidité qui provient en particulier de la chute de la contrainte d'adhérence consécutive à la détérioration du béton. La figure.2-3 représente les trois étapes par un diagramme moment-courbure ( $M, \chi$ ), le diagramme charge-déplacement ( $P, \delta$ ) est représenté sur la figure.2-4

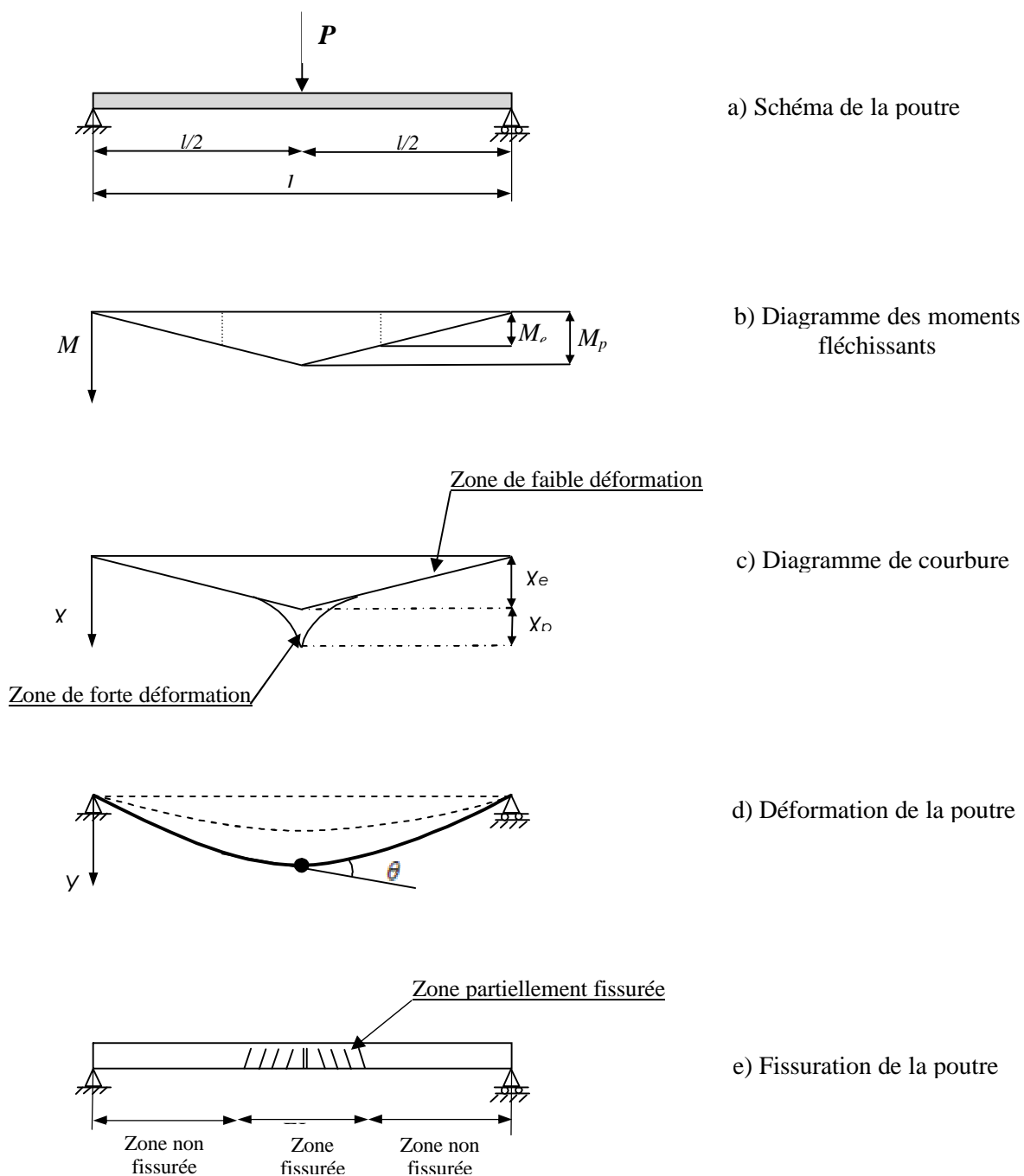


Figure.2-2 : Comportement d'une poutre en béton armé sous charge croissante



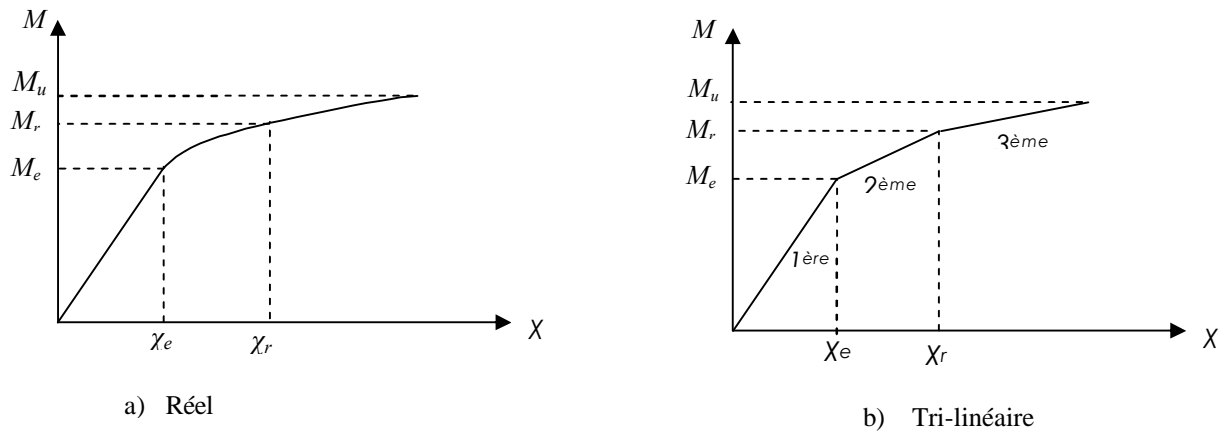


Figure.2-3 : Diagramme moment-courbure pour une poutre en béton armé.

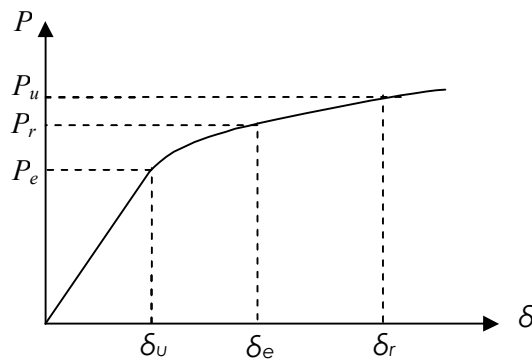


Figure.2-4 : Diagramme charge-déplacement.

### 2-2-3 Synthèse et comparaison

La performance plastique est différente, les étapes par les quelles passent les deux éléments ne sont pas les mêmes, mais vis à vis de l'analyse plastique des structures, ils ont la même charge de ruine théorique s'ils ont le même moment plastique.

## 2-3 Comportement d'un portique simple sous l'action de charges concentrées verticales et horizontales croissantes

### 2- 3-1 Introduction

Pour mieux comprendre le comportement des portiques hyperstatiques soumis à des combinaisons de charge horizontale et verticale croissante jusqu'à la ruine, il a été jugé utile de considérer carrément un exemple d'un portique simple et d'étudier son comportement après la

formation des rotules plastiques et ce jusqu'à la transformation de la structure en un mécanisme partiel ou total. Ceci permettra de mettre en lumière les quelques théorèmes importants et essentiels de l'analyse plastique des structures.

### 2-3-2 Caractéristiques du portique

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du portique simple et les points d'application des charges concentrées verticales,  $\lambda V$ , et horizontales,  $\lambda H$ , et les sections critiques de A à E, sont représentés sur la figure.2-5 :

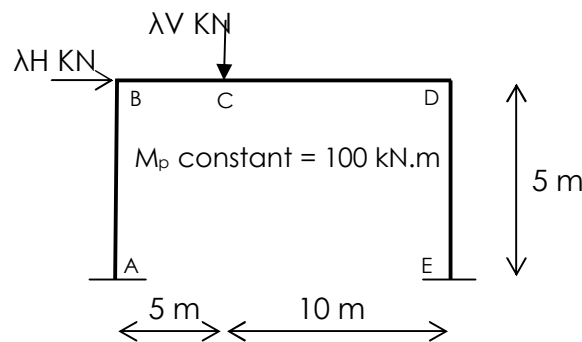
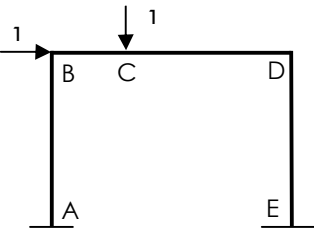
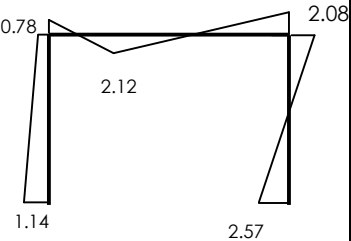
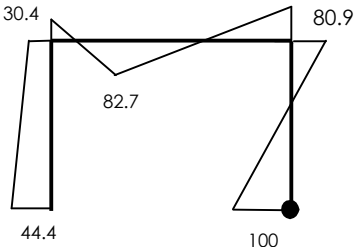
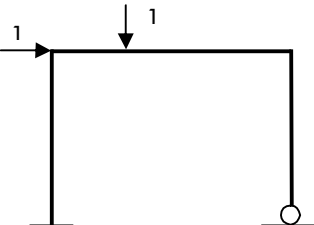
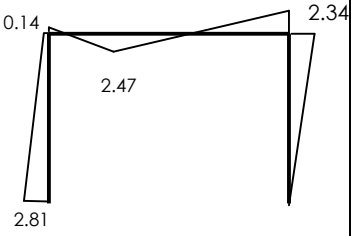
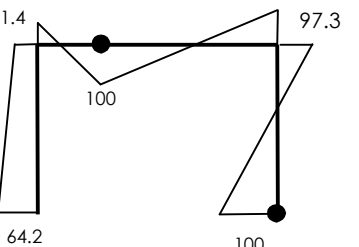
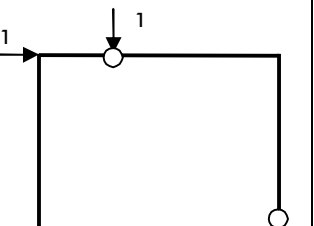
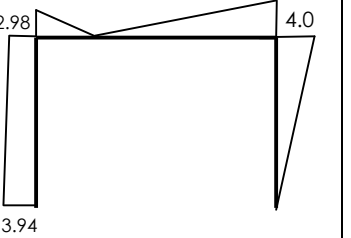
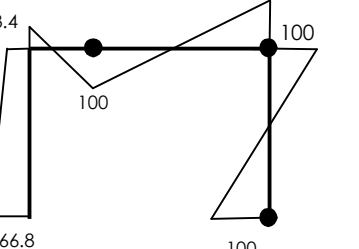


Figure.2-5 : Portique simple à une travée et un niveau

### 2-3-3 Traitement du portique

Le portique représenté sur la figure.2-5 supporte les charges concentrées verticales  $\lambda V$  et horizontales  $\lambda H$ , où  $\lambda$  est le facteur de charge. Il est supposé initialement que  $V=H=1$  KN, le comportement du portique quand  $\lambda$  est augmenté, est résumé dans la figure.2-6. Au début de ce processus, le comportement du portique est élastique (c'est-à-dire le comportement des sections critiques est élastique), et une analyse élastique donne un diagramme des moments fléchissant représenté dans l'étape N°1. Quand  $\lambda=38.91$  le plus grand moment fléchissant se trouve au niveau de l'encastrement droit (point E), ce dernier devient égal au moment plastique et une rotule plastique se forme au niveau de cette section critique. Evidemment, la structure entière en dehors de la section, E, est encore élastique et le demeure quand la valeur du facteur de charge,  $\lambda$ , est au dessus de 38.91. Et La section, E, se comporte comme une rotule mécanique et de ce fait elle peut pivoter librement. Le moment fléchissant au point E doit rester égal au moment plastique.

	Portique sous charges Unitaires (kN)	Diagramme des moments fléchissants sous charges Unitaires (kN.m)	Diagramme des moments résultants (kN.m)
Etape N°1			 <p>● Rotule plastique <math>\lambda=38.91</math></p>
Etape N°2	 <p>○ : Rotule mécanique</p>		 <p><math>\lambda=45.91</math></p>
Etape N°3			 <p><math>\lambda=46.58</math></p>

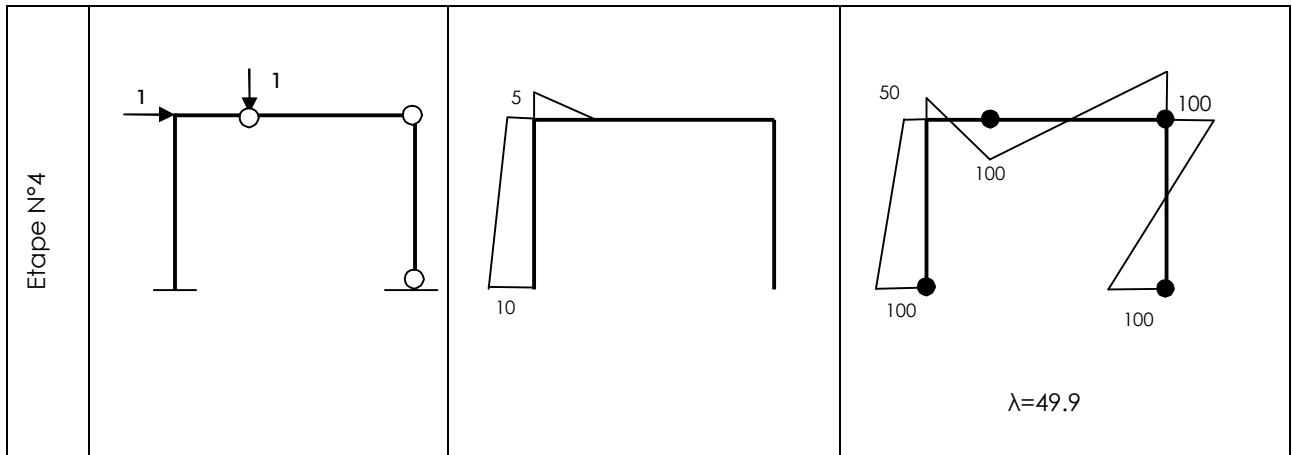


Figure.2-6 : Détermination du mécanisme de ruine d'un portique simple par la méthode « pas à pas »

L'étape N°2 représente la structure effective qui résiste au chargement quand  $\lambda$  est augmenté. C'est simplement le portique originel avec une rotule sans frottement au point E (la rotule physique est remplacée par une rotule mécanique). Cette structure peut être ré-analysée par la même méthode élastique comme à l'étape N°1. Le résultat de l'analyse est le changement en moments fléchissants. Pour obtenir les moments totaux, il est nécessaire d'ajouter le changement (différence) en moments fléchissants aux moments fléchissants quand  $\lambda=38.91$  (N.B : la rotule sans frottement en E assure que le changement en moments fléchissants en E est nul, de telle sorte que le moment reste égal au moment plastique, dans ce cas le moment maximum est sous la charge concentrée verticale au niveau de la section critique point C.

$M_c = 82.7 \text{ KN.m}$  étant le deuxième plus grand moment de l'étape N°2

$M_c = 82.7 + 2.47\lambda' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'où  $\lambda' = 7$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 38.91 + 7 = 45.91$ .

Comme l'indique l'étape N°3, à partir de ce moment il y'a deux pivots (rotules) dans la structure effective qui peut quand même être analysée élastiquement. Très rapidement, cependant, une rotule se forme au niveau de la section critique (point D) quand  $\lambda$  atteint la valeur de 46,58.

$M_D = 97.3 + 4.04\lambda'' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'où  $\lambda'' = 0.67$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 45.91 + 0.67 = 46,58$

Le processus peut continuer à l'étape 4 avec trois rotules sans frottement jusqu'à ce que la valeur de  $\lambda$  atteigne la valeur de 50, le moment max de l'étape 3 se trouve au niveau de la section critique (point A).

D'où  $M_A = 66.8 + 10\lambda''' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'où  $\lambda''' = 3.32$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 46,58 + 3.32 = 49.9$

A ce moment, une quatrième rotule plastique prend naissance.

Il est intéressant de remarquer deux points au sujet du moment fléchissant total représenté dans la figure.2-6

- La distribution des moments fléchissants est en équilibre avec les charges appliquées, la condition d'équilibre est l'une des conditions fondamentales requise par la méthode « pas à pas ».
- Les moments fléchissants ne dépassant nulle part, le moment plastique des membres, ceci étant la condition d'écoulement.

Toute tentative de continuer le processus utilisant une structure effective avec quatre rotules sans frottement est impossible, puisque les équations deviennent singulières et ne peuvent pas être résolues. En fait la structure devient un mécanisme.

La distribution des moments fléchissants à ce point satisfait la condition d'équilibre et la condition d'écoulement et en plus :

- Il y'a suffisamment de rotules plastiques ( $n=r+1=3+1=4$ ) pour la structure pour qu'elle devienne un mécanisme, ceci étant la condition de mécanisme [8].

La courbe représentée dans la figure.2-7, définit la relation entre le facteur de charge pour chaque étape en fonction des déplacements horizontaux du portique simple à une travée et à un étage figure (2-6).

Cette dernière montre la réduction de la rigidité de la structure (la pente de la courbe  $\lambda$ -déplacement horizontal figure.2-7) à chaque fois qu'une rotule plastique se forme jusqu'au moment de la ruine totale de la structure où la pente de la courbe devient nulle (ceci étant une définition alternative de la plasticité).

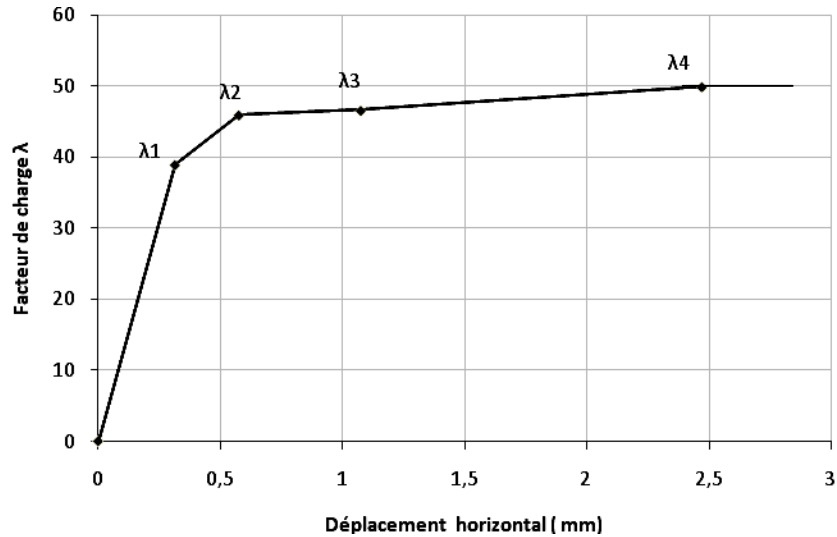


Figure.2-7 : Courbe facteur de charge λ en fonction du déplacement horizontal du portique simple

## 2-4 Théorèmes fondamentaux de l'analyse plastique des structures

### 2-4-1 Introduction

L'analyse plastique des structures a pour objet de calculer la charge réelle de ruine d'une partie de structures ou de structures et les mécanismes de ruine correspondants. La détermination du facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , ainsi que les mécanismes de ruine des structures dépend essentiellement de la satisfaction des trois conditions du vrai mécanisme de ruine à savoir la condition d'équilibre, la condition d'écoulement et la condition de mécanisme.

La figure.2-8 présente les trois conditions, où les flèches indiquent les conditions qui ont été satisfaites.

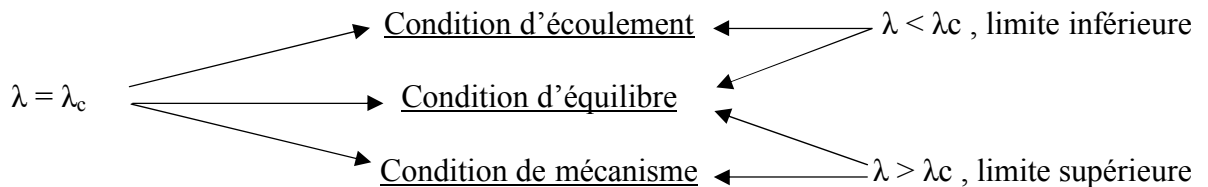


Figure2-8 : Conditions du vrai mécanisme de ruine en fonction de λ

### 2-4-2 Théorème de la limite inférieure

Si, dans une structure sujette à un chargement défini par un facteur de charge positif,  $\lambda$ , une distribution des moments fléchissants satisfaisant les conditions d'équilibre et d'écoulement peut être trouvée, ensuite  $\lambda$  inférieur, ou égal au facteur de charge de ruine  $\lambda_c$ . Dans ce cas la valeur de  $\lambda$  est une limite inférieure pour  $\lambda_c$ .

### 2-4-3 Théorème de la limite supérieure

Dans ce cas la distribution des moments fléchissants dans les structures ne vérifie que les conditions d'équilibre et de mécanisme, le facteur de charge correspondant,  $\lambda$ , est supérieur ou égal au facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , la valeur de ce facteur est une limite supérieure pour  $\lambda_c$ .

### 2-4-4 Théorème de l'unicité

Si une structure est sujette à un chargement défini par un facteur de charge positif,  $\lambda$ , et une distribution des moments fléchissants qui satisfait les trois conditions peut être trouvée, alors  $\lambda = \lambda_c$ . Il est impossible d'obtenir une autre distribution des moments fléchissants pour n'importe quelle autre valeur de  $\lambda$  qui satisfait les trois conditions simultanément.

## 2-5 Méthodes utilisées pour le calcul des charges de ruine pour des éléments structuraux ou structures simples

### 2-5-1- introduction

Il a été annoncé précédemment que la ruine d'une structure se produit par la formation d'un nombre suffisant de rotules plastiques aux endroits des sections critiques (plastifiées), ceci engendre une diminution de la rigidité accompagnée à chaque fois d'une redistribution des moments, jusqu'à ce que la structure devienne hypostatique. A ce stade le mécanisme de ruine est atteint et la charge devient la charge de ruine. Cette charge est évidemment différente de la charge à l'E.L.U et la différence représente la vraie marge de sécurité pour la structure [4,5].

Les outils théoriques nécessaires pour cette détermination sont le théorème du moment libre et des moments de réaction et la méthode basée sur les travaux virtuels.

### 2-5-2 Calcul de la charge de ruine par le théorème du moment libre

Il est possible de déterminer le mécanisme de ruine des éléments structuraux où structures simples et de tracer leurs diagramme des moments fléchissants à la ruine en utilisant et en exploitant le théorème du moment libre et de réaction et ce sans passer par aucune analyse. Une fois le diagramme des moments est déterminé, on peut vérifier la satisfaction des trois conditions du vrai mécanisme de ruine et calculer facilement la charge de ruine.

Cette méthode est basé sur le principe de :

$$M_{p1} + M_{p2} = M_{p3} \quad (2-3)$$

Moment fléchissant réel au point d'application de la charge	+	Moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge	=	Moment fléchissant libre au point d'application de la charge	(2-3)
---	---	--	---	--	-------

(Valeur du moment comme si la poutre était simplement appuyée)

La charge de ruine peut être déterminée facilement à partir de cette relation, étant donné que le moment fléchissant libre au point d'application de la charge,  $M_{p3}$ , est en fonction de cette dernière, l'équation 2.3 peut être réduite à une équation à une inconnue.

Ce théorème permet de déterminer les moments fléchissants inconnus c'est-à-dire les moments qui ne sont pas égaux aux moments plastiques. Donc il est impératif de décider d'un mécanisme de ruine donc des positions éventuelles des rotules plastiques et d'essayer grâce à ce théorème et à la condition d'équilibre au niveau des nœuds ou joints de déterminer les éventuels moments inconnus.



### 2-5-3 Calcul de la charge de ruine par le principe des travaux virtuels

La charge de ruine peut être déterminée par une deuxième méthode, cette dernière basée sur le principe des déplacements virtuels, Le travail produit par l'effort extérieur,  $F$ , doit être égal au travail produit par l'effort intérieur, c'est-à-dire au travail accompli au niveau des rotules plastiques.

La charge de ruine produit un déplacement virtuel  $\delta$  et un travail extérieur défini par le produit  $F \cdot \delta$ , le moment plastique  $M_p$  produit une rotation virtuelle  $\theta$ , Le travail virtuel intérieur est  $M_p \cdot \theta$  au niveau d'une rotule, la charge de ruine des éléments structuraux ou structures simples peut s'obtenir à partir de l'égalité suivante :

$$\sum P_i \cdot \delta_i = \sum M_{pi} \cdot \theta_i \quad (2-4)$$

### 2-6 Exemples d'application

#### 2-6-1 Poutre simplement appuyée

##### i)- Théorème du moment libre

La charge de ruine d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge concentrée au milieu de sa portée figure.2-9-a peut être déterminée par cette méthode, le degré d'hyperstaticité de cette dernière est  $r = 0$ . Le nombre de rotules nécessaires pour qu'elle devienne un mécanisme est :  $n = r + 1 = 1$ .

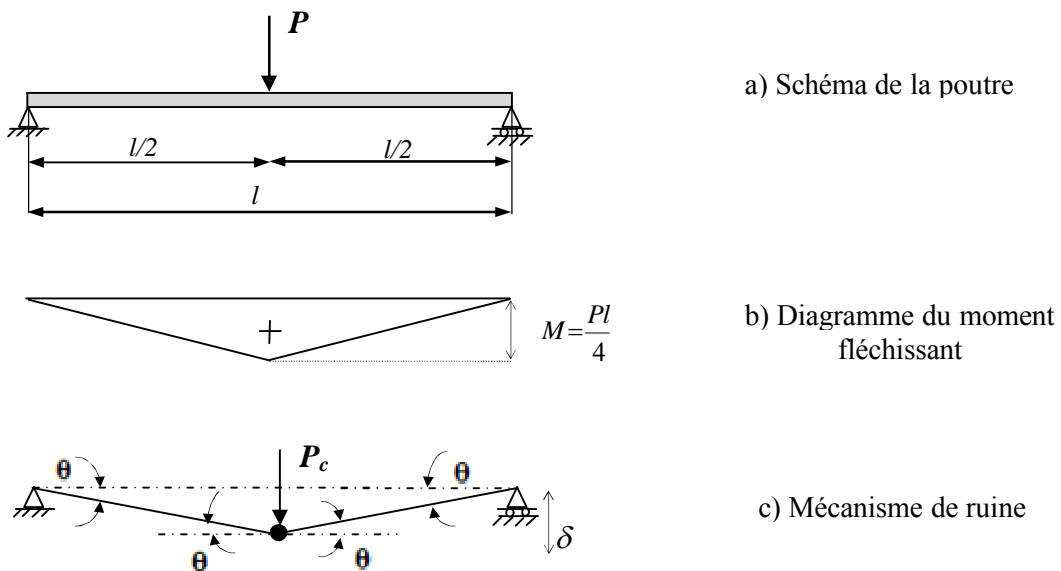


Figure.2-9 : Poutre simplement appuyée.

La ruine de cette poutre aura lieu lorsqu'une rotule plastique se produit au niveau du point d'application de charge (section critique) où le moment fléchissant est égal au moment plastique.

On connaît l'allure des moments fléchissants réels au point d'application de la charge lors de la ruine,  $M_p$ . Le moment fléchissant libre au point d'application de la charge prend la valeur de  $\frac{Pl}{4}$  figure.2-9-b, dans ce cas (poutre isostatique), le moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge est nul d'où la relation (2-3) devient :

$$M_p = \frac{Pcl}{4} \quad (2-5)$$

$$P_c = \frac{4M_p}{l} \quad (2-6)$$

### ii)- Principe des travaux virtuels

La charge de ruine de cette poutre isostatique peut être déterminée par le principe des travaux virtuels, Le travail produit par l'effort extérieur,  $P_c$  doit être égal au travail produit par l'effort intérieur,  $M_p$ .

La géométrie de la structure figure-2-9-c, nous permet d'écrire l'équation :

$$\delta = \frac{l\theta}{2}$$

L'égalité des travaux virtuels, lors de la ruine nous permet d'écrire :

$$P_c \cdot \delta = M_p \cdot 2\theta \quad (2-7)$$

$$P_c \cdot \frac{l\theta}{2} = M_p \cdot 2\theta$$

$$D'où P_c = \frac{4M_p}{l} \quad (2-8)$$

## 2-6-2 Poutre encastree à une extrémité et appuyée à l'autre ou console retenue

### i)- Théorème du moment libre

Soit la poutre de section constante, encastree à une extrémité et appuyée librement à l'autre et à laquelle est appliquée une charge concentrée  $P$  figure.2-10-a. Il s'agit donc d'une poutre qui présente un (01) degré d'hyperstaticité, elle nécessite alors la formation de deux rotules plastiques pour qu'elle devienne un mécanisme.

Comme le cas précédent, la charge de ruine peut être déterminée à partir du moment libre et du moment de réaction d'où :

$$M_p + x = P_c \frac{ab}{l}$$

Moment fléchissant réel                      Moment fléchissant de réaction                      Moment de la poutre  
 Au point d'application de                      au point d'application de                      comme si elle était simplement  
 la charge                      la charge                      appuyée

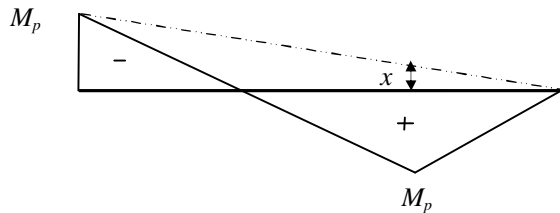
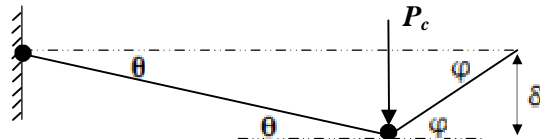
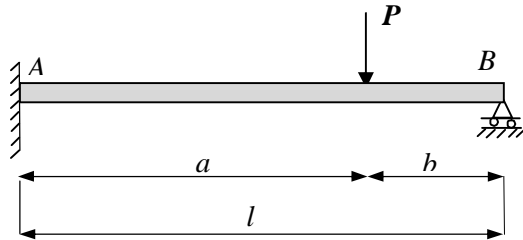


Figure.2-10 : Poutre encastrée d'un coté, et simplement appuyée de l'autre

Utilisant la règle des triangles semblables on déduit la valeur figure.2-10-c, où  $x = \frac{bMp}{l}$

$$Mp + \frac{bMp}{l} = P_c \frac{ab}{l}$$

D'où 
$$P_c = \frac{Mp(l + b)}{ab} \quad (2-9)$$

**ii)- Principe des travaux virtuels**

Le même principe des travaux virtuels a été utilisé pour déterminer la charge de ruine de la poutre encastrée et appuyée figure.2-10.

$$\sum F_i \delta_i = \sum M_p \theta_i$$

La géométrie de la structure figure.2-10-b, nous permet d'écrire l'équation :

$$\delta = a\theta = b\varphi \quad \text{D'où} \quad \varphi = \frac{a}{b}\theta$$

$$P_c\delta = Mp\theta + Mp(\theta + \varphi) \quad (2-10)$$

$$P_c a\theta = Mp\theta + Mp\left(\theta + \frac{a}{b}\theta\right)$$

$$P_c = \left(\frac{l+b}{ab}\right)Mp \quad (2-11)$$

### 2-6-3 Poutre doublement encastree

#### i)- Théorème du moment libre

On étudie une poutre de section constante, parfaitement encastree à ses extrémités et soumise à une charge concentrée,  $P$ , figure.2-11-a. Il s'agit donc d'une poutre qui est deux fois hyperstatique, elle nécessite alors la formation de trois rotules plastiques pour qu'elle devienne un mécanisme.

D'après le diagramme des moments fléchissants, les rotules plastiques ne pouvant se former qu'au droit des sections critiques, c'est au niveau de l'application de la charge et au niveau des deux encastrements.

$$M_p \quad + \quad M_p \quad = \quad P_c \frac{ab}{l}$$

Moment fléchissant réel au point d'application de la charge	Moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge	Moment fléchissant libre
---	--	-----------------------------

Donc la charge de ruine est donnée par :

$$P_c = \frac{2Mpl}{ab} \quad (2.12)$$

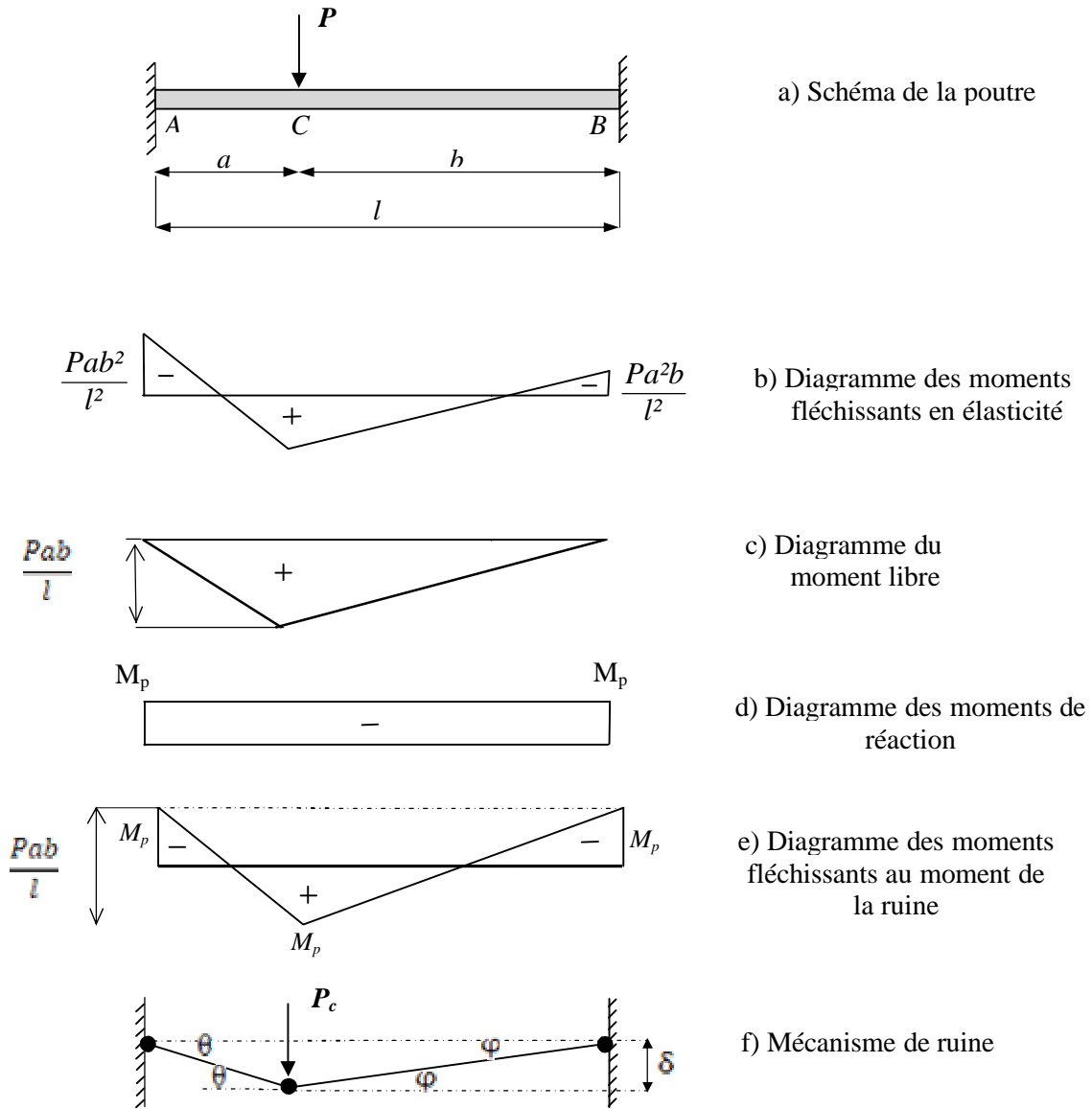


Figure.2-11 : Poutre encastree à ses deux extremités.

**ii)- Principe des travaux virtuels**

La charge de ruine de cette poutre figure.2-11-a, peut être déterminée par la deuxième méthode, cette dernière basée sur le principe des déplacements virtuels, la charge de ruine  $P_c$  produit un déplacement virtuel  $\delta$ , le moment plastique  $M_p$  produit une rotation virtuelle  $2\theta$  à mi travée de la poutre et une rotation virtuelle  $\theta$  au niveau de l'encastrement gauche et  $\varphi$  au niveau de l'encastrement droit de la poutre.

La géométrie de la structure au moment de la ruine figure2-11-f a permet d'écrire l'équation :

$$\delta = a\theta = b\varphi \quad \text{D'où} \quad \varphi = \frac{a}{b}\theta$$

La charge de ruine,  $P_c$  provoque la formation des trois rotules plastiques, ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $\lambda V. \delta$ , le travail externe est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles.

$$P_c \delta = M_p \theta + M_p \varphi + M_p (\theta + \varphi) \quad (2-13)$$

$$P_c a \theta = M_p \theta + M_p \frac{a}{b} \theta + M_p (\theta + \frac{a}{b} \theta)$$

$$P_c = \left(\frac{2l}{ab}\right) M_p \quad (2-14)$$

NB : les mêmes résultats théoriques sont obtenus par les deux méthodes.

### 2-6-4 Poutre continue soumise à un chargement concentré

#### i)- Théorème du moment libre

Soit une poutre continue à trois travées, dont le schéma statique et les différentes caractéristiques sont donnés dans la figure.2-12-a .

L'analyse de ce type de poutres se fait d'une manière similaire que les cas précédemment étudiés, chaque travée devant être étudiée séparément. Il y a lieu à prendre en considération les hypothèses suivantes :

- Au niveau des appuis entre les travées de la poutre, le moment fléchissant est identique à droite et à gauche de l'appui. La rotule plastique se forme dans les membres les plus faibles (c'est-à-dire que le moment plastique à prendre en considération sera le moment le plus faible des deux travées de la poutre considérée à ce niveau).
- Il est improbable que les travées de la poutre se rompent simultanément, donc chaque travée est à vérifier individuellement. La charge de ruine de la poutre continue est la plus petite des charges de ruine des travées prises séparément. Il s'agit donc d'une ruine partielle de la poutre.

La poutre peut être représentée comme une série de travées indépendantes fig.2-12-c.

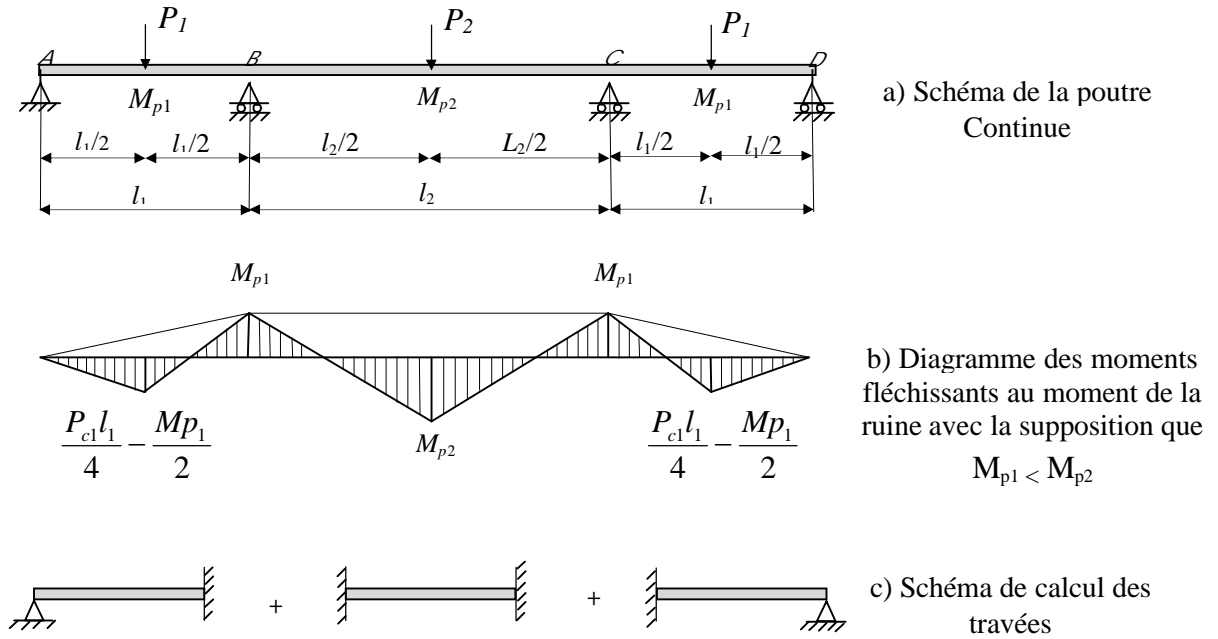


Figure.2-12 : Poutre continue sous charges ponctuelles.

**Travées AB, CD :**

Isolant les travées (AB) et (CD), (symétrie du chargement et même portée) le schéma de calcul était celui d'une poutre encastree à une extrémité et simplement appuyée à l'autre figure 2-12-c, si elles se rompent en premier, le diagramme des moments fléchissants aura la forme donnée sur la figure.2-13-a avec un mécanisme de ruine représenté sur la figure 2-13-b.

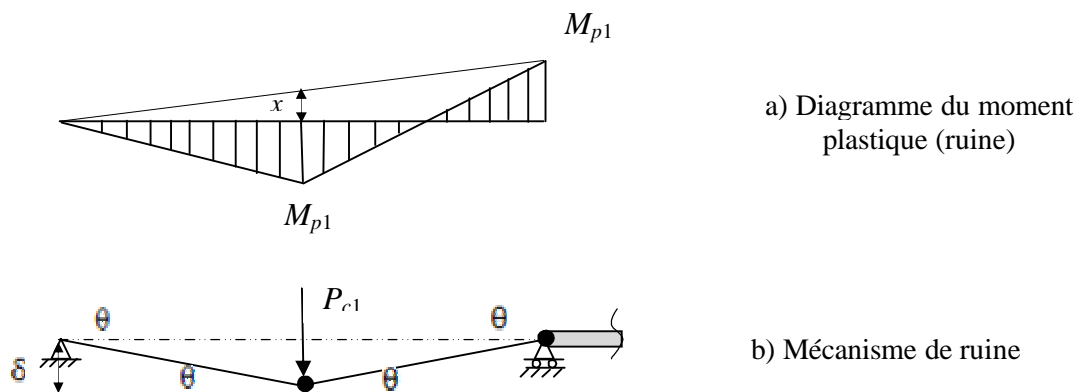


Figure.2-13 : Mécanisme de ruine des travées extrêmes

Utilisant le même principe que pour les exemples précédents pour le calcul de la charge de ruine, on obtient donc :

$$Mp_1 + x = \frac{Pc_1 l_1^2}{4l_1} \quad (2-15)$$

Des triangles semblables on déduit la valeur de  $x$ , d'où  $x = \frac{Mp_1}{2}$

$$Mp_1 + \frac{Mp_1}{2} = \frac{Pc_1 l_1^2}{4l_1}$$

La charge de ruine est égale donc à :

$$P_{c1} = \frac{6Mp_1}{l_1} \quad (2-16)$$

**Travées BC :**

Ce type de problème est similaire à celui de la poutre encastree à ses deux extremités, les rotules plastiques ne pouvant se former qu'au droit des sections critiques, c'est au niveau de l'application de la charge et au niveau des deux encastremets, figure (2.11).

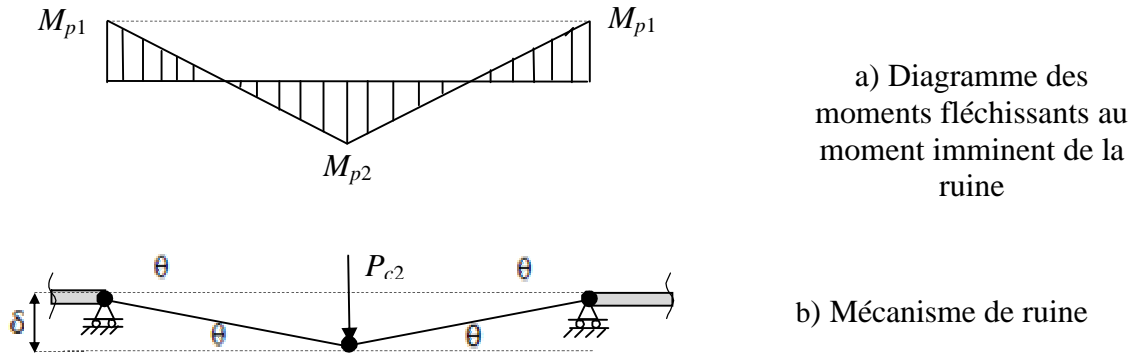


Figure.2-14 : Mécanisme de ruine pour la travée du milieu

On aura :

$$P_{c2} = \frac{4(Mp_1 + Mp_2)}{l_2} \quad (2.17)$$



Conclusion : la charge de ruine est égale au  $\min(P_{c1}, P_{c2})$  donc elle est fonction des valeurs des moments plastiques et des portées. Avec les valeurs littérales, il n'est pas possible de dire quelle est la travée critique.

## ii)- Principe des travaux virtuels

La charge de ruine de la poutre continue peut être déterminée par la méthode des travaux virtuels. La ruine de cette dernière peut se produire seulement par un des deux mécanismes représentés dans les figures. 2-13-b et 2-14-b, des deux travées AB ou CD et BC, la plus petite valeur des deux charges de ruine  $P_{c1}$  et  $P_{c2}$  de ces deux mécanismes est la vraie charge de ruine.

L'équation des travaux virtuels pour chacun des deux mécanismes nous permet d'écrire :

- Travées AB, CD :

$$P_{c1} \frac{l\theta}{2} = Mp(2\theta + \theta) \quad (2-18)$$

$$P_{c1} = \frac{6Mp}{l}$$

- Travées BC :

$$P_{c2} \frac{l\theta}{2} = Mp_1\theta + Mp_2 2\theta + Mp_1\theta$$

$$P_{c2} = \frac{4(Mp_1 + Mp_2)}{l} \quad (2-19)$$

Il est à noter qu'à chaque fois les deux méthodes donnent exactement la même expression pour les charges de ruine.

## 2-7 Détermination des charges de ruine et mécanisme de ruine d'un portique simple.

### 2-7-1 Introduction

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine d'un portique simple composé d'une travée et d'un niveau figure.2-15.

Ce portique est trois fois hyperstatique, il ne devient un mécanisme qu'après la formation de quatre rotules plastiques. A cet effet les charges de ruine et les mécanismes de ruine de ce portique sont déterminés par une série de combinaisons des mécanismes élémentaires et ce à cause de la complexité de ce dernier comparativement aux poutres doublement encastrees. Cette méthode est basée sur le principe des déplacements virtuels, elle consiste à combiner les

différents mécanismes élémentaires de ruine,  $m$ , ( $m = p - r$ , où  $p$  représente le nombre de sections critiques) jusqu'à l'obtention du plus petit facteur de charge,  $\lambda_c$ . Le mécanisme et la charge de ruine de chaque combinaison sont obtenus à partir de l'égalité du travail produit par les charges extérieures  $\sum F_i \delta$  et le travail produit par les efforts internes  $\sum M_p \theta$ . (ce travail est obtenu par rotation des différentes rotules plastiques).

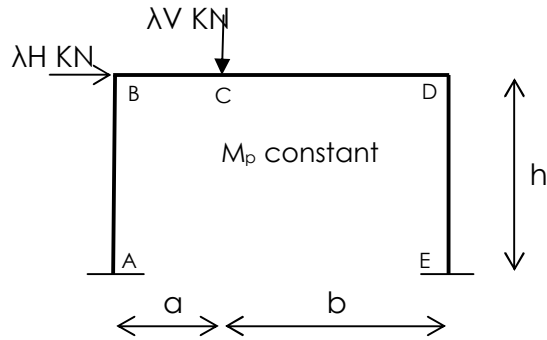


Figure.2-15 : Portique simple à une travée et un niveau

Les possibles déformées du portique sont représentées dans les figures 2-16 à 2-18 et dépendent essentiellement de la valeur des deux charges  $\lambda V$  et  $\lambda H$ . Le portique se transforme en un mécanisme de panneau ou « Sway mechanism » si la charge horizontale est prépondérante, si la charge verticale est prépondérante, il se produit un mécanisme de poutre ou "Beam mechanism" où un mécanisme combiné "Combined mechanism" avec la participation des deux charges.

La combinaison des charges verticales  $\lambda V$  et horizontales  $\lambda H$  provoque la formation de deux ( $m=p- r =5-3=2$ , où  $p$  représente le nombre de sections critiques) mécanismes élémentaires et un troisième avec la combinaison des deux.

**2-7-2 "Beam mechanism"**

Dans ce cas, la ruine de la structure est causée par la charge concentrée verticale  $\lambda V$ , le mécanisme et l'emplacement des rotules sont représentés dans la figure.2-16. Le schéma de calcul était celui d'une poutre encastree aux deux extrémités (les nœuds des portiques sont assimilés à des encastremets parfaits).

La géométrie de la structure nous permet d'écrire l'équation :

$$\delta = a\theta = b\varphi \quad \text{D'où} \quad \varphi = \frac{a}{b}\theta$$

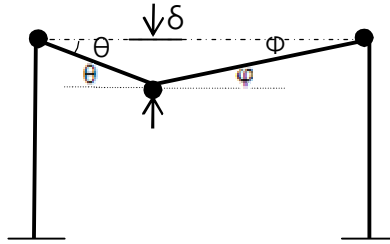


Figure.2-16 : « Beam mechanism »

La charge concentrée verticale provoque la formation des trois rotules plastiques, ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $\lambda V_c \cdot \delta$ , le travail interne est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles  $\sum M_p \cdot \theta_i$ .

$$\lambda V_c \delta = M_p \theta + M_p \phi + M_p (\theta + \phi) \tag{2-20}$$

$$\lambda V_c \cdot a \theta = M_p \theta + M_p \frac{a}{b} \theta + M_p (\theta + \frac{a}{b} \theta)$$

$$\lambda V_c = \left(\frac{2l}{ab}\right) M_p \tag{2-21}$$

Pour une charge unitaire de  $V=1\text{KN}$ ,  $a=5\text{m}$  et  $b=10\text{m}$

$$\lambda=60$$

### 2-7-3 "Sway mechanism"

L'effort horizontal  $\lambda H$  transforme la structure en un mécanisme de panneau ou étage ou "Sway mechanism", suite à la naissance de quatre rotules plastiques au droit des sections critiques figure.2-17. La géométrie de la structure permet d'écrire l'équation :

$$\Delta = h \theta$$

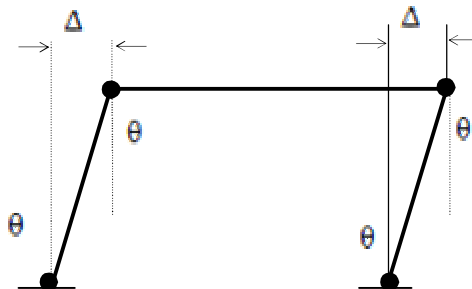


Figure.2-17 : « Sway mechanism »

Avec le même principe des déplacements virtuels, on peut calculer facilement le facteur de charge de ruine de ce mécanisme :

$$\lambda H_c \cdot \Delta = 4 M_p \cdot \theta \quad (2-22)$$

$$\lambda H_c \cdot h\theta = 4 M_p \cdot \theta$$

$$\lambda H_c = \frac{4}{h} M_p \quad (2-23)$$

Pour une charge unitaire de H=1KN, et h=5m

$$\lambda=80$$

### 2-7-4 "Combined mechanism"

Le mécanisme représenté dans la figure.2-18 produit par la combinaison des deux mécanismes élémentaires, ces dernières provoquent des déformations du portique dans les deux sens avec naissance de quatre rotules plastiques. le facteur de charge peut être calculé à partir :

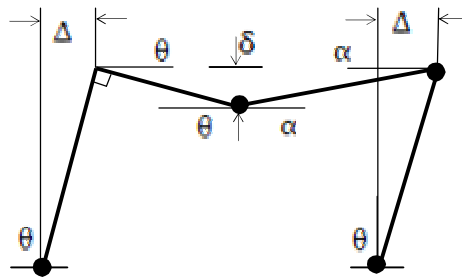


Figure.2-18: « Combined mechanism »

$$\lambda V_c \cdot \delta + \lambda H_c \cdot \Delta = \frac{2l}{ab} M_p \cdot \theta + \frac{4}{h} M_p \cdot \theta - M_p \cdot \theta - M_p \cdot \theta \quad (2-24)$$

« external Work ,beam mechanism »    « external Work ,sway mechanism »    « internal Work ,beam mechanism »    « Internal Work ,sway mechanism »    " internal Work ,at hinge which has disappeared "

$$\lambda V_c \cdot a \theta + \lambda H_c \cdot h \theta = \frac{2l}{ab} M_p \cdot \theta + 4\theta M_p - 2M_p \cdot \theta$$

$$\lambda V_c \cdot a + \lambda H_c \cdot h = \left(\frac{2l}{b} + 2\right) \cdot M_p \quad (2-25)$$

Pour H=V=1 KN, a=5m, b=10m et h=5m       $\lambda=50$

Il est constaté que ce mécanisme a la plus petite valeur du facteur de charge, donc  $\lambda_c = 50$  d'où le diagramme des moments fléchissants au moment de la ruine est le suivant :

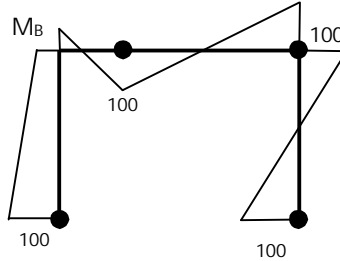


Figure.2-19 : Diagramme des moments fléchissants du portique simple au moment de la ruine

Pour calculer la valeur du moment au niveau de la section B, il faut utiliser le théorème du moment libre et de réaction :

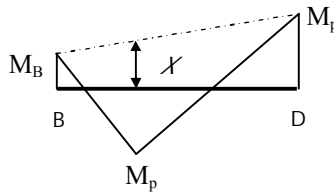


Figure.2-20 : diagramme des moments fléchissants poutre B-D

$$M_{\text{libre}} = \frac{V \cdot a \cdot b}{l} = Mp + x \quad (2-26)$$

D'où  $X = 66.67 \text{ KN.m}$

D'après le diagramme des moments fléchissants on a :

$$\frac{Mp - M_B}{15} = \frac{x - M_B}{5}$$

D'où  $M_B = 50 \text{ KN.m}$ , le diagramme des moments est comme suit :

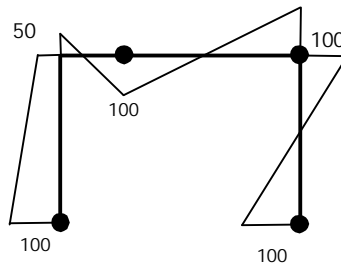


Figure.2-21 : Diagramme des moments fléchissants total du portique simple au moment de la ruine

Les trois conditions du vrai mécanisme, condition d'équilibre, d'écoulement et de mécanisme sont satisfaites.

### 2-7-5 Effets du rapport $\lambda V/\lambda H$

Le présent paragraphe a pour objet l'étude de l'influence du rapport entre la charge concentrée verticale,  $\lambda V$ , et la charge concentrée horizontale,  $\lambda H$ ,  $\alpha = \lambda V/\lambda H$ , sur la charge de ruine du portique simple à une travée et un niveau figure.2-22.

D'après le paragraphe précédent, on a trois types de mécanismes de ruine avec trois charges de ruine correspondantes du portique en question. En introduisant la relation linéaire entre ces deux charges,  $\lambda V = \alpha \cdot \lambda H$  dans les relations caractérisant chaque mécanisme et ce pour les données suivantes :

$$a=5\text{m}$$

$$b=10\text{m}$$

$$h=5\text{m}$$

$$\text{Pour le « beam mechanism » ou mécanisme I on a :} \quad \lambda H = \frac{3}{5\alpha} M_p \quad (2-27)$$

$$\text{Pour le « sway mechanism » ou mécanisme II on a :} \quad \lambda H = \frac{4}{5} M_p \quad (2-28)$$

$$\text{Pour le « combined mechanism » ou mécanisme III on a :} \quad \lambda H = \frac{M_p}{1+\alpha} \quad (2-29)$$

Pour une valeur unitaire du moment plastique  $M_p = 1\text{KN.m}$ , on peut construire les courbes traduisant la relation entre la charge de ruine horizontale et le rapport  $\alpha$  et ce pour chaque

mécanisme de ruine. On peut constater que pour chaque valeur de  $\alpha$  trois valeurs différentes de charge de ruine chacune correspondant à l'un des mécanismes de ruine.

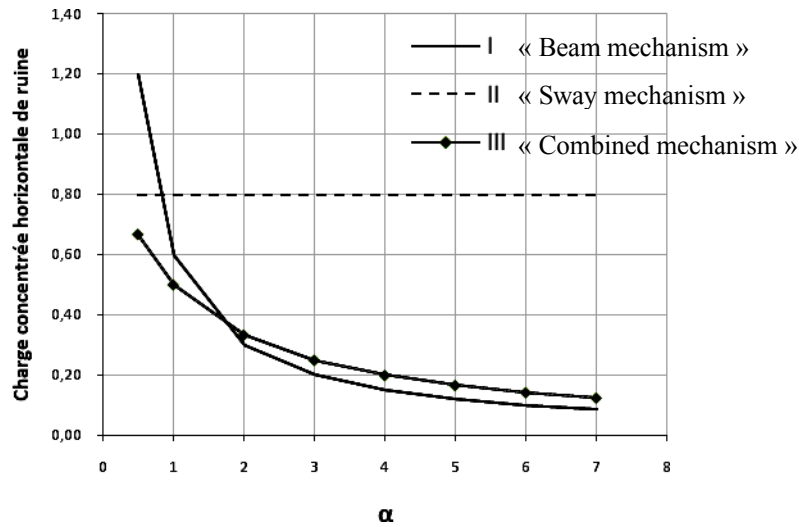


Figure.2-22 : Relation entre la charge de ruine horizontale et le rapport  $\alpha$

### 2-7-6 Construction des diagrammes d'interaction

Afin d'illustrer le comportement du portique représenté dans la figure.2-15 vis-à-vis des combinaisons de charges horizontales et verticales, il est nécessaire de représenter la relation entre ces deux charges par un diagramme d'interaction figure.2-23. Il s'agit de la relation entre les deux charges de ruine représentée dans le système de coordonnées  $(\lambda V, \lambda H)$ . ce diagramme permet de déterminer le type de mécanisme de ruine et la charge de ruine correspondante .

$$a=5m$$

$$b=10m$$

$$h=5m$$

$$M_p=100KN.M$$

- "Beam mechanism" ( I ) pour :  $\lambda V_c=60 \text{ KN}$  et  $\lambda H \in [0, 40]$
- "Sway mechanism" ( II ) pour :  $\lambda H_c = 80 \text{ KN}$  et  $\lambda V \in [0, 20]$
- "Combined mechanism" ( III ) pour :  $\lambda V + \lambda H = M_p$   
Avec  $\lambda H \in [40, 80]$   
Avec  $\lambda V \in [20, 60]$

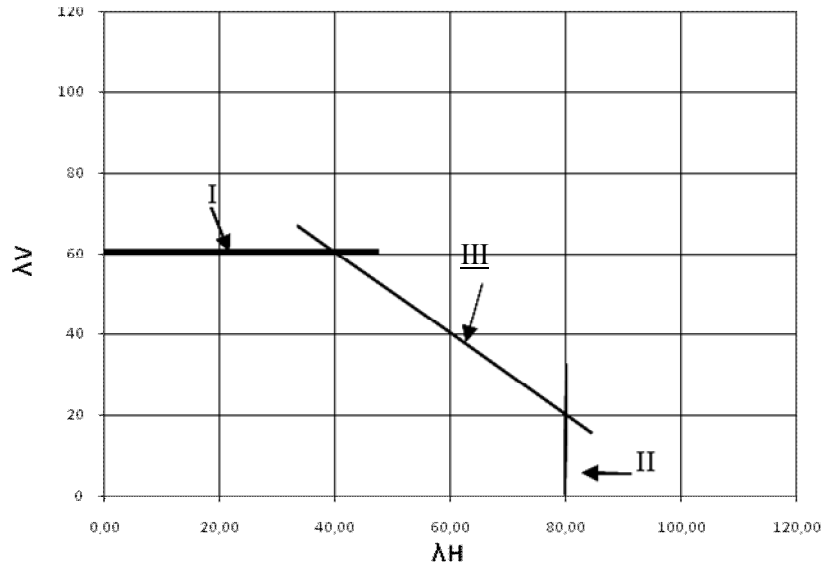


Figure.2-23 : Diagramme d'interaction du portique simple.

## 2-8 Détermination des charges de ruine et mécanismes de ruine d'une structure multi-étagée multi-travée

### 2-8-1 Introduction

Quand la structure devient multi-étagée multi-travée son traitement devient quasiment impossible manuellement et l'analyse limite devient incontournable.

### 2-8-2 Analyse limite

Il y'a des programmes disponibles qui suivront la formation des rotules plastiques et calculent la charge de ruine ou le facteur de charge de ruine pour une telle structure. Surtout si cette dernière dépasse un niveau et une travée.

Cependant, une méthode manuelle est également disponible, et il n'est pas difficile de l'employer et d'avoir une idée précise sur son mode de déformation au moment de la ruine. Elle est présentée en ci après, de manière assez précise. La limitation principale de la dite méthode est que le chargement doit être proportionnel, de sorte que les intensités relatives des différentes charges demeurent constantes et l'intensité absolue est définie par un facteur de charge,  $\lambda$ . Un calcul séparé peut être effectué pour chaque combinaison de charges.



Le principal objectif de la méthode est la détermination du facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , ou à la limite la détermination du plus petit intervalle possible englobant cette valeur.

Les étapes principales à suivre dans l'analyse sont données chronologiquement ci après:

i) Identifier les mécanismes élémentaires et les équations de travail correspondantes, et déterminer pour chacun de ces mécanismes le facteur de charge de ruine correspondant.

ii) Entamer l'opération de combinaison entre les différents mécanismes élémentaires en commençant par celui qui aura donné la plus petite valeur de  $\lambda$ , combiner les mécanismes pour éliminer les rotules plastiques en maintenant localement la géométrie originale de la structure (garder les membres droits ou les joints perpendiculaires, par exemple). Trouver le facteur de charge de chaque mécanisme combiné.

iii) Le plus petit facteur de charge est le plus proche du facteur de charge de ruine de la structure (conformément au théorème de la limite supérieure).

iv) Etablir le mécanisme en trouvant le diagramme des moments fléchissants correspondant. Si le diagramme des moments fléchissants satisfait les conditions d'écoulement, de mécanisme et d'équilibre, le mécanisme est le vrai mécanisme de ruine de la structure. Le facteur de charge est égal au facteur de charge de ruine. Au cas où ce diagramme fait ressortir des moments supérieurs aux moments plastiques correspondants alors la condition d'écoulement n'est pas satisfaites et le mécanisme n'est pas le vrai et le facteur de charge  $\lambda_u$  est plus grand que le facteur de charge de ruine  $\lambda_c$ .

v) À cet instant il faut ramener le plus grand moment fléchissant au niveau du moment plastique correspondant. Cette réduction menée de manière proportionnelle va entraîner une diminution de rotules plastiques ( $M < M_p$ ) et de ce fait la valeur de  $\lambda$  est une limite inférieure  $\lambda_l$  (conformément au théorème de la limite inférieure).

vi) La vraie valeur du facteur de charge de ruine  $\lambda_c$  est ainsi cernée entre  $\lambda_l$  et  $\lambda_u$ , de sorte que :

$$\lambda_l \leq \lambda_c \leq \lambda_u$$

La procédure s'avère être laborieuse et la détermination de,  $\lambda_c$ , est, dans la plupart des cas, donnée par un intervalle et le vrai mécanisme de ruine ne peut être obtenu car les trois conditions ne peuvent être satisfaites simultanément. Pour  $\lambda = \lambda_u$  la condition d'écoulement n'est pas satisfaite alors que pour  $\lambda = \lambda_l$  la condition de mécanisme n'est pas satisfaite [8].

### **2-8-3 Méthode « pas à pas »**

Elle consiste à analyser et réanalyser la structure statiquement étape par étape jusqu'à l'obtention de la  $(r+1)$ nième rotule plastique. La dernière étape donne forcément le mécanisme de ruine de cette structure.

Ce mécanisme doit satisfaire théoriquement les trois conditions fondamentales de l'analyse plastique des structures, à savoir la condition d'écoulement, de mécanisme, et d'équilibre simultanément. Les détails sur la procédure de détermination du vrai mécanisme de ruine et charge de ruine sont données dans le chapitre prochain.

### **2-8-4 Méthode « pushover »**

#### **2-8-4-1 Introduction**

Une évaluation fiable du comportement d'une structure ou d'un portique multi travée et multi étagé face à un tremblement de terre, en terme de dommages, requiert un outil permettant une analyse des structures au delà du domaine élastique.

La méthode d'analyse de type « pushover », représente une nouvelle approche d'estimation de dommages (structurels et non structurels), incluant notamment les effets du comportement post-élastique.

#### **2-8-4-2 Définition de l'analyse « pushover »**

L'analyse « pushover » est une procédure statique non linéaire dans laquelle la structure subit des charges latérales suivant un certain modèle en augmentant l'intensité des charges jusqu'à ce que les modes de ruine commencent à apparaître dans la structure.

Elle est aussi applicable dans le cas des charges verticales et horizontales et non seulement pour le cas des charges latérales (les développements sont donnés dans le chapitre 3).

## 2-9 Synthèse

La méthode utilisant le théorème du moment libre et moments de réaction est utilisée pour des éléments structuraux simples (poutre simplement appuyée, console retenue, poutre continue,...) et elle peut être exploitée pour la détermination des moment inconnus dans un portique où le nombre de sections critiques est supérieur au nombre de rotules nécessaires pour sa transformation en un mécanisme.

La construction de diagrammes d'interaction où les équations sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels est possible pour des portiques à un niveau et une travée.

Quand la structure devient multi-étagée multi-travée, les méthodes citées ci-dessus sont dépassées et le seul recours théorique est l'utilisation de l'analyse limite (essayer de cerner  $\lambda_c$  dans le plus petit intervalle possible) car la détermination du vrai mécanisme de ruine se fait par une série de combinaison de mécanismes élémentaires, cette manière de procéder est longue, laborieuse et elle est souvent infructueuse (risques d'erreurs et nécessite une concentration accrue pour que les différentes déformations restent compatibles).

Le seul moyen de contourner ces difficultés est l'utilisation et l'exploitation de logiciels avec un suivi séquentiel du développement des rotules.

La méthode « pas à pas » a ses limites car une partie du travail devrait se faire manuellement alors que la méthode « pushover » prend en charge le phénomène de redistribution des moments et la détermination des différentes valeurs du facteur de charge est assurée sans risque d'erreurs.

## 2-10 Choix du portique témoin

Concernant le choix du portique témoin il a été jugé utile de prendre le plus simple portique possible après celui du « single bay single storey » et du « single bay double storey » en rajoutant une travée à ce dernier. Le « single bay double storey » a fait l'objet d'une thèse de magister [1].

## **CHAPITRE 3**

### **PRESENTATION ET DISCUSSION DES MECANISMES ET CHARGES DE RUINE DU PORTIQUE TEMOIN PAR DEUX METHODES**

**3- PRESENTATION ET DISCUSSION DES MECANISMES ET CHARGES DE RUINE DU PORTIQUE TEMOIN PAR DEUX METHODES**

**3-1 Caractéristiques du portique témoin**

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du portique témoin et les points d'application des charges concentrées verticales,  $\lambda V$ , et horizontales,  $\lambda H$ , sont représentés dans la figure.3-1-a :

$l = 10m$

$l' = 12m$

$h = 7m$

$M_p = 150kN.m$

$r = 9$

$p = 16$  (numérotées de 1 à 16 figure.3-1.b)

$m = p - r = 7$

Le nombre de rotules nécessaires pour avoir un mécanisme de ruine  $n = r + 1 = 10$

Le portique en question comprend trois encastremets, A et F et H, deux joints, B et E (rencontre de plus de deux éléments), et trois nœuds C et D et G (rencontre de deux éléments).

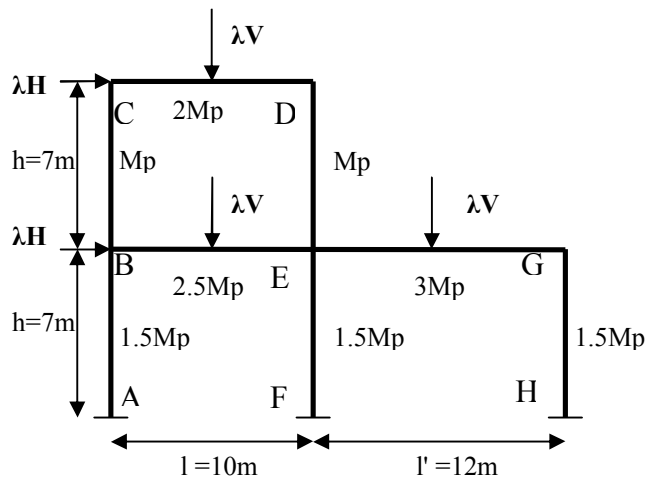


Figure.a : dimensions et chargement

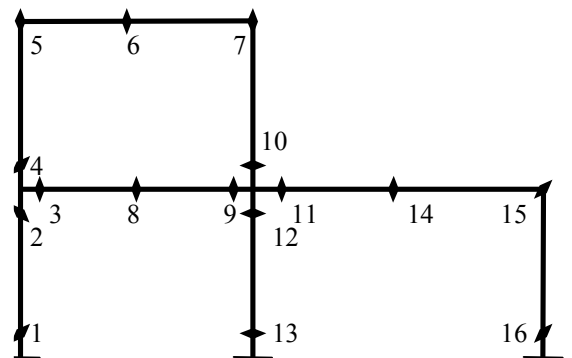


Figure.b : position des sections critiques

Figure 3-1 : portique témoin.

### 3-2 Processus de détermination du mécanisme de ruine

#### 3-2-1 Processus de détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pas à pas »

La méthode utilisée dans ce processus de détermination du vrai mécanisme de ruine ainsi que les charges de ruine du portique témoin est une méthode statique appelée « pas à pas ».

En premier lieu, le portique est analysé sous l'action des charges unitaires  $V=H=1\text{KN}$ . La première rotule plastique se forme au niveau de la section critique qui aura le plus grand moment,  $M_{\max 11}$ , du diagramme des moments fléchissants obtenus. Le facteur de charge de cette étape  $\lambda_1 = M_{pc}/M_{\max 11}$ , figure 4-2 étape N°1. Le portique est ré-analysé sous chargement unitaire figure 3-2 étape N°2 avec une rotule mécanique ( $M=0$ ) au droit de la rotule physique ( $M = M_p$ ), la nouvelle valeur du facteur de charge  $\lambda_2$  de la deuxième étape est obtenue en superposant les deux diagrammes des moments fléchissants du portique originel et le portique avec la rotule mécanique figure 3-2,  $\lambda_2 = \lambda_1 + (M_{pc} - \lambda_1(M_{\max})_{12}) / M_{\max 21}$ , le même processus est utilisé pour les autres étapes avec la vérification des conditions d'équilibre et d'écoulement pour chaque étape jusqu'à l'obtention de  $n$  rotules plastiques ( $n = r+1$ ) au moment de la ruine totale du portique. Le facteur de charge pour lequel la structure se transforme en un mécanisme est appelé le facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ .

	Portique sous charges Unitaires (kN)	Diagramme des moments fléchissants sous charges Unitaires (kN.m)	Diagramme des moments résultants (kN.m)
Etape N°1		<p> <math>\lambda_1 = M_{pc} / (M_{max})_{11}</math>  <math>= 150 / 2.92 = 51.37</math> </p>	<p>● Rotule plastique</p>
Etape N°2	<p>○ : Rotule mécanique</p> <p>Portique originel avec rotule mécanique sous charges Unitaires (kN)</p>	<p> <math>\lambda_2 = \lambda_1 + (M_{pc} - \lambda_1 (M_{max})_{12}) / (M_{max})_{21}</math>  <math>= 51.37 + (150 - 120.21) / 3.08</math>  <math>\lambda_2 = 51.37 + 9.67 = 61.04</math> </p>	

$(M_{max})_{11}$  : moment fléchissant maximum de l'étape 1

$(M_{max})_{12}$  : moment fléchissant maximum de l'étape 2

$(M_{max})_{21}$  : moment résultant maximum de l'étape 1

<p>Etape N°3</p>		<p> <math>\lambda_3 = \lambda_2 + (225 - 207.48) / 3.53 =</math>  <math>\lambda_3 = 61.04 + 4.96 = 66.00</math> </p>	
<p>Etape N°4</p>		<p> <math>\lambda_4 = \lambda_3 + (225 - 193.98) / 5.01 =</math>  <math>\lambda_4 = 66 + 6.19 = 72.19</math> </p>	
<p>Etape N°5</p>		<p> <math>\lambda_5 = \lambda_4 + (225 - 201.41) / 3.10 =</math>  <math>\lambda_5 = 72.19 + 7.86 = 80.05</math> </p>	



<p>Etape N°6</p>		<p> <math>\lambda_6 = \lambda_5 + (225 - 217.21) / 7.15</math>  <math>\lambda_6 = 80.05 + 1.09 = 81.14</math> </p>	
<p>Etape N°7</p>		<p> <math>\lambda_7 = \lambda_6 + (150 - 144) / 3.36</math>  <math>\lambda_7 = 81.14 + 1.79 = 82.93</math> </p>	
<p>Etape N°8</p>		<p> <math>\lambda_8 = \lambda_7 + (150 - 130.5) / 7</math>  <math>\lambda_8 = 82.93 + 2.79 = 85.72</math> </p>	<p> <math>\lambda_c = 85.72</math> </p>

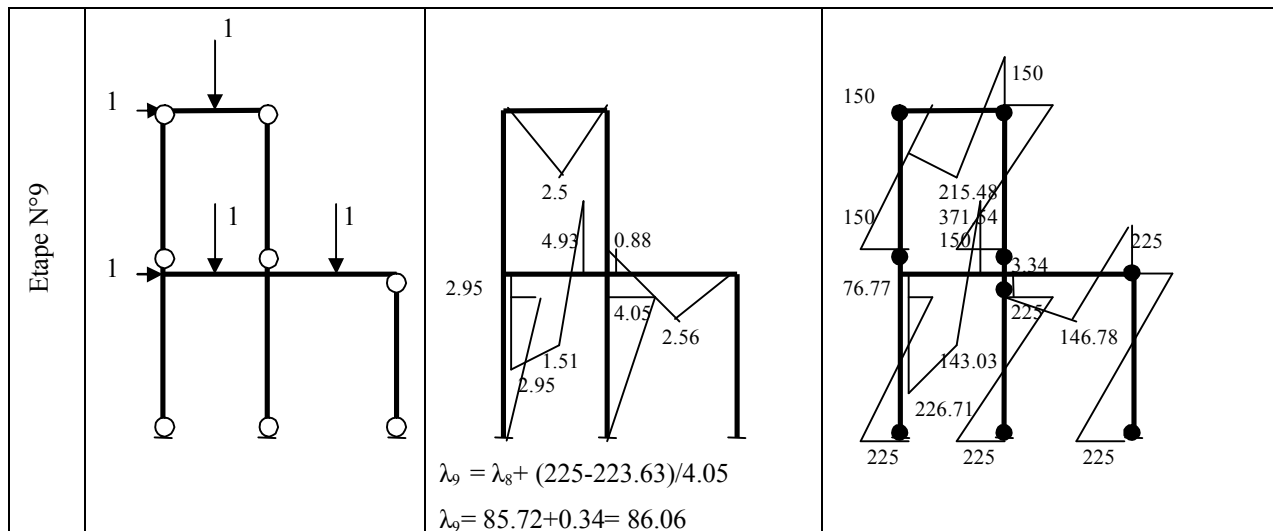


Figure.3-2 : détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pas à pas » du portique témoin

La poursuite du processus au-delà de l'étape N°9 figure.3-3 conduit à analyser le portique originel avec neuf rotules mécaniques au droit des sections où se sont formées les neuf rotules physiques (fin de l'étape N°9) conduit à une situation où la condition d'équilibre n'est pas vérifiée au niveau du joint E.

Cette situation conduit à la formulation des remarques suivantes :

- Formation de la  $(r + 1)^{me}$  rotule n'a pas lieu (condition de mécanisme non satisfaite).
- Les conditions d'équilibre et d'écoulement étant satisfaites respectivement pour l'ensemble des jonctions et des sections.

A partir de ce moment, la conclusion principale à tirer est que :

Dés qu'une des conditions (équilibre, écoulement et mécanisme) n'est pas satisfaite, en l'occurrence, la condition d'équilibre, dans ce cas, le processus est condamné à s'arrêter quelque soit le nombre de rotules plastiques développées .cette situation est en fait expliquée par le développement d'un mécanisme élémentaire (top storey sway mechanism pour le cas de la figure.3-2) ou le développement d'une ruine partielle.

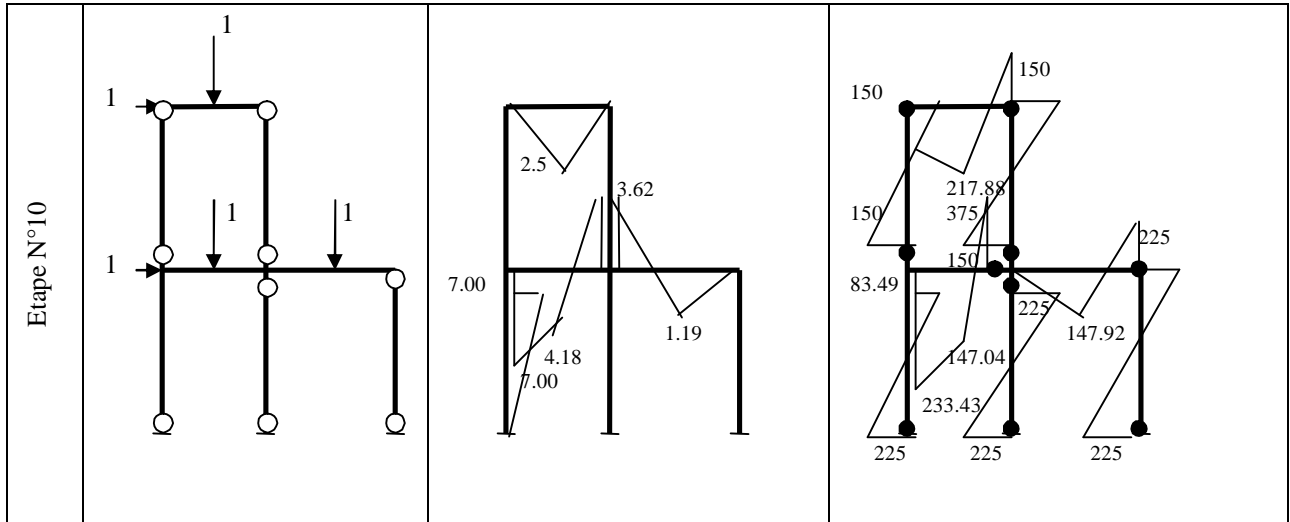
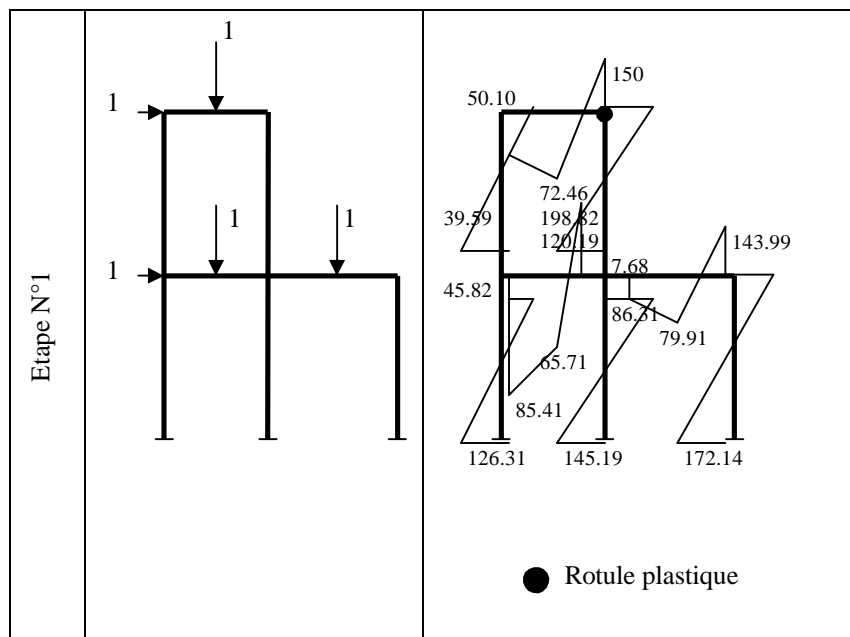


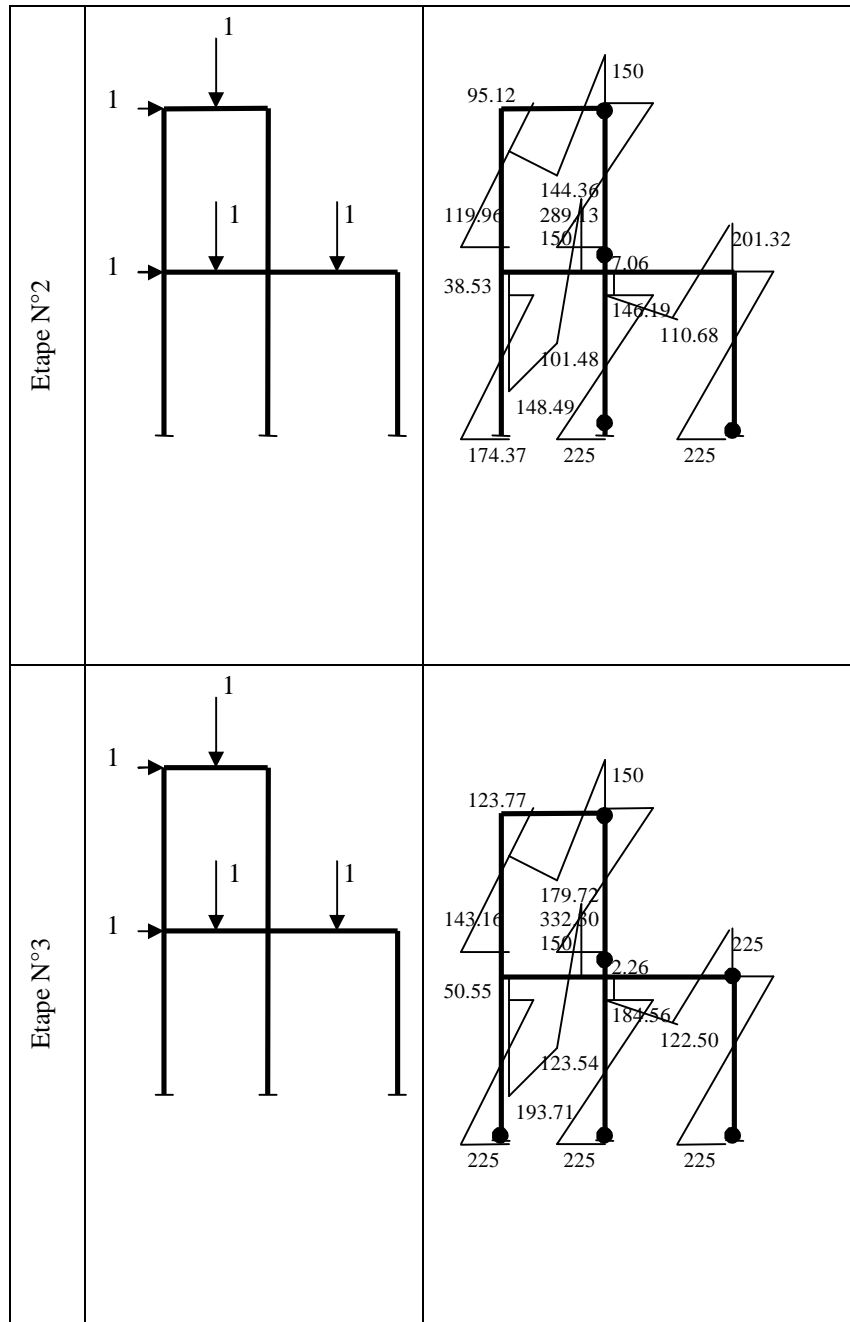
Figure.3-3 : Analyse Du Portique Témoin Après Le Développement D'un Mécanisme Élémentaire

### 3-2-2 Processus de détermination du mécanisme de ruine par la méthode

#### « Pushover »

Cette méthode donne directement les étapes de formation des rotules plastiques jusqu' à la ruine ainsi que le facteur de charge de ruine en utilisant carrément le logiciel SAP2000.





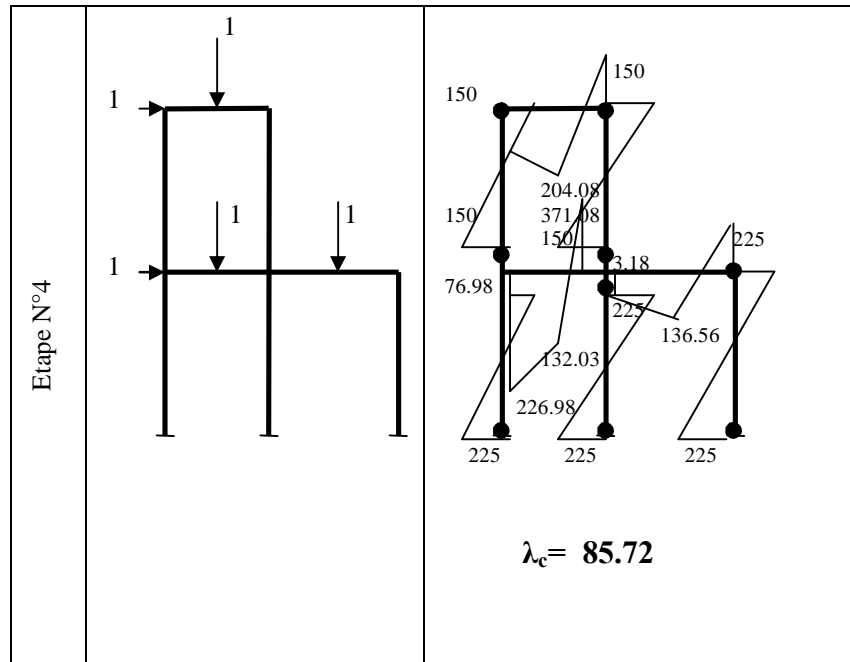


Figure.3-4 :Détermination du mécanisme de ruine par la méthode « pushover » du portique témoin

### 3-2-3 Principales constatations

L'analyse plastique de ce portique par les deux méthodes a montré que :

- Les deux méthodes ont donné les mêmes modes de ruine et charges de ruine.
- Il y'a une légère différence au niveau des valeurs des moments résultants.
- La méthode « pas à pas » est très lourde et prend beaucoup de temps par rapport à la méthode « pushover », pour cela il a été jugé nécessaire d'utiliser cette dernière dans l'analyse du portique témoin avec les différents paramètres dans les prochains chapitres.

### 3-3 Phénomène de Redistribution des Moments dans le portique témoin

Le phénomène de redistribution des moments fléchissants commence immédiatement après la formation de la première rotule et il est illustré dans le tableau 3-1.

Il est évident qu'une section ayant atteint la valeur de  $M_p$  ne peut en aucun cas avoir un moment supérieur à  $M_p$  pour la suite de la réanalyse de la structure avec la rotule physique devenant une rotule mécanique. De ce fait, il est observé un phénomène de redistribution des moments fléchissants et sa quantification est donnée dans le tableau 4-1. Pour le cas présent, ce phénomène de redistribution est à chaque fois amplifié et une section en l'occurrence la section critique N°5 où le moment était égal à  $M_p/3$  atteindra à la fin du processus et la création du mécanisme de ruine la valeur de  $M_p$  soit une augmentation de près de 300%.

N° Section	M <sub>ij</sub> (KN.m)	Etage N°1		Etage N°2		Etage N°3		Etage N°4		Etage N°5		Etage N°6		Etage N°7		Etage N°8		Etage N°9	
		M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>	M <sub>r</sub>	M <sub>r</sub> /M <sub>ij</sub>
7	150	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00
10	150	120,21	0,80	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00	150	1,00
16	225	172,09	0,76	207,48	0,92	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00
13	225	144,86	0,64	174,74	0,78	193,98	0,86	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00
15	225	143,84	0,64	172,95	0,77	186,49	0,83	201,41	0,90	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00
1	225	126,37	0,56	148,71	0,66	157,04	0,70	174,37	0,77	217,21	0,97	225	1,00	225	1,00	225	1,00	225	1,00
12	225	86,3	0,38	103,71	0,46	120,57	0,54	146,57	0,65	180,45	0,80	185,34	0,82	201,56	0,90	223,63	0,99	225	1,00
5	150	49,83	0,33	63,85	0,43	77,44	0,52	95,08	0,63	120,31	0,80	123,98	0,83	130,5	0,87	150	1,00	150	1,00
4	150	39,55	0,26	63,43	0,42	84,56	0,56	110,25	0,74	140,04	0,93	144	0,96	150	1,00	150	1,00	150	1,00

Tableau 3.1 Redistribution des moments dans le portique témoin

## **CHAPITRE 4**

**MECANISMES DE RUINE POUR LE  
PORTIQUE TEMOIN EN FONCTION DE  
? POUR TROIS SIMULATIONS DES  
CHARGES VERTICALES**

## 4- MECANISMES DE RUINE POUR LE PORTIQUE TEMOIN EN FONCTION DE $\alpha$ POUR TROIS SIMULATIONS DES CHARGES VERTICALES

### 4-1 Introduction

Les mécanismes de ruine ainsi que les charges de ruine des structures multi-étagées dépendent d'une multitude de paramètres (les dimensions en plan et en élévation de la structure, les caractéristiques géométriques et mécaniques des matériaux mis en œuvre, la nature du chargement, la simulation des charges réparties uniformément ...) [9]. Le même processus décrit dans le chapitre précédent (chap.3) a été utilisé pour étudier l'effet de quelques paramètres sur le comportement du portique témoin en utilisant la méthode « Pushover » jusqu'à l'obtention du vrai mécanisme de ruine et les charges de ruine correspondantes. la vérification des conditions du vrai mécanisme est indispensable pour chaque étape.

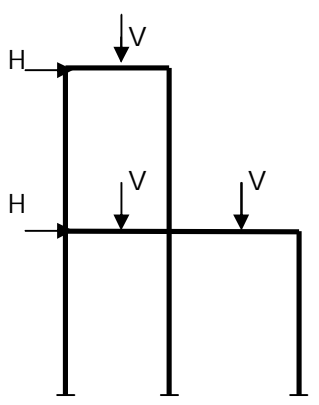
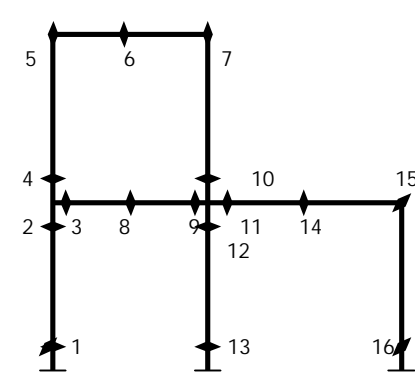
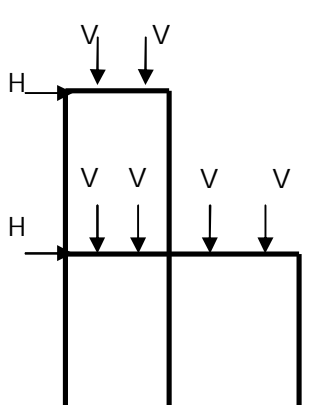
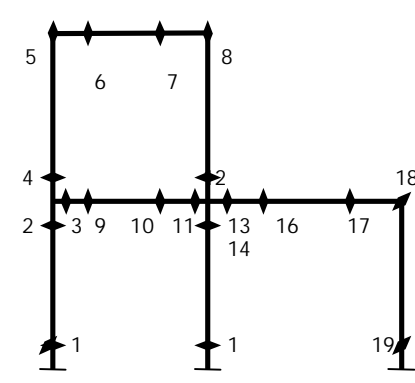
Dans le présent travail, plusieurs tentatives ont été réalisées. En premier lieu, l'étude de l'effet du chargement vertical sur le portique (charges concentrées verticales sur les poutres) s'est avérée infructueuse car la simulation des charges réparties uniformément (c'est le cas courant) ne peut être faite que par une série des charges concentrées verticales. Ces charges sont représentées premièrement par une seule charge concentrée verticale au milieu des trois poutres ensuite par deux charges concentrées et enfin par trois charges concentrées verticales et ce pour différentes valeurs du rapport  $\alpha = V/H$ .

Le présent paragraphe a pour objet de déterminer les mécanismes de ruine du portique témoin soumis à une combinaison de charges concentrées verticales et horizontales linéairement dépendantes,  $\lambda V$  et  $\lambda H$  avec  $\alpha = V/H$ . Avec l'ensemble des ses sections critiques de chaque combinaison représentées dans la figure.4-1. les mécanismes de ruine sont déterminés en fonction de  $\alpha$  avec un pas de 0.1 pour  $\alpha$  inférieur à 1, et 1 pour  $\alpha$  supérieur à 1. Le présent choix a été adopté afin de mettre en exergue l'effet des charges horizontales  $V/H < 1$  et celui des charges verticales  $V/H > 1$ , cet intervalle représentant des combinaisons courantes et pratiques.

Le travail a été accompli pour des valeurs des charges concentrées verticales représentées par les trois combinaisons suivantes :

- la première combinaison pour une seule charge concentrée verticale.
- la deuxième combinaison pour deux charges concentrées verticales.
- la troisième combinaison pour trois charges concentrées verticales.



 <p>V=10 à 150KN et H=10KN pas de ?=1              V=1 à 9KN et H=10KN pas de ?=0.1              où ?= V/H</p>	 <p>16 sections critiques</p>
 <p>V=10 à 150KN et H=10KN pas de ?=1              V=1 à 9KN et H=10KN pas de ?=0.1</p>	 <p>19 sections critiques</p>

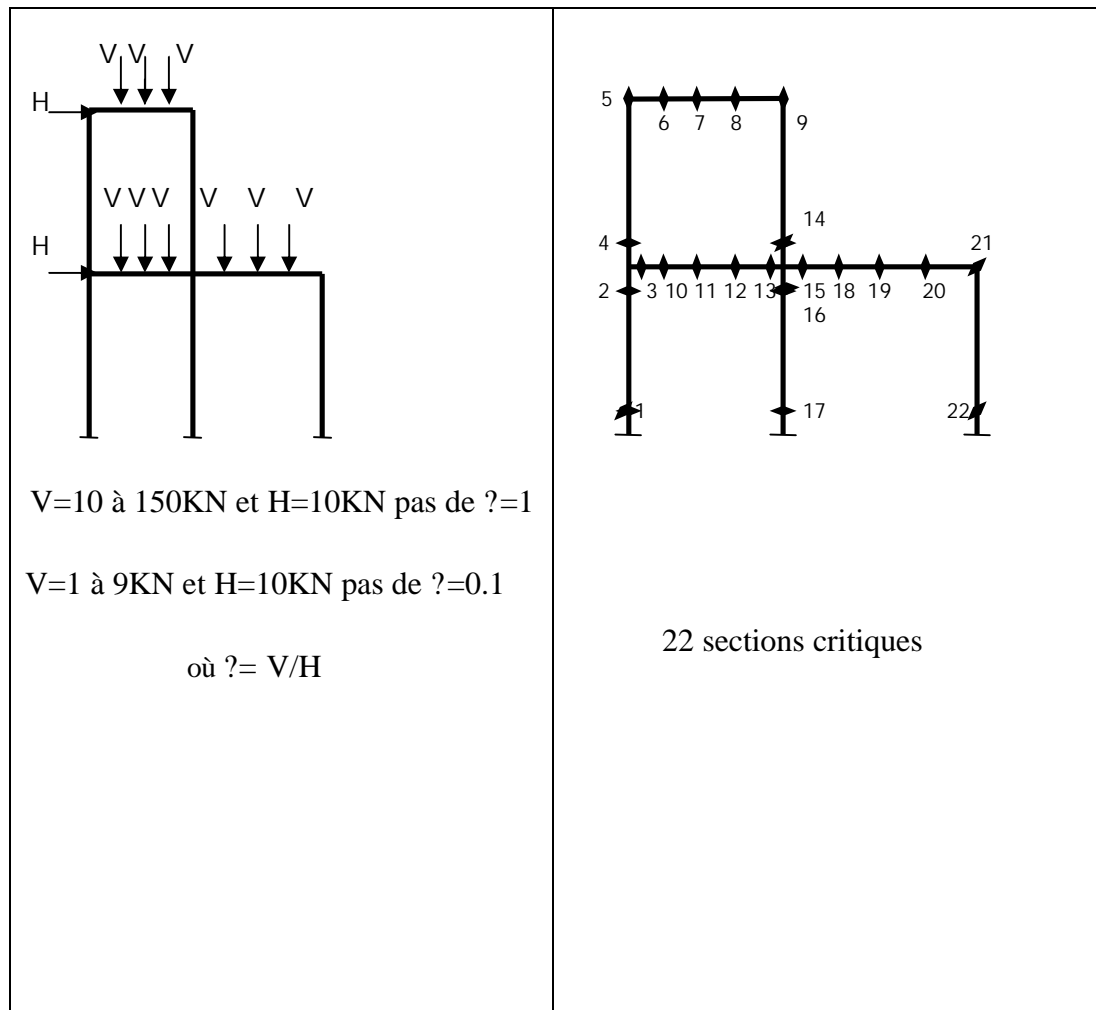


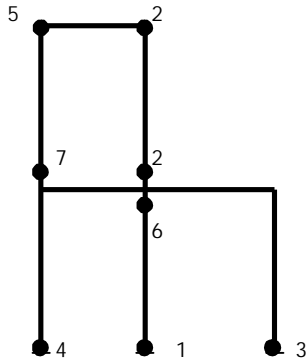
Figure.4-1 : Disposition des charges appliquées et positionnement des sections critiques

Il a été jugé nécessaire et pratique de ne représenter les portiques avec les différentes rotules plastiques qu'à chaque changement de l'ordre d'apparition des rotules figures 4-2 à 4-4, et ce pour les valeurs ou les intervalles appropriés de  $\gamma$  (à titre d'exemple figure 4-2.a et figure.4-2.b).

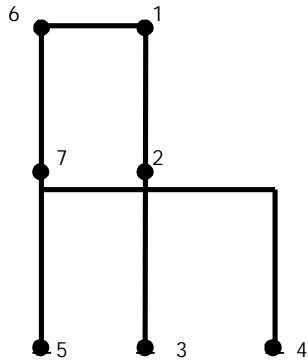
## 4-2 Mécanismes de ruine pour la première combinaison

### 4-2-1 Présentation des mécanismes

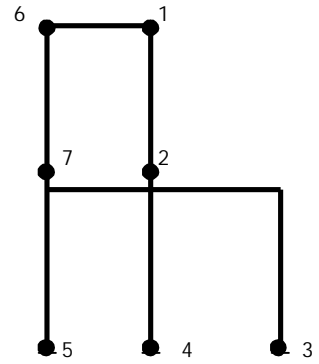
Une série de combinaisons de charges concentrées verticales et horizontales a été réalisée en fonction de  $\gamma$ , pour une seule charge concentrée verticale sur les trois poutres, les mécanismes de ruine obtenus sont représentés sur la figure.4-2 avec l'emplacement et l'ordre de formation des rotules plastiques sur le portique témoin.



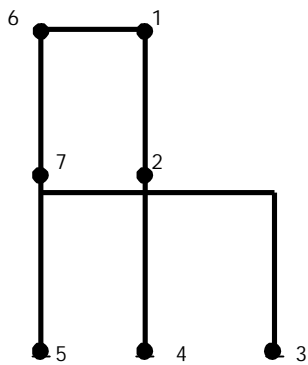
a- mécanisme de ruine pour ? = 0.1



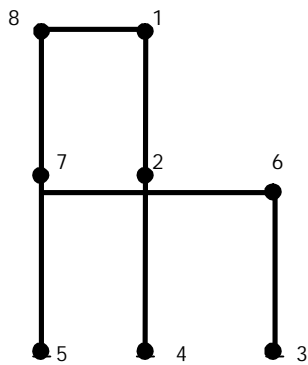
b- mécanisme de ruine pour ? = 0.2



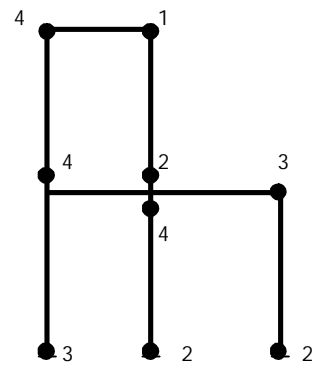
c- mécanisme de ruine pour ? = 0.3, 0.4 et 0.5



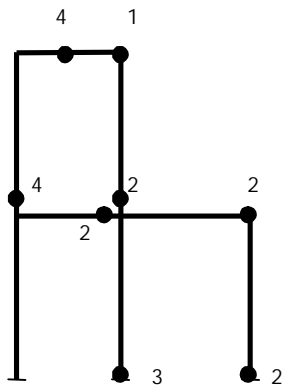
d- mécanisme de ruine pour ? = 0.6



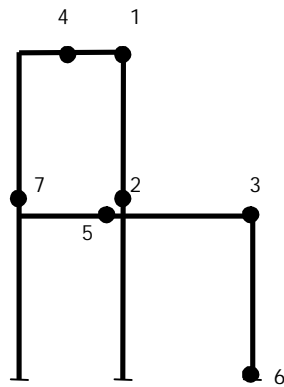
e- mécanisme de ruine pour ? = 0.7, 0.8 et 0.9



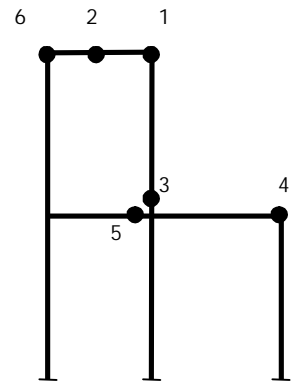
f- mécanisme de ruine pour ? = 1



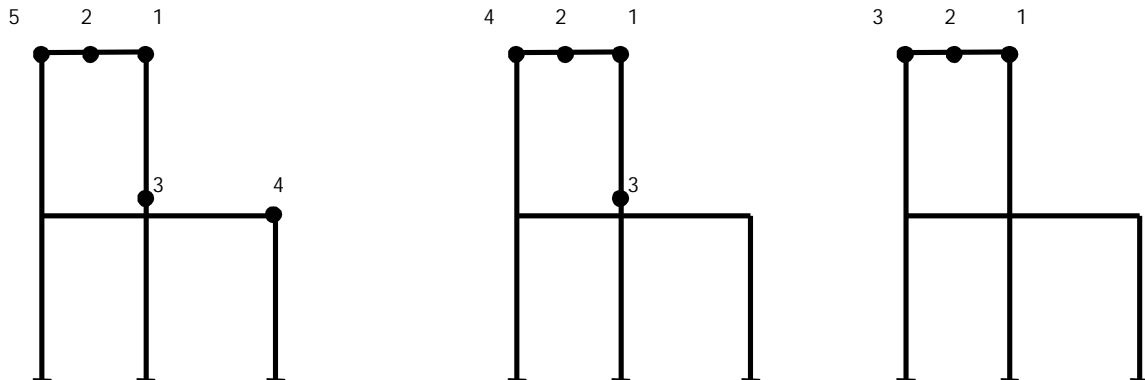
g- mécanisme de ruine pour ? = 2



h- mécanisme de ruine pour ? = 3 et 4



i- mécanisme de ruine pour ? = 5, 6 et 7



*j- mécanisme de ruine pour  $\gamma=8$*

*k- mécanisme de ruine pour  $\gamma=9$*

*l- mécanisme de ruine pour  $\gamma=10, 11, 12, 13, 14$  et  $15$*

Figure.4-2 : Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de  $\gamma$  pour la première combinaison

#### 4-2-2 Principales constatations

L'analyse du portique pour la première combinaison avec une seule charge concentrée verticale appliquée au milieu des trois travées des poutres et en faisant varier le rapport  $\gamma = V/H$  révèle les faits saillants suivants :

- le rapport  $\gamma$  est très important quant à la nature du mécanisme développé et le nombre de rotules formées au moment de la ruine.
- Le nombre théorique de rotules nécessaires pour la transformation de la structure témoin en question en un mécanisme est de  $n = r+1 = 10$ . Ce qui est, en fait, la condition de mécanisme conformément aux théorèmes de la plasticité. cette dernière n'est pas satisfaite pour l'ensemble des valeurs de  $\gamma$ .
- Pour des valeurs de  $\gamma$  supérieures à 1 et inférieures à 5, le nombre de rotules plastiques est entre sept huit et neuf, développées au niveau des sections critiques 1, 4,5,6,7,10,12,13,16 mais pas dans le même ordre. Le mécanisme élémentaire observé dans ce cas est un « top storey sway mechanism ».
- Pour  $\gamma = 2$  le mécanisme élémentaire se forme avec la naissance de la huitième rotule et est un « top combined mechanism ».
- Pour des valeurs de  $\gamma$  comprises entre 3 et 4 le mécanisme élémentaire se forme avec la naissance de la septième rotule et est un « top combined mechanism ».

- Pour  $\lambda \geq 5$  les valeurs des charges concentrées verticales,  $V$ , sont nettement supérieures aux charges concentrées horizontales,  $H$ , les poutres sont les éléments les plus fragilisés et le mécanisme développé est un « top beam mechanism » puisque cette poutre a le faible moment plastique par rapport aux autres.

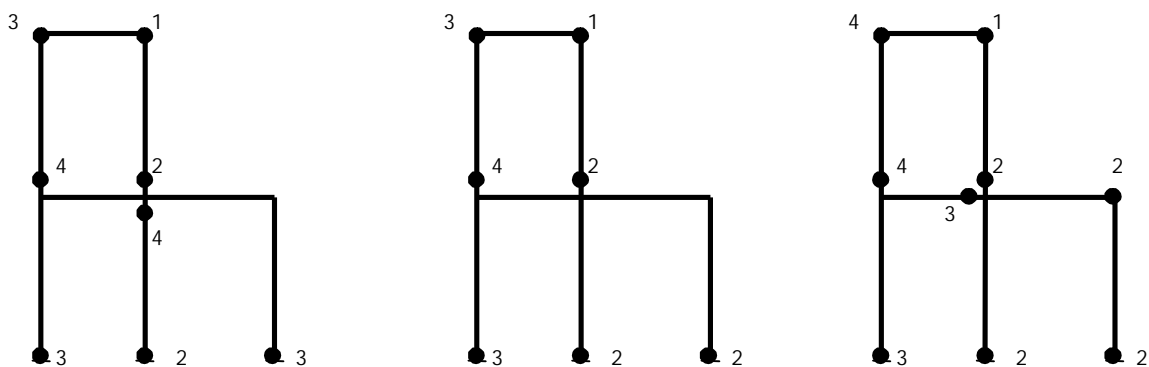
#### 4-2-3 Synthèse

- pour de faibles valeurs de  $\lambda$ ,  $\lambda < 1$  la charge concentrée horizontale,  $H$ , est prépondérante et des « top sway mechanism » sont observés.
- un « combined mechanism » est produit pour  $2 < \lambda < 4$ , bien que l'ordre de formation des rotules est différent.
- pour des valeurs de  $\lambda > 5$  les charges verticales sont prépondérantes, et elles produisent les « beam mechanism » avec un « right joint rotation », et plus particulièrement, « top beam mechanism ». La valeur de  $\lambda = 8$  pouvant être considérée comme valeur frontière. Pour  $10 < \lambda < 15$  le mécanisme de ruine du portique témoin est carrément « top beam mechanism ».

### 4-3 Mécanismes de ruine pour la deuxième combinaison

#### 4-3-1 Présentation des mécanismes

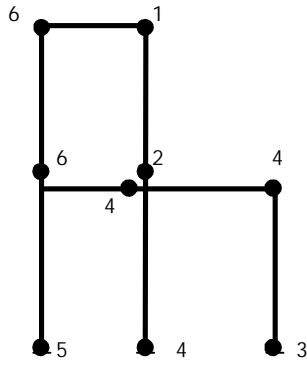
Le portique témoin a été ré-analysé de la même manière qu'avec la première combinaison, les poutres sont soumises à deux charges concentrées verticales au lieu d'une (cas de la première combinaison). Les mécanismes de ruine sont représentés sur la figure.4-3 avec l'emplacement et l'ordre chronologique d'apparition des différentes rotules plastiques.



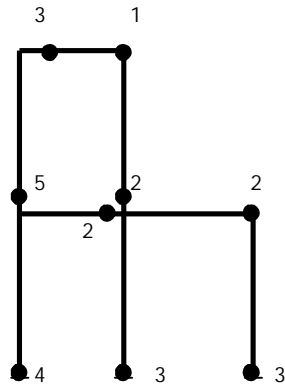
a- mécanisme de ruine pour  $\lambda = 0.1$

b- mécanisme de ruine pour  $\lambda = 0.2$  à  $0.8$

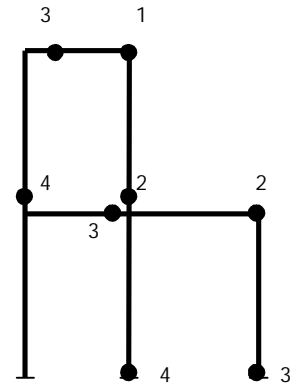
c- mécanisme de ruine pour  $\lambda = 0.9$



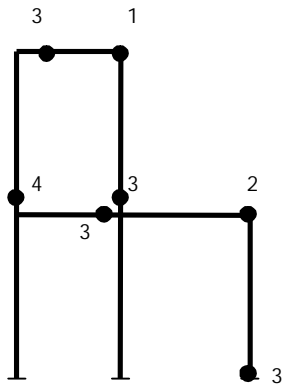
d- mécanisme de ruine pour ?=1



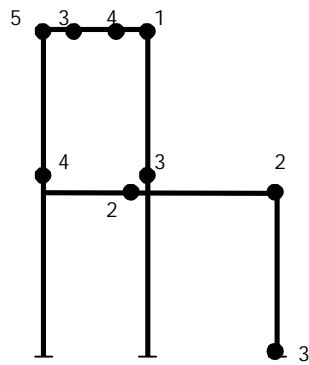
e- mécanisme de ruine pour ?=2



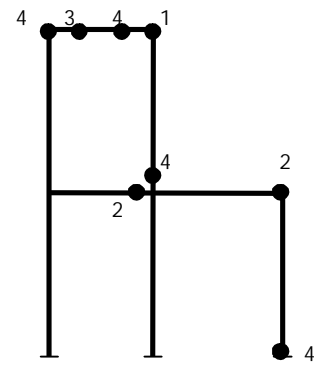
f- mécanisme de ruine pour ?=3



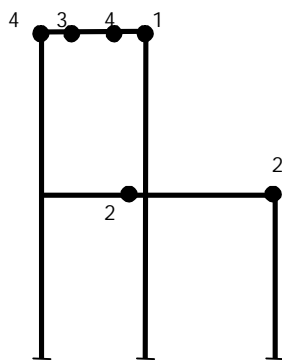
g- mécanisme de ruine pour ?=4



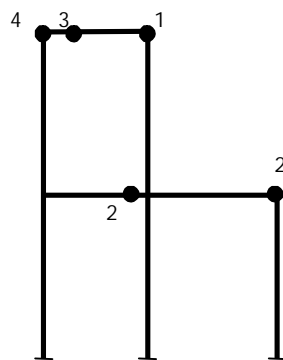
h- mécanisme de ruine pour ?=5



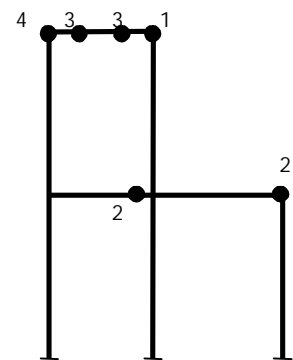
i- mécanisme de ruine pour ?=6, 7 et 8



j- mécanisme de ruine pour ?=9 et 10



k- mécanisme de ruine pour ?=11



l- mécanisme de ruine pour ?=12, 13, 14 et 15

Figure.4-3 : Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de ? pour la deuxième combinaison

### 4-3-2 Principales constatations

Les principales remarques et constatations des mécanismes de ruine du portique témoin observés pour la deuxième combinaison sont :

- Les mêmes modes de ruine que pour le précédent cas avec la première combinaison sont développés pour différents intervalles de  $\lambda$ .
- « Top sway mechanism » est produit pour les valeurs de  $\lambda$  comprises entre 0.1 et 0.8 mais l'ordre de formation de rotules est différent, et un nombre de rotules égal à 7 et 8 pour  $\lambda = 0.1$ .
- Pour la valeur de  $\lambda = 0.9$  développé comme pour le cas de  $\lambda$  compris entre 0.1 et 0.8 un «top sway mechanism» se forme mais avec « centre joint rotation » et neuf rotules plastiques au niveau des sections critiques (N°4, 5, 8, 11 et 12 figure.4-3-c).
- Pour les valeurs de  $\lambda=1$  et 4, le mécanisme de ruine développé est un «top combined mechanism» mais le nombre et l'ordre d'apparition des rotules sont différents.
- « Top beam mechanisms » sont formés pour les valeurs de  $\lambda$  allant de 5 à 15 avec un ordre de formation des rotules différent (figure.4-3. g à l).

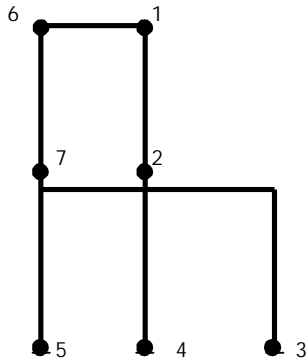
### 4-3-3 Synthèse

- Le développement de dix rotules plastiques (condition de mécanisme) n'a pas en lieu pour l'ensemble des valeurs du rapport  $\lambda$ .
- Trois modes de ruine du portique témoin sont obtenus pour trois intervalles du rapport  $\lambda$  :
  - « Top sway mechanism » pour  $0.1 < \lambda < 1$  avec la formation de 8 rotules pour  $\lambda=0.1$  et , 7 rotules pour  $\lambda=0.2$  à 0.8 , et 9 rotules pour  $\lambda=0.9$ , et 1 avec un ordre différent d'apparition de ces rotules .
  - « combined mechanism » pour  $2 < \lambda < 4$  avec la formation de 9,8,7 rotules plastiques respectivement (figure 4-3.e.f.g).
  - Pour  $5 < \lambda < 15$  les mécanismes observés sont des combinaisons de mécanismes élémentaires « Top-beam mechanism » car les charges concentrées verticales,  $V$ , sont prépondérantes .
- Même si le nombre de sections critiques est supérieur à celui de la première combinaison, les modes de ruine observés sont sensiblement les mêmes.

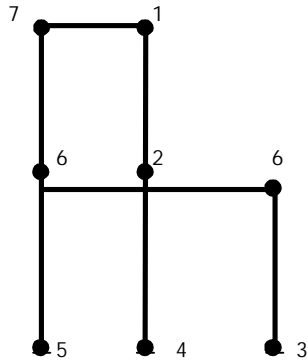
**4-4 Mécanismes de ruine pour la troisième combinaison**

**4-4-1 Présentation des mécanismes**

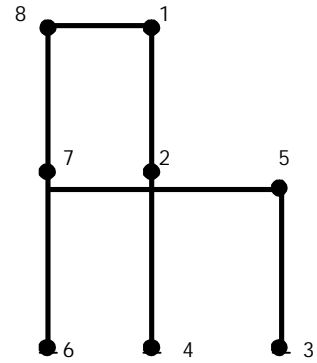
Les mécanismes de ruine représentés sur la figure.4-4 sont pour la troisième combinaison avec trois charges concentrées verticales appliquées au niveau des travées des poutres en fonction du rapport ?.



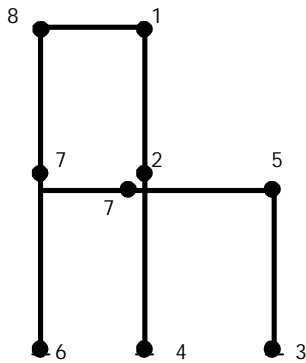
a- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.1 et ? =0.2



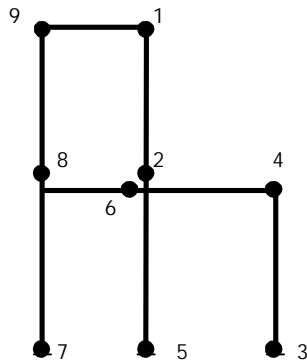
b- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.3



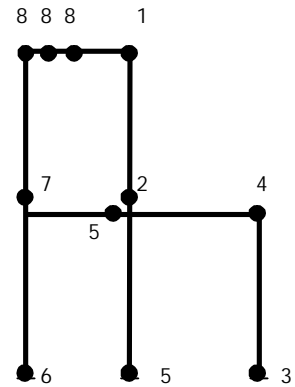
c- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.4



d- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.5

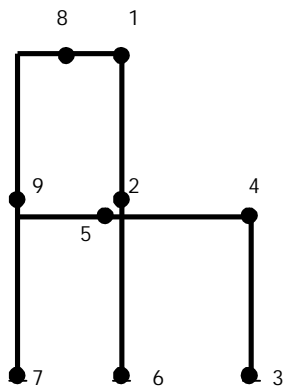


e- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.6

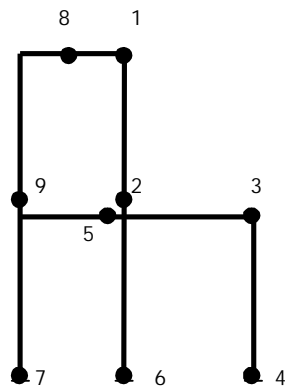


f- mécanisme de ruine pour  
 ? =0.7

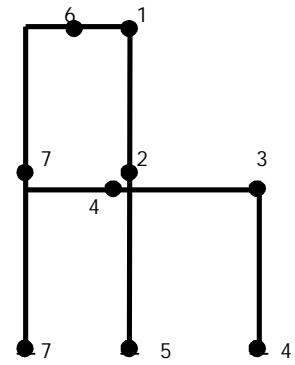




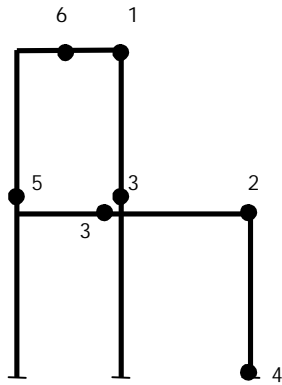
*g- mécanisme de ruine pour ?=0.8*



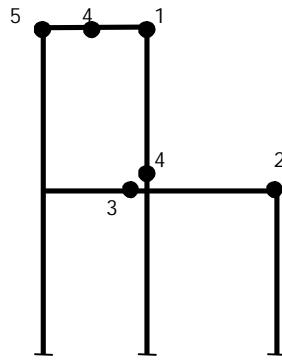
*h- mécanisme de ruine pour ?=0.9*



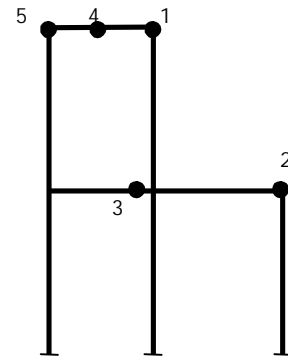
*i- mécanisme de ruine pour ?=1*



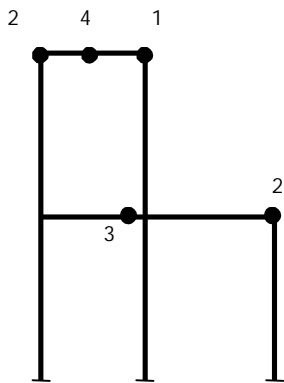
*j- mécanisme de ruine pour ?=2*



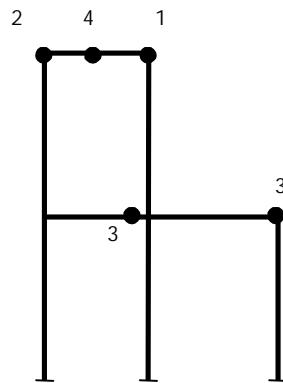
*k- mécanisme de ruine pour ?=3 et 4*



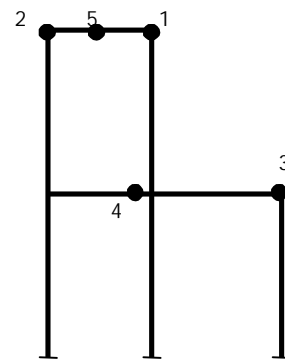
*l- mécanisme de ruine pour ?=5, 6, 7 et 8*



*m- mécanisme de ruine pour ?=9*



*n- mécanisme de ruine pour ?=10*



*o- mécanisme de ruine pour ?=11, 12, 13, 14 et 15*

Figure.4-4 : Ensemble des mécanismes de ruine en fonction de ? pour la troisième combinaison

#### 4-4-2 Principales Constatations

- Pour des valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0.1 à 0.3 le mécanisme élémentaire se forme avec la naissance de la septième rotule au niveau des sections N° 4 et parfois N° 5 et est un « top sway mechanism ».
- Pour la valeur de  $\alpha=0.4$ , le mécanisme de ruine est un « top sway mechanism», mais avec formation de huit rotules plastiques (la huitième se développait au niveau de la section critique N°5 figure.4-4.c).
- Pour des valeurs de  $\alpha=0.5$  et 0.6, le mécanisme de ruine observé est un « top sway mechanism and centre joint rotation » avec formation de 9 rotules plastiques, mais avec un ordre d'apparition différent.
- « Top sway and top beam mechanism plus joint rotation » sont produits pour la valeur de  $\alpha=0.7$ , c'est un « over collapse» ou sur ruine figure.4-4.f. c'est une valeur tampon ou une limite entre deux mécanismes « sway mechanism » et « top beam mechanism.
- Pour des valeurs de  $\alpha=0.8$  à 2 les mécanismes de ruine produits sont «top sway mechanism and centre joint rotation mechanism » avec la formation de 9 rotules plastiques au niveau des sections critiques (N°1, 4, 7, 9, 13,14,17,21 et 22) avec un ordre d'apparition différent pour  $\alpha=0.8$  à 1 (figures.4-4.g à i) et 7 rotules pour  $\alpha=2$  (figure.4-4.j).
- Pour des valeurs de  $\alpha=3$  et 4, « Top beam and joint rotation mechanism » est produit avec la formation de 6 rotules plastiques au niveau des sections critiques (N°5, 7, 9, 13, 14, et 21) avec un ordre d'apparition différent.
- Pour des valeurs de  $\alpha =5$  à 15 les mécanismes de ruine produits sont carrément des « Top beam mechanism » avec la formation de 5 rotules plastiques au niveau des sections critiques (N°5, 7, 9, 13, 21) avec un ordre d'apparition des rotules différent (figures.4-4.l à o).

#### 4-4-3 Synthèse

- Pour cette combinaison avec trois charges concentrées verticales, la condition de mécanisme (formation de  $n=r+1=10$  rotules plastiques) n'est pas satisfaite pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha$ .

- La combinaison  $\alpha=0.7$  a vu une sur ruine du portique témoin, c'est-à-dire un nombre de rotules supérieur au nombre requis. A ce stade deux mécanismes élémentaires ou plus se produisent simultanément.
- Les modes de ruine observés du portique témoin pour les différents intervalles du rapport,  $\alpha$ , de cette combinaison sont :
  - « Top sway mechanism » pour  $0.1 \leq \alpha < 0.4$  avec la formation de sept rotules plastiques pour  $\alpha=0.1$  et  $0.2$ , et huit rotules pour  $\alpha=0.3$ , et  $0.4$  avec un ordre de formation différent.
  - « Top combined mechanism and centre joint rotation » pour  $\alpha=0.5$  et  $0.6$  avec la formation de 9 rotules plastiques.
  - « Top combined and top beam mechanism + centre joint rotation » pour  $\alpha=0.7$  avec la formation de 11 rotules plastiques (sur ruine).
  - Pour  $0.8 \leq \alpha < 1.5$  deux types de mécanismes sont observés ou identifiés :
    - $\alpha = 0.8$  à  $4$  produisent « top sway mechanism+ centre joint rotation mechanism ».
    - $\alpha = 5$  à  $15$  les charges verticales prépondérantes et elles provoquent des « top beam mechanisms ».
- L'augmentation du nombre de charges concentrées verticales et donc des sections critiques a développé deux ou trois mécanismes élémentaires en même temps « Top combined mechanism and center joint rotation » et « Top combined and top beam mechanism + centre joint rotation » par exemple.

#### 4-5 Discussion des Résultats

L'étude des mécanismes de ruine du portique témoin vis-à-vis de la variation du rapport,  $\alpha$ , en fonction des caractéristiques de ce dernier a montré que :

- Le type de mécanismes de ruine de la structure en question dépend essentiellement du rapport,  $\alpha$ . le portique témoin se transforme en un « sway mechanism » pour des petites valeurs de  $\alpha$  (charge horizontale prépondérante), et en « beam mechanism » pour des valeurs plus grandes (charge verticales prépondérantes) de  $\alpha$ .
- Les mécanismes de ruine, en faisant varier le rapport  $\alpha$ , ne comportent pas le même nombre de rotules plastiques et parfois ce nombre est inférieur à 10 (condition de mécanisme n'est pas satisfaite) et ce suite à l'arrêt du processus de

calcul dû à la non vérification de la condition d'équilibre pour une des étapes de ce dernier. (le mécanisme de ruine ainsi que le nombre de rotules correspondent à cette étape) confère §3.2.

- Pour des valeurs élevées du rapport,  $\eta$ , la tendance générale est le développement de rotules plastiques au niveau haut du portique (dans les poutres), alors que pour des valeurs plus petites de ce rapport il y'a naissance de rotules au niveau bas (dans les poteaux).
- Les mêmes modes de ruine du portique témoin sont obtenus pour les trois simulations des charges concentrées verticales mais avec des intervalles différents pour le rapport,  $\eta$ .
- Le passage d'un mécanisme à un autre est marqué par des valeurs tampons du rapport,  $\eta$ . A ce stade, la combinaison de charges produit des sur-ruines de la structure en question (deux mécanismes de ruine en même temps), à titre d'exemple pour  $\eta=0.7$  avec la troisième combinaison figure.4-4.f « Top storey sway + beam mechanism».
- L'effet des moments plastiques a un rôle important sur les modes de ruine et sur l'ordre de formation des rotules plastiques.
- L'augmentation du nombre des sections critiques c'est-à-dire l'augmentation du nombre des charges concentrées verticales influe directement sur la charge de ruine et les mécanismes de ruine.

## **CHAPITRE 5**

# **EFFETS DES DIFFERENTS PARAMETRES**

## 5- EFFETS DES DIFFERENTS PARAMETRES

### 5-1 Introduction

Il ressort de ce qui a été réalisé dans les deux chapitres précédents (3 et 4) que les paramètres les plus influents sont les rapports  $\alpha=V/H$  et la simulation des charges réparties par des charges concentrées. Ces paramètres influent directement sur les valeurs des charges causant la ruine et aussi sur la nature des mécanismes de ruine identifiés. Des travaux antérieurs [1] ont étudié les variations de  $l$  et  $h$  en relation avec les moments plastiques respectifs. Il a été présenté dans le chapitre précédent les différents mécanismes élémentaires du portique en question en fonction des différents paramètres choisis. Dans le présent chapitre, il a été jugé utile d'opter pour une représentation graphique de ces mécanismes pour mettre en exergue les effets des paramètres influents à savoir  $\alpha$  et les trois combinaisons du chargement retenues.

### 5-2 Développement graphique de $\lambda V$ et $\lambda H$ en fonction de $\alpha$

Le développement graphique a été réalisé pour des valeurs de  $\alpha$  allant de 0,1 à 15 et ce pour les trois combinaisons retenues du chargement, les graphes sont représentés dans les figures 5-1 à 5-3 pour chacune des trois combinaisons. L'inspection visuelle des trois figures relève les faits et les observations suivants :

- L'allure des trois diagrammes est sensiblement la même.
- La courbe  $\lambda V=f(\alpha)$  est caractérisée par trois tronçons qui pourraient être assimilés à des segments de droite, avec différentes inclinaisons supérieures à 0. Le troisième tronçon se rapproche à une horizontale pour deux combinaisons, et faisant prévaloir les mécanismes de ruine dits « Beam mechanism » et ce pour de grandes valeurs de  $\alpha$ .
- $\lambda H=f(\alpha)$  est, elle aussi, caractérisée par trois tronçons qui pourraient être assimilés à des segments de droite dont le premier, et pour les faibles valeurs de  $\alpha$ , se rapproche à une horizontale et ce pour les trois combinaisons de chargement. ceci faisant prévaloir les mécanismes de ruine dits « Sway mechanism », les inclinaisons dans ce cas sont négatives, les branches sont descendantes.
- Les tronçons intermédiaires représentent des combinaisons de  $\lambda V$  et  $\lambda H$  qui favorisent la naissance de mécanismes combinés.

- L'étendue de chacun des trois tronçons est directement liée à  $\alpha$  et des combinaisons en question les détails par tronçon et pour les trois combinaisons sont donnés ci-après :

**i)- Tronçon N°1**

Les courbes  $\lambda V=f(\alpha)$  et  $\lambda H=f(\alpha)$ , pour les trois combinaisons de chargement, ont la même allure pour des intervalles différents de  $\alpha$ .

- a- La première combinaison (cas d'une seule charge concentrée verticale)

**Pour  $0.1 < \alpha < 1$  figure (5-1)**

$$\lambda H = 85.40 \text{KN}$$

$$\lambda V = 85.40\alpha$$

- b- La deuxième combinaison (cas de deux charges concentrées verticales)

**Pour  $0.1 < \alpha < 1$  figure (5-2)**

$$\lambda H = 85.70 \text{KN}$$

$$\lambda V = 85.70\alpha$$

- c- La troisième combinaison (cas de trois charges concentrées verticales)

- d- **Pour  $0.1 < \alpha < 0.7$  figure (5-3)**

$$\lambda H = 85.40 \text{KN}$$

$$\lambda V = 59.78\alpha$$

**ii)- Tronçon N°2**

Les courbes  $\lambda V=f(\alpha)$  et  $\lambda H=f(\alpha)$ , pour les trois combinaisons, ont la même allure pour des intervalles différents de  $\alpha$ , avec

$$\lambda V = A_1\alpha + B_1$$

$$\lambda H = A_2\alpha + B_2$$

- a- La première combinaison

**Pour  $1 < \alpha < 5$  figure (5-1)**

$$\lambda V = 23.4\alpha + 62$$

$$\lambda H = -12.4\alpha + 97.8$$

- b- La deuxième combinaison

**Pour  $1 < \alpha < 5$  figure (5-2)**

$$\lambda V = 23.325\alpha + 62.375$$

$$\lambda H = -12.47\alpha + 98.175$$

c- La troisième combinaison

**Pour  $0.7 < \alpha < 3$**  figure (5-3)

$$\lambda V = 11.139\alpha + 51.982$$

$$\lambda H = -24.13\alpha + 102.29$$

### iii)- Tronçon N°3

Les courbes  $\lambda V = f(\alpha)$  et  $\lambda H = f(\alpha)$ , pour les trois combinaisons, ont la même allure pour des intervalles différents de  $\alpha$  :

$$\lambda V = A_1\alpha + B_1$$

$$\lambda H = A_2\alpha + B_2$$

a- La première combinaison

**Pour  $5 < \alpha < 15$**  figure (5-1)

$$\lambda V = 0.1\alpha + 178.5$$

$$\lambda H = -2.38\alpha + 47.7$$

b- La deuxième combinaison a une droite similaire à la première combinaison

**Pour  $5 < \alpha < 15$**  figure (5-2)

$$\lambda V = 0.1\alpha + 178.5$$

$$\lambda H = -2.38\alpha + 47.7$$

c- La troisième combinaison

**Pour  $3 < \alpha < 15$**  figure (5-3)

$$\lambda V = 0.025\alpha + 89.625$$

$$\lambda H = -1.991\alpha + 35.875$$



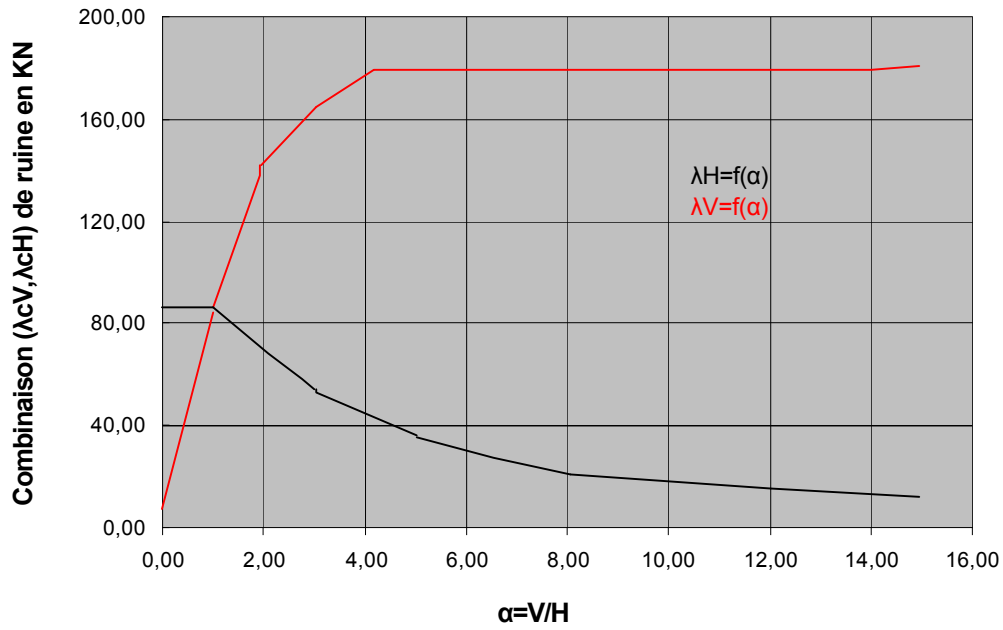


Figure 5-1 : Le couple ( $\lambda_cV, \lambda_cH$ ) causant la ruine en fonction de  $\alpha$  pour la première combinaison

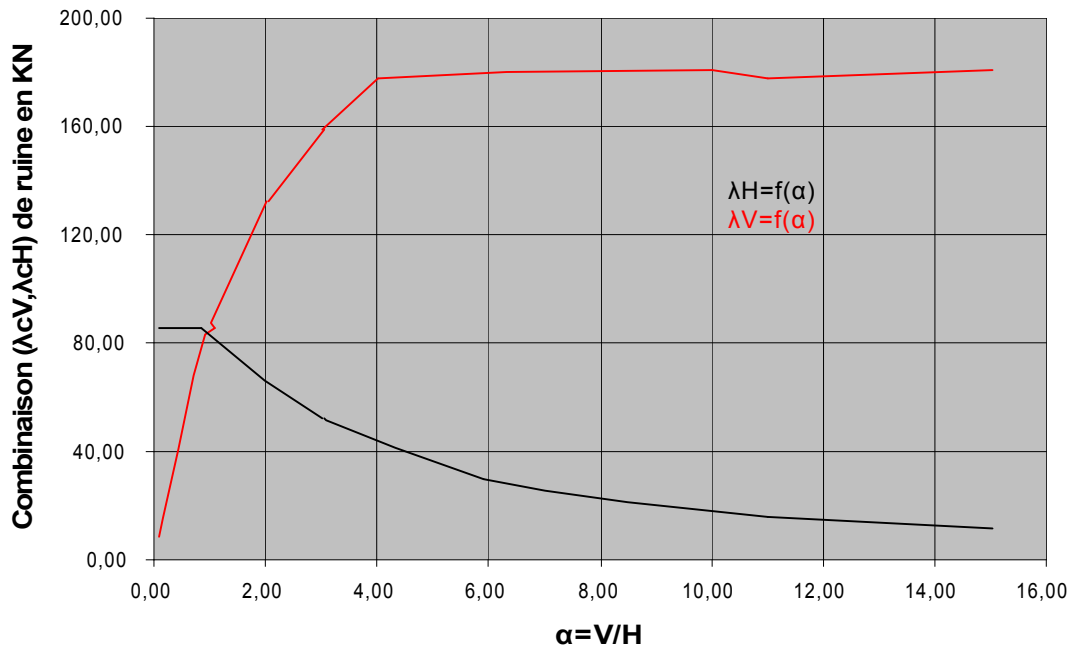


Figure 5-2 : Le couple ( $\lambda_cV, \lambda_cH$ ) causant la ruine en fonction de  $\alpha$  pour la deuxième combinaison.

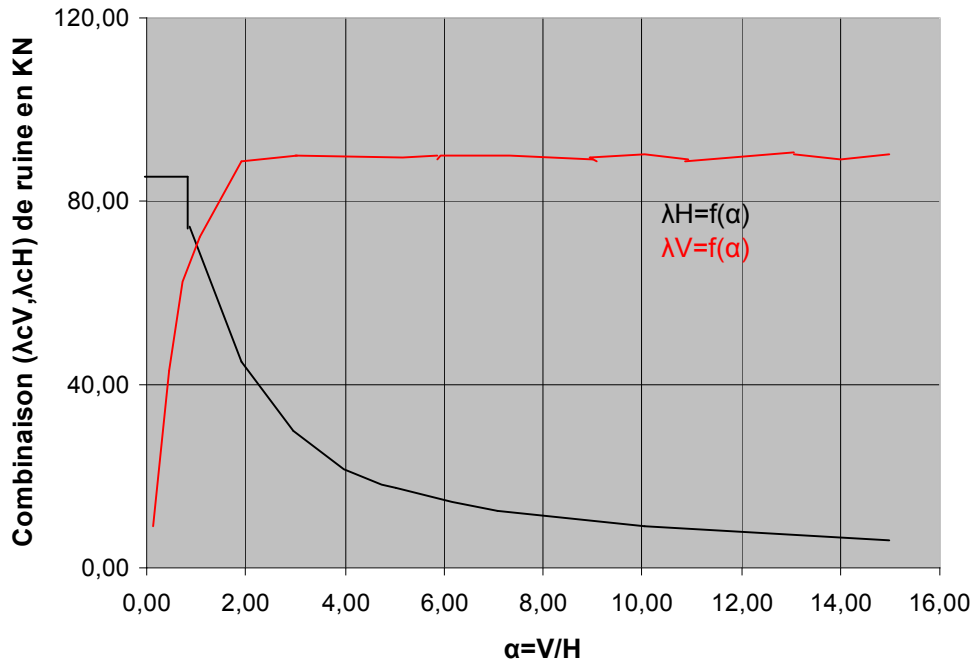


Figure 5-3 : Le couple  $(\lambda_V, \lambda_H)$  causant la ruine en fonction de  $\alpha$  pour la troisième combinaison.

### 5-3 Construction des diagrammes d'interaction

#### 5-3-1 Introduction

Il ressort des paragraphes 5-1 et 5-2 que les paramètres influents sont effectivement  $\alpha$  et les combinaisons de chargement.

Ce qui a été développé au paragraphe précédent ne met pas en exergue les mécanismes de ruine développés en fonction du paramètre  $\alpha$  et ce pour les différentes combinaisons de charges, mais relève uniquement les différents changements de tendance des relations graphiques  $\lambda_V$  et  $\lambda_H$  en fonction de  $\alpha$ .

A partir de ces observations, il a été jugé nécessaire de tenter la construction des diagrammes d'interaction de la même manière qu'ils sont développés pour un « Single bay-single storey frame ».

### 5-3-2 Principes généraux de construction

Dés qu'il y'a plus d'une variable (contrainte, effort, moment ...etc.) qui influent sur le comportement ou la rupture d'un élément de structure ou d'une structure, il y'a nécessité absolue de recourir à une courbe reliant les deux ou trois variables qui interagissent. Ceci étant le cas pour la construction des cercles de Mohr reliant les contraintes normales et tangentiels, les diagrammes d'interaction en flexion composée reliant les efforts de compression aux moments fléchissants dans un plan donné, les diagrammes d'interaction en flexion déviée reliant les efforts de compression aux deux moments agissants dans deux plans perpendiculaires ou les diagrammes mettant en relief les critères retenus en analyse plastique à savoir les critères de Von Mises et de Tresca.

Pour le cas présent, les variables en question sont les charges horizontales et les charges verticales qui ne sont pas complètement indépendantes mais sont prises, pour des soucis de simplicité, comme étant proportionnelles. Leurs interaction et en fonction de  $\alpha$  agit directement sur la nature des mécanismes de ruine développés. Cette nature est mieux explicitée graphiquement.

### 5-3-3 Représentation graphique

#### 5-3-3-1 Introduction

Contrairement aux figures 5-1 à 5-3 où  $\lambda V$  et  $\lambda H$  sont représentés en fonction de  $\alpha$ , ici il s'agit de représenter l'interaction V-H.

Il y'a deux possibilités pour le choix du système de coordonnées le premier est de prendre directement  $\lambda H$  en abscisse et  $\lambda V$  en ordonnée et le second est d'opter pour un système de coordonnées adimensionnelles à savoir  $Hh/M_p$  en abscisse et  $Vl/M_p$  en ordonnée.

#### 5-3-3-2 Développement graphique

Le développement concerne l'ensemble des portiques testés. Des portiques de deux niveaux et deux travées et ce pour trois combinaisons différentes de charges, les graphes sont représentés sur les figures 5-4 à 5-9 et les valeurs des différentes combinaisons sont données par les tableaux 5-1 à 5-3.

H(KN)	V(KN)	$\alpha=V/H$	$\lambda_c$	$\lambda_c H$ (KN)	$\lambda_c V$ (KN)	l(m)	h(m)	MP(KN.m)	$\lambda_c H h / MP$	$\lambda_c V / MP$
10	1	0,10	8,55	85,50	8,55	10	7	150	3,99	0,57
10	2	0,20	8,53	85,30	17,06	10	7	150	3,98	1,14
10	3	0,30	8,53	85,30	25,59	10	7	150	3,98	1,71
10	4	0,40	8,53	85,30	34,12	10	7	150	3,98	2,27
10	5	0,50	8,53	85,30	42,65	10	7	150	3,98	2,84
10	6	0,60	8,53	85,30	51,18	10	7	150	3,98	3,41
10	7	0,70	8,53	85,30	59,71	10	7	150	3,98	3,98
10	8	0,80	8,53	85,30	68,24	10	7	150	3,98	4,55
10	9	0,90	8,53	85,30	76,77	10	7	150	3,98	5,12
10	10	1,00	8,54	85,40	85,40	10	7	150	3,99	5,69
10	20	2,00	7,03	70,30	140,60	10	7	150	3,28	9,37
10	30	3,00	5,43	54,30	162,90	10	7	150	2,53	10,86
10	40	4,00	4,43	44,30	177,20	10	7	150	2,07	11,81
10	50	5,00	3,58	35,80	179,00	10	7	150	1,67	11,93
10	60	6,00	2,99	29,90	179,40	10	7	150	1,40	11,96
10	70	7,00	2,57	25,70	179,90	10	7	150	1,20	11,99
10	80	8,00	2,24	22,40	179,20	10	7	150	1,05	11,95
10	90	9,00	1,99	19,90	179,10	10	7	150	0,93	11,94
10	100	10,00	1,79	17,90	179,00	10	7	150	0,84	11,93
10	110	11,00	1,63	16,30	179,30	10	7	150	0,76	11,95
10	120	12,00	1,50	15,00	180,00	10	7	150	0,70	12,00
10	130	13,00	1,38	13,80	179,40	10	7	150	0,64	11,96
10	140	14,00	1,28	12,80	179,20	10	7	150	0,60	11,95
10	150	15,00	1,20	12,00	180,00	10	7	150	0,56	12,00

Tableau 5-1: Valeurs de  $\lambda_c H$  et de  $\lambda_c V$  en fonction de  $\alpha$  pour la première combinaison

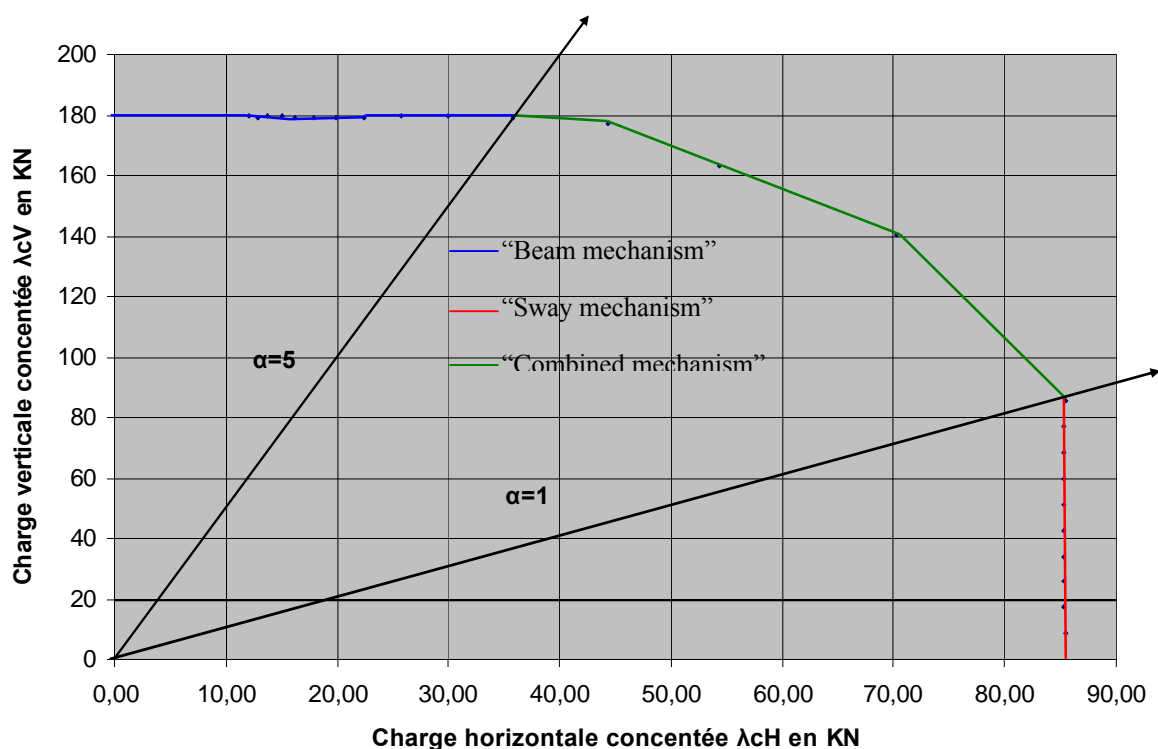


Figure 5-4 : Diagramme d’interaction avec le système de coordonnées  $\lambda_c V$ -  $\lambda_c H$  : cas de la première combinaison.

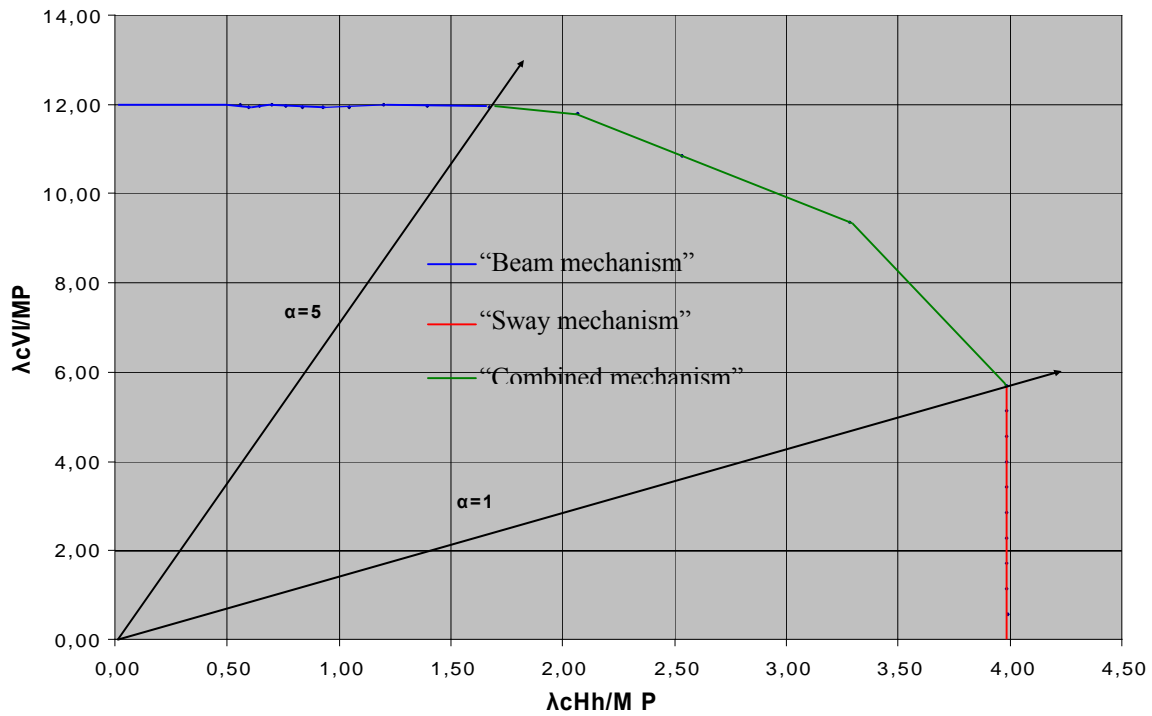


Figure 5-5 : Diagramme d’interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles  $\lambda_c V / I M P$ -  $\lambda_c H h / M P$  : cas de la première combinaison

H(KN)	V(KN)	$\alpha=V/H$	$\lambda_c$	$\lambda_c H(KN)$	$\lambda_c V(KN)$	l(m)	h(m)	MP(KN.m)	$\lambda_c H h / M P$	$\lambda_c V / I M P$
10	1	0,10	8,56	85,60	8,56	10	7	150	3,99	0,57
10	2	0,20	8,56	85,60	17,12	10	7	150	3,99	1,14
10	3	0,30	8,56	85,60	25,68	10	7	150	3,99	1,71
10	4	0,40	8,56	85,60	34,24	10	7	150	3,99	2,28
10	5	0,50	8,56	85,60	42,80	10	7	150	3,99	2,85
10	6	0,60	8,56	85,60	51,36	10	7	150	3,99	3,42
10	7	0,70	8,56	85,60	59,92	10	7	150	3,99	3,99
10	8	0,80	8,56	85,60	68,48	10	7	150	3,99	4,57
10	9	0,90	8,56	85,60	77,04	10	7	150	3,99	5,14
10	10	1,00	8,57	85,70	85,70	10	7	150	4,00	5,71
10	20	2,00	6,58	65,80	131,600	10	7	150	3,07	8,77
10	30	3,00	5,29	52,90	158,70	10	7	150	2,47	10,58
10	40	4,00	4,42	44,20	176,80	10	7	150	2,06	11,79
10	50	5,00	3,58	35,80	179,00	10	7	150	1,67	11,93
10	60	6,00	2,99	29,90	179,40	10	7	150	1,40	11,96
10	70	7,00	2,57	25,70	179,90	10	7	150	1,20	11,99
10	80	8,00	2,25	22,50	180,00	10	7	150	1,05	12,00
10	90	9,00	1,99	19,90	179,10	10	7	150	0,93	11,94
10	100	10,00	1,80	18,00	180,00	10	7	150	0,84	12,00
10	110	11,00	1,62	16,20	178,20	10	7	150	0,76	11,88
10	120	12,00	1,49	14,90	178,80	10	7	150	0,70	11,92
10	130	13,00	1,38	13,80	179,40	10	7	150	0,64	11,96
10	140	14,00	1,28	12,80	179,20	10	7	150	0,60	11,95
10	150	15,00	1,20	12,00	180,00	10	7	150	0,56	12,00

Tableau 5-2: Valeurs de  $\lambda_c H$  et de  $\lambda_c V$  en fonction de  $\alpha$  pour la deuxième combinaison

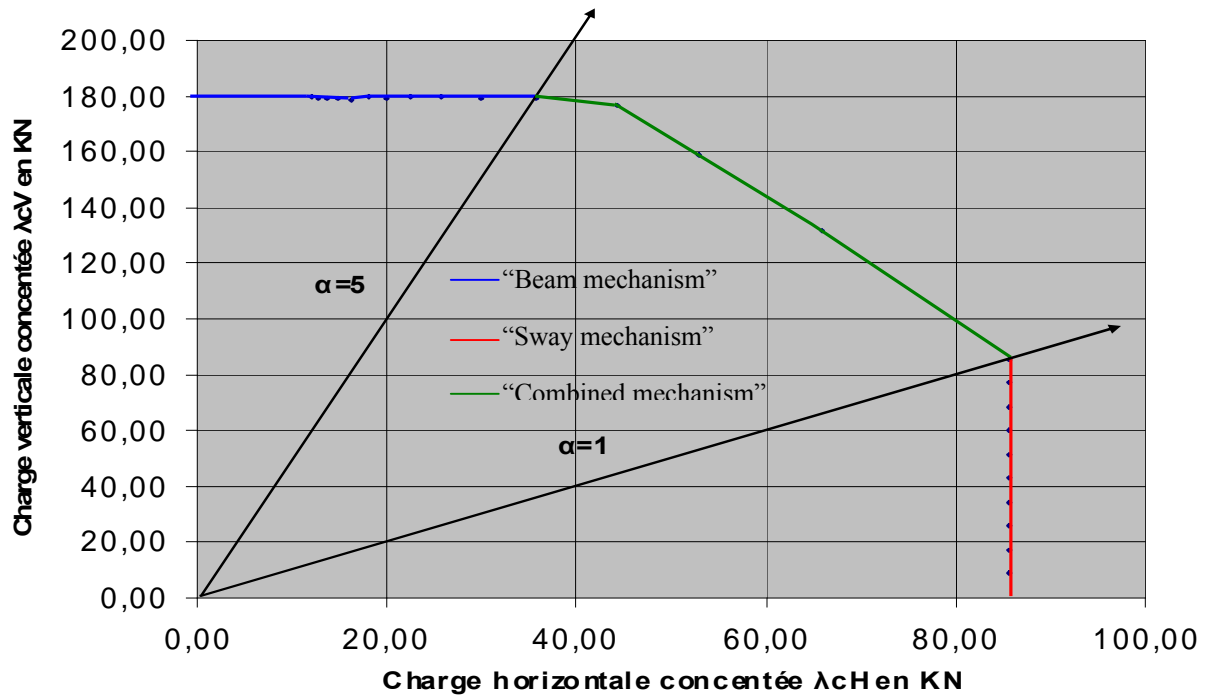


Figure 5-6 : Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées λV- λH :  
cas de la deuxième combinaison

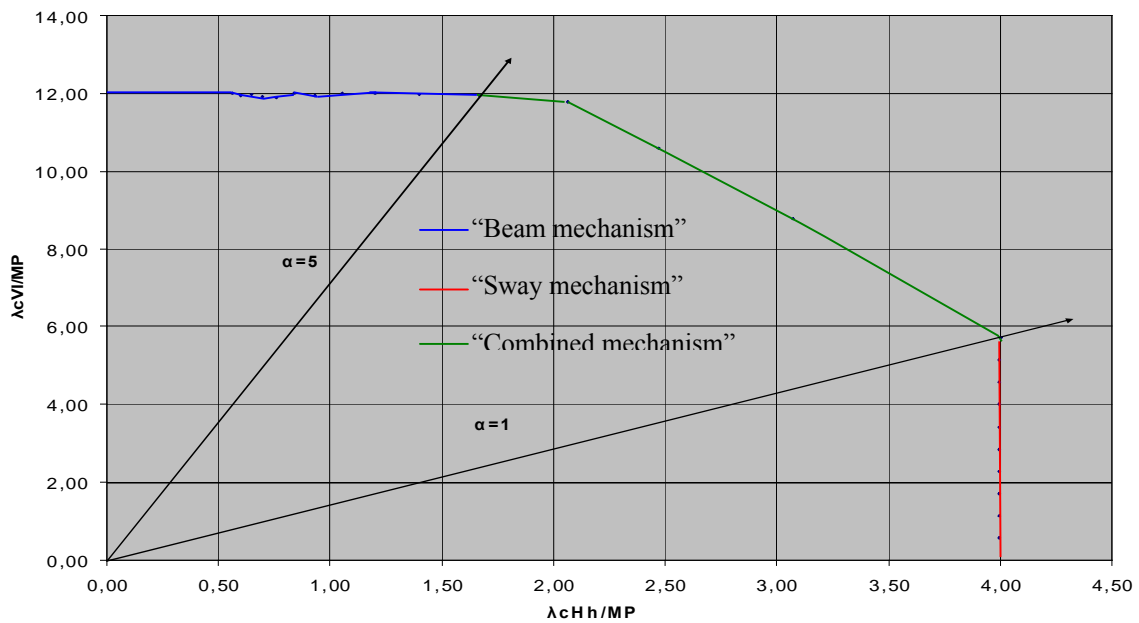


Figure 5-7 : Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles λcV/Mp- λcHh/Mp : cas de la deuxième combinaison

H(KN)	V(KN)	$\alpha=V/H$	$\lambda_c$	$\lambda_c H(KN)$	$\lambda_c V(KN)$	l(m)	h(m)	MP(KN.m)	$\lambda_c H h / MP$	$\lambda_c V l / MP$
10	1	0,10	8,57	85,70	8,57	10	7	150	4,00	0,57
10	2	0,20	8,54	85,40	17,08	10	7	150	3,99	1,14
10	3	0,30	8,55	85,50	25,65	10	7	150	3,99	1,71
10	4	0,40	8,53	85,30	34,12	10	7	150	3,98	2,27
10	5	0,50	8,55	85,50	42,75	10	7	150	3,99	2,85
10	6	0,60	8,54	85,40	51,24	10	7	150	3,99	3,42
10	7	0,70	8,54	85,40	59,78	10	7	150	3,99	3,99
10	8	0,80	7,99	79,90	63,92	10	7	150	3,73	4,26
10	9	0,90	7,48	74,80	67,32	10	7	150	3,49	4,49
10	10	1,00	7,04	70,40	70,40	10	7	150	3,29	4,69
10	20	2,00	4,44	44,40	88,800	10	7	150	2,07	5,92
10	30	3,00	2,99	29,90	89,70	10	7	150	1,40	5,98
10	40	4,00	2,23	22,30	89,20	10	7	150	1,04	5,95
10	50	5,00	1,79	17,90	89,50	10	7	150	0,84	5,97
10	60	6,00	1,49	14,90	89,40	10	7	150	0,70	5,96
10	70	7,00	1,27	12,70	88,90	10	7	150	0,59	5,93
10	80	8,00	1,12	11,20	89,6	10	7	150	0,52	5,97
10	90	9,00	1,00	10,00	90,00	10	7	150	0,47	6,00
10	100	10,00	0,90	9,00	90,00	10	7	150	0,42	6,00
10	110	11,00	0,81	8,10	89,10	10	7	150	0,38	5,94
10	120	12,00	0,75	7,50	90,00	10	7	150	0,35	6,00
10	130	13,00	0,69	6,90	89,70	10	7	150	0,32	5,98
10	140	14,00	0,64	6,40	89,60	10	7	150	0,30	5,97
10	150	15,00	0,60	6,00	90,00	10	7	150	0,28	6,00

Tableau 5-3: Valeurs de  $\lambda_c H$  et de  $\lambda_c V$  en fonction de  $\alpha$  pour la troisième combinaison

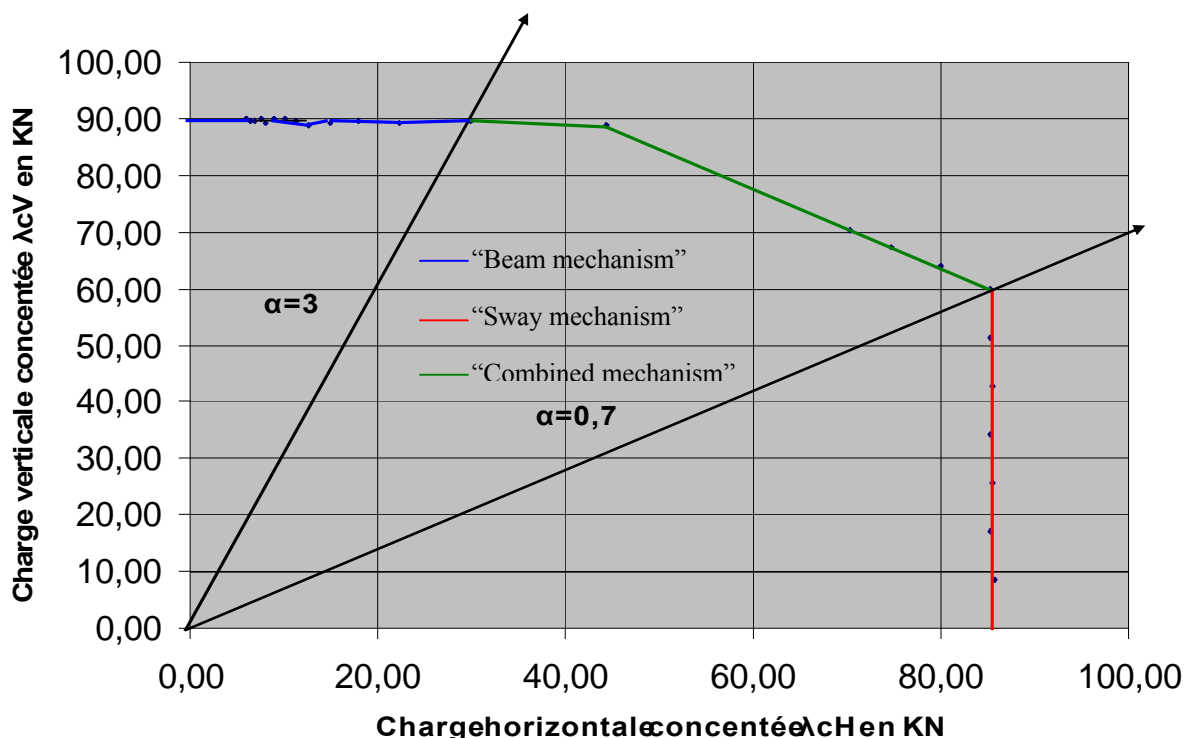


Figure 5-8 : Diagramme d’interaction avec le système de coordonnées  $\lambda_c V$ -  $\lambda_c H$  :

cas de la troisième combinaison

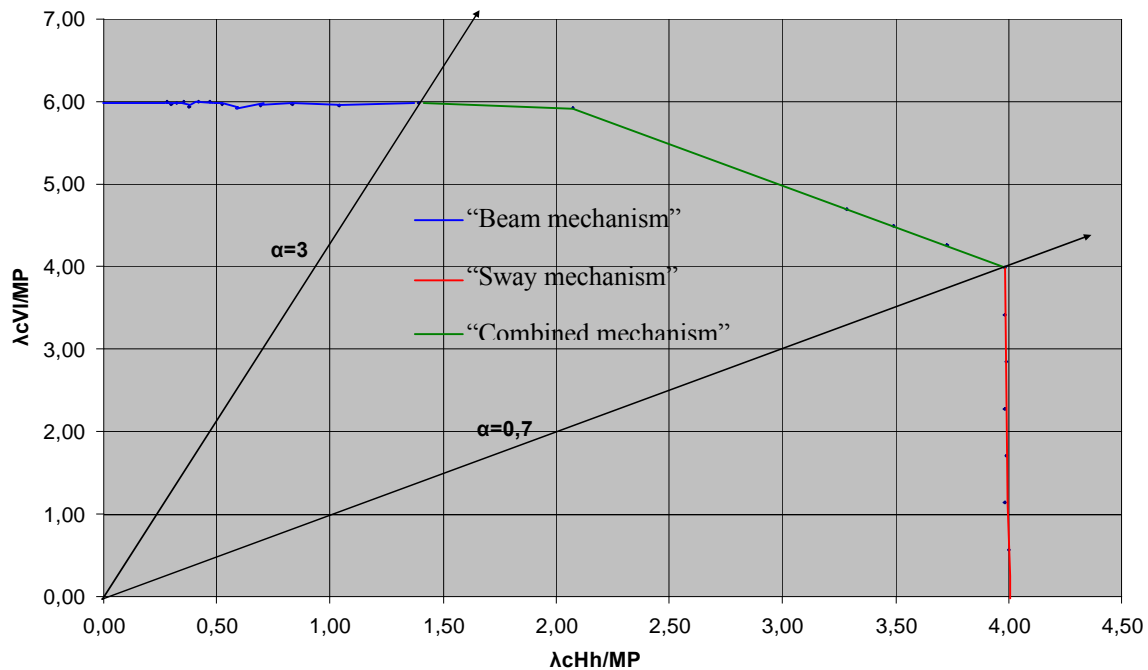


Figure 5-9 : Diagramme d'interaction avec le système de coordonnées adimensionnelles  $\lambda cVl/MP$ -  $\lambda cHh/MP$  : cas de la troisième combinaison

#### 5-3-4 Discussion des résultats

Il ressort de la construction des six diagrammes d'interaction (deux pour chaque combinaison de charges) ce qui suit :

- Il y'a une forte similitude avec les diagrammes d'interaction développés pour un « Single bay –single storey frame » avec trois parties distinctes.

##### a- Partie N°1

$\lambda V$  a des valeurs plus au moins constantes, l'étendue de cette partie dépend essentiellement de  $\alpha$  et de la combinaison considérée, d'où l'importance de ces deux paramètres par rapport aux valeurs des charges de ruine et des mécanismes de ruine développés.

##### Première combinaison :

Pour  $\alpha \geq 5$  tendance de « top beam mechanism »



**Deuxième combinaison :**

Pour  $\alpha \geq 5$  tendance de « top beam mechanism »

**Troisième combinaison :**

Pour  $3 \leq \alpha < 4$  tendance de « top beam mechanism + center joint rotation »

Pour  $5 \leq \alpha \leq 15$  tendance de « top beam mechanism »

**b- Partie N°2**

Partie inclinée représentant des tendances des « combined mechanism »

**Première combinaison :**

Pour  $1 < \alpha < 5$  tendance de « combined mechanism »

**Deuxième combinaison :**

Pour  $1 < \alpha < 5$  tendance de « combined mechanism »

**Troisième combinaison :**

Pour  $0.7 < \alpha < 3$  tendance de « combined mechanism »

**c- Partie N°3**

$\lambda H$  semblent constant tendance de « Sway mechanism »

**Première combinaison :**

Pour  $0.1 \leq \alpha \leq 1$  tendance de « sway mechanism »

**Deuxième combinaison :**

Pour  $0.1 \leq \alpha \leq 1$  tendance de « Sway mechanism »

**Troisième combinaison :**

Pour  $0.1 \leq \alpha \leq 0.7$  tendance de « Sway mechanism »

## 5-4 Synthèse

A la suite de ce qui a été développé au chapitre 4 où les différents mécanismes ont été traités dans le détail et de ce qui a été développé dans le présent chapitre avec les différents développements graphiques, il ressort qu'effectivement que les paramètres les plus influents sont le rapport,  $\alpha$ , et les combinaisons de charges retenues. La simulation des charges réparties uniformément par des charges concentrées verticales est possible et donne des mécanismes de ruine plus proches de la réalité.

Ces diagrammes d'interaction présentent une forte similitude avec ceux des portiques simples (un niveau et une travée). A partir de ces derniers, la détermination des mécanismes de ruine est très possible, elle est liée directement à la relation entre les deux charges  $\lambda V$  et  $\lambda H$  présentées sur les diagrammes d'interaction en fonction de  $\alpha$ .

Le rapport  $\alpha = \lambda V / \lambda H$  agit directement sur les charges de ruine et les mécanismes développés, et ce pour les différentes combinaisons. En outre la similitude des diagrammes d'interaction des portiques « Double storey-double bay » avec le « Single bay single storey » est édifiante.

En principe, selon la littérature disponible pour des portiques dépassant un niveau, il est impératif d'opter pour la combinaison des différents mécanismes élémentaires et de rechercher la vraie valeur  $\lambda_c$  par l'analyse limite ou à la limite d'opter pour la méthode « pas à pas » pour la détermination du vrai mécanisme de ruine. Cette littérature ne préconise pas de construction de diagrammes d'interaction pour ce type de structures.

## **CHAPITRE 6**

# **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**

## 6- CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

### 6-1 Conclusions

Suite aux différentes tentatives d'étude de l'effet du rapport  $\alpha=V/H$  et la simulation des charges réparties par des charges concentrées verticales avec les charges horizontales, sur les charges de ruine et les mécanismes de ruine, il est ressorti ce qui suit :

Les résultats obtenus ont montré que même avec l'ajout d'une travée et le changement du chargement vertical par deux et trois charges concentrées simulant une charge répartie uniformément, On peut faire une représentation graphique des diagrammes d'interaction avec un système de coordonnées adimensionnelles à savoir  $Vl/M_p$  et  $Hh/M_p$ .

Avec cette étude et cette approche les principales conclusions tirées se résument ainsi :

i)- La troisième condition celle de mécanisme (développement de  $n$  rotules plastiques où  $n=r+1$  pour que la structure se transforme en un mécanisme), en conformité avec les trois théorèmes fondamentaux de l'analyse plastique des structures, n'est pas impérativement satisfaite pour les portiques à plus d'une travée et plus d'un niveau.

Cette non satisfaction de la condition de mécanisme a été observée pour les cas où un mécanisme élémentaire où la combinaison de deux où plusieurs mécanismes élémentaires se sont développés. L'analogie avec le « Beam mechanism » d'un portique à un niveau et une travée est édifiante (développement de trois rotules au lieu de quatre nécessaires pour le portique). De ce fait la condition de mécanisme n'est satisfaite que s'il n'y a pas de ruine partielle d'une partie de la structure ou de plusieurs. Les explications ont été données avec détail dans le chapitre.4.

ii)- Le rapport  $\alpha=\lambda V/\lambda H$  agit directement sur l'ordre de formation et l'emplacement des rotules plastiques ainsi que sur les charges de ruine et la nature des mécanismes développés. La variation de ce rapport pour chacune des simulations choisies a donné naissance à trois modes de ruine du portique témoin pour trois intervalles différents de  $\alpha$ . Le portique témoin se transforme en un « sway mechanism » pour des petites valeurs de  $\alpha$  (charges horizontales prépondérantes), en « beam mechanism » pour des valeurs plus grandes de  $\alpha$  (charge verticales prépondérantes), et en « combined mechanism » pour des valeurs intermédiaires de  $\alpha$ .

iii)- La construction des diagrammes d'interaction pour des structures multi-étagées n'est pas prévue dans la littérature. Ce qui a été réalisé dans la présente thèse est encourageant à plus d'un titre car des explications ont été trouvées pour l'ensemble des cas singuliers et plus particulièrement pour des valeurs « tampons » de  $\alpha$  vis-à-vis de la nature des mécanismes

développés ainsi que du nombre effectif de rotules plastiques développés. La similitude des diagrammes d'interaction du portique témoin « Double storey-double bay » avec le portique simple « Single bay single storey » est édifiante.

## 6-2 Perspectives

Le présent thème peut être développé dans plusieurs directions, et à notre sens, il y a lieu de commencer par affiner et compléter ce qui a été réalisé dans le cadre de l'accomplissement de la présente thèse en :

- i)- Faire augmenter le nombre de combinaisons de  $\eta=V/H$ .
- ii)- Augmenter le nombre de sections critiques en augmentant le nombre des charges concentrées verticales.
- iii)- Etablir une relation de l'étendue de chaque intervalle de  $\eta$ , pour les différents mécanismes de ruine en étudiant un nombre plus important de portiques pour les valeurs tampons de  $\eta$  (valeurs où des « over collapse » ont lieu c'est-à-dire là où deux mécanismes ont lieu simultanément « Beam mechanism » avec « combined mechanism » ou « Sway mechanism and combined mechanism » ou aussi des « joint rotation mechanism » sont combinés avec certains des mécanismes élémentaires.
- v)- Rajouter un niveau au dessus de la deuxième travée ou une ou plusieurs travées.

## **ANNEXE A**

**Calcul du moment plastique ou  
moment ultime de résistance ou  
capacité flexionnelle**

## A. Calcul du moment plastique ou moment ultime de résistance

### A.1. Moment plastique d'une section en charpente métallique

#### A.1.1. Introduction

Soit une poutre en charpente métallique sollicitée en flexion pure dans le plan  $(X, Y)$  par un couple de moment,  $M$ , figure (A.1)

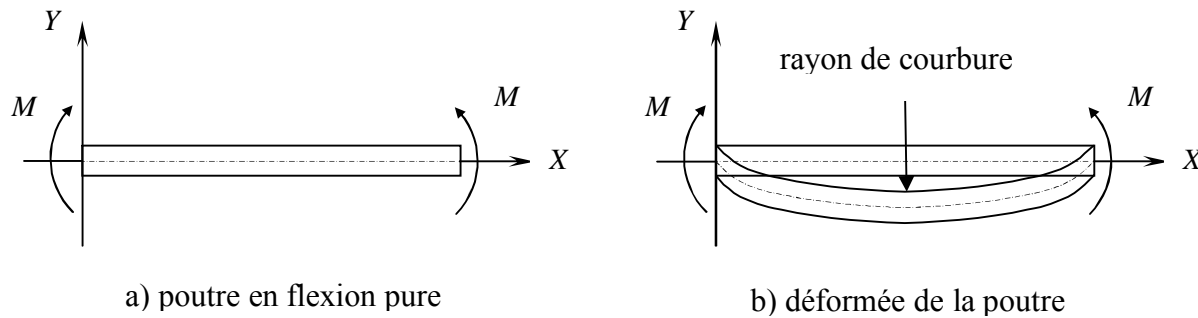


Figure (A.1). Poutre en charpente métallique sollicitée en flexion pure

- Le moment fléchissant est uniforme sur la longueur de la poutre  $M(x) = M$  et l'effort tranchant est nul  $T(x) = 0$ .
- En raison de la symétrie du problème, la courbure de la poutre déformée est constante  $\chi(x) = \chi$  uniforme et les sections droites avant déformation restent droites après déformation (droites et perpendiculaires à la fibre moyenne).
- Le centre de courbure est commun à toutes les sections droites : la fibre moyenne se déforme donc selon un cercle, figure (A.1.b).

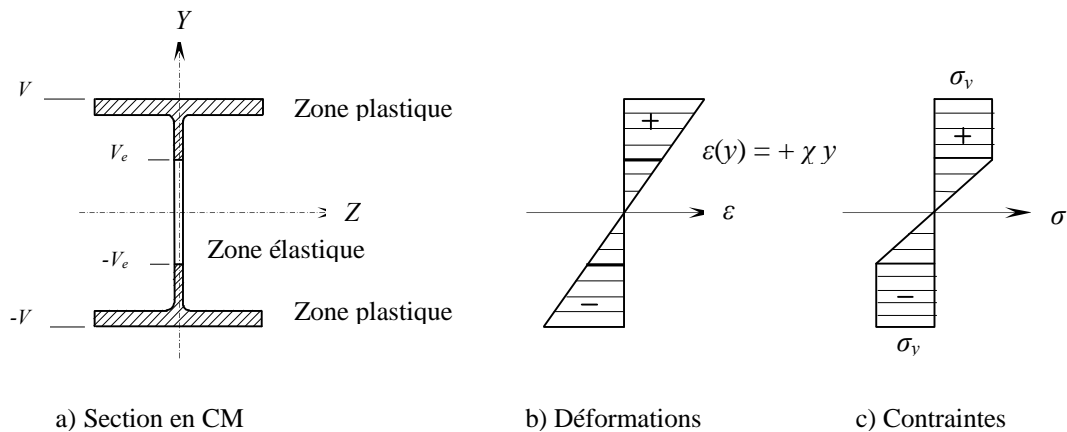
Compte tenu de ces hypothèses, la déformation longitudinale varie linéairement  $\epsilon = a \cdot y + b$ .

En choisissant l'origine des  $Y$ , l'axe neutre, la déformation longitudinale devient  $\epsilon = a \cdot y$ .

Noter qu'a priori la position de l'axe neutre est inconnue :

- ✓ En élasticité, on montre que l'axe neutre est confondu avec l'axe moyen contenant le centre d'inertie de la section droite.
- ✓ En flexion pure les sollicitations sont réduites à :
  - L'effort normal est nul  $N = 0$  ;
  - Le moment fléchissant  $M$  ;
  - L'effort tranchant  $T = 0$ .

Le moment fléchissant est calculé à partir du diagramme de contrainte normale dans le cas d'un profilé à double plan de symétrie en flexion élasto-plastique pure figure (A.2).

Figure (A.2). Distribution des déformations relatives et des contraintes pour une section en *CM*

$$M = \int \int_{(s)} +y.\sigma(y).ds = \int_{-v}^{+v} +y.\sigma(y).b(y).dy = +2 \int_0^{+v} +y.\sigma(y).b(x).dy$$

$$M = 2 \left[ \int_0^{+V_e} \sigma(y).y.b(y).dy + \int_{-V_e}^{+V} \sigma(y).y.b(y).dy \right]$$

Comme :  $V_e = \frac{\varepsilon_y}{\chi} = \frac{\sigma_y}{E.\chi}$  , donc :  $E.\chi = \frac{\sigma_y}{V_e}$

Il vient :

$$M = 2 \left[ \int_0^{+V_e} E.\chi.y^2.b(y).dy + \int_{-V_e}^{+V} \sigma_y.y.b(y).dy \right]$$

$$M = 2\sigma_y \left[ \frac{1}{V_e} \int_0^{+V_e} y^2.b(y).dy + \int_{-V_e}^{+V} y.b(y).dy \right]$$

A la limite, faisons tendre  $V_e$  vers 0 (la section est totalement plastifiée), ou ce qui revient au même, faisons tendre la courbure  $\chi$  vers l'infini, alors le moment fléchissant tend vers une limite  $M_p$  appelé moment plastique.

$$M_p = \lim_{V_e \rightarrow 0} M$$

Une façon commode de calculer  $M_p$  est de le faire à partir du diagramme de contrainte limite bi-rectangulaire (toute la section est plastifiée).



$$M_p = 2\sigma_y \int_0^{+V} y.b(y).dy = 2.S.\sigma_y$$

Où  $S$  désigne le moment statique de la demi-section par rapport à l'axe moyen du profilé complet.

On pose :  $W_{pl} = 2.S$

$W_{pl}$  : Module plastique.

$$M_p = W_{pl} \cdot \sigma_y \quad (A1.1)$$

### Remarques :

Le moment plastique est une idéalisation, il ne peut jamais être réellement atteint car une rupture des fibres les plus tendues (ou les fibres les plus comprimées) surviendra plutôt.

Les deux moments fléchissants seuils sont comparés entre eux en égard au comportement élasto-plastique de la section droite.

- ✓ Le moment élastique,  $M_e$ , est tel que la section droite est totalement dans le domaine élastique, le diagramme de contrainte normale limite  $\sigma_y$ .

Si on désigne par :

$I$  : moment d'inertie de la section.

$V = \frac{h}{2}$  : la de mi-hauteur du profilé bi-rectangulaire.

Alors :

$$M_e = \frac{\sigma_y}{h} 2I \quad (A1.2)$$

- ✓ Le moment plastique  $M_p$  est tel que la section droite est totalement dans le domaine plastique, le diagramme de contrainte étant bi-rectangulaire.

$$M_p = 2S\sigma_y \quad (A1.3)$$

$M_p/M_e$  : est un rapport adimensionnel, il ne dépend que des caractéristiques de la section droite. C'est le facteur de forme noté  $K$ .

Pour un profilé bi-symétrique, on a :

$$M_e = \frac{M_p}{M_e} = \frac{S.h}{I} > 1 \quad (A1.4)$$

## A.1.2. Exemples

### A.1.2.1 Section rectangulaire

Le profilé rectangulaire est soumis à l'action d'un moment fléchissant progressif croissant, le diagramme des contraintes passe par les trois domaines élastique, élasto-plastique et plastique représentés sur la figure (A.3).

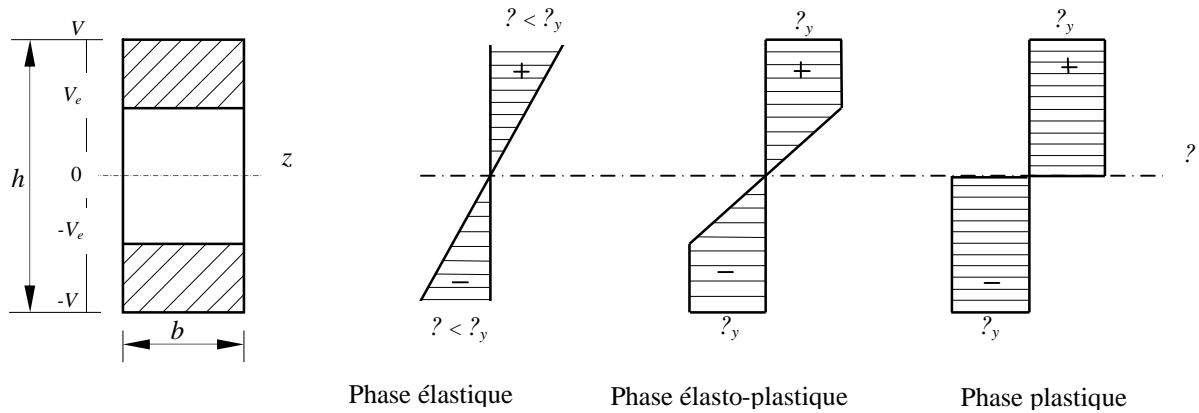


Figure (A.3). Phasage de distribution des contraintes d'une section rectangulaire

**i) Phase élastique :**

On peut appliquer les lois de la résistance des matériaux

$$M = \frac{I}{V} \sigma$$

$\sigma$  : La contrainte sur la fibre la plus tendue (ou comprimée).

$I = \frac{bh^3}{12}$  : Moment d'inertie de la section droite.

$V = \frac{h}{2}$  : La demi-hauteur.

Donc :

$$M = \frac{1}{6} bh^2 \sigma$$

La courbure est donnée par :

$$M = EI\chi \Leftrightarrow \chi = \frac{\sigma}{VE}$$

On définit le moment élastique tel que la contrainte maximale atteinte la limite élastique  $\sigma_y$ .

$$M = \frac{1}{6} bh^2 \sigma_y \quad (\text{A1.5})$$

La courbure élastique correspondante est :

$$\chi_e = \frac{2\sigma_y}{hE}$$

ii) Phase élasto-plastique :

On calcule le moment fléchissant :

$$M = 2\sigma_y \left[ \frac{1}{V_\varepsilon} \int_0^{+V_\varepsilon} y^2 b(y) dy + \int_{-V_\varepsilon}^{-y} y b(y) dy \right]$$

$$M = 2\sigma_y \left[ \frac{1}{V_\varepsilon} \cdot \frac{bV_\varepsilon^3}{3} + \frac{b}{2}(V^2 - V_\varepsilon^2) \right]$$

$$M = b \cdot \sigma_y \left[ V^2 - \frac{V_\varepsilon^2}{3} \right].$$

Et la courbure :

$$\chi = \frac{1 \sigma_y}{V_\varepsilon E}$$

En domaine élastique :

$$\frac{M}{M_\varepsilon} = \frac{\chi}{\chi_\varepsilon} \quad \text{avec : } \chi < \chi_\varepsilon$$

En domaine élasto-plastique :

$$\frac{M}{M_\varepsilon} = \frac{3}{2} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\chi}{\chi_\varepsilon} \right)^{-2} \right] \quad (\text{A1.6})$$

On remarque que  $M$  tend vers  $M_p$  quand  $\chi \rightarrow +\infty$ .

Donc ici  $M_p = \frac{3}{2} M_\varepsilon$  (le facteur de forme du profilé rectangulaire est égal à  $\frac{3}{2}$ ).

L'évaluation du moment fléchissant en fonction de la courbure est reportée dans un diagramme adimensionnel figure (A.4)

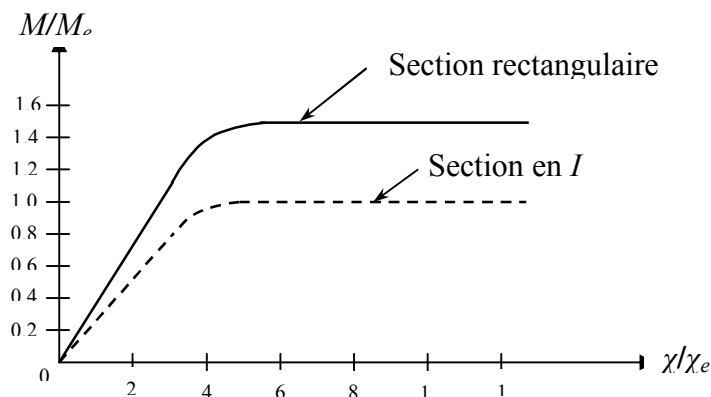
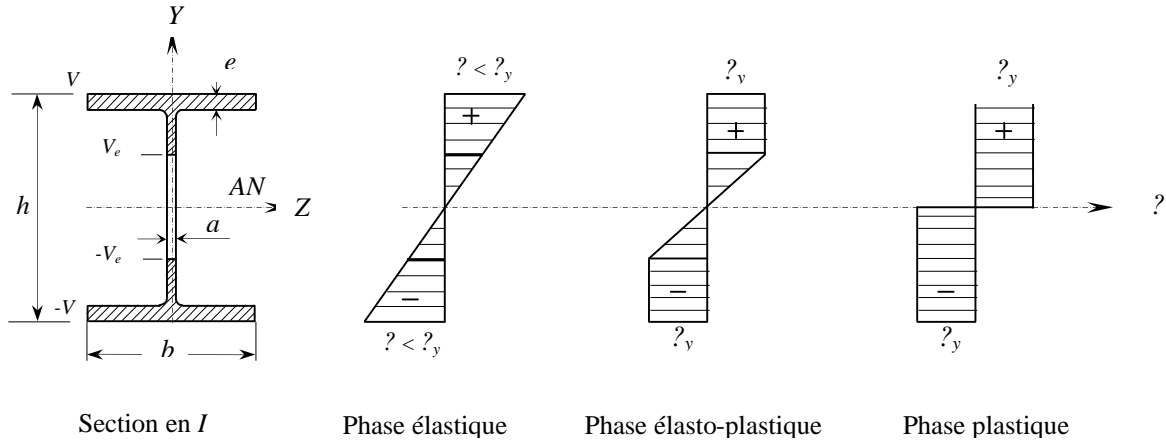


Figure (A.4). Diagramme moment-courbure pour les deux types de sections

### A.1.2.2 Section en I type IPE

La section en IPE est une section symétrique par rapport à l'axe Y et à l'axe Z, la distribution des contraintes est représentée sur la figure (A.5) ci-après.



**Figure (A.5).** Phasage de distribution des contraintes pour une section en I

#### i) Phase élastique :

On peut appliquer les lois de la résistance des matériaux en régime élastique linéaire.

On calcule l'inertie du profilé :

$$I = \frac{2}{3} a (V - e)^3 + \frac{b e^3}{6} + \frac{b e^2}{2} (2V - e)^2$$

Donc le moment élastique :

$$M_e = \frac{I}{V} \sigma_y = \left[ \frac{2}{3V} a (V - e)^3 + \frac{b e^3}{6V} + \frac{b e}{2V} (2V - e)^2 \right] \sigma_y \quad (A1.7)$$

Et la courbure correspondante:

$$\chi_e = \frac{\sigma_y}{E V}$$

#### ii) Phase élasto-plastique :

Le moment fléchissant est obtenu par intégration des moments élémentaires produits par les contraintes normales.

$$M = 2 \sigma_y \left[ \frac{1}{V_e} \int_0^{V_e} y^2 b(y) dy + \int_V^{V-e} y b(y) dy + \int_{V-e}^V y b(y) dy \right]$$

$$M = 2\sigma_y \left[ \frac{a}{2} (V^2 - V_e^2) + \left( \frac{2V_e - e^2}{2} \right) (b - a) \right] \quad (\text{A1.8})$$

Et la courbure correspondante vaut:

$$\chi = \frac{\sigma_y}{E} \frac{1}{V_e}$$

Etablissant la courbe  $\left\{ \frac{\chi}{\chi_e}, \frac{M}{M_e} \right\}$  figure (A.4).

Donc :

$$\frac{M}{M_e} = \frac{a \left( 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\chi}{\chi_e} \right)^{-2} \right) + (2V_e - e^2) \left( \frac{b-a}{V^2} \right)}{\frac{2a}{3V_e^3} (V - e)^3 + \frac{be^3}{6V_e^3} + \frac{be}{2V_e^3} (2V - e)^2}$$

Comme exemple un cas particulier de l'*IPE* 200.

$$V = \frac{h}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$b = 100 \text{ mm}$$

$$a = 5.6 \text{ mm}$$

$$e = 8.5 \text{ mm}$$

$$\frac{M}{M_e} = \frac{20.96 - 1.87 \left( \frac{\chi}{\chi_e} \right)^{-2}}{18.22}$$

Le facteur de forme est obtenu quand la courbure tend vers l'infini.

$$K = \frac{M_p}{M_e} = \lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{M}{M_e} \simeq 1.15$$

Le facteur de forme est voisin de 1.

### A.1.3. Conclusions

- Une fois le moment élastique atteint, une faible augmentation des sollicitations provoque la plastification des semelles, on atteint pratiquement le moment résistant.
- Dans la pratique on supposera donc :
  - 1- Quant le moment plastique peut être effectivement atteint.

2- La poutre a un comportement élastique linéaire jusqu'à ce que le moment plastique soit atteint.

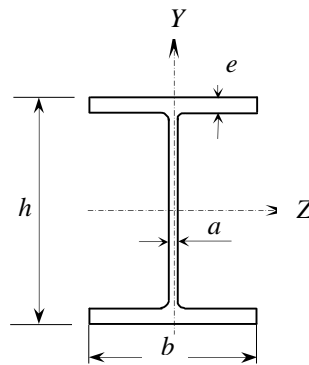
**Remarque :**

L'étude des profilés dans le domaine élasto-plastique est limitée au cas des profilés à deux plans de symétrie dans ce cas l'axe neutre est confondu avec l'axe moyen (axe du centre d'inertie), qui est également l'axe de symétrie.

Le moment plastique d'un profilé vaut :

$$M_p = W_{pl} \cdot \sigma_y$$

On donne la valeur du module plastique  $W_{pl}$  pour une section en I fléchie par rapport à l'axe parallèle ou perpendiculaire à l'âme, figure (A.6)



**Figure (A.6).** Module plastique d'une section en I

- Section fléchie verticalement :  
(par rapport à l'axe Z)

$$W_{plZ} = \frac{ah^2}{4} + (b-a)(h-e)e$$

- Section fléchie transversalement :  
(par rapport à l'axe Y)

$$W_{plY} = \frac{eb^2}{2} + (h-2e)\frac{a^2}{4}$$

$a$  : épaisseur de l'âme de la section.

$b$  : largeur de la semelle.

$e$  : épaisseur de la semelle.

$h$  : hauteur de section.

## A.2. Moment ultime d'une section non usuelle en béton armé

La théorie est basée sur cinq hypothèses fondamentales :

- La théorie de flexion pour le béton armé suppose que le béton se fissure dans les régions des contraintes de traction et que, après fissuration, toutes les contraintes de traction sont portées par les armatures. On suppose également que la section droite d'une pièce demeure plane après déformation, de sorte qu'à travers la section la distribution des déformations est linéaire.
- L'état limite à la ruine est obtenu quand la déformation relative dans le béton  $\epsilon_{cc}$  à la fibre la plus comprimée atteint une valeur spécifique  $\epsilon_{cu}$  (les principaux codes la prennent égale à  $3500.10^{-6}$ ).
- A la rupture (image instantanée de la ruine), la distribution des contraintes de compression dans le béton est définie par un bloc parabole-rectangulaire représente la distribution à la rupture quand les déformations compressives sont dans la marge plastique et elle est associée à la conception pour l'état limite ultime.
- Le bloc rectangulaire équivalent de contrainte est une alternative simplifiée à la distribution parabole-rectangle, figure (A.7)
- Car il y a une compatibilité de déformations entre l'armature et le béton adjacent, les déformations d'acier dans la traction,  $\epsilon_{st}$ , et dans la compression,  $\epsilon_{sc}$ , peuvent être déterminées à partir du diagramme de déformations.

### Remarque :

Ces hypothèses exigent que la section transversale ait un axe de symétrie vertical.

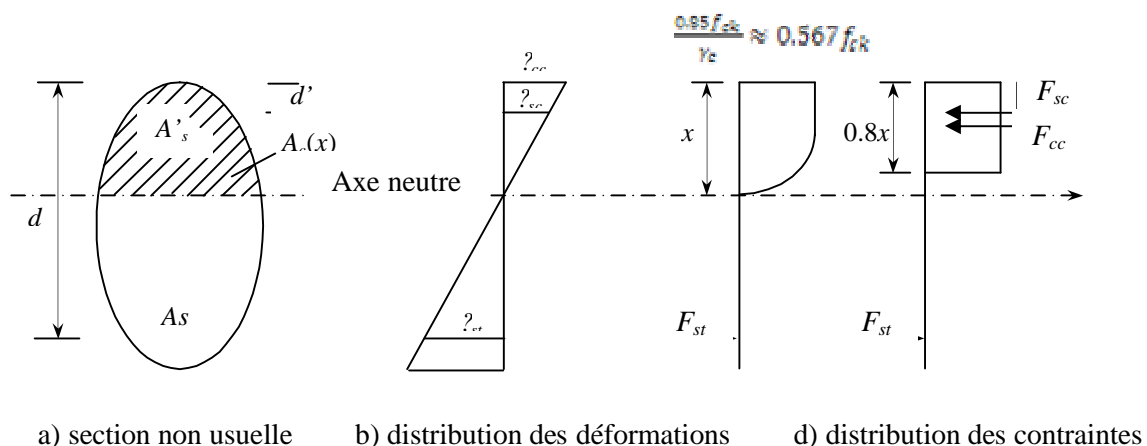


Figure (A.7). Distribution des contraintes et des déformations pour une section non usuelle à l'E.L.U

Soit une section non usuelle en béton doublement armé sollicitée en flexion simple.

A partir de l'équilibre interne :

$$F_{sc} + F_{cc} = F_{st} \quad (A2.1)$$

De sorte que :

$$F_{sc} = 0.567f_{ck} A_c(x)$$

$$F_{cc} = f'_s A'_s$$

$$F_{st} = f_s A_s$$

Où  $f'_s$  et  $f_s$  sont les contraintes dans les armatures tendues et comprimées

Substituant, l'équation d'équilibre (A2.1) devient alors :

$$0.567f_{ck} A_c(x) + f'_s A'_s = f_s A_s \quad (A2.2)$$

L'équation (A2.2) est une équation qui présente trois inconnues interdépendantes  $A_c(x)$ ,  $f'_s$ ,  $f_s$ , qui ne peut être résolue que par la méthode d'essais successifs [6]

Les étapes à suivre dans cette méthode sont :

- 1) Fixer  $x$  initialement, il est préconisé de prendre une valeur égale à  $d/2$ .
- 2) Calculer  $\varepsilon_{st}$  et  $\varepsilon_{sc}$  par :

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{cc} \left( \frac{d - x}{x} \right) \quad (A2.3)$$

et

$$\varepsilon_{sc} = \varepsilon_{cc} \left( \frac{x - d'}{x} \right) \quad (A2.4)$$

Où  $d$  est la hauteur utile et  $d'$  est l'enrobage des armatures comprimées.

A l'état limite ultime la déformation maximale du béton comprimé est prise :

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cu} = 0.0035$$

Après avoir déterminé les déformations, on peut évaluer les contraintes dans les armatures,  $f'_s$  et  $f_s$  à partir des diagrammes contraintes-déformations appropriées.

- 4) substituant  $x$ ,  $f'_s$  et  $f_s$  dans l'équation d'équilibre (A2.2), si l'égalité est obtenue,  $x$  est une solution, Si ce n'est pas le cas, le problème exigerait la solution en essayant des valeurs successives de  $x$  jusqu'à ce que :

$$F_{cc} + F_{cc} = F_{st}$$



Une fois la profondeur de l'axe neutre est connue, l'équilibre est atteint, le moment ultime de la section sera donné par :

a) Par rapport à la section des armatures tendues

$$M_u / A_s = F_{sc}(d - d') + F_{cc}(d - 0.4x) \quad (A2.5)$$

b) Par rapport au centre de gravité de la section de la partie comprimée du béton

$$M_u / cdg = F_{st}(d - 0.4x) + F_{sc}(0.4x - d') \quad (A2.6)$$

## **ANNEXE B**

# **Degré d'hyperstaticité ou de redondance**

## B. Degré d'hyperstaticité ou de redondance

La plupart des manuels sur l'analyse structurale contiennent divers essais pour la redondance. Pour le présent thème il a été nécessaire de déterminer le degré d'hyperstaticité ou le degré de redondance pour des portiques bidimensionnels, et il est possible de donner un essai spécifique pour ceci.

Comme il a été discuté dans le chapitre 2 de la présente thèse, il y'a plusieurs manières de penser à la redondance. Une autre est de trouver le degré de redondance comme nombre de coupes (souvent appelées libérées) qui doivent être faites dans la structure pour la rendre statiquement déterminée (isostatique). Dans les portiques bidimensionnels avec les joints et les appuis rigides, les colonnes peuvent être rendues statiquement en porte-à-faux déterminé presque comme des arbres en séparant la structure au centre de chaque travée, comme dans la figure B.1. Chaque séparation constitue effectivement trois coupes, parce qu'elle permet des déplacements relatifs horizontaux et verticaux et des rotations.

Une rotule sans frottement (à un appui ou dans un portique) ou un roulement à rouleaux à un appui, comme dans la figure B.2, réduit le degré de redondance d'unité. De ce fait l'essai pour la redondance donne le degré d'hyperstaticité comme suit :

$$r = 3n - k$$

Où  $r$  : est le degré d'hyperstaticité ou de redondance,  $n$  : le nombre des travées, et  $k$  : le nombre de rotules sans frottement ou nombre des appuis simples.

Un avertissement au sujet de la détermination du degré de redondance. Considérer le joint dans la figure B.3a. Il y a des moments fléchissants à l'extrémité de chaque membre mais seulement deux d'entre eux sont indépendants ; le troisième peut être trouvé de l'équilibre du joint. En conséquence, la goupille jointe montrée est équivalente aux rotules sans frottement à l'extrémité des deux des trois membres. Comme il est montré dans la figure B.3b, ceci peut être prolongé aux joints de plus de trois membres.

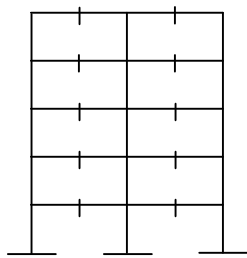
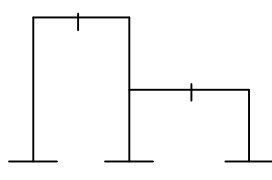
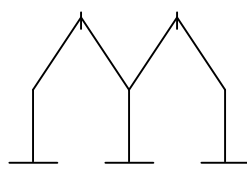
			
n	10	2	2
r	30	6	6

Figure B.1. Exemple du calcul de quelques portiques

N	3	1
K	3	2
r	6	3

Figure B.2 Exemples du calcul en présence d'une rotule mécanique ou d'un appui simple

K	2	4
	(a)	(b)

Figure B.3 Cas particuliers du calcul au niveau des joints

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]. BOUKELOUA. S, « Etude des mécanismes de ruine pour des structures multi-étagées ». Thèse de Magister, Université de Skikda, Algérie (Juillet 2008).
- [2]. BOUMEKKIK A. et al. 2005 'Analyse Pushover des Structures en Béton armé : Théorie de l'endommagement'. Rapport Annuel, Université de Batna, Algérie.
- [3]. BOUSSAFEL S. « Analyse plastique d'éléments structuraux rectilignes en béton armé et en charpente métallique : Etude comparative ». Thèse de Magister. Université de Constantine, Algérie (Juin2003).
- [4]. HORNE , "Plastic Theory of Structures" 2<sup>nd</sup> Edition in SI/Metric Units University of Manchester, England (1979)
- [5]. JEAN COURBON, « Plasticité appliquée au calcul des structures » (1976)
- [6]. MOSLEY W.H, HULSE R, BUNGEY J.H.. « Reinforced concrete design to Eurocode 2 ». Eurocode 2. EDITIONS ROWE LTD CHIPPENHAM WILTS. Londres. Grande-Bretagne (1996).
- [7]. SAMAI M. L. « Analyse plastique des structures » Notes des cours de post-graduation. Université de Constantine, Algérie (2006-2007).
- [8]. STUART S, MOY J "Plastic Methods for Steel and Concrete Structures" (1996).
- [9]. TICHY M, RAKOSNIK J, « Calcul Plastique Des Ossatures En Béton ». Edition Eyrolles (1975).