### REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE l'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Constantine

Faculté des sciences de l'ingénieur Département d'électrotechnique

Mémoire en vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE OPTION : MACHINES ELECTRIQUES

> Présenté par Rafik MERAD

# OUTILS DE DIAGNOSTIC APPLIQUES A LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE A CAGE D'ECUREUIL

Devant le jury

M. Abdelhak BENNIA M. Med El Hadi LATRECH M. Abdelmalek KHEZZAR

M. Hocine BENALLA

Professeur Professeur M.C

M.C

Univ. Constantine Univ. Constantine Univ. Constantine Univ. Constantine Président Rapporteur Examinateur Examinateur

### ANNEE UNIVERSITAIRE 2005/2006

A ma mère Leila, et a tout mes proches, A Tous ceux qui m'ont nourri de leur savoir, A Tous ceux avec qui j'ai partagé de bons instants.

# Remerciement

Avant tout je tiens à remercier Dieu tout puissant qui m'a donné la faculté d'atteindre ce niveau.

Mes vifs remerciements s'adressent à mon aimable encadreur Monsieur Latrech Mohamed El-Hadi professeur à l'université de Constantine qui, par son expérience et son efficacité n'a ménagé aucun effort pour mener à bien ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur Abdelhak BENNIA, professeur à l'université de Constantine pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

Toute ma respectueuse gratitude et mes remerciements les plus profonds vont à l'égard de Monsieur Hocine BENALLA maître de conférences à l'université de Constantine pour avoir accepter de participer à ma soutenance en tant qu'examinateur.

Je remercie très sincèrement Monsieur Abdelmalek KHEZZAR maître de conférences à l'université de Constantine de bien vouloir siéger à mon jury en acceptant d'examiner mon travail.

Mes remerciements s'adressent également à tous les enseignants et camarades du département d'électrotechnique de Constantine qui ont assisté ma formation.

#### Abstract

The induction machine is well considered by its qualities of robustness, it requires very little maintenance, however it arrives, this one can presents breakdowns of various natures, electrical or mechanical ones. to avoid these dysfunctions as well as heavy and expensive maintenance actions associated to these engines, we will develop in this document the concept of predictive maintenance by the online monitoring of the machines with using an analytical approach called the technique of "spectral analyzes and the signature of the driving current"

In this study, we will put the accent on the fault detection at rotor's level, as the bar break or ring segment crack of the squirrel cage, so we propose an online monitoring mode to ensure a preventive maintenance.

Key words: induction machine, squirrel cage, Simulation, predictive Maintenance, fault Diagnosis, spectral Analyzes.

#### ملخص

المحركات اللامتزامنة لها السمعة بمتانتها فهي لا تحتاج لصيانة مهمة، مع هذا فقد يحصل خلل أو عطب ما ذو طبيعة كهربائية أو ميكانيكية. تفاديا أي خلل و تجنبا عمليات الصيانة الثقيلة و الثمينة في آن واحد، سوف نفسر في هذه الوثيقة مبدأ الصيانة الاحتياطية بالمراقبة اللحظية للآلة التي تعتمد على طريقة تحليلية هي تقنية "التحليل الطيفي و توقيع الخلل لتيار المحرك".

في هذه الدراسة نهتم بالأخص بتحديد مكان الخلل في مدور المحرك كانكسار قضيب أو جزء حلقة القفص، مقترحين بذلك طريقة مراقبة آنية من أجل تأمين صيانة احتياطية.

#### الكلمات \_ مفاتيح

المحرك اللامتز امن، صيانة احتياطية، المراقبة، التحليل الطيفي، تشخيص الخلل.

## SOMMAIRE

SOMMAIRE	1
INTRODUCTION GENERALE	6
CHAPITRE I : ENTREE EN LA MATIERE DE DIAGNOSTIC	11
I.1. INTRODUCTION	10
I.2. ELEMENTS DE CONSTITUTION DE LA MACHINE ASYNCHRONE	10
I.2.1. Stator	11
I.2.2. Rotor	11
I.2.3. Paliers	13
I.3. LES PRINCIPAUX DEFAUTS DANS LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE A CAGE	13
I.3.1. DEFAUTS DE ROULEMENTS	13
I.3.2. DEFAUTS STATORIQUES	14
I.3.3. DEFAUTS ROTORIQUES	14
I-3-3-1. Cassure de barres et de portions d'anneau de la cage d'écureuil	14
I-3-3-2. Défauts d'excentricité rotorique	15
I.3.4. ETUDE STATISTIQUE	15
I.4. METHODES DE DIAGNOSTIC DES DEFAUTS	16
I.4.1. METHODES DE TRAITEMENT DES SIGNAUX	17
I.4.1.1. La transformée de Fourier discrète	17
I.4.1.2. La transformée de Fourier rapide	18
I.4.2. METHODES DE DIAGNOSTIC DES DEFAUTS BASEES SUR L'ANALYSE SPECTRALE DES SIGNAUX	18
I.4.2.1. DIAGNOSTIC PAR MESURE DES VIBRATIONS MECANIQUES	19

# SOMMAIRE

I.4.2.2. DIAGNOSTIC PAR MESURE DU FLUX MAGNET AXIAL DE FUITE	TIQUE 19
I.4.2.3. DIAGNOSTIC PAR MESURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE	20
I.4.2.4. DIAGNOSTIC PAR MESURE DE LA PUISSANCE INSTANTANEE	20
I.4.2.5. DIAGNOSTIC PAR MESURE DU COURANT STATORIQUE	20
I.4.3. DIAGNOSTIC DE DEFAUTS PAR ESTIMATION PARAMETRIQUE	21
I.4.4. DIAGNOSTIC DES DEFAUTS PAR RECONNAISSANC DE FORMES	E 21
I.5. SIGNATURES SPECTRALES DES DEFAUTS DANS LE SPECTRE DU COURANT STATORIQUE	21
I.5.1. DEFAUTS STATORIQUES	21
I.5.2. DEFAUTS ROTORIQUES	22
I.5.2.1. CASSURE DE BARRES ROTORIQUES	22
I.5.2.2. EXCENTRICITE D'ENTREFER	22
I.5.3. DEFAUTS AU NIVEAU DES ROULEMENTS	23
I.6. CONCLUSION	24
CHAPITRE II : MODELES USUELS DE LA MACHINE A INDUCTION	26
II.1.1. APPROCHE NUMERIQUE	27
II.1.2. APPROCHE ANALYTIQUE	28
II.2. DESCRIPTION-HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES	28
II.3. MODELISATION TRIPHASE	29
II.3.1. Equations générales de la machine idéalisée	30

II.3.2. Equations magnétiques	30		
II.3.3. Equations mécaniques	31		
II.4. EMPLOI DE LA TRANSFORMATION DE PARK	31		
II.4.1. Expression du couple électromagnétique	34		
	35		
II.5. TRANSFORMATION INITIALE DE KU	36		
II.5.1. ORIGINE MATHEMATQIUE DES COMPOSTANTS	36		
II.5.2. FORME MODIFIEE DE LA TRANSFORMATION DE KU	37		
II.5.3. PROPRITES DES COMPOSANTES DE KU	37		
II.5.4. RELATIONS ENTRE LES COMPOSTANTES MODIFIEES DE PARK ET DE KU	38		
II.6. EMPLOI DE LA TRANSFORMATION DE KU	38		
II.6.1. FORME GENERALE DES EQUATIONS TRANSFORMEES	39		
II.6.2. CALCUL DU COUPLE	40		
II.6.3. COMPARAISON AVEC LES RESULTATS DE LA TRANSFORMATION DE PARK.	41		
II.7. CONCLUSION			
CHAPITRE III : MODELISATION DU MOTEUR ASYNCHRONE A CAGE D'ECUREUIL	43		
III.1. INTRODUCTION			
III.2. LE MODELE MULTI ENROULEMENTS DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASE A CAGE	44		
III.2.1. Hypothèses simplificatrices	44		
III. 2. 2. Calcul des inductances	45		
III.2.2.1. Inductances statoriques	45		
III.2.2.2. Inductances rotoriques	46		
III.2.2.3. Inductances mutuelles stator- rotor	48		

III.2.3. Mise en équations	49
III.2.3.1. Equations générales des tensions	50
III.2.3.2. Equations des tensions statoriques	51
III.2.3.3. Equations des tensions rotoriques	53
III.2.4. Expression du couple électromagnétique	55
III.3. PRISE EN COMPTE DU DEFAUT DANS LE MODELE	56
III.4. CONCLUSION	57
CHAPITRE IV : EXPLOITATIONS ET ANALYSE SPECTRALE DU COURANT STATORIQUE	58
IV.1. INTRODUCTION	59
IV.2. SIMULATION DU MODELE AVEC ROTOR SAIN	59
IV.3. SIMULATION DU MODELE AVEC RUPTURE DE BARRES	62
IV.4. EFFET DE POSITION DE BARRES INCRIMINEES	65
IV.5. ETUDE ANALYTIQUE DU DEFAUT	66
IV.5.1. expression des champs magnétiques statorique et rotorique	66
IV.5.2. Expression du couple électromagnétique	66
IV.5.3. Expression de la vitesse de rotation	68
IV.5.4. Expression de la force électromotrice	68
IV.6. Analyse spectrale du courant statorique par la FFT	70
IV.7. SYNTHESE D'IDENTIFICATION DES DEFAUTS PAR L'ANALYSE SPECTRALE DU COURANT STATORIQUE	74
IV.8. CONCLUSION	75
CONCLUSION GENERALE	76
ANNEXE	79
NOMENCLATURE	81
BIBLIOGRAPHIE	84

# INTRODUCTION GENERALE

## INTRODUCTION GENERALE

De nos jours, l'utilisation des machines asynchrones dans les entraînements industriels est en pleine expansion, du fait de leurs qualitées, leurs robustesses, leurs prix et la quasiabsence d'entretien. Elles dépassent les 80% des parts de marché du parc des machines électriques. C'est une composante clé de la plupart des équipements industriels comme l'aéronautique, le nucléaire, la chimie, ou encore le transport ferroviaire.

Notons aussi que les progrès réalisés en matière de contrôle et les avancées technologiques dans le domaine de l'électronique de puissance ou de la microélectronique, ont rendu possible l'implantation de commandes performantes pour cette machine, faisant d'elle un concurrent certain dans les secteurs de la vitesse variable et du contrôle rapide de couple, détrônant ainsi le moteur à courant continu.

En plus de l'intérêt économique de traiter ce type d'actionneur, l'étude de la machine asynchrone présente un autre intérêt aussi important, c'est l'aspect scientifique. Car la nature de sa construction et de son fonctionnement engendre une multiplicité de modèles mathématiques qui lui sont associés, ces derniers qui ont pour but d'interpréter le comportement de la machine pour ses différents modes de fonctionnement sont caractérisés par la richesse et la complexité attachées essentiellement aux caractères non linéaires et aux différents couplages magnétiques entre les éléments constitutifs de cette machine. Ces modèles présentent donc un intérêt scientifique certain.

Toute proportion gardée, le moteur asynchrone n'est pas infaillible, comme tout système électrique, il n'est pas à l'abri d'un dysfonctionnement ou d'une panne intempestive, il peut subir diverses contraintes internes ou externes d'origine mécanique, électrique et/ou magnétique (surcharge, défauts d'alimentation, excentricité du rotor, usure des roulements à billes...) altérant la machine, et pouvant causer des détériorations, des chutes de performances, affectant sa durée de vie [HAN 03] [BON 92].

Dans le souci d'assurer la sécurité du personnel et des installations associées à la machine asynchrone, mais aussi pour optimiser les performances et réduire le coût de réparation, les systèmes de surveillance et de diagnostic sont devenus un objectif et une nécessité pour les industriels. Ces systèmes ont pour premier objectif de prévenir l'utilisateur d'un possible risque de problème pouvant apparaître en un point particulier du dispositif, en d'autres termes la détection et la localisation des défauts [ABE 02].

7

Dans ce mémoire, on s'intéresse en premier lieu aux défauts pouvant apparaître dans la machine asynchrone à cage d'écureuil, notamment ceux liés à l'excentricité rotorique et aux cassures de barres. En second lieu, on s'intéressera à la mise en œuvre d'un modèle mathématique décrivant le fonctionnement à l'état sain et défectueux de la machine.

Le premier chapitre est une entrée en la matière du diagnostic, commençant par un bref rappel sur la constitution technologique de la machine asynchrone à cage d'écureuil, puis une exposition de classification des différents défauts pouvant affecter chaque élément de cette machine (causes, effets, études statistiques). Nous terminons ce chapitre par une synthèse des méthodes et techniques utilisées pour la détection de défauts.

Le deuxième chapitre traite la construction de modèles usuels de la machine asynchrone à cage, qui comprend le modèle de Park et celui de KU, une comparaison est proposée entre les deux approches. Nous soulignons également la nécessité d'avoir un modèle, le plus fin possible représentant fidèlement la cage rotorique, notamment pour la simulation des ruptures de barres, ce qui sera le sujet du chapitre suivant.

Le troisième chapitre est consacré à la formulation mathématique du modèle multi-enroulement de la machine asynchrone triphasée à cage, afin de pouvoir rendre compte de son comportement, comprendre les phénomènes physiques régissant son fonctionnement. Et par la suite, simuler un disfonctionnement tels que les ruptures de barres ou de portions d'anneaux de court-circuit, objectif de notre travail.

Le quatrième chapitre est dédié à l'exploitation du modèle multi-enroulement par la simulation numérique dans l'environnement Matlab et par le traitement de ces résultats pour différentes conditions de fonctionnement, à l état sain et défectueux.

Une analyse spectral du courant statorique (à l'aide de la transformée de Fourier rapide) a permis de mettre en évidence la présence des harmoniques caractérisant les défauts de barres rotoriques ou de portions d'anneaux de court-circuit.

Une étude analytique du défaut de rupture de barres a permis, de comprendre et d'expliquer les déformations affectant chaque grandeur physique issue de la machine et par conséquent à la validation des résultats de simulation.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale portant sur l'ensemble du travail effectué et la proposition de perspectives de recherche pouvant être envisagées.

8

# CHAPITRE I ENTREE EN LA MATIERE DE DIAGNOSTIC

# I.1. INTRODUCTION

La maintenance prédictive est devenue ces dernières années un objectif crucial de l'industrie. Considérée nécessaire, voir même indispensable, par les secteurs de haute technologie, tels que l'industrie nucléaire, les industries spatiale et aéronautique, elle devient également les soucis de petites et moyennes entreprises pour optimiser la production, augmenter la sécurité du personnel et réduire les coûts de la maintenance corrective ou préventive régulière.

Si pour les industries orientées vers la production, la sécurité du personnel et la réduction du coût de remplacement d'un système défaillant sont les objectifs actuels, pour les industries de type énergétique ou spatiale, les dysfonctionnements des systèmes sont sujet de normes de sécurité établies et les éventuels dégâts peuvent être très importants.

Pour des appareils électriques de faible puissance le coût de remplacement n'est pas très important et les dégâts sont limités, dans le cas des appareils et des systèmes industriels, les opérations de maintenance systématique sont coûteuses et les dégâts peuvent être considérables (par exemple, le vieillissement des isolants des bobines ou des transformateurs peut conduire à des incendies).

Notre objectif est donc de détecter, localiser et d'identifier les défauts dès leur apparition dans le système avant qu'ils ne conduisent à sa défaillance. Autrement dit, nous proposons des méthodes d'aide à la décision dans le cadre du diagnostic de défauts en vue de la maintenance prédictive ou corrective.

Dans ce chapitre, nous décrivons le système étudié qui se limite, dans notre cas, à la machine asynchrone triphasée à cage d'écureuil.

Après avoir rappelé les éléments de constitution de cette machine, nous effectuons une analyse des différents défauts pouvant survenir sur chacun d'eux. Pour finir, nous discutons des méthodes de diagnostic actuellement appliquées à 1a machine asynchrone pour la détection d'un défaut électrique et/ou mécanique.

# I.2. ELEMENTS DE CONSTITUTION DE LA MACHINE ASYNCHRONE

On se propose, dans cette partie, de donner quelques précisions sur les éléments de constitution des machines asynchrones. Cette description va nous permettre de comprendre de quelle façon le système est réalisé physiquement. Les machines asynchrones triphasées peuvent se décomposer, du point de vue mécanique, en trois parties distinctes :

- le stator, partie fixe de la machine où est connectée l'alimentation électrique.
- le rotor, partie tournante qui permet de mettre en rotation la charge mécanique.
- les paliers, partie mécanique qui permet la mise en rotation de l'arbre moteur.

### I.2.1 Stator

Le stator de la machine asynchrone est constitué de tôles d'acier dans lesquelles sont placés les bobinages statoriques. Ces tôles sont, pour les petites machines, découpées en une seule pièce alors qu'elles sont, pour les machines de puissance plus importantes, découpées par sections. Elles sont habituellement recouvertes de vernis pour limiter l'effet des courants de Foucault. Au final, elles sont assemblées les unes aux autres à l'aide de boulons ou de soudures pour former le circuit magnétique statorique.

Une fois cette étape d'assemblage terminée, les enroulements statoriques sont placés dans les encoches prévues à cet effet. Ces enroulements peuvent être insérés de manières imbriquées, ondulées ou encore concentriques. L'enroulement concentrique est très souvent utilisé lorsque le bobinage de la machine asynchrone est effectué mécaniquement. Pour les grosses machines, les enroulements sont faits de méplats de cuivre de différentes sections insérés directement dans les encoches. L'isolation entre les enroulements électriques et les tôles d'acier s'effectue à l'aide de matériaux isolants qui peuvent être de différents types suivant l'utilisation de la machine asynchrone.

Le stator d'une machine asynchrone est aussi pourvu d'une boîte à bornes à laquelle est reliée l'alimentation électrique. La *(figure I-1)* représente les différentes parties qui constituent le stator d'une machine asynchrone. Nous pouvons visualiser la présence d'ailettes de ventilation assurant le refroidissement de la machine lorsque celle-ci fonctionne en charge.

### I.2.2 Rotor

Tout comme le stator, le circuit magnétique rotorique est constitué de tôles d'acier qui sont, en général, de même origine que celles utilisées, pour la construction du stator. Les rotors de machines asynchrones peuvent être de deux types : bobinés ou à cage d'écureuil. Les rotors bobinés sont construits de la même manière que le bobinage statorique (insertion des enroulements dans les encoches rotoriques). Les phases rotoriques sont alors disponibles grâce à un système de bagues-balais positionné sur l'arbre de la machine. En ce qui concerne les rotors à cage d'écureuil, les enroulements sont constitués de barres de cuivre pour les gros moteurs ou d'aluminium pour les petits. Ces barres sont court-circuitées à chaque extrémité par deux anneaux dits "de court-circuit", eux aussi fabriqués en cuivre ou en aluminium.



Figure. I.1 : Éléments de constitution d'une machine asynchrone à cage d'écureuil

Il existe différentes structures de rotor à cage qui dépendent principalement de la taille du moteur et de l'application qu'il en sera faite.

Nous donnons à la *(figure 1.1)* ci-dessus les différents éléments de constitution d'un rotor à cage d'écureuil. Nous pouvons visualiser l'arbre sur lequel les tôles sont empilées, les deux anneaux de court-circuit ainsi que les barres d'aluminium formant la cage d'écureuil. Très souvent, ces barres sont uniformément inclinées pour limiter les harmoniques et ainsi diminuer très fortement le bruit lors de l'accélération de la machine asynchrone. L'isolation des bâfrés avec les tôles magnétiques n'est en général pas nécessaire du fait de la faible tension induite aux bornes de chacune d'entre elles. De plus, la résistivité de l'alliage utilisé pour la construction de cette cage est suffisamment faible pour que les courants ne circulent pas à travers les tôles magnétiques, sauf lorsque la cage rotorique présente une rupture de barre. Le rotor de la machine asynchrone est aussi pourvu d'ailettes de ventilation pour permettre un refroidissement de la cage le plus efficace possible comme le montre la *(figure.l.1)*.

# I.2.3 Paliers

Les paliers, qui permettent de supporter et de mettre en rotation l'arbre rotorique, sont constitués de flasques et de roulements à billes insérés à chaud sur l'arbre. Les flasques, moulés en fonte, sont fixés sur le carter statorique grâce à des boulons ou des tiges de serrage comme nous pouvons le voir sur la *(figure 1-1)*. L'ensemble ainsi établi constitue alors la machine asynchrone à cage d'écureuil.

# I.3. LES PRINCIPAUX DEFAUTS DANS LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE A CAGE

Des multiples défaillances peuvent apparaître dans la machine asynchrone, elles peuvent être prévisibles ou intempestives, mécaniques, électriques ou magnétiques et leurs causes sont très variées.

Si l'on élimine les pannes dues à des causes intrinsèques, C'est-à-dire, résultant d'une mauvaise conception (mauvais choix des matériaux), d'une mauvaise fabrication (défauts d'usinage) ou d'un mauvais montage (serrage, désalignement) du moteur, les défaillances d'une machine asynchrone les plus fréquentes qui requièrent une attention particulière sont les suivantes [BON 88] [BON 92] :

# I.3.1. DEFAUTS DE ROULEMENTS

Statistiquement c'est le défaut le plus répondu dans les moteurs asynchrone, surtout pour les machines de grande puissance, car les contraintes mécaniques sont plus importantes. Celles-ci exigent une maintenance mécanique accrue.

Les défauts de roulements peuvent être causés par un mauvais choix de matériau à l'étape de fabrication, aussi un mauvais graissage ne permet pas une bonne lubrification et la bonne rotation des roulements qui deviennent rigides, donc cause une résistance à la rotation et par la suite ils s'abîment (se fissurent, s'écaillent).

Classiquement il est diagnostiqué à partir du spectre d'une mesure acoustique vibratoire. La relation entre les vibrations des roulements à billes et le spectre des courants statorique est telle que toutes les excentricités résultantes interfèrent sur le champ d'entrefer de la machine asynchrone [SCH 95].

Un défaut de roulement à billes se manifeste par le contact défectueux à répétition avec la cage de roulement. Ce qui implique l'apparition d'une fréquence caractérisante dans le spectre du courant statoriques.

# **I.3.2. DEFAUTS STATORIQUES**

Les défauts statoriques sont en faite des défauts d'enroulements statoriques donc des courts-circuits divers au niveau du bobinage du stator dues à la dégradation de l'isolation électrique (surchauffe du moteur, survoltage du moteur, vieillissement des composants...)

On peut citer quatre types de défauts statoriques :

- Court-circuit entre phases statoriques.
- Court-circuit entre spires d'une même phase
- Ouverture d'une phase.
- Défaut du circuit magnétique (ruptures de tôles).

Le court-circuit entre phases provoquerait un arrêt complet de la machine. Cependant, un courtcircuit entre spires conduit à un déséquilibre de phases ce qui à une répercussion directe sur le couple électromagnétique.

Tous ces défauts conduisent à une asymetrie de l'impédance totale de la machine [TOL 95]. Ce qui se manifeste par l'apparition d'harmoniques spécifiques dans le spectre du courants storiques.[RAZ 02].

# **I.3.3. DEFAUTS ROTORIQUES**

### I-3-3-1 cassure de barres et de portions d'anneau de la cage d'écureuil

Pour les moteurs asynchrones à cage la rupture partielle ou totale d'une barre rotorique ainsi que la rupture d'une portion d'anneau représente la panne la plus probable et la plus répondu au niveau du rotor.

Leur détection est rendue difficile par le fait que la machine ne s'arrête pas de fonctionner. Par ailleurs ces défauts ont un effet cumulatif, la rupture d'une barre se traduit par l'augmentation de la résistance équivalente de l'enroulement rotorique [RIT 94]. Le courant qui traversait la barre cassée se répartit sur les barres adjacentes. Ces barres à leurs tours seront surchargées, ce qui conduit à leurs futures ruptures jusqu'à l'arrêt de la machine.

Elles provoquent aussi une dissymétrie de répartition des courants au rotor ce qui induit des ondulations importantes du couple électromagnétique et de la vitesse rotorique, générant des vibrations et l'apparition de défauts mécaniques.

Ces défauts seront diagnostiquer par l'apparition de composantes oscillants à des fréquences « 2 k g f » [FIL 96].

### I-3-3-2 Défauts d'excentricité rotorique :

Appelée aussi dissymétrie du rotor, elle est le résultat de la non uniformité d'entrefer. Ce défaut peut survenir suite à la flexion de l'arbre moteur, un mauvais positionnement du rotor par rapport au stator, l'usure des roulement, un mauvais graissage, un déplacement du noyau statorique...etc.

L'excentricité provoque la variation de l'entrefer donc une répartition non homogène des courants dans le rotor et un déséquilibre des courants statoriques.

La résultante des forces magnétique radiales (traction magnétique) se trouve déséquilibrée. Lorsque cette excentricité s'accentue, elle peut causer un frottement du rotor avec le stator endommageant le circuit magnétique et l'enroulement statorique.

Il existe trois types d'excentricité pouvant apparaître dans la machine :

1. L'excentricité statique : le centre de rotation de l'arbre du rotor est différent du centre géométrique de la machine.

2. L'excentricité dynamique : le centre de rotation de l'arbre du rotor tourne autour du centre géométrique de la machine.

3. L'excentricité mixte : c'est la somme des deux précédentes.

La présence de l'excentricité se manifeste par la création d'harmonique dans les spectres des courants à des fréquences données [KIL 92]. [SHO 95].

# **I.3.4 ETUDE STATISTIQUE**

Deux études statistiques faite sur des machines avec des gammes de puissance différentes, la première faite par le groupe allemand [ALLIANZ 88] sur des machines de moyenne puissance (de 50 kW à 200 kW), la deuxième est faite par [THO 95] sur des machine de grande puissance (de 100 kW à 1 MW) donnent les résultats suivants :

Nature du défaut	Pourcentages pour machines	Pourcentages pour machines
	(de 50 kW à 200 kW)	(de 100 kW à 1 MW)
Enroulements du stator	51%	13%
Défauts au rotor	22%	8%
Les roulements	8%	41%
Couplage magnétique	9%	4%
Autres	10%	34%

Ces dégâts peuvent avoir pour origines des problèmes de nature très différentes, souvent reliés les uns aux autres.

- Causes thermiques : balourds, points chauds, température ambiantes élevée, ...
- Causes électriques : transitoire d'alimentation, déséquilibres, ...
- Causes mécaniques : chocs en service, vibrations, jeux, ...
- Causes chimiques : corrosion, humidité, ...

La diversité des défauts et des causes possibles entraînant une panne dans la machine asynchrone, facilite les erreurs sur la nature et la localisation de cette panne. Un diagnostic fiable, nécessite une bonne connaissance des mécanismes des défauts à surveiller, ainsi que leur conséquences sur les signaux issus de la machine.

# **I.4. METHODES DE DIAGNOSTIC DES DEFAUTS**

Les méthodes de diagnostic utilisées pour la maintenance sont classées en plusieurs catégories, parmi lesquelles nous pouvons citer :

1. Les méthodes analytiques :

Elles prennent en compte les équations régissant les phénomènes internes du système et expriment les connaissances profondes sous la forme d'un modèle mathématique :

\_ La méthode du modèle compare les grandeurs déduites d'un modèle représentatif du fonctionnement des différentes entités du système avec les mesures observées (l'analyse spectrale des différents signaux issus de la machine)

\_ l'identification des paramètres suit l'évolution de certains paramètres physiques critiques qui ne sont pas mesurables directement et détermine un modèle mathématique représentant le comportement dynamique du système (estimation des grandeurs de la machine par l'introduction de capteurs)

**2.** Les méthodes de raisonnement

Ils s'appliquent dans le cas où la modélisation n'est pas possible, les mécanismes reliant les causes des défaillances et des défauts ne sont pas techniquement modélisables :

Les réseaux de neurones basés sur des mécanismes d'apprentissage et de reconnaissance sont très performants pour les petits systèmes mais nécessitent un nombre suffisant d'exemples de fonctionnement du système pour constituer la base d'apprentissage et leur coût est élevé [FIL 95].

\_ la reconnaissance de formes classique et discrimine les états d'un système en constituant des classes, chaque classe étant représentative d'un mode de fonctionnement du système) [DUBUISSON, 1990] ;

\_ Les méthodes ensemblistes ou causales sont utilisées dans le cas où le système ne peut pas être modélisé numériquement (raisonnement qualitatif en utilisant des graphes orientés de causalité, raisonnement approximatif basé sur la théorie des probabilités et celle des ensembles sous, raisonnement causal basé sur les connaissances des relations de cause à effets de dysfonctionnement utilisant les règles de production et la logique des prédicats) [Ploix, 1998] ;

\_ Les systèmes experts résolvent un problème précis à partir d'une représentation des connaissances et du raisonnement d'un ou de plusieurs experts humains.

### I.4.1. METHODES DE TRAITEMENT DES SIGNAUX

Toutes les méthodes classiques d'estimation de la Densité Spectrale de Puissance d'un signal, notée DSP, sont fondées sur la transformée de Fourier dont nous rappelons les équations comme suit :

### I.4.1.1 La transformée de Fourier discrète

La transformée de Fourier Discrète, généralement notée TFD, d'une suite finie se calcul grâce à la relation :

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} p_s(n) e^{-j\frac{2p nk}{N}}$$
(1.1)

Où le terme N représente le nombre de points de calcul de la TFD.

En pratique, on essaye d'avoir un nombre de point P de la suite  $p_s(n)$  supérieur ou égal au nombre de point de la **FFT**  $(p \le N)$ .

La transformée de Fourier Inverse, notée ITFD, se calcul grâce à la relation :

$$p_{s}(n) = \sum_{n=0}^{N-1} F(k) e^{j\frac{2p \, n \, k}{N}}$$
(I.2)

En décomposant l'exponentielle de (l'équation I.I), 1e nombre complexe F (k) peut se mettre sous la forme :

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} p_s(n) \cos\left(\frac{2p \ n \ k}{N}\right) - j \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} p_s(n) \sin\left(\frac{2p \ n \ k}{N}\right)$$
(I.3)

Cette équation nous permet ainsi de définir la transformée de Fourier en cosinus, notée TDF-COS grâce à l'équation suivante

$$F_{c}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} P_{s}(n) \cos\left(\frac{2p \ n \ k}{N}\right)$$
(1.4)

Ainsi que la transformée de Fourier en sinus, notée TFD-SIN, calculée avec l'équation

$$F_{s}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} p_{s}(n) \sin\left(\frac{2p \ n \ k}{N}\right)$$
(1.5)

17

Ces deux transformées permettent d'obtenir des temps de calcul réduits lorsqu'elles doivent être implantées dans un algorithme de calcul.

### I.4.1.1 La transformée de Fourier rapide

La transformée de Fourier rapide, notée TFR, est une technique de calcul rapide élaborée en 1965 par J. W. Cooley et J. W. Tuckey. L'algorithme de base de` cette transformée utilise un nombre de points N égal à une puissance de 2, ce qui permet d'obtenir un gain en temps de calcul, par rapport à un calcul avec la TFD [qui est de l'ordre de log  $_2(n)$ ], de :

$$Gain = \frac{N}{Log_2(N)}$$
(1.6)

Cette transformée de Fourier rapide est très utilisée lorsqu'il est indispensable d'obtenir une analyse fréquentielle "en ligne" dans certains processus au travers d'une fenêtre glissante d'observation.

# I.4.2. METHODES DE DIAGNOSTIC DES DEFAUTS BASEES SUR L'ANALYSE SPECTRALE DES SIGNAUX

A ce jour, c'est l'analyse fréquentielle des grandeurs mesurables qui est la plus utilisée pour le diagnostic de défaut, car la plupart des défauts connus peuvent être détectés avec ce type d'approche.

Pour effectuer le diagnostic d'une installation industrielle, les opérateurs de maintenance analysent un certain nombre de signaux issus de la machine. En effet, l'évolution temporelle et le contenu spectral de ces signaux, peuvent être exploités pour détecter et localiser les anomalies qui affectent le bon fonctionnement de la machine. Elles font toute partie de la famille des méthodes d'estimation spectrale non- paramétriques. Les grandeurs accessibles et mesurables d'une machine asynchrone peuvent être :

- Les courants absorbés.
- Le flux de dispersion.
- La tension d'alimentation.
- Le couple électromagnétique.
- La vitesse de rotation mécanique.
- Les vibrations.

Cependant, l'équipement nécessaire pour l'acquisition et traitement des signaux reste assez coûteux.

D'après la littérature, les principales techniques du diagnostic utilisées pour obtenir des informations sur l'état de santé de la machine sont les suivantes :

### **I.4.2.1 DIAGNOSTIC PAR MESURE DES VIBRATIONS MECANIQUES**

D'après [HAN 03], le diagnostic des défauts en utilisant les vibrations mécaniques est la méthode la plus utilisée dans la pratique. Les forces radiales, créées par le champ d'entrefer, provoquent des vibrations dans la machine asynchrone.

Ces forces sont proportionnelles au carré de l'induction magnétique [CAM 86].

$$\boldsymbol{s}(\boldsymbol{q},t) = \frac{B_s^2(\boldsymbol{q},t)}{2\boldsymbol{m}_0} \tag{1.7}$$

La distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer, est le produit de la F.m.m (Fm) et de la perméance (P).

$$B_s = F_m \times p \tag{1.8}$$

La force magnétomotrice contient les effets des asymétries du stator ou du rotor, en plus la perméance dépend de la variation de l'entrefer (à cause des ouvertures des encoches statoriques et rotoriques, l'excentricité).

Pour la surveillance de vibrations on utilise des capteurs tels que les accéléromètres. Des balourds magnétiques, mécaniques et/ou des forces produisent des vibrations. Ces dernières sont mesurées suivant la direction radiale ou la direction axiale. Les mesures ainsi effectuées sont analysées du point de vue spectrale.

Les spectres des signaux de vibrations, issus du moteur avec défaut, sont comparés avec ceux enregistrés lorsque le moteur est en bon état. Ceci permet la détection aussi bien des défauts électriques que mécaniques (défauts d'enroulements statoriques, irrégularité d'entrefer et asymétrie de l'alimentation).

# I.4.2.2 DIAGNOSTIC PAR MESURE DU FLUX MAGNETIQUE AXIAL DE FUITE

Dans une machine idéale sans défauts, les courants et les tensions statoriques sont équilibrés, ce qui annule le flux de fuite axial. La présence d'un défaut quelconque, provoque un déséquilibre électrique et magnétique au niveau du stator ce qui donne naissance à des flux de fuite axial de valeurs dépendantes du degré de sévérité du défaut.

Si on place une bobine autour de l'arbre de la machine, elle sera le siège d'une force électromotrice induite. L'analyse spectrale de la tension induite dans cette bobine, peut être exploitée pour détecter les différents défauts comme la rupture de la barre rotorique [DEL 82] [THO 83] [YAH 96].

### **I.4.2.3 DIAGNOSTIC PAR MESURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE**

Le couple électromagnétique développé dans les machines électriques, provient de l'interaction entre le champ statorique et celui rotorique. Par conséquent, tout défaut, soit au niveau du stator ou au rotor, affecte directement le couple électromagnétique [HSU 95]. L'analyse spectrale du signale du couple (mesuré ou estimé), donne des informations sur l'état de santé du moteur. [JAC 98]

### **I.4.2.4 DIAGNOSTIC PAR MESURE DE LA PUISSANCE INSTANTANEE**

L'utilisation de la puissance instantanée pour la détection des défauts dans les moteurs asynchrones, a fait l'objet des nombreux travaux. [TRZ 00] [BIL 01] [MAI 92] [LEG 96]. Car la puissance instantanée est la somme des produit des courants et des tensions dans les trois phases statoriques. Donc, le niveau d'informations apportées par cette grandeur, est plus grand que celui apportées par le courant d'une seule phase (oscillations plus importantes et plus visibles). Ceci présente l'avantage de cette méthode par apport aux autres.

### **I.4.2.5 DIAGNOSTIC PAR MESURE DU COURANT STATORIQUE**

Parmi tout les signaux utilisables, le courant statorique s'est avéré être l'un des plus intéressants, car il est très facile d'accès et nous permet de détecter aussi bien les défaut: électriques que les défauts purement mécaniques [KLI 92] [SCH 95.a] [THO 01] [BEN 99]. Cette technique est dénommée "Motor Current Signature Analysis" (MCSA) Les défauts de la machine asynchrone se traduisent dans le spectre du courant statorique soit par :

• L'apparition des raies spectrales dont les fréquences sont directement liée à la fréquence de rotation de la machine, aux fréquences des champs tournants et aux paramètres physiques de la machine (nombre d'encoche rotorique et nombre de paires de pôles).

• La modification de l'amplitude des raies spectrales, déjà présentés dans le spectre du courant.

La surveillance via le courant statorique nécessite une bonne connaissance des défauts et leurs signatures. Elle sont utilisées pour le moment dans le contexte de machines alimentées par le réseau et pour la recherche de fréquance caractéristiques de défauts.

M. Cardoso [CAR 95] a présenté l'approche du vecteur de Park. Cette approche utilise les grandeurs biphasées  $i_{sd}$ , et  $i_{sq}$  pour l'obtention de la courbe de lissajou :  $i_{sq} = f(i_{sd})$ 

Sa représentation a une forme circulaire. Par conséquant toutes déformations, changement de l'épaisseur de cette courbe donne une information sur le défaut. L'Approche du Vecteur de Park Etendu, qui est basée sur l'analyse spectrale du module du vecteur de Park, a été proposée dans [CRU 00].

## **1.4.3 DIAGNOSTIC DE DEFAUTS PAR ESTIMATION PARAMETRIQUE**

La détection et la localisation des défaillances par estimation paramétrique, consiste à déterminer les valeurs numériques des paramètres structuraux d'un modèle de connaissance qui gouverne le comportement dynamique du système [BAC 02]. La première étape est donc, l'élaboration d'un modèle mathématique de complexité raisonnable pour caractériser la machine en fonctionnement sain et dégradé. Le type de défaut que l'on pourra détecter dépend du choix du modèle. En effet, les défauts statoriques ou rotoriques doivent être discriminés au niveau des paramètres physiques estimés, pour qu'on puisse les détecter et les localiser.

Le modèle de Park est souvent utilisé en diagnostic pour l'estimation paramétrique [FIL 94] [BAC 02]. Les cassures de barres provoquent une augmentation dans la résistance rotorique apparente. En se basant sur cette hypothèse, M. S. Nait [NAI 00], a utilisé le filtre de Kalman étendu pour estimer la résistance rotorique, puis la comparée avec sa valeur nominale pour détecter les ruptures de barres. Avec cette technique, une modification de la symétrie du champ magnétique due à un défaut rotorique pourra être efficacement détectée.

### 1.4.4 DIAGNOSTIC DES DEFAUTS PAR RECONNAISSANCE DE FORMES

Utilisées très peu à ce jour. Un vecteur de parametres, appelé vecteur de forme, est extrait à partir de plusieurs mesures. Les règles de décision adoptées permettent de classer les observations, décrites par le vecteur de forme, par rapport aux différents modes de fonctionnement connus avec et sans défaut.

Pour classer ces observations, il faut obligatoirement être en mesure de fournir les données de chaque mode de fonctionnement. Pour cela, il faut disposer d'une base de données, ce qui permettera ensuite de construire la classe correspondante au défaut crée. Une autre voie consisterait à calculer les paramétres dub vecteur de forme en effectuant des simulations numériques de la machine étudiée.

# I.5. SIGNATURES SPECTRALES DES DEFAUTS DANS LE SPECTRE DU COURANT STATORIQUE

Le signal le plus utilisé est irrémediablement le courant statorique du fait qu'il est standart et fléxible, il n'est pas affecté par la nature du défaut ni par le type de charge [KIL 88].

### **I.5.1. DEFAUTS STATORIQUES**

Les défauts statoriques les plus courants sont la mise en court-circuit d'une ou plusieurs spires de son bobinage, ils se manifestent par la création d'harmoniques dans le spectre du courant statorique à des fréquences données, la fréquence caractéristique de ce défaut est présisée par l'expression suivante [THO 01][PEN 94] :

$$f_{cs} = f_s \left\{ \frac{n}{p} (1-g) \pm k \right\}$$
; Avec : n = 1, 2, 3, ... et k = 1, 3, 5, ... (I.9)

### **I.5.2. DEFAUTS ROTORIQUES**

L'analyse du spectre du courant statorique en régime permanent, fournit des indications sur les défaillances rotoriques telles que les ruptures de barres, d'anneaux de courtcircuit ou l'excentricité d'entrefer comme suit :

### **I.5.2.1. CASSURE DE BARRES ROTORIQUES**

Une asymétrie rotorique générée par la présence de barres rotoriques cassées produit des raies spectrales autour de la fréquence fondamentale  $f_s$  [DOR 96]. [FIL 96].telles que :

$$f_{cb} = f_s (1 \pm 2kg) \tag{I.10}$$

L'origine de ces composantes spectrales est l'apparition d'un chmp rotorique inverse qui interfére avec celui du bobinage statorique donnant naissance à des ondulations de couple et de vitesse de fréquance  $2 g f_s$ . L'amplitude de ces composantes spectrales est proportionnelle à la sévéritéé du défaut.

### I.5.2.2. EXCENTRICITE D'ENTREFER

Il y a deux types majeurs d'excentricité : statique (déformation du corps du stator, positionnement incorrecte du rotor) et dynamique (lorsque le centre du rotor n'est pas le centre de rotation). Les excentricités d'entrefer peuvent être détectées, en surveillant les raies latérales fondamentales de la fréquence d'alimentation [SCH 95.a] [BEN 00] :

$$f_{exc} = f_s \left[ 1 \pm k \frac{(1-g)}{p} \right]$$
, Avec : k = 1, 2, 3, ... (I.11)

La détection des excentricités est aussi possible en surveillant les harmoniques principales d'encoches du courant et certaines de leurs composantes spectrales latérales [CAM 86] [SCH 95.b].

Cette méthode nécessite la connaissance du nombre d'encoches rotoriques  $N_b$ . Les fréquences des composantes spectrales d'encoches et de celles associées aux excentricités d'entrefer dynamiques sont les suivantes :

$$f_{enc+exc} = f_s \left[ (k \ n_b \pm n_d) \frac{(1-g)}{p} \pm n_w \right]; \ k = 1, 2, 3, \dots$$
(I.12)

22

 $n_d$ : l'ordre d'excentricité.

 $n_d = 0$ , dans le cas d'une excentricité statique.

 $n_d$  =1,2,3.. dans le cas d'une excentricité dynamique.

 $n_h$ : le nombre de barres rotoriques.

 $n_w$ =1,3,5,.... (l'ordre de l'ahrmonique de la F.m.m du stator)

La présence d'une excentricité statique, modifie l'amplitude des harmoniques principales d'encoches du courant statorique, tandis que celle d'une excentricité dynamique fait apparaître de nouvelles raies spectrales.

## **I.5.3. DEFAUTS AU NIVEAU DES ROULEMENTS**

Puisque les éléments roulants du roulement supportent le rotor, quelque soient les défauts dans les roulements, ils vont produire des mouvements radiales entre le rotor et le stator dans la machine. Par conséquent, des variations d'entrefer génèrent dans le courant statorique des raies spectrales de fréquence [SCH 95.a] :

$$f_{exc(roulement)} = \left| f_s \pm k \ f_v \right| \qquad k = 1, 2, \dots$$
(I.13)

 $f_{\rm v}$  : C'est l'une des fréquences caractéristiques des vibrations mécanique.



Figure I.2 : Dimensions du roulement à bille

Les fréquences caractéristiques des vibrations dépendent de l'élément du roulement affecté par un défaut et sont liées aux paramètres physiques du roulement

Selon [SCH 95.a], les fréquences de vibration qui caractérisent les défauts des roulements à bille sont :

• Défaut au niveau d'une bille :

$$f_b = \frac{D_c}{D_b} f_r \left[ 1 - \left( \frac{D_b}{D_c} \cos b \right)^2 \right]$$
(1.14)

• Défaut sur la bague intérieure :

$$f_{bint} = \frac{n_{bi}}{2} f_r \left[ 1 + \frac{D_b}{D_c} \cos b \right]$$
(I.15)

• Défaut sur la bague extérieure :

$$f_{bext} = \frac{n_{bi}}{2} f_r \left[ 1 - \frac{D_b}{D_c} \cos b \right]$$
(I.16)

Avec :

 $n_{bi}$ : Le nombre de billes ou d'éléments roulants.

 $D_h$ : Le diamètre des billes.

 $D_c$ : La distance entre les centres des billes diamétralement opposées.

*b* : L'angle de contact des billes avec les bagues du roulement.

 $f_r$ : La fréquence de rotation mécanique (du rotor).

# I.6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous venons de faire la classification de défauts (types, causes, effets) pouvant affecter la machine asynchrone triphasée.

Cae les principaux éléments de la machine asynchrone peuvent présenter des défaillances qui induisent, pour la plupart d'entre elles, un fonctionnement intempestif jusqu'à l'arrêt total de la machine.

La détection de défauts passe d'abord par une bonne connaissance de la nature de la défaillance et surtout de l'impact qu'elle pourrait avoir sur les grandeurs physiques des machines.

Par soucis de sécurité, productivité et de qualité de service, le diagnostic de défaut a pris un intérêt de plus en plus important dans les milieux industriels.

Cet essor a fait naître des techniques de diagnostic dans le but de se prémunir de ce dysfonctionnement. Nous avons vu que la détection d'un défaut, qu'il soit mécanique ou électrique, s'effectue majoritairement par la surveillance de l'amplitude de composantes spécifiques ainsi que des fréquences additionnel apparaissant dans le spectre fréquentiel d'une grandeur mesurable.

Dans la continuité de notre présentation, nous avons abordé les méthodes de détection existantes. Dans la plupart des cas étudiés, les techniques conventionnelles de diagnostic utilisent, la transformée de Fourier rapide, indispensable pour faire une analyse spectrale.

Comme notre travail porte sur la signature de défauts rotoriques, il faut disposer d'un modèle mathématique le plus fidèle possible, décrivant le comportement de la machine pour différents modes de fonctionnement. Ce qui sera l'objet du chapitre suivant.

# CHAPITRE II MODELES USUELS DE LA MACHINE A INDUCTION

# II.1. MODELE MATHEMATIQUE DE LA MACHINE

La modélisation et la simulation des machines électriques constituent une étape primordiale en matière de diagnostic. Elles permettent la compréhension du fonctionnement défectueux et la vérification des algorithmes de détection des défauts. Elles nous permettent aussi, de construire des bases de données sur les manifestations électriques et magnétiques de ces défauts. Il est important donc, de synthétiser un modèle adapté au problème à traiter, décrivant le comportement de la machine non pas de la façon moyenne, comme pour la commande, mais d'une façon la plus fine possible.

Plusieurs voies de modélisation existent. Elles sont actuellement utilisées pour examiner des problèmes tels que la commande, la conception ou la surveillance. En ce qui nous concerne, nous nous intéressons aux modèles simulant le comportement électromagnétique de la machine asynchrone en vue de faire le diagnostic.

Parmi les approches de modélisation, nous citons deux :

### II.1.1. APPROCHE NUMERIQUE

### •La méthode des réseaux de perméances

Elle consiste à découper la machine en plusieurs tubes du flux caractérisés par des perméances. Le mouvement de la machine est pris en compte par l'intermédiaire de perméances d'entrefer variables à la position du rotor. Cette méthode tient aussi de la saturation [JAC 98].

### •La méthode des éléments finis

Il s'agit de découper la machine en éléments de tailles suffisamment petites, pour que le matériau magnétique puisse être considérer comme linéaire sur les surfaces correspondantes, et à partir des équations de Maxwell, il est possible d'exprimer le problème à résoudre.

La méthode des éléments finis permet de reproduire fidèlement le comporter électromagnétique de la machine, et de simuler les défauts d'une manière plus proche de la réalité. Cependant, les moyens et le temps de calcule freinent l'utilisation de tels méthodes en simulation et l'évaluation des algorithmes de détection des défauts.

### II.1.2. APPROCHE ANALYTIQUE

Cette approche est la plus simple et la plus employée. Elle est basée sur la modélisation du moteur sous forme de circuits électriques équivalents. Elle repose sur le concept d'inductance notion qui caractérise une relation flux courant linéaire. Cette approche permet d'établir un schéma électrique équivalent de la machine et par conséquent de trouver les équations différentielles caractérisant le fonctionnement de la machine.

Le développement des modèles mathématiques de degrés de complexités différés depuis le modèle triphasé au stator et rotor jusqu'aux modèles triphasés au stator et multi-phasés au rotor (modèle multi enroulements), ont - été le sujet de plusieurs articles. [RIT 94] [LUO 95] [MAN 96] [MUN 99] [ABE 99].

# **II.2 DESCRIPTION- HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES**

La machine asynchrone se compose d'un primaire ou le stator qui porte le plus souvent un bobinage triphasé, logé dans des encoches et relié à la source d'alimentation, et d'un secondaire ou le rotor qui peut être soit bobiné soit à cage d'écureuil.

Si le rotor est bobiné il porte d'ordinaire un bobinage triphasé, logé dans des encoches ; l'extrémité de chaque phase est relié à une bague sur laquelle frotte un balai fixe. Cela permet d'accéder au rotor pour en modifier les caractéristiques.

Un rotor à cage est formé d'un certain nombre de barres, une par encoche, reliées entre elles à chaque extrémité du rotor par des anneaux.

Nous considérons ici le cas du rotor bobiné et supposerons la machine triphasée tant au primaire qu'au secondaire. Pour le cas du rotor à cage on peut soit considérer le bobinage triphasé équivalent, soit utiliser d'autres méthodes analytiques, considérant chaque barre pour une phase ou un enroulement rotorique, sujet de notre prochain chapitre.

On admet les hypothèses suivantes :

\_ L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encochage est négligé.

\_ La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables,

\_ Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température et on néglige l'effet de peau

On admet de plus que la force magnétomotrice créée par chacune des phases des deux armatures est à répartition sinusoïdale. Cette hypothèse, jointe à celle de la constance de la perméance de l'entrefer, conduit à des expressions très simples des inductances de la machine.

# **II.3. MODELISATION TRIPHASEE**

Au niveau de la méthode de modélisation mathématique, nous considérons une machine à une paire de pôles, le passage à plusieurs paires de pôles s'effectuant de manière simple en divisant alors les angles par ce nombre de paires de pôles, on parle alors d'ongle électrique.

Le stator sera composé de 3 bobines identiques (A, B, et C) régulièrement déphasées de 2p/3 radians électriques, la phase A sera prise comme référence angulaire.

Le rotor sera considéré comme équivalent à 3 bobines identiques (a, b, et c) courtcircuitées sur elles-mêmes également régulièrement déphasées de 2p/3 radians électriques.



Fig. II.1 Machine asynchrone modélisée - définition des repères stator et rotor.

Dans le cadre des hypothèse simplificatrices et pour une machine équilibrée les équations de la machine s'écrivent comme suit :

### II.3.1. Equations générales de la machine idéalisée

Les équations de tension dans le repère a, b, c : Au stator :

$$[V_{sabc}] = [R_s] [I_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{sabc}]$$
(II.1)

Au rotor :

$$\begin{bmatrix} V_r \end{bmatrix} = 0 = \begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_r \end{bmatrix}$$
(II.2)

29

 $V_{sa}$ ,  $V_{sb}$ ,  $V_{sc}$ : Les tensions appliquées aux trois phases statoriques.

 $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$ : Les courants qui traversent celle-ci.

 $f_{sa}, f_{sb}, f_{sc}$ : Les flux totaux à travers les enroulements des trois phases.

Pour évaluer, les flux on remarque que l'entrefer étant constant la machine ayant ses deux armatures triphasées et symétriques, les inductances propres et mutuelles entre enroulements d'une même armature sont constantes et égales.

 $L_{\rm s}$  : L'inductance propre des phases statoriques

- $L_r$ : L'inductance propre des phases rotoriques statorique
- $M_s$ : L'inductance mutuelles entre phases statoriques
- $M_r$ : L'inductance mutuelles entre phases rotoriques

### II.3.2. Equation magnétique

Les relations entre flux et courants s'écrivent comme suit :

$$\Phi_{as} = L_{s}I_{as} + M_{s}I_{bs} + M_{s}I_{cs} + M_{sr}I_{ra} + M_{sr}I_{rb} + M_{sr}I_{rc} 
\Phi_{bs} = M_{s}I_{as} + L_{s}I_{bs} + M_{s}I_{cs} + M_{sr}I_{ra} + M_{sr}I_{rb} + M_{sr}I_{rc} 
\Phi_{cs} = M_{s}I_{as} + M_{s}I_{bs} + L_{s}I_{cs} + M_{sr}I_{ra} + M_{sr}I_{rb} + M_{sr}I_{rc}$$
(II.3)

$$\Phi_{ra} = L_r I_{ra} + M_r I_{rb} + M_r I_{rc} + M_{rs} I_{as} + M_{rs} I_{bs} + M_{rs} I_{cs}$$

$$\Phi_{rb} = M_r I_{ra} + L_r I_{rb} + M_r I_{rc} + M_{rs} I_{as} + M_{rs} I_{bs} + M_{rs} I_{cs}$$

$$\Phi_{rc} = M_r I_{ra} + M_r I_{rb} + L_r I_{rc} + M_{rs} I_{as} + M_{rs} I_{bs} + M_{rs} I_{cs}$$
(II.4)

Si q est l'écart angulaire, compté dans le sens de rotation, entre les phases du rotor et du stator. En désignant par  $M_{sr}$  la mutuelle inductance entre ces phases et par M sa valeur lorsque leurs axes coïncident, on aura sous forme matricielle :

$$[M_{sr}] = M \begin{bmatrix} \cos(q) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(q) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(q) \end{bmatrix}, \quad [M_{rs}] = [M_{sr}]^T$$
(II.5)

Et avec :

$$\begin{bmatrix} L_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s} & M_{s} & M_{s} \\ M_{s} & L_{s} & M_{s} \\ M_{s} & M_{s} & L_{s} \end{bmatrix} , \qquad \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{r} & M_{r} & M_{r} \\ M_{r} & L_{r} & M_{r} \\ M_{r} & M_{r} & L_{r} \end{bmatrix}$$
(II.6)

$$\begin{cases} [f_{s}] = [L_{ss}][I_{s}] + [M_{sr}][I_{r}] \\ [f_{r}] = [L_{rr}][I_{r}] + [M_{rs}][I_{s}] \end{cases}$$
(II.7)

### II.3.3. Equation mécanique

Le couple électromagnétique est donné par la dérivée partielle de la coénergie par rapport à l'angle mécanique entre le rotor et le stator. Pour simuler la machine, en plus des équations électriques il faut ajouter l'équation du mouvement du système:

$$C_{em} - C_r = J.\frac{d\Omega}{dt} + f\,\Omega \tag{II.8}$$

# II.4. EMPLOI DE LA TRANSFORMATION DE PARK

Au lieu de considérer les trois phases d'axes fixes du stator, on considère l'enroulement équivalent formé des deux bobinages d'axes en quadrature  $S_d$ ,  $S_q$  tournant à la vitesse

angulaire 
$$W_s = \frac{dq_s}{dt}$$
.

De même, pour le rotor, aux enroulements rotoriques on substitue  $R_d, R_q$  tournant à la vitesse

$$W_{r} = \frac{dq_{r}}{dt} \text{ par rapport au rotor.}$$

$$P(q) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(II.9)

L'angle  $\theta$  dans la matrice [P] prend la valeur  $q_s$  pour les grandeurs statoriques et la valeur $q_r$  pour les grandeurs rotoriques.

$$\begin{bmatrix} Vsd \\ Vsq \end{bmatrix} = [P(q)^{-1}] \begin{bmatrix} Vsa \\ Vsb \\ Vsc \end{bmatrix}$$
(II.10)

$$\begin{bmatrix} Isd \\ Isq \end{bmatrix} = [P(q)] \begin{bmatrix} Isd \\ Isb \\ Isc \end{bmatrix}$$
(II.11)

$$\begin{cases}
V_{sd} = R_s I_{sd} + \frac{d}{dt} \Phi_{sd} - W_s \cdot \Phi_{sq} \\
V_{sq} = R_s I_{sq} + \frac{d}{dt} \Phi_{sq} + W_s \cdot \Phi_{sd} \\
0 = R_r I_{rd} + \frac{d}{dt} \Phi_{rd} - (W_s - W) \cdot \Phi_{rq} \\
0 = R_r I_{rq} + \frac{d}{dt} \Phi_{rq} + (W_s - W) \cdot \Phi_{rd}
\end{cases}$$
(II.12)

La machine asynchrone à cage d'écureuil peut être modélisée dans un repère diphasé d q par :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sa} \\ V_{sa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{ss} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix}$$
(II.13)

On effectue les changements de variables :

$$[P(q_{s})][V_{sodq}] = [R_{s}][P(q_{s})][I_{sodq}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}][P(q_{s})][I_{sodq}] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}][P(q_{r})][I_{rodq}] \}$$
(II.14)

Avec  $[P(q_s)]$  la matrice de Park modifiée d'angle  $q_s$  appliquée aux grandeurs statoriques,  $[P(q_r)]$  la matrice de Park modifiée d'angle  $q_r$  appliquée aux grandeurs statoriques.

$$\begin{bmatrix} V_{sodq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(\mathbf{q}_{s}) \end{bmatrix}_{I}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{s} \\ \mathbf{q}_{s} \end{bmatrix}_$$

Tel que :

$$\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} ; \qquad \begin{bmatrix} II \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -W_s(L_s - M_s) \\ 0 & W_s(L_s - M_s) & 0 \end{bmatrix}$$
$$[III] = \begin{bmatrix} L_s + 2M_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s - M_s \end{bmatrix} ; \qquad [IV] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2}Mw \\ 0 & \frac{3}{2}Mw & 0 \end{bmatrix}$$
$$[V] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2}Mw \\ 0 & \frac{3}{2}Mw \\ 0 & \frac{3}{2}Mw \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}M \end{bmatrix} ; \qquad [VI] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}M \end{bmatrix}$$

En introduisant les inductances cycliques :

 $\mathbf{l}_{s0} = L_s + 2M_s$ ,  $\mathbf{l}_{r0} = L_r + 2M_r$ : Les inductances homopolaires statoriques et rotoriques.  $\mathbf{l}_s = L_s - M_s$ ,  $\mathbf{l}_r = L_r - M_r$ : Les inductances cycliques propres du stator et du rotor.  $M = \frac{3}{2}M$  La mutuelle inductance cycliques stator rotor.

En désignant par « p » l'opérateur  $\frac{d}{dt}$  et sachant la relation :  $q_s = q + q_r$  ,

Le système final devient sous forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} V_{s0} \\ V_{sd} \\ V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{r0} \\ V_{r0} \\ V_{rq} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \mathbf{1}_{s0}p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + \mathbf{1}_{s}p & -\mathbf{1}_{s}w_s & 0 & \mathsf{M}p & -\mathsf{M}w_s \\ 0 & \mathbf{1}_{s}w_s & R_s + \mathbf{1}_{s}p & 0 & \mathsf{M}w_s & \mathsf{M}p \\ 0 & 0 & 0 & R_r + \mathbf{1}_{r0}p & 0 & 0 \\ 0 & \mathsf{M}p & -\mathsf{M}w_r & 0 & R_r + \mathbf{1}_{r}p & -\mathbf{1}_{r}w_r \\ 0 & \mathsf{M}w_r & \mathsf{M}p & 0 & \mathbf{1}_{r}w_r & R_r + \mathbf{1}_{r}p \end{bmatrix} \begin{vmatrix} I_{s0} \\ I_{sd} \\ I_{sq} \\ I_{r0} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{vmatrix}$$
(II.16)

Il est important de noter que les axes de référence peuvent être choisies selon trois configurations possibles :

\_ Axes de référence fixes par rapport au stator soit  $q_s = 0$ ;  $q_r = -q$ 

\_ Axes de référence fixes par rapport au rotor soit  $q_r = 0$ ;  $q_r = q$ 

\_ Axes de référence tournant au synchronisme soit  $q_s = w t$ ;  $q_r = g w t$ 

On voit l'intérêt de la transformation de Park qui conserve l'invariance de la puissance instantanée, que l'on obtient un système d'équations différentielle à coefficients constants, de plus un choix convenable de  $q_s$  *et*  $q_r$  permet d'annuler un grand nombre de coefficients.

Pour effectuer une étude analytique du moteur asynchrone à l'aide des composantes de Park, il est préférable de partir d'un système différentiel avec des axes de référence fixes soit par rapport au stator, soit fixes par rapport au rotor.

Le système d'axes tournant au synchronisme est le plus commode pour effectuer une étude par simulation analogique, vue que l'on obtienne des composantes de tensions statoriques constantes (pour des tensions d'alimentation sinusoïdales et équilibrées) :

$$\begin{bmatrix} V_{s0} \\ V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} V_{sm} \sin a \\ -\sqrt{\frac{3}{2}} V_{sm} \cos a \end{bmatrix}$$
(II.17)

#### II.4.1. Expression du couple électromagnétique

On part de la formule générale de la coénergie :

$$\Gamma_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}^T \left\{ \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} L(q) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \qquad \text{Avec}: \qquad \begin{bmatrix} L(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \qquad (II.18)$$

Tous les termes des sous matrices  $[L_{ss}]$  et  $[L_{rr}]$  étant constants, il advient :

$$\Gamma_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \\ \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$$
(II.19)

$$\Gamma_e = [I_s]^T \frac{d}{dq} [M_{sr}] [I_r]$$
(II.20)

En effectuant les changements de variables :

$$\Gamma_{e} = \begin{bmatrix} I_{sdq} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} P(q_{s}) \end{bmatrix}^{T} \begin{cases} \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \end{cases} \begin{bmatrix} P(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rdq} \end{bmatrix}$$
(II.21)  

$$\mathbf{1444} \mathbf{442444} \mathbf{443} \begin{bmatrix} 0 & -M \\ M & 0 \end{bmatrix}$$

Le couple électromagnétique est alors donne par :

$$\Gamma_e = \mathsf{M}\left[I_{rd}I_{sq} - I_{rq}I_{sd}\right] \tag{II.22}$$

L'équation fondamentale de la mécanique :  $J \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_e - f \Omega$ 



## II.4.2. Résultats de simulation



Lors du démarrage à vide, on constate d'emblée l'importance des courants statoriques et pouvant être à l'origine de la destruction de la machine par sur échauffement en cas de répétitions excessives. Mais qui disparaisse rapidement au bout de quelques alternances pour donner lieu à une forme sinusoïdale d'amplitude constante.

Pendent le régime transitoire, le couple est fortement pulsatoire, il présente aux premiers instants de démarrage des battements importants, ce qui explique le bruit engendré par la partie mécanique. En régime stationnaire, le couple électromagnétique s'annule.

L'allure de la caractéristique de vitesse, permet de constater que la vitesse atteint une vitesse très proche de celle du synchronisme [314 rad/s], avec un accroissement presque linéaire.

#### Pour 0.7 < *t* :

En second lieu, une perturbation de couple Cr = 7 Nm, est introduite sur l'arbre de la machine (fonctionnement en charge). Lors de l'application de ce couple résistant, on constate une diminution de la vitesse rotorique par rapport à la vitesse du synchronisme. Le couple électromagnétique se stabilise vers la valeur du couple résistant avec une réponse Quasiment instantanée. On remarque également que les courants statoriques évoluent selon la charge appliquée à l'arbre de la machine.

35



# **II.5. LA TRANSFORMATION INITIALE DE KU**

La matrice de la transformation liant les courant  $i_A$ ,  $i_B$ ,  $i_C$  à leurs composantes notées :  $i_0$ ,  $i_f$ ,  $i_b$  a été d'abord présente par Y.H KU sous la forme :

$$\begin{bmatrix} i_{A} \\ i_{B} \\ i_{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{jq} & e^{-jq} \\ 1 & a^{2}e^{jq} & ae^{-jq} \\ 1 & ae^{jq} & a^{2}e^{-jq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0} \\ i_{f} \\ i_{b} \end{bmatrix}$$
ou  $[i] = [K(q)][i_{c}]$  (II.23)

La transformation inverse  $[i_c] = [K(q)]^{-1}[i]$  s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} i_{o} \\ i_{f} \\ i_{b} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} l & 1 & 1 \\ e^{-jq} & a e^{-jq} & a^{2}e^{-jq} \\ e^{jq} & a^{2}e^{jq} & a e^{jq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{A} \\ i_{B} \\ i_{C} \end{bmatrix}$$
(II.24)

Sachant que : (a) c'est le nombre complexe de module unitaire (1) et d'argument (+120°).

## II.5.1. Origine mathématique des composantes

Utilisant les composantes de Fortescue pour l'étude de la machine synchrone et se heurtant aux inductances fonctions de l'angleq, Y.H.Ku effectua deux changements de variables successifs traduits par la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{jq} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-jq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_O \\ i_F \\ i_B \end{bmatrix}$$
(II.25)

## II.5.2. Forme modifiée de la transformation de KU

La matrice  $[K(q)]^{-1}$  différente de  $[K(q)]^{*T}$ , la matrice de la transformation de KU sous sa forme initiale n'est pas unitaire. Mais le produit scalaire sur ¢ de deux vecteurs colonnes de [K(q)] est nul; en divisant chacun de ses vecteurs par sa norme, on obtient la matrice unitaire définissant la forme modifiée de la transformation de KU

Celle-ci et son inverse s'écrivent :

$$[K(q)] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{jq} & e^{-jq} \\ 1 & a^2 e^{jq} & a e^{-jq} \\ 1 & a e^{jq} & a^2 e^{-jq} \end{bmatrix}$$
(II.26)

$$[K(q)]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ e^{-jq} & a e^{-jq} & a^2 e^{-jq}\\ e^{jq} & a^2 e^{jq} & a e^{jq} \end{bmatrix} = [K(q)]^{*T}$$
(II.27)

#### II.5.3. Propriétés de composantes de KU

Si les trois grandeurs dont on prend les composantes relatives sont sinusoïdales et équilibrées, si q de la transformation de KU est égal au produit de leur pulsation par le temps, ces grandeurs, des courants par exemple, s'écrivent :

$$i_A = I_m \cos(q - j); i_B = I_m \cos(q - \frac{2p}{3} - j); i_C = I_m \cos(q - \frac{4p}{3} - j)$$

La composante  $i_f$  s'écrit :

$$i_{f} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( i_{A} e^{-jq} + i_{B} a e^{-jq} + i_{C} a^{2} e^{-jq} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{I_{m}}{2} \begin{cases} e^{jq} e^{-jj} + e^{-jq} e^{jj} + a \left( a^{2} e^{jq} e^{-jj} + a e^{-jq} e^{jj} \right) \\+ a^{2} \left( a e^{jq} e^{-jj} + a^{2} e^{-jq} e^{jj} \right) \end{cases} e^{-jq}$$
(II.28)

Donc:

$$i_f = \sqrt{\frac{3}{2}} I e^{-jj}$$
 (II.29)

La composante  $i_f$  est un nombre complexe dont le vecteur image est à  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  prés, le même que celui que l'on dessine dans le diagramme de Fresnel.

 $i_b = \sqrt{\frac{3}{2}} I e^{jj}$ ;  $i_b = i_f^*$  (le conjugué);  $i_0 = 0$  (évidemment nul pour un système équilibré)

Cette propriété peut dans certains cas conduire à des simplifications supplémentaires

#### II.5.4. Relations entre les composantes modifiées de Park et de KU

Si on met les expressions de  $i_d$  et  $i_a$ 

$$i_{d} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ i_{A} \cos(q) + i_{B} \cos(q - \frac{2p}{3}) + i_{C} \cos(q - \frac{4p}{3}) \right]$$

$$i_{q} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ -i_{A} \sin(q) - i_{B} \sin(q - \frac{2p}{3}) - i_{C} \sin(q - \frac{4p}{3}) \right]$$
(II.30)

Sous la forme exponentielle complexe équivalente, elles deviennent :

$$\begin{split} i_{d} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{3}} \Big[ e^{jq} \Big( i_{A} + a^{2}i_{B} + a i_{C} \Big) + e^{-jq} \Big( i_{A} + a i_{B} + a^{2}i_{C} \Big) \Big] \\ i_{q} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{3}} j \Big[ e^{jq} \Big( i_{A} + a^{2}i_{B} + a i_{C} \Big) - e^{-jq} \Big( i_{A} + a i_{B} + a^{2}i_{C} \Big) \Big] \end{split}$$
(II.31)

Donc de (II.28) et de (II.31) :

$$i_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( i_f + i_b \right) \; ; \; \; i_q = \frac{1}{\sqrt{2}} \, j \left( -i_f + i_b \right) \tag{II.32}$$

Sous forme matricielle, on a donc :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_b \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_f \\ i_b \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$
(II.33)

La matrice  $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}$  c'est la matrice de Fortescue modifiée d'un système diphasé, de

sorte que les composantes f et b sont les composantes symétriques des composantes relatives d et q.

# **II.6. EMPLOI DE LA TRANSFORMATION DE KU**

Nous allons avec la transformation de KU procéder comme nous venons de le faire avec celle de Park, c'est-à-dire rapporter les équations de la machine à deux systèmes d'axes tournants fictifs avant de chercher la transformation qui présente le plus d'intérêt.

Nous comparons les deux transformations et établirons le schéma équivalent très simple illustrant les relations entre les composantes des courants et des tensions issues de la transformation de KU.

## II.6.1 Forme générale des équations transformées

On repart des équations du système (II.13).

Dans celles-ci les changements de variables :

$$[V_{abc}] = [K(q_s)] [V_{0fb}] et [I_{abc}] = [K(q)] [I_{0fb}]$$

On obtient :

$$[K(q_{s})][V_{s \ o \ f \ b}] = [R_{s}][K(q_{s})][I_{s \ o \ f \ b}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}][K(q_{s})][I_{s \ o \ f \ b}] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}][K(q_{r})][I_{r \ o \ f \ b}] \}$$
(II.34)

De même pour les grandeurs rotoriques :

$$[K(q_{r})][V_{rofb}] = [R_{r}][K(q_{r})][I_{rofb}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{rr}][K(q_{r})][I_{rofb}] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{rs}][K(q_{s})][I_{sofb}] \}$$
(II.35)

En pré multipliant la première équation par  $[K(q_s)]^{-1}$ , la seconde par  $[K(q_r)]^{-1}$  il vient :

$$\begin{bmatrix} V_{s \ o \ f \ b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}_{4}^{1} \begin{bmatrix} B_{s} \\ q_{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s \ o \ f \ b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s \ o \ f \ b} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}_{4}^{1} \begin{bmatrix} L_{sq} \\ q_{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{s \ o \ f \ b} \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}_{1}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(q_{s}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(q_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{r \ o \ f \ b} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

En utilisant les inductances définies par les relations (II.5 et II.6) Tel que :

$$\begin{bmatrix} I & ] = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{bmatrix} ; \qquad \begin{bmatrix} II & ] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & jw_S(L_S - M_S) & 0 \\ 0 & 0 & -jw_S(L_S - M_S) \end{bmatrix}$$

$$[III'] = \begin{bmatrix} L_s + 2M_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s - M_s \end{bmatrix} ; \qquad [IV'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} jMw & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} jMw \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} j M w_r & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} j M w_r \end{bmatrix} ; \qquad \begin{bmatrix} VI \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} M \end{bmatrix}$$

Les relation obtenues déjà très simples, mises sous forme matricielle, s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_{S0} \\ V_{Sf} \\ V_{Sb} \\ V_{r0} \\ V_{rf} \\ V_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s} + p \mathbf{l}_{S0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{s} + \mathbf{l}_{s}(p + jw_{s}) & 0 & 0 & M(p + jw_{s}) & 0 \\ 0 & 0 & R_{s} + \mathbf{l}_{s}(p - jw_{s}) & 0 & 0 & M(p - jw_{s}) \\ 0 & 0 & 0 & R_{r} + p \mathbf{l}_{r0} & 0 & 0 \\ 0 & M(p + jw_{r}) & 0 & 0 & R_{r} + \mathbf{l}_{r}(p + jw_{r}) & 0 \\ 0 & 0 & M(p - jw_{r}) & 0 & 0 & R_{r} + \mathbf{l}_{r}(p - jw_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s0} \\ I_{sb} \\ I_{r0} \\ I_{rf} \\ I_{rb} \end{bmatrix}$$
(II.38)

Par analogie avec l'interprétation de la transformation de Park, on dira que l'on rapporte les équations de la machine asynchrone à un système d'axes fictifs,

\_liés au stator dans le premier cas, avec  $q_s = 0$ ;  $q_r = -q$ 

\_liés au rotor dans le second, avec la condition  $q_r = 0$ ;  $q_r = q$ 

\_ tournant au synchronisme dans le troisième soit  $q_s = w t$ ;  $q_r = gw t$ 

Ces trois solutions conduisent à des matrices de même forme et de complexité équivalente.

#### II.6.2. Calcul du couple

Comme pour le cas de la transformation de Park, on part de la formule générale de la coénergie, pour aboutir à l'équation :

$$\Gamma_e = [I_s]^T \frac{d}{dq} [M_{sr}][I_r]$$
(II.20)

En effectuant les changements de variables :

$$\Gamma_e = \begin{bmatrix} I_{s \ f \ b} \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} K(q_s) \end{bmatrix}^T \left\{ \frac{d}{dq} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} K(q_r) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_{r \ f \ b} \end{bmatrix}$$
(II.39)

Après simplification le couple électromagnétique est alors donne par :

$$\Gamma_e = j \operatorname{\mathsf{M}} \left[ I_{rf} I_{sb} - I_{rb} I_{sf} \right] \tag{II.40}$$

#### II.6.3. Comparaison avec les résultats de la transformation de Park

La transformation de KU comme celle de Park d'ailleurs, ayant conduit à un système d'équations différentielles à coefficients constants dans ces derniers p représente l'opérateur symbolique de Heaviside.

Cependant la simplification obtenue par la transformation de KU est plus importante que celle donnée par la transformation de Park :

- sur les trente six termes de la matrice impédance, vingt-six sont nuls au lieu de dix huit pour la transformation de Park, offrant par conséquent des solutions plus favorables.
- surtout les quatre sous matrices liant  $[V_{s0\,f\,b} \, \text{et} V_{r0\,f\,b}]$  à  $[I_{s0\,f\,b} \, \text{et} I_{r0\,f\,b}]$  sont diagonales. Il en, résulte que les composantes f et b sont découplé : dans les équations liant  $V_{sf}$  et  $V_{rf}$  à  $I_{sf}$  et  $I_{rf}$  les composantes  $I_{sb}$  et  $I_{rb}$  n'interviennent pas; de même, les équations entre composantes en *b* ne font pas intervenir les composantes en *f*. Il en découle une simplification des calculs que la transformation de Park ne procure pas.
- Enfin, l'étude des composantes en b n'est pas nécessaire puisqu'elles sont les conjuguées des composantes en f.

Ces trois raisons expliquent tout l'intérêt de l'exploitation de ce modèle, notamment pour le modèle multi-enroulement pour un temps de calcul minimal.

## **II.7. CONCLUSION**

On s'est intéressé dans ce chapitre à l'aspect de la modélisation de la machine asynchrone, plus particulièrement à la construction des modèles triphasés usuels comprenant le modèle de Park et celui de KU.

Après formulation du modèle de Park une simulation a été effectuée afin de retrouver les courbes de variations classiques de toutes les grandeurs physiques issues de la machine. Validant ainsi notre modèle de Park.

La deuxième transformation abordée, est celle de KU qui nous a permis de retrouver un système d'équations différentielles à coefficients constants, comme pour la transformation de Park, sauf qu'on a abouti à des simplifications plus importantes, avec des sous matrices diagonales et plus creuses.

Une comparaison entre les deux approches donne lieu à un bilan favorable à la transformation de KU, Justifiant alors l'intérêt d'aborder cette dernière et projeter de formuler un modèle multi-enroulement reposant sur cette transformation, qui offre pour le moins une difficulté moindre et un temps de calcul réduit.

Cependant l'hypothèse sur laquelle repose ces deux dernières transformations, qui est de considérer le rotor en court-circuit de la machine équivalent à un enroulement triphasé monté en étoile, montre les limites de ces deux modèles, ce qui nécessite un modèle plus fin représentant plus fidèlement la cage rotorique notamment pour la simulation de rupture de barres, ce qui sera le sujet du chapitre suivant. CHAPITRE III MODELISATION DU MOTEUR ASYNCHRONE A CAGE D'ECUREUIL

# **III.1. INTRODUCTION**

La machine asynchrone, avec tous ses avantages, peut présenter des défauts structurels variés, qu'ils soient de nature mécanique ou électrique, au niveau du stator ou du rotor. Parmi ces défauts nous pouvons citer la rupture totale ou partielle des barres rotoriques, tout particulièrement au niveau de la brasure barre-anneau.

La mise au point d'une procédure de diagnostic, à base de modèles analytiques pour les machines asynchrones, nécessite la synthèse d'un modèle capable tenir compte de sa structure et rendre compte du comportement transitoire de celle ci.

Pour ce faire, il faut s'orienter vers le modèle multi enroulements afin de pouvoir représenter individuellement les barres rotoriques pour une description mieux adaptée aux défauts.

La modélisation décrite dans ce chapitre, a pour objet de représenter les barres et les anneaux de court-circuit individuellement pour une machine asynchrone à cage.

Dans cette perspective, nous avons développé un modèle qui consiste à traiter la machine en terme de circuit maillé représentant la cage rotorique

Nous avons privilégié l'approche analytique afin de disposer d'un modèle mathématique ne nécessitant pas d'outils de calcul complexes.

# III.2. LE MODELE MULTI ENROULEMENTS DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASE A CAGE

## III.2.1. Hypothèses simplificatrices

Pour pouvoir nous concentrer sur la simulation des ruptures de barres et d'anneaux de court-circuit, nous avons modélisé le rotor par des mailles reliées entre elles électriquement et couplées magnétiquement, elles sont formées par deux barres adjacentes et les portions d'anneaux qui les relient. Chaque barre et segment d'anneau sont caractérisés par une résistance et une inductance (*Figure III.2*) [RIT 94] [ABE 99].

Notre modélisation s'est établie à partir des hypothèses simplificatrices classiques :

- entrefer lisse et constant (effet d'excentricité négligeable, champ radial);
- distribution sinusoïdale de la force magnétomotrice statorique;
- effet pelliculaire nul courants de Foucault négligeables hors des barres rotoriques absence de l'influence de l'échauffement.
- La négligence de la saturation magnétique et son influence sur les circuits magnétiques (perméabilité relative du fer infinie)

Parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer : La constance des inductances propres – l'additivité des flux – la loi de variation sinusoïdales des inductances mutuelles entre les enroulements du stator et du rotor en fonction de l'angle électrique.

Avec ces hypothèses, et en supposant un stator triphasé sain, de constitution symétrique, nous calculons les différents paramètres du modèle [RIT 94]. [ABE 02] [VAS 94].

#### III.2.2. Calcul des inductances

Nous supposons que l'enroulement statorique triphasé est à distribution idéale autour du périphérique de l'entrefer. Par conséquent, le champ résultant aura une forme sinusoïdale.

#### III.2.2.1. Inductances statoriques

L'expression de la F.m.m de la phase "a" est donnée par la relation suivante [RIT 94] :

$$Fm(q) = \frac{2N_s}{pp} \cdot i_a \cdot \cos(pq) \tag{III-1}$$

D'où l'induction créée dans l'entrefer :

$$B_{s}(q) = \frac{2 \operatorname{m}_{0} N_{s}}{epp} \cdot i_{a} \cdot \cos(pq) \tag{III-2}$$

Le flux magnétique dans l'entrefer, par pôles, est obtenu par intégration de l'expression (II-2) autour d'un intervalle polaire le long de la machine :

$$f_{s} = \iint_{s} B_{s} \, dS = \int_{0}^{1} dz \int_{-\frac{p}{2p}}^{\frac{p}{2p}} B_{s} R \, dq \tag{III-3}$$

On obtient :  $f_s = \frac{4m_0N_s r l}{p e p^2}i_a$ 

Le flux magnétique total traversant l'enroulement de la phase « a » dû au courant  $i_a$  :

$$j_{sa} = N_s f_s = N_s i_a \frac{2m_0 N_s r l}{p e p^2} \int_{-\frac{p}{2p}}^{\frac{p}{2p}} \cos(q) dq = L_{sm} i_a$$
(III-5)

45

(III-4)

L'inductance principale (magnétisante) de la phase « a » statorique est donnée par :

$$L_{sm} = L_{sp} = \frac{4m_0 N_s^2 r l}{p e p^2}$$
(III-6)

L'inductance totale (propre) de la phase « a », est égale à la somme de l'inductance de magnétisation et l'inductance de fuite :

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{sp} + L_{sf}$$
(III-7)

Du fait que les enroulements statoriques sont symétriques (décalés d'un angle électrique de  $\frac{2p}{3}$ ) les inductances mutuelles propres entre les trois phases s'écrivent :

$$\begin{cases} L_{ab} = L_{sp} \cos\left(\frac{2p}{3}\right) = -\frac{L_{sp}}{2} \\ L_{ac} = L_{sp} \cos\left(\frac{4p}{3}\right) = -\frac{L_{sp}}{2} \\ L_{bc} = L_{sp} \cos\left(\frac{2p}{3}\right) = -\frac{L_{sp}}{2} \end{cases}$$
(III-8)  
$$L_{bc} = L_{sp} \cos\left(\frac{2p}{3}\right) = -\frac{L_{sp}}{2} \\ L_{ac} = L_{ca} \\ L_{ac} = L_{ca} \\ L_{bc} = L_{cb} \end{cases} = M_{s} = -\frac{L_{sp}}{2}$$
(III-9)

On peut écrire alors la matrice des mutuelles inductances entre phases statoriques :

$$\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix}$$
(III-10)

#### III.2.2.2. Inductances rotoriques

La (*figure II-1*) représente en fonction de q', l'allure de l'induction magnétique, supposé radiale, produite par une maille rotorique « k » dans l'entrefer.



Figure III-1 : Induction magnétique produite par une maille rotorique.

Considérant chaque maille rotorique constituée d'une bobine à une seule spire, parcourue par un courant  $i_{rk}$ , est le siège d'un flux principale exprimé par :

$$f_{rk} = \int_{0}^{l} \int_{ka}^{(k+1)a} \left( \frac{N_b - 1}{N_b} \frac{m_0}{e} r \, i_{rk} \right) dq' = \frac{N_b - 1}{N_b^2} m_0 \frac{2p \, r \, l}{e} i_{rk} \tag{III-11}$$

Par la suite, l'inductance principale d'une maille rotorique est :

$$L_{rp} = \frac{N_b - 1}{N_b^2} m_0 \frac{2p \ r \, l}{e}$$
(III-12)

L'inductance totale de la k <sup>éme</sup> maille rotorique est égale à la somme de son inductance principale, des inductances de fuite des deux barres et des inductances de fuite des deux portions d'anneaux de court circuit refermant la maille (k). Donc l'expression est donnée par :

$$L_{rkk} = L_{rp} + L_{bk} + L_{b(k+1)} + 2L_e$$
(III-13)

Les mailles rotoriques sont magnétiquement couplées par l'intermédiaire du flux rotorique d'entrefer. Le flux la k <sup>ème</sup> maille, produit par le courant  $\dot{l}_{rk}$  est donné par :

Donc, l'inductance mutuelle entre mailles rotoriques non adjacentes (disjointes), est exprimée par la relation suivante :

$$L_{rkj} = -\frac{2p \, \mathbf{m}_0 r \, l}{e \, N_b^2} \qquad \text{Avec } k \neq j \neq (j+1) \neq (j-1) \tag{III-14}$$

47

L'inductance mutuelle entre la k<sup>ème</sup> maille et les mailles adjacentes est donnée par :

$$L_{r(k+1)k} = -\frac{2p \ \mathbf{m}_0 r \, l}{e \, N_h^2} - L_{b(k+1)} \tag{III-15}$$

$$L_{r(k-1)k} = -\frac{2p \ \mathbf{m}_0 r l}{e \ N_b^2} - L_{b(k-1)} \tag{III-16}$$

#### III.2.2.3 Inductance mutuelle stator- rotor

La transformation dans le repère lié au rotor de l'équation (II.2), donne :

$$B_{s}(q'') = \frac{2m_{0} N_{s} i_{a}}{e p p} \cos\left[(q' + w_{r} t)\right]$$
(III-17)

Avec : 
$$q = q' + w_r t$$
 (III-18)

D'ou le flux traversant la maille k, produit par le courant i<sub>a</sub>, est donné par :

$$f_{rka} = \int_{0}^{l} \int_{ka}^{(k+1)a} \int_{ka}^{(k+1)a} B_{s}(q') r \, dq'$$
(III-19)

L'intégrale de l'équation ci-dessus conduit à :

$$M_{rka} = L_{sr} i_a \cos\left[w_r t + ka\right] \tag{III-20}$$

L'inductance mutuelle entre la maille k et la phase « a » est donnée donc par :

$$M_{rka} = L_{sr} \cos\left(W_r t + ka\right) \tag{III-21}$$

Avec: 
$$L_{sr} = \frac{4 m_0 N_s r l}{p e p^2} \sin\left(\frac{a}{2}\right)$$
(III-22)

$$a = p \frac{2p}{N_b}$$
: l'angle électrique entre deux maille rotorique

De même, les inductances mutuelles entre la k<sup>ème</sup> maille et les phases "b" et "c", sont exprimées par :

$$\begin{cases}
M_{rka} = L_{sr} \cos \left( w_{r} t + ka \right) \\
M_{rkb} = L_{sr} \cos \left( w_{r} t + ka - \frac{2p}{3} \right) \\
M_{rkc} = L_{sr} \cos \left( w_{r} t + ka + \frac{2p}{3} \right)
\end{cases}$$
(III-23)

Le tableau suivant, résume les expressions de toutes les inductances de la machine asynchrone à cage :

INDUCTANCES	EXPRESSIONS
L'inductance magnétisante d'une phase statorique	$L_{sp} = L_{ms} = \frac{4m_0 N_s^2 r l}{p e p^2}$
L'inductance mutuelle entre phases statoriques	$M_s = -\frac{L_{sp}}{2}$
L'inductance totale (propre) d'une phase statorique	$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{sp} + L_{sf}$
L'inductance magnétisante d'une maille rotorique	$L_{rp} = (N_b - 1) \frac{2p \ \mathbf{m}_0 \ r \ l}{e \ N_b^2}$
L'inductance mutuelle entre mailles rotoriques non adjacentes	$L_{rkj} = -\frac{2p \ \mathbf{m}_0 \ r \ l}{e \ N_b^2}$
L'inductance mutuelle entre mailles rotoriques adjacentes	$L_{rk(k-1)} = L_{rk(k+1)} = L_{rkj} - L_b$
L'inductance mutuelle entre une maille rotorique et une phase statorique « a »	$M_{rka} = L_{sr} \cos(pw_r t + ka)$ $L_{sr} = \frac{4m_0 N_s r l}{p e p^2} \sin\left(\frac{a}{2}\right)$

*Tableau II-1* : Inductances de la machine asynchrone à cage

## III.2.3. Mise en équations

Le but de la mise en équations est d'effectuer une simulation numérique. Nous recherchons donc, l'ensemble des équations différentielles indépendants définissants le modèle de la machine.

## III.2.3.1. Equations générale des tensions :

$$\begin{cases} [V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[f_{sabc}] \\ [V_{rn}]\\ V_e \end{bmatrix} = [[R_r] \quad r_e] \begin{bmatrix} i_{rn}\\ i_e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}[f_{rne}] \end{cases}$$
(III-24)

$$[f_{sabc}] = [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rne}]$$
(III-25)

Avec :

 $\begin{bmatrix} V_{sabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sa} & V_{sb} & V_{sb} \end{bmatrix}^{T} ; \text{Vecteur de tensions statoriques équilibrées.} \\ \begin{bmatrix} i_{sabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sa} & i_{sb} & i_{sc} \end{bmatrix}^{T}; \text{Vecteur de courants statoriques.} \\ \begin{bmatrix} i_{rn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{r0}i_{r1} \mathbf{L} & i_{rk} \mathbf{L} & i_{r(N_{b}-1)} \end{bmatrix}^{T}; \text{Vecteur de courants dans les mailles rotoriques} \\ i_{rk} \text{ c'est le courant traversant la k}^{\text{ième}} \text{ barre tel que k=0,1,...,N_{b}} \\ \begin{bmatrix} f_{sabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{sa} & f_{sb} & f_{sc} \end{bmatrix}^{T}; \text{ Vecteur de flux statoriques} \\ \begin{bmatrix} R_{s} \end{bmatrix} : \text{Matrice des résitances statoriques} : \begin{bmatrix} R_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L_{s} \end{bmatrix} : \text{Matrice des inductances statoriques} : \begin{bmatrix} L_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s} & M_{s} & M_{s} \\ M_{s} & L_{s} & M_{s} \\ M_{s} & M_{s} & L_{s} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ 

 $[M_{sr}]$ : Matrice des inductances mutuelles entre phases statoriques et mailles rotoriques où : k= 0,1,2,....,N<sub>b</sub>-1

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka) & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka - \frac{2p}{3}) & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka - \frac{4p}{3}) & \mathbf{L} \end{bmatrix} = [M_{sr}]^T$$



La figure II.2, représente le schèma équivalent de la cage rotorique.

Figure II.2 : Schéma électrique équivalent des mailles rotorique

Sachant que :  $i_{ek} = i_{rk} - i_e$  et  $i_{bk} = i_{rk} - i_{r(k+1)}$ 

L'équation de la tension pour une maille 'k' de la cage rotorique est donnée par :

$$-R_{b(k-1)}i_{r(k-1)} + \left(2\frac{R_e}{N_b} + R_{b(k-1)} + R_{bk}\right)i_{rk} - R_{bk}i_{r(k+1)} + \frac{R_e}{N_b}i_e + \frac{d}{dt}f_{rk} = 0$$
(III-26)

Avec l'expression du flux :

$$f_{rk} = \left(L_{rp} + 2L_b + 2\frac{L_e}{N_b}\right) i_{rk} - L_{rkj} \sum_{\substack{j=0\\j \neq k}}^{N_b - 1} i_{rj} - L_b \left(i_{r(k-1)} + i_{r(k+1)}\right) - \frac{L_e}{N_b} i_e$$
(III-27)  
$$-L_{sr} \left[\cos\left(q_r + ka\right) \mathbf{Mos}\left(q_r + ka - \frac{2p}{3}\right) \mathbf{Mos}\left(q_r + ka + \frac{2p}{3}\right)\right] [i_{sabc}]$$

Il faut compléter le système d'équations des circuits du rotor par celle de l'anneau de court-circuit :

$$\frac{R_e}{N_b} \sum_{k=0}^{N_b - 1} i_{rk} + \frac{L_e}{N_b} \sum_{k=0}^{N_b - 1} \frac{d}{dt} i_{rk} - R_e i_e - L_e \frac{d}{dt} i_e = 0$$
(III-28)

#### III.2.3.3. Equation des tensions statoriques

$$[V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[f_{sabc}]$$
(III-29)

Avec l'introduction de la transformation de Park:

$$[P(q)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos q & -\sin q \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(q - \frac{2p}{3}\right) & -\sin \left(q - \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(q - \frac{4p}{3}\right) & -\sin \left(q - \frac{4p}{3}\right) \end{bmatrix}$$
(III-30)

$$[P(q)][V_{sdq}] = [R_s][P(q)][_{isdq}] + \frac{d}{dt} \{ [P(q)][f_{sdq}] \}$$
(III-31)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \left( \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix} \left( \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix} \right) \right\}$$
(III-32)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix}^{-1} \left( \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix} \left( \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix} \right)$$
(III-33)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \end{bmatrix} + W \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_{sdq} \end{bmatrix}$$
(III-35)

Et avec : 
$$[f_{sdq}] = [L_s][i_{sdq}] + [M_{sr}][i_{rne}]$$
 (III-36)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \\ i_{rnd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sdq} \\ i_{rnd} \end{bmatrix}$$
(III-37)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \end{bmatrix} + W \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$$
(III-38)

 $\begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix}$  : Matrice des résitances statoriques :  $\begin{bmatrix} R_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_S \end{bmatrix}$ 

 $\left[ L_{s} \right]$  : Matrice des inductances statoriques

$$[L_{s}] = [P(q)]^{-1} \begin{bmatrix} L_{s} & M_{s} & M_{s} \\ M_{s} & L_{s} & M_{s} \\ M_{s} & M_{s} & L_{s} \end{bmatrix} [P(q)] = \begin{bmatrix} l_{s} & 0 \\ 0 & l_{s} \end{bmatrix}$$

 $l_{\scriptscriptstyle S} = L_{\scriptscriptstyle S} - M_{\scriptscriptstyle S}$  : Linductance cyclique propre du stator

 $[M_{Sr}]$  Matrice des inductances mutuelles entre stator et rotor, où : k= 0,1,2,....,nb-1 :

$$[M_{sr}] = [P(q)]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka) & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka - \frac{2p}{3}) & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & L_{sr} \cos(q_r + ka + \frac{2p}{3}) & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{sr} \begin{bmatrix} \cos ja \\ \sin ja \end{bmatrix} \quad \text{avec} : a = \frac{2p}{N_b} \text{ et } j = 1: N_b$$
(III-39)

## III.2.3.3. Equation des tensions rotoriques

$$\begin{bmatrix} [V_{rn}] \\ V_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{rn}] & r_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rn}] \\ i_e \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_{rne} \end{bmatrix}$$
(III-40)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{rne} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rn}] \\ i_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{sr} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} i_{sdq} \end{bmatrix}$$
(III-41)

$$\begin{bmatrix} [V_{rn}] \\ V_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{rn}] & r_{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rn}] \\ i_{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [M_{sr}]^{T} & [L_{r}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [i_{sdq}] \\ [[i_{rn}]] \\ i_{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(III-42)

on pose : 
$$\begin{bmatrix} [i_{rn}] \\ i_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{rne} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} [V_{rn}] \\ V_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{rne} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} [R_{rn}] & r_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{r} \end{bmatrix}$$
(III-43)

$$[V_{rne}] = [R_r][i_{rne}] + \left[ [M_{sr}]^T \quad [L_r] \right] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sdq} \\ [i_{rne}] \end{bmatrix}$$
(III-44)

$$[V_{rne}] = [R_r][i_{rne}] + \left[ [M_{sr}]^T \quad [L_r] \right] \frac{d}{dt} [I]$$
(III-45)

 $\operatorname{avec}[R_r]$  la matrice résistances rotoriques :

$$[R_r] = \begin{bmatrix} (r_{b0} + r_{bN_b^{-1}} + 2r_e) & -r_{b0} & \mathbf{L} & 0 & -r_{b(N_b^{-1})} & r_e \\ -r_{b0} & (r_{b0} + r_{b1} + 2r_e) & \mathbf{L} & 0 & 0 & r_e \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & r_e \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{L} & (r_{b(N_b^{-2})} + r_{b(N_b^{-3})} + 2r_e) & -r_{(N_b^{-2})} & r_e \\ -r_{bN_b^{-1}} & 0 & \mathbf{L} & -r_{b(N_b^{-2})} & (r_{b(N_b^{-1})} + r_{b(N_b^{-2})} + 2r_e) & r_e \\ r_e & r_e & r_e & r_e & r_e & N_b r_e \end{bmatrix}$$

 $\left[ L_{r} 
ight]$  la matrice des mutuelles rotoriques :

$$\begin{bmatrix} L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r12} - L_b & \mathbf{L} & L_{r1(N_b-1)} & L_{r1N_b} - L_b & L_e \\ L_{r21} - L_b & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & \mathbf{L} & L_{r2(N_b-1)} & L_{r2N_b} & L_e \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & L_e \\ L_{r(N_b-1)1} & L_{r(N_b-1)2} & \mathbf{L} & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r(N_b-1)N_b} - L_b & L_e \\ L_{rN_b1} - L_b & L_{rN_b2} & \mathbf{L} & L_{N_b(N_b-1)} - L_b & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_e \\ L_e & L_e & L_e & L_e & L_e & N_b L_e \end{bmatrix}$$

L'équation globale des tensions est tirée des deux systemes d'equation (II-39) ; (II-46) :

$$\begin{cases} [V_{sdq}] = [R_s][i_{sdq}] + [[L_s] [M_{sr}]] \frac{d}{dt} [I] + w \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [[L_s] [M_{sr}]] [I] \\ [V_{rne}] = [R_r][i_{rne}] + [[M_{sr}]^T [L_r]] \frac{d}{dt} [I] \end{cases}$$
(III-46)

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \\ V_{sdq} \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \\ 0 \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sdq} \\ i_{res} \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s \\ M_sr \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \\ 1 \\ M_sr \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \\ M_sr \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{sr} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$$
(III-47)

 $\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix}, \text{ la matrice globale des résistances.}$  $\begin{bmatrix} L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} L_r \end{bmatrix}, \text{ la matrice globale des résistances.}$  $\text{On pose} : \begin{bmatrix} L' \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ 

$$[V] = ([R] + [L'])[I] + [L]\frac{d}{dt}[I]$$
(III-48)

L'equation d'état finale à résoudre sera :

$$\frac{d}{dt}[I] = [L]^{-1}\{[V] - ([R] + [L'])[I]\}$$
(III-49)

Tel que :  $[V] = \begin{bmatrix} V_{sd} & V_{sq} & \mathbf{M} & 0 \mathbf{L} & \mathbf{L} & 0 \mathbf{M} \end{bmatrix}^T$ , le vecteur global des tensions de dimensions (N<sub>b</sub> + 3 ×1), il contient les deux tensions statoriques dans le repert de Park et les N<sub>b</sub> tensions des mailles rotoriques, ainsi que la tension de l'anneau de court-circuit.

 $[I] = [i_{sd} \ i_{sq} \mathbf{M}_{r0} \ i_{r1} \ \mathbf{L} \ i_{rn} \ \mathbf{L} \ i_{r(nb-1)} \mathbf{M}_{e}]^{T}$ , le vecteur global des courants de dimensions (N<sub>b</sub> + 3 × 1).

A ces équation, on ajoute les aquations électromécaniques afin d'avoir la vitesse électrique de rotation et la position  $q_r$  du rotor

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \left( C_e - C_r - k_0 \Omega \right) \tag{III-50}$$

$$\frac{dq_r}{dt} = w_r \tag{III-51}$$

## III.2.4 Expression du couple électromagnétique

Le couple est déduit par la dérivation de la coénergie magnétique  $W_{co}$ :

$$C_e = \left(\frac{\partial W_{co}}{\partial q_r}\right) \tag{III-52}$$

Dans un système linéaire la coénergie magnétique devient :

$$C_e = \frac{1}{2} [I]^T \left[ \frac{\partial}{\partial q} [L(q)] \right] [I]$$
(III-53)

$$C_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}^T \frac{\partial}{\partial q} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_r \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix}^T$$
(III-54)

$$C_{e} = \begin{bmatrix} i_{r1} & i_{r2} & \mathbf{L} & i_{rN_{b}} & i_{e} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q} \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} P(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}$$
(III-55)

$$C_{e} = \sqrt{\frac{3}{2}} p L_{sr} \begin{bmatrix} i_{r1} & \mathbf{L} & i_{rN_{b}} & i_{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(ja) & \cos(ja) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ -\sin((N_{b}-1)a) & \cos((N_{b}-1)a) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}$$
(III-56)

$$C_{e} = \sqrt{\frac{3}{2}} p L_{sr} \left\{ \begin{array}{c} N_{b} - 1 & N_{b} - 1 \\ i_{sq} \sum_{k=0}^{N_{b} - 1} cos(ka) - i_{sd} \sum_{k=0}^{N_{b} - 1} cirk \sin(ka) \\ k = 0 \end{array} \right\}$$
(III-57)

# **III.3 PRISE EN COMPTE DU DEFAUT DANS LE MODELE**

Il est assez difficile de décrire exactement la succession des phénomènes physqiue entrant en jeu lors d'une rupture de barres rorotiques

La simulation de ce type de défaut peut etre faite en utilisant deux méthodes différente, le but etant d'annuler le courant qui traverse la barre incriminée [TOL 95].

Une premiére méthode de modelisation consiste à reconstituer le circuit éléctrique rotorique, les matrices impédances sont modifièes de tel façon que : si la barre k est rompue, le courant  $i_{bk}$  dans cette barre s'annule. Et le courant dans la maille (k-1) devient égal au courant dans la maille (k), c'est-àdire, ( $i_{r(k-1)}=i_{rk}$ ) (Fugre II.3). ceci est traduit dans les matrices des inductances et des résistances, par l'addition des deux colonnes et des deux lignes lièes aux courants  $i_{r(k-1)}$ . Le courant  $i_{rn}$  est donc supprimé du vecteur des courants, en d'autre terme l'ordre du système est réduis.

La seconde approche consiste à augmenter artificiellement la valeur de la résitance de la barre concérné par la rupture suffisament pour que le courant la traversant soit nul.



*Figure II.3* : Schéma équivalent de la cage rotorique pour : a : Etat sain b : Avec une barre rompue

# **III.4. CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons présenté explicitement les étapes de construction du modèle mathématique de la machine asynchrone à cage d'écureuil, en utilisant la méthode des circuits électriques magnétiquement couplés.

Nous avons tout d'abord abordé les hypothèses simplificatrices sur lesquelles repose le modèle multi enroulement, puis vient le calcul des différentes inductances et mutuelles statoriques rotoriques.

La mise en équation des calculs précédents a permis de trouver l'ensemble des équations différentielles définissants le modèle de la machine, dans le but d'effectuer une simulation numérique. Et par conséquent dégager les performances et éventuellement les signatures spécifiques des défauts rotoriques en vue du diagnostic.

Les conséquences d'une cassure de barre ou d'une portion d'anneau de court-circuit s'obtiennent aisément par l'augmentation de la résistance de la barre concernée par le défaut. Ce modèle de la machine nous permettra de comprendre les phénomènes physiques associés à ce type de défauts.

CHAPITRE IV EXPLOITATION ET ANALYSE SPECTRALE DU COURANT STATORIQUE

# **IV.1 INTRODUCTION**

Après la définition du modèle multi enroulement, la simulation de ce dernier peut être effectuée en implémentant le systeme d'equation (IV-51) au sein du logiciel MATLAB 6.5. Pour la résolution des équations différentielles, on fait appel à la méthode de Runge Kutta d'ordre 4.

Donc un programme élaboré sous environnement MATLAB permet de mettre en evidence le comportement de la machine pour différentes conditions de fonctionnement à l'état sain et déffectueux. Cette simulation a pour objectif, d'analyser ainsi que d'expliquer les phénomènes obsérvés sur les grandeurs électriques et/ou mécaniques de la machine telles que les oscillations du couple et de la vitesse.

# **IV.2 SIMULATION DU MODELE AVEC ROTOR SAIN**

Nous éffectuons une simulation pour une machine dont les paramètres sont presentés dans l'annexe. Les figures IV.1 à IV.4 représentent respectivement, l'évolution du couple électromagnétique, la vitesse, le courant statorique et le courant dans une barre rotorique.

La machine démarre à vide sous tension nominale pour une alimentation sinusoidale équilibrée, et à l'instant t = 0.5 sec, nous appliquons un echelon de couple résistant de 3.5 Nm.

Nous remarquons que ces relevés correspondent au fonctionnemnt normale d'une machine à induction à vide puis en charge.

La vitesse s'établie à une valeur proche de la vitesse de synchronisme tout en conservant un glissement assez faible puis décroit à une valeur inférieur à cause de la charge (la durée de mise en vitesse est déterminée par l'inertie totale autour de l'arbre de rotation)

Les courants présentent au départ des dépasseemnt excessifs (faible F.C.E.M, faible vitesse) c'est le classique appel de courant de démarrage, mais ces dépassement disparaissent rapidement au bout quelques alternances pour donner lieu à une sinusoïde d'amplitude constante, et enfin les courants augmentent vers leurs grandeurs nominale respectivement avec l'introduction du couple résistant.

Le couple tend à équilibrer le couple résistant ou le régime de charge considéré.







Figure IV.2 : La vitesse de rotation







Figure IV.4: Le courant statorique

# IV.3 SIMULATION DU MODELE AVEC RUPTURES DE BARRES

Dans un soucis de simplicité les ruptures de barres peuvent être introduites dans le modèle en augmentant la résistance de la barre concérnée par la cassure. Cette augmentation doit être d'autand plus grande que si l'on choisi un pas de calcul plus fin. Pour un pas de calcul de 10<sup>-4</sup> sec, une augmentation de la résistance de plus de 200 fois sa valeur initiale conduit à une instabilité numérique [BAG 99] [RIT 94] estime qu'une augmentation de la résistance d'une barre de 11 fois permet d'aboutir à des résultats en concordances avec ceeux obtenus expérimentalement.

Nous présentons sur *les figures IV.5 à IV.8* l'evolution temporelle des grandeurs de la machine asynchrone lors du passage d'un fonctionnment sain à celui défaillant.

A l'instant t = 1 sec, nous introduisant la rupture de la barre n°1 en augmentant sa résistance de 50 fois (cette augmentation a été choisise de telle sorte que le courant travesant la barre défaillante soit le plus proche possible de zéro).

Par la suite la rupture de la barre n°2 est introduite à t = 1.5 sec pour mettre en evidence l'effet du nombre de barres rompues.

L'analyse du couple électrmagnétique (*Figure IV.3*) montre une modification importante de son allure lorsque les défauts rotoriques apparaissent. Nous apercevons qu'une légére modulation vient perturber l'évolution du couple lorsque la premiére barre est cassée. Nous remarquons aussi que cette ondulation s'accentue avec l'apparition du second défaut.

Comme il est assez difficile de discerner cette modulation par une simple analyse visuelle, le zoom du couple électromagnétique à été introduit pour plus de distinction.

La *(figure IV.4)* représente l'évolution de la vitesse rotorique en presence de défauts, comme pour le couple électomagnétique une ondulation apparaît lors de la premiere rupture et prends de l'ampleur lors de l'introduction du second défaut. Cette variation de vitesse sera d'autant plus faible que l'inertie de l'ensemble machine-charge sera grande.

En théorie, cette modulation d'amplitude de la vitesse comme pour le couple électromagnétique, oscille à une fréquence de  $2 g f_s$ .



Figure IV.5 : Influence de la rupture de barres sur l'ondulation du couple électromagnétique



Figure IV.6 : Zoom de l'ondulation du couple électromagnétique



Figure IV.7: Influence de la rupture de barres sur l'ondulation de la vitesse de rotation



Figure IV.8 : Zoom de l'ondulation de la vitesse de rotation



Figure IV.9 : Courant statorique avec deux barres cassées

D'après la *figure IV.5* il est difficile d'observer l'effet du défaut sur le courant statorique, en effet l'amplitude de ce dernier ne présente qu'une très faible modulation rendant cette analyse peut prolifique.

En conséquence la transformée de fourier rapide dite (FFT) intervient pour séparer toute forme de bruit de la fréquence du fondamental.

# **IV.4 EFFET DE POSITION DE BARRES INCRIMINEES**

Notons aussi l'effet de position de barres rompues, car l'influence du défaut sur les performence du moteur ne dépend pas seulement du nombre de berres rompues mais aussi de leurs positions respectives.

Les ondulations de toutes grandeurs physiques de la machine s'accentuent avec la sévérité du défaut, lorsque les bearres cassées sont adjacentes [BEN 00].

L'evolution logique d'une premiere cassure de barre est la cassure de la barre adjacente provoquée par une surintensité de courant (la courant naturel de la barre + celui de la barre voisine rompu).

# **IV.5 ETUDE ANALYTIQUE DU DEFAUT**

Les oscillations du couple et de la vitesse, ainsi que la modulation du courant statorique lors d'une rupture de barres rotoriques, sont des phénomènes qui nécessitent une analyse et une explication.

## IV.5.1 Expression des champs magnétiques statoriques et rotoriques

Supposons une distribution sinusoïdale du champ magnétique dans l'entrefer. L'induction magnétique dans un point M situé dans l'entrefer, dans un repère lié au stator est donné par :

$$B_{s}(t) = k_{s} i_{s} \cos\left(w_{s} t - q_{M} + j_{B_{s}}\right) \tag{IV.1}$$

 $q_M$ : position du point M.

La présence d'une barre rompue dans la cage rotorique, comme là démontré Fillippetti [FIL 96] provoque une asymétrie géométrique et électromagnétique dans les circuits du rotor. Par conséquent les courants induits vont créés en plus du champ tournant rotorique direct  $B_{rd}$ , un autre champ tournant inverse  $B_{ri}$ .

Dans un repère lié au stator, on aura :

• Le champ tournant direct tourne à la vitesse :

$$\boldsymbol{W}_m + \boldsymbol{W}_r = (1 - g) \boldsymbol{W}_S + g \boldsymbol{W}_S = \boldsymbol{W}_S,$$

donc: 
$$B_{rd}(t) = k_{rd} i_{rd} \cos\left(W_s t - q_M + j_{B_s}\right)$$
 (IV.2)

• Le champ inverse tourne à la vitesse,  $W_m - W_r = (1 - g)_{W_s} - gW_s = (1 - 2g)_{W_s}$ donc :  $B_{ri}(t) = k_{ri} i_{ri} \cos(1 - 2g) (W_s t - q_M + j_{Bi})$  (IV.3)

#### IV.5.2 Expression du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est donnée par :

$$Ce_{total} = \frac{dW_{mag}}{dg} \tag{IV.4}$$

w<sub>mag</sub>: L'énergie magnétique emmagasinée dans l'entrefer, elle vaut :

$$W_{mag} = \int_{V} \frac{B_{total}^2}{2m_0} dV \tag{IV.5}$$

66

Avec: 
$$\begin{cases} B_{total} = B_s + B_{rd} + B_{ri} \\ dV = R.l.e.dq \end{cases}$$
(IV.6)

$$W_{mag} = \frac{1}{2m_0} \int_{0}^{1} (B_s + B_{rd} + B_{ri})^2 dq$$
  
Or: 
$$= \frac{R l e}{2m_0} \int_{0}^{2p} \left( B_s^2 + B_{rd}^2 + B_{ri}^2 + 2B_s B_{rd} + 2B_s B_{ri} + 2B_{rd} B_{ri} \right) dq \qquad (IV.7)$$
$$= W_s + W_{rd} + W_{ri} + W_{srd} + W_{sri} + W_{rdri}$$

Le couple électromagnétique dans une machine asynchrone provient de l'interaction du champ magnétique statorique avec celui rotorique, donc :

$$Ce_{total} = \frac{W_{srd}}{dg_{srd}} + \frac{dW_{sri}}{dg_{sri}}$$
(IV.8)

Avec :

$$\begin{split} W_{srd} &= \frac{R \, l \, e}{2 \, m_0} \int_{0}^{2p} 2B_s B_{rd} \, dq \\ &= \frac{R \, l \, e}{2 \, m_0} \int_{0}^{2p} 2 \left[ k_s i_a \cos \left( w_s t - q_M + j_{B_s} \right) \right] \left[ k_{rd} i_{rd} \cos \left( w_s t - q_M + j_{B_{rd}} \right) \right] dq \qquad (IV.9) \\ &= \frac{R \, l \, ep}{m_0} \, k_s i_a k_{rd} i_{rd} \sin \left( j_{B_s} - j_{B_{rd}} \right) \\ W_{sri} &= \frac{R \, l \, e}{2 \, m_0} \int_{0}^{2p} 2 B_s B_{ri} dq \\ &= \frac{R \, l \, e}{2 \, m_0} \int_{0}^{2p} 2 \left[ k_s i_s \cos \left( w_s t - q_M + j_{B_s} \right) \right] \left[ k_{ri} i_{ri} \cos \left( w_s t - q_M + j_{B_{ri}} \right) \right] dq \qquad (IV.10) \\ &= \frac{R \, l \, ep}{m_0} \, k_s k_{ri} i_s i_{ri} \sin \left( 2g \, w_s t + j_{B_s} - j_{B_{ri}} \right) \\ \begin{cases} g_{sr} &= j \, B_s - j \, B_{rd} \\ g_{sri} &= j \, B_s - j \, B_{ri} \end{cases} \end{split}$$

L'expression (IV.8), du couple électromagnétique, devient :

$$Ce_{total} = \frac{dW_{srd}}{dg_{srd}} + \frac{dW_{sri}}{dg_{sri}}$$
  
=  $Ce_{srd} + Ce_{sri}$   
=  $\frac{R \, l \, ep}{m_0} k_s i_s k_{rd} i_{rd} \cos\left(j_{B_s} - j_{B_{rd}}\right)$   
+  $\frac{R \, l \, ep}{m_0} k_s i_s k_{ri} i_{ri} \cos\left(2 \, g \, w_s t + j_{B_s} - j_{B_{ri}}\right)$  (IV.12)

Il est clair, que le couple électromagnétique est la somme d'une composante constante et une composante oscillatoire. Le système de courant directe au rotor, est à l'origine de la composante constante. En présence du défaut, le système inverse de courant au rotor produit la composante oscillatoire de pulsation  $2gW_s$ 

#### IV.5.3 Expression de la vitesse de rotation

D'après l'équation mécanique, on a

$$j\frac{dw_m}{dt} = Ce - Cr - k_0 w_m \tag{IV.13}$$

En négligent la coefficient de frottement  $k_0$  et en supposant qu'en régime permanent  $Cr = Ce_{srd}$ 

onobtient : 
$$j \frac{dW_m}{dt} = Ce_{srd} + Ce_{sri} - Cr = Ce_{sri}$$
 (IV.14)

Après intégration, on aura :

$$w_m(t) = (1 - g)w_s - \frac{1}{2gJw_s} \frac{R \, l \, ep}{m_0} k_s k_{ri} i_s i_{ri} \cos\left(2gw_s t + j_{B_s} - j_{B_{ri}}\right) \tag{IV.15}$$

A partir de l'expression (IV.15), on peut constater que la composante oscillatoire du couple, produit une oscillation de pulsation  $2gW_s$  au niveau de la vitesse [BEL01.]

#### IV.5.4 Expression de la force électromotrice

Si un conducteur de longueur I, passant par le pont M, situé dans l'entrefer, le f.e.m induite dans ce conducteur est donnée par loi de Lenz  $e(t) = -\frac{df}{dt}$ :
$$e(t) = -\frac{df_s}{dt} - \frac{df_{rd}}{dt} - \frac{df_{ri}}{dt}$$
$$= -B_s \frac{dS_s}{dt} - B_{rd} \frac{dS_{rd}}{dt} - B_{ri} \frac{dS_{ri}}{dt}$$
$$= -B_s R l \frac{dq_s}{dt} - B_{rd} R l \frac{dq_{rd}}{dt} - B_{ri} R l \frac{dq_{ri}}{dt}$$
(IV.16)

donc: 
$$e(t) = -B_s(t)Rlw_s - B_{rd}(t)Rl(w_m(t) + gw_s) - B_{ri}(t)Rl(w_m(t) - gw_s)$$
 (IV.17)

En remplaçant  $B_s(t)$ ,  $B_{rd}(t)$ ,  $B_{ri}(t)$  par leurs expressions, on obtient :

$$e(t) = -k_{s} i_{s} R l w_{s} \cos \left( w_{s} t - q_{M} + q_{B_{s}} \right) - k_{rd} i_{rd} R l \left( w_{m}(t) + g w_{s} \right) \cos w_{s} t - q_{M} + j_{B_{rd}} )$$
(IV.18)  
$$- k_{ri} i_{ri} R l \left( w_{m}(t) - g w_{s} \right) \cos \left( (1 - 2g) w_{s} t - q_{M} + j_{B_{ri}} \right)$$

En remplaçant  $\omega_m(t)$  par son expression, on obtient :

$$e(t) = -k_{s} i_{s} R l w_{s} \cos (w_{s}t - q_{M} + j_{B_{s}}) -k_{rd} i_{rd} R l w_{s} \cos (w_{s}t - q_{M} + j_{B_{rd}}) +k_{rd} i_{rd} R l K \cos ((1 - 2g)w_{s}t - q_{M} - j_{B_{s}} + j_{B_{rd}} + j_{B_{ri}}) +k_{rd} i_{rd} R l K \cos ((1 + 2g)w_{s}t - q_{M} - j_{B_{s}} + j_{B_{rd}} - j_{B_{ri}})$$
(IV.19)  
$$-k_{ri}i_{ri} R l K (1 - 2g)w_{s} \cos ((1 - 2g)w_{s}t - q_{M} + j_{B_{ri}}) +k_{ri}i_{ri} R l K \cos ((1 - 4g)w_{s}t - q_{M} - j_{B_{s}} + 2j_{B_{ri}}) +k_{ri}i_{ri} R l K \cos (w_{s}t - q_{M} + j_{B_{s}} + j_{B_{s}})$$

Avec:  $K = \frac{1}{4gJW_s} \frac{p R l e}{m_0} k_s k_{ri} i_s i_{ri}$ (IV.20)

On peut résumer tous ces résultats à partir de ce qui suit :

La présence d'une barre rompue dans la cage rotorique induit dans le spectre du courant statorique une composante de fréquence  $(1-2g)f_s$  [FIL 96]. En effet la rupture d'une barre rotorique crée, dans l'entrefer de la machine, en plus du champ tournant dierct, un champ tournant iverse de fréquence  $gf_s$ .

L'interaction de champ tournant avec la vitesse rotorique provoque la création d'une composante de fréquence  $(1-2g)f_s$  dans le spectre du courant statorique se calculalant par  $(1-g)f_s - g f_s = (1-2g)f_s$ .

La présence de cette modulation dans le courant statorique crée à son tour une composante oscillatoire sur le couple électromagnétique de fréquence  $2gf_s$ . Cette dernière, provoque inévitablement une oscillation dans la vitesse rotorique de même fréquence.

Puis cette récente oscillation de la vitesse induit une nouvelle composante de fréquence  $(1+2g)f_s$  dans le spectre du courant statorique toujours. Ce qui implique la création dans l'entrefer de la machine un nouveau champ tournant inverse de fréquence  $3gf_s$ .

Par le même processus, l'interaction de champ tournant avec la vitesse rotorique provoque la création d'une composante de fréquence  $(1-4g)f_s$  dans le spectre du courant statorique se calculalant par  $(1-g)f_s - 3g f_s = (1-4g)f_s$ .

Ainsi de suite, les harmoniques qui ont la même fréquence  $(1-2g)f_s$  s'ajoutent pour donner une seule composant résultante. Tandis que le courant de fréquence  $(1+2g)f_s$  circule dans les enroulements statorique, et en présence de défaut, induisent des courants de  $\pm 3gf_s$  au rotor. Par conséquent des courants de fréquence  $(1\pm 4g)f_s$  sont générés par un processus identique à celui qui produit les courants de fréquence  $(1\pm 2g)f_s$  [BEL 01].

### IV.6 ANALYSE SPECTRALE DU COURANT STATORIQUE PAR LA FFT

L'analyse précédente ne pemet pas la visualisation et la détection de ruptures de barres avec facilité, la distingtion de toutes modulations ou ocillations perturbantes des grandeurs mesurables de la machine est rendu difficile si l'on se base que sur l'analyse des signaux temporels.

Pour pouvoir discerner avec facilité la modulation de l'amplitude de fréquence  $2 g f_s$ , qui est la fréquence caréctérisante du défaut de rupture de barres, une analyse de ces signaux dans le domaine fréquentiel devient une necéssité.

C'est là ou l'analyse spectrale du courant statorique est employée, elle reste largement la méthode la plus employée depuis de nombreuses années pour detecter les défaillances dans les machines électriques.

En utilisant la transformée de Fourier rapide (TFR) nous déterminons le contenu féquentiel du courant statorique, et par la suite nous retrouverons les raies et les bandes latérales associées aux défauts rotoriques.

L'analyse spectrale s'effectue par l'aquisition des donnés du signal de courant statorique de la machine en régime permanent, puis par le calcul de la FFT du signal en prenons bien soin de determiner auparavant la durrée et le nombre de points d'aquisition qui ne faut pas confondre avec N le nonbre de points imposé par l'algorithme de la FFT(nombre d'échantillants égale à une puissance de 2)

Enfin on s'assure que notre fenêtre contient bien un nombre de périodes suffisant et pas trop grand à la fois par souci de présion [COT 02].





Ces figures présentent le contenu spectrale du courant statorique en régime permanent lorseque la machine ne présente aucun défauts (fonctionnement sous conditions nominales).

Comme notre moèle ne prends pas en compte les harmoniques d'espaces nous n'observons aucune raies latérales mais juste la fondamentale oscillant à 50 Hz.

Il faut noter qu'en réalité, il y a toujours un certain degré d'assymétrie naturelle au niveau du rotor, engendrant par conséquant l'apparition de raies même avec de faibles amplitudes.



Figure IV.11 :une barre rompue

Figure IV.12 :deux barres rompues

La Figure IV.11 représentant le spectre logarithmique fait apparaître des informations, qui n'étaient pas décelables sur l'analyse temporelle de ce même courant statorique. On peut certainement, identifier sur cette figure les harmoniques caractéristiques du défaut de barres rotoriques.

Ces harmoniques oscillent à des fréquences qui dépendent du glissement, ce qui implique une résolution du spectre avec assez de précision, pour pouvoir séparées les fréquences les unes des autres pour les faibles valeurs de glissement de la machine. Ces fréquences ont pour expression  $(1\pm 2kg)f_s$ . Elles apparaissent sous formes de raies latérales.

Lors de la rupture de la seconde barre adjacente (figure IV.12), il y a augmentataion des amplitudes  $(1\pm 2g)f_s$  plus visible, mais aussi des raies latérales aux fréquences correspondantes à  $(1\pm 4g)f_s$ , sauf qu'il faut noter que leurs amplitudes est moins importantes que celles qui correspondent à  $(1\pm 2g)f_s$ 

Ainsi de suite avec la rupture de la troisième barre et la quatrième barre adjacente pour arriver à l'expression finale tenant compte des harmoniques de raies latérales qui aura pour expression  $(1 \pm 2 \text{ k } g) f_s$  et dont leurs amplitudes évoluent avec la rupture de brres adjacentes.

Il est clairement visible que ces spectres sont beaucoup plus riche en hrmoniques que ceux issus de l'analyse avec rotor sain.



figure IV.13 : spectre logarithmique du courant statorique pour trois barres rompues

il faut noter que lors de rupture de barres non adjacentes on observera une légère réduction d'amplitude sur les raues latérales plutôt qu'une augmentation [BEN 00].

La rupture de portion d'anneau de cour-circuit peut aussi être détéctée en utilisant ces mêmes composantes car, comme pour la rupture d'une barre ce défaut provoque lui aussi un champ inverse de fréquence identique  $gf_s$  dans l'entrefer de la machine, qui va induire les mêmes composantes présentent dans le spectre fréquentiel du courant statorique.

Nous avons effectué une simulation de la machine en imposant la condition d'une vitesse rotorique constante après l'introduction du défaut de cassure d'une barre rotorique.

La *Figure IV.14* montre la spectre obtenu pour cette dérnière condition. Seulement la composante de fréquence  $(1-2g)f_s$  apparaît comme harmonique de plus que la fondamentale.

A partir de ce résultat et de l'étude analytique faite précedement, nous pouvons conclure que la rupture d'une barre rotorique n'iduit qu'une seule composante oscillatoire dans le spectre du courant statorique.

Les autres composantes sont dues à l'interaction de la vitesse avec les champs tournants inverses présents dans l'entrefer à cause du défaut [FIL 96].

Donc l'amplitude d'harmoniques de fréquence  $(1 \pm 2kg)f_s$  à l'exception de l'harmonique  $(1-2g)f_s$  dépend de la vitesse de rotation de la machine, et par conséquant dépend de l'inertie



de l'ensemble moteur-charge.



### IV.7 SYNTHESE D'IDENTIFICATION DES DEFAUTS PAR L'ANLYSE SPECTRALE DU COURANT STATORIQUE

Cette méthode est basée sur la localisation d'harmoniques spécifiques aux défauts intervenant dans la machine asynchrone triphasé à cage.

Sachant que ces harmoniques sont en fonction du glissement de la machine, on aura besoin alors de l'acquisition de deux grandeurs, le courant statorique en régime permanent, et la valeur du glissement de la machine, afin de prévoir les fréquences  $(1 \pm 2 \text{ kg}) f_s$  caractérisant le défaut.

La deuxième étape est un balayage du spectre autour du fondamental, afin de distinguer la présence d'harmoniques sous formes de raies latérales à des fréquences caractéristiques, ainsi que le suivie de leurs amplitudes respectives, pour confirmer en fin la présence ou l'absence de défaut.

Plusieurs auteurs, Kliman, Deleroi ont prouvé que la rupture d'une barre de la cage rotorique fait apparaître des composantes dans la partie haute fréquence du spectre du courant statorique.

Ces harmoniques sont aussi significatifs de la présence d'un défaut au sein de la cage rotorique que les hamoniques visualisées dans la plage [0 100] Hz.

Ils aurons pour expression :  $f_h = [x(1-g) \pm (1+2h)] f_s$ 

Avec :

$$p$$
  
 $h = 0.123$ 

 $x = \frac{k}{k} = 3,5,7,9,11,\dots$ 

$$II = 0, 1, 2, 3, ...$$

### **IV.8 CONCLUSION**

La simulation du modèle multi-enroulement nous a donner un ordre de grandeur sur l'effet de défauts sur les grandeurs physiques de la machine, comme la vitesse de rotation ou le couple électromagnétique. Cependant l'analyse de ces grandeurs temporelles et notamment le courant statorique ne permet pas de visualiser avec facilité l'effet de défaut, car l'ordre des modulations est relativement faible.

C'est la raison pour laquelle on s'est intéresser à l'analyse fréquentielle, plus riche en informations et plus simple à intérpreter.

L'analyse spectrale du courant statorique après introduction de la transformation de Fourier rapide, nous a permis de déterminer la composition fréquentielle de ce signal et par la suite retrouver les raies latérales associées aux défauts.

Du bon choix de la résolution fréquentielle dépond la qualité de notre diagnostic, afin de permettre la séparation des fréquences autour du fondamental.

Il s'est avéré que la surveillance de l'amplitude des composantes aux fréquences  $(1\pm 2g)f_s$  permet la détection de défauts rotoriques.

# CONCLUSION GENERALE

#### CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la détection de défauts rotoriques au sein des moteurs asynchrones à cage d'écureuil triphasés. Plus particulièrement, les défauts traités sont la rupture de barres et de portions d'anneaux rotoriques.

Le diagnostic de défauts par l'analyse spectrale du courant statorique en régime permanent, a été l'objet de notre étude. Cette approche reste, largement, la méthode la plus utilisée par les auteurs pour plusieurs raisons, notamment à cause de l'accessibilité du courant statorique extérieurement, et surtout pour la sensibilité des harmoniques associées aux défauts de la machine par rapport aux sévérités de ces derniers.

L'objectif de ce mémoire était en premier lieu de maîtriser l'état de l'art du diagnostic, connaître les défauts qui peuvent affecter la machine asynchrone, leurs origines et leurs effets sur les grandeurs physiques issues de cette dernière, par la suite on a traité les signatures spectrales spécifiques à chaque défaut, plusieurs méthodes de diagnostic rencontrées dans la littérature ont étés présentées, ce qui a été sujet de notre premier chapitre « l'entrée en la matière du diagnostic ».

En second lieu on s'est intéressé à l'aspect de la modélisation des machines asynchrones triphasées. Une première approche a consisté a traiter les modèles classiques des cette machine, citons celui de Park ou de K.U, qui restent des modèles standards et usuels, cependant l'hypothèse sur laquelle repose ces deux derniers, qui est de considérer le rotor en court-circuit de la machine équivalent à un enroulement triphasé monté en étoile, montre les limites de ces deux modèles, surtout lorsqu'il s'agit de simuler un défaut rotorique.

La deuxième approche sujette du troisième chapitre, était de traiter le modèle multienroulements, par la formulation mathématique des équations régissant le fonctionnement de la machine en régime statique et dynamique.

La méthode des circuits électriques magnétiquement couplés a permis de mettre en concrétisation le modèle multi-enroulement pour la cage rotorique, ensuite un programme de simulation sous environnement MATLAB 6.5 a été développé afin de visualiser tous les signaux mesurables issus de la machine, comme la vitesse de rotation, le couple électromagnétique, le courant statorique ou encore le courant dans chaque barres rotoriques, et en considérant les différentes conditions de fonctionnement, à l'état sain et défectueux.

En troisième lieu ce mémoire traite l'aspect lié à la simulation et à l'interprétation des résultats obtenues, dans le but d'avoir un ordre de grandeur sur l'effet de défauts sur les grandeurs physiques de la machine et leurs signatures.

L'analyse temporelle des grandeurs électriques ou mécaniques ne permet pas de discerner l'effet de défauts avec facilité. Ceci nous a porté vers l'analyse fréquentielle, plus riche en informations et plus simple à interpréter. Précisément avec l'utilisation de l'analyse spectrale du courant statorique en régime permanent.

Après avoir utilisé l'algorithme de la transformée de Fourier rapide FFT de MATLAB, le contenu spectrale du courant statorique a apporter de nouvelles informations, par rapport aux résultats de l'analyse temporelle. L'exploitation de ce spectre a permis de déterminer les composantes  $(1 \pm 2 \text{ k } g) f_s$  caractéristiques du défaut de barres rotoriques.

La sévérité du défaut se manifeste par l'augmentation des amplitudes de ces harmoniques sous forme de raies latérales.

Une étude analytique du défaut de barres a permis de comprendre et d'expliquer les oscillations du couple et de la vitesse, ainsi que la modulation du courant statorique lors d'une rupture de barres rotoriques.

En perspective, concernant la modélisation des moteurs asynchrones, le modèle multienroulement ne permet pas d'aborder autres défauts que ceux de la ruptures de barres ou de portions d'anneaux. Il faut donc impérativement disposer d'un modèle plus fin prenant compte d'harmoniques d'espaces et ou de saturation magnétique, pour pouvoir traiter notamment les défauts d'excentricité du tambour de la machine.

Sachant que dans la littérature, il existe une multiplicité de modèles mathématiques associées à la machine asynchrone, chaque modèle est spécifique à un type de défauts précis. La solution la plus raisonnable à notre avis est de formuler un modèle universel et de l'optimiser en question de rang ou d'ordre de systèmes d'équations.

Enfin, il s'est avéré bénéfique de traiter le courant statorique pour les questions liées à la détection des défauts, ce qui semble être la solution appropriée pour la surveillance en ligne, c'est d'avoir des données continues du courant statorique afin d'assurer une maintenance préventive.

## ANNEXE

## LES PARAMETRES DU MODELE MULTI-ENROULEMENT DE LA MACHINE SIMULEE

#### Plaque signalétique :

#### Constructeur : ABB

- U: 220 / 380 V (tension d'alimentation)
- $P_n$ : 1,1 kW (puissance nominale)
- $\Omega_n$ : 2850 tr/min (vitesse de rotation nominale)
- $I_n$ : 4,5 / 2,6 A. (courant nominale)

#### Paramètres géométriques :

- l = 65 mm (longueur active de la machine)
- e = 0.25 mm (l'entrefer)
- $N_b$  = 16 (nombre de barres rotoriques)
- r = 36 mm (rayon de la machine)

#### Paramètres électriques :

 $N_s$  = 160 (nombre de spires statoriques par phase)

- $r_s = 7,828 \Omega$  (la résistance rotorique)
- $R_e$  = 72×10<sup>-6</sup> Ω (la résistance totale de l'anneau de court-circuit)

 $R_b = 150 \times 10^{-6} \Omega$  (la résistance d'une barre rotorique)

 $L_b = 10^{-7}$  H (l'inductance d'une barre rotorique)

 $L_e = 10^{-7}$  H (l'inductance totale de l'anneau de court-circuit)

 $L_{sf}$  = 0,018 H (l'inductance de fuite statorique)

 $J = 61 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$  (le moment d'inertie)

 $f_s$  = 50 Hz (fréquence d'alimentation)

# NOMENCLATURE

Symbole	Signification	Unité
q	Position du rotor	rd
W	Vitesse électrique = p $\Omega$	rd/s
Ω	Vitesse mécanique	rd/s ; tr/min
W <sub>r</sub>	Pulsation rotorique	rd/s
W <sub>s</sub>	Pulsation statorique	rd/s
а	l'angle électrique entre deux mailles rotoriques	rd
b	L'angle de contact des billes avec les bagues	rd
$C_e$	Le couple électromagnétique	N.m
$C_r$	Le couple résistant	N.m
$R_b$	La résistance d'une barre rotorique	Ω
r <sub>s</sub>	La résistance statorique	Ω
r <sub>r</sub>	La résistance rotorique	Ω
$R_e$	La résistance d'une portion d'anneau de court-circuit	Ω
l	La longueur active du rotor	m
$L_b$	L'inductance d'une barre rotorique	н
L <sub>e</sub>	L'inductance d'une portion d'anneau de court-circuit	Н
$L_s$	L'inductance cyclique statorique	Н
$L_r$	L'inductance cyclique rotorique	н

е	L'épaisseur de l'entrefer	m
М	La mutuelle cyclique	Н
$N_s$	Nombre de spires statorique par phase	
$N_b$	Nombre de barres rotoriques	
р	Le nombre de paires de pôles	
Р	La puissance électrique	W
P(q)	La matrice de Park	
r	Le rayon moyen de la machine	m
J	Le moment d'inertie	Kg.m <sup>2</sup>
m	La perméabilité magnétique	
$W_{co}$	La coénergie magnétique	
$k_0$	Coefficient de frottement	N.m.s
f.m.m	La force magnétomotrice	
f.e.m	La force électromotrice	

### **BIBLIOGRAPHIE**

[LIP79] T. A. Lipo and T. Nondalah, "Pole by pole d-q model of a linear induction machine, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-98, pp. 629-642, Mar. 1979.

[DEL82] W. Deleroi "Squirrel cage motor with broken bar in the rotor - Physical phenomena and their experimental assessment" Proceedings part 3 sept82 Budapest.

[TH083] W.T. Thomson "Failure identification of offshore induction motor using on-line condition monitoring" Proceedings of Fourth National Reliability Conference, page 1/11, July 1983.

[CAM86] J.R. Cameron and al. "Vibration and Current Monitoring for Detecting Air gap Eccentricity in Large Induction Motors", IEE Proceedings, Vol.133, Pt. B No.3 May 1986, app.155-163.

[KIL88] G.B. Kliman, R.A. Koegl, J. Stein, R. A. Koegl, R. D. Endicott and M.W. Madden, "Noninvasive detection of broken rotor bars in operating induction motors", IEEE Trans. Energy Conv. vol. EC-3, no.4,pp.873-879, Dec. 1988.

[TH088] W.T. Thomson, and I. D. Stewart, "On-line current monitoring for fault diagnosis in inverter fed induction motors", IEE Third international conference on power electronics and drives, London, pp.432-435, 1988.

[TH092] W.T. Thomson, "Ch-line current monitoring - the influence of mechanical loads or a unique rotor design on the diagnosis of broken rotor bars in induction machines", Inter-national Conference on Electrical Machines, ICEM, pp. 1236-1240, 1992.

[KIL92] G.B. Kliman, J. Stein, "Method of Current Signature Analysis", in Electric Machines and Power Systems, N.20, 1992, pp. 463-474.

[FIL93] F. Filippetti, G. Franceschini, and C. Tassoni, "Neural. Network aided on-line diagnostics of induction motor rotor faults", Conference proceedings of the IEEE Inducting Application Society Annual Meeting, pp. 316-323, 1993.

[VAS93] P. Vas, "Parameter estimation, condition monitoring, and diagnosis of electrical machines", Clarendon Press, Oxford, 1993.

# BIBLIOGRAPHIE

[VAS94] P. Vas F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni, " transient modeling oriented to diagnostic of induction machines with rotor asymmetries " In proc ICEM 1994, pp62-67

[TOL92] H. A. Toliyat, M. M. Rahimian, and T. A Lipo, "Transient analysis of cage induction machines under internal faults using winding function,"3rd Int. Conf Electrical Rotating Machines-ELROMA 1992.

[LU093] Luo, X. Liao, Y. Toliyat, H. El-Antably, A. Lipo " Multiple coupled circuit modeling of induction machines" Industry Applications Society Annual Meeting 1993 Conference Record of the 1993 IEEE , 2-8 Oct. 1993 Pages:203 - 210 vol.l

[SCH94] R.R. Schoen, T.G. Habetler, B.K. Lin, J.H.Schlag, S. Farag, "An Unsupervised Online System for Induction motors Fault Detection using Stator Current Monitoring", in IEEE-IAS'94 Annual Meeting, October 94 Denver Colorado USA, pp. 103-109.

[PEN94] J. Penman, H.G. Sedding, B.A. Lioyd, W.T. Fink "detection and location of interterm short circuits in the stator windings of operating motors "IEEE Transactions on Energy Conversion,Vo19,N°.4, DEC 1994

[RIT 94] E. Ritchie and X. Deng, "Dynamic model of three-phase squirrel cage induction motor with rotor faults", Conference Proceedings of the International Conference on Electrical Machine8, ICEM, pp. 694498, 1994.

[T0L95] Toliyat, H.A.; Lipo, TA "Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults". Energy Conversion, IEEE Transactions on, Volume: 10, Issue: 2, June 1995 Pages: 241 - 247.

[SCH095] R.R.Schoen; T.G.Habetler; F.Kamran; R.G.Bartheld; "Motor Bearing Damage Detection Using Stator Current Monitoring". IEEE Transaction on Industry Applications. vol 31 N°6. pp1274-1279. November- December 1995.

[FIL95] Fiorenzo Filippetti, Giovanni Franceschini, Carla Tassoni "Neural Networks Aided On-Line Diagnostics of Induction Motor Rotor Faults". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol 31, N°4, July/August 1995

[YAH96] H.Yahoui; G.Grellet "Analysis of harmonica components of the electromagnetic torque of an asynchronous motor with an end ring fault." ICEM 1996, Vol 3, p392

[FIL96] F.Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni, P. Vas., "Al techniques in induction machines diagnosis including the speed ripple effect", IEEE-IAS Annual meeting conference, San Diego, pp. 655-662, Oct 6-10, 1996.

[TOL96] H. A. Toliyat, M. S. Arefeen, and A. G. Parlos "A Method for Dynamic Simulation of Air-Gap Eccentricity in Induction Machines" IEEE Trans. Ind. Applicat. Vol. 32, NO. 4, Jul. /Aug. 1996.

[DOR97] D. G.Dorrel,W. T. Thomson and S.Roach, "Analysis of air gap flux, current, vibration signais as a function of combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3- phase induction motors".,IEEE Trans.Appl,vol.33,N°1,pp24-34,1997.

[AJA97] AH - JACO Aimé "modélisation des moteurs asynchrone en régime transitoire avec saturation et harmonique " thèse de doctorat, université Claude - Bernard Lyon 1997.

[ABD97] R Abdessemed & M. Kadjoudj "modélisation des machines électriques". Ed Presses de l'Université de Batna. 1997.

[SHA 99] Diagnostic des machines asynchrones : " modèles et outils paramétriques dédiés à la simulation et à la détection de défauts " thèse de doctorat, université de Nantes, France 1999.

[CRU99] S. M. A. Cruz, A. J. M. Cardoso, "Rotor Cage Fault Diagnosis In Three Phase Induction Machines By The Total Instantaneous Power Spectral Analysis", IEEE IAS'99, pp. 1929-1934, Phoenix, Oct. 99.

[BAG99] L. Baghli "Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et de l'algorithme génétique", thèse de doctorat de l'UHP de Nancy. 1999, France.

[ABE 99]: A. ABED, L. Baghli, H. Razik, A. Rezzoug, "Modeling Induction Motors for Diagnostic Purpose", EPE'99- Lausanne, 1999.

[ABE 99] : A. ABED, "Contribution à l'Etude et au Diagnostic de la Machine Asynchrone", Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-1, mars 2002.

[BAC02] Smail Bachir, Jean Claude Trigeassau, Slim Tnani"Diagnostic des défauts statoriques et rotoriques par identification paramétrique sans capteur de vitesse " conférence internationale francophone d'automatique Nantes 8-10 juil-2002.

[RAZ02] H.Razik "Le contenu spectral du courant absorbé par la machine asynchrone en cas de défaillance, un état de l'art."La revue 3EI N°29-Juin2002 Pages 48-52.

[BEN 99]: M. H. Benbouzid, M Vieira, C. Theys "Induction Motors Faults Detection and Localization Using Stator Current Advanced Signal Processing Techniques" IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 14, No. 1, Jan. 1999, pp. 14-22.

[BEN 00]: M. H. Benbouzid, "A Review of Induction Motors Signature Analysis as a Medium For Faults Detection", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol 47, No. 5, October 2000, pp 984-993.

[BON 88] : A. H. Bonnet and G. C Soukup, "Cause and Analysis of Stator and Rotor Failures in Three-Phase Squirrel cage Induction Motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 24, No. 6, November/December.1988, pp. 1124-1130.

[BON 92] : A. H. Bonnet and G. C Soukup, "Cause and Analysis of Stator and Rotor Failures in Three-Phase Squirrel cage Induction Motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 28, No. 4, July/ August . 1992, pp. 921-937.

[DOR 96] : D. G. Dorrell, N. C. Paterson, J. F. Watson, "The Causes and Quantification of Sideband Currents for Use in Rotor Faults Detection Systems for Induction Motors" ICEM'96, vol 2, No. 4, Vigo, Spain, 1996, pp. 414-419.

[HAN 03] : Y. Han,Y. H. Song, "Condition Monitoring Techniques for Electrical Equipment- A Literature Survey", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 18, No. 1, January 2003, pp. 4-13.

[SCH 95.a] : R. R. Schoen, T.G. Habelter, F. Kamran and R. G. Bartheld, Motor Bearing Damage Detection Using Stator Current Monitoring", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, No 6, Nov/Dec. 1995, pp. 900-906.