

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIER

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE CONSTANTINE 1

FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° Ordre :

Série :

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de magistère

en électronique

Option : Contrôle des systèmes

Par

Deghboudj Imen

THEME

COMMANDE DES SYSTEMES NON LINEAIRES

PAR MODE GLISSANT D'ORDRE SUPERIEUR

SOUTENU LE : 21/11/2013

Devant le jury :

Président : Salim Filali, Professeur, Université Constantine 1

Rapporteur : Brahim Boutamina, Maître de conférences, Université Constantine 1

Examineurs : Khaled Belarbi, Professeur, Université Constantine 1

Mohamed Chemachema, Maître de conférences, Université Constantine 1

Au nom de dieu clément et miséricordieux

Remerciement

J'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur Brahim Boutamina, maître de conférences à l'université Constantine 1 pour ses encouragements, tout au long de ce travail. Sa disponibilité, ses qualités pédagogiques et humaines, ses compétences et sa bonne humeur permanente m'ont apporté un encadrement déterminant dans toutes les phases de ce travail.

Que Monsieur le professeur Salim Filali, de l'université Constantine 1, soit remercié pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de participer au jury et de le présider.

J'exprime mes sincères remerciements au professeur Khaled Belarbi de l'université Constantine 1, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail en acceptant de participer au jury de soutenance.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Mohamed chemachema, maître de conférences à l'université Constantine 1, d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Je tiens à remercier ma chère mère Ghechem Nora et mon cher père Deghboudj Salah pour leur soutien dès le début de mes études, leur amour, leurs efforts et leurs encouragements.

Je tiens à remercier mes frères Ghoulem, Housseem, Islem ainsi que toute ma famille et mes ami(e)s pour leurs encouragements.

TABLE DES MATIERES

Introduction général	1
Chapitre 1 : Commandes par Modes Glissants	3
1.1 introduction.....	3
I.2 Commande par modes glissants d'ordre 1	4
I.3 Synthèse de commande par modes glissants	4
1.3.1 Choix de la surface de glissement.....	4
1.3.2 condition d'existence du mode de glissement	4
1.3.3 calcul de la commande	5
1.4 le broutement (chattering)	6
1.5 Solutions pour la suppression du phénomène de réticence	6
1.5.1 Solution de couche limite	6
1.5.2 Solution par des lois d'approche.....	7
1.5.3 Solution par des modes glissants d'ordre supérieur	8
1.6 Conclusion	8
Chapitre II : Modes glissants d'ordre supérieur	9
II.1 Introduction	9
II.2 Commande par modes glissants d'ordre supérieur	9
II.2.1 homogénéité	9
II.2.2 dérivateur de précision asymptotique	10
II.3 Concepts de base des commandes par modes glissants d'ordre supérieure	12
II.4 Ordre de glissement et précision des commandes à régimes glissants.....	13
II.5 Modes glissants idéaux et réels	13
II.5.1 mode glissant idéal	13
II.5.2 mode glissant réel	13
II.6 Mode glissant d'ordre deux	14
II.7 Exemples de commandes par modes glissants d'ordre 2	15
II.7.1 Algorithme du Twisting	15
II.7.2 Algorithme du super-Twisting.....	15
II.7.3 Algorithme prescribed convergence law	17
II.8 Exemple de commandes par Mode glissant d'ordre arbitraire	17
II.8.1 algorithme de levant	18
II.8.2 Algorithme du quasi-continue	18
II.9 Inconvénients des commandes à régimes glissants d'ordre supérieur	20

II.10 Suppression de phénomène de réticence dans le cas de la commande par mode glissant d'ordre supérieur	20
Conclusion	22
Chapitre III : Résultats de simulation	23
III.1 Introduction	23
III.2 Problème de poursuite par mode glissant pour les systèmes SISO et MIMO incertaines et perturbés	23
III.2.1 système mono variable	23
III.2.2 système multi variable	33
III.3 régularisation au tour de point d'équilibre par mode glissant	37
III.3.1 Le compresseur	37
Conclusion général	46
Références	47
Annexe A.....	49
A.1.Introduction	49
A.2 Généralités sur la logique floue type-1	49
A.2.1 Fuzzification	50
A.2.2 Inférence	50
A.2.3 Défuzzification	51

LISTE DES FIGURES

Figure (1.1) : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état	4
Figure (1.2) : Principe de commande à régime glissant avec commande équivalent	5
Figure (1.3) : Le phénomène de broutement	6
Figure (1.4) : Fonction saturation.....	7
Figure (1.5) : fonction tangente hyperbolique.....	7
Figure (II.1) exemples de domaines D_1 et D_2 de la contractivité.....	10
Figure (II.2) Exemple d'un espace d'état de dimension 3 : l'intersection des 3 surfaces de commutation définit le point de référence X_{ref}	12
Figure (II.3) Convergence de l'algorithme Twisting dans le plan (s, \dot{s})	15
Figure (II.4) Convergence de l'algorithme Super Twisting dans le plan (s, \dot{s})	16
Figure (II.5) Convergence des trajectoires du système vers l'origine du plan de phase (gauche) et la fonction continue $g_c(y_1)$ (droite)	17
Figure (II.6) : Convergence de l'algorithme quasi-continu dans le plan (s, \dot{s})	19
Figure (II.7) : fonction d'appartenance des variables d'entrée	22
Figure (II.8) : fonction d'appartenance des variables de sortie	22
Figure (III.1) : le pendule inversé	23
Figure III.2a : La trajectoire du système	25
Figure III.2b : l'erreur de poursuite du système.....	25
Figure III.2c : la commande du système	25
Figure III.2d : la réponse dans le plan de phase avec $(\alpha = 18, \lambda = 5)$	25
Figure III.2e : la dérivée de la trajectoire.....	25
Figure III.2f : l'erreur de vitesse	25
Figure III.3a : La trajectoire du système	26
Figure III.3b : l'erreur de poursuite du système.....	26
Figure III.3c : la commande avec $(\alpha = 18, \lambda = 5, \beta = 1)$	26
Figure III.3d : la dérivée de la commande avec $(\alpha = 18, \lambda = 5, \beta = 1)$	26
Figure III.3e : la dérivée de la trajectoire	27
Figure III.3f : la réponse dans le plan de phase	27
Figure III.4a : La trajectoire du système	28
Figure III.4b : la réponse dans le plan de phase.....	28
Figure III.4c : la dérivée de la trajectoire.....	28
Figure III.4d : la commande PCL avec $(\alpha = 18, \beta = 3)$	28
Figure III.5a : La trajectoire du système	29
Figure III.5b : l'erreur de poursuite du système.....	29
Figure III.5c : réponse dans le plan de phase avec $(r_1 = 16, r_2 = 11)$	29
Figure III.5d : la commande twisting avec $(r_1 = 16, r_2 = 11)$	29
Figure III.6a : La trajectoire du système	29
Figure III.6b : l'erreur de poursuite du système.....	29
Figure III.6c : la dérivée de la trajectoire.....	29
Figure III.6d : la réponse dans le plan de phase.....	29
Figure III.6e : la commande quasi-continue avec $(\alpha = 18, \beta = 1)$	30
Figure III.7a : La trajectoire dans le plan de phase.....	30
Figure III.7b : la réponse dans le plan de phase.....	30
Figure III.7c : la dérivée de la trajectoire.....	30
Figure III.7d : la commande MPCL avec $(\alpha = 18, \beta = 3)$	30
Figure III.8a : La trajectoire du système	31
Figure III.8b : l'erreur de poursuite du système	31

Figure III.8c : la dérivée de la trajectoire.....	31
Figure III.8d : la réponse dans le plan de phase	31
Figure III.8e : la commande MTWG avec ($r_1 = 16$, $r_2 = 11$)	31
Figure III.9a : La trajectoire du système	32
Figure III.9b : la réponse dans le plan de phase	32
Figure III.9c : la commande u avec ($\alpha = 18$, $\beta = 1$)	32
Figure III.9d : la dérivée avec ($\alpha = 18$, $\beta = 1$)	32
Figure III.9e : la dérivée première de la trajectoire	32
Figure III.9f : la dérivée deuxième de la trajectoire	32
Figure III.10 : bras manipulateur à deux articulations.....	33
Figure III.11 : le schéma de principe de commande.....	35
Figure III.12a : La trajectoires x_1 du système.....	35
Figure III.12b : La trajectoires x_2 du système.....	35
Figure III.12c : Les efforts appliqués u_1 avec ($\alpha_1 = 200$, $\alpha_2 = 170$, $\beta_1 = \beta_2 = 11$).....	36
Figure III.12d : Les efforts appliqués u_2 avec ($\alpha_1 = 200$, $\alpha_2 = 170$, $\beta_1 = \beta_2 = 11$).....	36
Figure III.12e : la dérivée de trajectoire x_1	36
Figure III.12f : la dérivée de trajectoires x_2	36
Figure III.12g : la dérivée de e_1	36
Figure III.12h : la dérivée de e_2	36
Figure III.13a : La trajectoire x_1 du système.....	36
Figure III.13b : La trajectoire x_1 du système	36
Figure III.13c : Les trajectoires et les erreurs de poursuite du système.....	37
Figure III.13d : Les trajectoires et les erreurs de poursuite du système.....	37
Figure III.13e : L'effort appliqué u_1	37
Figure III.13f : L'effort appliqué u_2	37
Figure III.14 : éléments constitutifs et ensemble du compresseur axial.....	38
Figure III.15 : Système de compression pour le modèle Moore-Greitzer	39
Figure III.16 : exemple du contrôleur FSM d'un compresseur axial.....	40
Figure III.17a : les erreurs de position pour la méthode TWG.....	41
Figure III.17b : les erreurs de position pour la méthode MTWG	41
Figure III.17c : l'effort appliqué pour la méthode TWG	41
Figure III.17d : l'effort appliqué pour la méthode MTWG	41
Figure III.18a : les erreurs de poursuite	41
Figure III.18b : la commande QC basée sur l'algorithme "chattering atténuation"	41
Figure III.19a : les erreurs de poursuite "FZQC".....	42
Figure III.19b : la commande proposée "FZQC"	42
Figure III.20a : les erreurs de poursuite	42
Figure III.20b : la commande "QC"	42
Figure III.21a : erreurs des variables de sortie (TWG).....	43
Figure III.21b : erreurs des variables de sortie (MTWG)	43
Figure III.22 : l'effort appliqué.	43
Figure III.23a : les erreurs de poursuite	44
Figure III.23b : la commande proposée "FZQC"	44
Figure III.24a : les erreurs de poursuite	44
Figure III.24b : la commande "QC"	44
Figure III.25a : les erreurs de poursuite basée sur l'algorithme "chattering atténuation"	44
Figure III.25b : la commande QC basée sur l'algorithme "chattering atténuation"	44
Figure (A.1) : Système flou type-1.....	49
Figure (A.2) : différentes formes de fonctions d'appartenance	50

NOTATIONS :

$S(x)$: Variable de glissement.

S : la surface de glissement.

n : Degré relatif du système.

\mathfrak{R} : Ensemble des nombres réels.

u : Commande du système.

u_{eq} : Commande équivalente du système.

u_d : Commande discontinue du système.

x : Trajectoire.

x_d : Trajectoire désirée.

ABREVIATIONS :

CSV : commande à structure variable

SMC : commande par mode glissant d'ordre 1

MG : Mode de glissement

MC : Mode de convergence

R.E.D: Robust exact differentiation.

CMGO2 : Commande par mode glissant d'ordre deux.

PCL: prescribed convergence law.

MPCL: modify prescribed convergence law.

TWG: twisting.

MTWG: modify twisting.

QC : Quasi-continue.

FZ.QC : fuzzy-Quasi-continue.

SISO : Système mono entrée mono sortie.

MIMO : Système multi entrée multi sortie.

SIMO : Système mono entrée multi sortie.

MGO1 : Mode glissant d'ordre un.

Introduction générale :

Dans la commande des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités.

Dans cet objectif, plusieurs outils sont proposés dans la littérature, dont on cite la commande à structure variable (CSV) et la logique floue.

La commande par mode de glissement fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable, c.à.d. des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes. L'importance des contrôleurs par mode glissant réside dans : la grande précision, la réponse dynamique rapide, la stabilité, la simplicité de la conception et l'implantation, et la robustesse vis-à-vis la variation des paramètres internes ou externes [1] [3].

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre les trajectoires du système à atteindre une surface donnée, surface de glissement, pour ensuite y rester.

Toutefois, la commande par mode de glissement induit en pratique des commutations haute fréquence connue sous le nom de chattering. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié.

Il existe différentes méthodes pour diminuer ce phénomène dont l'une consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement (fonction saturation ou fonction sigmoïde). Une autre méthode consiste à utiliser les modes glissants d'ordre supérieur [2], [3], [4], [5], dont le principe est de rejeter les discontinuités au niveau des dérivées supérieures de l'entrée du système.

Notre travail a consisté en :

- l'étude des différentes lois de commande basées sur les modes glissants d'ordre supérieur (surtout ceux d'ordre 2 et 3).
- la revue des méthodes de réduction des commutations haute fréquence sur la loi de commande
- la comparaison des lois de commande en boucle fermée d'un asservissement de position afin de valider les possibilités et qualités des modes glissants.
- l'aptitude des contrôleurs mis au point à commander divers systèmes à savoir :

- * un pendule inversé (système SISO).
- * un robot manipulateur à deux articulations (système MIMO).
- * un compresseur : élimination des instabilités en un point de fonctionnement critique.

Le mémoire est structuré comme suit :

Le premier chapitre introduit les idées fondamentales des commandes par modes glissants d'ordre un. Il présente les deux composants de base d'une telle commande : la surface de glissement et la loi de commande forçant le système à l'atteindre en temps fini et à y demeurer. Enfin, les causes du phénomène de chattering sont explicitées et les méthodes classiques pour le réduire, présentées.

Le deuxième chapitre, aborde la notion de commande par modes glissants d'ordre supérieur. Ce terme regroupe deux idées distinctes :

- * Une commande dont non seulement la variable de glissement, mais également ses dérivées successives s'annulent en temps fini en l'absence de chattering générant un mode glissant idéal.
- * Un mode glissant réel qui désigne une précision synoptique en présence de chattering.

L'homogénéité, propriété essentielle sur laquelle est basée la théorie actuelle des commandes par modes glissants d'ordre supérieur, est introduite ainsi qu'un dérivateur homogène convergeant en temps fini.

Afin de réduire ou d'éliminer le phénomène de chattering, on a testé en simulation trois approches permettant d'obtenir des lois de commande continues :

- la première approche, proposée par LEVANT.
- la deuxième qui consiste à remplacer les fonctions discontinues par des approximations continues.
- une troisième, basée sur une combinaison de la théorie de la logique floue et de la commande par mode glissant d'ordre supérieur. L'association de ces deux théories a permis d'avoir de bonnes performances avec une réponse dynamique rapide et une réduction significative du chattering.

Dans le troisième chapitre, on a présenté les résultats en simulation de quelques lois de commande présentées aux chapitres 1 et 2.

Une conclusion générale est dégagée.

Chapitre 1 :

Commande par Modes Glissants

I.1.introduction :

La commande par mode glissant a connu un essor considérable durant les dernières décennies [6][7][8]. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide et en temps fini des erreurs, ainsi, que la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et certains types de perturbations extérieures [9].

Tous ces aspects positifs ne doivent pas néanmoins masquer certains inconvénients. Les commandes à modes glissants procèdent de manière discontinue, ce qui conduit à exciter toutes les fréquences du système à contrôler et donc des modes pas forcément pris en compte dans la modélisation. En second lieu, dans la plupart des cas, les discontinuités de l'algorithme de contrôle interviennent directement sur l'actionneur. Si cet organe n'est pas conçu pour ce type de sollicitations, cela risque de conduire à son vieillissement prématuré et le système sera soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré.

La première partie présente les concepts de base de la commande par mode glissant d'ordre 1 qui se synthétise en deux étapes : on détermine une sortie fictive $S(x)$ appelée surface de glissement sur laquelle les objectifs des contrôles sont réalisés, ensuite on calcule la loi de commande afin de ramener la trajectoire des états à cette sortie et de la maintenir sur cette surface tout le temps jusqu'à l'équilibre [10]. La deuxième partie est consacrée à le problème majeur de la commande par modes glissants ; le chattering, et les méthodes classiques permettant d'en réduire les effets.

I.2 Commande par modes glissants d'ordre 1 :

La commande par mode glissant d'ordre 1 (SMC) est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique $s(x)$.

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre le système à atteindre une surface donnée appelée surface de glissement et d'y demeurer jusqu'à l'équilibre. Cette commande se fait en deux étapes : la convergence vers la surface et ensuite le glissement le long de celle-ci (Figure I.1)

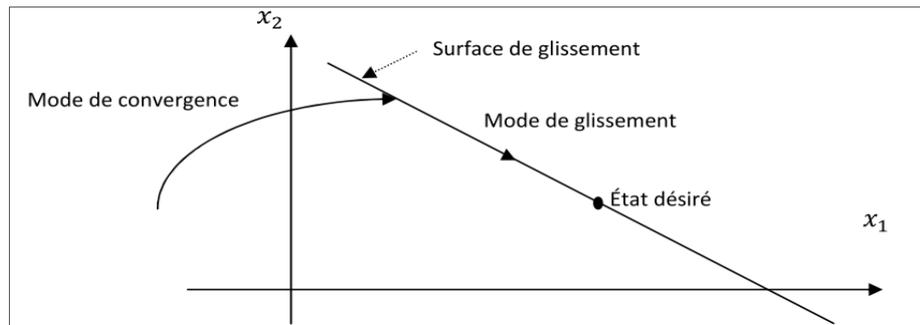


Figure (1.1) : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état

I.3 Synthèse de la loi de commande :

La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes :

- choix de la surface de glissement
- Etablir la condition de convergence
- déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

I.3.1 Choix de la surface de glissement :

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante (I.1):

$$x^n = f(x, t) + g(x, t)u \quad (1.1)$$

où f et g sont des fonctions non linéaires, g est supposée inversible. u : L'entrée du système.

x : état du système.

Soit x_d la consigne désirée et e l'erreur de poursuite définie par :

$$e = x - x_d \quad (1.2)$$

La formule générale de la surface de glissement est définie en fonction de l'ordre du système comme suit :[1]

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{n-1} e(x) \quad (1.3)$$

Où n : le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$. Il représente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y voir apparaître l'entrée.

I.3.2 condition d'existence du mode de glissement :

Le choix de la fonction de glissement étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface et y demeurer ($S=0$). Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que S soit attractive.

Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de Lyapounov suivante :

$$v(s) = \frac{1}{2}s^2$$

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(x, t)$ tende vers 0 est que la dérivée temporelle de v soit définie négative :

$$\dot{s} \cdot s < 0 \quad (1.4)$$

Si la condition (1.4) est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps et que 0 est un centre attracteur pour S.

Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte « reaching time » t_r dépend directement du choix de S.

Pour une convergence en temps fini, la condition (1.4) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de η -attractivité et donnée par : [1]

$$\dot{s} \cdot s \leq -\eta |s| \quad , \quad \eta > 0 \quad (1.5)$$

1.3.3 calcul de la commande :

Dans notre cas, la méthode choisie est celle de la commande équivalente, schématisée sur la figure (1.2).

La commande équivalente est une fonction continue qui sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $\{s = 0\}$. Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface :

$$\begin{aligned} s &= 0 \\ \dot{s} &= 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Où u_{eq} est déduite de la relation $\dot{s} = 0$

Physiquement la commande équivalente présente la valeur moyenne de la commande u .

Cependant, cette commande ne force pas les trajectoires du système à converger vers la surface de glissement. Ainsi, la commande u est la somme de la commande équivalente et d'une composante discontinue (figure 1.3) assurant une convergence et un régime glissant.

$$u = u_{eq} + u_d \quad \text{avec} \quad u_d = -\alpha \text{sign}(s) \quad (1.7)$$

α est une constante positive, sign est la fonction signe et u_d est la commande discontinue

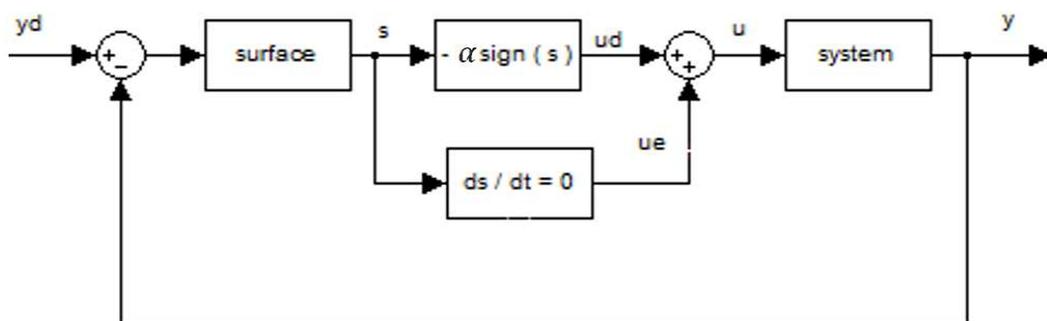


Figure (1.2) Principe de la commande en mode glissant avec commande équivalent

1.4 le broutement (chattering) :

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement (figure (1.3)). Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable).

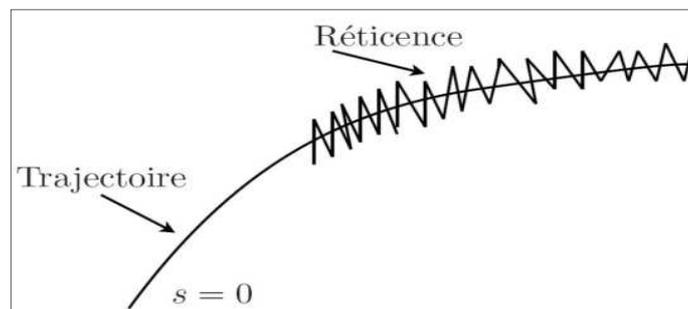


Figure (1.3) : Le phénomène de broutement

1.5 Solutions pour atténuer le phénomène de réticence :

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées, comme la solution de couche limite, fuzzy sliding mode, mode glissant d'ordre supérieur, approach law, etc.....

1.5.1 Solution de couche limite :

Cette solution, connue aussi sous le nom de "boundary layer solution", consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue, de type grand gain, uniquement dans un voisinage de la surface. Parmi les fonctions utilisées nous citerons la fonction de saturation :

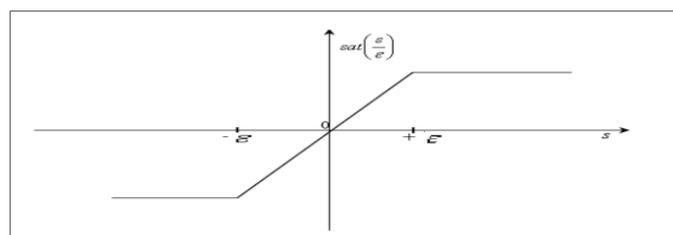


Figure (1.4) : Fonction saturation.

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (1.8)$$

ε : Largeur du seuil de la fonction de saturation.

D'autres fonctions existent telles que les fonctions, $\tan h(s/\varepsilon)$, $2\pi \arctan(s/\varepsilon)$)

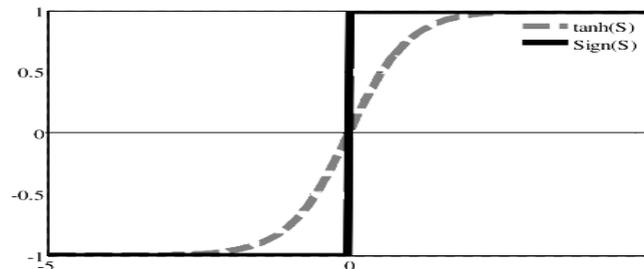


Figure (1.5) : fonction tangente hyperbolique

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant. Bien que cela permette d'atténuer le phénomène de réticence, la précision par rapport à l'objectif fixé, la robustesse de la commande et le temps de réponse s'en trouvent dépréciés.

Cette méthode est paramétrée par une constante positive ε réglée pour avoir un bon compromis entre réduction du chattering et conservation de la robustesse. Dans les méthodes présentées ici, plus ε est petit, plus l'approximation tend vers la fonction signe, et donc meilleure est la robustesse, au détriment de la réduction du chattering.

1.5.2 Solution par des lois d'approche :

Par ailleurs, une approche intéressante consiste à concevoir des lois de convergence non linéaires qui permettent une adaptation dynamique d'une composante de la commande en fonction de la variation de la fonction de glissement. Ainsi, plus le vecteur d'état est loin de la surface de glissement, plus cette composante est grande et tend à ramener le vecteur vers la surface, et inversement. Par conséquent, il est théoriquement possible de réduire les commutations haute fréquence en régime établi, sans toutefois affecter le temps de convergence ni même l'erreur de poursuite du système. Gao et Hung ont proposé notamment deux lois d'atteinte possibles pour réduire les commutations.

La première loi d'atteinte contient un terme proportionnel à la fonction de glissement qui permet au système d'atteindre plus rapidement la surface de glissement lorsque celui-ci en est éloigné. De plus, le terme proportionnel allège le travail de la partie discontinue $\text{sign}(S)$ et permet par conséquent une réduction des commutations sur la commande.

Cette loi d'atteinte est donnée par :

$$\dot{s} = -\alpha \cdot \text{sign}(s) - Q \cdot s \quad (1.9)$$

Dans la deuxième loi de convergence figure une puissance fractionnaire de la fonction de glissement qui multiplie le signe de celle-ci, comme suit :

$$\dot{s} = -\alpha |s|^\rho \text{sign}(s) \quad (1.10)$$

Où ρ est un réel strictement compris entre 0 et 1. Il est par ailleurs démontré par Gao et Hung que la loi de convergence (1.10) engendre un temps d'atteinte fini de la surface de glissement.

1.5.3 Solution par des modes glissants d'ordre supérieur [1], [4], [11].

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques. Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans l'expression de la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le Chattering.

1.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté le principe de la commande par modes glissants d'ordre un. Une telle commande se compose de deux éléments :

- Une hyper surface sur laquelle le système doit évoluer
- Une loi de commande forçant le système à atteindre cette surface de glissement et y demeurer jusqu'à l'équilibre.

Après la phase de convergence, le système jouit des propriétés suivantes :

- Sa dynamique est entièrement déterminée par la surface de glissement.
- Il est insensible aux perturbations extérieures ou aux variations des paramètres du modèle vérifiant les matching conditions.

Chapitre II :**Modes glissants d'ordre supérieur****II.1 Introduction :**

Dans le but de réduire ou d'éliminer le phénomène de réticence de la commande par mode glissant d'ordre 1, de nombreuses solutions ont été proposées [1], comme la solution de couche limite. Une nouvelle solution basée sur la théorie des modes glissants d'ordre supérieur conduit à des lois de commande relativement simples et permet de réduire le phénomène de réticence, tout en conservant les performances du système. Ceux-ci sont caractérisés par une commande discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement, préservant les principaux avantages de la précédente approche. Ils réduisent le phénomène de réticence en garantissant même une meilleure précision de convergence par rapport aux imperfections du modèle ou d'organes de commande. L'ordre de glissement caractérise en particulier le degré de continuité des dynamiques du système au voisinage de la surface et correspond au nombre de dérivées continues de la variable à contraindre. Pour cela, des algorithmes de commande capables de générer des modes glissants de tout ordre doivent être synthétisés.

II.2 Commande par modes glissants d'ordre supérieur :

La théorie de la commande par modes glissants d'ordre supérieur [4] est une alternative au problème des modes glissants classiques.

Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le chattering.

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques ils permettent aussi d'améliorer la précision asymptotique.

La plupart des commandes utilisant ce concept se basent sur la notion d'homogénéité, avec un jeu de coefficients (poids) particulier.

II.2.1 homogénéité [12] :

Une fonction $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, ou un champ de vecteurs $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ sont homogènes de degré q par la dilatation $d_k(x_1, \dots, x_n) \rightarrow (k^{m_1}x_1, \dots, k^{m_n}x_n)$, avec $m_i > 0$ et $k > 0$ si et seulement si respectivement :

$$f(d_k x) = k^q f(x) \quad (\text{II.1})$$

$$F(d_k x) = k^q F(x) \quad (\text{II.2})$$

L'homogénéité d'un champ de vecteurs se définit de manière équivalente comme l'invariance de l'équation différentielle $\dot{x} = f(x)$ par rapport à la transformation : $(t, x) \rightarrow (k^{-q}t, d_k x)$

Exemple :

Soit la fonction :

$$f = x_1^2 + x_2^3$$

$$d_K(x_1, x_2) \rightarrow (k^3 \cdot x_1, k^2 \cdot x_2)$$

Nous avons :

$$(k^3 \cdot x_1)^2 + (k^2 \cdot x_2)^3 = k^6 \cdot x_1^2 + k^6 \cdot x_2^3$$

$$k^6 \cdot (x_1^2 + x_2^3) = k^6 \cdot f$$

Donc f est homogène de degré 6.

En effet, si $u(x)$ est une commande de la forme $\text{sign}(f)$ avec f une fonction homogène, alors le système bouclé est homogène et possède la propriété suivante :

Stabilité asymptotique \Leftrightarrow stabilité en temps fini \Leftrightarrow contractivité [12]

Une inclusion différentielle homogène [18] est contractive si, à partir d'un état initial compris dans un domaine « homogène » D_1 , l'état du système atteint un domaine D_2 strictement inclus dans D_1 en un temps fini. Plus précisément [12], une inclusion différentielle homogène est contractive si et seulement s'il existe 2 compacts D_1 et D_2 et un temps $T > 0$ tels que :

- $d_k D_1 \in D_1$ pour $k < 0$,
- D_2 appartient à l'intérieure de D_1 et contienne l'origine,
- Toutes les trajectoires partant de D_1 sont comprises dans D_2 au temps T .

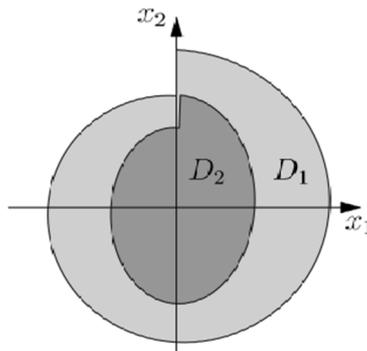


Figure (II.1) exemples de domaines D_1 et D_2 de la contractivité.

Le degré d'homogénéité q doit être négatif pour avoir une convergence en temps fini.

II.3.2.2 dérivateur de précision asymptotique :

Certains algorithmes de commande par modes glissants peuvent être la base d'algorithmes de différentiation moyennant un choix particulier du système commandé et de la surface de glissement associée.

Les caractéristiques d'une commande par retour de sortie en utilisant une approche basée sur l'état dépendent non seulement de la commande mais aussi de l'observateur. Ce dernier est utilisé pour l'estimation de la dérivée d'un signal mesuré.

Un dérivateur ayant la précision asymptotique a été proposé par Levant [4] et est dénommé robuste exact différentiation (R.E.D). Il fait appel à la méthode des modes glissants. Il permet d'estimer les dérivées d'ordre 1 à $n - 1$ en supposant que la dérivée d'ordre n a une constante de Lipschitz L connue.

Avec des coefficients λ_i bien choisis, entre autres tels que $1 < \lambda_n < \dots < \lambda_2 < \lambda_1$, ce dérivateur est régi par les équations récursives suivantes :

$$\begin{aligned}
 \dot{Z}_1 &= Z_2 - \lambda_1 L^{1/n} |Z_1 - f(t)|^{(n-1)/n} \text{sign}(Z_1 - f(t)) \\
 \dot{Z}_2 &= Z_3 - \lambda_2 L^{1/(n-1)} |Z_2 - \dot{Z}_1|^{(n-2)/(n-1)} \text{sign}(Z_2 - \dot{Z}_1) \\
 \dot{Z}_i &= Z_{i+1} - \lambda_i L^{1/(n+1-i)} |Z_i - \dot{Z}_{i-1}|^{(n-i)/(n+1-i)} \text{sign}(Z_i - \dot{Z}_{i-1}) \\
 \dot{Z}_{n-1} &= Z_n - \lambda_{n-1} L^{1/2} |Z_{n-1} - \dot{Z}_{n-2}|^{1/2} \text{sign}(Z_{n-1} - \dot{Z}_{n-2}) \\
 \dot{Z}_n &= -\lambda_n L \cdot \text{sign}(Z_n - \dot{Z}_{n-1})
 \end{aligned} \tag{11.3}$$

Où $f(t)$ est le signal à dériver, Z_1, Z_2, \dots, Z_n sont les estimées de $f, \dot{f}, \dots, f^{(n)}$ respectivement qui sont exactes en l'absence de bruit.

Plus les valeurs des gains λ_i sont élevées, plus la convergence de l'algorithme est rapide. En contrepartie, en présence de faible erreur (mesure/bruit) le chattering sera important donc la précision sera moins bonne. Si on considère un signal d'entrée bruité, les grandes valeurs des gains entraînent alors l'amplification du bruit dans le signal de sortie. Donc le choix des gains λ_i doit satisfaire un certain compromis.

Les deux jeux de coefficients λ_i les plus connus sont :

	λ_n	λ_{n-1}	λ_{n-2}	λ_{n-3}	λ_{n-4}
[07]	1.1	1.5	3	5	8
[03]	1.1	1.5	2	3	5

L'intérêt du dérivateur R.E.D réside dans sa robustesse. En effet sur des signaux continus dérivables et bruités, le R.E.D permet, de sortir une image exploitable de la dérivée. Cette dérivée est certes elle aussi bruitée, mais son allure est correcte. Un filtre passe bas permet de supprimer le bruit haute fréquence.

La forme récursive de ce dérivateur est utile pour étudier ses propriétés, ainsi que pour régler les coefficients. Il peut aussi être réécrit sous forme non récursive, dépendant seulement de $z_1 - f(t)$ [13] comme suit :

$$\forall i \in [1, n - 1], \quad \dot{z}_i = z_{i+1} - k_i L^{i/n} |z_1 - f(t)|^{(n-i)/n} \text{sign}(z_1 - f(t))$$

$$\text{Pour } i = n \quad \dot{z}_n = -k_n L \text{sign}(z_1 - f(t)) \quad (11.4)$$

Avec

$$k_i = \lambda_i \lambda_{i-1}^{n-i/n-(i-1)} \lambda_{i-2}^{n-i/n-(i-2)} \dots \lambda_2^{n-i/n-2} \lambda_1^{n-i/n-1}$$

Pour $i = 1$, cette expression donne

$$\dot{z}_1 = z_1 - \lambda_1 L^{1/n} |z_1 - f(t)|^{(n-1)/n} \text{sign}(z_1 - f(t))$$

11.3 Concepts de base des commandes par modes glissants d'ordre supérieur :

Considérons un système non linéaire incertain dont la dynamique est décrite par :

$$x^{(n)} = f(x, t) + g(x, t).u \quad (11.5)$$

$$s = s(x, t)$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in X \subset \mathbb{R}^n$ représente l'état du système. La commande $u \in U \subset \mathbb{R}$ est une fonction discontinue et bornée dépendant de l'état et du temps. f et g sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables mais connus de façon incertaine.

S est la variable de glissement choisie pour assurer une convergence en temps fini vers l'ensemble de glissement d'ordre n .

L'ensemble de glissement d'ordre n par rapport à $s(x, t)$ est défini par

$$s_n = \{x \in X : s = \dot{s} = \dots = s^{(n-1)} = 0\} \quad (11.6)$$

Par abus de langage, cet ensemble est souvent appelé surface de glissement d'ordre n .

Si le système est de degré relatif $n > 1$ par rapport à la variable de glissement, une commande en Mode Glissant d'ordre n permettra d'obtenir une convergence en temps fini vers la surface, en forçant les trajectoires d'état du système à être confinées dans l'ensemble de glissement comme le montre la figure suivante :

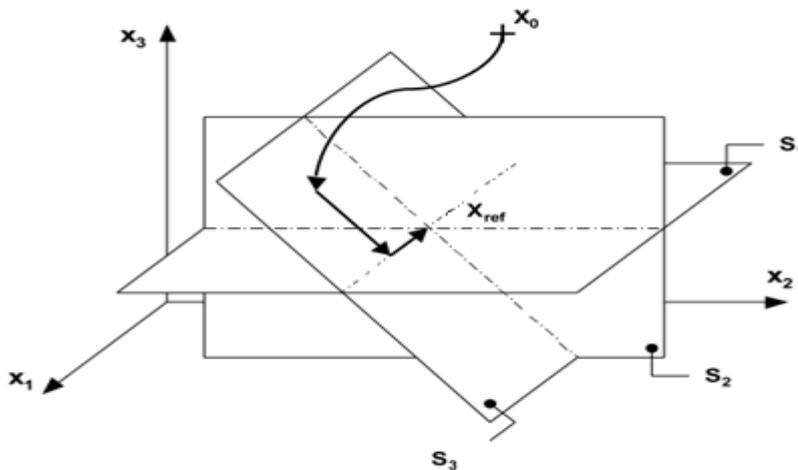


Figure (11.2) Exemple d'un espace d'état de dimension 3 : l'intersection des 3 surfaces de commutation définit le point de référence X_{ref} .

II.4 Ordre de glissement et précision des commandes à régimes glissants :

En plus de la réduction du broutement, une commande à régimes glissants d'ordre n améliore la précision de convergence vers l'ensemble de glissement pour un glissement réel. On s'intéresse au cas d'un glissement réel caractérisé par un temps de commutation $\tau > 0$, où τ est le temps de commutation de la sortie asservi par la commande à régimes glissants d'ordre n . Pour un régime glissant d'ordre 1 réel la trajectoire de x , après convergence vers S , reste au voisinage de celle-ci avec une satisfaction de l'inégalité suivante : $|s| < \gamma_0 \tau$ ou γ_0 est une constante positive. Par contre dans le cas des algorithmes d'ordre 2 [13] il existe deux constantes positives γ_1, γ_2 telles que les inégalités suivantes soient satisfaites après un temps fini :

$$|s| < \gamma_1(\tau^2) \text{ et } |\dot{s}| < \gamma_2 \tau$$

Il en résulte qu'un algorithme d'ordre ρ permettra d'obtenir les inégalités suivantes : [3]

$$|s| < \gamma_0(\tau^\rho), |\dot{s}| < \gamma_1(\tau^{\rho-1}), \dots, |s^{(\rho-1)}| < \gamma_\rho(\tau) \quad (II.7)$$

Ainsi, L'ordre de glissement n est une mesure du degré de différentiabilité de la variable de glissement s au voisinage de la surface de glissement : S est de classe de continuité C^{n-1} (au moins). Si de plus s est de degré relatif n par rapport à une commande discontinue, s n'est pas dérivable n fois mais seulement $n - 1$ fois

II.5 Modes glissants idéaux et réels.

Dans la littérature nous trouvons deux types de modes glissants d'ordre n idéaux et réels [3].

II.5.1 mode glissant idéal :

La trajectoire $(t, x(t))$ ayant pour condition initiale $(0, x_0)$ est une trajectoire à modes glissants idéaux d'ordre n par rapport à la surface $s = 0$, s'il existe $t_1 > 0$ tel que :

$$\forall t \geq t_1, \text{ les égalités suivantes soient vérifiées : } (s = \dot{s} = \dots = s^{(n-1)} = 0)$$

La notion de modes glissants idéaux n'a pour but que d'exprimer une solution théorique, mathématiquement possible mais irréalisable pratiquement (à cause des imperfections et des limitations physiques des organes de commutation). Elle permet d'atteindre de façon plus lisse la surface de contrainte. Ceci est généralement lié au phénomène d'intégration des discontinuités de la commande.

II.5.2 mode glissant réel :

Une commande par modes glissants réels sur $s = 0$ est dite d'ordre $n > 0$ par rapport à une fonction à valeur réelle $\gamma(\varepsilon)$, tels que si $\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma(\varepsilon) \rightarrow 0$, si pour n'importe quel ensemble compact appartenant au domaine de définition, il existe $t_1 > 0$ et une constante $C > 0$ telle que $\forall t > t_1$ l'inégalité suivante soit vérifiée :

$$|(s(t, x(t, \varepsilon)))| \leq C |\gamma(\varepsilon)|^n \quad (II.8)$$

ε est classiquement soit un retard (ou dynamique négligée) soit une imprécision sur la connaissance de l'état du système.

La notion de modes glissants réels permet d'exprimer la dépendance de l'algorithme à modes glissants par rapport aux imperfections physiques du système réel (retard d'un actionneur, échantillonnage de la mesure, gain non infini de la fonction signe en zéro, etc...).

II.6 Mode glissant d'ordre deux :

Considérons un système non linéaire décrit par :

$$\ddot{x} = f(x, t) + g(x, t).u \quad (II.9)$$

L'objectif est d'établir un régime glissant d'ordre deux par rapport à s , en imposant aux trajectoires d'état du système à évoluer au bout d'un temps fini sur l'ensemble S_2 et à ne plus le quitter ensuite :

$$S_2 = \{x : s = \dot{s} = 0\} \quad (II.10)$$

Ceci est réalisé par une commande agissant sur la dérivée seconde de la variable de glissement qui, de manière générale, peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{s} = \varphi(x, t) + \phi(x, t).v \quad (II.11)$$

Avec

- $v = \dot{u}$ dans le cas où le système (II.5) est de degré relatif $n = 1$ par rapport à s ,

$$\text{c.à.d. } \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \neq 0$$

- $v = u$ dans le cas où le système (II.5) est de degré relatif $n = 2$ par rapport à s ,

$$\text{c.à.d. } \frac{\partial}{\partial u} \ddot{s} \neq 0$$

Afin de réaliser des algorithmes par modes glissants d'ordre deux, il est nécessaire de vérifier l'hypothèse de travail suivante pour valider l'atteignabilité de la surface de glissement et la bornitude de la variable \ddot{s} [4] :

- Les fonctions incertaines $\phi(x, t)$ et $\varphi(x, t)$ sont bornées.
- il existe quatre constantes positives S_0, C_0, K_m et K_M telles que, dans un voisinage $|s(x, t)| < S_0$, les inégalités suivantes soient vérifiées :

$$|\varphi(x, t)| < C_0 \quad \text{et} \quad 0 < K_m \leq \phi(x, t) \leq K_M \quad (II.12)$$

Les hypothèses énoncées ci-dessus impliquent que la dérivée seconde de la fonction de commutation est uniformément bornée dans un certain domaine (E_l) pour l'entrée considérée.

En respectant les conditions déjà définies, nous pouvons écrire que toute solution relative à l'équation (II.11) satisfait l'inclusion différentielle suivante [4] :

$$\ddot{s} \in [-C_0, C_0] + [K_m, K_M].v \quad (II.13)$$

II.7 Exemples de commandes par modes glissants d'ordre 2 :

Dans la littérature, plusieurs algorithmes modes glissants d'ordre 2 ont été introduits [1], [4]. Parmi ces algorithmes, on cite :

- Algorithme du Twisting.
- Algorithme du Super Twisting.
- Algorithme du prescribed convergence law (Algorithme avec une loi de convergence prédéfinie).

II.7.1 Algorithme du Twisting (TWG) [5] :

En plus de la commutation du signe de la commande, on commute son amplitude entre deux valeurs en fonction du quadrant dans lequel se trouve l'état du système. La trajectoire du système dans le plan de phase tourne autour de l'origine en s'en rapprochant à la manière d'une spirale.

Son expression pour un système de degré relatif 2 est :

$$u = -r_1 \cdot \text{sign}(s) - r_2 \cdot \text{sign}(\dot{s}) \quad \text{avec} \quad r_2 > r_1 > 0 \quad (\text{II.14})$$

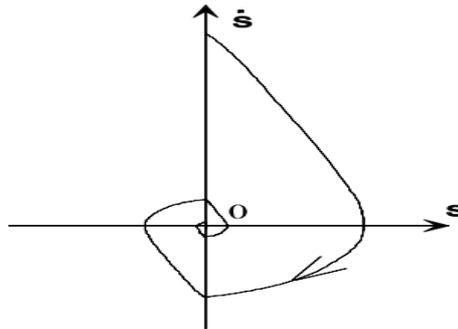


Figure (II.3) Convergence de l'algorithme Twisting dans le plan (s, \dot{s})

Sous les conditions décrites par les inégalités (II.13), la trajectoire du système différentiel (II.10) converge au point d'équilibre $s = \dot{s} = 0$ en un temps fini sous les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} (r_1 + r_2) \cdot K_m - C_0 &> (r_1 - r_2) \cdot K_M + C_0 \\ (r_1 + r_2) \cdot K_m &> C_0 \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

L'homogénéité de cette loi de commande est évidente, car son expression ne dépend pas de la valeur de s ou \dot{s} , mais seulement de leur signe, qui ne varie pas en les multipliant par $k > 0$.

II.7.2 Algorithme du super-Twisting :

Cet algorithme a été développé pour l'asservissement de systèmes à degré relatif égal à 1 par rapport à la surface de glissement. Cette loi de commande a été proposée par Emelyanov en 1990.

Elle a été étudiée par Levant dans [5]. Le Super-twisting n'utilise pas d'informations sur \dot{s} ceci peut être vu comme un avantage. Il est composé de deux parties, une partie discontinue u_2 et une partie continue u_1

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (II.16)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > U_M \\ -\alpha \cdot \text{sign}(s) & \text{si non} \end{cases} \quad (II.17)$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda |s_0|^\rho \text{sign}(s) & \text{si } |u| > s_0 \\ -\lambda |s|^\rho \text{sign}(s) & \text{si non} \end{cases} \quad (II.18)$$

Avec α, λ, ρ vérifiant les inégalités suivantes :

$$\alpha > C_0 / K_m \quad , \quad 0 < \rho < 0.5$$

et

$$\lambda^2 \geq \frac{4 C_0 \cdot K_M (\alpha + C_0)}{K_m^2 \cdot K_m (\alpha - C_0)} \quad (II.19)$$

Dans la suite, on fixera $\rho = 0.5$.

Cette commande se décompose en un terme algébrique (non dynamique) et en un terme intégral. On peut donc considérer cet algorithme comme une généralisation non linéaire d'un PI.

Si $s_0 = \infty$ on peut simplifier l'algorithme :

$$u = -\lambda |s|^\rho \text{sign}(s) + u_1 \quad (II.20)$$

Avec

$$\dot{u}_1 = -\alpha \cdot \text{sign}(s)$$

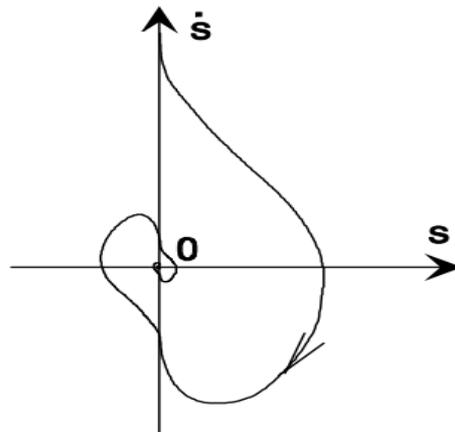


Figure (II.4) Convergence de l'algorithme Super Twisting dans le plan (s, \dot{s})

La trajectoire de l'algorithme dans le plan de phase (s, \dot{s}) est donnée dans la Figure (II.10), et on montre que les intersections consécutives de celle-ci avec les axes du plan (s, \dot{s}) évoluent tout en se rapprochant de l'origine qui est atteinte en temps fini.

Par un choix particulier du modèle et de la surface de glissement, l'algorithme de commande par modes glissants Super Twisting [17], [4] peut être formulé comme un algorithme d'observation pour l'estimation de la dérivée d'un signal mesuré.

II.7.3 Algorithme prescribed convergence law (PCL) [3]:

Ce choix est justifié par la simplicité de mise en œuvre et par un besoin d'une quantité d'information relativement faible sur l'état du système.

La formulation générale de ce contrôleur est donnée par l'expression suivante :

$$u = -\alpha \cdot \text{sign}(y_2 - g_c(y_1)) \quad (\text{II.21})$$

Où $y_1 = s$, $y_2 = \dot{s}$

α est une constante positive et g_c une fonction continue (figure II.11) définie par :

$$g_c(y_1) = -\lambda|y_1|^\rho \cdot \text{sign}(y_1) \quad , \quad \alpha, \lambda > 0 \quad , \quad 0.5 \leq \rho < 1 \quad (\text{II.22})$$

$$g(s) = -\lambda|s|^\rho \cdot \text{sign}(s)$$

Une condition suffisante pour une convergence en temps fini vers la surface de glissement est définie par la relation suivante :

$$\alpha K_m - C_0 > \frac{\lambda^2}{2} \quad (\text{II.23})$$

Où C_0 et K_m sont des constantes positives présentées (II.12)

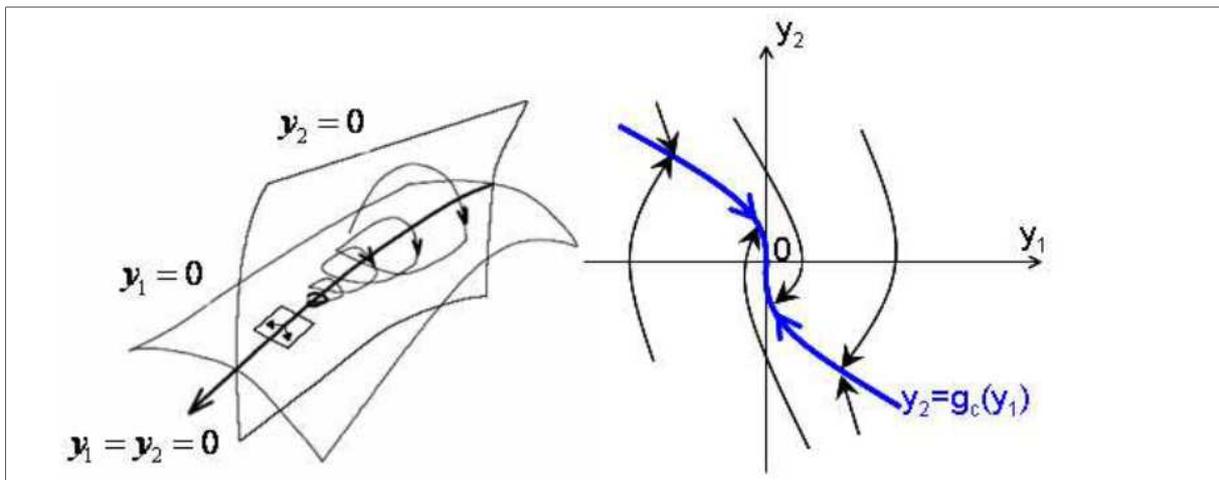


Figure (II.5) Convergence des trajectoires du système vers l'origine du plan de phase (gauche) et la fonction continue $g_c(y_1)$ (droite)

Des valeurs importantes de λ (II.22) permettent d'accélérer la convergence vers la surface de glissement. Seule la connaissance de la fonction de glissement s ainsi que sa dérivée \dot{s} sont nécessaires pour le calcul de la loi de commande. La connaissance d'autres paramètres du système de façon explicite n'est pas nécessaire, ce qui réduit non seulement le temps de calcul nécessaire au contrôleur mais simplifie aussi sa mise au point en ajustant seulement les trois paramètres ρ , λ et α .

II.8 Exemples de commandes par Mode glissant d'ordre arbitraire :

Les commandes par modes glissants d'ordre supérieur à 2 sont plus difficiles à concevoir. Beaucoup d'algorithmes d'ordre arbitraire connus ont une forme récursive.

II.8.1 algorithme de levant : [17]

La loi de commande repose sur l'utilisation de différentes surfaces de glissement, chacune faisant converger le système en temps fini vers la prochaine surface. Une fois la nouvelle surface atteinte, le système peut quitter la surface précédente. L'état du système transite d'une surface à l'autre alternativement jusqu'à atteindre l'origine, en temps fini.

En posant :

$$\begin{aligned}
 N_{1,n} &= |s|^{(n-1/n)} \\
 N_{i,n} &= (|s|^{(m/n)} + |\dot{s}|^{(m/(n-1))} + \dots |s^{(i-1)}|^{(m/(n-i+1))})^{(n-i/m)}, \quad 1 \leq i \leq n-1 \\
 N_{n-1,n} &= (|s|^{(m/n)} + |\dot{s}|^{(m/(n-1))} + \dots |s^{(n-2)}|^{(m/2)})^{1/m} \\
 \phi_{0,n} &= s \\
 \phi_{1,n} &= \dot{s} + \beta_1 N_{1,n} \text{sign}(s) \\
 \phi_{i,n} &= s^{(i)} + \beta_i N_{i,n} \text{sign}(\phi_{i-1,n}), \quad 1 \leq i \leq n-1
 \end{aligned} \tag{II.24}$$

La commande pour un système d'ordre n s'écrit :

$$u = -\alpha \text{sign} \phi_{n-1,n}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)}) \tag{II.25}$$

Cette commande est discontinue, un deuxième algorithme permet de supprimer les discontinuités sauf à l'origine (algorithme de commande quasi-continue).

La commande par l'algorithme de levant pour $n = 1, 2, \dots, 4$ est choisie respectivement comme suit :

$$1) u = -\alpha \text{sign}(s) \tag{II.26}$$

$$2) u = -\alpha \text{sign}(\dot{s} + \beta |s|^{1/2} \text{sign}(s)) \tag{II.27}$$

$$3) u = -\alpha \text{sign}(\ddot{s} + 2(|\dot{s}|^3 + |s|^2)^{1/6} \text{sign}[\dot{s} + |s|^{2/3} \text{sign}(s)]) \tag{II.28}$$

$$\begin{aligned}
 4) u &= -\alpha \text{sign}(\ddot{\ddot{s}} + 3(\ddot{s}^6 + \dot{s}^4 + |s|^3)^{1/12} \text{sign}[\ddot{\ddot{s}} + (\dot{s}^4 + |s|^3)^{1/6} \text{sign}(\dot{s} + \\
 &\quad 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s))]) \tag{II.29}
 \end{aligned}$$

⋮

II.8.2 Algorithme de la commande quasi-continue (QC) :

La commande par modes glissants d'ordre supérieur quasi-continue a été récemment développée par [13] selon le principe de l'homogénéité [12]. Ce type de commande appartient à la théorie des systèmes à structure variable et assure la convergence de l'état du système vers l'origine en temps fini (figure II.14).

La commande quasi-continue est définie par :

$$u = -\alpha \psi_{(n-1,n)}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)}) \tag{II.30}$$

Où $\phi_{0,n} = s$, $N_{0,n} = |s|$

$$\begin{aligned}
\psi_{0,n} &= \frac{\phi_{0,n}}{N_{0,n}} = \text{sign}(s) \\
\phi_{i,n} &= s^{(i)} + \beta_i N_{i-1,n}^{\frac{n-i}{n-i+1}} \psi_{i-1,n} \\
N_{i,n} &= |s^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,n}^{\frac{n-i+1}{n-i}} \psi_{i-1,n} \\
\psi_{i,n} &= \frac{\phi_{i,n}}{N_{i,n}}
\end{aligned} \tag{II.31}$$

De plus, $N_{i,n}$ est une valeur positive, ($N_{i,n} = 0$ si $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(n-1)} = 0$)

La fonction $\psi_{(n-1,n)}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)})$ est continue partout sauf au point où

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(n-1)} = 0$$

Le choix des paramètres $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}, \alpha > 0$ détermine une famille de commande valable pour les systèmes de degré relatif n . Le paramètre α est choisi spécifiquement pour toutes les valeurs fixes K_m, K_M, C_0 tel que :

$$\alpha \cdot K_m - C_0 > 0 \tag{II.32}$$

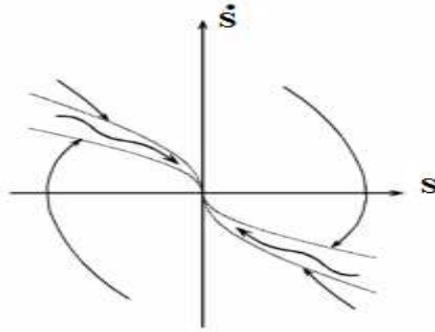


Figure (II.6) : Convergence de l'algorithme quasi-continu dans le plan (s, \dot{s})

La commande (II.30) pour $n = 1, \dots, 4$ est choisie comme suit :

$$1) u = -\alpha \cdot \text{sign}(s) \tag{II.33}$$

$$2) u = -\alpha \frac{\dot{s} + |s|^{1/2} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + |s|^{1/2}} \tag{II.34}$$

$$3) u = -\alpha \frac{\ddot{s} + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{-1/2} [\dot{s} + |s|^{2/3} \text{sign}(s)]}{|\ddot{s}| + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{1/2}} \tag{II.35}$$

$$4) u = -\alpha \frac{\ddot{\dot{s}} + 3 \left[\ddot{s} + (|\dot{s}| + 0.5 |s|^{3/4})^{-1/3} (\dot{s} + 0.5 |s|^{3/4} \text{sign}(s)) \right] [|\dot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5 |s|^{3/4})^{2/3}]^{-1/2}}{|\ddot{\dot{s}}| + 3 [|\dot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5 |s|^{3/4})^{2/3}]^{1/2}} \tag{II.36}$$

Il existe une autre formule de commande quasi-continue par mode glissant d'ordre 2 [18] :

$$u = \begin{cases} \min\{\alpha, \max[-\alpha, -\gamma(\dot{s} / |s|^{1/2} + \beta \text{sign}(s))]\} & \text{si } s \neq 0 \\ -\alpha \text{sign}(\dot{s}) & \text{si } s = 0 \end{cases} \tag{II.37}$$

Où $\gamma > 0$ et vérifier $\gamma \cdot \beta > \alpha$

$$\alpha \cdot K_m - C_0 > \beta^2 / 2 \tag{II.38}$$

II.9 Inconvénients des commandes à régimes glissants d'ordre supérieur :

Plus n est grand, meilleure est la précision de convergence dans un glissement réel vers la surface. Néanmoins il est nécessaire d'avoir, à chaque commutation, des informations sur les $n - 1$ dérivées de s . Bien que l'on puisse réduire ces informations, dans certains cas, aux $n - 2$ dérivées de s , cette condition freine l'utilisation de la commande d'ordre supérieur à 3. En effet, plus on dérive y , plus on risque d'amplifier le bruit dans $y^{(n-1)}$ ce qui rend la commande instable.

Pour une commande à régime glissant d'ordre n , la commande discontinue est appliquée sur $s^{(n)}$ ce qui a l'avantage d'obtenir en sortie de la chaîne d'intégrateurs une commande continue. Ces intégrateurs réduisent les composantes hautes fréquences de la commande, nécessaires pour compenser les incertitudes du modèle standard. Cette chaîne d'intégrateur a aussi comme inconvénient de ralentir la commande, ce qui se traduit par une réduction des performances des commandes à régimes glissants d'ordre supérieur pour l'asservissement du système, particulièrement en suivi d'une consigne dont les variations sont rapides.

II.10 Suppression du phénomène de chattering :

Malgré les propriétés prouvées du contrôleur en mode glissant d'ordre supérieur, le terme discontinu dans la loi de commande globale introduit le phénomène de broutement (chattering). Pour éliminer les effets indésirables de ce phénomène, plusieurs méthodes ont été proposées.

Méthode 1 : Réduction du chattering :

Bartolini et al. [19] ont utilisé une méthode qui consiste à augmenter l'ordre du système et à utiliser comme contrôle virtuel, la dérivée de la commande actuelle. Ainsi en intégrant la commande virtuelle discontinue, une commande continue est obtenue. u devient alors une variable d'état du système, la nouvelle commande discontinue étant alors la dérivée \dot{u} qui est la nouvelle entrée du système. On parle alors « d'extension dynamique » de notre système. Le désavantage de cette méthode (ch.at), appelée 'chattering atténuation', est que le système augmenté nécessite d'estimer une dérivée supplémentaire de la sortie. Ceci augmente la complexité de la commande et peut devenir impossible en pratique sur des systèmes de degré relatif supérieur à 2.

Dans ce cas on peut utiliser une commande $h(\alpha, s, \dot{s}, \dots, s^{(n)})$ qui est d'un ordre supérieur de u . Donc \dot{u} est donnée par la relation suivante :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > \alpha \\ h(\alpha, s, \dot{s}, \dots, s^{(n)}) & \text{si } |u| \leq \alpha \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

Pour estimer les différentes dérivées de s , on utilise un dérivateur de Levant d'ordre n

Méthode 2 : utilisation d'une fonction continue

On propose d'appliquer l'idée de la méthode couche limite, utilisée pour réduire le chattering des algorithmes par mode glissant d'ordre un, en remplaçant la fonction signe par la fonction continue (\tanh) dans les lois de commande en mode glissant d'ordre supérieur.

1- *commande twisting* :

On présente une commande qui permet d'améliorer la commande twisting dans le cas où le degré relatif du système est égal à 2.

La loi de commande proposée (MTWG) est basée sur l'algorithme du Twisting en remplaçant la fonction signe par la fonction tangente hyperbolique et en ajoutant un facteur de pondération p . Ainsi la loi de commande proposée est donnée par l'équation :

$$u = -r_1 \tanh(s/p) - r_2 \tanh(\dot{s}) \quad (11.40)$$

2- *commande de levant* :

Le changement du terme discontinu se fait particulièrement sur l'algorithme de levant donc l'équation (11.28) devient :

$$u = -\alpha \tanh \phi_{(n-1,n)}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)}) \quad (11.41)$$

Noter bien que le terme $\phi_{(n-1,n)}(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)})$ donné par (11.27) rester inchangé.

Méthode 3: Fuzzy-high order sliding mode:

Plusieurs approches ont été proposées sur la combinaison des modes glissants avec la commande floue [20], [21], [22]. Dans ce qui suit, on présentera une loi de commande basée sur la combinaison de la théorie de la logique floue (annexe A) et de la commande quasi continue. Cette approche, que nous nommerons par commodité : commande fuzzy –high order sliding mode (FZ.QC), sera appliquée au compresseur afin de contrôler ses instabilités (pompage et décrochage tournant).

La loi de commande utilisée est :

$$u = -\alpha_{FZ} \frac{\dot{s} + |s|^{1/2} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + |s|^{1/2}} \quad (11.42)$$

α_{FZ} est estimé par un système flou.

Pour générer le système flou, on a défini trois ensembles flous Négatif, Zéro et Positif.

En considérant comme entrée de la logique floue les deux erreurs de position du système, les fonctions d'appartenance sont représentées par la figure suivante :

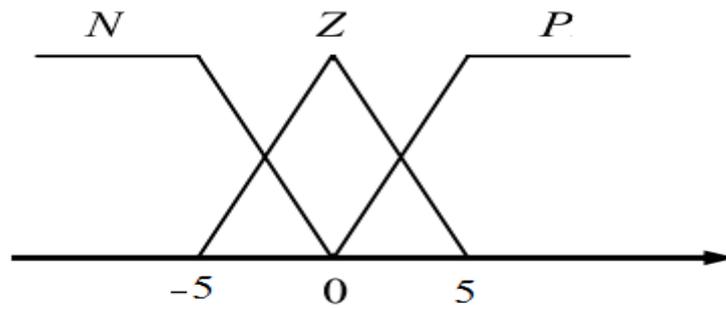


Figure (II.7) : fonction d'appartenance des variables d'entrée.

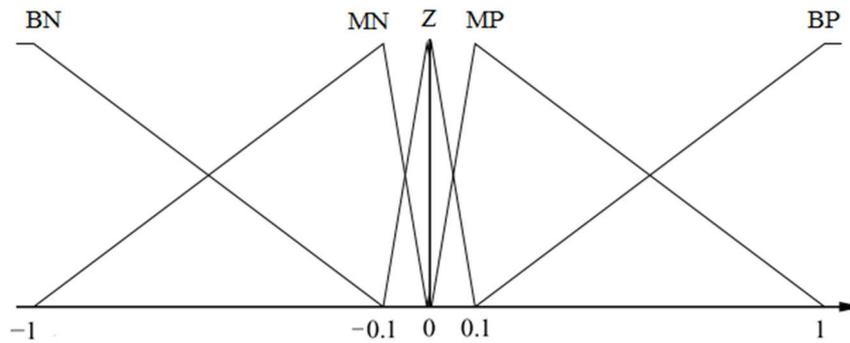


Figure (II.8) : fonction d'appartenance des variables de sortie.

Comme chacune des deux entrées est fuzzifiée en 3 classes, on obtient un jeu de 9 règles. Le tableau (II.2) ci-dessous présente les règles d'inférences utilisées.

	N	Z	P
N	BP	MP	MP
Z	MP	Z	MN
P	MN	MN	BP

Tableau (II.1) : règles d'inférences.

Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté plusieurs types de contrôleurs, basés sur des modes glissants d'ordre supérieur (particulièrement les plus connus : ordre 2 et 3) avec une convergence en temps fini vers un objectif de degré relatif supérieur à 1. Ces méthodes permettent d'améliorer la précision asymptotique ou de réduire le chattering.

De plus, on a introduit les deux notions d'homogénéité et de dérivateur non linéaire de Levant, nécessaires à la théorie de la commande par modes glissants d'ordre supérieur

La notion d'homogénéité permet de rendre globale une propriété local grâce à un changement d'échelle, et de prouver la convergence en temps fini par une simple preuve de convergence asymptotique.

Le dérivateur non linéaire de Levant basé sur les modes glissants d'ordre supérieur qui permet d'estimer les dérivées successives d'un signal.

Chapitre III :

Résultats de simulation

III.1. Introduction :

Afin d'évaluer les performances des méthodes étudiées, on a procédé à des tests en simulation. Trois exemples de simulation sont présentés pour montrer l'efficacité et la faisabilité de ces méthodes. Ces essais concernent les deux objectifs suivants : La poursuite de trajectoire et la régulation.

Pour le premier objectif les tests concernent la commande d'un pendule inversé (SISO) ainsi que celle d'un bras manipulateur à deux articulations (MIMO), tandis que le second concerne la commande des instabilités d'un compresseur autour d'un point de fonctionnement donné.

III.2 Problème de poursuite par mode glissant pour les systèmes SISO et MIMO incertains et perturbés :

L'objectif est d'utiliser une loi de commande qui permet de suivre les trajectoires de référence en temps fini, avec une grande précision, une bonne robustesse et une diminution de la réticence qui reste finalement la principale problématique introduite par la commande par mode glissant.

III.2.1. système mono variable :

- **Le pendule inversé :**

On considère un pendule inversé, de masse m et de longueur $2l$, placé sur un chariot, de masse M (figure III.1)[9]. Le système est décrit par les équations suivantes :

$$\ddot{\theta} = f(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta, \dot{\theta})u + d \quad (\text{III.1})$$

$$y = \theta \quad (\text{III.2})$$

$$f(\theta, \dot{\theta}) = \frac{(m+\Delta m)l\dot{\theta}^2 \sin(\theta) \cos(\theta) - (m+\Delta m + M + \Delta M)g \sin(\theta)}{(m+\Delta m)l \cos^2(\theta) - (4/3)l(m+\Delta m + M + \Delta M)} \quad (\text{III.3})$$

$$g(\theta, \dot{\theta}) = \frac{-\cos(\theta)}{(m+\Delta m)l \cos^2(\theta) - (4/3)l(m+\Delta m + M + \Delta M)} \quad (\text{III.4})$$

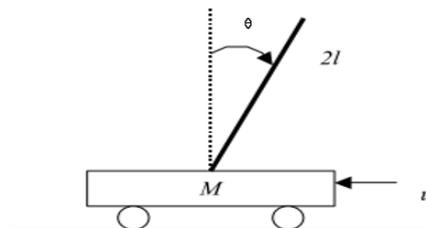


Figure (III.1): le pendule inversé

θ : L'angle du pendule par rapport à la verticale, g la constante de gravitation, u l'effort appliqué au chariot, Δ : les incertitudes sur les masse et d les perturbations externes.

$f(\theta, \dot{\theta})$, $g(\theta, \dot{\theta})$: des fonctions non linéaires bornées. La forme canonique d'un système non linéaire de second ordre peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(X) + g(X)u + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

La sortie du système : $y = x_1 = x = \theta$

Les paramètres utilisés dans cette simulation sont :

$M=1$ kg, $m=0.1$ Kg, $l=0.5$ m, $g=9.8$ N/Kg.

Les perturbations et les incertitudes sont de la forme : $\Delta m = \pm 0.1m$, $\Delta M = \pm 0.1M$ et $d(t) = 0.1 \sin(2t)$.

État initial : $[\theta \ \dot{\theta}]^T = [0.2 \ 0]^T$

L'erreur de poursuite est donnée par : $e = \theta - \theta_d$

La trajectoire désirée : $x_d = \frac{\pi}{30} \sin(t)$

- **Calcul de la commande :**

Le problème de poursuite de trajectoire consiste à déterminer une loi de commande $u(X)$ qui permet d'assurer la convergence de l'état x du système vers l'état désiré x_d .

1) commande par mode glissant d'ordre 1 :

La variable de glissement est : $s = \dot{e} + \lambda e$, avec $\lambda > 0$ (III.6)

\dot{e} : la dérivée de l'erreur.

La commande par modes glissants d'ordre un qui assure la convergence asymptotique de l'erreur vers zéro en un temps fini est donnée par la relation suivante:

$$u = u_{eq} + u_d \quad (\text{III.7})$$

u_{eq} : est déterminée à partir de la relation : $\dot{s} = 0$

La commande discontinue est donnée par :

$$u_d = -\alpha \cdot \text{sign}(s) \quad (\text{III.8})$$

Les constantes α et λ sont choisies par le concepteur de manière à garantir la convergence de la trajectoire vers la surface de glissement. La commande est donnée par :

$$u = g(x)^{-1} \cdot (\dot{x}_d - f(x) - \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d)) - \alpha \cdot \text{sign}(s) \quad (\text{III.9})$$

Cette commande assure la convergence de l'état du système vers la surface de glissement [1].

Les résultats en simulation sont présentés par les figures III.2 a-f.

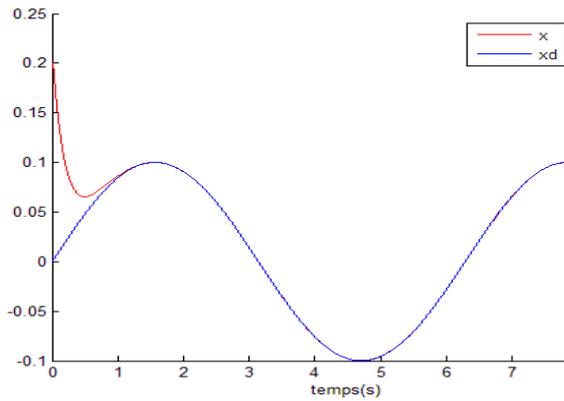


Figure 3.2a : La trajectoire du système.

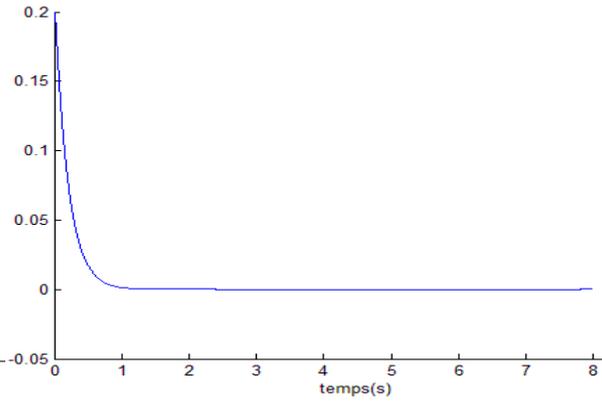


Figure 3.2b : l'erreur de poursuite du système.

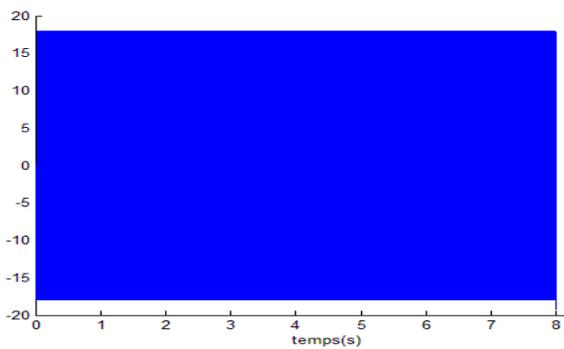


Figure 3.2c : la commande du système

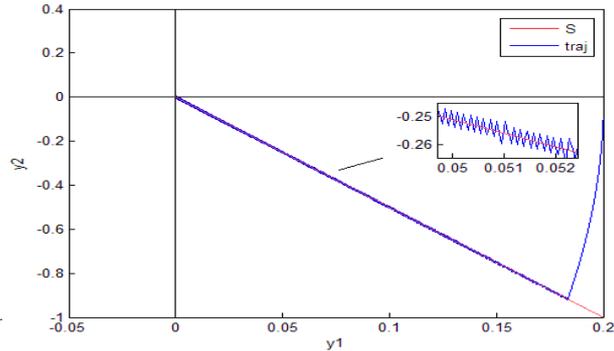


Figure 3.2d : la réponse dans le plan de phase

avec $(\alpha = 18, \lambda = 5)$.

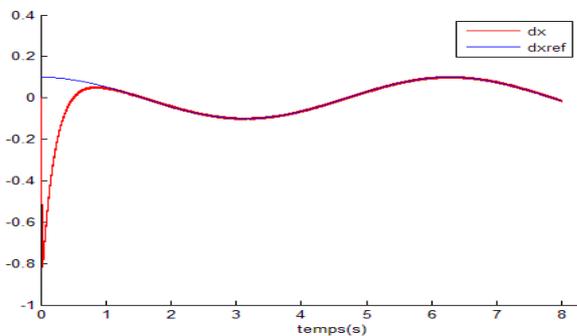


Figure 3.2e : la dérivée de la trajectoire

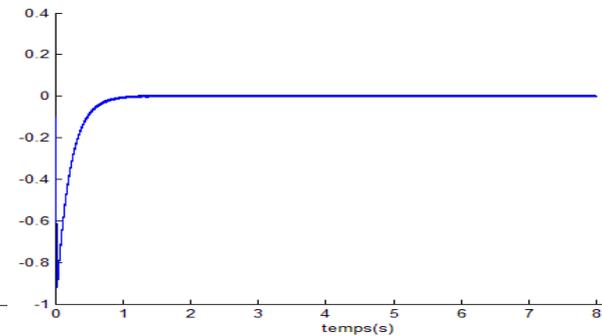


Figure 3.2f : l'erreur de vitesse.

La figure 3.2a montre une bonne poursuite de référence sans dépasser les limites d'utilisation. La trajectoire dans le plan de phase figure 3.2d glisse au voisinage de la surface de glissement jusqu'à l'origine. On constate des commutations haute fréquence sur la commande (figure 3.2c) dont la cause est la présence du terme discontinu. Une solution possible pour réduire ces commutations consiste en la synthèse d'un algorithme par modes glissants d'ordre deux.

2) commande par mode glissant d'ordre 2.

Cette commande peut être conçue de deux manières :

La première basée sur l'utilisation d'une surface de glissement identique à celle de l'ordre 1.

La deuxième est basée sur la théorie des modes glissants d'ordre 2.

- 1ere méthode (surface de glissement identique) :

$$s = \dot{e} + \lambda e$$

En dérivant (III.8) une fois, et en utilisant (III.5) :

$$\ddot{s} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) \tag{III.10}$$

$$\ddot{s} = \dot{f} + \dot{g}.u + g.\dot{u} - \ddot{x}_d + \lambda(\dot{f} + g.u - \dot{x}_d) \tag{III.11}$$

$$\ddot{s} = f_1 + g.\dot{u} \tag{III.12}$$

\dot{u} devient la commande qui est d'ordre 2 et u est considéré comme un état supplémentaire du système.

La commande est donnée par :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si |u| > \alpha \\ h(\alpha, s, \dot{s}) & si |u| \leq \alpha \end{cases} \tag{III.13}$$

$h(\alpha, s, \dot{s})$ est une commande par mode glissant d'ordre 2.

Les résultats en simulation sont présentés par les figures III.3a-f.

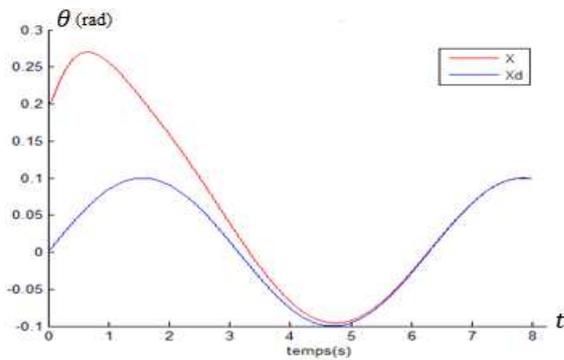


Figure III.3a : La trajectoire du système

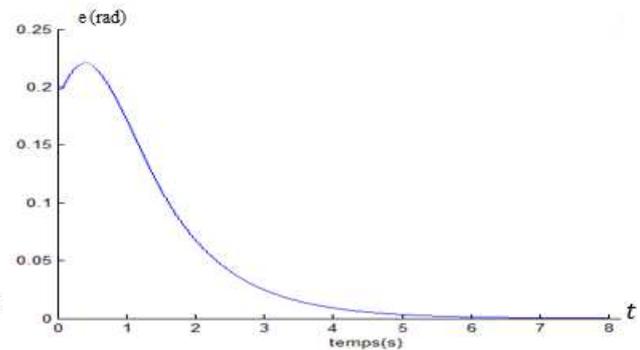


Figure III.3b : l'erreur de poursuite du système

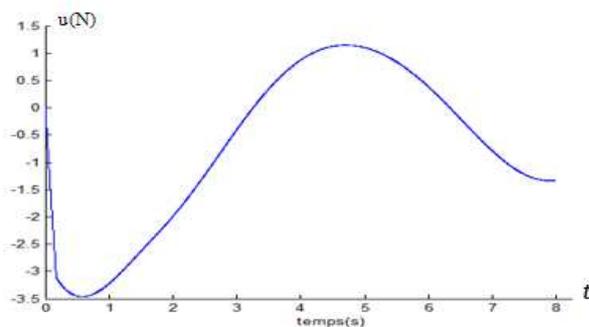


Figure III.3c : la commande

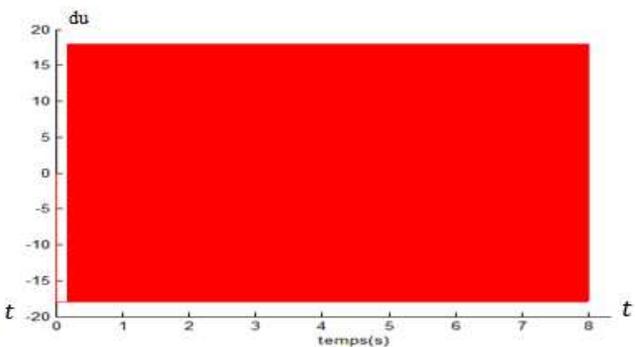


Figure III.3d : la dérivée de la commande

avec $(\alpha = 18, \lambda = 5, \beta = 1)$

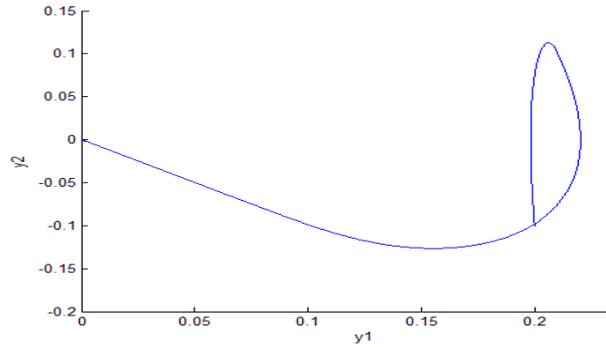
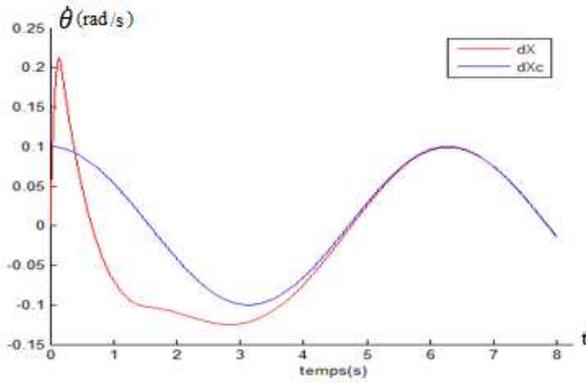


Figure III.3e : 1 a dérivée de la trajectoire

Figure III.3f : réponse dans le plan de phase.

En comparant ces résultats avec ceux de la commande par MG1, on remarque que la méthode adoptée [18] permet une bonne poursuite de la trajectoire avec un temps de convergence plus grand (figure III.3a, figure III.3b et III.3f). La commande obtenue est lisse figure III.3c mais sa dérivée est discontinue et similaire à la commande par MG1.

- 2^{ème} méthode (MGO2 classique):

Dans le but d’augmenter la précision, de diminuer le temps de convergence et de simplifier les calculs on utilise la théorie des modes glissants d’ordre 2 pour calculer la commande sans passer par le mode glissant d’ordre un. Pour cela il est nécessaire de définir une variable de glissement s tel que son degré relatif par rapport à la commande soit égal à 2.

On prend donc :

$$s = e = x_1 - x_d \tag{III.14}$$

En dérivant 2 fois l’équation (III.31) et en tenant compte des équations du système (1). On obtient :

$$\ddot{s} = f(X) + d - \ddot{x}_d + g(X)u \tag{III.15}$$

Si on fait l’hypothèse que θ ainsi que sa dérivée par rapport au temps sont uniformément bornées, le choix de gain de commande implique qu’au bout d’un temps fini, les trajectoires du système évoluent sur l’ensemble S_2 [12]:

$$S_2 = \{x \in X : s = \dot{s} = 0\} \tag{III.16}$$

La commande est fonction de la variable de glissement et de sa dérivée. En pratique le calcul de la dérivée est souvent difficile c’est pourquoi nous avons implémenté un dérivateur de Levant [9] pour estimer s et ses dérivées.

Le modèle de ce différentiateur est décrit par le système d’équations suivant :

$$\dot{z}_1 = z_2 - \lambda_1 \cdot L \cdot |z_1 - s|^{1/2} \text{sign}(z_1 - s) \tag{III.17}$$

$$\dot{z}_2 = -\lambda_2 \cdot L \cdot \text{sign}(z_2 - \dot{z}_1) \tag{III.18}$$

$$z_2(0) = 0 \quad \text{et} \quad z_1(0) = s(0)$$

Où z_1 et z_2 sont les estimées de s et \dot{s} respectivement.

Avec L vérifiant l'inégalité suivante :

$$|\dot{s}| \leq L \quad \text{c. à. d.} \quad L \geq C_0 + K_M \sup |u| \quad (III.19)$$

Les paramètres λ_1 et λ_2 sont choisis suivant [9] comme suit :

$$\lambda_1 = 1.1 \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 1.5$$

Parmi les lois de commande existant dans la littérature, on peut citer en particulier :

- Prescribed convergence law (PCL): $u = -\alpha \operatorname{sign}(\dot{s} + \beta |s|^{1/2} \operatorname{sign}(s))$ (III.20)

La condition de convergence est : $\alpha \cdot K_m - C_0 > \frac{\beta^2}{2}$ (III.21)

- Twisting: $u = -r_1 \cdot \operatorname{sign}(s) - r_2 \cdot \operatorname{sign}(\dot{s})$, $r_2 > r_1 > 0$ (III.22)

Pour garantir la convergence en temps fini il faut que r_2 et r_1 vérifient les conditions

suivantes : $(r_1 + r_2) \cdot K_m - C_0 > (r_1 + r_2) \cdot K_M + C_0$
avec $(r_1 + r_2) \cdot K_m > C_0$ (III.23)

- Quasi-continue : $u = -\alpha \frac{\dot{s} + |s|^{1/2} \operatorname{sign}(s)}{|\dot{s}| + |s|^{1/2}}$ (III.24)

Le paramètre α est choisi tel que : $\alpha \cdot K_m - C_0 > 0$ (III.25)

Les résultats en simulation sont représentés respectivement par les figures III.4 a-d, III.6 a-e

* Commande PCL

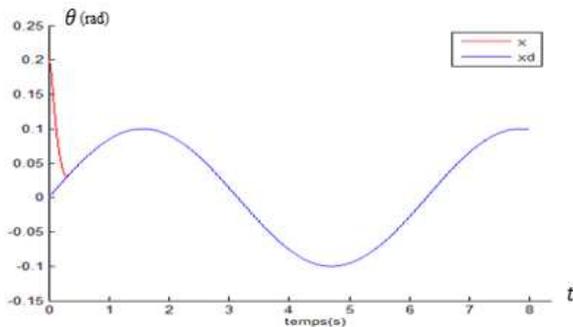


Figure III.4a: La trajectoire du système

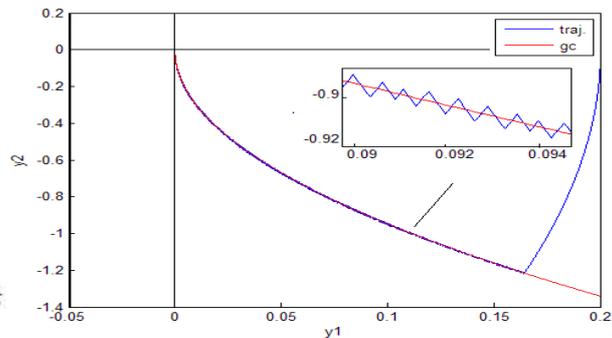


Figure III.4b : réponse dans le plan de phase.

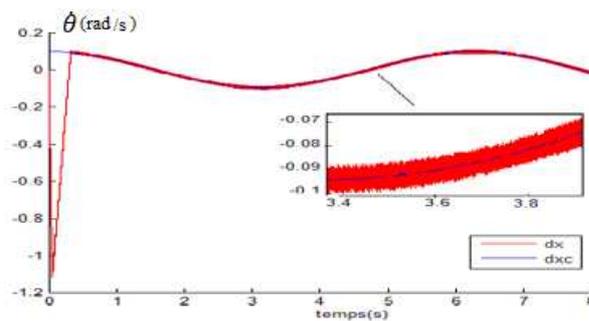


Figure III.4c : la dérivée de la trajectoire

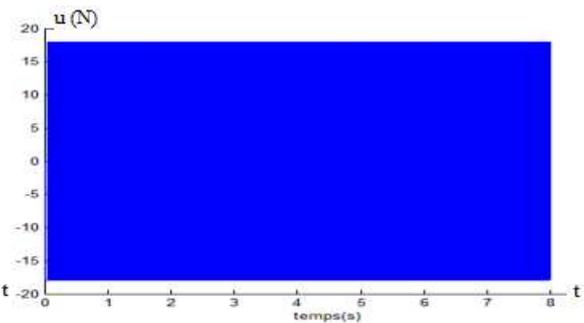


Figure III.4d : la commande PCL

avec $(\alpha = 18, \beta = 3)$

*Commande Twisting

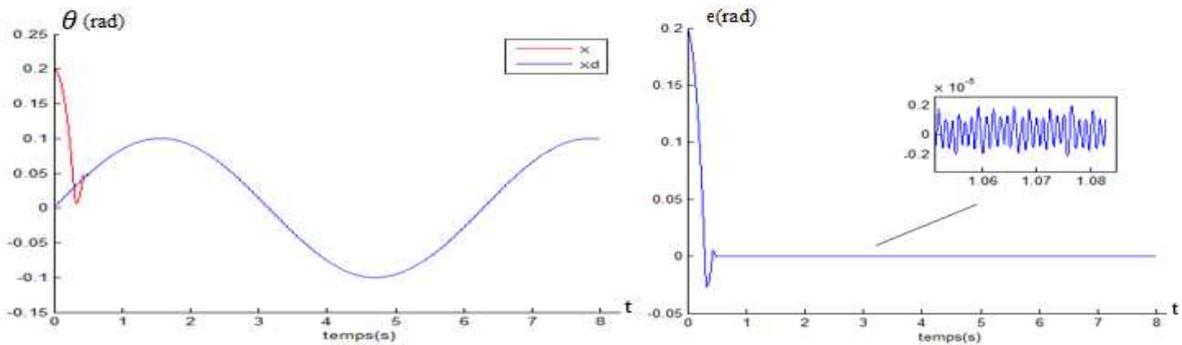


Figure 3.5a : La trajectoire du système

Figure 3.5b : l'erreur de poursuite du système.

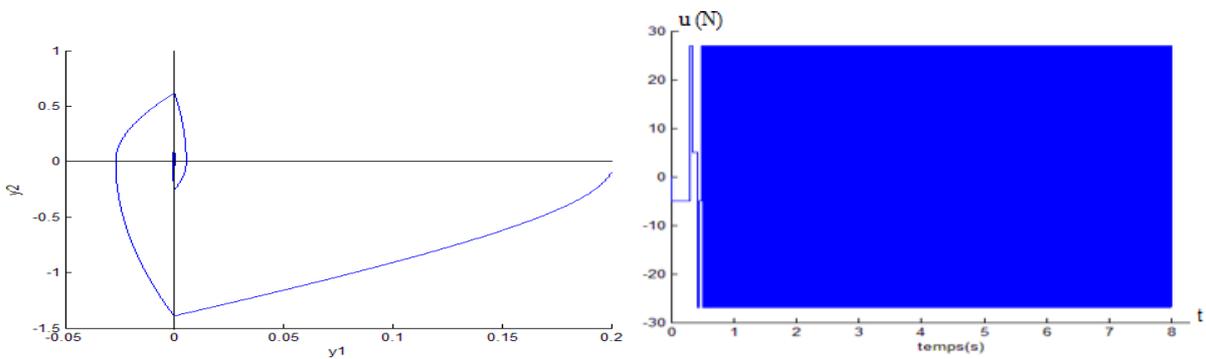


Figure 3.5c: la réponse dans le plan de phase

Figure 3.5d : la commande twisting avec $(r_1 = 16, r_2 = 11)$.

* Commande quasi continue

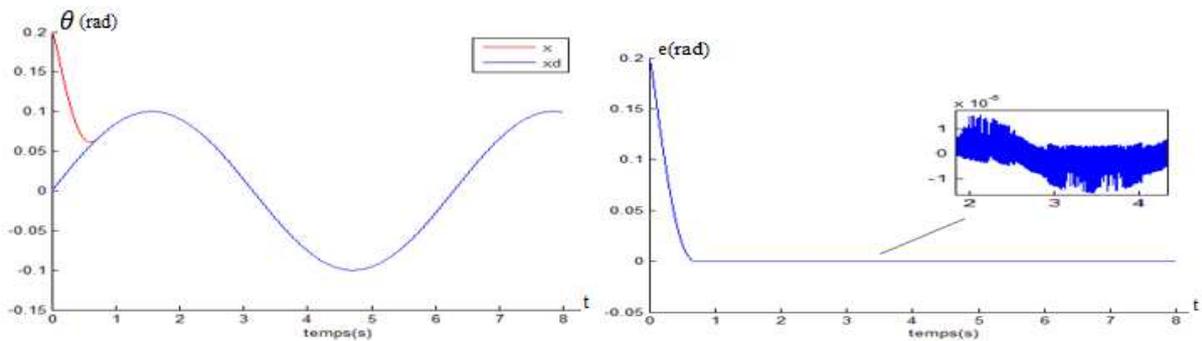


Figure 3.6a: La trajectoire du système

Figure 3.6b : l'erreur de poursuite du système.

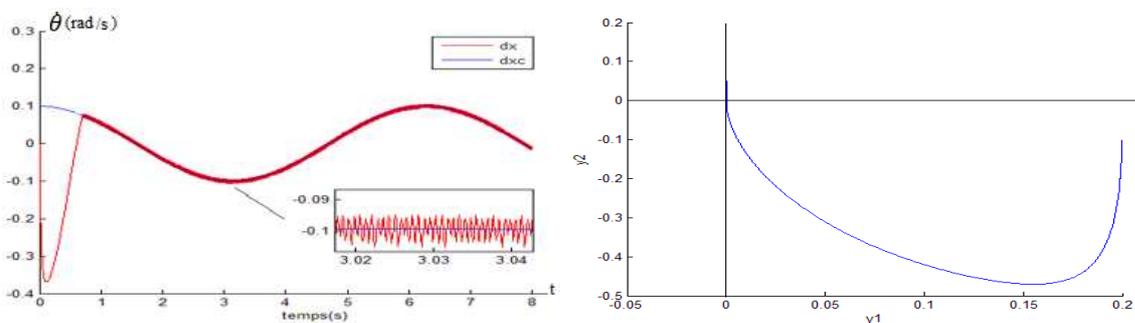


Figure 3.6c: dérivée de la trajectoire

Figure 3.6d : la réponse dans le plan de phase.

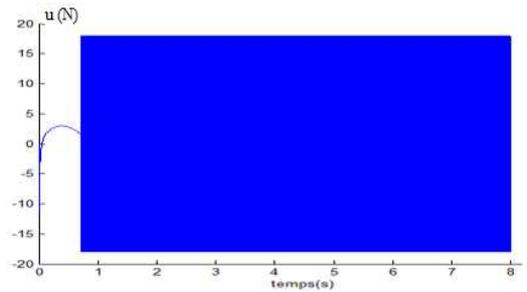


Figure III.6e : la commande quasi-continue avec ($\alpha = 18$, $\beta = 1$)

Les figures ci-dessus montrent que les différentes méthodes utilisées donnent de très bons résultats pour le suivi de trajectoire. Les signaux de commande présentent des discontinuités qui sont responsables des oscillations au voisinage de la surface de glissement.

III .2.2 Atténuation du chattering

La présence de la fonction signe dans les expressions des différentes lois de commande est la principale cause du phénomène de chattering.

Pour réduire la fréquence des commutations, on a utilisé les solutions suivantes :

- remplacer la fonction signe par la fonction tangente hyperbolique.
- augmenter l'ordre du système
- * utilisation de Tanh

Les tests concernent respectivement les méthodes PCL et Twisting

Les résultats des simulations sont représentées par les figures III.7 a-7d et III.8a-8e

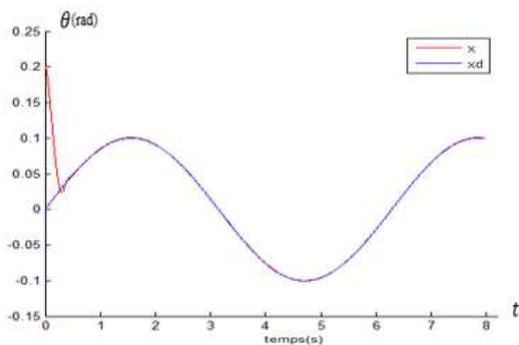


Figure III.7a: La trajectoire du système

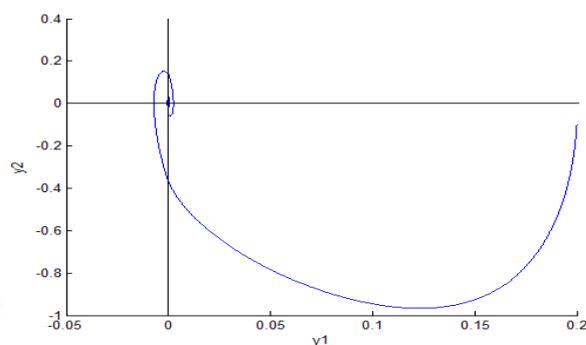


Figure III.7b : la réponse dans le plan de phase.

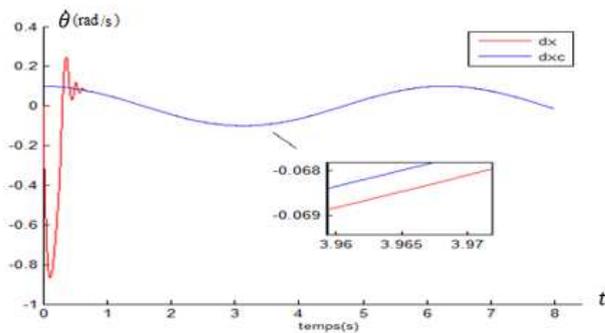


Figure III.7c: la dérivée de la trajectoire

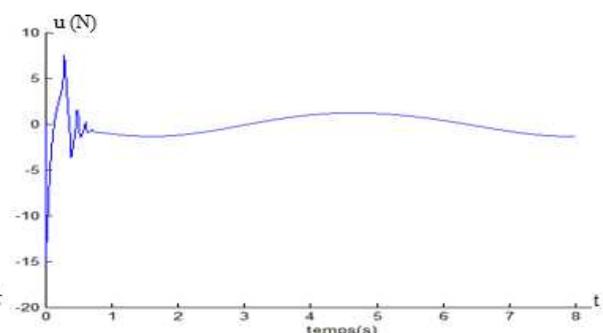


Figure III.7d : la commande MPCL

avec $(\alpha = 18, \beta = 3)$

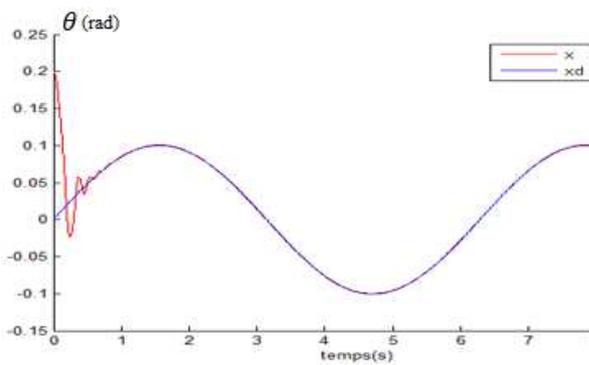


Figure III.8a : La trajectoire du système

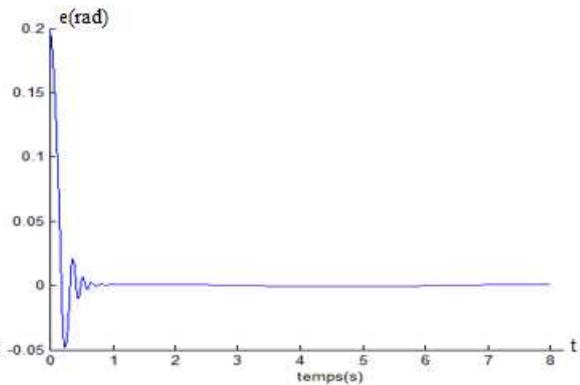


Figure III.8b : l'erreur de poursuite du système.

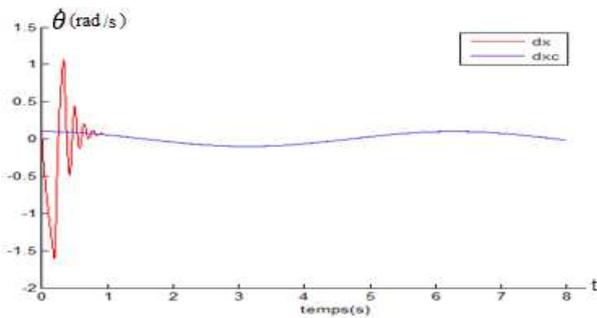


Figure III.8c : la dérivée de la trajectoire

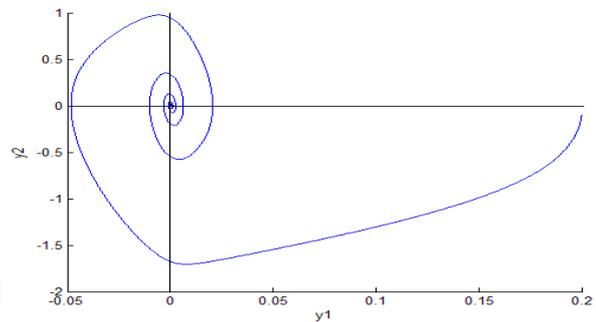


Figure III.8d : la réponse dans le plan de phase.

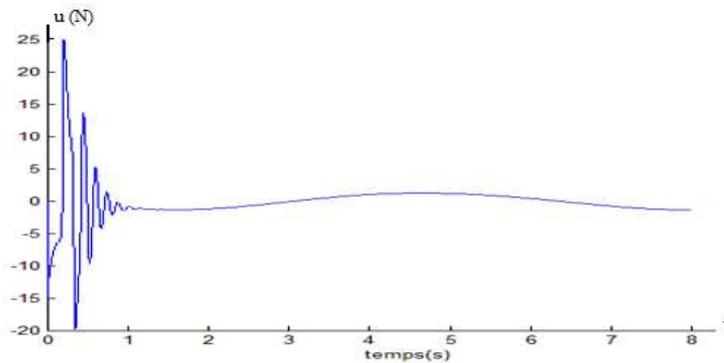


Figure III.8e : la commande MTWG avec $(r_1 = 16, r_2 = 11)$.

En plus de la bonne poursuite de trajectoire, les signaux de commande sont continus

* augmentation de l'ordre du système

En dérivant deux fois l'expression de s on a :

$$\ddot{s} = f(X) + d - \ddot{x}_{d1} + g(X)u \tag{III.26}$$

En dérivant \ddot{s} par rapport au temps on obtient :

$$\ddot{\ddot{s}} = F - \ddot{\ddot{x}}_{d1} + g(x) \cdot \dot{u} \tag{III.27}$$

Où F est la première dérivée de terme $f + d$ par rapport au temps plus le terme $\dot{g} \cdot u$

$$|F - \ddot{\ddot{x}}_{d1}| \leq C_0 \tag{III.28}$$

$$0 < K_m \leq g \leq K_M \tag{III.29}$$

Si les conditions (II.47) satisfaites donc on peut utiliser la loi de commande suivante :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si |u| > \alpha \\ -\alpha \frac{\ddot{s} + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{-1/2} [\ddot{s} + |s|^{2/3} sign(s)]}{|\dot{s}| + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{1/2}} & si |u| \leq \alpha \end{cases} \quad (III.30)$$

La commande \dot{u} est fonction de S et de ses dérivées successives qui sont estimées par un différentiateur (Différentiateur robuste exact).

Les résultats sont représentés par les figures III .9a-III.9f)

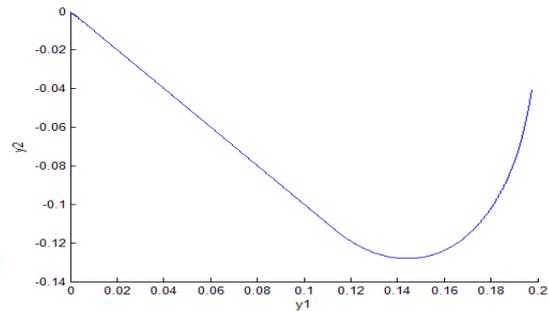
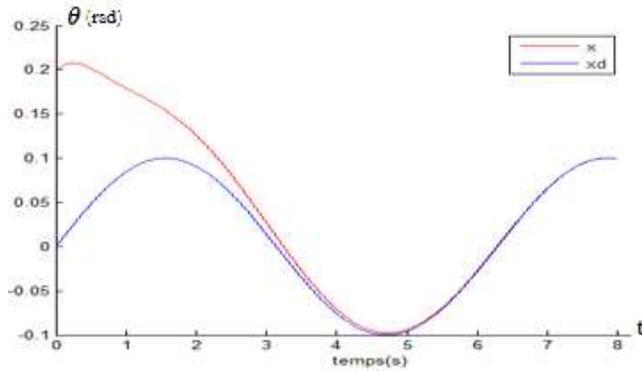


Figure III.9a : La trajectoire du système

Figure III.9b : la réponse dans le plan de phase.

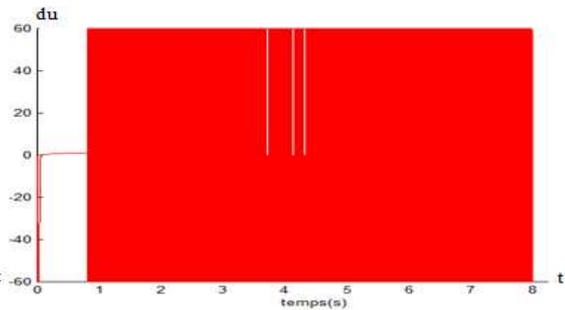
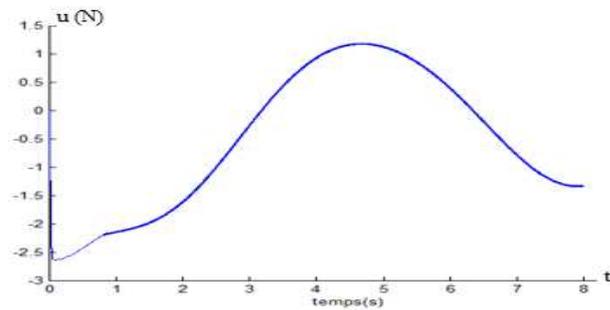


Figure III.9c : la commande u

Figure III.9d : la dérivée de la commande

avec $(\alpha = 18, \beta = 1)$

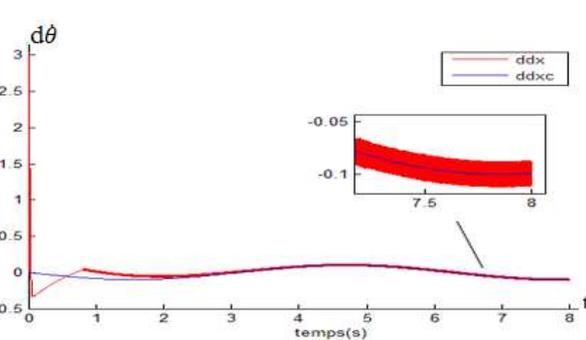
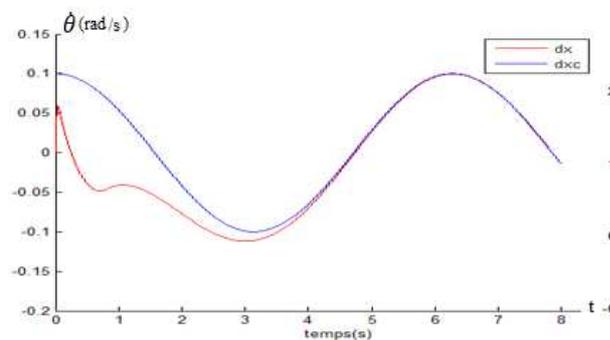


Figure III.9e : dérivée première de la trajectoire

Figure III.9f : deuxième dérivée de la trajectoire.

Les résultats sont très bons et le chattering très atténué. La précision est très bonne, de l'ordre de $8 \cdot 10^{-5}$.

Cette technique s'avère plus lente et plus compliquée que les approches précédentes. Le temps de convergence est égal à 10 fois le temps de convergence des autres méthodes.

- **Conclusion**

Dans cette partie, on a présenté la commande du pendule inversé par des méthodes de commande en modes glissants d'ordre supérieur. Bien que les résultats de poursuite de trajectoire soient bons, on remarque que le signal de commande est discontinu pour les méthodes TWG, PCL et Quasi-Continue alors qu'il est continu dans les autres cas. Ceci a permis d'atténuer ou d'éliminer le chattering

III.2.3. système multi variable :

Dans cette partie, on va commander un robot manipulateur à deux articulations.

Modèle utilisé :

Le système considéré est un robot manipulateur constitué par deux articulations et deux segments rigides comme le montre la figure III .10

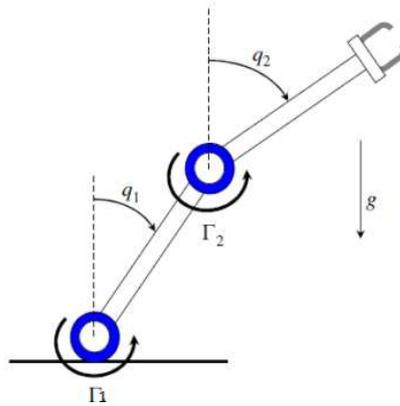


Figure III.10: bras manipulateur à deux articulations.

Le modèle dynamique du bras manipulateur est donné par l'équation (III. 31):

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Gamma(q) + \underline{D} \quad (\text{III.31})$$

$\Gamma(q)$: est le vecteur des couples appliqués à chacun des membres actionnés du robot.

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} (q) + \underline{D} \quad (\text{III.32})$$

$$C(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)l_1 g s_1 \\ -m_2 l_2 g s_2 \end{bmatrix}, \quad q = [q_1, q_2]^T \quad (\text{III.34})$$

$M(q)$: La matrice d'inertie, $C(q, \dot{q})$: vecteur de dimension 2 représentant les forces de Coriolis et $G(q)$ le vecteur de gravité de dimension (2×1) .

En prenant comme variables d'état les positions : $x_1 = q_1$ et $x_3 = q_2$, le modèle s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(X) + g_{11}(X)u_1 + g_{12}(X)u_2 + d_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(X) + g_{21}(X)u_1 + g_{22}(X)u_2 + d_2 \\ X &= [x_1, x_2, x_3, x_4]^T, \quad u = [u_1, u_2]^T\end{aligned}\tag{III.35}$$

Les sorties commandées : $y_1 = x_1, y_3 = x_3$

$g_{12}(X) = g_{21}(X) = 0$ (sorties du système découplées).

Les paramètres utilisés en simulation sont :

Masses des deux tiges : $m_1 = 1(kg)$, $m_2 = 1(kg)$

Longueurs des deux segments $l_1 = 1(m)$, $l_2 = 1(m)$

Positions angulaires $(q_1, q_2(rad))$ appartenant à l'intervalle $[-(\pi/2), (\pi/2)]$

$$g = 9.8 (m/s^2), \quad s_i = \sin(q_i), \quad c_i = \cos(q_i), \quad i = 1, 2.$$

Les trajectoires désirées sont : $x_d = [\sin(2t), 2\cos(2t), \sin(2t), 2\cos(2t)]^T$

Les perturbations externes : $d = [0, \sin(2t) + \sin(3t), 0, \sin(2t) + \sin(3t)]^T$

Les structures incertaines qui représentent les variations au niveau des masses sont :

$$dm_i = m_i(0.2\sin(2t) + 0.5\sin(3t))$$

Les conditions initiales : $X(0) = [1, 0, 1, 0]$

- **Calcul de la commande :**

Les variables de glissement sont choisies comme suit :

$$s_1 = x_1 - x_{d1}\tag{III.36}$$

$$s_2 = x_3 - x_{d3}\tag{III.37}$$

On dérive s_1 et s_2 par rapport au temps jusqu'à l'apparition des entrées u_1 et u_2 .

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{d1}\tag{III.38}$$

$$\ddot{s}_1 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{d1} = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{d1}\tag{III.39}$$

$$\ddot{s}_1 = f_1(X) + g_{11}(X)u_1 + d_1 - \ddot{x}_{d1}\tag{III.40}$$

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{d3}\tag{III.41}$$

$$\ddot{s}_2 = \ddot{x}_3 - \ddot{x}_{d3} = \dot{x}_4 - \ddot{x}_{d3}\tag{III.42}$$

$$\ddot{s}_2 = f_2(X) + g_{22}(X)u_2 + d_2 - \ddot{x}_{d3}\tag{III.43}$$

Etant donné que les degrés relatifs de s_1 et de s_2 par rapport aux entrées u_1 et u_2 sont égaux respectivement à deux ($n_1 = 2$) et ($n_2 = 2$), il n'est pas possible d'utiliser des lois de commande en mode glissant d'ordre un avec ce choix des variables de glissement.

Il existe six constantes positives C_{01} , K_{m1} , K_{M1} , C_{02} , K_{m2} et K_{M2} telles que les inégalités suivantes soient vérifiées afin d'assurer une convergence en temps fini vers les ensembles de glissement d'ordre 2 $S2_1$ et $S2_2$:

$$|f_1(X) + d_1 - \ddot{x}_{d1}| < C_{01} \text{ et } 0 < K_{m1} \leq g_{11}(X) \leq K_{M1} \tag{III.44}$$

$$|f_2(X) + d_2 - \ddot{x}_{d3}| < C_{02} \text{ et } 0 < K_{m2} \leq g_{22}(X) \leq K_{M2} \tag{III.45}$$

$$S2_1 = \{x \in X : s_1 = \dot{s}_1 = 0\} \tag{III.46}$$

$$S2_2 = \{x \in X : s_2 = \dot{s}_2 = 0\} \tag{III.47}$$

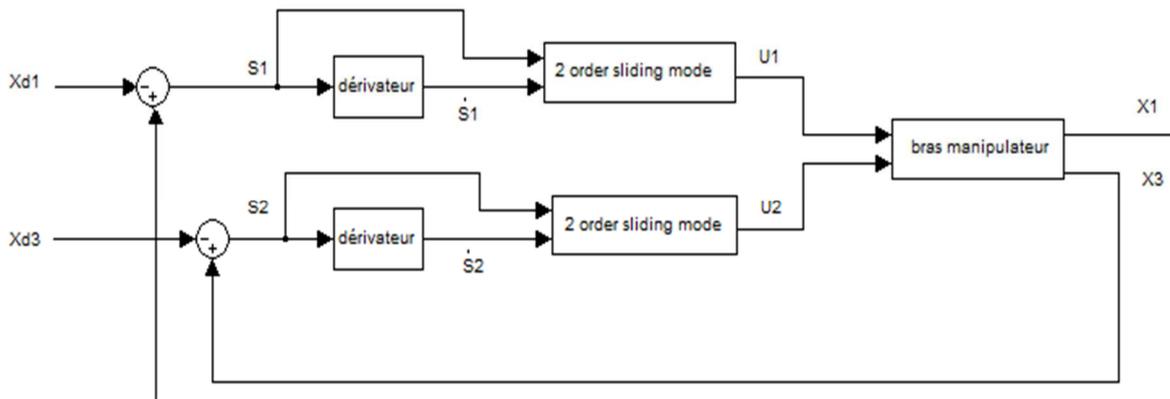


Figure III.11 : le schéma de principe de la commande

• **Résultats des simulations et discussions :**

Dans cette partie, on présente les résultats obtenus en simulation pour les méthodes suivantes :

- PCL et MPCL (utilisation de la fonction tanh au lieu de signe) : figures III.12a-III.12h

-Twisting et MTwisting: figures III.13a-III.13f

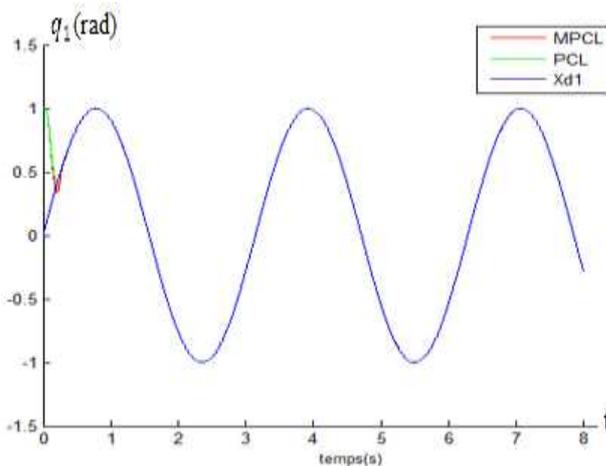


Figure III.12a : La trajectoire x_1 du système

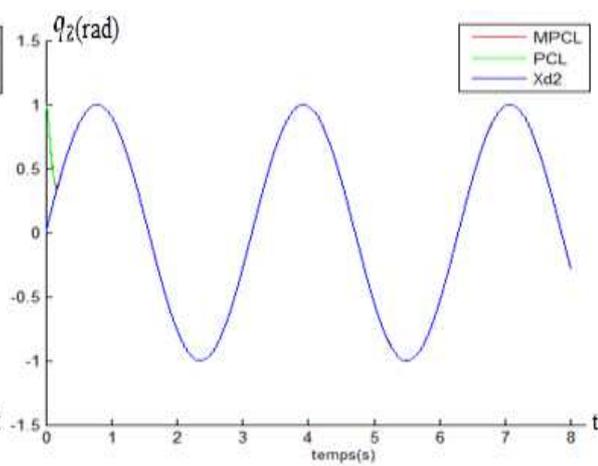


Figure III.12b : La trajectoire x_2 du système

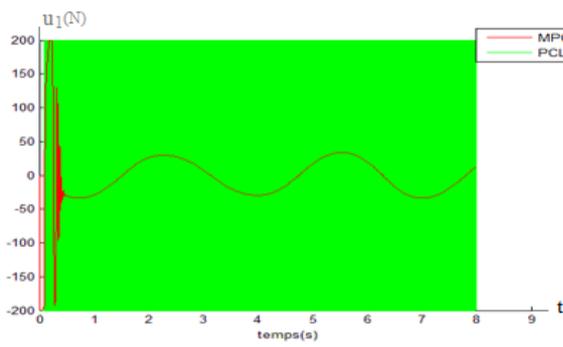


Figure III.12c: L'effort appliqué u_1

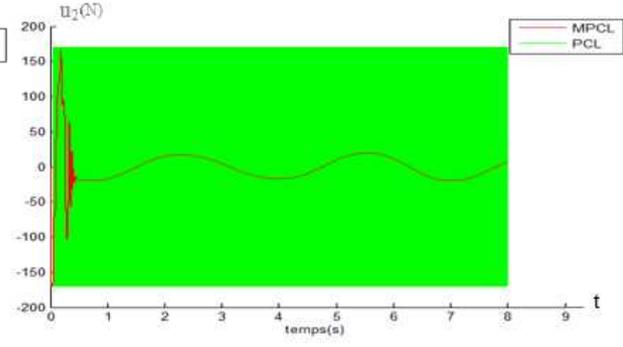


Figure III.12d :l'effort appliqué u_2

avec $(\alpha_1 = 200, \alpha_2 = 170, \beta_1 = \beta_2 = 11)$.

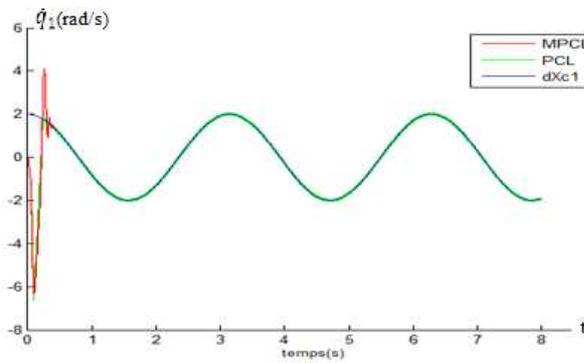


Figure III.12e : la dérivée de trajectoire x_1

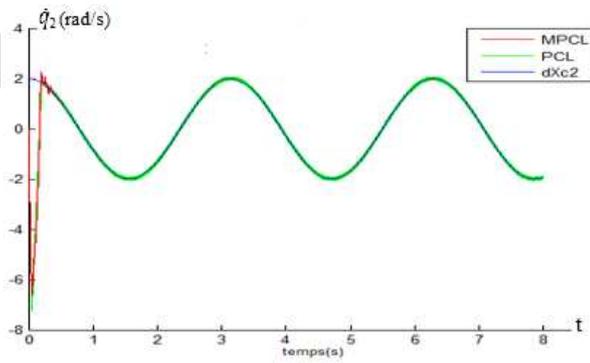


Figure III.12f : la dérivée de trajectoire x_2

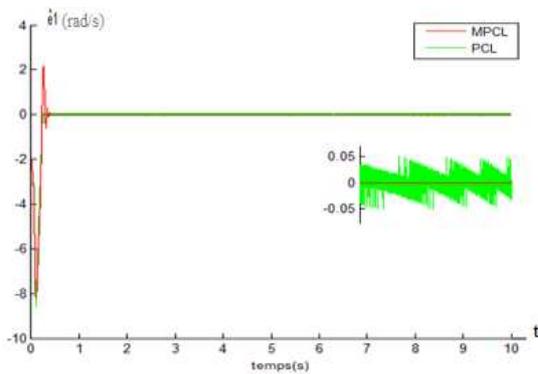


Figure III.12g : la dérivée de e_1

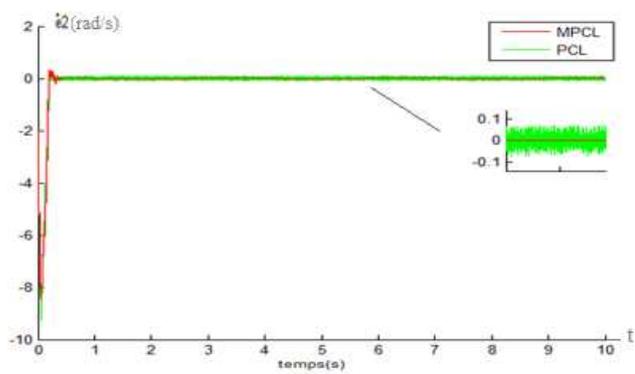


Figure III.12h : la dérivée de e_2

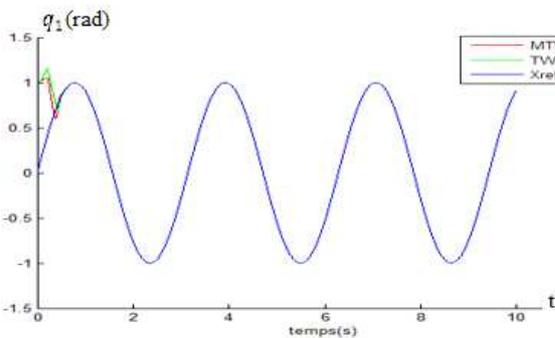


Figure III.13a: La trajectoire x_1 du système

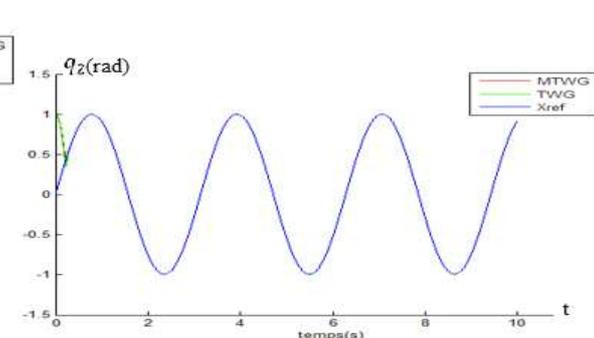
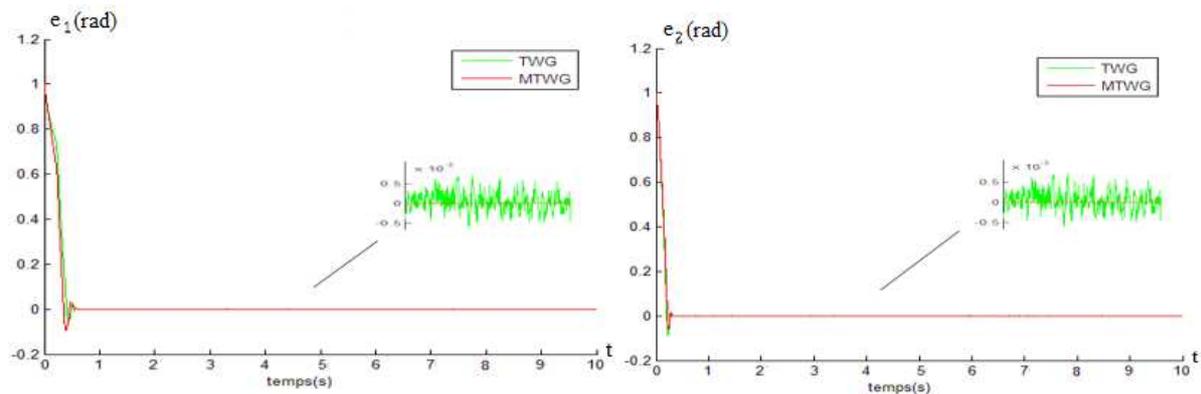
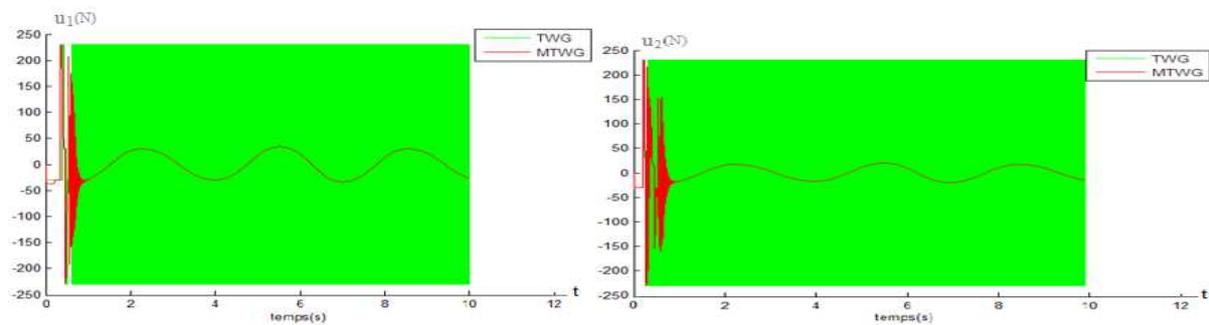


Figure III.13b : La trajectoire x_2 du système

Figure 11.13c: l'erreur de poursuite e_1 Figure 11.13d : l'erreur de poursuite e_2 Figure 11.13e: L'effort appliqué u_1 Figure 11.13f: L'effort appliqué u_2

Les figures ci-dessus montrent que les deux erreurs de poursuite tendent vers la valeur nulle et que les signaux de commande sont continus pour les lois utilisant la fonction tanh au lieu de la fonction signe. Les performances obtenues sont satisfaisantes comme le montre la poursuite des trajectoires et une atténuation importante du phénomène de chattering est obtenue.

11.3 Régulation autour d'un point d'équilibre par mode glissant :

Dans cette partie on va tester en simulation l'aptitude du contrôleur mode glissant d'ordre supérieur à commander les instabilités d'un système non linéaire (compresseur).

11.3.1. Le compresseur :

Les compresseurs sont des appareils destinés à réaliser un accroissement de pression. Les fluides traversant les compresseurs peuvent être de nature diverse : gaz pur, mélange gazeux, vapeur surchauffée ou saturée. Le schéma d'un compresseur axial avec ses différents constituants est représenté sur la figure (11.14) [24]. L'air traverse une série d'aubes mobiles (rotor) et d'aubes fixes (stator) concentriques. Le rôle du rotor est principalement d'augmenter l'énergie cinétique de l'air ainsi que sa pression statique. Le rôle de stator est de rediriger l'écoulement de l'air vers la direction axiale afin de transformer l'énergie cinétique en pression.

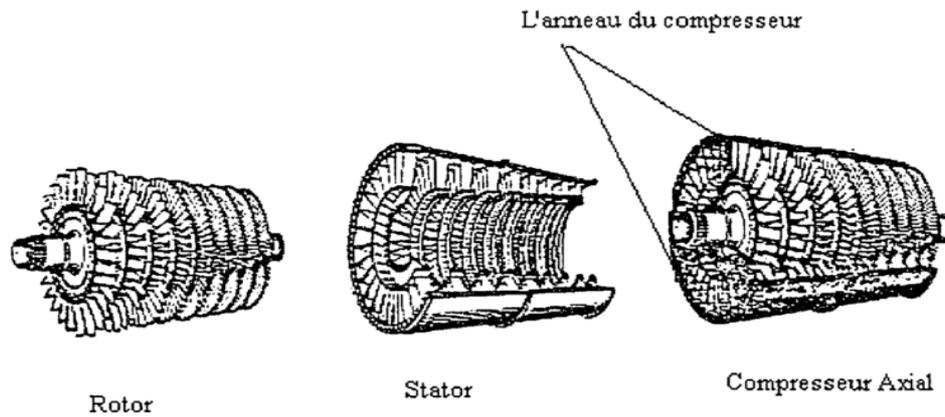


Figure III.14 : éléments constitutifs et ensemble du compresseur axial

Les systèmes de compression sont toujours assujettis à des perturbations de natures différentes qui empêchent leur bon fonctionnement. Dans notre étude, on s'intéressera à l'élimination des instabilités de nature aérodynamique (pompage et décrochage tournant).

- **Pompage (surge) :**

Le pompage est un phénomène très complexe qui prend naissance dans certaines conditions de fonctionnement. Il se manifeste lorsque le débit volumique d'air descend en-dessous d'une certaine limite pour une vitesse de rotation donnée. Il se produit alors des variations périodiques importantes de la pression et du débit à une fréquence plus ou moins grande. Ces variations provoquent une vibration qui peut détruire l'équipement. Le pompage peut se manifester par un retour du fluide lorsque la pression dans le plenum est supérieure à celle du compresseur.

- **Le décrochage tournant :**

Le décrochage tournant est une perturbation rencontrée dans la plupart des turbomachines. Il se manifeste sous la forme d'une cascade de structures tournantes non stationnaires de distribution non uniforme qui se propagent à travers l'anneau du compresseur (élément sur lequel s'attachent les aubes du stator) avec une vitesse qui varie entre 20-70 % de la vitesse de rotation du rotor. Ce phénomène prend naissance au niveau des aubes du compresseur.

Le décrochage tournant cause une réduction de pression et de débit considérables qui limite les performances du système de compression. Cette instabilité est responsable de problèmes vibratoires importants. En pratique on peut avoir une combinaison du pompage et du décrochage, connu sous le nom de pompage modifié.

- **Modèle de Moore et Greitzer :**

Le modèle de compression utilisé par Moore et Greitzer est représenté par la figure suivante :

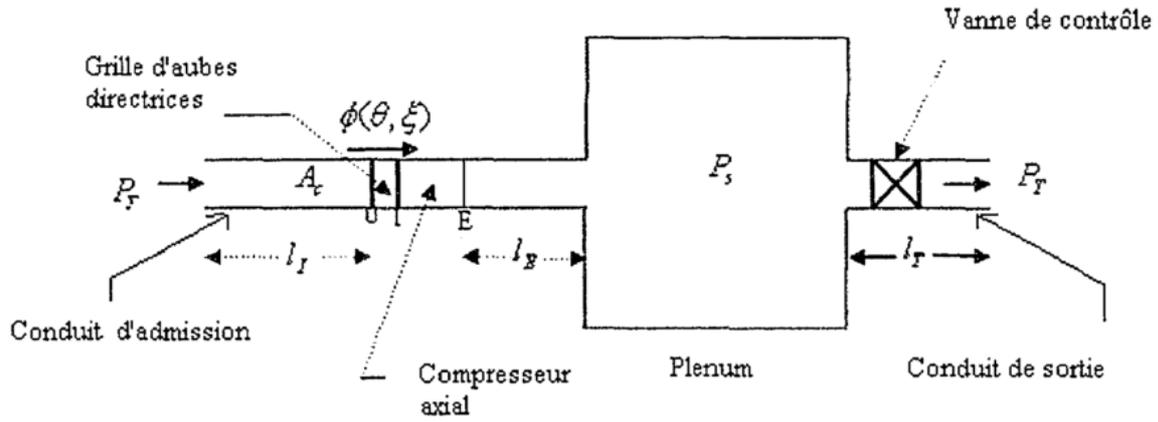


Figure III.15 : Système de compression pour le modèle Moore-Greitzer

P_T est la pression totale à l'entrée du système et P_s est la pression statique dans le plenum. Ce modèle [24] a été développé pour un compresseur axial à plusieurs étages.

Il est décrit par trois équations différentielles :

$$\dot{\Psi} = \frac{1}{\beta^2} (\phi - \phi_T(\Psi)) \quad (III.48)$$

$$\dot{\phi} = -\Psi + \Psi_c(\phi) - 3\phi R \quad (III.49)$$

$$\dot{R} = \sigma R(1 - \phi^2 - R) \quad (III.50)$$

$$\Psi_c(\phi) = \Psi_{c0} + 1 + 1.5\phi - 0.5\phi^3$$

$$\phi_T = \sqrt{\gamma\Psi} - 1, \quad \gamma > 0 \quad (III.51)$$

$(\Psi_c(\phi))$ et ϕ_T représentent les caractéristiques du compresseur et du clapet de sortie. γ : paramètre du clapet.

ϕ : le coefficient de débit, Ψ : la montée en pression et R : le carré de l'amplitude du décrochage tournant (fondamental).

Le paramètre Ψ_{c0} représente la nature du compresseur et β un paramètre fonction du réservoir et de la vitesse de rotation.

Il est admis que le paramètre γ peut-être décomposé en $\sqrt{\gamma} = (u + \mu)$, où u est proportionnel à la section de la vanne du clapet et μ un paramètre représentant les perturbations d'entrée et de la chambre de combustion [24].

L'ensemble E des commandes assurant l'équilibre est donné par la relation :

$$f(R, \phi, \Psi) + g(R, \phi, \Psi)(u_e + \mu) = 0 \quad (III.52)$$

Pour $R_e = 0$

$$\Psi_e = \Psi_c(\phi_e) \quad (III.53)$$

$$(u_e + \mu) = (\phi_e + 1) / \sqrt{\Psi_e}, \quad \phi_e \in R \quad (III.54)$$

Pour $R_e = 1 - \phi_e^2$

$$\Psi_e(\phi_e) = \Psi_{c0} + 1 + 1.5\phi_e + 2.5\phi_e^3 \tag{III.55}$$

$$(u_e + \mu) = (\phi_e + 1)/\sqrt{\Psi_e} \quad , \quad -1 < \phi_e < 1 \tag{III.56}$$

Un point d'équilibre axisymétrique est un point avec $R_e = 0$ et un point d'équilibre non axisymétrique est un point où $R_e > 0$.

Le maximum de montée en pression est obtenu au point critique

$$\phi_0 = 1 \quad , \quad \Psi \Psi_0 = \Psi \Psi_{c0} + 1 \quad \text{et} \quad R_e = 0$$

En introduisant les nouvelles variables

$$e_\phi = \phi - \phi_e \quad , \quad e\Psi_\Psi = \Psi\Psi - \Psi_e \quad , \quad e_R = R - R_e \tag{III.57}$$

$$e_u = u - u_e \tag{III.58}$$

Le modèle s'écrit autour d'un point d'équilibre $(R_e, \phi_e, \Psi_e, u_e)$ de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{d(e_R)}{dt} \\ \frac{d(e_\Phi)}{dt} \\ \frac{d(e\Psi)}{dt} \end{bmatrix} = f(R, \Phi, \Psi) + g(R, \Phi, \Psi)(e_u + u_e + \mu) \tag{III.59}$$

III.3.2.Simulation et discussion :

Les paramètres du compresseur utilisés en simulation sont [24] :

$$\Psi_{c0} = 0.1469, \quad \sigma = 5.7756, \quad \beta = 0.1837$$

Les tests ont été réalisés pour les lois de commande suivantes :

- Twisting et Twisting Modifié
- Quasi continue (Chattering attenuation)
- Fuzzy Quasi continu :

Dans ce cas le schéma de commande du compresseur est représenté par la figure ci-dessous :

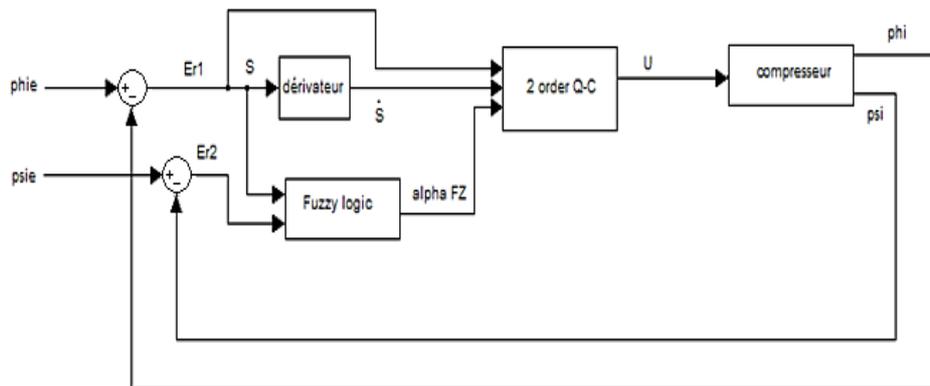


Figure III.16 : exemple du contrôleur FSM d'un compresseur axial.

• **Test1**

Le contrôleur est conçu pour le point d'équilibre non axisymétrique, $\phi_e = 0.5$ et les conditions initiales $\phi_0 = 0.7$, $R_0 = 0.45$, $\Psi_{\psi 0} = 0.4$

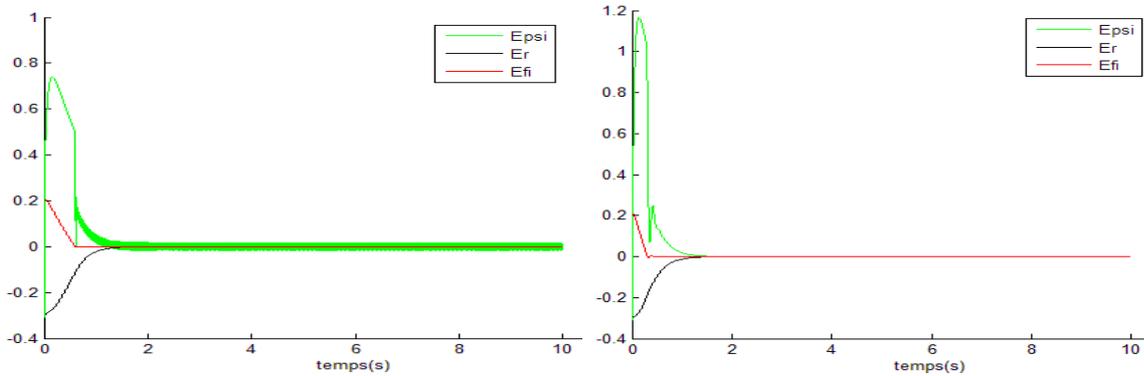


Figure III.17a : les erreurs de position pour la méthode TWG. Figure III.17b: les erreurs de position pour la méthode MTWG

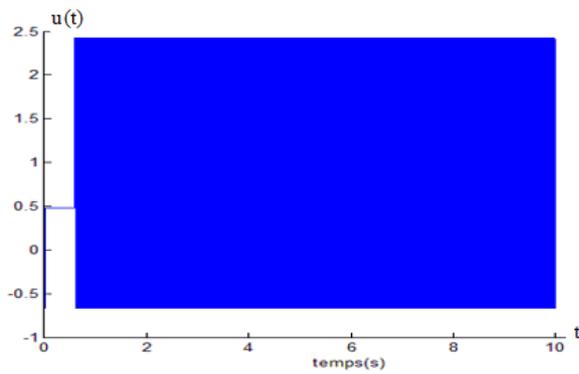


Figure III.17c : l'effort appliqué pour TWG

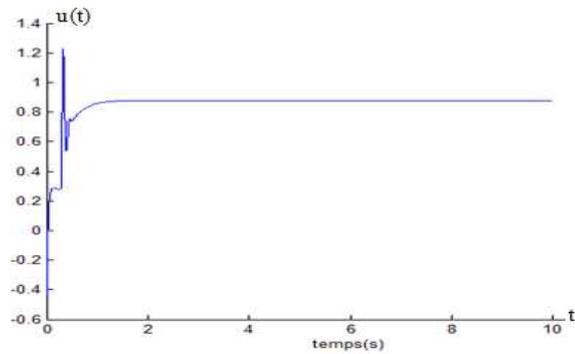


Figure III.17d : l'effort appliqué pour MTWG

Les figures (III.17a-b) montrent que le système est amené au point d'équilibre désiré. Les trois variables e_R , e_ϕ et e_ψ tendent vers des valeurs nulles. Les figures(III.17c-d) montrent que le signal de commande proposée (MTWG) est continu contrairement à celui de (TWG).

En comparant les résultats, la stratégie proposée (MTWG) donne un bon résultat avec un temps de convergence plus court.

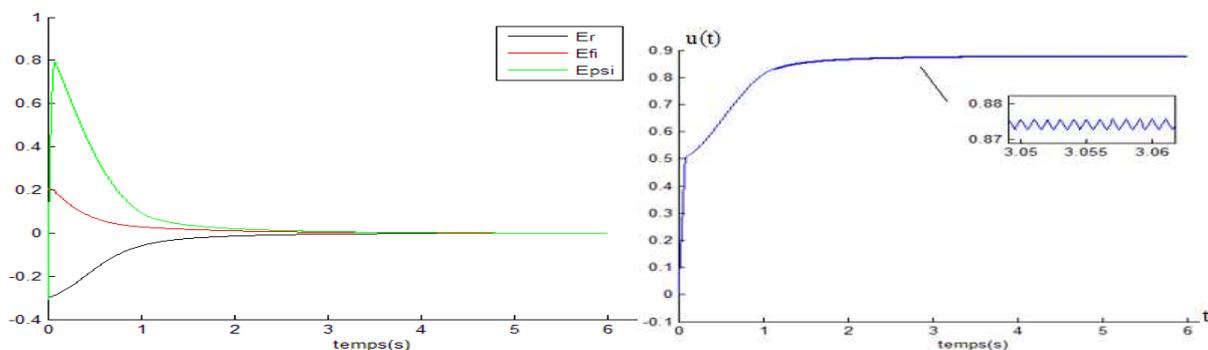


Figure III.18a :les erreurs de poursuite Figure III.18b : la commande QC basée sur

l'algorithme "chattering atténuation"

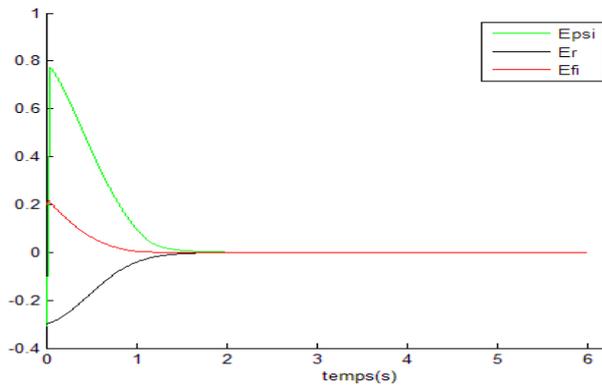


Figure 11.19a : les erreurs de poursuite

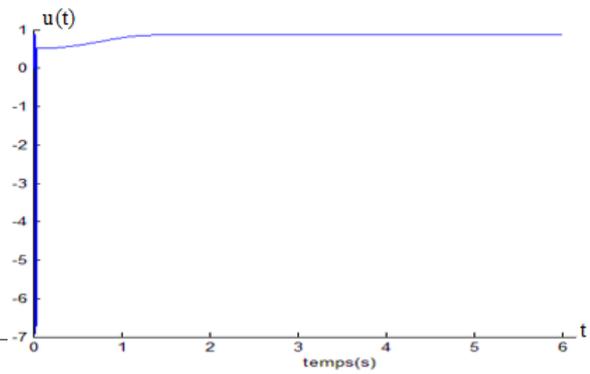


Figure 11.19b : la commande proposée "FZQC".

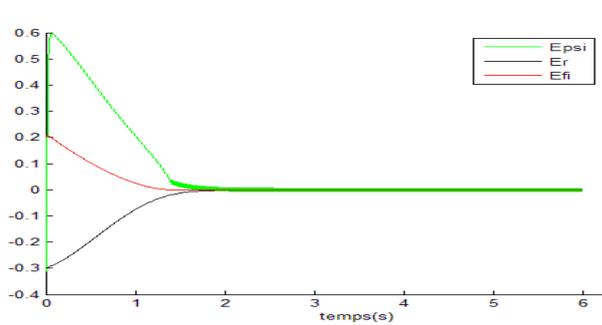


Figure 11.20a : les erreurs de poursuite

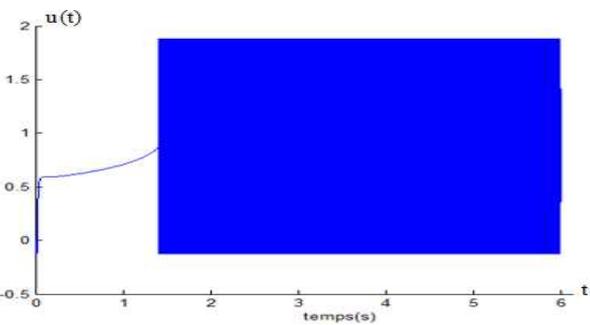


Figure 11.20b : la commande "QC"

D'après les simulations précédentes, le contrôleur FZQC donne les meilleurs résultats avec une commande continue comme le montre la figure (11.19b). L'ordre de précision obtenue est donné par le tableau suivant :

	QC	FZQC	QC.CH.AT	TWG	MTWG
Er	$3 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^{-13}$	10^{-4}	10^{-8}	$2 \cdot 10^{-13}$
Efi	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-14}$	10^{-4}	$6 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-15}$
Epsi	10^{-3}	$3 \cdot 10^{-14}$	10^{-4}	10^{-2}	$7 \cdot 10^{-13}$

Tableau 11. 1 : Comparaison des résultats

• **Test2**

Dans ce test, en commande simultanément le pompage et le décrochage tournant au point d'équilibre critique défini par: $\phi_e = 1$, $\Psi \Psi_e = \Psi_{c0} + 2$ et $R_e = 0$

Les paramètres de simulation sont choisis égaux à $\Psi_{c0} = 2.5$ et $\beta = 0.6698$. A $t = 0$, le système évolue sous la commande u_e à partir des conditions initiales : $\phi_0 = 0.8$, $R_0 = 0.75$, $\Psi \Psi_0 = 2.9$

1) Le pompage et le décrochage tournant apparaissent pour $\mu = 0.8525$. A $t = 40$, on applique au système la commande du contrôleur TWG et MTWG.

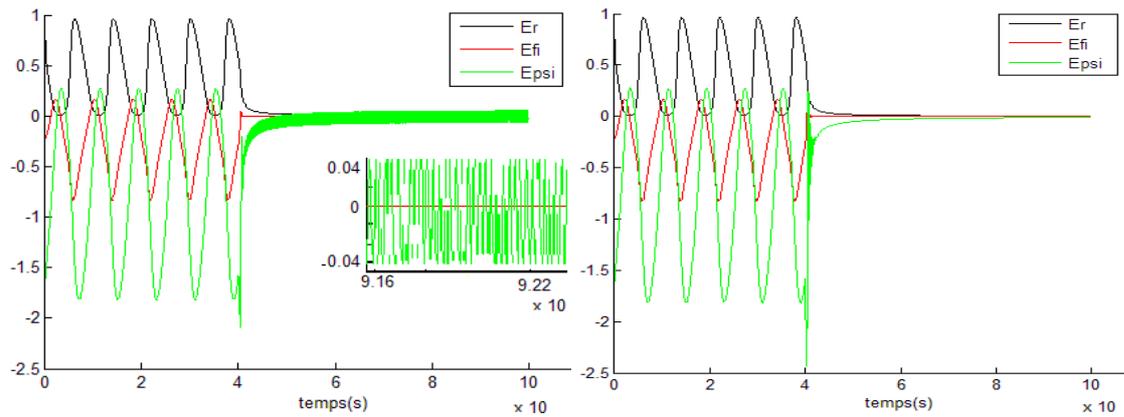


Figure 3.21a : erreurs des variables de sortie (TWG) Figure 3.21b : erreurs des variables desortie (MTWG)

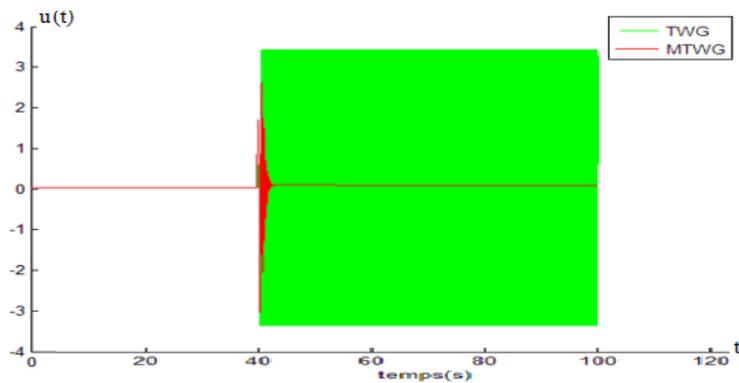


Figure 3.22: signal de commande.

Les variables e_R , e_ϕ et e_{ψ} convergent vers des voisinages des valeurs nulles comme indiqué par la figure (3.21a-b).

Ainsi, sous l'action du contrôleur twisting modifié figure (3.22), le système se stabilise au point d'équilibre axisymétrique ($\phi_e = 1$, $\Psi_e = \Psi_{c0} + 2$ et $R_e = 0$) et les instabilités se trouvent éliminées. La figure (3.21b) montre que les trois erreurs de poursuite tendent vers la valeur nulle ce qui implique l'efficacité de contrôleur proposé pour les systèmes SIMO.

3) les contrôleurs basés sur la commande QC :

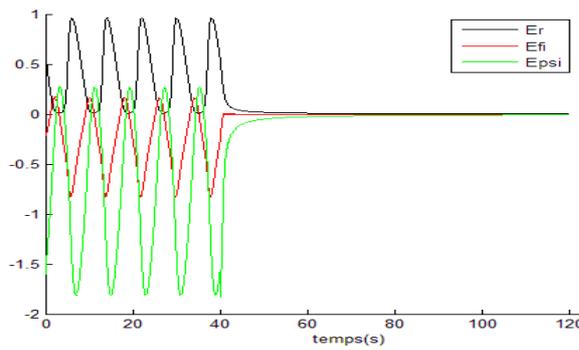


Figure III.23a : les erreurs de poursuite

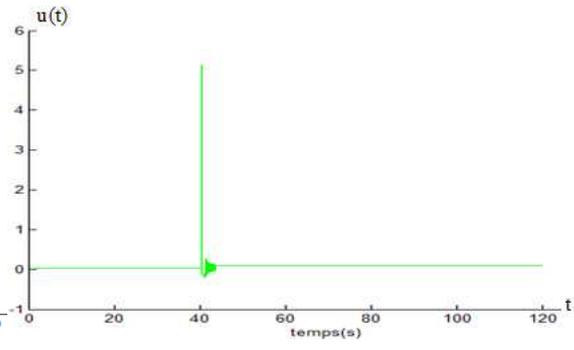


Figure III.23b : la commande proposée "FZQC".

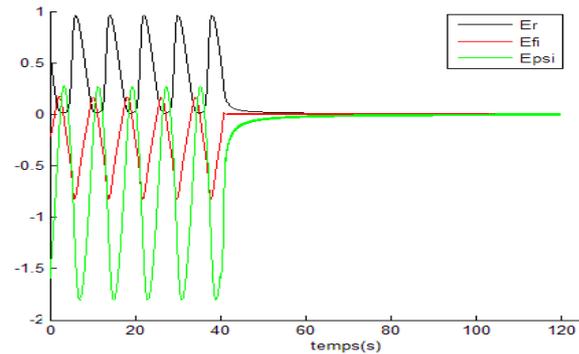


Figure III.24a : les erreurs de poursuite

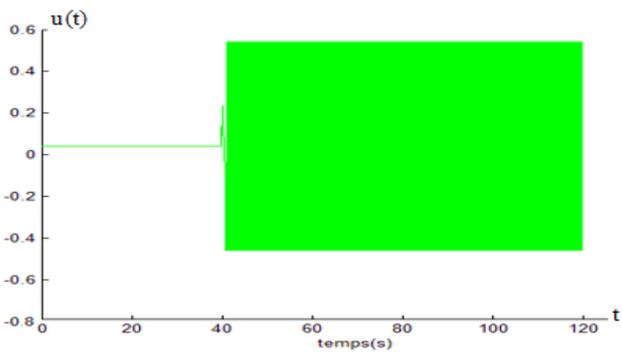


Figure III.24b : la commande "QC".

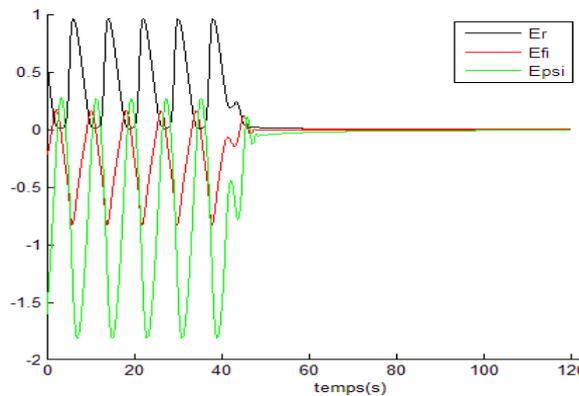


Figure III.25a : les erreurs de poursuite

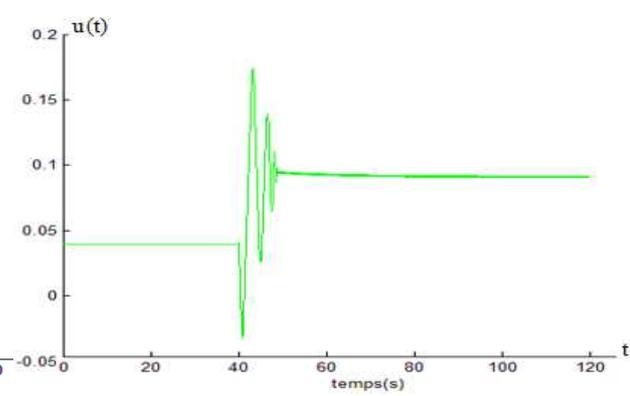


Figure III.25b : la commande QC basée sur l'algorithme "chattering atténuation"

Les figures (III.23a, III.24a, III.25a) montrent que sous l'action des contrôleurs les instabilités (le pompage et le décrochage tournant) sont éliminées et les différentes variables convergent vers leurs références. Le signal de commande est borné pour les trois cas, figures (III.23b, III.24b, III.25b). La commande FZQC et QC.CH.AT. devient lisse rapidement. la méthode FZQC donne le meilleur temps de réponse ainsi que la meilleure précision (il est de l'ordre 10^{-13}) avec une élimination complète du phénomène de chattering.

Conclusion :

Les résultats obtenus en simulation montrent que :

- Les erreurs de poursuite tendent vers des valeurs nulles
- Les signaux de commande sont continus pour les lois utilisant la fonction tanh au lieu de la fonction signe (MPCL,MTWG, CH.ATT)
- Les performances obtenues en poursuite sont satisfaisantes et une atténuation importante du phénomène de chattering est constatée pour les méthodes utilisant la fonction signe (TWG, PCL et Quasi-Continue)
- Les instabilités du compresseur sont éliminées en un point de fonctionnement prouvant les bonnes performances en régulation.
- Les signaux de commande FZQC et QC.CH.AT sont continus et deviennent lisses rapidement.
- La méthode FZQC donne le meilleur temps de réponse ainsi que la meilleure précision (il est de l'ordre 10^{-13}) avec une élimination complète du phénomène de chattering.

Conclusion général

La commande classique des systèmes en mode glissant d'ordre un présente, en général, l'inconvénient majeur du phénomène de chattering. Pour atténuer ou éliminer celui-ci, des solutions ont été proposées en remplaçant le terme discontinu (fonction signe) par une fonction continue (tangente hyperbolique, saturation etc ...). Cependant, même en appliquant cette méthode, on n'a pas pu éliminer les commutations sur la commande en MGO1.

Récemment, les chercheurs se sont intéressés à de nouvelles méthodes de commande par modes glissants d'ordre supérieur, basées sur la théorie de l'homogénéité et l'ordre de glissement.

Dans ce travail, on a étudié plusieurs lois de commande par mode glissant d'ordre supérieur (ordre 2 et arbitraire). La commande par MGOS est basée sur la variable de glissement et le rejet des discontinuités de la commande vers les dérivées d'ordre supérieur.

Les commandes obtenues sont discontinues et dans le but d'éliminer ou d'atténuer le chattering résultant, on a remplacé la fonction discontinue (signe) par une fonction continue (tanh).

Les résultats en simulation de l'application des différentes lois montrent que :

- Les erreurs de poursuite tendent vers des valeurs nulles
- Les signaux de commande sont continus pour les lois utilisant la fonction tanh au lieu de la fonction signe (MPCL,MTWG, CH.ATT)
- Les performances obtenues en poursuite sont satisfaisantes et une atténuation importante du phénomène de chattering est constatée pour les méthodes utilisant la fonction tanh (TWG, PCL et Quasi-Continue)
- Les instabilités du compresseur sont éliminées en un point de fonctionnement prouvant les bonnes performances en régulation.
- Les signaux de commande FZQC et QC.CH.AT sont continus et deviennent lisses rapidement.
- La méthode FZQC donne le meilleur temps de réponse ainsi que la meilleure précision (de l'ordre de 10^{-13}) avec une élimination complète du phénomène de chattering.

Références :

- [1] Slotine, J.-J. E., & Li, W. "Applied Nonlinear Control". London: Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [2] Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E., and Utkin, V.I., "On multi-Input chattering free second order sliding mode control", IEEE Trans. Auto. Control. vol. 45, n°9, pp 1711-1717, 2000.
- [3] L. Fridman et A. Levant. "High-Order Sliding Modes Sliding Modes Control in Engineering", Ed. W. Perruquetti, J.P. Barbot, M. Dekker, Inc. New York, 2002.
- [4] H. Bühler, "Réglage par mode de glissement", traité d'électricité, 1ère édition, presses, 1991.
- [5] Levant, A., "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", International Journal of Control, vol 58, no 6, pp 1247–1263, 1993.
- [6] V.Utkin, and HoonLee, "Chattering problem in Sliding Modes Control Systems", pp 346-350, Alghero Italy, 2007.
- [7] L.Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards and Xing-Gang Yan, "High-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems", international Journal of robust and nonlinear control 18(4-5): pp 399-413, 2008.
- [8] I.Boiko, L. Fridman, A. Pisano, and Usai. "Analysis of chattering in system with second order sliding modes", IEEE Transactions on Automatic Control, vol 52, no, 11, pp, 2085-2102, 2007.
- [9] A Hamzaoui, N Essounbouli and J Zaytoon, "Fuzzy Sliding Mode Control for Uncertain SISO Systems", Processing of IFAC Conf. on Intelligent Control Systems and Signal ICONS'03, pages 233–238, 2003.
- [10] O. Bethoux, "commande se détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série", thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy-Pontoise. 2005.
- [11] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems", Springer-Verlag Communication and Control Engineering, ISBN 3-540-19916-0 3rd edition, 1995.
- [12] A. Levant. "Homogeneity approach to high-order sliding mode design", Automatica, Vol.41, pp. 823-830, 2005.
- [13] A.Levant. "Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers". IEEE Transactions on Automatic Control, 50(11), 1812-1816, 2005.
- [14] L. Fridman, A. Levant, and J. Davila. "Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes". International Journal of systems science, 38(10):773-791, 2007.

- [15] Bartolini, G., Ferrera, A., Levant, A., Usai, E. "On second order sliding mode controllers". Lecture notes in control and information sciences, vol. 247, pp. 329-350, 1999.
- [16] A. Levant, "Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique", Automatica, Vol. 34, No. 3, pp. 379-384, 1998.
- [17] A. Levant. "Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence". IEEE Transactions on Automatic Control, 46(9):1447-1451, 2001.
- [18] A. Levant. "Principles of 2-Sliding Mode Design". 2007.
- [19] G. Bartolini, A. Ferrara, et E. Usai. "Chattering Avoidance by Second Order Sliding Mode control". IEEE transactions on Automatic Control, Vol. 43, no2, 1998.
- [20] Q. P. Ha, Member, IEEE, Q. H. Nguyen, D. C. Rye, Member, IEEE, and H. F. Durrant-Whyte. "Fuzzy Sliding-Mode Controllers with Applications". IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 48, NO. 1, FEBRUARY 2001.
- [21] F. Barrero, A. González, A. Torralba, E. Galván, and L. G. Franquelo. "Speed Control of Induction Motors Using a Novel Fuzzy Sliding-Mode Structure". IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS, VOL. 10, NO. 3, JUNE 2002.
- [22] Chi-Ying Lianga, Juhng-Perng Su. "A new approach to the design of a fuzzy sliding mode controller". Fuzzy Sets and Systems 139 111–124 , 2003.
- [23] M. Manceur, N. Essounbouli, A. Hamzaoui. "Two Order Sliding Fuzzy Type-2 Control Based on Integral Sliding Mode for MIMO Systems". EUSFLAT-LFA 2011.
- [24] W. Kang, G. Gu, A. Sparks, S. Banda. "Bifurcation test functions and surge control for axial flow compressors". Automatica 35 229—239. 1999.

Annexe A :

A.1.Introduction :

Depuis les années 80, les systèmes basés sur la logique floue sont devenus l'un des domaines de recherche les plus fructueux en automatique. Les travaux contemporains se sont inspirés des recherches de Mamdani sur le contrôle flou et ont été motivés par les articles de Zadeh sur l'approche linguistique dans le réglage des systèmes. A partir de 1985, la logique floue est appliquée dans les systèmes de réglage, les systèmes experts ainsi que dans les systèmes de décision pour la reconnaissance de formes, etc. le domaine d'application le plus important est celui du réglage et de la commande de systèmes industriels. La plupart des applications industrielles sont réalisées au Japon : appareils photo, contrôleurs de réacteurs nucléaires, aspirateurs, produits électroménagers, etc.

A.2. Généralités sur la logique floue type-1 :

L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécision et l'incertitude. Cette logique a été introduite dans le but d'approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation adéquate des connaissances. Ainsi, le succès de la commande floue trouve en grande partie son origine dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistiques « si ... alors » facilement interprétables.

La structure de base d'un système flou se divise en trois parties principales comme le montre la figure (A.1).

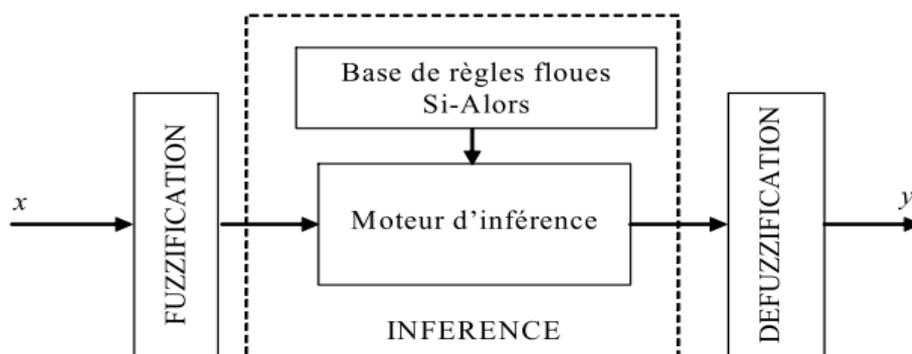


Figure (A.1) : Système flou type-1

A.2.1. Fuzzification :

L'entrée x varie dans un domaine appelé univers de discours X , divisé en un nombre fini d'ensembles flous de telle sorte que dans chaque zone il y a une situation dominante. Afin de faciliter le traitement numérique et l'utilisation de ces ensembles, on les décrit par des fonctions convexes dite d'appartenance. Elles admettent comme argument la position de x dans l'univers de discours, et comme sortie le degré d'appartenance de x à la situation décrite par la fonction. En général, la forme des fonctions d'appartenance dépend de l'application, et peut être triangulaire, trapézoïdale ou en forme de cloche comme le montre la figure (A.2)

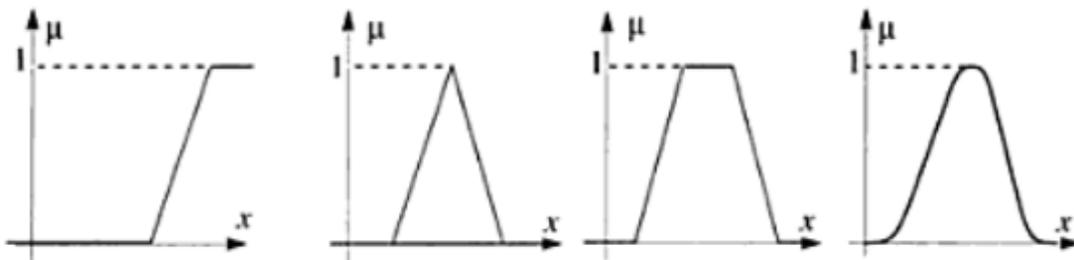


Figure (A.2) : différentes formes de fonctions d'appartenance

La fuzzification consiste à attribuer à une variable réelle de chaque entrée, au temps t , une variable linguistique caractérisée par sa fonction d'appartenance à chacun des ensembles flous définis préalablement.

A.2.2. Inférence :

A partir de la base des règles donnée par l'expert et des sous-ensembles flous correspondants à la fuzzification des entrées, le mécanisme d'inférence calcule le sous-ensemble flou (A.1) relatif à la commande du système.

$$\text{Si prémisses Alors conclusion} \quad (\text{A.1})$$

Où la prémisses est un ensemble de conditions liées entre elles par des opérateurs flous.

La partie conclusion peut être une description d'évolution dans le cas d'une identification ou une action dans le cas d'une commande. Les opérateurs flous utilisés dans la partie prémisse sont les conjonctions : "ET", "OU".

L'interprétation de ces conjonctions dépend directement du type du moteur d'inférence adopté. La relation entre la prémisse et la conclusion "Alors" peut être traduite par le produit ou le minimum.

La base des règles floues est constituée par une collection des règles linguistiques de la forme :

$$\text{si } x_1 \text{ est } E_1^j \text{ et } x_2 \text{ est } E_2^j \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } E_n^j \text{ alors } u_j \text{ est } U_j \quad (\text{A.2})$$

où x_i ($i = 1, \dots, n$) sont les entrées du système flou, E_i^j est l'ensemble flou correspondant à l'entrée x_i , u_j est la sortie de la $j^{\text{ème}}$ règle. L'opérateur "ET" est interprété par le produit algébrique ou le minimum.

La sortie du système flou fait intervenir, généralement, plusieurs règles floues. La liaison entre ces règles se fait par l'opérateur "OU", ainsi la conclusion finale sera :

$$u \text{ est: } u_1 \text{ OU } u_2 \dots \text{ OU } \dots \text{ OU } u_m \quad (\text{A.3})$$

A.2.3. Défuzzification :

La défuzzification a pour objectif de transformer la variable linguistique définie par le mécanisme d'inférence en une valeur réelle (non floue) permettant ainsi la commande effective du système. Parmi les méthodes utilisées dans la littérature pour réaliser cette opération, on peut citer :

1. La méthode du centre de gravité.
2. La méthode de la moyenne des centres.
3. La méthode de la valeur maximale.

RESUME

Dans ce mémoire, nous avons présenté une revue des principales méthodes de commande en mode glissant d'ordre supérieur et testé leur aptitude à commander les systèmes non linéaires tels que le pendule inversé, le bras d'un robot manipulateur et le compresseur. Afin de réduire l'effet du phénomène de broutement, on a utilisé trois approches à savoir :

- une approche qui consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue.
- une approche proposée par A. Levant et basée sur la théorie de l'homogénéité.
- une approche basée sur la combinaison de la logique floue et de la commande par mode glissant d'ordre supérieur.

Mots clés : contrôleur en mode glissant d'ordre supérieur, broutement, contrôleur de levant, robustesse, systèmes non linéaires (SISO) et (MIMO).

ABSTRACT

In this work, we have presented a review of the main methods of high order of sliding mode control and studied their performances in controlling nonlinear systems such as inverse pendulum, a robot arm and the compressor. In order to reduce the chattering phenomenon, we have considered three methods:

- A method that replaces the function sign by a continuous approximation,
- A method based on the homogeneity theory of A. Levant,
- A method based on a combination of fuzzy logic and high order sliding mode.

Key Words: high-order sliding mode controller, chattering, Levant controller, robustness, nonlinear system (SISO) and (MIMO).

ملخص

خلال هذه المذكرة حاولنا تقديم أهم الطرق المستعملة في التحكم بالأنظمة المنزلفة ذات الرتبة العالية واختبار تحكمه في الأنظمة الغير الخطية مثل النواس المعاكس, اليد الالي وضغط الهواء. من أجل تخفيض تأثير ظاهرة التردد استعملنا ثلاثة طرق:

- الطريقة التي تعتمد على تغيير دالة الإشارة بدالة مستمرة.
- طريقة A.LEVANT التي تعتمد على طريقة التجانس.
- الطريقة التي تعتمد على الارتباط بين المنطق الغامض والتحكم بالأنظمة المنزلفة ذات الرتبة العالية.

الكلمات المفتاحية: مراقب بالأنظمة المنزلفة ذات الرتبة العالية، التردد، مراقب $L.A$ ، الصلابة، الأنظمة غير الخطية.