

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre :

Série :

MEMOIRE

**Présenté pour obtenir le Diplôme de Magister en
ELECTRONIQUE**

Spécialité : Contrôle des Systèmes

THEME :

Commande Adaptative Floue Des Systèmes Non Linéaires

PAR

BOUNEMEUR ABDELHAMID

Soutenu le 27/ 11 / 2014

Devant le Jury :

Président :	A. Charef	Prof.	Université Constantine 1
Rapporteur :	M. Chemachema	M.C.	Université Constantine 1
Examineurs :	K. Belarbi	Prof.	Ecole Nationale Polytechnique Constantine
	B. Boutamina	M.C.	Université Constantine 1

Dédicaces

Je dédie ce Mémoire

A toute ma famille.

Abdelhamid

Remerciements

Je remercie d'abord ALLAH Tout Puissant qui a illuminé mon chemin de la lueur, du savoir, de la science, la volonté, la santé et la patience qu'il ma prodiguées durant toutes ces années d'études.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude à Monsieur CHEMACHEMA Mohamed, Maitre de Conférence à l'université Constantine1, qui n'a ménagé aucun effort pour me venir en aide, d'avoir assuré l'encadrement de ce travail, de son aide ainsi que sa grande disponibilité qui ont joué un rôle essentiel dans l'aboutissement de ce travail.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Abdelfetah Charef, professeur à l'université Constantine 1, d'avoir accepter de présider ce jury.

Mes sincères remerciements s'étendent également à Messieurs BELARBI Khaled, professeur à L'Ecole nationale polytechnique, Constantine et BOUTAMINA Brahim, Maitre de conférence à l'université Constantine 1, qui ont bien voulu examiner ce mémoire. Sans oublier notre défunt Monsieur FILALI

Salim, professeur à l'université Constantine 1, qui ma bien soutenu durant mon parcours afin de réaliser mes futurs projets.

Je tiens à exprimer Ma gratitude à toutes personnes extérieures à l'université de Constantine 1 qui ont pris une part active dans la réalisation de ce travail. Je pense tout particulièrement à Monsieur LABIOD Salim de l'université de Jijel et Monsieur ESSOUNBOULI Najib de l'université é de Reims France.

Enfin, je remercie infiniment mes chers parents de leur patience, leurs encouragements continus ainsi que leur soutien inconditionnel. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude et mon amour.

Que toutes les personnes que j'ai involontairement oubliées, trouvent ici, en cette heureuse et solennelle circonstance, l'expression de notre profonde gratitude et de notre indéfectible dévouement.

Résumé

Dans ce mémoire, nous avons considéré la commande en poursuite d'une classe des systèmes non linéaires incertains monovariante (SISO), et multivariants (MIMO), affines en la commande.

Nous avons proposé pour les systèmes monovariants trois schémas de commande adaptative par les systèmes flous, le premier schéma de commande consiste à approximer la loi de commande linearisante par retour d'état, par un système flou du type Takagi-Sugeno (approche directe), Le deuxième schéma de commande repose sur l'approximation de la dynamique non linéaire inconnue du système par deux systèmes flous du type Takagi-Sugeno (approche indirecte), dans le troisième schéma de commande, on a gardé la même structure du deuxième schéma, mais on a supposé que le signe du gain de commande est inconnu dans ce schéma. Pour les systèmes multivariants nous avons proposé un schéma de commande adaptative indirecte par les systèmes flous. L'analyse de la stabilité et de la robustesse des schémas de commande proposés est effectuée par l'approche de Lyapunov. Pour chaque schéma de commande, des résultats de simulation sont présentés pour montrer ses performances.

Mots-clés :

Systèmes flous (Takagi-Sugeno), Commande floue, Commande non linéaire, Commande adaptative, Systèmes non linéaires, Stabilité de Lyapunov, Gain de Nussbaum.

Abstract

In this thesis, we considered the tracking control of a class of single-input single-output (SISO), and multi-input multi-output (MIMO) nonlinear uncertain systems, affine in control.

We have proposed for a single-input single-output nonlinear systems three adaptive fuzzy control schemes, the first control scheme consist to approximate the feedback linearization law, by using the fuzzy system of Takagi-Sugeno type (direct approach) the second control scheme based on the approximation of the unknown nonlinear dynamics of the system, by using two fuzzy systems of Takagi-Sugeno type (indirect approach) in the third control scheme, we kept the structure of the second proposed scheme, but with the assumption that the sign of the control gain is unknown. For multi-input multi-output systems we have proposed an indirect adaptive fuzzy control scheme. The analysis of stability and robustness of the proposed control schemes are performed by using the Lyapunov synthesis method, and for each scheme, simulation results are given to highlight its performance.

Key words:

Fuzzy systems (Takagi-Sugeno), Fuzzy control, Nonlinear control, Adaptive control, Nonlinear systems, Lyapunov stability, Nussbaum Gain.

ملخص

ضمن هذه الأطروحة, اعتبرنا التحكم في الانظمة غير الخطية المتألفة التحكم احادية المدخل و المخرج و الانظمة غير الخطية المتألفة التحكم متعددة المداخل و المخرج من اجل جعل مخارج هذه الانظمة تتبع مسارات مرجعية محددة مسبقا. لقد قمنا باقتراح ثلاثة مناهج للتحكم المتأقلم للانظمة احادية المدخل و المخرج باستعمال الجمل الغامضة, المنهج الاول يعتمد على مقارنة قانون التحكم الامثل, باستعمال نظام غامض من نوع تاكاجي سوجينو (الطريقة المباشرة). المنهج الثاني يركز على مقارنة الدوال غير الخطية في النظام, باستعمال نظامين غامضين من نوع تاكاجي سوجينو (الطريقة الغير المباشرة). أما المنهج الثالث فيحمل نفس هيئة المنهج الثاني للتحكم, غير اننا اعتبرنا في هذا المنهج من التحكم ان اشارة عامل التحكم للنظام غير معروفة. لقد اقترحنا ايضا في نطاق الانظمة المتعددة المداخل و المخرج, منهج تحكم تأقلمي غير مباشر باستعمال سنة انظمة غامضة من نوع تاكاجي سوجينو. قمنا بدراسة الاستقرار و المتانة للمناهج المقترحة باستعمال طريقة ليابونوف, مع تقديم نتائج المحاكاة العددية لابرار كفاءة هذه المناهج.

كلمات مفتاحية

نظام غامض (تاكاجي سوجينو), التحكم الغامض, التحكم غير الخطي, التحكم التأقلمي, الانظمة غير الخطية, استقرار ليابونوف, معامل ربح نوسبوم.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1. Les systèmes flous	5
1.1. Introduction	6
1.2. Ensemble flou	7
1.3. Fonction d'appartenance	8
1.3.1. Fonction triangulaire	8
1.3.2. Fonction trapézoïdale	9
1.3.3. Fonction Gaussienne	9
1.3.4. Fonction sigmoïdale	10
1.4. Les variables linguistiques	10
1.5. Les opérateurs flous	11
1.6. Le raisonnement en logique floue	12
1.7. La structure d'un système flou	13
1.7.1. Fuzzification	13
1.7.2. Base de règles	13
1.7.2. a. Base de données	14
1.7.2. b. La base des règles floue	14
1.7.3. Moteur d'inférence	14
1.7.4. Déffuzification	14
1.8. Système flou de Takagi-Sugeno	15
1.9. Approximateur universel	17
1.10. Conclusion	18
CHAPITRE 2. La commande adaptative indirecte et directe floue des systèmes non linéaires monovariabiles	19
2.1. Introduction	20
2.2. Représentation entrée-sortie	23
2.3. La commande par rétroaction d'un système non linéaire	25
2.4. La commande adaptative floue	26
2.4.1. La commande adaptative indirecte par les systèmes flous	26

2.4.1.1. Première approche	29
2.4.1.2. Deuxième approche.....	35
2.4.2. La commande adaptative directe par les systèmes flous	39
2.5. Résultats de simulation.....	45
2.5.1. La commande adaptative floue indirecte (première approche)	45
2.5.2. La commande adaptative floue indirecte (deuxième approche)..	49
2.5.3. La commande adaptative floue directe.....	52
2.6. Conclusion	54
CHAPITRE 3. La commande adaptative indirecte floue des systèmes non linéaires multivariables	56
3.1. Introduction	57
3.2. La commande adaptative indirecte	58
3.2.1. Position du problème	58
3.3. La commande adaptative indirecte par les systèmes flous	60
3.4. Résultats et simulation	66
3.5. Conclusion	73
CHAPITRE 4. La commande adaptative indirecte floue par le gain de Nussbaum...	74
4.1. Introduction	75
4.2. Position du problème.....	75
4.3. Résultats et simulation	82
4.3.1 Premier cas	84
4.3.2. Deuxième cas	86
4.4. Conclusion	87
CONCLUSION GENERALE.	89
BIBLIOGRAPHIE	92

Introduction générale

Depuis longtemps l'objectif principal des automaticiens est de trouver une loi de commande optimale capable de forcer la sortie du système, à suivre une trajectoire de référence désirée. Cette trajectoire peut être fixe (régulation) ou variable (poursuite). Durant ces recherches plusieurs stratégies de commande ont été proposées et analysées, la plupart de ces stratégies sont dédiées aux systèmes qui possèdent une dynamique linéaire. Par contre, dans le cas où la dynamique des systèmes est non linéaire, l'implémentation d'une loi de commande paraît un peu difficile. Au début, la commande des systèmes non linéaires était classique [Slotine-91], elle était basée sur la théorie de l'automatique linéaire, en linéarisant la dynamique non linéaires du système autour d'un point d'équilibre, pour l'utilisation des techniques de commande des systèmes linéaires. En effet, cette méthode a eu beaucoup de succès auprès des industriels. Cependant pour atteindre des performances un peu élevées dans des domaines où la tolérance de l'erreur est trop petite, alors la prise en charge de la dynamique non linéaire du système dans la synthèse du contrôleur est nécessaire. La technique de la linéarisation entrée-sortie a été l'une des techniques les plus fortes pour le développement de contrôleurs pour une classe des systèmes non linéaires, dits systèmes linéarisable par bouclage [Isidori-89], [Slotine-91], elle se base essentiellement sur la transformation de la dynamique du système non linéaire en un système linéaire avec la prise en charge de la non linéarité globale du système. En effet, la plupart des systèmes mécaniques et les systèmes physique ont la même classe des systèmes non linéaires mentionnée dans la technique de la linéarisation entrée-sortie, malgré le succès qu'elle a eu, cette technique n'a pas l'opportunité d'être applicable toujours dans le cas où la dynamique du système n'est pas parfaitement connue, ou mal connu. Pour pallier ce problème, plusieurs stratégies de commande adaptative ont été proposées [Slotine-91], [Krstic-95], [Kokotovic-01]. Dans ces approches, les auteurs proposent d'exprimer le model non linéaire par un produit des fonctions non linéaires connues à l'aide des paramètres inconnus. Mais il est souvent difficile de décrire les différents phénomènes mis en jeu du système par des fonctions non linéaires connues. Une autre approche proposée, consiste à utiliser la logique floue. L'utilisation

d'un système flou s'exprime de façon à représenter la dynamique non linéaire du système par un système flou.

La logique floue est conçue au milieu des années soixante à l'université de Berkeley en Californie par le professeur Lotfi A. Zadeh. La première application des systèmes flous dans la commande a été introduite depuis les années 70 par Mamdani et son équipe [**Mamdani-74**], [**Mamdani-75**], [**Mamdani-76**] la mise en œuvre de ces contrôleurs était heuristique et elle ne prend pas en compte les critères de stabilité et de robustesse. C'est pour ces raisons que les automaticiens continuent à chercher jusqu'aux années 80 afin de trouver un type de contrôleur adéquat avec les approches connues .en effet Takagi et Sugeno ont présenté un système flou dont la partie conséquence est numérique, ce qui permet d'utiliser les méthodes classiques de l'automatique [**Takagi-83**], [**Takagi-85**].

Après cette évolution structurelle au niveau de la logique floue, plusieurs stratégies de commande des systèmes non linéaires à dynamique complexe sont basés sur la logique floue et elles sont élaborées et appliquées sur plusieurs domaines de la vie (industriel, militaire, etc...), néanmoins, pour garder les mêmes performances en présence de grande variations structurelle, la description linguistique des connaissances sur les systèmes non linéaire pour la construction d'une base de règle fidèle est souvent difficile pour surmonter ce problème. L'utilisation d'une commande adaptative s'avère nécessaire. Les chercheurs [**Wang-92c**], [**Wang-94**], [**Spooner-96**], proposent des contrôleurs flous auto-ajustable par l'acquisition automatique des connaissances à travers des données numériques, et ils sont basés sur la propriété d'approximation universelle des systèmes flous [**Wang-92a**], [**Wang-92b**]. Dans ces contrôleurs, la stabilité et la robustesse sont déduites de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov.

A travers les années, la commande adaptative par l'utilisation des systèmes flous a eu un grand succès dans le milieu de la commande des systèmes non linéaires incertains. On distingue deux approches dans la commande adaptative floue, la première approche dite directe, les auteurs [**Boukezzoula-98**], [**chang-99**], [**Spooner-96**], [**Tong-02**], [**Wang-93**], [**Yin-95**], [**Wang-94**], [**Ordonez-99**], [**Chang-01**], [**Tong-00**], [**Labioud-05**], [**Essounbouli-06**], [**Labioud-06**], proposent un ou deux systèmes flous de type Takagi-Sugeno à conclusion constante pour approximer la loi de commande linearisante optimale, les lois d'adaptation des paramètres ajustables sont tirées de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov. La deuxième est la commande adaptative indirecte par les systèmes flous, elle consiste à approcher la dynamique non linéaire du système par deux systèmes flous de type Takagi-

Sugeno à conclusion constante, [Wang-94], [Ordenez-99], [Chang-01], [Tong-00], [Labioud-05], [Essounbouli-06], [Labioud-06].

Le travail présenté dans ce mémoire est basé essentiellement sur l'utilisation des systèmes flous dans la commande adaptative, et sur les travaux qui sont déjà développés dans ce sens.

L'organisation de ce mémoire est articulée sur quatre chapitres, **le premier chapitre** sera consacré à l'étude des systèmes flous. Au début, nous allons définir la notion des ensembles flous, avec l'aspect de la fonction d'appartenance qui va nous servir à définir le degré d'appartenance de chaque variables d'entrée linguistique, de plus, nous allons introduire la définition d'une variable linguistique avec les opérateur flous couramment utilisés; après avoir définis ces notions de base, la définition de la structure d'un système flou est possible, et nous allons nous intéresser au système flou de Takagi-Sugeno, ainsi que la propriété d'approximation universelle qui seront utilisés tout au long de ce mémoire.

Dans **le deuxième chapitre** nous allons présenter la technique de la linéarisation entrée-sortie. En se basant sur cette technique, une loi de commande adaptative floue stable sera développée pour une classe des systèmes non linéaires monovariabiles incertains selon les deux approches: directe et indirecte, dont le système est supposé incertain. Dans le cas de l'approche indirecte deux schémas de commande ont été proposés, dans le premier schéma, le problème de la division par zéro est résolu par l'introduction d'un algorithme de projection, et dans le deuxième schéma, le problème de la division par zéro est contourné par l'utilisation de l'inverse régularisé du gain de commande estimé. Dans le cas de la commande directe, le problème de l'apparition du gain de commande dans la loi d'adaptation des paramètres ajustables dans la sortie du système flou est résolu.

Dans **le troisième chapitre** nous allons proposer une loi de commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe des systèmes non linéaires multivariabiles MIMO. Cette loi de commande est panopliée par un inverse matriciel régularisé au lieu de l'inverse matriciel normal, pour garantir que la loi de commande reste toujours bien définie.

Le quatrième chapitre est consacré au développement d'une loi de commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe de systèmes non linéaires monovariabiles dont le signe du gain commande est supposé inconnu. Par l'utilisation du gain de Nussbaum, la contrainte du signe du gain de commande est surmontée tout en permettant l'initialisation des paramètres ajustables du gain de commande estimé par zéro. En revanche, la supposition de connaître le

signe du gain de commande dans le deuxième chapitre est obligatoire pour la synthèse de la loi de commande.

Les techniques que nous allons développer dans ce mémoire assurent la stabilité et la robustesse d'une classe des systèmes non linéaire mentionnée au préalable, par rapport aux erreurs d'approximation. Chaque technique proposée est testée par un exemple de simulation pour confirmer ses performances.

Chapitre 1

Les systèmes flous

1.1 Introduction

De nos jours, la logique floue est un axe de recherche très important autour duquel sont centrées de nombreuses recherches. Des applications grand public sont déjà disponibles (appareils photos, machines-à-laver, fours à micro-onde, ...etc.), mais aussi industrielles (commande de processus complexes liés à l'énergie, à la transformation de la matière, à la robotique,...etc.).

Les bases théoriques de la logique floue ont été formulées en 1965 par le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley en Californie [Kosko-92], [Wang-94]. Il a introduit la notion de sous-ensemble flou pour fournir un moyen de représentation des connaissances vagues ou imprécises [Zedeh-65]. En se basant sur l'expérience, l'opérateur humain peut exprimer des stratégies de commande de façon linguistique, sans prendre en compte le modèle du processus. Cette expertise n'a de sens que par l'utilisation de la logique floue qui peut nous servir à formaliser sous forme de règles " Si-Alors " permettant de définir une relation entre l'entrée et la sortie du processus. La structure résultante peut être assimilée à un identificateur classique dont l'élaboration, à partir de l'expertise humaine, permet de donner une crédibilité au modèle construit.

Les premières applications basées essentiellement sur la logique floue ont débuté en 1970 (systèmes experts, aide à la décision en médecine, commerce ...), quelque années plus tard, précisément en 1974, une application industrielle a été réalisée par Mamdani (régulation floue d'une chaudière à vapeur). Les travaux développés dans les années 70 [Mamdani-74], [Mamdani-75], [Mamdani-76] faisaient appel à un type de contrôleur, appelé contrôleur à conclusion symbolique ou de Mamdani. Ce type de contrôleur présente deux inconvénients qu'il faut citer: le premier réside dans la contrainte du temps, car le calcul de l'agrégation des règles et de la defuzzification peut être discriminatoire [Yin-95]. Alors l'utilisation d'un tel contrôleur est conseillée seulement pour les systèmes lents ou les systèmes dont le temps n'est pas un critère prédominant; le deuxième inconvénient réside dans la mise en œuvre heuristique, sans l'utilisation d'un critère de stabilité ou robustesse de la théorie de commande.

Un autre type de contrôleurs flous a été développé à partir des années 80 par Takagi et Sugeno [Tackagi-83], [Tackagi-85]. Ces contrôleurs dont les conclusions des règles sont des fonctionnelles, se présentent sous une forme analytique exacte et compatible avec les outils de l'automatique classique tel que l'étude de la stabilité et de la robustesse. Et à partir de 1985 les japonais introduisent des produits grand public «Fuzzy Logic Inside».

À travers les années, la logique floue devient un champ d'application récent à travers le monde entier [Wang-94], [Jan-95], [Men-95], [Pas-98].

Dans ce chapitre nous allons présenter de manière générale un bref rappel sur les systèmes flous avec leurs concepts de base, et nous insisterons sur les idées utilisées dans la commande floue, en introduisant la structure des systèmes flous, particulièrement le système flou de Takagi-Sugeno dans sa forme générale, et dans le cas où la conclusion est constante que l'on va utiliser dans ce mémoire, avec la présentation du théorème d'approximation universelle introduit par Wang permettant, de prouver l'existence d'un système flou optimal approximant uniformément, à un degré de précision désiré, toute fonction dynamique continue sur un ensemble compact [Wang-93], [Wang-94]. Ce résultat est très important car il nous a permis d'exploiter les différentes techniques de commande basées sur la linéarisation Entrée-Sortie qui seront présentées ultérieurement dans le deuxième chapitre.

1.2 Ensemble flou

Dans un ensemble de référence E , depuis [Zadeh-65], un sous-ensemble flou de référence E est caractérisé par une fonction d'appartenance μ de E dans l'intervalle des nombres réels $[0,1]$ (degré d'appartenance qui est l'extension de la fonction caractéristique d'un sous-ensemble classique). En fait, un sous-ensemble (nous dirons plus brièvement un ensemble flou) est formellement défini par l'application μ , mais pour recourir au langage des mathématiques classiques, nous parlerons d'un ensemble flou A et noterons μ_A sa fonction d'appartenance.

Pour un sous-ensemble flou A d'un référentiel E on donne les définitions suivantes :

$$\text{Noyau } N(A) = \{x/\mu_A(x) = 1\}$$

Les éléments vraiment dans A .

$$\text{Support } S(A) = \{x/\mu_A(x) \neq 0\}$$

Ceux qui y sont à des degrés divers

Pour un ensemble classique, A noyau et support sont confondus avec, A et sa fonction caractéristique μ n'admet que 0 ou 1 pour valeurs.

Par exemple l'intervalle flou couramment utilisé dans R est décrit par sa fonction d'appartenance. Le plus simple type pour ce qu'il est convenu d'appeler un intervalle flou est une représentation trapézoïdale :

$$\text{On pose } \mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a - \alpha \text{ ou } b + \beta < x, (x \text{ hors du support de } A) \\ 1 & \text{si } a < x < b, (x \text{ dans le noyau de } A) \\ 1 + \frac{x-a}{\alpha} & \text{si } a - \alpha < x < a \\ 1 - \frac{b-x}{\beta} & \text{si } b < x < b + \beta \end{cases}$$

La notation, (a, b, α, β) souvent utilisée dans les applications informatique, est alors très simple pour ces intervalles flous.

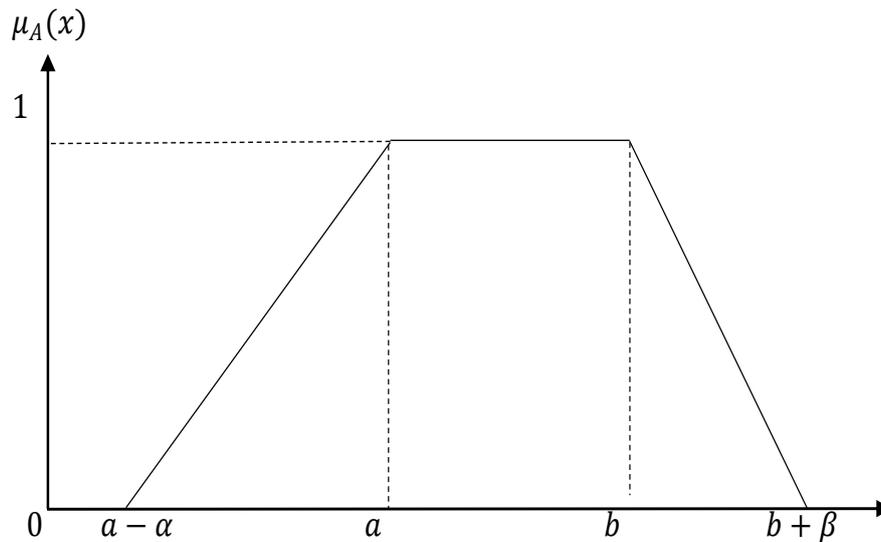


Figure1.1 Ensemble flou trapézoïdale

1.3 Fonction d'appartenance

Au lieu d'appartenir à l'ensemble « vrai » ou à l'ensemble « faux » de la logique binaire traditionnelle, la logique floue admet des degrés d'appartenance à un ensemble donné. Le degré d'appartenance à un ensemble flou est matérialisé par un nombre compris entre 0 et 1. Une valeur précise de la fonction d'appartenance liée à une valeur de la variable est notée μ et appelée « facteur d'appartenance ». Pour des raisons de simplicité, nous introduisons les fonctions d'appartenances ci-dessous [Jang-93], [Buhler-94], [Wang-94], [Jang-95], [Labioud-98].

1.3.1 Fonction triangulaire En peut définir une fonction d'appartenance de type triangulaire avec trois paramètres $\{a, b, c\}$:

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (1.1)$$

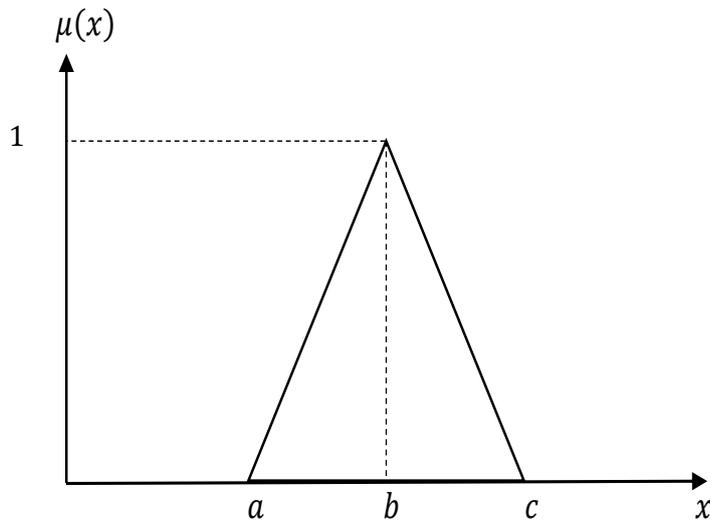


Figure1.2 Fonction triangulaire

1.3.2 Fonction trapézoïdale Elle est définie par une fonction d'appartenance avec quatre paramètres $\{a, b, c, d\}$:

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (1.2)$$

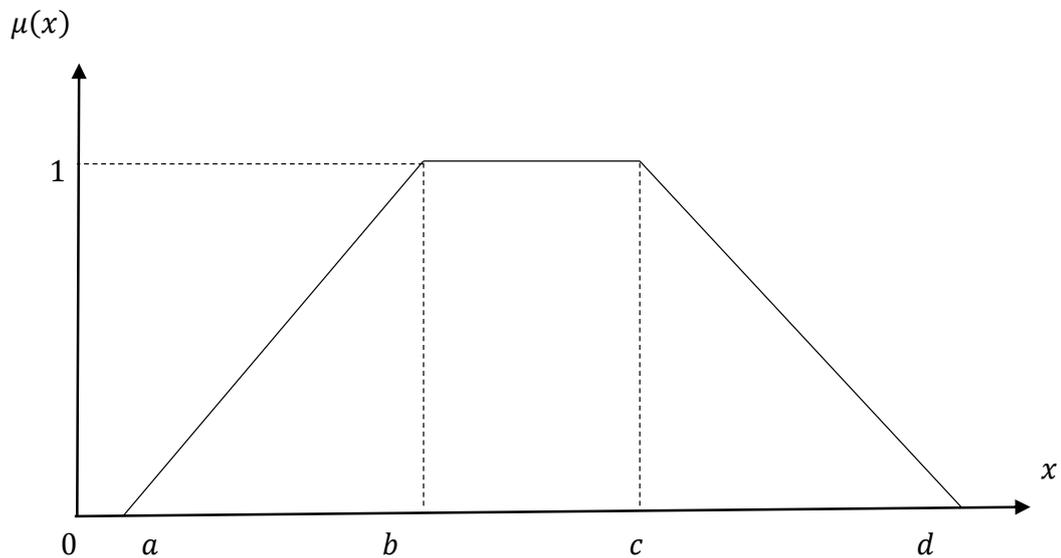


Figure1.3 Fonction d'appartenance trapézoïdale

1.3.3 Fonction Gaussienne : Elle est définie par deux paramètres $\{\sigma, m\}$:

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.3)$$

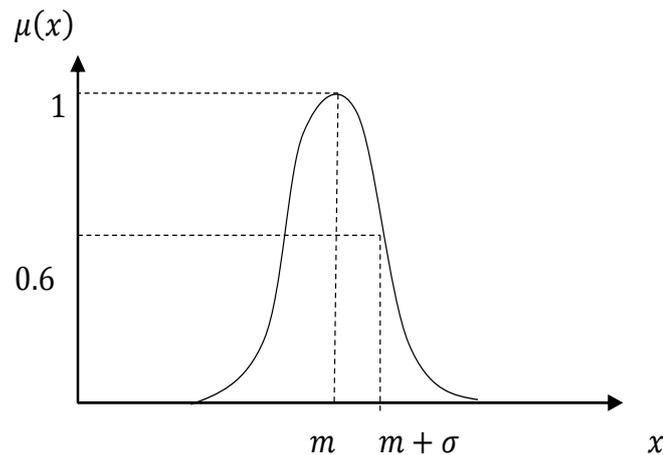


Figure1.4 Fonction d'appartenance Gaussienne

Notons que m est le centre, σ est la variance.

3.1.4 Fonction sigmoïdale : une fonction sigmoïdale est définie par deux paramètres $\{a, c\}$:

$$\mu(x) = \frac{1}{1+\exp(-a(x-c))} \quad (1.4)$$

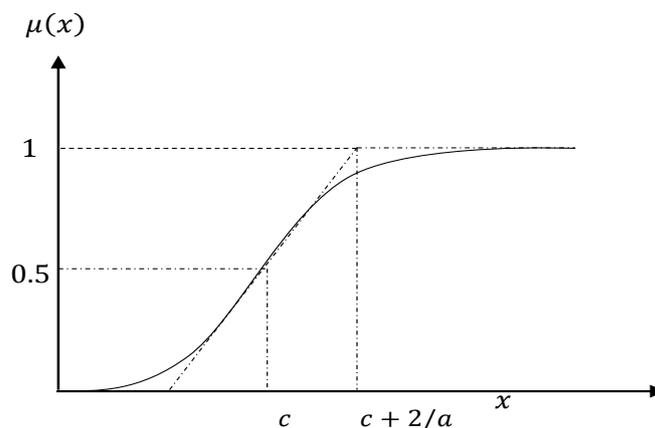


Figure1.5 Fonction d'appartenance sigmoïdale

1.4 Les variables linguistiques :

Le concept de fonction d'appartenance cité précédemment nous permettra de définir des systèmes flous en langage naturel, la fonction d'appartenance faisant le lien entre logique floue et variable linguistique que nous allons définir à présent.

Soit V une variable (température), X la plage de la valeur de la variable et T_v un ensemble fini ou infini de sous-ensemble flou.

Une variable linguistique correspond au triplet (V, X, T_v) , tel qu'en définit les grandeurs suivantes qui caractérisent cette variable de la façon suivante :

Univers du discours : X (Gamme de température de 0°C à 200°C).

Variable linguistique : V (La température).

Valeurs linguistiques : Tv (Très froid, Froid, Tempéré, Chaud, Très Chaud).

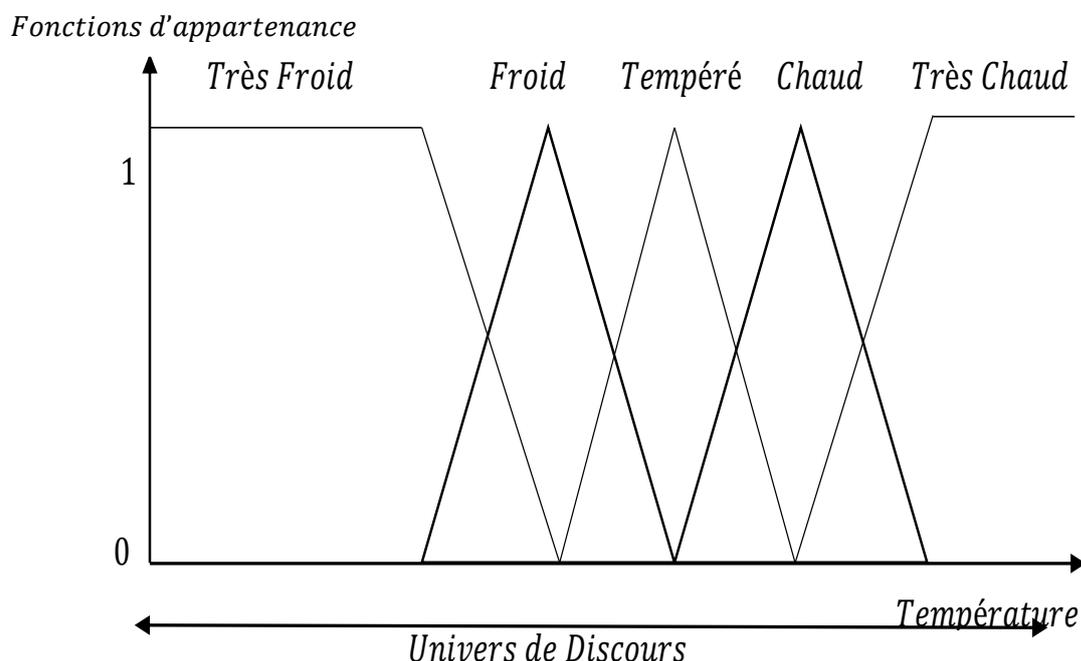


Figure 1.6 Fonctions d'appartenance qui caractérisent la variable Température

1.5 Les opérateurs flous

Afin de pouvoir manipuler aisément les ensembles flous, nous essayerons de définir les opérateurs de la théorie des ensembles classiques afin de les adapter aux fonctions d'appartenance propres à la logique floue permettant des valeurs strictement entre 0 et 1.

Contrairement aux définitions des propriétés des ensembles flous qui sont toujours les mêmes, la définition des opérateurs flous est choisie, à l'instar des fonctions d'appartenance. Voici les deux ensembles d'opérateurs pour le complément (NON), l'intersection(ET) et l'union(OU) utilisés le plus couramment, comme présenté dans le tableau ci-dessous.

Dénomination	Intersection ET : $\mu_{A \cap B}(x)$	Réunion OU : $\mu_{A \cup B}(x)$	Complément NON : $\mu_{\bar{A}}(x)$
Opérateur de Zadeh MIN/MAX	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	$1 - \mu_A(x)$
Probabiliste PROD/PROBOR	$\mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x)$	$1 - \mu_A(x)$

Tableau 1.1 les ensembles d'opérateurs les plus utilisés

Avec les définitions usuelles des opérateurs flous, nous retrouvons toujours les propriétés de commutativité, distributivité et associativité des opérateurs classiques.

Cependant, relevons deux exceptions notables :

- En logique floue, le principe du tiers exclu est contredit : $A \cup \bar{A} \neq X$, autrement dit $\mu_{A \cup \bar{A}}(x) \neq 1$.
- En logique floue, un élément peut appartenir à A et non A en même temps : $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$, autrement dit $\mu_{A \cap \bar{A}}(x) \neq 0$. Notons que ces éléments correspondent à l'ensemble $\text{sup}(A) - \text{noy}(A)$.

1.6 Le raisonnement en logique floue

En logique classique, les raisonnements sont de la forme :

$$\begin{cases} \text{Si } p \text{ alors } q \\ p \text{ vrai alors } q \text{ vrai} \end{cases}$$

En logique floue, le raisonnement flou, également appelé raisonnement approximatif, se base sur des **règles floues** qui sont exprimées en langage naturel en utilisant les variables linguistiques auxquelles nous avons donné la définition précédemment. Une règle floue aura la forme « *si $x \in A$ et $y \in B$ alors $z \in C$* », avec A, B et C des ensembles flous

Par exemple : si (la qualité de service est bonne), alors (le prix est élevé).

La variable « prix » appartient à l'ensemble flou élevé à un degré qui dépend du degré de validité de la prémisse, autrement dit du degré d'appartenance de la variable « qualité de service » à l'ensemble flou « bonne ». L'idée sous-jacente est que plus les propositions en prémisse sont vérifiées, plus l'action préconisée pour les sorties doit être respectée. Pour connaître le degré de vérité de la proposition floue « le prix est « élevé », Nous devons définir l'implication floue. On peut définir l'implication floue que c'est l'opérateur qui nous permet d'évaluer le degré de vérité d'une règle de la forme

$$\text{Si } x \text{ est } A \text{ Alors } y \text{ est } B$$

A partir des valeurs de la prémisse d'une part, et de celle de la conclusion d'autre part, ce degré de vérité est évalué à partir des degrés d'appartenance de x à A et de y à B comme suit :

$$\mu_R(x, y) = \text{imp}(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Parmi les implications floues les plus couramment utilisées :

Nom	Valeur de vérité
Mamdani	$\min(\mu_A(x), \mu_B(y))$
Larsen	$\mu_A(x) \times \mu_B(y)$

Tableau 1.2 Les implications floues couramment utilisées

1.7 La structure d'un système flou

On peut interpréter un système flou selon deux façons :

- la première est mathématique : un système flou est une fonction non linéaire reliant un vecteur de donnée d'entrée à un vecteur de sortie.
- la deuxième est logique: un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre étapes principales, à savoir : la base de règle, la fuzzification, le moteur d'inférence et la defuzzification [Buhler-94], [Wang-94], [Jang-95], [Mendel-95], [Heniche-97], [Labioud-98].

Ces étapes sont représentées comme suit :

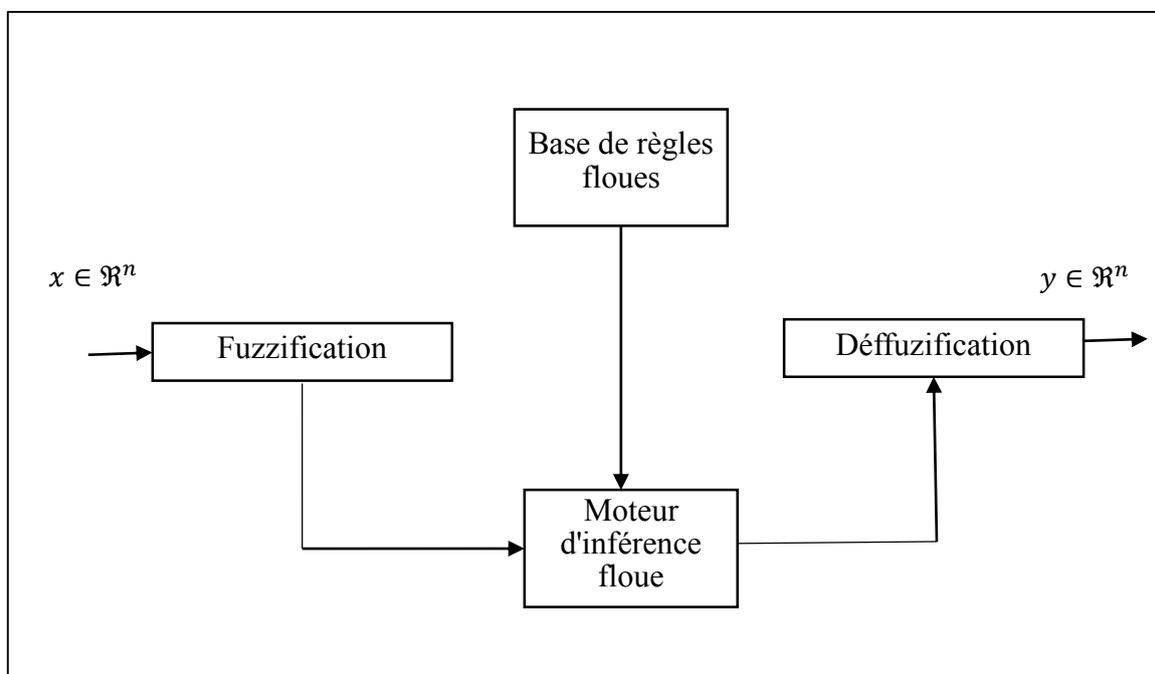


Figure1.7 Structure de base d'un système flou

1.7.1 Fuzzification : La fuzzification est la première étape dans la réalisation d'un système flou. Elle transforme chaque valeur réelle d'entrée (mesure) en un ensemble flou. En lui attribuant sa fonction d'appartenance à chacune des classes préalablement définies, deux approches de fuzzification sont généralement utilisées, à savoir : la fuzzification singleton et la fuzzification non singleton.

1.7.2 Base de règles : La base de connaissances appelée aussi, la base de règles, comprend les connaissances de l'expert humain pour le contrôle du système (cas de la conception d'un régulateur flou) ou l'identification (approximation des fonctions non linéaires à dynamique complexe) ainsi que le domaine de variation des variables d'entrées/sorties. Alors cette base de règles ou base de connaissances est donc constituée de:

a. Base de données : on regroupe dans ce bloc, l'ensemble des définitions utilisées dans les règles du processus à commander ou la fonction non linéaire à identifier (univers du discours, partition flou, choix des opérateurs,...)

b. La base des règles floues : la base de l'expert est généralement exprimée par des règles de la forme « SI-ALORS ». La base de règles est donc une collection de règles floues :

Règle : *Si x_1 est F_1^1 et ... et x_n est F_n^n alors $y \in G_l$.*

Où : $x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$ et $y \in V$ sont des variables linguistiques d'entrée et de sortie du système respectivement pour $l = 1, \dots, n$ F_1, \dots, F_n , G représentants des ensembles flous sur les référentiels u_1, \dots, u_n .

1.7.3 Moteur d'inférence : Ce bloc exprime la relation qui existe entre les variables d'entrée (exprimées comme variable linguistiques) et la variable de sortie (également exprimée comme variable linguistique «cas de système flou de Mamdani »). Il existe plusieurs mécanismes d'inférence, généralement un mécanisme d'inférence comporte deux étapes :

- Interprétation d'une règle R_i noter μ_{R_i} «interprétation du 'ET'' (prémices)».
- La fusion des règles «interprétation du ''ALORS''».

1.7.4 Defuzzification : La defuzzification consiste à transformer le sous-ensemble flou de sortie en une valeur non floue permettant la commande du système .il existe trois méthodes principales qui sont :

- **Centre de gravité de la surface (COG).**

Toutes les valeurs de l'univers du discours de sortie interviennent, pondérées par leur degré de vraisemblance.

- **Bissection de la surface**

Abscisse qui coupe la surface en 2 parties égales.

- **Moyenne des maxima**

Moyenne des valeurs de sorties les plus préconisées.

En utilisant la méthode de defuzzification de la moyenne des centres, la sortie finale du système flou est donnée par [Wang-94] :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) y^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.5)$$

Avec y^k est le point dans laquelle $\mu_{B^k}(y^k)$ atteint sa valeur maximale. Généralement, on suppose que, $\mu_{B^k}(y^k) = 1$.

Il existe plusieurs variantes des systèmes flous .ces variantes résultent de la façon de représentation des opérations flous par les formules mathématiques [Wang-94], [Passino-98].

1.8 Système flou de Takagi-Sugeno

Dans ce qui précède nous avons essayé de présenter les systèmes flous à conclusion symbolique, appelés systèmes flous standards ou systèmes flous de Mamdani. Un autre modèle flou, approprié pour l'approximation d'une classe générale de systèmes non linéaires est celui proposé par Takagi et Sugeno [Takagi-85]. Ce modèle est comme celui de Mamdani, construit à partir d'une base de règles « Si...Alors... », dans laquelle le conséquent utilise des variables numériques plutôt que des variables linguistiques, si la prémisse et toujours exprimée linguistiquement. Le conséquent peut s'exprimer par exemple, sous la forme d'une constante, d'un polynôme ou de manière plus générale d'une fonction ou d'une équation différentielle dépendant des variables d'entrées. D'une manière générale, un modèle de type Takagi-Sugeno(TS) est basé sur une collections des règles, R_k du type :

$$R_k : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^k \text{ et } \dots x_n \text{ est } F_n^k \text{ Alors } y = f_k(x), \quad k = 1, \dots, N$$

Où R_k dénote la k – éme règle du modèle est N est le nombre de règles que contient la base de règles $x = [x_1, \dots, x_n] \in \mathfrak{R}^p$ est la variable d'entrée (antécédent) et $y \in \mathfrak{R}$ est la variable de sortie (conséquent). F_i^j dans X_i , tel que pour $x_i \in X_i$, il existe au moins un degré d'appartenance $\mu_{F_i^j}(x_i) \neq 0$, où $i = 1, 2, \dots, n$ et $j = 1, 2, \dots, m_i$.

La base de règle du système flou comporte $N = \prod_{i=1}^n m_i$ règles floues, les fonctions f_k sont choisies comme des fonctions numériques dans l'espace de sortie, en général f_k est fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées, mais elle peut être aussi une fonction arbitraire tant qu'elle peut décrire convenablement le comportement du système étudié.

Si $f_k(x)$ est une fonction linéaire :

$$f_k(x) = a_0^k + \sum_{i=1}^n a_i^k x_i \quad (1.6)$$

Alors cette représentation mène à un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre un (TS1). Si par contre $f_k(x)$ est un polynôme d'ordre zéro :

$$f_k(x) = a^k \quad (1.7)$$

On a donc un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro (TS0).

Etant donné que chaque règle possède une conclusion numérique, la sortie totale du système flou est obtenue par le calcul d'une moyenne pondérée, et de cette manière, le temps consommé par la procédure de defuzzification est évité.

En général, on peut écrire la sortie du système selon la relation suivante [Kosko-92], [Jang-93], [Wang-94], [Jang95] :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) f_k(x)}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.8)$$

Avec $\mu_k(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^k}$, $\tilde{F}_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$ et qui représente le degré de confiance ou d'activation de la règle R_k .

Dans le cas d'un système flou TS1, la sortie est donnée par

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) [a_0^k + a_1^k x_1 + \dots + a_n^k x_n]}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.9)$$

Et dans le cas d'un système flou TS0, la sortie se simplifie à

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) a^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.10)$$

La figure (1.8) montre une représentation schématique, sous forme d'un réseau, d'un système flou TS0.

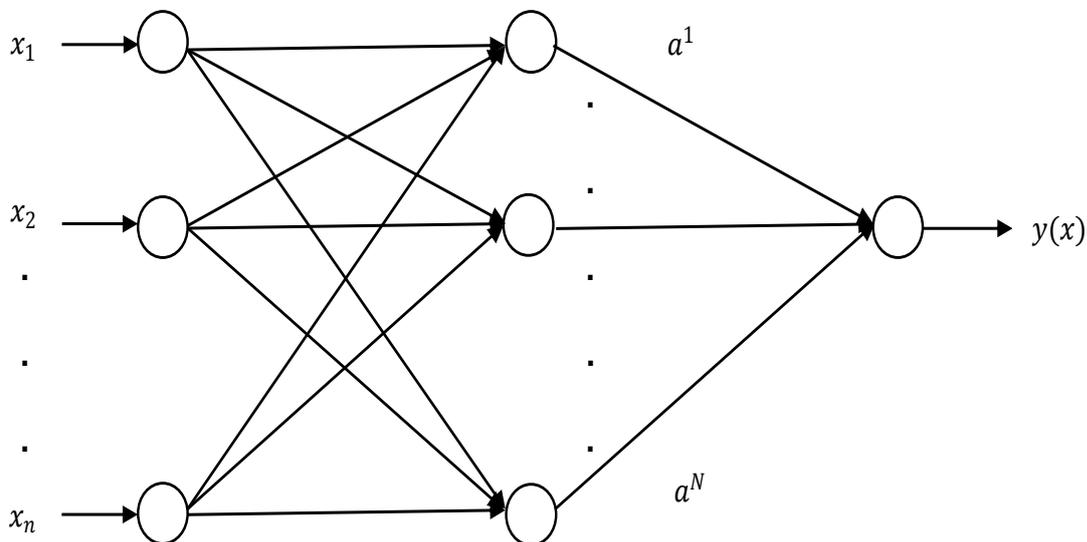


Figure 1.8 Représentation schématique d'un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro (TS0)

Dans notre mémoire, nous limitons l'utilisation des systèmes flous à ceux qui seront directement exploites dans les approches de commande développées à savoir les systèmes flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante (systèmes flous de Takagi-Sugeno d'ordre zéro). Il est noté que le système flou (TS0) (1.10) est équivalent au système flou de Mamdani (1.5) utilisant une fuzzification singleton et la méthode de defuzzification du barycentre [Wang-94]. En introduisant la notion de fonctions floues de base [Wang-94], la sortie du système flou de TS0 peut être écrite sous la forme :

$$y(x) = w^T(x)\theta \quad (1.11)$$

avec

- $\theta = [a^1 \dots a^n]^T$: vecteur constitué des paramètres de la partie conclusion des règles floues ;
- $w(x) = [w_1(x) \dots w_N(x)]^T$: vecteur des fonctions floues de base, dont chacune des composantes est donnée par :

$$w_k(x) = \frac{\mu_k(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_j(x)}, k = 1, \dots, N \quad (1.12)$$

Les fonctions d'appartenance qui caractérisent les ensembles flous F_i^j sont sélectionnées dans ce mémoire, des fonctions Gaussiennes définies par :

$$\mu_{F_i^j} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(x_i - c_i^j)}{v_i^j} \right]^2 \right\} \quad (1.13)$$

Où c_i^j est la moyenne et v_i^j la variance. Notons que l'utilisation des autres formes pour les fonctions d'appartenance est possible.

1.9 Approximateur universel

Les systèmes non linéaires sont très complexes et difficilement modélisables. Plusieurs techniques utilisant le principe de la boîte noire ont été développées dans les travaux antérieurs pour la modélisation de ces systèmes. Une des techniques consiste à utiliser des modèles linéaires de type auto-regressif (AR) ou auto-regressif avec entrée exogène (ARX).

Cependant, ce type de structure ne permet pas d'obtenir un modèle optimal. Les réseaux de neurones, étant non linéaires par nature, ont également été utilisés pour la modélisation des processus non linéaires. Leur principal avantage réside dans leur capacité de modélisation sans aucune hypothèse préalable.

Néanmoins, les variables utilisées dans ces réseaux n'ont aucune signification physique. Il est donc intéressant de garder la structure multi-couches et d'utiliser le raisonnement flou pour approximer des processus inconnus ou incertains. Plusieurs travaux ont été développés dans ce sens [Kosko-94], [Wang-94], et l'énoncé suivant du théorème de l'approximateur universel a été l'un de ces aboutissements :

Théorème 1.1 [Wang-94] :

Pour toute fonction réelle $g(x)$ continue sur un compact $U \subset \mathfrak{R}$ donné, il existe un système flou $f(x)$ sous la forme (1.10) tel que :

$$\sup_{x \in U} |f(x) - g(x)| < \varepsilon \quad (1.14)$$

Avec $\varepsilon \geq 0$ est une constante arbitraire.

La propriété d'approximation universelle ne donne pas une méthode de construction du système flou, $f(x)$ elle nous permet seulement de garantir l'existence de ce dernier.

Nous avons choisi la structure du système flou d'une façon appropriée afin d'arriver à la notion d'approximation universelle toute en se basant sur le choix des entrées et le nombre de fonctions d'appartenance avec le type approprié pour chaque entrée du système flou, les paramètres qui constituent les fonctions d'appartenance et le nombre de règles.

Les paramètres de la conclusion seront calculés en ligne par des algorithmes d'adaptation.

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les idées principales de la logique floue, en introduisant la notion des ensembles flous qui est une généralisation des ensembles classiques, à partir de la définition des ensembles flous nous pouvons construire un système flou.

Un système flou est composé essentiellement de quatre étapes : la fuzzification, la base de règle, le moteur d'inférence et la defuzzification. Il est à noter que le concepteur d'un système flou doit faire un nombre de choix importants. Ces choix sont basés essentiellement sur les conseils de l'expert ou sur l'analyse statistique des données précédentes. En plus le concepteur doit aussi choisir la méthode de defuzzification, le type des fonctions d'appartenance et les méthodes d'interprétation (ET, OU).

Nous avons présenté la formule mathématique de la sortie d'un système flou de type Mamdani et les deux formes de la sortie d'un système flou de type Takagi-Sugeno (TS1-TS0), et nous avons vu le théorème d'approximation universelle [**Wang-94**] permettant d'assurer l'existence d'un système flou optimal, cependant ce théorème ne donne pas une méthode systématique pour choisir le système flou optimal.

La forme du système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro présentée précédemment nous a permis de faciliter l'étude de la stabilité des stratégies de commande adaptatives qui seront traitées ultérieurement tout au long de notre mémoire.

Chapitre 2

La commande adaptative indirecte et directe floue des systèmes non linéaires monovariables

2.1 Introduction

Dans les travaux antérieurs de la commande non linéaire, plusieurs approches ont été utilisées: commande par apprentissage, commande à structure variable, ...etc. Dans ce contexte, la technique de la linéarisation entrée-sortie est spécialement utilisée dans le cadre des systèmes non linéaires [Isidori-89], [Sastry-89], [Slotine-91].

Une classe de systèmes non linéaires peut être transformée en une classe de systèmes linéaires à travers la technique de la linéarisation entrée-sortie. Dans ce cas, le système linéaire transformé peut être commandé par des méthodes classiques de l'automatique linéaire (placement de pôles, synthèse quadratique, synthèse robuste, ...etc) [Fossard-93].

Normalement, une telle transformation n'existe pas toujours, mais lorsqu'elle existe, elle nécessite la connaissance parfaite du model du système pour que la linéarisation soit correcte, pour ces raisons on voit bien que l'utilisation d'une commande adaptative par les systèmes flous peut contourner le problème de méconnaissance du model et la variation dans le temps des différents paramètres qui constituent le système à commander. Plusieurs schémas de commande adaptative floue ont été présentés dans la littérature.

Depuis sa naissance la commande adaptative floue est basée essentiellement sur deux approches : La première dite directe, [Wang-93], [Labioud-05], [Essounbouli-06], [Labioud-06], propose d'utiliser un système flou pour l'approximation d'une loi de commande linéarisante à condition de disposer du signe du gain de commande. Plus tard, plusieurs solutions ont été proposées pour éliminer l'hypothèse qui exige la connaissance du signe gain de commande.

La deuxième dite approche indirecte [Boukezzoula-98], [Chen-96], [Ma-98], [Wang-93], [Labioud-05], [Essounbouli-06], [Labioud-06], dans laquelle le système obtenu par la technique de linéarisation entrée-sortie est approximé par deux systèmes adaptatifs flous. En utilisant le principe des certitudes équivalentes, ces approximations sont utilisées pour la synthèse d'une loi de commande par rétroaction.

Dans ces deux approches, les lois d'adaptations des paramètres ajustables (conclusion des règles floues) sont extraites de l'étude de la stabilité en utilisant la méthode de Lyapunov.

Dans ce chapitre, notre objectif est de présenter le principe de la linéarisation entrée-sortie qui permet d'aboutir à une relation directe entre l'entrée du système et sa sortie. À partir de cette relation, une loi de commande par rétroaction « feedback linéarisation » est synthétisée. Cependant, cette loi de commande nécessite la connaissance parfaite du modèle dynamique du

système à commander. Motivé par les travaux développés sur la commande adaptative floue [Labioud-06], [Labioud-05], [Essounbouli-06], trois lois de commande adaptative floue sont proposées. Une loi adaptative directe et deux lois adaptatives indirectes. Des résultats de simulation sont présentés pour montrer les performances des lois proposées.

En somme, nous avons essayé de résumer le présent chapitre dans un schéma illustré dans la figure 2.1 et ce pour simplifier et de permettre aux lecteurs de bien comprendre notre mémoire.

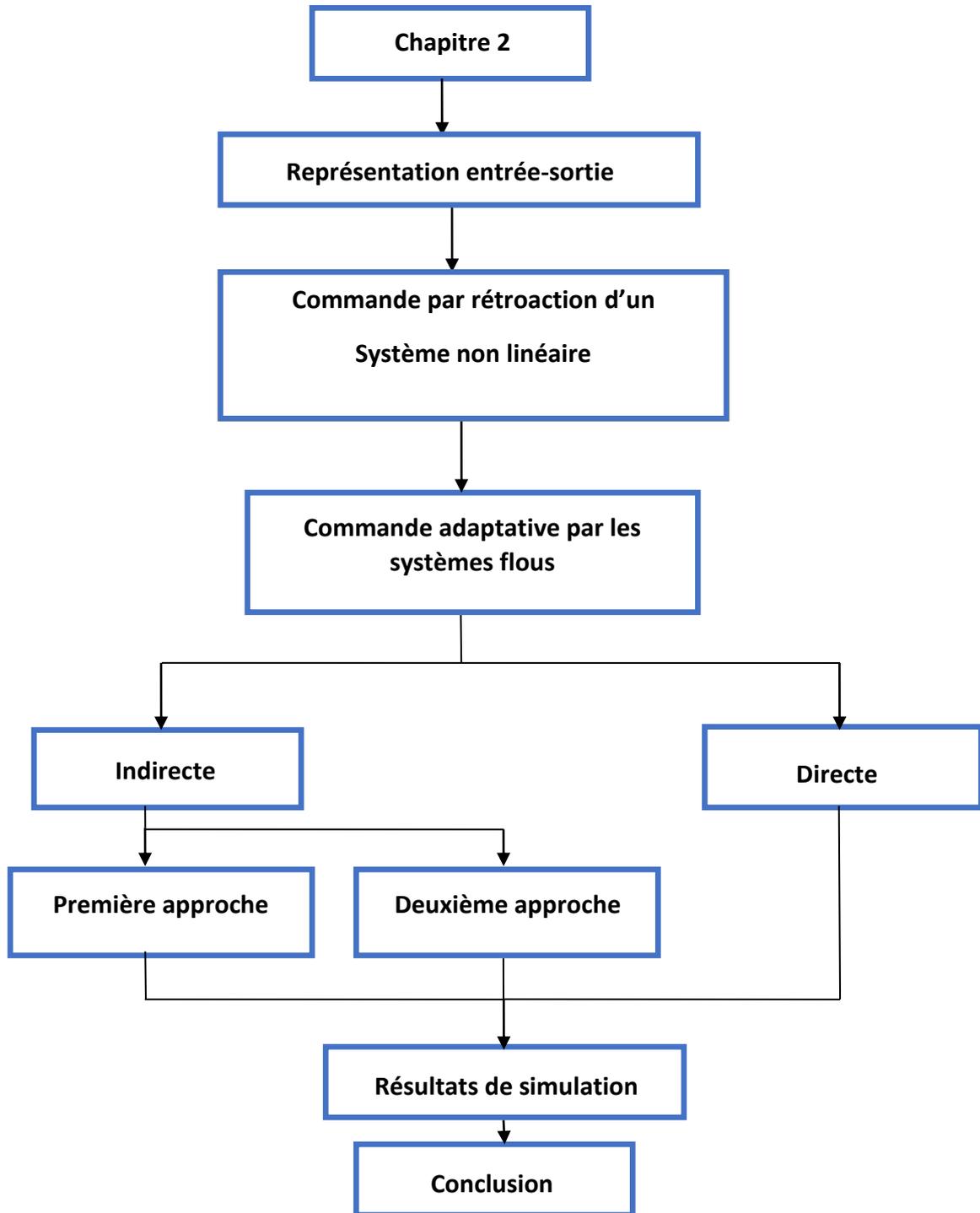


Figure 2.1 Plan du chapitre 2

2.2 Représentation entrée-sortie

On considère une classe de systèmes non linéaires mono entrée mono sortie (SISO) affines dans la commande, représenté par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = \underline{f}_s(x) + \underline{g}_s(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où $\underline{f}_s(x) \in \mathfrak{R}^n$, $\underline{g}_s(x) \in \mathfrak{R}^n$, et $h(x) \in \mathfrak{R}$ sont des fonctions non linéaires continues , $u \in \mathfrak{R}$ et $y \in \mathfrak{R}$ représentent respectivement l'entrée et sortie du système. Le vecteur d'état étant : $x = [x_1, \dots, x_n] \in \mathfrak{R}^n$.

À partir de la structure du système (2.1) on ne peut pas avoir une relation directe entre l'entrée et la sortie du système, ce qui rend la mise en œuvre d'une loi de commande en poursuite d'une trajectoire de référence difficile. Pour pallier ce problème plusieurs solutions ont été proposées dans les travaux de [Isidori-89], [Khalil-96], une de ces solutions consiste à transformer le système (2.1) sous forme canonique ou forme dite normale, en utilisant la représentation entrée sortie.

On dit, [Isidori-89], qu'un système est de degré relatif r si :

$$\begin{cases} L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s}^{(k)} h(x) = 0 ; k < r - 1 \\ L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s}^{(r-1)} h(x) \neq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

où la dérivé de Lie $L_a^{(k)} b(x)$ representent la dérivée $k^{\text{ème}}$ de $b(x)$ dans la direction de a . Pour exprimer explicitement la relation liant l'entrée et la sortie du système (2.1), on dérive successivement cette dernière jusqu'à l'apparition de l'entrée u .

Pour un système de la forme (2.1) de degré relatif 2, on peut écrire :

$$\begin{aligned} y &= h(x) \\ y^{(1)} &= \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} (\underline{f}_s(x) + \underline{g}_s(x)u) \\ &= L_{\underline{f}_s} h(x) + L_{\underline{g}_s} h(x)u \end{aligned}$$

or par définition, on a : $L_{\underline{g}_s} h(x) = 0$, alors $y^{(1)} = L_{\underline{f}_s} h(x)$.

d'où :

$$\begin{aligned} y^2 &= \frac{\partial L_{\underline{f}_s} h}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial L_{\underline{f}_s} h}{\partial x} (\underline{f}_s(x) + \underline{g}_s(x)u) \\ &= L_{\underline{f}_s}^2 h(x) + L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s} h(x)u \end{aligned} \quad (2.3)$$

Pour un système de degré relatif r , on peut aisément montrer que :

$$\begin{cases} y^{(k)} = L_{\underline{f}_s}^{(k)} h(x); k < r - 1 \\ y^{(k)} = L_{\underline{f}_s}^{(r)} h(x) + L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s}^{(r-1)} h(x)u \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec cette équation on peut avoir une relation directe entre l'entrée du système et la sortie, dans le cas où $r = n$, l'équation (2.4) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} y^{(1)} &= L_{\underline{f}_s}^{(1)} h(x) \\ y^{(2)} &= L_{\underline{f}_s}^{(2)} h(x) \\ &\vdots \\ y^{(n)} &= L_{\underline{f}_s}^{(n)} h(x) + L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s}^{(n-1)} h(x)u \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ou

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Avec $f(x) = L_{\underline{f}_s}^{(n)} h(x)$ et $g(x) = L_{\underline{g}_s} L_{\underline{f}_s}^{(n-1)} h(x)$.

Cette structure représente la forme normale d'un système non linéaire SISO affine dans la commande qu'on peut reformuler comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T = [x, \dots, x^{(n-1)}]^T$ représente le vecteur d'état du système constitué des dérivées successives de la sortie. Les figures 2.2 et 2.3 représentent respectivement les structures des systèmes (2.5) et (2.6) [Boukezzoula-00].

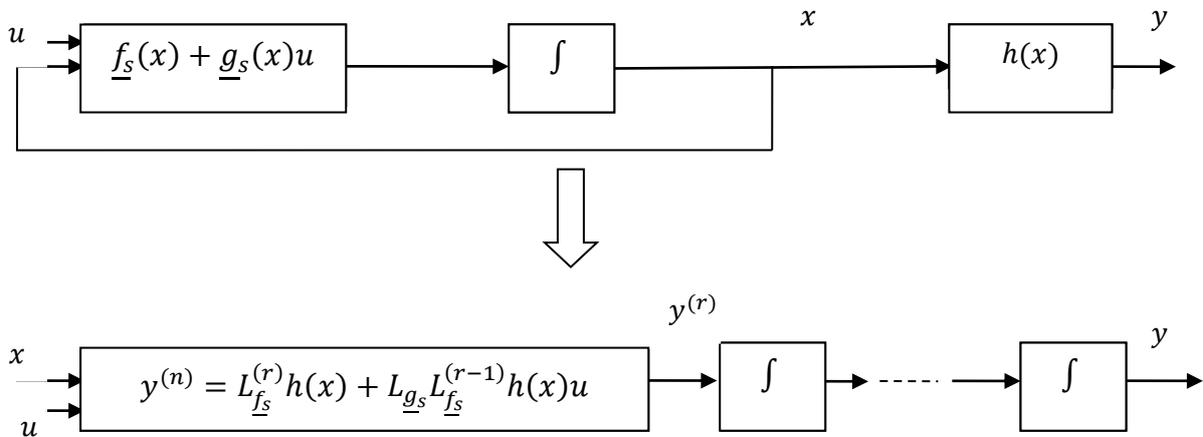


Figure 2.2 Changement de la représentation du système

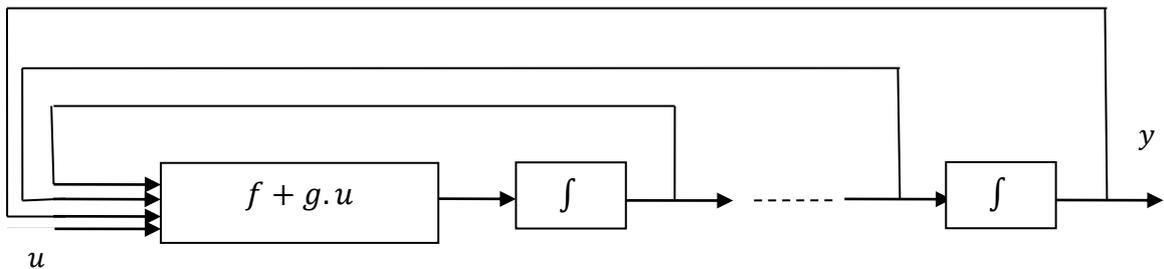


Figure 2.3 Représentation entrée-sortie du système du système (2.7)

2.3 Commande par rétroaction d'un système non linéaire

La relation définie précédemment par l'équation (2.7) nous a permis de déterminer un lien direct entre l'entrée et la sortie du système, en se basera sur cette relation pour concevoir une loi de commande capable de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire de référence $y_d(t)$ donnée, tout en assurant que les variables d'états restent bornées le long de celle-ci.

Définissons l'erreur de poursuite par

$$e = y_d(t) - y(t) \tag{2.8}$$

Le fait d'assurer la convergence asymptotique équivaut à satisfaire l'équation suivante :

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e \tag{2.9}$$

Où le coefficient k_i sont calculés de telle sorte que le polynôme

$$H(s) = s^n + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n, \text{ ait des racines a partie réelle négative}$$

Alors la dérivée $n^{\text{ème}}$ de l'erreur de poursuite est donnée par :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u \tag{2.10}$$

En substituant (2.10) dans (2.9), on obtient

$$y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (2.11)$$

$$y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u + k^T e = 0 \quad (2.12)$$

Avec $k = [k_n, \dots, k_1]$ et $e = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]$

D'où l'on peut déduire la loi de commande :

$$u = \frac{1}{g(x)} (-f(x) + y_d^{(n)} + k^T e) \quad (2.13)$$

La loi de commande (2.13) ne peut pas être mise en œuvre que dans le cas où le système est complètement connu, dans le cas contraire une façon pour contourner ce problème serait d'utiliser la commande adaptative floue que l'on présentera comme suit.

2.4 La commande adaptative floue

Dans la commande adaptative par les systèmes flous on distingue deux types de commandes :

- La commande adaptative floue directe : Dans ce type, la loi de commande est directement approximée par un ou plusieurs systèmes flous à conclusion constante, les lois d'adaptations sont choisies de telles sortes que le système atteint les performances désirées et ils sont déduits de l'étude de stabilité via la méthode de Lyapunov.
- La commande adaptative floue indirecte : Dans ce type, pour calculer la loi de commande, on approxime d'abord le model du processus par deux systèmes flous adaptatifs. Les lois d'adaptation sont déduites directement à travers l'étude de la stabilité via la méthode de Lyapunov.

2.4.1 La commande adaptative indirecte par les systèmes flous

Position du problème :

Considérons le système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u$$

$$y = x_1$$

Qui peut se mettre sous la forme équivalente :

$$x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \quad (2.15)$$

$$y = x$$

Où, f et g sont des fonctions continues inconnues

$u \in \Re$ et $y \in \Re$ Sont l'entrée et la sortie du système respectivement, et

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \Re^n$$

Hypothèse 2.1

Le gain de commande $g(x)$ est différent de zéro pour tout x et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que $g(x) \geq \underline{g} > 0$ avec \underline{g} une constante donnée.

Hypothèse 2.2

Le vecteur d'état x est mesurable.

Hypothèse 2.3

La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

Définissons l'erreur de poursuite par

$$e = y_d - y \tag{2.16}$$

Elle devrait être la plus petite possible.

Pour commencer on considère le signal d'erreur $(e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$ et le vecteur de gain $(k_n \dots, k_1)^T \in \Re^n$, telles que toutes les racines du polynôme caractéristique

$H(s) = s^n + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n$, Soient dans le demi-plan gauche (système stable).

Si les fonctions f et g sont connues, pour atteindre les objectifs de commande, la loi de commande suivante est une solution :

$$u = 1/g(x) [-f(x) + y_d^{(n)} + k^T e] \tag{2.17}$$

Ce qui donne :

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \tag{2.18}$$

Qui implique que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ qui est l'un des objectifs de la commande.

Si $f(x)$ et $g(x)$ sont inconnues, on les approxime par les systèmes flous, de la forme :

$$\begin{cases} \hat{f}(x, \theta_f) = w_f^T(x) \theta_f \\ \hat{g}(x, \theta_g) = w_g^T(x) \theta_g \end{cases} \tag{2.19}$$

avec w_f^T et w_g^T sont des vecteurs de fonctions floues de base supposés convenablement fixes en avance par l'utilisateur, θ_f et θ_g sont les vecteurs de paramètres ajustés.

Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ peuvent être exprimées en fonction des approximations floues de la manière suivante:

$$\begin{cases} f(x) = \hat{f}(x, \theta_f^*) + \varepsilon_f(x) \\ g(x) = \hat{g}(x, \theta_g^*) + \varepsilon_g(x) \end{cases} \quad (2.20)$$

Avec $\varepsilon_f(x)$ et $\varepsilon_g(x)$ représentent les erreurs d'approximation floue θ_f^* et θ_g^* sont respectivement les paramètres optimaux de θ_f et θ_g , les valeurs des paramètres θ_f et θ_g minimisant respectivement les erreurs d'approximation $\varepsilon_f(x)$ et $\varepsilon_g(x)$. Ces paramètres optimaux satisfont :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f} \left\{ \sup_x |f(x) - \hat{f}(x, \theta_f)| \right\} \quad (2.21)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g} \left\{ \sup_x |g(x) - \hat{g}(x, \theta_g)| \right\} \quad (2.22)$$

Notons que les paramètres optimaux θ_f^* et θ_g^* sont des constantes artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

A partir de l'analyse ci-dessus, on peut écrire :

$$f(x) = \hat{f}(x, \theta_f^*) + \varepsilon_f(x) \quad (2.23)$$

$$g(x) = \hat{g}(x, \theta_g^*) + \varepsilon_g(x) \quad (2.24)$$

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta_f) = \hat{f}(x, \theta_f^*) - \hat{f}(x, \theta_f) + \varepsilon_f(x) \quad (2.25)$$

$$g(x) - \hat{g}(x, \theta_g) = \hat{g}(x, \theta_g^*) - \hat{g}(x, \theta_g) + \varepsilon_g(x) \quad (2.26)$$

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta_f) = w_f^T(x) \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x) \quad (2.27)$$

$$g(x) - \hat{g}(x, \theta_g) = w_g^T(x) \tilde{\theta}_g + \varepsilon_g(x) \quad (2.28)$$

avec

$\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f$ et $\tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g$, sont les erreurs d'estimation paramétrique.

Hypothèse 2.4

Les erreurs d'approximation sont bornées comme suit :

$$|\varepsilon_f(x)| \leq \bar{\varepsilon}_f, \quad |\varepsilon_g(x)| \leq \bar{\varepsilon}_g$$

Où $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$ sont des constantes positives inconnues.

Cette hypothèse est raisonnable puisque nous supposons que les systèmes flous utilisés pour l'approximation des fonctions inconnues possèdent la propriété d'approximateur universel.

Considérons la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x, \theta_g)} (-\hat{f}(x, \theta_f) + y_d^{(n)} + k^T e) \quad (2.29)$$

Cette loi résulte de (2.17) en remplaçant les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ par leurs approximations floues $\hat{f}(x, \theta_f)$ et $\hat{g}(x, \theta_g)$, et elle ne peut pas toute seule, garantir la stabilité du système bouclé. Ceci est dû, d'une part, à l'existence des erreurs d'approximation et, d'autre part, au fait que cette loi de commande n'est pas défini lorsque $\hat{g}(x, \theta_g) = 0$. Pour traiter le problème des erreurs d'approximation, ajoutons à cela, le terme de robustification à la loi de commande équivalente, et pour éviter la division par zéro lors du processus d'adaptation des paramètres θ_g , soit on modifie sa loi d'adaptation soit on modifie carrément la loi de commande. Nous montrerons dans ce qui suit comment modifier la loi de commande et/ou les lois d'adaptation pour sur montrer ces problèmes.

2.4.1.1 Première approche

Dans cette section nous proposons la loi de commande suivante :

$$u = u_c + u_r \quad (2.30)$$

La loi de commande (2.30) est la somme de deux termes : un terme de commande adaptative u_c utilisé pour compenser les non linéarité du système, et un terme de robustification, u_r introduit pour palier le problème des erreurs d'approximation.

Le terme adaptatif est défini comme suit :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x, \theta_g)} (-\hat{f}(x, \theta_f) + y_d^{(n)} + k^T e) \quad (2.31)$$

et le terme de robustification u_r par

$$u_r = \frac{1}{\underline{g}} (\hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c|) \text{sgn}(e^T PB) \quad (2.32)$$

Avec $\hat{\varepsilon}_f$ et $\hat{\varepsilon}_g$ sont respectivement, les estimées de $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$

, et $\text{sgn}(e^T pb)$ est la fonction signe donnée par:

$$\text{sgn}(e^T PB) = \begin{cases} +1, & e^T PB > 0 \\ 0, & e^T PB = 0 \\ -1, & e^T PB < 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

Remarque 2.1

La présence du terme $\text{sgn}(e^T PB)$ dans le terme de la commande robuste u_r peut introduire des signaux hautes fréquences qui risquent d'exciter les dynamiques non modélisées [Slotine-91], notamment quand l'amplitude de cette loi de commande est très importante. Pour contourner ce problème, le terme robuste donné par l'équation (2.32) peut être lissé par la

fonction saturation ou la fonction tangente hyperbolique qui sont des fonctions continues, contrairement à la fonction signe qui est discontinue, dans notre cas on a choisi la fonction continue de saturation [Slotine-91] donnée par l'équation suivante :

$$sat(x) = \begin{cases} 1 & si \ x > 1 \\ x & si \ |x| \leq 1 \\ -1 & si \ x < -1 \end{cases} \quad (2.34)$$

Dans notre cas on introduit une constante positive arbitrairement petite, notée par \emptyset , alors la fonction de saturation devient $sat(e^T p b / \emptyset)$.

$$sat(e^T P B / \emptyset) = \begin{cases} 1 & si \ e^T P B > \emptyset \\ x & si \ |e^T P B| \leq \emptyset \\ -1 & si \ e^T P B < -\emptyset \end{cases} \quad (2.35)$$

Alors la commande robuste devient :

$$u_r = \frac{1}{\underline{g}} (\hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c|) sat(e^T P B / \emptyset) \quad (2.36)$$

Dans ce cas, on ne peut qu'assurer la convergence de l'erreur de poursuite dans un voisinage autour de zéro qui s'appelle la zone morte et elle est représentée dans la figure (2.4).

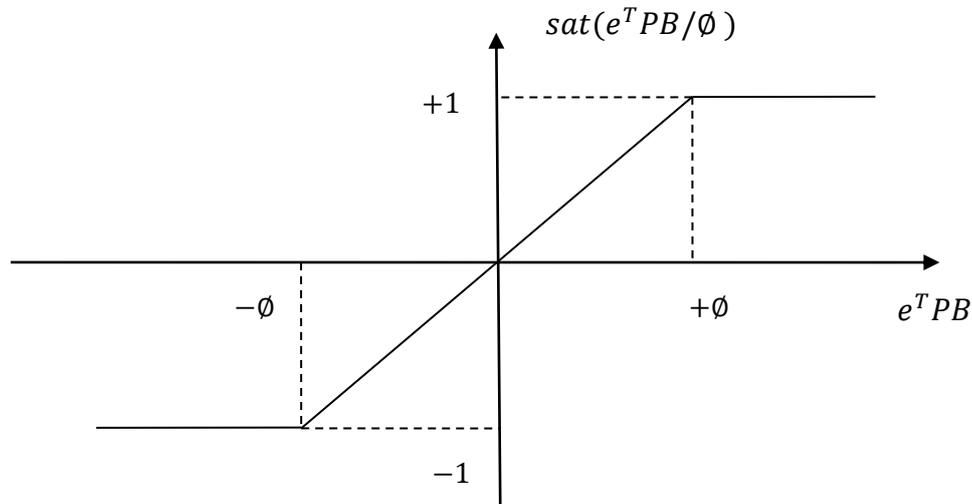


Figure 2.4 Représentation de la zone morte

Notons que la loi de commande (2.31) n'est pas définie lorsque $\hat{g}(x, \theta_g) = 0$. Pour éviter ce problème et garantir la bornitude des paramètres ajustés, nous proposons l'utilisation des lois d'adaptation avec projection. Tout d'abord, nous avançons une hypothèse sur les paramètres optimaux θ_f^* et θ_g^* .

Hypothèse 2.5 : les paramètres optimaux θ_f^* et θ_g^* sont bornes comme suit :

$$\|\theta_f^*\| \leq M_f$$

$$g_{li} < \theta_{gi}^* < g_{ui}, i = 1, \dots, p_g$$

Avec M_f, g_{li} et g_{ui} des paramètres donnés.

Pour garantir la bornitude des paramètres estimés θ_f , la loi d'adaptation suivante est choisie comme suit :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_f w_f(x) e^T P B - \phi_f \quad (2.37)$$

avec $\gamma_f > 0$ et ϕ_f est définie comme suit [**Labiod-05**] :

$$\phi_f = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\theta_f\| < M_f \\ \gamma_f \rho_f \frac{|w_f^T(x) \theta_f e^T P B|}{\theta_f^T \theta_f} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.38)$$

avec $\rho_f \geq 1$.

De la même manière, pour assurer la bornitude des paramètres estimés θ_g et garantir que $\hat{g}(x, \theta_g) \neq 0$, la loi d'adaptation choisie est donnée par:

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_g w_g(x) u_c e^T P B + \phi_g \quad (2.39)$$

Avec $\gamma_g > 0$ et ϕ_g est donnée par [**Labiod-05**]:

$$\phi_g = \begin{cases} 0 & \text{si } g_{li} < \theta_{gi} < g_{ui} \\ \gamma_g \rho_g \text{sgn}(\tilde{\theta}_{gi}) |w_{gi}(x) u_c e^T P B| & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.40)$$

avec $\rho_g \geq 1$.

L'adaptation des erreurs d'approximation sont calculées à partir des lois

$$\dot{\hat{\epsilon}}_f = \eta_f |e^T P B| \quad (2.41)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}_g = \eta_g |e^T P B| |u_c| \quad (2.42)$$

avec $\eta_f > 0$ et $\eta_g > 0$.

Remarque 2.2

A partir de la supposition $g(x) > 0$, et du fait que toutes les fonctions floues de base $w_{gi}(x)$ satisfons $w_{gi}(x) \geq 0$ et ne s'annulent pas toutes en même temps, le choix $0 < g_{li} < g_{ui}$ permet d'avoir $\hat{g}(x, \theta_g) > 0, \forall t$.

Théorème 2.1

Considérons le système (2.14) .supposons que les hypothèses [2.1-2.5] sont satisfaites .la loi de commande définie par (2.30)-(2.32) avec les lois d'adaptation (2.38), (2.40), (2.41) et (2.42) garantit les propriétés suivantes :

- Les paramètres estimés θ_f et θ_g sont bornés et vérifient : $\|\theta_f\| \leq M_f$ et $g_{li} \leq \theta_{gi} \leq g_{ui}$.
- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $n-1$ et le signal de commande sont bornés : $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{n-1}(t), u(t) \in L_\infty$.
- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Démonstration :

On pose e l'erreur entre le signal de sortie $y(t)$ et la trajectoire de référence $y_d(t)$ défini par l'équation suivante :

$$e = y_d(t) - y(t)$$

En utilisant l'équation (2.15)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u \quad (2.43)$$

En utilisant (2.30)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u_c - g(x)u_r \quad (2.44)$$

en ajoutant et en soustrayant $\hat{f}(x, \theta)$ et $\hat{g}(x, \theta)u_c$, l'équation (2.44) devient :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) + \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_c + \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r$$

Qui peut être simplifié comme suit :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - (f(x) - \hat{f}(x, \theta)) - (g(x) - \hat{g}(x, \theta))u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r$$

en utilisant (2.27) et (2.28)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (2.45)$$

Replaçant (2.31), on obtient

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta) \left[\frac{1}{\hat{g}(x, \theta_g)} (\hat{f}(x, \theta_f) + y_d^{(n)} + k^T e) \right] - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r$$

$$e^{(n)} = -w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - k^T e - g(x)u_r \quad (2.46)$$

Alors la dynamique de l'erreur peut s'écrire sous la forme compacte suivante:

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + B[-w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - g(x)u_r] \quad (2.47)$$

$$\text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $(|sI - A|) = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \cdots + k_n$ est stable (A stable), on sait qu'il existe une matrice symétrique définie positive $P(n, n)$ unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + PA = -Q \quad (2.48)$$

Où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions (n, n) .

Pour démontrer que $\|\theta_f\| \leq M_f$, considérons la fonction candidate suivante

$$V_f = \frac{1}{2} \theta_f^T \theta_f \quad (2.49)$$

$$\text{D'où} \quad \dot{V}_f = \theta_f^T \dot{\theta}_f \quad (2.50)$$

En utilisant (2.37-2.38) alors (2.50) devient

$$\dot{V}_f = -\gamma_f \theta_f^T w_f(x) e^T P B - \theta_f^T \phi_f \quad (2.51)$$

Dans les pire des cas, lorsque $\|\theta_f\| = M_f$, en utilisant (2.28) il vient

$$\dot{V}_f \leq -\gamma_f (\rho_f - 1) |\theta_f^T w_f(x) e^T P B| \quad (2.52)$$

Et avec $\rho_f \geq 1$, il vient $\dot{V}_f \leq 0$. on assure donc que $\|\theta_f\| \leq M_f$ est toujours vérifiée.

Pour démontrer que les paramètres estimés θ_{gi} vérifient toujours, $g_{li} \leq \theta_{gi} \leq g_{ui}$

Considérons la fonction suivante

$$V_{gi} = \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{gi}^2 \quad (2.53)$$

$$\text{D'où} \quad \dot{V}_{gi} = -\tilde{\theta}_{gi} \dot{\theta}_{gi} \quad (2.54)$$

Lorsque θ_{gi} n'est pas entre les bornes prévues, ne vérifie pas l'inégalité

$g_{li} < \theta_{gi} < g_{ui}$, en utilisant (2.39)-(2.40), alors (2.54) devient

$$\dot{V}_{gi} \leq -\gamma_g (\rho_g - 1) |\tilde{\theta}_{gi}| |w_{gi}(x) u_c e^T P B| \quad (2.55)$$

puisque $\rho_g \geq 1$, on a donc $\dot{V}_{gi} \leq 0$ et on peut conclure que $g_{li} \leq \theta_{gi} \leq g_{ui}$, est satisfaite.

La bornitude des paramètres estimés ayant été prouvée, pour les autres points du théorème 2.1.

Soit la fonction V , la fonction de Lyapunov, alors

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^2 + \frac{1}{2\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g^2 \quad (2.56)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \tilde{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f \\ \tilde{\varepsilon}_g = \bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\hat{\varepsilon}}_g \quad (2.58)$$

En utilisant l'équation (2.47), et le fait que $\dot{\tilde{\theta}}_f = -\dot{\theta}_f$, $\dot{\tilde{\theta}}_g = -\dot{\theta}_g$, l'équation (2.58) devient :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} e^T (A^T P + P A) e + e^T P B [-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x) u_c - g(x) u_r] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\hat{\varepsilon}}_g$$

En utilisant l'équation (2.48)

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x) u_c - g(x) u_r] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\hat{\varepsilon}}_g \quad (2.59)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (2.60)$$

$$\text{avec } \dot{V}_1 = -\tilde{\theta}_f^T \left(\frac{1}{\gamma_f} \dot{\theta}_f + e^T P B w_f(x) \right) - \tilde{\theta}_g^T \left(\frac{1}{\gamma_g} \dot{\theta}_g + e^T P B w_g(x) \right) \quad (2.61)$$

Si on utilise les lois d'adaptions proposes dans (2.37) et (2.39), \dot{V}_1 devient :

$$\dot{V}_1 = \tilde{\theta}_f^T \phi_f - \tilde{\theta}_g^T \phi_g \quad (2.62)$$

$$\dot{V}_2 = -e^T P B g(x) u_r - e^T P B \varepsilon_f(x) - e^T P B \varepsilon_g(x) u_c - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\hat{\varepsilon}}_g \quad (2.63)$$

En utilisant l'hypothèse 2.4, \dot{V}_2 peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T P B g(x) u_r + |e^T P B| \bar{\varepsilon}_f + |e^T P B u_c| \bar{\varepsilon}_g - \frac{1}{\eta_f} (\bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f) \dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} (\bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g) \dot{\hat{\varepsilon}}_g$$

A partir des lois d'adaptations (2.41)-(2.42), \dot{V}_2 devient :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T P B g(x) u_r - \hat{\varepsilon}_f |e^T P B| - \hat{\varepsilon}_g |e^T P B u_c| \quad (2.64)$$

D'après l'hypothèse 2.1 on peut écrire :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T P B g(x) u_r - \hat{\varepsilon}_f |e^T P B| - \hat{\varepsilon}_g |e^T P B u_c| \quad (2.65)$$

En utilisant l'équation (2.32) alors

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + \tilde{\theta}_f^T \phi_f - \tilde{\theta}_g^T \phi_g \quad (2.66)$$

Démontrons que $\tilde{\theta}_f^T \phi_f \leq 0$ lorsque $\|\theta_f\| < M_f$, $\phi_f = 0$, la conclusion est évidente.

Quand $\|\theta_f\| = M_f$, puisque $\|\theta_f^*\| \leq M_f$, on a

$$2\tilde{\theta}_f^T \theta_f = \|\theta_f^*\|^2 - \|\theta_f\|^2 - \|\theta_f^* - \theta_f\|^2 \leq 0 \quad (2.67)$$

$$\text{d'où :} \quad \tilde{\theta}_f^T \phi_f = \tilde{\theta}_f^T \theta_f \frac{|w_f^T(x) \theta_f e^T P B|}{\theta_f^T \theta_f} \leq 0 \quad (2.68)$$

De la même manière, on peut démontrer que $\tilde{\theta}_g^T \phi_g \geq 0$

A partir de l'analyse ci-dessus, (2.66) devient :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0 \quad (2.69)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{Qmin} \|e\|^2 \quad (2.70)$$

Avec λ_{Qmin} La valeur propre minimale de la matrice Q , alors en intégrant les deux côtés de l'équation (2.64) de $[0, t]$ On obtient :

$$\int_0^t \|e(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [V(0) - V(t)] \quad (2.71)$$

Ce qui donne

$$\int_0^t \|e(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [\|V(0)\| + \|V(t)\|] \quad (2.72)$$

D'un côté, comme le montre Wang [**Wang-93**], cela implique $e(t) \in L_2$, conformément à la théorie de Lyapunov, $e(t)$ est borné. D'un autre côté de (2.47) $\dot{e}(t) \in L_\infty$ (bornée) parce que tous les membres de son côté droit sont bornés. Selon le lemme de Barbalat, nous concluons que $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

2.4.1.2 Deuxième approche

L'approche proposée dans la section précédente résout le problème de la division par zéro dans la loi de commande par l'utilisation d'un algorithme de projection. Cependant, cet algorithme nécessite la connaissance de la région admissible des paramètres estimés θ_g , la région des paramètres où $g(x, \theta) \neq 0$. De plus, cet algorithme est discontinu et nécessite la spécification des valeurs d'un nombre important de paramètres de conception qui sont difficiles à déterminer. Pour ces raisons, nous proposons dans cette section une nouvelle loi de commande bien définie garantissant les objectifs de commande. Cette loi de commande est donnée par :

$$u = u_c + u_r \quad (2.73)$$

La loi de commande (2.73) est la somme de deux termes, le terme de commande adaptative u_c et le terme de robustification u_r .

$$u_c = \frac{\hat{g}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} (-\hat{f}(x, \theta) + y_d^{(n)} + k^T e) \quad (2.74)$$

avec ε_0 est une petite constante positive.

Le terme robuste u_r est défini comme suit :

$$u_r = \frac{1}{\underline{g}} (\hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c| + |\bar{u}|) \text{sgn}(e^T PB) \quad (2.75)$$

où $\hat{\varepsilon}_f$ et $\hat{\varepsilon}_g$ sont les estimés des bornes $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$

Remarque 2.3

On voit bien la présence de la fonction signe dans le terme de la commande robuste, c'est le même cas que dans la première approche, il faut juste lisser le terme de la commande robuste par la fonction saturation $\text{sat}\left(\frac{e^T PB}{\vartheta}\right)$.

$$\bar{u} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta_g)} (-\hat{f}(x, \theta_f) + y_d^{(n)} + k^T e) \quad (2.76)$$

L'estimation des paramètres suit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_f e^T PB w_f(x) \quad (2.77)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_g e^T PB u_c w_g(x) \quad (2.78)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_f = \eta_f |e^T PB| \quad (2.79)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_g = \eta_g |e^T PB| |u_c| \quad (2.80)$$

avec $\gamma_f > 0, \gamma_g > 0, \eta_f > 0, \eta_g > 0$.

Théorème 2.2 :

Considérons le système (2.14). Supposons que les hypothèses [2.1-2.5] Sont satisfaites. la loi de commande définie par (2.73)-(2.76) avec les lois d'adaptation (2.77)-(2.80), garantit les propriétés suivantes :

- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $(n - 1)$ et le signal de commande sont bornés : $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n-1)}(t), u(t) \in L_\infty$.
- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n - 1$.

Démonstration

On pose e l'erreur entre le signal de sortie $y(t)$ et la trajectoire de référence $y_d(t)$ défini par l'équation suivante :

$$e = y_d - y$$

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u \quad (2.81)$$

En utilisant (2.73)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u_c - g(x)u_r \quad (2.82)$$

En ajoutant et en soustrayant $\hat{f}(x, \theta)$ et $\hat{g}(x, \theta)u_c$, l'équation (2.82) devient :

$$\begin{aligned}
 e^{(n)} &= y_d^{(n)} - f(x) + \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_c + \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \\
 e^{(n)} &= y_d^{(n)} - (f(x) - \hat{f}(x, \theta)) - (g(x) - \hat{g}(x, \theta))u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

En utilisant (2.27) et (2.28) alors (2.83) devient :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r$$

Replaçant (2.74), on obtient

$$\begin{aligned}
 e^{(n)} &= y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta) \left[\frac{\hat{g}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} \left(-\hat{f}(x, \theta) + \right. \right. \\
 &\left. \left. y_d^{(n)} + k^T e \right) \right] - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

$$\begin{aligned}
 e^{(n)} &= y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c + \frac{\hat{g}^2(x, \theta)\hat{f}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \frac{\hat{g}^2(x, \theta)y_d^{(n)}}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \\
 &\frac{\hat{g}^2(x, \theta)k^T e}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

En ajoutant et en soustrayant $k^T e$ alors

$$\begin{aligned}
 e^{(n)} &= y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c + \frac{\hat{g}^2(x, \theta)\hat{f}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \frac{\hat{g}^2(x, \theta)y_d^{(n)}}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \\
 &\frac{\hat{g}^2(x, \theta)k^T e}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r + k^T e - k^T e
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

En utilisant l'équation (2.76)

$$e^{(n)} = -w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - g(x)u_r - k^T e + \bar{u} \tag{2.87}$$

Alors la dynamique de l'erreur peut s'écrire sous la forme compacte suivante:

$$\dot{e}(t) = A e(t) + B \left[-w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - g(x)u_r + \bar{u} \right] \tag{2.88}$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $(|sI - A|) = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \cdots + k_n$ est stable (A stable), on sait qu'il existe une matrice symetrique definie positive P (n, n) unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q \tag{2.89}$$

où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions ($n \times n$).

Soit la fonction candidate V la fonction de Lyapunov, alors

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^2 + \frac{1}{2\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g^2 \quad (2.90)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \tilde{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f \\ \tilde{\varepsilon}_g = \bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g \end{cases} \quad (2.91)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\tilde{\varepsilon}}_g \quad (2.92)$$

En utilisant l'équation (2.88), et le fait que $\dot{\tilde{\theta}}_f = -\dot{\theta}_f$, $\dot{\tilde{\theta}}_g = -\dot{\theta}_g$, l'équation (2.92) devient :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} e^T (A^T P + P A) e + e^T P B [-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x) u_c - g(x) u_r + \bar{u}] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\tilde{\varepsilon}}_g$$

En utilisant l'équation (2.89)

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x) u_c - g(x) u_r + \bar{u}] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\tilde{\varepsilon}}_g \quad (2.93)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (2.94)$$

$$\text{avec } \dot{V}_1 = -\tilde{\theta}_f^T \left(\frac{1}{\gamma_f} \dot{\theta}_f + w_f(x) e^T P B \right) - \tilde{\theta}_g^T \left(\frac{1}{\gamma_g} \dot{\theta}_g + w_g(x) e^T P B \right) \quad (2.95)$$

Si on utilise les lois d'adaptions proposes dans (2.77) et (2.78) alors $\dot{V}_1 = 0$

$$\dot{V}_2 = -e^T P B g(x) u_r - e^T P B \varepsilon_f(x) - e^T P B \varepsilon_g(x) u_c + e^T P B \bar{u} - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\tilde{\varepsilon}}_g \quad (2.96)$$

En utilisant l'hypothèse 4, \dot{V}_2 peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T P B g(x) u_r + e^T P B \bar{u} + |e^T P B| \bar{\varepsilon}_f + |e^T P B u_c| \bar{\varepsilon}_g - \frac{1}{\eta_f} (\bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f) \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} (\bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g) \dot{\tilde{\varepsilon}}_g$$

A partir des équations (2.79) et (2.80) \dot{V}_2 devient :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T P B g(x) u_r + e^T P B \bar{u} + \hat{\varepsilon}_f |e^T P B| + \hat{\varepsilon}_g |e^T P B u_c| \quad (2.97)$$

D'après l'hypothèse 2.1 on peut écrire :

$$V_2 \leq -e^T P B g(x) u_r + \hat{\varepsilon}_f |e^T P B| + \hat{\varepsilon}_g |e^T P B u_c| + e^T P B \bar{u} \leq -e^T P B \bar{g} u_r + \hat{\varepsilon}_f |e^T P B| + \hat{\varepsilon}_g |e^T P B u_c| + |e^T P B \bar{u}| \quad (2.98)$$

En utilisant l'équation (2.75) alors

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0 \quad (2.99)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{Qmin} \|e\|^2 \quad (2.100)$$

avec λ_{Qmin} La valeur propre minimale de la matrice Q , alors en intégrant les deux côtés de l'équation (2.100) de $[0, t]$ On obtient :

$$\int_0^t \|e(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [V(0) - V(t)] \quad (2.101)$$

Ce qui donne

$$\int_0^t \|e(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [\|V(0)\| + \|V(t)\|] \quad (2.102)$$

D'un côté, comme le montre Wang [**Wang-93**], cela implique $e(t) \in L_2$, conformément à la théorie de Lyapunov, $e(t)$ est borné. D'un autre côté de (2.88) $\dot{e}(t) \in L_\infty$ (bornée) parce que tous les membres de son côté droit sont bornés. Selon le lemme de Barbalat, nous concluons que $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

2.4.2 La commande adaptative directe par les systèmes flous

Position du problème

Considérons le système dans sa forme dite canonique (normal) affine dans la commande présenté dans l'équation (2.103), l'objectif est de concevoir une loi de commande capable de forcer le système à suivre une trajectoire de référence connue, pour cela nous allons proposer une première loi de commande dite idéale, qui nécessite la connaissance parfaite du modèle mathématique du système, en plus elle nécessite la connaissance de la borne supérieure de la valeur absolue de la dérivée du gain de commande, qui n'est pas toujours facile à obtenir. Cette loi de commande sera utilisée comme une loi de commande idéale par la suite.

Alors nous allons développer une loi de commande adaptative floue directe qui comporte deux termes, un terme de commande adaptatif et un terme de commande robuste qui sert à pallier les problèmes des erreurs d'approximations.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.103)$$

Qui peut se mettre sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned}$$

Ou sous la forme contractée

$$y^{(n)} = f(x) + g(x)u \quad (2.104)$$

Où, f et g sont des fonctions continues inconnues.

$u \in \mathfrak{R}$ et $y \in \mathfrak{R}$ sont l'entrée et la sortie du système respectivement, et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^n$.

L'objectif de la commande consiste à synthétiser une loi de commande assurant la bornitude de tous signaux du système bouclé et la poursuite pour la sortie $y(t)$ d'une trajectoire de référence donnée $y_d(t)$.

Les hypothèses suivantes sont nécessaires par la suite.

Hypothèse 2.6

Le gain de commande $g(x)$ est différent de zéro pour tout x et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que $g(x) \geq \underline{g} > 0$, avec \underline{g} une constante inconnue.

Hypothèse 2.7

Il existe une fonction positive continue inconnue $D(x)$ telle que :

$$|\dot{g}(x)| \leq D(x)$$

Hypothèse 2.8

Le vecteur d'état x est mesurable.

Hypothèse 2.9

La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

Hypothèse 2.10

L'erreur d'approximation est bornée comme suit :

$$|\varepsilon(x)| \leq \bar{\varepsilon}_u$$

où $\bar{\varepsilon}_u$ est une constante positive inconnue.

Définissons l'erreur de poursuite par

$$e = y_d(t) - y(t)$$

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)}$$

En utilisant l'équation (2.104)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u \quad (2.105)$$

Si les fonctions non linéaires $f(x)$, $g(x)$ et $D(x)$ sont connues, les objectifs de commande peuvent être atteints en choisissant la loi de commande idéale suivante :

$$u = u^* = \frac{v-f(x)}{g(x)} + \frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \quad (2.106)$$

avec P la solution de l'équation de Lyapunov

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x) \left(\frac{v-f(x)}{g(x)} + \frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \quad (2.107)$$

Après simplification, l'équation (2.107) devient :

$$e^{(n)} = -k^T e - g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right)$$

On peut écrire la dynamique de l'erreur de la façon suivante

$$\dot{e} = A e + B \left[-g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \right] \quad (2.108)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $(|sI - A|) = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \cdots + k_n$ est stable (A stable), on sait qu'il existe une matrice symétrique définie positive P (n, n) unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q \quad (2.109)$$

où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions $(n \times n)$.

Soit la fonction candidate V la fonction de Lyapunov, alors

$$V = \frac{1}{2g(x)} e^T P e \quad (2.110)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2g(x)} e^T Q e + e^T P B g(x)^{-1} \left[-g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \right] - \frac{1}{2} e^T P e \dot{g}(x) g(x)^{-2} \quad (2.111)$$

Qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{V} = -\frac{1}{2g(x)} e^T Q e + \dot{V}_1$$

$$\dot{V}_1 = -\frac{D(x) e^T P e}{2g(x)^2} - \frac{1}{2} e^T P e \dot{g}(x) g(x)^{-2} \quad (2.112)$$

En utilisant l'hypothèse 2.7

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{D(x) e^T P e}{2g(x)^2} + \left| \frac{1}{2} e^T P e \dot{g}(x) g(x)^{-2} \right| D(x) = 0 \quad (2.113)$$

En utilisant l'hypothèse 2.6

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2g(x)} e^T Q e \leq 0 \quad (2.114)$$

Ce qui implique que l'erreur et ses dérivées converge asymptotiquement vers zéro $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n - 1$, [**Slotine-91**].

Puisque les fonctions non linéaires $f(x)$, $g(x)$ et $D(x)$ sont incertaines, l'implémentation de la loi de commande idéale (2.106) est impossible. Dans cette situation, notre but consiste à approcher cette commande idéale en utilisant les systèmes flous.

La commande idéale approchée par un système flou est décrite par l'équation suivante :

$$u^* = w^T(x)\theta^* + \varepsilon(x) \quad (2.115)$$

Avec $\varepsilon(x)$ l'erreur d'approximation, $w(x)$ est un vecteur de fonctions floues de base supposé convenablement fixer en avance par l'utilisateur, et θ^* est en quelque sorte, le vecteur des paramètres optimaux minimisant la fonction $|\varepsilon(x)|$.

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \left\{ \sup_x |u^* - w^T(x)\theta| \right\} \quad (2.116)$$

Remarque 2.4

Dans l'hypothèse 2.10 nous avons dit que l'erreur d'approximation $\varepsilon(x)$ est bornée par la constante $\bar{\varepsilon}$ cette constante dépend essentiellement des fonctions floues de base choisies, plus ces fonctions sont convenablement choisies, plus la borne $\bar{\varepsilon}$ est petite.

Dans l'équation (2.115) les paramètres optimaux θ^* sont totalement inconnus, il est nécessaire de les estimés, pour cela en va introduire les paramètres θ qui sont les estimés de θ^* ces paramètres seront calculés par la suite, en utilisant un algorithme d'adaptation.

Alors la loi de commande adaptative est définie par

$$u_c = w^T \theta \quad (2.117)$$

Considérons la loi de commande :

$$u = u_c + u_r = w^T \theta + u_r \quad (2.118)$$

avec u_r la commande robuste, elle est définie par :

$$u_r = \text{sign}(e^T P B) \hat{\varepsilon}_u - \frac{\sigma^2}{e^T P B} \quad (2.119)$$

Les lois d'adaptation sont définies par :

$$\dot{\theta} = \gamma e^T P B w(x) \quad (2.120)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_u = n_u |e^T P B| \quad (2.121)$$

$$\dot{\sigma} = -\delta_0 \sigma \quad (2.122)$$

Avec σ un paramètre variant dans le temps, $n_f > 0$, $\gamma > 0$, $\delta_0 > 0$

Théorème 2.3 :

Considérons le système (2.103). Supposons que les hypothèses (2.6-2.10) Sont satisfaites. la loi de commande définie par (2.73)-(2.76), avec les lois d'adaptation (2.118) et (2.119), garantit les propriétés suivantes :

- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $(n - 1)$ et le signal de commande sont bornés : $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{n-1}(t), u(t) \in L_\infty$.

- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Démonstration

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u + g(x)u^* - g(x)u^* \quad (2.123)$$

avec u^* la loi de commande ideale

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) + g(x)(u^* - u) - g(x)u^* \quad (2.124)$$

Remplaçant l'équation (2.106) dans (2.124)

$$e^{(n)} = -k^T e + g(x)(u^* - u) - g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \quad (2.125)$$

En soustrayant l'équation (2.115) de (2.117), on obtient

$$u^* - u = w^T \tilde{\theta} + \varepsilon_u(x) - u_r \quad (2.126)$$

$$\text{avec } \tilde{\theta} = \theta^* - \theta \quad (2.127)$$

$$e^{(n)} = -k^T e + g(x)(w^T \tilde{\theta} + \varepsilon_u(x) - u_r) - g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \quad (2.128)$$

Alors on peut écrire la dynamique d'erreur comme suit :

$$\dot{e} = A e + B \left[g(x)(w^T \tilde{\theta} + \varepsilon_u(x) - u_r) - g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \right] \quad (2.129)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $(|sI - A|) = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n$ est stable (A stable), on sait qu'il existe une matrice symétrique définie positive P (n, n) unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q \quad (2.130)$$

Où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions ($n \times n$).

Soit la fonction candidate V la fonction de Lyapunov, alors

$$V = \frac{1}{2g(x)} e^T P e + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2n_u} \tilde{\varepsilon}_u^2 + \frac{1}{2\delta_0} \sigma^2 \quad (2.131)$$

En utilisant (2.130) et (2.129), alors (131) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2g(x)} e^T Q e + e^T P B g(x)^{-1} \left[g(x)(w^T \tilde{\theta} + \varepsilon_u(x) - u_r) - g(x) \left(\frac{D(x)}{2g(x)^2} \frac{e^T P e}{e^T P B} \right) \right] - \\ & \frac{1}{2g(x)^2} \dot{g}(x) e^T P e - \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} - \frac{1}{n_u} \tilde{\varepsilon}_u \dot{\tilde{\varepsilon}}_u + \frac{1}{\delta_0} \sigma \dot{\sigma} \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2g(x)} e^T Q e - \frac{1}{2g(x)^2} \dot{g}(x) e^T P e + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (2.133)$$

$$\text{avec } \dot{V}1 = e^T PBw^T \tilde{\theta} - \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\theta} \quad (2.134)$$

$$\dot{V}2 = e^T PB\varepsilon_u(x) - e^T PBu_r - \frac{D(x)e^T Pe}{2g(x)^2} - \frac{1}{n_u} \tilde{\varepsilon}_u \dot{\varepsilon}_u + \frac{1}{\delta_0} \sigma \dot{\sigma} \quad (2.135)$$

Utilisant l'équation (2.120)

$$\dot{V}1 = 0 \quad (2.136)$$

En utilisant l'hypothèse [2.10], $\dot{V}2$ peut être bornée comme suit

$$\dot{V}2 \leq |e^T PB| \bar{\varepsilon}_u - e^T PBu_r - \frac{D(x)e^T Pe}{2g(x)^2} - \frac{1}{n_u} \tilde{\varepsilon}_u \dot{\varepsilon}_u + \frac{1}{\delta_0} \sigma \dot{\sigma} \quad (2.137)$$

Utilisant les équations (2.119), (2.121) et (2.122)

$$\dot{V}2 \leq -\frac{D(x)e^T Pe}{2g(x)^2} \quad (2.138)$$

Alors l'équation de \dot{V} sera bornée comme suit

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2g(x)} e^T Qe - \frac{1}{2} \frac{e^T Pe}{g(x)^2} \dot{g}(x) - \frac{D(x)e^T Pe}{2g(x)^2} \quad (2.139)$$

A partir de l'hypothèse [2.7], \dot{V} devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2g(x)} e^T Qe \quad (2.140)$$

D'après l'hypothèse [2.6], le gain de commande $g(x) > \underline{g} > 0$, alors la contité $\frac{1}{2g(x)}$ est supérieur à zéro, alors $\dot{V} < 0$.

Ce qui implique que l'erreur et ses dérivées converge asymptotiquement vers zéro $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n - 1$, [Slotine-91].

2.5 Résultats de simulation

2.5.1 La commande adaptative floue indirecte (première approche)

Pour illustrer les performances de la méthode de commande proposée, nous considérons la commande en poursuite d'un pendule inversé. Son modèle dynamique est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$\text{avec } f(x) = \frac{g \sin x_1 - (m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1) / (m_p + m_c)}{l(4/3 - m_p \cos^2 x_1) / (m_p + m_c)}$$

$$g(x) = \frac{\cos x_1 / (m_p + m_c)}{(4/3 - m_p \cos^2 x_1) / (m_p + m_c)}$$

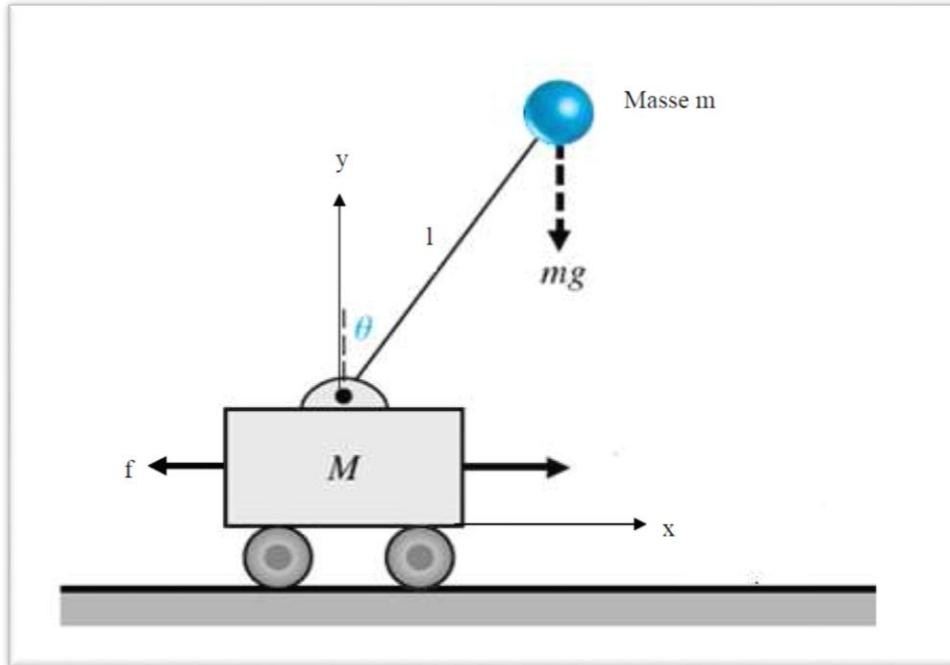


Figure 2.4 schéma du pendule inversé

avec x_1 est la position angulaire du pendule ($x_1 = \theta$) et x_2 sa vitesse angulaire ($x_2 = \dot{\theta}$). Notons que les fonctions non linéaires $f(x)$ et $g(x)$ sont supposées inconnues, dans cet exemple les paramètres du système utilisés dans cette simulation sont illustrés dans le tableau 2.1.

Paramètres du système	Valeurs numérique
La masse du chariot (m_c)	1kg
La masse du pendule (m_p)	0.1kg
La gravitation (g)	9.8m/s ²
La longueur du pendule (l)	0.5m

Tableau 2.1 Paramètres de simulation du système

Les paramètres de synthèse du contrôleur utilisé dans cette simulation pour la commande adaptative floue indirecte (première approche), sont illustrés dans le tableau 2.2.

Paramètres de synthèse	Valeurs numérique	Paramètres de synthèse	Valeurs numérique
P	[27/2 1/2 ; 1/2 11/10]	γ_f	50
Q	$Diag(10,10)$	γ_g	1
k	[10 ; 5]	η_f	0.001
$\theta_f(0)$	0	η_g	0.001
$\theta_g(0)$	[-2 , 2]	\underline{g}	0.1
$\varepsilon_f(0)$	0	$x_1(0)$	0.5
$\varepsilon_g(0)$	0	$x_2(0)$	0
M_f	10	g_{ui}	5
g_{ui}	0.1		

Tableau 2.2 Paramètres de synthèse de la première approche

Notre objectif est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire $y_d(t) = \sin(t)$, il est à noter que dans les références [Wang-94], [Chang-01], l'amplitude de la sinusoïde de référence est de 0.1 seulement

Chacune des fonctions $f(x)$ et $g(x)$ est représentée par un système flou de Takagi-Sugeno de la forme (1.10), et chaque système flou a pour entrée les variables x_1 et x_2 . Pour chaque variable d'entrée, on définit cinq fonctions d'appartenance de forme Gaussiennes sont définies comme suit :

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i+1.25}{0.6}\right)^2\right\}$$

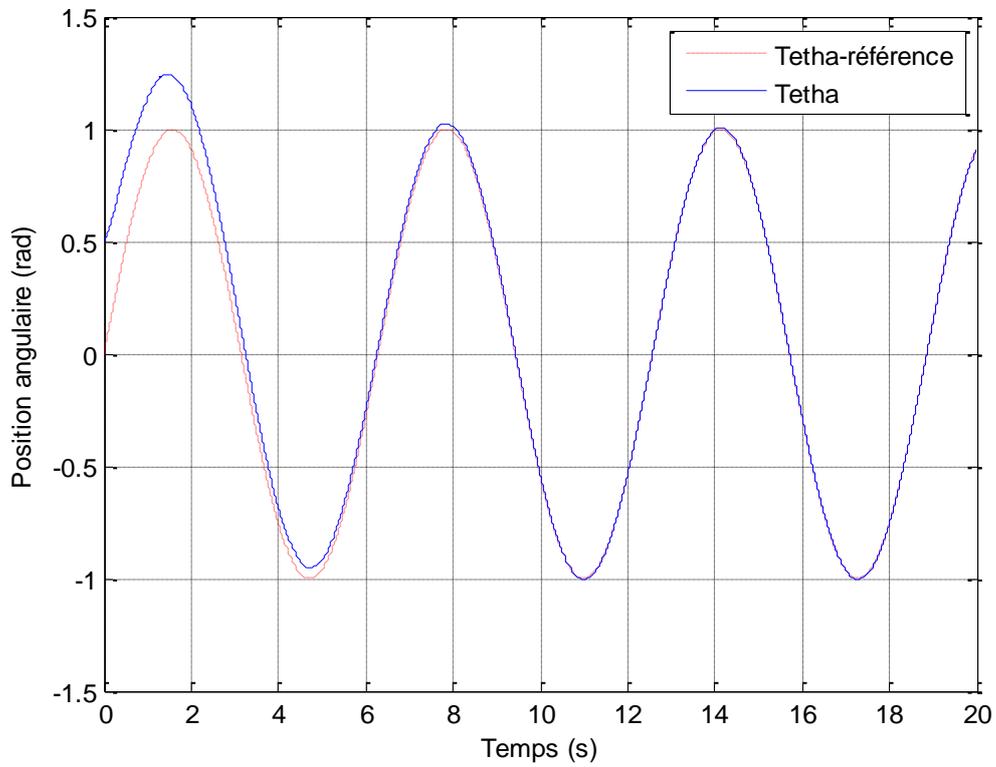
$$\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i+0.625}{0.6}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.6}\right)^2\right\}$$

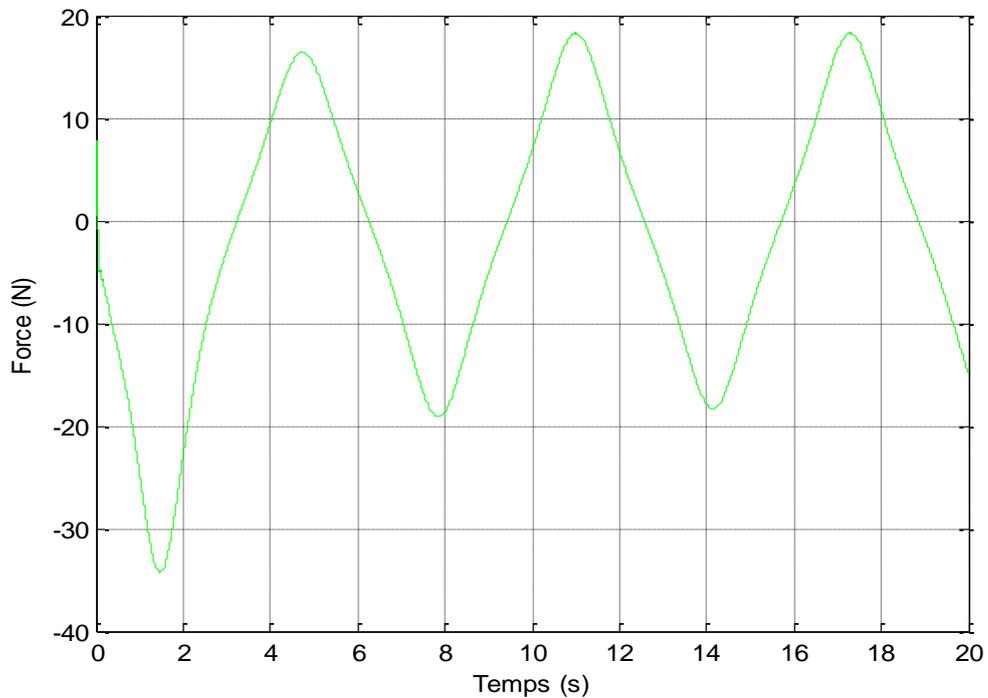
$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-0.625}{0.6}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-1.25}{0.6}\right)^2\right\}, \quad i = 1, 2.$$

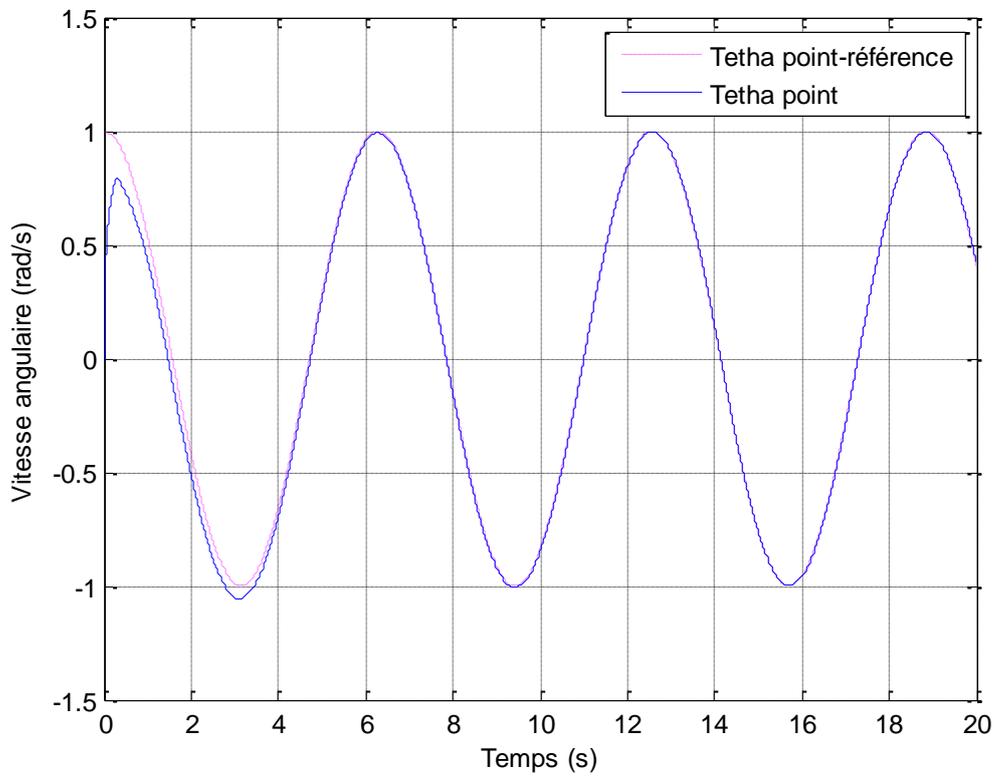
D'où chaque système flou a une base de règles de 25 règles. Les résultats de simulation de la position angulaire, $y = x_1$ et de la vitesse angulaire, $\dot{y} = x_2$ sont illustrés respectivement dans les figures (2.5) et (2.6). Le signal de commande globale u est montré dans la figure (2.7).



Figures 2.5 La variation de la position angulaire du pendule



Figures 2.6 La variation de la commande appliquer au chariot



Figures 2.7 La variation de la vitesse angulaire du pendule

Remarque 2.5

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque bien que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposé (2.30), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dit adaptative (2.31) qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dit de robustesse (2.32) évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximation.

2.5.2 La commande adaptative floue indirecte (deuxième approche)

Dans cette section, on va prendre le même exemple de simulation présenté dans la première approche, tout en gardant les mêmes paramètres du système, avec la même forme des fonctions d'appartenances.

Les paramètres de synthèse sont montrés dans le tableau 2.3.

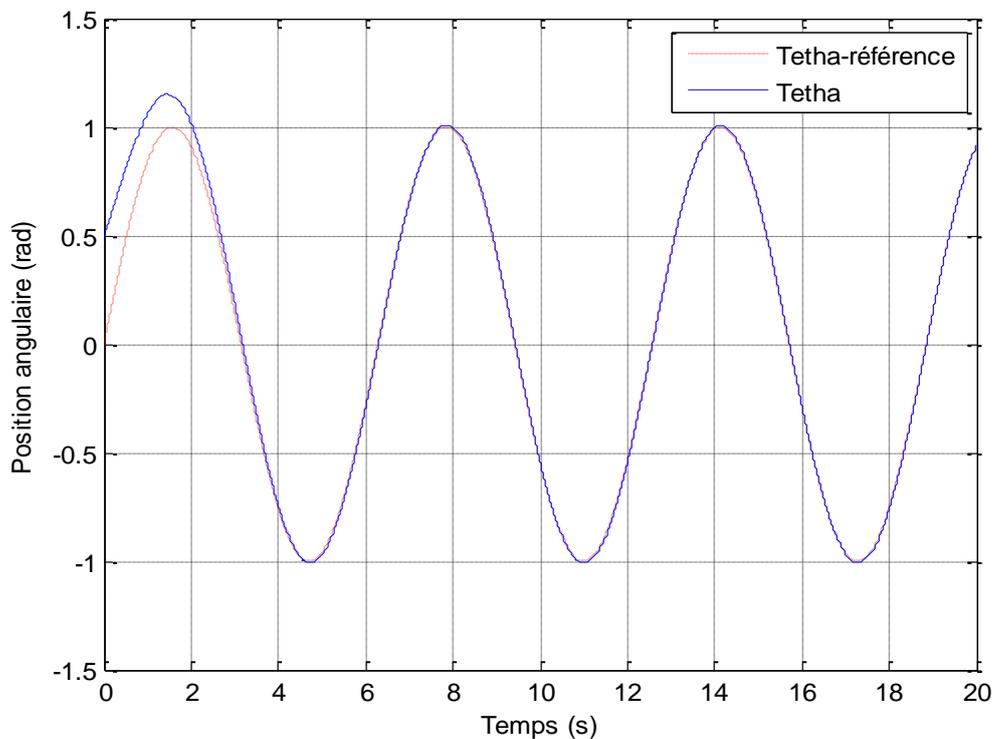
Remarque 2.6

Les paramètres mentionnés dans le tableau ci-dessous, ont été obtenu pendant plusieurs essais de simulation.

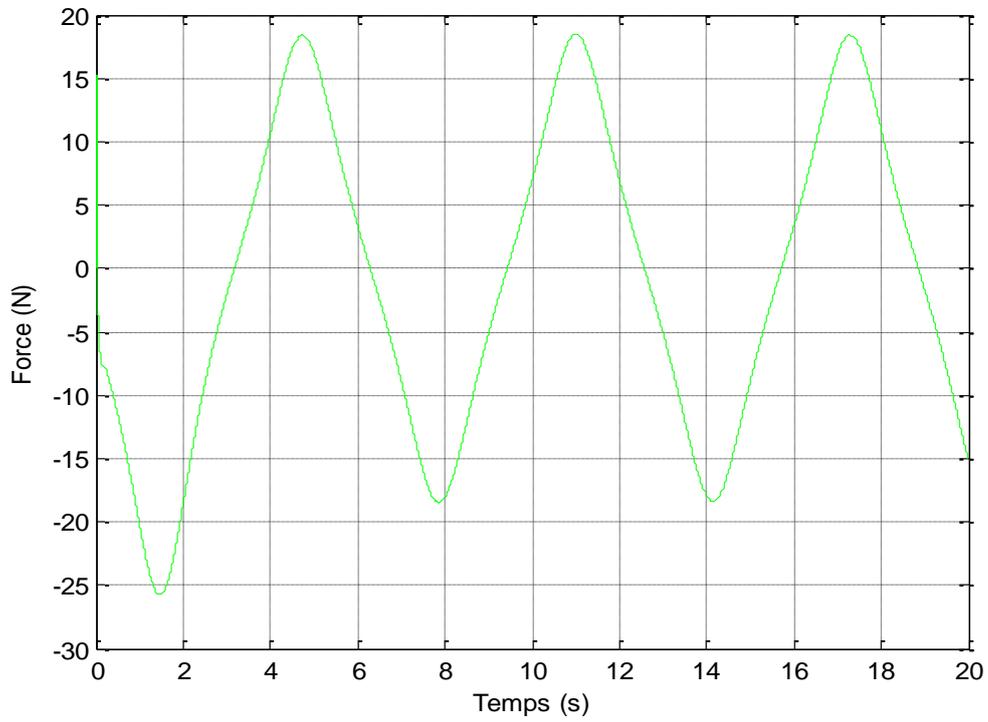
Paramètres de synthèse	Valeurs numérique	Paramètres de synthèse	Valeurs numérique
P	[15 5 ; 5 5]	γ_f	25
Q	<i>Diag</i> (10,10)	γ_g	3
k	[2 ; 2]	η_f	0.001
$\theta_f(0)$	0	η_g	0.001
$\theta_g(0)$	[-2 , 2]	\underline{g}	0.1
$\varepsilon_f(0)$	0	$x_1(0)$	0.5
$\varepsilon_g(0)$	0	$x_2(0)$	0
ε_0	0.1		

Tableau 2.3 Paramètres de synthèse de la deuxième approche

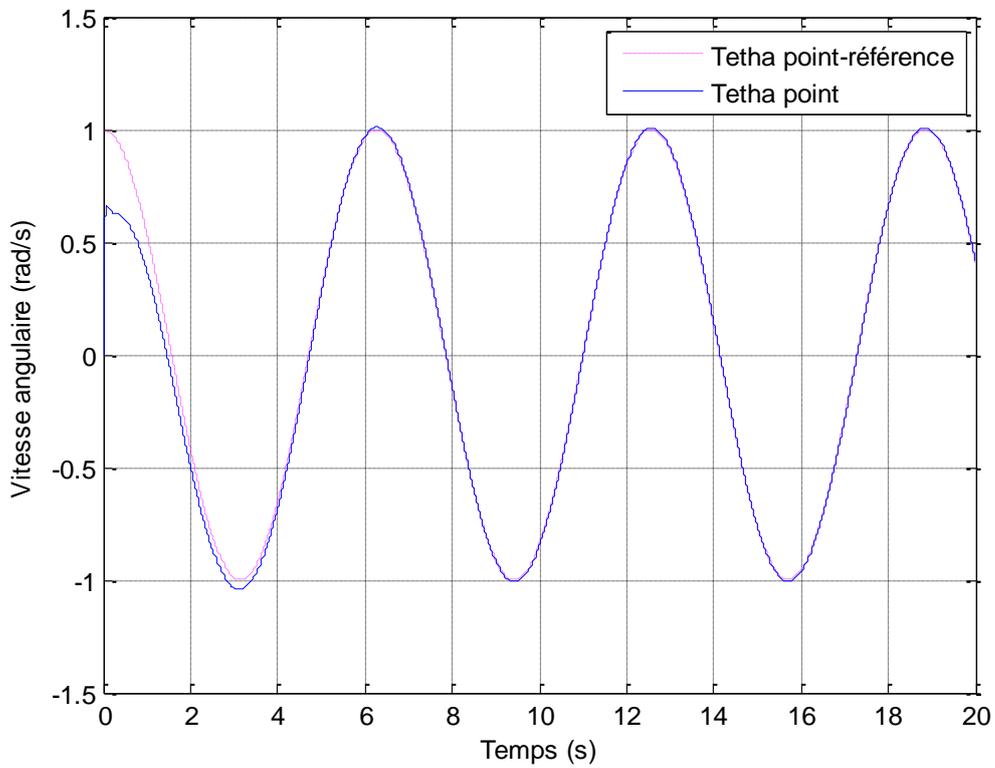
Les résultats de simulation de la position angulaire, $y = x_1$ et de la vitesse angulaire, $\dot{y} = x_2$ sont illustrés respectivement sur les figures (2.8) et (2.9). Le signal de commande globale u est montré sur la figure (2.10).



Figures 2.8 La variation de la position angulaire du pendule



Figures 2.9 La variation de la commande appliquer au chariot



Figures 2.10 La variation de la vitesse angulaire du pendule

Remarque 2.7

D’après les figures présentées ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l’efficacité de la loi de commande proposé (2.73), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative (2.74) qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l’autre terme dite de robustesse (2.75) est évoqué pour contourner le problème des erreurs d’approximations.

2.5.3 La commande adaptative floue directe

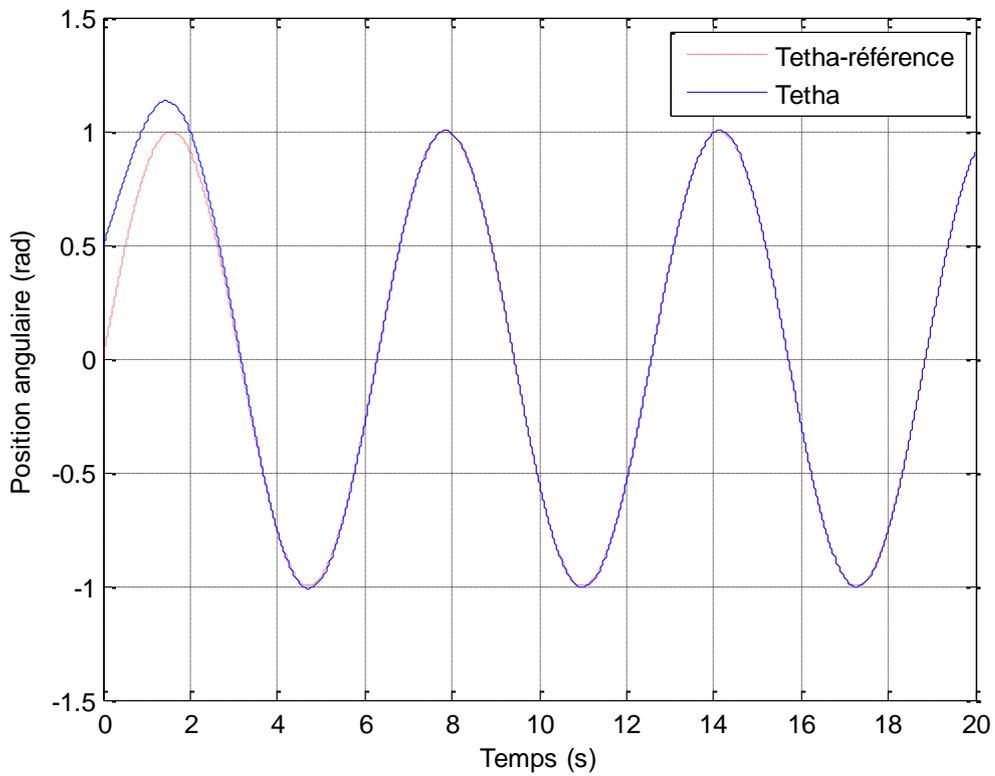
Dans cette section, on va prendre le même exemple de simulation présenté dans la première et la deuxième approche, en gardant les mêmes paramètres du système, pour approximer la loi de commande idéale, on va utiliser un système flou de Tackagi-sugeno de la forme (1.10), avec les mêmes fonctions d’appartenances utilisées précédemment.

Les paramètres de synthèse sont montrés dans le tableau 2.4

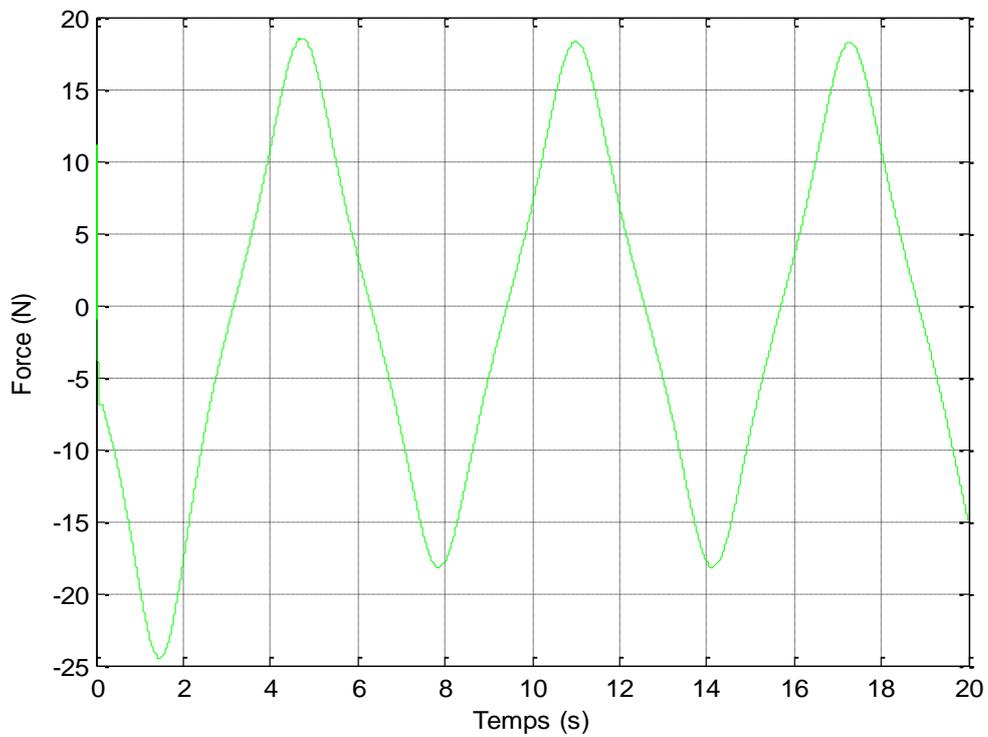
Paramètres de synthèse	Valeurs numérique
P	[15 5 ; 5 5]
Q	<i>Diag</i> (10,10)
k	[2; 2]
$\theta(0)$	[-2,2]
$\varepsilon_u(0)$	0
$\sigma(0)$	1
γ	50
η_u	0.001
σ_0	10

Tableau 2.4 Paramètres de synthèse dans la commande directe

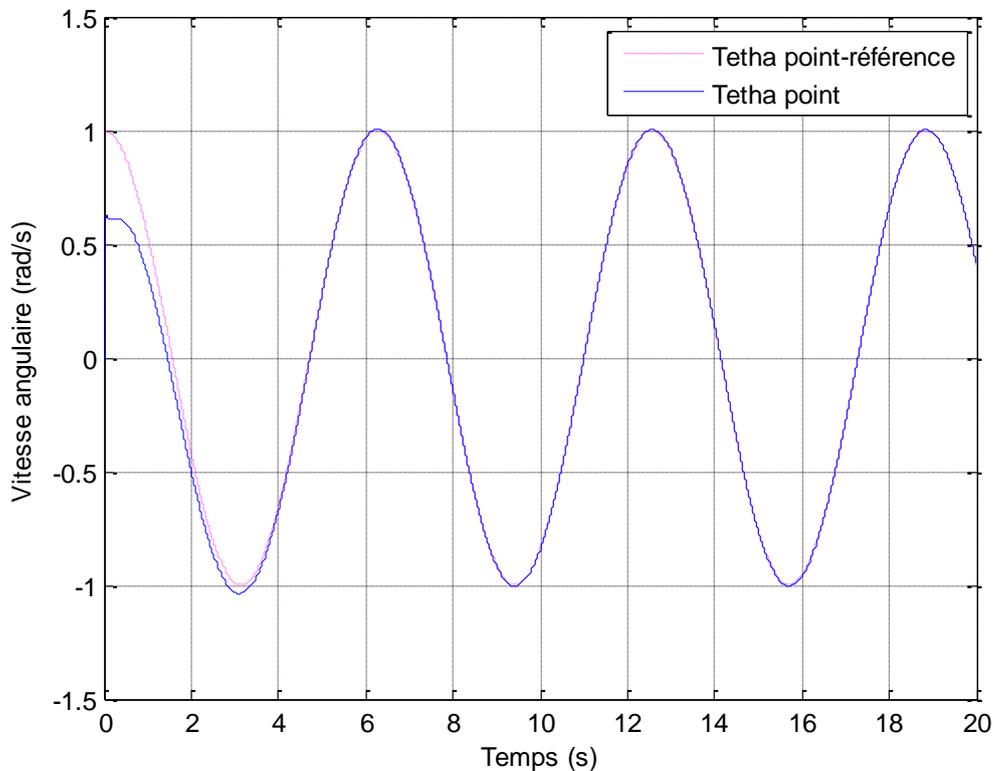
Les résultats de simulation de la position angulaire, $y = x_1$ et de la vitesse angulaire, $\dot{y} = x_2$ sont illustrés respectivement sur les figures (2.11) et (2.12).Le signal de commande globale u est montré sur la figure (2.13).



Figures 2.11 La variation de la position angulaire du pendule



Figures 2.12 La variation de la commande appliqué au chariot



Figures 2.13 La variation de la vitesse angulaire du pendule

Remarque 2.8

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposé (2.118), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative (2.74) qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dite de robustesse (2.75) est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations

2.6 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons focalisé notre travail sur la commande adaptative des systèmes non linéaire mono-entrée mono-sortie, en se basant sur la transformation d'une représentation entrée-sortie sous forme d'une représentation canonique ou normal affine dans la commande.

Après avoir une représentation canonique affine dans la commande, nous avons construit une loi de commande adaptative indirecte par les systèmes flous avec deux approches.

Dans la première approche, nous avons synthétisé une loi de commande composée de deux termes, un terme adaptatif et un terme de robustesse, dans le terme adaptatif nous avons utilisé deux systèmes flous pour contourner le problème de non linéarité du système. La mise à jour des paramètres ajustables est inspirée de l'étude de la stabilité à travers la méthode de Lyapunov, de plus nous introduisons un algorithme de projection pour garantir que la fonction estimée du gain de commande ne s'annule jamais. Cependant, cet algorithme de projection nécessite la connaissance des bornes des paramètres optimaux des deux systèmes flous, qui ne sont pas toujours facile à obtenir. Pour éviter ce problème, une deuxième approche consiste à utiliser l'inverse régularisé au lieu de l'inverse directe du l'estimé du gain de commande.

Dans la dernière loi de commande proposée dans le cas de la commande adaptative directe, nous avons proposé d'estimer la loi de commande idéale par un système flou avec l'introduction d'une loi de commande robuste pour minimiser l'erreur d'approximation. Cette loi de commande ne pose pas le problème de la division par zéro, mais elle requiert la bornitude de la dérivée du gain de commande, contrairement à la commande indirecte.

Les lois de commande synthétisées dans ce chapitre n'exigent pas la connaissance du modèle dynamique du système, de plus elles garantissent la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée, avec la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro. Les résultats présentés ci-dessus montrent les bonnes performances de poursuite.

Chapitre 3

La commande adaptative indirecte floue des systèmes non linéaires multivariables

3.1 Introduction

Dans le domaine de la pratique la plupart des systèmes ont une dynamique non linéaire difficile à modéliser par les lois mathématiques, chimiques ou physiques, cette difficulté est due au plusieurs critères qui dépend essentiellement de la nature du système lui-même et au plusieurs paramètres qui sont mal connus. Les systèmes de ce type généralement sont des systèmes multi-entrées et multi-sorties, ce qui rend la commande de ceux-ci ardue, de plus si le modèle dynamique d'un système est inconnu le problème va se compliquer. Les systèmes flous, avec leurs propriétés d'approximation universelle, ont été utilisés par plusieurs chercheurs pour le développement des contrôleurs adaptatifs pour les systèmes multi-entrées et multi-sorties. Dans [Cheng-99], [Ordoner-99], [Chang-00], [Tong-00], [Cheng-03], [Golea-03], [Li-03], [Tong-03],[Labioud-03], les auteurs proposent des approches indirectes, dont la classe des systèmes non linéaires multi-entrées et multi-sorties considérée dans ces publications est de la forme suivante :

$$y^{(r)} = F(x) + G(x)u$$

Avec $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de commande, $y \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie, $F(x) \in \mathbb{R}^p$ et $G(x) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont des fonctions non linéaires incertaines. Dans les approches indirectes, la loi de commande proposée est de la forme suivante :

$$u = \hat{G}^{-1}(x)(v - \hat{F}(x))$$

Avec v est un vecteur des entrées auxiliaires, $\hat{F}(x)$ et $\hat{G}(x)$ sont des estimées des fonctions $F(x)$ et $G(x)$ respectivement, calculées en ligne à travers des algorithmes d'adaptation inspirée de l'étude de la stabilité via l'approche de Lyapunov.

On voit bien que cette loi de commande n'est pas définie lorsque la matrice $\hat{G}(x)$ n'est pas inversible. Cependant, les auteurs [Cheng-99], [Tong-00], [Li-03], [Tong-03], supposent que la matrice est toujours inversible sans aucune preuve de cette hypothèse. Dans [Ordoner-99], [Chang-00], [Golea-03], les auteurs proposent une approche qui consiste à utiliser un algorithme de projection. Cependant, l'introduction d'un algorithme de projection nécessite la connaissance de la région admissible des paramètres estimés, où la matrice $\hat{G}(x)$ reste toujours inversible, la détermination de cette région n'est pas une affaire triviale, de plus l'utilisation d'un algorithme de projection complique beaucoup la loi de commande et le temps de calcul des mises à jours des paramètres ajustables. Une autre approche proposée dans [Cheng-03] consiste à estimer directement l'inverse de la matrice $G(x)$. Ainsi que cette approche peut nous servir à garantir que la matrice est toujours inversible. Cependant cette approche n'est applicable que si la matrice $G(x)$ est symétrique définie positive.

Une autre approche repose sur l'utilisation de l'inverse régularisé à condition que la matrice estimée $\hat{G}(x)$ soit définie positive, cette approche était proposée par [Labiod-03] pour assurer que la matrice estimée est toujours inversible, cela implique que la loi de commande reste toujours définie.

Dans ce chapitre, nous allons développer une stratégie de commande adaptative floue indirecte pour une classe de systèmes non linéaires multivariables. La loi de commande que l'on va présenter par la suite, est une loi qui comporte deux terme, un terme adaptatif pour pallier les problèmes de non linéarités du système, et l'autre terme dit de robustesse introduit pour contourner les problèmes des erreurs d'approximation. La loi de commande et les lois d'adaptations sont obtenues à partir de l'étude de la stabilité du système par l'approche de Lyapunov tout en assurant la stabilité du système et la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée. Afin de confirmer la fiabilité et l'efficacité de la stratégie de commande synthétisée, on a proposé de faire une commande en poursuite d'un bras manipulateur a deux degré de liberté.

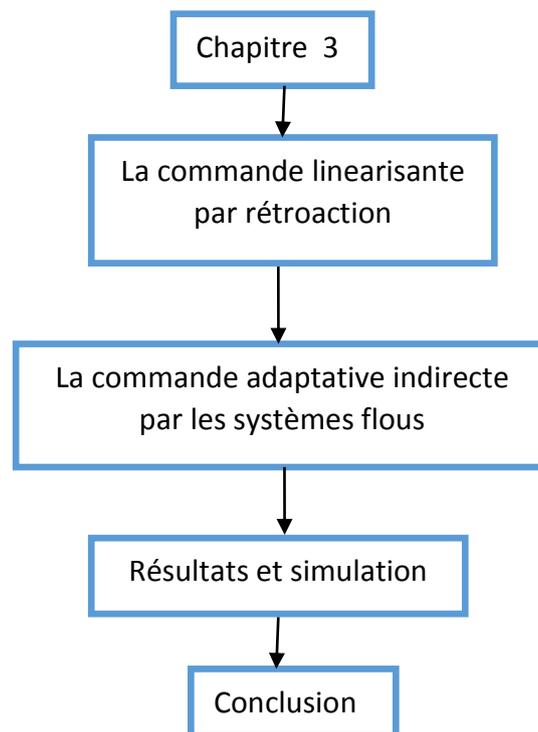


Figure 3.1 Plan du chapitre 3

3.2 La commande adaptative indirecte

3.2.1 Position du problème

Dans ce chapitre nous considérons les systèmes non linéaires multivariables MIMO Décrits par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} y_1^{r_1} &= f_1(x) + \sum_{j=1}^p g_{1j}(x)u_j \\ &\vdots \\ y_p^{r_p} &= f_p(x) + \sum_{j=1}^p g_{pj}(x)u_j \end{aligned} \quad (3.1)$$

Avec $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T$ est le vecteur d'état suppose mesurable, $u = [u_1, \dots, u_p]^T$ est le vecteur d'entrée, $y = [y_1, \dots, y_p]^T$ est le vecteur de sortie, $f_i(x)$ et $g_{ij}(x), i, j = 1, \dots, p$ sont des fonctions continues incertaines.

Posons

$$\begin{aligned} y^{(r)} &= [y_1^{(r_1)} \quad \dots \quad y_p^{(r_p)}] \\ F(x) &= [f_1(x) \quad \dots \quad f_p(x)]^T \\ G(x) &= \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \dots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \dots & g_{pp}(x) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Par conséquent, le système dynamique (3.1) peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$y^{(r)} = F(x) + G(x)u \quad (3.2)$$

L'objectif de la commande consiste à synthétiser une loi de commande $u(t)$ qui assure la bornitude de toutes les variables de la boucle fermée ainsi que le suivi pour les sorties du système $y_1(t), \dots, y_p(t)$ de trajectoires de référence prédéterminées $y_{d1}(t), \dots, y_{dp}(t)$.

Les hypothèses suivantes sont nécessaires dans la suite.

Hypothèse 3.1

la matrice $G(x)$ est définie positive et satisfait : $G(x) \geq \sigma_0 I_p$, avec σ_0 est une constante positive donnée.

Hypothèse 3.2

Chaque trajectoire de référence $y_{di}(t), i = 1, \dots, P$, et ses dérivées $\dot{y}_{di}(t), \dots, y_{di}^{(r_i)}$ sont supposées continues, bornées et connues, c'est-à-dire que $y_{di}(t) \in C^{r_i}$.

Remarque 3.1

Notons que l’hypothèse 3.1 est une condition suffisante pour la commandabilité du système. Du fait, $G(x)$ est toujours inversible et le système (3.1) est linéarisable par retour d’état non linéaire bien que cette hypothèse restreint la classe des systèmes MIMO, plusieurs systèmes physiques, tels que les robots manipulateurs, satisfont cette condition [Slotine-91].

Soient $e_1(t), \dots, e_p(t)$ les erreurs de poursuites données par :

$$\begin{aligned} e_1(t) &= y_{d1}(t) - y_1(t) \\ &\vdots \\ e_p(t) &= y_{dp}(t) - y_p(t) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Alors la commande par rétroaction est donnée par :

$$u = G(x)^{-1}[-F(x) + V] \tag{3.4}$$

$$\text{Avec } V = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{d1}^{(r_1)} + k_{1r_1}e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11}e_1 \\ \vdots \\ y_{dp}^{(r_p)} + k_{prp}e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1}e_p \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Nous pouvons écrire

$$\begin{cases} e_1^{(r_1)} + k_{1r_1}e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11}e_1 = 0 \\ \vdots \\ e_p^{(r_p)} + k_{prp}e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1}e_p = 0 \end{cases} \tag{3.6}$$

où les coefficients k_{ij} sont choisis tel que tous les polynômes dans l’équation (3.6) soient du type Hurwitz. Alors nous pouvons conclure que $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ qui est l’objectif principal de la commande. Cependant dans notre cas, les fonctions non linéaires $f_i(x)$, et $g_i(x)$ $i = 1, \dots, p$ sont supposées inconnues, donc l’obtention de la loi de commande par rétroaction (3.4) s’avère impossible. Pour cela la dynamique de ces fonctions est approximée par les systèmes flous.

3.3 Commande adaptative indirecte par les systèmes flous

Considérons le système (3.1), dans le cas où les fonctions $f_i(x)$ et $g_{ij}(x)$ sont connues avec exactitude, la loi de commande (3.4) peut garantir les objectifs de commande. Cependant, puisque ces fonctions sont incertaines dans notre problème, on ne peut pas les utiliser pour la construction de cette loi de commande. Pour éviter ce problème l’utilisation des systèmes flous est nécessaire pour approximer la dynamique non linéaire dans le système, en se basant sur le fait que un système flou est un approximateur universel [Wang-94], [Kosko-94], nous développons une loi de commande adaptative bien définie, avec les lois d’adaptation tirée de l’étude de la stabilité via l’approche de Lyapunov.

Remarque 3.2

Dans notre cas on va approximer les fonctions non linéaires $f_i(x)$ et $g_i(x)$ $i = 1, \dots, p$ par des systemes flous de la forme (TS0) représentée dans l'équation (1.10).

$$\hat{f}_i(x, \theta) = w_{f_i}^T(x) \theta_{f_i}, i = 1, \dots, p \quad (3.7)$$

$$\hat{g}_{ij}(x, \theta) = w_{g_{ij}}^T(x) \theta_{g_{ij}}, i, j = 1, \dots, p \quad (3.8)$$

Avec w_{f_i} et $w_{g_{ij}}$ sont des vecteurs de fonctions floues de base fixées par l'utilisateur, θ_{f_i} et $\theta_{g_{ij}}$ sont les vecteurs des paramètres ajustés.

Soient
$$\theta_{f_i}^* = \arg \min_{\theta_{f_i}} \left\{ \sup_x |f_i(x) - \hat{f}_i(x, \theta_{f_i})| \right\} \quad (3.9)$$

$$\theta_{g_{ij}}^* = \arg \min_{\theta_{g_{ij}}} \left\{ \sup_x |g_{ij}(x) - \hat{g}_{ij}(x, \theta_{g_{ij}})| \right\} \quad (3.10)$$

Les paramètres optimaux de θ_{f_i} et $\theta_{g_{ij}}$. notons que les parametres $\theta_{f_i}^*$ et $\theta_{g_{ij}}^*$ sont des constantes artificielles introduites uniquement pour faire l'étude théorique, et la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation de la loi de commande.

Notons par

$$\tilde{\theta}_{f_i} = \theta_{f_i}^* - \theta_{f_i}, \tilde{\theta}_{g_{ij}} = \theta_{g_{ij}}^* - \theta_{g_{ij}}$$

Les erreurs d'estimation paramétriques, sont données par

$$\varepsilon_{f_i}(x) = f_i(x) - \hat{f}_i(x, \theta_{f_i}^*) \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{g_{ij}}(x) = g_{ij}(x) - \hat{g}_{ij}(x, \theta_{g_{ij}}^*) \quad (3.12)$$

Les erreurs d'approximations minimales réalisables, et qui correspondent aux erreurs d'approximation obtenues lorsque les paramètres optimaux sont utilisés. Dans cette section, nous supposons que les systèmes flous utilises sont convenablement choisis de sorte que la propriété d'approximation universelle n'est pas violé, alors il est raisonnable de supposer que les erreurs d'approximation sont bornées.

Hypothèse 3.4

Les erreurs d'approximation sont bornées, comme suit :

$$|\varepsilon_{f_i}(x)| \leq \bar{\varepsilon}_{f_i}, |\varepsilon_{g_{ij}}(x)| \leq \bar{\varepsilon}_{g_{ij}}$$

Où $\bar{\varepsilon}_{f_i}$ et $\bar{\varepsilon}_{g_{ij}}$ sont des constantes positives inconnues.

Posons

$$\hat{F}(x, \theta_f) = [\hat{f}_1(x, \theta_{f_1}) \dots \hat{f}_p(x, \theta_{f_p})]^T$$

$$\hat{G}(x, \theta_g) = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(x) & \dots & \hat{g}_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{p1}(x) & \dots & \hat{g}_{pp}(x) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\theta_f &= [\theta_{f1}, \dots, \theta_{fp}]^T ; \theta_f^* = [\theta_{f1}^*, \dots, \theta_{fp}^*]^T \\ \theta_g &= \begin{bmatrix} \theta_{g11} & \dots & \theta_{g1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{gp1} & \dots & \theta_{gpp} \end{bmatrix} \\ \theta_g^* &= \begin{bmatrix} \theta_{g11}^* & \dots & \theta_{g1p}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{gp1}^* & \dots & \theta_{gpp}^* \end{bmatrix} \\ W_f(x) &= \text{diag}[w_{f1}(x), \dots, w_{fp}(x)] \\ W_g(x) &= \text{diag}[w_{g1}(x), \dots, w_{gp}(x)] \\ \varepsilon_f(x) &= [\varepsilon_{f1}(x) \dots \varepsilon_{fp}(x)]^T \\ \varepsilon_g(x) &= \begin{bmatrix} \varepsilon_{g11}(x) & \dots & \varepsilon_{g1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{gp1}(x) & \dots & \varepsilon_{gpp}(x) \end{bmatrix} \\ \bar{\varepsilon}_f &= [\bar{\varepsilon}_{f1} \dots \bar{\varepsilon}_{fp}]^T \\ \bar{\varepsilon}_g &= \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{g11} & \dots & \bar{\varepsilon}_{g1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\varepsilon}_{gp1} & \dots & \bar{\varepsilon}_{gpp} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

D'après l'analyse précédente, il vient

$$F(x) - \hat{F}(x, \theta_f) = \hat{F}(x, \theta_f^*) - \hat{F}(x, \theta_f) + \varepsilon_f(x) \quad (3.13)$$

$$G(x) - \hat{G}(x, \theta_g) = \hat{G}(x, \theta_g^*) - \hat{G}(x, \theta_g) + \varepsilon_g(x) \quad (3.14)$$

Maintenant, considérons la loi de commande $u = u_c$ une loi de commande équivalente [Wang-94], donnée par

$$u_c = \hat{G}(x, \theta_g)^{-1}[-\hat{F}(x, \theta_f) + V] \quad (3.15)$$

$$\text{Avec } u_c = \begin{bmatrix} u_{c1} \\ \vdots \\ u_{cp} \end{bmatrix}$$

Cette loi de commande est obtenue à partir de (3.4) en substituant les fonctions réelles $F(x)$ et $G(x)$ par leurs approximation floues $\hat{F}(x, \theta_f)$ et $\hat{G}(x, \theta_g)$.

La loi de commande (3.15) n'est pas définie lorsque la matrice $\hat{G}(x, \theta_g)$ n'est pas inversible . puisque cette matrice est générée en ligne via l'estimation des paramètres, θ_g l'implantation de ce contrôleur nécessite des précautions particulières afin de maintenir les paramètres θ_g dans une région où $\hat{G}(x, \theta_g)$ est inversible.

Pour éviter ce problème, la loi de commande équivalente est modifiée en utilisant l'inverse régularisé, alors (3.15) devient :

$$u_c = \hat{G}^T(x, \theta_g) \left(\varepsilon_0 I_p + \hat{G}(x, \theta_g) \hat{G}^T(x, \theta_g) \right)^{-1} \left[-\hat{F}(x, \theta_f) + V \right] \quad (3.16)$$

Avec ε_0 une constante positive petite.

Dans la loi de commande (3.16), nous avons remplacé $\hat{G}(x, \theta_g)^{-1}$ par l'inverse régularisé

$$\hat{G}^T(x, \theta_g) \left(\varepsilon_0 I_p + \hat{G}(x, \theta_g) \hat{G}^T(x, \theta_g) \right)^{-1} \quad (3.17)$$

L'inverse régularisé (3.17) est toujours défini même lorsque $\hat{G}(x, \theta_g)$ n'est pas inversible, de ce fait la loi de commande (3.16) est bien définie.

Notons que même si la loi de commande (3.17) est bien définie, elle ne peut pas toute seule garantir la stabilité du système bouclé. Ceci est dû, d'un côté, aux erreurs introduites par l'approximation des fonctions réelles $F(x)$ et $G(x)$ par des systèmes flous et d'un côté à l'erreur introduite par l'utilisation de l'inverse régularisé à la place de l'inverse matriciel. Pour ces raisons et afin d'avoir une loi de commande ne dépendant d'aucune phase d'initialisation nous proposons une loi de commande qui est composée de deux termes, un terme de commande adaptative u_c introduit pour pallier les problèmes de non linéarités du système, et un deuxième terme proposé pour contourner le problème des erreurs d'approximations et compenser l'erreur due à l'utilisation de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse matricielle, alors la loi de commande résultante est représentée comme suit :

$$u = u_c + u_r \quad (3.18)$$

Le terme de commande u_c est donné par

$$u_c = \hat{G}^T(x, \theta_g) \left(\varepsilon_0 I_p + \hat{G}(x, \theta_g) \hat{G}^T(x, \theta_g) \right)^{-1} \left[-\hat{F}(x, \theta_f) + V \right] \quad (3.19)$$

Le terme de commande robuste est donné par

$$u_r = \frac{B^T P E |E^T P B| (\hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c| + |u_0|)}{\sigma_0 \|E^T P B\|^2 + \delta} \quad (3.20)$$

$$\text{avec } u_r = \begin{bmatrix} u_{r1} \\ \vdots \\ u_{rp} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } u_0 = \varepsilon_0 \left[\varepsilon_0 I_p + \hat{G}(x, \theta_g) \hat{G}^T(x, \theta_g) \right]^{-1} \left(-\hat{F}(x, \theta_f) + V \right) \quad (3.21)$$

$\hat{\varepsilon}_f$ et $\hat{\varepsilon}_g$ sont respectivement les estimations de $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$, et δ un paramètre variant dans le temps défini ci-dessous.

Pour atteindre les objectifs de commande, nous définissons les lois d'adaptations des paramètres comme suit :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_f B^T P E w_f(x) \quad (3.22)$$

$$\dot{\theta}_{gij} = -\gamma_g B^T P E u_j w_{gi}(x) \quad i, j = 1, \dots, p \quad (3.23)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_f = n_f |B^T P E| \quad (3.24)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_g = n_g |u_c^T| |B^T P E| \quad (3.25)$$

$$\dot{\delta} = -\eta \frac{|E^T P B| (\hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c| + |u_0|)}{\sigma_0 \|E^T P B\|^2 + \delta} \quad (3.26)$$

$\gamma_f > 0, \gamma_g > 0, n_f > 0, n_g > 0, n_0 > 0$ et $\delta(0) > 0$.

Théorème 3.1

Considérons le système non linéaire (3.1), et supposons que les hypothèses (3.1- 3.2) sont satisfaites. Alors la loi de commande définit par les équations (3.18)-(3.21) avec les lois d'adaptations (3.22)-(3.26) appliquées au système (3.1) garantit la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la convergence vers zéros des erreurs de poursuite, $e_i^{(j)} \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, P$ et, $j = 0, 1, \dots, r_i - 1$.

Démonstration

$$E^{(n)} = Y_d^{(n)} - Y^{(n)}$$

$$E^{(n)} = Y_d^{(n)} - F(x) - G(x)u$$

Qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$E^{(n)} = Y_d^{(n)} - F(x) - G(x)u_c - G(x)u_r \quad (3.27)$$

Remplaçant (3.19) et (3.21), l'équation (3.27) devient

$$E^{(n)} = -K^T E - (F(x) - \hat{F}(x, \theta_f)) - (G(x) - G(x, \theta_g)) u_c - G(x)u_r + u_0 \quad (3.28)$$

Remplacent (3.13) et (3.14), l'équation (3.28) devient

$$E^{(n)} = -K^T E - (\hat{F}(x, \theta_f^*) - \hat{F}(x, \theta_f) + \varepsilon_f(x)) - (\hat{G}(x, \theta_g^*) - \hat{G}(x, \theta_g) + \varepsilon_g(x)) u_c - G(x)u_r + u_0$$

$$E^{(n)} = -K^T E - (W_f^T \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x)) - (\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p W_{gi}^T \tilde{\theta}_{gij} u_{cj}) - \varepsilon_g(x) u_c - G(x)u_r + u_0 \quad (3.29)$$

Alors la dynamique de l'erreur peut être écrite comme suit :

$$\dot{E} = AE + B \left[- (W_f^T \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x)) - (\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p W_{gi}^T \tilde{\theta}_{gij} u_{cj}) - \varepsilon_g(x) u_c - G(x)u_r + u_0 \right] \quad (3.30)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & I_{n \times n} \\ -K_1 & -K_2 & \dots & -K_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}$$

La matrice A étant stable (valeurs propres à partie réelle négative), pour une matrice Q symétrique définie positive. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive, P donnée par :

$$A^T P + P A = -Q \quad (3.31)$$

Pour minimiser l'erreur de poursuite ainsi que l'erreur d'approximation, on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} E^T P E + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_g} \text{tr}(\tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g) + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^T \tilde{\varepsilon}_f + \frac{1}{2\eta_g} \text{tr}(\tilde{\varepsilon}_g^T \tilde{\varepsilon}_g) + \frac{1}{2\eta} \delta^2 \quad (3.32)$$

Où δ est un paramètre variant dans le temps, $\tilde{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f$, $\tilde{\varepsilon}_g = \bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g$

Si on utilise l'équation (3.31), et l'équation de la dynamique de l'erreur (3.30), alors l'équation (2.32) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} E^T Q E + E^T P B \left[- \left(W_f^T \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x) \right) - \left(\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p W_{gi}^T \tilde{\theta}_{gij} u_{cj} \right) - \varepsilon_g(x) u_c - \right. \\ & \left. G(x) u_r + u_0 \right] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \frac{1}{\gamma_{gij}} \tilde{\theta}_{gij}^T \dot{\theta}_{gij} - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^T \dot{\varepsilon}_f - \frac{1}{\eta_g} \text{tr}(\tilde{\varepsilon}_g^T \dot{\varepsilon}_g) + \frac{1}{\eta} \delta \dot{\delta} \end{aligned} \quad (3.33)$$

On peut écrire la dérivée temporelle de V comme suit

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} E^T Q E + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (3.34)$$

Remarque 3.3

L'écriture de la dérivée de la fonction de Lyapunov mentionnée dans l'équation (3.34) permet de faciliter la tâche de la démonstration de négativité de la dérivée \dot{V} .

avec

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T [\gamma_f B^T P E W_f + \dot{\theta}_f] - \frac{1}{\gamma_g} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \tilde{\theta}_{gij}^T [\gamma_g B^T P E u_j w_{gi} + \dot{\theta}_{gij}] \quad (3.35)$$

Si on applique les lois d'adaptations (3.22) et (3.23), l'équation (3.35) devient

$$\dot{V}_1 = 0 \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -E^T P B G(x) u_r - E^T P B \varepsilon_f(x) - E^T P B \varepsilon_g(x) u_c + E^T P B u_0 - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^T \dot{\varepsilon}_f - \frac{1}{\eta_g} \text{tr}(\tilde{\varepsilon}_g^T \dot{\varepsilon}_g) + \\ & \frac{1}{\eta} \delta \dot{\delta} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Alors \dot{V}_2 peut être bornée comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -E^T P B G(x) u_r + |E^T P B| \bar{\varepsilon}_f - |E^T P B| \bar{\varepsilon}_g |u_c| + |E^T P B| |u_0| - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^T \dot{\varepsilon}_f - \frac{1}{\eta_g} \text{tr}(\tilde{\varepsilon}_g^T \dot{\varepsilon}_g) + \\ & \frac{1}{\eta} \delta \dot{\delta} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Si on utilise les lois d'adaptation (3.24) et (3.25), l'équation (3.38) devient

$$\dot{V}_2 \leq -E^T P B G(x) u_r + |E^T P B| |u_0| + \frac{1}{\eta} \delta \dot{\delta} + \hat{\varepsilon}_f |E^T P B| + \hat{\varepsilon}_g |E^T P B| |u_c| \quad (3.39)$$

En utilisant (3.20) et (3.26), alors (3.39) devient

$$\dot{V}_2 = 0 \quad (3.40)$$

Des résultats (3.36) et (3.40), (3.34) devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} E^T Q E \leq 0 \quad (3.41)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{Qmin} \|E\|^2 \quad (3.42)$$

avec λ_{Qmin} La valeur propre minimale de la matrice Q , alors en intégrant les deux côtés de l'équation (3.42) de $[0, t]$ On obtient :

$$\int_0^t \|E(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [V(0) - V(t)] \quad (3.43)$$

Ce qui nous donne

$$\int_0^t \|E(\tau)\|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}} [\|V(0)\| + \|V(t)\|] \quad (3.44)$$

D'un côté, comme le montre Wang [**Wang-93**], cela implique $E(t) \in L_2$, conformément à la théorie de Lyapunov, $E(t)$ est borné. D'un autre côté de (3.30) $\dot{E}(t) \in L_\infty$ (bornée) parce que tous les membres de son côté droit sont bornés. Selon le lemme de Barbalat, nous concluons que $\lim_{t \rightarrow \infty} \|E(t)\| = 0$.

3.4 Résultats de simulation

Dans cette section, on présentera un exemple de simulation numérique pour monter l'efficacité de la loi de commande flou adaptative indirecte proposée. Nous allons considérer un modèle dynamique d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté. Le modèle dynamique du manipulateur est donné par les équations suivantes [**Slotine-91**], [**Tong-00**] :

$$\begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h\dot{q}_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} \right\} \quad (3.45)$$

Avec

$$M_{11} = a_1 + 2a_3 \cos(q_2) + 2a_4 \sin(q_2)$$

$$M_{22} = a_2$$

$$M_{21} = M_{12} = a_2 + a_3 \cos(q_2) + a_4 \sin(q_2)$$

$$h = a_3 \sin(q_2) - a_4 \cos(q_2)$$

Et

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2$$

$$a_3 = m_e l_1 l_{ce} \cos(\delta_e)$$

$$a_4 = m_e l_1 l_{ce} \sin(\delta_e)$$

Où u_1 et u_2 sont les couples de commande appliqués aux deux articulations.

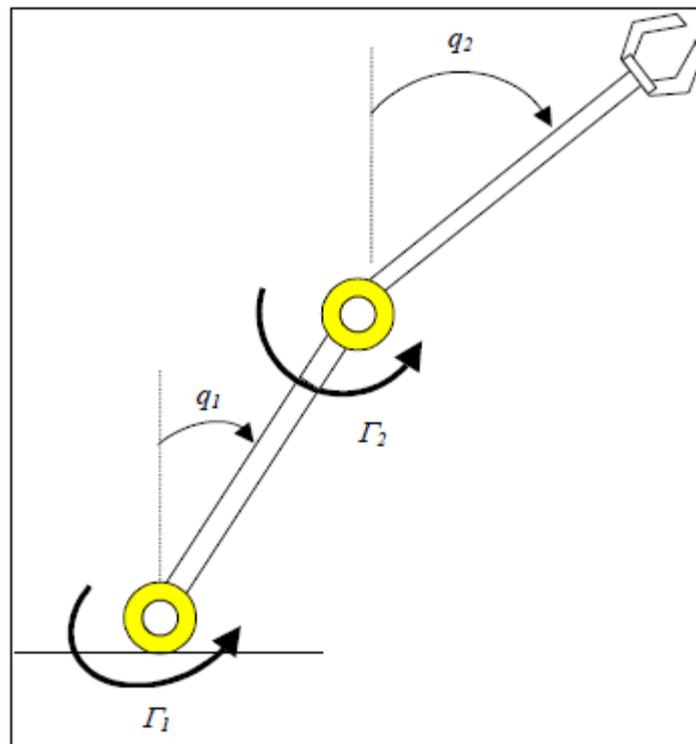


Figure 3.2 Bras de robot à deux articulations

On pose

$y = [q_1 \ q_2]$ Le vecteur de sorties.

$u = [u_1 \ u_2]$ Le vecteur de commandes.

$x = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]$ Le vecteur d'états.

$$F(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = -M^{-1} \begin{pmatrix} -h\dot{q}_2 & -h\dot{q}_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix}$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) \end{pmatrix} = M^{-1} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}^{-1}$$

Alors, le modèle du robot donné par l'équation (3.45) peut être réécrit sous la forme entrée-sortie (3.1)

$$\ddot{y} = F(x) + G(x)u \tag{3.46}$$

Il est bien connu que la matrice M est définie positive [Slotine-91], et de ce fait, le modèle du robot satisfait l'hypothèse 3.1.

L'objectif que nous cherchons est de forcer les sorties du système q_1 et q_2 de suivre respectivement les trajectoires de références sinusoïdales données par $y_{d1} = \sin(t)$ et $y_{d2} = \sin(t)$.

Dans la simulation présentée ci-dessous, on suppose que les fonctions non linéaires $F(x)$ et $G(x)$ sont inconnues. Cependant le contrôleur adaptatif indirect flou développé ne nécessite

pas la connaissance de ces fonctions. Le modèle dynamique est uniquement utilisé pour simuler le comportement du bras manipulateur.

Pour l'approximation des fonctions non linéaires inconnues $F(x)$ et $G(x)$, deux systèmes flous sont utilisés pour approximer les éléments de $F(x)$, et quatre systèmes flous utilisés pour approximer les éléments de $G(x)$. Les systèmes flous utilisés pour approximer $F(x)$ ont les variables $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, et $x_4(t)$ comme entrées, et ceux utilisés pour décrire $G(x)$ ont $x_1(t)$, et $x_3(t)$ comme entrées. Pour chaque variable x_i , on définit cinq fonctions d'appartenance de forme Gaussiennes :

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.25}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 0.75}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 0.75}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.25}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$i = 1,2,3,4.$$

Les paramètres de la dynamique du système sont représentés dans le tableau ci-dessous :

Paramètres du système	Valeurs numérique	Paramètres du système	Valeurs numérique
m_1	1	l_{ce}	0.6
m_e	2	I_1	0.12
l_1	1	I_e	0.25
l_{c1}	0.5	δ_e	30°

Tableau 3.1 Paramètres de simulation du système

Les paramètres de synthèse sont illustrés dans le tableau 3.2.

Paramètres de synthèse	Valeurs numérique	Paramètres de synthèse	Valeurs numérique
P	[8.12 0 2.75 0; 0 8.12 0 2.75; 2.75 0 2.62 0; 0 2.75 0 2.62]	k	[1 0; 0 1; 2 0; 0 2]
Q	<i>Diag</i> (5.5,5.5,5.5,5)	γ_g	10
γ_f	10	η_f	20
$\theta_f(0)$	0	η_g	20
$\theta_g(0)$	[-2 , 2]	σ_0	0.1
$\varepsilon_f(0)$	0	$x_1(0)$	0
$\varepsilon_g(0)$	0	$x_2(0)$	0
η	0.001	$x_3(0)$	0
$\delta(0)$	1	$x_4(0)$	0

Tableau 3.2 Paramètres de synthèse du contrôleur

Les résultats de simulation de la première position angulaire $y(1) = x_1$, et de la vitesse angulaire $\dot{y}(1) = x_2$, sont illustrés respectivement sur les figures (3.3) et (3.4). Le signal de commande u_1 est montré sur la figure (3.5). Et pour la deuxième position angulaire $y(3) = x_3$ et de la vitesse angulaire $\dot{y}(3) = x_4$, sont représentés respectivement sur les figures (3.6) et (3.7). Le signal de commande u_2 est montré sur la figure (3.8).

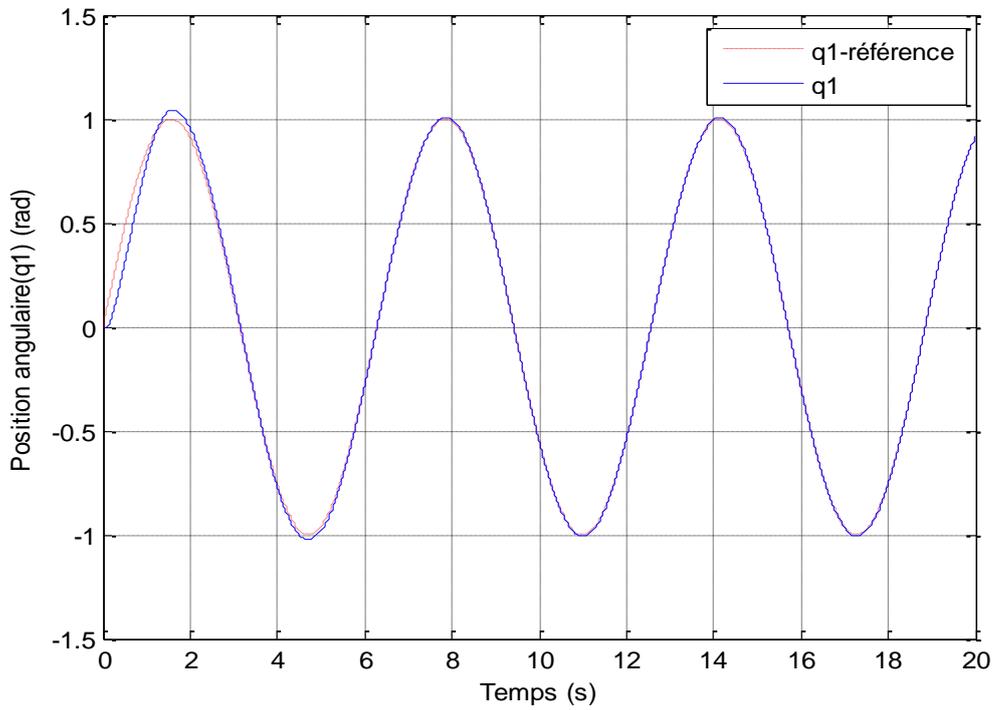


Figure 3.3 La variation de la position angulaire q_1

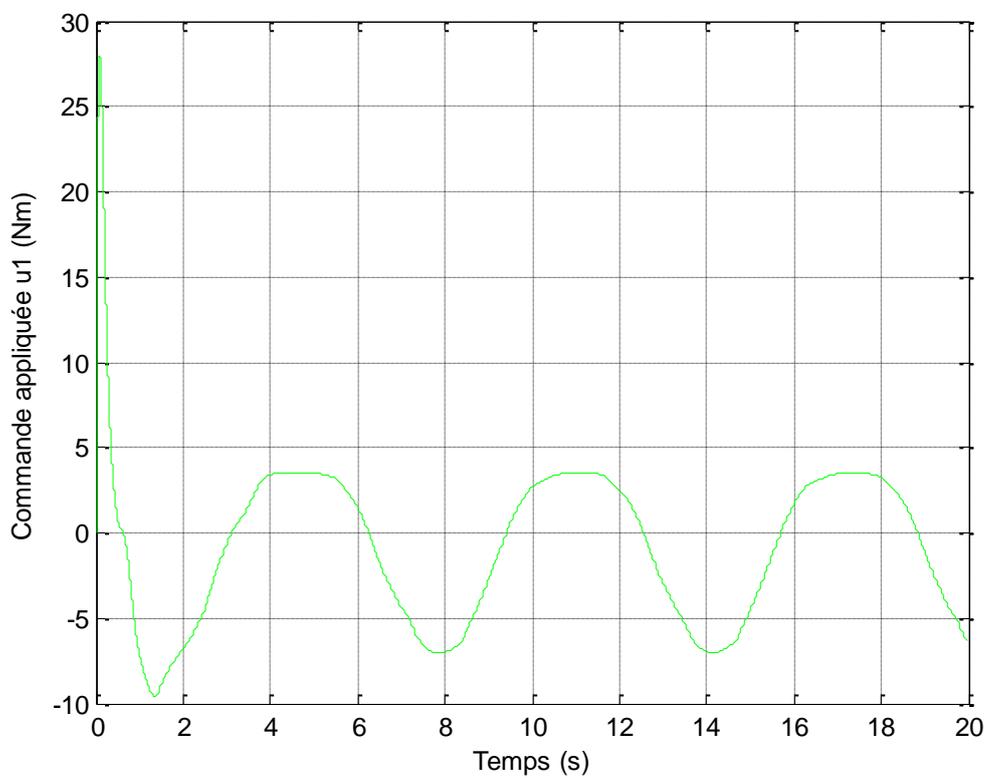


Figure 3.4 La variation de la commande u_1

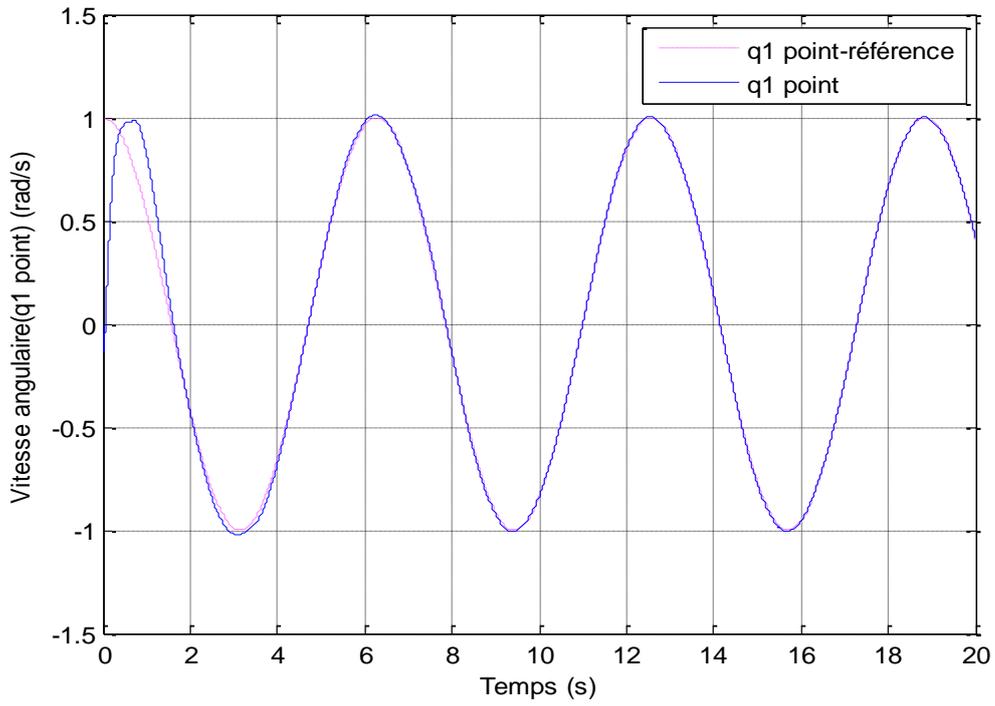


Figure 3.5 La variation de la vitesse angulaire \dot{q}_1

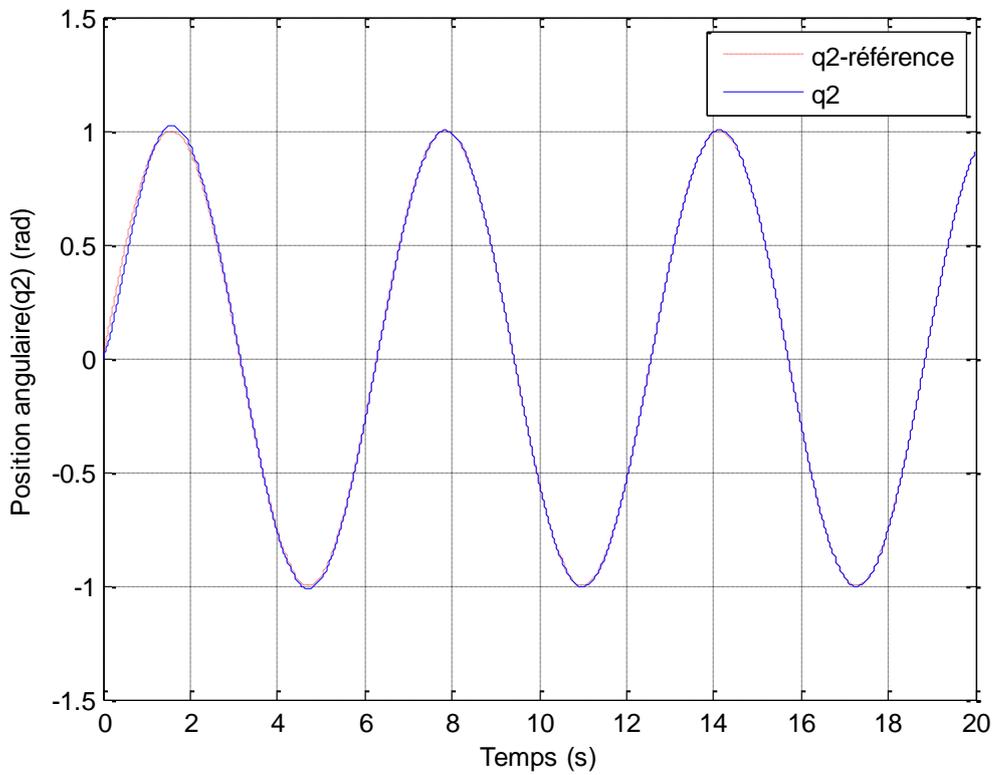


Figure 3.6 La variation de la position angulaire q_2

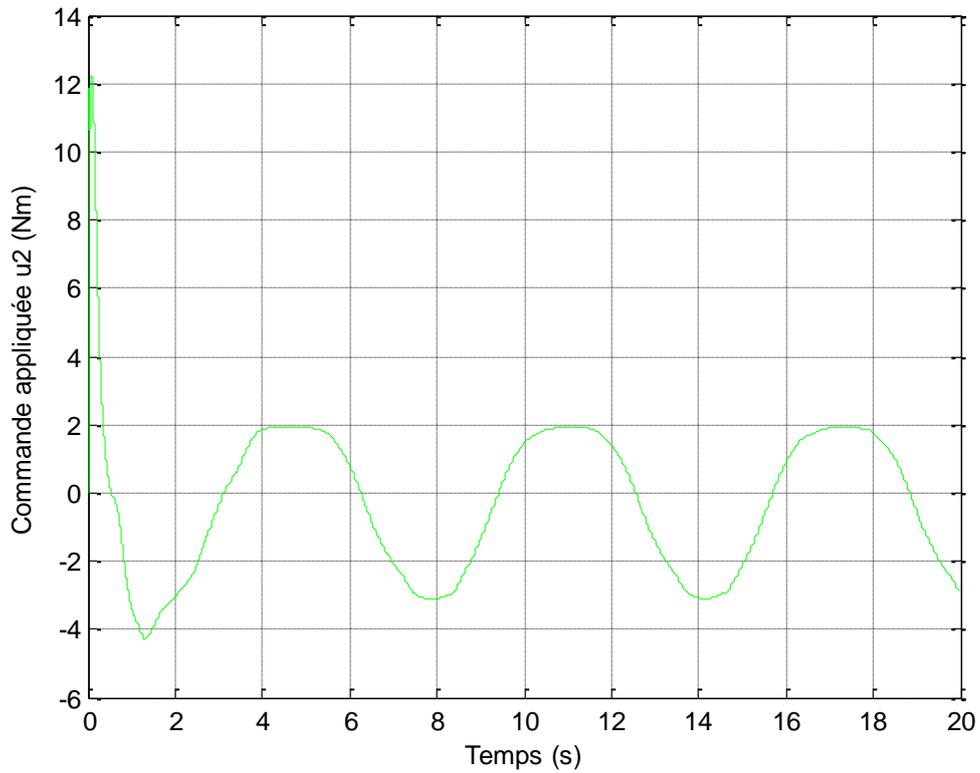


Figure 3.7 La variation de la commande u_2

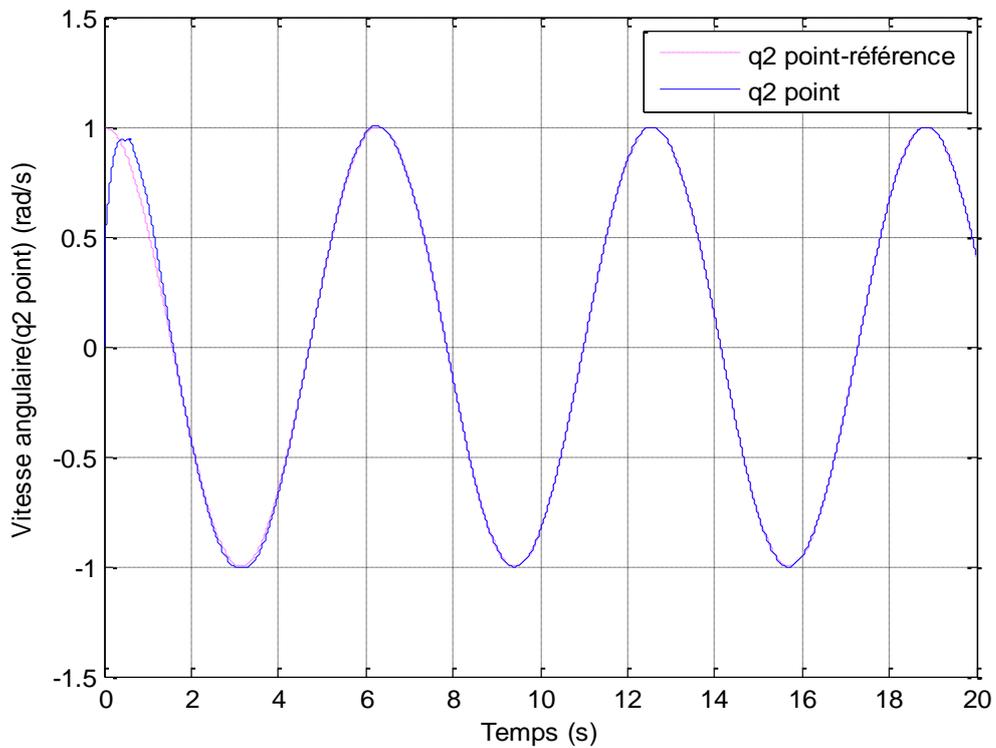


Figure 3.8 La variation de vitesse angulaire \dot{q}_2

Remarque 3.4

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposé (3.18), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative (3.19) qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dite de robustesse (3.20) est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations.

3.5 Conclusion

Nous avons présentés dans ce chapitre le développement d'une loi de commande adaptative indirecte floue des systèmes non linéaire multivariables MIMO incertains.

Premièrement nous avons considéré une loi de commande adaptative indirecte floue pour une classe des systèmes non linéaires MIMO dont la loi de commande proposée est composée de deux termes : un terme de commande adaptative flou, introduit pour compenser les termes non linéaires du système, et un deuxième terme de robustification proposé pour remédier aux problèmes des erreurs d'approximations. Les paramètres de synthèse du contrôleur adaptatif sont mis à jours à travers les lois d'adaptations inspirées de l'étude de la stabilité via l'approche de Lyapunov. L'approche de commande proposée n'exige pas la connaissance du modèle du système, et elle garantit la bornitude de tous les signaux dans le système bouclé, avec la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro, en plus elle évite le problème où la loi de commande n'est pas définie, en utilisant l'inverse régularisé.

Finalement nous avons effectué une simulation sur le modèle dynamique d'un bras manipulateur a deux degrés de liberté, qui nous a montré l'efficacité du contrôleur proposé avec la convergence des sorties du système vers les trajectoires de références proposées.

Chapitre 4

La commande adaptative indirecte floue par le gain de Nussbaum

4.1 Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse uniquement à la commande adaptative floue indirecte, qui consiste à approcher la dynamique non linéaire du système par deux systèmes flous de type Tackagi-sugeno à conclusion constante [Wang-94], [Ordoner-99], [Chang-00], [Tong-00], [Labioud-05], [Essounbouli-06], [Labioud-06].

Dans ces travaux la direction du gain de commande est supposée connue, cette hypothèse est nécessaire pour la synthèse du contrôleur, il est à noter que sans cette hypothèse la synthèse du contrôleur devient une tâche difficile, à cause de la direction inconnue. Pour résoudre le problème de la méconnaissance de la direction du gain de commande, les auteurs [Nussbaum-83], [Ye-98], [Ge-04], [Liu-06], [Zhang-07], [Liu-08], [Boukroune-10], [Chen-10], utilisent la fonction de Nussbaum dans le désigne de la loi de commande pour les systèmes linéaires et non linéaires.

Dans ce chapitre nous allons présenter un schéma de commande adaptatif indirecte par les systèmes flous pour une classe des systèmes non linéaires incertains, dont les paramètres ajustables des conclusions des systèmes flous sont mis à jours par des algorithmes d'adaptations inspirées de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov. Dans ce chapitre on suppose qu'on ne connaît pas la direction du gain de commande, contrairement au chapitre 2, où on a supposé que le gain de commande est de signe connu par une hypothèse introduite au préalable. Alors l'utilisation du gain de Nussbaum s'avère nécessaire pour modifier la loi de commande.

L'architecture de ce chapitre sera organisé par une position de problème pour connaître l'objectif du travail, et juste après nous allons développer un schéma de commande avec l'utilisation du gain de Nussbaum, et nous testons l'efficacité du schéma de commande proposé par une simulation sur un système non linéaire du deuxième ordre. Finalement une petite conclusion sur le travail présenté dans ce chapitre.

4.2 Position du problème

Considérons la classe des systèmes non linéaires monovariables (SISO), décrire par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i+1}, i = 1, \dots, n - 1 \\ \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Où, par l'équation équivalente suivante

$$y^{(n)} = f(x) + g(x)u \tag{4.2}$$

avec $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$, le vecteur d'état du système ; $u \in \mathfrak{R}$, la commande; $y \in \mathfrak{R}$, la sortie du système; $f(x)$ et $g(x)$ sont les fonctions non linéaires inconnues.

En respectant la dynamique du système (4.1) les hypothèses suivantes sont nécessaires par la suite :

Hypothèse 4.1

L'ordre (n) du système est connu.

Hypothèse 4.2

Le gain de commande $g(x)$ et son signe sont inconnus, $\underline{g} \leq |g(x)| \leq \bar{g}$ avec \underline{g} , et \bar{g} sont des constantes positive.

Hypothèse 4.3

Le vecteur d'état x est mesurable.

Hypothèse 4.4

La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

Remarque 4.1

Comme les fonctions non linéaires, $f(x)$ et $g(x)$ sont inconnues, on les approxime par les systèmes flous, de la forme :

$$\begin{cases} \hat{f}(x, \theta_f) = w_f^T(x)\theta_f \\ \hat{g}(x, \theta_g) = w_g^T(x)\theta_g \end{cases} \quad (4.3)$$

Avec w_f^T et w_g^T sont des vecteurs de fonctions floues de base supposes convenablement fixes en avance par l'utilisateur, θ_f et θ_g sont les vecteurs de paramètres ajustés.

Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ peuvent être exprimées en fonction des approximations floues de la manière suivante:

$$\begin{cases} f(x) = \hat{f}(x, \theta_f^*) + \varepsilon_f(x) \\ g(x) = \hat{g}(x, \theta_g^*) + \varepsilon_g(x) \end{cases} \quad (4.4)$$

Avec $\varepsilon_f(x)$ et $\varepsilon_g(x)$ représentent les erreurs d'approximation floue θ_f^* et θ_g^* sont respectivement les paramètres optimaux de θ_f et θ_g , les valeurs des paramètres θ_f et θ_g minimisant respectivement les erreurs d'approximation $\varepsilon_f(x)$ et $\varepsilon_g(x)$. Ces paramètres optimaux satisfont :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f} \left\{ \sup_x |f(x) - \hat{f}(x, \theta_f)| \right\} \quad (4.5)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g} \left\{ \sup_x |g(x) - \hat{g}(x, \theta_g)| \right\} \quad (4.6)$$

Notons que les paramètres optimaux θ_f^* et θ_g^* sont des constants artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de

commande. En effet, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

A partir de l'analyse ci-dessus, on peut écrire :

$$f(x) = \hat{f}(x, \theta_f^*) + \varepsilon_f(x) \quad (4.7)$$

$$g(x) = \hat{g}(x, \theta_g^*) + \varepsilon_g(x) \quad (4.8)$$

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta_f) = \hat{f}(x, \theta_f^*) - \hat{f}(x, \theta_f) + \varepsilon_f(x) \quad (4.9)$$

$$g(x) - \hat{g}(x, \theta_g) = \hat{g}(x, \theta_g^*) - \hat{g}(x, \theta_g) + \varepsilon_g(x) \quad (4.10)$$

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta_f) = w_f^T(x) \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x) \quad (4.11)$$

$$g(x) - \hat{g}(x, \theta_g) = w_g^T(x) \tilde{\theta}_g + \varepsilon_g(x) \quad (4.12)$$

avec

$\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f$ et $\tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g$, sont les erreurs d'estimation paramétrique.

Hypothèse 4.5

Les erreurs d'approximation sont bornées comme suit :

$$|\varepsilon_f(x)| \leq \bar{\varepsilon}_f \quad , \quad |\varepsilon_g(x)| \leq \bar{\varepsilon}_g$$

Où $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$ sont des constantes positives inconnues.

Cette hypothèse est raisonnable puisque nous supposons que les systèmes flous utilisés pour l'approximation des fonctions inconnues possèdent la propriété d'approximateur universel.

Remarque 4.1

Le travail présenté dans le chapitre 2 dans la section de la deuxième approche proposée le schéma de commande nécessite la connaissance du signe du gain de commande.

Cependant le développement qui se suit ne nécessite pas la connaissance du signe du gain de commande, en utilisant la technique de la fonction de Nussbaum. Cette technique était proposée dans [Nussbaum-83], et elle a été utilisée dans le domaine du contrôle des systèmes afin de résoudre la difficulté du signe inconnu du gain de commande [Ioannou-96], [Ge-04].

Une fonction continue et dérivable $N(\tau)$ définie sur $[0, \infty)$ est dite fonction (ou gain) de Nussbaum si elle vérifie

$$\lim_{v \rightarrow +\infty} \sup \left(\frac{1}{v} \int_0^v N(\tau) d\tau \right) = +\infty \quad \lim_{v \rightarrow +\infty} \inf \left(\frac{1}{v} \int_0^v N(\tau) d\tau \right) = -\infty$$

Ces propriétés sont exploitées dans la démonstration de stabilité.

Par exemple les fonctions continues : $\tau \rightarrow e^{\tau^2} \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)\tau\right)$ $\tau \rightarrow \tau^2 \cos(\tau)$

Dans notre travail la fonction utilisée est $\tau^2 \cos(\tau)$.

Lemme 4.1: [Liu-08], soient $V(\cdot)$ et $\tau(\cdot)$ deux fonctions continues définies sur $[0, t_f)$ avec $V(t) \geq 0, \forall t \in [0, t_f)$; $N(\cdot)$ est une fonction continue de type Nussbaum.

Si l'inégalité suivante est vérifiée pour $\forall t \in [0, t_f)$:

$V(t) \leq c_0 + \int_0^t (g(\zeta)N(\tau(\zeta)) + c_1)\dot{\tau}(\zeta) d\zeta$, avec $g(t)$ prend ses valeurs entre l'intervalle fermé inconnu $I = [\underline{g}, \bar{g}]$ avec $0 \notin I$; c_1 est un nombre positif; c_0 est un certain paramètre approprié, alors $V(\cdot)$, $\tau(\cdot)$ et $\int_0^t (g(\zeta)N(\tau(\zeta)) + c_1)\dot{\tau}(\zeta) d\zeta$ sont bornées sur l'intervalle $[0, t_f)$.

Alors le lemme ci-dessus donne une solution pour la commande adaptative floue monovariante pour le système non linéaire (4.1) dans le cas où la direction du gain de commande est inconnue.

Alors la loi de commande et les lois d'adaptation sont définies comme suit :

$$u = u_c + u_r \quad (4.13)$$

La loi de commande (4.13) est la somme de deux termes, le terme de commande adaptative u_c et le terme de robustification u_r .

$$u_c = \frac{\hat{g}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} \left(-\hat{f}(x, \theta) + y_d^{(n)} + k^T e + \alpha \hat{g}(x, \theta) N(\tau) G \right) \quad (4.14)$$

Avec ε_0 est une constante positive petite, α est une constante positive et $G = e^T P B$

Le terme robuste u_r est défini comme suit :

$$u_r = u_{rb} N(\tau) \quad (4.15)$$

avec

$$u_{rb} = \frac{|e^T P B| \varphi - \delta^2}{e^T P B} \quad (4.16)$$

$$N(\tau) = \tau^2 \cos(\tau) \quad (4.17)$$

avec

$$\varphi = \hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_g |u_c - \alpha N(\tau) G| + |\bar{u}| \quad (4.18)$$

$$\bar{u} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta_g)} \left(-\hat{f}(x, \theta_g) + y_d^{(n)} + k^T e + \alpha \hat{g}(x, \theta) N(\tau) G \right) \quad (4.19)$$

Où $\hat{\varepsilon}_f$ et $\hat{\varepsilon}_g$ sont les estimés des bornes $\bar{\varepsilon}_f$ et $\bar{\varepsilon}_g$

L'estimation des paramètres suit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_f w_f(x) e^T P B \quad (4.20)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_g w_g(x) e^T P B (u_c - \alpha N(\tau) G) \quad (4.21)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_f = \eta_f |e^T P B| \quad (4.22)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_g = \eta_g |e^T P B| |u_c - \alpha N(\tau) G| \quad (4.23)$$

$$\dot{\tau} = e^T P B u_{rb} + \alpha \|e^T P B\|^2 \quad (4.24)$$

$$\dot{\delta} = -\sigma_0 \delta \quad (4.25)$$

avec $\gamma_f > 0, \gamma_g > 0, \eta_f > 0, \eta_g > 0, \sigma_0 > 0$.

Théorème 4.1

Considérons le système non linéaire incertain (4.1) avec le signe du gain de commande inconnu, et supposons que les hypothèses (4.1-4.5) sont satisfaites. La loi de commande définie par (4.13)-(4.15), avec les lois d'adaptation (4.20)-(4.25), garantit les propriétés suivantes :

- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $(n - 1)$ et le signal de commande sont bornés : $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{n-1}(t), u(t) \in L_\infty$.
- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $e^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 0, 1, \dots, n - 1$.

Démonstration

On pose e l'erreur entre le signal de sortie $y(t)$ et la trajectoire de référence $y_d(t)$ défini par l'équation suivante :

$$e = y_d - y \quad (4.26)$$

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u \quad (4.27)$$

En utilisant (4.3)

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) - g(x)u_c - g(x)u_r \quad (4.28)$$

En ajoutant et en soustrayant $\hat{f}(x, \theta)$ et $\hat{g}(x, \theta)u_c$, l'équation (4.18) devient :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - f(x) + \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_c + \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (4.29)$$

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - (f(x) - \hat{f}(x, \theta)) - (g(x) - \hat{g}(x, \theta))u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (4.30)$$

En utilisant (4.11) et (4.12) alors (4.30) devient :

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta)u_c - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (4.31)$$

Replaçant (4.14), on obtient

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - \hat{g}(x, \theta) \left(\frac{\hat{g}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} (-\hat{f}(x, \theta) + y_d^{(n)} + k^T e + \alpha \hat{g}(x, \theta) N(\tau) G) \right) - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (4.32)$$

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c + \frac{\hat{g}^2(x, \theta)\hat{f}(x, \theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \frac{\hat{g}^2(x, \theta)y_d^{(n)}}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \frac{\hat{g}^2(x, \theta)k^T e}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \frac{\alpha \hat{g}(x, \theta) N(\tau) G}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x, \theta)} - \hat{f}(x, \theta) - g(x)u_r \quad (4.33)$$

En ajoutant et en soustrayant $k^T e$ et $\alpha \hat{g}(x, \theta) N(\tau) G$ alors

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c + \frac{\hat{g}^2(x,\theta)\hat{f}(x,\theta)}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x,\theta)} - \frac{\hat{g}^2(x,\theta)y_d^{(n)}}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x,\theta)} - \frac{\hat{g}^2(x,\theta)k^T e}{\varepsilon_0 + \hat{g}^2(x,\theta)} - \hat{f}(x,\theta) - g(x)u_r + k^T e - k^T e + \alpha\hat{g}(x,\theta)N(\tau)G - \alpha\hat{g}(x,\theta)N(\tau)G \quad (4.34)$$

En utilisant l'équation (4.19)

$$e^{(n)} = -w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - g(x)u_r - k^T e + \bar{u} - \alpha\hat{g}(x,\theta)N(\tau)G \quad (4.35)$$

En ajoutant et en soustrayant $\alpha g(x)N(\tau)G$

$$e^{(n)} = -w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g u_c - \varepsilon_g(x)u_c - g(x)u_r - k^T e + \bar{u} - \alpha\hat{g}(x,\theta)N(\tau)G + \alpha g(x,\theta)N(\tau)G - \alpha g(x)N(\tau)G \quad (4.36)$$

$$e^{(n)} = -w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g (u_c - \alpha N(\tau)G) - \varepsilon_g(x)(u_c - \alpha N(\tau)G) - g(x)u_r - k^T e + \bar{u} - \alpha g(x)N(\tau)G \quad (4.37)$$

Alors la dynamique de l'erreur peut s'écrire sous la forme compacte suivante:

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + B[-w_f^T(x)\tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x)\tilde{\theta}_g (u_c - \alpha N(\tau)G) - \varepsilon_g(x)(u_c - \alpha N(\tau)G) - g(x)u_r + \bar{u} - \alpha g(x)N(\tau)G] \quad (4.38)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $(|sI - A|) = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \cdots + k_n$ est stable (A stable), on sait qu'il existe une matrice symétrique définie positive $P(n, n)$ unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + PA = -Q \quad (4.39)$$

où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions $(n \times n)$.

Soit la fonction candidate V la fonction de Lyapunov, alors

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^2 + \frac{1}{2\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g^2 + \frac{1}{2\sigma_0} \delta^2 \quad (4.40)$$

$$\text{avec} \begin{cases} \tilde{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f \\ \tilde{\varepsilon}_g = \bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g \end{cases} \quad (4.41)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f + \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\tilde{\theta}}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\tilde{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\tilde{\varepsilon}}_g + \frac{1}{\sigma_0} \dot{\delta} \delta \quad (4.42)$$

En utilisant l'équation (4.38), et le fait que $\dot{\tilde{\theta}}_f = -\dot{\theta}_f$, $\dot{\tilde{\theta}}_g = -\dot{\theta}_g$, l'équation (4.42) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T (A^T P + PA) e + e^T PB \left[-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g (u_c - \alpha N(\tau)G) - \varepsilon_g(x) (u_c - \right. \\ & \left. \alpha N(\tau)G) - g(x)u_r + \bar{u} - \alpha g(x)N(\tau)G \right] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\varepsilon}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\varepsilon}_g + \frac{1}{\sigma_0} \dot{\delta} \end{aligned} \quad (4.43)$$

En utilisant l'équation (4.39)

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T PB \left[-w_f^T(x) \tilde{\theta}_f - \varepsilon_f(x) - w_g^T(x) \tilde{\theta}_g (u_c - \alpha N(\tau)G) - \varepsilon_g(x) (u_c - \right. \\ & \left. \alpha N(\tau)G) - g(x)u_r + \bar{u} - \alpha g(x)N(\tau)G \right] - \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\varepsilon}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\varepsilon}_g + \frac{1}{\sigma_0} \dot{\delta} \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e - \alpha e^T PB g(x) N(\tau)G + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (4.45)$$

$$\text{avec } \dot{V}_1 = -\tilde{\theta}_f^T \left(\frac{1}{\gamma_f} \dot{\theta}_f + w_f(x) e^T PB \right) - \tilde{\theta}_g^T \left(\frac{1}{\gamma_g} \dot{\theta}_g + e^T PB w_g(x) (u_c - \alpha N(\tau)G) \right) \quad (4.46)$$

Si on utilise les lois d'adaptions proposées dans (4.20) et (4.21) alors

$$\dot{V}_1 = 0 \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -e^T PB g(x) u_r - e^T PB \varepsilon_f(x) - e^T PB \varepsilon_g(x) (u_c - \alpha N(\tau)G) + e^T PB \bar{u} - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f \dot{\varepsilon}_f - \\ & \frac{1}{\eta_g} \tilde{\varepsilon}_g \dot{\varepsilon}_g + \frac{1}{\sigma_0} \dot{\delta} \end{aligned} \quad (4.48)$$

En utilisant l'hypothèse 4.5, \dot{V}_2 peut être bornée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -e^T PB g(x) u_r + e^T PB \bar{u} + |e^T PB| \bar{\varepsilon}_f + |e^T PB u_c (u_c - \alpha N(\tau)G)| \bar{\varepsilon}_g - \frac{1}{\eta_f} (\bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f) \dot{\varepsilon}_f - \\ & \frac{1}{\eta_g} (\bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g) \dot{\varepsilon}_g + \frac{1}{\sigma_0} \dot{\delta} \end{aligned} \quad (4.49)$$

A partir des équations (4.22), (4.23), et (4.25) \dot{V}_2 devient :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T PB g(x) u_r + e^T PB \bar{u} + \hat{\varepsilon}_f |e^T PB| + \hat{\varepsilon}_g |e^T PB (u_c - \alpha N(\tau)G)| - \delta^2 \quad (4.50)$$

\dot{V}_2 peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -e^T PB g(x) u_r + \hat{\varepsilon}_f |e^T PB| + \hat{\varepsilon}_g |e^T PB (u_c - \alpha N(\tau)G)| + |e^T PB \bar{u}| - \delta^2 \quad (4.51)$$

Utilisant l'équation (4.18)

$$\dot{V}_2 \leq -e^T PB g(x) u_r + |e^T PB| \varphi - \delta^2 \quad (4.52)$$

En ajoutant et en soustrayant $e^T PB u_{rb}$

$$\dot{V}_2 \leq -e^T PB g(x) u_r + |e^T PB| \varphi - \delta^2 + e^T PB u_{rb} - e^T PB u_{rb} \quad (4.53)$$

En utilisant l'équation (4.16) alors

$$\dot{V}_2 \leq -e^T PB g(x) u_r + e^T PB u_{rb} \quad (4.54)$$

Remplaçant les résultats obtenus par les équations (4.47) et (4.53), alors \dot{V} peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \alpha e^T P B g(x) N(\tau) G - e^T P B g(x) u_r + e^T P B u_{rb} \quad (4.55)$$

Remplaçant l'équation (4.15)

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \alpha e^T P B g(x) N(\tau) G - e^T P B g(x) u_{rb} N(\tau) + e^T P B u_{rb} \quad (4.56)$$

Alors \dot{V} devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) N(\tau) (\alpha \|e^T P B\|^2 + e^T P B u_{rb}) + e^T P B u_{rb} \quad (4.57)$$

En ajoutant et en soustrayant $\alpha \|e^T P B\|^2$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) N(\tau) (\alpha \|e^T P B\|^2 + e^T P B u_{rb}) + e^T P B u_{rb} + \alpha \|e^T P B\|^2 - \alpha \|e^T P B\|^2 \quad (4.58)$$

Remplaçant l'équation (4.24)

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \alpha \|e^T P B\|^2 - g(x) N(\tau) (\dot{\tau}) + \dot{\tau} \quad (4.59)$$

avec $\alpha > 0$

Alors en intégrant les deux côtes de (4.59)

$$V(t) - V(0) \leq \int_0^t -(g(v)N(v) + 1) \dot{\tau}(v) dv \quad (4.60)$$

Qui peut se simplifier sous la forme suivante :

$$V(t) \leq V(0) + \int_0^t -(g(v)N(v) + 1) \dot{\tau}(v) dv \quad (4.61)$$

Utilisant le Lemme 4.1, on peut conclure à partir de l'équation (4.61) la bornitude de $V(t)$, $N(t)$, et $\int_0^t -(g(v)N(v) + 1) \dot{\tau}(v) dv$ avec $t \rightarrow [0, t_f]$.

Selon [Liu-06], [Liu-08] $t_f \rightarrow \infty$. Donc $\tilde{\theta}_f(t)$, $e(t)$, $\tilde{\theta}_g(t)$, $\hat{\varepsilon}_f(t)$, $\hat{\varepsilon}_g(t)$, $\delta(t)$, $x(t)$ et $u(t)$ sont bornés. de plus $e(t)$ est intégrable carrée et $\dot{e}(t)$ est bornée. En outre par l'utilisation du lemme de Barbalat, on peut conclure la convergence asymptotique de $e(t)$.

4.3 Résultats de simulation

Dans cette partie, pour démontrer l'efficacité de la loi de commande adaptative indirecte floue, on va considérer le contrôle en poursuite d'un système du deuxième ordre, défini par la dynamique non linéaire suivante :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = f(x) + g(x)u$$

$$\text{Avec } f(x) = 1.5(1 - x_1^2)x_2 - x_1$$

$$g(x) = 1 + x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2$$

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système $y(t) = x_1(t)$ à suivre la trajectoire de référence, $y_d(t) = \sin(t)$.

Dans cette simulation, on va utiliser deux systèmes flous de la forme (1.10) pour approximer les fonctions inconnues $f(x)$ et $g(x)$. Les variables d'entrée des systèmes flous sont x_1 et x_2 . Pour chaque entrée des deux systèmes flous, en introduisant Cinq fonctions d'appartenance de forme Gaussienne définies comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_{F_i^1}(x_i) &= \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 2.8}{4}\right)^2\right\} \\ \mu_{F_i^2}(x_i) &= \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.5}{4}\right)^2\right\} \\ \mu_{F_i^3}(x_i) &= \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{4}\right)^2\right\} \\ \mu_{F_i^4}(x_i) &= \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.5}{4}\right)^2\right\} \\ \mu_{F_i^5}(x_i) &= \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 2.8}{4}\right)^2\right\}, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Les paramètres de synthèse du correcteur sont illustrés dans le tableau 4.1

Paramètres de synthèse	Valeurs numérique	Paramètres de synthèse	Valeurs numérique
P	[13 0.25 ; 0.25 0.525]	γ_f	20
Q	<i>Diag</i> (10,10)	γ_g	20
k	[20 ; 10]	η_f	0.001
$\theta_f(0)$	0	η_g	0.001
$\theta_g(0)$	0	ε_0	0.1
$\varepsilon_f(0)$	0	$x_1(0)$	0.5
$\varepsilon_g(0)$	0	$x_2(0)$	0
$\tau(0)$	0	σ_0	5
$\delta(0)$	1		

Tableau 4.1 Paramètres de synthèse du contrôleur

Pour démontrer les performances de la loi de commande proposée, on va effectuer deux simulation, la première est consacré dans le cas où $g(x) > 0$ (direction du gain de commande positive) et elle est représentée dans les figures(4.2 – 4.3 – 4.4), la deuxième est consacré dans le cas où $g(x) < 0$ (direction du gain de commande négative), dans ce cas l'équation du

gain de command devient $g(x) = -(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2)$, et elle est représentée dans les figures(4.5 – 4.6 – 4.7).

4.3.1. Premier cas ($g(x) > 0$)

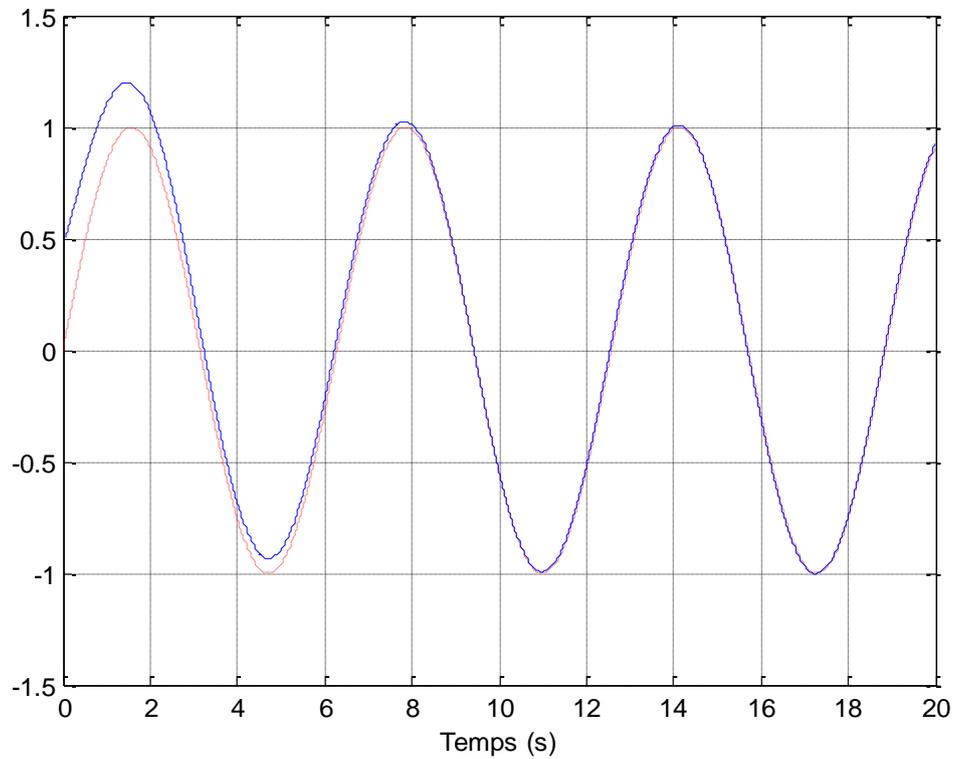


Figure 4.2 La variation de la sortie du système y

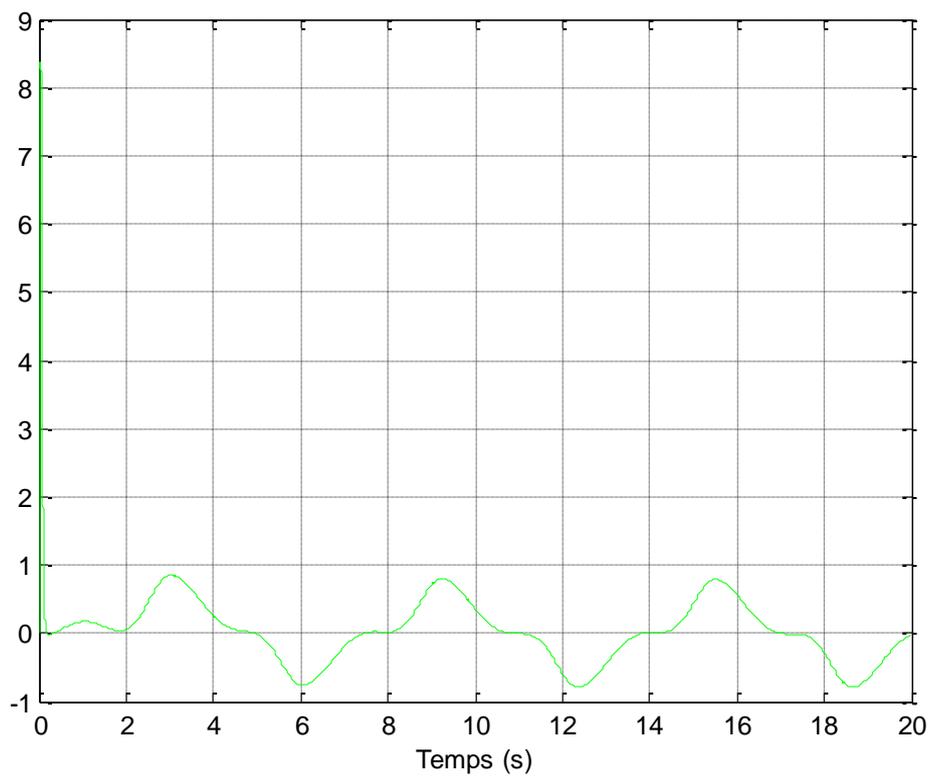


Figure 4.3 La variation de la commande appliquée au système

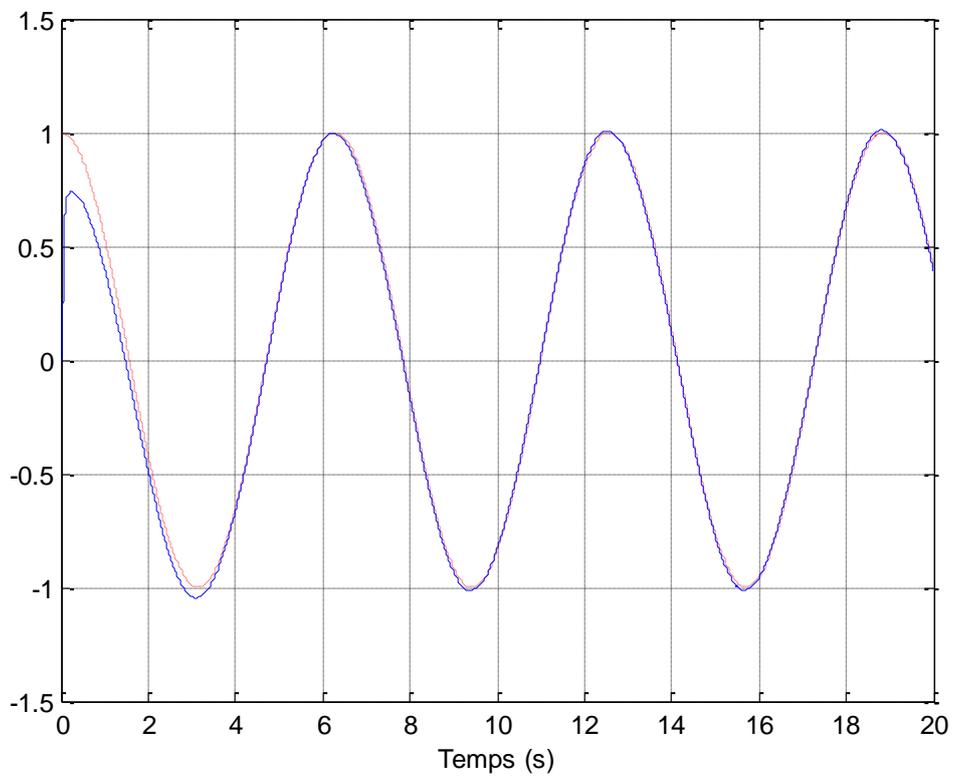


Figure 4.4 La variation de la sortie y

4.3.2 Deuxième cas ($g(x) < 0$)

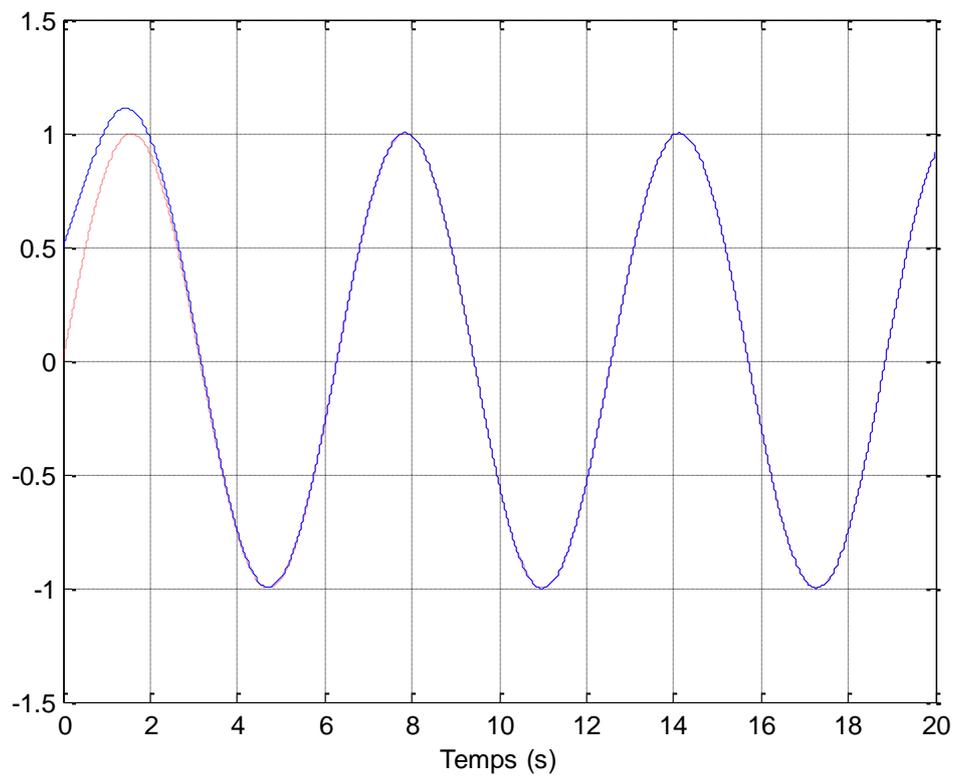


Figure 4.5 La variation de la sortie du système y

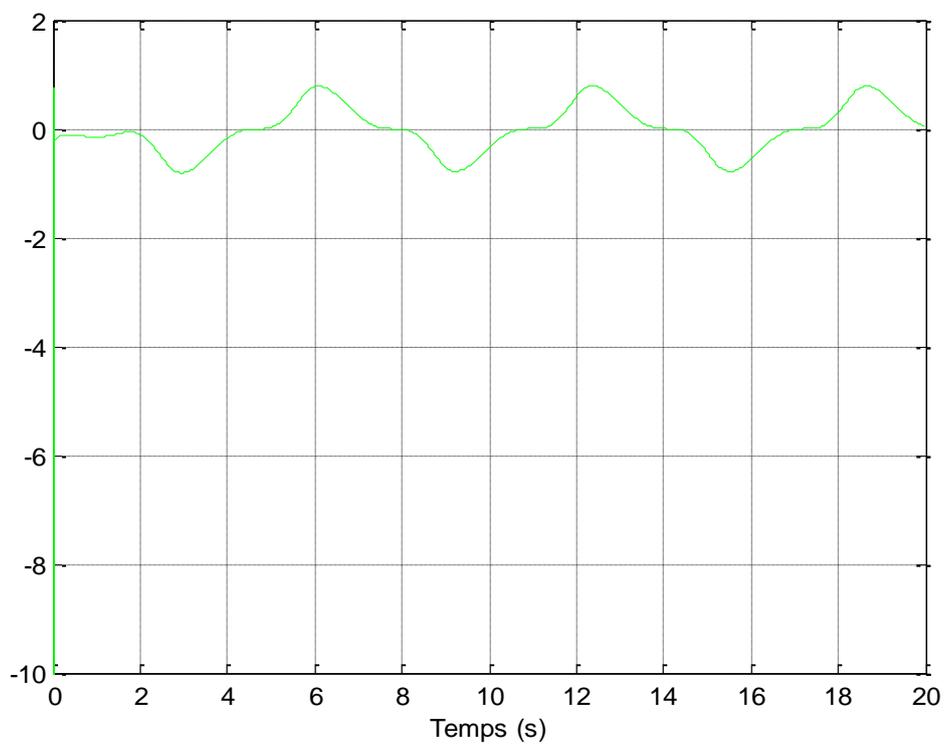


Figure 4.6 La variation de la commande appliquée au système

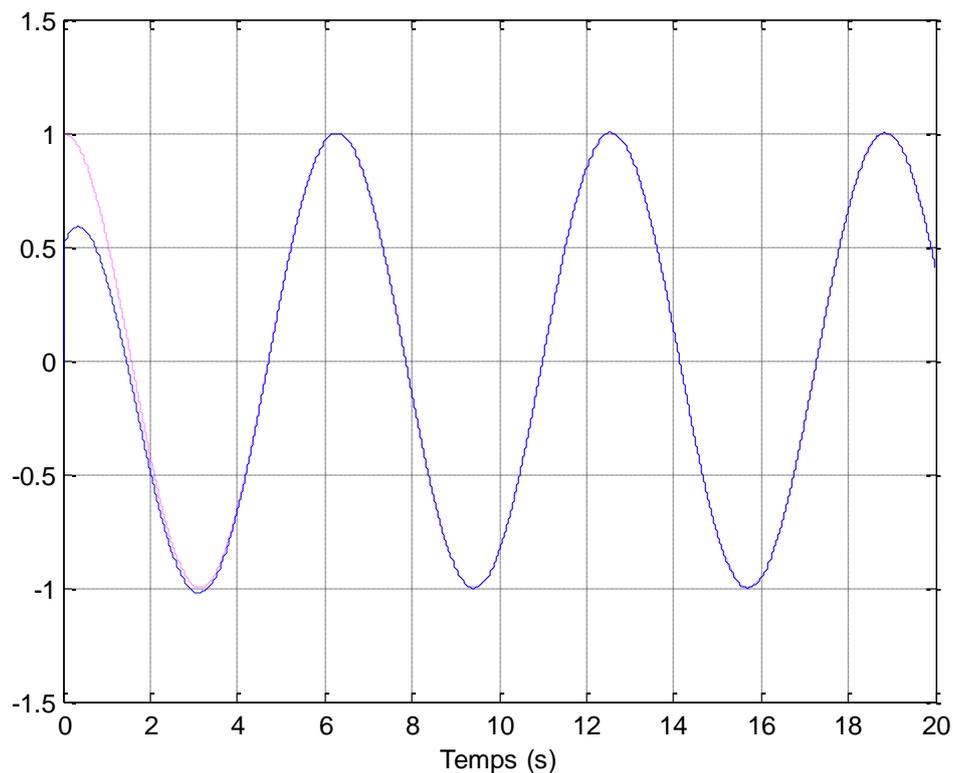


Figure 4.7 La variation de la sortie \dot{y}

Remarque 4.2

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposé (4.13), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative (4.14) qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dite de robustesse (4.15) est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe des systèmes non linéaires monovariables, sans connaître le signe du gain de commande. La loi de commande proposée est une somme de deux termes, un terme adaptative introduit pour compenser les non linéarités du système, et l'autre est un terme de robustesse évoqué pour diminuer les erreurs d'approximation et l'erreur due à l'utilisation de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse normal, de plus ce schéma de commande permet d'initialiser à zéro les lois d'adaptations tirées de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov. Cependant dans le deuxième chapitre le schéma de commande permet aussi l'initialisation par zéro des lois d'adaptation sauf la loi d'adaptation de la fonction estimée du gain de commande, ce problème est résolu dans ce chapitre par la modification de la loi d'adaptation de l'estimé du

gain de commande, de plus ce schéma de commande assure la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée, avec la convergence vers zéro de l'erreur de poursuite. Une simulation sur un système non linéaire du deuxième ordre montre l'efficacité du schéma de commande proposé.

Conclusion générale

Le développement d'un schéma de commande, doit assurer la stabilité et la robustesse, en présence de phénomènes perturbateurs de nature externe (influence de l'environnement), ou de nature interne (erreurs de modélisations ou approximations).

Dans ce travail, l'objectif de commande est la résolution d'un problème de suivi de trajectoire, alors forcer le système non linéaire à suivre une trajectoire de référence donnée, tout en assurant la convergence de l'erreur vers zéro, et garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour objectif de synthétiser une loi de commande adaptative floue indirecte et directe stable, pour une classe des systèmes non linéaires monovariables et multivariables. Cette loi de commande est la somme de deux termes, un terme adaptatif basé sur les systèmes flous et l'autre terme, dit de robustesse. Les lois d'adaptation sont tirées de l'étude de la stabilité par l'approche du Lyapunov. Après avoir présenté les systèmes flous, dans le premier chapitre avec les concepts de base, l'architecture d'un système flou, et le système flou de Takagi-Sugeno avec la notion d'approximation universelle qui possèdent ces systèmes.

Dans le deuxième chapitre nous avons développé une loi de commande adaptative indirecte et directe floue stable, pour une classe des systèmes non linéaires monovariables, dans un premier temps, une première approche pour le cas indirect consiste à approcher la loi de commande adaptative par deux systèmes flous de type Takagi-Sugeno, le problème de la division par zéro est corrigé par un algorithme de projection pour garder la loi de commande adaptative toujours définie, une loi de commande additive à la loi de commande adaptative pour assurer la robustesse du système par rapport aux erreurs d'approximation, malgré les bons résultats obtenus par cette première approche, mais, la connaissance des bornes des paramètres du gain de commande estimé sont souvent difficile, pour pallier ce problème, nous avons proposé une deuxième approche introduite pour remplacer l'algorithme de projection utilisé dans la première approche. Cette approche utilise dans la loi de commande adaptative un inverse régularisé du gain de commande estimé pour garantir que la loi de commande adaptative est toujours définie.

Dans le cas de la commande adaptative directe floue nous avons résolu le problème de l'apparition du gain de commande dans la loi d'adaptation des paramètres ajustable, par l'introduction dans un premier temps d'une loi de commande idéale qui nécessite la connaissance de la borne supérieure de la dérivée du gain de commande, alors l'approximation de cette loi de commande par un système flou. Cependant, cette loi de commande adaptative ne peut pas garantir indépendamment la robustesse du système face aux erreurs d'approximation. Donc nous avons ajouté un terme de commande supplémentaire à la loi de commande adaptative, afin de pallier ces erreurs. Le développement des lois de commandes et d'adaptations est inspiré de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov. Nous avons testé l'efficacité des lois de commande développées dans ce chapitre pour le cas indirect avec les deux approches proposées et dans le cas directe, par trois exemples de simulations effectués sur un pendule inversé.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé une loi de commande adaptative indirecte par les systèmes flous stable, pour une classe des systèmes non linéaires multivariables. Cette loi de commande est capable de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire de référence donnée, au début la construction d'une loi de commande adaptative seule ne permet pas de garantir la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro, dans la présence des erreurs d'approximation. Nous sommes arrivés à la résolution de ce problème par l'utilisation d'une commande supplémentaire de robustesse. Alors la loi de commande générale devient un ensemble de deux commandes. La première est adaptative par les systèmes flous pour compenser les non linéarités du système et l'autre de robustesse pour pallier au problème des erreurs d'approximation. Le problème de la singularité de la matrice du gain de commande estimée par les systèmes flous est résolu par l'introduction de l'inverse matricielle régularisé, pour garantir que la loi de commande adaptative est toujours définie. Nous avons testé l'efficacité de la loi de commande développée dans ce chapitre par un exemple de simulation effectué sur le modelé dynamique d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté.

Dans le quatrième chapitre, nous avons développé une loi de commande adaptative indirecte floue stable pour une classe des systèmes non linéaire monovariante. Dans cette section nous avons supposé que la loi de commande est la somme de deux termes: un terme adaptatif et un terme de robustesse pour garantir la convergence de l'erreurs de poursuite vers zéro dans la présence des erreurs d'approximation. Comme nous avons supposé que le signe du gain de commande est inconnu, contrairement au chapitre 2, où le gain de commande est supposé du signe connu. Pour cela, la solution que nous avons proposée est d'introduire la notion du gain

de Nussbaum. De plus, la loi d'adaptation du gain de commande estimé est initialisée par zéro, à cause de la modification dans la loi de commande adaptative, et on voit bien que le schéma développé dans cette section ne nécessite pas la connaissance du modèle du système. Nous avons testé l'efficacité de la loi de commande développée dans ce chapitre par un exemple de simulation effectué sur le modèle dynamique d'un système du deuxième ordre.

En somme, nous pouvons dire qu'à partir de notre modeste travail de recherche, plusieurs idées et propositions sont à l'horizon afin de mieux cerner et expliquer nos travaux éventuels.

BIBLIOGRAPHIE

[Boukezzoula-98]

Boukezzoula R., Galichet S., Foulloy L., “Apprentissage de lois de commande floues pour des systèmes non linéaires (synthèse directe et indirecte)”, *Actes des rencontres francophones sur la logique floue et ses applications*, pp. 19-27, Rennes, France, 1998.

[Boulkroune-10]

Boulkroune, A., Tadjine, M., M’Saad, M., and Farza, M. “Fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear systems with known and unknown control direction”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 161, pp. 797-820, 2010.

[Buhler-94]

H. Buhler, *Le réglage par logique floue. Polytechniques Rommandes*, 1994.

[Chang-99]

Chang W., Joo Y.H., Park J.B. and Chen G., “Robust Fuzzy Model Based Controller for Uncertain Systems”, Proc. of the IEEE Conf. on Fuzzy Systems, pp. 486-491, Séoul, Corée du sud, 1999.

[Chang-00]

C.Y. Chang, “Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches”, *Automatica*, vol. 36, pp.1535-1545, 2000.

[Chang-01]

Chang W, “Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and H^∞ approaches”, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, pp. 278-292, 2001.

[Chekireb-03]

H. Chekireb, M. Tadjine and D. Bouchaffra, “Direct adaptive fuzzy control of nonlinear system class with applications”, *Control and Intelligent Systems*, vol. 31, no. 2, 2003.

[Chen-96]

Chen B.S., Lee C.H. and Chang Y.C., “ H_∞ Tracking Design of Uncertain Nonlinear SISO Systems: Adaptive Fuzzy Approach”, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 4, No. 1, pp. 32-43, February 1996.

[Chen-10]

Chen, W., and Zhang, Z. “Globally stable adaptive backstepping fuzzy control for output- feedback systems with unknown high-frequency gain”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 161, pp. 821-836, 2010.

[Cheng-99]

Y.-M. Cheng, B.-S. Chen, and F.-Y. Chiau, "Adaptive wavelet network control design for nonlinear systems", *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC (A)*, vol. 22, no. 6, pp. 786-799, 1999.

[Essounbouli-06]

Essounbouli, N., and Hamzaoui, A, "Direct and indirect robust adaptive fuzzy controller for a class of nonlinear systems", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 4 no. 2, pp. 146-154, 2006.

[Fossard-93]

"Systèmes non linéaires. Tome 3: Commande", Ouvrage collectif réalisé dans le cadre du groupe non linéaire DRET/ AFCET, coordonné par Frossard A.J. et Normand-Cyrot D., Eds Masson, 1993.

[Ge-04]

Ge, S. S., Hong, F., and Lee, T. S."Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients", *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, vol. 34, no. 1, pp. 499-516, 2004.

[Golea-03]

N. Golea, A. Golea, and K. Benmahammed, "Stable indirect fuzzy adaptive control", *Fuzzy sets and Systems*, vol. 137, pp. 353-366, 2003.

[Heniche-97]

M.M. Heniche, Sur l'utilisation des réseaux de neurones artificiels et des systèmes flous pour la linéarisation et la commande de processus chimique non linéaire, Thèse de magister, ENP, 1997.

[Ioannou-96]

Ioannou, P. A., and Sun, J, *Robuste adaptive control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.

[Isidori-89]

Isidori A., *Nonlinear Control System*. New York, Springer Verlag Berlin, 1989.

[Jang-93]

J.R. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE Trans Syst Man, Cybern.* vol. 23, no. 3, pp. 665-685, 1993.

[Jang-95]

J.S.R. Jang and C.T. Sun, "Neuro-Fuzzy modeling and control," *Proc. IEEE*, vol. 83, no. 3, pp. 378-406, Mar. 1995.

[Jin-95]

Jin L., Nikiforuk P.N. and Gupta M.M., "Fast Neural Learning and Control of Discrete- Time Nonlinear Systems", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 25, no. 3, March 1995.

[Khalil-96]

H.K. Khalil, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 2, pp. 177-188, Feb. 1996.

[Kokotovic-01]

P.Kokotovic and M. Arkac, "Constructive nonlinear control: a historical Perspective", *Automatica*, vol. 37, pp. 673-662, 2001.

[Kosko-92]

Kosko B., "Fuzzy Systems as Universal Approximator", *Proc. of the IEEE Conf. on Fuzzy Systems*, pp. 1153-1162, San Diego, USA, 1992.

[Krstic-95]

Krstic M., Kanellakopoulos I. and Kokotovic P., "Nonlinear and Adaptive Control Design", *John Wiley and Sons Inc.*, 1995.

[Labioud-98]

S. Labiod, "Commande adaptative par systèmes flous: application aux robots manipulateurs, Thèse de Magister, ENP, 1998.

[Labioud-05]

Labioud, S., Boucherit, M. S., and Guerra, T. M, "Adaptive Fuzzy Control of class of MIMO nonlinear systems", *Fuzzy sets and Systems*, vol. 151 no. 1, pp. 59-77, 2005.

[Labioud-06]

Labioud, S., and Boucherit, M. S, "Indirect fuzzy adaptive control of a class of SISO nonlinear systems", *Arabian Journal for science and engineering*, vol. 31 no. 1B, pp. 61-74, 2006.

[Li-03]

H.-Li and S. Tong, "A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO systems", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol.11, no. 1, pp. 24-34, Feb 2003.

[Liu-06]

Liu, L., and Huang, J."Global robust stabilization of cascade-connected systems with dynamic uncertainties without knowing the control direction", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, pp. 1693-1699, 2006.

[Liu-08]

Liu, L., and Huang, J. "Global robuste output regulation of lower triangular systems with unknown control direction", *Automatica*, vol. 44, pp. 1278-1284, 2008.

[Ma-98]

Ma X.J., Sun Z.Q. et He Y.Y., "Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 41-51, February 1998.

[Mamdani-74]

Mamdani E.H., "Application of Fuzzy Algorithms for Control of a simple Dynamic Plant", *Proc. of the IEE Control and Science*, vol. 121, no. 12, pp. 1585-1588, 1974.

[Mamdani-75]

Mamdani E.H. and Assilian S., "An experiment in Linguistic Synthesis with a fuzzy logic Controller", *Int. Journal of Man-Machines Studies*, 7, pp. 1-13, 1975.

[Mamdani-76]

Mamdani E.H., "Advances in the Linguistic of Fuzzy Controllers", *Int. Journal of Man- Machines Studies*, 8, pp. 669-678, 1975.

[Mendel-95]

J. M. Mendel, "Fuzzy systems for engineering: A tutorial", *Proc. IEEE*, vol. 83, no. 3, pp. 347-377, Mar 1995.

[Nussbaum-83]

Nussbaum, R. D. "Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control", *Systems and Control Letters*, vol. 3, pp. 243-246, 1983.

[Ordonez-99]

Ordonez R., and Passino K.M. "Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 345-353, 1999.

[Passino-98]

K.M. Passino and S. Yurkovich, *Fuzzy Control*. Addison-Wesley Longman Inc., 1998.

[Sastry-89]

Sastry S. and Bodson M. "Adaptive Control, Stability, Convergence and Robustness" *Prentice-Hall, Inc.*, 1989.

[Slotine-91]

Slotine J.J. and Li W. "Applied Nonlinear Control", *Prentice-Hall. Inc.*, 1991.

[Spooner-96]

Spooner J.T., Passino K.M., “Stable Adaptive Control Using Fuzzy Systems and Neural Networks”, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 339-359, August 1996.

[Takagi-83]

Takagi T., Sugeno M., “Derivation of Fuzzy Control Rules From Human Operator’s Control Actions”, *Proc. of the IFAC Symposium on Fuzzy Information*, pp. 55-60, Merseille, France, 1983.

[Takagi-85]

Takagi T. and Sugeno M. “Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control”, *IEEE Trans. on Syst. Man and Cybernetics*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.

[Tong-00]

S. Tong, j. Tang, and T. Wang, “Fuzzy adaptive control of multivariable nonlinear systems”, *Fuzzy Sets and systems*, vol. 111, pp. 153-167, 2000.

[Tong-02]

S. Tong and H.-X. Li, “Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 11, no. 5, pp. 354-360, June 2003.

[Tong-03]

S. Tong and H.-X. Li, “Fuzzy adaptive sliding-mode control for MIMO nonlinear systems”, *IEEE Trans Fuzzy Syst.*, vol. 11, no. 5, pp. 354-360, June 2003.

[Wang-92-a]

Wang L.X. and Mendel J.M. “Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least-Squares Learning”, *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.

[Wang-92-b]

Wang L.X., “Fuzzy Systems are Universal Approximator”, *Proc. of the IEEE Conf. on Fuzzy Systems, SanDiego*, pp. 1163-1170, 1992.

[Wang-92c]

Wang L.X., “Stable adaptive Fuzzy control of nonlinear systems”, *Proc. 31st Conf. Dec. Contr.*, pp. 807-814, 1992.

[Wang-93]

Wang L.X., “Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems”, *IEEE, Trans. On Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 146-155, May 1993.

[Wang-94]

Wang L.X., “Adaptive Fuzzy Systems and Control”, *Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall*, 1994.

[Wang-96]

Wang H.O., Tanaka K. and Griffin M.F. "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, February 1996.

[Ye-98]

Ye, X., and Jiang, J. "Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control direction", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, pp. 1617-1621, 1998.

[Yin-95]

Yin T.K., Lee C.S.G., "Fuzzy Model-Reference Adaptive Control", *IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 25, no. 12, pp. 1606-1615, December 1995.

[Zadeh-65]

Zadeh, L. Fuzzy sets. *Information and Control*, vol. 8 no. 3, pp. 338-353, 1965.

[Zhang-07]

Zhang, T. P., and Ge, S. S."Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs", *Automatica*, vol. 43, pp. 1021-1033, 2007.