

**REPUBLIQUE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE CONSTANTINE I
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE**

N° Ordre :

Série :

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de magistère

En électronique

OPTION

CONTROLE DES SYSTEMES

Par

HAZIL Omar

Thème

***Modélisation et commande prédictive flou robuste des
convertisseurs DC-DC en utilisant le formalisme LMI***

SOUTENU LE /11/2013

Devant le jury : Khaled Belarbi

Professeur, Université de Constantine1

Rapporteur : Salim Filali

Professeur, Université de Constantine1

Examineurs :

Brahim Boutamina

Maître de conférences, Université de Constantine1

Mohamed Chemachema

Maître de conférences, Université de Constantine1

Remerciements

Ce travail a été réalisé au laboratoire d'automatique et de robotique, département d'électronique, Université Constantine 1.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères à mon à Monsieur FILALI Salim, professeur à l'université Constantine 1, pour m'avoir encadré, pour son soutien scientifique, humain et moral et pour ses précieux et fructueux conseils.

Ma grande reconnaissance et ma profonde gratitude vont à Monsieur BOUOUDEN Sofiane Maitres de Conférences à l'université de Khenchela pour ces précieux conseils.

J'exprime mes vifs remerciements à BELARBI Khaled, professeur à l'université Constantine 1, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury.

Mes sincères remerciements vont également à Messieurs BOUTAMINA Brahim et CHEMACHEMA Mohamed, Maitres de Conférences à l'université Constantine 1 qui ont bien voulu examiner ce mémoire.

Enfin, mes remerciements vont aussi à mes parents pour leur patience, leurs encouragements continus et leur soutien inconditionnel. Qu'il trouve ici toute ma gratitude et mon amour.

Sommaire

<i>Chapitre I : Introduction générale</i>	1
<i>Chapitre II : Modélisation des convertisseurs DC-DC</i>	5
II.1. Introduction.....	6
II.2. Les modes de fonctionnement des convertisseurs DC-DC.....	6
II.3. Modélisation des convertisseurs DC-DC.....	8
II.3.1. Modèle moyenne des convertisseurs DC-DC.....	8
II.3.1.1. Convertisseurs Buck.....	10
II.3.1.2. Convertisseurs Boost.....	12
II.3.1.2. Convertisseurs Buck-Boost.....	14
II.3.2. Modèles à temps discret.....	14
II.4. Conclusion.....	17
<i>Chapitre III : Logique floue type 1, Logique floue type 2</i>	18
III.1. Introduction.....	19
III.2. Généralités sur la logique floue type-1.....	19
III.2.1. Ensembles flous type-1.....	19
III.2.2. Opérations de base sur les sous ensembles floues.....	21
III.2.3. Variable linguistique.....	22
III.2.4. Structure d'un système flou type-1.....	22
III.2.4.1. Fuzzification.....	23
III.2.4.2. Base de connaissance.....	23
III.2.4.3. Moteur d'inférence.....	24
III.2.4.4. Défuzzification.....	24
III.3. Généralités sur la logique floue type-2.....	25
III.3.1. Représentation d'un ensemble flou type-2.....	26
III.3.2. Types d'ensembles flous type-2.....	27
III.3.3. Opération sur les ensembles flous type-2.....	28
III.3.4. Structure d'un système flou type-2.....	29
III.3.4.1. Fuzzification.....	30
III.3.4.2. Base de connaissance.....	30
III.3.4.3. Moteur d'inférence.....	30
III.3.4.4. Réduction de type.....	31
III.3.4.5. Défuzzification.....	33
III.4. Commande floue des convertisseurs DC-DC.....	34
III.4.1. Contrôleur flou type 1.....	34
III.4.2. Contrôleur flou type 2.....	36
III.4.3. Simulations et résultats.....	37
III.5. Présentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S).....	40
III.5.1. Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) par secteur non linéaire.....	42
III.6. Conclusion.....	42
<i>Chapitre IV : La commande prédictive sous forme LMI</i>	43
IV.1. Introduction.....	44
IV.2. La Commande prédictive sous contraintes.....	44
IV.2.1. La commande prédictive robuste.....	46
IV.2.2. La commande prédictive sous contraintes terminales (CRHPC).....	47
IV.2.3. Formulation du problème de commande prédictive comme un programme quadratique.....	49
IV.3. Application du Formalisme LMI.....	49
IV.3.1. Formalisme LMI.....	50

IV.3.2. Transformation sous forme LMI.....	51
IV.4. Conclusion.....	53
<i>Chapitre V: Application de la stratégie de commande MPC-LMI</i>	54
V.1. Introduction.....	55
V.2. Modèle flou de T-S des convertisseurs DC-DC.....	55
V.2.1. Modèle flou de T-S de convertisseur Buck.....	55
V.2.2. Modèle flou de T-S de Convertisseur Boost.....	57
V.2.3. Modèle flou de T-S de convertisseur Buck-Boost.....	58
V.3. Résultats de simulation.....	60
V.3.1. Application de la commande prédictive avec contraintes sous forme LMI	60
V.3.2. Application de la commande prédictive avec contraintes sous forme LMI aux systèmes perturbés.....	65
V.4. Conclusion.....	69
<i>Conclusion générale</i>	70
<i>Bibliographie</i>	71
<i>Annexe</i>	73

Liste des figures

Figure II.1. Schéma du convertisseur Buck.....	7
Figure II.2. Formes d'onde du courant en CCM et DCM.....	7
Figure II.3. La forme de signal générée par le circuit PWM.....	7
Figure II.4. Circuit équivalent de convertisseur Buck : (a) <i>sw</i> fermé (b) <i>sw</i> ouvert.....	10
Figure II.5. Schéma du convertisseur Boost.....	12
Figure II.6. Circuit équivalent de convertisseur Boost : (a) <i>sw</i> fermé (b) <i>sw</i> ouvert.....	12
Figure II.7. Schéma du convertisseur Buck-Boost.....	13
Figure II.8. Circuit équivalent de convertisseur Buck-Boost : (a) <i>sw</i> fermé (b) <i>sw</i> ouvert	14
Figure III.1. Fonction d'appartenance en théorie des ensembles	19
Figure III.2. Fonction d'appartenance des ensembles flous.....	19
Figure III.3. Fonction d'appartenance triangulaire.....	19
Figure III.4. Fonction d'appartenance singleton.....	20
Figure III.5. Fonction d'appartenance singleton.....	20
Figure III.6. Structure générale d'un contrôleur flou type-1.....	22
Figure III.7. Représentation tridimensionnelle d'un ensemble flou type-2 gaussien.....	26
Figure III.8. Fonction d'appartenance d'un ensemble flou type-2.....	27
Figure III.9. Structure d'un système flou type-2.....	29
Figure III.10. Structure de commande par un contrôleur flou.....	34
Figure III.11. Réponse du convertisseur Buck (CLF type 1).....	36
Figure III.12. Réponse du convertisseur Buck (CLF type 2).....	37
Figure III.13. Réponse du convertisseur Boost (CLF type 1).....	37
Figure III.14. Réponse du convertisseur Boost (CLF type 2).....	38
Figure III.15. Réponse du convertisseur Buck-Boost (CLF type 1).....	38
Figure III.16. Réponse du convertisseur Buck-Boost (CLF type 2).....	39
Figure V.1. Schéma électrique de convertisseur Buck.....	54
Figure V.2. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Buck.....	56
Figure V.3. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Boost.....	57
Figure V.4. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Buck-Boost.....	59
Figure V.5. Réponse du convertisseur Boost pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance.....	62
Figure V.6. Réponse du convertisseur Buck pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance.....	63
Figure V.7. Réponse du convertisseur Buck-Boost pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance.....	64
Figure V.8. Tension de sortie du convertisseur buck à une variation de la résistance de charge $R: 6\Omega - 5\Omega - 6\Omega$	65
Figure V.9. Tension de sortie du convertisseur Boost à une variation de la résistance de charge $R: 10\Omega - 8\Omega - 10\Omega$	65
Figure V.10. Tension de sortie du convertisseur buck-boost à une variation de la résistance de charge $R: 165\Omega - 100\Omega - 165\Omega$	66
Figure V.11. Tension de sortie du convertisseur Buck à une variation paramètres du système.....	66
Figure V.12. Tension de sortie du convertisseur Boost à une variation paramètres du système.....	67
Figure V.13. Tension de sortie du convertisseur Buck-Boost à une variation paramètres du système ...	67
Figure V.14. Tension de sortie du convertisseur Buck après une perturbation.....	68
Figure V.15. Tension de sortie du convertisseur Boost après une perturbation.....	68
Figure V.16. Tension de sortie du convertisseur Buck-Boost après une perturbation.....	68

Liste des tableaux

Tableau III.1. Matrice inférence floue (CLF type 1).....	34
Tableau III.2. Matrice inférence floue (CLF type 2).....	34
Tableau III.3. Paramètre des convertisseurs DC-DC.....	36
Tableau V.1. Paramètres de convertisseur Buck.....	59

Tableau V.2. Paramètres de convertisseur Boost.....	59
Tableau V.3. Paramètres de convertisseur Buck-Boost.....	59

Liste de notations et abréviations

Symboles

T	Période de commutation
k	Incrément en temps discret
m	Nombre de contraintes terminales
H_w	Horizon de prédiction minimal
H_p	Horizon de prédiction maximal
H_u	Horizon de prédiction sur la commande
\hat{x}	Prédiction de la variable x
$\hat{x}(k+1 k)$	Prédiction de la variable x à l'instant $k+1$ à partir des valeurs connues jusqu'à l'instant k

Acronymes

CCM	Continuous Conduction Mode
DCM	Discontinuous Conduction Mode
PWM	Pulse Width Modulation
MPHC	Model Predictive Heuristic Control
GPC	Generalized Predictive Control
PFC	Predictive Functional Control
CRHPC	Constrained Receding Horizon Predictive Control
MPC	Model Predictive Control
LMI	Linear Matrix Inequality
QP	Quadratic Programming

Chapitre I
Introduction générale

Introduction générale

Les convertisseurs DC-DC sont largement utilisés dans l'environnement industriel et domestique. Grâce à leur rendement de plus en plus élevé, leur encombrement, leur poids et leur coût réduits, ils ont occupés une place importante dans les sources d'alimentation des ordinateurs portables, les téléphones mobiles, les appareils électroménagers etc ... Un convertisseur de puissance peut être caractérisé comme un système périodique, non-linéaire et variant au cours du temps en raison du changement de la topologie de leur circuit selon les états passants et bloqués des interrupteurs et diodes. Ces circuits sont typiquement contrôlés par la modulation de largeur d'impulsions PWM (Pulse Width Modulation) ou autres techniques semblables pour régler la tension ou le courant fourni aux charges. Le contrôleur décide qu'on passe d'une configuration à une autre en faisant en sorte que les transitions se produisent cycliquement ou en temps discret.

Les convertisseurs DC-DC les plus répandus sont de plusieurs types, parmi lesquels le Buck, Boost ou Buck-Boost. Le Buck diminue et le Boost augmente la tension de sortie par rapport à une tension d'entrée. Le convertisseur Buck-Boost peut fonctionner comme un convertisseur Buck ou comme un convertisseur Boost selon le rapport cyclique d'un ou plusieurs commutateurs dans le convertisseur.

Un convertisseur DC-DC peut fonctionner suivant deux modes : le mode de conduction continue (CCM ou Continuous Conduction Mode en anglais) lorsque le courant dans l'inductance ne s'annule jamais, et le mode de conduction discontinue (DCM ou Discontinuous Conduction Mode en anglais) où le courant dans l'inductance est nul à la fin de la période de découpage. En fonction du mode de fonctionnement, ces convertisseurs présentent deux états du circuit en mode de conduction continue et respectivement trois états du circuit en mode discontinue, chaque état associé à une dynamique linéaire en temps continu différente.

La modélisation et la commande des convertisseurs DC-DC occupent une place de plus en plus importante dans le domaine de l'électronique de puissance. Dans la littérature, la plupart des convertisseurs DC-DC ont été modélisés en utilisant une approche de type modèle moyen classique en espace d'état [1], [2], car il convient le mieux aux différents concepts de commande. Beaucoup d'auteurs ont adopté ce modèle pour la synthèse des lois de commande dans un objectif classique de robustesse et de performances : commande par compensation des pôles [3], commande par modes glissants [4], commande robuste [5]. Les premiers modèles moyennés des convertisseurs PWM fonctionnant dans le mode CCM, basés sur la technique de moyennage en espace d'état, ont été introduits pendant les années 1970. Ensuite, cette méthode a aussi été appliquée au mode DCM.

Pour la plupart des convertisseurs, les modèles moyens sont non-linéaires, en raison du produit entre la grandeur de commande des convertisseurs (rapport cyclique) et le vecteur d'état. Cependant, un modèle linéaire peut s'obtenir en linéarisant le modèle initial autour d'un point de fonctionnement. Le résultat est ainsi un modèle en « petits signaux » [6], qui fournit une approximation valide uniquement au voisinage du point de linéarisation.

Récemment l'approche de modélisation floue de Takagi-Sugeno (T-S) [7] a reflété beaucoup d'intérêt pour les convertisseurs DC-DC, car elle permet de représenter tout système non linéaire, quelle que soit sa complexité, par une structure simple en s'appuyant sur des modèles linéaires interpolés par des fonctions non linéaires positives ou nulles et bornées. Les modèles de Takagi-Sugeno permettent de représenter de manière précise les systèmes non linéaires. Ils ont une structure simple présentant des propriétés intéressantes les rendant facilement exploitables du point de vue mathématique et permettant l'extension de certains résultats du domaine linéaire aux systèmes non linéaires.

Du point de vue de la commande des convertisseurs DC-DC, le principal objectif consiste à maintenir la tension de sortie à une valeur de référence désirée en utilisant un rapport cyclique compris dans l'intervalle $[0,1]$ et une valeur du courant de l'inductance strictement positif. La synthèse d'une loi de commande pour les convertisseurs de puissance doit répondre aux objectifs classiques de stabilité, de performance dynamique et de robustesse, tout en respectant les contraintes imposées sur la commande et la sortie. De manière générale, le réglage devient difficile en raison des différents éléments qui perturbent leur fonctionnement. Une fois que les convertisseurs sont embarqués dans différentes applications, leur comportement est fortement influencé par plusieurs facteurs : les variations de la charge et de la tension d'alimentation, la sensibilité aux bruits, les changements dans le temps ou en présence des perturbations des paramètres incertains (des inductances ou des condensateurs par exemple) présents dans la structure des convertisseurs. Dans certaines situations, ces éléments forcent le comportement du système à s'écarter du fonctionnement désiré.

Afin de répondre aux problèmes de régulation et de robustesse, nous proposons d'appliquer une approche de commande prédictive robuste avec contraintes mise sous forme LMI (RMPPC-LMI) [8] basé sur un modèle floue de T-S, Ce type de commande est fondé sur une optimisation en temps réel qui utilise un modèle de prédiction et l'application du principe de l'horizon glissant. En raison de la formulation dans le domaine temporel, il permet de prendre en compte les contraintes et les incertitudes du système directement dans la phase de conception des lois de commande. La structures de commande prédictive présentée dans ce travail permet la

prise en compte de contraintes, de type égalité ou inégalité, en utilisant les inégalités matricielles linéaires (LMI).

En plus de ce chapitre d'introduction, ce mémoire est structuré en cinq chapitres comme suit :

Le deuxième chapitre présente la méthode de modélisation moyenne pour les convertisseurs de puissance DC-DC. En premier lieu, les différentes étapes de construction des modèles moyens sont détaillées. En suite, nous présentons les modèles en espace d'état moyennes des convertisseurs Buck, Boost et Buck-Boost fonctionnent en CCM.

Le troisième chapitre est consacré à la logique floue. Après la présentation de la logique floue et son application à la commande des convertisseurs DC-DC, nous introduisons les modèles de Takagi-Sugeno en précisant leur intérêt pour l'étude des systèmes non linéaires.

Le quatrième chapitre est dédié à la synthèse d'une loi de commande prédictive robuste, avec contraintes mise sous forme LMI (RMPCC-LMI)

Dans cinquième chapitre nous donnerons les résultats de simulation pour la loi de commande RMPCC-LMI basé sur un modèle floue T-S et appliquées aux convertisseurs DC-DC.

Chapitre II

Modélisation des convertisseurs DC-DC

II.1. Introduction

La modélisation des convertisseurs a pour but d'analyser le comportement dynamique de ceux-ci, afin de synthétiser les lois de commande nécessaires qui permettent d'atteindre les performances désirées. La difficulté majeure vient du principe même de ces convertisseurs: ils sont non linéaires et présentent plusieurs configurations électriques distinctes lors d'une période de commutation. La modélisation du comportement dynamique doit permettre de caractériser le fonctionnement de convertisseur DC-DC dans les deux modes de conduction (continu et discontinu). Pour chaque mode de fonctionnement (CCM/DCM), les modèles proposés dans la littérature peuvent se classer selon deux catégories : modèles à temps continu et modèles à temps discret. Dans chaque classe, il y a des types de modèle qui s'adressent à un mode de conduction bien spécifique. Les modèles à temps continu sont fondés sur un modèle dans l'espace d'état continu, ou un circuit électronique équivalent ayant des composants et paramètres, dont l'évolution est décrite par la variable temporelle à temps continu. Les modèles à temps discret sont fondés sur un modèle dans l'espace d'état dont le temps est discrétisé.

En mode de conduction continue, les modèles à temps continu sont souvent conçus sur la base de techniques de moyennage dans l'espace d'état [1]. Le modèle obtenu, est un modèle moyen, fréquemment employé pour décrire et analyser le comportement des convertisseurs parce qu'il est facile à comprendre et à mettre en œuvre. Le modèle moyennisé s'effectue sur un cycle périodique de commutations parfaitement identifié. Cette technique à base de moyennage est adaptée lorsque la moyenne est calculée pour une fréquence de découpage beaucoup plus grande que la bande passante du système. Les modèles moyens des convertisseurs sont généralement non-linéaires, en raison du produit entre la grandeur de commande des convertisseurs (rapport cyclique) et le vecteur d'état. Cependant, un modèle linéaire peut s'obtenir en linéarisant le modèle initial autour d'un point de fonctionnement donné [9]. Le résultat obtenu est prix de la validité restreinte du modèle dans une petite zone autour de ce point. De plus, le modèle linéaire obtenu ne permet pas d'expliquer les comportements anormaux exhibés par le convertisseur sous certaines conditions de fonctionnement.

Ce chapitre donne les modèles en espace d'état moyennes continue des convertisseurs DC-DC en citant trois topologies de base de convertisseur (Buck, Boost et Buck-Boost) fonctionnent en CCM

II.2. Les modes de fonctionnement des convertisseurs DC-DC

Les modes de fonctionnement des convertisseurs DC-DC peuvent être classifiés en première approximation selon deux modes : «mode de conduction continue (CCM en anglais :

Continuous Conduction Mode)» et «mode de conduction discontinue (DCM en anglais : Discontinuous Conduction Mode)». Cependant, il ne faut pas confondre le mode de conduction continue et un modèle à temps continu. En pratique, les modes CCM ou DCM sont directement liés au point de fonctionnement du convertisseur et peuvent chacun être représentés par un modèle à temps continu ou bien à temps discret. Dans l'illustration des modèles qui suivra, le mode de conduction est spécifié, mais pour mieux comprendre le fonctionnement d'un convertisseur du point de vue de l'électronique de puissance, nous explicitons les deux modes de conduction.

- **Mode de conduction continue (CCM)** : en régime établi, les formes d'onde des tensions et courants dans un convertisseur DC-DC sont T -périodiques. Chaque période est constituée de deux parties, l'état passant de l'interrupteur défini par l'intervalle de temps $[t_0; t_0 + dT]$, et l'état bloqué défini par l'intervalle $[t_0 + dT; t_0 + T]$, où T et d sont respectivement la période de commutation et le rapport cyclique. Prenons l'exemple du courant d'inductance d'un convertisseur Buck (Figure(II.1)), la forme d'onde est donnée dans la Figure (II.2. (a)). Nous pouvons remarquer que pendant la phase où l'interrupteur est ouvert, le courant i_L ne s'annule pas ($i_{L_{\min}} > 0$) : ce convertisseur fonctionne en conduction continue.
- **Mode de conduction discontinue (DCM)** : dans ce mode, la période de commutation est constituée de trois parties. L'état passant de l'interrupteur défini par l'intervalle de temps $[t_0; t_0 + d_1T]$, et l'état bloqué qui est lui-même constitué de deux sous états définis par les intervalles $[t_0 + d_1T; t_0 + (d_1 + d_2)T]$ et $[t_0 + (d_1 + d_2)T; t_0 + T]$, d_1 est le rapport cyclique équivalent à d dans le cas de CCM, mais d_2 est un nouveau rapport cyclique qui désigne l'intervalle de temps $[t_0 + (d_1 + d_2)T; t_0 + T]$ pendant lequel le courant s'annule durant l'état bloqué de l'interrupteur comme le montre la Figure. (II.2. (b)). Ce rapport cyclique n'est pas directement imposé par une entrée du système comme d_1 , mais dépend de d_1 et des valeurs de certains paramètres du convertisseur comme son point de fonctionnement. Ceci sera détaillé dans la suite. La limite entre CCM et DCM est appelée mode de conduction limite et se produit quand le courant s'annule pendant un instant : CCM pour $i_{L_{\min}} = 0$ ou DCM pour $d_2 = 1 - d_1$. L'intérêt et l'utilisation de ces modes dépend des conditions et de l'application pour lesquelles le convertisseur est conçu.

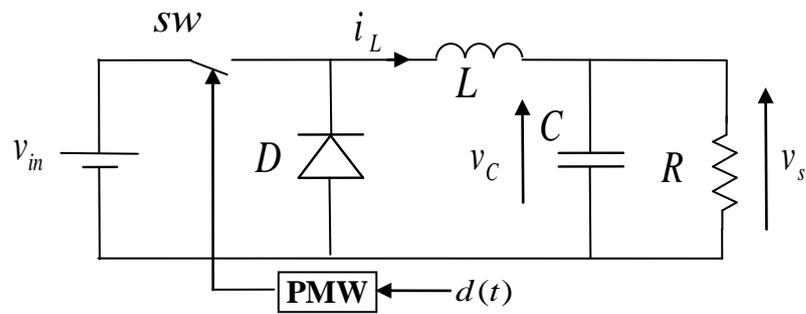


Figure II.1. Schéma du convertisseur Buck

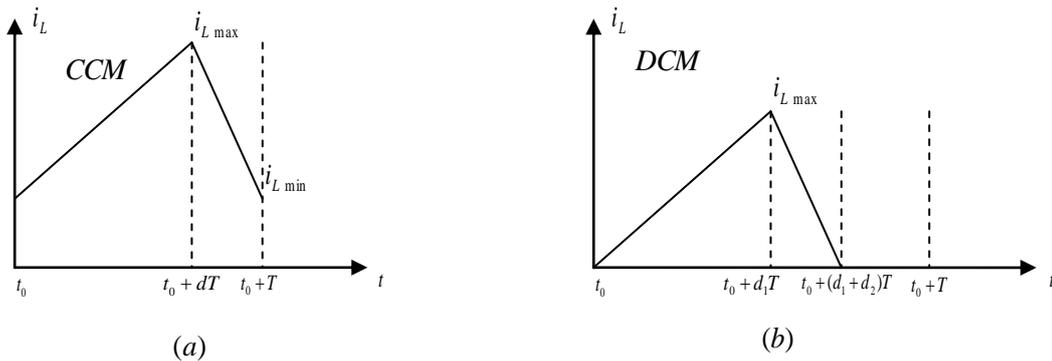


Figure II.2. Formes d'onde du courant en CCM et DCM

II.3. Modélisation des convertisseurs DC-DC

Dans cette section on décrit le modèle du convertisseur en mode de conduction continu, à ce point, on peut simplement regarder le mode de conduction continue comme une condition spécifique de fonctionnement pendant lequel le courant traversant l'inductance est toujours différent de zéro.

II.3.1. Modèle moyen des convertisseurs DC-DC

Le modèle moyen est obtenu en considérant la moyenne des deux ou trois équations d'état selon le mode de fonctionnement du convertisseur (CCM ou DCM) sur une période de découpage. Chaque configuration du circuit d'un convertisseur est représentée par un modèle linéaire à temps continu. Les expressions mathématiques des dynamiques continues sont obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff qui décrivent le comportement du convertisseur dans chacune des configurations. Le vecteur d'état des différents modèles est composé par le courant dans les inductances et la tension aux bornes des condensateurs, et l'entrée des modèles est donnée par la tension d'alimentation v_{in} et par la grandeur de commande correspondant au rapport cyclique. En mode de conduction continue (CCM), en fonction de la position de l'interrupteur sw , il existe deux états du circuit associés aux positions fermée et ouverte, représentés dans l'espace d'état par les dynamiques suivantes :

$$sw - fermé: \begin{cases} \dot{x} = A_1 x + B_1 v_{in} \\ y = C_1 x \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

$$sw - ouvert: \begin{cases} \dot{x} = A_2 x + B_2 v_{in} \\ y = C_2 x \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Dans les équations de ces modèles, x représente le vecteur d'état du modèle, y est la sortie et v_{in} correspond à la tension d'entrée. L'équation générale qui régit le fonctionnement du convertisseur est :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i v_{in} \\ y = C_i x \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Où : $i=1$ pour la première configuration quand l'interrupteur sw se trouve dans la position fermée, et $i=2$ pour la deuxième configuration quand l'interrupteur sw se trouve dans la position ouverte. Les matrices A_i, B_i et C_i décrivent les connexions de circuit au cours du chaque intervalle.

Le modèle moyen [1] est alors obtenu en moyennant les deux équations d'état avec le rapport cyclique d , ce qui donne une représentation d'état unique :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv_{in} \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Où :

$$\begin{aligned} A &= dA_1 + (1-d)A_2 \\ B &= dB_1 + (1-d)B_2 \\ C &= dC_1 + (1-d)C_2 \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

On note que le rapport cyclique d devient l'entrée du système. Cette nouvelle entrée représente également la commande du système qui est utilisée afin de piloter la sortie y . La validité de ce modèle n'est assurée que si la bande passante du système est beaucoup plus faible que la fréquence de commutation.

Le modèle moyen obtenu est un modèle non-linéaire, et plus précisément bilinéaire, en raison du produit entre le vecteur d'état x et le signal de commande d . Cependant, Un modèle linéaire peut être facilement obtenu en linéarisant le modèle (3.3) autour d'un point de fonctionnement souhaité en régime permanent. Le point d'équilibre noté avec X_e et la sortie du système correspondante Y_e sont calculés en imposant $\dot{x} = 0$. Cette équation conduit aux expressions suivantes des valeurs stationnaires :

$$X_e = -A^{-1}BV_{in} \quad (\text{II.6})$$

$$Y_e = -CA^{-1}BV_{in} \quad (\text{II.7})$$

Sous réserve que la matrice A soit inversible. V_{in} représente la valeur de la tension d'alimentation en régime stationnaire et les matrices A , B et C s'expriment en fonction de la valeur du rapport cyclique à l'équilibre D :

$$\begin{aligned} A &= DA_1 + (1-D)A_2 \\ B &= DB_1 + (1-D)B_2 \\ C &= DC_1 + (1-D)C_2 \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Par conséquent, la dynamique caractérisant le comportement du modèle dans un voisinage de la valeur de linéarisation X_e a la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{v}_{in} + [(A_1 - A_2)X_e + (B_1 - B_2)V_{in}]\hat{d} \quad (\text{II.9})$$

$$\hat{y} = C\hat{x} + (C_1 - C_2)X_e\hat{d} \quad (\text{II.10})$$

Avec : $x = X_e + \hat{x}$, $y = Y_e + \hat{y}$, $v_{in} = V_{in} + \hat{v}_{in}$, $d = D + \hat{d}$

II.3.1.1. Convertisseur Buck

Le convertisseur Buck ou abaisseur de tension sous sa forme de base est présenté par la Figure (II.1), v_{in} est la tension d'entrée, i_L le courant traversant l'inductance L , v_C la tension aux bornes du condensateur C , D une diode, et v_s la tension de sortie aux bornes de la charge résistive R .

L'interrupteur sw c'était un transistor de puissance contrôlé par un signal binaire $u_b(t)$. Le signal $u_b(t)$ est obtenu en comparant un signal triangulaire périodique $v(t)$ de période T et d'amplitude 1 du circuit PWM (Pulse Width Modulation) avec le rapport cyclique $d(t)$ (Figure (II.3)). $u_b(t) = 0$, le transistor sera bloqué (interrupteur ouvert), $u_b(t) = 1$, le transistor sera saturé (interrupteur fermé), on a donc :

$$0 \leq d(t) = \frac{T_{on}}{T} \leq 1 \quad (\text{II.11})$$

Où : $T = T_{on} + T_{off}$ est la période de commutation.

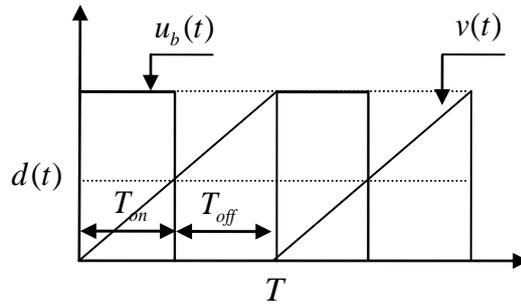


Figure II.3. La forme de signal générée par le circuit PWM

Dans le mode de conduction continu, il existe deux configurations selon l'état de commutateur sw comme indiqué en Figure (II.4). Dans le premier laps de temps dT le transistor est dans un état de saturation, alors l'inductance L se charge d'énergie avec augmentation du courant i_L . Dans le deuxième laps de temps $(1-d)T$, l'inductance L libère cette énergie à la charge avec une diminution de courant i_L .

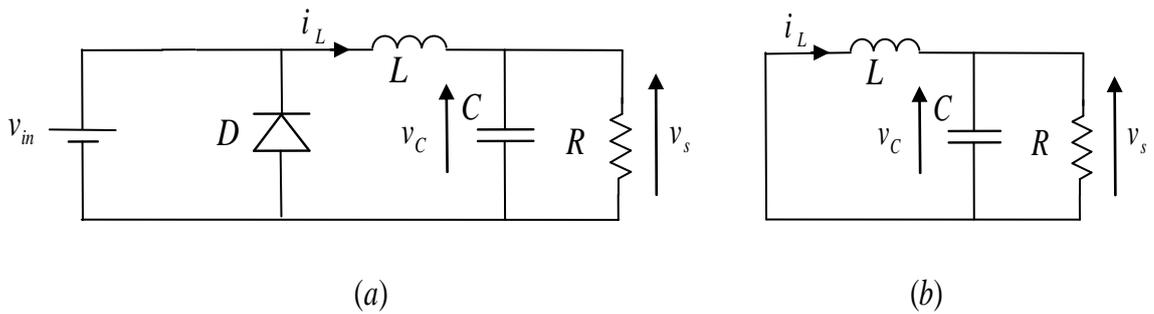


Figure II.4. Circuit équivalent de convertisseur Buck : (a) sw fermé (b) sw ouvert.

Sur l'intervalle $t_0 \leq t \leq t_0 + dT$ sw est fermé et D est bloquée. On obtient :

$$v_{in} - v_c = L \frac{di_L}{dt} \tag{II.12}$$

$$i_L - \frac{v_c}{R} = C \frac{dv_c}{dt} \tag{II.13}$$

$$v_s = v_c \tag{II.14}$$

Donc:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} v_c + \frac{1}{L} v_{in} \tag{II.15}$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_c \tag{II.16}$$

Le modèle linéaire qui représente la première configuration du circuit décrite en Figure (II.4.(a)) est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x\end{aligned}\quad (\text{II.17})$$

Sur l'intervalle $t_0 + dT \leq t \leq t_0 + T$ sw est ouvert, la diode D est passante. On obtient :

$$-v_{in} = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{II.18})$$

$$i_L - \frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{II.19})$$

$$v_s = v_C \quad (\text{II.20})$$

Donc:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} v_{in} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_C \quad (\text{II.22})$$

Le modèle linéaire qui représente la deuxième configuration du circuit décrite en Figure (II.4.(b)) est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x\end{aligned}\quad (\text{II.23})$$

Avec $x = [i_L, v_C]^T$ le vecteur d'état instantané du convertisseur, où i_L est le courant de l'inductance et v_C est la tension aux borne de la capacité, l'équation générale qui régit le fonctionnement du convertisseur Buck est :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} d/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x\end{aligned}\quad (\text{II.24})$$

II.3.1.2. Convertisseurs Boost

Le circuit électrique du convertisseur Boost (ou élévateur de tension) est présenté par la Figure (II.5) :

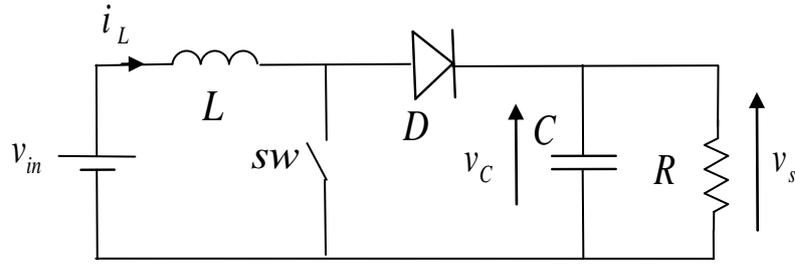


Figure II.5. Schéma du convertisseur Boost

Selon l'état du commutateur sw et de la diode D , on obtient deux configurations en CCM comme indiqué en figure II.6. Au premier temps dT , le transistor sw est fermé, le courant dans l'inductance croît progressivement, et au fur et à mesure, elle emmagasine de l'énergie, jusqu'à la fin de la première période. Ensuite, le transistor sw s'ouvre et l'inductance L s'opposant à la diminution de courant i_L génère une tension qui s'ajoute à la tension de source, qui s'applique sur la charge R à travers la diode D .

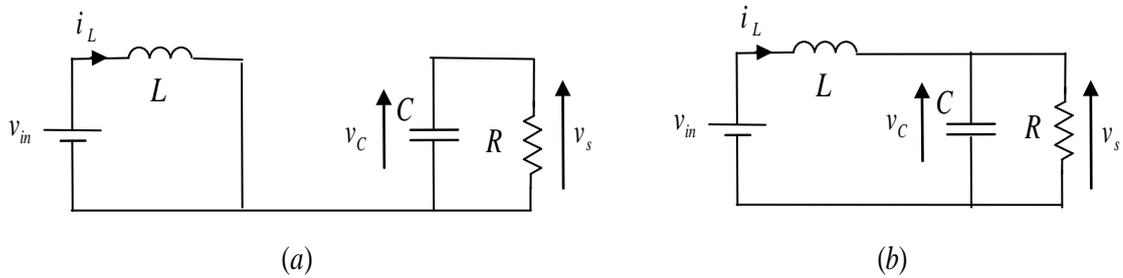


Figure II.6. Circuit équivalent de convertisseur Boost : (a) sw fermé (b) sw ouvert.

Sur l'intervalle $t_0 \leq t \leq t_0 + dT$ sw est fermé et D est bloquée. On obtient :

$$v_{in} = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{II.25})$$

$$-\frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{II.26})$$

$$v_s = v_C \quad (\text{II.27})$$

Donc :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{CR} \quad (\text{II.29})$$

Le modèle linéaire qui représente la première configuration du circuit décrite en Figure (II.6.(a)) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Sur l'intervalle $t_0 + dT \leq t \leq t_0 + T$ sw est ouvert, la diode D est passante. On obtient :

$$v_{in} - v_C = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{II.31})$$

$$i_L - \frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{II.32})$$

$$v_s = v_C \quad (\text{II.33})$$

Donc :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} - \frac{v_C}{L} \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{CR} \quad (\text{II.35})$$

Le modèle linéaire qui représente la deuxième configuration du circuit décrite en Figure (II.6.(b)) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

La représentation sous forme d'espace d'état de convertisseur Boost prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -(1-d)/L \\ (1-d)/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

II.3.1.3. Convertisseurs Buck-Boost

Un convertisseur Buck-Boost peut être représenté par le circuit de la Figure (II.7) :

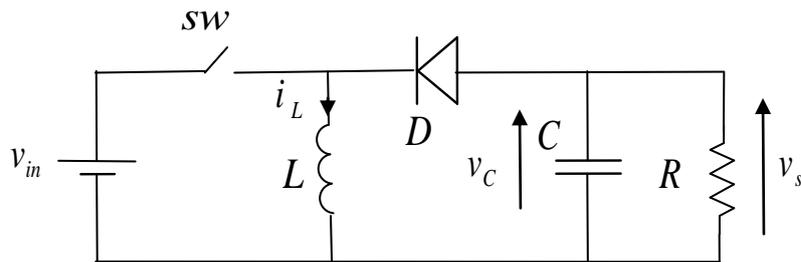


Figure II.7. Schéma du convertisseur Buck-Boost

Comme précédemment pour les convertisseurs Buck et Boost, on obtient deux configurations en CCM comme indiqué en Figure (II.8). Lorsque le transistor est sur la position (*on*) le courant dans l'inductance augmente, l'énergie est stockée ; et quand le commutateur tourne sur la position (*off*), la tension à travers l'inductance est renversée et l'énergie stockée se transfère vers la charge via la diode.

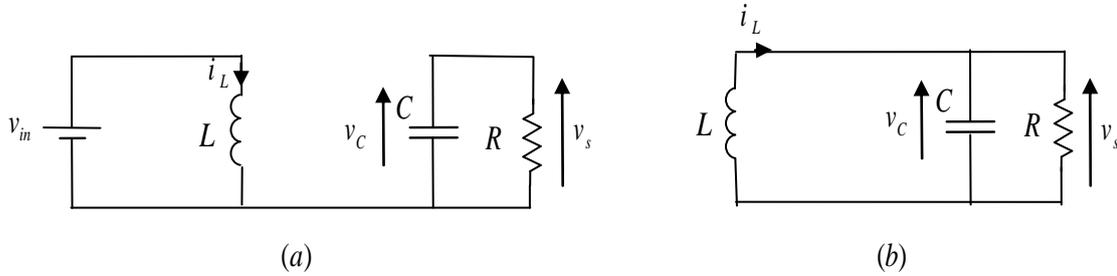


Figure II.8. Circuit équivalent de convertisseur Buck-Boost : (a) *sw* fermé (b) *sw* ouvert.

Sur l'intervalle $t_0 \leq t \leq t_0 + dT$ *sw* est fermé et *D* est bloquée. On obtient :

$$v_{in} = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{II.38})$$

$$-\frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{II.39})$$

$$v_s = v_C \quad (\text{II.40})$$

Donc :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_{in}}{L} \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{CR} \quad (\text{II.42})$$

Le modèle linéaire qui représente la première configuration du circuit décrite en Figure (II.8.(a)) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix} x, + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Sur l'intervalle $t_0 + dT \leq t \leq t_0 + T$ *sw* est ouvert, la diode *D* est passante. On obtient :

$$v_C = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{II.44})$$

$$-i_L - \frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{II.45})$$

$$v_s = v_C \quad (\text{II.46})$$

Donc :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_C}{L} \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{CR} \quad (\text{II.48})$$

Le modèle linéaire qui représente la deuxième configuration du circuit décrite en Figure (II.8.(b)) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1/L \\ -1/C & -1/RC \end{bmatrix} x \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

L'équation générale qui régit le fonctionnement du convertisseur Buck-Boost est :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & (1-d)/L \\ -(1-d)/C & -1/RC \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} d/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

II.3.2. Modèles à temps discret

En ce qui concerne l'aspect pratique, les modèles à temps continu nécessitent une étape intermédiaire de discrétisation pour la simulation numérique. Si l'on considère que le commutateur reste fermé pendant $d(k)T$ secondes et ouvert durant le reste de la période $(1-d)T = d'T$. De plus, en supposant que la tension d'entrée v_{in} est une fonction qui varie très lentement (dans le sens que v_{in} reste presque constante sur une période de commutation), en utilisant l'approximation d'Euler, l'état du système sera donné par [10] :

$$sw - ouvert : x(kT + d(k)T) \approx (1 + d(k)TA_2)x(kT) + d(k)TB_2v_{in}(k) \quad (\text{II.51})$$

$$sw - fermé : x(kT + T) \approx (1 + d'(k)TA_1)x(kT + d(k)T) + d(k)TB_1v_{in}(k) \quad (\text{II.52})$$

Avec : $d'(k) = 1 - d(k)$

En remplaçant (II.51) dans (II.52) on obtient :

$$x(k+1) \approx (I + TA_{d(k)})x(k) + TB_{d(k)}v_{in}(k) + T^2 d'(k)d(k)A_1(A_2x(k) + B_2v_{in}(k)) \quad (\text{II.53})$$

Avec : $A_{d(k)} = d(k)A_2 + d'(k)A_1$, $B_{d(k)} = d(k)B_2 + d'(k)B_1$

Le modèle d'état discret pour le convertisseur Buck est obtenu en négligeant les termes du second ordre :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -T/L \\ T/C & 1-T/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Td(k)/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in}(k) \quad (\text{II.54})$$

La même démarche précédente est utilisée pour arriver au modèle d'état discret de convertisseur Boost :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(1-d(k))T/L \\ (1-d(k))T/C & 1-T/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in}(k) \quad (\text{II.55})$$

Et pour le convertisseur Buck-Boost, nous obtenons le modèle d'état discret suivant :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (1-d(k))T/L \\ -(1-d(k))T/C & 1-T/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Td(k)/L \\ 0 \end{bmatrix} v_{in}(k) \quad (\text{II.56})$$

II.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté trois topologies de convertisseurs DC-DC à modulation de largeur d'impulsions PWM (Pulse Width Modulation). Les convertisseurs DC-DC ont été modélisés en utilisant une approche de type modèle moyen classique en espace d'état.

Nous avons présenté dans un premier temps notre démarche de modélisation et les différentes étapes de construction des modèles moyens. La création de ce modèle passe par deux étapes d'approximation : une moyenne et une linéarisation. Ensuite, Les modèles moyennés en espace d'état des convertisseurs DC-DC ont été présentés, ainsi que la démarche de discrétisation de ces modèles afin de les utiliser pour instaurer des stratégies de commande pour les convertisseurs DC-DC.

Chapitre III
Logique floue type 1, logique floue type 2

III.1. Introduction

La logique floue a été créée en 1969 par Lotfi Zadeh [11] de l'Université de Berkeley en Californie. Basée sur la théorie des ensembles flous formalisés par Zadeh, la logique floue étend la logique des ensembles classiques pour prendre en compte des ensembles plutôt imprécis. La force de la logique floue vient donc de sa capacité à traiter des données imprécises, mouvantes et des concepts imprécis, contrairement à la logique traditionnelle, la logique crispée, qui nécessite des données exactes et fixes. L'être humain, sans le savoir, utilise dans la majorité de ses actions des raisonnements comparables à ceux de la logique floue. Les premières applications au niveau des systèmes de commande apparaissent dès 1975. Les Japonais commencèrent à utiliser la logique floue dans les produits industriels pour résoudre des problèmes de réglage et de commande à partir de 1985.

Ce chapitre est constitué de deux grandes parties. Au cours de la première partie, nous essaierons de présenter les bases générales de la théorie de la logique floue ainsi que leur application à la commande non linéaire des convertisseurs DC-DC. Puis, nous introduisons la classe des modèles T-S ainsi que leur méthode d'obtention par secteurs non linéaires.

III.2. Généralités sur la logique floue type-1

III.2.1. Ensembles flous type-1

La théorie ordinaire des ensembles considère des collections d'éléments regroupés en ensembles. L'appartenance d'un élément à un ensemble est une question non ambiguë dont la réponse est soit oui soit non (ensemble booléen). La relation d'appartenance est représentée dans ce cas par une fonction μ qui prend des valeurs de vérité dans la paire $[0,1]$. Cependant, dans le cas réel, on rencontre fréquemment des situations où l'ambiguïté est de règle, particulièrement dans le langage courant. Un ensemble flou sera alors utilisé pour modéliser l'incertitude et les imprécisions dans la connaissance.

Un ensemble flou A est défini sur un ensemble de valeur appelé l'univers du discours X par une fonction d'appartenance $\mu_A(X)$ comprise généralement entre 0 et 1 et qui quantifie le degré avec lequel chaque élément x de X appartient à A .

$$\mu_A(X) = 0 \Rightarrow x \notin A.$$

$$\mu_A(X) = 1 \Rightarrow x \in A.$$

$$A = \{(\mu_A(x)/x : x \in X, \mu_A(x) \in [0,1]) \subset \mathfrak{R}\} \quad (\text{III.1})$$

L'équation (III.1) définit un ensemble flou comme complètement défini par sa fonction d'appartenance $\mu_A(X)$:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \tag{III.2}$$

Si la fonction d'appartenance ne donne que les valeurs de l'ensemble [0,1], alors l'ensemble qu'elle génère n'est pas flou.

Dans le cas d'un ensemble discret U , un ensemble flou A peut être défini par une liste de paires ordonnées: degré d'appartenance / élément de l'ensemble :

$$A = \sum_i \mu_A(x_i) / x_i \tag{III.3}$$

Où $\mu_A(x_i)$ avec $i=1,2, \dots, n$ représente le degré d'appartenance de x_i à l'ensemble flou A . Dans le cas d'un ensemble continu U , un ensemble flou A peut être représenté par :

$$A = \int \mu_A(x) / x \tag{III.4}$$

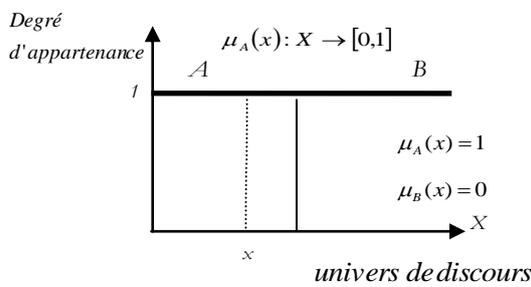


Figure III.1. Fonction d'appartenance en théorie en théorie des ensembles

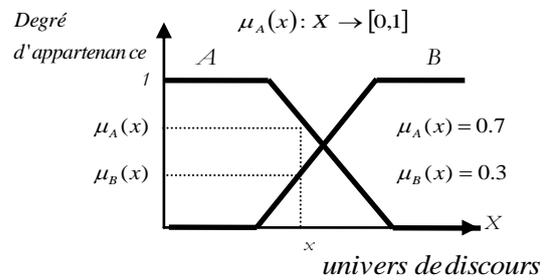


Figure III.2. Fonction d'appartenance des ensembles flous

Selon le type de la fonction d'appartenance, différents types d'ensembles flou seront obtenus. Les fonctions d'appartenance pourraient être classées en deux groupes : celles qui sont faites de lignes droites et celles dont la forme est gaussienne. Les fonctions couramment utilisées sont :

- **Fonction d'appartenance triangulaire** : Elle est définie par une valeur inférieure a , une valeur supérieure b et une valeur modale de m sorte que $a < m < b$:

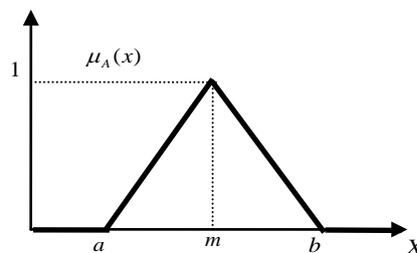


Figure III.3. Fonction d'appartenance triangulaire

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & \text{si } x \in]a, m] \\ (b-x)/(b-m) & \text{si } x \in]m, b] \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

- **Fonction d'appartenance singleton** : La fonction d'appartenance prend la valeur m dans tout l'univers de discours sauf au point m où il prend la valeur 1 :

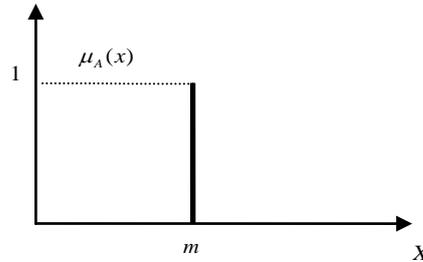


Figure III.4. Fonction d'appartenance singleton

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq m \\ 1 & \text{si } x = m \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

- **Fonction d'appartenance gaussienne** : Elle est définie par sa moyenne m et son écart type σ :

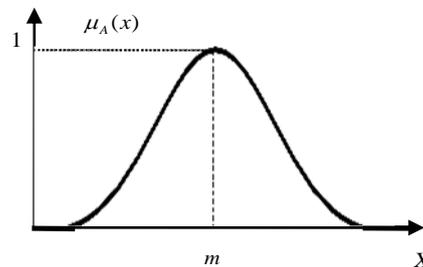


Figure III.5. Fonction d'appartenance singleton

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right) \quad (\text{III.7})$$

III.2.2. Opérations de base sur les sous ensembles flous

Soient A et B deux ensembles flous de fonctions d'appartenance respectives $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$ est X leur univers de discours. On peut définir des opérations ensemblistes telles que l'inclusion, l'intersection, l'union et le complément grâce à des opérations sur les fonctions d'appartenance.

- *Inclusion* : A est dit inclus dans B , propriété que l'on note $A \subseteq B$, si tout élément x de X qui appartient à A appartient aussi à B avec un degré au moins aussi grand: $\mu_A(x) \leq \mu_B(x), x \in X$
- *Intersection* : L'intersection de A et B , que l'on note $A \cap B$, est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit des deux degrés d'appartenance μ_A et μ_B : $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$.
- *Union* : L'union de A et B , que l'on note $A \cup B$ est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des deux degrés d'appartenance μ_A et μ_B : $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$.
- *Complément* : Le complément de A , que l'on note \bar{A} est l'ensemble flou de X constitué des éléments de x lui appartenant d'autant plus qu'ils appartiennent peu à A : $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), x \in X$.

III.2.3. Variable linguistique :

C'est une variable dont les valeurs ne sont pas des nombres, mais des mots ou phrases exprimés en langage naturel. Elle sert à modéliser les connaissances imprécises ou vagues sur une variable dont la valeur précise peut être inconnue.

Une variable linguistique x est généralement caractérisée par un triplet $(x, T(x), X)$ où x désigne le nom de la variable, X son univers de discours, et $T(x)$ son ensemble de termes ou valeurs linguistiques.

III.2.4. Structure d'un système flou type-1

Le contrôle flou est l'étude, la mise au point, et l'expérimentation de systèmes basés sur des règles floues. La première étape dans la construction d'un contrôleur flou est de définir une base de connaissances contenant l'information sur les variables linguistiques et les sous-ensembles flous les caractérisant, ainsi que les règles liant ces variables, basées sur une connaissance experte du problème, permettant d'aboutir à la détermination de la sortie. Ces sorties sont évaluées par le contrôleur, à partir des entrées floues, issues du processus de fuzzification des entrées réelles, et des règles de commande floues. Les sorties intermédiaires, issues de l'évaluation des règles floues demeurent des variables floues, qu'il est nécessaire de modifier par le processus de défuzzification, afin d'obtenir les informations de commande non floues destinées au processus final [12].

Chaque système basé sur la logique floue est composé de quatre blocs principaux (Figure (III.6))

- Base de connaissances.
- Moteur d'inférence.
- Interface de Fuzzification.
- Interface de defuzzification.

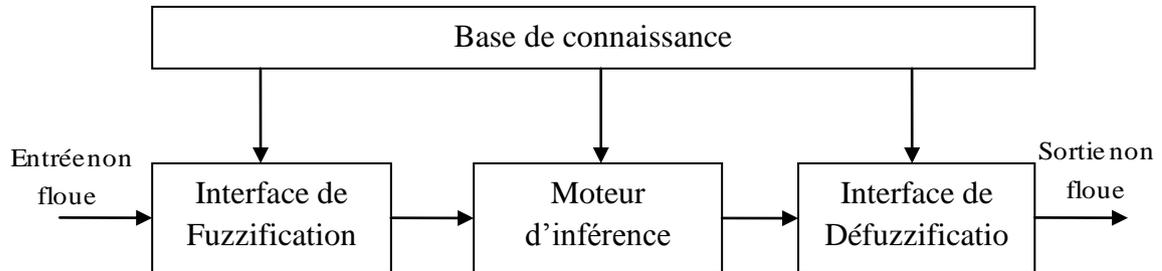


Figure III.6. Structure générale d'un contrôleur flou type-1

III.2.4.1. Fuzzification :

Cette opération calcule les degrés d'appartenance aux ensembles flous de chaque fonction d'appartenance correspondant à chaque entrée.

III.2.4.2. Base de connaissance :

La conception d'une base de connaissances représente la phase dans la conception des systèmes experts. Elle comprend la base de données et la base des règles floues

- *La base de données* : Contient la définition des ensembles flous, les facteurs d'échelle pour la normalisation des ensembles de référence et la partition de l'espace flou d'entrée et sortie.
- *La base des règles floues* : Ces règles permettent de déterminer le signal de sortie du contrôleur en fonction des signaux d'entrée, elles sont exprimées sous la forme : « Si prémisse Alors conclusion », qui peut être, à titre d'exemple, la suivante :

$$R^i : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et...et } x_n \text{ est } A_n^i \text{ Alors } u_i \text{ est } B^i \quad (\text{III.8})$$

Ou sous l a forme de SUGENO :

$$R^i : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et...et } x_n \text{ est } A_n^i \text{ Alors } u_i = f^i(x) \quad (\text{III.9})$$

Où $f(x)$: un polynôme.

Dans ce travail, on s'intéressera aux systèmes flous de type Takagi-Sugeno à conclusion constante dont la $i^{\text{ème}}$ règle floue est donnée par :

$$R^i : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et...et } x_n \text{ est } A_n^i \text{ Alors } u_i = c_i \quad (\text{III.10})$$

Où c_i est un singleton.

III.2.4.3. Moteur d'inférence

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue. En fait, le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant les principes de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

Dans le mécanisme d'inférence on distingue deux types d'opérateurs, l'opérateur de conjonction «ET» qui lie les différentes variables de la règle, et l'opérateur de disjonction «OU» qui lie l'ensemble de règles. Ces deux opérateurs peuvent être réalisés par différentes manières, en effet l'opérateur «ET» peut être réalisé par le produit algébrique ou l'intersection floue «min», et l'opérateur «OU» par la somme algébrique ou l'union floue «max». Ces différentes réalisations introduisent plusieurs mécanismes d'inférences:

- *Méthode D'inférence «Max-Min» (Méthode de Mamdani)*: La méthode d'inférence «max-min» est réalisée, au niveau de la condition l'opérateur «ET» par la formulation du minimum. La conclusion dans chaque règle, introduite par «ALORS», lie le facteur d'appartenance de la prémisse avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie est réalisée par la formation du minimum. Enfin l'opérateur «OU» qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.
- *Méthode D'inférence «Max-Produit» (Méthode de Larsen)*: La méthode d'inférence «max-produit» est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur «ET» par la formation du produit. La condition dans chaque règle, introduite par «ALORS» est réalisée par la formation du produit. L'opérateur «OU», qui lie les différentes règles, est réalisé par la formation du maximum
- *Méthode de Sugeno*: L'opérateur «ET» est réalisé par la formation du minimum, la conclusion de chaque règle floue a une forme polynomiale. La sortie est égale à la moyenne pondérée de la sortie de chaque règle floue.

III.2.4.4. Défuzzification :

La commande nécessitant un signal précis, il faudrait donc transformer la fonction d'appartenance résultante obtenue à la sortie du moteur d'inférence en une valeur précise. Cette opération est appelée défuzzification. Parmi les méthodes publiées dans la littérature on peut citer:

- Le centre de gravité
- La méthode de la hauteur
- La méthode de la hauteur modifiée
- La méthode de la valeur maximum
- La méthode de la moyenne des centres

La méthode de défuzzification par le centre de gravité [13] est la méthode la plus utilisée en commande floue du fait qu'elle fournit intuitivement la valeur la plus représentative de l'ensemble flou issu de l'agrégation des règles. Elle consiste à calculer le centre de gravité de la surface formée par la fonction d'appartenance résultante.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n c^i \prod_{j=1}^m \mu_j^i}{\sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \mu_j^i} \quad (\text{III.11})$$

Où m et n sont respectivement le nombre d'entrées et celui de règles floues utilisées.

III.3. Généralités sur la logique floue type-2

Initialement, le concept de l'ensemble flou type-2 a été introduit par le père fondateur de la logique floue Zadeh [14] comme extension du concept de l'ensemble flou type-1. Un ensemble flou type-2 est caractérisé par une fonction d'appartenance floue, c'est-à-dire, le degré d'appartenance de chaque élément de l'ensemble est lui-même un ensemble flou dans $[0,1]$. De tels ensembles sont conseillés dans le cas où nous avons une incertitude au niveau de la valeur de l'appartenance elle-même. L'incertitude peut être soit au niveau de la forme de la fonction d'appartenance soit dans l'un de ses paramètres.

La transition d'un ensemble ordinaire à un ensemble flou est la conséquence directe de l'indéterminisme de la valeur de l'appartenance d'un élément à un ensemble par 0 ou 1. Similairement, lorsque nous ne pouvons pas déterminer les fonctions d'appartenance floues par des nombres réels dans $[0,1]$, on utilise alors les ensembles flous type-2. Pour cela, on peut considérer que les ensembles flous type-1 comme une approximation du premier ordre de l'incertitude et que les ensembles flous type-2 comme une approximation du deuxième ordre.

III.3.1. Représentation d'un ensemble flou type-2

Une fonction d'appartenance de type-2 peut être vue comme une fonction à deux variables. Pour chaque x de l'univers du discours et degré d'appartenance primaire μ_1 , nous

aurons une appartenance secondaire μ_2 qui est un nombre ordinaire dans l'intervalle $[0,1]$. Ainsi, une fonction d'appartenance peut être définie par :

$$\mu_2(x, \mu_1) : X \times [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (\text{III.12})$$

On considère un ensemble flou type-1 caractérisé par une fonction d'appartenance gaussienne de moyenne M et d'écart type. σ_x Le degré d'appartenance pour chaque élément x est donné par :

$$m(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right) \quad (\text{III.13})$$

Dans le concept des ensembles flous type-1, le degré d'appartenance d'un élément est un nombre ordinaire qui appartient à l'intervalle $[0,1]$. On suppose que cette appartenance n'est pas un nombre mais un ensemble flou type-1. On note les éléments du domaine de cet ensemble μ_1 et on l'appelle appartenance primaire de x . On note l'appartenance de ces appartenances primaires $\mu_2(x, \mu_1)$ et on l'appelle appartenance secondaire de x .

Si les appartenances secondaires sont des gaussiennes de moyenne $m(x)$ et de déviation σ_m alors :

$$\mu_2(x, \mu_1) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1 - m(x)}{\sigma_m}\right)^2\right) \quad (\text{III.14})$$

Avec $\mu_1 \in [0,1]$ et $m(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right)$

D'où :

$$\mu_2(x, \mu_1) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right)}{\sigma_m}\right)^2\right) \quad (\text{III.15})$$

Le degré d'appartenance de chaque élément pour le cas d'un ensemble flou type-2 représente toutes les appartenances primaires ainsi que les appartenances secondaires correspondantes et peut être écrit sous la forme : $\mu(x) = \int_{\mu_1 \in [0,1]} \mu_2(x, \mu_1) / \mu_1, x \in X$

La Figure (III.7) est une représentation en trois dimensions d'un ensemble flou type-2 gaussien, dont la fonction d'appartenance principale est gaussienne.

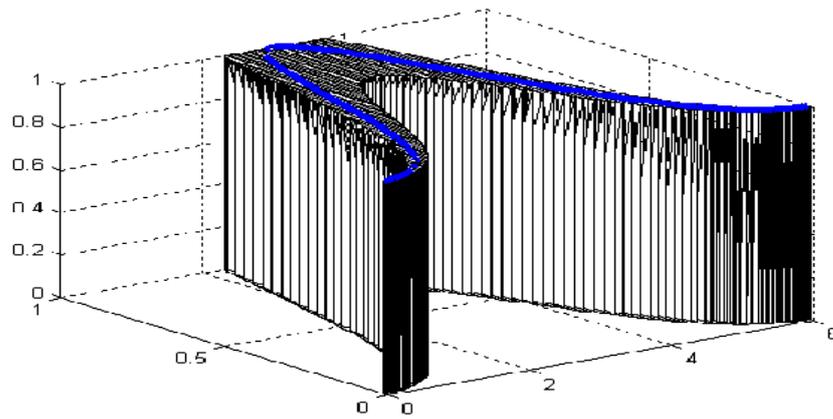


Figure III.7. Représentation tridimensionnelle d'un ensemble flou type-2 gaussien.

III.3.2. Types d'ensembles flous type-2

Selon la forme de l'appartenance primaire, on distingue principalement trois sortes d'ensembles flous type-2 : intervalle, Gaussienne, et triangulaire.

- **Ensemble flou type-2 gaussien:** Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 gaussien dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[1,0]$. Notons qu'il n'est pas nécessaire que la fonction d'appartenance principale soit aussi Gaussienne
- **Ensemble flou type-2 triangulaire:** Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 triangulaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[1,0]$.
- **Ensemble flou type-2 intervalle:** Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble ordinaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[1,0]$. Dans ce cas, les appartenances secondaires sont égales à 1. Notons que malgré chaque degré d'un ensemble type-2 intervalle est un ensemble ordinaire, l'ensemble lui-même est de type-2, parce que les degrés d'appartenance sont des ensembles et non pas des nombres ordinaires.

La Figure (III.8) schématise une fonction d'appartenance floue type-2 avec une zone d'incertitude.

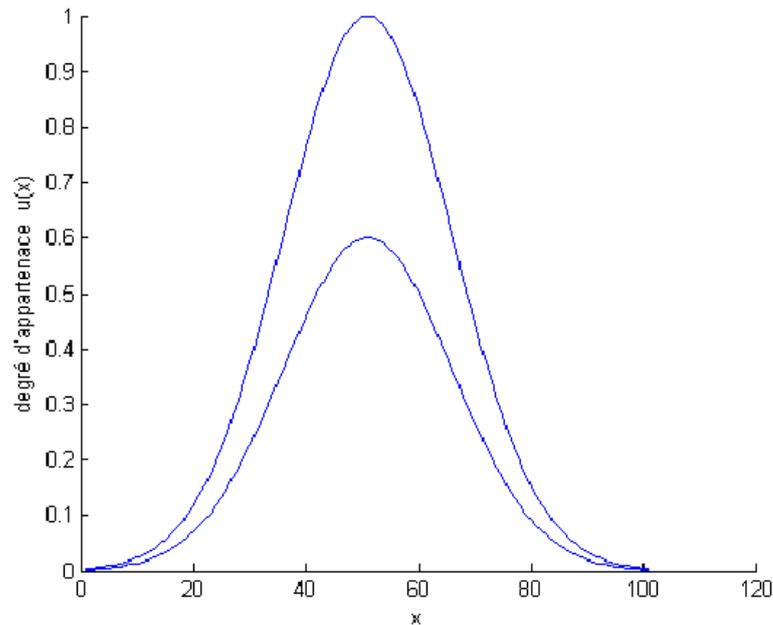


Figure III.8. Fonction d'appartenance d'un ensemble flou type-2

III.3.3. Opération sur les ensembles floue type-2

Considérons $\tilde{A} \in X$ et $\tilde{B} \in X$ deux ensembles flous type-2 et $\mu_{\tilde{A}}$ et $\mu_{\tilde{B}}$ leurs appartenances floues respectives (ensembles flous type-1 dans $J \subseteq [0,1]$) de ces deux ensembles, représenté pour chaque x par :

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_u f_x(u) / u ; u \in J \quad (\text{III.16})$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \int_w g_x(w) / w ; w \in J \quad (\text{III.17})$$

Où : $u \in J$ et $w \in J$ indique les degrés d'appartenance primaire de x .

$f_x(x) \in [0,1]$ et $g_x(x) \in [0,1]$ indique les degrés d'appartenance secondaire de x .

Pour définir les opérations fondamentales : union, intersection et complément des ensembles flous \tilde{A} et \tilde{B} , on utilise le principe d'extension de Zadeh [15].

- **Enoncé du principe d'extension monodimensionnel** : Le principe d'extension des ensembles flous est essentiellement une identité de base qui permet à un domaine de définition d'une relation à être étendu de quelques points de U à des sous ensembles flous de U . Particulièrement, supposons que f est une relation de U vers V et A est un ensemble flou défini par :

$$A = \int_U \mu_A(u) / u \text{ cas continu}$$

$$A = \sum_i \mu_A(u_i)/u_i \text{ cas discret,}$$

Alors le principe d'extension assure que l'image de A sous la relation f est un ensemble flou $f(A)$ de W défini par :

$$f(A) = \left[\int_U \mu_A(u)/u \right] = \int_W \mu_A(u)/f(u) \text{ cas continu}$$

$$f(A) = f \left[\sum_i \mu_A(u_i)/u_i \right] = \sum_i \mu_A(u_i)/f(u_i) \text{ cas discret.}$$

Par conséquent, l'image de A sous f peut être déduite en connaissant les images de u ou u_i sous f .

Par application du principe d'extension aux ensembles flous \tilde{A} et \tilde{B} , on aura :

- *Union de \tilde{A} et \tilde{B} :*

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \cup \mu_{\tilde{B}}(x) = \left(\sum_i f_x(u_i)/u_i \right) \cup \left(\sum_j g_x(w_j)/w_j \right) \\ &= \sum_{i,j} (f_x(u_i) * g_x(w_j)) / u_i \vee w_j \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

- *Intersection de \tilde{A} et \tilde{B} :*

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \cap \mu_{\tilde{B}}(x) = \left(\sum_i f_x(u_i)/u_i \right) \cap \left(\sum_j g_x(w_j)/w_j \right) \\ &= \sum_{i,j} (f_x(u_i) * g_x(w_j)) / u_i * w_j \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

- *Complément de \tilde{A} :*

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) = \sum_i f_x(u_i)/(1 - u_i) \quad (\text{III.20})$$

Où \vee représente le maximum t-conorme et $*$ représente la t-norme.

III.3.4. Structure d'un système flou type-2 :

Un contrôleur flou classique est composé d'une interface de fuzzification, une base de règles, un système d'inférence et une interface de défuzzification. La structure du contrôleur flou type-2 est similaire à celui classique avec la particularité de l'utilisation d'un réducteur de type pour convertir les ensembles flous type-2 à la sortie du système d'inférence en ensembles flous type-1 avant la phase de défuzzification. Ses différentes opérations sont illustrées sur la figure suivante [16] :

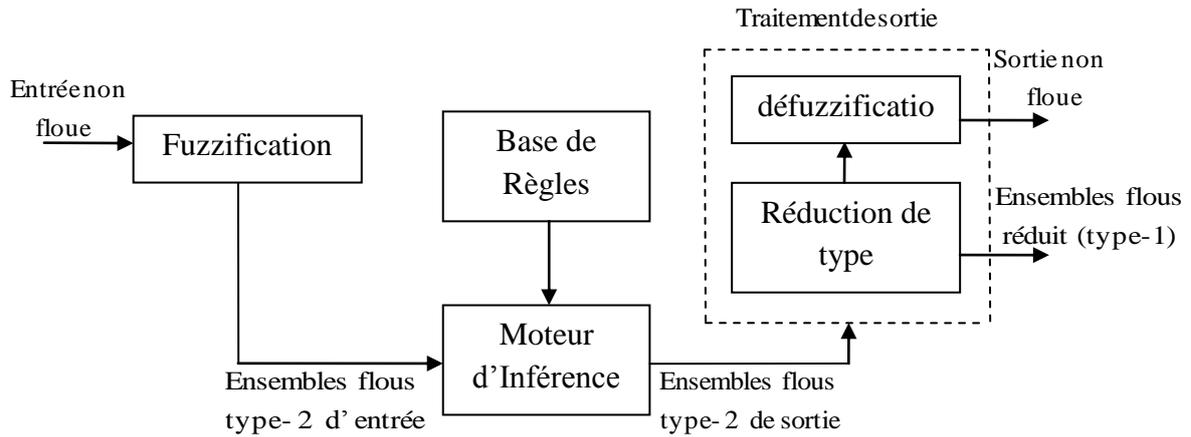


Figure III.9. Structure d'un système flou type-2

III.3.4.1. Fuzzification :

Contrairement à la fonction d'appartenance type-1, La fonction d'appartenance type-2 donne plusieurs degrés d'appartenance (ou dimensions) pour chaque entrée. Par conséquent, l'incertitude sera mieux représentée. Cette représentation va nous permettre de tenir compte de ce qui a été négligé par le type-1.

Dans cette thèse, seule la fuzzification de type singleton sera utilisée [17], en d'autres termes, l'entrée floue est un point singulier possédant une valeur d'appartenance unitaire.

III.3.4.2. Base de règle :

La différence entre le type-1 et le type-2 réside seulement dans la nature des fonctions d'appartenance, donc, la structure des règles dans le cas du type-2 va rester exactement la même. La seule différence étant que quelques (ou toutes) les fonctions d'appartenance seront de type-2 ; alors, la $j^{\text{ème}}$ règle d'un système flou type-2 aura la forme :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^j \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^j \text{ et...et } x_n \text{ est } \tilde{F}_n^j \text{ Alors } y = \tilde{G}^j \quad (\text{III.21})$$

Où x_i ($i=1,\dots,n$) sont les entrées du système flou, \tilde{F}_i^j est l'ensemble flou de type-2 correspondant à l'entrée x_i , \tilde{G}^j est un singleton de type-2 et y est la sortie.

Il n'est pas nécessaire que toutes les fonctions d'appartenance des prémisses et des conséquences soient de type-2. Il suffit qu'une seule fonction d'appartenance dans une prémisse ou dans une conséquence soit de type-2 pour que tout le système soit de type-2 [18].

III.3.4.3. Mécanisme d'inférence :

Dans le cadre de ce rapport et pour des raisons de simplifications de calcul, seuls les ensembles flous type-2 intervalle sont employés.

Le système d'inférence dans un système flou type-2 utilise la base de règles floues (III.21) pour effectuer une relation entre un vecteur d'entrée $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ et la sortie scalaire u . La première étape dans l'opération d'inférence floue est le calcul de l'intervalle d'activation associé au $j^{\text{ème}}$ ensemble flou de sortie :

$$F(\underline{x}) = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^j}(x_i) \quad (\text{III.22})$$

$\mu_{\tilde{F}_i^j}(x_i)$ est l'intervalle d'activation associé à la variable x_i .

Si l'on note l'ensemble flou de sortie correspondant à la $j^{\text{ème}}$ règle R^j par \tilde{B}^j . Lorsqu'une entrée \underline{x}' est appliquée, comme nous utilisons une fuzzification de type singleton, qui veut dire que l'ensemble \tilde{X} auquel appartient \underline{x}' possède un degré d'appartenance unitaire à $\underline{x} = \underline{x}'$ et zéro ailleurs, par conséquent l'ensemble de sortie correspondant à la $j^{\text{ème}}$ règle est calculé à l'aide de l'opérateur t-norme choisie \cap comme suit :

$$\mu_{\tilde{B}^j}(y) = \mu_{\tilde{G}^j}(y) \cap \left[\prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^j}(x_i) \right] \quad (\text{III.23})$$

Comme seulement les ensembles flous type-2 intervalle sont utilisés et l'opération t-norme produit est mise en œuvre, alors l'intervalle d'activation associé au $j^{\text{ème}}$ ensemble flou de sortie est l'ensemble flou type-1 intervalle défini par :

$$F^j(\underline{x}) = [\underline{f}^j(\underline{x}), \overline{f}^j(\underline{x})] \quad (\text{III.24})$$

Où $\underline{f}^j(\underline{x}) = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^j}(x_1) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_2^j}(x_2) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_n^j}(x_n)$ et $\overline{f}^j(\underline{x}) = \overline{\mu}_{\tilde{F}_1^j}(x_1) * \overline{\mu}_{\tilde{F}_2^j}(x_2) * \dots * \overline{\mu}_{\tilde{F}_n^j}(x_n)$

Les termes $\underline{\mu}_{\tilde{F}_i^j}(x_i)$ et $\overline{\mu}_{\tilde{F}_i^j}(x_i)$ sont respectivement des degrés d'appartenance inférieur et supérieur relatifs à $\mu_{\tilde{F}_i^j}(x_i)$.

III.3.4.4. Réduction de type :

Etant donné que la sortie du système d'inférence est un ensemble flou type-2, elle doit être réduite avant qu'elle soit défuzzifiée. Pour transformer la sortie floue type-2 en un ensemble flou type-1, la méthode des centres d'ensembles (center of sets en anglais (cos)) est utilisée. L'expression de l'ensemble flou de type réduit par cette méthode est donnée par [19]:

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = \int_{y^1} \dots \int_{y^k} \int_{f^1} \dots \int_{f^k} 1 / \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (\text{III.25})$$

Étant donné que chaque ensemble dans l'équation (III.24) est un ensemble type-1 intervalle, alors Y_{cos} est aussi un ensemble type-1 intervalle dont le domaine est situé sur l'axe des réels

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = [y_l, y_r] \quad (\text{III.26})$$

y_l et y_r sont deux points de gauche et de droite caractérisant l'ensemble réduit $Y_{\text{cos}} \cdot f^l(\underline{x})$ est l'éléme élément de l'intervalle d'activation de (III.24) et y^j est un élément de l'intervalle type-2 $Y^j = [y_l^j, y_r^j]$

Afin de calculer les points extrêmes y_l et y_r , Karnik et Mendel [20] ont développé un algorithme itérative dont la procédure est donnée comme suit :

Le calcul de y_l :

1. Discrétiser l'espace de sort Y en un nombre suffisant de points en choisissant comme segment les centroïdes des ensembles flous impliqués dans l'activation des règles.
2. Trier y^j dans un ordre croissant : $y^1 \leq y^2 \leq \dots \leq y^k$
3. Initialiser f^j en prenant comme point de départ : $f^j = \frac{f^j + \bar{f}^j}{2}$, $j = 1, \dots, k$

$$\text{ensuite calculer : } y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j}$$

et poser $y_l' = y_l$

4. Trouver un point de commutation $N (1 \leq N \leq k-1)$ qui satisfait : $y^k \leq y_l \leq y^{k+1}$

$$5. \text{ Pose : } f^j = \begin{cases} \bar{f}^j, & j < N \\ f^j, & j > N \end{cases}$$

$$\text{calculer : } y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j}$$

et poser : $y_l'' = y_l$

6. Si $y_l'' \neq y_l'$ aller à l'étape 6. Si $y_l'' = y_l'$, arrêter et poser $y_l = y_l''$
7. Poser $y_l = y_l''$ et aller à l'étape 3.

Le calcul de y_r :

1. Discrétiser l'espace de sort Y en un nombre suffisant de points en choisissant comme segment les centroïdes des ensembles flous impliqués dans l'activation des règles.
2. Trier y^j dans un ordre croissant : $y^1 \leq y^2 \leq \dots \leq y^k$

3. Initialiser f^j en prenant comme point de départ : $f^j = \frac{f^j + \bar{f}^j}{2}$, $j = 1, \dots, k$

ensuite calculer :
$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j}$$

et poser $y_r' = y_r$

4. Trouver un point de commutation $N (1 \leq N \leq k-1)$ qui satisfait : $y^k \leq y_r \leq y^{k+1}$

5. Pose :
$$f^j = \begin{cases} \bar{f}^j, & j < N \\ f^j, & j > N \end{cases}$$

calculer :
$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j}$$

et poser : $y_r'' = y_r$

6. Si $y_r'' = y_r$ aller à l'étape 6. Si $y_r'' \neq y_r$, arrêter et poser $y_r = y_r''$
7. Poser $y_r = y_r''$ et aller à l'étape 3.

III.3.4.5. Défuzzification :

Le type réduit (III.25) sera déterminé par ses deux points extrêmes de droite et de gauche respectivement y_l et y_r . En appliquant le centre de gravité au type réduit, la sortie numérique sera donnée par :

$$Y = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (\text{III.27})$$

Contrairement aux systèmes flous type-1 où la sortie est caractérisée par un seul vecteur de fonctions de bases flous (FBF), un système flou type-2 est caractérisé par deux vecteurs de FBF. Dans ce cas y_l peut être écrit comme suit :

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k f^j y_l^j}{\sum_{j=1}^k f^j} = \sum_{j=1}^k y_l^j \xi_l^j = \underline{y}_l^T \underline{\xi}_l(x) \quad (\text{III.28})$$

Où f_l^j désigne le degré d'activation (soit f_l^j ou \bar{f}_l^j) contribuant au point extrême de gauche y_l ,

$\xi_l^j = \frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^k f_l^j}$ sont les composantes du premier vecteur de FBF, $\underline{\xi}_l^T(x) = [\xi_l^1, \dots, \xi_l^k]$ et

$\underline{y}_l^T = [y_l^1, \dots, y_l^k]$ est la conclusion du système flou type-2.

De même,

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k f^j y_r^j}{\sum_{j=1}^k f^j} = \sum_{j=1}^k y_r^j \xi_r^j = \underline{y}_r^T \underline{\xi}_r(x) \quad (\text{III.29})$$

où f_r^j désigne le degré d'activation (soit f_r^j ou \bar{f}_r^j) contribuant au point extrême de gauche y_r ,

$\xi_r^j = \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^k f_r^j}$ sont les composantes du premier vecteur de FBF, $\underline{\xi}_r^T(x) = [\xi_r^1, \dots, \xi_r^k]$ et

$\underline{y}_r^T = [y_r^1, \dots, y_r^k]$ est la conclusion du système flou type-2.

Finalement, l'équation (1.25) après substitution de (1.26) et (1.27) peut être donnée par :

$$Y = \frac{\underline{y}_l^T \underline{\xi}_l + \underline{y}_r^T \underline{\xi}_r}{2} \quad (\text{III.30})$$

III.4. Commande floue des convertisseurs DC-DC

L'objectif de cette partie est la synthèse d'un contrôleur flou (type 1 et type 2) de la tension de sortie des convertisseurs DC-DC

III.4.1. Contrôleur flou type 1

Le contrôleur flou proposé aura deux variables d'entrée dont la structure est représentée par Figure (III.10)

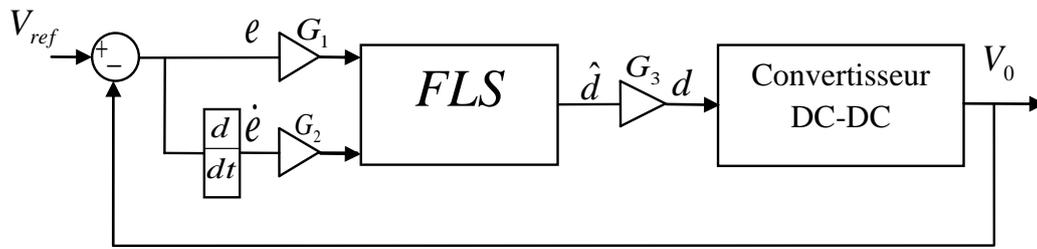


Figure III.10. Structure de commande par un contrôleur flou

Les deux entrées sont :

L'erreur de tension de sortie e , est obtenue en comparant la tension de référence V_{ref} et la tension mesurée V : $e(k) = V_{ref} - V_0$.

La variation de l'erreur de tension de peut être calculée à chaque pas d'échantillonnage comme étant : $de(k) = e(k) - e(k-1)$.

Les deux entrées sont normalisées au moyen de gains de normalisation, G_1 pour l'erreur et G_2 pour la dérivée de l'erreur. Un gain de dénormalisation, G_3 est affecté sur la sortie. L'univers du discours pour le moteur flou est ainsi ramené sur l'intervalle $[-1,+1]$.

Nous avons défini, pour chaque entrée, cinq ensembles flous : Négative Grand (NG), Négative (N), Zéro (Z), Positive (P) et Positive Grand (PG), décrits par des fonctions d'appartenance gaussiennes uniformément distribuées sur l'univers de discours, La fonction d'appartenance gaussienne est utilisée pour la simplicité et aussi pour réduire les calculs.

En utilisant toutes les combinaisons possibles, on obtient 25 règles avec 25 singletons de sortie \hat{d} .

Le système flou est de type Takagi-Sugeno, la conclusion est une valeur scalaire et non une fonction de l'entrée. La $j^{\text{ème}}$ règle du système flou est exprimée par :

$$R^j : \text{Si } e \text{ est } E_0^i \text{ et } de \text{ est } E_1^j \text{ Alors } \hat{d} = C_j \quad (\text{III.31})$$

Avec E_0^i sont E_1^j respectivement les ensembles flous de l'erreur en tension e et de sa dérivée de .

C_j est le $j^{\text{ème}}$ singleton de sortie.

En utilisant le produit comme moteur d'inférence et le centre de gravité pour la défuzzification, la sortie du système flou peut être donnée par :

$$\hat{d} = \frac{\sum_{j=1}^9 C_j \prod_{i=1}^2 \mu_j^i(x^i)}{\sum_{j=1}^9 \prod_{i=1}^2 \mu_j^i(x^i)} \quad (\text{III.32})$$

L'évaluation des gains G_1, G_2 et G_3 provient de l'expérience. En jouant sur les gains on assure la stabilité et on établit les performances dynamiques et statiques désirées. En fin le signal de commande d appliquée au convertisseur peut être donnée par :

$$d(t) = G_3 \hat{d}(t) \quad (\text{III.33})$$

III.4.2. Contrôleur flou type 2

Nous avons défini, pour chaque entrée trois ensembles flous type-2 intervalle : Négative (\tilde{N}), Zéro (\tilde{Z}), Positive (\tilde{P}), décrits par des fonctions d'appartenance trapézoïde uniformément distribuées sur l'univers de discours $[-1,+1]$.

En utilisant toutes les combinaisons possibles, on obtient 9 règles avec 9 ensembles flous de la conclusion de type-2.

La structure des règles dans le cas du type 2 va rester exactement la même. La seule différence étant que les ensembles flous associés aux prémisses et aux conclusions seront de type 2; alors, la $j^{\text{ième}}$ règle d'un système flou type 2 aura la forme

$$R^j : \text{Si } e \text{ est } \tilde{E}_1^j \text{ et } de \text{ est } \tilde{E}_2^j \text{ Alors } y = Y^j \quad (\text{III.34})$$

Avec \tilde{E}_1^j sont \tilde{E}_2^j respectivement l'ensemble flou de type 2 de l'erreur en tension e et de sa dérivée de . $Y^j = [\underline{y}^j, \bar{y}^j]$ est l'ensemble flou de la conclusion de type 2.

Les limites inférieures et supérieures des ensembles flous type 2 des prémisses ainsi que les points extrêmes gauches et droits des ensembles intervalles des conclusions sont obtenus en utilisant la fonction *IT2FLS.m* [21].

En appliquant le centre de gravité au type réduit, la sortie sera donnée par :

$$d = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (\text{III.35})$$

III.4.3. Simulations et résultats

Pour évaluer les performances des contrôleurs proposés, on présentera les résultats de régulation de la tension de sortie des convertisseurs Buck, Boost et Buck-Boost. Les paramètres de simulations utilisés sont les suivants :

<i>paramètres</i>	<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>	V_{in}	<i>T</i>
<i>Buck</i>	$220\mu F$	$47\mu H$	11Ω	$20V$	$0.05ms$
<i>Boost</i>	$200\mu F$	$200\mu H$	10Ω	$10V$	$1ms$
<i>Buck-Boost</i>	$4.2mF$	$2200\mu H$	165Ω	$15V$	$0.65ms$

Tableau III.3. Paramètre des convertisseurs DC-DC

Les Figures (III.11) et (III.12) présentent la réponse de la tension de sortie V_c de convertisseur Buck avec une tension de référence de $12V$, on constate que les deux contrôleurs flous proposés, assure de bonnes performances, un temps de réponse de $2ms$, un déplacement presque nul dans le cas de CLF type 1 et nul dans le cas de CLF type 2, on peut remarquer aussi que la tension de sortie présente la plus petite erreur statique avec le CLF type 2.

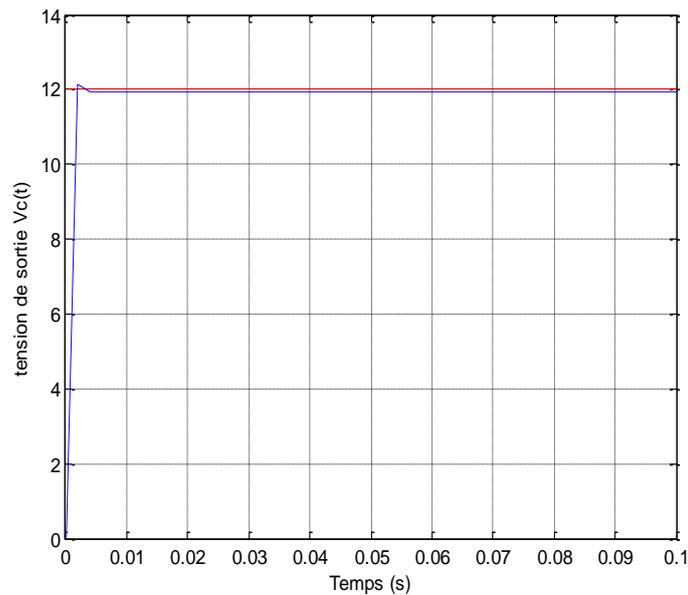


Figure III.11. Réponse du convertisseur Buck (CLF type 1)

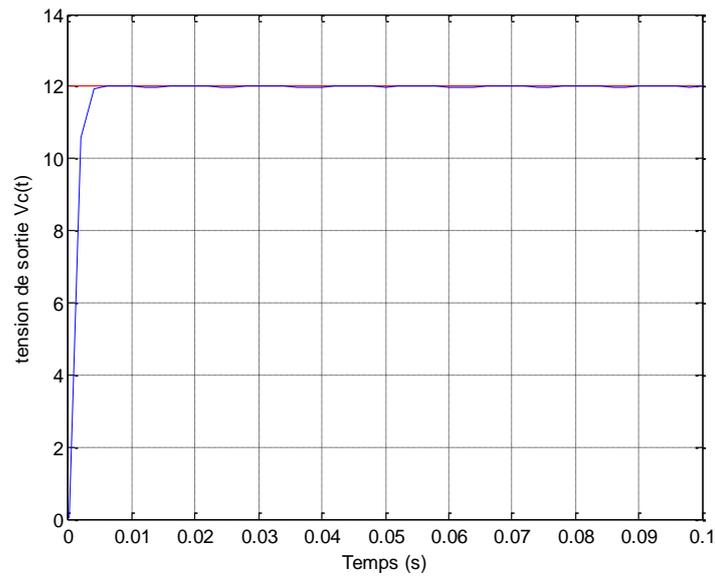


Figure III.12. Réponse du convertisseur Buck (CLF type 2)

Les Figures (III.13) et (III.14) présentent la réponse de la tension de sortie V_c de convertisseur Boost avec une tension de référence de $24V$, on remarque que les performances des deux lois de commande sont identiques. Le temps de réponse est de $20ms$, l'erreur statique est nul, le dépassement est de $10V$ soit un pourcentage de 40.7% ce qui est assez important et peu acceptable dans certaines applications sensibles aux variations de la tension. Il y a aussi présence d'oscillations et le temps de stabilisation est d'à peu près $0.2s$.

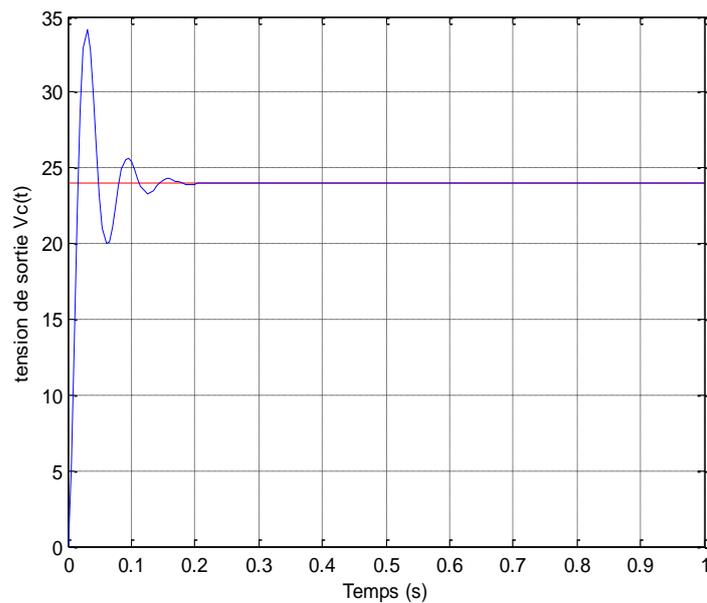


Figure III.13. Réponse du convertisseur Boost (CLF type 1)

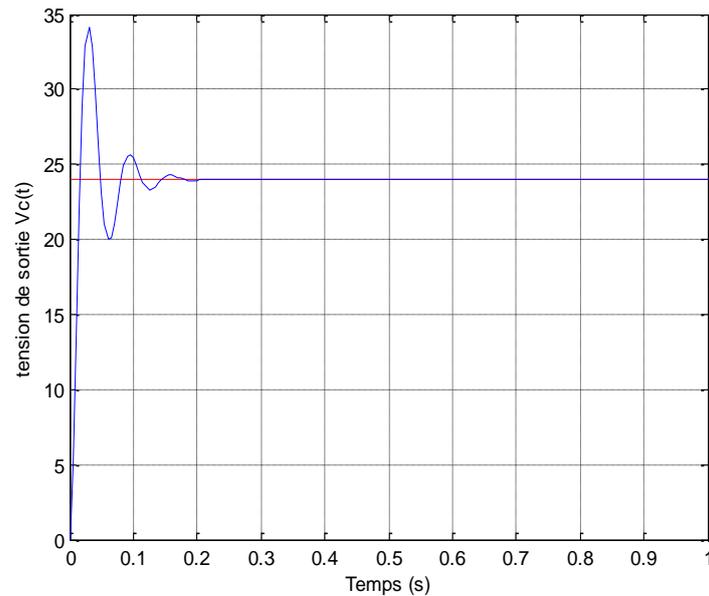


Figure III.14. Réponse du convertisseur Boost (CLF type 2)

Les Figures (III.15) et (III.16) montrent la réponse de la tension de sortie V_c de convertisseur Buck-Boost avec une tension de référence de $-4V$, les performances des deux lois de commande sont presque identiques. Le temps de réponse est de $0.2s$, le dépassement est de $1.2V$ soit un pourcentage de 30% ce qui est assez important et peu acceptable dans certaines applications sensibles aux variations de la tension. Il y a aussi présence d'oscillations et le temps de stabilisation est d'à peu près $4s$. La différence ces deux résultats est que la tension de sortie présente la plus petite erreur statique avec le CLF type 2.

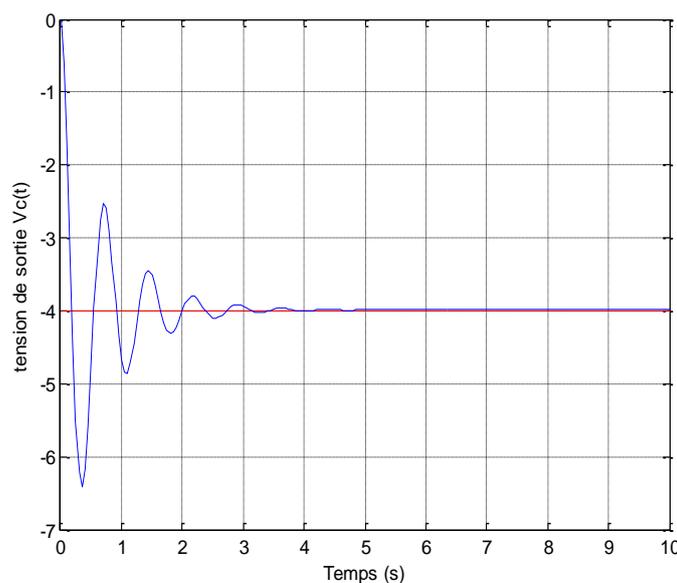


Figure III.15. Réponse du convertisseur Buck-Boost (CLF type 1)

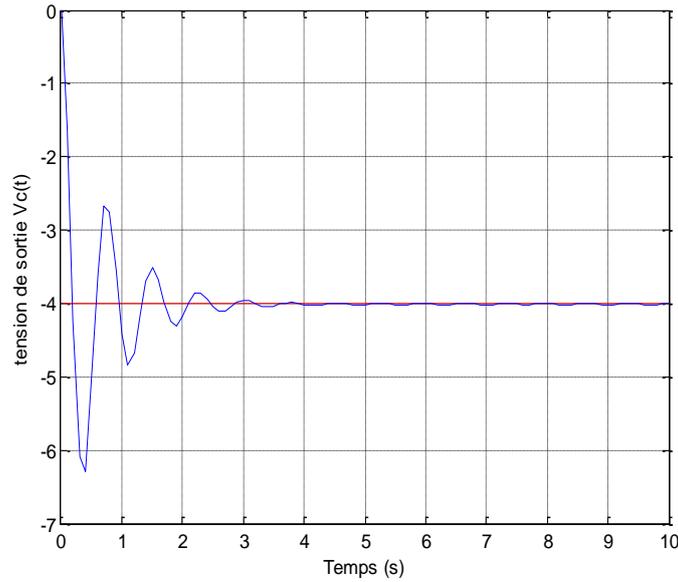


Figure III.16. Réponse du convertisseur Buck-Boost (CLF type 2)

III.5. Présentation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S)

Les modèles flous de type Takagi-Sugeno sont représentés dans l'espace d'état par des règles floues de type « Si-Alors » [7]. Les parties prémisses de ces règles floues sont représentatives de l'univers du discours sur lequel le modèle flou est valide et, les parties conclusions correspondent peut être à des modèles locaux invariants dans le temps (représentations d'état linéaires). A titre d'exemple, ce type de modèle flou s'avère utile pour la représentation des systèmes non linéaires tels que les systèmes électriques, chaotiques, etc. La $i^{\text{ème}}$ règle floue d'un modèle T-S continu (en temps continu) (MFC) s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{aligned}
 R^i : & \text{SI } z_1(t) \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \text{ ET } z_2(t) \text{ est } F_2^i(z_2(t)) \dots z_p(t) \text{ est } F_p^i(z_p(t)) \\
 \text{ALORS : } & \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (\text{III.36})
 \end{aligned}$$

Où R^i représente la $i^{\text{ème}}$ règle floue, $i = 1, \dots, r$, $F_j^i(z_j(t))$ pour $j = 1, \dots, r$ sont les sous-ensembles flous, r le nombre de règles floues, $z_j(t)$ sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système, $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^p$ et $u(t) \in R^m$ représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande. $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $C_i \in R^{p \times n}$ et $D_i \in R^{p \times m}$ sont des matrices décrivant la dynamique du système.

Notons qu'une discrétisation de tels modèles est possible par une représentation d'état en temps discret (MFD). Le temps t est alors congru à k et le modèle est alors décrit par les équations de récurrence suivantes :

$$\begin{aligned}
 R^i : & \text{ SI } z_1(k) \text{ est } F_1^i(z_1(k)) \text{ ET } z_2(k) \text{ est } F_2^i(z_2(k)) \dots z_p(k) \text{ est } F_p^i(z_p(k)) \\
 \text{ALORS : } & \begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) \\ y(k) = C_i x(k) + D_i u(k) \end{cases} \quad (\text{III.37})
 \end{aligned}$$

À chaque règle R^i est attribué un poids noté $w_i(z(t))$. Ce poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous $F_j^i(z_j(t))$ et du connecteur «ET» reliant les prémisses choisis telles que :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)), \text{ pour } i = 1, \dots, r \quad (\text{III.38})$$

$F_j^i(z_j(t))$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $z_j(t)$ à l'ensemble flou F_j^i . On a alors les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0, \forall t \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

On pose :

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (\text{III.40})$$

$h_i(z(t))$ représente donc la fonction d'activation de la $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou. Pour $i = 1, \dots, r$, ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe, c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \text{ et } h_i(z(t)) \geq 0$$

Finalement, la défuzzification du modèle flou permet d'obtenir la représentation d'état d'un modèle non linéaire par l'interconnexion de modèles locaux invariants dans le temps par des fonctions d'activation non linéaires. On obtient alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

Notons que de la même façon, pour un modèle flou discrétisé (MFD) on a:

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k))(A_i x(k) + B_i u(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k))(C_i x(k) + D_i u(k)) \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

III.5.1. Obtention des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S) par secteur non linéaire :

Pour obtenir un modèle flou T-S, plusieurs approches peuvent être rencontrées dans la littérature : l'identification [22], la linéarisation [23] [24] et la transformation par secteurs non linéaires [24]. On se limitera à l'étude de la modélisation par secteurs non linéaires, Cette méthode a été initiée par [25] et étendue par [24] et [26]. L'approche par secteurs non linéaires garantit la construction d'un modèle T-S représentant exactement un modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état. Notons que l'approche par secteur non linéaire permet d'associer une infinité de modèles T-S pour un système non linéaire suivant le découpage des non-linéarités réalisé. Une approche systématique de découpage en secteurs non linéaires repose sur le lemme suivant :

Lemme 1.1 : Soit $f(x(t)) : R \rightarrow R$ une fonction bornée, il existe toujours deux fonctions $\eta_1(x(t))$ et $\eta_2(x(t))$ ainsi que, deux scalaires α et β tels que :

$$f(x(t)) = \alpha \times \eta_1(x(t)) + \beta \eta_2(x(t)) \quad (\text{III.43})$$

Avec : $\eta_1(x(t)) + \eta_2(x(t)) = 1$, $\eta_1(x(t)) \geq 0$, $\eta_2(x(t)) \geq 0$

Preuve : Sous l'hypothèse que la fonction $f(x(t))$ est bornée telle que $\alpha \leq f(x(t)) \leq \beta$, il est possible d'écrire :

$$f(x(t)) = \alpha \times \eta_1(x(t)) + \beta \eta_2(x(t)) \quad (\text{III.44})$$

Avec : $\alpha = \max(f(x(t)))$, $\beta = \min(f(x(t)))$, $\eta_1(x(t)) = \frac{f(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta}$ et $\eta_2(x(t)) = \frac{\alpha - f(x(t))}{\alpha - \beta}$

Dans ce cas, le modèle T-S (III.41) obtenu représente de façon exacte le modèle non linéaire pour $x \in R^n$ et comporte 2^m règles floues où m correspond au nombre de non linéarités du système non linéaire réel [27].

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre après la présentation de différents concepts de la logique floue type 1 et type 2, ainsi que des exemples de mise en œuvre dans le domaine de la commande, nous avons introduit la modélisation floue des systèmes non linéaire, en nous focalisant particulièrement sur le modèle de type Takagi-Sugeno.

Chapitre IV

La commande prédictive sous forme LMI

IV.1. Introduction

La commande prédictive fait partie de l'ensemble des techniques de commandes avancées qui peut être employée dans des applications industrielles et dans des travaux de recherche afin de répondre aux problèmes de régulation des systèmes industriels complexes soumis aux contraintes. Le terme commande prédictive n'indique pas une stratégie de commande spécifique mais plutôt un ensemble d'algorithmes qui utilisent explicitement le modèle du système dans un problème d'optimisation, à résoudre, afin de déterminer une séquence optimale de commandes satisfaisant les contraintes du système et les performances formulées à travers un certain critère d'optimisation.

La première génération de la commande prédictive a été appliquée dans le milieu industriel en 1978 [28] sous la nomination de la commande prédictive heuristique MPHHC (Model Predictive Heuristic Control). Le principe de cette technique est de poursuivre une référence mais sans tenir compte des contraintes d'exploitation du système considéré. A partir de cette technique, qui représente la base des techniques des commandes prédictives, d'autres stratégies permettant la prise en compte des contraintes sur les entrées et les sorties du système sont apparues à partir des années 80 comme : la commande prédictive généralisée connue sous le nom de GPC (Generalized Predictive Control) [29], et la commande prédictive fonctionnelle nommée PFC (Predictive Functional Control), [30], la commande prédictive sous contraintes terminales CRHPC (Constrained Receding Horizon Predictive Control) [31] et la commande prédictive à base de modèle MPC (Model Predictive Control) [32]

L'avantage principal de cette technique de commande est représenté par la possibilité de prendre en compte explicitement les différentes contraintes sur les états, les commandes et les sorties. La littérature fournit de nombreuses méthodes qui développent les structures de commande prédictive permettant la prise en compte de contraintes, de type égalité ou inégalité. Dans notre thèse pour notre problème de commande prédictive sous contraintes on a utilisé les inégalités matricielles linéaires (LMI), les approches basées sur les LMIs prennent une place de plus importante dans les méthodes modernes de l'automatique puisqu'elles promettaient d'apporter des solutions intéressantes par la manipulation de contraintes de façon systématique ainsi que pour la prise en compte des incertitudes.

IV.2. La Commande prédictive sous contraintes

L'idée principale des commandes prédictives étant de prédire ou d'anticiper le comportement ou l'état futur du système, au moins sur un certain horizon, en s'appuyant sur un modèle dynamique. Cette idée a pour objectif de minimiser l'écart entre une trajectoire à

poursuivre ou une référence donnée au préalable et l'estimation de l'état futur du système, sur un horizon fini appelé horizon de prédiction, en tenant compte de l'état actuel du système étudié. Le résultat de la prédiction sera un vecteur de commande ou une séquence dont le premier élément est injecté au système. Durant l'intervalle de temps suivant, une nouvelle séquence est calculée et l'ancienne séquence sera donc décalée. Ainsi, la commande prédictive est également appelée commande à horizon glissant ou fuyant.

Le modèle de base pour calculer les prédictions est un modèle d'état discret donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

avec $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ et $y(k) \in \mathbb{R}^q$ qui est soumis aux contraintes au niveau de la commande $u(k)$ et des sorties $y(k)$

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq u \leq u_{\max} \\ y_{\min} &\leq y \leq y_{\max} \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

La fonction coût J à minimiser à chaque période d'échantillonnage pénalise les déviations des sorties prédites $\hat{y}(k+j|k)$ d'une trajectoire de référence $r(k+j|k)$ en plus des variations du vecteur de commande $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, elle est souvent donnée par la forme :

$$\begin{aligned} \min_u J = & \sum_{j=H_w}^{H_p} (r(k+j) - \hat{y}(k+j|k))^T Q (r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)) \\ & + \sum_{j=1}^{H_u} (u(k+j-1)^T R u(k+j-1) + \Delta u(k+j-1)^T S \Delta u(k+j-1)) \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

Où Q , R et S sont les matrices de pondération, avec Q est défini positive et S et R sont semi défini positives. Les paramètres H_w , H_p et H_u sont les paramètres de réglage du correcteur prédictif et représentent respectivement l'instant du début de la prédiction, l'horizon de prédiction maximal et l'horizon de commande. L'horizon de prédiction H_p représente la longueur de l'intervalle de temps futur sur lequel on cherche à minimiser la fonction coût. L'horizon de commande H_u représente le nombre de variation de la commande que l'on autorise en futur avant qu'elle ne soit maintenir à une valeur constante.

Selon la stratégie prédictive, le modèle précédemment défini est ensuite utilisé pour élaborer la prédiction du comportement futur du système. En considérant que l'état du système est disponible, les prédictions des sorties futures peuvent être mises sous la forme (IV.4), où $\hat{y} \in \mathbb{R}^q$ représente le vecteur des sorties prédites.

$$\hat{y}(k+n|k) = CA^n x(k) + \sum_{j=0}^{n-1} CA^{n-j-1} B \underbrace{\left[u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i) \right]}_{u(k+j)} \quad (IV.4)$$

L'étape suivante consiste à définir sous forme matricielle le vecteur $\hat{Y}(k)$ des prédictions des sorties, en considérant l'expression (IV.4) pour $n = \overline{H_w, H_p}$ et avec la condition $\Delta u(k+1) = 0$ pour $i \geq H_u$. Le vecteur des sorties prédites devient alors :

$$\hat{Y} = \underbrace{C_n \Phi x(k)}_{\Gamma} + \underbrace{[C_n H \ 0] U_n}_{\Lambda} \quad (IV.5)$$

On peut encor écrire :

$$\hat{Y} = \Gamma + \Lambda U_n \quad (IV.6)$$

avec : $\hat{Y} \in R^{H_p n_0}$, $\Gamma \in R^{H_p n_0}$, $\Lambda \in R^{H_p n_0 \times H_u n_0}$ et $U_n \in R^{(H_u+1)n_i}$, n_0 est le nombre de sorties du système et n_i est le nombre d'entrées du système. On appelle Γ la réponse libre de la sortie car il ne dépend pas de la séquence de commande et il est obtenu par simulation de la réponse libre dans le modèle, et on appelle ΛU_n la réponse forcé de la sortie car il dépend de la séquence de commande sélectionnée.

Une fois cette représentation linéaire locale a été obtenue, le problème d'optimisation peut être écrit comme un programme quadratique (QP). De ce fait, l'implantation de la commande prédictive nécessite la résolution du problème QP à chaque pas d'échantillonnage. Reprenons le critère de coût J et mettons-le sous une forme matricielle :

$$J(U_n, Y_n) = (Y_{ref} - Y_n)^T Q (Y_{ref} - Y_n) + U_n^T R U_n + (\Delta U_n - \bar{U}_{k-1})^T S (\Delta U_n - \bar{U}_{k-1}) \quad (IV.7)$$

Où $Y_{ref} = [Y_{ref}(k+1) \cdots Y_{ref}(k+n)]^T$ est le vecteur de référence.

En remplaçant (IV.6) dans (IV.7)

$$J(U_n) = J_{\min} + 2[(\Gamma - Y_{ref})^T Q \Lambda - \bar{U}_{k-1}^T S \Delta] U_n + U_n^T [\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta] U_n \quad (IV.8)$$

Où

$$J_{\min} = Y_{ref}^T Q Y_{ref} + \Gamma^T Q \Gamma - 2 Y_{ref}^T Q \Gamma + \bar{U}_{k-1}^T S \bar{U}_{k-1} \quad (IV.9)$$

IV.2.1. La commande prédictive robuste

La question de la robustesse se pose dès que les incertitudes sur la représentation du processus sont admises. Il convient, alors, de définir les conditions pour maintenir certaines

propriétés telles que la stabilité et la performance de la commande en présence de ces incertitudes. Le principe de la commande prédictive robuste (RMPC) est, donc, de prendre en compte les variations des paramètres du modèle données par δA , δB et δC .

Dans le cas où le système est affecté par des incertitudes, on peut retenir le modèle de prédiction comme dans (IV.1) et considérer le modèle affecté par des incertitudes :

$$\begin{cases} x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B + \delta B)u(k) \\ y(k) = (C + \delta C)x(k) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

La sortie prédite devient :

$$\hat{Y} = \Gamma + (\Lambda + \delta \Lambda)U_n \quad (\text{IV.11})$$

On modifier la minimisation de la fonction objectif nominale (IV.8) à une minimisation d'une fonction objectif plus défavorable :

$$\begin{aligned} J(U_n) = J_{\min} + 2[(\Gamma - Y_{ref})^T Q \Lambda - \bar{U}_{k-1}^T S \Delta + (\Gamma - Y_{ref})^T Q \delta \Lambda] U_n \\ + U_n^T [\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta + \delta \Lambda^T Q \delta \Lambda + \Lambda^T Q \delta \Lambda + \delta \Lambda^T Q \Lambda] U_n \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

IV.2.2. La commande prédictive sous contraintes terminales (CRHPC)

La commande prédictive avec contraintes CRHPC (Constrained Receding Horizon Predictive Control) [31] est une variante de la commande prédictive MPC qui garantit la stabilité en boucle fermée sous certaines conditions. Dans cette configuration, le critère de coût de l'algorithme MPC doit être minimisé sachant que l'on impose à la sortie de coïncider avec la consigne pendant un intervalle supplémentaire de m périodes d'échantillonnage après l'horizon de prédiction H_p , selon la relation :

$$\hat{y}(t + H_p + j) = y_{ref}(t + H_p), \quad j = 1, \dots, m \quad (\text{IV.13})$$

Avec \hat{y} sortie prédite et m nombre de contraintes terminales. Les prédicteurs sous forme matricielle s'expriment de façon similaire à la relation (IV.11) :

$$\hat{Y}_c = \Gamma_c + (\Lambda_c + \delta \Lambda_c)U_n \quad (\text{IV.14})$$

En remplaçant (IV.13) dans (IV.14) on obtient la forme matricielle suivante :

$$(\Lambda_c + \delta \Lambda_c)U_n = Y_{refc} - \Gamma_c \quad (\text{IV.15})$$

D'autres contraintes peuvent également s'envisager, de type inégalité (ou encore appelées contraintes dures), permettant de modéliser des saturations au niveau du signal de commande, ou de l'incrément de ce signal, ou encore de la sortie.

Limitation du signal de commande :

$$u_{\min}(k+j-1) < u(k+j-1) < u_{\max}(k+j-1), \quad j=1, \dots, H_u+1 \quad (\text{IV.16})$$

Sachant que : $u(k+j-1) = u(k-1) + \sum_{i=1}^j \Delta u(k+i-1)$

Ces contraintes se regroupent sous la forme matricielle suivante :

$$U_{\min} < IU_n < U_{\max} \quad (\text{IV.17})$$

Avec :

$$I_{H_u+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \in R^{H_u+1 \times H_u+1}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} I_{H_u+1} \\ -I_{H_u+1} \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} U_{\max} \\ -U_{\min} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

Limitation de l'incrément de commande :

$$\Delta u_{\min}(k+j-1) < \Delta u(k+j-1) - u(k-1) < \Delta u_{\max}(k+j-1), \quad j=1, \dots, H_u+1 \quad (\text{IV.19})$$

Ce qui fournit sous forme matricielle :

$$U_{\min} + U_{k-1} < L_{H_u+1} U_n < U_{\max} + U_{k-1} \quad (\text{IV.20})$$

Avec :

$$L_{H_u+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \in R^{H_u+1 \times H_u+1}, U_{k-1} = \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix}, \in R^{(H_u+1)n_i}$$

soit :

$$\begin{bmatrix} L_{H_u+1} \\ -L_{H_u+1} \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} U_{\max} + U_{k-1} \\ -U_{\min} - U_{k-1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.21})$$

Saturation du signal de sortie :

$$y_{\min} < \hat{y}(k+j) < y_{\max}, \quad j=1, \dots, H_p \quad (\text{IV.22})$$

Ce qui fournit sous forme matricielle, compte tenu de la relation (IV.11) :

$$Y_{\min} < \Gamma + (\Lambda + \delta\Lambda)U_n < Y_{\max} \quad (\text{IV.23})$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} (\Lambda + \delta\Lambda) \\ -(\Lambda + \delta\Lambda) \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} Y_{\max} - \Gamma \\ -Y_{\min} + \Gamma \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

On constate dès lors que l'ensemble des contraintes représentées par les équations (IV.15), (IV.18), (IV.20) et (IV.23) peut se structurer sous un formalisme unique facilement exploitable par la suite par les algorithmes de minimisation :

$$AU_n(k) \leq B \quad (\text{IV.25})$$

où A est une combinaison des matrices I_{H_u+1} , L_{H_u+1} , $(\Lambda + \delta\Lambda)$, $(\Lambda_c + \delta\Lambda_c)$ et B un vecteur constitué des différentes contraintes présentes dans le système.

IV.2.3. Formulation du problème de commande prédictive comme un programme quadratique

Lorsque le système se trouve soumis à un ensemble de contraintes regroupées sous la forme synthétique de la relation (IV.25), la simple minimisation du critère MPC (IV.12), pour lequel existait une solution explicite, se transforme désormais en un problème de programmation quadratique beaucoup plus délicat à résoudre. Les contraintes demeurent malgré tout linéaires, nous permettant d'utiliser des techniques plus difficiles à mettre en œuvre dans le cas général de contraintes non-linéaires [33].

Notre problème consiste donc à minimiser une fonction convexe J (IV.12), sur un domaine convexe (IV.25). Sans rentrer en détail dans la théorie de la programmation quadratique, un problème de minimisation convexe possède un minimum global (s'il existe) unique si le Hessien de la fonction objectif est défini positif. Dans ce sens, la forme matricielle du critère (IV.12) peut se reformuler de la façon suivante [8] :

$$\min U_n(k)^T H U_n(k) - P^T U_n(k) + E \quad (\text{IV.26})$$

Le Hessien H de cette fonction est alors défini positif si la matrice Λ vérifie la relation :

$$\text{rang}(\Lambda) = H_u \quad (\text{IV.27})$$

IV.3. Application du Formalisme LMI

On a adopté le formalisme LMI (Linear Matrix Inequality) comme outil de minimisation. Cette démarche est détaillée dans les paragraphes ci-dessous.

IV.3.1. Formalisme LMI

Une inégalité matricielle linéaire (notée par la suite LMI) peut se formaliser par la relation :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i < 0 \quad (\text{IV.28})$$

Où x_1, x_2, \dots, x_n représentent les coordonnées de l'optimum x recherché, $F_j = F_j^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ des matrices données, et $F(x) < 0$ signifie que $F(x)$ est définie négative. Un ensemble d'inégalités matricielles linéaires :

$$F_1(x) < 0, F_2(x) < 0, \dots, F_k(x) < 0 \quad (\text{IV.29})$$

Peut dès lors se traduire par une seule inégalité matricielle linéaire [34],[35] :

$$\begin{bmatrix} F_1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_k(x) \end{bmatrix} = \text{diag}(F_1(x), F_1(x), \dots, F_k(x)) < 0 \quad (\text{IV.30})$$

Aucune distinction ne sera donc faite par la suite entre un ensemble d'inégalités matricielles linéaires et une unique LMI.

À partir de ce formalisme, et de façon primordiale pour notre problème d'optimisation (IV.26) et (IV.25), des inégalités quadratiques convexes peuvent se transformer en inégalités matricielles linéaires grâce au lemme de Schur. Soit $L(x) = L(x)^T$, $M(x) = M(x)^T$ et $W(x)$ présentant une dépendance affine vis à vis de x , Alors la LMI :

$$\begin{bmatrix} L(x) & W(x) \\ W(x)^T & M(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{IV.31})$$

est équivalente aux inégalités matricielles suivantes :

$$\begin{cases} M(x) < 0 \\ L(x) - W(x)M(x)^{-1}W(x)^T < 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} L(x) < 0 \\ M(x) - W(x)L(x)^{-1}W(x)^T < 0 \end{cases} \quad (\text{IV.32})$$

Ce formalisme permet d'aborder la problématique de faisabilité, à savoir trouver le domaine admissible satisfaisant les inégalités. Il permet aussi de traiter les problèmes d'optimisation linéaire (ce qui constitue avant tout l'objet de ce paragraphe), c'est à dire minimiser une fonction de coût linéaire sous contraintes LMI :

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{soujet à} \quad & F(x) < 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

F : est une matrice symétrique dépendant de manière affine de la variable x , c est un vecteur réel. La solution est alors donnée par la valeur de x incluse dans le domaine admissible, et minimisant le terme linéaire $c^T x$. Des solveurs ont été développés pour permettre la résolution de ces deux types de problèmes ; ainsi une valeur de x admissible est calculée de façon itérative, le test d'arrêt se basant sur la précision recherchée pour cette valeur.

IV.3.2. Transformation sous forme LMI

Un problème d'optimisation par LMI nécessite d'après la relation précédente (IV.33) que le problème initial soit restructuré de façon à faire intervenir une fonction de coût linéaire et des contraintes de type 'égalité' strictes. Cette réécriture de l'objectif de commande impose alors les étapes suivantes :

- i. Transformation de la fonction de coût quadratique
- ii. Formulation des contraintes de type égalité
- iii. Formulation des contraintes de type inégalité
- iv. Modification des expressions matricielles non diagonales de certaines contraintes envisagent successivement ces quatre aspects.

i. De façon générale, la minimisation d'une fonction quadratique convexe $f(x)$ peut se traduire de façon équivalente par la stratégie de minimisation suivante

$$\text{Minimiser } \gamma \text{ et trouver un } x \text{ admissible satisfaisant } f(x) < \gamma \quad (\text{IV.34})$$

Cette inégalité stricte, mais non linéaire, se transforme alors simplement par le lemme de Schur en une LMI.

Dans le cas du MPC, la relation (IV.34) devient alors :

$$\text{Minimiser } \gamma \text{ et trouver un } U_n \text{ admissible satisfaisant } J(U_n) < \gamma \quad (\text{IV.35})$$

Ce qui se traduit par le problème d'optimisation [8] :

Minimiser $\gamma \in \mathbb{R}^+$

Sujet à : (IV.36)

$$\left[\begin{array}{c} 2[(\Gamma - Y_{ref})^T Q \Lambda - \tilde{U}_{k-1}^T S \Delta + (\Gamma - Y_{ref})^T Q \delta \Lambda] U_n + J_{\min} - \gamma \\ U_n \end{array} \quad \begin{array}{c} U_n^T \\ -[\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta + \delta \Lambda^T Q \delta \Lambda + \Lambda^T Q \delta \Lambda + \delta \Lambda^T Q \Lambda]^{-1} \end{array} \right] < 0$$

Et $-[\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta + \delta \Lambda^T Q \delta \Lambda + \Lambda^T Q \delta \Lambda + \delta \Lambda^T Q \Lambda]^{-1} < 0$

Qui correspond parfaitement au formalisme LMI, avec :

$$\begin{cases} L(U_n) = 2[(\Gamma - Y_{ref}^n)^T Q \Lambda - \bar{U}_{k-1} S \Delta + (\Gamma - Y_{ref}^n)^T Q \delta \Lambda] U_n + J_{\min} - \gamma \\ M(U_n) = -[\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta + \delta \Lambda^T Q \delta \Lambda + \Lambda^T Q \delta \Lambda + \delta \Lambda^T Q \Lambda]^{-1} < 0 \\ W(U_n) = U_n^T \end{cases}$$

ii. Les contraintes terminales (IV.15) peuvent se reformuler en termes d'optimisation d'une borne supérieure, s'écrivant alors sous une forme compatible avec la structure LMI :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser } \hbar \in \mathbb{R}^+ \\ & \text{Sujet à :} \end{aligned} \tag{IV.37}$$

$$\begin{bmatrix} (\Lambda_c + \delta \Lambda_c) \\ -(\Lambda_c + \delta \Lambda_c) \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} Y_{refc} - \Gamma_c + \hbar I_m \\ -Y_{refc} + \Gamma_c - \hbar I_m \end{bmatrix}$$

Avec $I_m \in \mathbb{R}^m$, de façon pratique, considérer $\hbar \ll 1$ s'avère suffisant pour assurer l'équivalence entre les relations (IV.15) et (IV.37) (plutôt que $\hbar \rightarrow 0$ qui informatiquement n'est pas simple à mettre en œuvre).

iii. D'après le paragraphe (IV.2.2), les contraintes de type inégalité (IV.18), (IV.21), et (IV.24) sont déjà sous une forme adaptée :

$$\begin{bmatrix} I_{H_u+1} \\ -I_{H_u+1} \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} U_{\max} \\ -U_{\min} \end{bmatrix} \tag{IV.38}$$

$$\begin{bmatrix} L_{H_u+1} \\ -L_{H_u+1} \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} U_{\max} + U_{k-1} \\ -U_{\min} - U_{k-1} \end{bmatrix} \tag{IV.39}$$

$$\begin{bmatrix} (\Lambda + \delta \Lambda) \\ -(\Lambda + \delta \Lambda) \end{bmatrix} U_n < \begin{bmatrix} Y_{\max} - \Gamma \\ -Y_{\min} + \Gamma \end{bmatrix} \tag{IV.40}$$

iv. Toutes les contraintes précédentes (IV.37), (IV.38), (IV.39) et (IV.40) doivent enfin se présenter sous une forme diagonale, définissant ainsi un espace matriciel convexe symétrique, afin d'éviter la définition d'une LMI particulière pour chaque inégalité. A l'issue des quatre étapes précédentes, le problème sous forme finale est alors le suivant [8] :

Minimiser $\gamma \in \mathbb{R}^+$

Sujet à :

$$\left[\begin{array}{c} 2[(\Gamma - Y_{ref})^T Q \Lambda - \bar{U}_{k-1} S \Delta + (\Gamma - Y_{ref})^T Q \delta \Lambda] U_n + J_{\min} - \gamma \\ U_n \\ -[\Lambda^T Q \Lambda + R + \Delta^T S \Delta + \delta \Lambda^T Q \delta \Lambda + \Lambda^T Q \delta \Lambda + \delta \Lambda^T Q \Lambda]^{-1} U_n^T \end{array} \right] < 0 \quad (\text{IV.41})$$

$$\text{diag}(L_{H_u+1} U_n - (U_{\max} + U_{k-1})) \leq 0$$

$$\text{diag}(-L_{H_u+1} U_n + (U_{\min} + U_{k-1})) \leq 0$$

$$\text{diag}(I_{H_u+1} U_n - U_{\max}) \leq 0$$

$$\text{diag}(I_{H_u+1} U_n + U_{\min}) \leq 0$$

$$\text{diag}((\Lambda + \delta \Lambda) U_n - Y_{\max} + \Gamma) \leq 0$$

$$\text{diag}((\Lambda + \delta \Lambda) U_n + Y_{\min} - \Gamma) \leq 0$$

$$\text{diag}((\Lambda_c + \delta \Lambda_c) U_n - (Y_{ref} - \Gamma_c) - \alpha \mathcal{M}_m) \leq 0$$

$$\text{diag}(-(\Lambda_c + \delta \Lambda_c) U_n + (Y_{ref} - \Gamma_c) - \alpha \mathcal{M}_m) \leq 0$$

(IV.42)

Où $\alpha \ll 1$ est choisie numériquement suffisamment petit.

IV.4. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à des généralités sur la commande prédictive et l'état de l'art concernant cette approche de commande. Ainsi, après avoir présenté le principe de la commande prédictive, Nous avons détaillé les différents types de contraintes peuvent être ajoutées à la formulation de la commande prédictive. Dans la suite on a traité le problème des contraintes en utilisant l'approche LMI en se basant toujours sur la commande MPC, cette approche LMI nous a permis de traiter en même temps les deux types de contraintes, égalités (terminales) et inégalités (dures) dans un seul algorithme.

Chapitre v
Application de la stratégie de commande
MPC-LMI

V.1. Introduction

Dans ce chapitre, une commande MPC des convertisseurs DC-DC basé sur un modèle flou T-S est proposée. Cette approche de modélisation permet de représenter, de façon exacte, le comportement non linéaire des convertisseurs DC-DC par un ensemble de sous-systèmes linéaires.

Dans le cas des convertisseurs de puissance DC-DC qui fonctionnent en mode de conduction continue, l'objectif consiste à maintenir la tension de sortie à une valeur de référence désirée en utilisant un rapport cyclique compris dans l'intervalle $[0,1]$ et une valeur du courant de l'inductance strictement positif. La tension de sortie doit suivre la consigne souhaitée en présence des perturbations (variations de la charge par exemple) tout en respectant des contraintes sur le rapport cyclique et le courant de l'inductance. Afin de répondre aux problèmes de régulation et de robustesse, nous proposons d'appliquer une commande RMPC avec une transformation des objectifs et des contraintes sous forme LMI.

V.2. Modèle flou de T-S des convertisseurs DC-DC

V.2.1. Modèle flou de T-S de convertisseur Buck :

La Figure V.1 montre un schéma électrique de convertisseur Buck. R_m est la résistance du transistor sw (Mofset), v_d est la tension de seuil de la diode, R_L et R_C sont les résistances parasites de l'inductance et du condensateur respectivement. i_{load} le curent de la charge.

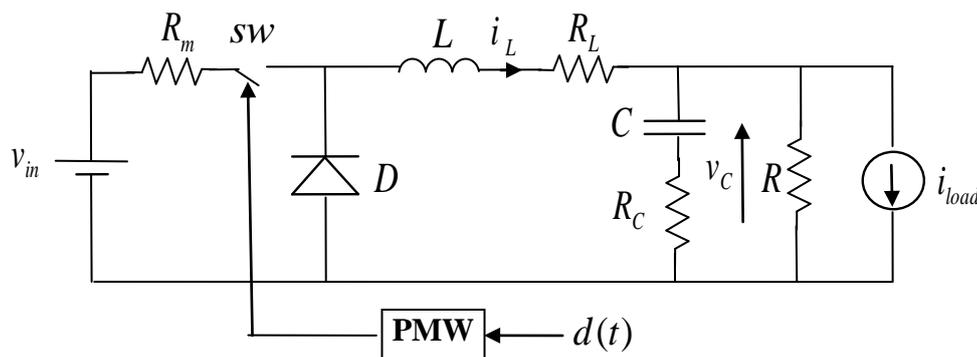


Figure V.1. Schéma électrique de convertisseur Buck

Le convertisseur Buck peut s'écrire par les équations d'états suivantes :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \left[R_L + \frac{RR_C}{R+R_C} \right] & -\frac{R}{L(R+R_C)} \\ \frac{R}{C(R+R_C)} & -\frac{1}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{L} [v_{in} + v_d + R_m i_L(t)] \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} -\frac{v_d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{RR_C}{L(R+R_C)} \\ -\frac{R}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} i_{load}(t) \end{aligned} \quad (V.1)$$

D'après le chapitre (II) la discrétisation de ce modèle nous donne :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_L(k+1) \\ v_C(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{L} \left[R_L + \frac{RR_C}{R+R_C} \right] & -\frac{TR}{L(R+R_C)} \\ \frac{TR}{C(R+R_C)} & 1 - \frac{T}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(k) \\ v_C(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{T}{L} [v_{in} + v_d + R_m i_L(k)] \\ 0 \end{bmatrix} d(k) + \begin{bmatrix} -\frac{Tv_d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{TRR_C}{L(R+R_C)} \\ -\frac{TR}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} i_{load}(k) \end{aligned} \quad (V.2)$$

Supposons que le courant $I_{L_{\min}} \leq i_L(k) \leq I_{L_{\max}}$. La méthode de transformation par secteurs non linéaires permet de transformer de manière exacte le modèle (V.2) en un modèle T-S suivant :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^2 \mu_i [(A_i + \delta A_i)x(k) + (B_{1i} + \delta B_{1i})d(k) + (B_{2i} + \delta B_{2i})i_{load}(k) + (D_i + \delta D_i)] \quad (V.3)$$

Le modèle flou de T-S obtenu représente exactement le système non linéaire pour $x \in R^n$ avec 2^{nl} modèles locaux où nl représente le nombre de modèles locaux. On peut donc représenter le système (V.3) par deux règles flou de type T-S ou la partie conséquence est remplacé par des sous système linéaires. On a donc :

$$R^1 : \text{Si } i_L(k) \text{ est } I_{L_{\min}} \text{ Alors : } x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_{11} + \delta B_{11})d(k) + (B_2 + \delta B_2)i_{load}(k) + (D + \delta D)$$

$$R^2 : \text{Si } i_L(k) \text{ est } I_{L_{\max}} \text{ Alors : } x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_{12} + \delta B_{12})d(k) + (B_2 + \delta B_2)i_{load}(k) + (D + \delta D)$$

Finalement, on obtient pour le convertisseur buck le modèle flou global de T-S suivant :

$$x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_{1\mu} + \delta B_{1\mu})d(k) + (B_2 + \delta B_2)i_{load}(k) + (D + \delta D) \quad (V.4)$$

$$\text{Avec : } x_1(k) = i_L(k), \quad x_2(k) = v_C(k), \quad B_{1\mu}(k) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(i_L(k))B_{1i}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{L} \left[R_L + \frac{RR_C}{R + R_C} \right] & -\frac{TR}{L(R + R_C)} \\ \frac{TR}{C(R + R_C)} & 1 - \frac{T}{C(R + R_C)} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{TRR_C}{L(R + R_C)} \\ \frac{TR}{C(R + R_C)} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -\frac{TV_d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V.5)$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} \frac{T}{L} [v_{in} + v_d + R_m I_{L \min}] \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{12} = \begin{bmatrix} \frac{T}{L} [v_{in} + v_d + R_m I_{L \max}] \\ 0 \end{bmatrix}$$

D'où les fonctions d'activation suivantes :

$$\mu_1(i_L(k)) = \frac{-i_L(k) + I_{L \max}}{I_{L \max} - I_{L \min}}, \quad \mu_2(i_L(k)) = \frac{i_L(k) - I_{L \min}}{I_{L \max} - I_{L \min}} \quad (V.6)$$

Et : δA , δB_{11} , δB_{12} , δB_2 et δD sont des variations des paramètres du modèle.

Les fonctions d'activation $\mu_1(i_L(k))$ et $\mu_2(i_L(k))$ sont représentées sur la Figure (V.2) :

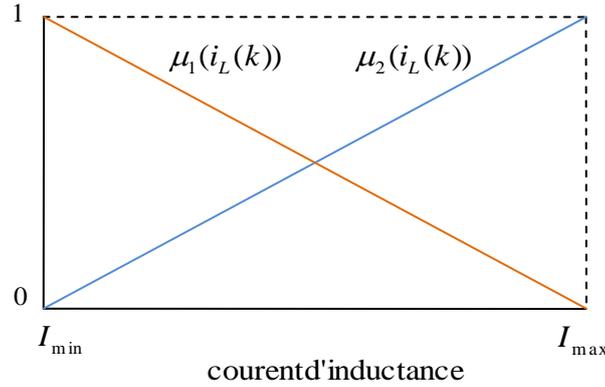


Figure V.2. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Buck

V.2.2. Modèle flou de T-S de Convertisseur Boost :

Nous pouvons écrire le modèle d'état discret de convertisseur Boost comme :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -T_s/L \\ T_s/C & 1 - (T_s/RC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_s v_C(k)/L \\ -T_s i_L(k)/C \end{bmatrix} d(k) \quad (V.7)$$

supposons cette fois que le courant $I_{L \min} \leq i_L(k) \leq I_{L \max}$, et que la tension $V_{C \min} \leq v_C(k) \leq V_{C \max}$, on utilise la transformation par secteurs non linéaires pour obtenir le modèle T-S suivant :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^4 \mu_i [(A_i + \delta A_i)x(k) + (B_i + \delta B_i)d(k)] \quad (V.8)$$

Le système (V.8) peut être représenté par quatre règles floues de type T-S :

R^1 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\min}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\min}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_1 + \delta B_1)d(k)$

R^2 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\min}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\max}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_2 + \delta B_2)d(k)$

R^3 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\max}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\min}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_3 + \delta B_3)d(k)$

R^4 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\max}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\max}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_4 + \delta B_4)d(k)$

On obtient pour le convertisseur Buck le modèle flou global de T-S suivant :

$$x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_\mu + \delta B_\mu)d(k) \quad (V.9)$$

Avec : $x_1(k) = i_L(k)$, $x_2(k) = v_C(k)$, $B_\mu(k) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(i_L(k))B_i$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -T/L \\ T/C & 1 - (T/RC) \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} TV_{C\max}/L \\ -TI_{L\max}/C \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} TV_{C\min}/L \\ -TI_{L\max}/C \end{bmatrix}, \quad (V.10)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} TV_{C\max}/L \\ -TI_{L\min}/C \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} TV_{C\min}/L \\ -TI_{L\min}/C \end{bmatrix}$$

D'où les fonctions d'activation suivantes :

$$\mu_1(i_L(k)) = \frac{-i_L(k) + I_{L\max}}{I_{L\max} - I_{L\min}}, \quad \mu_2(i_L(k)) = \frac{i_L(k) - I_{L\min}}{I_{L\max} - I_{L\min}}$$

$$\mu_3(v_C(k)) = \frac{-v_C(k) + V_{C\max}}{V_{C\max} - V_{C\min}}, \quad \mu_4(v_C(k)) = \frac{v_C(k) - V_{C\min}}{V_{C\max} - V_{C\min}} \quad (V.11)$$

Et : δA , δB_1 , δB_2 , δB_3 et δB_4 sont des variations des paramètres du modèle.

les fonctions d'activation $\mu_1(i_L(k))$, $\mu_2(i_L(k))$, $\mu_3(v_C(k))$ et $\mu_4(v_C(k))$ sont représentées sur la Figure (V.3) :

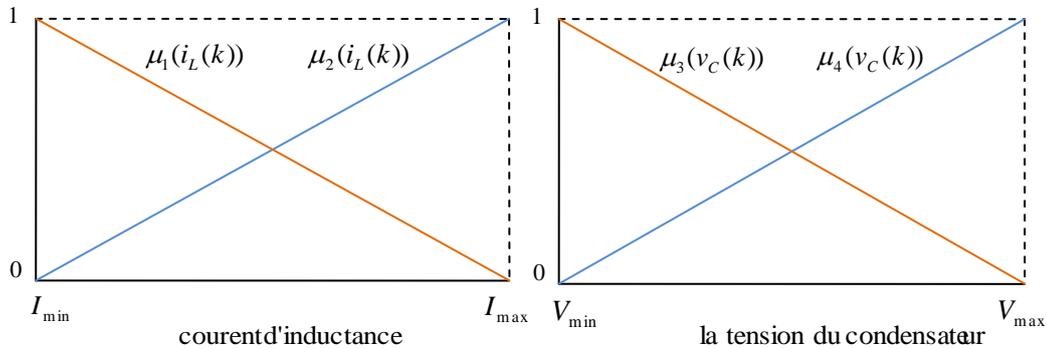


Figure V.3. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Boost

V.2.3. Modèle flou de T-S de convertisseur Buck-Boost :

On réécrit le modèle d'état discret de convertisseur Buck-Boost comme suit :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_s/L \\ -T_s/C & 1-(T_s/RC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_s(v_{in} - v_C(k))/L \\ T_s i_L(k)/C \end{bmatrix} d(k) \quad (\text{V.12})$$

Pour obtenir le modèle flou de convertisseur Buck-Boost, la même démarche précédente est appliquée, supposons que le courant $I_{L\min} \leq i_L(k) \leq I_{L\max}$, et que la tension $V_{C\min} \leq v_C(k) \leq V_{C\max}$, on utilise la transformation par secteurs non linéaires pour obtenir le modèle T-S suivant :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^4 \mu_i [(A_i + \delta A_i)x(k) + (B_i + \delta B_i)d(k)] \quad (\text{V.13})$$

Le système (V.13) peut être représenté par quatre règles floues de type T-S :

- R^1 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\min}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\min}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_1 + \delta B_1)d(k)$
 R^2 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\min}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\max}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_2 + \delta B_2)d(k)$
 R^3 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\max}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\min}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_3 + \delta B_3)d(k)$
 R^4 : Si $i_L(k)$ est $I_{L\max}$ et $v_C(k)$ est $V_{C\max}$ Alors : $x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_4 + \delta B_4)d(k)$

On obtient pour le convertisseur Buck-Boost le modèle flou global de T-S suivant :

$$x(k+1) = (A + \delta A)x(k) + (B_\mu + \delta B_\mu)d(k) \quad (\text{V.14})$$

Avec : $x_1(k) = i_L(k)$, $x_2(k) = v_C(k)$, $B_\mu(k) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(i_L(k))B_i$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & T_s/L \\ -T_s/C & 1-(T_s/RC) \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} T_s(v_{in} - V_{C\max})/L \\ T_s I_{L\max}/C \end{bmatrix}, & B_2 &= \begin{bmatrix} T_s(v_{in} - V_{C\min})/L \\ T_s I_{L\max}/C \end{bmatrix}, \\ B_3 &= \begin{bmatrix} T_s(v_{in} - V_{C\max})/L \\ T_s I_{L\min}/C \end{bmatrix}, & B_4 &= \begin{bmatrix} T_s(v_{in} - V_{C\min})/L \\ T_s I_{L\min}/C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{V.15})$$

D'où les fonctions d'activation suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_1(i_L(k)) &= \frac{-i_L(k) + I_{L\max}}{I_{L\max} - I_{L\min}}, & \mu_2(i_L(k)) &= \frac{i_L(k) - I_{L\min}}{I_{L\max} - I_{L\min}} \\ \mu_3(v_C(k)) &= \frac{-v_C(k) + V_{C\max}}{V_{C\max} - V_{C\min}}, & \mu_4(v_C(k)) &= \frac{v_C(k) - V_{C\min}}{V_{C\max} - V_{C\min}} \end{aligned} \quad (\text{V.16})$$

Et : δA , δB_1 , δB_2 , δB_3 et δB_4 sont des variations des paramètres du modèle.

les fonctions d'activation $\mu_1(i_L(k))$, $\mu_2(i_L(k))$, $\mu_3(v_C(k))$ et $\mu_4(v_C(k))$ sont représentées sur la Figure (V.4) :

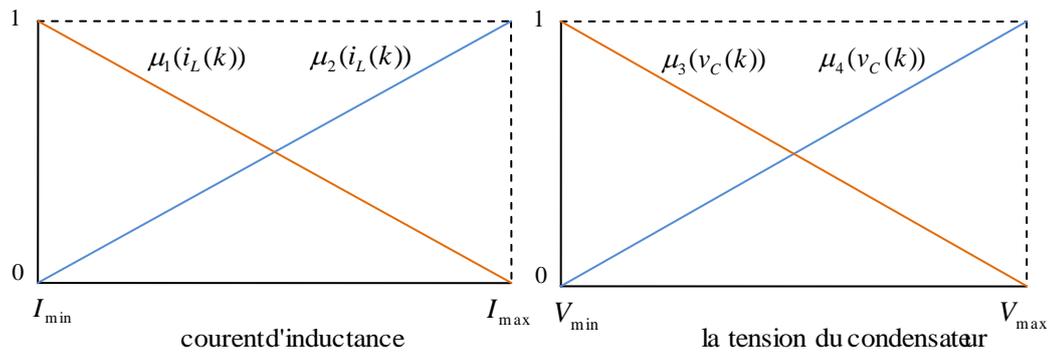


Figure V.4. Les fonctions d'activation de modèle flou de T-S de convertisseur Buck-Boost

V.3. Résultats de simulation

L'objectif de cette section est de présenter une simulation de la loi de commande prédictive détaillée dans le chapitre (IV) appliquée aux convertisseurs DC-DC fonctionnant en CCM en utilisant les modèles flous développés dans la section précédente. Nous avons considéré plusieurs scénarios de test, afin d'évaluer les performances de suivi de trajectoires, le rejet de perturbation et la robustesse aux variations paramétriques. Les simulations sont effectuées sur les trois types de convertisseurs ayant les paramètres donnés dans les tableaux (V.1), (V.2) et (V.3) :

<i>paramètres</i>	L	C	R	v_{in}	f	R_C	R_m	R_L	I_{min}	I_{max}
<i>valeurs</i>	98.58mF	202.5μH	6Ω	30V	1kHz	0.16Ω	0.27Ω	48.5mΩ	0A	10A

Tableau V.1. Paramètres de convertisseur Buck

<i>paramètres</i>	L	C	R	v_{in}	f	I_{min}	I_{max}	V_{min}	V_{max}
<i>valeurs</i>	200μF	200μH	10Ω	10V	1kHz	0A	1A	0V	20V

Tableau V.2. Paramètres de convertisseur Boost

<i>paramètres</i>	L	C	R	v_{in}	T	I_{min}	I_{max}	V_{min}	V_{max}
<i>valeurs</i>	4.2mF	2200μH	165Ω	15V	0.65ms	0A	1.5A	-4V	0V

Tableau V.3. Paramètres de convertisseur Buck-Boost

V.3.1. Application de la commande prédictive avec contraintes sous forme LMI

Le but de cette partie est de tester l'impact de la structure prédictive appliquée aux convertisseurs DC-DC à laquelle on a ajouté la prise en compte des contraintes terminales, et des contraintes inégalité (dures) avec l'approche LMI, on introduit ces contraintes sur le signal de commande (le rapport cyclique), et le signal de sortie (la tension de sortie). Pour résoudre le

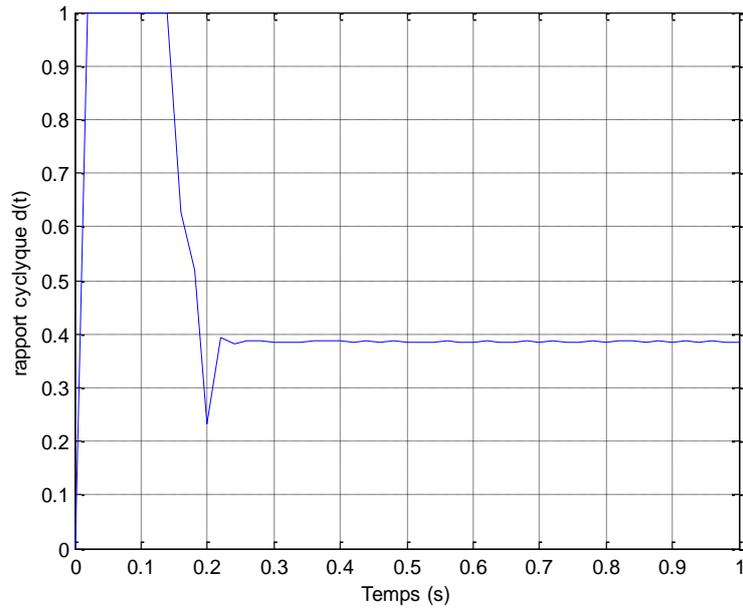
problème d'optimisation convexe (IV.41) nous avons utilisés la toolbox *YALMIP* [36]. Les contraintes imposées sur le signal de commande et le signal de sortie pour chaque convertisseur sont données par :

$$\text{Buck: } -1 \leq u \leq 1, 0.5 \leq y \leq 14.07$$

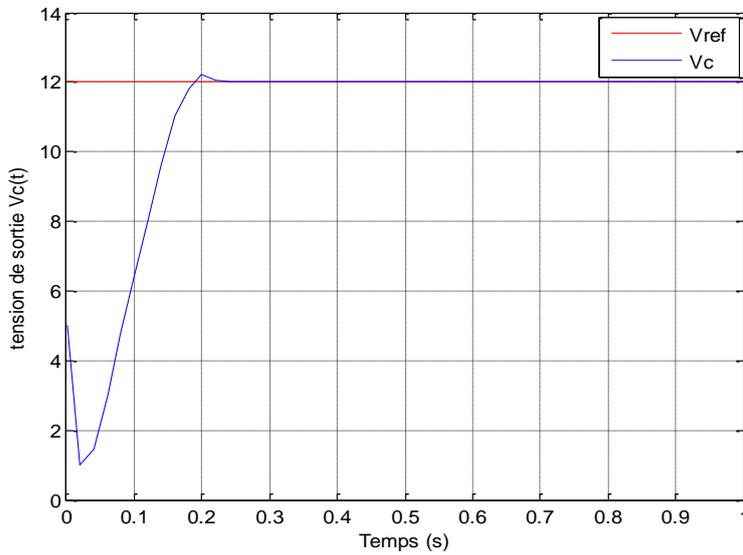
$$\text{Boost: } 0 \leq u \leq 1, 0 \leq y \leq 22$$

$$\text{Buck-Boost: } 0 \leq u \leq 0.5, -4.2 \leq y \leq 0$$

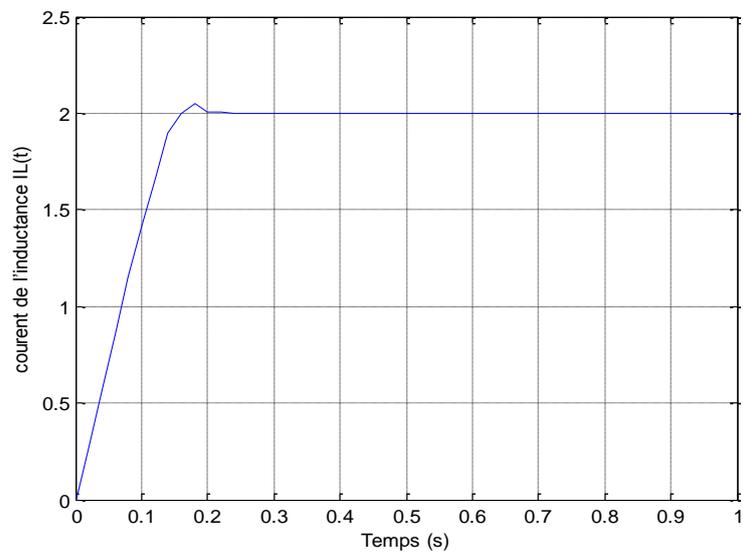
Nous montrons, sur les Figures. (V.5), (V.6) et (V.7), les évolutions temporelles de rapport cyclique, de la tension de sortie et du courant de l'inductance obtenus en simulation avec la loi de commande prédictive avec contraintes. Ainsi que la comparaison de la tension de sortie avec la référence. Nous pouvons remarquer pour les trois convertisseurs que la tension de sortie s'installe à leur valeur souhaitée avec des performances dynamiques de bonne qualité : un dépassement de la tension de sortie presque nul et une erreur statique nulle, on constate que le temps de réponse est important, mais acceptable. On remarque qu'avec MPCC-LMI on peut assurer une limitation sur le signal de commande et maintenir la tension de sortie à sa valeur de référence désirée en utilisant un rapport cyclique compris dans l'intervalle $[0,1]$.



(a)

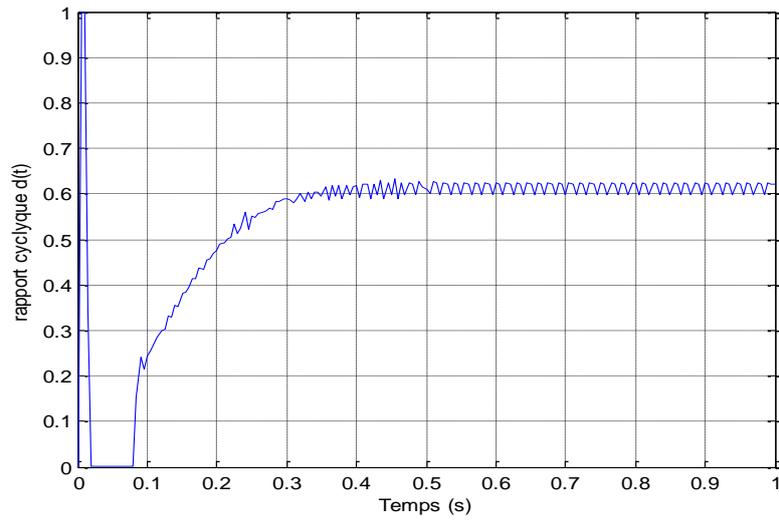


(b)

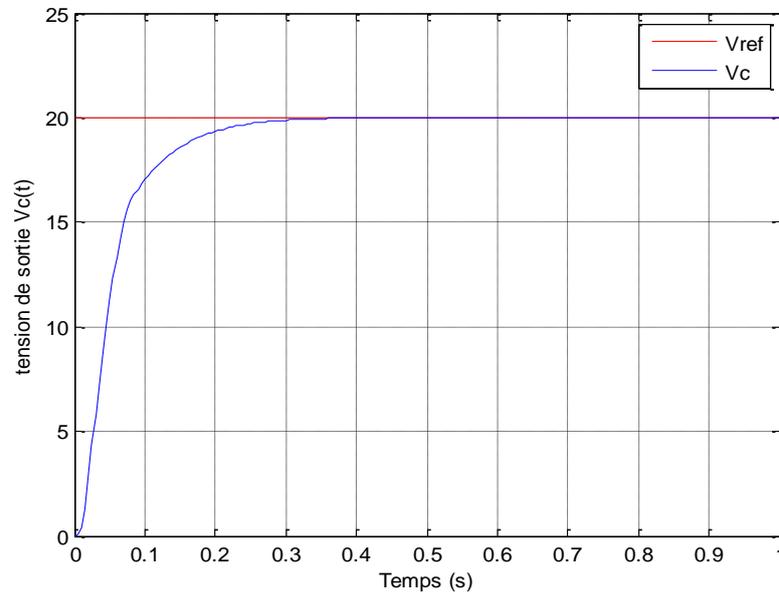


(c)

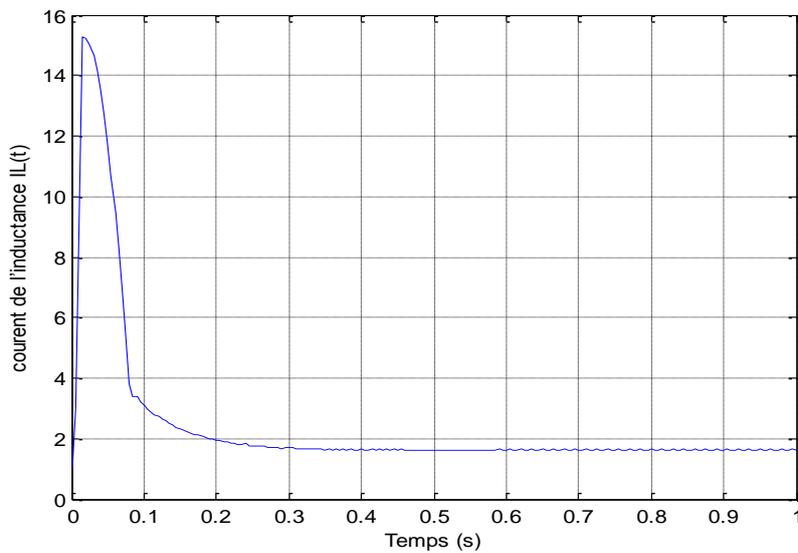
Figure V.5. Réponse du convertisseur Boost pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance



(a)

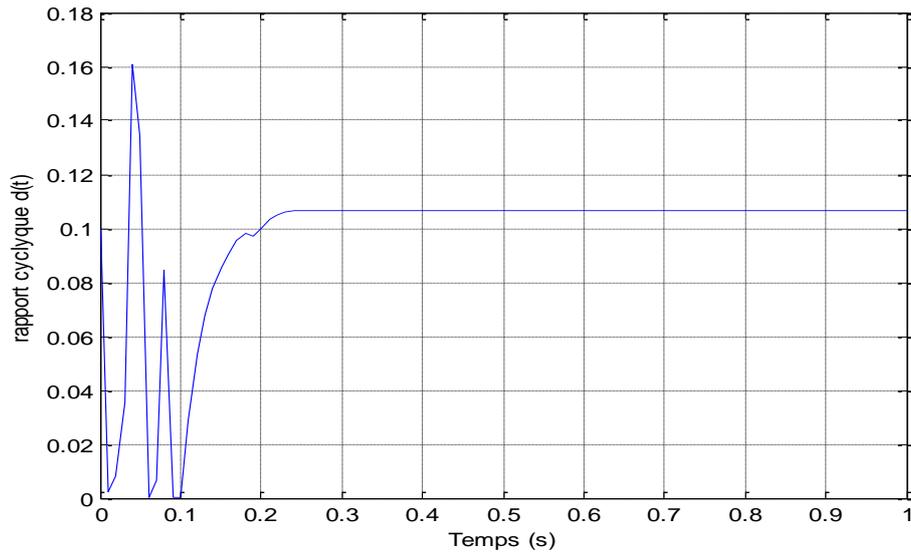


(b)

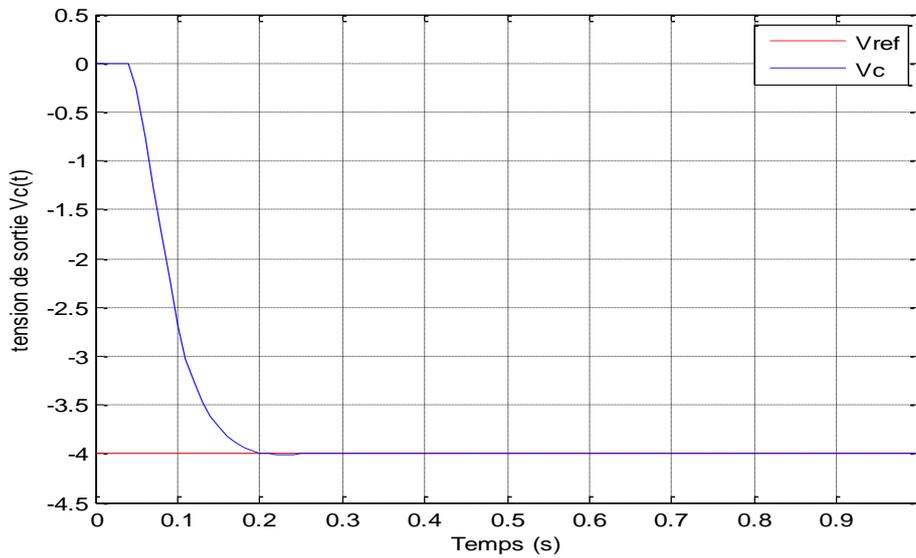


(c)

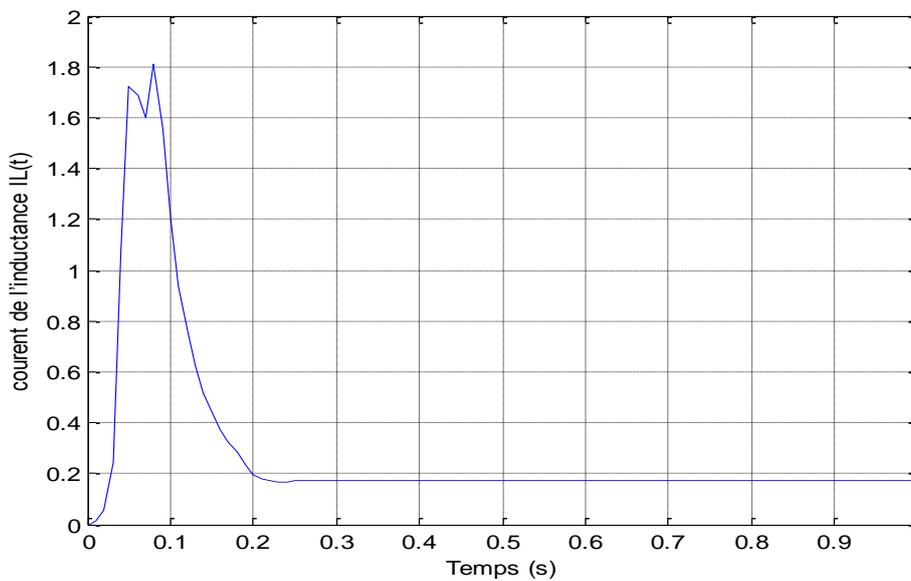
Figure V.6. Réponse du convertisseur Buck pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance



(a)



(b)



(c)

Figure V.7. Réponse du convertisseur Buck-Boost pour la structure MPCC-LMI : (a) rapport cyclique (b) tension de sortie (c) courant dans l'inductance

V.3.2. Application de la commande prédictive avec contraintes sous forme LMI aux systèmes perturbés

Il s'agit maintenant d'étudier la robustesse de la technique de commande proposée dans le cas de la variation des paramètres du système et des perturbations extérieures. Nous avons opté pour trois scénarios de test : variations de la résistance de charge, des paramètres du modèle et la présence des perturbations externes.

Dans un premier temps, les réponses des convertisseurs sont évaluées pour des variations de charge en échelon, les tensions de sorties sont présentés dans les Figures. (V.8), (V.9) et (V.10) ces Figures montrent que le contrôleur proposé est capable de réguler la tension de sortie d'une manière satisfaisante vis-à-vis des variations de la charge.

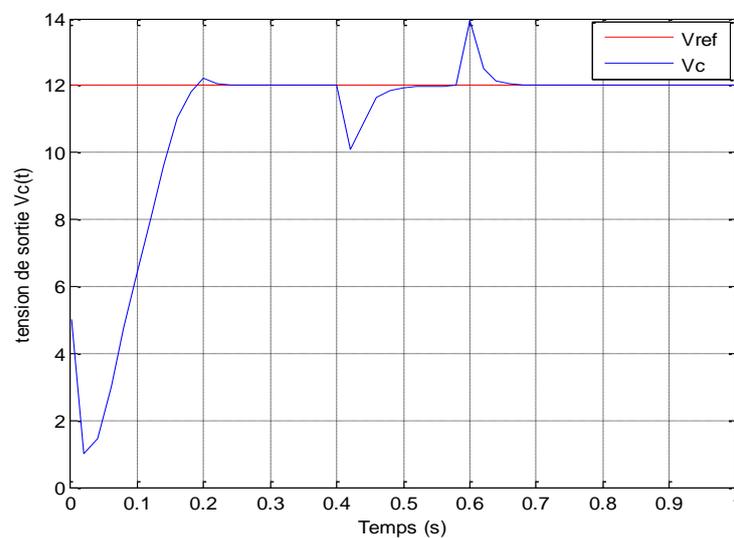


Figure V.8. Tension de sortie du convertisseur Buck à une variation de la résistance de charge
 $R : 6\Omega - 5\Omega - 6\Omega$

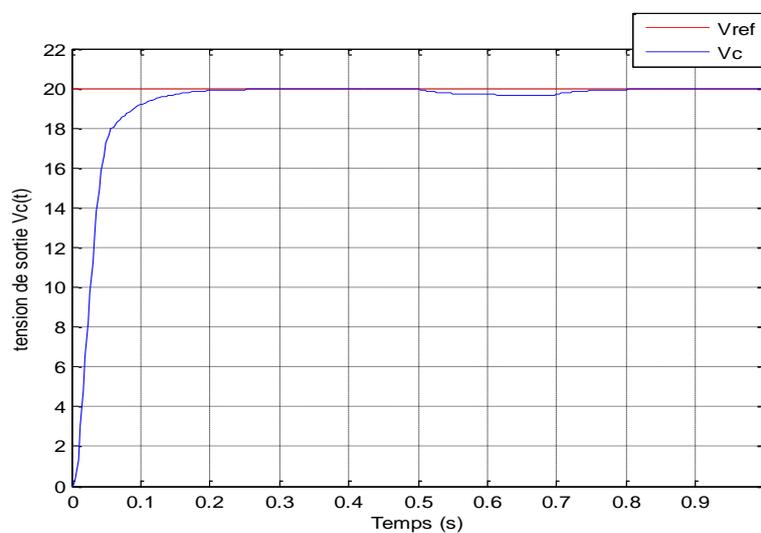
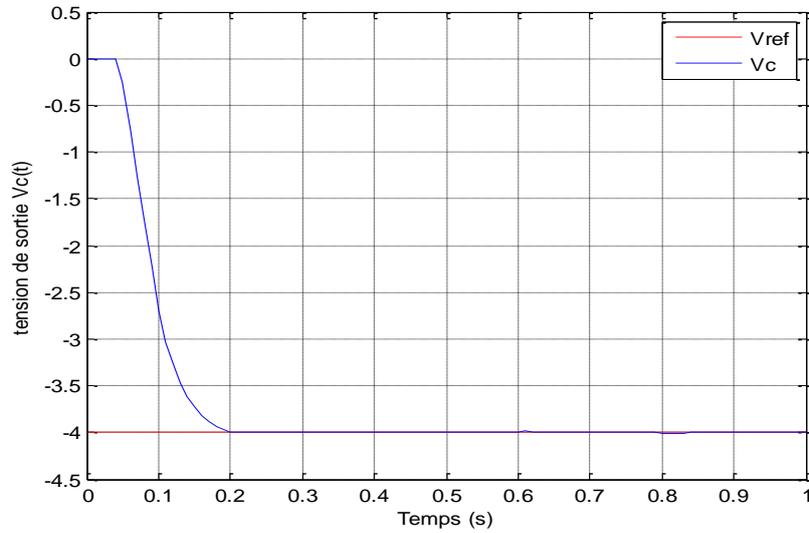


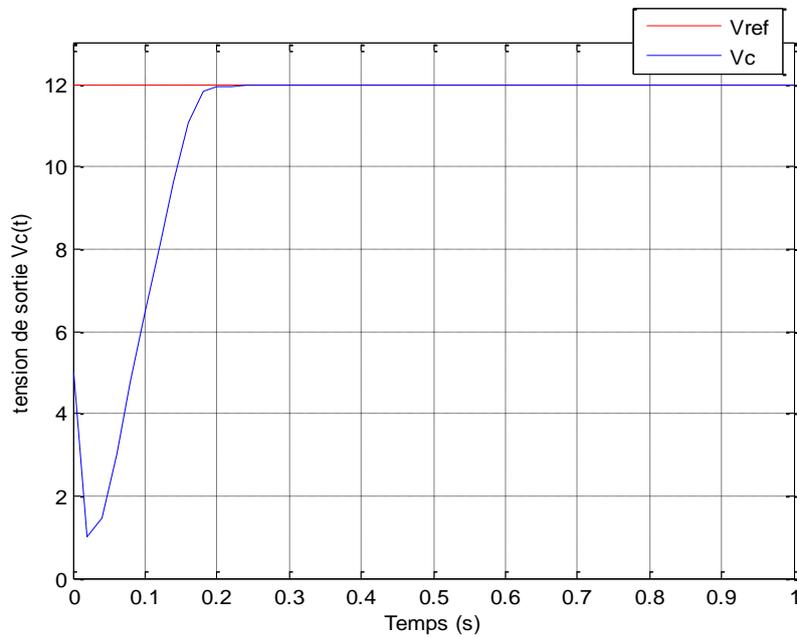
Figure V.9. Tension de sortie du convertisseur Boost à une variation de la résistance de charge

$$R: 10\Omega - 8\Omega - 10\Omega$$

**Figure V.10.** Tension de sortie du convertisseur Buck-Boost à une variation de la résistance de charge

$$R: 165\Omega - 100\Omega - 165\Omega$$

Dans un deuxième temps, nous avons supposé des variations au niveau des paramètres du système de l'ordre de 10%, Nous pouvons voir sur Figures. (V.11), (V.12) et (V.13) que malgré la présence de ces variations, la réponse du système n'est que légèrement modifiée

**Figure V.11.** Tension de sortie du convertisseur Buck à une variation paramètres du système

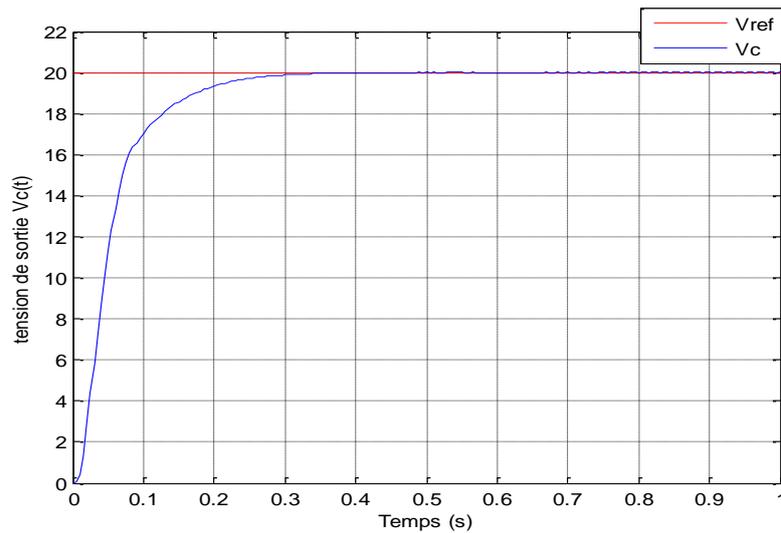


Figure V.12. Tension de sortie du convertisseur Boost à une variation paramètres du système

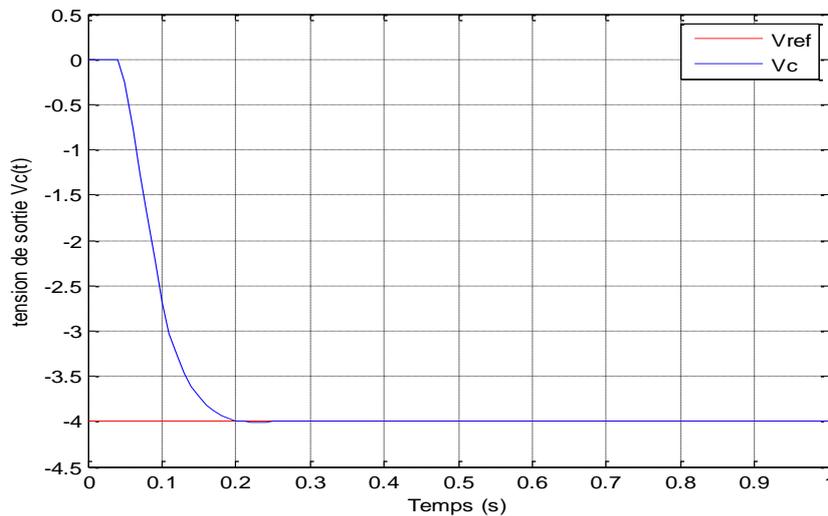


Figure V.13. Tension de sortie du convertisseur Buck-Boost à une variation paramètres du système

Dans le troisième temps, nous avons introduit à la sortie des perturbations $d = 0.5$ à $t = 0.5s$ (Figures. (V.14), (V.15) et (V.16)), on constate que la commande est capable de rejeter le signal de perturbation d , dans un temps raisonnable. Cette commande permet de ramener la sortie à la consigne désirée, même en présence de perturbation non négligeable.

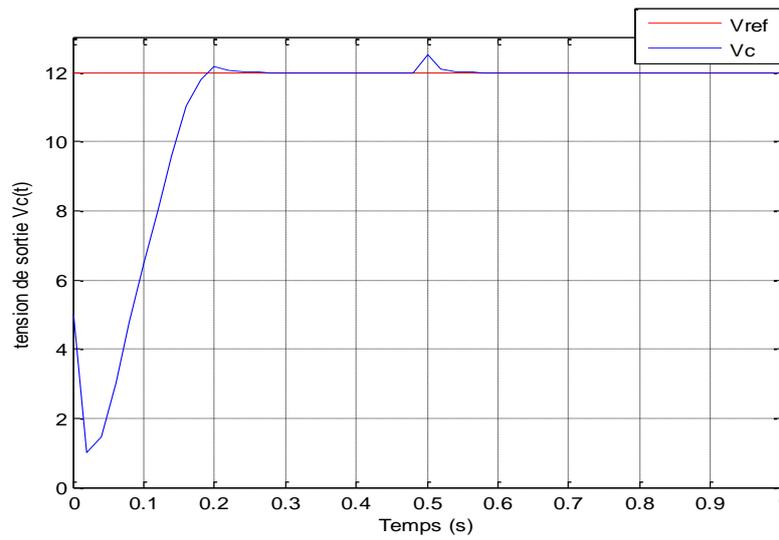


Figure V.14. Tension de sortie du convertisseur Buck après une perturbation

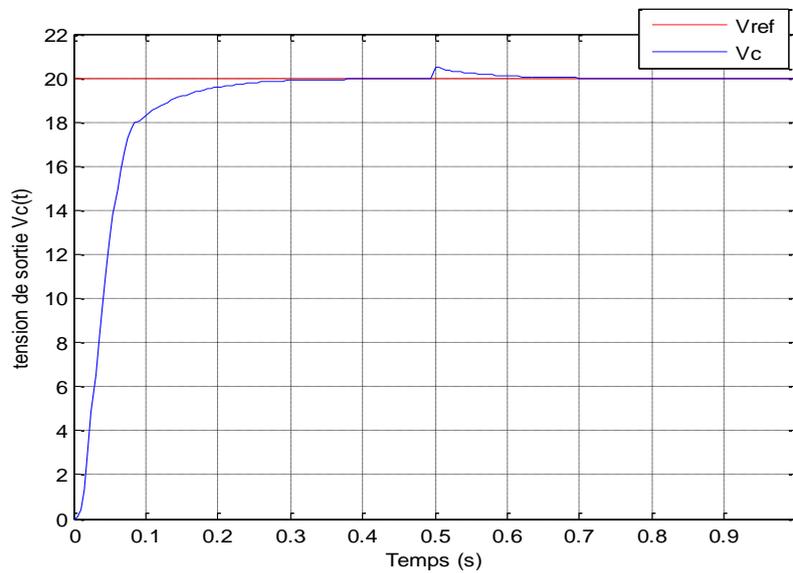


Figure V.15. Tension de sortie du convertisseur Boost après une perturbation

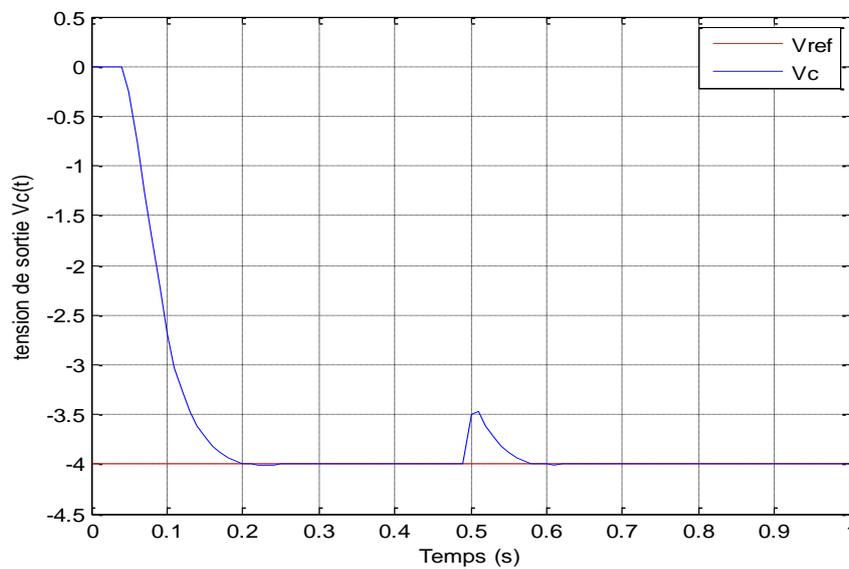


Figure V.16. Tension de sortie du convertisseur Buck-Boost après une perturbation

V.4. Conclusion :

Ce chapitre a permis de présenter la démarche suivie pour la mise en œuvre de la loi de commande prédictive non linéaire sous forme LMI dans le but de réguler la tension de sortie des convertisseurs DC-DC affecté par des perturbations et soumis à des contraintes sur le rapport cyclique et sur la tension de sortie.

La mise en œuvre de cette stratégie de commande comprend deux étapes essentielles : La représentation des convertisseurs DC-DC par une famille de modèles linéaires locaux sous forme d'espace d'état en utilisant l'approche de modélisation floue T-S. La résolution d'un problème d'optimisation quadratique basée sur les inégalités matricielles linéaires.

Les performances de la loi de commande prédictive NMPC-LMI ont été vérifiées grâce à des essais de simulation, la stratégie de commande proposée présente de meilleures performances en termes de suivi de trajectoires et en termes de rapidité de régulation de la sortie des convertisseurs.

La prise en compte des contraintes sur la sortie et sur la commande permet d'obtenir un rapport cyclique compris entre 0 et 1 et d'améliorer les performances en termes de dépassement.

L'efficacité du contrôleur proposé en termes de robustesse a été montrée à travers des études en simulation en tenant compte des variations de la charge, des variations au niveau des paramètres du système et des perturbations externes.

Conclusion générale

Le travail mené dans ce mémoire a porté sur la modélisation et la commande des convertisseurs de puissance DC-DC à modulation de largeur d'impulsions PWM (Pulse Width Modulation).

Concernant l'étape de modélisation, nous avons utilisé la technique de moyennage en espace d'état pour modéliser les convertisseurs DC-DC en mode CCM. Le modèle moyen permet d'avoir d'une part une expression analytique simple et d'autre part de décrire les non linéarités que peut présenter le convertisseur.

Les modèles moyennes linéarisés autour du point de fonctionnement sont seulement utile pour de petites variations autour de ce point. Pour avoir un modèle beaucoup plus précis nous avons choisi d'utiliser le modèle T-S obtenu par l'application de la méthode des secteurs non linéaires, cette approche permet de représenter, de façon exacte, le comportement non linéaire des convertisseurs DC-DC sous forme de plusieurs modèles linéaires.

Aussi, non seulement on a montré la faisabilité de la logique flou pour la modélisation des convertisseurs DC-DC, mais on a proposé l'application de deux contrôleurs flous, type-1 et type-2, pour réguler la tension de sortie des convertisseurs DC-DC. Les deux contrôleurs donnent des résultats satisfaisants mais pas vraiment excellents surtout en terme d'oscillations et de dépassement.

L'objectif de ce mémoire a été de synthétiser une loi de commande robuste pour la commande des convertisseurs DC-DC, nous avons proposé une stratégie de commande prédictive robuste avec contraintes mise sous forme LMI (RMPCC-LMI). Cette loi de commande présente l'avantage de prendre en compte les contraintes, de type égalité ou inégalité, et d'assurer la stabilité du système à piloter dans l'ensemble du domaine de fonctionnement établi en conduction continue. La stratégie de commande a été appliquée sur les trois topologies des convertisseurs : Buck, Boost et Buck-Boost, elle a montré des meilleures performances au niveau du temps de réponse et du dépassement. Concernant la robustesse de la commande, les réponses obtenues en présence des variations de la charge, des variations au niveau des paramètres du système et des perturbations externes, montrent de bonnes performances en termes de régulation de la tension de sortie à une valeur de consigne désirée.

Bibliographies

- [1] R. D. Middlebrook, S. Ćuk. "A General Unified Approach to Modeling Switching Power Converter Stages." In IEEE International Conference PESC'76 Proceedings, pp.18–34, Cleveland, OH, USA, 1976.
- [2] S. Ćuk, R. D. Middlebrook. "A General Unified Approach to Modeling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode." In IEEE Power Electron. Spec. Conf., pp.36–57, Jun.1977.
- [3] H. Lee, P. Mok, and W. H. Ki. "A Novel Voltage-Control Scheme for Low Voltage DC-DC Converters with Fast Transient Recovery. In IEEE International Symposium on Circuits and Systems." Geneva, Switzerland, May 2000.
- [4] S. C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse. "A Unified Approach to the Design of PWM-Based Sliding-Mode Voltage Controllers for Basic DC-DC Converters in Continuous Conduction Mode." IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol.53 (8) pp.1816–1827, 2006.
- [5] I. Gadoura, T. Suntio, and K. Zenger. "Model Uncertainty and Robust Control of Paralleled DC-DC Converters." In IEE International Conference on Power Electronics, Machines and Drives, Bath, UK, 2002.
- [6] G. W. Wester and R. D. Middlebrook. "Low Frequency Characterization of Switched DC-DC Converters." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-9(3) pp.376–385, May 1973.
- [7] T. Takagi, M. Sugeno. "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control." IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 15 pp.116–132, 1985
- [8] S. Bououden, M. Chadli, and all. "Fuzzy Model Based Multivariable Predictive Control of a Variable Speed Wind Turbine: LMI approach." Renewable Energy. Elsevier. vol. 37, no. 1. pp. 434-439, 2012.
- [9] C. VLAD. "Commande Prédicative des Systèmes Hybrides et Application à la Commande de Systèmes en Electronique de Puissance." Thèse de Doctorat. Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes. 21 Mars 2013.
- [10] M. Lazar, B.J.P. Roset, and all, "Input-to-Sate Stabilizing Sub-Optimal Nonlinear MPC Algorithms with an Application to DC-DC Converters." In: IFAC Workshop on Nonlinear Model Predictive Control for Fast Systems. Grenoble, France. 2006
- [11] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets Information and Control." pp. 29-44, 1965.
- [12] C. Nicolas. "Développement et Evaluation de Stratégies des Contrôle de Ventilation Appliquées aux Locaux de Grandes Dimensions." Thèse de Doctorat. L'institut national des sciences appliquées de Lyon. 12 janvier 2007.
- [13] K. V. Passino, S. Yurkovich, "Fuzzy Control." Addison Wesley Longman, 1998.
- [14] G.J. Klir and B. Yuan. "Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems: Selected Papers by Lotfi A. Zadeh." World Scientific Pub Co Inc, 1996.
- [15] L. A. Zadeh. "The concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning – 1." Inform. Sci, vol. 8, pp. 199- 249, 1975.
- [16] A. El Ougli. "Intégration des Techniques Floues à la Synthèse de Contrôleurs Adaptatifs." Thèse de Doctorat. Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès. 23 Mai 2009.
- [17] J.M. Mendel. "Fuzzy Logic Systems for Engineering: a Tutorial." Proceedings of the IEEE, 83(3): pp.345–377, 1995.

-
- [18] P. Ioannou, J. Sun. "Robust Adaptive Control." Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1996.
- [19] J.M. Mendel. "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions." Prentice-Hall, 2001.
- [20] D. Wu, J.M. Mendel. "Enhanced Karnik–Mendel Algorithms." IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 17(4): pp.923–934, 2009.
- [21] D. Wu, M. Nie. "Comparison and Practical Implementation of Type-Reduction Algorithms for Type-2 Fuzzy Sets and Systems." IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Taipei, Taiwan, June 2011.
- [22] K. Gasso, "Identification des Systèmes Dynamiques Non-linéaires : Approche Multi-modèles," Thèse de doctorat de l'INPL, Décembre, 2000
- [23] X. J. Ma, Z. Q. Sun and Y. Y. He, "Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer," Transactions on Fuzzy Systems, 6(1): pp 41-50, 1998.
- [24] K. Tanaka, H.O. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis: a Linear Matrix Inequality Approach," John Wiley & Sons Eds, New York, Wiley-Interscience ISBN 0-471-32324-190000, 2001
- [25] S. Kawamoto, K. Tada, and all, "An Approach to Stability Analysis of Second Order Fuzzy Systems," IEEE International Conference on Fuzzy Systems: pp.1427–1434. 1992.
- [26] Y. Morère, "Mise en Œuvre de Lois de Commande pour les Modèles Flous de Type Takagi-Sugeno," Thèse de doctorat, LAMIH-SF, de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001.
- [27] D. Saifia, M., Chadli and S. Labiod. " H_∞ Fuzzy Control of DC-DC Converters with Input Constraint," Mathematical Problems Engineering, Article ID 973082, pp.18. 2012
- [28] J. RICHALET, A. RAULT and all. "Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial processes." Automatica 14, 1978, pp.413-428.
- [29] D.W Clarke, C. Mohtadi, P.S. Tuffs. "Generalized Predictive control." Part I. The basic algorithm. Automatica, vol.23, N°2, pp.137-148. 1987.
- [30] J. Richalet, E. Abu and all. "Predictive Functional Control: Application to Fast and Accurate Robot." 10th IFAC World Congress, Munich, Allemagne, pp.251-258, 1987.
- [31] D.W. Clarke, R. Scatollini, "Constrained Receding Horizon Predictive Control", Proceedings IEE-D, vol. 138, pp. 347-354, 1991.
- [32] M. Morari, "Advances in Model Based Predictive Control", Oxford University Press, 1994.
- [33] M. L. Fas. "Elaboration de Méthodes de Robustification de Lois de Commande Prédictive." Thèse de Doctorat Université Mentouri, Constantine. 11 / 06 / 2012
- [34] E.F. Camacho, "Constrained Generalized Predictive Control (Constrained Receding Horizon Predictive Control) ", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.38 (2), pp.327-331, 1993.
- [35] G.C. Goodwin, M.M. Seron and J.A. De Dona, "Constrained Control and Estimation ", Springer - Verlag, London, 2004.
- [36] J. Löfberg, "Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab," in Proceedings of the CACSD Conference, 2004. [Online]. Available : <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>
-

Annexe

Le point du départ pour le calcul du vecteur des sorties prédites $\hat{y}(k+j|k)$ est donné par les expressions suivantes :

$$\hat{x}(k+1|k) = Ax(k) + Bu(k) \quad (\text{A.1})$$

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (\text{A.2})$$

D'abord il faut calculer la commande $u(k+j)$ itérativement à partir de l'expression (A.2) :

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k) \\ u(k+1) &= u(k) + \Delta u(k+1) = u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\ u(k+2) &= u(k+1) + \Delta u(k+2) \\ &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) \\ &= u(k-1) + \sum_{i=0}^2 \Delta u(k+i) \\ &\vdots \\ u(k+j) &= u(k+j-1) + \Delta u(k+j) \\ &= u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Les prédictions des états futurs à partir de l'instant k sont alors calculées itérativement :

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= Ax(k) + Bu(k) \\ \hat{x}(k+2|k) &= A\hat{x}(k+1|k) + Bu(k+1) \\ &= A[Ax(k) + Bu(k)] + Bu(k+1) \\ &= A^2x(k) + ABu(k) + Bu(k+1) \\ \hat{x}(k+3|k) &= A\hat{x}(k+2|k) + Bu(k+2) \\ &= A^3x(k) + A^2Bu(k) + ABu(k+1) + Bu(k+2) \\ &= A^3x(k) + \sum_{j=0}^2 A^{2-j}Bu(k+j) \\ &\vdots \\ \hat{x}(k+n|k) &= A\hat{x}(k+n-1|k) + Bu(k+n-1) \\ &= A^n x(k) + \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} Bu(k+j) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Finalement, la sortie au moment $y(k+j)$ est calculée de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\hat{y}(k+1|k) &= C\hat{x}(k+1|k) \\
&\vdots \\
\hat{y}(k+n|k) &= C\hat{x}(k+n|k) = C \left[A^n x(k) + \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} B u(k+j) \right] \\
&= CA^n x(k) + \sum_{j=0}^{n-1} CA^{n-j-1} B \underbrace{\left[u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i) \right]}_{u(k+j)}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Le vecteur des sorties prédites sous forme matricielle est donnée par :

$$\hat{Y} = \Gamma + (\Lambda + \delta\Lambda)U_n \tag{A.6}$$

Après une manipulation mathématique de prédiction, les matrices Γ , Λ et $\delta\Lambda$ sont donnés par :

$$\Lambda = [C_n \times H \ 0], \delta\Lambda = [\delta C_n \times \delta H \ 0] \text{ et } \Gamma = C_n \Phi x(k)$$

$$\begin{aligned}
H &= \begin{bmatrix} A & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{H_p-2}B & A^{H_p-3}B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u-1} A^i B \\ A^{H_p-1}B & A^{H_p-2}B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u} A^i B \end{bmatrix} \\
\delta H &= \begin{bmatrix} \delta A & 0 & \dots & 0 \\ \delta A \delta B & \delta B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta A^{H_p-2} \delta B & \delta A^{H_p-3} \delta B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u-1} \delta A^i \delta B \\ \delta A^{H_p-1} \delta B & \delta A^{H_p-2} \delta B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u} \delta A^i \delta B \end{bmatrix} \\
\Phi &= \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{H_p} \end{bmatrix} \quad C_n = \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C \end{bmatrix}, \in R^{H_p n o \times H_p n s} \quad \delta C_n = \begin{bmatrix} \delta C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta C \end{bmatrix}, \in R^{H_p n o \times H_p n s} \\
Y_{ref} &= \begin{bmatrix} Y_{ref}(k+1) \\ Y_{ref}(k+2) \\ \vdots \\ Y_{ref}(k+H_p) \end{bmatrix}, \in R^{H_p n o} \quad Y_{max} = \begin{bmatrix} Y_{max}(k+1) \\ Y_{max}(k+2) \\ \vdots \\ Y_{max}(k+H_p) \end{bmatrix}, \in R^{H_p n o} \quad Y_{min} = \begin{bmatrix} Y_{min}(k+1) \\ Y_{min}(k+2) \\ \vdots \\ Y_{min}(k+H_p) \end{bmatrix}, \in R^{H_p n o} \\
U_n &= \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+H_u|k) \end{bmatrix}, \in R^{(H_u+1)ni} \quad U_{max} = \begin{bmatrix} U_{max}(k+1) \\ U_{max}(k+2) \\ \vdots \\ U_{max}(k+H_u) \end{bmatrix}, \in R^{(H_u+1)ni} \quad U_{min} = \begin{bmatrix} U_{min}(k+1) \\ U_{min}(k+2) \\ \vdots \\ U_{min}(k+H_u) \end{bmatrix}, \in R^{(H_u+1)ni}
\end{aligned}$$

La sortie prédite pendant l'horizon qui représente l'intervalle supplémentaire de contraintes terminales est donnée sous forme matricielle par :

$$\hat{Y}_c = \Gamma_c + (\Lambda_c + \delta\Lambda_c)U_n \quad (\text{A.7})$$

De façon similaire, les matrices Γ_c , Λ_c et $\delta\Lambda_c$ sont donnés par :

$$\Lambda_c = [C_{nc} \times H_c \ 0], \delta\Lambda_c = [\delta C_{nc} \times \delta H_c \ 0] \text{ et } \Gamma_c = C_{nc} \Phi_c x(k)$$

$$H_c = \begin{bmatrix} A^{H_p} B & A^{H_p-1} B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+1} A^i B \\ A^{H_p+1} B & A^{H_p} B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+2} A^i B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{H_p+m-1} B & A^{H_p+m-2} B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+m} A^i B \end{bmatrix}$$

$$\delta H_c = \begin{bmatrix} \delta A^{H_p} \delta B & \delta A^{H_p-1} \delta B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+1} \delta A^i \delta B \\ \delta A^{H_p+1} \delta B & \delta A^{H_p} \delta B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+2} A^i B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta A^{H_p+m-1} \delta B & \delta A^{H_p+m-2} \delta B & \dots & \sum_{i=0}^{H_p-H_u+m} \delta A^i \delta B \end{bmatrix}$$

$$\Phi_c = \begin{bmatrix} A^{H_p+1} \\ A^{H_p+2} \\ \vdots \\ A^{H_p+m} \end{bmatrix} Y_{refc} = \begin{bmatrix} Y_{ref}(k+H_p+1) \\ Y_{ref}(k+H_p+2) \\ \vdots \\ Y_{ref}(k+H_p+m) \end{bmatrix}, \in R^{mno}$$

$$C_{nc} = \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C \end{bmatrix}, \in R^{mno \times mns} \quad \delta C_{nc} = \begin{bmatrix} \delta C & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta C \end{bmatrix}, \in R^{mno \times mns}$$

Avec n_0 , n_i et n_s sont le nombre de sorties du système, les entrées du système et l'ordre du système. m nombre de contraintes terminales.

Résumé

Répondant aux besoins croissant des systèmes d'alimentation de puissance capables de faire varier largement le niveau de la tension continue avec de bonnes performances dynamiques, le travail présenté dans ce mémoire a été orienté vers l'application d'une stratégie de commande prédictive robuste avec contraintes (RMPCC) sur des convertisseurs de puissance DC-DC, représentés du point de vue mathématique par des modèles flous de T-S obtenues par l'application de la méthode des secteurs non linéaires. En prenant en compte la structure variable de ces systèmes à commutations, un modèle flou de T-S permet de représenter un système non-linéaire avec un ensemble de sous-systèmes linéaires. La loi de commande prédictive présentée dans ce travail nous permette la prise en compte de contraintes, de type égalité ou inégalité, mise sous forme LMI, et d'assurer la stabilité et la performance de la loi de commande face à des perturbations extérieures agissant sur le système.

Mots clés: Convertisseurs DC-DC, commande prédictive robuste avec contraintes (RMPCC), linéaire matrice égalité LMI, modèle flou de T-S, secteurs non linéaires.

Abstract

Responding to the growing needs of power supply systems can be widely varied level of the DC voltage with good dynamic performances, the work presented in this thesis has been directed towards the implementation of a robust constrained predictive control strategy (RMPCC) on power DC-DC converters represented by T-S fuzzy models obtained by applying the method of sector nonlinearity,. Taking into account the variable structure of these switching systems, a fuzzy model of T-S is used to represent a non-linear system with a set of linear subsystems. The predictive control law presented in this work allows us to take into account constraints, type equality or inequality, setting as a LMI form, and to ensure stability and performance of the control law against of external disturbances acting on the system.

Keywords: DC-DC converters, robust constrained predictive control (RMPCC), linear matrix inequalities LMI, T-S fuzzy model, sector nonlinearity.

ملخص

استجابة للاحتياجات المتزايدة لأنظمة إمداد الطاقة القادرة على نطاق واسع أن تغير مستوى الجهد المستمر بأداء الديناميكي جيد، تم توجيه العمل المقدم في هذه الأطروحة نحو تطبيق إستراتيجية تحكم تنبؤي قوية مع قيود (RMPCC) على محولات الطاقة DC-DC الممثلة من وجهة نظر رياضية بنماذج غامضة T-S يتم الحصول عليها من خلال تطبيق أسلوب القطاعات غير الخطية، مع الأخذ في الاعتبار الهيكل المتغير لهذه الأنظمة المتحولة يمكن للنموذج الغامض T-S أن يمثل الأنظمة غير الخطية بمجموعة من الأنظمة الفرعية الخطية. قانون التحكم التنبؤي المقدم في هذا العمل يتيح لنا أن نأخذ بعين الاعتبار القيود ، من نوع المساواة أو عدم المساواة، موضوعه على شكل LMI، وضمان الاستقرار والأداء لنظام المراقبة في مواجهة الاضطرابات الخارجية المؤثرة على نظام.

كلمات مفتاحية : محولات الطاقة DC-DC، التحكم التنبؤي القوي مع قيود (RMPCC)، مصفوفة عدم المساواة الخطية LMI،

النموذج الغامض T-S، القطاعات غير الخطية.