

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



N° d'ordre :

Série :

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electrotechnique

Option : Modélisation et contrôle des procédés de conversion de l'énergie électrique

Par

Mehdi OULI

Modélisation du comportement d'une distribution aléatoire des particules métalliques dans un séparateur magnétique en voie humide

Soutenu le : 01 / 12 / 2013

Devant le jury composé de:

Président :	A. BENTOUNSI	Prof	Univ Constantine 1
Rapporteur :	R. MEHASNI	MCA	Univ Constantine 1
Examineurs :	H. BENALLA	Prof	Univ Constantine 1
	M.E.H. LATRECHE	Prof	Univ Constantine 2

Remerciement

Le travail que je présente dans ce mémoire a été réalisé au département de l'électrotechnique de l'université Constantine 1.

Je remercie Allah, le tout puissant, le miséricordieux, de m'avoir appris ce que j'ignorais, de m'avoir donné la santé et tout dont je necessitais pour l'accomplissement de cette thèse.

Ma gratitude s'exprime pareillement pour mon encadreur Mr Rabia MEHASNI, maitre de conférences classe A à l'université Constantine 1, qui n'a pas hésité à donner son accord pour me prendre en charge et me orienté afin de réaliser ce travail. Je lui remercie pour son soutien interrompu, ses conseils, ses encouragements et sa grande disponibilité pendant toute la période de réalisation de cette thèse.

Je remercie tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux

M. Amar BENTOUNSI, Professeur à l'Université Constantine 1, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance de la thèse.

Mr .Mohamed El Hadi LATRECHE, Professeur et recteur de l'université Constantine 2 de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'examiner ce mémoire.

M. Hocine BENALLA, Professeur et chef de département d'Electrotechnique à l'université Constantine 1 pour avoir accepter d'être examinateur de ce mémoire et pour sa participation au jury.

Merci à mes parents à qui je dédie aujourd'hui ce travail ainsi qu'à tous mes frères et sœurs.

Merci à tous mes collègues du laboratoire d'Electrotechnique, à toute la promotion du Magistère.

Merci à tous mes proches pour le soutien moral qu'ils m'ont apporté, en particulier, ML.LOUCIF, A.KHATABI, R. SAADA et D.GUELLOUR.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	12
CHAPITRE I : SEPARATION MAGNETIQUE ET DIFFERENTES TECHNIQUES UTILISEES.....	15
I. SEPARATION MAGNETIQUE ET DIFFERENTES TECHNIQUES UTILISEES	16
I.1. INTRODUCTION.....	16
I.2. APPLICATION DE LA SEPARATION MAGNETIQUE.....	16
I.2. 1. TRAITEMENT MINERALURGIQUE	16
I.2. 2. TRAITEMENT DE DEPOLLUTION INDUSTRIEL ET ENVIRONNEMENTAL.....	17
I.2. 3. TRAITEMENTS CHIMIQUES ET BIOLOGIQUES	17
I. 3. CLASSIFICATION DES SEPARATEURS MAGNETIQUES.....	18
I.3. 1. SEPARATEUR MAGNETIQUE A BASSE INTENSITE (SMBI).....	18
I.3. 2. SEPARATEUR MAGNETIQUE A HAUTE INTENSITE (SMHI).....	18
I.3. 3. SEPARATEUR MAGNETIQUE A HAUT GRADIENT ET/OU HAUT CHAMP (SMHG).....	19
I.4. EVOLUTION DES TECHNIQUES DE LA SEPARATION MAGNETIQUE	22
I.5. DONNEES ECONOMIQUES DE LA SEPARATION MAGNETIQUE	22
I.5. 1. COUT D'INVESTISSEMENT.....	23
I.5. 2. COUT DE FONCTIONNEMENT.....	23
CHAPITRE II : MODELISATION DU COMPORTEMENT PARTICULAIRE DANS UN SEPARATEUR MAGNETIQUE EN VOIE HUMIDE	25
II. MODELISATION DU COMPORTEMENT PARTICULAIRE DANS UN SEPARATEUR MAGNETIQUE.....	26
EN VOIE HUMIDE.....	26
II.1.INTRODUCTION	26
II. 2. DIFFERENTS TYPES DE MILIEUX MAGNETIQUES.....	26
II. 2. 1. PROPRIETES MAGNETIQUES	26
II. 2. 2. DIFFERENTS TYPES DE MILIEUX MAGNETIQUES	27
II. 2. 2. 1. Matériaux diamagnétiques	27
II. 2. 2. 2. Matériaux paramagnétiques	27
II. 2. 2. 3. Matériaux ferromagnétiques	28
II. 2. 2. 4. Matériaux ferrimagnétiques	28
II. 2. 2. 5. Matériaux antiferromagnétiques	29
II. 2. 3. AIMANTATION D'UNE PARTICULE	29
II. 3. FORCES D'ORIGINE MAGNETIQUE APPLIQUEES SUR DES PARTICULES METALLIQUES	31
II. 3. 1. PARTICULES MAGNETIQUES.....	31
II. 3. 2. PARTICULES CONDUCTRICES	32
II. 3. 3. PARTICULES CHARGEES.....	32
II. 4. MODELES MATHEMATIQUES REGISSANT LES PHENOMENES EN PRESENCE.....	32
II. 4. 1. PHENOMENE MAGNETIQUE	32
II. 4. 1. 1. Equation du champ magnétique.....	32
II. 4. 1. 2. Conditions de passage	33
II. 4. 1. 3. Conditions aux limites	34
II. 4. 2. PHENOMENE HYDRAULIQUE	35

II. 4. 2. 1. Type d'écoulement	35
II. 4. 2. 2. Equation de l'écoulement	36
II. 4. 2. 3. Actions hydrodynamiques appliquées par le liquide sur une particule solide	36
II. 4. 3. PHENOMENE DYNAMIQUE PARTICULAIRE	39
II. 4. 4. PHENOMENE MAGNETOHYDRODYNAMIQUE COUPLE SIMPLIFIE	39
II.5. CONCLUSION	39
CHAPITRE III : RESOLUTION DU PROBLEME DE LA SEPARATION MAGNETIQUE	41
III. RESOLUTION DU PROBLEME DE LA SEPARATION MAGNETIQUE	42
III. 1. MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	42
III. 1. 1. MAILLAGE DU DOMAINE D'ETUDE ET FONCTION DE FORME.....	43
III. 1. 2. FORMULATION INTEGRALE ET EQUATION ALGEBRIQUE	46
III. 2. OUTIL DE CALCUL UTILISE POUR RESOUDRE LES EDP MAGNETIQUE ET HYDRAULIQUE.....	48
III. 3.METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME DYNAMIQUE PARTICULAIRE	49
III. 4.RESOLUTION DU PROBLEME GLOBALE	51
III. 5.CONCLUSION	53
CHAPITRE IV : SIMULATION ET RESULTATS OBTENUS.....	54
IV. SIMULATION ET RESULTATS OBTENUS	55
IV.1. SEPARATION MAGNETIQUE DANS LES LIQUIDES STATIQUES	55
IV.1. 1. DISTRIBUTION DU CHAMP MAGNETIQUE DANS LE SEPARATEUR	55
IV.1. 2. FORCES D'ORIGINE MAGNETIQUE, APPLIQUEES SUR DES PARTICULES METALLIQUES	57
IV. 1. 2. 1. Particules ferromagnétiques	57
IV. 1. 2. 2. Particules conductrices	60
IV.1.3. INTERACTION ENTRE PARTICULES EN PRESENCE D'UN CHAMP DYNAMIQUE	63
IV.1.4. COMPORTEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE	66
IV.1. 5. TRAJECTOIRE DES PARTICULES ET POSITIONS FINALES.....	68
IV. 1. 5. 1. Particules de forme géométrique sphérique.....	69
IV. 1. 5. 2. Particules de forme géométrique cylindrique	74
IV. 1. 5. 3. Particules de forme géométrique ellipsoïdales	77
IV. 2. SEPARATION MAGNETIQUE DANS LES LIQUIDES EN MOUVEMENT.....	80
IV. 2. 1. GEOMETRIE DE LA CONDUITE DE L'ECOULEMENT	80
IV. 2. 2. DISTRIBUTION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT DANS LE CANAL	81
IV.2.3. COMPORTEMENT DES PARTICULES EN ABSENCE DU CHAMP MAGNETIQUE	82
IV.2. 3. 1. Effet de la force de traînée	82
IV.2. 3. 2. Effet de la force de portance	83
IV.2. 3. 3. Effet de la force de portance et de traînée	83
IV.2. 4. COMPORTEMENT DES PARTICULES EN PRESENCE DU CHAMP MAGNETIQUE.....	84
IV.2.4.1. Domaine d'étude et distribution des grandeurs magnétiques et hydrauliques	84
IV.2.4.2. Trajectoires des particules et efficacité de séparation	86
IV. 3.CONCLUSION.....	90
CONCLUSION GENERALE	92
BIBLIOGRAPHIE	95

Liste des Figures

Figure I. 1. Tube magnétique à aimant permanent (ferrites, terres rares) Eriez magnetics.....	18
Figure I. 2. Principe de la séparation magnétique SMHI des particules dia et paramagnétiques.	19
Figure I. 3. Séparateur supraconducteur à haut gradient à tambour Descos (Doc. KHD Humboldt Wedag)	21
Figure I. 4. Séparateur haut gradient supraconducteur ERIEZ (doc.Eriez magnetics).	21
Figure II. 1. Moments magnétiques atomiques orbital et de spin.....	26
Figure II. 2. Comportement des domaines.	28
Figure II. 3. Schématisation de la structure en domaines d'un matériau ferrimagnétique.....	29
Figure II. 4. Schématisation de la structure en domaines d'un matériau antiferromagnétique..	29
Figure II. 5. Comparaison de l'évolution de l'aimantation M des trois principaux types de matériaux magnétiques en fonction de l'excitation H	30
Figure II. 6. Interface entre deux milieux	34
Figure II. 7. Coefficient de traînée pour une particule cylindrique et ellipsoïdale.....	37
Figure III. 1. Eléments finis tétraédrique à 4 nœuds et hexaédrique à 8 nœuds.....	43
Figure III. 2. Maillage 3D utilisant des éléments tétraédrique à 4 nœuds.	43
Figure III. 3. Coordonnées de volume pour un élément tétraédrique.....	44
Figure III. 4. Différentes étapes de la résolution du problème globale	52
Figure IV. 1. Forme générale du le dispositif étudié pour le cas de liquide statique	55
Figure IV. 2. Distribution du champ magnétique dans la région d'intérêt.....	56
Figure IV. 3. Distribution du champ électrique dans la zone de séparation.....	56
Figure IV. 4. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétiques sphérique.	58
Figure IV. 5. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique cylindrique.....	58
Figure IV. 6. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétiques cubique.....	59
Figure IV. 7. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique ellipsoïdale.....	59
Figure IV. 8. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique conique..	60
Figure IV. 9. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice sphérique.....	61
Figure IV. 10. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice cylindrique..	61
Figure IV. 11. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice cubique.....	62
Figure IV. 12. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice ellipsoïdale..	62
Figure IV. 13. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice conique.....	63
Figure IV. 14. Force magnétique appliquée sur deux particules ferromagnétiques voisines. ..	64
Figure IV. 15. Force magnétique appliquée sur trois particules ferromagnétiques voisines....	65
Figure IV. 16. Force d'interaction appliquée sur deux particules ferromagnétiques et conductrices voisines.....	65
Figure IV. 17. Force d'interaction d'origine magnétique appliquée sur deux particules conductrices voisines.....	66

Figure IV. 18. Distribution de la force magnétique qui peut être appliquée sur une particule ferromagnétique.....	67
Figure IV. 19. Distribution de la force de Lorentz dans le récipient contenant le matériau à traiter.....	68
Figure IV. 20. Trajectoires des particules magnétiques.	69
Figure IV. 21. Trajectoires des particules conductrices.	70
Figure IV. 22. Trajectoires des particules chargées positivement.....	71
Figure IV. 23. Trajectoires des particules chargées négativement.....	72
Figure IV. 24. Trajectoires d'un mélange de particules.	73
Figure IV. 25. Trajectoires des particules chargées positivement et négativement..	73
Figure IV. 26. Trajectoires des particules ferromagnétiques cylindriques.....	74
Figure IV. 27. Trajectoires des particules conductrices cylindriques.....	75
Figure IV. 28. Trajectoires des particules cylindriques chargées positivement.	76
Figure IV. 29. Trajectoires des particules cylindriques chargées négativement.	76
Figure IV. 30. Trajectoires des particules ellipsoïdales ferromagnétiques.....	77
Figure IV. 31. Trajectoires des particules ellipsoïdales conductrices.	78
Figure IV. 32. Trajectoires des particules ellipsoïdales chargées positivement.....	79
Figure IV. 33. Trajectoires des particules ellipsoïdales chargées négativement.	79
Figure IV. 34. Forme géométrique du canal d'écoulement.	81
Figure IV. 35. Coupe verticale sur le champ de vitesse d'écoulement dans le canal.....	81
Figure IV. 36. Profil de vitesse d'écoulement.	82
Figure IV. 37. Effet de la force de trainé sur le comportement de particules.....	82
Figure IV. 38. Effet de la force de portance..	83
Figure IV. 39. Effet des forces de trainée et de portance sur le comportement des particules.	83
Figure IV. 40. Coupe verticale sur la distribution de l'induction magnétique dans le canal ...	84
Figure IV. 41. Variation de l'induction le long du canal.....	85
Figure IV. 42. Distribution des grandeurs physiques.	85
Figure IV. 43. Trajectoires des particules magnétiques..	86
Figure IV. 44. Trajectoires des particules conductrices.	87
Figure IV. 45. Trajectoires des particules chargées.....	89
Figure IV. 46. Trajectoires d'un mélange de particules.	90

Liste des Tableaux

Tableau I. 1. Comparaison des techniques de séparation magnétique: aimant permanent, électroaimant, supraconducteur [Bureau 93]	24
Tableau IV. 1. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 20. <i>a</i>	69
Tableau IV. 2. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 20. <i>b</i>	69
Tableau IV. 3. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 21. <i>a</i>	70
Tableau IV. 4. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 21. <i>b</i>	70
Tableau IV. 5. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas <i>a</i>	71
Tableau IV. 6. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas <i>b</i>	71
Tableau IV. 7. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas <i>a</i>	72
Tableau IV. 8. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas <i>b</i>	72
Tableau IV. 9. Temps de capture des particules ferromagnétiques cylindriques du cas <i>a</i>	74
Tableau IV. 10. Temps de capture des particules ferromagnétiques cylindriques du cas <i>b</i>	74
Tableau IV. 11. Temps de séparation des particules conductrices cylindriques du cas <i>a</i>	75
Tableau IV. 12. Temps de séparation des particules conductrices cylindriques du cas <i>b</i>	75
Tableau IV. 13. Temps de séparation des particules cylindriques chargées positivement du cas <i>a</i>	76
Tableau IV. 14. Temps de séparation des particules cylindriques chargées positivement du cas <i>b</i>	76
Tableau IV. 15. Temps de séparation des particules cylindriques chargées négativement du cas <i>a</i>	77
Tableau IV. 16. Temps de séparation des particules cylindriques chargées négativement du cas <i>b</i>	77
Tableau IV. 17. Temps de capture des particules ferromagnétiques ellipsoïdales du cas <i>a</i>	77
Tableau IV. 18. Temps de capture des particules ferromagnétiques ellipsoïdales du cas <i>b</i>	78
Tableau IV. 19. Temps de séparation des particules ellipsoïdales conductrices du cas <i>a</i>	78
Tableau IV. 20. Temps de séparation des particules ellipsoïdales conductrices du cas <i>b</i>	78
Tableau IV. 21. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées positivement du cas <i>a</i>	79
Tableau IV. 22. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées positivement du cas <i>b</i>	79
Tableau IV. 23. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées négativement du cas <i>a</i>	80
Tableau IV. 24. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées négativement du cas <i>b</i>	80
Tableau IV. 25. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. <i>a</i>	86
Tableau IV. 26. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. <i>b</i>	87
Tableau IV. 27. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. <i>c</i>	87
Tableau IV. 28. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44. <i>a</i>	88
Tableau IV. 29. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44. <i>b</i>	88
Tableau IV. 30. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44. <i>c</i>	88

Tableau IV. 31. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas <i>a</i>	89
Tableau IV. 32. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas <i>b</i>	89
Tableau IV. 33. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas <i>c</i>	89
Tableau IV. 34. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas <i>a</i>	89
Tableau IV. 35. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas <i>b</i>	89
Tableau IV. 36. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas <i>c</i>	89

Introduction générale

Introduction générale

Dans les procédés industriels tel que la métallurgie, le processus d'usinage des pièces conduit à la libération de particules métalliques qui peuvent causer de problèmes sérieux dans l'environnement du travail. Pour les personnes, les particules très fines peuvent s'infiltrer dans le corps humain avec l'air ce qui conduit à des maladies très graves. Pour la chaîne de production, l'existence des particules métalliques peut considérablement contaminer les différents milieux. L'existence des particules dans les liquides de lubrification ou au niveau des parties de contact métalliques (engrenages) conduit à la modification de l'état des surfaces fonctionnelles ce qui conduit à des contraintes mécaniques destructives pour les pièces infectées. Pour les liquides de refroidissement (dispositif de chauffage par induction), les dépôts considérables de particules peuvent conduire par exemple à des courts circuits provoquant l'arrêt d'approvisionnement en électricité ou même la destruction totale de la partie infectée. Une des manières permettant l'élimination de ces particules est la séparation magnétique. L'avantage majeur de cette technique par rapport à d'autres méthodes classiquement utilisées est la préservation de l'état du milieu traité.

La séparation magnétique est basée sur l'application d'un champ magnétique qui agit d'une manière sélective sur la composition du matériau traité. Pour permettre la séparation de particules magnétiques, un champ magnétique statique peut être efficacement utilisé. Par contre pour la séparation de particules conductrices ou chargées, nécessite un champ dynamique. Pour permettre la séparation des particules d'une granulométrie très fines, un champ magnétique à haut gradient pour les particules magnétiques et un champ à haute intensité pour les particules conductrices ou chargées doit être appliqué.

Afin de concevoir un séparateur magnétique de haute performance, le comportement des particules en présence du champ doit être maîtrisé. Il s'agit de la compréhension de l'effet de l'interaction entre le champ appliqué et les particules, l'interaction entre les particules et l'effet du milieu de leur existence. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au calcul du comportement d'une dispersion aléatoire de particules dans un séparateur magnétique pour une application en voie humide. Il s'agit des particules magnétiques, conductrices et chargées de différentes formes géométriques, sphériques, cylindriques et ellipsoïdales immergées dans un liquide non magnétique (eau). Pour permettre l'élimination (extraction) instantanée de ces particules un champ dynamique doit être appliqué. De tel champ peut être généré par un électroaimant alimenté en alternatif.

L'existence des particules de fer dans un champ magnétique conduit à leur aimantation et donc à leur déviation vers les zones à champ très fort. Pour les particules conductrices ou chargées, il s'agit de la génération d'une force de Lorentz qui conduit à leur expulsion vers les zones à très faibles champ. Dans cette forme de séparation où il n'y a aucune matrice d'extraction, l'électroaimant joue le rôle de capteur de particules ferromagnétiques. Il s'agit ainsi de la séparation magnétique par champ à gradient ouvert.

Pour vérifier la capture ou la répulsion des particules, nous avons analysé leurs mouvements en présence de toutes les forces importantes. De telle analyse a été basée sur le calcul de leurs trajectoires. Pour introduire les forces d'origine magnétique, une distribution de ces forces dans la zone où la séparation se produit a été calculée.

Dans le cas de traitement des liquides en mouvement, l'introduction de l'effet du liquide sur les particules est assurée par une évaluation de la distribution de la vitesse d'écoulement dans le canal. Pour prendre en compte l'effet réel des différentes forces ainsi que le mouvement aléatoire des particules, une résolution 3D des équations régissant les phénomènes magnétique et hydraulique a été réalisée. Pour tenir en compte la complexité d'évolution des phénomènes en présences (magnétique, hydraulique et dynamique particulaire), la méthode numérique éléments finis a été appliquée.

Dans le calcul des trajectoires des particules, les forces d'origines magnétique et hydraulique dépendent de la position des particules. Pour prendre en compte cette dépendance, la méthode de Range-Kutta a été appliquée.

Le mémoire de ce travail s'organise autour de quatre chapitres. Le premier chapitre est une présentation générale sur le principe de la séparation magnétique, l'évolution des techniques de la séparation et les différentes débouchées industriels.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la modélisation du comportement des particules dans un séparateur magnétique en voie humide. Il s'agit du développement des équations régissant le phénomène magnétique lié au champ appliqué et les interactions avec les différentes particules, le phénomène hydraulique lié au liquide traité et le phénomène dynamique lié au mouvement des particules.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la méthode des éléments finis utilisée pour résoudre les équations au dérivées partielles (EDP) développées et cela pour une configuration 3D. Nous avons présenté la formulation intégrale de l'équation de la magnétodynamique (formulation A-V) en régime fréquentiel en se basant sur l'approche de Galerkin qui ne tient pas compte des considérations énergétiques.

Dans le quatrième et dernier chapitre, nous exposons les résultats de calcul obtenus. Il s'agit du traitement des deux cas de liquides statique et en écoulement. Nous avons tout d'abord présenté les distributions des différentes forces d'origine magnétique qui vérifient leur caractère attractif ou répulsif. Ensuite, nous présentons des résultats concernant le calcul des forces appliquées sur des particules en tenant en compte de leurs existence dans le champ et cela pour différentes formes géométriques, sphériques, ellipsoïdales, cylindriques et coniques. Nous présentons aussi les différentes interactions entre particules de même nature ou de natures différentes.

Dans une deuxième partie, nous présentons au premier lieu les résultats obtenus pour un calcul des trajectoires des particules de différentes natures et formes géométriques immergées dans un liquide statique non magnétique contenu dans un récipient. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus pour le cas d'un liquide en écoulement. En premier lieu, nous présentons

l'effet de l'écoulement sur les particules en absence du champ magnétique en tenant compte de leurs formes géométriques. Ensuite, nous exposons les résultats concernant les trajectoires des particules lors de l'application du champ magnétique pour différentes nature et formes géométriques.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale dans laquelle nous présentons les différentes conditions de calcul, les hypothèses simplificatrices introduites et les perspectives de ce travail.

Chapitre I : Séparation magnétique et différentes techniques utilisées

I. Séparation magnétique et différentes techniques utilisées

I.1. Introduction

La séparation magnétique est une application industrielle de l'induction magnétique. Elle est utilisée dans les procédés de tri et traitement des matériaux liquides et solides. Son principe est basé sur l'application d'un champ magnétique qui agit d'une manière sélective sur la composition du matériau à traiter. Pour séparer des métaux magnétiques d'un matériau amagnétique, un champ magnétique statique peut être utilisé. Par contre, la séparation des métaux conducteurs ou chargés nécessite l'application d'un champ magnétique dynamique. Un séparateur magnétique est constitué principalement d'une source de champ magnétique (aimant permanent, électroaimant ou bobine supraconductrice), des éléments capteurs et des accessoires de refroidissement. Ces derniers concernent les séparateurs à bobinage conventionnels ou supraconducteur nécessitant des matériaux cryogéniques (Hylium,...).

Dans un processus de séparation, l'extraction d'une particule est le résultat de l'action d'une force d'origine magnétique. La qualité de telle force dépend fortement du champ appliqué, de la nature et de la granulométrie de la particule. Pour les particules ferromagnétiques de taille fine, la séparation nécessite un champ magnétique à haut gradient. Pour les particules conductrices ou chargées, la séparation nécessite un champ magnétique à haute intensité. En réalité, la séparation ne dépend pas seulement de la qualité du champ mais aussi des autres contraintes appliquées par le milieu sur les particules. Il s'agit généralement des forces de la gravité, d'inertie, hydrodynamique et centrifuge. Des forces d'interaction d'origine magnétique ou électrique peuvent fortement contribuer au scénario de la séparation [Svoboda04], [Bureau93], [Gillet88].

I.2. Application de la séparation magnétique

Les principales applications de la séparation magnétique sont :

I.2.1. Traitement minéralurgique

La séparation magnétique est utilisée dans le domaine minier pour traiter les teneurs faibles et dispersées dans les gisements exploités, et cela, pour garantir la pureté et la richesse des concentrés exigées par les industriels utilisateurs [Mehasni 07].

La séparation magnétique à haut gradient de champ sert principalement à purifier des argiles kaoliniques qui sont surtout utilisées pour la fabrication du papier et d'une moindre mesure pour les céramiques.

Outre les argiles kaoliniques, les séparateurs magnétiques hauts gradients supraconducteurs peuvent épurer des substances non métalliques telles que le talc, les phosphates et des minéraux industriels comme les syénites néphéliniques pour l'industrie du verre [Bureau 93].

I.2. 2. Traitement de dépollution industriel et environnemental

La séparation magnétique est utilisée dans les procédés d'épurations suivantes:

- l'épuration de produits destinés à l'industrie du verre ou de la céramique et qui demandent un taux d'épuration élevé (argiles kaoliniques, sables, syénites néphéliniques).
- l'élimination des sulfures des charbons pulvérulents destinés aux centrales thermique ou électriques.
- l'épuration des eaux industrielles (métallurgie et sidérurgie), des eaux urbaines, des eaux de refroidissement des centrales électriques, thermiques ou nucléaires, à des débits importants de l'ordre de 500 m³/h par mètre carré de surface de canister.
- l'extraction de particules contenues dans les procédés de synthèse chimique, dans des alimentations de fluide énergétique ou de vapeur des centrales électriques ou thermiques.
- la concentration de minéraux comme des ultrafines de Fe, Mo, W, terres rares ou de résidus métalliques pour le recyclage.
- l'épuration de divers fluides industriels (industrie de traitement de surface, hydrométallurgie, industrie pétrolière) dans les domaines de l'environnement ou du recyclage.
- le traitement des catalyseurs usés [Gillet 04].

I.2. 3. Traitements chimiques et biologiques

a) Recherche médicale

Les cellules sanguines à l'état désoxygéné sont paramagnétiques. La séparation des érythrocytes paramagnétiques des lymphocytes et des leucocytes diamagnétiques a permis d'étudier des cellules sanguines infectées (par exemple par le parasite de la malaria).

b) Application biochimique

Certaines bactéries (*Aquaspirilla magnetotacticum*) sont naturellement magnétotactiques : elles synthétisent et transportent de petits cristaux de magnétite. Sensibles à l'application d'un champ magnétique, elles pourraient être employées pour l'épuration de fluides ou de boues contaminées en fer.

Enfin, la concentration, par des microorganismes, de métaux paramagnétiques sous forme solubles ou particulaire, est une application biochimique étudiée en laboratoire qui pourrait permettre d'épurer des effluents liquides pollués.

Des bactéries telles que *Bacillus subtilus* ou *Candida utilis* ont permis de fixer des phosphates métalliques, dans leur paroi externe, en processus aérobie. Une fois la fixation achevée, les bactéries sont passées dans une matrice poreuse magnétisée [Bureau 93], [Gillet 88].

I.3. Classification des séparateurs magnétiques

Les séparateurs magnétiques peuvent être classés suivant l'intensité du champ magnétique. On trouve le séparateur magnétique à basse intensité (SMBI), séparateur magnétique à haute intensité (SMHI) et le séparateur magnétique à haut gradient et/ou haut champ (SMHG).

I.3.1. Séparateur magnétique à basse intensité (SMBI)

Les séparateurs magnétiques à basse intensité fonctionnent normalement à champ ouvert, c'est-à-dire que les lignes de forces magnétiques se referment dans un milieu magnétique peu perméable, air ou eau. Ce sont en général des séparateurs à construction simple, peu onéreux et de dépense énergétique faible [Gillet 88]. Ils s'utilisent principalement pour les matériaux ferromagnétiques et ferrimagnétiques. La source de champ magnétique est un aimant permanent qui développe une densité de force magnétiques allant de 2×10^4 à 10^6 N/m³ [Bureau93].

La séparation magnétique en voie humide est généralement employée chaque fois que la granulométrie du produit à traiter devient fine et que la séparation en voie sèche devient inopérante du fait de la gêne créée par l'attraction électrostatique des particules ou que le produit à traiter est déjà sous forme de pulpe minérale [Gillet 03].

Les aimants céramiques, comme les poudres de ferrites contenant de l'oxyde de fer associé au baryum ou strontium, et les aimants produits à base de micro poudre, comme les alliages Fe-Co-Cr des aimants à base de terre rare, sont les plus couramment utilisés, vu les performances exceptionnelles qu'ils présentent, et sont à l'origine des progrès récents dans ce domaine [Gillet 88].



Figure I.1. Tube magnétique à aimant permanent (ferrites, terres rares) Eriez magnetic

I.3.2. Séparateur magnétique à haute intensité (SMHI).

Ils traitent les matériaux paramagnétiques. La source de champ est un électroaimant ou un aimant permanent céramique et développe une densité de force magnétique de 2×10^7 à 4×10^9 N/m³ [Bureau 93]. Les séparateurs magnétiques à haute intensité peuvent fonctionner en voie sèche et en voie humide, ils sont utilisés pour la purification ou la concentration de matériaux non magnétiques, faiblement ou fortement magnétiques.

Des séparateurs magnétiques à tambours à électroaimant sont utilisés pour le traitement en voie sèche. L'électroaimant rotatif crée un champ magnétique intense (16000-18000 Gauss) dans l'entrefer [Mehasni 07].

La figure I.2 montre le principe de séparation des particules paramagnétiques et diamagnétiques. Les particules paramagnétiques restent collées au rotor et en sont détachées à l'aide d'un ballais par contre les particules diamagnétiques sont évacuées sous l'effet de la force centrifuge et de répulsion.

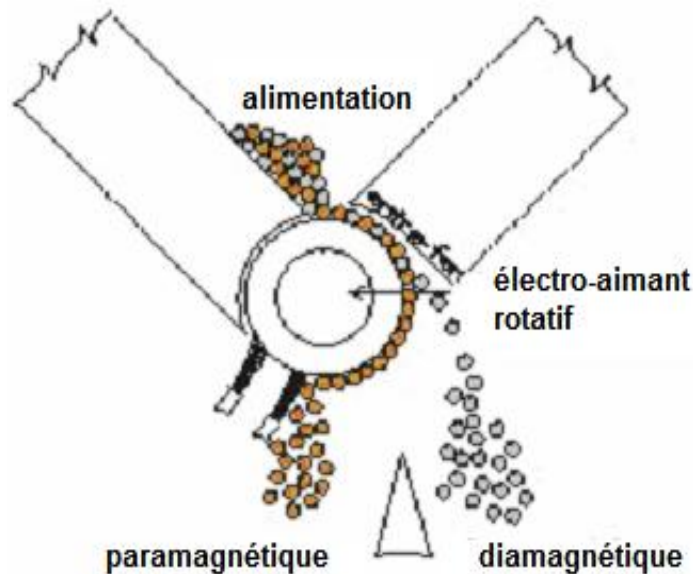


Figure I. 2. Principe de la séparation magnétique SMHI des particules dia et paramagnétiques.

I.3. 3. Séparateur magnétique à haut gradient et/ou haut champ (SMHG).

Ces séparateurs traitent les matériaux à très petite granulométrie et les matériaux paramagnétiques faibles. Le champ est généré par solénoïde en cuivre résistif ou en alliage supraconducteur qui permet d'atteindre une densité de force magnétique de 6×10^{10} à 10^{12} N/m³ [Bureau 93].

Afin de séparer les particules ultrafines ($< 5 \mu\text{m}$) de susceptibilité magnétique faible, des densités de forces magnétiques supérieures à 10^{11} sont nécessaires ce qui n'est pas réalisable techniquement ou économiquement (saturation magnétique du circuit ou de la matrice) puisque l'élévation de champ au-dessus d'une valeur de 1600 kA/m n'est pas possible. Donc l'utilisation des bobines supraconductrices est obligatoire pour obtenir de telles valeurs.

Un aimant supraconducteur génère en effet un champ magnétique élevé ou une forte excitation magnétique non réduite par la saturation du fer. Cela procure les avantages suivants [Gillet 04]:

- une augmentation de la force d'attraction magnétique (fois 25 dans certains cas) qui permet de piéger des particules de l'ordre du micromètre.

- une diminution de la puissance électrique installée et de la consommation d'énergie électrique ($\approx 90\%$).
- une réduction de la masse ($\approx 50\%$) et de l'encombrement des appareils (≈ 35 à 40%).
- une augmentation des capacités de traitement par augmentation de champ magnétique.

Quel que soit la configuration de champ retenue, la séparation supraconductrice nécessite toujours un réservoir cryostatique rempli d'hélium liquide, destiné à refroidir le bobinage en alliage supraconducteur.

Pour les séparateurs à haut gradient du champ, on trouve principalement [Gillet 04], [Bureau 93].

a) Séparateur magnétique à champ à gradient ouvert

Ces séparateurs effectuent la séparation sans piégeage dans une matrice d'extraction. Ils ont été développés en 1975 en Angleterre par Oxford Instruments et Cryogenic Consultants en collaboration avec l'Imperial College. Ils sont conçus à partir d'un ensemble cylindrique de quatre solénoïdes supraconducteurs ou d'un système supraconducteur multi pôle linéaire. Cette configuration spéciale génère des gradients de champ magnétique, donc des forces magnétiques élevées extérieures et orientées radialement.

Des essais ont également été effectués sur des minéraux industriels (quartz, feldspaths) de granulométrie comprise entre 0,1 et 5 mm. Les résultats obtenus des différentes séparations effectuées en gradient ouvert semblent montrer que l'efficacité de séparation diminue fortement à partir de 50 μm .

b) Séparateur magnétique à tambour

Ces séparateurs sont des séparateurs à gradient ouvert. Ils sont équipés d'un tambour (ou virole) à l'intérieur duquel se trouve une série de bobines supraconductrices à bobinage trapézoïdale [Bureau 93]. Le séparateur Descos (Figure I. 3) commercialisé par la firme Humboldt Wedag développe un champ magnétique de 2600 kA/m à la surface du tambour.

Les bobinages supraconducteurs sont disposés dans un réservoir cylindrique construit en matériau isolant contenant l'hélium liquide et maintenu sous vide. La réfrigération de ce séparateur est autonome et sa maintenance est facile.

Le tambour est fabriqué en fibres de carbone renforcées à un diamètre de 1,20 m pour une longueur de 1,5 m. Le séparateur peut fonctionner en voie sèche ou en voie humide avec une capacité de l'ordre de 100 t/h. Il peut traiter des granulométries aller jusqu'à 100 mm.

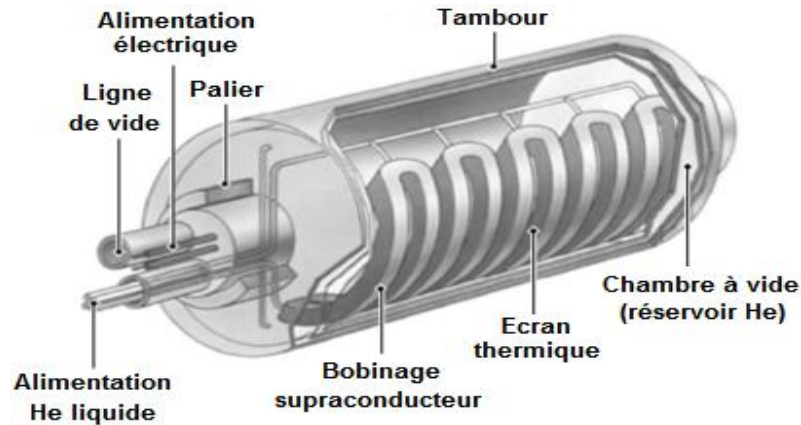


Figure I. 3. Séparateur supraconducteur à haut gradient à tambour Descos (Doc. KHD Humboldt Wedag)

c) Séparateur magnétique à matrice d'extraction

Ces séparateurs fonctionnent dans un intervalle de champ magnétique compris entre 1600 à 4000 kA/m. Ils travaillent le plus souvent cycliquement de la même manière que les séparateurs à haut gradient à bobinage en cuivre. La différence c'est que le bobinage en cuivre est remplacé par un bobinage supraconducteur Nb-Ti immergé dans une enceinte isolée contenant de l'hélium liquide. Le conteneur d'hélium est entouré par plusieurs couches isolantes et d'une paroi thermique refroidie à l'azote liquide pour diminuer la consommation d'hélium.

Le séparateur développé par la société Eriez (Figure I.4) est en fonctionnement depuis 1986 sur les sites miniers de Géorgie (États-Unis) et de Caroline du Sud pour épurer des argiles kaoliniques. Ces séparateurs fonctionnent sous un champ magnétique de 1600 kA/m pour une puissance électrique installée d'environ 60 kW (compresseur et cryogénérateur compris). Le canister rempli d'une matrice de type mousse de fer, a un diamètre de 2,14 m et une profondeur de 0,5 m. Le système magnétique (bobine-cryostat) entouré d'une légère enveloppe d'acier doux pour la fermeture du champ magnétique a une masse de 230 t.

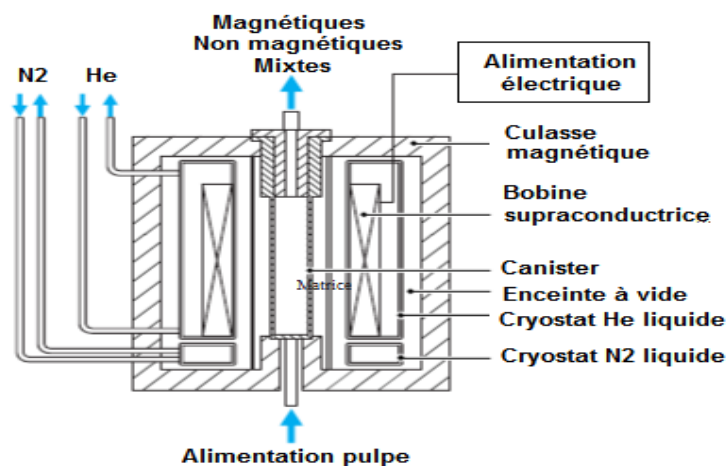


Figure I. 4. Séparateur haut gradient supraconducteur ERIEZ (doc.Eriez magnetics).

I.4. Evolution des techniques de la séparation magnétique

Depuis toujours, les propriétés attractives de matériaux fortement magnétiques tels que la magnétite ont fasciné les hommes. Mais l'explication physique du magnétisme, et son utilisation pour des applications concrètes, ne datent que de la fin du 18^{ème} siècle. C'est en 1792 que Fullerton dépose un brevet impliquant l'utilisation d'aimants permanents pour concentrer un minerai de fer type magnétite. En 1847, Wall met au point un séparateur à aimant permanent qui sera utilisé industriellement quelques années plus tard en Italie.

Le premier séparateur à haute intensité en voie humide fut breveté en 1897 et la première application industrielle à haute intensité en voie sèche fut mise en exploitation en 1908[Gillet 03].

L'évolution de cette technique a été relativement lente et les efforts ont surtout porté sur les séparateurs à haute intensité en voie sèche. Il a fallu attendre l'année 1970 pour voir un séparateur industriel de fort tonnage (120 t/h), travaillant en voie humide, installé sur un site minier (Brésil). Ce fut alors le point de départ d'un développement rapide et qui reste encore très prometteur, comme le montrent les recherches actuelles [Gillet 03].

En 1970, la commercialisation par Humboldt, du séparateur haute intensité en voie humide Jones à carrousel (marche continu) va permettre à la séparation magnétique de s'imposer dans le domaine de la valorisation industrielle des minerais et d'entrer en concurrence avec la valorisation par « froth flotation », pour les minerais à faible susceptibilité magnétique. En dix ans, la séparation magnétique haute intensité va évoluer rapidement mais des limites techniques interviennent pour les minerais de faibles granulométrie (inférieure à 10 microns) et/ou de faible susceptibilité magnétique (inférieure à 0.5 10⁻⁶ SI).

L'apparition dans les années 80 de séparateurs haut champ-haut gradient supraconducteurs a permis de repousser ces limites d'exploiter des gisements que l'on n'aurait pas jugé économiquement valorisables dix ans plus tôt.

La capacité de ces séparateurs supraconducteurs à traiter des solides très faiblement magnétique et de granulométrie très faible leur a fourni un débouché d'application en valorisation des minerais et plus spécifiquement en épuration (blanchiment) de minéraux industriels. Ces minéraux, selon leur degré de pureté, seront plus au moins générateurs de plus value lors de leur vente pour l'industrie céramique ou comme adjuvants dans la fabrication de peintures, de papier et même de cosmétiques. La séparation magnétique supraconductrice peut donc jouer un rôle important dans ce type d'exploitation, d'autant plus que les carrières à ouvrir seront de plus en plus déficientes du point de vue qualité.

I.5. Données économiques de la séparation magnétique

Le coût d'investissement et le coût de fonctionnement d'un séparateur magnétique sont deux facteurs essentiels qui doivent être mis en évidence afin de mettre en exploitation une telle technique de séparation magnétique.

I.5. 1. Coût d'investissement

Le coût d'un séparateur va dépendre de sa dimension et de son système magnétique. Ce coût est déterminé par le constructeur au vu des résultats d'essais pilotes destinés à définir le type d'appareil et les conditions de séparation les mieux adaptées aux objectifs à atteindre (débit d'alimentation, eau, champ magnétique de coupure, etc.). D'après les données des constructeurs pour le début des années 80, on peut remarquer que :

- Le séparateur magnétique à basse intensité est le moins cher : de 122 à 183 euros par tonne horaire traitée.
- Le séparateur magnétique haute intensité à sec est le plus cher : 2987 à 12196 euros par tonne horaire traitée.
- Le coût d'un séparateur magnétique haute intensité en voie humide se situe entre 762 et 4573 euros par tonne horaire traitée.
- Le coût d'un séparateur haut gradient (bobinage cuivre ou supraconducteur) se situe environ entre 1524 et 15244 euros par tonne horaire traitée [Gillet04].

Généralement le coût d'un bobinage d'un séparateur dépend de : diamètre et hauteur (poids du conducteur), masse d'acier pour la fermeture de champ, champ développé, puissance installée, type et forme du conducteur et de système de refroidissement associé [bureau 93], [Gillet04].

I.5. 2. Coût de fonctionnement

Les coûts opératoires ou frais de fonctionnement des séparateurs sont dus essentiellement aux dépenses énergétiques des bobines (SMHI et SMHG), des moteurs et organes annexes (pompes, ventilateurs, distributeurs, etc.), des systèmes de refroidissement (consommation et maintenance) et aux pièces d'usure (matrice).

La dépense énergétique pour une séparation à basse intensité est très faible (0.05 kWh/t) et pour la haute intensité, elle varie de 0.05 kWh/t(aimant permanent) à 2,5 kWh/t (électroaimants). Pour la séparation à haut gradient de champ (solénoïde en cuivre) elle peut atteindre 20 kWh/t et elle est de l'ordre de 0,6 kWh/t pour un bobinage supraconducteur si l'on tient compte de la puissance électrique installée du système de réfrigération.

Le (tableau I.1) résume les principales données économiques (investissement et fonctionnement) des divers appareils de séparation magnétique.

	Aimant Permanent	Electroaimant à bobine résistive	Bobine supraconductrice
Energie consommable	Faible	Elevé	Faible
Induction magnétique	De 0.2 à 1.5 T	Limité à 2 T	>5 T
Poids appareil	Léger	Lourd	Léger
Source du champ ou conducteur	Aimant permanent Céramique	Conducteur creux en cuivre résistif	Supraconducteur Nb-Ti
Refroidissement	Néant	air ou eau déionisée	Hélium liquide
Culasse de fermeture du champ (blindage acier doux)	Néant	Importante	Néant
Fiabilité de fonctionnement	Excellente	Elevée	mise en froid: élevé à moyenne élevé
Investissement	Faible	Elevé	Elevé
Générateur champs	Moyen	Elevé	Elevé
Puissance installée	Très faible	Elevé	Faible
Cout de fonctionnement	Faible	Elevé	faible à moyen

Tableau I. 1. Comparaison des techniques de séparation magnétique: aimant permanent, électroaimant, supraconducteur [Bureau 93]

Chapitre II : Modélisation du comportement particulaire dans un séparateur magnétique en voie humide

II. Modélisation du comportement particulaire dans un séparateur magnétique en voie humide

II.1.Introduction

Dans un séparateur magnétique toute particule est principalement soumise à des forces d'origines magnétique et hydraulique. Pour que la séparation ait lieu, il faut que les forces magnétiques soient efficace et dominant les forces hydrauliques. La connaissance de l'efficacité des forces magnétiques nécessite l'estimation de l'importance de ses effets par rapport aux autres forces. La seule manière qui permette d'aboutir à cet objectif est la simulation du comportement de la particule. De telle simulation nécessite une approche mathématique exacte de tous les phénomènes physiques générés lors de l'application de la procédure de séparation. Il s'agit ainsi de la modélisation des phénomènes en présence.

Dans la séparation magnétique en voie humide, il existe trois phénomènes principaux fortement couplés, phénomène magnétique, phénomène hydraulique et phénomène dynamique particulaire.

Pour le phénomène magnétique, il s'agit de l'aimantation ou de la génération des courants induits dans la particule qui conduit à des forces attractives ou répulsive. En ce qui concerne le phénomène hydraulique, il s'agit des forces appliquées par le milieu traité sur les particules rigides en mouvement. Pour le phénomène dynamique, il s'agit de l'effet de toutes les forces qui conduisent au mouvement des particules selon l'objectif , il ya des effet désirables et des effet indésirables.

II. 2. Différents types de milieux magnétiques

II. 2. 1. Propriétés magnétiques

Les propriétés magnétiques d'un matériau sont attribuables au spin des électrons et au moment orbital autour du noyau. Une charge électrique en mouvement engendre un champ magnétique autour d'elle même, les électrons qui tournent sur eux mêmes (spin) et autour du noyau (orbite) forment de petits dipôles magnétiques. Ces dipôles peuvent réagir à l'application d'un champ magnétique extérieur (Figure II.1).

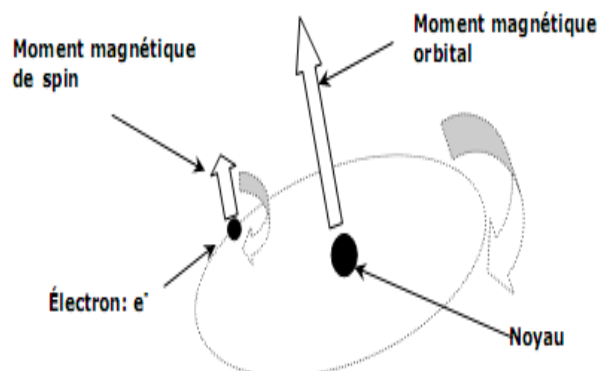


Figure II. 1.Moments magnétiques atomiques orbital et de spin.

La réponse d'un matériau à l'application d'un champ magnétique extérieur \vec{H} est caractérisée par l'induction magnétique \vec{B} , laquelle représente l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du matériau [Chelghoum 06].

Dans le vide, le champ d'induction \vec{B} et \vec{H} sont colinéaires et liés par la relation :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{II.1})$$

Avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

Au sein d'un matériau aimanté, le champ d'excitation \vec{H} est toujours donnée par le théorème d'Ampère. Sous le champ d'excitation \vec{H} , il va se produire une influence du milieu qui va se superposer au champ d'excitation pour produire le champ d'induction.

On définit cette réaction à l'aide du vecteur d'aimantation \vec{M} :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (\text{II.2})$$

Cette aimantation \vec{M} est proportionnelle au champ d'excitation et peut se mettre sous la forme

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (\text{II.3})$$

Où χ est la susceptibilité magnétique du matériau.

Ainsi, le champ d'induction résultant peut s'écrire sous la forme,

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{II.4})$$

Avec μ_r la perméabilité relative du matériau et $\mu_r = (1 + \chi)$.

II. 2. 2. Différents types de milieux magnétiques

II. 2. 2. 1. Matériaux diamagnétiques

Généralement, les électrons appartenant aux atomes d'une substance se regroupent par paires, annulant leurs moments magnétiques respectifs, si bien que les atomes de la plupart des corps ne possèdent pas de moment magnétique permanent. Ces substances sont dites diamagnétiques, ils ne s'aimantent qu'en présence d'un champ magnétique extérieur. Les orbitales électroniques sont modifiées sous l'effet d'un champ magnétique appliqué, et un moment magnétique est induit parallèlement au champ appliqué, en sens opposé, avec un module proportionnel à l'excitation magnétique [Chelghoum 06], [Buzid 09].

II. 2. 2. 2. Matériaux paramagnétiques

Les matériaux paramagnétiques ne possèdent pas d'aimantation en l'absence de champ magnétique extérieur, à cause de l'orientation au hasard des moments magnétiques de leurs atomes, si bien que le moment magnétique résultant est nul. Lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué, les moments tendent à être orientés par le champ magnétique.

Un corps paramagnétique sera ainsi attiré par un champ intense, mais cette attraction est faible et l'aimantation revient à zéro lorsque le champ extérieur est annulé [Bureau 93], [Buzid 09].

II. 2. 2. 3. Matériaux ferromagnétiques

Les substances ferromagnétiques possèdent un fort moment magnétique. Les moments magnétiques de leurs atomes sont ordonnés en petites zones uniformément magnétisées, appelées domaines de Weiss. En l'absence d'un champ magnétique extérieur, chaque domaine présente une orientation aléatoire (Figure II. 2.a). En revanche il suffit d'appliquer un champ magnétique faible pour réorganiser ces moments et les orienter tous dans le sens de l'induction créée par le champ (Figure II. 2.b). Si l'on supprime le champ extérieur, le matériau reste aimanté dans la direction et le sens du champ précédemment appliqué.

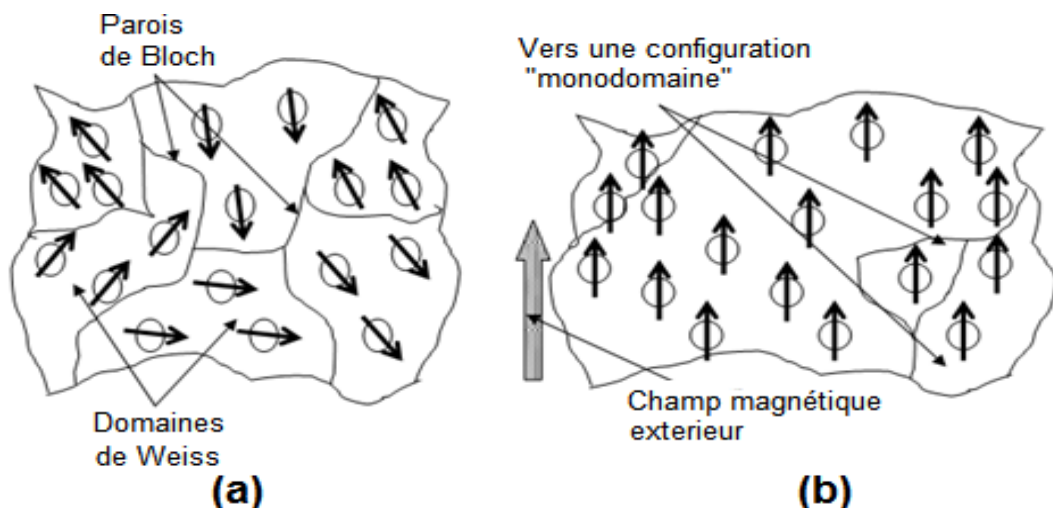


Figure II. 2. Comportement des domaines: (a) en l'absence d'un champ magnétique extérieur, (b) en présence d'un champ magnétique extérieur.

La susceptibilité magnétique de ces matériaux est positive et très grande (50 à 10000) [Charles 07]. Elle dépend de la température et de l'intensité du champ. Ces matériaux existent pour des températures inférieures à la température de curie (spécifique pour chaque matériau). Lorsque la température dépasse le point de curie les substances ferromagnétiques perdent leurs propriétés magnétiques et se transforment en matériaux paramagnétiques.

II.2. 2. 4. Matériaux ferrimagnétiques

Sa structure cristalline est composée de deux structures de réseaux ayant des moments de modules différents et avec des orientations antiparallèles (Figure II. 3). Aussi, ce matériau présente une aimantation globale non nulle même en l'absence d'un champ magnétique extérieur.

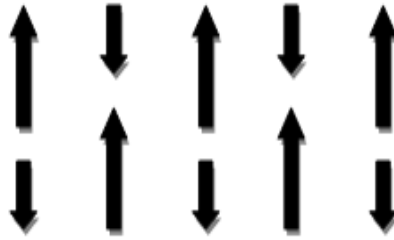


Figure II. 3. Schématisation de la structure en domaines d'un matériau ferrimagnétique

II. 2. 2. 5. Matériaux antiferromagnétiques

Dans ce genre de matériaux, les atomes ont un moment magnétique permanent. Cependant les moments atomiques ont un couplage antiparallèle, ce qui donne une aimantation globale nulle en l'absence du champ extérieur (figure II. 4).

L'augmentation de la température favorise l'aimantation en fragilisant le couplage entre les moments magnétiques, mais à partir d'une certaine température dite de Néel, l'agitation thermique annule le couplage entre les moments, d'où un comportement paramagnétique de ce matériau à partir de cette température.

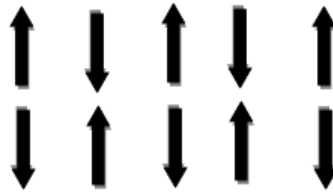


Figure II. 4. Schématisation de la structure en domaines d'un matériau antiferromagnétique

II. 2. 3. Aimantation d'une particule

Considérons une particule élémentaire dia ou paramagnétique de volume élémentaire dV placée dans un champ magnétique et dans le vide. L'énergie magnétique volumique d'aimantation acquise par cette particule est donnée par [Hydrent 12]:

$$\varepsilon_m = -\frac{\chi}{2\mu_0} B^2 \quad (\text{II.5})$$

Une particule cherchant toujours à minimiser son énergie, son comportement va varier selon la nature de son magnétisme. D'après (II.5), une particule paramagnétique ou ferromagnétique ($\chi > 0$) sera attirée par les champs intenses alors qu'une particule diamagnétique ($\chi < 0$) sera attirée vers les zones de champ faible. En fonction de la nature des particules, l'évolution de l'aimantation magnétique \vec{M} des trois principaux types de matériaux (ferromagnétique, paramagnétiques et diamagnétiques) en fonction de champ d'excitation magnétique est montrée dans la figure II. 5. [Hydrent 12], [Buzid 09]

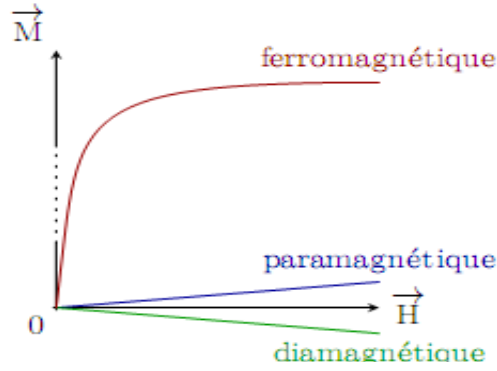


Figure II. 5. Comparaison de l'évolution de l'aimantation \vec{M} des trois principaux types de matériaux magnétiques en fonction de l'excitation \vec{H} .

L'aimantation magnétique dépend aussi de la forme des particules. On distingue les cas suivants :

a) Particule ellipsoïdale

Dans le cas particulier d'un ellipsoïde placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , le champ induit à l'intérieur de l'ellipsoïde magnétisé est uniforme. Si a , b et c sont les longueurs des demi axes principaux dans les directions x , y et z respectivement, l'aimantation magnétique est donnée par la formule [Moon 94].

$$\vec{M} = \frac{\chi}{\mu_0} \left(\frac{B_x}{1+\chi n_1}, \frac{B_y}{1+\chi n_2}, \frac{B_z}{1+\chi n_3} \right) \quad (\text{II.6})$$

Les nombres n_1 , n_2 et n_3 sont appelés les facteurs de démagnétisation.

Pour un ellipsoïde quelconque, les trois facteurs vérifient l'égalité suivante [Sihvola 92]:

$$n_1 + n_2 + n_3 = 1 \quad (\text{II.7})$$

Pour le cas où $a > b = c$, les facteurs de démagnétisation sont :

$$n_1 = \frac{1-e^2}{2e^3} \left(\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \quad (\text{II.8})$$

$$n_2 = n_3 = \frac{1}{2} (1 - n_1) \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Où l'excentricité est } e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \quad (\text{II.10})$$

b) Particule sphérique

Pour une particule sphérique ($a = b = c$), $\left(n_1 = n_2 = n_3 = \frac{1}{3} \right)$.

En remplaçant les trois facteurs n_1 , n_2 et n_3 dans l'équation (II.6) avec $\chi = \mu_r - 1$, on obtient après simplifications les trois composantes de l'aimantation \vec{M} ,

$$M_x = \frac{3 \mu_r (\mu_r - 1)}{(\mu_r + 2)} H_x \quad (\text{II.11})$$

$$M_y = \frac{3 \mu_r (\mu_r - 1)}{(\mu_r + 2)} H_y \quad (\text{II.12})$$

$$M_z = \frac{3 \mu_r (\mu_r - 1)}{(\mu_r + 2)} H_z \quad (\text{II.13})$$

c) Particule cylindrique

Pour une particule cylindrique, on a $n_1 = 0$, $n_2 = n_3 = \frac{1}{2}$. Après simplification de l'équation (II.6), on trouve,

$$M_x = \mu_r (\mu_r - 1) H_x \quad (\text{II.14})$$

$$M_y = \frac{2 \mu_r (\mu_r - 1)}{(\mu_r + 1)} H_y \quad (\text{II.15})$$

$$M_z = \frac{2 \mu_r (\mu_r - 1)}{(\mu_r + 1)} H_z \quad (\text{II.16})$$

II. 3. Forces d'origine magnétique appliquées sur des particules métalliques

II. 3. 1. Particules magnétiques

L'interaction entre une particule aimantée et le champ appliquée se résulte par une force d'attraction qui force la particule de dévier vers la région à champ magnétique fort.

Pour une particule solide de volume V_p , la force magnétique est donnée par [Kuzhir03], [Noguchi 11], [Smolkin 06]:

$$\vec{F}_m = \mu_0 V_p (\vec{M} \cdot \vec{\nabla}) \vec{H} \quad (\text{II.17})$$

Où \vec{H} et \vec{M} sont respectivement le champ à la localité de la particule et son aimantation volumique.

Pour une configuration tridimensionnelle, la force est exprimée par

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= \mu_0 V_p \left(M_x \frac{\partial}{\partial x} + M_y \frac{\partial}{\partial y} + M_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k}) \\ &= \mu_0 V_p \left(M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_x}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(M_x \frac{\partial H_y}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \vec{j} + \left(M_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + \right. \\ &\quad \left. M_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \vec{k} \quad (\text{II.18}) \end{aligned}$$

Donc, dans un système de coordonnées cartésiennes, les trois composantes de la force magnétique sont données par [De Greve 08], [Heyrendt 12].

$$\begin{cases} f_{mx} = \mu_0 V_p \left(M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_x}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \\ f_{my} = \mu_0 V_p \left(M_x \frac{\partial H_y}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ f_{mz} = \mu_0 V_p \left(M_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

II. 3. 2. Particules conductrices

Une particule conductrice plongée dans un champ magnétique sera soumise à une force appelée force de Lorentz. Elle repousse la particule vers les zones à faible champ magnétique. Alors, la force de Lorentz a un caractère répulsif. Pour une particule solide de volume V_p elle est donnée par [Barre 03] :

$$f_L = \int_{V_p} \vec{J} \wedge \vec{B} dV \quad (\text{II.20})$$

Le développement pour un système de coordonnées cartésiennes conduit aux composantes données par :

$$\begin{cases} f_{Lx} = V_p (J_y B_z - J_z B_y) \\ f_{Ly} = V_p (J_z B_x - J_x B_z) \\ f_{Lz} = V_p (J_x B_y - J_y B_x) \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

II. 3. 3. Particules chargées

Toute particule de masse au repos m_0 , de charge q et de vitesse v_p plongée dans un champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) sera soumise à une force qui repousse la particule vers les zones à très faible champs magnétique. Elle est donnée par [Versteegen 11] :

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v}_p \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.22})$$

Le développement de (II.22) dans un système de coordonnées cartésiens donne les trois composantes suivantes :

$$\begin{cases} F_{Lx} = q(E_x + v_{py} B_z - v_{pz} B_y) \\ F_{Ly} = q(E_y + v_{pz} B_x - v_{px} B_z) \\ F_{Lz} = q(E_z + v_{px} B_y - v_{py} B_x) \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

II. 4. Modèles mathématiques régissant les phénomènes en présence

II. 4. 1. Phénomène magnétique

II. 4. 1. 1. Equation du champ magnétique

Tout phénomène électromagnétique est régi par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell [Choua 10], [Le Duc 11] :

$$\overline{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.24})$$

$$\overline{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.25})$$

$$div \vec{B} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$div \vec{D} = \rho \quad (\text{II.27})$$

Ici \vec{E} est le champ électrique, \vec{H} est le champ magnétique, \vec{B} est l'induction magnétique, \vec{D} est l'induction électrique, ρ est la densité de charge volumique et \vec{J} est la densité de courant électrique.

La densité de courant peut comporter deux composantes, une liée à l'excitation \vec{J}_{exc} et l'autre due aux courants induits \vec{J}_{ind} (en considérant les régimes quasi stationnaires $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0}$).

$$\vec{J} = \vec{J}_{exc} + \vec{J}_{ind} \quad (\text{II.28})$$

Aux équations de Maxwell, on rajoute les relations constitutives des matériaux,

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.29})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.30})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.31})$$

Où σ est la conductivité du matériau, ε est la permittivité diélectrique, μ est la perméabilité magnétique et \vec{B}_r est l'induction rémanente.

Dans notre cas, les particules à séparer sont de différents types (ferromagnétiques, conducteurs et chargées). Afin d'avoir une action sur toutes les particules de type métallique, un champ dynamique doit être appliqué.

Pour une alimentation parfaite en courant, et en absence d'aimant permanent, une formulation en potentiel vecteur magnétique et potentiel scalaire électrique A-V conduit à l'équation modèle du champ donnée par [Aubertin 11], [Korecki 09] :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \vec{v} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \vec{\nabla} V = \vec{J}_{exc} \\ \vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{\nabla} V) + \vec{\nabla} \cdot \left(\varepsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \rho = 0 \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

II. 4. 1. 2. Conditions de passage

Sur une limite de séparation de deux milieux différents notés respectivement Ω_1 et Ω_2 , les grandeurs électromagnétiques pourraient être discontinues. Les conditions de passage (transmission) permettent alors d'exprimer les relations entre deux grandeurs sur ces frontières [Lefevre 06], [Le Floch 02].

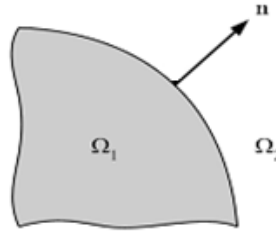


Figure II. 6. Interface entre deux milieux

La continuité de la composante normale de l'induction magnétique.

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{II.33})$$

La continuité de la composante tangentielle du champ électrique.

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0} \quad (\text{II.34})$$

La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques ρ_s si elles existent.

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{II.35})$$

La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courants surfaciques s'ils existent.

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{j}_s \quad (\text{II.36})$$

\vec{n} est le vecteur normal à la surface.

II. 4. 1. 3. Conditions aux limites

La résolution d'une équation aux dérivées partielles ne peut se faire que lorsque la solution est bien déterminée par des conditions fixées sur la frontière $\partial\Omega$ du domaine Ω à l'intérieur duquel cette solution est recherchée.

Les conditions aux limites les plus courantes pour un problème de résolution d'une EDP sont énoncées ci-dessous [Ternisien 01].

a) Conditions de type Dirichlet

On parle d'une condition de Dirichlet si la valeur de la fonction f est connue en tous points des frontières et égale à une constante $f = g$.

Si $g = 0$, il s'agit ainsi de la condition de Dirichlet homogène.

b) Condition de Neumann

Dans ce cas, on connaît la dérivée par rapport à la normale de la fonction inconnue en tout point de la limite (frontière). De telle condition est traduite par l'équation, $\frac{\partial f}{\partial n} = g$.

Si $g = 0$, il s'agit de la condition de Neumann homogène.

c) Conditions mixtes Neumann-Dirichlet

Cette condition est un mélange des deux conditions précédentes. Il est en effet possible d'avoir une condition de Dirichlet sur une frontière $\partial\Omega_1$ de Ω est une condition de Neumann sur son complémentaire $\partial\Omega_2$. Ce qui donne $f = g_1$ sur le bord $\partial\Omega_1$ de Ω et $\frac{\partial f}{\partial n} = g_2$ sur le bord $\partial\Omega_2$ restant.

Une extension de ce couplage conduit aux conditions aux limites de Robin qui sont une généralisation de celles de Neumann-Dirichlet [Ternisien 01].

$$\alpha(x).f(x) + \beta(x)\frac{\partial f(x)}{\partial n} = 0$$

$\alpha(x)$, $\beta(x)$ étant deux fonctions régulières données sur $\partial\Omega$ non nulles simultanément.

II. 4. 2. Phénomène hydraulique

Pendant leurs mouvements, les particules sont soumises à des actions hydrauliques appliquées par le liquide. L'estimation de l'effet de ces actions sur la capture repose sur la connaissance exacte des propriétés physiques du liquide et des paramètres de son écoulement. En Hydraulique, les propriétés physiques desquelles dépend le régime d'un écoulement liquide sont la densité de masse et la viscosité du matériau.

II. 4. 2. 1. Type d'écoulement

Pour connaître la nature d'un écoulement (laminaire ou turbulent), on définit le nombre sans dimension de Reynolds qui donne un ordre de grandeur entre les forces inertielles et visqueuses qui agissent sur une particule fluide. Ce nombre est donné par [Bigillon 01]:

$$Re = \rho \frac{u_f L}{\mu} \quad (\text{II.37})$$

Où u_f et L sont respectivement la vitesse et la longueur caractéristiques de l'écoulement, ρ est la masse volumique du fluide et μ représentent la viscosité dynamique du fluide.

La limite entre régime laminaire et turbulent n'est pas fixe, car la transition entre les deux régimes dépend de nombreux paramètres.

En écoulement externe, on considère souvent que le régime turbulent intervient pour un nombre de Reynolds dans la gamme $Re > 10^5$. En écoulement interne, canal par exemple, cette limite est nettement plus basse et la turbulence de l'écoulement est observée pour $Re > 3000$ [Cabrit 09].

Partant du fait que les actions hydrodynamiques sont fortement liées à la vitesse relative des particules, on s'intéresse à l'étude et à l'évaluation de la distribution de la vitesse dans l'écoulement. La connaissance du champ de vitesse d'écoulement repose sur la résolution d'un système couplé d'une équation de conservation de masse et une équation elliptique de quantité de mouvement [Mehasni 07].

II. 4. 2. 2. Equation de l'écoulement

Les équations qui régissent le mouvement d'écoulement du fluide pour un écoulement à propriétés constantes sont l'équation de conservation de la quantité de mouvement (équation de Navier Stokes), qui est l'équivalent de la relation fondamentale de la dynamique $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, et l'équation de conservation de la masse (équation de continuité).

a) Equation de Navier Stokes

Pour un liquide visqueux incompressible, l'équation de quantité de mouvement (connue par l'équation de Navier Stokes) est exprimée par l'équation [Mehasni 07]:

$$\rho_m \frac{d\vec{u}_f}{dt} = -\rho_m \vec{\nabla} \mathcal{S} - \vec{\nabla} P - \eta \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}_f) \quad (\text{II.38})$$

La quantité $\rho_m \vec{\nabla} \mathcal{S}$ représente les forces de volume et $\vec{\nabla} P$ représente les forces de pression, \vec{u}_f la vitesse du fluide et P la pression du fluide.

b) Equation de Continuité

L'équation de continuité est donnée par [Benselama 05] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}_f) = 0 \quad (\text{II.39})$$

Dans le cas des fluides incompressibles, cette équation devient :

$$\text{div}(\rho \vec{u}_f) = 0 \quad (\text{II.40})$$

II. 4. 2. 3. Actions hydrodynamiques appliquées par le liquide sur une particule solide

L'étude du mouvement d'une particule dans un écoulement fluide consiste à décrire l'ensemble des forces exercées sur cette particule. Une particule immergée dans un écoulement est soumise à plusieurs forces hydrodynamiques dont l'origine réside dans les champs de pression et des contraintes agissant à la surface de la particule.

Pour des écoulements visqueux, la force totale \vec{F} exercée sur la particule est généralement présentée comme la superposition des effets associés à différents écoulements de base de la manière suivante:

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_D + \vec{F}_L + \vec{F}_M + \vec{F}_P + \vec{F}_H \quad (\text{II.41})$$

\vec{F}_A est la force de flottabilité, \vec{F}_D est la force de trainée, \vec{F}_L est la force de portance, \vec{F}_M est la force de la masse ajoutée, \vec{F}_P est la force due au gradient du pression et \vec{F}_H représente la force d'histoire (dite aussi force de Basset) [Merle 04].

a) La force de flottabilité

La force de flottabilité est due à la présence de la force de pesanteur, elle est donnée par :

$$\vec{F}_A = V_p (\rho_p - \rho_f) \vec{g} \quad (\text{II.42})$$

b) La force de traînée

La force de traînée est proportionnelle à la surface de la particule en regard de l'écoulement S , au carré de la vitesse relative, $(\vec{u}_f - \vec{u}_p)$ de la particule, à la masse volumique du fluide, et au coefficient de traînée C_T qui est une fonction du nombre de Reynolds de la particule [Bigillon 01].

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2} \rho_f S C_T (R_{ep}) |\vec{u}_p - \vec{u}_f| (\vec{u}_p - \vec{u}_f) \quad (\text{II.43})$$

Pour une particule sphérique de rayon R_p en mouvement dans un liquide, le nombre de Reynolds est donnée par :

$$R_{ep} = 2R_p \frac{|\vec{u}_p - \vec{u}_f|}{\eta} \quad (\text{II.44})$$

Pour des valeurs $R_{ep} < 0.1$, le coefficient de traînée C_T est donné par :

$$C_T = \frac{24}{R_{ep}} = \frac{24}{2R_p} \frac{\eta}{|\vec{u}_p - \vec{u}_f|} \quad (\text{II.45})$$

En remplaçant (II.44) dans (II.43) on obtient :

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2} \rho_f \pi R_p^2 \frac{24}{2R_p} \frac{\eta}{|\vec{u}_p - \vec{u}_f|} |\vec{u}_p - \vec{u}_f| (\vec{u}_p - \vec{u}_f) \quad (\text{II.46})$$

Donc la force de traînée appliquée à une particule sphérique de Rayon R_p prend la forme suivante :

$$\vec{f}_T = -6\pi R_p (\vec{u}_p - \vec{u}_f) \quad (\text{II.47})$$

L'équation (II.47) est mieux connue sous le nom de la formule de Stokes.

Pour le cas d'une particule cylindrique ou ellipsoïdale, le coefficient de traînée C_T varie en fonction des dimensions de la particule et/ou en fonction du type de l'écoulement comme montre la figure II.7 :

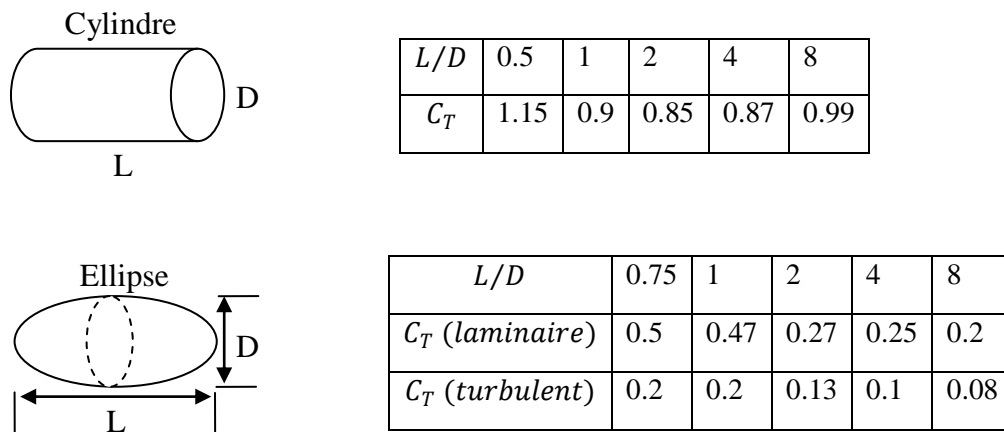


Figure II. 7. Coefficient de traînée pour une particule cylindrique et ellipsoïdale

c) La force de portance

La force de portance doit être aussi ajoutée en cas de présence de vorticité au sein de l'écoulement. Son expression est :

$$\vec{F}_L = -C_L \rho_f V_p (\vec{u}_f - \vec{u}_p) \wedge \vec{\Omega} \quad (\text{II.48})$$

O  $\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}_f$ est le champ de vorticité.

Pour un fluide parfait, c'est-à-dire le nombre de Reynolds tendant vers l'infini, le coefficient de portance $C_L=0.5$ [Juaneda 06]. Pour de petit nombre de Reynolds, le coefficient de portance diminue fortement jusqu'à une valeur de 0.09 pour $Re \approx 1$. Pour des valeurs mond r s du nombre de Reynolds ($Re >50$), le coefficient de portance est donné par [Jenny 03]:

$$C_L = 0.5 - 4.0Re^{-1} \quad (\text{II.49})$$

d) La force de masse ajout e

Les origines de cette force sont les accélérations et décélérations successive de la particule qui entraînent des accélérations et décélérations du fluide environnant [Belkhalfa 08]. Cette force est donn e par :

$$\vec{F}_M = -\rho_f V_p C_M \frac{d(\vec{u}_p - \vec{u}_f)}{dt} \quad (\text{II.50})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_M = 1.05 - 0.0066/(A_c^2 + 0.12) \\ A_c = \frac{|\vec{u}_p - \vec{u}_f|^2}{d \left| \frac{d(\vec{u}_p - \vec{u}_f)}{dt} \right|} \end{array} \right. \quad (\text{II.51})$$

Ou d est le diamètre de la particule.

e) Force due au gradient de pression

Cette force dite aussi la force de Tchen, elle correspond à la force que subirait le même volume de fluide en l'absence de la particule. elle est donn e par [Merle 04], [Belkhalfa 08].

$$\vec{F}_p = \rho_f V_p \frac{D\vec{u}_f}{Dt} \quad (\text{II.52})$$

Sachant que : $\frac{D}{Dt} (\cdot) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right] (\cdot)$ est la d riv e particulaire.

f) Force d'histoire (ou de Basset)

La force de Basset est li e à l'histoire des accélérations pass es de la particule. Elle résulte du retard de l'écoulement par rapport aux changements des conditions dans la couche limite et la particule. Cette force peut être exprim e sous la forme suivante [Belkhalfa 08]:

$$\vec{F}_H = -\frac{3}{2d} V_p C_H \frac{\sqrt{\rho_f \mu}}{\pi} \int_{-\infty}^t \frac{d(\vec{u}_p - \vec{u}_f)}{dt} (t - \tau)^{-1/2} d\tau \quad (\text{II.53})$$

Le coefficient C_H est donné par

$$C_H = 2.86 - 3.12/(A_c^2 + 1)^3 \quad (\text{II.54})$$

Dans notre travail, les forces dues à l'accélération du liquide et à l'accélération de la particule ne sont pas comprises. Nous considérons uniquement les forces dues à l'action de l'écoulement moyen et à la répartition des vitesses autour de la particule.

Compte tenu de ces simplifications, la force \vec{F}_H résultant de l'action de l'écoulement d'eau sur la particule peut s'écrire de la façon suivante :

$$\vec{F}_H = \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_L \quad (\text{II.55})$$

II. 4. 3. Phénomène dynamique particulaire

Le mouvement de la particule est le résultat des forces magnétiques et hydrodynamiques appliquées. Ce mouvement est régi par l'équation dynamique qui repose sur l'application du principe de Newton.

$$\sum \vec{f} = m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} \quad (\text{II.56})$$

En fonction des forces citées précédemment, cette équation se réécrit en fonction de \vec{v}_p comme se suit :

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_m + \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_L \quad (\text{II.57})$$

II. 4. 4. Phénomène magnétohydrodynamique couplé simplifié

Dans la physique de séparation magnétique, les phénomènes en présence sont fortement couplés. L'évolution de chacun influe fortement sur les autres. Pour cela, et afin de prendre en charge toutes les contraintes appliquées aux particules ainsi que l'évolution de la composition du matériau traité causé par le déplacement aléatoire des particules, on résout le système d'équation ci-dessus. Dans tel système l'équation du champ est réduite à l'équation de la magnétodynamique exprimé en terme du potentiel vecteur magnétique.

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{exc} \\ \rho_m \frac{d\vec{u}_f}{dt} = -\rho_m \vec{\nabla} \zeta - \vec{\nabla} P - \vec{\eta} \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}_f) \\ m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_m + \vec{F}_A + \vec{F}_T \end{cases} \quad (\text{II.58})$$

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les modèles mathématiques régissant les phénomènes magnétique, hydraulique et dynamique lié au mouvement des particules. Pour les contraintes magnétiques, nous n'avons considéré que les forces d'interaction entre les particules et la

champ appliqué. Aucune interaction interparticulaire n'est considérée. Cela est justifié par le fait que notre étude est limitée aux matériaux liquides très faiblement en particules et que ces dernières sont d'une granulométrie micrométrique conduisant à un effet local négligeable sur le champ appliqué.

En ce qui concerne le problème hydraulique, nous avons supposé un écoulement visqueux régit par l'équation de Navier Stokes. La limite imposée sur l'étude du problème hydraulique est lié au caractère magnétique du problème de la séparation étudié.

Chapitre III : Résolution du problème de la séparation magnétique

III. Résolution du problème de la séparation magnétique

La résolution des équations aux dérivées partielles EDP peut se faire par deux démarches principales, analytique ou numérique. La combinaison des deux méthodes, dite couplée, peut être compétitive dans des cas très limités. Si la résolution analytique offre des résultats exacts et permet l'évaluation des grandeurs globales, elle exige en contrepartie la linéarité et l'homogénéité des milieux en présence. Ce dernier handicap donne la préférence aux méthodes numériques qui ont approuvés aussi leur capacité de prendre en charge les complexités géométriques et la possibilité de calcul des grandeurs locales.

Dans les problèmes de la séparation magnétique notamment les applications en voie humide, trois phénomènes coexistent et évoluent d'une manière très aléatoire. Il s'agit du phénomène magnétique lié au champ appliqué et son interaction avec les particules à séparer, le phénomène hydraulique lié au matériau liquide traité et son évolution et le problème dynamique particulière lié au mouvement des particules et leur éventuelle agglomération. Ces particularités excluent toute résolution analytique et donnent la faveur à la méthode des éléments finis (MEF) qui permet une bonne approximation de l'inconnu dans les éléments finis ce qui n'est pas le cas pour la méthode des différences finies. Pour prendre en compte l'effet réel des différentes forces appliquées aux particules ainsi que leur comportement aléatoire, une résolution 3D des équations modèles magnétique et hydraulique est très nécessaire.

Lors de leur mouvement, les forces magnétiques appliquées aux particules dépendent directement de leurs positions. Pour prendre en compte cette interdépendance, une résolution numérique du problème dynamique particulière est exigée. Pour cela, nous avons utilisé la méthode de Range-Kutta d'ordre 4 (RK4).

III. 1. Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été utilisée dans plusieurs travaux antérieurs en cas 2D et 3D [Tahanout 10], [Mehasni07], [Boutra10], [Delimi 08]. Ici, nous présentons en bref le principe de l'application de la méthode des éléments finis en 3D en se basant sur l'approche résidus pondérés (Galerkine) qui ne tient pas compte de l'aspect énergétique du problème traité.

III. 1. 1. Maillage du domaine d'étude et fonction de forme

Dans le cas 3D, la majorité de logiciels utilise des éléments finis tétraédriques ou hexaédriques (voir Figure III. 1) pour discrétiser le domaine d'étude. Des logiciels offrent la possibilité de réaliser des maillages hybrides (mélange des tétraèdres et des hexaèdres).

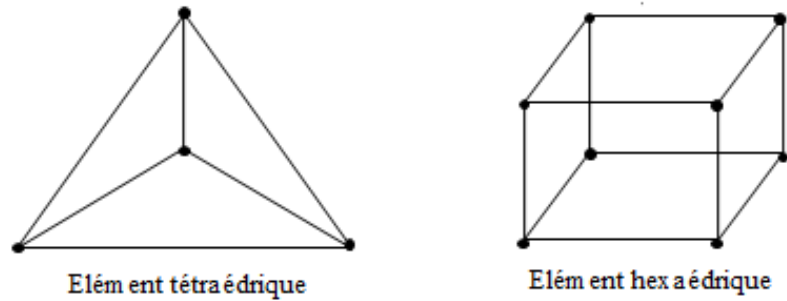


Figure III. 1. Eléments finis tétraédrique à 4 nœuds et hexaédrique à 8 nœuds.

Pour but de simplifier le développement, on préfère utiliser un seul type d'élément généralement tétraédrique par ce qu'il s'adapte mieux aux déformations géométriques (voir Figure III. 2).

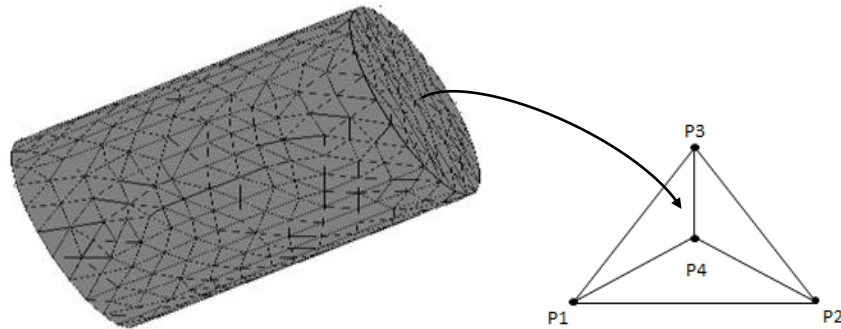


Figure III. 2. Maillage 3D utilisant des éléments tétraédrique à 4 nœuds.

La deuxième étape de l'application de la méthode des éléments finis consiste à l'approximation de l'inconnu dans l'élément finis. Afin de simplifier le développement, on préfère utiliser des fonctions polynomiales d'ordre 1 [Boutra10].

En coordonnées cartésiennes, la fonction d'interpolation est de la forme,

$$A_i(x, y, z) = a_i + b_i x + c_i y + d_i z \quad (\text{III.1})$$

a_i, b_i, c_i et d_i sont des constants à déterminer, $i = x, y, z$.

En fonction des valeurs nodales, l'inconnu A dans un élément est donné par:

$$A_i^e(x, y, z) = \sum_{j=1}^4 \alpha_j^e A_{ij}^e = \{\alpha^e\}^T \{A_i^e\} = \{A_i^e\}^T \{\alpha^e\} \quad (\text{III.2})$$

Les fonctions d'interpolation appelées aussi fonctions de forme pour l'élément tétraédrique de sommets P_1, P_2, P_3 et P_4 se déduisent des coordonnées locales L_1, L_2, L_3 et L_4 appelées coordonnées de volumes.

Les coordonnées de volumes L_i sont définis par [Quek 03]:

Pour le nœud 1 :

$$L_1 = \frac{V_{p234}}{V_{1234}} \quad (\text{III.3})$$

Où V_{p234} et V_{1234} représentent respectivement le volume de tétraèdre $p234$ et 1234 comme le montre la figure

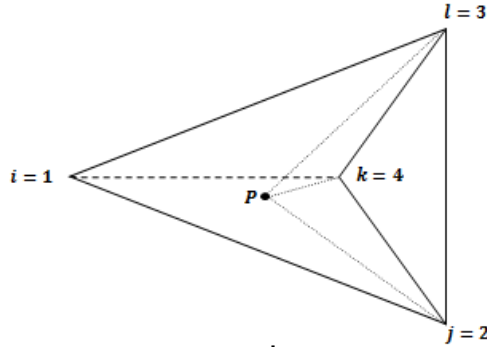


Figure III. 3. Coordonnées de volume pour un élément tétraédrique.

Les coordonnées de volume pour les nœuds 2, 3 et 4 sont données de la même manière,

$$L_2 = \frac{V_{p134}}{V_{1234}}, L_3 = \frac{V_{p124}}{V_{1234}}, L_4 = \frac{V_{p123}}{V_{1234}} \quad (\text{III.4})$$

Le volume total de l'élément est donnée par :

$$V_{p234} + V_{p134} + V_{p124} + V_{p123} = V_{1234} \quad (\text{III.5})$$

Donc on peut confirmer immédiatement que,

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 1 \quad (\text{III.6})$$

Les coordonnées de volume ont la propriété suivante,

$$L_i = \begin{cases} 1 & \text{si } p = i \\ 0 & \text{si } p = j, k, l \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Les coordonnées globales x, y et z sont exprimées en fonction des coordonnées de volume par

$$\begin{cases} x = L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3 + L_4x_4 \\ y = L_1y_1 + L_2y_2 + L_3y_3 + L_4y_4 \\ z = L_1z_1 + L_2z_2 + L_3z_3 + L_4z_4 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

De (III.6) et (III.8), on peut déduire l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

De (III.9), on peut écrire,

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Tout calcul fait, les coordonnées de volume sont

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

Les coefficients a_i , b_i , c_i et d_i sont données par [Quek 03].

$$a_i = \det \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad (\text{III.12})$$

$$b_i = -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad (\text{III.13})$$

$$c_i = -\det \begin{vmatrix} y_j & 1 & z_j \\ y_j & 1 & z_k \\ y_j & 1 & z_l \end{vmatrix} \quad (\text{III.14})$$

$$d_i = -\det \begin{vmatrix} y_j & z_j & 1 \\ y_k & z_k & 1 \\ y_l & z_l & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{III.15})$$

L'indice i varie de 1 jusqu'à 4, et j , k et l sont déterminés par une permutation cyclique dans l'ordre i, j, k, l . par exemple si $i=1$ donc $j=2, k=3$ et $l=4$.

Le volume V d'un élément tétraédrique est donné par :

$$V = \frac{1}{6} \cdot \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} \quad (\text{III.16})$$

Les propriétés des fonctions L_i montrées précédemment montrent qu'elles peuvent être utilisées comme des fonctions de formes dans les tétraèdres qu'on peut noter N_i . Alors, on peut écrire :

$$N_i = L_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (\text{III.17})$$

III. 1. 2. Formulation intégrale et équation algébrique

Pour montrer la mise sous forme intégrale des équations EDP, nous considérons le cas général du problème magnétodynamique pour une formulation A-V. De tel problème est régi par le système d'équations suivant [Carron 90] :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \vec{\nabla} V = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \left(\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Dans la majorité de cas 3D et afin d'assurer l'unicité de la solution, on fixe la divergence de \vec{A} .

En introduisant la jauge de coulomb, $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, les équations du système ci-dessus devient :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \vec{\nabla} V = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} V) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

En régime fréquentiel (cas des excitations sinusoïdales et milieux linéaires), le système (III.19) devient

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + j\omega\sigma\vec{A} + \sigma\vec{\nabla}V = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}V) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

La condition de conservation de la composante normale de la densité de courant \vec{J} impose quant à elle aux interfaces où la conductivité subit une discontinuité,

$$\sigma_1 E_1 \cdot \vec{N} = \sigma_2 E_2 \cdot \vec{N} \quad (\text{III.21})$$

En termes de potentiels, on trouve

$$\sigma_1 (-j\omega\vec{A}_1 - \vec{\nabla}V_1) \cdot \vec{N} = \sigma_2 (-j\omega\vec{A}_2 - \vec{\nabla}V_2) \cdot \vec{N} \quad (\text{III.22})$$

A l'interface entre une région conductrice et une région isolante, on a

$$\sigma_1 (-j\omega\vec{A}_1 - \vec{\nabla}V_1) \cdot \vec{N} = 0 \quad (\text{III.23})$$

L'application de l'approche de Galarkine au système d'équations (III.20) dans un domaine d'étude Ω délimité par une frontière Γ permet d'écrire

$$\int_{\Omega} W \left(\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma (j\omega\vec{A} + \vec{\nabla}V) \right) d\Omega = 0 \quad (\text{III.24})$$

$$\int_{\Omega} w (\vec{\nabla} \cdot \sigma (\vec{\nabla}V)) d\Omega = 0 \quad (\text{III.25})$$

Ici W et w sont des fonctions de pondération.

En se servant du théorème de Green, les équations précédentes peuvent s'écrire,

$$\int_{\Omega} \left[(\vec{\nabla} \wedge \vec{W}) \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + W \sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} V) \right] d\Omega - \int_{\Gamma} W \left(\frac{1}{\mu} \right) [(\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \wedge \vec{N}] d\Gamma = 0 \quad (\text{III.26})$$

$$\int_{\Omega} [(\vec{\nabla} w) \sigma \vec{\nabla} V] d\Omega - \int_{\Gamma} w \sigma (\vec{\nabla} V) \cdot \vec{N} d\Gamma - \int_{\Gamma_i} w \{ \sigma (\vec{\nabla} V) \} \cdot \vec{N} d\Gamma = 0 \quad (\text{III.27})$$

Γ_i est l'ensemble des surfaces sur lesquelles la conductivité est discontinue, induisant une discontinuité de $[\sigma \vec{\nabla} V]$, et \vec{N} est la normale sortant du volume Ω ou la normale à la surface Γ_i .

On note $\{X\}$ une variation de la variable X .

$$\int_{\Gamma} W \left(\frac{1}{\mu} \right) [(\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \wedge \vec{N}] d\Gamma = \int_{\Gamma} W (\vec{H} \wedge \vec{N}) d\Gamma \quad (\text{III.28})$$

Selon l'équation (III.23), on peut écrire,

$$\int_{\Gamma} w \sigma (\vec{\nabla} V) \cdot \vec{N} d\Gamma = - \int_{\Gamma} w \sigma (j\omega \vec{A}) \cdot \vec{N} d\Gamma \quad (\text{III.29})$$

D'après (III.22), au niveau des interfaces Γ_i , où la conductivité est discontinue, le gradient de V est discontinu. Il faudra vérifier,

$$\int_{\Gamma_i} w \{ \sigma (\vec{\nabla} V) \} \cdot \vec{N} d\Gamma = - \int_{\Gamma_i} w \{ \sigma (j\omega \vec{A}) \} \cdot \vec{N} d\Gamma \quad (\text{III.30})$$

Les équations (III.24) et (III.25) s'écrivent alors de la manière suivante :

$$\int_{\Omega} \left[(\vec{\nabla} \wedge \vec{W}) \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + W \sigma (j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} V) \right] d\Omega - \int_{\Gamma} W (\vec{H} \wedge \vec{N}) d\Gamma = 0 \quad (\text{III.31})$$

$$\int_{\Omega} [(\vec{\nabla} w) \sigma \vec{\nabla} V] d\Omega + \int_{\Gamma_i} w \{ \sigma j\omega \vec{A} \} \cdot \vec{N} d\Gamma + \int_{\Gamma} w (\sigma j\omega \vec{A}) \cdot \vec{N} d\Gamma = 0 \quad (\text{III.32})$$

De l'équation (III.2), les potentiels sont interpolés en fonction de leurs valeurs nodales de la manière suivante :

$$V = \sum_{i=1}^{N_n} \alpha_i V_i \quad (\text{III.33})$$

$$A = \sum_{i=1}^{N_n} \alpha_i [I]_{3 \times 3} A_i \quad (\text{III.34})$$

Où N_n est le nombre total de nœuds du domaine, α_i est la fonction de forme associée au nœud i , V_i est la valeur de V au nœud i , A_i est la valeur de A au nœud i et $[I]_{3 \times 3}$ est une matrice identité 3×3 .

Les N_n fonctions de forme associées aux nœuds du maillage sont choisies comme fonctions de pondération. W_j et w_j s'écrivent alors,

$$w_j = \alpha_i \quad (\text{III.35})$$

$$W_j = [I]_{3 \times 3} \alpha_i \quad (\text{III.36})$$

Les variables s'écrivent en fonction des W_j et des w_j

$$V = \sum_{i=1}^{N_n} w_i V_i \quad (\text{III.37})$$

$$A = \sum_{i=1}^{N_n} W_i A_i \quad (\text{III.38})$$

En remplaçant les fonctions de pondération et les potentiels par leurs expressions on obtient,

$$\int_{\Omega} \left[(\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_i) \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^{N_n} (\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_j) \vec{A}_j + \vec{W}_i \sigma (j\omega \sum_{j=1}^{N_n} W_j A_j + \sum_{j=1}^{N_n} (\vec{\nabla} w_j) V_j) \right] d\Omega - \int_{\Gamma} W (\vec{H} \wedge \vec{N}) d\Gamma = 0 \quad (\text{III.39})$$

$$\int_{\Omega} (\vec{\nabla} w_i) \sigma \sum_{j=1}^{N_n} (\vec{\nabla} w_j) V_j d\Omega + \int_{\Gamma_i} w_i j\omega \{\sigma\} (\sum_{j=1}^{N_n} W_j A_j) \cdot \vec{N} d\Gamma + \int_{\Gamma} w_i j\omega \sigma (\sum_{j=1}^{N_n} W_j A_j) \cdot \vec{N} d\Gamma \quad (\text{III.40})$$

Par permutation des symboles de sommation, les deux équations (III.39) et (III.40) deviennent

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Omega} \left((\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_i) \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_j) + \vec{W}_i (j\omega \sigma \vec{W}_j) \right) d\Omega \right] [A_j] + \sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Omega} (\vec{W}_i (\sigma \vec{\nabla} w_j)) d\Omega \right] [V_j] - \left[\int_{\Gamma} \vec{W} (\vec{H} \wedge \vec{N}) d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III.41})$$

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Omega} (\vec{\nabla} w_i) \sigma (\vec{\nabla} w_j) d\Omega \right] [V_j] + \sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Gamma_i} j\omega \{\sigma\} w_i \vec{W}_j \cdot \vec{N} d\Gamma \right] [A_j] + \sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Gamma} w_i j\omega \sigma \vec{W}_j \cdot \vec{N} d\Gamma \right] [A_j] = 0 \quad (\text{III.42})$$

Ceci forme un système linéaire de $4N_n$ équations à $4N_n$ inconnues pour tout i variant de 1 à N_n .

$$\sum_{i=1}^{N_n} R_{ij} A_i + \sum_{i=1}^{N_n} S_{ij} V_j = P_i \quad (\text{III.43})$$

$$\sum_{i=1}^{N_n} T_{ij} A_i + \sum_{i=1}^{N_n} U_{ij} V_j = 0 \quad (\text{III.44})$$

Les coefficients des différentes matrices sont données par

$$R_{ij} = \int_{\Omega} \left((\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_i) \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \wedge \vec{W}_j) + \vec{W}_i (j\omega \sigma \vec{W}_j) \right) d\Omega \quad (\text{III.45})$$

$$S_{ij} = \int_{\Omega} (\vec{W}_i (\sigma \vec{\nabla} w_j)) d\Omega \quad (\text{III.46})$$

$$T_{ij} = \int_{\Gamma_i} j\omega \{\sigma\} w_i \vec{W}_j \cdot \vec{N} d\Gamma + \int_{\Gamma} w_i j\omega \sigma \vec{W}_j \cdot \vec{N} d\Gamma \quad (\text{III.47})$$

$$U_{ij} = \int_{\Omega} (\vec{\nabla} w_i) \sigma (\vec{\nabla} w_j) d\Omega \quad (\text{III.48})$$

$$P_i = \int_{\Gamma} \vec{W} (\vec{H} \wedge \vec{N}) d\Gamma \quad (\text{III.49})$$

III. 2. Outil de calcul utilisé pour résoudre les EDP magnétique et hydraulique

La présentation de cette section avait pour but la compréhension des étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis. Dans ce travail, nous n'avons pas construit notre propre logiciel élément finis, donc nous n'avons pas programmé les algorithmes issus de la mise sous forme intégrale des équations EDP.

Plusieurs logiciels éléments finis peuvent être utilisés pour résoudre les équations EDP, COMSOL Multiphysics, ANSYS, MSC Software, Algor,... La capacité du logiciel COMSOL Multiphysics à traiter des problèmes diverses de la physique a donné la faveur à l'utiliser dans notre problème de la séparation magnétique.

Ce logiciel anciennement appelé "Femlab" possède un environnement de programmation (Comsol Script) dans lequel il est possible de modifier le maillage et les équations du problème. Ce logiciel possède une bibliothèque des propriétés physiques permettant l'introduction des propriétés physiques liées au problème traité. Le grand intérêt de ce logiciel par rapport aux autres réside dans sa richesse en méthodes de résolution des systèmes algébriques finaux. On trouve la méthode Direct (UMFPACK), Direct (SPOOLES), Direct (PARDISO), Direct Cholesky (TAUCS), GMRES, FGMRES, Gradients conjugués et Géométrie multigrille. Le logiciel offre la possibilité de choisir la méthode qui s'adapte mieux au problème traité.

L'autre avantage sur lequel nous nous sommes basés pour choisir l'utilisation de ce logiciel est sa possibilité de connexion avec Matlab. Il est possible d'exporter les résultats obtenus dans l'environnement Matlab pour les exploiter dans d'autres sous-routines qui servent à calculer d'autres grandeurs qui ne sont pas pris en charge par le logiciel ou pour résoudre un autre problème comme le problème dynamique particulière lié à la séparation magnétique.

Les différentes étapes de mise en œuvre du logiciel sont :

1. Choix du mode de résolution 2D ou 3D
2. Choix du type de problème lié à l'application
3. Construction de la géométrie
4. Introduction des propriétés physiques de chaque domaine
5. Introduction des conditions aux limites sur les frontières
6. Choix de la méthode utilisée et le régime de résolution
7. Résolution et exploitation des résultats obtenues

III.3.Méthode de résolution du problème dynamique particulière

Le mouvement d'une particule est régi par une équation différentielle non linéaire à cause de la dépendance des forces appliquées de la position de la particule. Pour permettre la résolution de telle équation, on peut utiliser des méthodes numériques telles que la méthode d'Euler, la méthode d'Euler modifiée, la méthode de Milne, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4). Ces méthodes sont basées sur des méthodes d'intégration numériques itératives qui permettent de calculer (si elle existe !) les solutions approchées de ces problèmes.

Dans notre étude, nous avons opté pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4). L'importance d'utiliser cette méthode est d'obtenir une meilleure solution approchée du problème [Khammar 10]. La méthode RK4 a une erreur du même ordre que celle du développement en série de Taylor d'ordre 4. Elle est caractérisée par son avantage à satisfaire

une convergence encore plus rapide que les autres méthodes et donc l'obtention d'une meilleure solution (en générale plus son ordre est élevé, plus la méthode est précise).

Les formules de Runge-Kutta sont les plus utilisées car elles sont faciles à programmer. Elles sont en générale stables en tout cas pour les fonctions courantes de la physique, la largeur du pas peut être modifiée sans difficultés, on peu adapter le pas pour obtenir une précision souhaitée et surtout, elles « démarrent » toutes seules. La connaissance des valeurs initiales suffit à intégrer l'équation différentielle [Khammar 10]. dans notre cas, on calcule la vitesse et la position des particules.

Les algorithmes permettant la programmation de la méthode sont les suivants :

Composante V_x

$$f_1 = f(V_{xi}, V_{yi}, V_{zi})$$

$$f_2 = f(V_{xi} + \frac{h}{2}f_1, V_{yi} + \frac{h}{2}k_1, V_{zi} + \frac{h}{2}m_1)$$

$$f_3 = f(V_{xi} + \frac{h}{2}f_2, V_{yi} + \frac{h}{2}k_2, V_{zi} + \frac{h}{2}m_2)$$

$$f_4 = f(V_{xi} + hf_3, V_{yi} + hk_3, V_{zi} + hm_3)$$

Composante X

$$g_1 = g(V_{xi})$$

$$g_2 = g(V_{xi} + \frac{h}{2}g_1)$$

$$g_3 = g(V_{xi} + \frac{h}{2}g_2)$$

$$g_4 = g(V_{xi} + hg_3)$$

Composante V_y

$$k_1 = k(V_{xi}, V_{yi}, V_{zi})$$

$$k_2 = k(V_{xi} + \frac{h}{2}f_1, V_{yi} + \frac{h}{2}k_1, V_{zi} + \frac{h}{2}m_1)$$

$$k_3 = k(V_{xi} + \frac{h}{2}f_2, V_{yi} + \frac{h}{2}k_2, V_{zi} + \frac{h}{2}m_2)$$

$$k_4 = k(V_{xi} + hf_3, V_{yi} + hk_3, V_{zi} + hm_3)$$

Composante Y

$$l_1 = l(V_{yi})$$

$$l_2 = l(V_{yi} + \frac{h}{2}l_1)$$

$$l_3 = l(V_{yi} + \frac{h}{2}l_2)$$

$$l_4 = l(V_{yi} + hl_3)$$

Composante V_z

$$m_1 = m(V_{xi}, V_{yi}, V_{zi})$$

$$m_2 = m(V_{xi} + \frac{h}{2}f_1, V_{yi} + \frac{h}{2}k_1, V_{zi} + \frac{h}{2}m_1)$$

$$m_3 = m(V_{xi} + \frac{h}{2}f_2, V_{yi} + \frac{h}{2}k_2, V_{zi} + \frac{h}{2}m_2)$$

$$m_4 = m(V_{xi} + hf_3, V_{yi} + hk_3, V_{zi} + hm_3)$$

Composante Z

$$n_1 = n(V_{zi})$$

$$n_2 = n(V_{zi} + \frac{h}{2}n_1)$$

$$n_3 = n(V_{zi} + \frac{h}{2}n_2)$$

$$n_4 = n(V_{zi} + hn_3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{xi+1} = V_{xi} + \frac{h}{6}(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) \\ X_{i+1} = X_i + \frac{h}{6}(g_1 + 2g_2 + 2g_3 + g_4) \\ V_{yi+1} = V_{yi} + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \\ V_{zi+1} = V_{zi} + \frac{h}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \\ Z_{i+1} = Z_i + \frac{h}{6}(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4) \end{array} \right.$$

III. 4. Résolution du problème globale

Les phénomènes présents dans un procédé de séparation magnétique sont fortement couplés lorsqu'il s'agit d'un traitement de matériau liquide de concentration importante en particules de fer. Du point de vue magnétique, la forte concentration de particules conduit à des agglomérations locales des particules ce qui conduit à des changements locaux important de la distribution du champ magnétique ainsi que des forces appliquées. Alors, ce phénomène d'agglomération doit être pris en compte à chaque phase de l'évolution de la dispersion des particules. Du côté hydraulique, ces agglomérations de particules peuvent fortement détruire

le régime d'écoulement du liquide traité. Ainsi, on doit chercher d'autres modèles mathématique et des méthodes de calcul qui peuvent prendre en charge ce phénomène. Sur le plan dynamique, l'agglomération des particules donne des formes géométriques très aléatoires et éventuellement un mouvement relativement complexe à prendre en compte.

Dans notre cas, nous avons considéré un matériau liquide très faiblement concentré en particules très fines de fer. La taille et la concentration faibles des particules empêchent tout effet local sur la distribution du champ. Alors le champ de force peut être considéré le même durant tout le processus de séparation. De même, l'absence de toute agglomération des particules métalliques préserve le régime d'écoulement. Du point de vue dynamique, le mouvement de chaque particule peut être traité séparément. Dans ces conditions, les trois phénomènes magnétiques, hydrauliques et dynamiques se trouvaient découplés et une résolution alternée est permise. Les différentes étapes de telle résolution sont illustrées dans le schéma suivant :

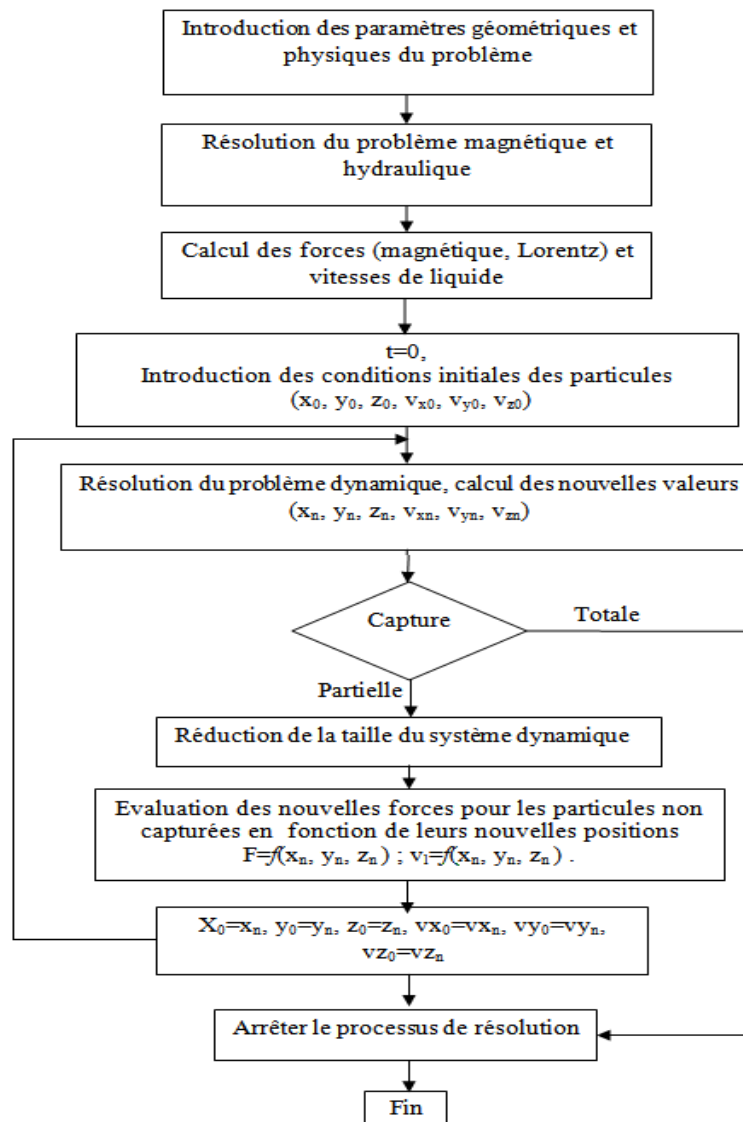


Figure III. 4. Différentes étapes de la résolution du problème globale

III. 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de la méthode des éléments finis. Le choix de l'approche des résidus pondérés est justifié par le fait que cette approche ne nécessite pas la connaissance des fonctionnelles énergétiques liées aux problèmes traités, magnétique et hydraulique. La présentation succincte est justifiée par le fait que nous n'avons pas programmé la méthode, nous avons utilisé le logiciel COMSOL basé sur la méthode discutée. La présentation de la méthode de Runge-Kutta a pour but de clarifier les différentes étapes de résolution des équations différentielles non linéaires.

Chapitre IV : Simulation et résultats obtenus

IV. Simulation et résultats obtenus

Dans ce chapitre, on présente les résultats obtenus par la mise en œuvre des modèles mathématiques développés. On traite au départ le cas d'un liquide statique. Ensuite, on traite le cas d'un liquide en écoulement dans un canal circulaire non magnétique.

IV.1. Séparation magnétique dans les liquides statiques

Dans ce cas, les matériaux liquides traités sont statiques. Ils peuvent être par exemple mis dans un récipient non magnétique. La taille du récipient est un facteur important pour le choix de la qualité du champ à appliquer. Plus la taille est grande plus le champ appliqué doit être intense.

IV.1. 1. Distribution du champ magnétique dans le séparateur

Du point de vue complication géométrique, la séparation magnétique par champ à gradient ouvert est la technique la plus simple. Par contre, l'obtention d'une séparation efficace exige l'application d'un champ magnétique à fort intensité et gradient. Pour le dispositif de séparation adopté, il s'agit d'un électroaimant qui produit le champ dans la zone où la séparation des particules va prendre effet (voir figure IV.1).

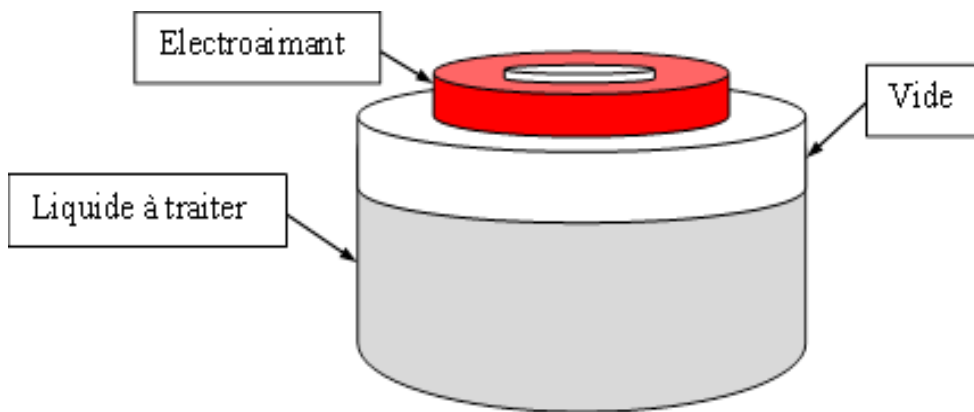


Figure IV. 1. Forme générale du le dispositif étudié pour le cas de liquide statique

Pour les particules de fer (magnétiques), l'électroaimant joue le rôle de capteur. Pour les autres types de particules (conductrices, chargées), l'électroaimant crée une force électromagnétique qui travaille à les expulser vers les zones à très faible champ. Pour assurer l'action instantanée sur tous les types de particules, un champ dynamique doit être appliqué. Dans notre étude, l'électroaimant est supposé alimenté par une source parfaite de courant alternatif. La résolution de l'équation du champ en régime fréquentiel a conduit à la distribution du champ magnétique de la figure suivante :

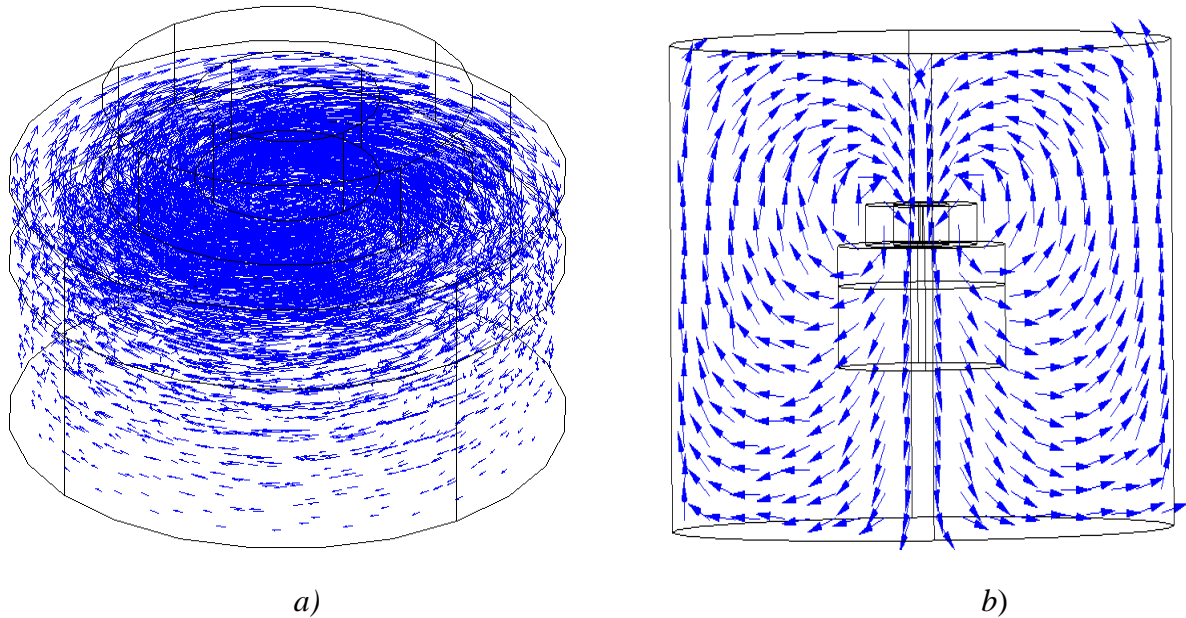


Figure IV. 2. Distribution du champ magnétique dans la région d'intérêt. a) potentiel vecteur magnétique dans le récipient, b) distribution de l'induction magnétique dans le plan (x, z)

Dans le chapitre 2, nous avons montré que les contraintes appliquées sur les particules conductrices et chargées dépendent du champ électrique. Ce champ comporte deux composantes, une due au charge propre des particules (champ statique) et l'autre due au champ magnétique dépendant du temps. Pratiquement, le champ magnétique appliqué est très intense ce qui conduit au fait que les champs électriques statiques sont très faibles par rapport au champ dynamique lié au champ magnétique. Pour connaître la nature des forces qui le sont liées, nous avons présenté la distribution du champ électrique dans la zone de séparation.

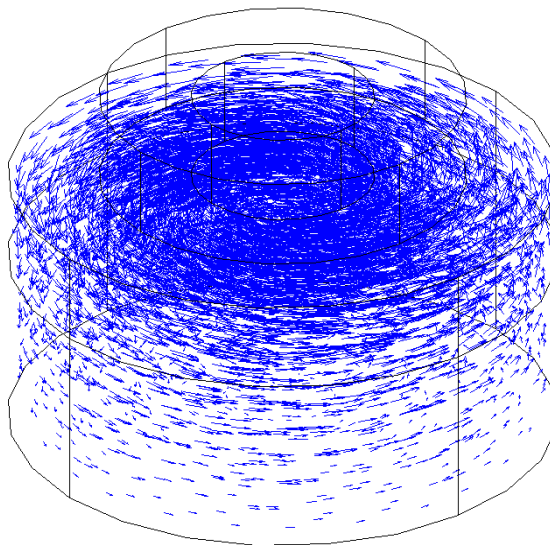


Figure IV. 3. Distribution du champ électrique dans la zone de séparation

Selon l'expression $\vec{E} = -j\omega\vec{A}$, le champ électrique est colinéaire avec le potentiel vecteur magnétique. Cela est vérifié dans les figures IV.2.a et IV.3 où on voit les vecteurs des deux champs orientés dans la même direction mais dans le sens opposé.

IV. 1. 2. Forces d'origine magnétique, appliquées sur des particules métalliques

Après avoir calculé la distribution du champ électromagnétique, on va procéder au calcul des forces appliquées sur chaque type de particules. De tel calcul a pour objectif la vérification de la nature de chaque force, attractive ou répulsive. Pour cela, on va supposer une particule immergée dans le champ magnétique et on calcule la distribution de la force en tenant compte de l'effet de l'aimantation pour les particules magnétiques et les courants induits de réaction pour les particules conductrices. Pour une meilleure compréhension des résultats, on suppose des particules de taille significatives (millimétriques).

IV. 1. 2. 1. Particules ferromagnétiques

Dans le cas pratique, les particules peuvent être de différentes géométries. Afin de savoir la possibilité d'obtenir une séparation magnétique de toutes les particules magnétiques, on calcule ici la distribution de la force pour les cas de géométries, sphérique, ellipsoïdale, cylindrique, cubique et conique.

a) Particule sphérique

En ce qui concerne la distribution de la force, on voit que dans les points situés au niveau de la surface, la force est très importante alors que dans les points intérieurs la force est très faible. Cela est justifié par le fait que pour un corps solide homogène le $\vec{\nabla}H \approx 0$, il n'y a pas de travaux internes. Nous voyons une distribution d'une force d'attraction sur la surface de la particule, la qualité de la distribution peut changer avec la position. Les forces seront exercées sur la surface de la particule où il y a $\vec{\nabla}H \neq 0$.

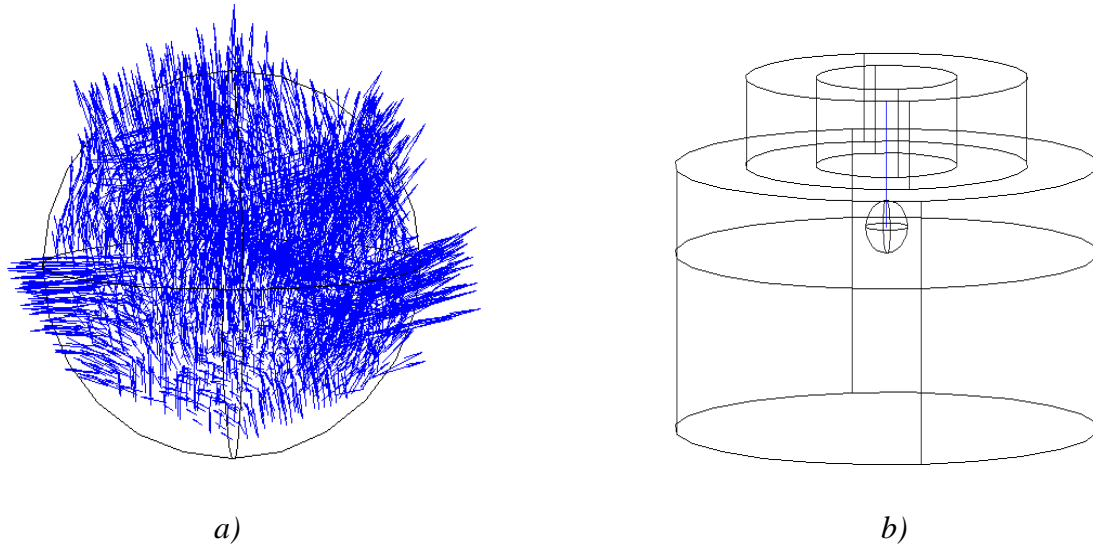


Figure IV. 4. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétiques sphérique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

Le plus important des résultats obtenus est que la force résultante est orientée vers la source du champ (électroaimant). Elle a donc une nature attractive conduisant à la déviation de la particule vers l'électroaimant. Ainsi, l'électroaimant joue le rôle de capteur de particule ferromagnétique.

b) Particule cylindrique

Pour une particule cylindrique solide, on voit aussi que la force est importante au niveau des surfaces par rapport aux autres points. De même, on voit une répulsion au niveau du côté haut et une attraction au niveau des cotés bas et latéraux. La force résultante a un caractère attractif permettant la capture de la particule (voir Figure IV. 5).

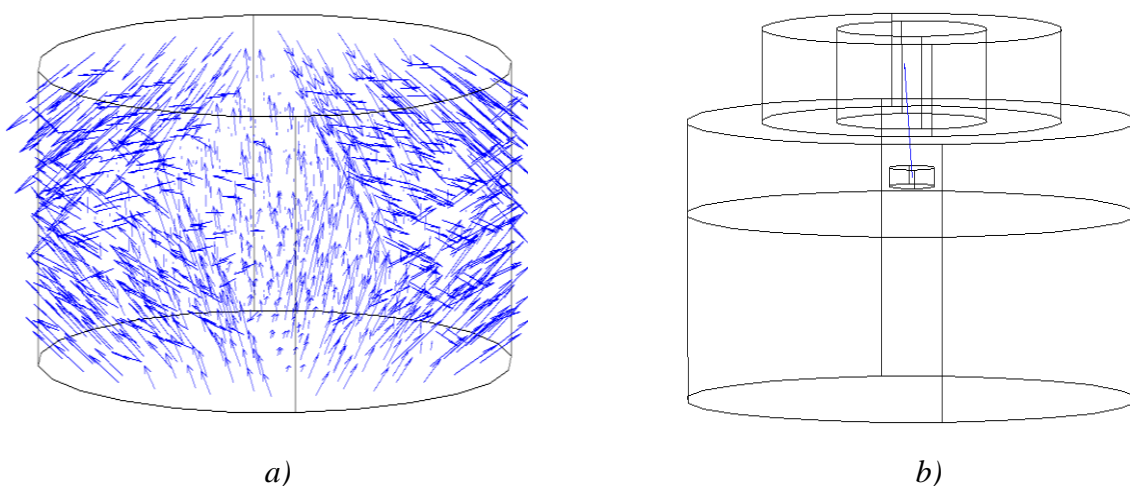


Figure IV. 5. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique cylindrique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

c) Particule cubique

Pour une particule cubique solide, la figure ci-dessous montre une attraction au niveau des surfaces haute et basse et une répulsion sur les côtés latéraux. La résultante a un caractère attractif.

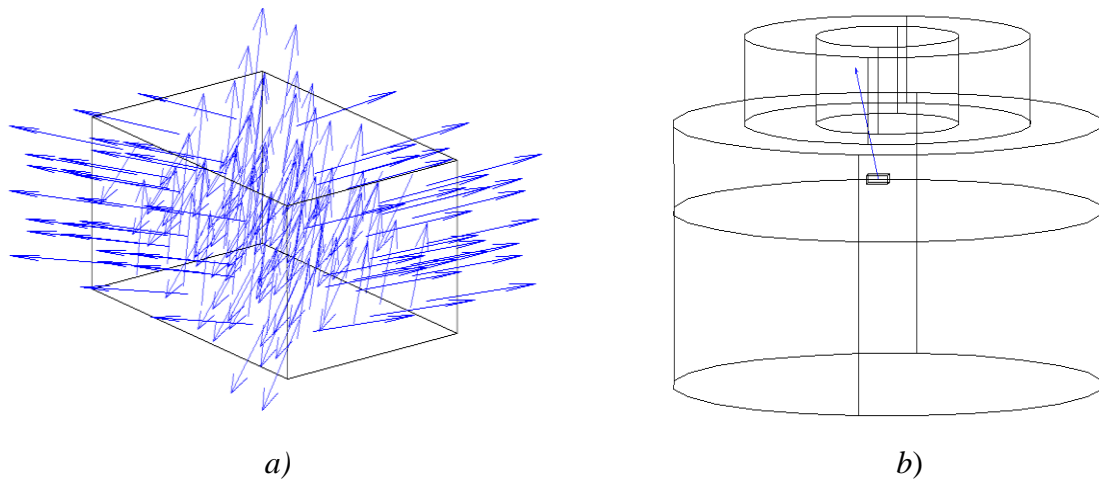


Figure IV. 6. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique cubique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

d) Particule ellipsoïdale

Pour une particule ellipsoïdale, on voit aussi des zones de répulsion et des zones d'attraction. Pour la résultante, il s'agit d'une force attractive (voir figure IV. 7).

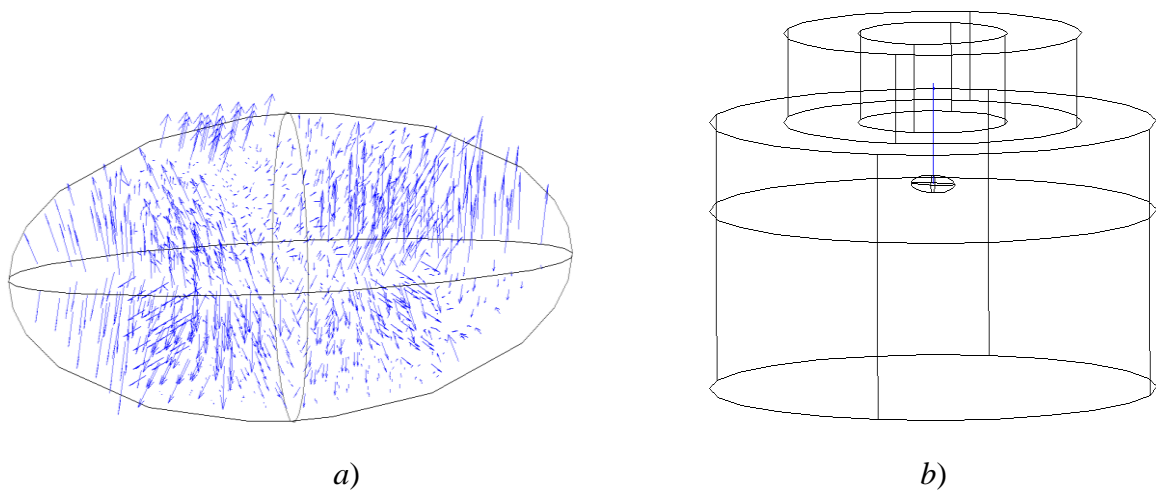


Figure IV. 7. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique ellipsoïdale. a) distribution de la force, b) la force résultante.

e) Particule conique

L'étude de la forme conique est justifiée par le fait que cette forme est plus proche de la forme triangulaire (prisme) qu'on n'a pas pu générer dans le logiciel COMSOL.

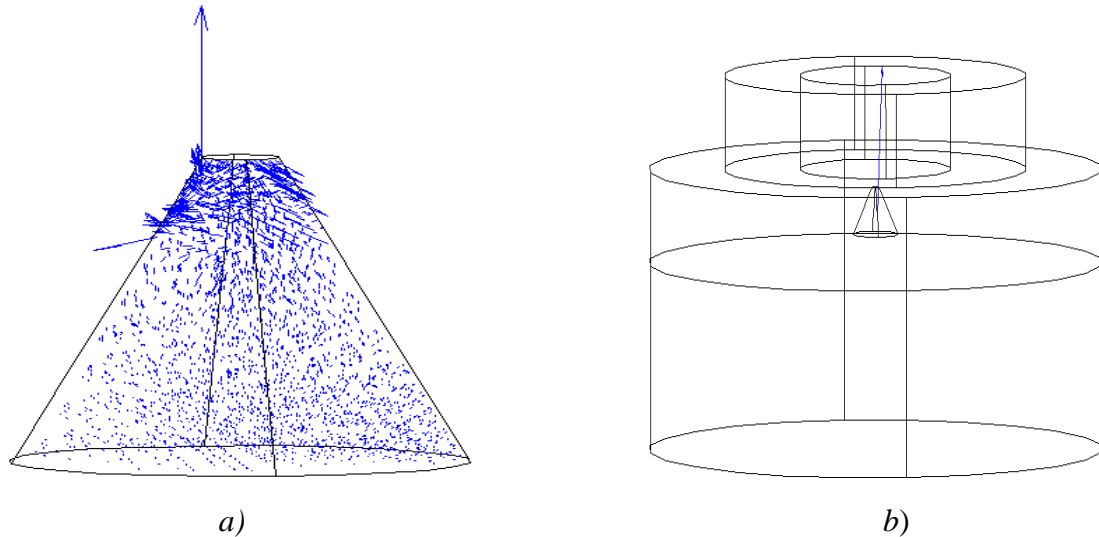


Figure IV. 8. Force magnétique appliquée sur une particule ferromagnétique conique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

La figure ci-dessus montre une concentration d'une force importante au niveau haute de la particule. On voit une attraction sur la surface haute du côté haut et une répulsion au niveau des surfaces latérales de ce côté. La force résultante a un caractère toujours attractif conduisant à la capture de la particule au niveau de l'électroaimant.

Conclusion

L'étude effectuée sur des particules ferromagnétiques a montré que sur la surface extérieure de la particule existe des zones d'attraction et des zones de répulsion. L'importance de ces zones varie d'une forme à l'autre. L'étude a montré aussi que la résultante de la force exercée est toujours attractive ce qui permet la déviation de la particule vers l'électroaimant où le champ est très intense. Alors, pour les particules ferromagnétiques, l'électroaimant joue le rôle d'un capteur de particules. L'intensité de la force ainsi que son orientation exacte sont affectées par la qualité du maillage. La non symétrie au niveau des distributions est lié à la qualité du maillage 3D généré à chaque fois. Par un raffinement de maillage très suffisant qu'on n'a pas pu atteindre à cause des limites en termes de capacité mémoire du calculateur, on peut aboutir à des résultats plus performants.

IV. 1. 2. 2. Particules conductrices

Dans cette section, nous présentons les résultats de calcul de la force exercée par le champ appliqué sur des particules métalliques conductrices de forme géométriques différentes.

a) Particule sphérique

On considère ici une particule de forme sphérique d'un matériau conducteur, aluminium ou cuivre. Le calcul de la distribution de la force ainsi que sa résultante sont montrées dans la figure suivante :

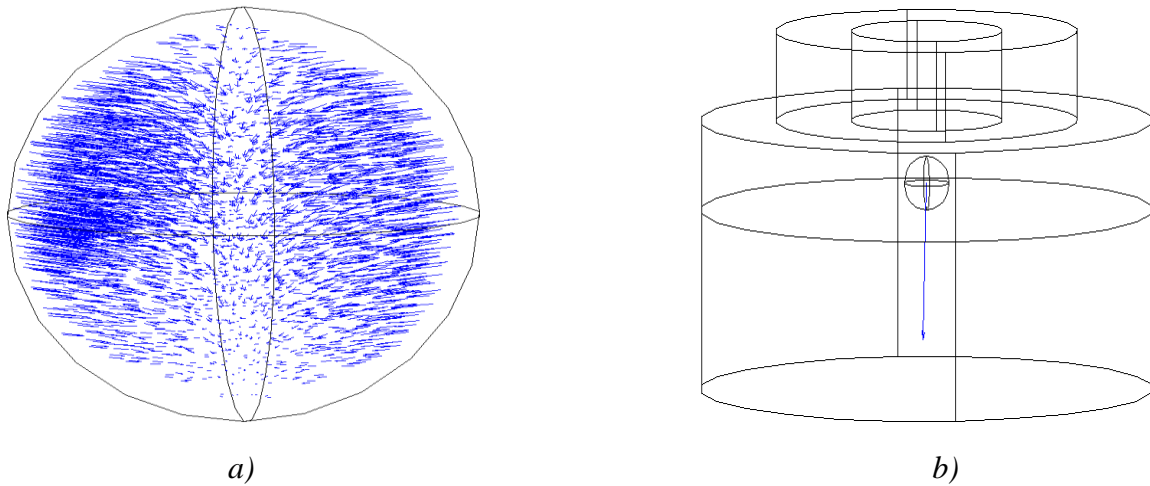


Figure IV. 9. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice sphérique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

La figure ci-dessus montre que tous les vecteurs de la force électromagnétique sont orientés vers le bas. La force est concentrée sur la surface de la particule et faible à l'intérieur. Cela peut être réduit à la distribution des courants induits. De ces constatations, on conclut immédiatement que cette force travaille dans le sens à repousser la particule loin de l'électroaimant c'est à dire vers les zones à faible champ magnétique. La nature répulsive de la force est bien vérifiée dans la résultante montrée dans la figure IV. 9. b.

b) Particule cylindrique

La force électromagnétique appliquée sur une particule de forme cylindrique est montrée dans la figure suivante :

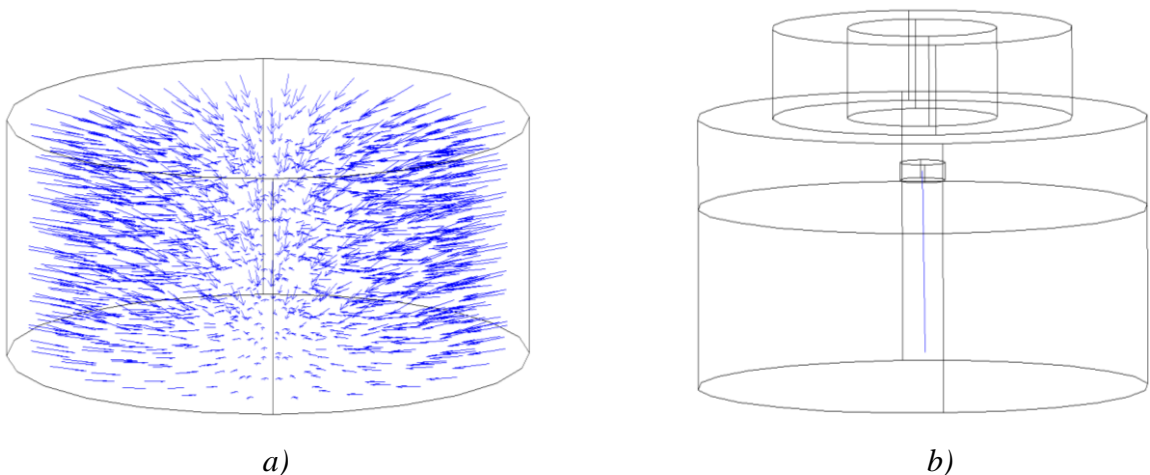


Figure IV. 10. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice cylindrique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

La figure IV.10 montre que toutes les forces sont orientées vers le bas ce qui signifie que la particule est repoussée vers les zones à faible champ magnétique. Cela est bien vérifié dans la figure représentant la force résultante (Fig. IV.10.b).

c) Particule cubique

Sur la figure suivante, on voit une distribution de la force orientée vers le bas. Alors, la résultante n'est qu'une force répulsive qui repousse la particule vers la zone à faible champ magnétique.

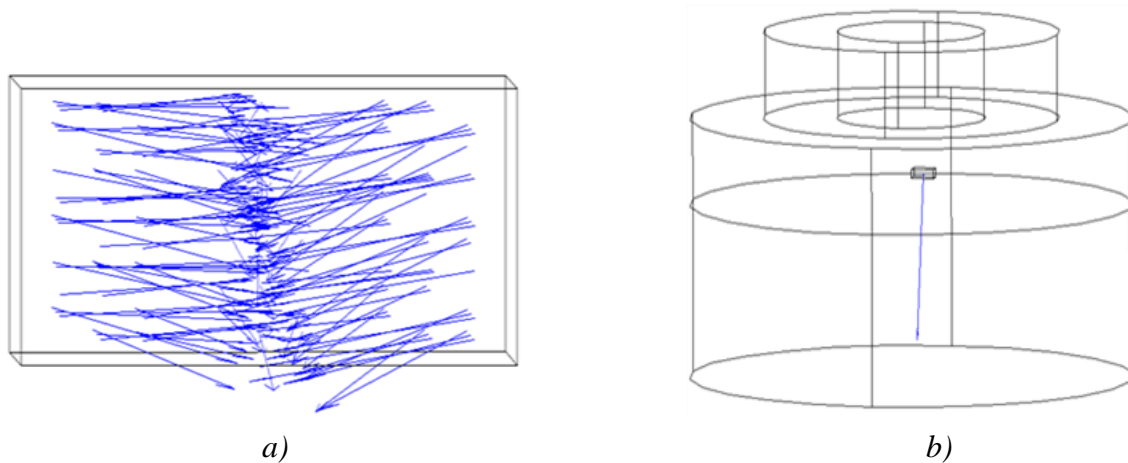


Figure IV. 11. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice cubique. *a)* distribution de la force, *b)* la force résultante.

d) Particule ellipsoïdale

pour une particule ellipsoïdale, on voit une on voit une distribution de la force orientée vers le bas. Il en résulte une force répulsive qui repousse la particule vers la zone à faible champ magnétique. Cela est bien vérifié dans la figure IV. 12.*b*.

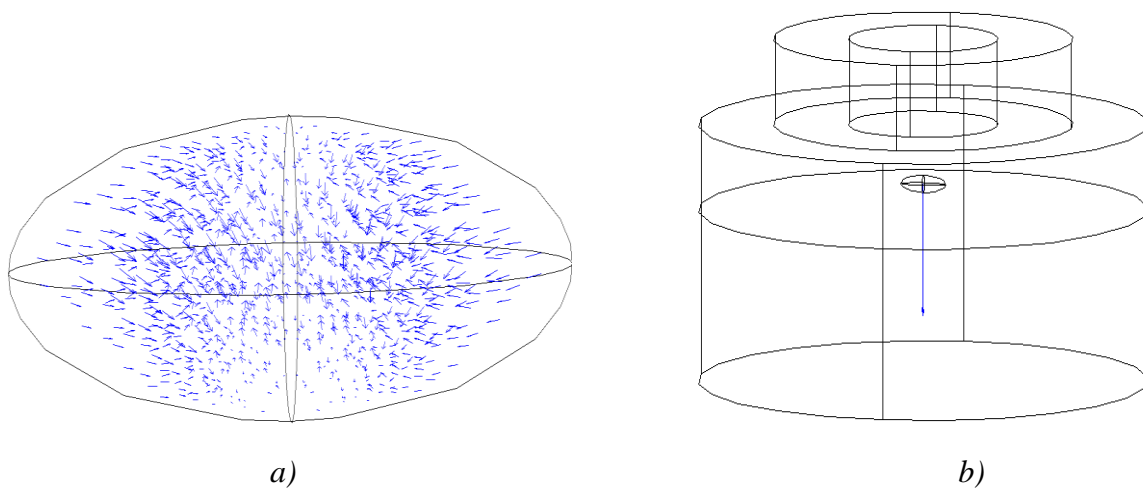


Figure IV. 12. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice ellipsoïdale. *a)* distribution de la force, *b)* la force résultante.

e) Particule conique

De même, une distribution de la force orientée légèrement vers le bas. Il s'agit d'une force répulsive qui repousse la particule vers la zone à faible champ magnétique. Cela est clairement vérifié par la résultante présentée dans figure IV.13.b.

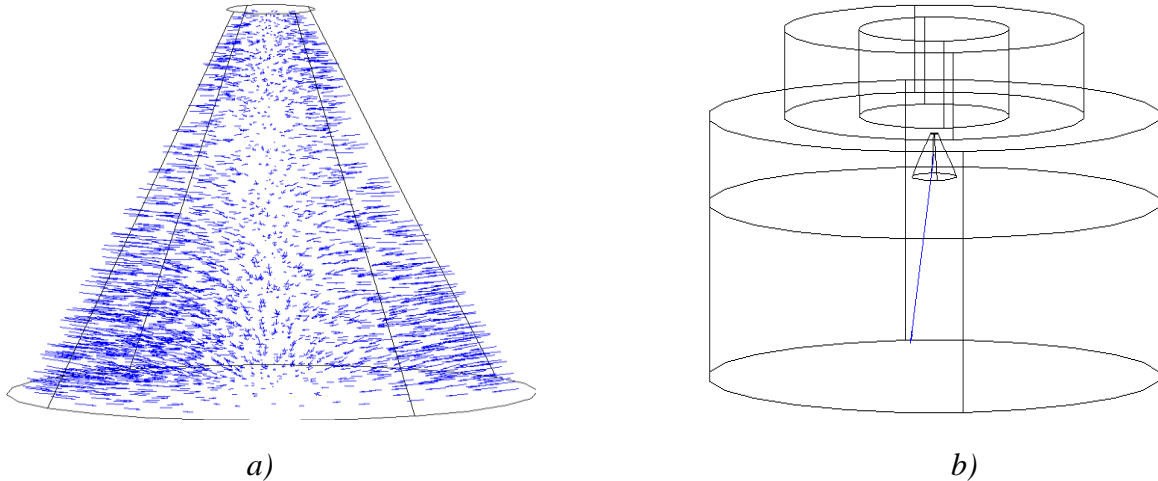


Figure IV. 13. Force de Lorentz appliquée sur une particule conductrice conique. a) distribution de la force, b) la force résultante.

Conclusion

Le calcul de la force électromagnétique de Lorentz appliquée par un champ dynamique sur des particules de formes géométriques différentes a montré que la nature de la force est répulsive. Les particules sont toutes repousser loin de la source du champ.

La non symétrie de la distribution de la force ainsi que l'inclinaison légère de la force résultante est réduite à la qualité du maillage. Un raffinement du maillage va améliorer les résultats.

IV.1.3. Interaction entre particules en présence d'un champ dynamique

Dans un séparateur magnétique par champ à gradient ouvert, l'effet de l'interaction particulaire peut avoir un effet important sur l'efficacité de la séparation. Dans le cas des particules de taille importante ou de liquide à forte concentration en particules, l'interaction peut accélérer considérablement la séparation des particules ferromagnétiques [Mehasni 07].

Pour les particules de fer, l'agglomération des particules amplifie le champ à la localité de l'agglomération ce qui peut intensifier la force exercée sur les particules agglomérées et jouer ainsi le rôle des capteurs transitoires. Pour les particules conductrices ou chargées, leur répulsion peut être accélérée par ces agglomérations de particules magnétiques.

Pour vérifier la nature d'interaction, nous étudions le cas d'existences de plusieurs particules de nature différentes. Pour alléger l'étude, on ne considère que des particules de forme sphériques.

a) Interaction entre deux particules ferromagnétiques

On considère deux particules sphériques soumises à un champ magnétique dynamique. Les deux sphères sont supposées d'un rayon $R=0.01\text{m}$, de perméabilité magnétique relative $\mu_r=1000$ et situées à une distance de 8cm loin du capteur. Pour une distance entre particules 1mm , la distribution de la force d'interaction ainsi que la résultante sont montrée dans la figure suivante :

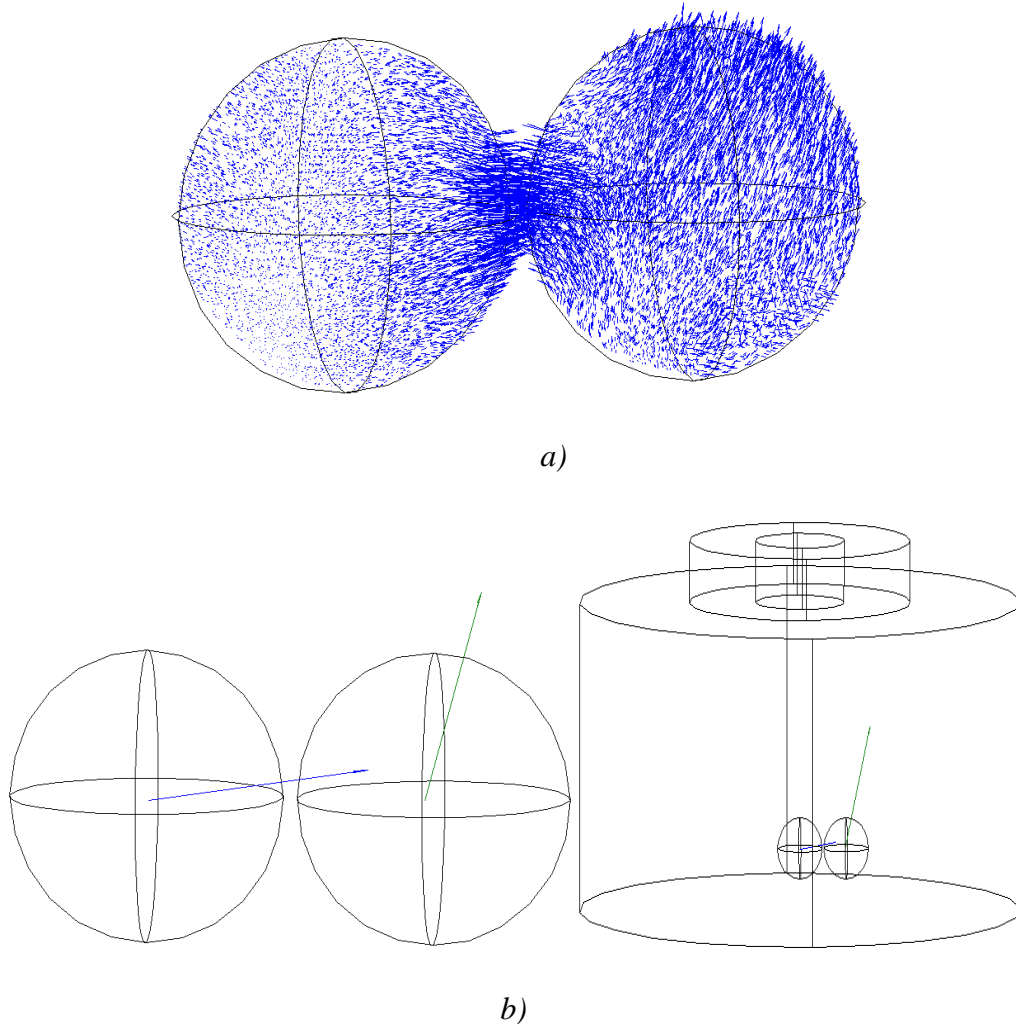


Figure IV. 14. Force magnétique appliquée sur deux particules ferromagnétiques voisines. a) distribution de la force, b) la force résultante.

Sur la figure, on voit une force d'attraction exercée sur les deux particules. Cette interaction va conduire à leur agglomération avant d'être capturées par le capteur. L'interaction attractive apparait clairement dans la figure. IV. 14. b.

Afin de nous rapprocher de la réalité où les particules sont dispersées aléatoirement, nous avons traité le cas de trois particules voisines. Les résultats sont représentés dans la figure suivante :

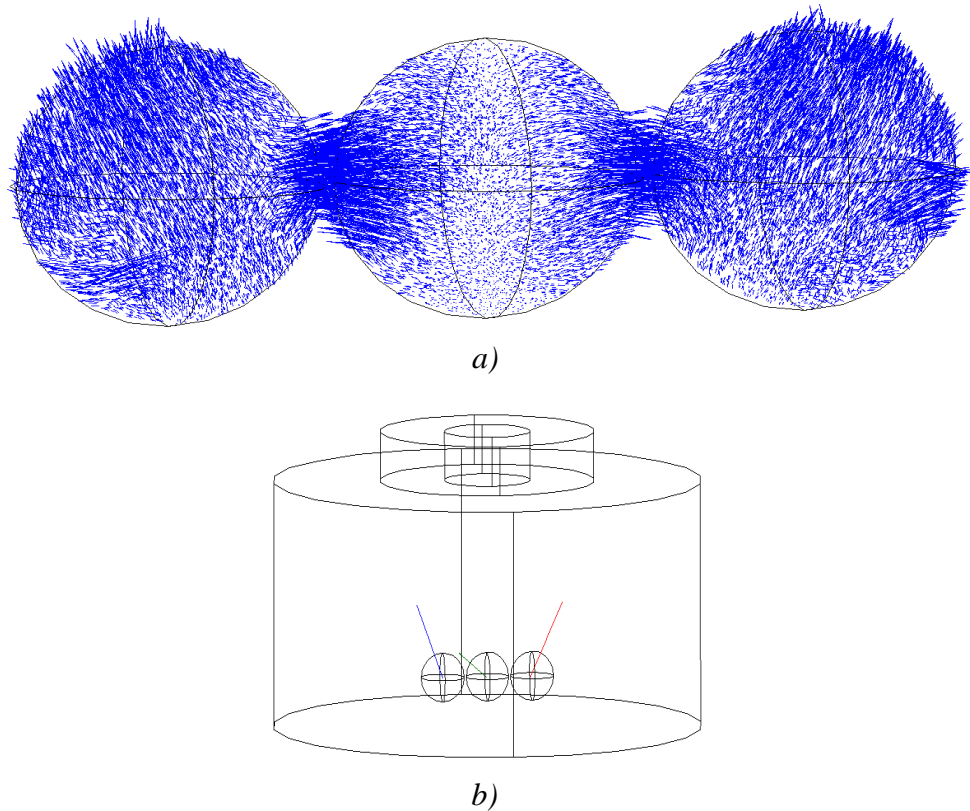


Figure IV. 15. Force magnétique appliquée sur trois particules ferromagnétiques voisines. a) distribution de la force, b) la force résultante.

La figure montre des interactions de nature attractive entre chaque deux particule voisine. Le résultat sera le collage des particules en formant une chaîne (orientation des dipôles magnétiques)

b) Interaction entre particule ferromagnétique et particule conductrice

Pour deux particules de même rayon $R= 0.01m$, d'une perméabilité relative $\mu_r= 1000$ pour la particule ferromagnétique et d'une conductivité électrique $\sigma= 2.5 \times 10^7$ S/m pour la particule conductrice, une distance 1mm entre les particules à conduit aux résultats suivants :

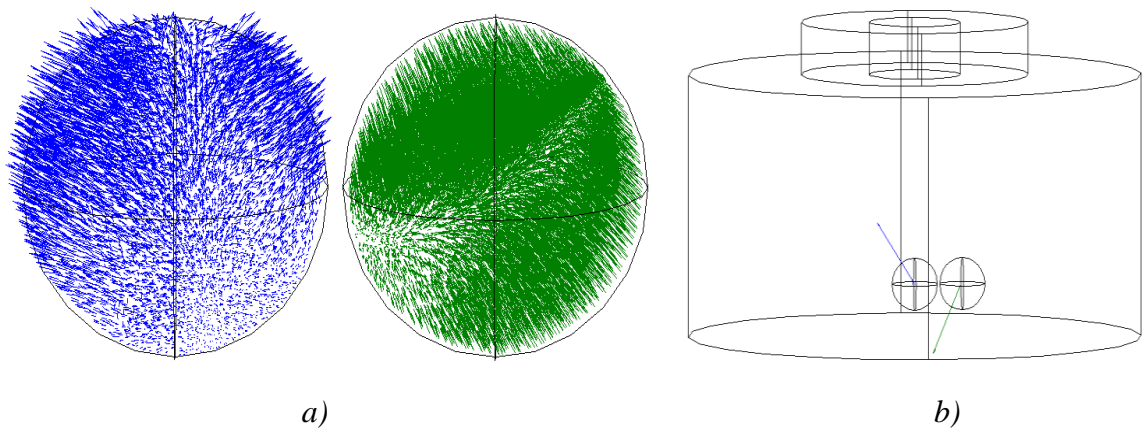


Figure IV. 16. Force d'interaction appliquée sur deux particules ferromagnétiques et conductrices voisines. a) distribution de la force, b) la force résultante.

Sur la figure, on voit une force répulsive appliquée sur la particule conductrice (particule située à droite) et une force attractive appliquée sur la particule de fer (particule située à gauche).

c) Interaction entre deux particules conductrices

La force d'interaction obtenue pour deux particules conductrices de mêmes propriétés physiques est illustrée dans la figure suivante :

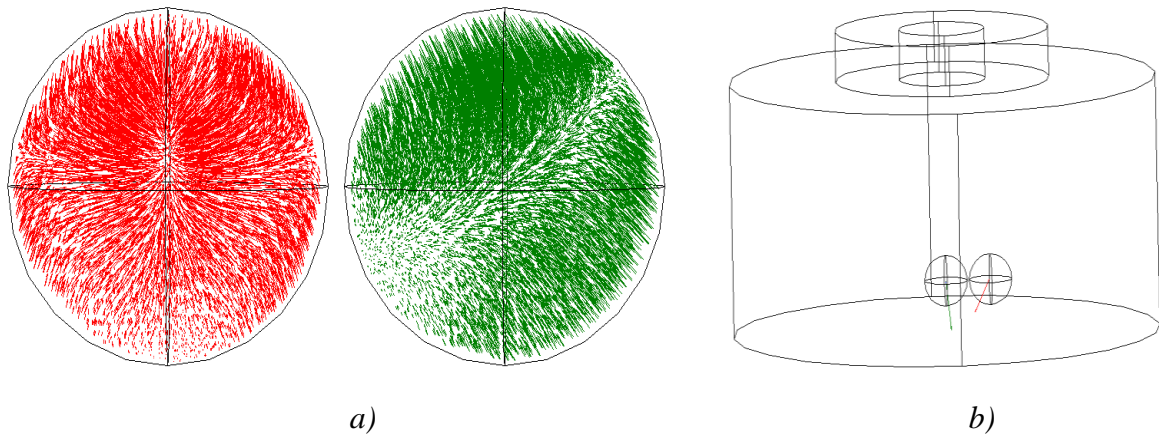


Figure IV. 17. Force d'interaction d'origine magnétique appliquée sur deux particules conductrices voisines. a) distribution de la force, b) la force résultante.

La figure montre une force attractive entre les deux particules mais globalement orientée dans le sens répulsif par rapport à l'électroaimant.

IV.1.4. Comportement d'une particule dans un champ magnétique

Après avoir connu la nature des forces appliquées sur chaque type de particule ainsi que les différentes interactions particulières, on procède dans cette section au calcul du comportement des particules dans un séparateur magnétique à champ à gradient ouvert. De tel calcul a pour objectif la détermination des positions finales qui indique une éventuelle capture ou répulsion des particules et qui donne des informations sur l'efficacité de la qualité du champ appliqué. En dynamique, le comportement d'une particule solide (non déformable) soumise à un ensemble de contraintes est traduit par son mouvement qui peut être connu en calculant son trajectoire.

Pour calculer la trajectoire d'une particule, nous avons résolu son équation dynamique. Pour cela, nous avons appliqué la méthode numérique de Range-Kutta d'ordre 4.

a) Cas de particule ferromagnétique

Dans le cas des particules magnétiques et afin de prendre en compte la force magnétique, nous avons calculé le champ de la force dans la zone d'existence des particules. Pour connaître la qualité de la force et vérifier sa nature attractive, nous présentons dans la figure suivante le champ de la force magnétique.

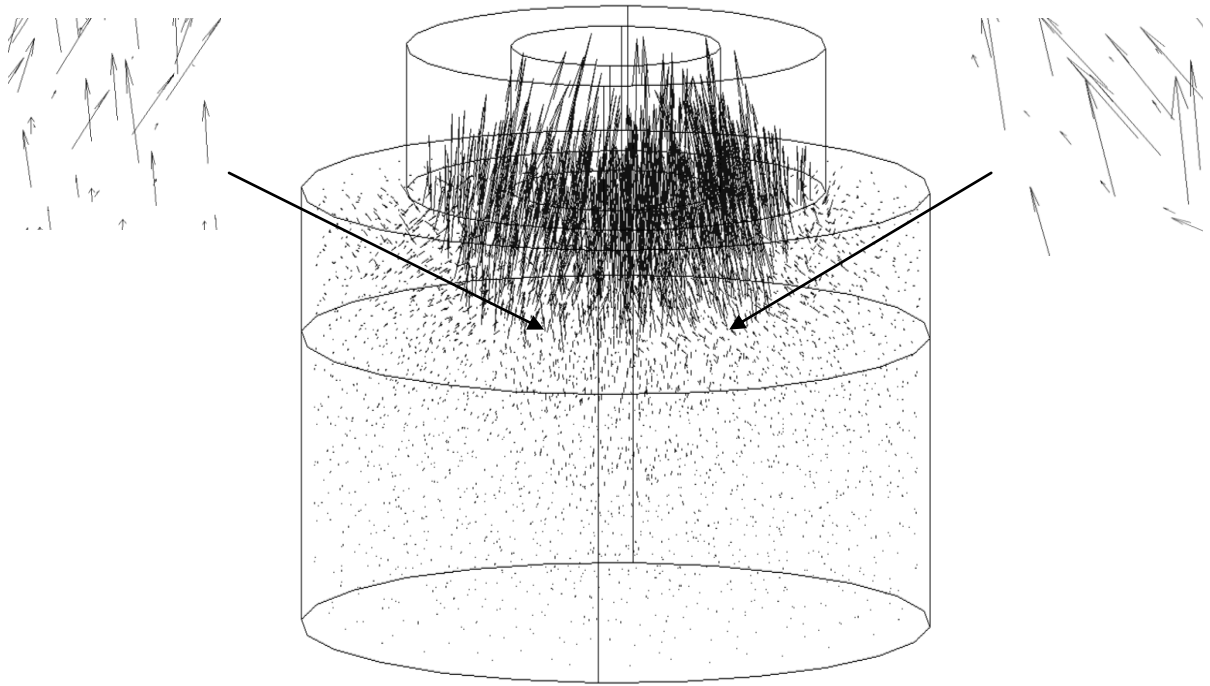


Figure IV. 18. Distribution de la force magnétique qui peut être appliquée sur une particule ferromagnétique.

Sur la figure, on voit clairement que tous les vecteurs sont orientés vers l'électroaimant. Ainsi, on conclut que toute particule existante dans le récipient va être attirée vers l'électroaimant où le champ est très intense. Pour d'autres configurations de l'électroaimant, la nature de la force reste toujours attractive. Sauf la concentration des vecteurs peut changer d'une configuration à une autre.

b) Cas de particules conductrices

La force appliquée sur les particules conductrices est celle de Lorentz qui dépend des courants induits et de l'induction magnétique dans leurs localités.

Pour évaluer le champ de la force, nous calculons un champ des courants induits et une distribution de l'induction dans les mêmes localités. Ensuite, on déduit le champ de la force de Lorentz dans la zone concernée.

Pour montrer le caractère répulsif de cette force, nous présentons les résultats de la figure suivante :

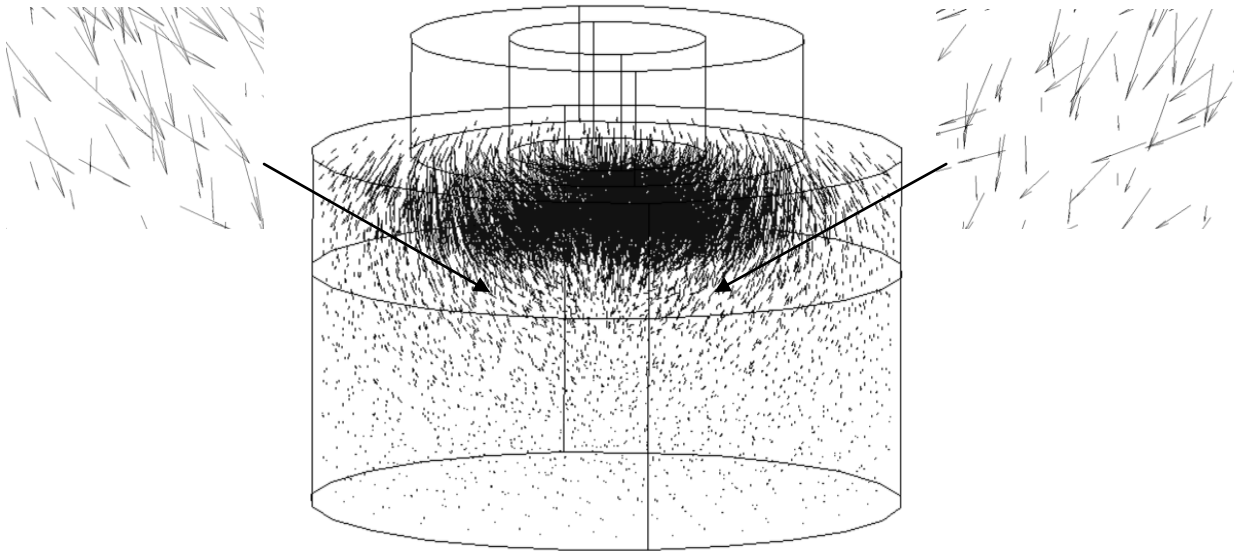


Figure IV. 19. Distribution de la force de Lorentz dans le récipient contenant le matériau à traiter.

La figure montre que les vecteurs sont tous orientés vers le bas. C'est-à-dire, ils sont dirigés de la zone à champ fort vers la zone à champ faible. Cela signifie que les particules conductrices seront repoussées vers les zones à très faible champ magnétique.

Le caractère répulsif ne dépend pas de la configuration de l'électroaimant. Sauf la concentration peut changer d'une configuration à une autre.

c) Cas des particules chargées

Pour les particules chargées, la force comporte deux composantes, une dépend du champ électrique et l'autre dépend de la vitesse de la particule et de l'induction à sa localité.

Pour connaître le caractère de la composante liée au champ électrique, on peut faire recours à la distribution du champ électrique de la figure IV.3. Pour la deuxième composante, un champ de force n'est plus possible à déterminer à cause de la dépendance de la vitesse de la particule qui change dans le temps.

IV.1. 5. Trajectoire des particules et positions finales

Le mouvement d'une particule traduit son comportement. Pour comprendre ce mouvement d'une part et déterminer la position finale de la particule, d'autre part on procède au calcul de sa trajectoire. Ce dernier peut aussi fournir les informations nécessaires pour juger l'efficacité du champ appliqué à réaliser une séparation de haute performance. De telle performance peut concerner la zone finale de capture pour les particules magnétiques ou le confinement à une zone donnée pour les particules conductrices et chargées. Pour généraliser l'étude, on considère plusieurs cas de position initiale des particules.

Pour une intensité de courant de 20 A qui donne une induction magnétique $B = 1$ mT évaluée juste à la surface basse de l'électroaimant, un liquide (eau) d'une viscosité de 10^{-3} kg/m.s, masse volumique 1000 kg/m³, nous avons obtenu les résultats ci-dessous :

IV.1. 5. 1. Particules de forme géométrique sphérique

Dans cette section, on considère des particules solides, identiques de forme géométrique sphérique de rayon $R = 30 \times 10^{-6}$ m.

a) Cas de particules ferromagnétiques

Pour des particules identiques de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 500$, situées initialement à des positions différentes, nous avons obtenu les trajectoires suivantes :

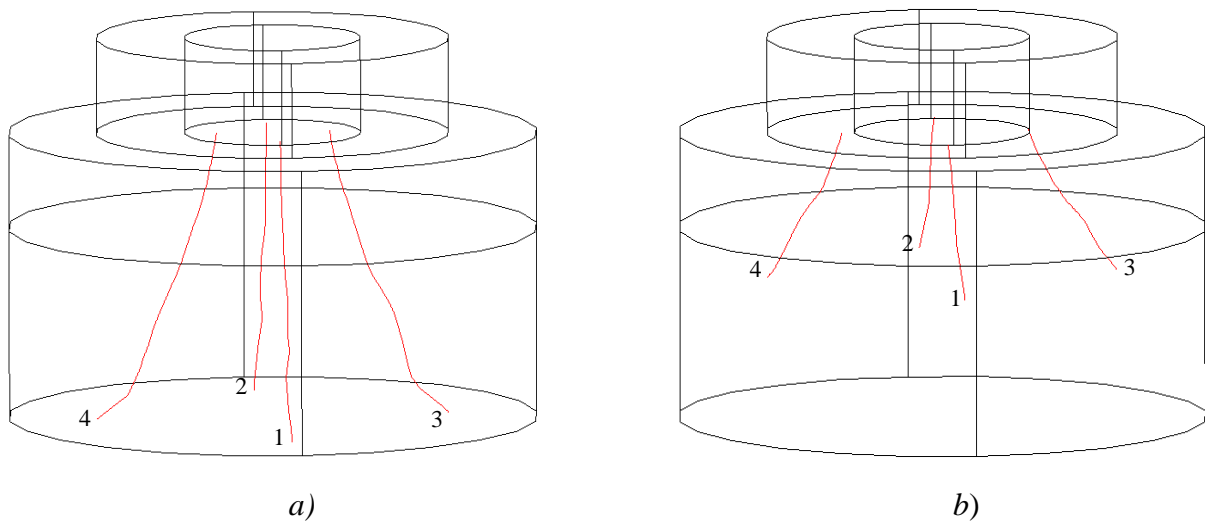


Figure IV. 20. Trajectoires des particules magnétiques.

La figure montre que dans les deux cas, les particules sont capturées par l'électroaimant. Il joue ainsi le rôle de capteur de particules ferromagnétiques.

Pour le cas de la figure IV. 20. a, le temps de capture de chaque particule est montré dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.0632	0.0714	0.0737	0.0738

Tableau IV. 1. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 20. a.

Pour le cas de la figure IV. 20. b, le temps de capture de chaque particule est montré dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	4	3	2
Temps de capture	0.0071	0.0072	0.0075	0.0077

Tableau IV. 2. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 20. b.

Sur les tableaux ci-dessus, on voit que les particules situées initialement plus proche de l'électroaimant sont capturées plus rapidement que les particules situées initialement en bas du récipient.

Dans les deux cas de la figure IV. 20, toutes les particules sont situées à une même distance par rapport au centre de l'électroaimant mais le temps de capture n'est pas le même. Cela est réduit à la distribution de la force qui n'est pas parfaitement symétrique. Une amélioration de la qualité du maillage peut conduire à des résultats identiques.

b) Cas de particules conductrices

Ici on considère des particules d'une conductivité $\sigma=2.5 \times 10^7$ S/m. Les trajectoires obtenues sont les suivantes :

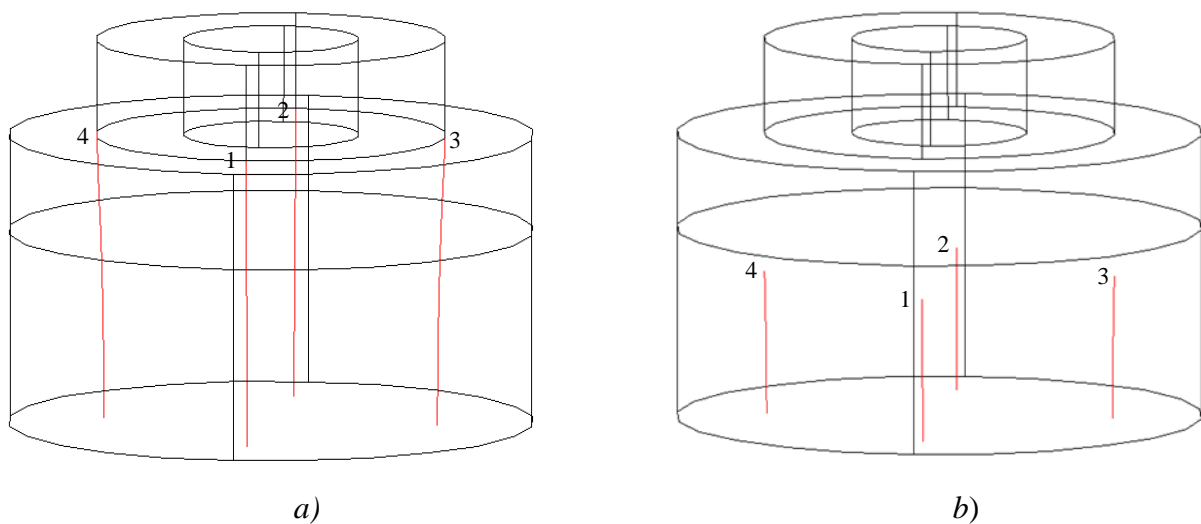


Figure IV. 21. Trajectoires des particules conductrices.

Dans les deux cas de la figure IV. 21, les particules sont repoussées vers le bas. Il s'agit d'un comportement répulsif appliqué sur les particules conductrices. Pour les positions initiales du cas *a*, le temps de séparation (temps nécessaire pour que les particules arrivent au bas du récipient) est montré dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	3	4	2
Temps de capture	0.0670	1.5295	1.5305	1.5350

Tableau IV. 3. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 21. a.

Pour les positions initiales du cas *b*, le temps de séparation est montré dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	2	4	3
Temps de capture	0.8365	0.8365	0.8365	0.8370

Tableau IV. 4. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 21. b.

Des tableaux ci-dessus, on voit que les particules situées initialement plus proche de l'électroaimant sont séparées plus lentement que celles situées plus loin. Cela signifie que l'effet de la pesanteur est dominant.

Pratiquement, le confinement des particules conductrices à un endroit voulu est possible par un choix d'une qualité spécifique du champ appliqué.

c) Cas de particules chargées

Pour les mêmes conditions de calcul, et pour des particules sphériques chargées $|q| = 1e^{-4}C$, nous avons obtenu les résultats suivants :

- **Cas de charge positive**

Pour des particules chargées positivement, nous avons obtenu les trajectoires suivantes :

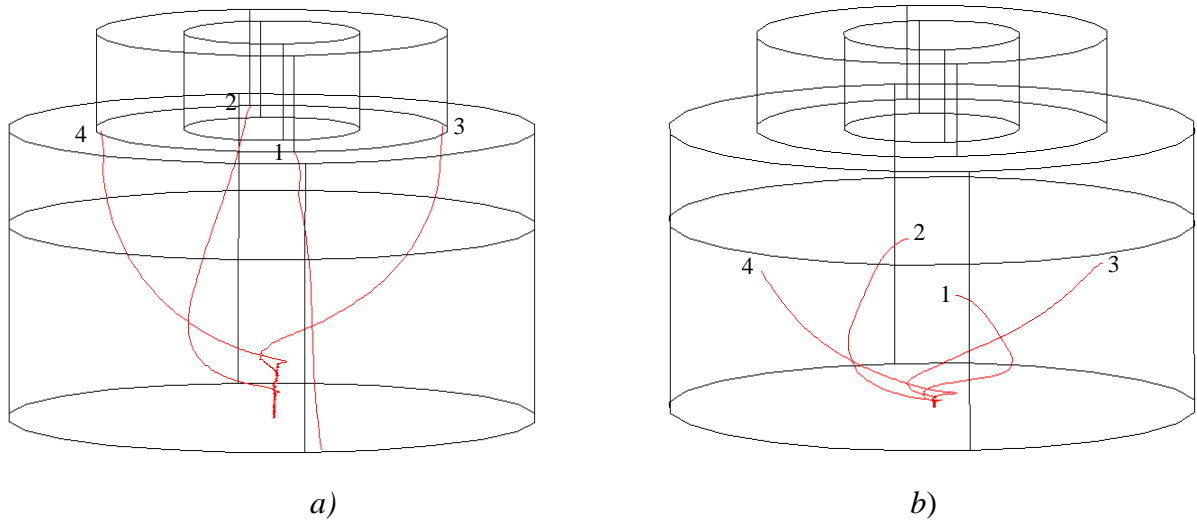


Figure IV. 22. Trajectoires des particules chargées positivement.

La figure ci-dessus montre que les particules sont repoussées vers le bas. Il s'agit d'un comportement répulsif appliqué aux particules chargées positivement.

Comparativement aux particules conductrices, les particules chargées exercent une rotation lors de sons mouvement. Cette rotation est liée directement à la nature du champ électrique dont dépend la force de Lorentz.

Pour les mêmes conditions de calcul précédentes, les temps de séparation pour le cas de la figure ci-dessus sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	2	4	3
Temps de capture	0.0135	0.2530	0.4010	0.4490

Tableau IV. 5. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas a.

Pour des particules situées au milieu du récipient, les temps de séparation sont les suivants :

N° de la particule	2	4	3	1
Temps de capture	0.1345	0.1475	0.1695	0.1720

Tableau IV. 6. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas b.

- **Cas de charge négative**

Le calcul des trajectoires des particules chargées négatives a conduit aux résultats suivants :

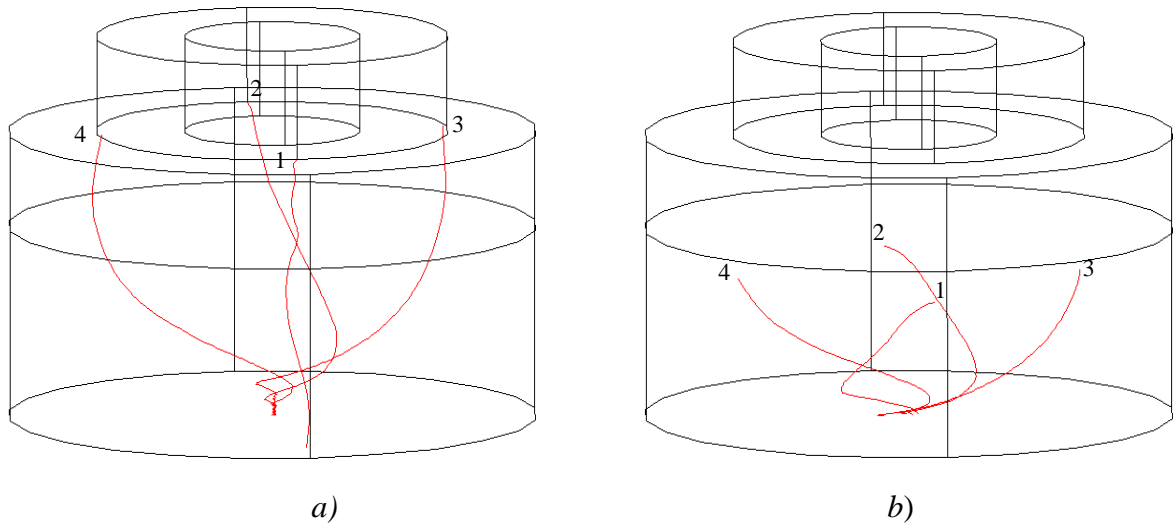


Figure IV. 23. Trajectoires des particules chargées négativement.

Par rapport aux particules chargées positivement, les particules chargées négativement sont repoussées loin de l'électroaimant en exerçant une rotation dans le sens inverse que celles chargées positivement. Les temps de séparation pour le cas *a* de la figure IV. 23 sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	4	2	3
Temps de capture	0.0155	0.1715	0.1965	0.2160

Tableau IV. 7. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas *a*.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	3	1	2	4
Temps de capture	0.0705	0.0920	0.1015	0.1170

Tableau IV. 8. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas *b*.

L'écart entre les temps de séparation est toujours lié à la qualité de la distribution de la force dans le récipient et les conditions de calcul des trajectoires. Pour montrer la capacité de notre programme à simuler le mouvement de plusieurs types de particules, nous présentons les résultats suivants :

d) Coexistence d'un mélange de particules

La figure suivante montre les trajectoires d'une dispersion aléatoire de particules magnétiques, conductrices et chargées.

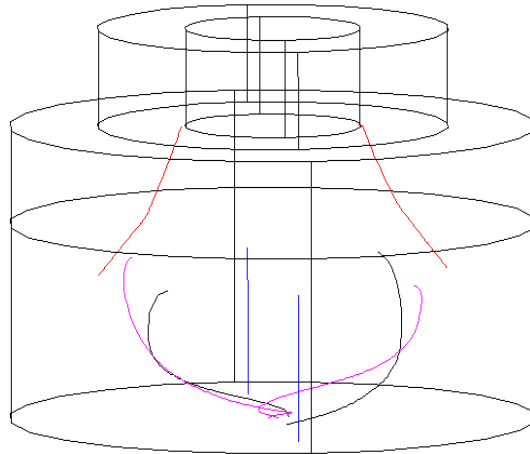


Figure IV. 24. Trajectoires d'un mélange de particules ferromagnétiques (en rouge), conductrices (en bleu), chargées positives (en magenta) et chargées négative (en noir).

Sur la figure ci-dessus, on voit que les particules ferromagnétiques sont capturées par l'électroaimant, alors que celles conductrices et chargées sont repoussées vers les zones à très faible champ magnétique.

e) Coexistence de particules chargées positivement et négativement

Pour un mélange de particules chargées positivement et négativement, les trajectoires sont montrées dans la figure suivante :

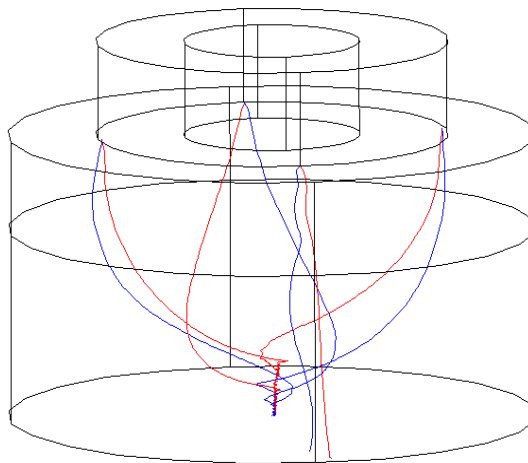


Figure IV. 25. Trajectoires des particules chargées. En rouge positives et en bleu négatives.

Conclusion

Les trajectoires obtenues pour le cas de particules de forme géométrique sphérique ont montré que les particules ferromagnétiques sont capturées par l'électroaimant. L'électroaimant ainsi joue le rôle de capteur. Pour le cas des particules conductrices, il s'agit d'une répulsion exercée par le champ appliqué. Les particules sont repoussées vers les zones à très faible champ. Dans ce cas, l'électroaimant peut être utilisé comme un moyen de confinement de particules conductrices. La dernière constatation concerne aussi les particules chargées. La différence vue entre les charges positives et négatives réside dans le sens de rotation des particules lors de leur mouvement.

IV. 1. 5. 2. Particules de forme géométrique cylindrique

Dans cette section, on va refaire l'étude précédente sur une particule de forme cylindrique. Les dimensions ainsi que les propriétés physiques de la particule sont une hauteur de 1.32×10^{-4} m, un rayon de 1.65×10^{-5} m et une perméabilité magnétique relative $\mu_r = 500$.

a) Cas de particules magnétiques

En magnétisme et en mécanique de fluide, les contraintes appliquées dépendent fortement de la géométrie des particules. De cela, et pour calculer les trajectoires des particules cylindriques, on va changer la formule qui sert à calculer l'aimantation et le coefficient de traîné qui entre dans le calcul de la force de traîné.

Les résultats obtenus pour les mêmes conditions de calcul adoptées pour les particules sphériques on conduit aux résultats suivants :

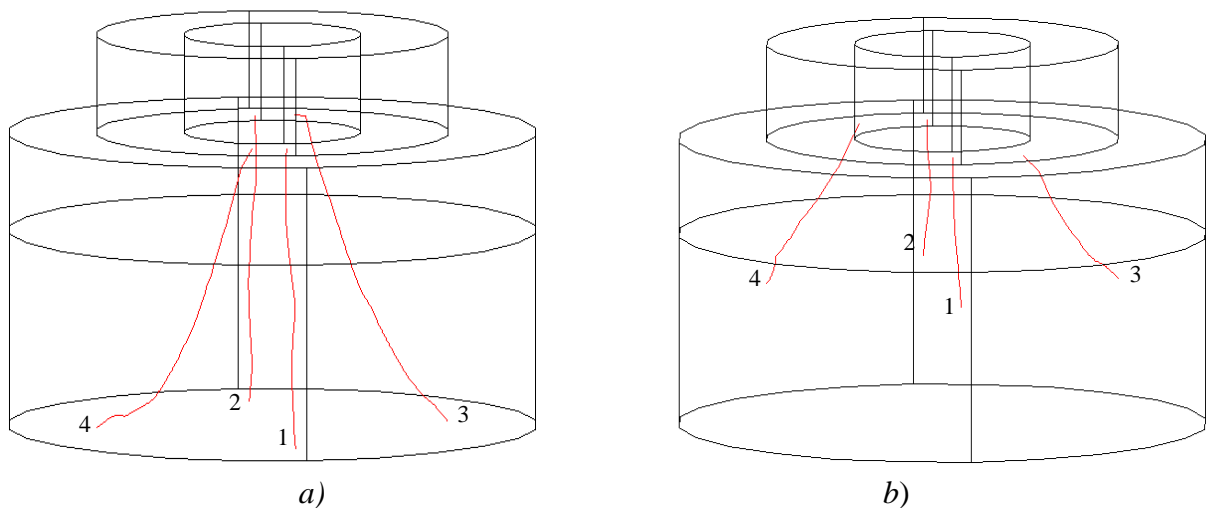


Figure IV. 26. Trajectoires des particules ferromagnétiques cylindriques.

Pour le cas de particule ferromagnétique, il y a toujours la capture.

Les temps de capture pour le cas de la figure IV. 26.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.0037	0.0037	0.0155	0.0221

Tableau IV. 9. Temps de capture des particules ferromagnétiques cylindriques du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de capture sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.0007	0.0007	0.0041	0.0052

Tableau IV. 10. Temps de capture des particules ferromagnétiques cylindriques du cas b.

La figure ci-dessus montre que les particules du cas de la figure IV.26.b sont capturées plus rapidement à cause de leurs positions initiales plus proches de l'électroaimant.

b) Cas de particules conductrices

Pour les mêmes conditions de calcul, nous avons obtenu les résultats suivants :

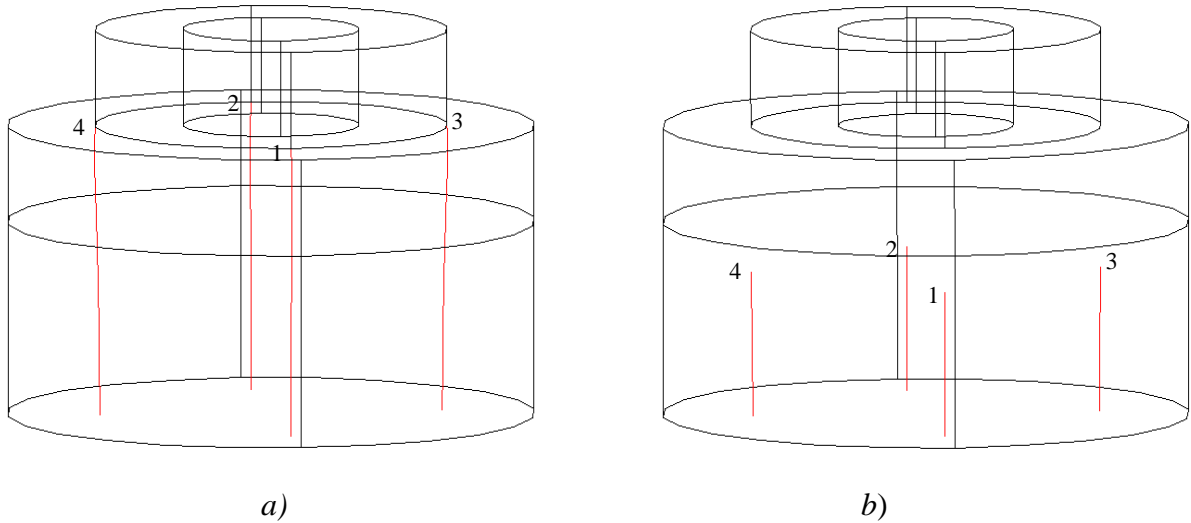


Figure IV. 27. Trajectoires des particules conductrices cylindriques.

Pour le cas de particule conductrice, il y a toujours répulsion.

Les temps de séparation pour le cas de la figure IV. 27.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	3	4	2
Temps de capture	0.3180	0.3190	0.3195	0.3200

Tableau IV. 11. Temps de séparation des particules conductrices cylindriques du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.1710	0.1710	0.1710	0.1710

Tableau IV. 12. Temps de séparation des particules conductrices cylindriques du cas b.

c) Cas de particules chargées

Pour des particules cylindriques chargées positivement, nous avons obtenu les résultats suivants :

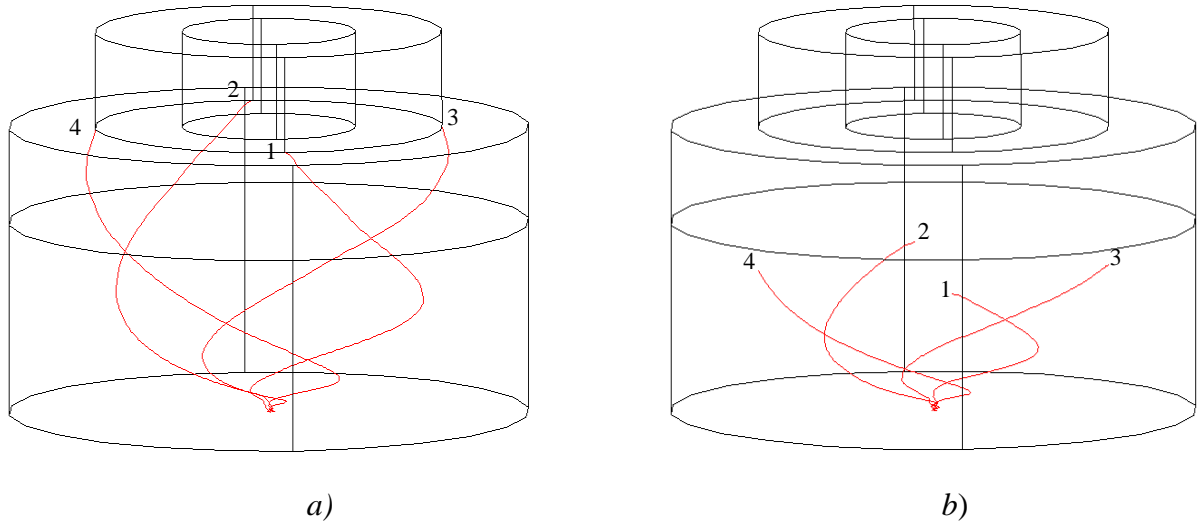


Figure IV. 28. Trajectoires des particules cylindriques chargées positivement.

Pour le cas de particules chargées positivement, il y a toujours répulsion. Les temps de séparation pour le cas de la figure IV. 28. *a*, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	4	2	1	3
Temps de capture	0.117	0.118	0.1205	0.1230

Tableau IV. 13. Temps de séparation des particules cylindriques chargées positivement du cas *a*.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	2	4	1	3
Temps de capture	0.0980	0.1000	0.1035	0.1035

Tableau IV. 14. Temps de séparation des particules cylindriques chargées positivement du cas *b*.

Pour des particules cylindriques chargées négativement, nous avons obtenu les résultats suivants :

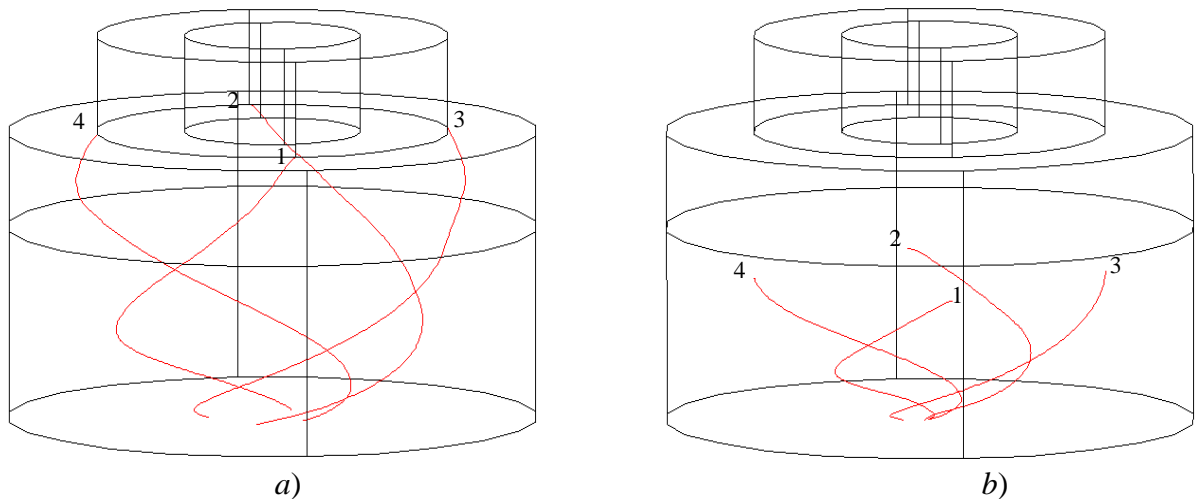


Figure IV. 29. Trajectoires des particules cylindriques chargées négativement.

Pour le cas de particules chargées négativement, il y a aussi répulsion. Les temps de séparation pour le cas de la figure IV. 29.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	3	2	1	4
Temps de capture	0.0845	0.0900	0.0910	0.0950

Tableau IV. 15. Temps de séparation des particules cylindriques chargées négativement du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	3	2	4	1
Temps de capture	0.0750	0.0875	0.0880	0.0885

Tableau IV. 16. Temps de séparation des particules cylindriques chargées négativement du cas b.

IV. 1. 5.3. Particules de forme géométrique ellipsoïdales

Dans cette section, on traite le cas d'une particule de forme ellipsoïdale. Les dimensions ainsi que les propriétés physiques de la particule sont. le grand rayon= 7.6×10^{-5} m, le petit rayon = 1.9×10^{-5} m et la charge de la particule égale à 10^{-4} C et une perméabilité magnétique relative $\mu_r = 500$.

a) Cas de particules ferromagnétiques

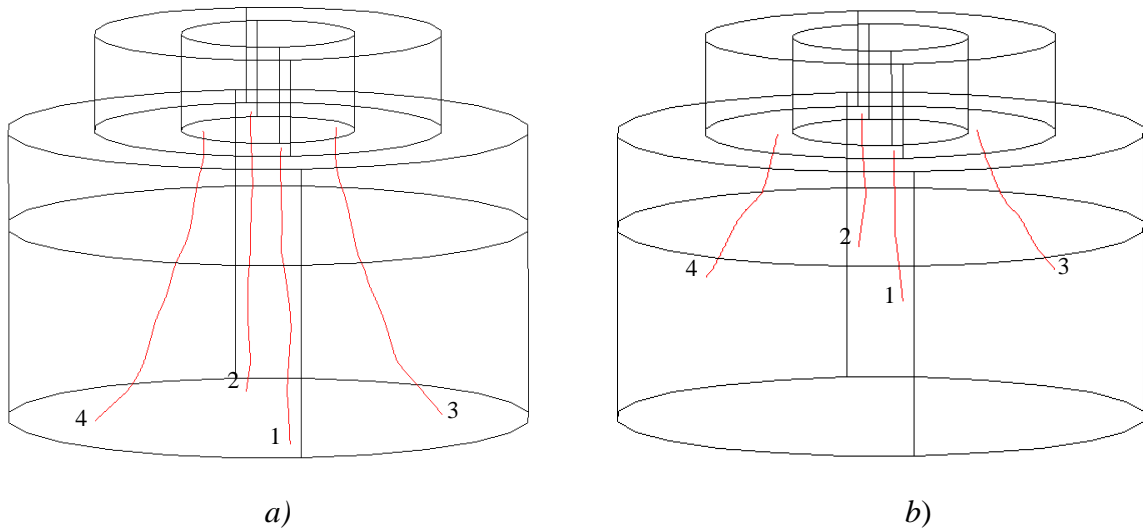


Figure IV. 30. Trajectoires des particules ellipsoïdales ferromagnétiques.

Pour le cas de particules ferromagnétiques, il y a toujours attraction (capture).

Les temps de capture pour le cas de la figure IV. 30.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.0282	0.0285	0.0476	0.0479

Tableau IV. 17. Temps de capture des particules ferromagnétiques ellipsoïdales du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la demi-hauteur du récipient, les temps de capture sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	2	1	3	4
Temps de capture	0.0053	0.0054	0.0098	0.0098

Tableau IV. 18. Temps de capture des particules ferromagnétiques ellipsoïdales du cas *b*.

b) Cas de particules conductrices

Pour des particules de conductivité électrique $2.5 \times 10^7 \text{ S/m}$, nous avons obtenu les résultats suivants :

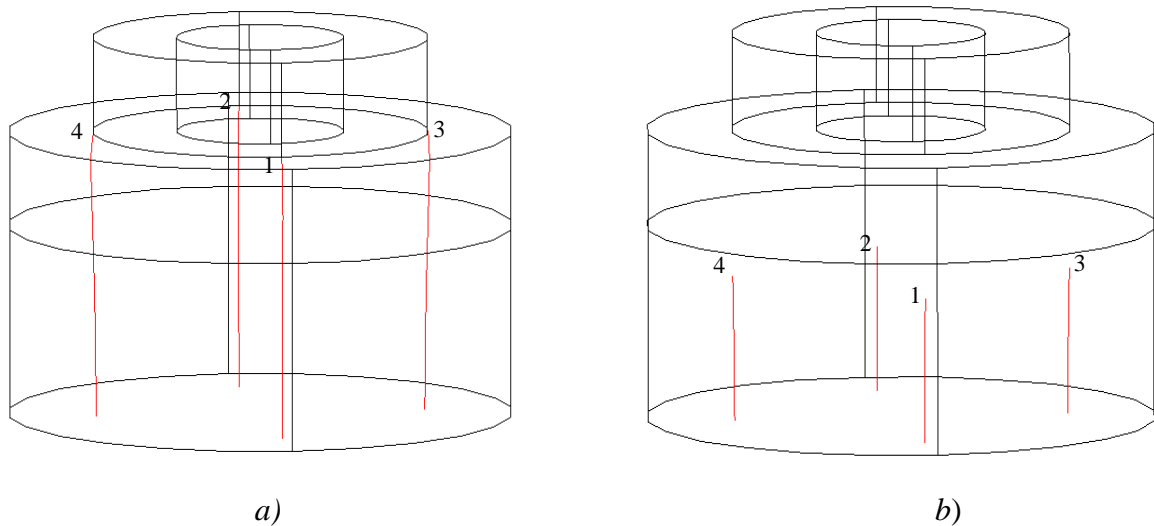


Figure IV. 31. Trajectoires des particules ellipsoïdales conductrices.

Pour le cas de particules conductrices, il y a répulsion (séparation par répulsion).

Les temps de séparation pour le cas *a* de la figure IV. 31, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	3	4	2
Temps de capture	0.2180	0.2180	0.2185	0.2190

Tableau IV. 19. Temps de séparation des particules ellipsoïdales conductrices du cas *a*.

Pour les particules situées au milieu à la demi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	1	2	3	4
Temps de capture	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200

Tableau IV. 20. Temps de séparation des particules ellipsoïdales conductrices du cas *b*.

c) Cas de particules chargées

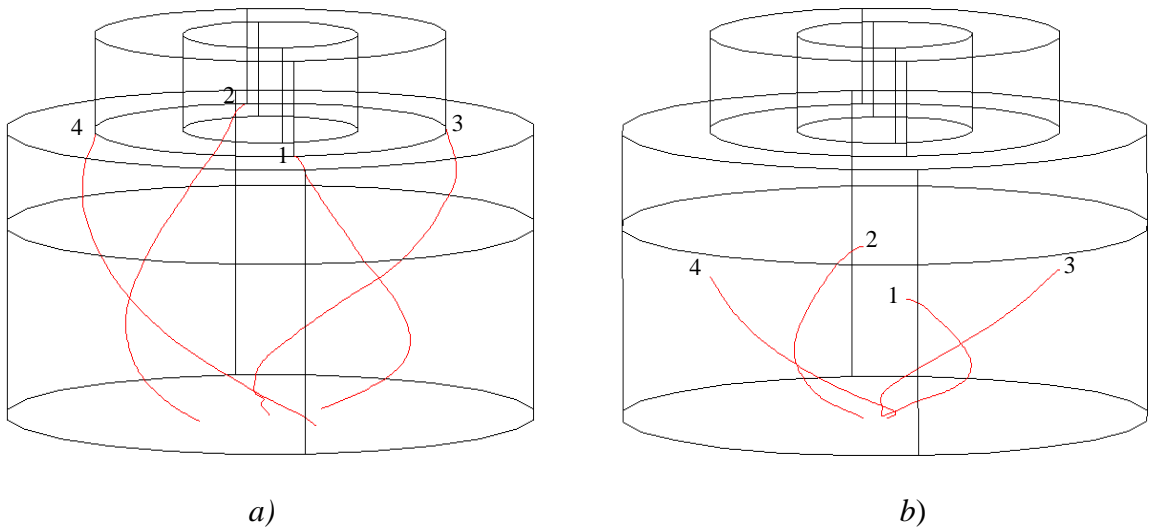


Figure IV. 32. Trajectoires des particules ellipsoïdales chargées positivement.

Pour le cas de particules chargées positivement, il y a toujours répulsion. Les temps de séparation pour le cas de la figure IV. 32.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	4	2	1	3
Temps de capture	0.0450	0.0455	0.0475	0.0750

Tableau IV. 21. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées positivement du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la mi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	2	4	1	3
Temps de capture	0.0460	0.0500	0.0525	0.0530

Tableau IV. 22. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées positivement du cas b.

Pour des particules cylindriques chargées négativement, nous avons obtenu les résultats suivants :

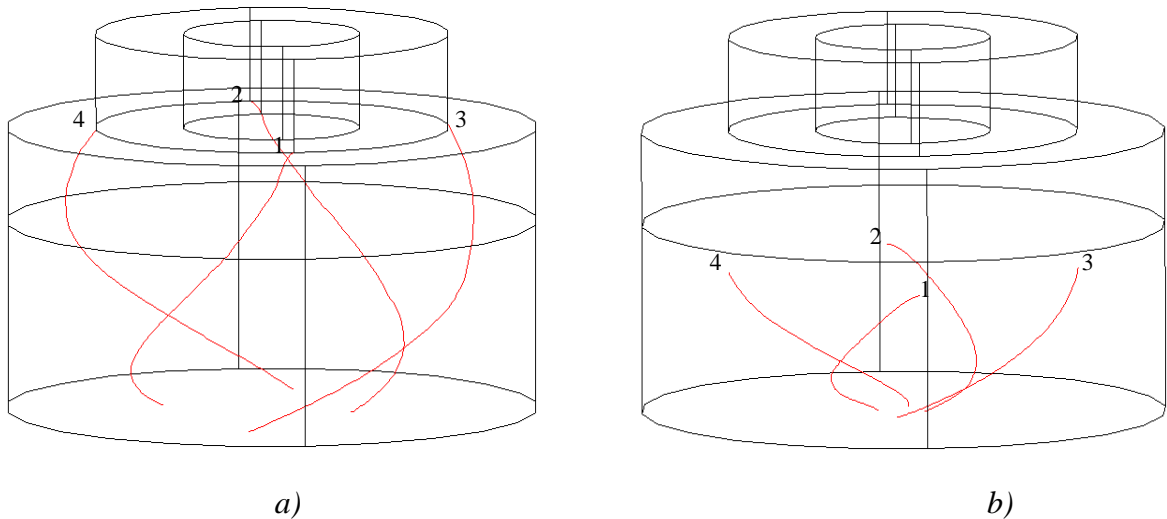


Figure IV. 33. Trajectoires des particules ellipsoïdales chargées négativement.

Pour le cas de particules chargées négativement, il y a toujours répulsion. Les temps de séparation pour le cas de la figure IV. 33.a, sont montrés dans le tableau suivant :

N° de la particule	1	4	3	2
Temps de capture	0.0435	0.0435	0.0450	0.0465

Tableau IV. 23. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées négativement du cas a.

Pour les particules situées au milieu à la demi-hauteur du récipient, les temps de séparation sont présentés dans la figure suivante :

N° de la particule	3	1	4	2
Temps de capture	0.0380	0.0425	0.0425	0.0460

Tableau IV. 24. Temps de séparation des particules ellipsoïdales chargées négativement du cas b.

Conclusion

Le calcul du comportement des particules immergées dans un liquide stable a montré que toutes les particules ferromagnétiques sont capturées par l'électroaimant. Par contre, les particules conductrices ou chargées sont toutes repoussées par l'électroaimant vers les zones à très faible champ magnétique (bas du récipient).

La différence des résultats entre les cas de géométrie traités réside dans le temps de capture qui se traduit par la différence au niveau des trajectoires. Pour les mêmes conditions d'application de la méthode RK4. Ces différences peuvent être réduites aux facteurs suivants :

1. Effet de la géométrie sur les forces appliquées aux particules (aimantation pour les forces d'origine magnétique et coefficients de traînée pour la force hydrodynamique).
2. Qualité du maillage ainsi que la distribution du champ magnétique dans la zone d'intérêt. dans notre cas, nous n'avons pas pu raffiner de plus le maillage avec une distribution symétrique des éléments à cause des limites en terme de capacité de calculateur et sensibilité des méthodes de résolution intégrées.

IV. 2. Séparation magnétique dans les liquides en mouvement

Dans le cas de traitement des liquides en mouvement, toute particule est soumise en plus des contraintes d'origine magnétique à des contraintes d'origine hydraulique. Dans les conditions où la vitesse d'écoulement du liquide est très élevée ou dans le cas d'écoulement fortement turbulent, les contraintes d'origine hydraulique peuvent être dominantes et la séparation voulue ne peut avoir lieu.

Afin d'estimer les effets des contraintes hydrauliques, nous procédons tout d'abord à l'étude du comportement d'une particule dans un écoulement liquide (écoulement d'eau).

IV. 2. 1. Géométrie de la conduite de l'écoulement

Le matériau liquide à traiter s'écoule dans une conduite non magnétique (en plastique) de forme géométrique cylindrique (voir Fig. IV. 34). La nature de l'écoulement se définit à partir

du nombre de Reynolds qui dépend de la vitesse d'écoulement et du rayon du canal. Pour cela, le choix du rayon du canal et le flux de pompage du liquide est déterminant en ce qui concerne le type d'écoulement ainsi que l'importance des forces d'origine hydraulique.

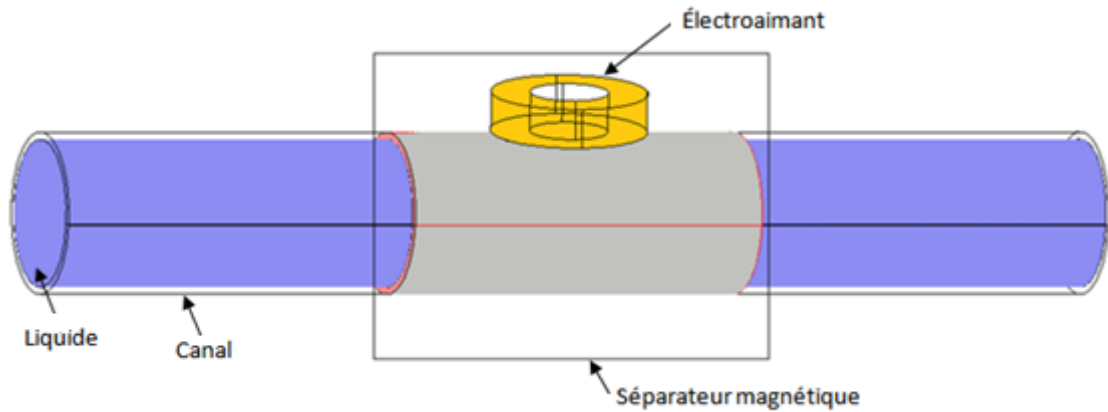


Figure IV. 34. Forme géométrique du canal d'écoulement.

Dans la figure, on voit que le séparateur constitue une partie qui peut être installée à n'importe quel endroit du canal. Alors, et suivant l'évolution de l'écoulement, on peut choisir la nature de l'écoulement au niveau de laquelle on veut réaliser la séparation.

IV. 2. 2. Distribution de la vitesse d'écoulement dans le canal

Nous avons vu au chapitre II que toutes les forces d'origine hydraulique dépendent de la vitesse de l'écoulement. Pour prendre en compte ces forces dans le calcul du problème de la séparation, le champ de vitesse d'écoulement dans le canal doit être connu. Pour permettre ce calcul, nous avons supposé que les particules n'influent pas sur l'écoulement (particules très fines de faible concentration).

Pour un écoulement d'eau dans un canal circulaire de diamètre $D = 4$ cm, d'une longueur de 0.5 m, la résolution de l'équation hydraulique a donné les résultats de la figure suivante :

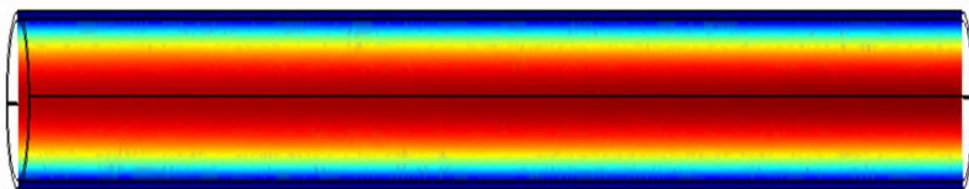


Figure IV. 35. Coupe verticale sur le champ de vitesse d'écoulement dans le canal.

Pour une masse volumique de l'eau 1000kg/m^3 , une viscosité dynamique de 0.001 kg/m.s et une vitesse moyenne de pompage $V_f = 0.08$ m/s, nous avons obtenu une vitesse maximale au centre du canal égale à 0.146 m/s.

La distribution de la vitesse ci-dessus montre que les données de calcul adoptées ont conduit à l'obtention d'un écoulement laminaire. Cette nature est vérifiée par le profil de vitesse montré dans la figure suivante.

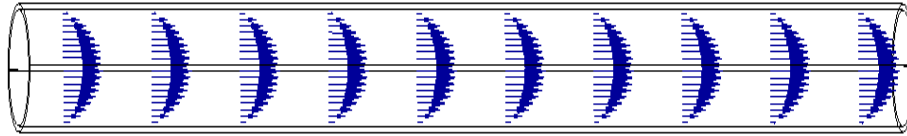


Figure IV. 36. Profil de vitesse d'écoulement.

Sur la figure, on voit que la vitesse est maximale au centre du canal et que cette vitesse décroît à chaque fois on se rapproche des parois. Juste sur les parois du canal, la vitesse est nulle.

IV.2.3. Comportement des particules en absence du champ magnétique

Avant de procéder au calcul du problème de la séparation magnétique, nous avons tout d'abord calculé le comportement des particules dans un écoulement laminaire en absence du champ magnétique. De tel calcul a pour objectif l'estimation de l'effet des forces hydrodynamiques.

IV.2.3. 1. Effet de la force de trainée

La prise en compte seulement de la force de trainée dans le calcul des trajectoires des particules a conduit aux résultats de la figure suivante :

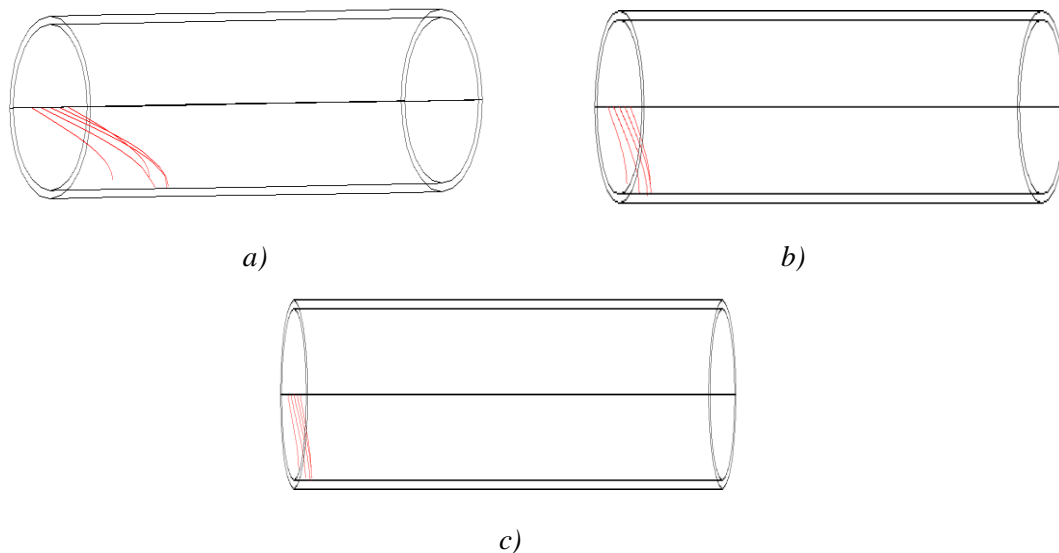


Figure IV. 37. Effet de la force de trainée sur le comportement de particules. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

Sur la figure ci-dessus, on voit que les particules sphériques sont légèrement portées par l'écoulement alors que le mouvement des particules cylindriques et ellipsoïdales est dominé par la pesanteur. Cela est réduit principalement au coefficient de trainée C_T qui intervient

dans la formule de la force de trainée. Pour une particule sphérique C_T est donné par la relation ($C_T=24/Re$), pour une particule cylindrique $C_T = 0.85$ et pour une particule ellipsoïdale $C_T = 0.25$.

IV.2. 3. 2. Effet de la force de portance

Ici, on n'a considéré que la force de portance. Les trajectoires des particules pour différentes formes géométriques sont montrées dans la figure suivante :

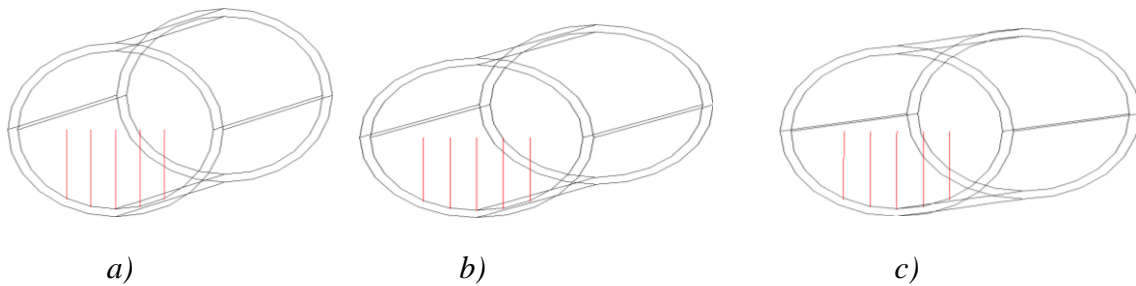


Figure IV. 38. Effet de la force de portance. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

La figure ci-dessus montre que pour le régime de vitesse adopté, la force de portance n'a aucun effet sur le comportement des particules. Le mouvement des particules est totalement dominé par la force de pesanteur. Les coefficients de portance introduits dans le calcul sont $C_p = 0.5$ pour tous les types des particules. [Juaneda06].

IV. 2. 3. 3. Effet de la force de portance et de trainée

Ici, on considère les forces de trainée et de portance. Les trajectoires des particules pour différentes formes géométriques sont les suivantes.

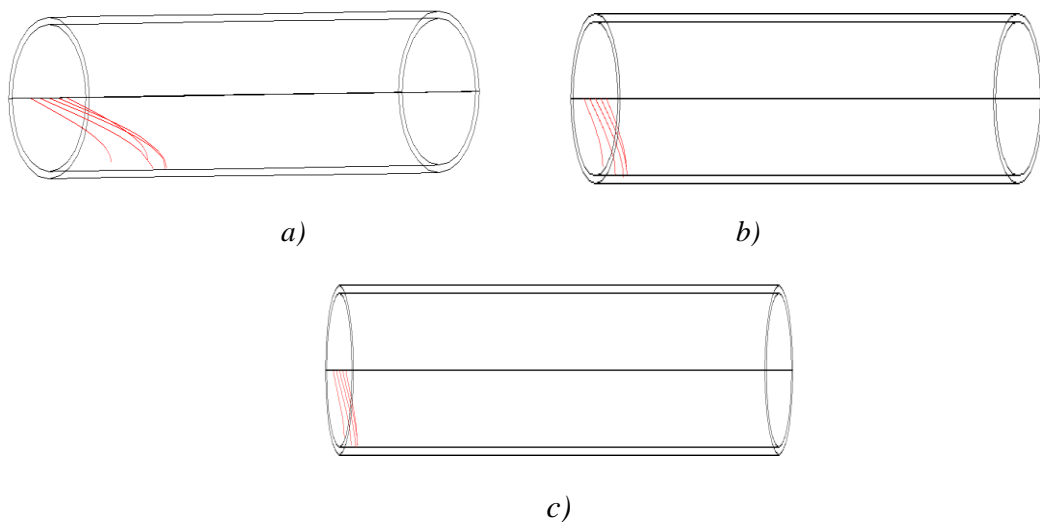


Figure IV. 39. Effet des forces de trainée et de portance sur le comportement des particules. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

Le résultat de la figure ci-dessus n'est que la conséquence des résultats précédents. Pour la gamme de vitesse d'écoulement considéré, il n'y a que l'effet de la force de trainée sur les particules de forme sphérique.

IV.2. 4. Comportement des particules en présence du champ magnétique

Après avoir estimé l'effet des forces hydrodynamiques de trainée et de portance sur le comportement des particules, on va étudier dans cette section le comportement des particules en présence du champ magnétique.

Le champ magnétique appliqué est produit par un électroaimant de forme cylindrique alimenté en alternatif. Le liquide porteur des particules est mis en écoulement dans un canal non magnétique. Aucune matrices d'extraction n'est incluse. Il s'agit donc d'une séparation magnétique par champ à gradient ouvert SMGO (OGMS en anglais).

IV.2. 4. 1. Domaine d'étude et distribution des grandeurs magnétiques et hydrauliques

Pour étudier le comportement des particules dans un procédé de séparation magnétique, il faut tout d'abord limiter le domaine d'étude. De telle limitation doit tenir compte de l'existence et de l'importance des contraintes appliquées aux particules. Du point de vue magnétique, les limites du domaine d'étude doivent être fixées en fonction de l'importance du champ magnétique responsable à la séparation.

Pour un électroaimant cylindrique supposé formé d'un fil conducteur de section $S= 1.5 \text{ mm}^2$, d'un bobinage à 66 spires distribuées sur 7 couches qui a donné une hauteur de 1 cm et des largeurs interne et externe respectivement 1cm et 2 cm et un courant d'excitation de 20 A, nous avons obtenu les distributions et les variations de l'induction montrés dans la figure suivante :

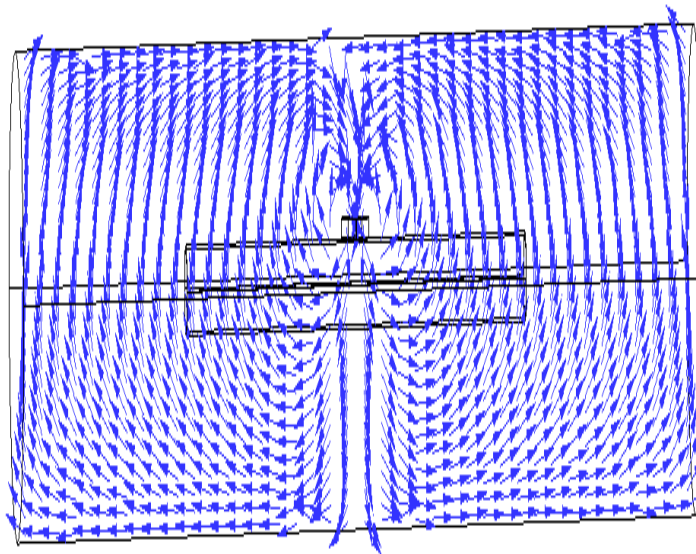


Figure IV. 40. Coupe verticale sur la distribution de l'induction magnétique dans le canal

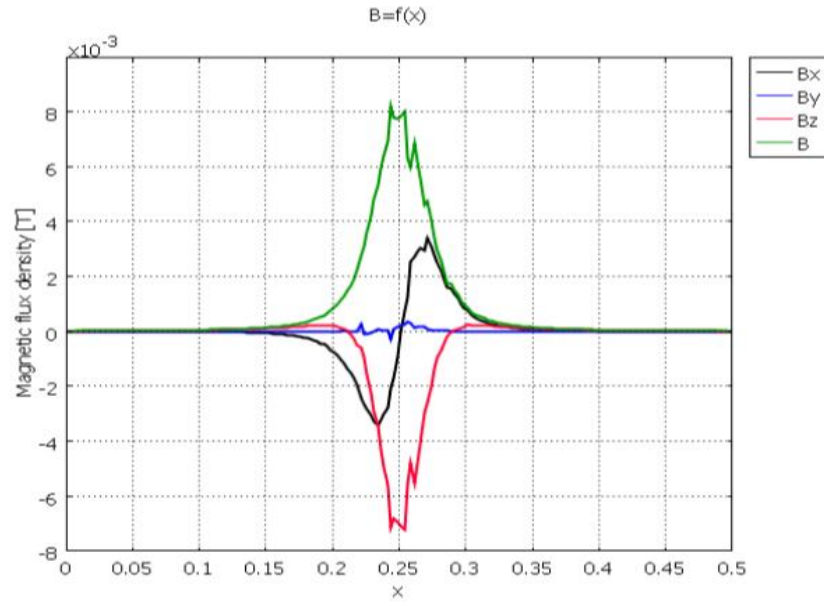


Figure IV. 41. Variation de l'induction le long du canal

L'inspection de la figure ci-dessus montre que la distance (longueur du canal) d'intérêt dans laquelle l'induction peut avoir un effet de séparation peut être d'environ 20 cm. Vu la possibilité de déplacer l'électroaimant le long du canal, le domaine d'étude du point de vue hydraulique peut facilement être fixé. De cela, et afin de simplifier l'étude, on suppose que l'électroaimant est placé dans la région du canal où le régime d'écoulement est laminaire. Le domaine d'intérêt ainsi que les distributions des grandeurs physiques, force magnétique, force de Lorentz et vitesse d'écoulement sont montrées dans la figure suivante :

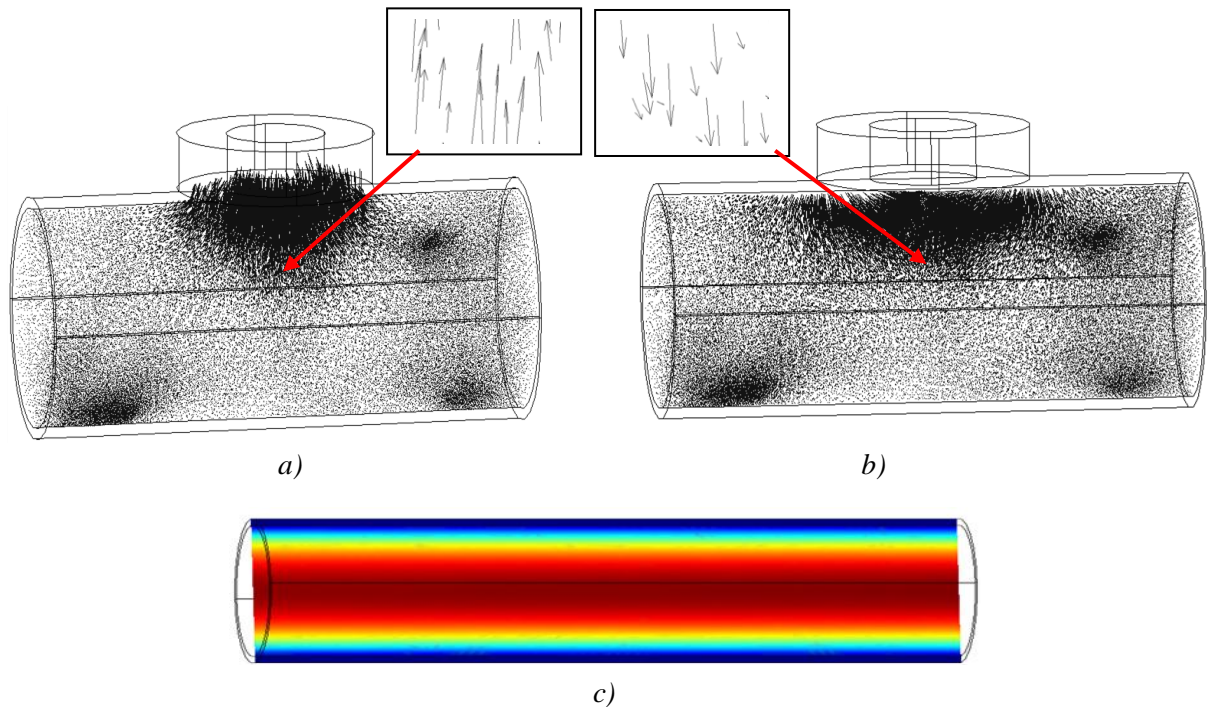


Figure IV. 42. Distribution des grandeurs physiques, a) force magnétique, b) force de Lorentz, c) vitesse d'écoulement.

Dans les figures IV. 42. *a* et *b*, on voit que les forces sont plus intenses au voisinage de l'électroaimant. Pour obtenir des forces importantes plus loin de l'électroaimant, ce dernier doit être optimisé et le domaine d'étude va être ainsi changé.

IV.2.4.2. Trajectoires des particules et efficacité de séparation

Le calcul des trajectoires des particules qui traduisent le comportement des particules a conduit aux résultats suivants :

a) Particules magnétiques

Pour les particules magnétiques, nous avons considéré des particules de fer de masse volumique $\rho=7860 \text{ kg/m}^3$, de perméabilité magnétique relative $\mu_r=500$. L'électroaimant est supposé excité par un courant de valeur efficace de 20 A et la vitesse moyenne de l'écoulement égale à 8cm/s. Les trajectoires obtenues pour des particules sphériques sont montrées dans la figure suivante :

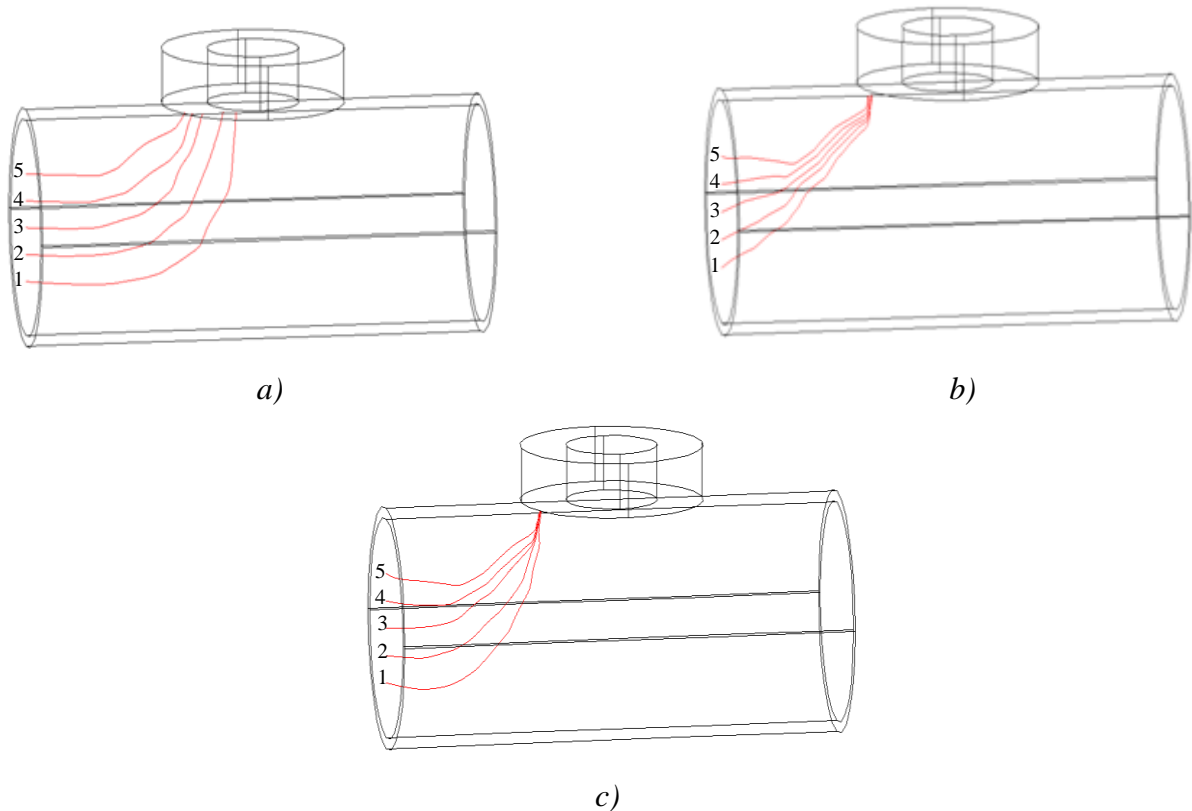


Figure IV. 43. Trajectoires des particules magnétiques. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

Pour les cas *a*, *b* et *c* de la figure IV. 43, les temps de capture de chaque particule sont montrés dans les tableaux suivants :

N° de la particule	5	4	3	2	1
Temps de capture	0.1413	0.1632	0.1632	0.2042	0.3045

Tableau IV. 25. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. a.

N° de la particule	5	4	3	2	1
Temps de capture	0.0157	0.0171	0.0193	0.0229	0.0279

Tableau IV. 26. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. b.

Particules	5	4	3	2	1
Temps de capture	0.0053	0.00670	0.0761	0.0917	0.1300

Tableau IV. 27. Temps de capture des particules pour le cas de la figure IV. 43. c.

La figure IV.43 montre qu'il y a une déviation des particules magnétique vers l'électroaimant ou le champ magnétique est intense donc il y a une attraction et que les particules situées près de l'électroaimant sont capturées plus vite.

b) Particules conductrices

Pour les particules conductrices, nous considérons des particules de cuivre de masse volumique $\rho=8920\text{kg/m}^3$, de conductivité électrique $\sigma=2.5\times 10^7\text{s/m}$. l'inducteur est excité par un courant d'intensité 20 A ce qui adonnée une induction maximale dans le canal de 0.076T. Les trajectoires obtenues pour différents type de formes géométriques sont illustrées dans les figures suivantes :

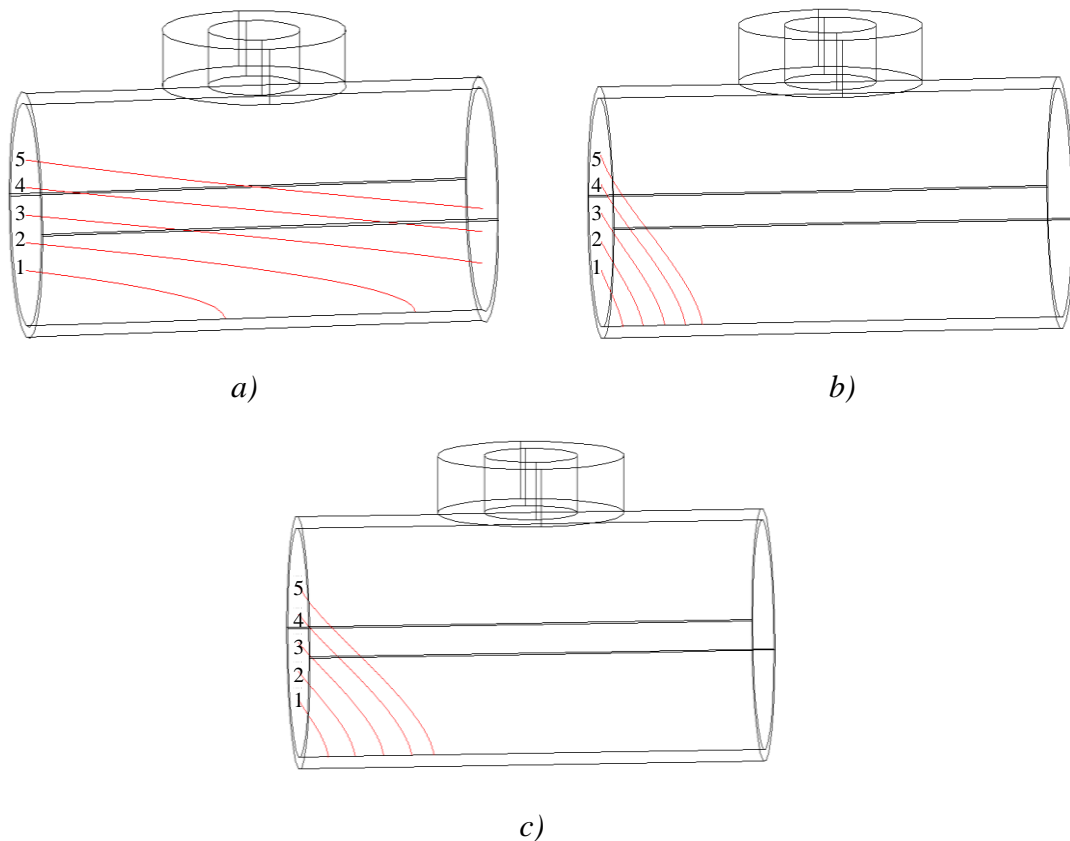


Figure IV. 44. Trajectoires des particules conductrices. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

Pour les cas *a, b* et *c* de la figure IV. 44, les temps de capture de chaque particule sont montrés dans les tableaux suivants :

N° de la particule	1	2
Temps de capture	0.6440	0.9715

Tableau IV. 28. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44 a.

N° de la particule	1	2	3	4	5
Temps de capture	0.0780	0.1105	0.1430	0.1755	0.2070

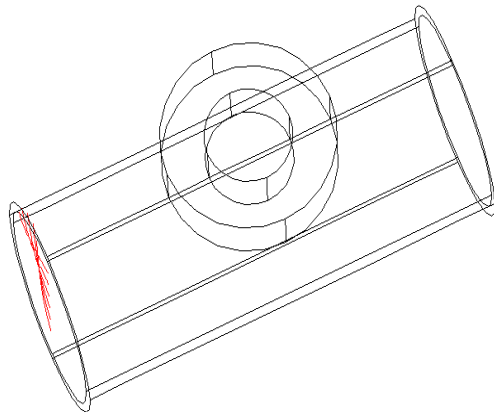
Tableau IV. 29. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44. b.

N° de la particule	1	2	3	4	5
Temps de capture	0.0960	0.1390	0.1815	0.2238	0.2656

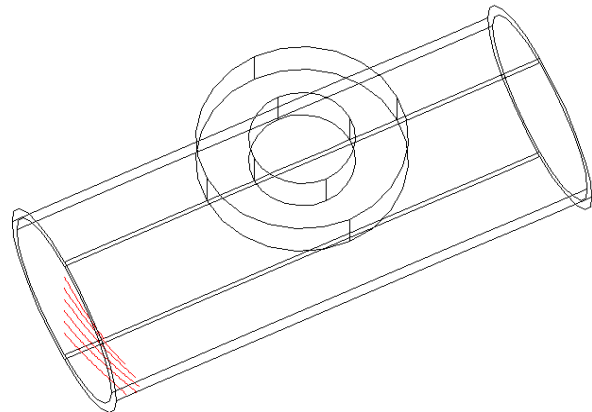
Tableau IV. 30. Temps de séparation des particules pour le cas de la figure IV. 44. c.

la figure IV.44 montre qu'il ya une répulsion totale des particules conductrices cylindriques et ellipsoïdales alors que pour le cas des particules conductrices sphériques, il ya des particules qui son portées avec le liquide.

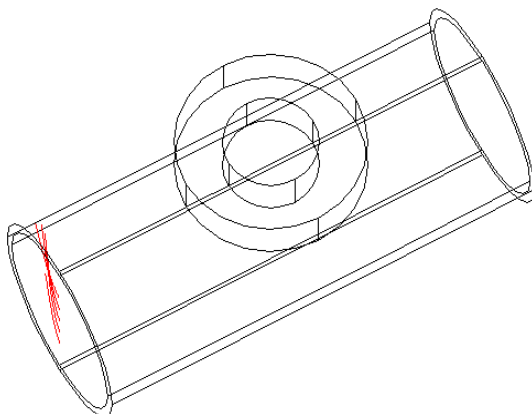
c) Particules chargées



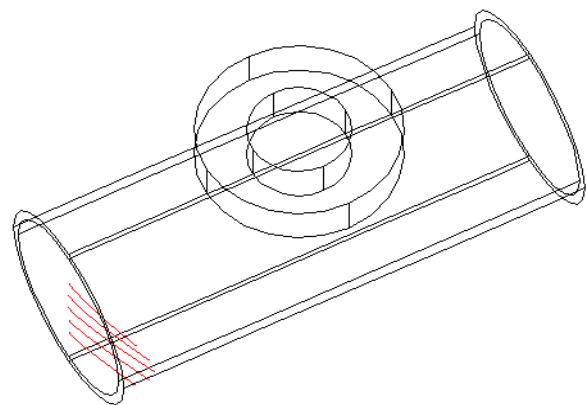
Chargée négativement



a) *Chargée positivement*



Chargée négativement



b) *Chargée positivement*

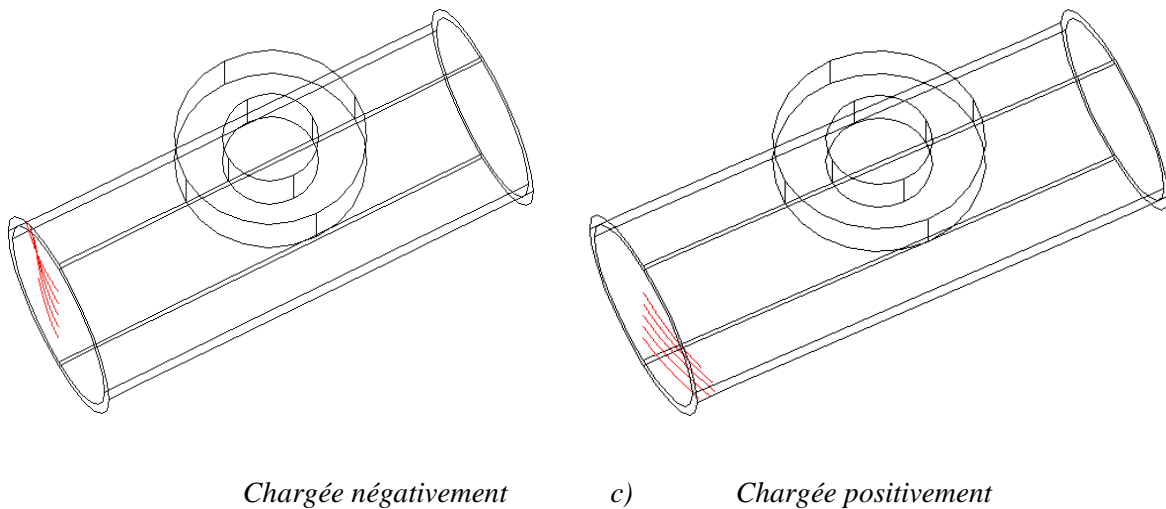


Figure IV. 45. Trajectoires des particules chargées. a) particules sphériques, b) particules cylindriques, c) particules ellipsoïdales.

Pour les particules chargées positives, les temps de séparation pour les cas *a*, *b* et *c* de la figure IV.45 sont regroupés dans les tableaux suivants :

N° de la particule	5	4	3	1	2
Temps de capture	0.0195	0.0235	0.0260	0.0275	0.0280

Tableau IV. 31. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas *a*.

N° de la particule	5	4	1	3	2
Temps de capture	0.0331	0.0382	0.0391	0.0412	0.0418

Tableau IV. 32. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas *b*.

N° de la particule	5	1	4	2	3
Temps de capture	0.0196	0.0219	0.0224	0.0237	0.0238

Tableau IV. 33. Temps de séparation des particules chargées positivement du cas *c*.

Et pour les particules chargées négatives, voici les temps de capture :

N° de la particule	5	4	3	1	2
Temps de capture	0.0195	0.0235	0.0260	0.0275	0.0280

Tableau IV. 34. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas *a*.

N° de la particule	5	4	1	3	2
Temps de capture	0.0330	0.0382	0.0389	0.0413	0.0418

Tableau IV. 35. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas *b*.

N° de la particule	5	1	4	2	3
Temps de capture	0.0196	0.0219	0.0224	0.0237	0.0238

Tableau IV. 36. Temps de séparation des particules chargées négativement du cas *c*.

Pour le cas des particules chargées, il y a toujours une répulsion avec une sorte de rotation. La différence entre les particules chargées positives et négatives c'est le sens de rotation qui dépend essentiellement au signe de la charge.

d) Coexistence d'un mélange des particules

La figure suivante montre les trajectoires d'une dispersion aléatoire de particules magnétiques, conductrices et chargées.

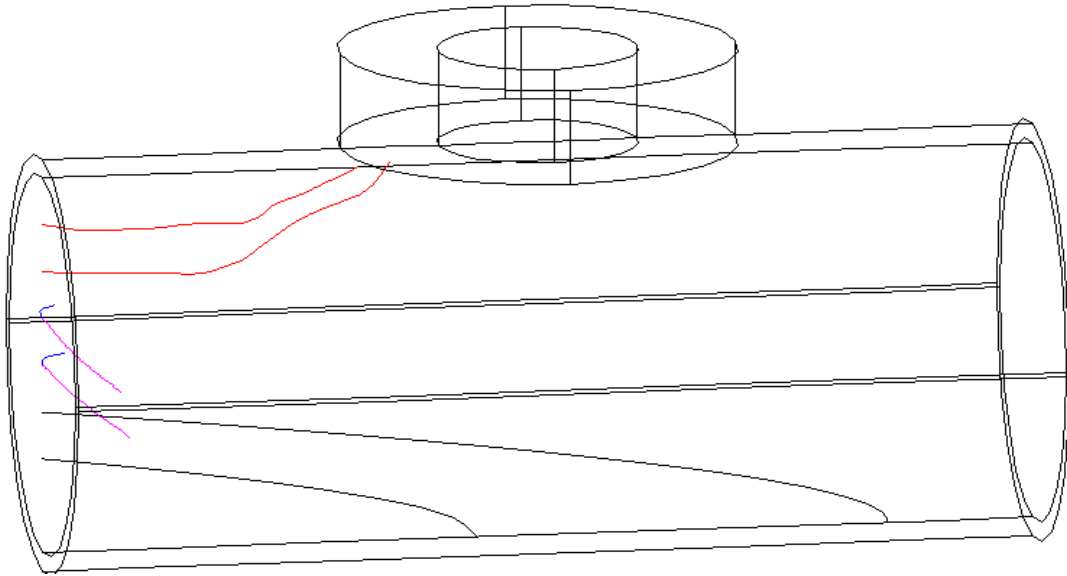


Figure IV. 46. Trajectoires d'un mélange de particules ferromagnétiques(en rouge), conductrices(en noire), chargées positives(en magenta) et chargées négative(en bleu).

Sur la figure ci-dessus, on voit que les particules ferromagnétiques (trajectoires en couleur rouge) sont capturées par l'électroaimant, alors que celles conductrices (en couleur noire) et chargées (en couleur magenta pour les charges positives et bleu pour les charges négatives) sont repoussées vers les zones à très faible champ magnétique.

Les particules chargées effectuent une rotation dont le sens varie avec le signe de la charge.

IV.3.Conclusion

Les résultats obtenus ont montré que théoriquement l'application d'un champ magnétique dynamique permet la réalisation d'une séparation instantanée des particules ferromagnétique, conductrice et chargée.

Pour effectuer les calculs précédents, nous avons introduit les hypothèses suivantes :

- aucune interaction particulière de nature magnétique n'est prise en compte.
- L'aimantation des particules n'influent pas localement sur le champ appliqué.
- Pour permettre la considération des courants induits dans les particules conductrices micrométriques (volume négligeable), nous avons calculé les courants induits dans les éléments d'appartenance des particules et ensuite la multiplication par le volume des particules ce qui n'est pas le cas réel.

- Pour avoir un effet important de la force d'origine magnétique appliquée sur des particules chargées, nous avons supposé des charges importantes.
- Dans notre étude, nous avons découplé les phénomènes magnétique, hydraulique et dynamique particulaire. Nous avons réalisé une résolution alternée, on résout le problème magnétique, puis le problème hydraulique indépendamment pour le même maillage et à la fin l'injection des résultats dans la résolution du problème dynamique particulaire.
- Pour le calcul du champ de vitesse d'écoulement dans le canal, nous avons négligé tout phénomène de transition.
- Le canal est supposé parfaitement lisse.
- Les particules n'ont aucun effet sur l'écoulement du liquide.
- Lors de leur séparation, les particules n'exercent aucune rotation autour d'elles-mêmes.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail réalisé présente une contribution à l'étude des problèmes liés à la séparation magnétique. Il s'agit du calcul du comportement d'une dispersion aléatoire de particules de taille fine immergées dans les liquides statiques ou en écoulement en présence d'un champ magnétique. Des particules de formes géométriques sphériques, cylindriques et ellipsoïdales et de nature magnétique, conductrice et chargées ont été considérées. Pour permettre la séparation simultanée de ces particules, un champ dynamique a été proposé.

Dans le calcul de tel comportement réduit au calcul du mouvement des particules traduit par leurs trajectoires, nous avons introduit les forces d'origines magnétique et hydraulique ainsi que la force de la pesanteur. Pour tenir en compte l'effet réel de ces forces (rotation des particules) et la complexité d'évolution des phénomènes en présence, une résolution numérique 3D des équations EDP gouvernant les problèmes magnétique et hydraulique a été réalisée. Pour cela, nous avons utilisé le logiciel multiphysique COMSOL qui présente l'avantage majeur de traiter la majorité de problèmes de la physique et la prise en charge de tous les types des équations EDP. Pour le problème magnétique, nous avons résolu l'équation de la magnétodynamique réduite au problème purement magnétique. En ce qui concerne le problème hydraulique, nous avons résolu l'équation de Navier-stokes en régime statique.

Pour résoudre le problème dynamique lié au mouvement des particules, nous avons appliqué la méthode numérique de Range-Kutta a été appliquée.

Pour comprendre la nature des forces d'origine magnétique et donc la vérification de la nature de séparation attractive ou répulsive, nous avons calculé les distributions des forces dans la zone où la séparation se produit. Il s'agit d'un champ de force magnétique lié aux particules ferromagnétique, un champ de force de Lorentz lié aux particules conductrice et le champ électrique nécessaire pour le calcul de la force agissant sur les particules chargées. Dans ce calcul, et pour les particules magnétiques et conductrices, nous avons supposé que les particules peuvent exister partout dans le liquide traité. Les résultats ont montré un champ de force attractive pour les particules ferromagnétiques (orientation vers l'électroaimant) et un champ de force répulsif pour les particules conductrices.

Pour les particules chargées, un champ de force n'a pas pu être calculé à cause de la dépendance entre la force et la vitesse de la particule qui elle-même dépend du temps.

Pour vérifier ces résultats, d'une part et pour comprendre la nature de l'interaction d'origine magnétique entre les particules de nature différentes d'autre part, nous avons calculé la distribution de la force dans le domaine de la particule. Dans ce calcul, la particule est prise en compte lors de la résolution de l'équation du champ.

Pour vérifier la capacité du champ dynamique (sinusoïdal) à assurer la séparation des particules considérées, nous avons calculé leurs trajectoires pour le cas d'un liquide statique. Les résultats obtenus ont montrés que les particules magnétiques sont capturées par l'électroaimant qui joue ainsi le rôle de capteur et les particules conductrices et chargées sont

repoussé vers les zones à champ très faible c-à-d loin de l'électroaimant. Lors de leurs mouvements, les particules chargées exercent une rotation dont le sens varie avec le signe.

Avant de traiter le cas des particules immergées dans un liquide en mouvement, nous avons estimé l'effet des forces d'origine hydraulique (forces de trainé et de portance) sur les particules et cela pour différentes formes géométriques. Les résultats ont montré que l'effet de la force de trainé est dominant surtout pour le cas de particules sphériques.

Ensuite, nous avons traité le cas de particules immergées dans un écoulement en présence du champ magnétique. Les résultats obtenus ont montré une capture des particules de fer et une répulsion des particules conductrices ou chargées. La capture des particules magnétiques (fer) est influencée par l'effet du liquide. Pour des vitesses élevées d'écoulement, sauf des particules initialement situées plus proche du capteur (électroaimant) ont été capturées et les autres sont portées par l'écoulement. Pour les particules conductrices, le liquide travaille dans le sens de l'effet du champ magnétique. Il favorise la répulsion des particules loin de l'électroaimant. Pour les particules chargées, les résultats ont montré que sous l'effet de la rotation, les particules se collent sur les parois du canal. Ce collage est justifié par le fait que la vitesse du liquide sur les parois est nulle et donc les particules se trouvent piégées dans cet endroit. Si le champ est très intense, la particule chargée peut suivre son mouvement de rotation après le choc avec les parois du canal.

Dans l'étude réalisée, des simplifications et hypothèses ont été introduites. Il s'agit de la réduction des modèles magnétique et hydraulique à l'équation magnétodynamique purement magnétique et l'équation de Navier-Stokes en régime statique. La réduction a permis d'alléger les systèmes algébriques issus de l'application de la méthode des éléments finis et donc la réduction du temps de calcul.

Pour la résolution globale, une résolution alternée a été réalisée. Pour le cas de liquide en écoulement, nous avons résolu le problème hydraulique, puis le problème magnétique pour un même maillage et à la fin le problème dynamique particulière.

A la fin, l'étude effectuée a montré qu'une séparation complète des particules ferromagnétique, conductrices et chargée peuvent être séparées par application d'un champ dynamique. Les particules ferromagnétiques sont capturées par l'électroaimant et les particules conductrices et chargées sont repoussées loin de l'électroaimant. Une optimisation du dispositif peut conduire au piégeage des particules conductrices et chargée dans un endroit désiré pour besoin de collection.

Comme perspectives, nous comptons effectuer des expérimentations pour vérifier la possibilité de séparation pour les gammes de courants d'excitation considérés pour le calcul théorique. Aussi, on va procéder au traitement des cas de liquides fortement concentrés où l'effet de la dispersion des particules sur les phénomènes magnétique et hydraulique est très important. Finalement, on va travailler sur l'optimisation du séparateur proposé pour permettre la collection après séparation des particules précitées.

Bibliographie

Bibliographie

- [**Svoboda 04**] J. Svoboda, “Magnetic Techniques for the Treatment of Materials”, Kluwer Academic Publishers 2004.
- [**Bureau 93**] V. Bureau, “Adaptation de la séparation cryogénique aux technologies de l’environnement : Application à l’épuration d’effluents liquides”, Thèse de doctorat de l’I.N.P, Lorraine, Nancy, 1993.
- [**Gillet 88**] G. Gillet, “La séparation magnétique sous champs intenses en minéralurgie : les systèmes cryoélectriques”, Thèse de doctorat de l’INP de Lorraine, Nancy, 1988.
- [**Mehasni 07**] R. Mehasni, “élaboration de modèles de calcul de dispositifs a induction électromagnétique : application a un système de séparation magnétique dans les milieux particulaire”, thèse de doctorat, université de Constantine, 2007.
- [**Gillet 04**] G. Gillet, “Séparation magnétique haut gradient (SMHG) et haut champ”, Techniques de l’ingénieur, Génie des procédés, Vol papier n° JB3, J3222, Mars 2004.
- [**Gillet 03**] G. Gillet, “Séparation magnétique a basse et a haute intensité”, Techniques de l’ingénieur, Génie des procédés, J3221, juin 2003.
- [**Gillet 04**] G. Gillet, “Séparation magnétique (économie et application particulaire)”, Techniques de l’ingénieur, Génie des procédés, J3223, Mars 2004
- [**Chelghoum 06**] L. Chelghoum, “Étude de l’hystérésis magnétique par le modèle de preisach ”, Thèse de magister de l’université de Batna, 2006.
- [**Buzid 09**] S. Buzid, “détection magnétique de matériaux enterres ”, Thèse de doctorat de l’université de Reims Champagne Ardenne, 2009.
- [**Charles 07**] C. Charles, “Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques”, Thèse de doctorat de Laval, Québec, 2007.
- [**Heyrendt 12**] L. Heyrendt, “Études des actions des forces magnétiques volumiques créées par un champ magnétique intense sur des fluides à seuil — possibilités de transition solide–gel”, thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2012.
- [**Franci S C. Moon 94**] Franci S C. Moon, “superconducting levitation applications to bearings and magnetic transportation” Ithaca, New York, March 1994
- [**Sihvola 92**] A. H. Sihvola, I. V. Lindell, “Effective permeability of mixtures”, Progress In Electromagnetic research PIER 6, pp 153-180, Elsevier, Sciences publishing Co., Inc. 1992.

[**Kuzhir 03**] P. Kuzhir, “écoulement des fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux sous l'effet d'un champ magnétique”, thèse de doctorat, Université de Nice – Sophia Antipolis, 2003.

[**Noguchi, Seokbeom 11**] S. Noguchi, K. Seokbeom, “Development of a Numerical Simulation Method for the Magnetic Separation of Magnetic Particles”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 47, N° 5, May 2011.

[**Smolkin 06**] M.R Smolkin, “Calculation and Analysis of the Magnetic Force Acting on a Particle in the Magnetic Field of Separator. Analysis of the Equations Used in the Magnetic Methods of Separation ”, IEEE Transactions on Magnetics, Volume. 42, n°. 11, pp 3682 – 3693, 2006.

[**DE Greve08**] Z. DE Grève, C. Versèle1, AND J. Lobry, “Using Perturbation Force Analysis for the Design of a Levitron: an Application of Magnetic Levitation”, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2008 Hannover.

[**Barre 03**] O. Barre “ Contribution à l'étude des formulations de calcul de la force magnétique en magnétostatique, approche numérique et validation expérimentale”, thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 2003.

[**Versteegen 11**] R. Versteegen, “conception et optimisation de la région d'interaction d'un collisionneur linéaire électron-positon”, thèse de doctorat, Université Paris-Sud11, 2011.

[**Chaoua 09**] Y. Choua, “Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault”, thèse de doctorat, Université Paris-Sud11, 2009.

[**Le Duc 11**] T. Le Duc, “Développement de méthodes intégrales de volume en électromagnétisme basse fréquence. Prise en compte des matériaux magnétiques et des régions minces conductrices dans la méthode PEEC”, thèse de doctorat de l'université De Grenoble, 2011.

[**Aubertin 11**] M. Aubertin, “Contribution a la modélisation 3d des systèmes électromagnétiques : étude de méthodes de recollement de maillages ”, Thèse de doctorat de l'université de LILLE 1, 2011.

[**Korecki 09**] J. Korecki “Contribution a la modélisation 3d des systèmes électromagnétiques basse fréquence à laide de la méthode d'intégration finie (FIT)”, Thèse de doctorat de l'université de LILLE 1, 2009.

[**Le Floch 02**] Y. Le Floch, “Développement de formulations 3d éléments finis $T\phi$ pour la prise en compte de conducteurs massifs et bobinés avec un couplage circuit ”, Thèse de doctorat de l'institut national polytechnique de Grenoble, 2002.

[**Ternisien 01**] E.Ternisien, “Caractérisation aveugle d'un système de dispersion en représentation d'état et localisation de source”, Thèse de doctorat, Université du Littoral - Cote d'Opale, 2001.

[**Cabrit 09**] O. Cabrit, “modélisation des flux pariétaux sur les tuyères des moteurs à propergol solide”, thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2009.

[**Benselama 05**] A.M. Benselama, “Modélisation numérique du comportement d'une particule sous champ électrique dans les microsystèmes : de la déformation au déplacement”, thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, 2005.

[**Merle 04**] A. Merle, “Etude du comportement dynamique et du transfert de matière et de chaleur entre des particules sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent”, Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.

[**Bigillon 01**] F. Bigillon, “Etude du mouvement bidimensionnel d'une particule dans un courant d'eau sur forte pente”, Thèse de doctorat de l'université Géophysique, Géochimie et Géomécanique, Joseph Fourier, Grenoble, 2001.

[**Juaneda 06**] Y. Juaneda, “Contribution à l'étude des forces hydrodynamiques agissant sur une bulle en régime faiblement inertiel”, Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.

[**Jenny 03**] M. Jenny, “Etude de la transition au chaos d'une sphère en ascension ou en chute libre dans un fluide newtonien”, Thèse de doctorat de l'université de Louis Pasteur Strasbourg1, 2003.

[**Belkhalfa 08**] Y. Belkhalfa, “Etude du comportement dynamique et du transfert de matière et de chaleur entre des particules sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent”, Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, 2008.

[**Tahanout 2010**] C. Tahanout, “étude, simulation électrothermique d'un micro capteur de gaz à base d'oxide semi-conducteur”, thèse de magister, université de Boumerdes, 2010.

[**Boutraa 2010**] N. Boutra, “étude d'une suspension de rotor par paliers magnétiques”, thèse de magister, université de Constantine, 2010.

[**Delimi 08**] R.Dellimi, “Méthodes comparées pour le calcul des forces d'origine électromagnétique. Application aux paliers magnétiques”, thèse de magister, université de Constantine, 2008.

[**G. R. Liu et S. S. Quek 2003**] G. R. Liu et S. S. Quek, “The Finite Element Method: A Practical Course”, 2003.

[Carron 90] G.Carron, G .Meunier, C.Kieny “Calcul des courants de Foucault en trois dimensions par une formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique et le potentiel scalaire électrique”, revue de physique appliquée, T.25, N°07, juillet 1990.

[Khammar 10] M. Khammar , “Etude d’un jet en spray d’une solution chimique sur un substrat chaud destiné à l’élaboration des couches minces”, thèse du magistère, université de Constantine, 2010.

ملخص

العمل المعروض في هذه الأطروحة يعتبر مساهمة في دراسة مشاكل العزل (التفريق) المغناطيسي في الأوساط السائلة و يتمثل في حساب سلوك الجزيئات ذات الانتشار العشوائي و ذات طبيعة و أشكال هندسية مختلفة. من أجل الأخذ في الحسبان التطور المعقد للظواهر الموجودة (مغناطيسية، هيدروليكية و ديناميكية جزيئية)، قمنا بتطبيق الحل الرقمي المتمثل في طريقة العناصر المنتهية ثلاثية الأبعاد لحل المعادلات النموذجية. من أجل هذا قمنا باستعمال برنامج COMSOL متعدد الفيزيائيات. من أجل حساب المسارات المتبعة من طرف الجزيئات قمنا بتطبيق الطريقة الرقمية Runge-Kutta. معالجة حالات السوائل الساكنة و المتحركة بينت أن حقلًا متغيرًا يسمح بعزل الجزيئات المغنوحديدية، الناقلة كهربائيا و المشحونة. الجزيئات المغنوحديدية التقطت من طرف الكهرومغناطيس بينما الناقلة كهربائيا و المشحونة دفعت بعيدا عنه. تحليل النتائج المحصل عليها بينت أن سرعة تنفق السائل لها تأثير كبير على فعالية التفريق المغناطيسي. تحسين المفروق المغناطيسي سيسمح بحصر الجزيئات الناقلة كهربائيا و المشحونة في الأماكن المرجوة بغية إلتقاطها.

كلمات مفاتيح : ربط مغنوديناميكي، العناصر المنتهية، الجزيئات الدقيقة، العزل و الالتقاط المغناطيسي.

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse est une contribution à l'étude des problèmes de la séparation magnétique en voie humide. Il s'agit du calcul du comportement d'une dispersion aléatoire de particules de nature et formes géométriques différentes. Pour prendre en compte l'évolution complexe des phénomènes en présence (magnétique, hydraulique et dynamique particulaire) une résolution numérique éléments finis 3D des équations modèles a été réalisée. Pour cela, nous avons utilisé le logiciel COMSOL multiphysics. Pour calculer les trajectoires des particules, nous avons appliqué la méthode numérique de Range-Kutta. Le traitement des cas de liquides statique et dynamique a montré qu'un champ dynamique permet la séparation des particules ferromagnétiques, conductrices et chargées. Les particules ferromagnétiques sont capturées par l'électroaimant et les particules conductrices et chargées sont repoussées loin de l'électroaimant. L'analyse des résultats obtenus a montré que la vitesse d'écoulement a un effet important sur la qualité de séparation. Une optimisation du séparateur permettra le piégeage des particules conductrices et chargée dans un endroit désiré afin de les collecter.

Mots clés : couplage magnétodynamique, éléments finis, particules fines, séparation magnétique.

Abstract

This work presents a contribution to the study of wet magnetic separation problems. It concerns the computation of the behavior of a random dispersion of particles of different natures and forms. To take into account the random evolution of the present phenomena (magnetic, hydraulic and particle dynamic problem) a 3D numerical finite element resolution has been achieved. For this, we have used the multiphysic COMSOL software. To compute the particle trajectories we have applied the numerical Range-Kutta method. The treatment of static and flowing liquids has shown that a successful separation of ferromagnetic, conducting and charged particles may be achieved by applying a dynamic magnetic field. The ferromagnetic particles are captured by the electromagnet but the conducting and charged particles are repulsed away from the electromagnet. The analysis of the obtained results has shown that the liquid flow has an important effect on the separation process. The optimization of the separator can lead to the confinement of the conducting and charged particles in a desired location for their collection.

Keywords: magnetodynamical coupling, finite element, fine particles, magnetic separation.