

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MENTOURI CONSTANTINE
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

Mémoire de magistère

Présentée au département de Génie Electrique

Par

Hamza BOUDJEFDJOUF

Pour obtenir le diplôme de

MAGISTER

En

ELECTROTECHNIQUE

Option

Modélisation et commande des machines électriques

THÈME

La compatibilité électromagnétique dans un réseau câblé.

Soutenue devant la commission d'examen :

<i>M^r. BOUZID Aissa</i>	<i>Professeur à l'Université de Constantine</i>	<i>Président</i>
<i>M^r. LATRECHE Med Elhadi</i>	<i>Professeur à l'Université de Constantine</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M^r. MEHASNI Rabia</i>	<i>MC à l'Université de Constantine</i>	<i>Examineur</i>
<i>M^r. LABED Djamel</i>	<i>MC à l'Université de Constantine</i>	<i>Examineur</i>

Laboratoire d'Électrotechnique de l'Université de
CONSTANTINE

Remerciements

Avant tous, nous remercions notre dieu qui nous a éclairé le bon chemin.

Je tiens à remercier tout particulièrement monsieur le professeur M^{ed} Elhadi LATRECHE. D'avoir eu l'amabilité de diriger et promouvoir ce travail, et malgré ses occupation, il n'a pas cessé de me conseiller et de m'orienter dans mon travail. Je tiens à lui adresser mes plus vifs remerciements pour être toujours resté accessible, ce qui m'a permis de partager une partie de sa culture scientifique et de bien terminer ce travail dans les meilleurs délais.

J'adresse mes sincères remerciements à :

- *Monsieur A. BOUZID, professeur à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de mémoire.*
- *Monsieur R. MEHASNI, maître de conférences à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur de participer à ce jury en qualité d'examineur de mémoire.*
- *Monsieur D. LABED, maître de conférences à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur de participer à ce jury en qualité d'examineur de mémoire.*

Un grand merci à monsieur F. Rachidi, Maitre d'Enseignement et de Recherche de l'institut Fédérale de technologie, Lausanne, Switzerland, pour tous les documents qu'il m'a envoyé.

Mes vifs remerciements vont également à l'ensemble des enseignants de l'institut d'électrotechnique de l'université de Constantine pour la formation qu'ils nous ont assuré au long de notre cursus universitaire.

Je remercie ma famille et mes amis pour leur inquiétude et leur soutien. Merci pour l'amour, pour les efforts et pour les sacrifices que vous avez fait pour me voir réussir.

Un grand merci à tous mes amis et collègues du laboratoire LAMEL de l'université de JIJEL.

Je remercie enfin tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'achèvement de ce travail.

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I : Généralités	
Introduction	1
I. Mécanisme de formation de l'orage	2
II. Catégories des coups de foudre	2
III. Décharge négative nuage-sol	3
III.1 Déclenchement artificiel de la foudre	5
IV. La compatibilité Electromagnétique (CEM)	8
IV.1 Définitions	8
IV.2 Sources de perturbation électromagnétique	9
IV.3 Le couplage électromagnétique	10
IV.3.1 Couplage par conduction directe	10
IV.3.2 Couplage par champ	10
IV.3.2.1 Couplage en champ proche	10
IV.3.2.1.1 Couplage par un champ électrique	11
IV.3.2.1.2 Couplage par un champ d'induction magnétique	12
IV.3.2.2 Couplage en champ lointain	12
IV.4 Courants et tensions parasites	13
IV.4.1 Mode de propagation	13
IV.4.1.1 Mode différentiel	13
IV.4.1.2 Mode commun	13
V. Théorie du champ électromagnétique (notions fondamentales)	14
V.1 définitions	14
V.1.1 Champ électrique E	14
V.1.2 Champ d'induction B	14
V.1.3 Densité de charge électrique	14
V.1.4 Densité de courant électrique J	14
V.1.5 Densité de courant de surface J_s	15
V.1.6 Propriétés diélectriques d'un milieu	15
V.1.7 Propriétés magnétiques d'un milieu	15
V.1.8 Propriétés physiques d'un milieu	15
V.2 Equations de Maxwell	15

V.2.1	Forme locale ou différentielle	15
V.2.2	Forme globale ou intégrale	17
V.2.3	Equation de continuité	
V.2.4	Potentiel vecteur magnétique	
V.2.5	Potentiel scalaire électrique	
V.2.6	les potentiels retardés	
V.3	Conditions aux limites	
V.4	Equations d'onde	
V.4.1	Equation d'onde pour le champ électrique	
V.4.2	Equation d'onde pour le champ magnétique	
V.4.3	Equations d'onde pour les potentiels	

VI. Equations des lignes

VI.1	Calcul des paramètres linéiques
VI.1.1	Lignes aériennes
VI.1.1.1	Paramètres linéiques longitudinaux
VI.1.1.1.1	Méthode du plan complexe fictif (Carry)
VI.1.1.2	Paramètres linéiques transversaux
VI.1.2	Câbles aériens
VI.1.2.1	Paramètres linéiques longitudinaux
VI.1.2.2	Paramètres linéiques transversaux

Conclusion

Chapitre II : Modélisation de la foudre

Introduction

I. Observations expérimentales

- I.1 Courant de l'arc en retour
- I.2 Champ électromagnétique
- I.3 Vitesse de l'arc en retour
- I.4 Déclenchement artificiel de la foudre

II. Courant d'une décharge orageuse, modèles théoriques

- II.1 Courant à la base du canal
 - II.2 Modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre
 - II.2.1 Modèle de Bruce et Golde (BG)

II.2.2 Modèle « ligne de transmission » (Transmission Line, TL)

II.2.3 Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS)

II.2.4 Modèle « Source de courant mobile » (Travelling Current Source, TCS)

II.2.5 Modèle « ligne de transmission modifié » (Modified Transmission Line, MTL)

II.2.6 Modèle de Diendorfer et Uman (DU)

II.3 Comparaison entre les différents modèles de distribution du courant de l'arc en retour

III. Equations du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse

III.1 Dipôle Hertzien

III.1.1 Position du problème

III.1.2 Formulation du calcul du champ pour un dipôle dans un espace libre

III.1.3 calcul des champs électromagnétique en coordonnées cartésiennes

III.3 Cas d'un sol parfaitement conducteur

III.4 Cas d'un sol de conductivité finie

III.4.1 calcul du champ électromagnétique total rayonné en utilisant la notion des coefficients de réflexions

III.4.3 Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approche de Rubinstein

Conclusion

V.2.3	Equation de continuité	18
V.2.4	Potentiel vecteur magnétique	18
V.2.5	Potentiel scalaire électrique	19
V.2.6	les potentiels retardés	19
V.3	Conditions aux limites	19
V.4	Equations d'onde	20
V.4.1	Equation d'onde pour le champ électrique	20
V.4.2	Equation d'onde pour le champ magnétique	20
V.4.3	Equations d'onde pour les potentiels	21
VI.	Equations des lignes	21
VI.1	Calcul des paramètres linéiques	22
VI.1.1	Lignes aériennes	22
VI.1.1.1	Paramètres linéiques longitudinaux	22
VI.1.1.1.1	Méthode du plan complexe fictif (Carry)	22
VI.1.1.2	Paramètres linéiques transversaux	23
VI.1.2	Câbles aériens	24
VI.1.2.1	Paramètres linéiques longitudinaux	25
VI.1.2.2	Paramètres linéiques transversaux	25
Conclusion		27

Chapitre II : Modélisation de la foudre

Introduction		29
I. Observations expérimentales		30
I.1	Courant de l'arc en retour	30
I.2	Champ électromagnétique	31
I.3	Vitesse de l'arc en retour	32
I.4	Déclenchement artificiel de la foudre	32
II. Courant d'une décharge orageuse, modèles théoriques		32
II.1	Courant à la base du canal	33
II.2	Modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre	34
II.2.1	Modèle de Bruce et Golde (BG)	34
II.2.2	Modèle « ligne de transmission » (Transmission Line, TL)	34
II.2.3	Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS)	35

II.2.4	Modèle « Source de courant mobile » (Travelling Current Source, TCS)	36
II.2.5	Modèle « ligne de transmission modifié » (Modified Transmission Line, MTL)	36
II.2.6	Modèle de Diendorfer et Uman (DU)	36
II.3	Comparaison entre les différents modèles de distribution du courant de l'arc en retour	37
III.	Equations du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse	39
III.1	Dipôle Hertzien	39
III.1.1	Position du problème	39
III.1.2	Formulation du calcul du champ pour un dipôle dans un espace libre	41
III.1.3	calcul des champs électromagnétique en coordonnées cartésiennes	42
III.2	Prise en compte de l'interface air/sol	42
III.2.1	Réflexion et réfraction à l'interface entre deux milieux	43
III.2.1.1	Onde incidente polarisée dont le vecteur E est <i>normal</i> au plan d'incidence	43
III.2.1.2	Onde incidente polarisée dont le vecteur E est <i>parallèle</i> au plan d'incidence	44
III.3	Cas d'un sol parfaitement conducteur	45
III.4	Cas d'un sol de conductivité finie	45
III.4.1	calcul du champ électromagnétique total rayonné en utilisant la notion des coefficients de réflexions	45
III.4.2	Calcul du champ horizontal à l'aide de la fonction « Wavetilt »	48
III.4.3	Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approche de Rubinstein	48
Conclusion		50

Chapitre III : Couplage électromagnétique

Introduction	52	
I. Analyse de couplage électromagnétique	53	
II. Approximation quasi-statique	53	
II.1	dimensions électrique d'un circuit	53
II.2	Modèles de couplage en basse fréquence	54
III. Théorie des antennes	55	

III.1 Equation intégrale du courant induit dans le domaine fréquentiel pour une structure filaire	55
III.2 Equation en champ électrique et magnétique	56
III.3 Approximation des fils minces	58
III.4 Résolution par la méthode des moments	60
IV. Formalisme des lignes de transmission	64
IV.1 Equation de couplage pour le cas d'un conducteur idéal au-dessus d'un sol parfaitement conducteur	64
IV.1.1 Modèles de couplage électromagnétique	68
IV.1.1.1 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ électrique exciteur	68
IV.1.1.2 Equations de couplage en fonction du champ électrique et magnétique exciteurs	69
IV.1.1.3 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ magnétique exciteur	70
IV.2 Equation de couplage pour le cas d'une ligne avec pertes en fréquentiel (Modèle d'Agrawal)	71
IV.2.1 Equation de couplage pour une ligne multiconductrice (Modèle d'Agrawal)	74
IV.3 Equation de couplage pour une ligne dans le domaine temporel (Modèle d'Agrawal)	75
IV.3.1 Equation de couplage pour une ligne multiconductrice en temporel (Modèle d'Agrawal)	76
V. Couplage d'une onde électromagnétique avec un câble blindé	77
V.1 Couplage d'une onde électromagnétique avec un câble blindé par l'intermédiaire de l'impédance de transfert	77
V.1.1 Notion d'impédance et d'admittance de transfert	77
V.1.2 Equations de couplage	80
V.2 Couplage d'une onde électromagnétique avec un câble blindé par la méthode des lignes couplées	82
V.2.1 La théorie des lignes couplées	82
V.2.1.1 Schéma équivalent d'une ligne	82
V.2.1.2 Equations des lignes	82
V.2.1.3 Définition du modèle de la ligne couplée	82

V.2.1.3.1 Equation des lignes couplées	83
V.2.2 Equations de couplage	84
VI. Résolution des équations des lignes	85
VI.1 Analyse des régimes transitoires par la méthode des ondes mobiles	86
VI.2 Méthode basée sur la transformation de Fourier (Laplace)	86
VI.3 Méthode numérique aux éléments finis et aux différences finies	87
VI.3.1 Méthode numérique aux éléments finis	88
VI.3.2 Méthode numérique aux différences finies	89
VI.4 Méthode des différences finies à points centrés	90
Conclusion	94

Chapitre IV : Applications

Introduction	96
I. Calcul du champ électromagnétique rayonné par une onde de foudre	97
I.1 Courant à la base du canal	97
I.2 Calcul du champ électromagnétique	98
I.2.1 Cas d'un sol parfaitement conducteur	99
I.2.2 Cas d'un sol de conductivité finie	103
II. Analyse des surtensions induites	108
II.1 Géométrie du problème	108
II.2 Surtension induite sur un conducteur idéal	109
II.3 Surtension induite sur une ligne triphasée	115
II.3.1 ligne triphasée sans câble de garde	116
II.3.2 Influence des câbles de garde	119
II.4 Agression d'un câble coaxial blindé	121
Conclusion	128
Conclusion Générale	129
Annexe A : Calcul des paramètres linéiques des câbles.	
Annexe B : Calcul des matrices impédance du sol et du blindage.	

Généralités

Introduction

L'objet de notre travail étant l'impact indirect de la foudre sur un système de structures filaires (câbles), qui se traduit, après couplage électromagnétique, par l'apparition de courants et tensions parasites pouvant entraîner un dysfonctionnement des dispositifs électriques.

Cette problématique que nous retrouvons de plus en plus dans l'industrie du génie électrique, s'inscrit dans un domaine communément appelé maintenant "Compatibilité Electromagnétique (CEM).

A cet effet, la première partie de ce chapitre d'introduction (généralités) présente d'abord une brève description de la phénoménologie de la décharge de foudre, en particulier la phase dite de l'arc en retour associée à une décharge nuage-sol négative.

Le couplage se manifestant par des courants et tensions induits, nous introduisons la notion de Compatibilité Electromagnétique (CEM), en décrivant brièvement les modes de couplages et de propagation des grandeurs parasites.

Nous introduisons aussi les équations générales de Maxwell, les lois des milieux ainsi que les premières notions relatives à la théorie des lignes.

I. Mécanisme de formation de l'orage

La foudre est une décharge électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude [I-1]. La source la plus commune de la

foudre est la séparation des charges dans les nuages d'orages, les cumulo-nimbus. Les orages les plus fréquents font suite à des fronts froids. A l'arrivée d'un de ceux ci, la masse d'air froid s'infiltré sous l'air chaud et le soulève ; ceci engendre des turbulences dans l'air chaud rejeté en altitude : ainsi se forment les nuages d'orage ou les cumulo-nimbus.

La distribution des charges dans un nuage d'orage est la suivante : la partie supérieure, constituée de glace, est chargé positivement (région P), tandis que la partie inférieure constituée de gouttelettes d'eau est chargée négativement (région N). Souvent, un îlot de charges positives (région P) est enserré dans cette masse de charges négatives.

II. Catégories des coups de foudre

Les décharges de foudre se répartissent en trois types principaux [I-1] :

- Les décharges entre nuage et sol ;
- Les décharges entre nuages ;
- Les décharges à l'intérieur des nuages.

Les décharges de foudre qui ont été l'objet d'études les plus poussées sont *les décharges nuage-sol*, ceci est dû essentiellement aux raisons d'ordre pratique (incendies de forêts, perturbations des systèmes électriques et de télécommunication et de transport...), et aussi du fait qu'il est plus facile de mesurer les caractéristiques électriques des décharges nuage-sol.

On définit quatre grandes catégories de décharge nuage-sol en fonction de [I-2] :

- La direction du traceur qui déclenche la décharge (*ascendante ou descendante*) ;
- Le signe de la charge portée par le traceur (*positive ou négative*).

La plus part des coups de foudre nuage-sol sont du type descendant négatif, ils sont appelés *décharges négatives*.

III. Décharge négative nuage-sol

Une décharge négative apporte une quantité de charge négative de quelques dizaines de coulomb à la terre. La décharge total est appelée *éclair* et a une durée de l'ordre de 0.5 seconde [I-1].

La figure I.1 illustre le processus d'un éclair négatif, plusieurs phases peuvent y être distinguées :

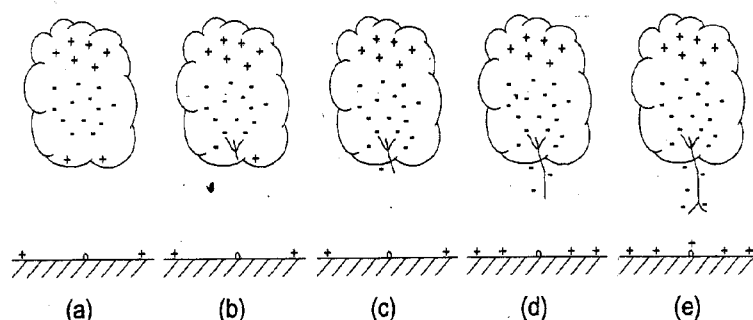


Fig. a. Développement du traceur par pas (stepped leader).

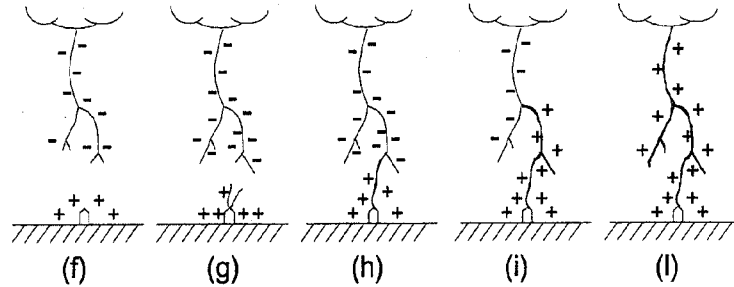


Fig. b. Développement de l'arc en retour (return stroke)

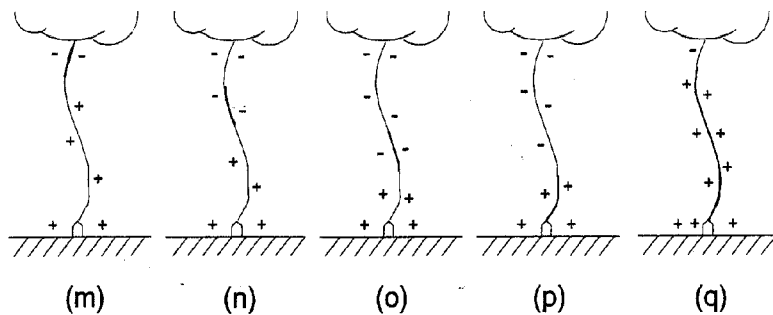


Fig. c. Traceur obscur (dart leader) et arc en retour subséquent (subsequent return stroke)

Figure I.1. Les différentes phases d'une décharge négative nuage-sol.

La décharge préliminaire : elle intervient tout d'abord dans la partie basse du nuage et provoque le développement d'un canal chargé négativement vers le sol.

Le traceur par pas : la progression de ce canal s'effectue par une série de bonds lumineux successifs. Ils atteignent quelques dizaines de mètres en une microseconde avec une pause d'environ de 500 microsecondes entre les pas.

A chaque pas du traceur correspond une impulsion de courant d'amplitude supérieure à 1kA. Ces dernières sont associées à des impulsions de champs électrique et magnétique d'une durée d'environ 1 microseconde.

A l'approche du sol, le traceur dont le potentiel par rapport au sol est d'environ -10Mv provoque une augmentation du champ électrique qui initie une décharge ascendante : cette phase est appelée *le processus d'attachement*. La jonction des deux traceurs s'effectue à quelques

dizaines de mètres au-dessus du sol et permet le développement d'un *premier arc en retour* qui se propage depuis le sol vers le nuage.

Après la phase de l'arc en retour, l'éclair peut disparaître. Néanmoins, si une quantité résiduelle de charge est encore présente au sommet du canal, il se développe dans le canal précédemment tracé un *traceur obscur*. Le traceur obscur déclenche enfin l'*arc en retour subséquent*.

De nouvelles séquences traceur-arc peuvent ensuite se produire, donnant parfois jusqu'à 15 arcs en retour. Le dernier arc en retour est souvent à l'origine d'un fort courant de l'ordre de 100A qui draine la charge résiduelle de la cellule orageuse.

III. Déclenchement artificielle de la foudre :

A l'approche d'un nuage orageux, on lance en direction du nuage une petite fusée qui déroule derrière elle un mince fil métallique s'échappant d'une bobine. Lorsque la fusée atteint une certaine hauteur, typiquement 200 à 300 m, un traceur ascendant est déclenché du sommet de la fusée. Le courant de foudre s'écoule alors le long du fil métallique, tout en le volatilissant.

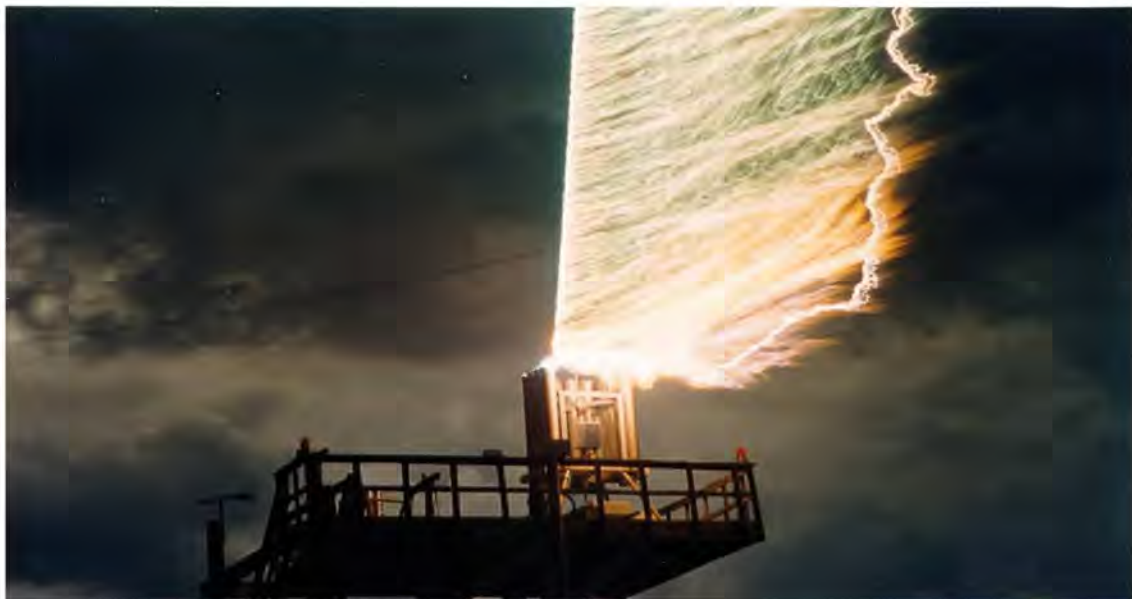




Figure I.2. Déclenchement artificielle de la foudre.

Les séquences traceurs-arc en retour obtenues par cette technique sont très similaires à celles correspondant à des décharges naturelles.

V.3 Effets de la foudre [I-7]

Les effets dus à la foudre sont similaires à ceux engendrés par tout courant électrique circulant dans un corps conducteur.

A noter que si le courant d'un coup de foudre arrive par la haute tension, il peut atteindre tous les circuits électriques (perturbations conduites et rayonnées). Ces effets, qui concernent donc tous les niveaux de tension, sont :

- Effets visuels (éclairs) : dus au mécanisme de l'avalanche de Townsend ;
- Effets thermiques (effet Joule) : dégagements de chaleur par effet Joule dans le canal ionisé;

- Effets électrodynamiques : ce sont les forces mécaniques dont sont l'objet les conducteurs placés dans le champ magnétique créé par cette circulation de courant intense. Ils peuvent avoir pour résultat des déformations ;
- Effets électrochimiques : relativement mineurs, ces effets se traduisent par une décomposition électrolytique par application de la loi de Faraday ;
- Effets acoustiques (tonnerre) : dus à la propagation d'une onde de choc (élévation de pression) dont l'origine est le canal de décharge ; la perception de cet effet est limitée à une dizaine de kilomètres ;
- effets d'induction : dans un champ électromagnétique variable, tout conducteur est le siège de courants induits ;
- effets sur un être vivant (humain ou animal) : le passage d'un courant d'une certaine intensité, pendant une courte durée suffit à provoquer des risques d'électrocution par arrêt cardiaque ou arrêt respiratoire. A cela s'ajoutent les dangers de brûlures.

Dans ce qui va suivre nous décrivons l'effet auquel nous nous intéressons.

V.3.1 Effets électromagnétiques

On entend par '*effets électromagnétiques*'; les effets que peut produire la foudre par le seul fait des courants électriques s'écoulant dans le canal de foudre.

Un coup de foudre indirect peut produire une variation extrêmement rapide du champ électromagnétique rayonné qui, par induction, va venir perturber le bon fonctionnement des dispositifs. Ces perturbations suffisent en effet à dégrader des matériels électroniques sensibles (téléviseurs, ordinateurs, etc.) même si l'éclair est éloigné. Si l'éclair est plus proche, le parasite peut aussi détruire des matériels plus résistants (lampes, moteurs, fours...). Un front très raide et un amortissement rapide caractérisent ces phénomènes. Le rayonnement électromagnétique est d'autant plus important que le front de montée du courant de foudre est raide (20 à 100 KA/ms), ses effets se feront sentir à plusieurs centaines de mètres, voire plusieurs kilomètres.

Tous les systèmes électroniques surtout quand ils sont reliés entre eux ou à des éléments éloignés par une filerie plus ou moins longue, captrice de surtension, sont visés par les phénomènes d'induction. Or, la complexité toujours croissante de ces installations les rend par ailleurs de plus en plus sensibles.

Les effets électromagnétiques seront par exemple :

- destruction de systèmes électroniques et de composants ;
- destruction des systèmes d'alimentation en énergie électrique ;
- destruction des systèmes de conduites des unités de fabrication (pertes de contrôles commandes) ;

- modification d'informations, en particulier numériques ;
- perte de fichiers informatiques.

Particulièrement les équipements les plus sensibles sont eux connectés à la fois au réseau d'énergie électrique, et au réseau de communication (modems, serveurs informatiques, automates).

V.3.2 Effets d'un coup de foudre direct sur un réseau électrique [I-7]

Lorsqu'un coup de foudre frappe un conducteur d'une ligne, tout se passe comme si l'arc en retour se comportait comme un courant injecté dans le conducteur. Ce courant se répartit par moitié de part et d'autre du point d'impact, et chacune de ces moitiés va se propager le long du conducteur. Les lois de propagation des ondes mobiles enseignent qu'à toute onde de courant est nécessairement associée une onde de tension, et réciproquement. Dans le cas d'un foudroiement direct d'un conducteur d'une ligne aérienne, compte tenu des fortes intensités des courants de foudre, l'onde de tension associée se caractérise par des amplitudes considérables, de l'ordre de quelques MV.

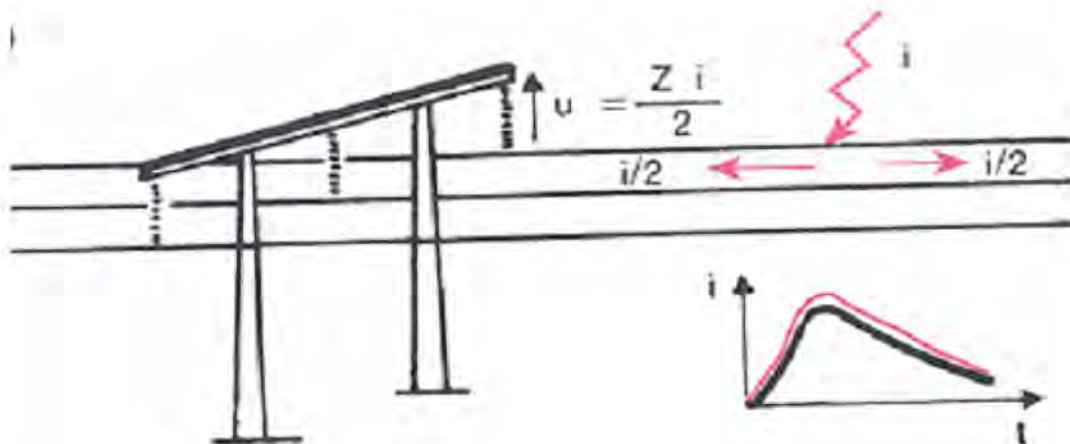


Figure I.3. Propagation d'une onde de foudre le long d'une ligne

Aucune isolation économiquement acceptable ne peut supporter de pareilles surtensions : dans le cas des lignes, ce sont les chaînes d'isolateurs, auxquelles sont suspendus les conducteurs, qui constituent les points d'isolement les plus faibles, de sorte qu'un amorçage va inmanquablement se produire au niveau de la première chaîne rencontrée par l'onde de tension. Cet amorçage est une violente étincelle, qui n'est autre chose qu'un canal ionisé conducteur, et par lequel va pouvoir passer le courant d'arc en retour, puis un intense courant alimenté par le réseau : ce courant que l'on désigne par « courant de suite », est en fait un courant de court-circuit, et le seul

moyen dont on dispose pour l'éliminer est l'ouverture des disjoncteurs aux deux extrémités de la ligne.

V.3.3 Effets des coups de foudre indirects sur un réseau électrique

Lorsqu'un coup de foudre tombe à proximité du réseau électrique, le champ électromagnétique intense généré par l'arc en retour induit des surintensités et des surtensions, qui peuvent dans certains cas provoquer un amorçage ou un dysfonctionnement des mesures et de contrôle propres au réseau.

IV. La compatibilité Electromagnétique (CEM)

IV.1 Définitions

La compatibilité électromagnétique (CEM) est un domaine dont l'objectif est de rendre compatible le fonctionnement d'un système électrique sensible avec son environnement électromagnétique [I-3].

Un système électrique et/ ou électronique est électromagnétiquement compatible si, dans un environnement électromagnétique spécifié, il est apte à fonctionner de manière conforme à l'usage pour lequel il a été conçu et si, pour les autres systèmes électriques et /ou électroniques, il ne constitue pas une source de perturbation électromagnétique supérieur à la limite autorisée.

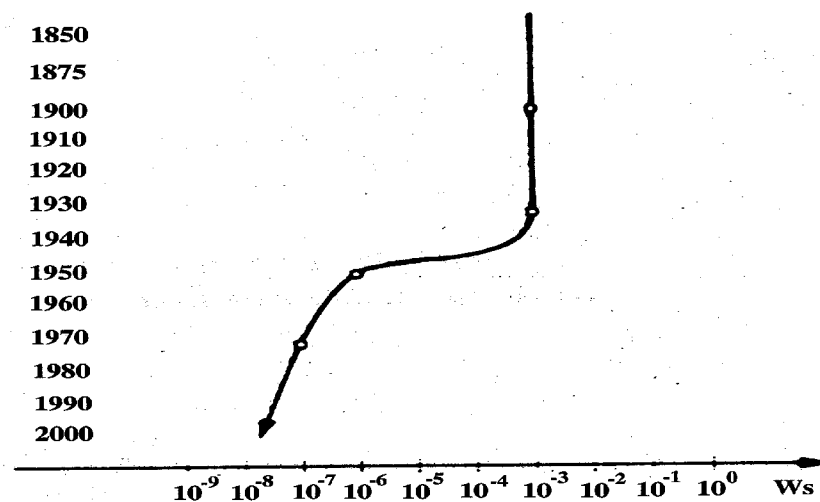


Figure I.4. Evolution du seuil d'énergie de destruction des composants électroniques les plus sensibles [I-4].

L'augmentation la plus significative des problèmes d'interférences est apparue avec l'invention des composants électroniques à haute densité, tels que le transistor bipolaire dans les années 1950, le circuit intégré dans les années 1960, et les puces à microprocesseur dans les

années 1970. Par ailleurs, le spectre fréquentiel utilisé devient beaucoup plus large, ce pour subvenir aux besoins de plus en plus croissants de transmission d'information. La figure I.4 met en évidence l'évolution du seuil d'énergie de destruction des composantes électroniques les plus sensibles.

IV.2 Sources de perturbation électromagnétique

On peut classer les sources de perturbations électromagnétiques selon différents critères [I-3] :

1. Leur origine

- Les sources de perturbation d'origine naturelle ;
- Les sources de perturbation qui proviennent de l'activité humaine.

2. Leur contenu fréquentiel

- Les perturbations Basses Fréquences BF ;
- Les perturbations Moyennes Fréquences MF ;
- Les perturbations Hautes Fréquences HF.

3. Leur support de propagation

- Les signaux conduits qui sont caractérisés par leur courant et différence de potentiel ;
- Les signaux rayonnés qui sont caractérisés par leurs champs électriques et magnétiques.

4. Leur nature temporelle

- Les sources permanentes ou entretenues ;
- Les sources transitoires.

Le tableau I.1 suivant regroupe quelques sources de perturbation électromagnétique permanentes et transitoires :

Sources permanentes (fréquence fixe)	Sources transitoires (large de bande de fréquence)
1. Emetteurs radio	5. la foudre
2. Radars	6. Impulsion Electromagnétique Nucléaire (IEMN).
3. Communications fixes et mobiles	7. Défauts dans les lignes d'énergie
4. Ordinateurs, écrans, imprimantes...	8. Interruption de courant (disjoncteurs)...

Tableau I.1. Principales sources de perturbation.

IV.3 Le couplage électromagnétique

Les sources de rayonnement électromagnétique sus-citées peuvent générer des parasites après couplage avec des dispositifs généralement conducteurs. Le schéma I.2, ci-dessous, récapitule les différents mécanismes de couplages fortement liés au niveau fréquentiel.

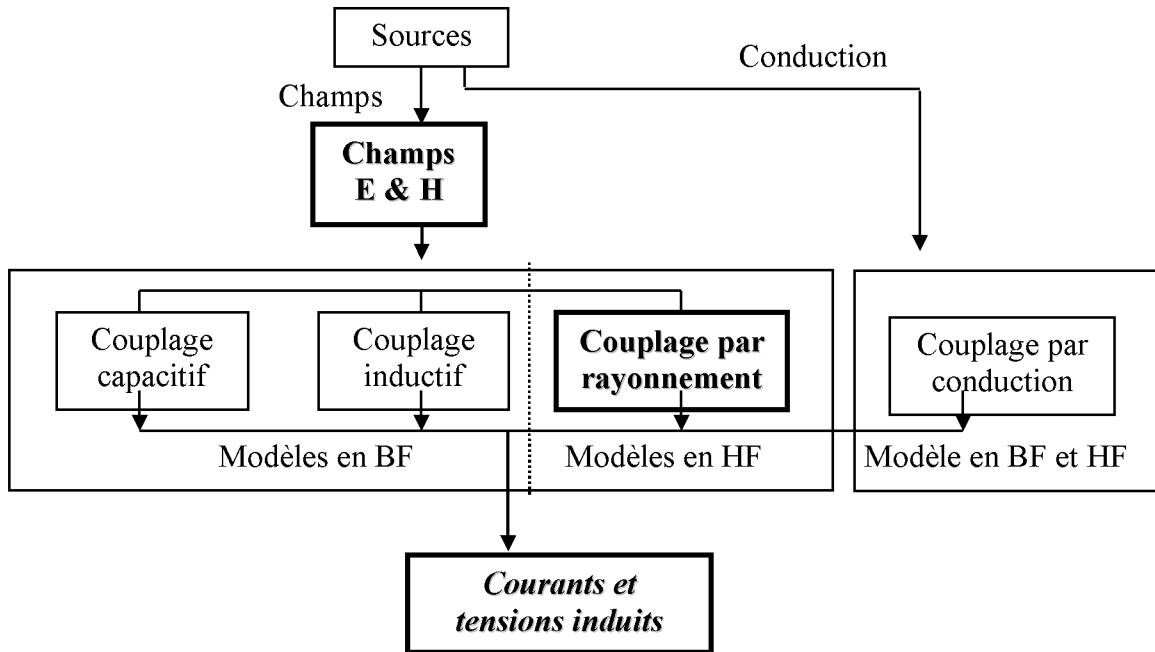


Tableau I.2. Méthodes d'analyse du couplage.

IV.3.1 Couplage par conduction directe

Un couplage par conduction directe se produit lorsqu'un conducteur appartenant à un récepteur véhicule un courant électrique qui provient directement d'une source de bruit. Dès lors qu'un courant circule dans un conducteur relié à un récepteur, ce courant trouve toujours un trajet qui lui permet d'y pénétrer. Une fois à l'intérieur, il s'y répartit en obéissant aux lois classiques de l'analyse des circuits électrique ; de cette manière, ses effets peuvent être calculés [I-5].

IV.3.2 Couplage par champ [I-5]

IV.3.2.1 Couplage en champ proche

Ainsi qu'on l'apprend en électromagnétisme, les caractéristiques du champ électromagnétique rayonné par une source de radiations varient en fonction de la distance qui sépare la source de radiations du lieu où le champ est observé. Près de la source, le champ électromagnétique rayonné dépend essentiellement des caractéristiques de la source ; les termes les plus grands des composantes électriques et magnétiques du champ EM varient en fonction de $\frac{1}{r^2}$ et $\frac{1}{r^3}$. Cette

région est appelée la zone de rayonnement en champ proche ou zone d'induction. Dans cette région, les champs \vec{E} et \vec{H} peuvent être considérés séparément.

Suivant la composante du champ électromagnétique qui entraîne les effets les plus grands, on parle de couplage par induction électrique ou le couplage par induction magnétique.

IV.3.2.1.1 Couplage par un champ électrique

Il traduit l'existence de lignes de flux d'induction électrique qui partent de la source de perturbation pour aboutir sur le récepteur victime; la cause des couplages par induction électrique (ou couplages capacitifs) est les capacités parasites. Une capacité parasite entre deux matériaux traduit l'existence de lignes de flux électriques qui partent d'un de ces matériaux pour aboutir sur l'autre ; les capacités parasites appartiennent à la catégorie des capacités dites mutuelles.

La figure I.5 schématise la signification physique d'une capacité parasite et son modèle équivalent.

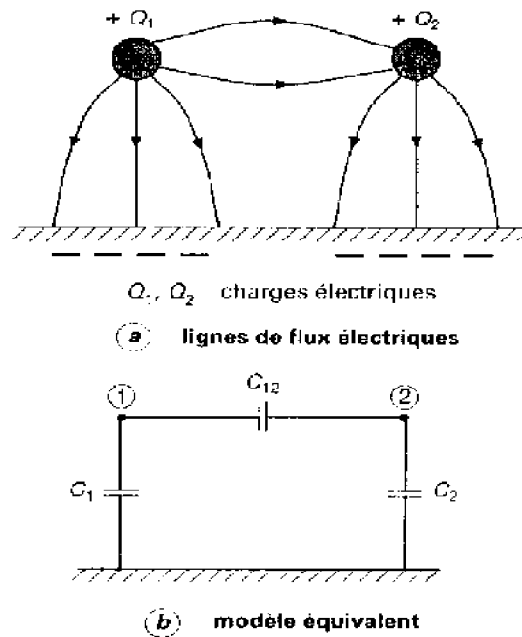


Figure I.5. Capacité mutuelle.

IV.3.2.1.2 Couplage par un champ d'induction magnétique

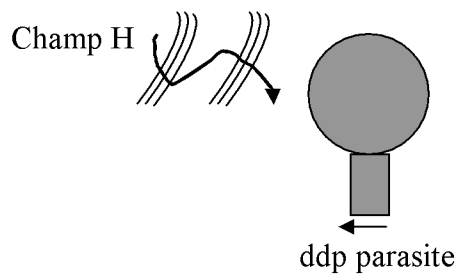


Figure.I.6. Couplage champ H à boucle

Il correspond à un récepteur qui est traversé par des lignes de flux d'induction magnétique générées par une source de perturbation ; un tel couplage se représente par une inductance mutuelle. Lorsqu'un courant électrique circule dans un conducteur, il engendre un champ magnétique H, dont les lignes de flux à la différence des lignes de flux électrique sont des lignes fermées entourant le conducteur. La direction des lignes de flux est donnée par la règle d'Ampère (ou par la règle de la main droite). La densité de flux magnétique ou induction magnétique B est donnée par, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ Le coefficient de proportionnalité μ étant la perméabilité magnétique du milieu ; Le courant i et le flux d'induction magnétique φ qu'il engendre sont reliés par l'expression $\varphi = L i$, L désigne l'inductance propre.

IV.3.2.2 Couplage en champ lointain

Au-delà de la zone de rayonnement en champ proche s'étend la zone de rayonnement dite en champ lointain. Dans cette zone, les caractéristiques du champ EM rayonné ne dépendent que des propriétés du milieu dans lequel le champ se propage. Les composantes \vec{E} et \vec{H} du champ EM sont en phase dans le temps et leurs amplitudes varient en fonction de la distance en $1/r$.

Dans cette zone, et dans l'air, on dit que l'on a affaire à un couplage par champ électromagnétique ou par onde plane; il faut employer les équations de Maxwell pour calculer l'amplitude des perturbations électromagnétiques, ce qui signifie que les composantes du champ EM ne peuvent y être séparées.

Remarque :

Dans notre travail, nous nous intéressons à l'effet indirect de la foudre qui se traduit par un couplage par rayonnement.

IV.4 Courants et tensions parasites

Le couplage électromagnétique se traduit par l'apparition de grandeurs électriques conduites (courants et tensions induits) qui peuvent être néfaste et entraîner même un dysfonctionnement. Ces perturbations interviennent généralement en **mode commun** (MC).

IV.4.1 Mode de propagation

IV.4.1.1 Mode différentiel

Les signaux utiles sont généralement transmis en mode différentiel, appelé aussi mode «série», mode « normal » ou mode « symétrique » [I-3].

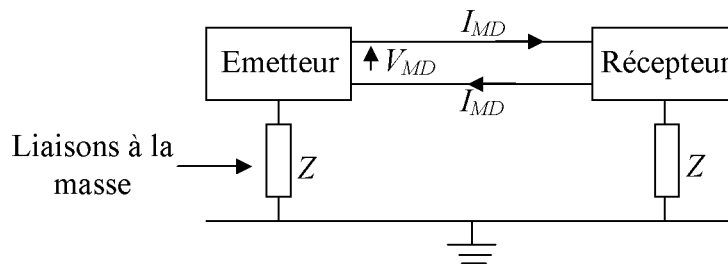


Figure I.7. Mode différentiel.

Dans ce mode, tout le courant qui entre dans le récepteur revient vers l'émetteur par le fil de retour, différent de la masse. La tension est mesurée entre les deux fils. Ce mode est très peu sensible aux perturbations.

IV.4.1.2 Mode commun

Le mode commun est peu utilisé pour les signaux utiles, il correspond souvent à un mode parasite, il est aussi appelé mode « parallèle », mode « longitudinal » ou mode « asymétrique » [I-3].

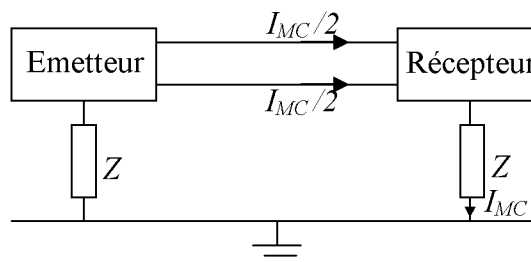


Figure I.8. Mode commun.

Les tensions de mode commun se développent entre les fils de liaisons et la référence de potentiel. Elle est définie comme étant égale à la valeur moyenne de la différence de potentiel entre les différents fils et la masse. Le courant de mode commun est égal au courant qui s'écoule à

la masse, ce courant se partage entre les différents fils de liaison, dans le même sens sur chacun des fils.

V. Théorie du champ électromagnétique (notions fondamentales)

V.1 définitions [I-6]

V.1.1 Champ électrique E

Une particule immobile de charge électrique q subit une force F_e produite par l'ensemble des autres charges électriques. Cette force est proportionnelle à la charge q , et par conséquent le quotient F_e/q ne dépend pas de la particule considérée, il dénote une propriété locale de l'espace que l'on appelle *champ électrique* $E(t, r)$.

$$F_e(t, r)/q = E(t, r) \quad (\text{I.1})$$

V.1.2 Champ d'induction B

Lorsque une particule de charge électrique q se déplace avec une vitesse v , elle subit en plus de la force électrique F_e une force magnétique F_m dirigée perpendiculairement à la vitesse v et à une propriété de l'espace que l'on appelle champ d'induction $B(t, r)$.

$$F_m(t, r)/q = v(t, r) \times B(t, r) \quad (\text{I.2})$$

Où le signe \times représente le produit vectoriel de deux vecteurs. La dimension du champ d'induction $B(t, r)$ est le tesla [$\text{T}=\text{Vs}/\text{m}^2$].

Les deux champs E et B , sont des grandeurs vectorielles qui varient ou non avec le temps t et la position r .

V.1.3 Densité de charge électrique

La charge électrique peut être ponctuelle ou distribuée le long d'une ligne, sur une surface ou dans un volume, elle est définie par la limite du quotient de la charge contenu dans un volume (ou sur une surface, ou le long d'une ligne) par ce volume (surface, longueur de ligne) lorsque les éléments deviennent très petits.

V.1.4 Densité de courant électrique J

Dans certains milieux, les charges électriques peuvent se déplacer librement. L'application d'une force électrique fait alors bouger les charges et crée un courant électrique, dont on définit la densité $J(t, r)$ par la relation :

$$J(t, r) = \sum_i \rho_i v_i \quad (\text{I.3})$$

La sommation porte sur tous les types de particules chargées qui se déplacent dans le milieu considéré, les charges du type i étant caractérisées par une densité moyenne de charge ρ_i et une vitesse moyenne v_i .

Elle est reliée au champ électrique par *la loi d'Ohm*

$$J(t, r) = \sigma E(t, r) \quad (I.4)$$

Où σ est la conductivité du matériau.

V.1.5 Densité de courant de surface J_s

Une densité surfacique de charge ρ_s peut aussi se déplacer, produisant une *densité de courant de surface* $J_s(t, r)$. Un courant de surface peut circuler sur la surface séparant deux milieux différents, notamment lorsqu'un des deux milieux est un conducteur électrique parfait.

V.1.6 Propriétés diélectriques d'un milieu

Lorsqu'on applique un champ électrique E à un milieu diélectrique, les structures internes (atomes et molécules) subissent un léger déplacement par rapport à leur position d'équilibre, il y a donc formation de dipôles induits qui créent un champ de polarisation $P(t, r)$, ce dernier étant une fonction du champ électrique appliqué. Les effets électriques sont représentés par *un champ de déplacement* $D(t, r)$ défini comme suit :

$$D(t, r) = \varepsilon_0 E(t, r) + P(t, r) \quad (I.5)$$

Où $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ As/Vm est la constante électrique.

Dans le vide, il n'y a pas de polarisation $P(t, r)$, et on a par conséquent $D = \varepsilon_0 E$. La variation dans le temps du champ de déplacement $D(t, r)$, représentée par sa dérivée partielle $\partial D(t, r) / \partial t$, et aussi appelée *courant de déplacement*.

V.1.7 Propriétés magnétiques d'un milieu

Ces propriétés résultent de ce qu'on appelle *moments magnétiques de spin* qui peut être positif ou négatif. Dans la majorité des éléments, le nombre de spins positifs est égal à celui des spins négatifs : leurs effets se compensent exactement et le milieu considéré ne possède pas de propriétés magnétiques. Tandis que dans certains cas (milieux ferromagnétiques), il y a des nombres différents d'électrons à spin positif et à spin négatif. La résultante n'est plus nulle et donne lieu à une aimantation $M(t, r)$.

On définit le champ magnétique $H(t, r)$ au moyen de la relation :

$$B(t, r) = \mu_0 [H(t, r) + M(t, r)] \quad (I.6)$$

Où $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am. Dans le vide, l'air et les matériaux non ferromagnétiques, l'aimantation $M(t, r)$ est nulle ou négligeable et on a dans ce cas $B(t, r) = \mu_0 H(t, r)$.

V.1.8 Propriétés physiques d'un milieu

Un milieu est dit homogène si ses propriétés sont les mêmes en tout point. Et on dit qu'il est isotrope si ses propriétés sont les mêmes dans toutes les directions en un point donné. On dit qu'il est immobile s'il est au repos par rapport au système de coordonnées utilisées. Et on dit qu'un milieu est linéaire si la polarisation P et l'aimantation M sont des fonctions linéaires des champs E et H .

$$D(t, r) = \varepsilon E(t, r) = \varepsilon_0 \varepsilon_r E(t, r) \quad (\text{I.7})$$

$$B(t, r) = \mu H(t, r) = \mu_0 \mu_r H(t, r) \quad (\text{I.8})$$

$$J(t, r) = \sigma E(t, r) \quad (\text{I.9})$$

Pour un champ électromagnétique (E, H) donné, une certaine réaction se produit avec le milieu, celle-ci dépend de trois caractéristiques :

1. La conductivité : notée σ est définie l'habilité du milieu à transférer les charges suite à l'action d'un champ électrique.
2. La permittivité : notée ε définit la capacité d'un milieu à devenir polarisé par le déplacement dans sa structure sous l'action d'un champ électrique E donné.
3. La perméabilité magnétique : notée μ définit l'habilité d'un milieu à devenir aimanté par orientation des moments dipolaires suite à l'application d'un champ magnétique.

V.2 Equations de Maxwell

V.2.1 Forme locale ou différentielle

En tout point de l'espace qui n'est pas situé sur une surface de séparation entre deux milieux, c'est à dire, dans un milieu linéaire, homogène, et isotrope (LHI), les équations générales de Maxwell spécifient que [I-6]:

$$\nabla \times E(t, r) = -\frac{\partial B(t, r)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday}) \quad (\text{I.10})$$

$$\nabla \times H(t, r) = J(t, r) + \varepsilon_0 \frac{\partial E(t, r)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \quad (\text{I.11})$$

$$\nabla \cdot D(t, r) = \rho(t, r) \quad (\text{Maxwell-Gauss}) \quad (\text{I.12})$$

$$\nabla \cdot B(t, r) = 0 \quad (\text{La conservation du flux}) \quad (\text{I.13})$$

Sous cette forme, dite locale ou différentielle, les équations de Maxwell expriment des relations entre des variations spatiales de certains champs et des variations temporelles d'autres champs.

Dans le vide :

$$B(t, r) = \mu_0 H(t, r) \quad (\text{I.14})$$

$$D(t, r) = \varepsilon_0 E(t, r) \quad (\text{I.15})$$

Alors les équations de Maxwell deviennent :

$$\nabla \times E(t, r) = -\frac{\partial B(t, r)}{\partial t} \quad (\text{I.16})$$

$$\nabla \times H(t, r) = \varepsilon_0 \frac{\partial E(t, r)}{\partial t} \quad (\text{I.17})$$

$$\nabla \cdot E(t, r) = 0 \quad (\text{I.18})$$

$$\nabla \cdot B(t, r) = 0 \quad (\text{I.19})$$

L'opérateur différentiel nabla " ∇ " sert à exprimer l'opération rotationnel $\nabla \times = \text{rot}$ et l'opération divergence $\nabla \cdot = \text{div}$.

V.2.2 Forme globale ou intégrale

Les équations de Maxwell peuvent aussi être exprimées sous leur «forme globale», en termes de relations intégrales qui portent sur les champs dans des volumes, sur des surfaces et le long de contours (figure I.9). On obtient ces relations en intégrant les équations aux dérivées partielles (I.10) à (I.13), sur une surface ou sur un volume et en faisant usage de relations intégrales [I-6].

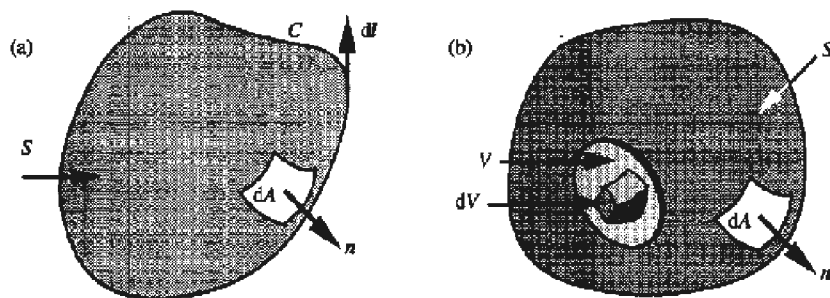


Figure I.9. Définition des surfaces, volumes et contours d'intégration des équations de Maxwell.

Les deux équations rotationnelles (I.10) et (I.11) deviennent, après intégration sur la surface de la figure I.7 et en utilisant le théorème de Stokes:

$$\oint_C E(t, r) dl = - \int_S n \cdot \frac{\partial B(t, r)}{\partial t} dA \quad (\text{I.20})$$

$$\oint_C H(t, r) dl = \int_S n \cdot \left(\frac{\partial D(t, r)}{\partial t} + J(t, r) \right) dA \quad (\text{I.21})$$

Ces deux expressions lient les circulations des champs électrique et magnétique sur le contour fermé C (intégrales à gauche des expressions) aux flux d'induction et de courant qui traversent la surface S (intégrale de droite). Ces deux relations sont aussi connues, respectivement, sous les noms de *loi d'induction de Faraday* et de *loi d'ampère*.

Les deux équations en divergence (I.12) et (I.13) deviennent, après intégration sur le volume de la figure I.7 et en utilisant le théorème de la divergence.

$$\int_S n \cdot D(t, r) dA = \int_V \rho(t, r) dV \quad (\text{I.22})$$

$$\int_S n \cdot B(t, r) dA = 0 \quad (\text{I.23})$$

Ces deux relations considèrent les flux qui traversent la surface fermée S . Le flux du champ de déplacement $D(t, r)$ est égal à la charge totale contenue dans le volume (*équation de Gauss*), tandis que le flux du champ d'induction est nul (*conservation du flux*).

Sous leur forme intégrale, les équations de Maxwell sont plus générales que sous leur forme différentielle, elles restent notamment valables quand on traverse une surface de séparation entre différents milieux. Elles permettent donc de déterminer les conditions aux limites et servent à résoudre des problèmes qui présentent des symétries particulières.

V.2.3 Equation de continuité

Prenant la divergence de l'équation I.11, on trouve :

$$\nabla \cdot \nabla \times H(t, r) \equiv 0 = \nabla \cdot \left(\frac{\partial D(t, r)}{\partial t} + J(t, r) \right) = \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot D(t, r) + \nabla \cdot J(t, r) \quad (\text{I.24})$$

On fait ensuite usage de la relation I.12, on obtient :

$$\frac{\partial \rho(t, r)}{\partial t} + \nabla \cdot J(t, r) = 0 \quad (\text{I.25})$$

Cette dernière relation exprime le fait que les charges électriques sont conservées et on l'appelle *équation de continuité*.

V.2.4 Potentiel vecteur magnétique

Sachant que la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, et qu'il en va de même pour la divergence du champ d'induction $B(t, r)$, on peut poser que $B(t, r)$ est le rotationnel d'un vecteur $A(t, r)$ que l'on appelle *potentiel vecteur magnétique* [I-6]

$$\nabla \cdot \nabla \times A(t, r) \equiv 0 \text{ et } \nabla \cdot B(t, r) = 0, \text{ donc } B(t, r) = \nabla \times A(t, r) \quad (\text{I.26})$$

Cette relation ne définit $A(t, r)$ qu'à un vecteur irrotationnel près, c'est-à-dire qu'on peut remplacer $A(t, r)$ par $A(t, r) + \nabla \Phi(t, r)$, où $\Phi(t, r)$ est une fonction arbitraire des coordonnées, car le rotationnel d'un gradient est toujours nul.

V.2.5 Potentiel scalaire électrique

Combinant l'équation I.26 avec la première équation rotationnelle de Maxwell on obtient :

$$\nabla \times \left(E(t, r) + \frac{\partial A(t, r)}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{I.27})$$

Sachant que le rotationnel d'un gradient est toujours nul, on définit une fonction scalaire $V(t, r)$ que l'on appelle *Le potentiel scalaire électrique* telle que:

$$E(t, r) + \frac{\partial A(t, r)}{\partial t} = -\nabla V(t, r) \quad (\text{I.28})$$

V.2.6 les potentiels retardés

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(\tau)} \frac{\rho(t - \frac{r}{v})}{r} d\tau \quad (\text{I.29})$$

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(\tau)} \frac{J(t - \frac{r}{v})}{r} d\tau \quad (\text{I.30})$$

Où v est la vitesse du milieu.

V.3 Conditions aux limites

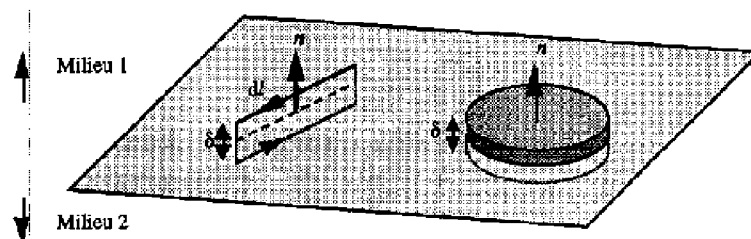


Figure III.10. Surface et volume d'intégration entre deux milieux.

Lors du passage d'un milieu matériel à un autre, certaines composantes des champs sont discontinues. La forme locale des équations de Maxwell (I.10) à (I.13) possède alors des singularités, et n'est donc pas utilisable au voisinage de la surface de séparation. En revanche, sous leur forme globale (I.20) à (I.23), les équations de Maxwell restent utilisables et on peut en tirer les conditions aux limites pour les champs [I-6].

$$n \times [E_1(t, r) - E_2(t, r)] = 0 \quad (\text{I.31})$$

$$n \times [H_1(t, r) - H_2(t, r)] = J_s \quad (\text{I.32})$$

$$n \cdot [D_1(t, r) - D_2(t, r)] = \rho_s \quad (\text{I.33})$$

$$n \cdot [B_1(t, r) - B_2(t, r)] = 0 \quad (\text{I.34})$$

Dans ces quatre relations, n est la normale à la surface de séparation, allant du milieu 2 vers le milieu 1, J_s est la densité de courant de surface et ρ_s est la densité de charge de surface. Ces deux grandeurs ne sont définies que sur la surface de séparation entre deux milieux différents. Il en va de même pour les quatre équations I.31 à I.34. Il faut encore noter que les deux premières équations portent sur les composantes tangentielles des champs E et H , les deux suivantes sur les composantes normales de D et B .

V.4 Equations d'onde

V.4.1 Equation d'onde pour le champ électrique

On prend le rotationnel de la relation I.10, puis on fait usage de la seconde relation rotationnel I.11, on obtient :

$$\nabla \times \nabla \times E(t, r) = -\mu \frac{\partial \nabla \times H(t, r)}{\partial t} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 E(t, r)}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial J(t, r)}{\partial t} \quad (\text{I.35})$$

On développe ensuite le double rotationnel, puis on fait usage de la relation I.12

$$\nabla \times \nabla \times E(t, r) = \nabla \nabla \cdot E(t, r) - \nabla^2 E(t, r) = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho(t, r) - \nabla^2 E(t, r) \quad (\text{I.36})$$

En regroupant les termes qui contiennent le champ électrique, on obtient:

$$\nabla^2 E(t, r) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E(t, r)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho(t, r) + \mu \frac{\partial J(t, r)}{\partial t} \quad (\text{I.37})$$

Cette équation d'onde inhomogène montre qu'un champ électrique est produit par des charges et aussi par des courants électriques. En l'absence de termes (membre de droite nul), on obtient une équation d'onde homogène, que l'on appelle aussi équation de d'Alembert.

V.4.2 Equation d'onde pour le champ magnétique

On prend similairement le rotationnel de la seconde relation rotationnelle I.11 et on introduit la relation I.10 dans l'expression obtenue, ce qui donne :

$$\nabla \times \nabla \times H(t, r) = -\nabla^2 H(t, r) = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times E(t, r) + \nabla \times J(t, r) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 H(t, r)}{\partial t^2} + \nabla \times J(t, r) \quad (\text{I.38})$$

On a tenu compte du fait que la divergence de $H(t, r)$ s'annule. En regroupant les termes, on trouve que :

$$\nabla^2 H(t, r) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 H(t, r)}{\partial t^2} = -\mu \times J(t, r) \quad (\text{I.39})$$

Il s'agit de l'équation d'onde inhomogène pour le champ magnétique. On constate qu'un champ magnétique est produit par des courants électriques, mais que la densité de charge n'apparaît pas dans la relation. En l'absence de sources, on obtient également une équation de d'Alembert.

V.4.3 Equations d'onde pour les potentiels

On établit similairement des équations d'ondes en termes du potentiel vecteur $A(t, r)$ et du potentiel scalaire $V(t, r)$. On introduit ces grandeurs dans les équations de Maxwell, en cherchant à éliminer tous les champs et l'un des deux potentiels. On obtient des équations séparées en $A(t, r)$ et en $V(t, r)$ si l'on pose que :

$$\nabla \cdot A(t, r) + \mu \varepsilon \frac{\partial V(t, r)}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.40})$$

Cette relation est connue sous le nom de *jauge de Lorenz*. Les deux équations d'onde prennent alors la forme

$$\nabla^2 A(t, r) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A(t, r)}{\partial t^2} = -\mu J(t, r) \quad (\text{I.41})$$

$$\nabla^2 V(t, r) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 V(t, r)}{\partial t^2} = -\frac{\rho(t, r)}{\varepsilon} \quad (\text{I.42})$$

La densité de courant ne produit qu'un potentiel vecteur magnétique $A(t, r)$, tandis que la densité de charge est la source unique du potentiel électrique scalaire $V(r, t)$. Les deux densités sont toutefois liées l'une à l'autre par l'équation de continuité.

VI. Equations des lignes

A partir des équations de Maxwell (I.10 et I.11), pour le cas d'une injection directe et moyennant quelques hypothèses simplificatrices [I-6], nous pouvons établir pour une ligne bifilaire les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (\text{I.43})$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = - Gu - C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (\text{I.44})$$

Où : R , L , C et G sont appelés les paramètres linéiques des lignes.

Remarque :

Nous proposons un exposé sur la théorie des lignes couplées dans le chapitre III.

Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis d'exposer succinctement les éléments théoriques qui interviennent le long de ce mémoire de magistère.

Notre étude est consacrée à l'effet indirect d'un phénomène naturel "la foudre", ce qui nous a amené à sa sommaire description.

La notion de compatibilité électromagnétique est aussi introduite et nous avons essayé de placer le contexte de notre travail en signalant l'apparition de courants et tensions induits lors du couplage d'une onde électromagnétique avec un dispositif conducteur.

References bibliographiques

- [I-1] **M. A. Uman**, “The Lightning Discharge”, Academic Press, 1987.

- [I-2] **K. Berger, R. B. Anderson, H. Kroninger**, “Parameters of Lightning Flashes”, *Electra*, N°41, pp. 23-27,1975.

- [I-3] **P. Degauque, J. Hamelin**, “Compatibilité Electromagnétique, Bruits et Perturbations radioélectriques”, Collection Technique et Scientifique des Télécommunications. Edition Dunod, Paris, 1990.

- [I-4] **F. M. Tesche, M. Ianoz, T. Karlsson**, “EMC Analysis Method end Computational Models”, Wiley interscience, 1997.

- [I-5] **F. Chauvet**, “Compatibilité Electromagnétique: Introduction”, *Techniques de l’Ingénieur*, Vol. D, 1900- E3750.1- D, 1900. E3750. 20.

- [I-6] **F. Gardiol**, “Electromagnétisme”, *Traité d’électricité*, Vol. III.

- [I-7] **F. Rachidi**, "La Foudre et Ses Effets Electromagnétiques", Ecole Polytechnique de Lausanne, Notes de cours, Eté 2004.

Modélisation de la foudre

Introduction

Le deuxième chapitre de notre mémoire de magister, nous l'intitulons modélisation de l'onde de foudre. Cette modélisation, préalable de l'onde de foudre pour l'étude du couplage électromagnétique prend deux aspects, le premier consiste à représenter l'onde de foudre en tant que générateur de courant et le deuxième en tant que source de rayonnement.

Pour ce faire, nous commençons par un exposé sur l'ensemble des modèles mathématiques existants dans la littérature, permettant de décrire l'arc en retour à partir de quelques caractéristiques de la base du canal de foudre déterminées par mesure.

Afin de quantifier par calcul le champ électromagnétique émis par la foudre, considérée comme source de rayonnement, le modèle mathématique est établi à partir du dipôle Hertzien. La source de rayonnement est considérée comme une antenne verticale de longueur finie, sur laquelle se propage une onde de courant à une certaine vitesse v .

Nous présentons d'abord les expressions lorsque le sol est considéré comme un milieu parfaitement conducteur, puis pour un rayonnement en zone éloignée, nous introduisons quelques modifications permettant la prise en compte de la conductivité finie du sol.

II.1 Observations expérimentales

II.1.1 Courant de l'arc en retour

Depuis les années 50, plusieurs campagnes expérimentales ont été réalisées afin de caractériser les décharges orageuses [II-1], [II-2] et plus particulièrement le courant de foudre.

La description la plus complète du courant de l'arc en retour est donnée par l'équipe du professeur Berger [II-3], [II-4], qui durant les années 1950-1970 a exploité une station expérimentale au Mont san Salvatore près de Lugano. La mesure du courant a été effectuée au sommet de deux tours de 55m de haut situées au sommet du Mont san Salvatore.

En figure II.1, sont représentées les formes d'onde typiques normalisées du courant à la base du canal pour le premier arc en retour négatif et les arcs suivants. Les statistiques des paramètres de courant de foudre qui sont les plus significatifs pour l'évaluation des surtensions sont représentés au tableau II.1. [II-3]

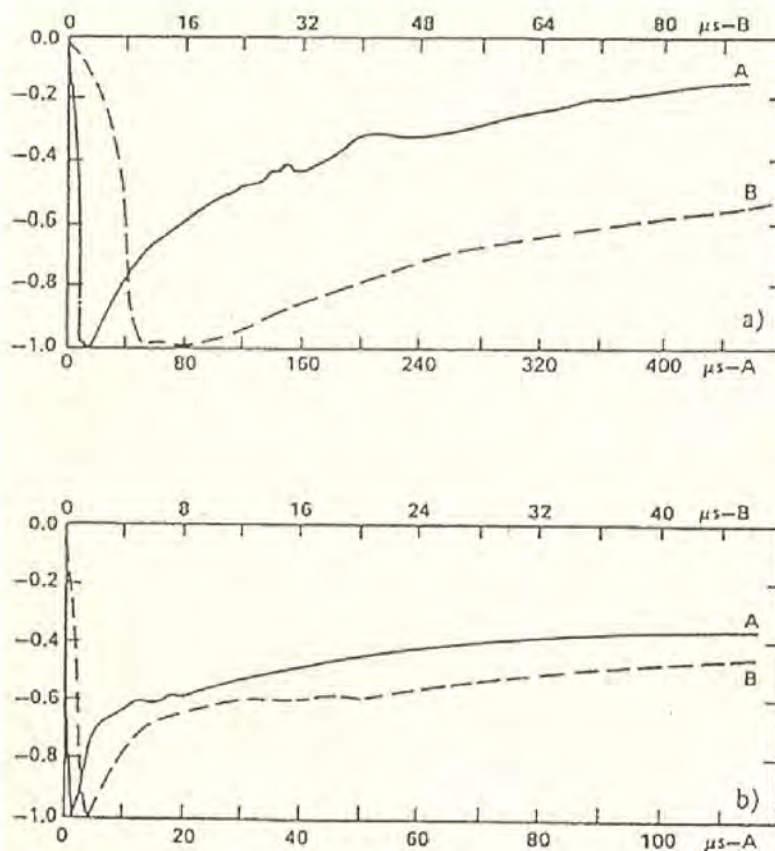


Figure II.1. Courant de foudre typique normalisé respectivement pour le premier et les arcs en retour négatifs suivants [II-3].

Paramètre	Unité	95%	50%	5%
Courant de crête				
Premier arc en retour	kA	14	30	80
Arc en retour subséquent	kA	4.6	12	30
di/dt maximal				
Premier arc en retour	kA/μs	5.5	12	32
Arc en retour subséquent	kA/μs	12	40	120

Tableau II.1. Statistiques des paramètres de courant de foudre pour le premier arc en retour ainsi que pour les arcs en retour suivants [II-3].

II.2 Champ électromagnétique

Des mesures de champ électromagnétiques issus des coups de foudre naturels ont été réalisées par différents auteurs [II-5], [II-6], en figure II.2 sont représentées des formes d'onde typiques des champs électriques vertical et magnétique horizontal pour le premier arc en retour et les arcs suivants en retour négatifs en fonction de la distance.

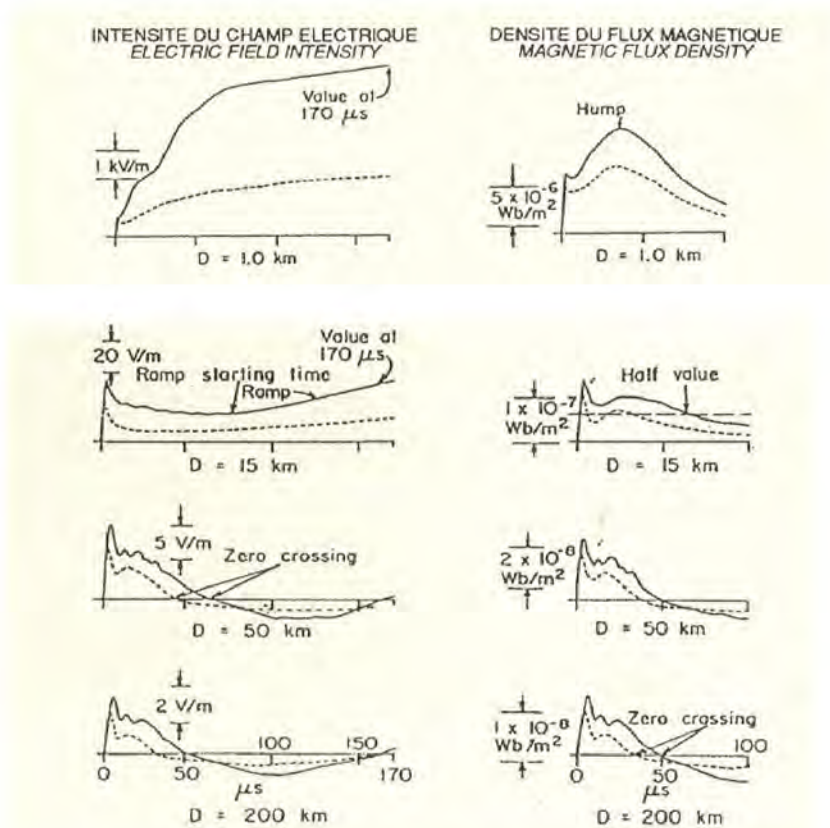


Figure II.2. Formes typiques des champs électrique vertical et magnétique azimuthale correspond à un premier arc en retour (trait continu) et un arc en retour subséquent (pointillés) fonction de la distance [II-5].

Une décharge orageuse verticale produit non seulement des composantes azimutale du champ magnétique et verticale du champ électrique, mais aussi une composante horizontale du champ électrique dont la présence est en partie due à la conductivité finie du sol. Cette composante, bien qu'ayant une amplitude généralement beaucoup plus faible que la composante verticale, joue un rôle important dans le mécanisme du couplage avec des câbles aériennes et enterrés. (chapitre III).

II.3 Vitesse de l'arc en retour

La vitesse moyenne mesurée des arcs en retour est de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. La vitesse des arcs en retour subséquents est en général plus grande que celle des arcs en retour premiers. D'autres part, il a été mis en évidence que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur ; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour [II-7].

II.4 Déclenchement artificiel de la foudre

La technique du déclenchement artificiel de la foudre permet de provoquer celle-ci lors de passages de nuages orageux et de l'attirer en un lieu déterminé [II-8]. Le principe est d'envoyer vers les nuages une petite fusée déroulant derrière elle un mince fil métallique s'échappant d'une bobine. Lorsque la fusée atteint une certaine hauteur, typiquement 200 à 300m, un traceur ascendant est déclenché du sommet de la fusée. Le courant de foudre s'écoule alors le long du fil métallique, tout en le volatilisant.

Les séquences traceurs-arc en retour obtenues par cette technique sont très similaires à celles correspondant à des décharges naturelles.

II.5 Courant d'une décharge orageuse, modèles théoriques

Basés sur les observations expérimentales, plusieurs modèles de distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour ont été développés durant les dernières années dans le but de calculer le rayonnement électromagnétique d'un canal de foudre [II-9].

Il est actuellement admis que les différents modèles de représentation de l'arc en retour peuvent être séparés en deux grandes familles selon [II-10] :

- Le traitement du front du courant de l'arc en retour comme une discontinuité ou comme une montée rapide égale à celui du courant à la base du canal.
- La distribution spatiale et temporelle de la charge neutralisée par l'arc en retour en forme d'une décroissance exponentielle ou de même allure que celui du courant à la base du canal.

Les différents modèles, les plus cités dans la littérature [II-9], sont les suivants

- Le modèle de Bruce et Golde (BG) ;
- Le modèle Transmission Line (TL) ;
- Le modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS) ;
- Le modèle Travelling Current Source (TCS) ;
- Le modèle Modified Transmission Line (MTL).
- Le modèle de Diendorfer et Uman (DU)

Dans tous ces modèles, le courant de base du canal $i(0, t)$ peut être spécifié parmi d'autres paramètres de modèle afin de permettre la détermination du courant en fonction de la hauteur et du temps le long du canal de retour $i(z', t)$.

II.5.1 Courant à la base du canal

Différentes expressions analytiques peuvent être utilisées afin de simuler l'allure du courant de foudre. Parmi celles-ci, les fonctions exponentielles, utilisées par un certain nombre d'auteurs qui présentent l'avantage d'avoir des transformées de Fourier analytiques, ce qui permet de faire une analyse directe dans le domaine fréquentiel.

$$i(0, t) = I_0 \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (\text{II.1})$$

Où I_0 , α et β sont les paramètres qui déterminent la forme double-exponentielle.

Plus récemment, Heidler [II-11] a proposé une nouvelle expression analytique pour simuler le courant de l'arc en retour:

$$i(0, t) = \frac{I_0}{\eta} \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \exp(-t/\tau_2) \quad (\text{II.2})$$

Où :

$$\eta = \exp \left[- \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \left(\frac{n \tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad (\text{II.3})$$

Et

I_0 est l'amplitude du courant à la base du canal;

τ_1 est la constante de temps du front;

τ_2 est la constante de décroissance ;

η est le facteur de correction d'amplitude ;

n est un exposant compris entre 2 et 10.

La fonction II.2 a été préférée à la fonction double exponentielle (fonction II.1) habituellement employée. Car elle a l'avantage de présenter une dérivée nulle pour $t=0$, ce qui correspond mieux aux observations expérimentales [II-5]. D'autre part, elle permet un ajustement de l'amplitude du courant, de sa raideur du front, et de la quantité de charges transférée presque indépendamment en faisant varier respectivement I_0 , τ_1 et τ_2 .

Remarque :

Pour la simulation, et pour être proche de la mesure, l'expression analytique du courant à la base du canal comprend deux expressions de même type (équation II.2) :

$$i(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t)$$

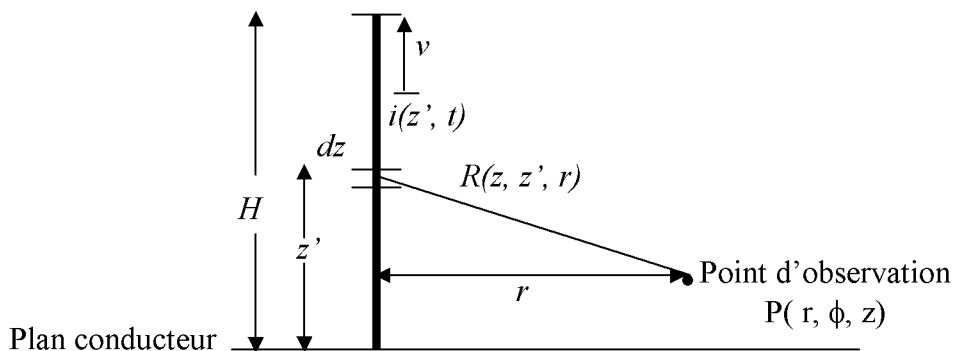


Figure II.3. Paramètres géométriques utilisés pour la Modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre.

II.5.2 Modèle de Bruce et Golde (BG)

Il s'agit d'un des premiers modèles dans le genre est probablement le plus simple. Il a été développé par Bruce et Golde en 1941 [II-12]. Selon ce modèle, le courant $i(z', t)$ à des hauteurs inférieures au front de l'arc en retour est égal au courant à la base du canal ; à des hauteurs supérieures au front de l'arc en retour, comme dans tous les autres modèles, le courant est nul. Mathématiquement :

$$i(z', t) = i(0, t) u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.4})$$

Où : v est la vitesse de l'arc en retour et u est la fonction échelon unité.

Cette distribution du courant présente une discontinuité au front de l'arc en retour, ce qui correspond à un transfert de charge instantané du canal à l'arc en retour.

II.5.3 Modèle « ligne de transmission » (Transmission Line, TL)

Ce modèle assimile le canal de foudre à une ligne de transmission sans pertes où une impulsion de courant se propage à partir du sol à la vitesse de l'arc en retour v . ce modèle fut présenté par Uman et McLain en 1969 [II-13] et est largement utilisé jusqu'à ce jour. La distribution du courant est définie par :

$$i(z', t) = i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.5})$$

II.5.4 Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS)

Ce modèle, proposé à l'origine par Lin, Uman et Standler (LUS) [II-14], puis modifié par Master, Uman, Lin et Standler (MULS), suppose que le courant de l'arc en retour a trois composantes [II-15] :

1. une composante de courant uniforme le long du canal I_u qui représente la continuation du courant du traceur. Cette composante peut être déduite du champ électrique proche, en mesurant la pente de la zone dite « rampe » apparaissant juste après le pic initial du champ (figure II.2) [II-15].

$$I_u = \frac{2 \pi \varepsilon_0 (H^2 + r^2)^{3/2}}{H} \frac{dE_{proche}(r, t)}{dt} \quad (\text{II.6})$$

2. une composante de courant impulsionnelle i_p , qui se propage le long du canal à la vitesse de l'arc en retour. Cette composante est traitée en utilisant le modèle TL :

$$i_p(z', t) = i_p\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.7})$$

Où $i_p(0, t)$ représente le courant impulsionnel à la base du canal.

Afin d'être en accord avec les mesures qui montrent une décroissance de l'intensité lumineuse avec la hauteur [II-16], Master, Uman, Lin et Standler (MULS) [II-15] ont proposé une modification selon laquelle la composante impulsionnelle subit une décroissance exponentielle le long du canal

$$i_p(z', t) = \exp\left(-\frac{z'}{\lambda_p}\right) i_p\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.8})$$

Où λ_p représente le taux de décroissance de l'intensité de courant impulsionnel.

3. Une composante de courant de couronne i_c . Cette contribution a été modélisée par des sources de courant distribuées le long du canal débitant un courant représenté par une fonction double-exponentielle dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la hauteur. Le courant est supposé se propager vers le sol à la vitesse de la lumière.

L'expression de la source de courant $di_{cs}(z'', t)$ à une altitude z'' est donné par [II-15] :

$$di_{cs}(z'', t) = 0 \quad t < t' \quad (\text{II.9})$$

$$di_{cs}(z'', t) = I_0 \exp\left(-\frac{z''}{\lambda_c}\right) \left\{ \exp[-\alpha(t-t')] - \exp[-\beta(t-t')] \right\} dz'' \quad t \geq t' \quad (\text{II.10})$$

Où I_0 , α et β sont les paramètres qui déterminent la forme double-exponentielle de chaque source, λ_c est le taux de décroissance du courant, $t' = z''/v + t_{on}$, et t_{on} est le temps zéro à la valeur de crête du courant impulsionnel.

Le courant couronne total à une altitude z' peut être calculé de manière appropriée en retardant et en intégrant II.10 le long de la longueur du canal.

II.5.6 Modèle « Source de courant mobile » (Travelling Current Source, TCS)

D'après le modèle TCS, proposé par Heidler [II-17], une source de courant est supposée se déplacer à une vitesse v à partir du sol vers le nuage. Le courant injecté à une hauteur z' est supposé se propager vers le bas du canal à la vitesse de la lumière c . de ce fait, le courant à une hauteur z' est égal au courant à la terre à un instant précédent z'/c , exprimé comme suit [II-17] :

$$i(z', t) = i\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.11})$$

Il est intéressant de remarquer que pour une vitesse de propagation du courant vers le sol tendant vers l'infini, le modèle TCS tend vers le modèle BG. En outre, comme dans le modèle BG, la distribution du courant présente une discontinuité au front de l'arc en retour ($z' = vt$).

II.5.7 Modèle « ligne de transmission modifié » (Modified Transmission Line, MTL)

Afin de pallier les défauts du modèle TL tout en gardant sa simplicité qui permet une utilisation aisée dans les calculs de couplage, une modification au modèle de TL a été proposée.

Dans le modèle MTL, l'intensité du courant de foudre est supposée décroître exponentiellement pendant sa propagation, ce qui s'exprime mathématiquement par la relation [II-18] :

$$i(z', t) = i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \exp\left(-\frac{z'}{\lambda}\right) u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.12})$$

Où v est la vitesse de retour et λ la constante de décroissance qui décrit la réduction de l'amplitude du courant avec la hauteur.

II.5.8 Modèle de Diendorfer et Uman (DU)

Ce nouveau modèle de distribution du courant de foudre a été proposé par Diendorfer et Uman en 1991, il combine les deux modèles MULS et TCS.

La distribution spatio-temporelle du courant, pour une décharge exponentielle de constante de temps τ_D , s'écrit [II-19] :

$$i(z', t) = \left[i\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) - i\left(0, \frac{z'}{v^*}\right) \exp\left[-\frac{(t - z'/v)}{\tau_D}\right] \right] u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.13})$$

Où $v^* = v/(1 + v/c)$.

Ce modèle a ensuite été étendu en considérant deux constantes de décharge impulsionnelle τ_{BD} , et de couronne τ_c . Pour des arcs en retour subséquents, les valeurs typiques de ces deux paramètres sont [II-19] : $\tau_{BD} = 0.6\mu\text{s}$ et $\tau_c = 5\mu\text{s}$. La variation du courant le long du canal montre non seulement une

décroissance de son intensité en fonction de la hauteur, mais aussi une augmentation du temps de montée du courant, conformément aux mesures présentées par Jordan et Uman [II-16].

II.5.9 Comparaison entre les différents modèles de distribution du courant de l'arc en retour

Afin de pouvoir comparer qualitativement dans les domaines temporel et spatial les différentes représentations théoriques de l'arc en retour que nous venons d'exposer, nous proposons en figure II.4 les variations que nous obtenons pour les modèles BG, TL, TCS et MTL. Afin de rendre possible la comparaison, les calculs ont été effectués en partant d'un même courant à la base du canal qui est la somme de deux fonctions de type II.2 dont les valeurs des paramètres choisies sont :

I_{01} (kA)	τ_{11} (μs)	τ_{21} (μs)	n_1	I_{02} (kA)	τ_{12} (μs)	τ_{22} (μs)	n_2
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

Les modèles BG et TCS présentent une nette discontinuité au front de l'arc en retour. Les autres modèles sont caractérisés par une croissance rapide du courant avec un temps de montée de durée finie égale à celui du courant à la base du canal.

Aussi, nous remarquons que pour tous les modèles excepté TL, il y a une décroissance de l'intensité du courant avec la hauteur.

De l'ensemble des travaux consacrés à ces différents modèles, il ressort que le MTL est celui qui est le plus utilisé. En effet Nucci et al. [II-18] ont montré que le modèle MTL reproduit d'une manière satisfaisante les principales caractéristiques des grandeurs trouvées par la mesure.

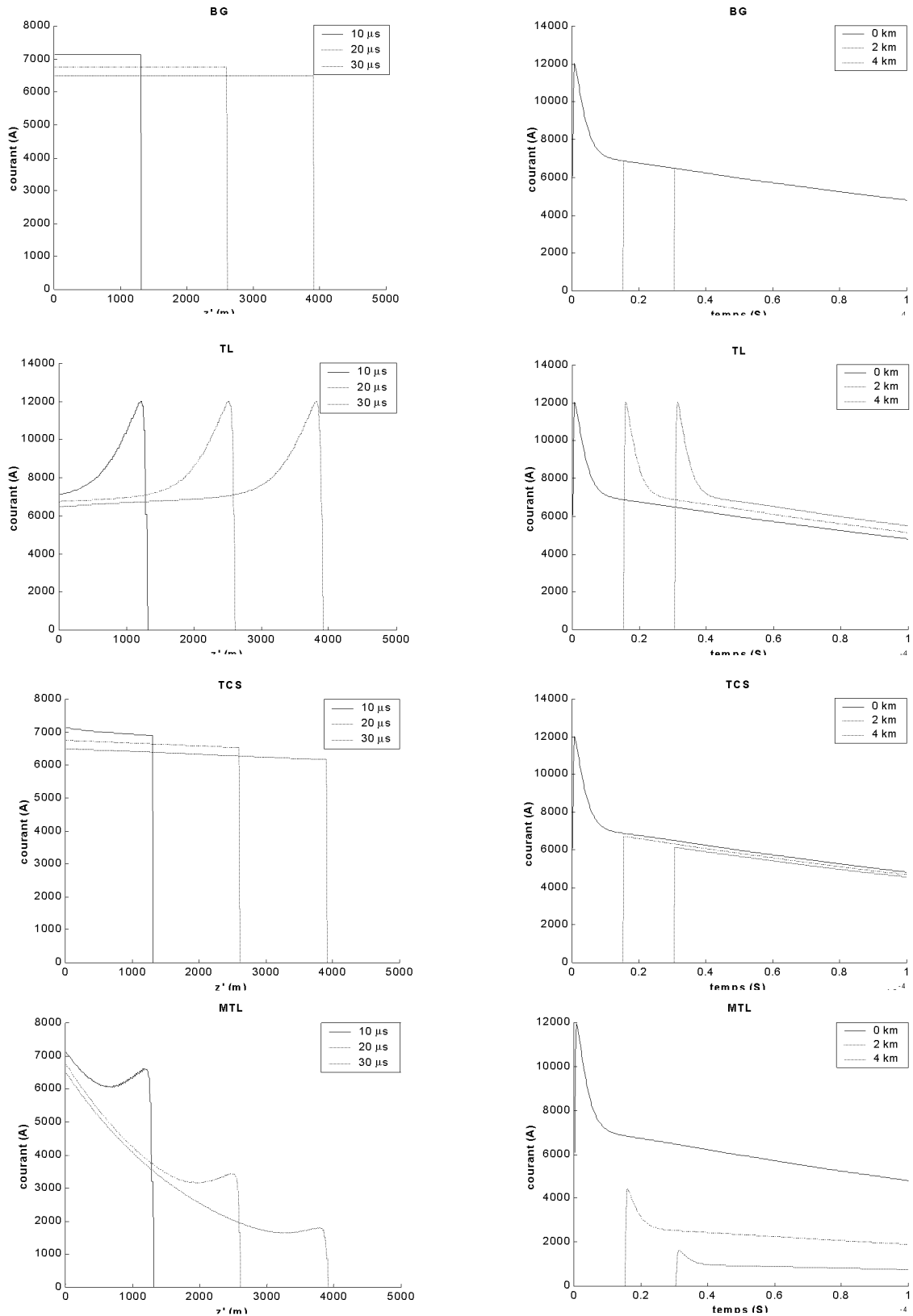


Figure II.4. Distribution spatiale et temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal pour les

différents modèles.

II.6 Equations du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse

Pour le phénomène naturel de décharges orageuses, les seuls éléments pour lesquels on possède suffisamment d'informations, sont les courants mesurés et enregistrés au pied de l'éclair et la signature électromagnétique des arcs en retour mesurée au sol à différentes distances.

A cet effet, de nombreux modèles pour le calcul du champ électromagnétique émis par une décharge orageuse ont été proposés ces dernières années, beaucoup sont à l'état d'esquisse et aucun ne rend compte totalement de la réalité. Ces modèles sont plus ou moins sophistiqués.

Les plus simples et les plus utilisés considèrent l'arc en retour comme une antenne filaire parcourue à vitesse constante ou non, par un courant impulsionnel. Ils prennent de même en compte ou non la résistivité des sols [II-14], [II-15].

Leurs formalismes utilisent comme seules hypothèses de base, les caractéristiques des champs rayonnés relevés à différentes distances de l'éclair et le courant mesuré au sol ainsi que la vitesse ascensionnelle de l'arc déduite de mesures optiques.

Dans notre travail, sachant que la littérature confirme une conformité acceptable entre la mesure et les calculs obtenus en représentant l'arc en retour comme une antenne filaire parcourue à vitesse constante, nous utilisons le formalisme des dipôles Hertiens [III-20] pour traiter la relation courant-champ électromagnétique rayonné par une onde de foudre.

II.6.1 Dipôle Hertzien

a) Point d'observation dans l'air

Dans ce paragraphe, nous traiterons d'abord le dipôle Hertzien qui est la source de rayonnement la plus simple. Cela fait, nous pourrions alors aborder le rayonnement d'une antenne filaire de longueur finie.

Pour le cas d'un sol parfaitement conducteur, le formalisme dipolaire offre l'avantage d'un modèle mathématique qui peut s'écrire aussi bien en fréquentiel qu'en temporel, ce qui évite les transformations mathématiques (FFT ou Laplace).

II.6.2 Position du problème

Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur H perpendiculaire à un plan infini parfaitement conducteur (figure II.5). L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse v .

L'antenne est parcourue par un courant dont la distribution spatio-temporelle $i(z', t)$.

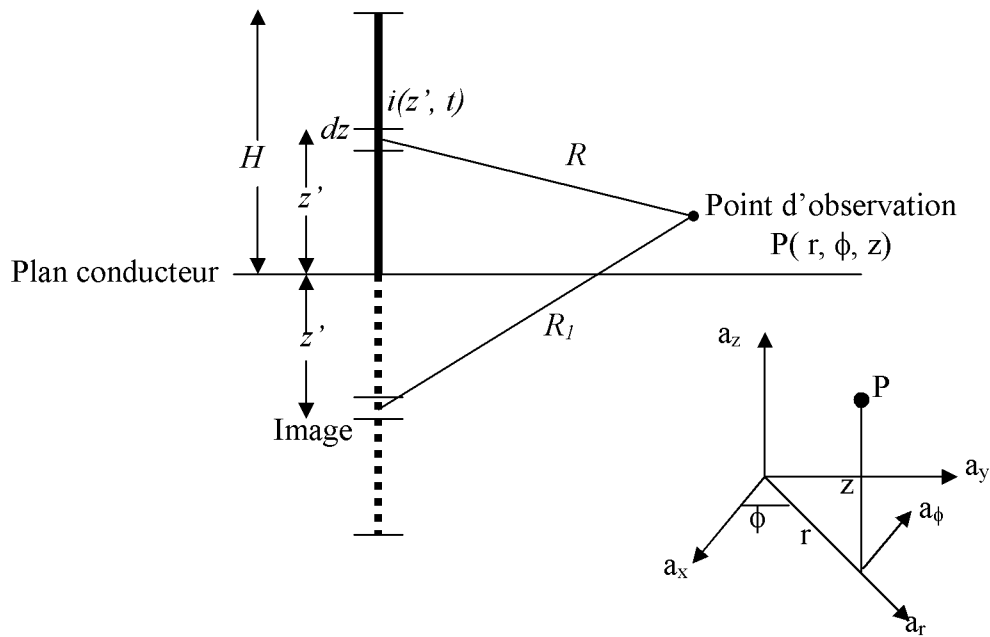


Figure II.5. Géométrie utilisée pour le calcul du champ électromagnétique généré par une décharge de foudre.

La méthode des dipôles consiste en une subdivision du support (structure filaire) en éléments appelés dipôles dont la taille est choisie de façon à masquer la propagation.

La longueur du dipôle doit satisfaire aux deux conditions suivantes :

$$1) \quad dz \leq \frac{\lambda}{20} \quad (\text{II.14})$$

Où :

dz la longueur d'un dipôle ;

λ pseudo longueur d'onde du phénomène transitoire.

Cette condition permet de masquer la propagation le long du dipôle, c'est-à-dire l'amplitude et la phase du courant le long du dipôle sont toutes deux indépendantes de z .

$$2) \quad dz \leq \frac{R}{10} \quad (\text{II.15})$$

R est le rayon d'observation ;

Cette condition permet de prendre en compte les petites variations de courant vues d'un point très proche de la structure filaire.

II.6.3 Formulation du calcul du champ pour un dipôle dans un espace libre

L'expression du potentiel vecteur magnétique pour un dipôle, dans l'espace libre "l'air" au point P, est la suivante :

$$d\vec{A}_z(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i(z', t-R(z')/c)}{R(z')} dz \vec{a}_z$$

(II.16)

Sachant que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} (\vec{A})$$

(II.17)

Notons aussi que :

$$i(z', t-R(z')/c) = i(t-R(z')/c)$$

(II.18)

On peut déduire l'expression du champ magnétique en coordonnées cylindrique :

$$dH_\phi(r, z, t) = \frac{dz}{4\pi R} \left[\frac{r}{R^2} i(z', t-R/c) + \frac{r}{cR} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \right]$$

(II.19)

Les composantes du champ électrique sont obtenues à partir des deux équations :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

(II.20)

$$div \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

(II.21)

Nous aurons alors :

$$dE_r(r, z, t) = \frac{dz}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left[\frac{3r(z-z')}{R^3} \int_0^t i(z', \tau-R/c) d\tau + \frac{3r(z-z')}{cR^2} i(z', t-R/c) - \frac{r(z-z')}{c^2 R} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \right]$$

(II.22)

$$dE_z(r, z, t) = \frac{dz}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left[\frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^3} \int_0^t i(z', \tau-R/c) d\tau + \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^2} i(z', t-R/c) - \frac{r^2}{c^2 R} \frac{\partial i(z', t-R/c)}{\partial t} \right]$$

(II.23)

Avec :

$$R = \sqrt{r^2 + (z-z')^2}$$

(II.24)

Et dans lesquelles

$i(z',t)$ est le courant le long du canal obtenu à partir de l'un des modèles de courant d'arc en retour cité ci-dessus ;

c est la vitesse de la lumière ;

ε_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide.

En II.22 Et II.23, le premier terme est appelé champ électrostatique, la seconde induction électrique ou champ intermédiaire, et le troisième champ de rayonnement électrique. En II.19, le premier terme est appelé champ d'induction magnétique et le second champ de rayonnement magnétique.

II.6.3.1 calcul des champs électromagnétique en coordonnées cartésiennes

Pour des raisons pratique, notamment pour le calcul du couplage d'une onde avec une structure filaire, les champs électrique et magnétique seront exprimés dans un repère cartésien par leurs trois composantes (H_x, H_y, H_z) et (E_x, E_y, E_z) . A partir de la figure II.5, on peut déduire les matrices de transformation suivantes :

$$\begin{bmatrix} dE_x \\ dE_y \\ dE_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dE_r \\ dE_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$$\begin{bmatrix} dH_x \\ dH_y \\ dH_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dH_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

II.6.3.2 Cas d'un sol parfaitement conducteur

Dans ce cas les courants induits dans le sol sont négligeables, l'angle de transmission tend vers zéro [II-21] et dans les deux cas cités précédemment (polarisation verticale et polarisation horizontale) le coefficient de réflexion tend vers -1 et le coefficient de transmission est pratiquement nul. Ceci nous conduit vers l'application directe de la théorie des images en gardant le même courant (en amplitude et en sens) dans l'antenne imaginaire (dipôle vertical).

Le champ total produit par l'arc en retour de la foudre est obtenu en intégrant II.19, II.22 et II.23 le long du canal réel et de son image ou par superposition de l'ensemble des contributions dipolaires (réelles et images).

$$E_T = \sum_{i=1}^n (E_{réel}^i + E_{image}^i)$$

(II.27)

$$H_T = \sum_{i=1}^n (H_{réel}^i + H_{image}^i)$$

(II.28)

Où n est le nombre des dipôles.

III.6.3.3 Cas d'un sol de conductivité finie

La mesure a montré que les champs électrique vertical et magnétique horizontal, rayonnés par une onde de foudre, ne sont pas affectés par la conductivité du sol, ils sont généralement calculés en supposant le sol comme une surface plane parfaitement conductrice [II-14], par contre la composante horizontale du champ électrique est beaucoup plus affectée par la conductivité du sol.

Dans notre travail, seul le champ électrique intervient dans le modèle mathématique que nous utiliserons dans la suite de notre travail pour le traitement du couplage électromagnétique.

Afin de prendre en compte l'effet de la continuité finie du sol, plusieurs corrections sont proposées dans la littérature [II-22], nous donnons un bref aperçu dans ce qui va suivre.

II.6.3.4 Calcul du champ horizontal à l'aide de la fonction « Wavetilt »

La fonction Wavetilt permet de déterminer le champ électrique horizontal apparaissant lors d'un sol de conductivité finie, à partir du champ vertical et en connaissant les paramètres électriques du sol. Cette fonction donne le rapport des transformées de Fourier des composantes horizontale et verticale du champ électrique ; elle est définie par [II-23] :

$$W(j\omega) = \frac{E_r(j\omega)}{E_{zp}(j\omega)} = \frac{I}{\sqrt{\varepsilon_{rg} + \sigma_g / j\omega\varepsilon_0}} \quad (\text{II.29})$$

Où :

$E_{zp}(j\omega)$ est la transformée de Fourier du champ électrique vertical calculé en supposant un sol parfait ;

$E_r(j\omega)$ est la transformée de Fourier du champ électrique horizontal pour un sol de conductivité finie ;

ω est la fréquence angulaire ;

ε_{rg} est la permittivité relative du sol ;

σ_g est la conductivité du sol.

Cette approche est valable pour des points d'observation lointains; par contre son application à courte distance ne décrit correctement l'évolution de la composante horizontale du champ électrique que pendant les premières microsecondes [II-23].

III.6.3.5 Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approche de Rubinstein

Récemment, Rubinstein [III-24] a proposé une approche selon laquelle le champ horizontal à une hauteur z au-dessus du sol peut se décomposer en deux termes : le premier représente l'effet de la conductivité finie du sol et s'obtient par une fonction similaire à Wavetilt mais utilisant le champ

magnétique ; le second terme est le champ horizontal calculé pour un sol de conductivité infinie. Le champ horizontal total est donné par la relation suivante dans le domaine fréquentiel :

$$E_r(r, z, j\omega) = H_{\phi p}(r, 0, j\omega) \frac{(1+j)}{\sigma_g \delta} + E_{rp}(r, z, j\omega)$$

(II.30)

$$E_{rs}(r, z = h, j\omega)$$

$$= E_{rp}(r, z = h, j\omega) - H_{\phi p}(r, z = 0, j\omega) \cdot \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon + \sigma_s/j\omega}} \quad (\text{II.31})$$

Avec :

– $E_{rp}(r, z = h, j\omega)$, la transformée de Fourier de la composante horizontale du champ électrique à une hauteur h du sol parfaitement conducteur ;

– $H_{\phi p}(r, z = 0, j\omega)$, la transformée de Fourier de la composante azimutale du champ magnétique à la surface du sol parfaitement conducteur.

Notons aussi que l'expression de Rubinstein, est transposable analytiquement dans le domaine temporel [III-25].

$$E_{rs}(r, z = h, t_n)$$

$$= E_{rp}(r, z = h, t_n) - Bessel(t_n) \cdot p_0 - \sum_{k=1}^{nbt} Bessel(t_n - t_k) \cdot (p_k - p_{k-1}) \quad (\text{III.32})$$

Où :

$$Bessel(t) = (\sqrt{\mu_0}/\sqrt{\varepsilon}) \cdot t \cdot \{I_0(a \cdot t) + I_1(a \cdot t)\} \cdot e^{-a \cdot t} \cdot U(t) \quad (\text{II.33})$$

p_k est la pente entre t_{k+1} et t_k

$$p_k = \frac{H_{\text{Op}}(r, z = 0, t_{k+1}) - H_{\text{Op}}(r, z = 0, t_k)}{t_{k+1} - t_k} \quad (\text{II. 34})$$

$U(t)$: la fonction échelon ; I_0 et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de la première espèce d'ordre 0 et d'ordre 1 et $\alpha = \sigma_s / (2 \cdot \varepsilon)$.

Dans notre travail, le champ électrique dans l'air corrigé pour une conductivité finie est réalisé directement en temporel à partir de l'expression (II.41). Pour un point situé dans le sol, nous utilisons l'expression proposée en [II-26].

b) Point d'observation dans le sol

La géométrie appropriée à ce problème est montrée en figure II.6. Considérons un dipôle élémentaire du canal de foudre localisé à une hauteur z' ; au-dessus d'un sol de conductivité finie, tel

que le point d'observation est situé à une distance horizontale r du canal de foudre et à une profondeur d au dessous de la surface de la terre.

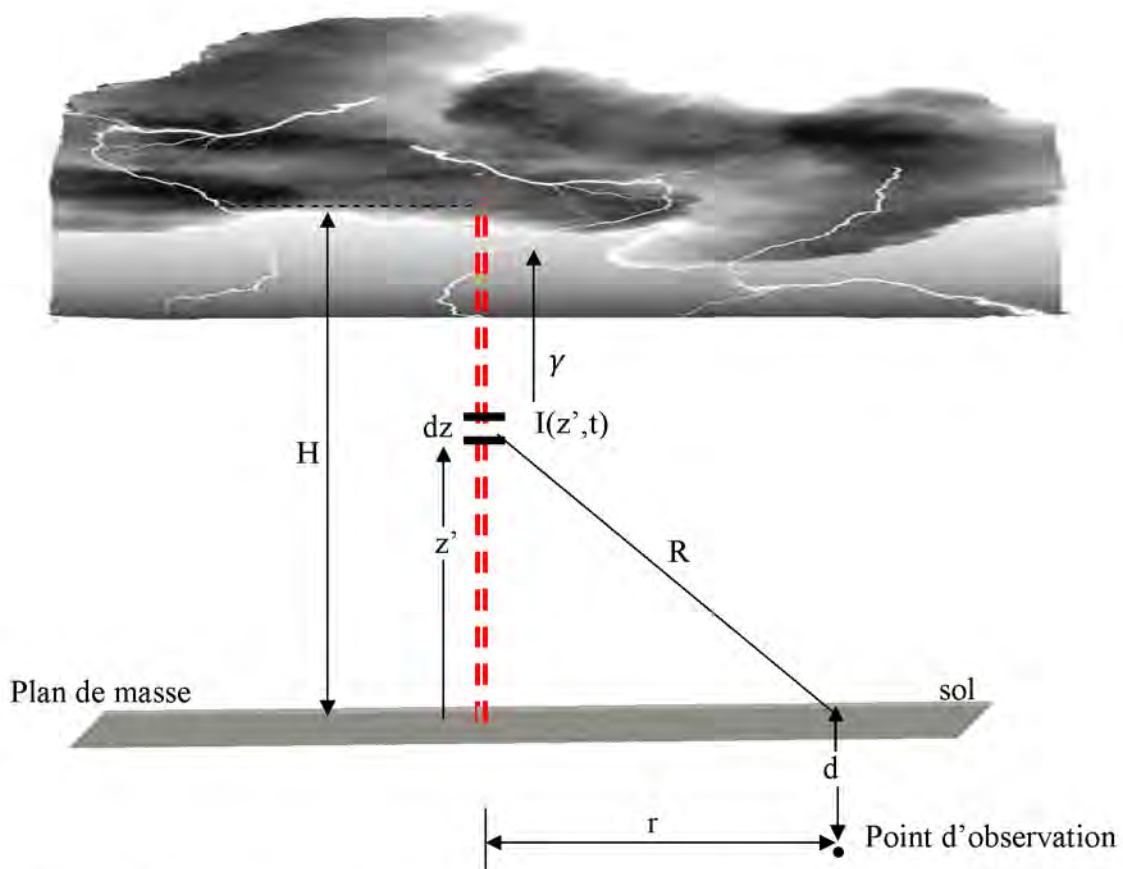


Figure II.6. Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre verticale au-dessous de la surface de la terre.

Les expressions simplifiées pour la détermination des champs électriques et magnétiques au-dessous du sol produit par le canal de foudre vertical ont été proposées récemment par Cooray[II-26].

$$E_z(j\omega, r, d) = E_z(j\omega, r, 0) \frac{\varepsilon_0 \exp(-k_g d)}{\sigma_s + j\omega \varepsilon_g} \quad (\text{II. 35})$$

$$E_r(j\omega, r, d) = E_r(j\omega, r, 0) \exp(-k_g d) \quad (\text{II. 36})$$

Dans ces expressions, les composante du champ électrique vertical et horizontale à la surface du sol $E_z(j\omega, r, 0)$ et $E_r(j\omega, r, 0)$ peuvent être calculées en supposant le sol comme parfait pour le champ électrique vertical, et l'approximation de Rubinstein pour le champ électrique horizontal. L'expression du champ magnétique azimuthal est comme suit :

$$H_{\theta, \sigma}(j\omega, r, d) = H_{\theta, \sigma}(j\omega, r, 0) \exp(-k_g d) \quad (\text{II. 37})$$

Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de représenter, de la manière la plus proche possible de la mesure, par un modèle mathématique la foudre en tant que source de rayonnement.

Pour ce faire, un passage obligé a été celui de définir d'abord l'onde de foudre comme un générateur de courant et nous avons exposé dans ce chapitre les modèles les plus présents dans la littérature.

Les expressions du champ électromagnétique rayonné sont déduites ensuite en s'appuyant sur le modèle des dipôles Hertzien et en considérant le canal de foudre comme une antenne verticale perpendiculaire au sol. Nous utilisons dans ce chapitre que l'expression simplifiée récemment proposée par Cooray pour le calcul du champ électrique souterrain.

Bien sûr ces différents modèles mathématiques établis à partir de constations et de mesure ne peuvent reproduire fidèlement une onde de foudre, car le caractère naturel de cette dernière ne peut être maîtrisé exactement même avec une mesure répétitive. Néanmoins, pour des besoins de simulations et afin de relayer la mesure, ces modèles peuvent constituer un apport très appréciable.

Références bibliographiques

- [II-1] **A. Boubakeur, R. Belaicha, A. Rahmani, R. Boudissa**; "Influence of Earth Conductivity on the Capture zones of an horizontal Lightning Conductor, 23rd International Conference of Lightning Protection (ICLP'1996), Vol.1, Firenze, Italy, 1996. pp:453-456.
- [II-2] **A. Boubakeur, R. Belaicha**, "Modèle de Protection en cas de Terre Mauvaise Conductrice", Congrès International, Foudre et Montagne, SEE, Chamonix, France, 1994. pp : 100-103.
- [II-3] **K. Berger**, "Novel Observations on Lightning Discharges: Results of Research on Mount San Salvatore", Journal of Franklin Institute, Vol. 283, N°6, June 1967.
- [II-4] **K. Berger**, "Methoden und Resultate der Blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den Jahren 1963- 1971", Bull. *SEV*, N°24, pp. 1403-1422, 1972.
- [II-5] **Y. T. Lin, M. A. Uman, J. A. Tiller, R. D. Branteley, W. H. Beasley, E. P. Krider, and C. D. Weidman**, "Characterization of Lightning Return Stroke Electric and Magnetic Fields from Simultaneous Two-Station Measurements", J. Geophys. Res., Vol. 84, pp.6307-6314, 1979.
- [II-6] **V. Cooray, S. Lundquist**, "Characteristics of the Radiation Fields from Lightning in Sri Lanka in the Tropics", J. Geophys. Res., 90:6099-6109, 1985.
- [II-7] **V. P. Idone, R. E. Orville**, "Lightning Return Stroke Velocities in the Thunderstorm Research International Program (TRIP)", Journal of Geophysical Research, Vol 87, pp. 4905-4915, 1982.
- [II-8] **M. A. Uman**, "The Lightning Discharge", Academic Press, 1987.
- [II-9] **C.A. Nucci** "Lightning-Induced Over Voltages on Overhead Power Lines. Part 1: Return-Stroke Current Models with Specified Channel-Base Current for the Evaluation of Return-Stroke Electromagnetic Field", Cigré paper prepared within the framework of task Force 33.01.01 of the CIGRE working Group 33.01,1994.Electra N°161, August 1995.
- [II-10] **C. A. Nucci, G. Diendorfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, C. Mazzetti**, "Lightning Return Stroke Current Models with Specified Channel-base Current: a Review and Comparison", Journal of Geophysical Research, Vol. 95, N°. D12, pp. 20395-20408, November 1990.
- [II-11] **F. Heidler**, " Analytische Blitzstrom-Funktion zur LEMP- Berechnung ", Paper 1.9, pp. 63-66, Munich, September 16-20, 1985
- [II-12] **C. E. R Bruce, R. M. Golde**, "The Lightning Discharge", Journal of IEE, Vol. 88, pp. 487-520, 1941.
- [II-13] **M. A. Uman, D. K. Mclain**, "Magnetic Field of Lightning Return Stroke", Journal of Geophysical Research, Vol. 74, pp. 6899-6909, 1969.

- [II-14] **Y. T. Lin, M. A. Uman, R. B. Standler**, “Lightning Return Stroke Models”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 85, pp. 1571-1583, 1980.
- [II-15] **M. Master, M. A. Uman, Y. T. Lin, R. B. Standler**, “Calculations of Lightning Return Stroke Electric and Magnetic Fields above ground”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 86, pp. 12127-12132, 1981.
- [II-16] **D. M. Jordan, M. A. Uman**, “Variation in Light Intensity with Height and Time from Subsequent Lightning Return Strokes”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 88, pp. 6555-6562, 1983.
- [II-17] **F. Heidler**, “Traveling Current Source Model for LEMP Calculation”, *Proc. 6th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1985.
- [II-18] **C. A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi, M. Ianoz**, “On Lightning Return Stroke Models for LEMP Calculations” *Proc. 19th International Conference on Lightning Protection*, Graz, 1988.
- [II-19] **G. Diendorfer, M. A. Uman**, “An Improved Return Stroke Model with Specified Channel-base Current”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 95, pp. 13621-13644, 1990.
- [II-20] **M. A. Uman, D. Kenneth Mc Lain and E. Philip Krider**, “The Electromagnetic radiation from finite antenna”. *American Journal Physics*, Vol. 43/33, pp.33-38, January 1975.
- [II-21] **P. Lorrain, D. R. Corson**, “Champs et Ondes Electromagnétiques”, Armand Colin, 1979.
- [II-22] **C. M. Wiggins and al**, “Measurement of Switching Transients in a 115kV Substation”, *IEEE Trans. On PWRD*, Vol. 4, N° 1, pp.756-769, January, 1989.
- [II-23] **M. J. Master, M. A. Uman**, “Lightning Induced Voltages on Power Lines: Theory”, *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, N° 9, pp. 2502-25-18, September 1984.
- [II-24] **M. Rubinstein**, “Voltages Induced on a Test Power Line from Artificially Initiated Lightning: Theory and Experiment”, *PH. D. Thesis Dissertation*, University of Florida, Gainesville, 1991.
- [II-25] **D.Orzan**, “Couplage Externe et Interne entre un Champ Electromagnétique et un Réseau de Lignes Multifilaires”. *Ph.D. dissertation*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, 1998.
- [II-26] **V.Cooray**, "Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes", *IEEE Trans.Electromag.Compat.*, Vol .43, No.1, February 2001, pp.75-84.

Couplage électromagnétique :
Formalismes théoriques

Introduction

Le calcul des courants et tensions induits le long d'une ligne ou d'un câble, par un champ électromagnétique externe, impose l'utilisation d'un modèle adéquat de couplage.

Ce troisième chapitre nous le consacrons au couplage électromagnétique. Cette notion très complexe généralement nécessite une analyse préalable aussi bien sur la géométrie de la victime que sur le contenu spectral de la source perturbatrice.

Les modèles les plus simples sont de type quasi-statique où la notion de circuit et des lois de Kirchhoff interviennent et sont utilisables en absence du moindre phénomène de propagation.

La théorie des antennes permet de décrire le formalisme le plus rigoureux qui tient compte de l'ensemble des phénomènes physiques et des particularités de la géométrie. L'analyse en temporel

nécessite un travail préalable en fréquentiel, puis l'utilisation de la FFT pour le passage fréquence-temps.

Enfin pour des raisons de traitement numérique (mise en œuvre simplifiée), un formalisme basé sur la théorie des lignes de transmissions, mieux adapté à l'étude du couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec une ligne ou un câble (structure filiforme) est introduit.

III.1 Analyse de couplage électromagnétique

Les courants et tensions induits par un coup de foudre indirect sur les lignes et les câbles, par couplage électromagnétique, peuvent s'avérer très perturbateurs et peuvent être responsables de dommages très importants en absence de protections. Leur estimation est de ce fait cruciale pour une coordination correcte des protections aussi bien des lignes que de l'électronique de bas niveau.

Afin de résoudre ce problème de couplage, c'est à dire la détermination des courants induits engendrés par un champ externe sur une structure filaire, plusieurs formalismes théoriques, dont la base sont les équations de Maxwell [III.1] et la théorie générale du champ électromagnétique, sont proposés dans la littérature.

Selon la nature de la source (transitoire ou permanente), des dimensions de la victime, des fréquences contenues dans le signal, le calcul de courants et tensions induits impose l'utilisation d'un modèle de couplage adéquat.

Trois formalismes principaux sont actuellement utilisés :

- Approximation quasi-statique [III.3];
- Théorie des antennes [III.2];
- Approximation des lignes de transmission [III.4].

Remarques :

1) La présence de l'interface air-sol nécessite la modification de la fonction de Green. Cette modification, faisant intervenir une intégrale infinie dite de Sommerfeld, du noyau de la fonction de Green permet de tenir compte de la conductivité finie du sol [III.12].

2) L'implémentation et le traitement numérique de l'équation intégrale en champ électrique par la méthode des moments n'est pas aisé et consomme un temps de calcul assez prohibitif qui nécessite par ailleurs des capacités mémoires très importantes même dans le cas de structures filiformes courtes. L'analyse en transitoire passe d'abord par des expressions théoriques harmoniques puis l'utilisation de la FFT.

III. 2. Formalisme des lignes de transmission

Utilisé le précédent formalisme pour la détermination des courants et tensions induits par une onde de foudre sur ligne de transport d'énergie ou un câble de télécommunication est théoriquement possible mais numériquement très coûteux en temps machine et les systèmes matricielles ainsi obtenus ne permettraient pas une résolution avec une précision appréciable.

Cette importante remarque nous a conduit vers l'utilisation d'un formalisme mieux approprié qui s'adapte correctement à la géométrie de notre problème. Le formalisme des lignes de transmissions,

utilisé dans les travaux les plus récents [III.6] pour l'analyse de ce type de problème, est celui que nous retenons pour notre étude.

III.2.1 Equation de couplage pour le cas d'un conducteur idéal au-dessus d'un sol parfaitement conducteur :

Le formalisme le plus rigoureux permettant de tenir compte de la quasi-totalité des phénomènes qui interviennent est bien sûr celui des antennes basé sur les équations de Maxwell comme on l'a décrit précédemment. Cependant, il est connu que la théorie des lignes est bâtit sur les propriétés du champ électromagnétiques, c'est-à-dire les équations de Maxwell. Sous certaines

approximations et hypothèses, il est alors possible de traduire des équations liant les champs électrique et magnétique en expressions faisant apparaître directement le courant et la tension

Les hypothèses de base de l'approximation des lignes de transmission sont [III.4] :

La géométrie de la ligne est raisonnablement uniforme ;

Le mode de propagation quasi transverse électromagnétique (quasi-TEM) est prépondérant le long de la ligne ;

Les dimensions transversales de la ligne sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde significative minimum λ_{\min} ;

La conservation du courant (somme des courants aller et retour est égale à zéro).

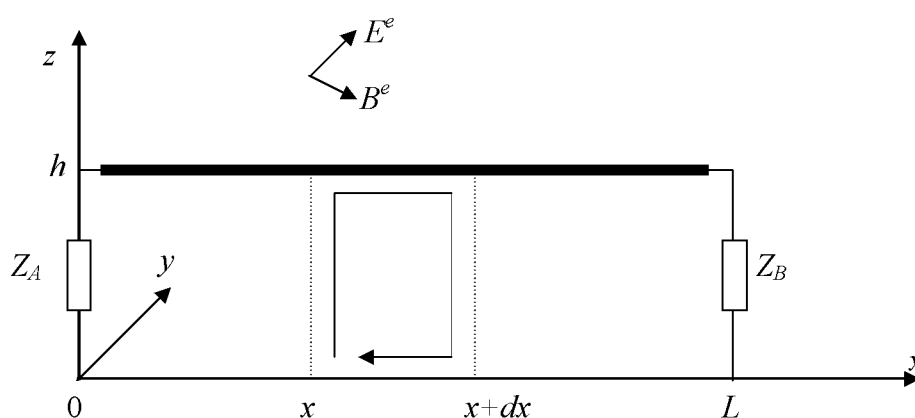


Figure III.1. Géométrie d'une ligne formée d'un conducteur illuminée par un champ électromagnétique.

Considérons une ligne de transmission formée d'un long conducteur de rayon a situé à une hauteur h au-dessus d'un sol parfaitement conducteur (figure III.I).

Les champs électromagnétiques excitateurs E^e et B^e sont définis comme la somme des champs incidents E^{inc} , B^{inc} et des champs réfléchis par le sol E^{ref} , B^{ref} , en l'absence du conducteur [III.4].

$$\vec{E}^e = \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{ref} \quad (III.1)$$

$$\vec{B}^e = \vec{B}^{inc} + \vec{B}^{ref} \quad (III.2)$$

Les champs totaux E et B s'obtiennent en faisant la somme des champs excitateurs E^e , B^e et les champs diffractés E^s , B^s qui représentent la réaction de la ligne au champ excitateur.

$$\vec{E} = \vec{E}^e + \vec{E}^s \quad (III.3)$$

$$\vec{B} = \vec{B}^e + \vec{B}^s \quad (III.4)$$

En partant de la première équation de Maxwell exprimée pour les champs totaux et en appliquant le théorème de Stokes, on obtient :

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Delta s} \vec{B} \cdot \vec{i}_y ds \quad (\text{III.5})$$

En suivant le contour d'intégration défini par la figure III.1, l'équation précédente s'écrit comme suit :

$$\int_0^h [E_z(x + \Delta x, z) - E_z(x, z)] dz + \int_x^{x+\Delta x} [E_x(x, h) - E_x(x, 0)] dx = - \frac{\partial}{\partial t} \int_x^{x+\Delta x} \int_0^h B_y(x, z) dx dz \quad (\text{III.6})$$

En divisant par Δx et en prenant la limite lorsque Δx tend vers zéro, on obtient :

$$- \frac{d}{dx} \int_0^h E_z(x, z) dz + E_x(x, h) - E_x(x, 0) = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y(x, z) dz \quad (\text{III.7})$$

Étant donné que $E_x(x, 0) = 0$ (sol parfaitement conducteur) et en définissant la tension transverse entre le conducteur et le sol comme :

$$U(x) = - \int_0^h E_z(x, z) dz \quad (\text{III.8})$$

L'équation III.7 s'écrit alors :

$$- \frac{dU(x)}{dx} + E_x(x, h) = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y(x, z) dz \quad (\text{III.9})$$

Si le conducteur est parfaitement conducteur, le champ électrique tangentiel total sur la surface du conducteur est également nul, $E_x(x, h) = 0$. Le dernier terme de l'équation III.9 peut être écrit en termes des champs excitateur et diffracté :

$$- \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y(x, z) dz = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y^s(x, z) dz - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y^e(x, z) dz \quad (\text{III.10})$$

En supposant que la hauteur h du conducteur est électriquement petite, le flux d'induction magnétique B_y^s dans l'air peut être évalué en utilisant la loi de Biot-Savart. Ceci a pour conséquence une relation linéaire entre le flux du champ magnétique propre et le courant de la ligne, le facteur de proportionnalité étant l'*inductance linéique* de la ligne L . Ceci est exprimé par :

$$\phi(x) = \int_0^h B_y^s(x, z) dz = L I(x) \quad (\text{III.11})$$

On trouve finalement en introduisant III.10 et III.3 dans III.9

$$\frac{dU(x)}{dx} + L \frac{\partial I(x)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y^e(x, z) dz \quad (\text{III.12})$$

L'équation III.12 représente la première équation de couplage.

Pour obtenir une deuxième équation, on peut partir de la deuxième équation de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

3)

En utilisant la loi d'Ohm $\vec{J} = \sigma_{air} \vec{E}$, où σ_{air} est la conductivité du milieu, et en écrivant l'équation ci-dessus pour la composante z , on obtient :

$$\frac{\partial E_z(x, z)}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \left[\frac{\partial B_y(x, z)}{\partial x} - \frac{\partial B_x(x, z)}{\partial y} \right] - \frac{\sigma_{air}}{\varepsilon_0} E_z(x, z) \quad (\text{III.1})$$

4)

En intégrant III.14 le long de l'axe z de zéro à h et en exprimant le champ d'induction magnétique en termes des composants excitateurs et propre, on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial U(x)}{\partial t} = & \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_y^s(x, z)}{\partial x} dz - \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_x^s(x, z)}{\partial y} dz + \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_y^e(x, z)}{\partial x} dz \\ & - \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_x^e(x, z)}{\partial y} dz + \frac{\sigma_{air}}{\varepsilon_0} U(x) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

5)

L'équation de Maxwell III.14 s'applique aussi aux composantes du champ exciteur ; en l'intégrant de zéro à h , on obtient :

$$\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_y^e(x, z)}{\partial x} dz - \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \int_0^h \frac{\partial B_x^e(x, z)}{\partial y} dz = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\sigma_{air}}{\varepsilon_0} \right) \int_0^h E_z^e(x, z) dz \quad (\text{III.1})$$

6)

D'autre part, la réponse de la ligne étant quasi-TEM, on a alors :

$$B_x^s = 0 \quad (\text{III.17})$$

En utilisant III.11, III.16 et III.17, et sachant que $\mu_0 \varepsilon_0 = LC^*$, C étant la capacité linéique de la ligne calculée pour un sol parfaitement conducteur, $\frac{\sigma_{air}}{\varepsilon_0} = \frac{G}{C}$, G étant la conductance linéique de la ligne, III.15 devient :

$$\frac{dI(x)}{dx} + G U(x) + C \frac{\partial U(x)}{\partial t} = - (G + C \frac{\partial}{\partial t}) \int_0^h E_z^v(x,z) dz \quad (\text{III.1})$$

8)

Il s'agit de *la deuxième équation de couplage*.

Ces deux équations III.12 et III.18 ont la forme des équations des télégraphistes avec des seconds membres non nuls (termes de sources) qui représentent l'action du champ électromagnétique externe.

Remarque :

La conductance transversale G est généralement négligée.

III.2.1.1 Modèles de couplage électromagnétique :

Les équations de couplage peuvent être exprimées sous forme de trois formulations équivalentes, dans lesquelles les termes de sources sont des fonctions :

- des composantes électrique et magnétique du champ exciteur (Modèle de Taylor, 1965)[III.4] ;
- des composantes du champ électrique exciteur (Modèle d'Agrawal, 1980) [III.7];
- des composantes du champ magnétique exciteur (Modèle de Rachidi, 1993) [III.8].

III.2.1.1.1 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ électrique exciteur :

Dans cette formulation, les deux équations introduites par Agrawal et al [III.7], déduites à partir des équations (III.12) et (III.18), sont exprimées en termes de tension diffractée et de courants totaux.

$$\frac{dU^s(x,t)}{dx} + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = E_x^e(x,h,t) \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{dI(x, t)}{dx} + C \frac{\partial U^s(x, t)}{\partial t} = 0$$

(III.20)

Où :

$E_x^e(x, h, t)$ est la composante horizontal du champ électrique excitateur le long de l'axe x à la hauteur h du conducteur ;

$U^s(x, t)$ est la tension dite diffractée, définie par :

$$U^s(x, t) = - \int_0^h E_z^s(x, z, t) dz$$

(III.21)

Où $E_z^s(x, z, t)$ est la composante verticale du champ électrique diffracté.

La tension totale induite sur la ligne $U(x, t)$ peut être exprimée en fonction des tensions diffractées $U^s(x, t)$ et des tensions excitatrices $U^e(x, t)$ par la relation suivante :

$$U(x, t) = U^s(x, t) + U^e(x, t) = - \int_0^h E_z^s(x, z, t) dz - \int_0^h E_z^e(x, z, t) dz$$

(III.22)

Les conditions aux limites pour la tension diffractée sont :

$$U^s(0, t) = - Z_A I(0, t) + \int_0^h E_z^s(0, z, t) dz$$

(III.23)

$$U^s(L, t) = Z_B I(L, t) + \int_0^h E_z^s(L, z, t) dz$$

(III.24)

Dans le modèle d'Agrawal, la composante horizontale du champ électrique excitateur le long de la ligne et le champ électrique vertical excitateur aux extrémités verticales de la ligne sont des termes qui apparaissent explicitement dans les équations pour produire la tension diffractée.

Agrawal et al ont proposé un circuit de couplage équivalent décrit par les deux équations (III.19) et (III.20). Ce circuit est représenté sur la figure III.2:

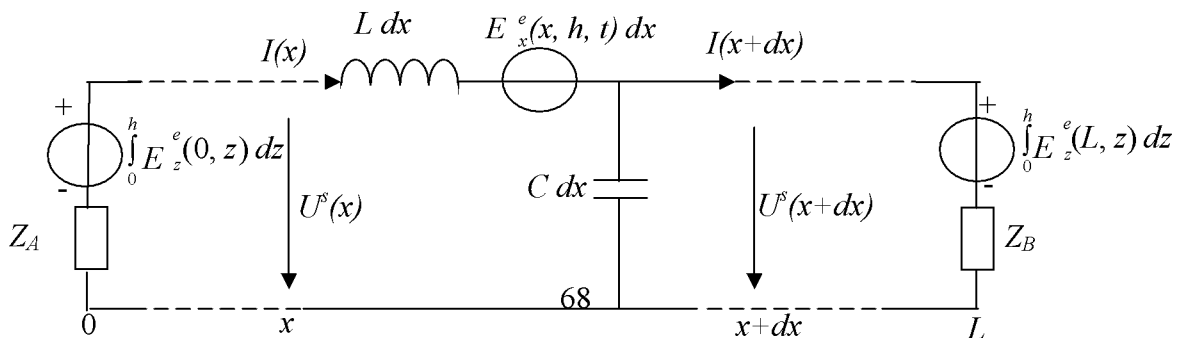


Figure III.2. Schéma équivalent différentiel de couplage d'après le modèle d'Agrawal et al. pour une ligne aérienne monophasée sans perte.

III.2.1.1.2 Equations de couplage en fonction du champ électrique et magnétique excitateurs

Bien que le modèle d'Agrawal soit le plus adapté d'après la littérature [III.6], il est important d'observer qu'une formulation équivalente des équations de couplage de la ligne de transmission avait été proposée par Taylor, Satterwhite et Harrison en 1965 [III.4].

$$\frac{dU(x,t)}{dx} + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y^e(x,z,t) dz \quad (\text{III.2})$$

$$5) \quad \frac{dI(x,t)}{dx} + C \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = - C \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h E_z^e(x,z,t) dz \quad (\text{III.2})$$

6)

Les conditions aux limites pour la tension sont :

$$U(0,t) = -Z_A I(0,t)$$

(III.27)

$$U(L,t) = Z_B I(L,t)$$

(III.28)

Il faut noter que dans la formulation de Taylor, le champ électrique vertical exciteur (source de courant) et le champ d'induction magnétique horizontal (transverse) exciteur (source de tension) apparaissent explicitement comme les termes sources.

Le circuit de couplage d'une ligne de transmission décrit par III.25 et III.26 est représenté en figure III.3.

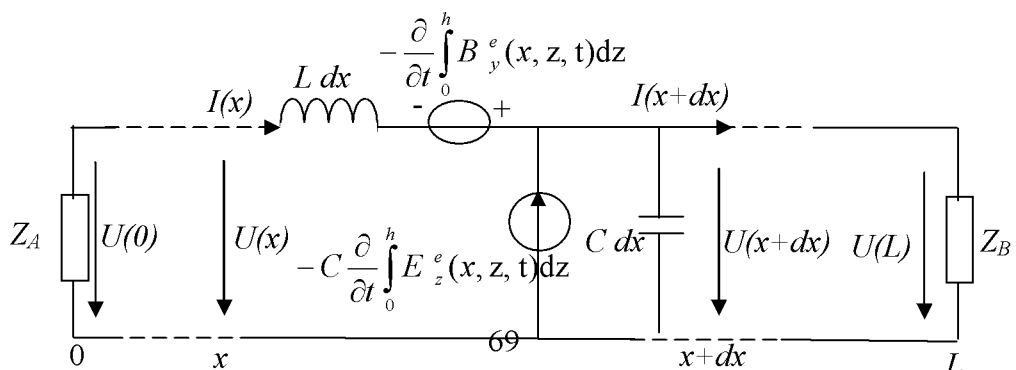


Figure III.3 Circuit de couplage différentiel d'après le modèle de Taylor et al. pour une ligne aérienne monophasée sans perte.

III.2.1.1.3 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ magnétique exciteur

Une autre formulation des équations de couplage, équivalente aux équations d'Agrawal et de Taylor, a été récemment développée par F. Rachidi [III.8].

Dans cette formulation, seul le champ magnétique apparaît explicitement comme un terme de source de courant.

$$\frac{dU(x,t)}{dx} + L \frac{\partial I^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.29})$$

$$\frac{dI^s(x,t)}{dx} + C \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{L_0} \int^h \frac{\partial B_x^e(x,z,t)}{\partial y} dz \quad (\text{III.30})$$

Où $I^s(x,t)$ est le courant diffracté ('scattered current') donné en fonction du courant total $I(x,t)$ par l'expression suivante :

$$I(x,t) = I^s(x,t) + I^e(x,t) \quad (\text{III.31})$$

Le terme $I^e(x,t)$ est appelé courant d'excitation défini par :

$$I^e(x,t) = -\frac{1}{L_0} \int^h B_y^e(x,z,t) dz \quad (\text{III.32})$$

Les conditions aux limites pour le courant diffracté sont :

$$I^s(0,t) = -\frac{U(0,t)}{Z_A} - I^e(0,t) \quad (\text{III.33})$$

$$I^s(L,t) = \frac{U(L,t)}{Z_B} - I^e(L,t) \quad (\text{III.34})$$

Le circuit de couplage décrit par les deux équations III.29 et III.30 est représenté sur figure III.3.

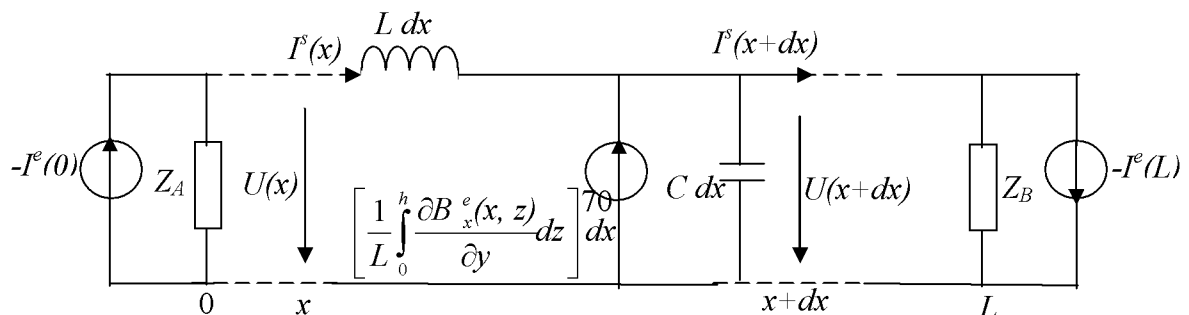


Figure III.3. Circuit de couplage différentiel d'après le modèle de Rachidi pour une ligne aérienne monophasée sans pertes.

Dans tout ce travail, nous traitons le couplage de l'onde de foudre avec une structure filaire blindée ou non à partir du modèle établi par Agrawal. Ce modèle est numériquement plus intéressant que les deux autres, car il ne fait intervenir qu'un seul terme de source dans une des deux équations ; et ce terme de source ne contient aucune différentiation par rapport au temps et à l'espace.

La contribution d'une composante de champ électromagnétique dans le mécanisme du couplage dépend du modèle adopté. Par conséquent, on ne peut parler de la contribution d'une composante donnée sans avoir au préalable spécifier le modèle utilisé.

III.3 Analyse d'un défaut externe transitoire dans un câble aérien blindé :

L'impact indirect de la foudre sur un réseau de ligne ou de câble est considéré comme un défaut externe. Ce thème a été l'objet de plusieurs travaux [3-1 à 3-3] et demeure encore d'actualité.

Pour l'analyse en fréquentiel d'un réseau maillé illuminé par une onde électromagnétique, plusieurs formalismes élaborés à partir de la théorie des lignes de transmission sont aujourd'hui proposés (C.R.Paul [3-4]).

L'étude directement en temporel est souvent souhaitable. Elle permet en effet une prise en compte souple des éléments non linéaires et évite les passages du fréquentiel vers le temporel et inversement qui peuvent être une source de bruits numériques.

La principale difficulté d'une modélisation directement en temporel est la prise en compte de la variation des paramètres linéiques d'un câble avec la fréquence.

Ce nouveau concept est élaboré en temporel à partir des équations générales des lignes de transmissions avec second membres, avec prise en compte de la dépendance fréquentielle des termes de corrections relatives à l'impédance d'un sol de conductivité finie ainsi que des non linéarités introduites par la présence des parasurtenseurs dont le rôle est l'écrêtage des surtensions. [III.18]

Pour cet objectif, après discrétisation par FDTD (Finite difference time domain) des équations de lignes excitées par une onde électromagnétique répartie et l'application en chaque nœud du câble des lois Kirchhoff en courant et en tension (KVL et KCL), nous construisons un système d'équations non linéaires ($f(X)=0$, $X=[x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n]$). Dans cette équation, la topologie du réseau avec l'ensemble de ses éléments (linéaire et non linéaire) et l'onde de foudre excitatrice sont pris en compte, le vecteur inconnu $[X]$ contient les tensions et courants dans tous les nœuds du câble.

III.3.1 Principe de l'étude :

Afin de traiter le problème de propagation d'une onde temporelle dans un réseau composé d'un câble (blindé ou non) et des charges linéaires ou non, on construit et résout un système de type [III.18]:

$$f(X)=0$$

Où :

$$X=[x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n]^t$$

f : fonctions non linéaires des variables $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$.

Dans notre problème, la non linéarité apparaît aux nœuds auxquels sont connectés des charges à comportement non linéaire (parasurtenseur).

Notre système peut aussi s'écrire sous la forme :

$$f(X) = [A].[X]-[B] = 0.$$

Où :

Le produit $[A].[X]$ est linéaire, et :

$$[B] = g(X)$$

g : fonctions non linéaires des variables $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$.

III.3.2 Equations des lignes couplées excitées par une onde électromagnétique :

Nous définissons le modèle d'une ligne couplée, par un ensemble de $N+1$ conducteurs disposés le long de l'axe longitudinal x . Un des conducteurs, le conducteur 0, sert de référence de tension, nous l'appelons en générale le conducteur neutre, la terre ou bien le plan de masse.

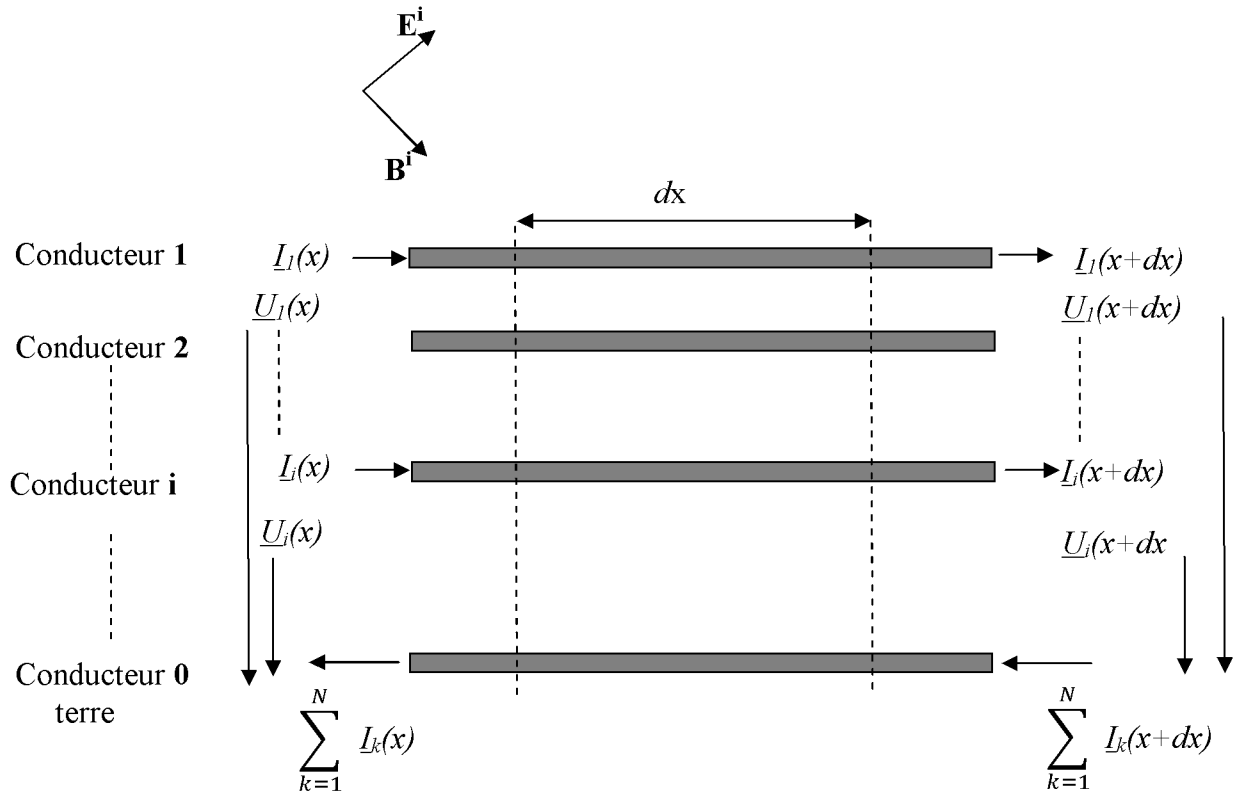


Figure III.4 Section infinitésimale dx de la ligne multifilaire.

Si nous considérons ensuite une section infinitésimale dx de cette ligne (figure III.4) comprise respectivement entre x et $(x+dx)$, les relations qui lient les tensions et les courants sur les conducteurs multiples sont exprimées par les équations matricielles suivantes :

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + [\hat{Z}][\hat{I}(x)] = [\hat{V}_F(x)] \quad (\text{III.35})$$

$$\frac{d}{dx} [\hat{I}(x)] + [\hat{Y}][\hat{V}(x)] = [\hat{I}_F(x)] \quad (\text{III.36})$$

Ces équations représentent le modèle connu sous l'appellation de modèle de Taylor [III.4]. Il s'agit de deux équations différentielles totales exactes de premier ordre, avec des dérivées par rapport

à la coordonnée longitudinale z de la ligne de transmission, dites les équations des lignes ou bien les équations MTL (Multiconducteur Transmission Line).

Avec :

$[\hat{V}(x)]$, $[\hat{I}(x)]$: Vecteurs tensions et vecteurs courants complexes de dimension N (N : nombre de conducteurs par ligne).

$[\hat{V}_F(x)]$, $[\hat{I}_F(x)]$: Les vecteurs sources exprimés en fonction du champ magnétique incident \vec{B}^i et du champ électrique incident \vec{E}^i .

La matrice impédance longitudinale est donnée par [3-6] :

$$[\hat{Z}] = j\omega[L] + [\hat{Z}_w] + [\hat{Z}_s]$$

$[L]$: Matrice inductance par unité de longueur pour une ligne aérienne muticonductrice pour un sol parfaitement conducteur.

III.4 Couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec un câble :

a) Cas d'un câble enterré : [III.20]

Considérant un câble enterré de longueur L (conducteur cylindrique enveloppé par une gaine), situé le long de l'axe x à une profondeur d, figure III.5. Le champ électrique vertical est négligé au-dessous du sol [III.20].

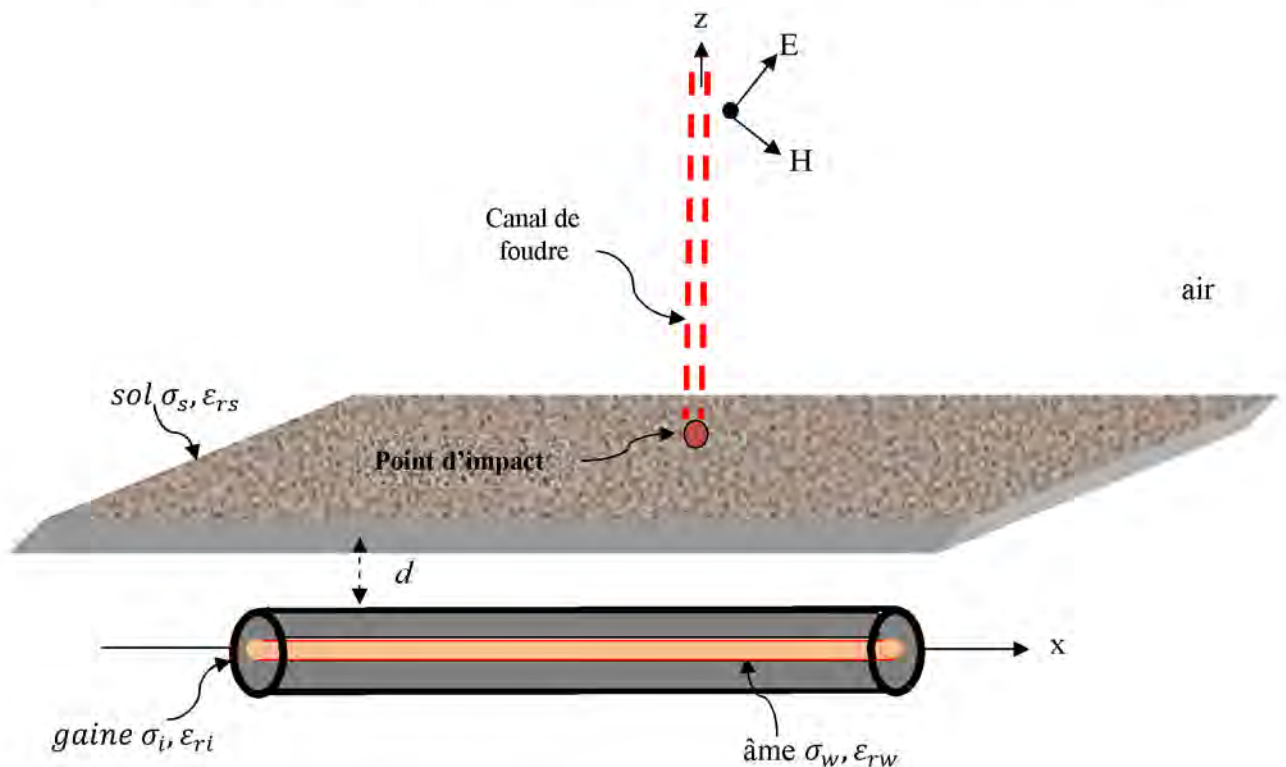


Figure III.5 câble enterré illuminé par une onde de foudre.

Les courants et les tensions induits le long du câble peuvent être calculés en utilisant la théorie des lignes de transmissions :

En utilisant le modèle d'Agrawal les deux équations (III.35, III.36) deviennent :

$$\frac{d}{dx}V(x) + Z.I(x) = E_x^e(x, z = -d) \quad (\text{III. 37})$$

$$\frac{d}{dx}I(x) + Y.V(x) = [I_F(x)] \quad (\text{III. 38})$$

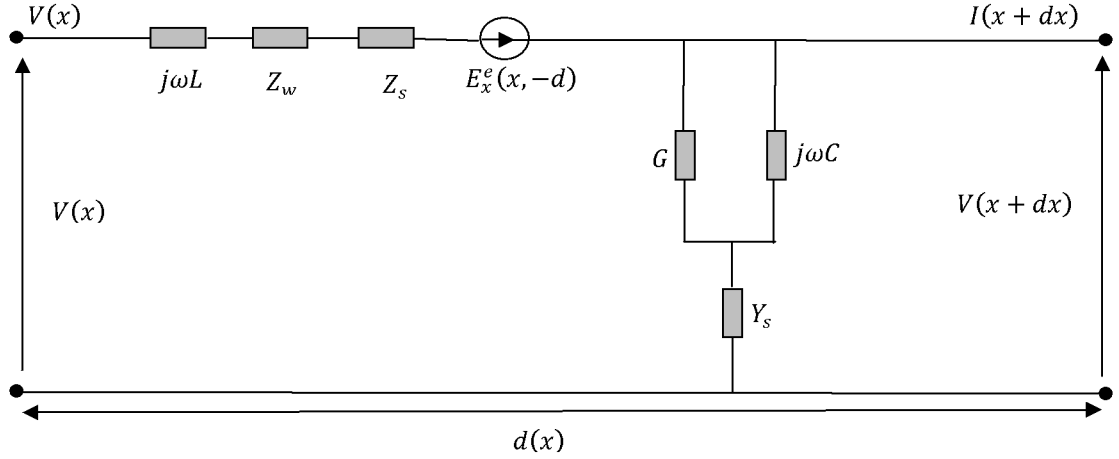


Figure III.6 circuit différentiel équivalent de couplage entre un câble enterré et un champ externe

Où :

$$Z = j\omega L + Z_w + Z_s \quad (\text{III. 39})$$

$$Y = \frac{(G + j\omega C) \cdot Y_s}{(G + j\omega C) + Y_s} = j\omega C + Y_{add} \quad , \text{ tel que } Y_{add} = \frac{-(j\omega C)^2}{j\omega C + Y_s} \quad (\text{III. 40})$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (\text{III. 41})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_{ri}}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{III. 42})$$

$$G = \frac{\sigma_i}{\epsilon_0\epsilon_{ri}} C \quad (\text{III. 43})$$

$$Z_w = \frac{\gamma_w I_0(\gamma_w a)}{2\pi\sigma_w I_1(\gamma_w a)} \quad (\text{III. 44})$$

$$\gamma_w = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_w + j\omega\epsilon_0\epsilon_{rw})} \quad (\text{III. 45})$$

Z_w : L'impédance interne du conducteur

L : L'inductance longitudinale du câble.

C : La capacitance transversale du câble.

G : La conductance transversale du câble.

Z_s : Impédance du sol.

Y_s : Admittance du sol.

$$Y_s = \frac{(\gamma_s)^2}{Z_s} \quad (\text{III. 46})$$

$$\gamma_s = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_s + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{rs})} \cong \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_s} \quad (\text{III. 47})$$

Analyse en temporel de couplage entre un câble enterré et une onde de foudre : [III.20]

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + \xi_s(t) \otimes \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = E_x^e(x, z = -d, t) \quad (\text{III. 48})$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \eta_s(t) \otimes \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{III. 49})$$

$\xi_s(t) = F^{-1}\left(\frac{Z_s}{j\omega}\right)$: résistance transitoire du sol.

$\eta_s(t) = F^{-1}\left(\frac{Y_{add}}{j\omega}\right)$: conductance transitoire du sol.

\otimes : Produit de convolution.

Donc :

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + Ri(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + \int_0^t \xi_s(t - \tau) \frac{\partial i(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau = E_x^e(x, z = -d, t) \quad (\text{III. 50})$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + Gv(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \int_0^t \eta_s(t - \tau) \frac{\partial v(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0 \quad (\text{III. 51})$$

Pour résoudre les deux équations de couplage (III.50), (III.51) dans le domaine du temps, nous utilisons la technique FDTD figure III.7.

La représentation de la première équation (III.50) par FDTD au nœud $((k - 1/2)\Delta x, n\Delta t)$, nous donne :

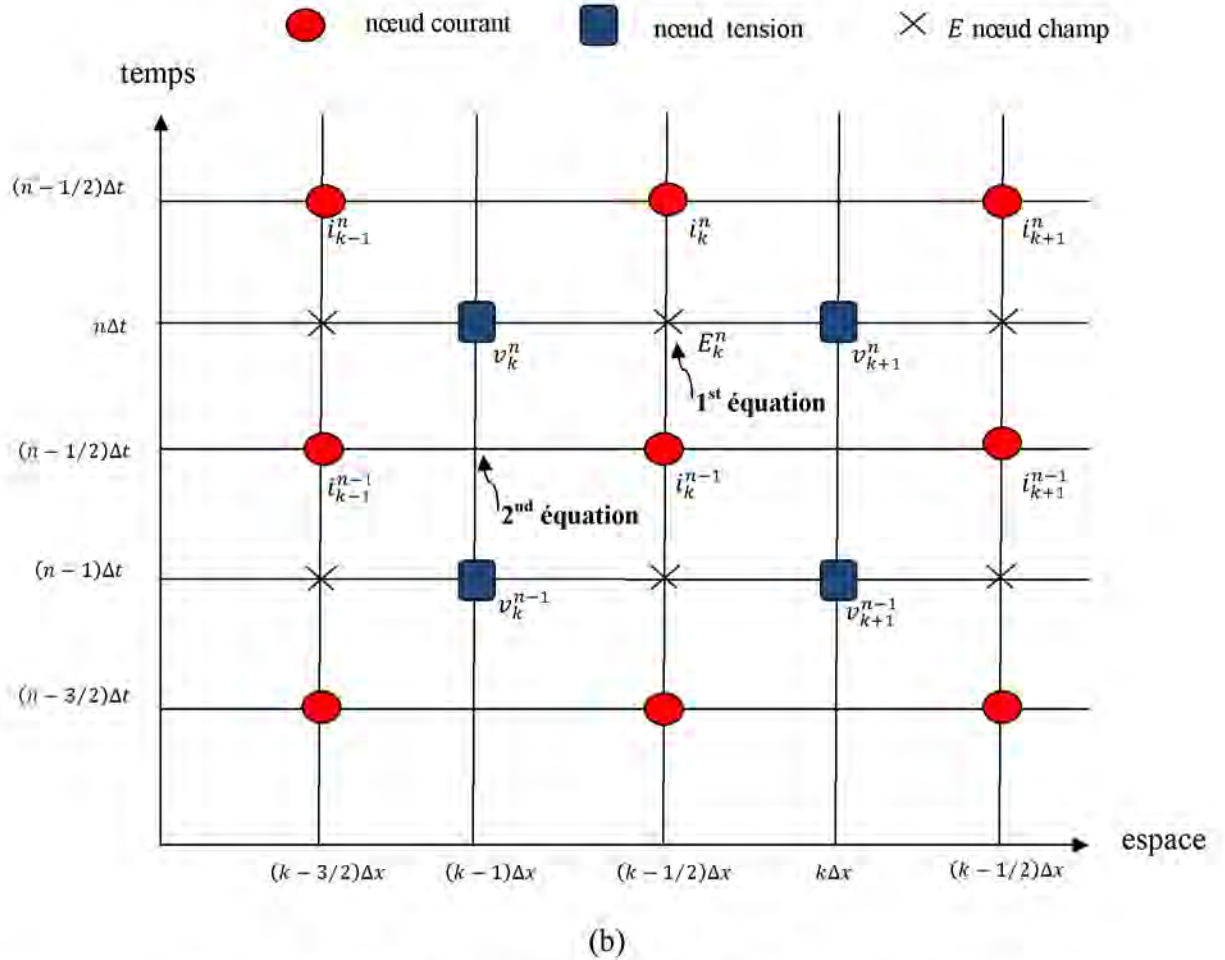
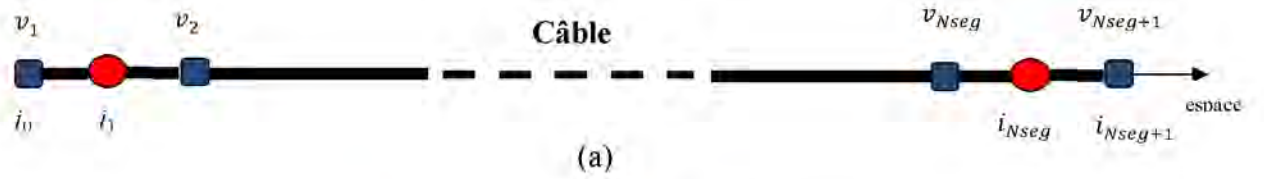


Figure III.7 discrétisation spatiale et temporelle des équations de

couplage.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} v((k-1/2)\Delta x, n\Delta t) + Ri((k-1/2)\Delta x, n\Delta t) + L \frac{\partial}{\partial t} ((k-1/2)\Delta x, n\Delta t) \\
 & + \int_0^{n\Delta t} \xi_s(n\Delta t - \tau) \frac{\partial}{\partial t} ((k-1/2)\Delta x, n\Delta t) d\tau \\
 & = E_x^s((k-1/2)\Delta x, n\Delta t) \quad (\text{III.52})
 \end{aligned}$$

-Discrétisation spatiale et temporelle :

$$v_k^n = v((k-1)\Delta x, n\Delta t)$$

$$i_k^n = i((k-1/2)\Delta x, (n+1/2)\Delta t)$$

$$\xi^n = \xi_s(n\Delta t)$$

$$E_k^n = E((k - 1/2)\Delta x, -d, n\Delta t)$$

Utilisant cette discrétisation, l'équation (III.52) devient :

$$\frac{v_{k+1}^n - v_k^n}{\Delta x} + R \frac{i_k^n + i_k^{n-1}}{2} + L \frac{i_k^n - i_k^{n-1}}{\Delta t} + V_{sk}^n = E_k^n \quad (\text{III. 53})$$

Avec :

$$V_s[(k - 1/2)\Delta x, n\Delta t] = V_{sk}^n$$

$$V_{sk}^n = \int_0^{n\Delta t} \xi_s(n\Delta t - \tau) \frac{\partial i}{\partial \tau}((k - 1/2)\Delta x, n\Delta t) d\tau \quad (\text{III. 54})$$

Pour résoudre cette intégrale nous utilisons la méthode trapézoïdale, V_{sk}^n peut être écrite sous :

$$V_{sk}^n = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{n-1} \{ \xi^{n-m-1} (i_k^{m+1} - i_k^m) + \xi^{n-m} (i_k^m - i_k^{m-1}) \} \quad (\text{III. 55})$$

$$V_{sk}^n = \frac{1}{2} \xi^n (i_k^0 - i_k^{-1}) + \sum_{m=1}^{n-1} \xi^{n-m} (i_k^m - i_k^{m-1}) + \frac{1}{2} \xi^0 (i_k^n - i_k^{n-1}) \quad (\text{III. 56})$$

Nous introduisons (III. 56) dans (III. 53), nous obtenons :

$$\frac{v_{k+1}^n - v_k^n}{\Delta x} + R \frac{i_k^n + i_k^{n-1}}{2} + L \frac{i_k^n - i_k^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{2} \xi^0 (i_k^n - i_k^{n-1}) + \sum_{m=1}^{n-1} \xi^{n-m} (i_k^m - i_k^{j-m}) = E_k^n \quad (\text{III. 57})$$

Le courant induit peut être exprimé sous la forme suivante :

$$i_k^n = \frac{1}{\left(\frac{L}{\Delta t} + \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2}\right)} \left[E_k^n - \frac{v_{k+1}^n - v_k^n}{\Delta x} + \left(\frac{L}{\Delta t} - \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2}\right) i_k^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{n-j} (i_k^j - i_k^{j-1}) \right] \quad (\text{III. 58})$$

La représentation de la deuxième équation (III.51) par FDTD au nœud $((k - 1/2)\Delta x, (n - 1/2)\Delta t)$, nous donne :

$$\frac{i_k^{n-1} - i_{k-1}^{n-1}}{\Delta x} + G \frac{v_k^n + v_k^{n-1}}{2} + C \frac{v_k^n - v_k^{n-1}}{\Delta t} + \sum_{j=1}^n \eta^{n-j} (v_k^j - v_k^{j-1}) = 0 \quad (\text{III.59})$$

Après des simplifications mathématiques, on trouve :

$$v_k^n = \frac{1}{\left(\frac{C}{\Delta t} + \frac{G}{2} + \frac{\eta^0}{2}\right)} \left[-\frac{i_k^{n-1} - i_{k-1}^{n-1}}{\Delta x} + \left(\frac{C}{\Delta t} - \frac{G}{2} + \frac{\eta^0}{2}\right) v_k^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \eta^{n-j} (v_k^j - v_k^{j-1}) \right] \quad (\text{III.60})$$

Les conditions aux limites :

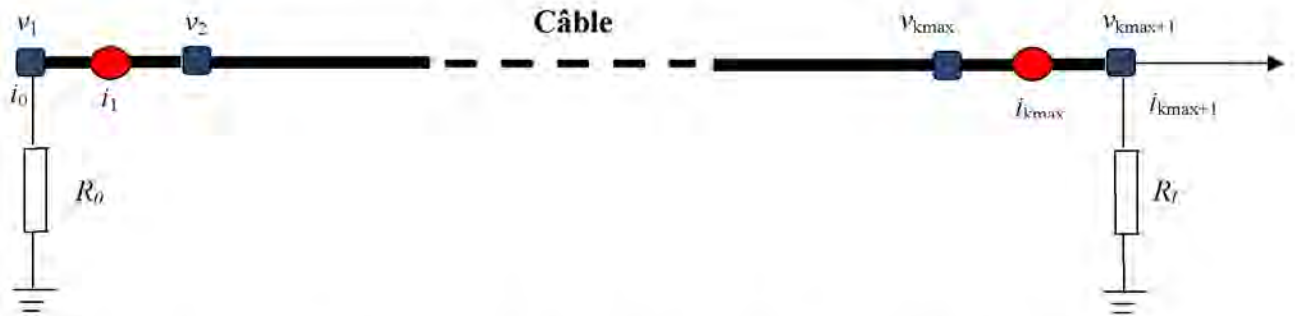


Figure III.8 représentation schématique de la discrétisation spatiale le long du câble pour des terminaisons résistive.

Les conditions aux limites pour le cas des terminaisons résistive R_0 et R_L figure (III.8) sont données par :

Si $x = 0$:

$$i_0^n = \frac{-v_1^n}{R_0} \quad (\text{III.61})$$

Le courant i_0^n peut être déterminé en utilisant une extrapolation linéaire :

$$i_0^n = \frac{3i_1^n - i_2^n}{2} \quad (\text{III.62})$$

Nous réécrivons (III.58) pour le nœud 1 :

$$i_1^n = \frac{1}{\frac{L}{\Delta t} + \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2}} \left[E_1^n - \frac{v_2^n - v_1^n}{\Delta x} + \left(\frac{L}{\Delta t} - \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} \right) i_1^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{n-j} (i_1^j - i_1^{j-1}) \right] \quad (\text{III. 63})$$

Combinant (III. 61) et (III. 62) on trouve :

$$v_1^n = -R_0 \frac{3i_1^n - i_2^n}{2} \quad (\text{III. 64})$$

Nous introduisons (III. 64) dans (III. 63) :

$$i_1^n = \frac{1}{\frac{L}{\Delta t} + \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} + 3 \frac{R_0}{2\Delta x}} \left[E_1^n - \frac{v_2^n}{\Delta x} + \frac{R_0}{2\Delta x} i_2^n + \left(\frac{L}{\Delta t} - \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} \right) i_1^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{n-j} (i_1^j - i_1^{j-1}) \right] \quad (\text{III. 65})$$

Si $x = L$:

$$\begin{aligned} & i_{N_{seg+1}}^n \\ &= \frac{v_{N_{seg+1}}^n}{R_0} \end{aligned} \quad (\text{III. 66})$$

Le courant $i_{N_{seg+1}}^n$ peut être déterminé en utilisant une extrapolation linéaire :

$$\begin{aligned} & i_{N_{seg+1}}^n \\ &= \frac{3i_{N_{seg}}^n - i_{N_{seg-1}}^n}{2} \end{aligned} \quad (\text{III. 67})$$

Nous réécrivons (III. 58) pour le nœud N_{seg} :

$$\begin{aligned} i_{N_{seg}}^n &= \frac{1}{\frac{L}{\Delta t} + \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2}} \left[E_{N_{seg}}^n - \frac{v_{N_{seg+1}}^n - v_{N_{seg}}^n}{\Delta x} + \left(\frac{L}{\Delta t} - \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} \right) i_{N_{seg}}^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{n-j} (i_{N_{seg}}^j - i_{N_{seg}}^{j-1}) \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 68})$$

Combinant (III. 66) et (III. 67) on trouve :

$$v_{N_{seg}+1}^n = R_L \frac{3i_{N_{seg}}^n - i_{N_{seg}-1}^n}{2} \quad (\text{III. 69})$$

Nous introduisons (III. 69) dans (III. 68) :

$$i_1^n = \frac{1}{\frac{L}{\Delta t} + \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} + 3 \frac{R_L}{2\Delta x}} \left[E_{N_{seg}}^n + \frac{v_{N_{seg}}^n}{\Delta x} + \frac{R_L}{2\Delta x} i_{N_{seg}-1}^n + \left(\frac{L}{\Delta t} - \frac{R}{2} + \frac{\xi^0}{2} \right) i_{N_{seg}}^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{n-j} \left(i_{N_{seg}}^j - i_{N_{seg}}^{j-1} \right) \right] \quad (\text{III. 70})$$

b) Cas d'un câble aérien blindé :

Soit un câble aérien blindé, situé à une hauteur h d'un sol de conductivité finie figure III.9, excité par une onde électromagnétique :

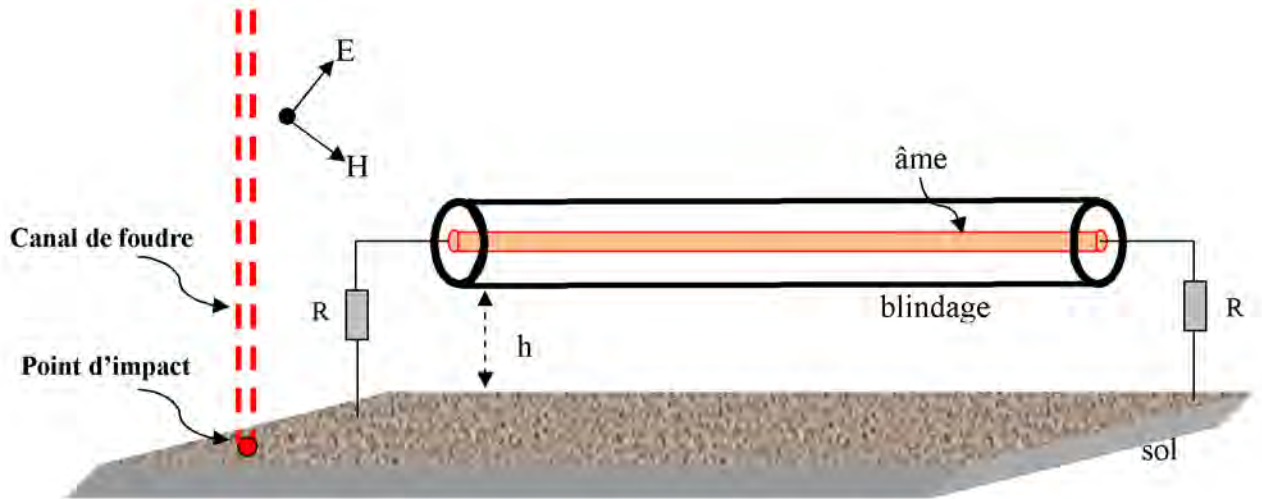


Figure III.9 : Câble aérien blindé illuminé par une onde de foudre.

Les équations de couplage en fréquentiel sont celles définies précédemment (III.35) et (III.36), où $[\hat{Z}]$ et $[\hat{Y}]$ sont les matrices impédance et admittances pour un câble blindé déduite par A.Ametani [3-15] (*annexe A*).

III.4.1 Matrice impédance d'un câble blindé aérien : [III.15]

En figure III.10 nous avons la coupe longitudinale d'un tronçon Δx d'un câble mono-âme blindé. Les tensions de l'âme et du blindage par rapport au sol sont notées respectivement V_a et V_b .

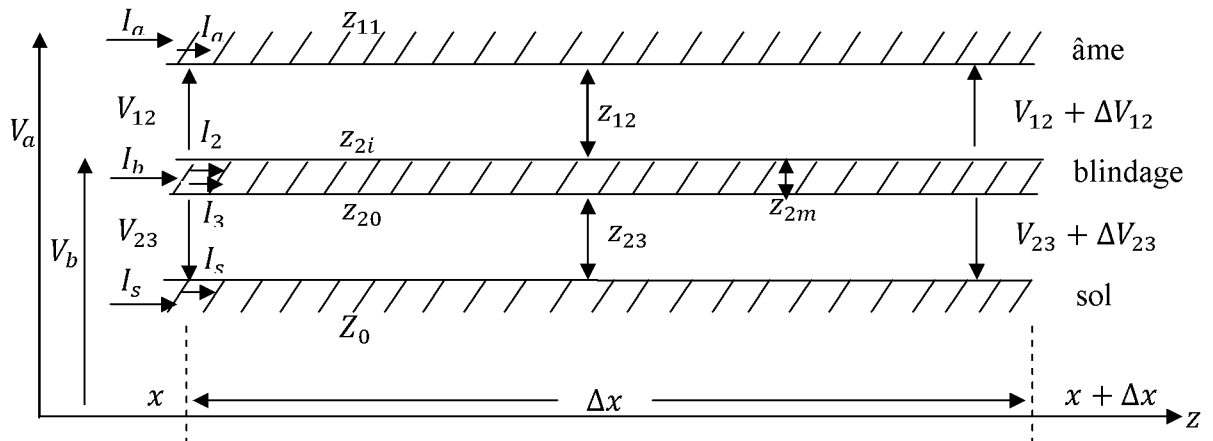


Figure III.10 Circuit équivalent des impédances d'une portion de longueur Δx d'un câble blindé.

En utilisant les lois de Kirchhoff, le concept des lignes couplées et par identification avec première équation des lignes :

$$\begin{aligned} \frac{d[V]}{dx} \\ = -[Z][I] \end{aligned} \quad \text{(III. 71)}$$

Avec le sol comme référence et où :

$[V] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix}$ et $[I] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$, nous déduisons la matrice impédance d'un câble blindé qui est définie alors comme suit : [3-15]

$$\begin{aligned} [\hat{Z}] \\ = [\hat{Z}_i] + [\hat{Z}_0] \end{aligned} \quad \text{(III. 72)}$$

La matrice $[\hat{Z}_i]$ est appelée matrice impédance interne propre du câble, et $[\hat{Z}_0]$ la matrice impédance du retour par la terre [3-15] et de son mode de pose (aérien ou souterrain).

Pour un câble blindé sans écran, la matrice $[\hat{Z}_i]$ se simplifie comme suit : [3-15] (**annexe A**)

$$[\hat{Z}_i] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ab} & Z_{bb} \end{bmatrix} \quad \text{(III. 73)}$$

Les éléments de la matrice $[\hat{Z}_i]$ sont définis comme suit :

Z_{aa} : Impédance propre de l'âme ;

Z_{bb} : Impédance propre du blindage ;

Z_{ab} : Impédance mutuelle entre l'âme et le blindage ;

Où :

$$Z_{aa} = (z_{11} + z_{12} + z_{2i}) + (z_{20} + z_{23}) - 2z_{2m} \quad (\text{III. 74})$$

$$Z_{bb} = (z_{20} + z_{23}) \quad (\text{III. 75})$$

$$Z_{ab} = (z_{20} + z_{23}) - 2z_{2m} \quad (\text{III. 76})$$

z_{11} : Impédance interne de la surface externe de l'âme ;

z_{12} : Impédance de l'isolant externe de l'âme ;

z_{2i} : Impédance interne de la surface interne du blindage ;

z_{2m} : Impédance mutuelle du blindage ou impédance de transfert ;

z_{20} : Impédance interne de la surface externe du blindage ;

z_{23} : Impédance de l'isolant externe du blindage ;

A ce stade nous proposons d'écrire la matrice \hat{Z}_i sous la forme suivante :

$$[\hat{Z}_i] = [\hat{Z}_b] + [\hat{Z}_L] \quad (\text{III. 77})$$

$$[\hat{Z}_L] = \begin{bmatrix} z_{12} + z_{23} & z_{20} - z_{2m} \\ z_{20} - z_{2m} & z_{20} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 78})$$

$$[\hat{Z}_b] = \begin{bmatrix} z_{2i} + z_{20} - 2z_{2m} & z_{20} - z_{2m} \\ z_{20} - z_{2m} & z_{20} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 79})$$

Nous notons $[\hat{Z}_b]$ comme matrice impédance du blindage.

En fréquentiel, pour la matrice $[\hat{Z}_b]$ nous définissons ces éléments à partir des expressions proposée par M.Feliziani et all. [III.16] :

$$z_{2i} = z_{20} = z_0(s) \cong \frac{1}{2\pi a} \frac{\eta_b \cdot \cosh(\gamma_b \cdot d)}{\sinh(\gamma_b \cdot d)} \quad (\text{III. 80})$$

Pour les impédances internes de la surface interne et externe du blindage.

$$z_{2m} = z_t(s) \cong \frac{1}{2\pi a} \frac{\eta_b}{\sinh(\gamma_b \cdot d)} \quad \text{où } s = j\omega \quad (\text{III. 81})$$

Pour l'impédance de transfert du blindage.

$$\eta_b \cong \sqrt{\frac{s\mu_b}{\sigma_b}} \quad : \text{ l'impédance intrinsèque d'un blindage bon conducteur.}$$

d : Epaisseur du blindage et a son rayon intérieur.

γ_b : Constante de propagation dans le blindage ; pour un blindage bon conducteur γ_b s'exprime comme suit :

$$\gamma_b \cong \sqrt{j\omega\mu_b\sigma_b}, \text{ où } \mu_b \text{ et } \sigma_b \text{ sont sa perméabilité et sa conductivité.}$$

Donc :

$$[\hat{Z}_b] = \begin{bmatrix} 2 \cdot (z_0(s) - z_t(s)) & z_0(s) - z_t(s) \\ z_0(s) - z_t(s) & z_0(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.82})$$

Le calcul exact de l'impédance de transfert du blindage homogène a été mené par S.A.Schelkunoff [III-17] ; son expression simplifiée est applicable dans les cas pratiques où le diamètre du blindage est bien supérieur à son épaisseur et la profondeur de pénétration. (*annexe B*).

Pour la matrice $[\hat{Z}_0]$, dite impédance de retour par le sol, elle est définie comme suit [III-15] :

$$[\hat{Z}_0] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_0 & \hat{Z}_0 \\ \hat{Z}_0 & \hat{Z}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.83})$$

Avec :

$$[\hat{Z}_0] = [\hat{Z}_s] + [\hat{Z}_e] \quad (\text{III.84})$$

$[\hat{Z}_s]$: Impédance du sol qui tient compte de l'effet de la conductivité finie du sol, dont l'expression générale pour l'impédance mutuelle entre deux conducteurs i et j issue des travaux d'E.D. Sunde [III.9] est donnée par l'équation :

$$\hat{Z}_{sij} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_i+h_j)\cdot x}}{\sqrt{x^2 + \gamma_s^2} + x} \cdot \cos(r_{ij} \cdot x) dx \quad (\text{III.85})$$

$[\hat{Z}_e]$: Impédance externe propre du circuit formé par le câble et le sol parfait. Dans le cas d'un câble aérien de rayon extérieur r_{ext} est situé à une hauteur h du sol cette impédance s'exprime comme suit [III-15] :

$$[\hat{Z}_e] = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h}{r_{ext}}\right) = j\omega L_e \quad (\text{III.86})$$

Ce qui nous donne pour la matrice $[\hat{Z}]$, l'expression suivante :

$$[\hat{Z}] = [\hat{Z}_b] + [\hat{Z}_L] + [\hat{Z}_s] + [\hat{Z}_e] = [\hat{Z}'] + j\omega[L] \quad (\text{III.87})$$

En définissant par $[\hat{Z}']$:

$$[\hat{Z}'] = [\hat{Z}_b] + [\hat{Z}_s] \quad (\text{III.88})$$

Et par la matrice $[L]$:

$$[L] = \frac{([\hat{Z}_e] + [\hat{Z}_L])}{j\omega} = \begin{bmatrix} L_e + L_{12} + L_{23} & L_e + L_{23} \\ L_e + L_{23} & L_e + L_{23} \end{bmatrix} \quad (\text{III.89})$$

Les éléments L_e , L_{12} et L_{23} sont indépendants de la fréquence et bien définis analytiquement [III-15]

(Voir annexe A).

III.4.2 Matrice admittance d'un câble blindé aérien :

Pour la matrice admittance du câble $[\hat{Y}]$, en négligeant l'effet de la conductivité finie du sol dans le cas d'un câble aérien [III-15], son expression simplifiée est comme suit :

$$[\hat{Y}] = [G] + j\omega[C] \quad (\text{III. 90})$$

Généralement la matrice conductance $[G]$ est négligée et la matrice $[\hat{Y}]$ est réduite à l'effet capacitif. Avec $[C] = [P]^{-1}$, ($[P]$: Matrice des coefficients de potentiel [III-15]).

Le calcul de la matrice admittance est réalisé après définition et détermination de la matrice des coefficients de potentiel $[P]$ qui est donné comme suit [3-15] (*Annexe A*) :

Pour un câble aérien :

$$[P] = [P_i] + [P_0] \quad (\text{III. 91})$$

Pour un câble enterré :

$$[P] = [P_i] \quad (\text{III. 92})$$

La matrice $[P_i]$ est appelée matrice des coefficients de potentiel interne du câble, et $[P_0]$ la matrice des coefficients de potentiel de l'espace [III-15].

Lorsque le câble se compose d'une âme et d'un blindage, ces deux matrices s'expriment [III-15] :

$$[P_i] = \begin{bmatrix} P_a + P_b & P_b \\ P_b & P_b \end{bmatrix} \quad (\text{III. 93})$$

$$[P_0] = \begin{bmatrix} P_0 & P_0 \\ P_0 & P_0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 94})$$

$$P_0 = (1/2\pi\epsilon_0) \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h}{r_{ext}}\right) \quad (\text{III. 95})$$

h : hauteur du câble par rapport au sol.

(Voir annexe A).

III.4.3 Equations de couplage onde câble blindé en fréquentiel :

En tenant compte des relations développées précédemment, où $[\hat{Z}] = [\hat{Z}'] + j\omega[L]$, l'équation (III.35) devient :

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + j\omega[L] \cdot [\hat{I}(x)] + [\hat{Z}'] \cdot [\hat{I}(x)] = [\hat{V}_F(x)] \quad (\text{III. 96})$$

Où :

$$[\hat{Z}'] = [\hat{Z}_b] + [\hat{Z}_s] \quad (\text{III. 97})$$

$[\hat{Z}_b]$: Matrice impédance du blindage.

$[\hat{Z}_s]$: Matrice impédance du sol.

III.4.4 Equations de couplage onde câble blindé en temporel :

L'équation (III.96) écrite sous cette forme ne permet pas un passage aisé du fréquentiel vers le temporel en faisant intervenir un produit de convolution $F^{-1}([\hat{Z}'] \cdot [\hat{I}(x)])$ assez complexe de part la nature et la composition de la matrice $[\hat{Z}'] = [\hat{Z}_b] + [\hat{Z}_s]$. Afin de lever cette difficulté, en s'inspirant des travaux de F.M Tesche [III.19] (cas d'une ligne aérienne), nous proposons de réécrire l'équation (III.96) sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + j\omega [L] \cdot [\hat{I}(x)] + [\hat{Z}_s] \cdot [\hat{I}(x)] + [\hat{Z}_b] \cdot [\hat{I}(x)] = [\hat{V}_F(x)] \quad (\text{III.98})$$

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + j\omega [L] \cdot [\hat{I}(x)] + \left(\frac{[\hat{Z}_s]}{j\omega} \right) \cdot j\omega [\hat{I}(x)] + \left(\frac{[\hat{Z}_b]}{j\omega} \right) \cdot j\omega [\hat{I}(x)] = [\hat{V}_F(x)] \quad (\text{III.99})$$

En temporel son expression est comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x, t)] + [L] \frac{\partial}{\partial t} [i(x, t)] + [\xi_s(t)] \otimes \frac{\partial}{\partial t} [i(x, t)] + [\xi_b(t)] \otimes \frac{\partial}{\partial t} [i(x, t)] = [V_F(x, t)] \quad (\text{III.100})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [v(x, t)] + [L] \frac{\partial}{\partial t} [i(x, t)] + \int_0^t [\xi_s(t - \tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau + \\ \int_0^t [\xi_b(t - \tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau = [V_F(x, t)] \end{aligned} \quad (\text{III.101})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [i(x, t)] + [G][v(x, t)] + [C] \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot [v(x, t)] = [I_F(x, t)] \quad (\text{III.102})$$

Avec :

$$[V_F(x, t)] = - \frac{\partial}{\partial z} [E_T(x, t)] + [E_L(x, t)] \quad (\text{III.103})$$

$$[I_F(x, t)] = -[G] \cdot [E_T(x, t)] - [C] \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot [E_L(x, t)] \quad (\text{III.104})$$

$$[\xi_s] = F^{-1} \left(\frac{[\hat{Z}_s]}{j\omega} \right) \quad (\text{III.105})$$

$$[\xi_b] = F^{-1} \left(\frac{[\hat{Z}_b]}{j\omega} \right) \quad (\text{III.106})$$

⊗ : Produit de convolution.

$[\xi_s]$: est définie comme la matrice résistance due à la conductivité finie du sol [3.19] ;

$[\xi_b]$: est définie comme la matrice résistance due à la conductivité finie du blindage.

Pour le calcul de $[\xi_s]$ et $[\xi_b]$ (*Voir annexe B*).

L'équation (III.101) compte deux intégrales de convolution $conv_s$ et $conv_b$:

$$\int_0^t [\xi_s(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau + \int_0^t [\xi_b(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau = conv_s + conv_b \quad (\text{III. 107})$$

Avec :

$$conv_s = \int_0^t [\xi_s(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau \quad (\text{III. 108})$$

$conv_s$: est le terme de correction faisant intervenir la conductivité finie du sol.

$$conv_b = \int_0^t [\xi_b(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau \quad (\text{III. 109})$$

$conv_b$: est le terme de correction faisant intervenir la conductivité finie du blindage.

En temporel l'équation (III.102) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} [i(x, t)] + [C] \frac{\partial}{\partial t} [v(x, t)] = [I_F(z, t)] \quad (\text{III. 110})$$

Avec :

$$[I_F(x, t)] = -[C] \frac{\partial}{\partial t} [E_T(x, t)] \quad (\text{III. 111})$$

$[G]$: est négligeable.

L'équation de couplage (III. 101) ainsi écrite ne permet pas une résolution aisée par la méthode des différences finies à points centrés. En effet les produits de convolution ($conv_s$ et $conv_b$) nécessitent un traitement préalable pour éviter un calcul purement numérique assez lourd et prohibitif en temps machine. Afin de contourner cette difficulté, il est nécessaire de faire appel à des expressions analytiques modifiées pour les expressions temporelles du sol et du blindage de câble (**annexe B**).

En tenant compte des expressions simplifiées de ($conv_s$ et $conv_b$) et de la quantité IMAT (**annexe B**), l'équation (III. 101) devient [III.18] :

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x, t)] + [L] \frac{\partial}{\partial t} [i(x, t)] + [v_1(x, t)] + [v_2(x, t)] = -\frac{\partial}{\partial x} [E_T(x, t)] + [E_L(x, t)] \quad (\text{III. 112})$$

Avec :

$$[v_1(x, t)] = \int_0^{t-\Delta t} [\xi_s(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau + \int_0^{t-\Delta t} [\xi_b(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau \quad (\text{III. 113})$$

$$[v_2(x, t)] = \int_{t-\Delta t}^t [\xi_s(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau + \int_{t-\Delta t}^t [\xi_b(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(x, \tau)] d\tau \quad (\text{III. 114})$$

$$[v_2(x, t)] \approx [[i(x, t)] - [i(x, t - \Delta t)]] \cdot \left(2 \cdot [\xi_s(\Delta t)] + \frac{IMAT}{\Delta t} \cdot \Delta t \right) \quad (\text{III.115})$$

(Voir Annexe B).

III.5 Quelques rappels sur la méthode des différences finies :

La méthode **F.D.T.D** (Finite Difference Time Domain) ou la méthode des différences finies dans le domaine temporel est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielle dans le domaine temporel.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par Yee en 1966, la méthode consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées.

III.5.1 Définition :

La méthode des différences finies temporelle à été appliquée pour trouver les solutions numériques de plusieurs types de problèmes dans différentes domaines. Elle est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel $\frac{\partial}{\partial}$ à un opérateur aux différences $\frac{\Delta}{\Delta}$ où chaque dérivée est remplacée par des différences finies c'est-à-dire que lors de la dérivation, la distance entre de points ne tend pas vers zéro [III.20].

III.5.2 Discrétisation par FDTD des équations de couplage :

La méthode des différences finies permet de résoudre numériquement les équations de couplage après conversion des dérivées par des différences finies, il s'agit tout d'abord de subdiviser alternativement notre câble à des nœuds de tension et des nœuds de courants, pour déduire des équations de récurrences en tension et en courant en chaque nœud.

Notons que la discrétisation spatio-temporelle alterne un nœud tension et un nœud courant séparé par $\Delta z/2$ dans l'espace et $\Delta t/2$ dans le temps ; les deux nœuds d'extrémités sont des nœuds de tensions. (Figure III.11).

Alors, il est nécessaire de définir un pas temporel Δt pour discrétiser le temps et un pas spatial pour discrétiser l'espace. [III.18]

-Discrétisation spatiale et temporelle :

$$[v_k^n] = [v[(k - 1)\Delta x, n\Delta t]],$$

$$[i_k^n] = \left[i \left[\left(k - \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right] \right]$$

$$[E_{T,k}^n] = [E_T[(k-1)\Delta x, n\Delta t]]$$

$$[E_{L,k}^n] = \left[E_L \left[\left(k - \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right] \right],$$

Les indices n et k respectivement le temps et l'espace.

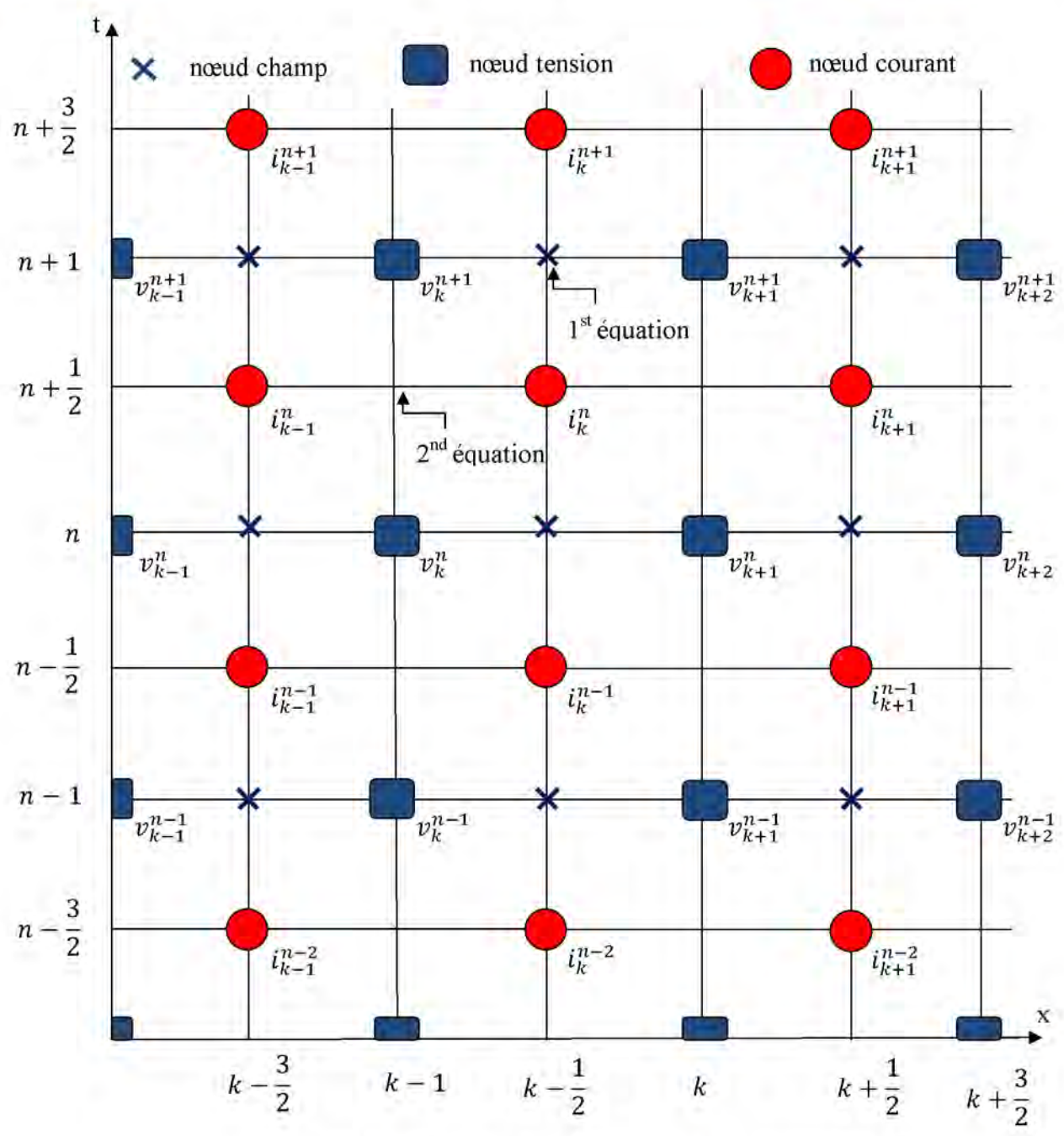
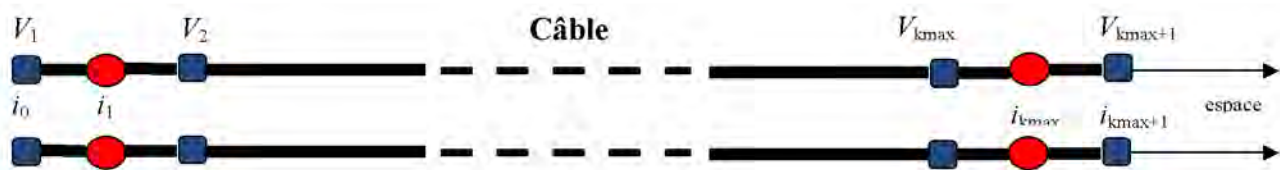


Figure III.11 : Discrétisation spatiale et temporelle [III.20].

La stabilité de la solution est généralement affectée si la condition suivante n'est pas remplie

[III.18]:

$$v \leq \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Où : v est la vitesse de propagation des grandeurs électriques dans le milieu.

Les équations de couplage (III.101) et (III.102) en temporel qui tiennent compte de la résistance transitoire du sol et de la résistance transitoire modifiée du blindage du câble sont réécrites en approximant les dérivées par les différences finies et en utilisant la méthode trapézoïdale pour les intégrales. (*Voir annexe B*). En prenant en considérations les notations en équations de discrétisation spatiale et temporelle [III.18], avec:

$$[v_{1,k}^n] = \sum_{j=0}^{n-1} ([\xi_s((n-j)\Delta t)] + [\xi_b((n-j)\Delta t)]) \frac{[i_k^{j+1}] - [i_k^j]}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad (\text{III.116})$$

$$[v_{2,k}^n] = ([i_k^n] - [i_k^{n-1}]) \cdot \left(2 \cdot [\xi_s(\Delta t)] + \frac{IMAT}{\Delta t} \right) \quad (\text{III.117})$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{[v_{1,k}^{n+1}] + [v_{1,k}^n]}{2} &= \frac{1}{2} ([\xi_s(\Delta t)] + [\xi_b(\Delta t)]) \cdot ([i_k^{n+1}] - [i_k^n]) + \\ &\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \left\{ [\xi_s((n-j)\Delta t)] + [\xi_b((n-j)\Delta t)] + [\xi_s((n+1-j)\Delta t)] + [\xi_b((n+1-j)\Delta t)] \right\} \times \\ &\quad \times ([i_k^{j+1}] - [i_k^j]) \end{aligned} \quad (\text{III.118})$$

$$\frac{[v_{2,k}^{n+1}] + [v_{2,k}^n]}{2} = ([i_k^{n+1}] - [i_k^{n-1}]) \cdot \left[[\xi_s(\Delta t)] + \frac{IMAT}{2 \cdot \Delta t} \right] \quad (\text{III.119})$$

III.5.3 Equations de récurrences exprimées par FDTD :

Donc les deux équations de couplage (III.101) et (III.102) deviennent :

En appliquant la FDTD au point $\left(\left(k - \frac{1}{2} \right) \Delta x, (n+1)\Delta t \right)$, l'équation de couplage (III.101)

devient [III.20]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{[L]}{\Delta t} + \frac{3}{2} [\xi_s(\Delta t)] + \frac{1}{2} [\xi_b(\Delta t)] + \frac{IMAT}{2 \cdot \Delta t} \right) \cdot [i_k^{n+1}] &= \left(\frac{[L]}{\Delta t} + \frac{3}{2} [\xi_s(\Delta t)] + \frac{1}{2} [\xi_b(\Delta t)] \right) \cdot [i_k^n] + \\ \left([\xi_s(\Delta t)] + \frac{IMAT}{2 \cdot \Delta t} \right) \cdot [i_k^{n-1}] &- \frac{[v_{k+1}^{n+1}] + [v_k^{n+1}]}{\Delta z} - \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=0}^{n-2} \left\{ \left[\xi_s((n-j)\Delta t) \right] + \left[\xi_b((n-j)\Delta t) \right] + \left[\xi_s((n+1-j)\Delta t) \right] + \left[\xi_b((n+1-j)\Delta t) \right] \right\} \times$$

$$\times \left([i_k^{j+1}] - [i_k^j] \right) - \frac{[E_{T,k+1}^{n+1}] + [E_{T,k}^{n+1}]}{\Delta z} + \frac{[E_{L,k+1}^{n+1}] + [E_{L,k}^n]}{2} \quad (\text{III. 120})$$

Pour $k=1,2,\dots, \text{mdz}$

Et au point $\left((k-1)\Delta x, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right)$ l'équation (III.102) devient [III.20]:

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v_k^{n+1}] = \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v_k^n] - \frac{[i_k^n] - [i_{k-1}^n]}{\Delta z} - [C] \cdot \frac{[E_{T,k}^{n+1}] + [E_{T,k}^n]}{\Delta t} \quad (\text{III. 121})$$

Pour $k=2,3,\dots, \text{mdz}$

Nous notons que les champs électriques sources $[E_T(x, t)]$ et $[E_L(x, t)]$ sont calculés respectivement sur les nœuds tensions et les nœuds courants. [III.21]

La résolution de ces équations de récurrences nous permet d'étudier mathématiquement l'impact indirect d'une onde de foudre sur un câble ou un réseau de câbles blindés. Pour ce faire, la connaissance des conditions aux extrémités est nécessaire.

III.5.3 Equations aux extrémités du câble :

La discrétisation par FDTD des équations des lignes conduit à des nœuds courants et des nœuds tensions qui ne coexistent ni dans l'espace ni dans le temps. Afin d'établir le formalisme permettant de traiter directement en temporel le couplage d'une onde de foudre avec un câble aérien, nous nous intéressons aux équations aux deux extrémités du câble (c'est-à-dire à $x=0$ et à $x=L$) en courant ($[i^{n+1}(0)]$, $[i^{n+1}(L)]$) et tension ($[v^{n+1}(0)]$, $[v^{n+1}(L)]$) au même instant $t = (n+1)\Delta t$. Pour cela nous remplaçons Δx par $\Delta x/2$ en (III.75) pour $k=1$ et $k=\text{mdz}+1$ à l'instant $t = (n+1)\Delta t$ (Figure III.6) et nous introduisons une moyenne temporelle pour les courants [III.18]. Nous obtenons :

- pour $k=1$

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^{n+1}(0)] - \frac{[i^{n+1}(0)]}{\Delta x} = \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^n(0)] -$$

$$\frac{[i_1^n]}{(\Delta x/2)} + \frac{[i^n(0)]}{\Delta x} - [C] \cdot \frac{[E_{T,1}^{n+1}] + [E_{T,1}^n]}{\Delta t} \quad (\text{III. 122a})$$

- pour $k=\text{mdx}+1$

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^{n+1}(L)] + \frac{[i^{n+1}(L)]}{\Delta x} = \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^n(L)] +$$

$$\frac{[i_{mdz}^n]}{(\Delta x/2)} - \frac{[i^n(L)]}{\Delta x} - [C] \cdot \frac{[E_{T,mdx+1}^{n+1}] + [E_{T,mdx+1}^n]}{\Delta t} \quad (\text{III.122b})$$

Avec :

$$[i_0^{n+1}] = [i^{n+1}(0)], [v_1^{n+1}] = [v^{n+1}(0)], [i_{ndx+1}^{n+1}] = [i^{n+1}(L)], [v_{ndx+1}^{n+1}] = [v^{n+1}(L)]$$

Contrairement aux autres travaux utilisant la FDTD [III.20] aucune extrapolation n'a été utilisée dans ce cas [III.18]. En effet les courants aux extrémités sont des inconnus dans notre problème. Pour un câble blindé, le système (III.122) à $2 \cdot N_i$ équations et $4 \cdot N_i$ inconnues est complété par un second système (paragraphe III.5.4) que nous déduisons en introduisant les conditions aux nœuds extrémités (N_i : nombre de couches conductrices du câble i , $N_i = 2$ pour un câble blindé).

III.4 Couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec une ligne aérienne multifilaires:

Pour le cas d'une ligne aérienne multifilaires (conducteurs nus) tel que la montre le figure ci-dessous, c'est la même procédure que celle utilisée pour le cas des câbles aériens blindés, sauf que : $[\xi_b(\Delta t)] = \mathbf{0}$ et $IMAT = \mathbf{0}$ (ils n'ya pas de blindage).

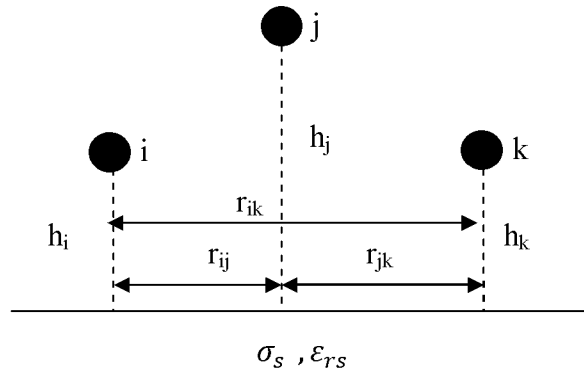


Figure III.12 Configuration des conducteurs aériens.

La matrice impédance longitudinale est donnée par [III.11] :

$$[\hat{Z}] = j\omega[L] + [\hat{Z}_w] + [\hat{Z}_s]$$

$[L]$: Matrice inductance par unité de longueur pour une ligne aérienne multiconductrice pour un sol parfaitement conducteur .

$[\hat{Z}_w]$: Matrice impédance interne par unité de longueur des conducteurs (généralement négligeable).

$[\hat{Z}_s]$: Matrice impédance linéique du sol.

La matrice admittance transversale en négligeant l'effet de la conductivité finie du sol, est donnée par :

$$[\hat{Y}] = j\omega[C] + [G]$$

$[G]$: Matrice conductance par unité de longueur pour une ligne aérienne multiconductrice.

$[C]$: Matrice capacité par unité de longueur pour une ligne aérienne multiconductrice.

Dans la littérature, plusieurs expressions pour l'impédance du sol sont proposées [III.11]. L'expression développée par E.D.Sunde [III.9] est celle qui conduit à la meilleure précision dans le cas de l'approximation des lignes de transmissions. L'expression générale pour l'impédance mutuelle du sol entre deux conducteurs i et j est donnée par l'équation (III.85).

Donc les équations de couplage entre une onde de foudre et une ligne multifilaire exprimé par F.D.T.D sont :

$$\begin{aligned} \left(\frac{[L]}{\Delta t} + \frac{3}{2} [\xi_s(\Delta t)] \right) \cdot [i_k^{n+1}] &= \left(\frac{[L]}{\Delta t} + \frac{3}{2} [\xi_s(\Delta t)] \right) \cdot [i_k^n] + ([\xi_s(\Delta t)]) \cdot [i_k^{n-1}] - \frac{[v_{k+1}^{n+1}] + [v_k^{n+1}]}{\Delta x} - \\ \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=0}^{n-2} \{ &[[\xi_s((n-j)\Delta t)] + [\xi_s((n+1-j)\Delta t)]] \times ([i_k^{j+1}] - [i_k^j]) \} - \frac{[E_{T,k+1}^{n+1}] + [E_{T,k}^{n+1}]}{\Delta x} \\ &+ \frac{[E_{L,k+1}^{n+1}] + [E_{L,k}^n]}{2} \end{aligned} \quad \text{(III.124)}$$

Pour $k=1,2,\dots, \text{mdz}$

Et au point $\left((k-1)\Delta x, \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right)$ l'équation (III.61) devient [III.20]:

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v_k^{n+1}] = \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v_k^n] - \frac{[i_k^n] - [i_{k-1}^n]}{\Delta x} - [C] \cdot \frac{[E_{T,k}^{n+1}] + [E_{T,k}^n]}{\Delta t} \quad \text{(III.125)}$$

Pour $k=2,3,\dots, \text{mdz}$

III.5.4 Couplage d'une onde de foudre avec un réseau de câbles aériens :

Dans le paragraphe (III.3), nous avons décrit le principe de notre formalisme. Ce dernier consiste en la construction et la résolution d'un système d'équations non linéaires $f(\mathbf{X}) = [A] \cdot [X] - [B] = \mathbf{0}$

Soit un réseau contenant NL câbles blindés aériens, interconnectés par NN nœuds. Chaque câble est constitué de N_i ($i=1 \dots NL$) conducteurs, ce réseau peut être illuminé par une onde de foudre.

La première étape consiste en la définition de la matrice $[A]$ composée de deux sous matrices [III.18]:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] \\ [A_2] \end{bmatrix} \quad \text{(III.126)}$$

$[A_1]$: Sous matrice déduite des expressions aux extrémités pour l'ensemble des câbles équations (III.122a) et (III.122b).

$[A_2]$: Sous matrice déduite des lois de Kirchhoff (KVL et KCL) pour les jonctions et les nœuds extrémités [III.18].

En deuxième étape nous construisons le vecteur $[B]$ contenant le champ d'excitation et les éléments non linéaires du réseau.

Ceci nous permet de déduire le système non linéaire suivant :

$$f(X) = [A][X] - [B] = 0 \quad (\text{III. 127})$$

Où :

$[X]$: Vecteur inconnu (courants et tensions induits sur l'ensemble des nœuds du réseau).

Dans ce qui va suivre, nous détaillons la construction et la définition des différents éléments du système :

$$f(X) = [A][X] - [B] = 0$$

Sous matrice $[A_1]$:

La sous matrice $[A_1]$ est obtenue après écriture du système (III. 122) pour chaque câbles. Pour le $i^{\text{ème}}$ câble avec N_i couches conductrices ($N_i=2$, dans notre étude) ; sa contribution dans la matrice $[A_1]$ est ainsi définie :

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \left(\frac{[C]}{\Delta t}\right) & -\frac{1}{\Delta x}[1_{N_i}] & [0] & [0] & [0] & \dots \\ \dots & [0] & [0] & \left(\frac{[C]}{\Delta t}\right) & +\frac{1}{\Delta x}[1_{N_i}] & [0] & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{III. 128})$$

$[C]$ Est aussi une matrice d'ordre N_i .

Sous matrice des nœuds $[A_2]$:

Dans ce paragraphe, nous proposons la construction de la sous matrice $[A_2]$ dans laquelle intervient l'ensemble des nœuds du réseau. Supposons que nous souhaitons caractériser le $m^{\text{ème}}$ nœud qui interconnecte N_L câbles figure (III. 13). Les tensions et les courants en ce nœud sont liés par la relation suivante (combinaisons des lois de Kirchhoff) [III. 14] :

$$\sum_{j=1}^{N_L} ([Y_j^m][v_j^m] + [Z_j^m][i_j^m]) - [P^m(v_j^m, i_j^m)] = 0 \quad (\text{III. 129})$$

Où :

$$[P^m(v_j^m, i_j^m)] = [g_m(X)] \quad (\text{III. 130})$$

$[Y_j^m]$: Matrice résultant de l'application des lois de Kirchhoff (KVL et KCL) au nœud m , et contenant des 0, 1, -1 et des admittances du réseau en ce nœud ;

$[Z_j^m]$: Matrice résultant de l'application des lois de Kirchhoff (KVL et KCL) au nœud m , et contenant des 0, 1, -1 et des impédances du réseau en ce nœud ;

$[P^m(v_j^m, i_j^m)]$: Vecteur contenant une fonction non linéaire en tension v_j^m et courant i_j^m au nœud m et /ou une source de courant ou de tension.

Remarque :

Notons que le nombre d'équation en (III. 129) est égal au nombre de conducteurs arrivant sur le nœud m .

L'équation matricielle (III. 125) est applicable dans les deux cas : un réseau de lignes ou bien un réseau de câbles.

Vecteur inconnu $[X]$:

Le vecteur inconnu est défini en fonction des tensions et courants pour l'ensemble des câbles en leurs deux extrémités.

Pour le $i^{\text{ème}}$ câble, à l'instant $t = n \cdot \Delta t$, nous avons :

$$[X] = [\dots [v_i^n(0)] \quad [i_i^n(0)] \quad [v_i^n(L)] \quad [i_i^n(L)] \quad]^t \quad (\text{III. 130})$$

Vecteur $[B]$:

Ce vecteur est composé de deux sous vecteurs $[B_1]$ et $[B_2]$, est défini comme suit [III.18]:

$$[B] = g(X) = \begin{bmatrix} [B_1] \\ [B_2] \end{bmatrix} \quad (\text{III. 131})$$

Le sous vecteur $[B_1]$ est linéaire et déduit à partir du système (III.122) pour chaque câble du réseau ; il prend en compte le second membre de cette équation. Pour le cas d'un câble à N_i couches conductrices, nous avons sa contribution au sous vecteur $[B_1]$ à l'instant $t = n \cdot \Delta t$ comme suit :

$$[B_1] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^{n-1}(0)] + \frac{[i^{n-1}(0)]}{\Delta x} - \frac{i_1^{n-1}}{(\Delta x/2)} - [C] \frac{[E_{T,1}^n] - [E_{T,1}^{n-1}]}{\Delta t} \\ \left(\frac{[C]}{\Delta t} \right) \cdot [v^{n-1}(L)] - \frac{[i^{n-1}(L)]}{\Delta x} + \frac{i_{ndz}^{n-1}}{(\Delta x/2)} - [C] \frac{[E_{T,ndx+1}^n] - [E_{T,ndx+1}^{n-1}]}{\Delta t} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{III. 132})$$

Pour tout autre câble du réseau, c'est la même procédure [III.18].

Le second vecteur $[B_2]$ contient les relations non linéaires en courants et en tensions et/ou les générateurs en chaque nœud. [III.18]

$$[B_2] = \begin{bmatrix} P^m(v^m, i^m) \\ \vdots \\ P^m(v^m, i^m) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (III.133)$$

A titre d'exemple, nous considérons une âme j d'un câble blindé k , figure III.14, dont les deux extrémités A et B sont terminées par des parasurtenseurs (charges non linéaires) en parallèle avec des résistances comme le montre le figure ci-dessous :

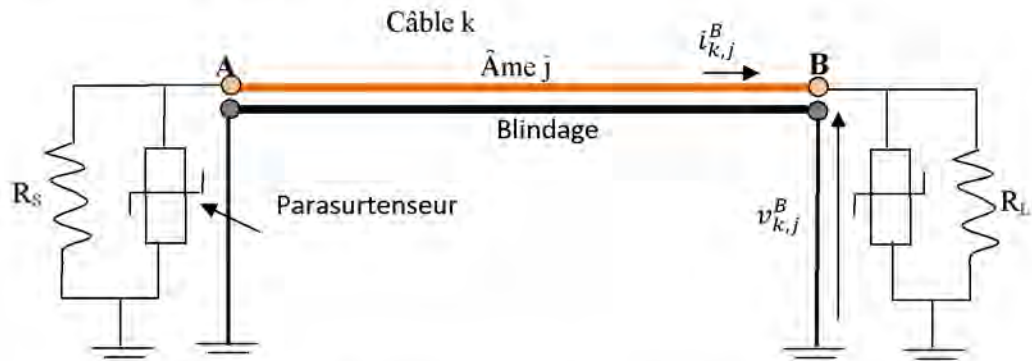


Figure III.14 : âme j du câble k avec deux parasurtenseur à ses deux extrémités.

Soit un parasurtenseur à comportement non linéaire tel que la relation tension courant est comme suit :

$$i = k \left(\frac{v}{v_{ref}} \right)^p \quad (III.134)$$

Avec : k , v_{ref} , et p sont des constantes.

Dans ce cas en appliquant la loi de Kirchhoff en courant à l'extrémité **B**, nous avons :

$$i_{k,j}^B = \frac{v_{k,j}^B}{R_L} + k \left(\frac{v_{k,j}^B}{v_{ref}} \right)^p \quad (III.135)$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$v_{k,j}^B - R_L \cdot i_{k,j}^B + k \cdot R_L \cdot \left(\frac{v_{k,j}^B}{v_{ref}} \right)^p = 0 \quad (III.136)$$

Notons que dans ce cas le terme linéaire $(v_{k,j}^B - R_L \cdot i_{k,j}^B)$ va apparaître dans la sous matrice $[A_2]$ du produit matriciel $[A] \cdot [X]$ et le terme $(k \cdot R_L \cdot (v_{k,j}^B/v_{ref})^p)$ qui est une fonction non linéaire sera dans le sous vecteur $[B_2]$.

Ce qui nous permet de déduire un système non linéaire du type

$$f(X) = [A][X] - [B] = 0$$

La résolution de ce système nous permet de déduire à chaque instant $t = n \cdot \Delta t$, les courants et les tensions en chaque nœud du réseau.

La résolution du système $f(X) = [A][X] - [B] = 0$ est du type pas à pas dans le temps. A chaque instant, une fois les courants et tensions sont calculés en chaque nœud du réseau, les équations de récurrences (III.120) et (III.121) nous permet de déduire en tout point de la discrétisation spatiale les courants et tensions nécessaire au pas suivant pour la construction du vecteur $[B]$. [III.18].

Remarque

La même procédure pour trouver les matrices $[A]$ et $[B]$ dans le cas de couplage d'une onde de foudre avec un réseau de lignes aériennes.

Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter les formalismes théoriques qui permettent l'analyse du couplage électromagnétique onde-structure.

Le formalisme des antennes est certes très rigoureux, mais ne peut être utilisé sans difficultés pour le cas d'une ligne ou d'un câble.

Un concept établi à partir de certaines hypothèses, dont le fondement est celui des lignes de transmission nous paraît mieux adapté pour l'étude de notre problème. Ce concept offre la possibilité d'un traitement direct en temporel avec prise en compte de l'effet de la fréquence sur les paramètres linéiques.

L'utilisation de ce modèle nécessite la résolution numérique des équations des lignes que nous réalisons par utilisation de la méthode dite FDTD.

Références bibliographiques

- [III.1] **P. Degauque, J. Hamelin**, “Compatibilité Electromagnétique, Bruits et Perturbations Radioélectriques”, Collection Technique et Scientifique des Télécommunications. Edition Dunod, Paris, 1990.
- [III.2] **F. Gardiol**, “Electromagnétisme”, Traité d’électricité, Vol. III.
- [III.3] **C. T. A Johnk**, “Engineering Electromagnetic Field and Waves”, John Wiley and Sons, 1975.
- [III.4] **C. D. Taylor, R. S. Satterwhite, W. Jr. Harrison**, “The Response of Terminated Two-Wire Transmission Line Excited By a Nonuniform Electromagnetic field”, IEEE Trans. On Antennas and propagation, vol. AP-13, pp.987-989, 1965.
- [III.5] **L. E. Zafanella**, “Transmission Line Reference Book -345kV and above”, 2nd Revised ed., Palo Alto Calif., EPRI, Chapter 8, 1987.
- [III.6] **C.A. Nucci et al** “Lightning-induced Over Voltages on Overhead Power Lines. Part 2: Coupling Models for the Evaluation of the induced voltages”, Cigré paper prepared within the framework of task Force 33.01.01 of the CIGRE working Group 33.01,1994.Electra N°162, October 1995.
- [III.7] **A. K. Agrawal, H.J. Price, S.H. Gurbaxani**, “Transient Response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field”, IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility. EMC-22, pp. 119-129, 1980
- [III.8] **F. Rachidi**, “Formulation of the Field to Transmission Line Coupling Equations in Terms of Magnetic Excitation Field”, IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-35, N°. 3, pp. 404-407, 1993.
- [III.9] **E. D. Sunde**, “Earth Conduction Effects in Transmission Systems”, Dover publications, New York, 1968.
- [III.10] **C. A. Nucci, S. Guerrieri, M. Teresa Correiri de Barros, F. Rachidi**, “Influence of Corona on Voltages Induced by Nearby Lightning on Overhead Distribution Lines”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, N°. 4, October 2000.
- [III.11] **F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Ianoz**, “Transient Analysis of Multiconductor Lines Above a Lossy Ground”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, N°. 1,pp. 294-302, January 1999.
- [III.12] **A. Banos**, “Dipole Radiation in the Presence of a Conducting Half-Space”, Pergamon Press, 1961.

- [III.13] **A. Zeddani, P. Degauque**, “Current and Voltage Induced on a Telecommunication Cable by a Lightning Stroke”, *Lightning Electromagnetic*, Edited by R. L. Gardner, pp. 377-400, Hemisphere publ. Corp., 1990.
- [III.14] **C. R. Paul**, “Analysis of Multiconductor Transmission Lines”, Wiley Interscience, 1994.
- [III.15] **A. Amettani**, “A General Formulation of Impedance and Admittance of Cables”, *IEEE Trans. On Power Apparatus and systems*, Vol. PAS-99, N° 3 May/June 1980.
- [III.16] **Feliziani M, Maradei F and Tribellini G**, “Field Analysis of Penetrable Conductive Shields by the Finite-Difference Time-Domain Method With Impedance Network Boundary Conditions “ (INBC’s).*IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, November 1999, vol.41,N°4, pp.307-319.
- [III.17] **Schelkunoff S. A.**, “The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrical Shields”. *Bell Systems. Tech.*, pp. 533-579, October. 1934.
- [III.18] **S. Kaouche, B. Nekhoul, K. Kerroum et K. EL Khaamlichi Drissi**, ‘‘Modelisation des perturbations induites par une onde de foudre sur un réseau de puissance non linéaire par FDTD’’, *Revue international de Génie Electrique (RIGE)*, pp. 1-38.
- [III.19] **Tesche F. M.**, ‘‘On the Inclusion of Loss in Time Domain Solutions of Electromagnetic Interaction Problems’’, *IEEE Trans. EMC* 32(1) (1990) 1-4.
- [III.20] **E.Petrache**.’’Lightning Induced Disturbances in Buried Cables-Part I’’.
 [III.21] **Orlandi A., Paul C. R.**,’’FDTD Analysis of Lossy, Multiconductor Transmission Lines Terminated in Arbitrary Loads’’, *IEEE Transaction on electromagnetic compatibility*, volume 38, N° 3, Aug 1996, pp.388-399.
- [III.22] **Rachidi F., Loyka S. L., Nucci C. A., Ianoz M.**,’’A new expression for the ground transient resistance matrix elements of multiconductor overhead transmission lines’’, *Electric power systems research* 65 (2003) 41-46

Validations

Introduction

La modélisation par la théorie des lignes de transmission, pour le calcul des surtensions et surintensités induites par impact indirect de la foudre, comprend deux étapes :

- Calcul du champ électromagnétique par la méthode des dipôles. Le calcul est réalisé en plusieurs points le long de la structure et en l'absence de cette dernière. Ce calcul nécessite la connaissance de la répartition du courant le long du canal que nous réalisons en adoptant un modèle pour l'arc en retour.
- Le champ électromagnétique étant déterminé, nous résolvons par FDTD les deux équations de couplage pour la détermination des tensions et des courants induits.

Validations et applications :

IV.1 Calcul du champ électromagnétique :

I.1 Validation du calcul du champ électromagnétique émis par la foudre

Pour déterminer le champ électromagnétique rayonné par la foudre, il est nécessaire de connaître la distribution du courant le long du canal de foudre. La détermination de la répartition du courant le long du canal, impose en premier la connaissance du générateur à la base du canal.

I.1.1 Courant à la base du canal et arc en retour

Pour modéliser le courant à la base du canal on utilise l'expression de F. Heidler. En général, la somme de deux fonctions de F. Heidler (équation II.2) permet d'obtenir une bonne approximation analytique du courant à la base du canal de foudre.

La figure IV.1 représente le courant à la base du canal que nous déterminons en utilisant l'expression de F. Heidler pour les paramètres suivants :

I_{01} (kA)	τ_{11} (μ s)	τ_{21} (μ s)	n_1	I_{02} (KA)	τ_{12} (μ s)	τ_{22} (μ s)	n_2
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

Tab IV.1 - Paramètres du courant à la base du canal (fonction de Heidler).

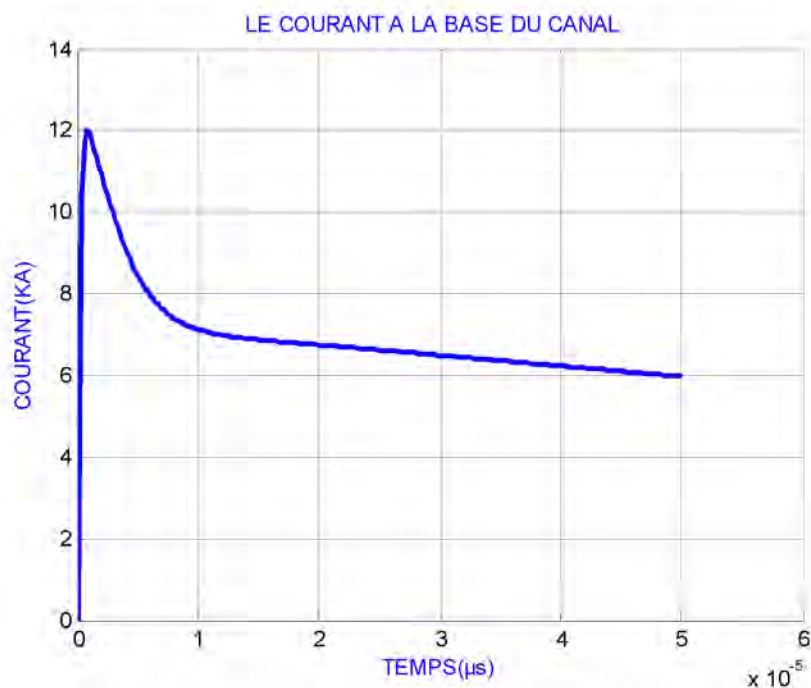


Fig. IV.1 - Courant à la base du canal (Résultat de calcul).

Pour l'arc en retour nous présentons les résultats pour les deux modèles les plus utilisés dans la littérature [IV.1], les modèles TL et MTL. Afin de représenter et de comparer ces deux modèles MTL et TL, nous utilisons le courant à la base du canal que l'on vient d'illustrer et les données suivantes pour l'arc en retour :

$$v = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m/s et } \lambda = 2 \text{ km.}$$

- **Modèle TL**

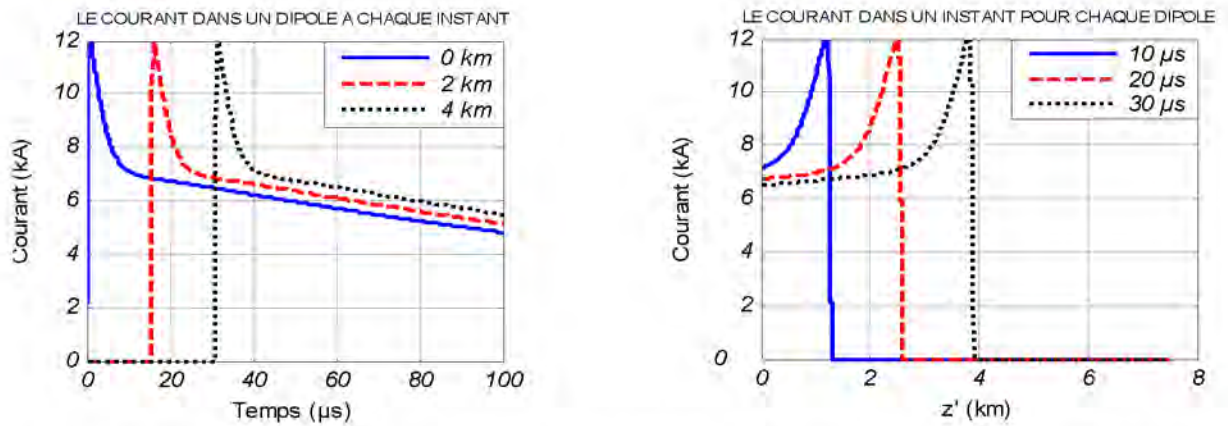


Fig. IV.2- distribution spatiale et temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal pour le modèle TL (résultat de calcul).

- **Modèle MTL**

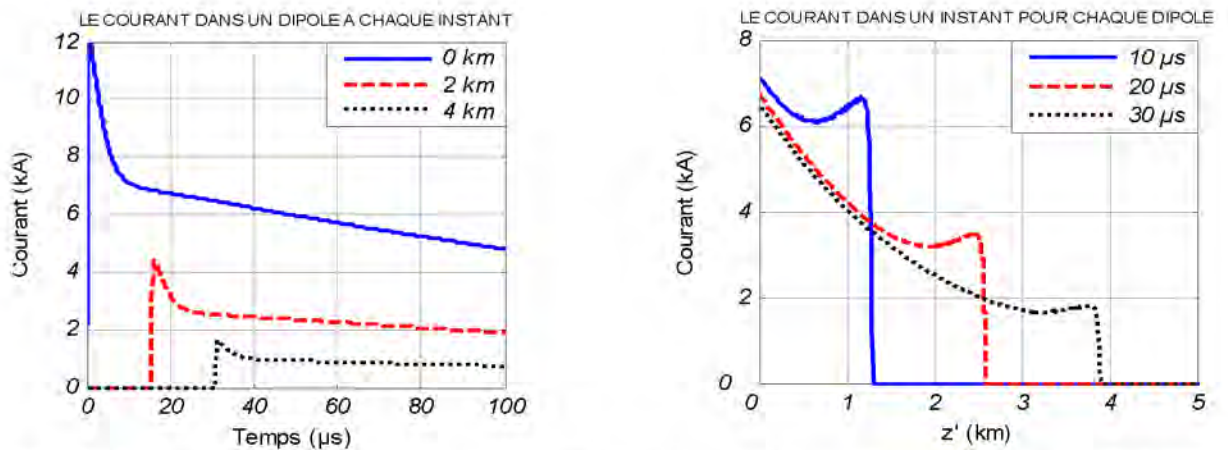


Fig. IV.3 - distribution spatiale et temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal pour le modèle MTL (résultat de calcul).

D'après ces résultats nous constatons que le modèle TL présente une discontinuité sur le front de l'arc et ne tient pas compte de l'atténuation le long du canal. Ces deux remarques, conduisent

généralement vers le choix de l'utilisation du modèle MTL car il donne des résultats, en signature et amplitude, assez proche de la mesure [IV.1].

I.1.2 Calcul du champ électromagnétique émis par un canal de foudre

a) Point d'observation dans l'air :

Le canal de foudre est représenté par une antenne filiforme de hauteur $h = 7.5 \text{ Km}$ et située verticalement au dessus du sol parfaitement conducteur (avec un contact direct) tel que le montre la figure IV.4.

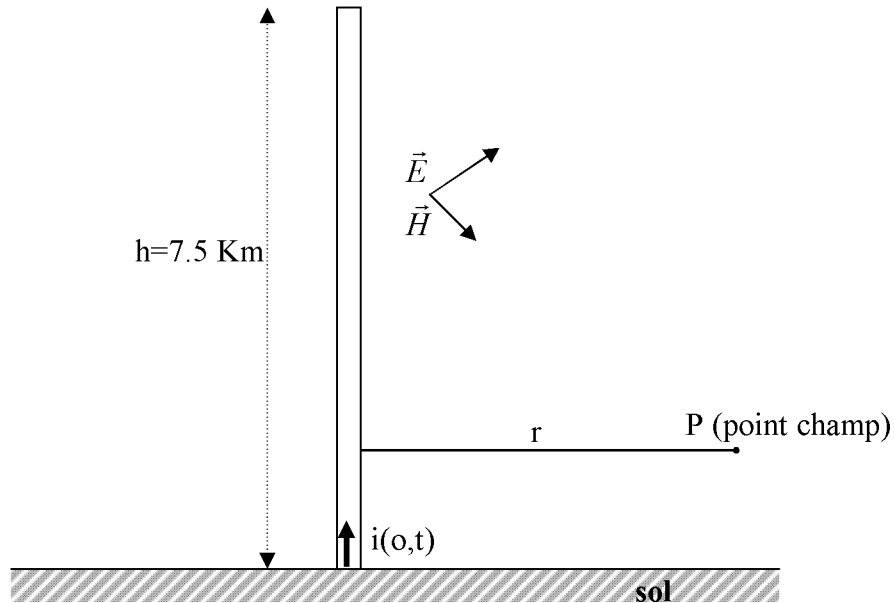
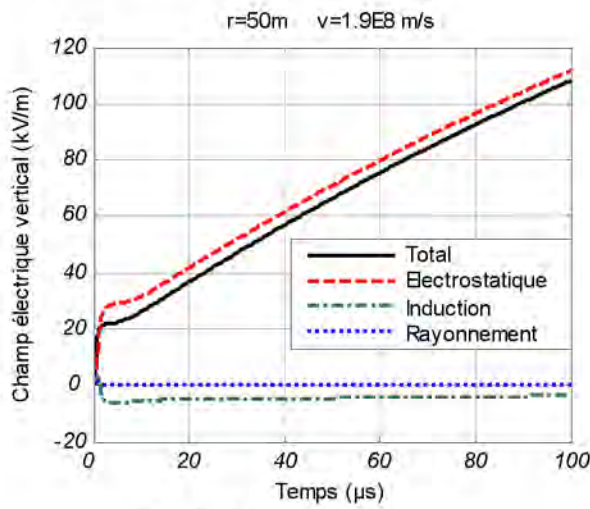


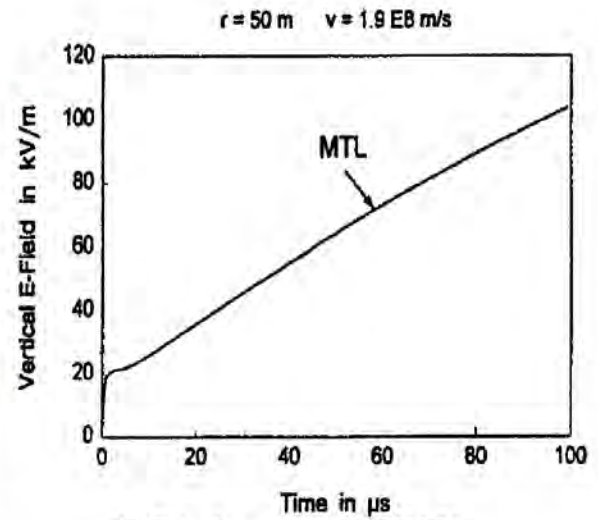
Fig. IV.4 - Géométrie du problème.

En figures IV.5 à IV.7 nous proposons quelques résultats donnant la variation des champs électrique et magnétique calculés à différentes distances ($r = 50\text{m}$, $r = 100\text{km}$) de l'impact du canal de foudre. Pour la répartition du courant le long du canal de foudre, nous utilisons pour l'arc en retour le modèle MTL avec une valeur typique de vitesse de l'arc $v = 1.9 \times 10^8 \text{ m/s}$ et un taux de décroissance de l'intensité du courant $\lambda = 2 \text{ km}$. Le courant à la base du canal utilisé est celui représenté en figure IV.1.

II.1.2.1 Cas d'un sol parfait

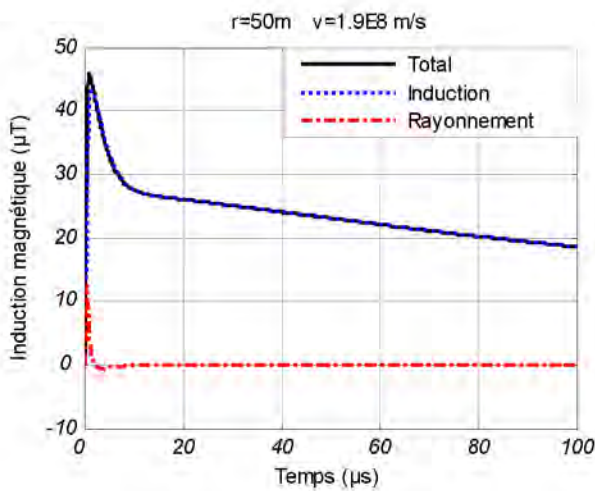


a) Résultat de calcul

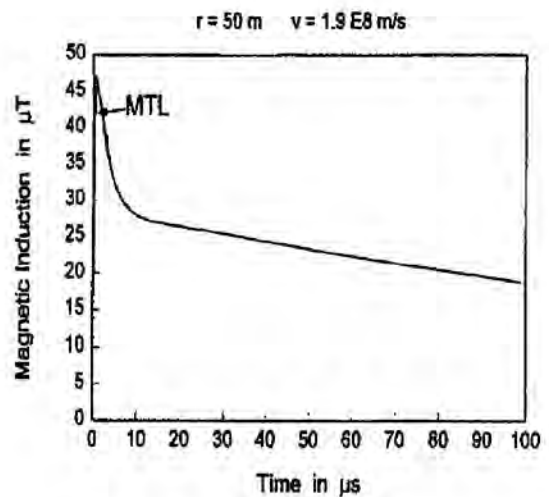


b) Résultat publié en [IV.2]

Fig. IV.5 - Champ électrique vertical à 50m du point d'impact.

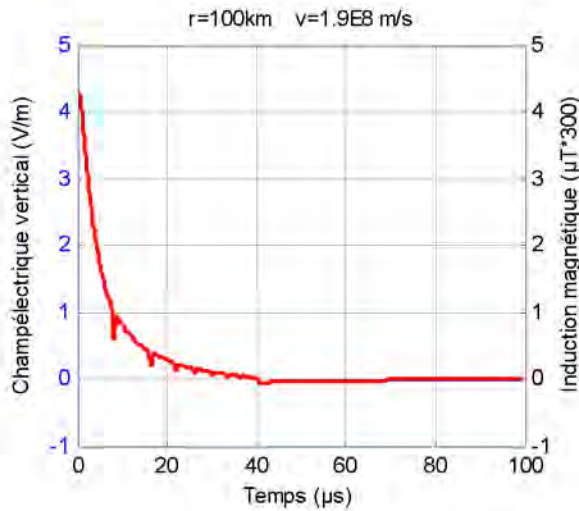


a) Résultat de calcul

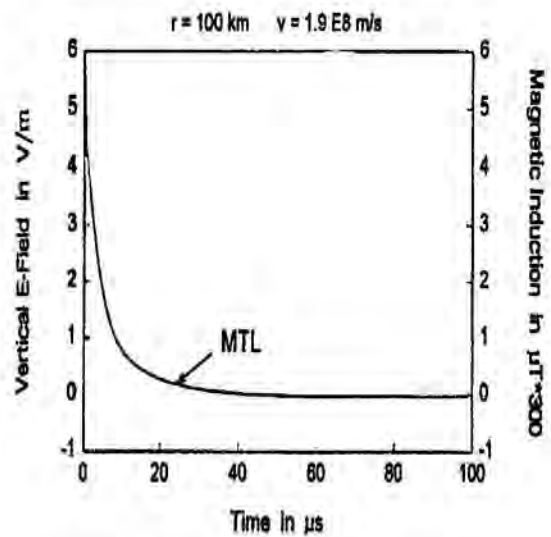


b) Résultat publié en [IV.2]

Fig. IV.6 - Champ magnétique azimuthal à 50m du point d'impact.



a) Résultat de calcul



b) Résultat publié en [IV.2]

Fig. IV.7 - Champ électrique vertical et magnétique azimuthal à 100km du point d'impact (origine des temps $t=r/c$).

1.1.2.2 Cas d'un sol de conductivité finie

Nous considérons maintenant le cas d'un sol de conductivité finie et nous utilisons l'approche de Rubinstein [IV.4] pour la correction de la composante du champ électrique horizontale.

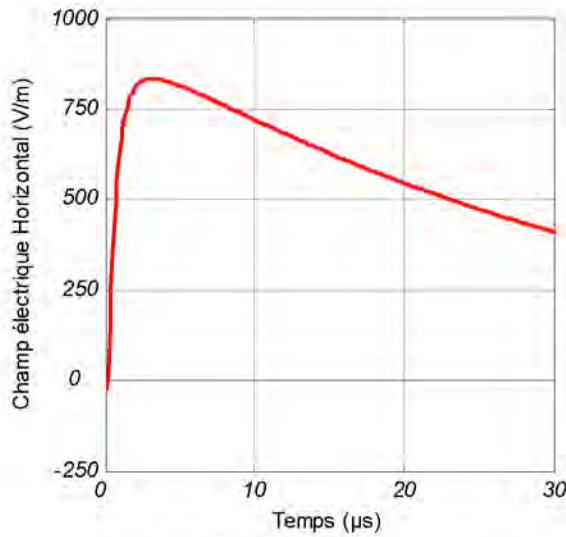
Pour une confrontation des résultats, nous utilisons le modèle TL pour l'arc en retour et pour courant à la base du canal une bi-exponentielle:

$$i(0,t) = I_0 \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$$

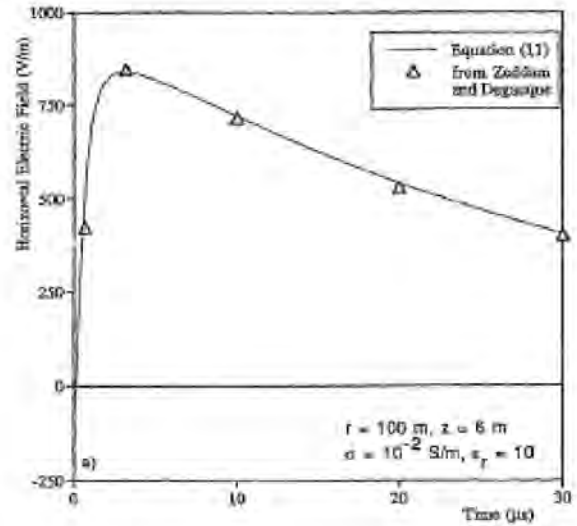
Avec pour valeurs des paramètres :

$$I_0=10\text{kA}, \alpha=3 \cdot 10^4\text{s}^{-1}, \beta=10^7\text{s}^{-1}.$$

La vitesse de l'arc en retour est $v=1.1 \times 10^8\text{m/s}$ et nos calculs sont réalisés en des points situés à des distances de 100 et 1500m du canal de foudre, à 6m au dessus d'un sol de conductivité 10^{-2}S/m , de permittivité relative égale à 10.

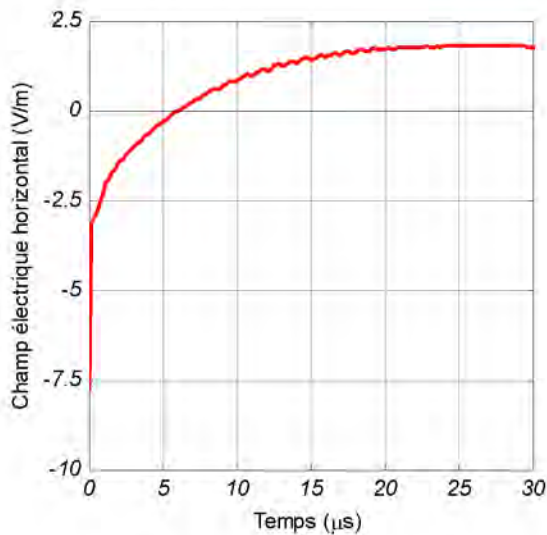


a) Résultat de calcul

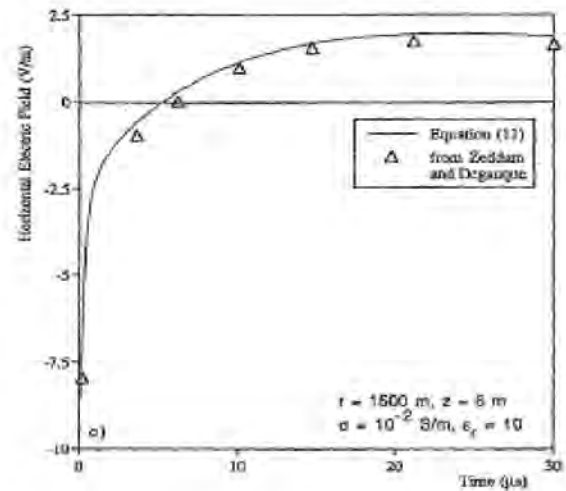


b) Résultat publié en [IV.3]

Fig. IV.8 - Champ électrique horizontal à $r=100m$ et $z=6m$.



a) Résultat de calcul



b) Résultat publié en [IV.3]

Fig. IV.9 - Champ électrique horizontal à $r=1500m$ et $z=6m$.

Cet ensemble de résultats (figures IV.8 et IV.9) nous permet d'affirmer que nos développements sont corrects et acceptables car en adéquation avec ceux publiés par d'autres auteurs; signalons que pour le cas d'un sol de conductivité finie, les résultats de calculs réalisés par Zeddum [IV.3] sont obtenus en résolvant une équation intégrale par la méthode des moments.

b) Point d'observation dans le sol :

Pour l'analyse du couplage d'une onde de foudre avec un câble enterré, nous avons besoins de connaitre les vecteurs champs électrique et magnétique. Dans notre approche, élaborée à partir du modèle d'Agrawal, uniquement la composante du champ électrique tangente au câble enterré intervient.

La configuration de base pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre vertical pour des points situés à une profondeur d au dessous de l'interface sol-air, est celle présentée en Figure IV.10.

-Pour le courant à la base du canal, nous utilisons l'expression de heidler.

-Pour l'arc en retour, nous utilisons le modèle TL, avec pour valeur de la vitesse de l'arc en retour $v = 1.1 \cdot 10^8$ m/s.

-Pour cet exemple, le canal de foudre est localisé à équidistance des extrémités du câble et à 50 m du centre de ce dernier.

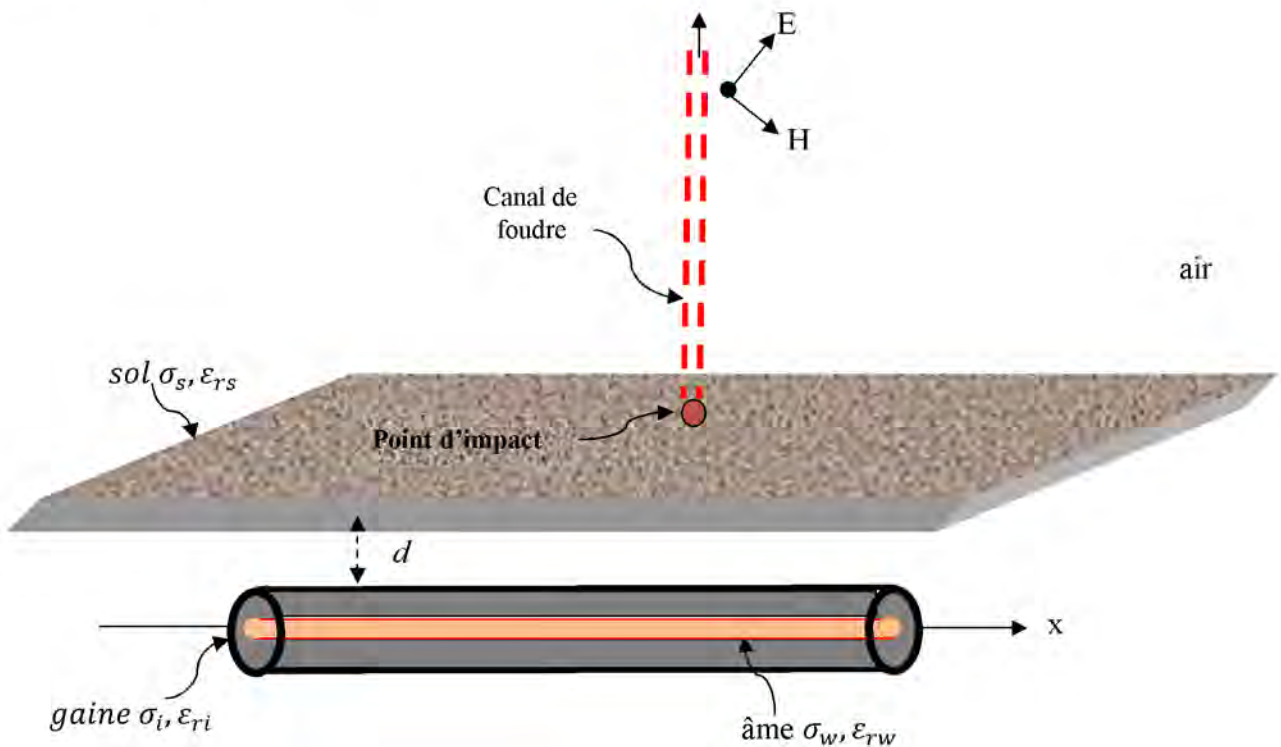


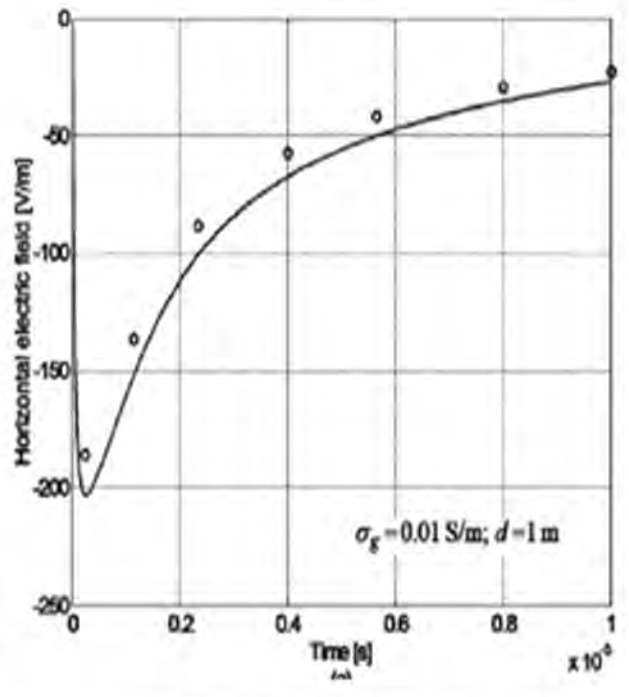
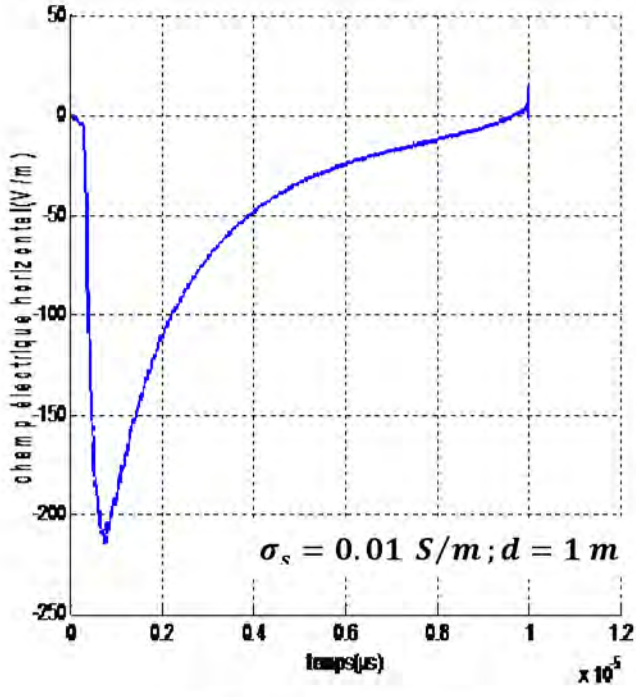
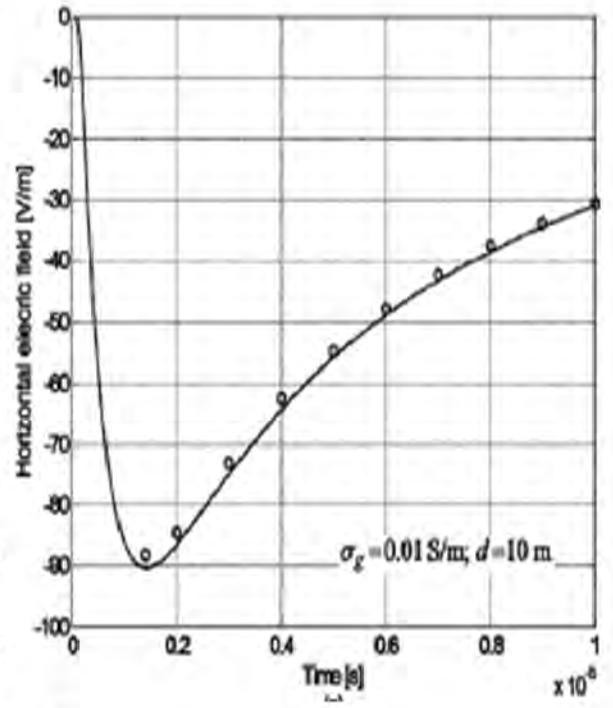
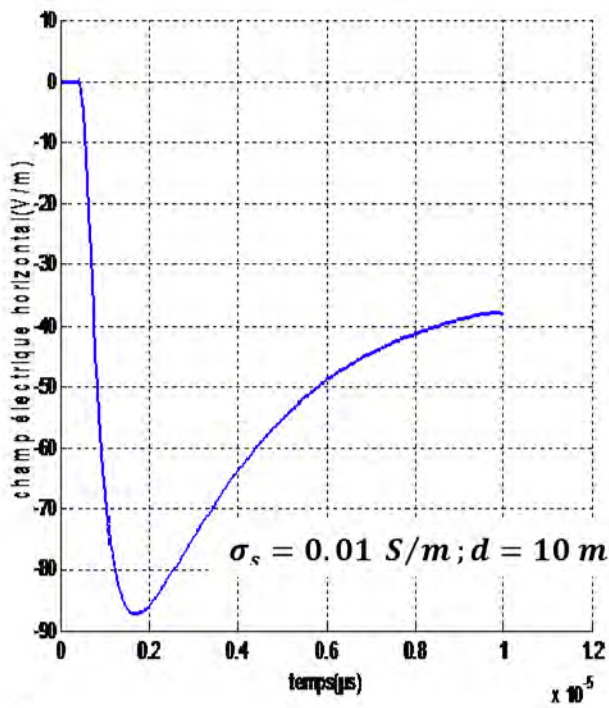
Fig. IV.10 câble enterré illuminé par une onde de foudre

Données de l'application

$\epsilon_{rg} = 10$ (Permittivité relative du sol)

$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$, $x_0 = -50 : 50$, $y_0 = 50$, $d = 10$ m, $d = 1$ m (profondeur du câble)

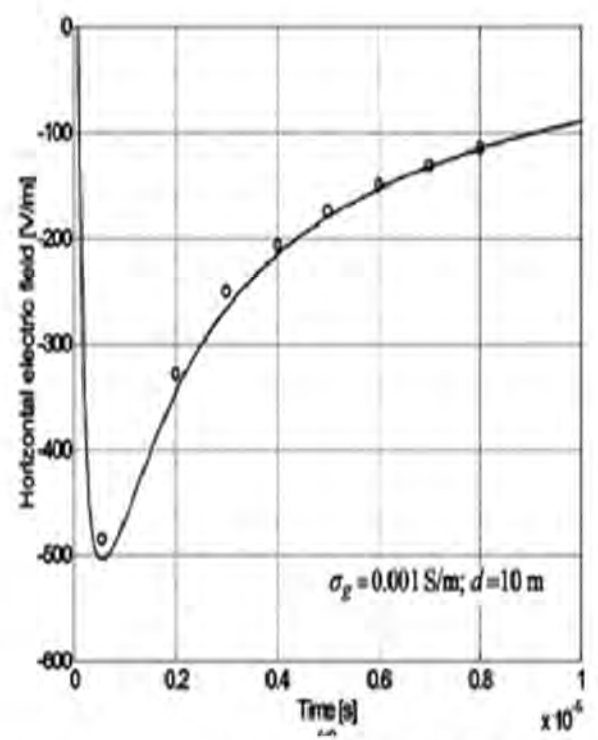
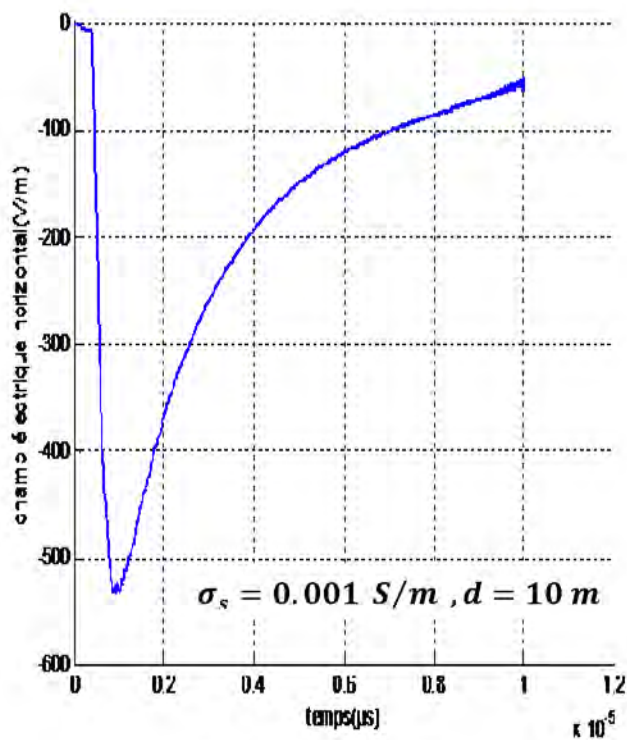
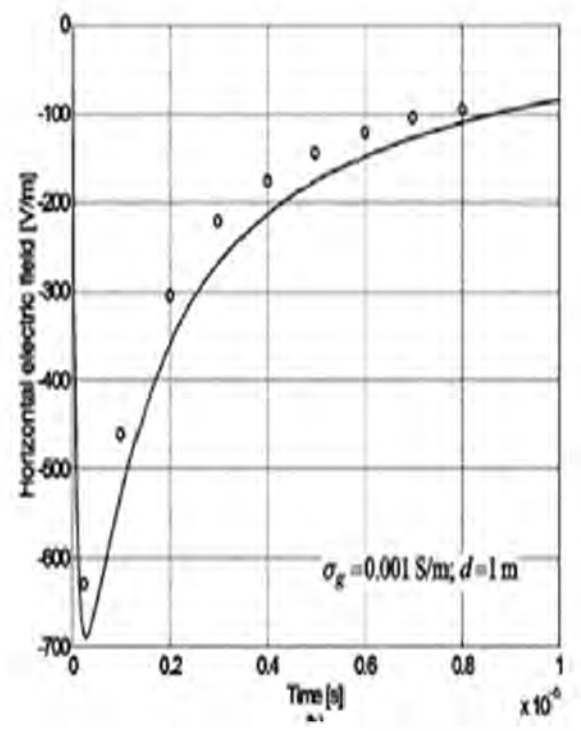
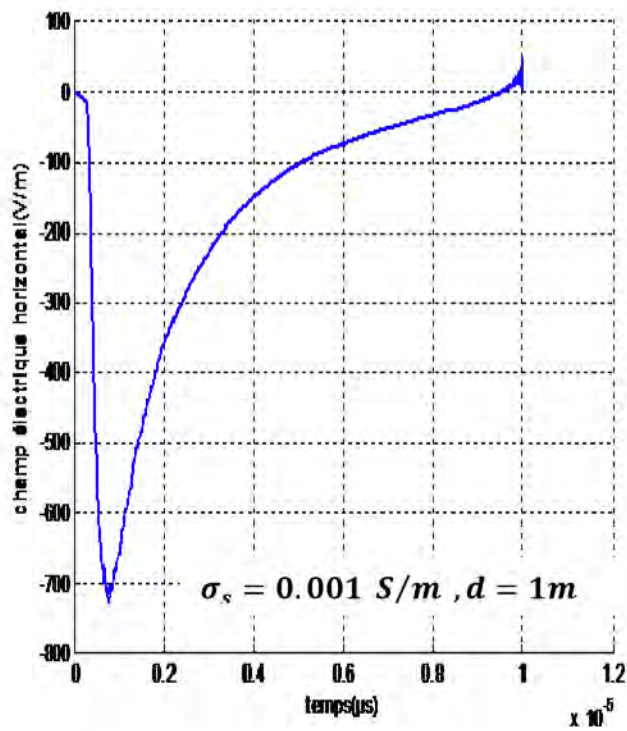
$\sigma_s = 0.01$ S/m, $\sigma_s = 0.001$ S/m (Conductivité du sol), $L = 100$ m.



a) résultat de calcul

b) résultat publié en [IV.5]

Fig. IV.11 Variation du champ électrique horizontal dans le sol à 100m du point d'impact



c) résultat de calcul

d) résultat publié en [IV.5]

Fig. IV.12 Variation du champ électrique horizontal dans le sol à 100m du point d'impact

Nous pouvons affirmer que notre calcul du champ électromagnétique aussi bien dans l'air que dans le sol est bien validé.

IV.2 Interaction d'une onde de foudre avec un câble aérien blindé :

- Comme première application, nous considérons le cas d'un simple câble blindé (âme et blindage) aérien de longueur 1km, situé à une hauteur de 10m d'un sol de conductivité $\sigma_{sol}=0.01S/m$ et illuminé par une onde de foudre. Nous avons choisi une configuration classique où l'âme et le blindage sont reliés par une résistance R_0 , alors que le blindage est mis en chaque extrémité à la terre à travers une résistance R_1 .

La localisation du canal de foudre est à une distance, $y=50m$ du centre du câble comme le montre la figure IV.13. Pour traiter ce problème de couplage nous utilisons la théorie des lignes couplées où le câble est représenté par deux conducteurs parallèles. Notons que les paramètres linéiques du câble sont calculés en utilisant le formalisme de A. Amettani.

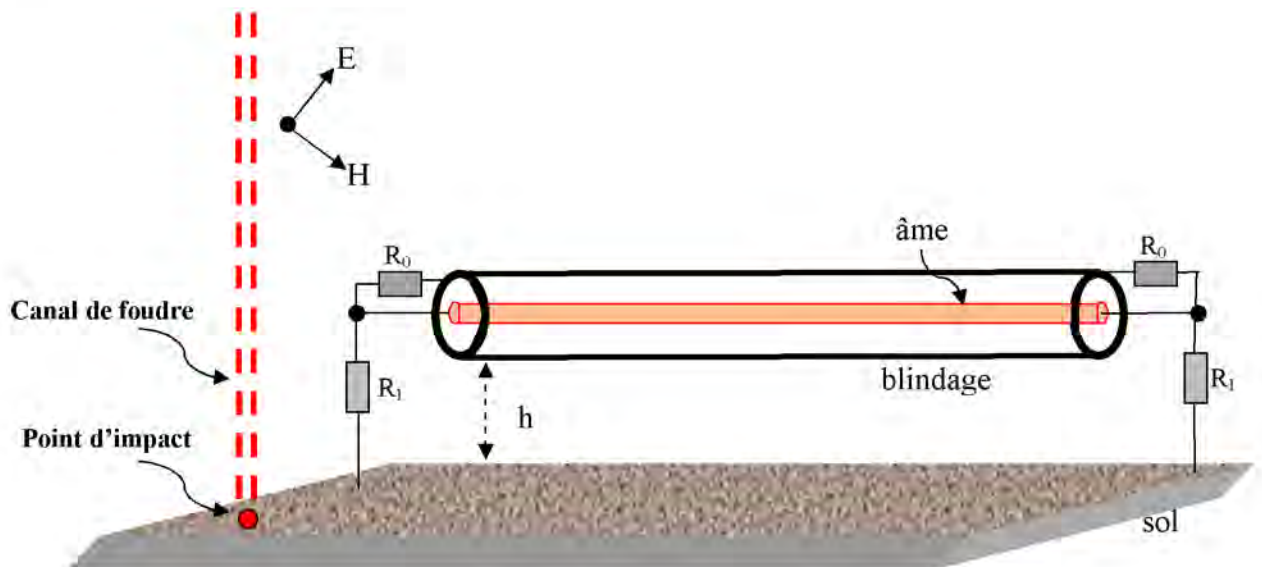


Fig. IV.13 : câble blindé illuminé par une onde de foudre

Les données géométriques et physiques du système câble-sol sont comme suit :

- rayon de l'âme : $R_a = 0.45 \text{ mm}$;
- rayon du premier isolant (entourant l'âme) : $R_{ia} = 1.475 \text{ mm}$;
- rayon du blindage : $R_b = 1.775 \text{ mm}$;
- rayon du deuxième isolant (entourant le blindage) : $R_{ib} = 2.475 \text{ mm}$;
- la conductivité de l'âme : $\sigma_a = 10^8 \text{ S/m}$;

- la conductivité du blindage : $\sigma_b = 0.58.10^8$ S/m ;
- la permittivité relative du premier isolant : $\epsilon_{ria} = 1.8$;
- la permittivité relative du deuxième isolant : $\epsilon_{rib} = 1$;
- les perméabilités relatives de l'âme, du blindage: $\mu_r = 1$;
- les perméabilités relatives des isolants sont : $\mu_r = 1$;
- la conductivité du sol : $\sigma_g = 0.01$ S/m ;
- la permittivité relative du sol : $\epsilon_{rg} = 10$;

Pour le calcul du champ électromagnétique, nous considérons les données suivantes :

- le courant à la base du canal est modélisé à l'aide de deux fonctions de Heidler (équation II.2) définies par les paramètres indiqués dans le tableau IV.1.

Pour l'arc en retour, nous utilisons le modèle MTL avec les caractéristiques suivantes :

- la vitesse de l'arc en retour est $v = 1.9.10^8$ m/s et sa constant de décroissance $\lambda = 2$ km et la hauteur du canal $H = 7.5$ km.

Les résultats que nous obtenons sont donnés en figures suivants :

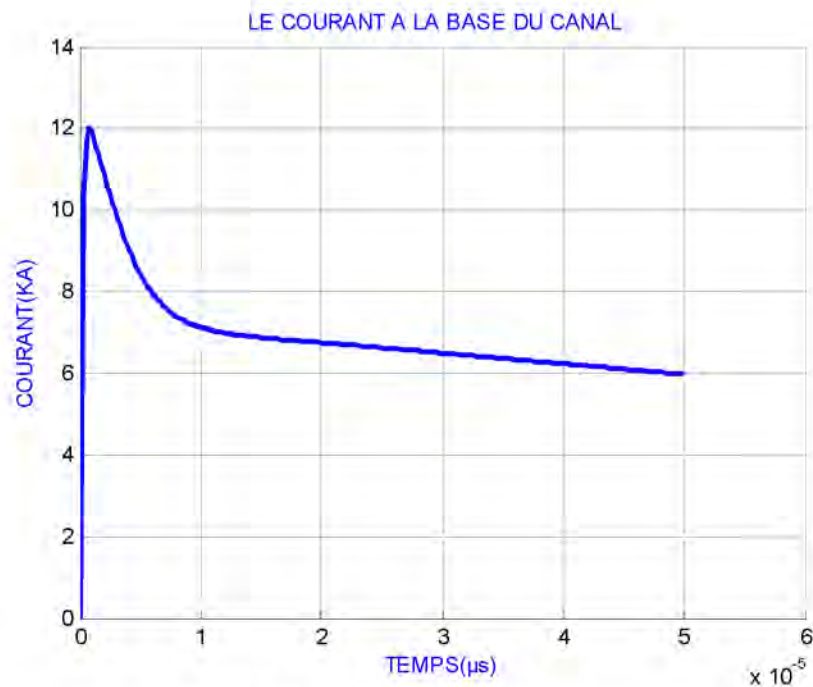


Fig. IV.14: le courant à la base du canal

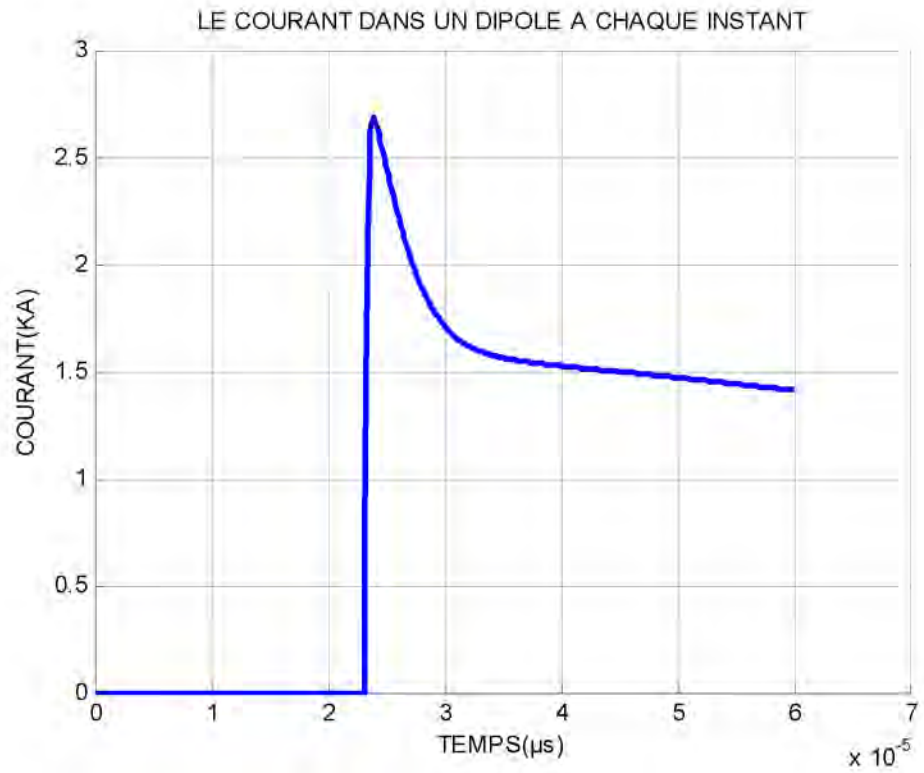


Fig. IV.15: courant d'arc en retour en une position médiane de l'antenne.

Dans ce qui va suivre nous proposons des résultats que nous obtenons pour quelques valeurs de la résistance R_0 .

IV2.1 Effet de la résistance R_0 sur les allures des courants et des tensions induits :

Cas 01 : $R_0 = 50 \Omega$, $R_l = 5 \Omega$:

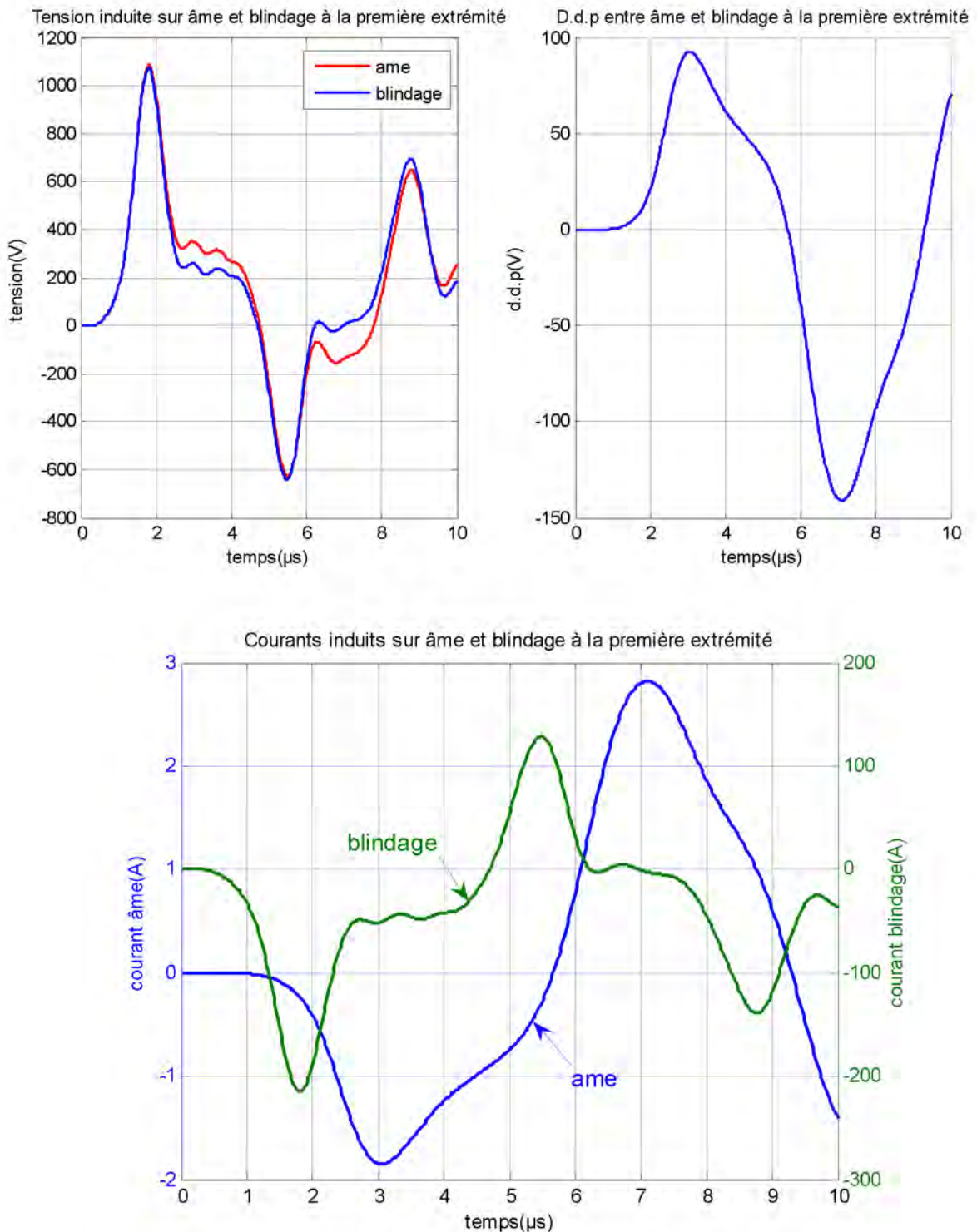


Fig. IV.16: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité.

Cas 02 : $R_0 = 1 \Omega$, $R_l = 5 \Omega$:

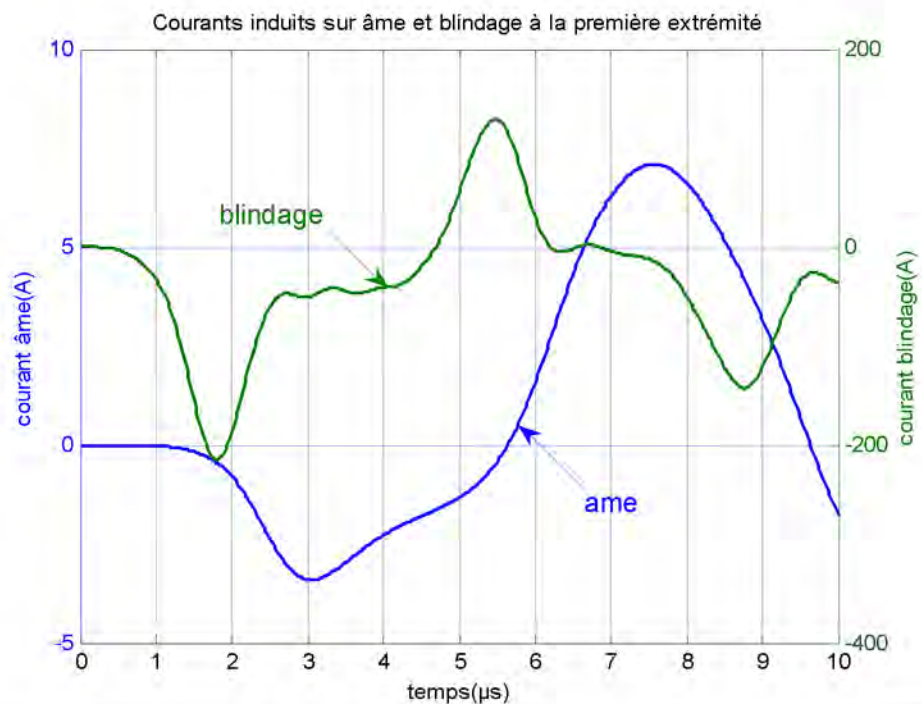
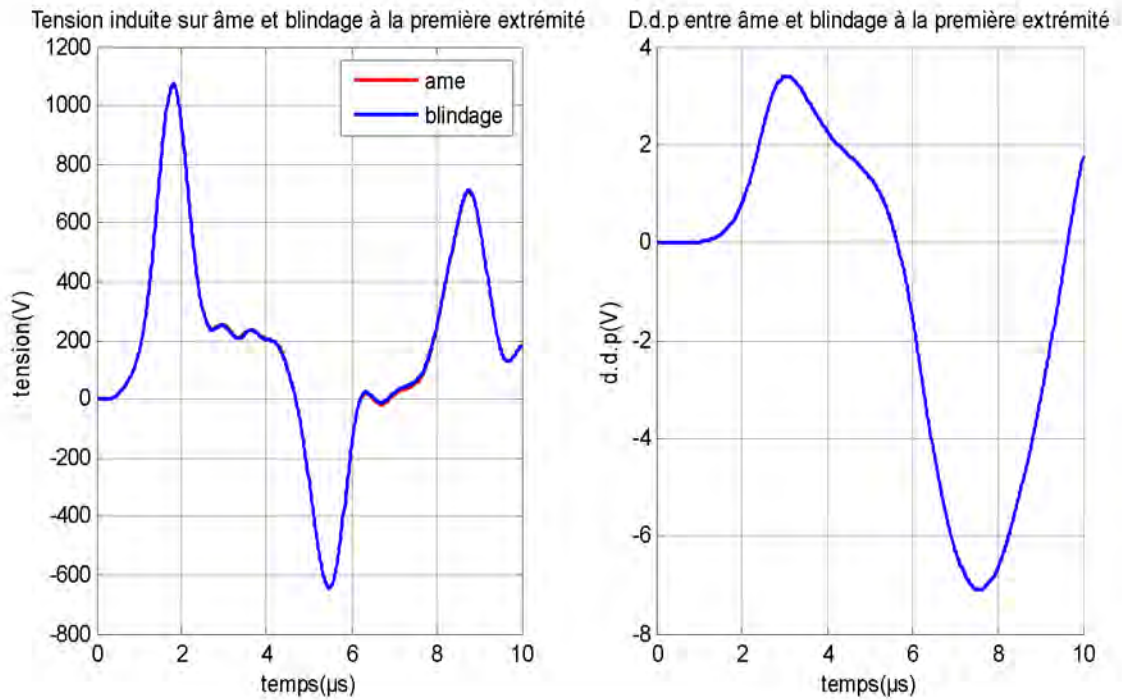


Fig. IV.17: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité.

Cas 03 : $R_0 = 1000 \Omega$, $R_l = 5 \Omega$:

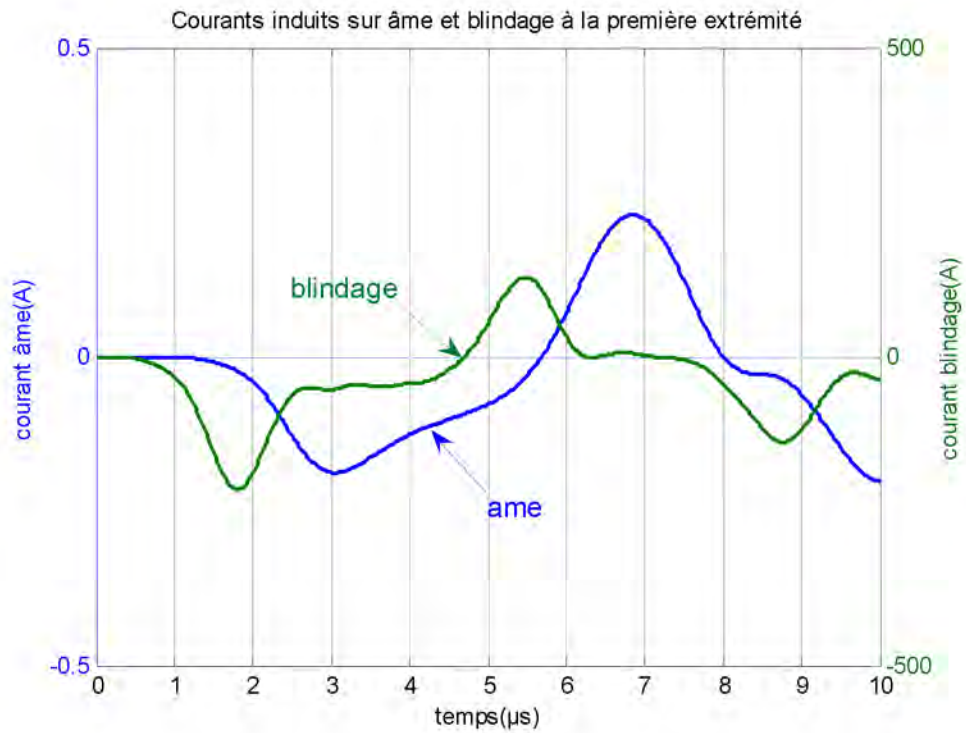
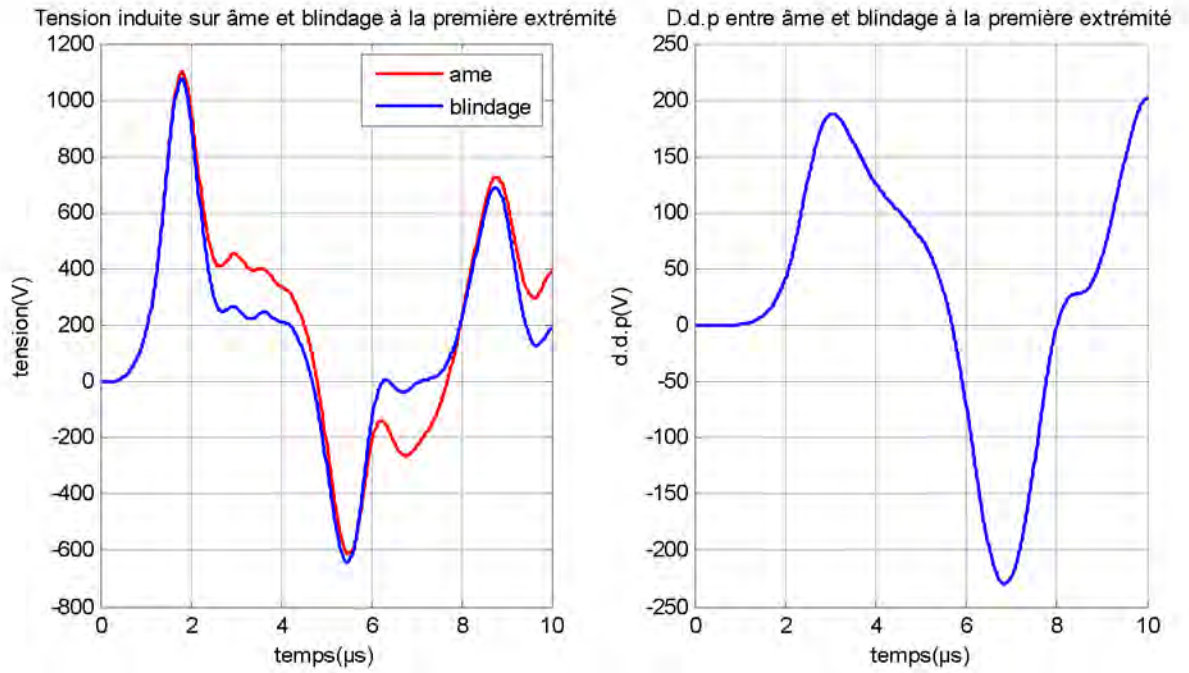


Fig. IV.18: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité.

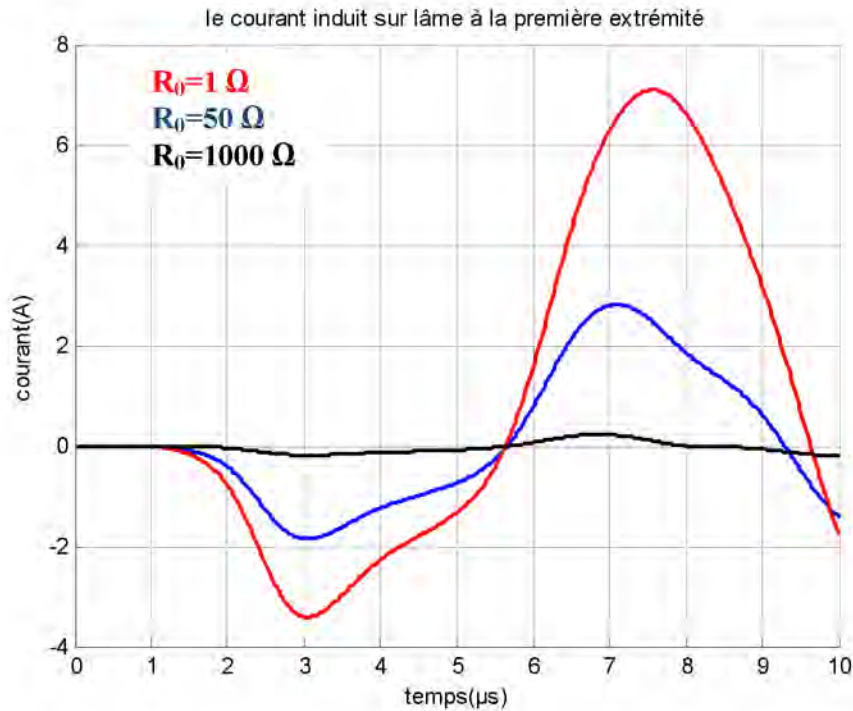


Fig. IV.19: variation des courants induit sur l'âme à la première extrémité pour différents valeurs de R_0 .

Valeurs des résistances	d.d.p. max âme-blindage	courant max dans l'âme	courant max dans le blindage
$R_0 = 50 \Omega$ $R_1 = 5 \Omega$	≈ 130 volts	≈ 3 A	≈ 200 A
$R_0 = 1 \Omega$ $R_1 = 5 \Omega$	≈ 6 volts	≈ 7 A	≈ 120 A
$R_0 = 1000 \Omega$ $R_1 = 5 \Omega$	≈ 200 volts	≈ 0.2 A	≈ 200 A

Tab. IV. 2 - Amplitudes des courants et de la d.d.p.

De ces résultats (figures IV.16 à IV.19) nous pouvons affirmer que l'imperfection du blindage est mise en évidence par la différence de potentiel (d.d.p) qui apparaît entre l'âme et le blindage pour les trois cas. Nous constatons que la ddp est plus importante quand la résistance R_0 augmente. Notons que cette imperfection du blindage est à l'origine de l'apparition d'un courant parasite (perturbateur) qui apparaît dans l'âme; cette perturbation est réduite lorsque la résistance R_0 est importante.

IV.2.2 Etude paramétrique :

Afin de vérifier certaines observations relevées par les industriels, nous étendons notre travail à une étude paramétrique qui concerne :

- la conductivité du blindage ;
- la perméabilité magnétique du blindage ;

On va calculer les tensions et les courants induits sur l'âme et le blindage sur la première extrémité ainsi que la différence de potentiel entre l'âme et le blindage.

CAS 01 : $\sigma_b = 0.28 \times 10^8 S/m$

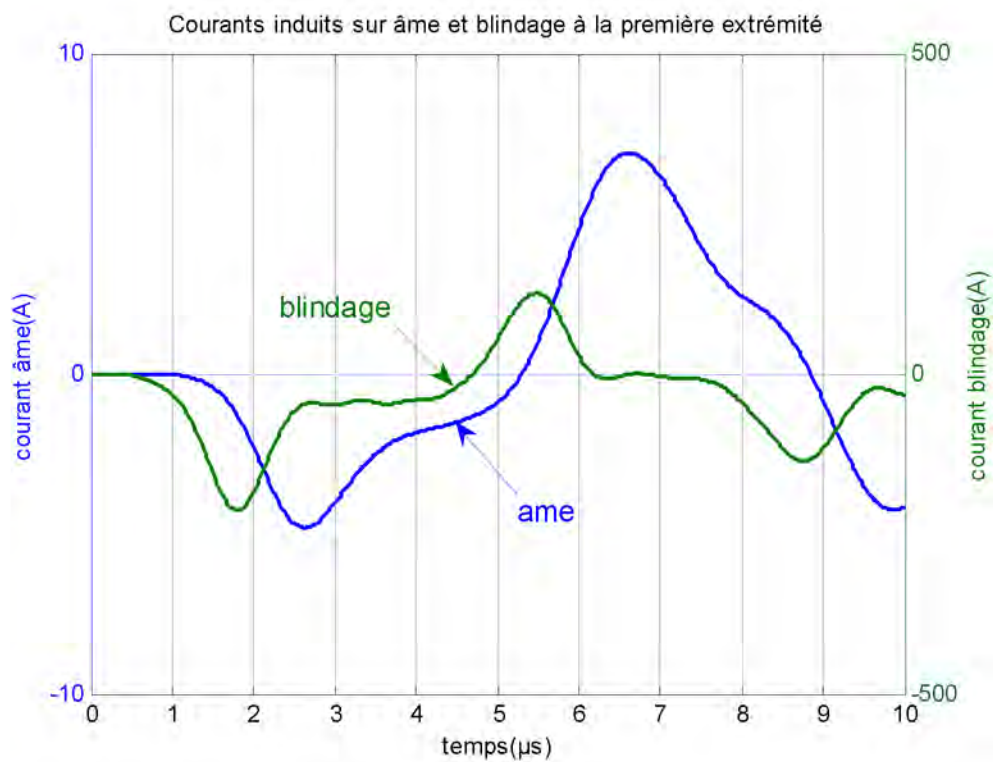
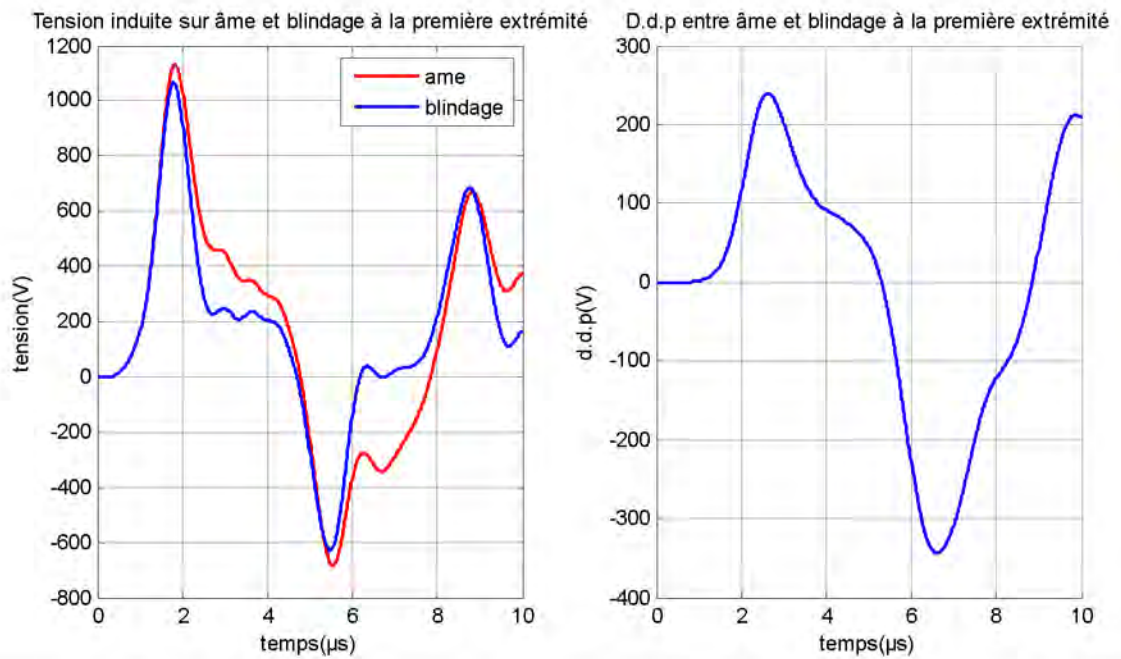


Fig. IV.20: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage à la première extrémité du câble.

CAS 02 : $\sigma_b = 0.58 \times 10^8 S/m$

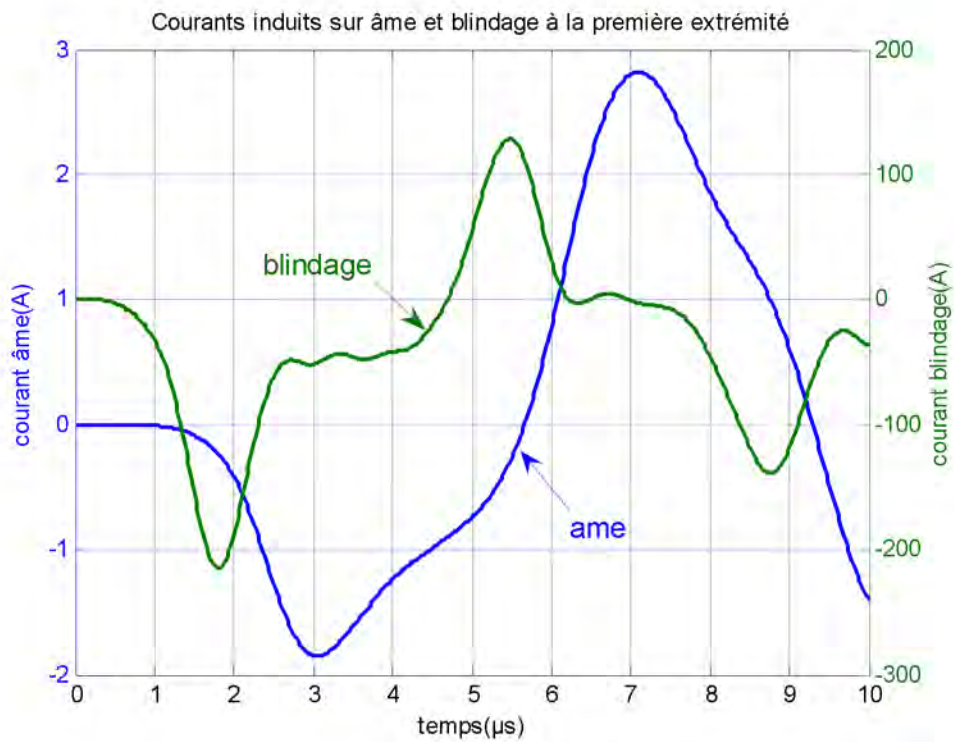
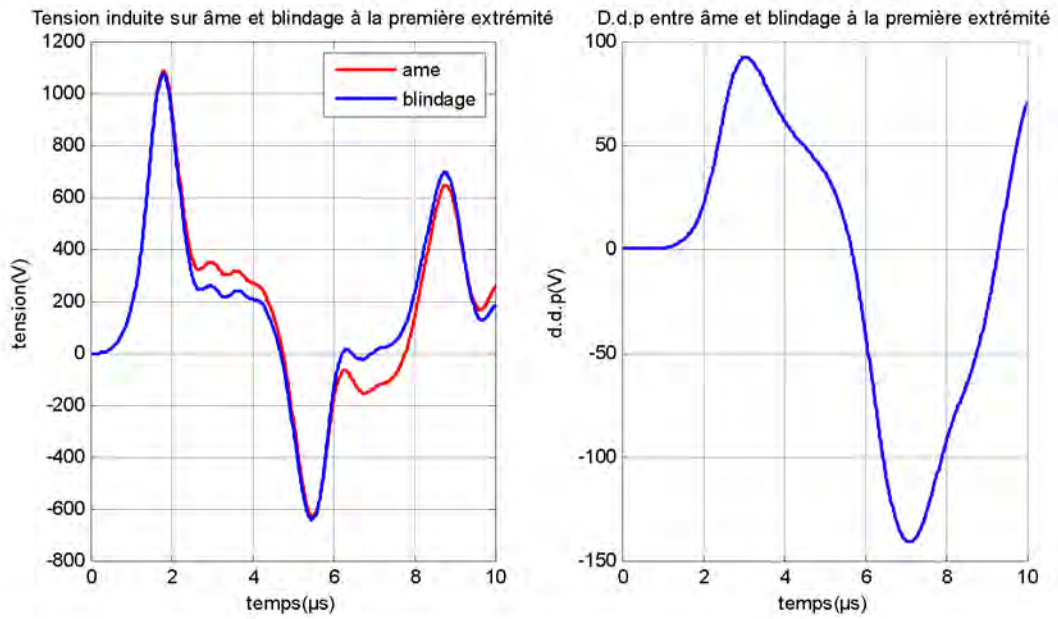


Fig. IV.21: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité.

CAS 03 : $\sigma_b = 0.88 \times 10^8 \text{ S/m}$

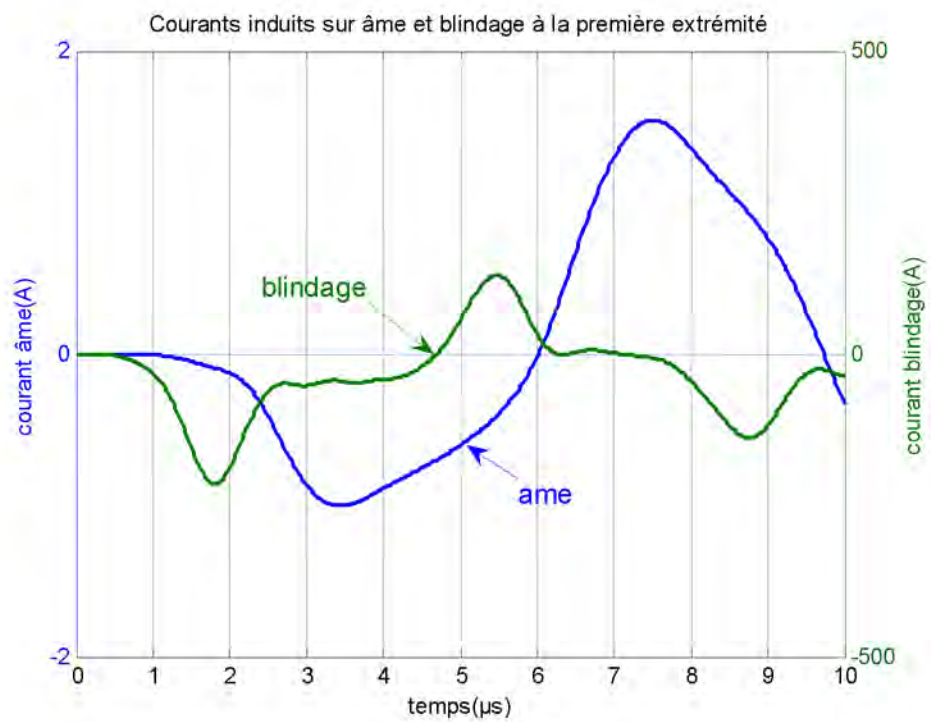
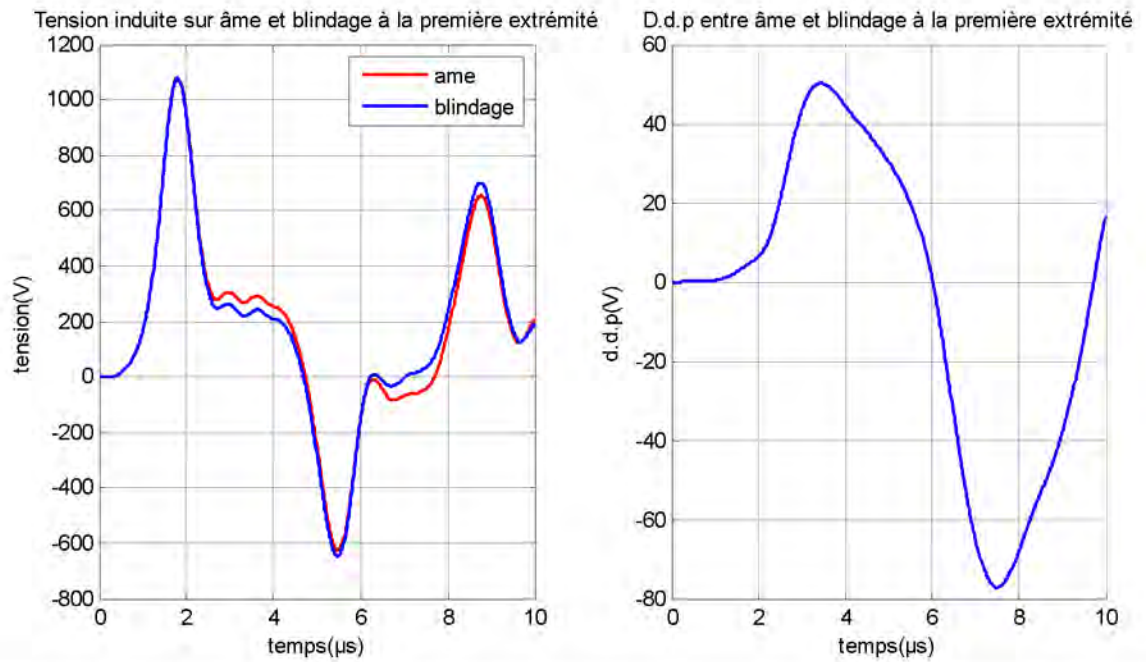


Fig. IV.22: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité.

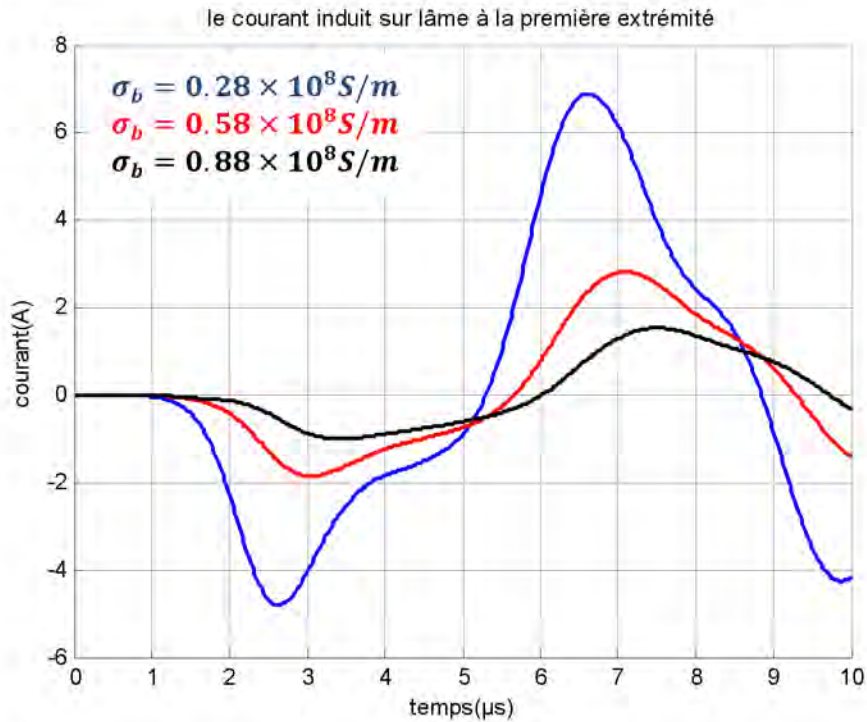


Fig. IV.23: variation du courants induits sur l'âme pour différents valeurs du conductivité du blindage à la première extrémité du cable.

En figure IV.23, nous remarquons clairement que les courants induits diminuent avec l'augmentation de la conductivité du blindage. Ce résultat est prévisible car plus le blindage est bon conducteur plus la profondeur de pénétration de l'onde (épaisseur de peau) diminue : Mur électrique.

CAS 01 : $\mu_b = 0.5$

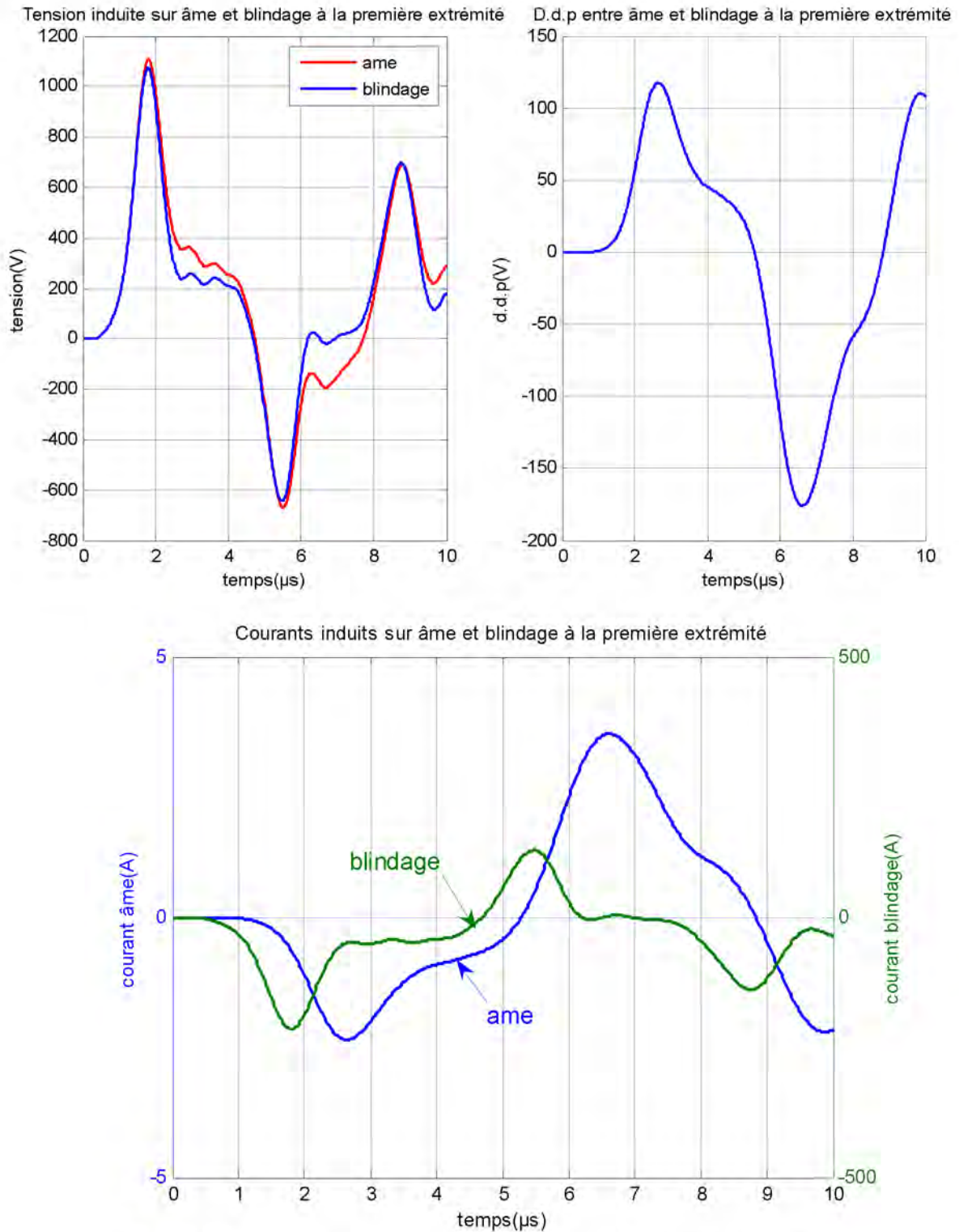


Fig. IV.24: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité du câble.

CAS 02 : $\mu_b = 1.5$

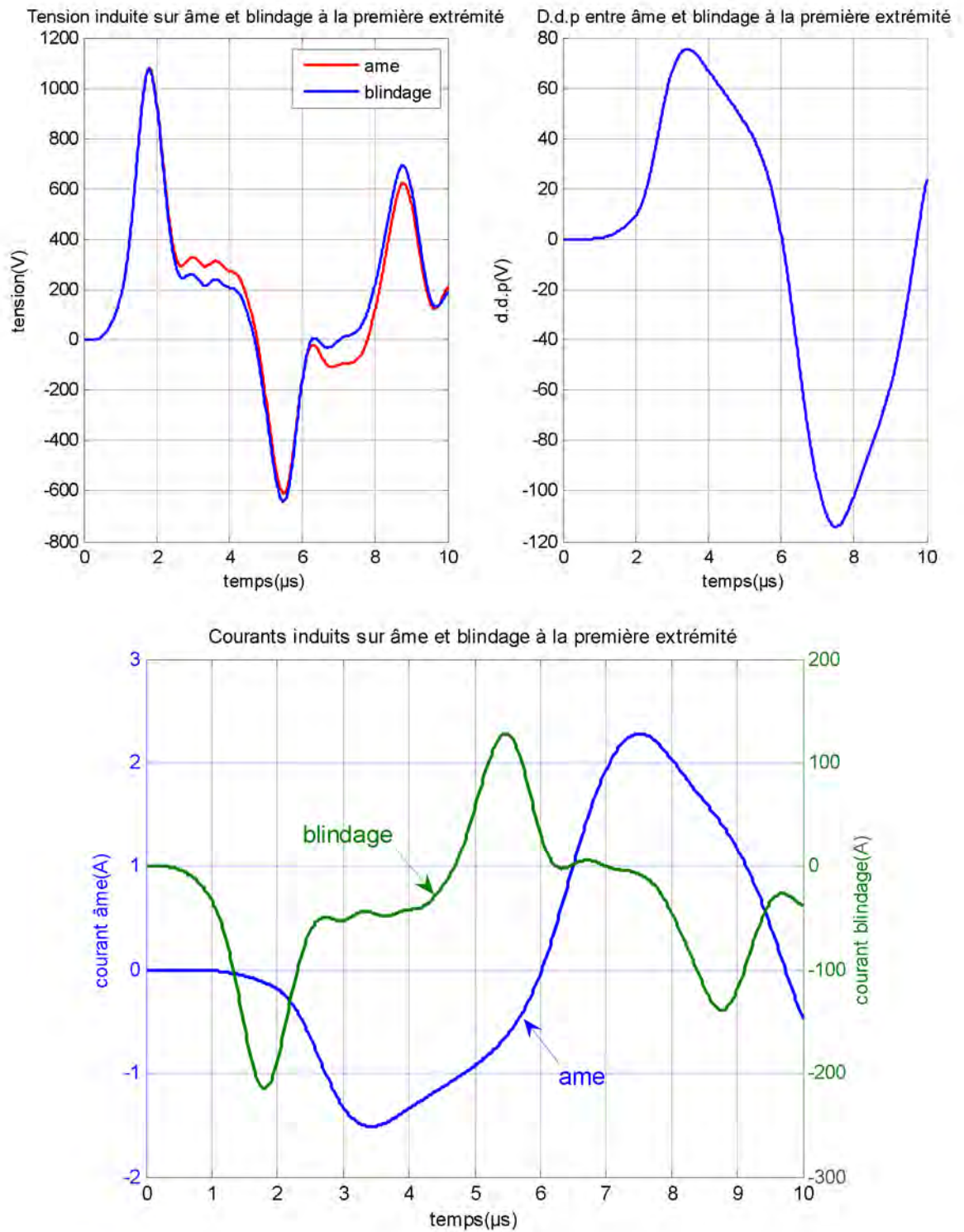


Figure IV.25: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité du câble.

CAS 03 : $\mu_b = 2.5$

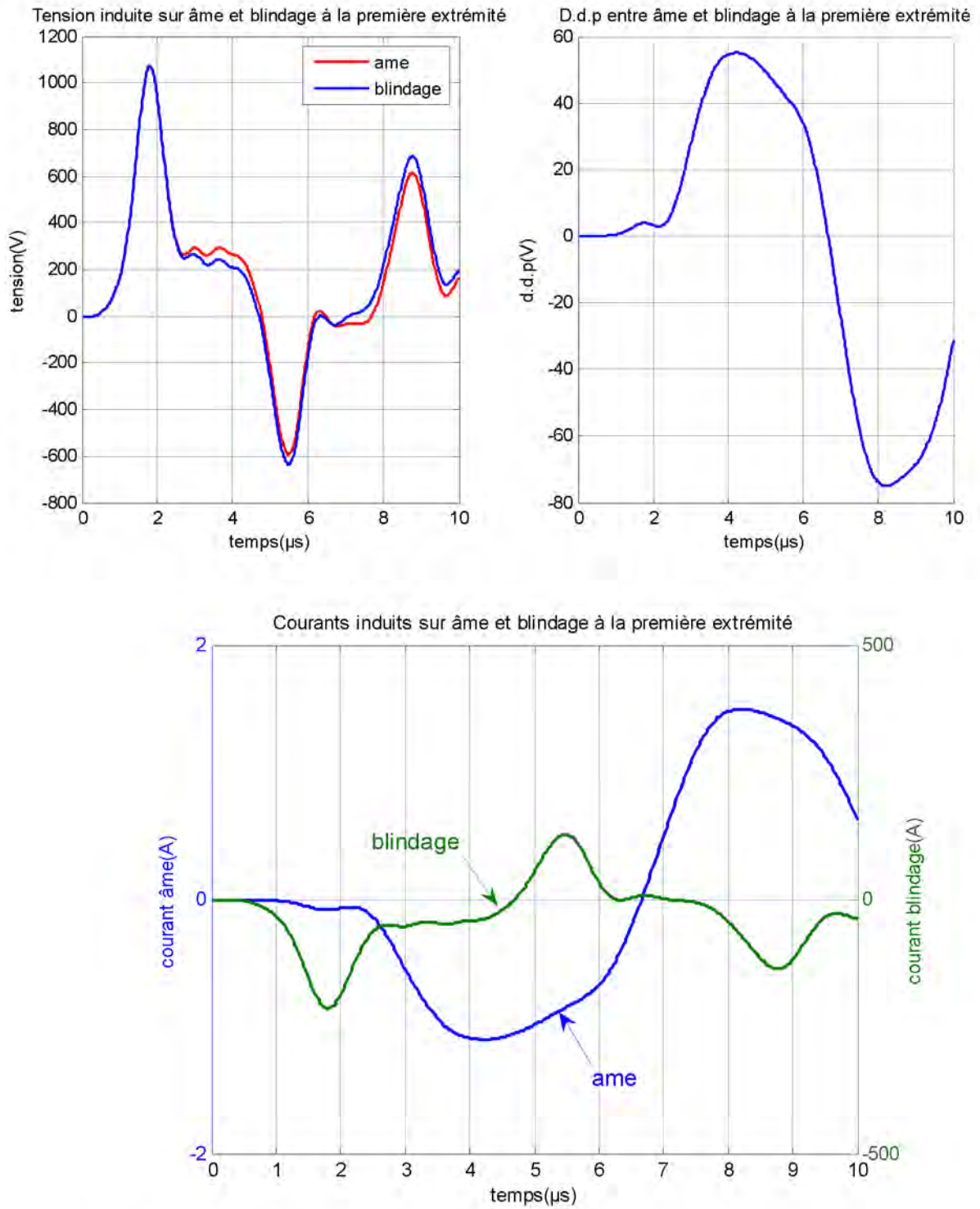


Fig. IV.26: courants, tensions induits et d.d.p sur l'âme et le blindage sur la première extrémité du câble.

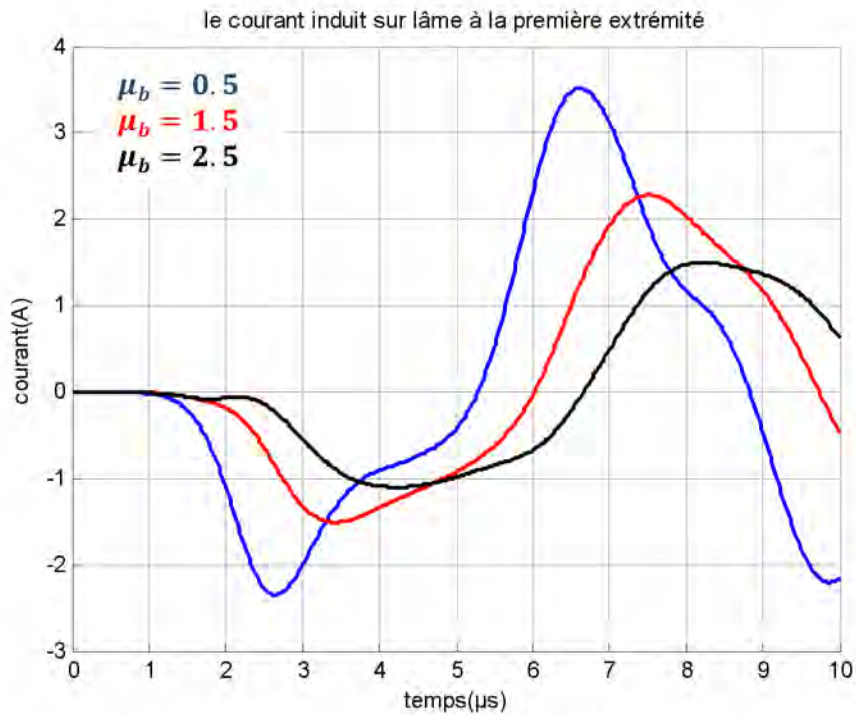


Fig. IV.27: variation du courants induits sur l'âme pour différents valeurs du perméabilité du blindage à la première extrémité.

De même, en figure IV.27 nous remarquons que les courants induits dans l'âme diminuent quand on augmente la perméabilité magnétique du blindage. Plus la perméabilité magnétique est élevée, plus le blindage va absorber l'onde électromagnétique : Mur magnétique.

IV.3 effet des parasurtenseurs :

Comme deuxième validation nous étudions un câble blindé dont le blindage est relié à la terre à travers deux résistances. Les propriétés du canal de foudre et du câble sont les mêmes que ceux qui ont servi à la première validation

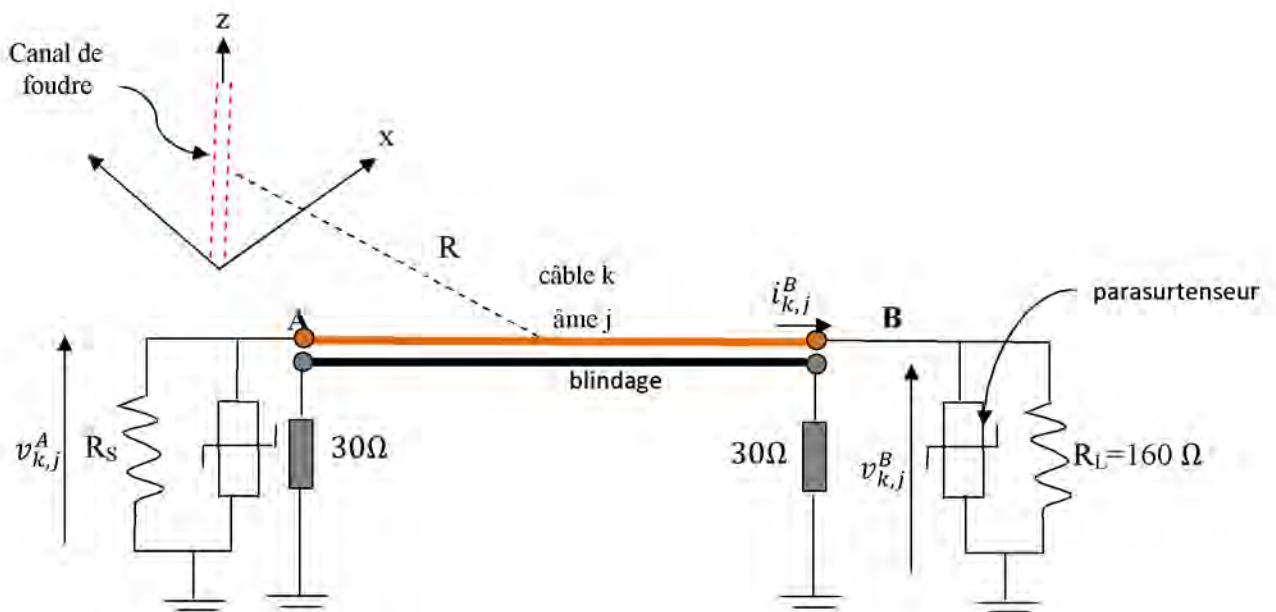


Fig. IV.28: câble aérien blindé illuminé par une onde de foudre en présence des charges non linéaires.

Afin d'illustrer l'effet indirect d'une onde de foudre sur un câble aérien blindé, en présence ou non des parasurtenseur, nous considérons que le câble se termine par deux charges résistives, puis en introduit en chaque extrémité **A**, **B** de l'âme des protections d'écrêtage (parasurtenseurs) dont le comportement non linéaire est décrit par l'équation (III.134), avec $k = 2.5$ kA, $P = 24$ et $v_{ref} = 3,5$ Kv. Figure IV.28.

En absence des parasurtenseurs, nous présentons quelques résultats pour les tensions et pour les courants induits en nœud **A** du câble sur l'âme et le blindage.

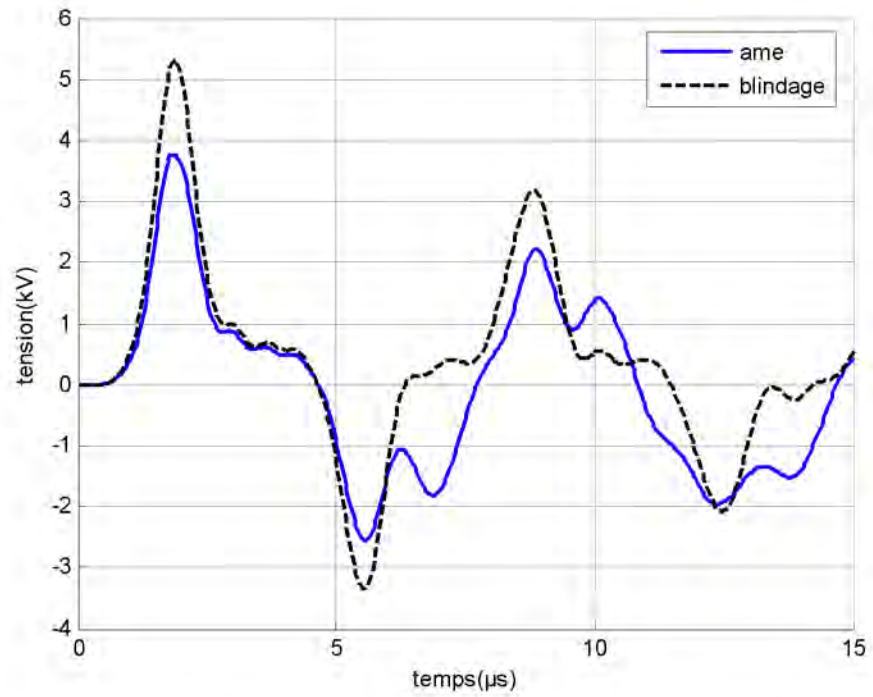


Fig. IV.29: tensions induites à l'extrémité A du cable.

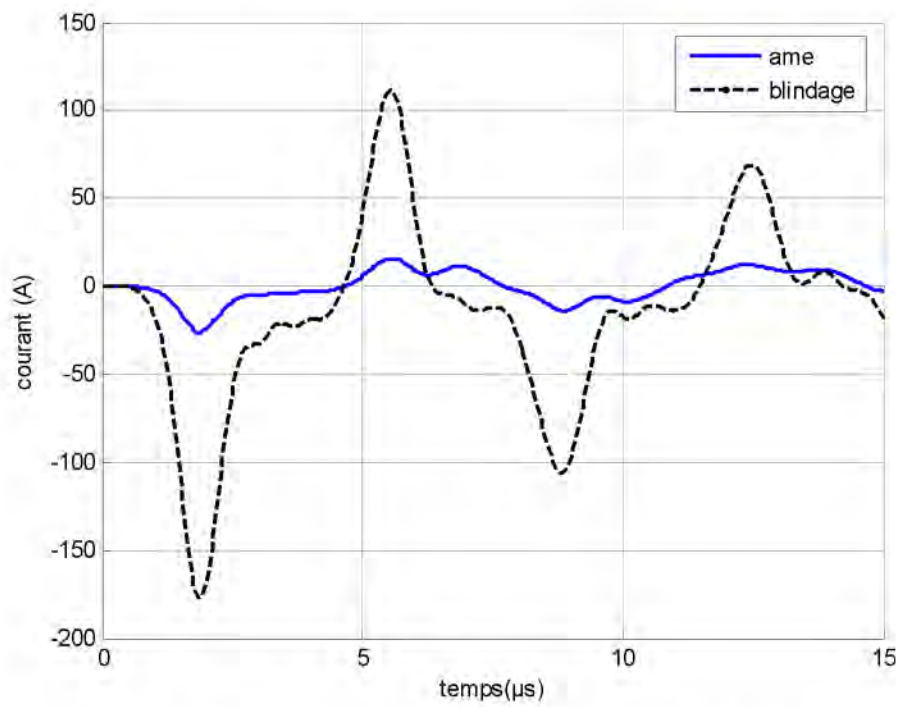


Fig. IV.30: courants induits à l'extrémité A du cable.

En présence des parasurtenseurs sur les deux extrémités de l'âme, le résultat obtenu est présenté en figure IV.31.

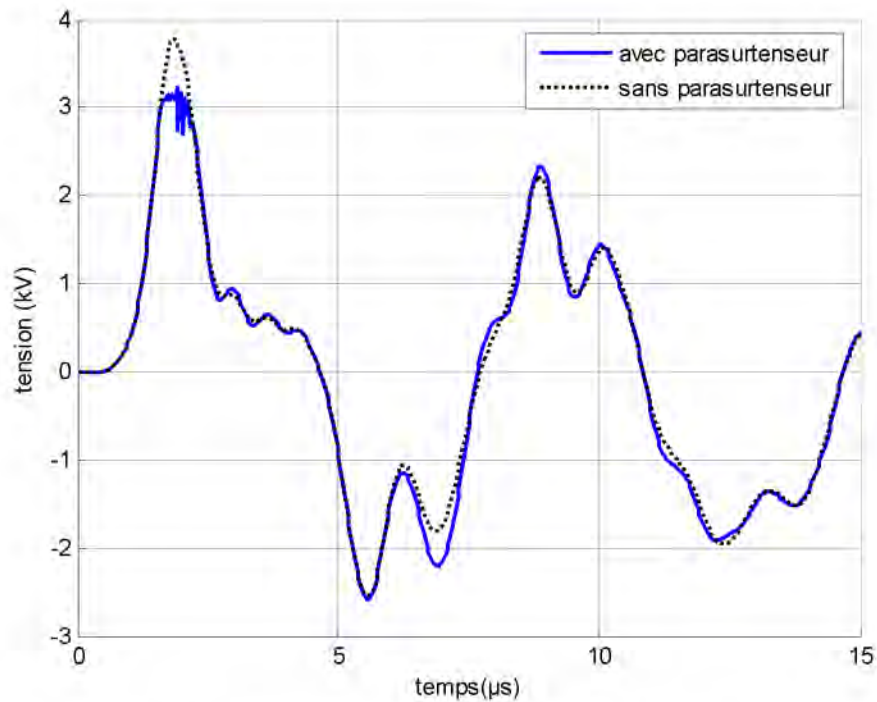


Fig. IV.31: tensions induites à l'extrémité **A** du câble
($V_{ref}=3.5kV$ en **A** et **B**).

Les résultats en figures (IV.29, IV.30) montrent clairement que les grandeurs électriques induites sont d'amplitudes moindres sur l'âme. La réduction du maximum figure (IV.31), c'est-à-dire l'écrêtage, enregistrée en utilisant les parasurtenseurs met en évidence le rôle que peut tenir un tel dispositif de protection pour contrecarrer l'effet indirect de la foudre, donc dans le point **A**, la tension est bien écrêtée (figure IV.31) pour $V_{ref}=3.5$ kV.

Conclusion

Cet ensemble d'applications, montre qu'il est possible de quantifier par calcul les surtensions et les surintensités résultantes de l'impact indirect de la foudre sur les câbles avec ou sans parasurtenseurs. Ceci constitue un avantage certain pour la coordination des isolements et le choix adéquat (en tension de référence et emplacement) des parasurtenseurs ; en effet, si généralement en technologie la mesure est possible en laboratoire à l'échelle réelle ou réduite, ce n'est pas le cas pour le réseau d'énergie ou de transmission d'informations et encore plus lorsqu'il s'agit d'un défaut externe d'origine naturelle.

References bibliographiques

- [I-7] **F. Rachidi**, "Effets électromagnétiques de la foudre sur les lignes de transmission aériennes modélisation et simulation" PHD Thesis, Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.
- [IV.2] **C. A. Nucci**, "Lightning –Induced Over Voltages on Overhead Power Lines .Part 1: Return-Stroke Current Models with Specified Channel-Base Current for the Evaluation of Return-Stroke Electromagnetic Field", Cigré paper prepared within the frame work of task Force 33.01.01 of the CIGRE working Group 33.01,1994.Electra N°161, August 1995.
- [IV.3] **A. Zeddani, P. Degauque**, "Current and Voltage Induced on a Telecommunication Cable by a Lightning Stroke", Lightning Electromagnetic, Edited by R. L. Gardner, pp. 377-400, Hemisphere publ. Corp., 1990.
- [IV.4] **M. Rubinstein**, "Voltages Induced on a Test Power Line from Artificially Initiated Lightning: Theory and Experiment", PH. D. Thesis Dissertation, University of Florida, Gainesville, 1991.
- [IV.5] **E.Petrache**. "Lightning Induced Disturbances in Buried Cables-Part I".

Conclusion Générale

Conclusion générale

L'introduction, dans le réseau de transport d'énergie et de télécommunication, de matériels électroniques de plus en plus sophistiqués et fonctionnant sous faibles niveaux de tensions a augmenté la vulnérabilité des équipements.

L'optimisation des dispositifs de protection nécessite :

- une connaissance préalable des perturbations auxquelles toute ligne ou câble aérien ou enterré risque d'être soumis.
- une connaissance de l'interaction entre la perturbation et la structure filaire (ligne ou câble).

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux perturbations engendrées par action indirecte de la foudre.

Des spécialistes prétendent même que ce phénomène d'induction est bien plus préoccupant, puisque plus fréquent, que celui engendré par un contact direct (coups au but).

Pour se protéger contre ce phénomène, qui frise le domaine des hautes fréquences, il est indispensable de quantifier ses effets.

Dans notre travail, nous avons abordé la quantification des effets du phénomène d'impact indirect de la foudre par modélisation pour estimer les valeurs des courants et tensions induits. Ceci nous a conduit au développement d'un code de simulation sous l'environnement MATLAB que nous avons validé par confrontation avec les résultats publiés dans la littérature (calculs et mesures).

Nous avons traité plusieurs applications en relation directe avec la réalité industrielle où des câbles sont exposés à des agressions électromagnétiques externes.

Les résultats que nous avons obtenus par le calcul confirment ceux publiés dans la littérature (calculs et mesures).

Nous avons étendu nos simulations à quelques analyses directement liées à la compatibilité électromagnétique (CEM). Ce qui nous permet d'affirmer que l'outil de simulation que nous proposons, avec prise en compte de l'effet du sol lors du calcul des paramètres linéiques et du

champ EM émis par la foudre, peut contribuer à une première étude des problèmes de CEM qui découlent du couplage onde-structure filaire.

En perspective de ce travail, après avoir caractérisé le générateur de courant ou de tension perturbateur, il serait maintenant intéressant de continuer en étudiant l'effet de ces derniers sur les équipements électronique de bas niveau de puissance. Cette étude permettra certainement de mieux aborder les solutions de protection.

Annexe A

Calcul des paramètres linéiques d'un câble

B.1 La matrice impédance [Z]

Pour un câble mono-âme qui se compose d'une âme, d'un écran et d'un blindage, sa matrice impédance est donnée par l'expression suivant [III.15]:

$$[Z] = [Z_i] + [Z_0] \quad (A.1)$$

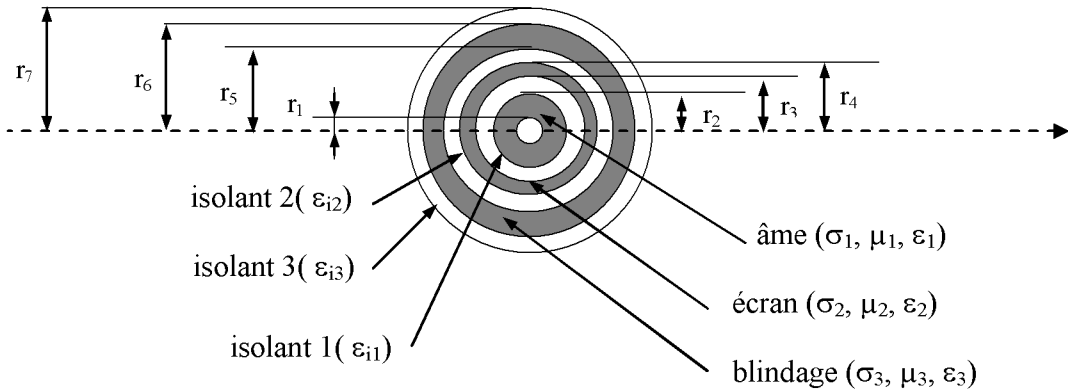


Fig. A.1 – Coupe transversale d'un câble coaxial

Avec :

$$[Z_i] = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{cs} & Z_{ca} \\ Z_{cs} & Z_{ss} & Z_{sa} \\ Z_{ca} & Z_{sc} & Z_{aa} \end{bmatrix} : \text{matrice impédance interne propre du câble mono-âme.}$$

$$[Z_0] = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_0 & Z_0 \\ Z_0 & Z_0 & Z_0 \\ Z_0 & Z_0 & Z_0 \end{bmatrix} : \text{matrice impédance du retour par la terre.}$$

avec

Z_{cc} : impédance propre de l'âme

$$Z_{cc} = z_{cs} + z_{sa} + z_{a4} - 2z_m - 2z_{3m} \quad (A.2)$$

Z_{ss} : impédance propre de l'écran

$$Z_{ss} = z_{sa} + z_{a4} - 2z_{3m} \quad (A.3)$$

Z_{aa} : impédance propre de blindage

$$Z_{aa} = z_{a4} \quad (A.4)$$

Z_{cs} : impédance mutuelle entre l'âme et l'écran

$$Z_{cs} = z_{sa} + z_{a4} - z_{2m} - 2z_{3m} \quad (A.5)$$

Z_{ca} : impédance mutuelle entre l'âme et le blindage

$$Z_{ca} = z_{a4} - z_{3m} \quad (A.6)$$

Z_{sa} : impédance mutuelle entre l'écran et le blindage

$$Z_{sa} = z_{a4} - z_{3m} \quad (A.7)$$

Où :

$$z_{cs} = z_{11} + z_{12} + z_{2i} \quad (A.8)$$

$$z_{sa} = z_{20} + z_{23} + z_{3i} \quad (A.9)$$

$$z_{a4} = z_{30} + z_{34} \quad (A.10)$$

Les expressions analytiques des différentes impédances linéiques suscitées sont comme suit :

$$z_{11} = (j\omega\mu_0\mu_1 / 2\pi).(1/x_2D_1)\{I_0(x_2).K_1(x_1) + I_1(x_1).K_0(x_2)\} \quad (A.11)$$

z_{11} : impédance interne de la surface externe de l'âme ;

$$z_{12} = (j\omega\mu_0\mu_{i1} / 2\pi).\ln(r_3 / r_2) \quad (A.12)$$

z_{12} : impédance de l'isolant externe de l'âme ;

$$z_{2i} = (j\omega\mu_0\mu_2 / 2\pi).(1/x_3D_2)\{I_0(x_3).K_1(x_4) + I_1(x_4).K_0(x_3)\} \quad (A.13)$$

z_{2i} : impédance interne de la surface interne de l'écran ;

$$z_{2m} = (1/2\pi r_3 r_4 \sigma_2 D_2) \quad (A.14)$$

z_{2m} : impédance mutuelle de l'écran ;

$$z_{20} = (j\omega\mu_0\mu_2 / 2\pi).(1/x_4D_2)\{I_0(x_4).K_1(x_3) + I_1(x_3).K_0(x_4)\} \quad (A.15)$$

z_{20} : impédance interne de la surface externe de l'écran ;

$$z_{23} = (j\omega\mu_0\mu_{i2} / 2\pi).\ln(r_5 / r_4) \quad (A.16)$$

z_{23} : impédance de l'isolant externe de l'écran ;

$$z_{3i} = (j\omega\mu_0\mu_3 / 2\pi).(1/x_5D_3)\{I_0(x_5).K_1(x_6) + I_1(x_6).K_0(x_5)\} \quad (A.17)$$

z_{3i} : impédance interne de la surface interne du blindage ;

$$z_{3m} = (1/2\pi r_5 r_6 \sigma_3 D_3) \quad (A.18)$$

z_{3m} : impédance mutuelle du blindage ;

$$z_{30} = (j\omega\mu_0\mu_3 / 2\pi).(1/x_6D_3)\{I_0(x_6).K_1(x_5) + I_1(x_5).K_0(x_6)\} \quad (A.19)$$

z_{30} : impédance interne de la surface externe du blindage ;

$$z_{34} = (j\omega\mu_0\mu_{i3} / 2\pi).\ln(r_7 / r_6) \quad (A.20)$$

z_{34} : impédance de l'isolant externe du blindage ;

avec

$$D_1 = I_1(x_2).K_1(x_1) - I_1(x_1).K_1(x_2) \quad (A.21)$$

$$D_2 = I_1(x_4).K_1(x_3) - I_1(x_3).K_1(x_4) \quad (A.22)$$

$$D_3 = I_1(x_6).K_1(x_5) - I_1(x_5).K_1(x_6) \quad (A.23)$$

I_0, I_1 : fonctions de Bessel modifiées du première espèces d'ordre 0 et d'ordre 1 ;

K_0, K_1 : fonctions de Bessel modifiées du deuxième espèces d'ordre 0 et d'ordre 1 ;

$$x_k = \beta_k \sqrt{j\omega} \quad (A.24)$$

$$\beta_1 = r_1 \sqrt{\sigma_1 \mu_0 \mu_1} \quad (A.25)$$

$$\beta_2 = r_2 \sqrt{\sigma_1 \mu_0 \mu_1} \quad (A.26)$$

$$\beta_3 = r_3 \sqrt{\sigma_2 \mu_0 \mu_2} \quad (A.27)$$

$$\beta_4 = r_4 \sqrt{\sigma_2 \mu_0 \mu_2} \quad (A.28)$$

$$\beta_5 = r_5 \sqrt{\sigma_3 \mu_0 \mu_3} \quad (A.29)$$

$$\beta_6 = r_6 \sqrt{\sigma_3 \mu_0 \mu_3} \quad (A.30)$$

L'impédance du retour par la terre dans le cas d'un câble aérien est donnée par :

$$Z_0 = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{(1+\gamma_g)h}{\gamma_g h}\right) \quad (A.31)$$

$$\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_g + j\omega\epsilon_0\epsilon_{rg})} \quad (A.32)$$

avec

γ_g : est la constante de propagation dans le sol ;

h : est la hauteur du câble.

B.2 La matrice admittance [Y]

Le calcul de la matrice d'admittance du câble passe par le calcul de la matrice des coefficients de potentiel et l'inversion de cette dernière nous permet d'obtenir la matrice nodale [C] des capacités linéiques.

$$[Y] = j\omega[P]^{-1} \quad (A.33)$$

Où : [P] est la matrice des coefficients de potentiel

Et :

$$[P] = [P_i] + [P_0] \quad (A.34)$$

avec

$$[P_i] = \begin{bmatrix} p_c + p_s + p_a & p_s + p_a & p_a \\ p_s + p_a & p_s + p_a & p_a \\ p_a & p_a & p_a \end{bmatrix} : \text{matrice des coefficients de potentiel interne du câble mono-âme.}$$

Tel que :

$$\begin{cases} p_c = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i1}} \ln(r_3 / r_2) \\ p_c = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i2}} \ln(r_5 / r_4) \\ p_c = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i3}} \ln(r_7 / r_6) \end{cases} \quad (A.35)$$

Et

$$[P_0] = \begin{bmatrix} p_0 & p_0 & p_0 \\ p_0 & p_0 & p_0 \\ p_0 & p_0 & p_0 \end{bmatrix} : \text{matrice des coefficients de potentiel de l'espace ;}$$

Où :

$$p_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln(2h / r_7) \quad (A.36)$$

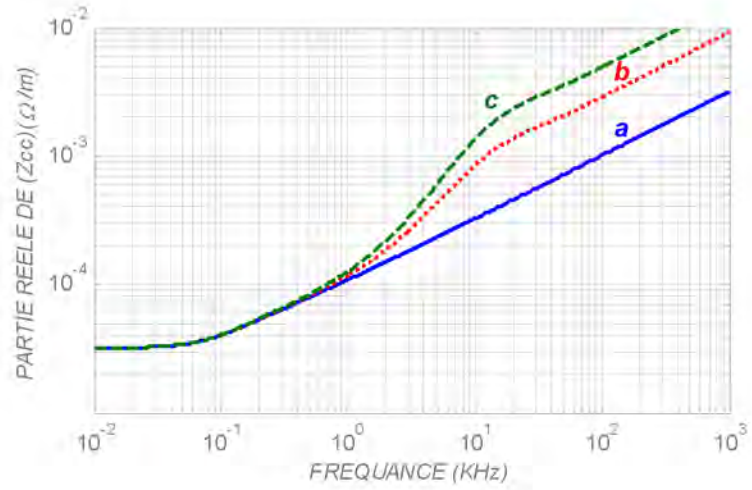
B.3 Validation de calcul des paramètres linéiques d'un câble mono-âme

Soit un câble coaxiale (Fig. A.1), dont les données géométrique est physiques sont comme suit :

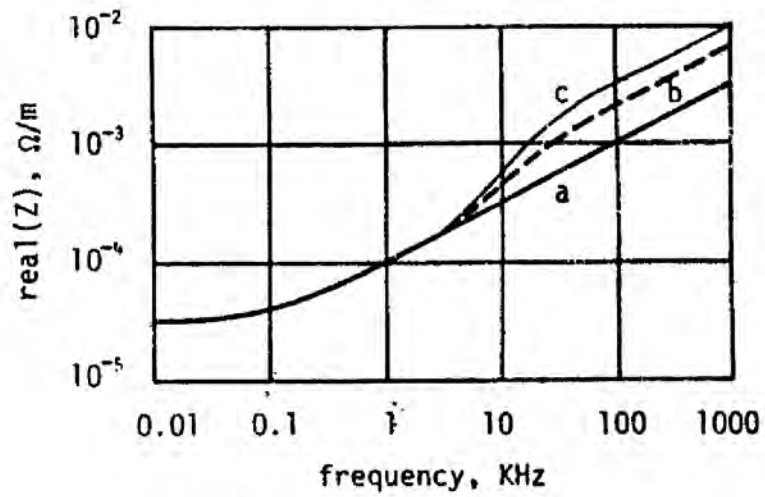
$$\begin{cases} \sigma_1 = 10^8 S/m, \mu_1 = 1 \\ \sigma_2 = 10^8 S/m, \mu_2 = 1 \\ \sigma_3 = 10^8 S/m, \mu_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \epsilon_1 = 4, \mu_{i1} = 2 \\ \epsilon_2 = 4, \mu_{i2} = 2 \\ \epsilon_3 = 4, \mu_{i3} = 2 \end{cases}$$

$$r_1 = 0 \text{ cm}, r_1 = 1 \text{ cm}, r_1 = 1.34 \text{ cm}, r_1 = 1.48 \text{ cm}, r_1 = 1.64 \text{ cm}, r_1 = 1.81 \text{ cm}, r_1 = 2 \text{ cm}$$

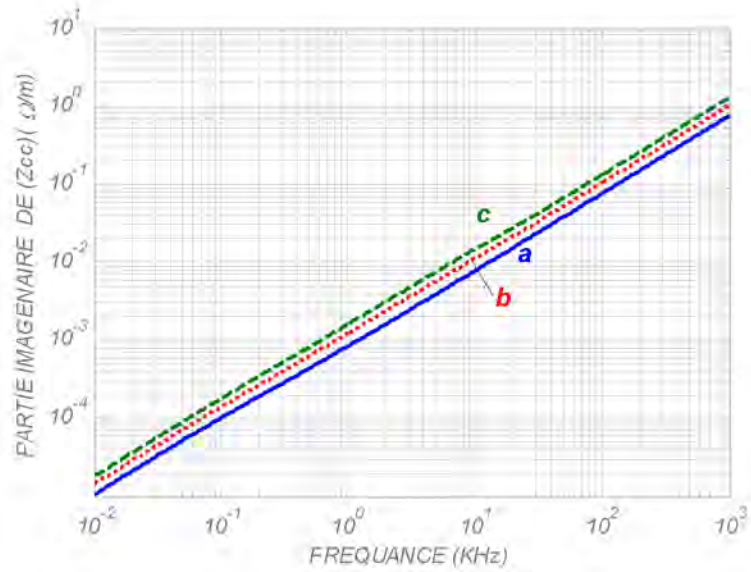


a) résultats de calcul

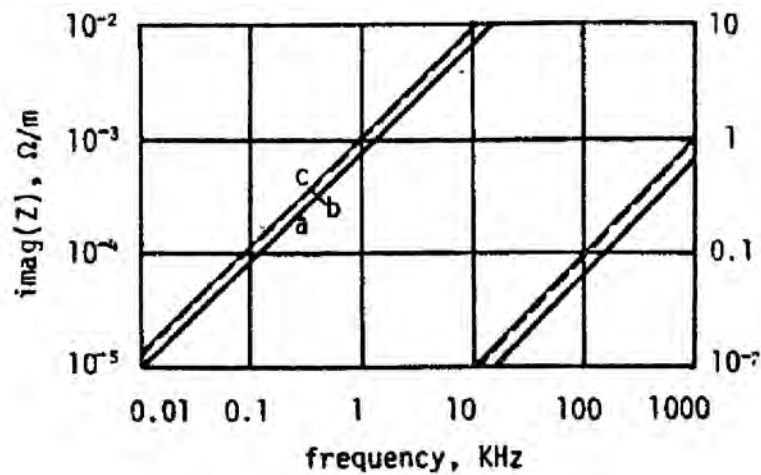


b) résultats en AMETANI [III.15]

Fig. A.2 - Partie réelle de Z_{cc} interne propre d'un câble mono-âme.



a) résultats de calcul



b) résultats en AMETANI [III.15]

Fig. A.3 - Partie imaginaire de Z_{cc} interne propre d'un câble mono-âme.

Les figures A.2 et A.3 représentent respectivement les variations de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'impédance interne propre de l'âme d'un câble coaxial en fonction de la fréquence, pour les trois cas suivants :

- câble constitué d'une âme et son isolant 'a' ;
- câble constitué d'une âme, une gaine et leurs isolants 'b' ;
- câble constitué d'une âme, une gaine, un blindage et leurs isolant 'c' ;

Nous remarquons un bon accord entre notre résultat de calcul (figures A.2.a et A.3.a) et celle publiée par AMETANI [III.15].

Annexe B

Expressions temporelles des matrices résistances du sol et du blindage :

Expression temporelle de la matrice résistance du sol :

Pour la résistance transitoire du sol, nous utilisons l'expression proposée par F. Rachidi et al [III.22], donnée par l'équation :

$$[\xi_{sii}(t)] = F^{-1} \left\{ \frac{[\hat{Z}_{sii}]}{j\omega} \right\} \cong \min \left\{ \frac{1}{2\pi b} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rs}}}, \frac{\mu_0}{\pi \tau_{sii}} \times \left[\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\tau_{sii}}{t}} + \frac{1}{4} \exp(\tau_{sii}/t) \cdot \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\tau_{sii}}{t}} \right) - \frac{1}{4} \right] \right\} \quad (B.01)$$

Avec :

$$\tau_{sii} = b^2 \mu_0 \sigma_s$$

Expression temporelle de la matrice résistance du blindage :

En temporel, afin de tenir compte de l'effet de la conductivité finie du blindage, nous faisons intervenir la notion de résistance transitoire du blindage. La transformée de Fourier inverse de la matrice $\frac{Z_b}{j\omega}$ ($[Z_b]$ étant définie en équation(III. 106), nous conduit à la détermination des éléments de la matrice résistance du blindage donnés comme suit [III.16]:

$$[\xi_{bij}] = F^{-1} \left\{ \frac{[\hat{Z}_{bij}]}{j\omega} \right\} = F^{-1} \left\{ \frac{\left[\begin{array}{cc} [Z_{2i} + z_{20} - 2z_{2m} & z_{20} - z_{2m}] \\ z_{20} - z_{2m} & z_{20} \end{array} \right]}{j\omega} \right\} \quad (B.02)$$

$$= F^{-1} \left\{ \left[\begin{array}{cc} 2 \frac{z_0(s)}{j\omega} - 2 \frac{z_t(s)}{j\omega} & \frac{z_0(s)}{j\omega} - \frac{z_t(s)}{j\omega} \\ \frac{z_0(s)}{j\omega} - \frac{z_t(s)}{j\omega} & \frac{z_0(s)}{j\omega} \end{array} \right] \right\} = \left[\begin{array}{cc} 2\xi_0(t) - 2\xi_m(t) & \xi_0(t) - \xi_m(t) \\ \xi_0(t) - \xi_m(t) & \xi_0(t) \end{array} \right] \quad (B.03)$$

En temporel :

$$\xi_0(t) = F^{-1} \left(\frac{z_0(s)}{j\omega} \right) = R_{dc} + \sum_{k=1}^{\infty} \xi_{0k}(t) \quad \text{pour } t > 0 \quad (B.04)$$

$z_0(s)$: impédance interne de la surface interne et externe du blindage.

En fréquentiel et à partir des expressions proposées par M.Feliziani et all [III.16]

$$z_{2i} = z_{20} = z_0(s) \cong \frac{1}{2\pi a} \frac{\eta_b \cdot \cosh(\gamma_b \cdot d)}{\sinh(\gamma_b \cdot d)} \quad (B.05)$$

Et :

$$\xi_m(t) = F^{-1} \left(\frac{z_t(s)}{j\omega} \right) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t = 0 \\ R_{dc} + \sum_{k=1}^{\infty} \xi_{mk}(t) & \text{pour } t > 0 \end{cases} \quad (B.06)$$

$z_t(s)$: impédance de transfert du blindage.

$$z_{2m} = z_t(s) \cong \frac{1}{2\pi a} \frac{\eta_b}{\sinh(\gamma_b \cdot d)} \quad (B.07)$$

Où :

$$\eta_b \cong \sqrt{\frac{s\mu_b}{\sigma_b}} \quad : \text{ l'impédance intrinsèque d'un blindage bon conducteur.}$$

d : Epaisseur du blindage et a son rayon intérieur.

γ_b : Constante de propagation dans le blindage ; pour un blindage bon conducteur γ_b s'exprime comme suit :

$$\gamma_b \cong \sqrt{j\omega\mu_b\sigma_b}, \text{ où } \mu_b \text{ et } \sigma_b \text{ sont sa perméabilité et sa conductivité.}$$

Et :

$$R_{dc} = \frac{1}{2\pi a} \frac{1}{\sigma_b \cdot d}$$

$$\xi_{0k}(t) = 2 \cdot R_{dc} e^{-k^2\pi^2 t/\tau_b}$$

$$\xi_{mk}(t) = 2 \cdot R_{dc} (-1)^k e^{-k^2\pi^2 t/\tau_b}$$

$$\tau_b = d^2\mu_b\sigma_b : \text{ temps de diffusion du blindage}$$

Calcul analytique de la matrice intégral *IMAT* :

En utilisant les expressions (B.04) et (B.06) dans l'équation (III.101), cette dernière présente une singularité à $t = \tau$. Afin d'éviter cette singularité, elle décomposée comme suis :

$$\begin{aligned} conv_s &= \int_0^t [\xi_{sij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z,\tau)] \partial \tau = \int_0^{t-\Delta t} [\xi_{sij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z,\tau)] \partial \tau + \\ &\int_{t-\Delta t}^t [\xi_{sij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z,\tau)] \partial \tau \end{aligned} \quad (B.1)$$

$conv_s$: est le terme de correction faisant intervenir la conductivité finie du sol.

$$\begin{aligned} conv_b &= \int_0^t [\xi_{bij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z, \tau)] d\tau = \int_0^{t-\Delta t} [\xi_{bij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z, \tau)] d\tau + \\ &\int_{t-\Delta t}^t [\xi_{bij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z, \tau)] d\tau \end{aligned} \quad (B.2)$$

Cette intégrale (partie droite de $conv_b$) est composée de deux termes distincts, avec :

$$\begin{aligned} [\xi_{bij}] &= F^{-1} \left\{ \frac{[\hat{Z}_{bij}]}{j\omega} \right\} = F^{-1} \left\{ \frac{\begin{bmatrix} z_{2i} + z_{20} - 2z_{2m} & z_{20} - z_{2m} \\ z_{20} - z_{2m} & z_{20} \end{bmatrix}}{j\omega} \right\} \\ &= F^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \frac{z_0(s)}{j\omega} - 2 \frac{z_t(s)}{j\omega} & \frac{z_0(s)}{j\omega} - \frac{z_t(s)}{j\omega} \\ \frac{z_0(s)}{j\omega} - \frac{z_t(s)}{j\omega} & \frac{z_0(s)}{j\omega} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 2\xi_0(t) - 2\xi_m(t) & \xi_0(t) - \xi_m(t) \\ \xi_0(t) - \xi_m(t) & \xi_0(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (B.3)$$

La première partie de l'intégrale sera approchée par une somme, et la deuxième partie sera réalisée analytiquement, comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{t-\Delta t}^t [\xi_{bij}(t-\tau)] \times \frac{\partial}{\partial \tau} [i(z, \tau)] d\tau &= \frac{\partial}{\partial t} [i(z, t)] \cdot \int_0^{\Delta t} [\xi_{bij}(t)] dt \\ &= \frac{\partial}{\partial t} [i(z, t)] \cdot \int_0^{\Delta t} \begin{bmatrix} 2\xi_0(t) - 2\xi_m(t) & \xi_0(t) - \xi_m(t) \\ \xi_0(t) - \xi_m(t) & \xi_0(t) \end{bmatrix} dt \\ &= \frac{\partial}{\partial t} [i(z, t)] \cdot IMAT \end{aligned} \quad (B.4)$$

Nous appelons alors $IMAT$ (matrice intégrale) la quantité suivante :

$$\begin{aligned} IMAT &= \int_0^{\Delta t} \begin{bmatrix} 2\xi_0(t) - 2\xi_m(t) & \xi_0(t) - \xi_m(t) \\ \xi_0(t) - \xi_m(t) & \xi_0(t) \end{bmatrix} dt \\ &= \begin{bmatrix} 2 \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt - 2 \int_0^{\Delta t} \xi_m(t) \cdot dt & \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt - \int_0^{\Delta t} \xi_m(t) dt \\ \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt - \int_0^{\Delta t} \xi_m(t) \cdot dt & \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} IMAT11 & IMAT12 \\ IMAT21 & IMAT22 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (B.5)$$

Avec :

$$IMAT11 = 2 \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt - 2 \int_0^{\Delta t} \xi_m(t) \cdot dt = 2 \cdot In_0 - 2 \cdot In_m \quad (B.6)$$

$$IMAT12 = \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt - \int_0^{\Delta t} \xi_m(t) \cdot dt = In_0 - In_m \quad (B.7)$$

$$IMAT22 = \int_0^{\Delta t} \xi_0(t) \cdot dt = In_0 \quad (B.8)$$

Pour le calcul de la matrice intégral IMAT, nous calculons analytiquement les deux intégrales In_0 et In_m . Ces deux dernières sont réalisées après une approximation des impédances transitoires modifiées propre et mutuelle. [III.16]

Pour lever la singularité à $t=0$ de l'impédance transitoire propre $\xi_0(t)$, cette dernière est approchée par une somme finie comme suit : [III.16]

$$\xi_0(t) \cong K_\delta \cdot \delta(t) + R_{dc} + \sum_{k=1}^{N_0} \xi_{0k}(t) \quad (B.9)$$

Avec :

N_0 un nombre fini des termes de la somme, $\delta(t)$ la fonction de Dirac et K_δ est une constante donnée en [III.16]:

$$K_\delta = \frac{2\mu_b d}{\pi^2} \sum_{k=N_0+1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{2\mu_b d}{\pi^2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{6} - \sum_{k=1}^{N_0} \frac{1}{k^2} \right) \quad (B.10)$$

L'impédance mutuelle transitoire est modifiée est aussi approximée par une somme finie [III.16] :

$$\xi_m(t) \cong \begin{cases} 0 & \text{pour } t = 0 \\ R_{dc} + N_0 \sum_{k=1}^{N_m} \xi_{mk}(t) & \text{pour } t > 0 \end{cases} \quad (B.11)$$

Dans ce cas, N_m termes seulement de la somme sont considérés.

En utilisant les expressions approchées (A.9) et (A.11) des impédances transitoires modifiées, nous calculons analytiquement les deux intégrales In_0 et In_m ; nous obtenons :

$$In_0 = K_\delta + R_{dc} \cdot \Delta t + \sum_{k=1}^{N_0} 2 \cdot R_{dc} \left(-\frac{\tau_b}{k^2 \pi^2} \right) \cdot \left[e^{-k^2 \pi^2 \frac{\Delta t}{\tau_b}} - 1 \right] \quad (B.12)$$

$$In_m = R_{dc} \cdot \Delta t + \sum_{k=1}^{N_m} 2 \cdot R_{dc} (-1)^k \left(-\frac{\tau_b}{k^2 \pi^2} \right) \cdot \left[e^{-k^2 \pi^2 \frac{\Delta t}{\tau_b}} - 1 \right] \quad (B.13)$$

RÉSUMÉ :

Les surtensions induites par la foudre dans les réseaux d'énergie électriques et les réseaux de communication sont de nos jours l'une des causes principales des problèmes de qualité d'énergie fournie aux consommateurs et de compatibilité électromagnétique. Ces dernières années, en raison de la demande croissante d'une meilleure qualité d'énergie électrique corrélée avec l'utilisation répandue de dispositifs électroniques sensibles connectés aux lignes de distribution, la protection contre des perturbations induites par la foudre est devenue d'une importance primordiale. Par conséquent, l'évaluation précise des surtensions induites par la foudre est devenue essentielle pour une protection efficace des systèmes électriques et électroniques. En outre, les composants électroniques sensibles utilisés dans les systèmes de communication et dans les réseaux électriques peuvent subir des perturbations à des niveaux de plus en plus bas d'interférences électromagnétiques induites.

L'objectif de ce travail de thèse est le développement de modèles et d'outils de calcul, qui permettent l'estimation des tensions et des courants induits par des champs électromagnétiques externes, plus particulièrement ceux produits par la foudre, dans des réseaux de distribution d'énergie complexes et dans les câbles enterrés.

ABSTRACT:

Lightning-induced voltages in power and communication systems are nowadays one of the main causes of power quality and electromagnetic compatibility. In recent years, due to the increasing demand by customers for good quality in the power supply along with the widespread use of sensitive devices connected to distribution lines, the protection against lightning-induced disturbances became of primary importance. As a consequence, for a correct protection and insulation coordination, the accurate estimation of lightning induced overvoltages is essential. In addition, sensitive electronic components used in power and communication systems may suffer logic upset or damage at significantly lower levels of induced electromagnetic interferences.

The major aim of the present thesis is the development of models and computer codes, allowing the computation of the voltages and currents induced by an external transient electromagnetic excitation, especially due to lightning discharge, along realistic -and hence complex- transmission line networks and in buried cables.

ملخص:

التلوث من الأسباب الرئيسية التي تميز نوعية الطاقة الكهربائية المولدة للمستهلك و التوافق الكهروضويسي، في هذه السنوات الأخيرة ، بسبب الطلب المتزايد لنوعية أحسن للطاقة الكهربائية المربوطة بالاستعمال الرائج للأجهزة الالكترونية الحساسة المتصلة بشبكة توزيع الطاقة الكهربائية، أصبحت الحماية ضد الاضطرابات الكهروضويسي (الداخلية و الخارجية) لشبكة نقل الطاقة الكهربائية ذات أهمية أولوية. الهدف الأساسي لهذه المذكرة هو تطوير النماذج و أدوات الحساب التي تسمح لنا بإنقاص الحقل الكهروضويسي المشع بشبكة نقل الطاقة الكهربائية، و الحماية ضد الاضطرابات الكهروضويسي الخارجية المرسله على هذا الأخير.

