

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE
LABORATOIRE HYPERFREQUENCES ET
SEMICONDUCTEURS



MEMOIRE

Présenté Pour L'obtention Du Diplôme De
Magister En Electronique Option: OPTIQUE

THEME

Étude Et Simulation D'un Capteur De Pression Capacitif Au Silicium

Par : Merabet Khallil

Soutenu le .../... /2010 devant la commission d'examen :

Pro. Benghalia Abdelmadjid	Président	Université de Constantine.
Pro. Chaabi Abdelhafid	Rapporteur	Université de Constantine.
Pro. Riabi M ^{ed} Lahdi	Examineur	Université de Constantine.
M.C Kerrour Fouad	Examineur	Université de Constantine.

Remerciements

Je tiens tout d'abord remercier en premier lieu, le Dieu, le Tout Puissant, de m'avoir donné autant de courage, de patience et de volonté pour atteindre ce but.

D'autre part, ce travail ne pouvait aboutir sans l'aide et de l'encouragement que j'avais reçu de la part de plusieurs personnes. J'exprime mes vifs remerciements à mon Directeur de Thèse, **Mr. CHAABI ABDELHAFID**, professeur à l'Université de Constantine dont les directives, les conseils et les remarques pertinentes m'ont guidé tout au long de cette recherche.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur le professeur, **Benghalia Abdelmadjid**, Directeur du Laboratoire Hyperfréquences et Semiconducteurs, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de mon jury et pour tout l'intérêt qu'il porte à mon travail.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur **Riabi Mohamed Lahdi**, professeur à l'Université de Constantine, pour avoir accepté d'examiner ce mémoire de magister et pour tout l'intérêt qu'il porte à mon travail.

J'exprime mes vifs remerciements à Mr. **Kerrour Fouad**, Maître de conférences à l'université de Constantine, pour m'avoir offert tout l'aide nécessaire pour réussir mon sujet de recherche, et ma vive gratitude pour son assistance précieuse et le suivi constant de ce travail, et d'avoir accepté de juger ce travail.

Ma vive gratitude à toute l'équipe du laboratoire Hyperfréquences et Semiconducteurs, et je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de cette mémoire.

Sommaire

Introduction générale.....	01
----------------------------	----

Chapitre 1 : ETAT DE L'ART

I.1 Introduction.....	03
I.2 Description d'un capteur de pression.....	03
I.3 Etat de l'art des capteurs de pression capacitif au silicium	05
I.4 Etapes de réalisation des capteurs de pression capacitifs.....	07
I.5 Conclusion.....	10

Chapitre 2 : ETUDE DU COMPORTEMENT

MECANIQUE DE LA MEMBRANE.

II.1 Introduction.....	11
II.2 Propriétés mécaniques du Silicium	11
II.2.1 Tenseur des contraintes	11
II.2.2 Tenseur des déformations	12
II.2.3 Tenseurs d'élasticité - loi de Hooke	13
II.3 Etude de la déflexion dans le cas petites déformations ($w \ll h$).....	14
II.3.1 Membrane de forme carrée ou rectangulaire.....	14
II.3.2 Membrane de forme circulaire.....	17
II.3.3 Résultats et discussions.....	18
II.4 Etude de la déflexion dans le cas grandes déformations ($w \approx h$).....	20
II.4.1 Membrane de forme carrée ou rectangulaire.....	20
II.4.2 Membrane de forme circulaire.....	22
II.4.3 Résultats et discussions.....	23
II.5 Conclusion.....	30

**Chapitre 3 : ETUDE D'UN CAPTEUR DE PRESSION
CAPACITIF.**

III.1 Introduction.....	31
III.2 Principe de fonctionnement d'un capteur de pression capacitif.....	31
III.3 Modélisation du capteur de pression capacitif.....	32
III.4 résultats et discussions.....	35
III.4.1 Capacité au repos.....	35
III.4.2 Réponse de capacité dans le cas petites déformations.....	37
III.4.3 Réponse de capacité dans le cas grandes déformations.....	41
III.5 Analyse comparative.....	48
III.5.1 Intervalle de validation des hypothèses.....	48
III.5.2 Effet de modèle utilisé	50
III.5.3 Effet de forme de la membrane.....	50
III.5.4 Effet des coefficients d'élasticités.....	51
III.6 Analyse du capteur de pression capacitif par simulateur SPICE	53
III.6.1 Présentation du simulateur SPICE.....	53
III.6.2 Modélisation comportementale.....	53
III.6.3 Résultats de simulation.....	54
III.7 Conclusion.....	57
Conclusion générale.....	58
Liste des références bibliographiques	60

Introduction Générale

Les capteurs sont largement utilisés dans plusieurs domaines (santé, automobile, électromagnétisme, ...), et sont employés dans la vie de tous les jours pour transformer des événements mécaniques, chimiques ou thermiques en signal électrique [1-5]. Ils sont utilisés comme systèmes de détections de grandeur physiques qui relèvent la technologie microélectronique, et plus particulièrement celle du silicium, et offrent des avantages techniques et économiques [6, 7]. Les détections piézorésistive et capacitive sont parmi les principes de détection les plus utilisées.

Les capteurs piézorésistifs forment la majorité des capteurs de pression disponibles sur le marché. Ces composants sont extrêmement sensibles à la température et ne peuvent fonctionner correctement sans l'addition de circuits de compensation onéreux [8-13], c'est pourquoi, depuis plusieurs années, les recherches s'orientent vers les capteurs de pression capacitifs, qui sont caractérisés par une grande sensibilité à la pression, une fabrication en grande série, une petite taille, une faible consommation et une connexion facile avec les circuits intégrés MOS [13 -16].

Comme le processus de fabrication de ces capteurs est très onéreux, nous entamons notre étude par une simulation de ces dispositifs afin de déterminer l'effet de l'influence de chaque paramètre sur leur réponse. Ceci nous permet d'optimisation leur réponse en vue de réaliser des microcapteurs de hautes performances.

Notre travail s'insère dans ce cadre, puisqu'il consiste en l'étude du comportement mécanique de capteurs de pression capacitifs au silicium dans les cas des petites et des grandes déformations.

Les travaux effectués dans ce mémoire sont synthétisés comme suit :

Le premier chapitre consiste en une étude des capteurs de pression, en décrivant leurs performances, leur technique de conception et de fabrication.

Dans le **deuxième chapitre**, nous commençons par la description de la structure du capteur étudié. Puis nous étudions la déflexion statique d'une membrane fine au silicium parfaitement encastrée aux bords, de formes carrée, rectangulaire et circulaire, soumise à une pression uniforme et constante dans les cas des faibles et des grandes déformations, afin de déterminer les performances du capteur et de l'intervalle de la validité des modèles établis.

Dans le **troisième chapitre**, nous étudions le capteur de pression capacitif qui est composé de la micro membrane au silicium, décrite précédemment, constituant l'armature mobile et d'un substrat isolant en verre (pyrex) représentant l'électrode fixe. Les deux armatures sont collées par soudure anodique créant une cavité entre eux. Nous analysons la réponse du capteur et sa sensibilité à la pression en fonction de la pression appliquée. Ceci nous permet de déterminer les effets des paramètres d'influence (la forme de la membrane, la surface de la membrane, l'épaisseur de la membrane, et la distance inter électrodes) sur ses performances.

Finalement, nous présentons une analyse du capteur de pression capacitif dans un milieu électrique, nous utilisons la modélisation comportementale du circuit électrique équivalent du ce capteur en utilisant logiciel **SPICE**. Cette simulation nous a permis d'évaluer ses performances dans un environnement électrique.

Chapitre I
ETAT DE L'ART

I.1 Introduction

Parmi les capteurs les plus usuels (température, pression et accélération), les capteurs de pression connaissent, depuis les années 80 un essor de plus en plus important [13]. Qui est surtout ressenti depuis le développement des capteurs miniatures sur silicium, exploitant les techniques microélectroniques.

Au cours de ces dernières années, l'automatisation, le contrôle et la surveillance de la plupart des processus ont induit un besoin croissant en capteurs. En effet, dans la plupart des applications, le manque de capteurs adéquats et d'actionneurs pour coupler l'Electronique de contrôle avec l'environnement extérieur est le principal problème dans le développement de nouveaux systèmes. Des recherches, mettant à profit les progrès de la microélectronique et d'autres techniques compatibles [12], ont permis d'une part de réaliser, à faible coût, des capteurs et des actionneurs miniaturisés et de hautes performances, et d'autre part d'élargir le spectre d'utilisation des capteurs.

I.2 Description d'un capteur de pression

Le capteur, premier élément d'une chaîne de mesure à pour fonction essentielle de traduire une grandeur physique, en une autre grandeur généralement électrique. C'est est un dispositif chargé de prélever une grandeur physique à mesurer et de la transformer en une grandeur exploitable (figure 1.1). Par exemple un manomètre [7] est un capteur de pression, dont la sortie est une tension électrique dépendant de la pression, et un thermocouple est un capteur de température, dont la sortie est une tension électrique dépendant de la température. Le mesurande qui est la grandeur physique à mesurer n'est pas directement utilisable. Elle constitue le signal d'entrée du capteur. La grandeur exploitable est souvent de nature électrique, elle constitue le signal de sortie ou la réponse du capteur.

Le capteur de pression est un système constitué de deux parties : une partie détection que l'on peut appeler « cellule sensible » et une partie traitement de l'information par l'intermédiaire d'un circuit électronique que l'on peut appeler « circuit électronique de traitement » ou encore « circuit convertisseur ». La partie détection, est quant à elle, constituée d'un « corps d'épreuve » et d'un « transducteur » qui transforme la déformation de ce corps d'épreuve en une grandeur physique, la plupart du temps électrique [13].

Un capteur de pression peut donc être représenté par le schéma de la figure suivante :

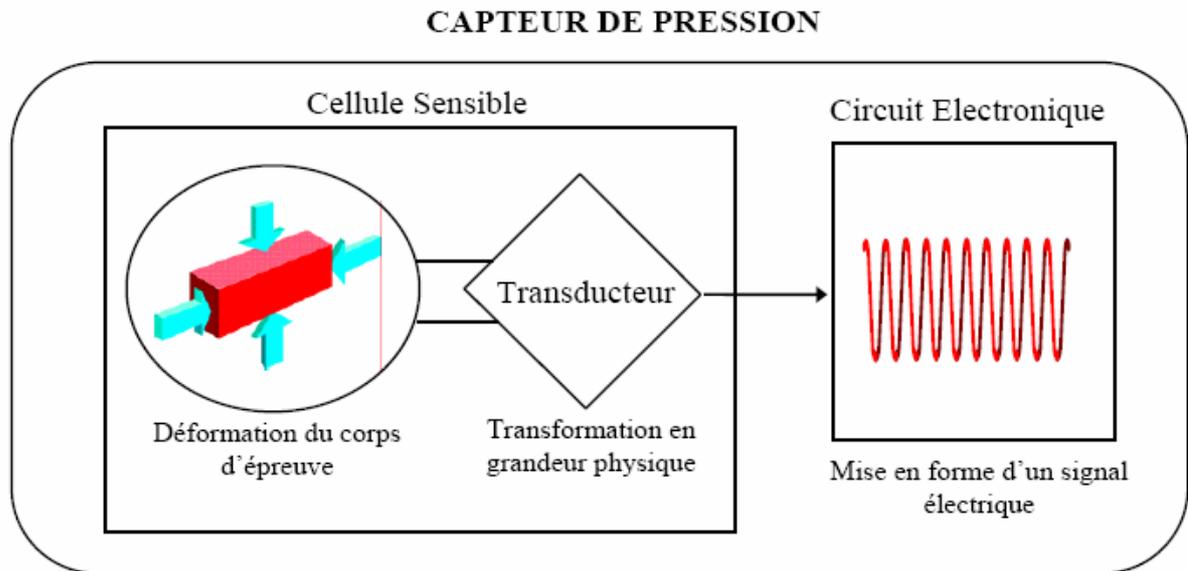


Fig 1.1 : Schéma synoptique d'un capteur de pression.

La figure 1.1 constitue trois blocs essentiels:

- ✚ Un corps d'épreuve.
- ✚ Un élément de transduction ou élément sensible ou transducteur.
- ✚ Module électronique de conditionnement ou circuit électronique.

Le corps d'épreuve est l'élément mécanique qui, soumis aux variations de la grandeur à mesurer (mesurande), a pour rôle de la transformer en une grandeur physique mesurable. Pour les capteurs de pression cette grandeur est généralement une déformation. Les corps d'épreuve les plus utilisés sont les plaques, les poutres et les membranes.

A partir des années 70, les nouveaux capteurs sont basés soit sur la déformation d'un substrat, soit sur celle d'une membrane de silicium qui, de nos jours, est le corps d'épreuve le plus répandu [13]

Le transducteur est l'élément sensible qui, lié au corps d'épreuve, traduit les réactions de ce dernier en signal électrique. Pour effectuer la mesure de la pression, on a vu qu'il fallait convertir la déformation du corps d'épreuve en une grandeur physique.

Il existe plusieurs techniques pour mesurer un déplacement, une déformation ou une force. La plupart des grandeurs de sortie sont d'ailleurs de type électrique.

Depuis des années 80, la majeure partie des nouvelles cellules sensibles disponibles sur le marché, est basée sur le principe de détection de type piézorésistif. Cela signifie que la détection de la pression se fait par la mesure d'une variation de résistance [9]. Ces composants sont extrêmement sensibles à la température et nécessitent un circuit de compensation spécifique. C'est pourquoi, des efforts de recherche ont été effectués sur des structures capacitives dont les avantages potentiels sont une grande sensibilité à la pression et une faible sensibilité à la température [19]. Le principe de détection de ces structures capacitives est basé sur la variation d'une capacité.

Le module électronique est le module de traitement du signal en vue d'une éventuelle exploitation [13]. Comme nous l'avons vu dans la définition d'un capteur, le circuit de traitement sert à mettre en forme un signal électrique transportant l'information donnée par le transducteur. Autrement dit, ce signal doit être l'image de la déformation du corps d'épreuve et par suite, de la pression.

Le capteur est construit pour exploiter une propriété de la matière, décrite par une loi physique, permettant de connaître la correspondance entre la grandeur électrique à la sortie du capteur et la grandeur physique à mesurer [7]. Par exemple, pour mesurer une pression, une loi physique permet de calculer la pression à partir de la mesure de la résistance du capteur. Le capteur doit avoir les caractéristiques suivantes [7] :

- Une bonne linéarité.
- Une grande étendue de mesure.
- Une très bonne sensibilité au mesurande.
- Une insensibilité aux grandeurs d'influence.

I.3 Etat de l'art des capteurs de pression capacitif au silicium

Malgré leurs défauts, les capteurs de pression au silicium restent parmi les microsystèmes les plus vendus dans le monde. Ceci est lié d'une part aux différentes techniques qui ont été développées pour corriger leurs défauts tels que les dérives thermiques et d'autre part à la simplicité de mise en oeuvre de ce type de détection. [7, 18].

Plusieurs travaux de recherches ont été effectués afin d'améliorer leurs performances et de les adapter aux nouvelles exigences industrielles. On cite, dans ce qui suit, quelques travaux de recherche sur les capteurs de pression capacitifs, depuis les deux dernières décennies :

❖ En **1982**, les travaux de Wise [1] ont été effectués afin d'optimiser les performances des capteurs de pression au silicium. Il a déterminé la déflexion de la membrane en fonction de la température, par la méthode des différences finies, sans tenir compte des autres dimensions du capteur et en supposant que les coefficients de dilatation thermique du silicium et du pyrex sont constants. Il en a déduit la sensibilité thermique du capteur de pression capacitif dans un intervalle réduit de température -30 à 70 °C.

❖ En **1985**, Benmoussa [2] a réalisé et conçu un capteur de pression capacitif à partir d'un processus technologique de fabrication des transistors MOS. Il a déterminé la réponse de membrane fine de silicium encastrée totalement soumise à une pression uniforme et constant.

❖ Blasquez [9] a effectué une étude de la réponse en régime statique des capteurs de pression capacitifs dont l'élément sensible est une membrane rectangulaire ou carrée de silicium dans l'hypothèse des faibles déformations. Il a montré les limites des capteurs de pression capacitifs et leurs aptitudes, ils ont caractérisés par une haute sensibilité à la pression, une remarquable basse sensibilité à la température et peuvent fonctionner dans des gammes de température assez élevées.

❖ en **1991**, dans les travaux de Kudoh [14], un capteur de pression capacitif d'une nouvelle génération implantant avec un circuit intégré CMOS a été développé. Tel que le circuit électronique est un convertisseur Capacité - Fréquence dont la fréquence d'oscillation change en fonction de la capacité.

❖ En **1995**, Elgamel [4] a simulé les performances du capteur de pression capacitif due à la pression constante et uniforme et aux variations de température. Il a été présenté une technique simple et efficace, capable de représenter la relation entre la déflexion de la membrane et le changement de la capacité avec une pression statique et uniforme. Malheureusement, nous n'avons vu pas le comportement thermique dans ce travail, Il a été étudié ce modèle à température ambiante et constante.

❖ Dans les travaux de Eaton [26] effectués en **2000**, une application des micros capteurs de pression capacitifs a été développé. Il a présenté une solution analytique d'une membrane circulaire pour les grandes perturbations. Les résultats obtenus ont permis la

validation des résultats expérimentaux ainsi que des modèles de simulation établis par la méthode des éléments finis.

Malgré l'évolution croissante du domaine des micros capteurs, des microsystèmes et l'avènement des capteurs intelligents « smart sensor », l'étude et la modélisation élémentaire des capteurs de pression restent toujours d'actualité. C'est pourquoi de nombreux travaux sont en cours afin de les optimiser et d'améliorer leurs performances.

En **2005**, Les travaux d'Al-bahri [28] consistaient en la détermination de l'influence de la température sur le comportement statique et dynamique du capteur de pression capacitif réalisé à partir de la filière silicium/verre, dans une large gamme de température (-20°C à +150°C) et pour différentes caractéristiques géométriques.

De récentes études ayant pour objet de corriger la non linéarité d'un capteur de pression, en utilisant une nouvelle technique de fabrication, ont été menées par Qing [31] en **2007**. Dans le domaine des hautes températures et en vue d'une application dans un environnement rude, Li [29] a mis au point un capteur capacitif interdigital à jauges de contraintes. Le capteur de pression capacitif à jauges de contraintes inter digitées opère en développant une capacité entre les différents conducteurs inter digités. Les travaux de Chen [8] en **2008** ont été concentrés sur la conception structurelle et l'optimisation de la micro capteur de pression pour améliorer la sensibilité et la linéarité pour l'optimisation des paramètres du capteur de pression.

A partir de ces travaux, il en ressort qu'il y a certaines problèmes qui subsistent dans l'étude des capteurs de pression capacitifs, et que leur domaine d'application suscite toujours l'intérêt des chercheurs, qui veulent aboutir à des dispositifs de plus en plus performants.

I.4 Etapes de réalisation des capteurs de pression capacitifs

Le capteur de pression capacitif est constitué principalement de deux armatures dont l'une est fixe déposée au fond d'une cavité creusée sur un substrat et l'autre est déformable appelée «membrane» [17, 36]. Le schéma synoptique des étapes de fabrication est donné par la figure1.2. Le matériau utilisé pour l'armature déformable est le silicium compte tenu de son excellent comportement mécanique et de son micro usinage précis [27- 28]. Le support rigide est du Pyrex de type borosilicate qui d'une part est très résistant et d'autre part possède un coefficient de dilatation voisin de celui du silicium [28].

Le schéma synoptique des étapes de fabrication est donné sur la figure suivante :

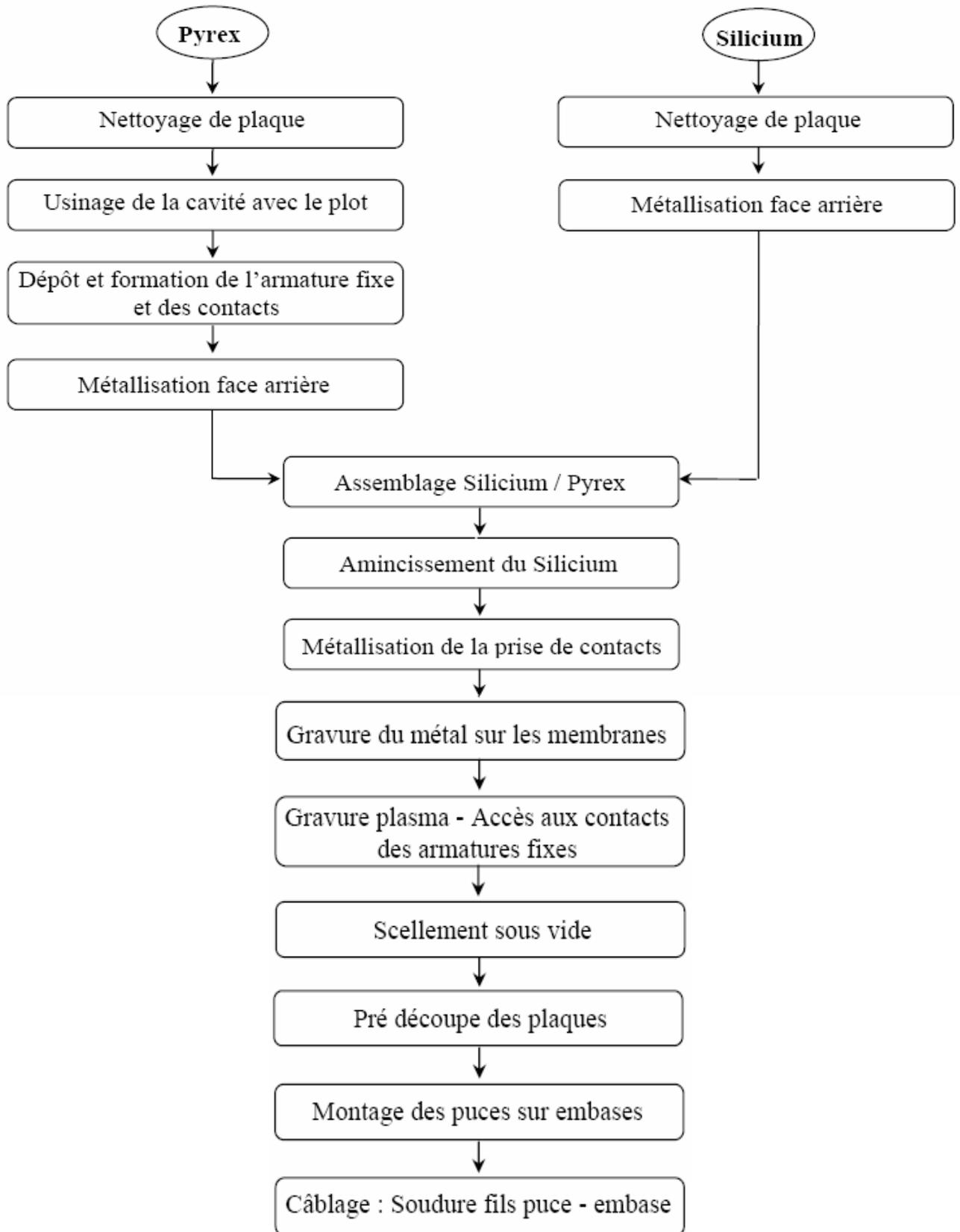


Figure 1.2 : Schéma synoptique des processus de réalisation des cellules sensibles capacitives [28].

Comme un titre d'exemple, on représente les différentes structures de capteurs de pressions capacitives étudiées (figure 1.3), ainsi que le capteur dans son boîtier figure 1.4.

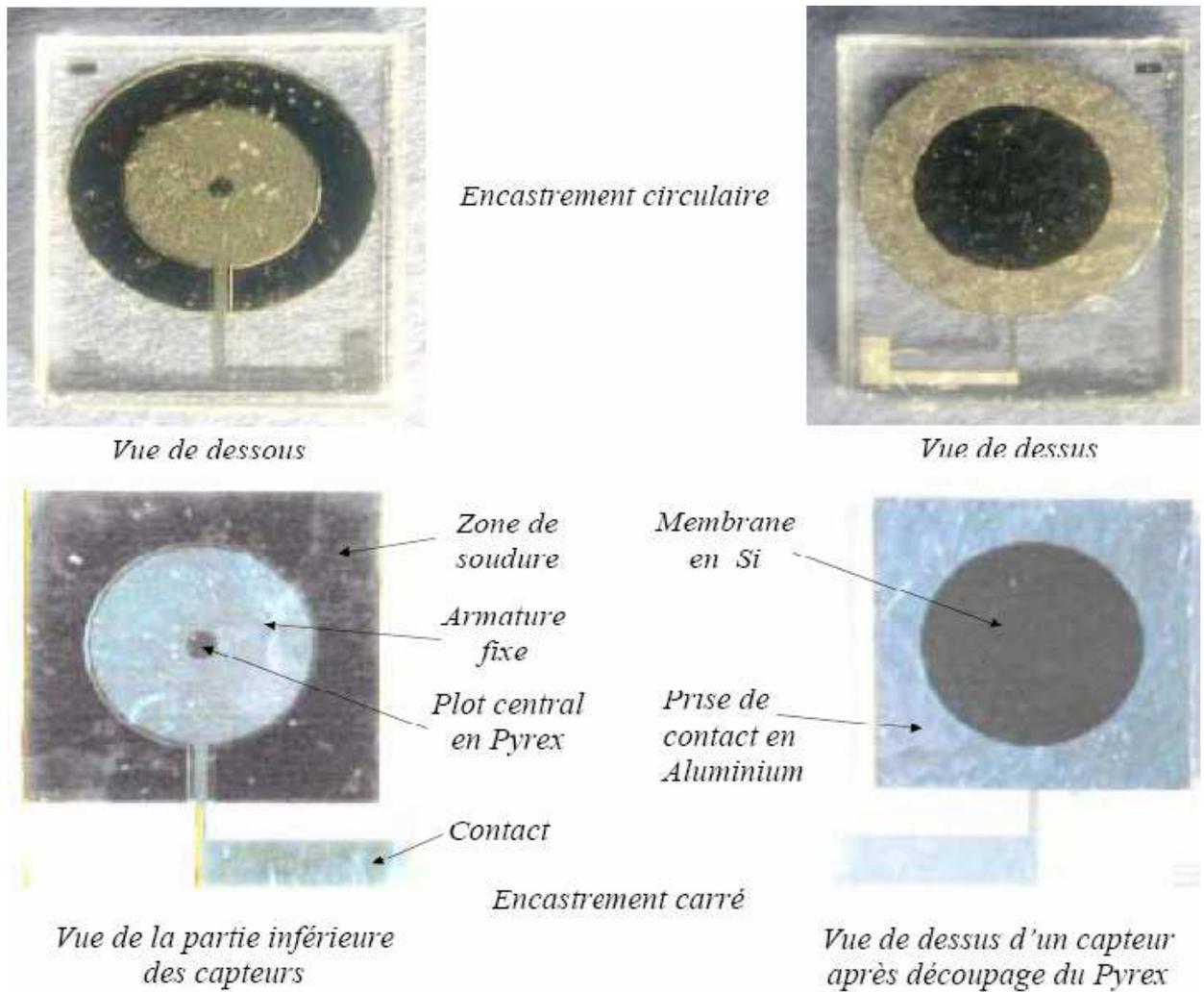


Figure 1.3 : Vue de dessous et de dessus des différentes structures réalisées [28].

Les cellules sont montées sur des embases comme montre la photographie de la Figure 1.4.

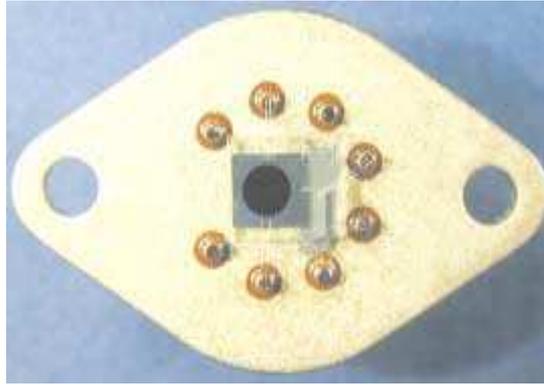


Figure 1.4 : Photographie de la cellule sensible réalisée au LAAS montée sur une embase [28].

I.5 Conclusion

Ce chapitre est un état de l'art sur les capteurs de pression capacitifs. Au début, nous avons présenté des généralités sur ces capteurs de pression et l'amélioration de leurs performances, ainsi leurs technologies de conception et de fabrication. Donc, l'étude des capteurs de pression capacitifs demande la connaissance du comportement mécanique du corps d'épreuve en fonction de la pression, qui sera étudié dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

***ETUDE DU COMPORTEMENT
MECANIQUE DE LA
MEMBRANE.***

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente un succinct rappel sur les propriétés mécaniques du silicium, et ensuite, nous étudions le comportement mécanique d'une membrane fine au silicium, parfaitement encastree aux bords, de formes carrée, rectangulaire, et circulaire, soumise à une pression uniforme et constante, dans le cas des faibles et des grandes déformations.

Nous utilisons les expressions de la déformation $w(x, y)$ obtenues par la résolution de l'équation de Lagrange qui régissent le comportement mécanique d'une membrane carré ou rectangulaire et circulaire, établis dans la littératures [1, 2, 4, 26].

II.2 Propriétés mécaniques du Silicium

L'intérêt du silicium dans le domaine des capteurs de pression est double. Il permet d'une part la fabrication simultanée d'un grand nombre de capteurs à faible coût unitaire et d'autre part, l'intégration sur une même puce de la cellule sensible et des circuits électroniques. On peut cité quelques définition en mécanique ou en élasticité

II.2.1 Tenseur des contraintes

Une contrainte mécanique représente une force par unité de surface. Elle est exprimée en Pascal ou N/m^2 dans le Système International. Pour représenter l'état général de contrainte en un point donné d'un matériau, on utilise le formalisme tensoriel. Le tenseur de contrainte, noté σ_{ij} , est de rang 2 et s'écrit dans une base des axes cristallographiques :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Les contraintes de type σ_{ij} sont appelées contraintes normales alors que les contraintes de type σ_{ij} avec $i \neq j$ sont des contraintes tangentielles. L'état général de contrainte autour d'un point M, représenté par un élément cubique infinitésimal est donné sur cette figure :

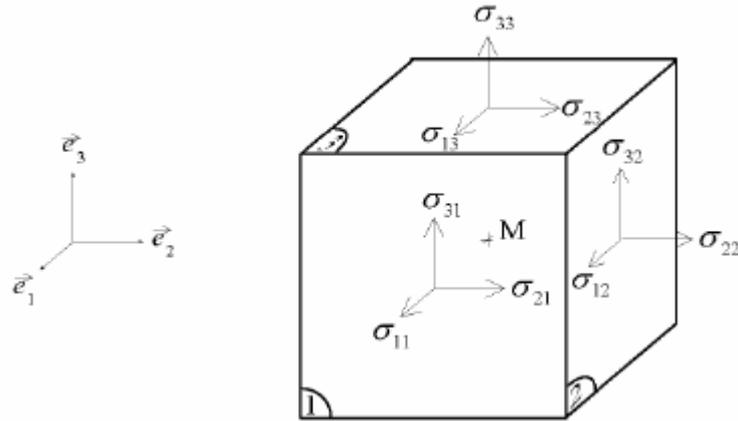


Figure 2.1 : Définition des composantes du tenseur des contraintes mécaniques.

Il est possible de montrer qu'à l'équilibre, le tenseur des contraintes σ_{ij} est symétrique, c'est-à-dire $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Il possède donc six composantes indépendantes [20, 21].

II.2.2 Tenseur des déformations

Sous l'effet d'une contrainte mécanique, un matériau se déforme. Cette déformation ne se fait pas uniquement dans la direction de la contrainte. En effet, lorsque l'on tire sur un matériau élastique, il s'allonge dans la direction de la force, mais on observe également une variation de sa section. En outre la déformation dépend des propriétés mécaniques du matériau. Selon la direction suivant laquelle la contrainte est appliquée, les déformations induites sont généralement différentes, on parle alors d'anisotropie des propriétés mécaniques d'un matériau. Les cristaux d'une façon générale, et le silicium en particulier, présentent ainsi des propriétés mécaniques fortement anisotropes [20].

Les déformations représentent les variations de géométrie d'un segment donné suivant toute les directions. Elles s'expriment sans unité et sont représentées par un tenseur symétrique de rang 2 (et possèdent par conséquent six composantes indépendantes) :

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} & \epsilon_{23} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Les déformations ne dépendent donc pas seulement de l'intensité et du type de contrainte, mais également des propriétés mécaniques du matériau qui se déforme.

II.2.3 Tenseurs d'élasticité - loi de Hooke

Dans le cadre de la théorie de l'élasticité linéaire, la déformation dépend linéairement des contraintes mécaniques, les différents coefficients qui relient cette déformation à la contrainte sont appelés modules d'élasticité (ou rigidités) ou compliances du matériau [20].

On a les relations appelées **loi de Hooke**:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2.3)$$

Où C_{ijkl} sont les coefficients du tenseur d'élasticité, appelés modules d'élasticité ou de rigidités, et S_{ijkl} les coefficients du tenseur inverse, appelés compliances élastiques.

	$S_{11} [GPa^{-1}]$	$S_{12} [GPa^{-1}]$	$S_{44} [GPa^{-1}]$	$C_{11} [GPa]$	$C_{12} [GPa]$	$C_{44} [GPa]$
Si	0.00768	-0.00214	0.0126	165.7	63.9	79.6

Tableau 2.1 : Valeurs numériques des constantes élastiques du silicium [22].

On peut définir les principales propriétés mécaniques d'un matériau :

Le **module de Young** E est la constante qui relie la contrainte mécanique d'un matériau et la déformation élastique. Un matériau dont le module de Young est très élevé est dit rigide [22].

Le **coefficient de Poisson** permet de caractériser la contraction de la matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.4)$$

L'intérêt de ces coefficients est de pouvoir obtenir une représentation quantitative de l'anisotropie des propriétés mécaniques du matériau.

Matériau	Si	SiO₂	Pyrex	Poly Si	Nitrure Si
Module d'Young (GPa)	$E_{100}=131$ $E_{110}=168$	75	60	140	270
Coefficient de Poisson	0.27	0.17	0.25	0.28	0.3

Tableau 2.2 : Principales propriétés mécaniques du silicium et du pyrex 7740 [20, 27, 45].

II.3 Etude de la déflexion dans le cas petites déformations ($w \ll h$)

II.3.1 Membrane de forme carrée / rectangulaire

L'étude de la déformation d'une membrane parfaitement encastrée aux bords est très importante dans la réalisation des micros capteurs de pression. En effet la connaissance de la réponse d'une membrane, qui est le corps d'épreuve du micro capteur, à une excitation externe de pression, permet de déterminer ses caractéristiques et ses performances.

La figure 2.2 représente une membrane de forme rectangulaire. C'est une micro structure orientée selon le plan cristallographique (110), collée sur un substrat d'orientation cristallographique (100) [7]. Ces dimensions sont :

- la longueur a suivant l'axe ox .
- la largeur b suivant l'axe oy .
- la hauteur h suivant l'axe oz .

Avec $h \ll a$ et $h \ll b$ (hypothèses des plaques minces).

Conformément à la théorie des plaques élastiques minces et en tenant compte de l'anisotropie du silicium, le comportement mécanique de la membrane, dans le cas des petites perturbations, et soumise à une pression constante et uniforme, est décrit par l'équation aux dérivées partielles de Lagrange d'ordre 4 suivante [6] :

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2\alpha_{si} \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{P}{D} \quad (2.5)$$

Où

$w(x, y)$ représente les faibles déflexions, telle que $w \ll h$.

P La pression uniforme appliquée.

Avec α_{si} le coefficient d'anisotropie et D le coefficient de rigidité du silicium, qui sont définies par [22]:

$$\alpha_{si} = \nu + \frac{2G}{E}(1 - \nu^2) \quad (2.6)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{2.7}$$

Où ν est le coefficient de Poisson, E le module de Young et G le module de Coulomb.

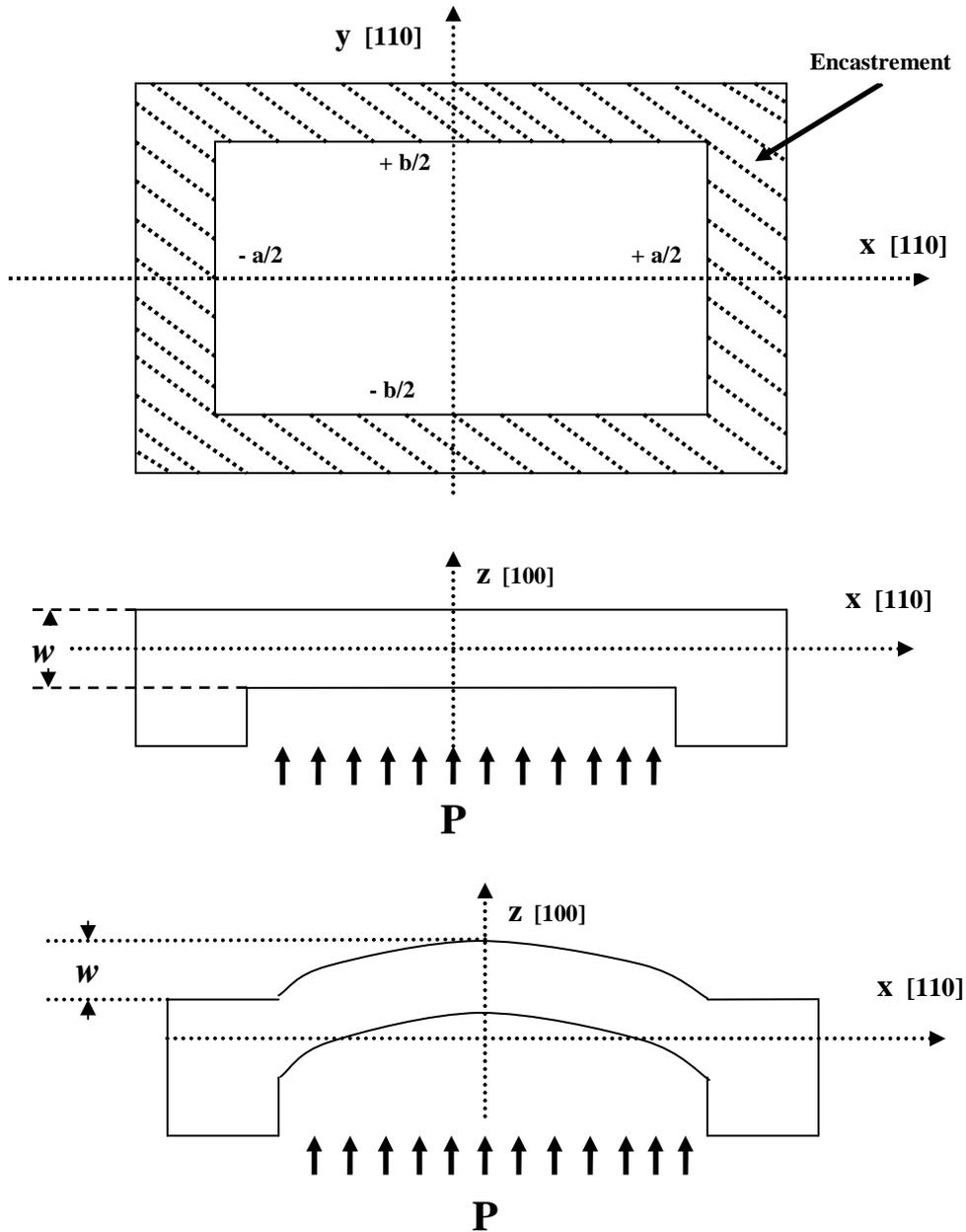


Figure 2.2 : Vue de dessus de la membrane rectangulaire.

Les conditions aux limites imposées par l'encastrement parfait de la membrane à ses bords sont données par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
 w(x = \pm a, \forall y) &= 0 \\
 w(\forall x, y = \pm b) &= 0 \\
 \frac{\partial w}{\partial x}(x = \pm a, \forall y) &= 0 \\
 \frac{\partial w}{\partial y}(\forall x, y = \pm b) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Les solutions approchées proposées dans la littérature sont [2, 7]. :

◆ **solution polynomiale proposée [2]**

En se basant sur les travaux déjà effectués par [2, 40] qui utilisent la fonction polynomiale bidimensionnelle suivante:

$$w(x, y) = \frac{w_{00}}{16} \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^2 \left(1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right)^2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n K_{ij} \left(\frac{x}{a}\right)^i \left(\frac{y}{b}\right)^j
 \tag{2.9}$$

Avec i, j des nombres entiers pairs.

◆ **Solution trigonométrique proposée [7]**

$$w(x, y) = \frac{w_{00}}{4} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n K_{ij} \left[\cos^2\left(\frac{(2i+1)\pi x}{2a}\right) \right] * \left[\cos^2\left(\frac{(2j+1)\pi y}{2b}\right) \right]
 \tag{2.10}$$

Où i, j sont des nombres entiers pairs variant de 0 à n

Les coefficients k_{ij} sont représentés dans le tableau suivant:

	k	k_{00}	$k_{02} = k_{20}$	k_{22}	$k_{24} = k_{42}$	$k_{40} = k_{04}$	k_{44}
Polynomial [2]	0.0220	1	0.2140	0.2700	0.0980	-0.0062	-0.103
Trigonométrique [7]	0.0224	1	0.0284	0.0123	0.0030	0.0038	0.0016

Tableau 2.3 : Valeurs des coefficients réduits k_{ij} pour $n=3$ [7].

Avec w_{00} est la déflexion maximale au centre ($x=0, y=0$) de la membrane carrée ou rectangulaire qui est donnée par l'expression suivante [2, 40]:

$$w_{00} = k \frac{a^2 b^2 P}{16D} \quad (2.11)$$

II.3.2 Membrane de forme circulaire

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la résolution de l'équation aux dérivées partielles d'ordre 4, régissant la déformation d'une membrane fine au silicium de forme circulaire parfaitement encadrée aux bords soumise à une pression statique uniforme P .

Dans le cas des petites déformations, la loi qui gouverne la déflexion d'une membrane fine de forme circulaire de rayon a , parfaitement encadrée aux bords est régie par l'équation différentielle de Lagrange d'ordre 4 en coordonnées polaires [6]:

$$\nabla^4 w(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw(r)}{dr} \right) \right] \right] = \frac{P}{D} \quad (2.12)$$

Où ∇ est l'opérateur Nabla.

L'expression de la déflexion $w(r)$ en coordonnées polaires est une solution exacte de l'équation différentielle (2.12), donnée par [6] :

$$w(r) = w_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2 \quad (2.13)$$

Tel que r est la coordonnée radiale et a le rayon du diaphragme.

w_0 est la déflexion maximale au centre de la membrane circulaire qui est donnée par [26]:

$$w_0 = \frac{P a^4}{64 D} \quad (2.14)$$

On peut réécrire l'équation (2. 13) sous la forme :

$$w(r) = \frac{P a^4}{64 D} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^2 \quad (2.15)$$

II.3.3 Résultats et discussions

- Membrane carrée ou rectangulaire :

A partir des expressions (2.9) et (2.10) nous traçons les courbes de variations de la déflexion $w(x, y)$. Pour une raison de commodité, nous utilisons l'expression (2.11) normalisée par rapport aux dimensions de la membrane. Les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [1, 4]:

Modules d'Young	$E=168 \text{ GPa.}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.066 .$
Longueur	$a = 870 \text{ }\mu\text{m.}$
Largueur	$b = 870 \text{ }\mu\text{m.}$
Hauteur	$h = 9.8 \text{ }\mu\text{m.}$

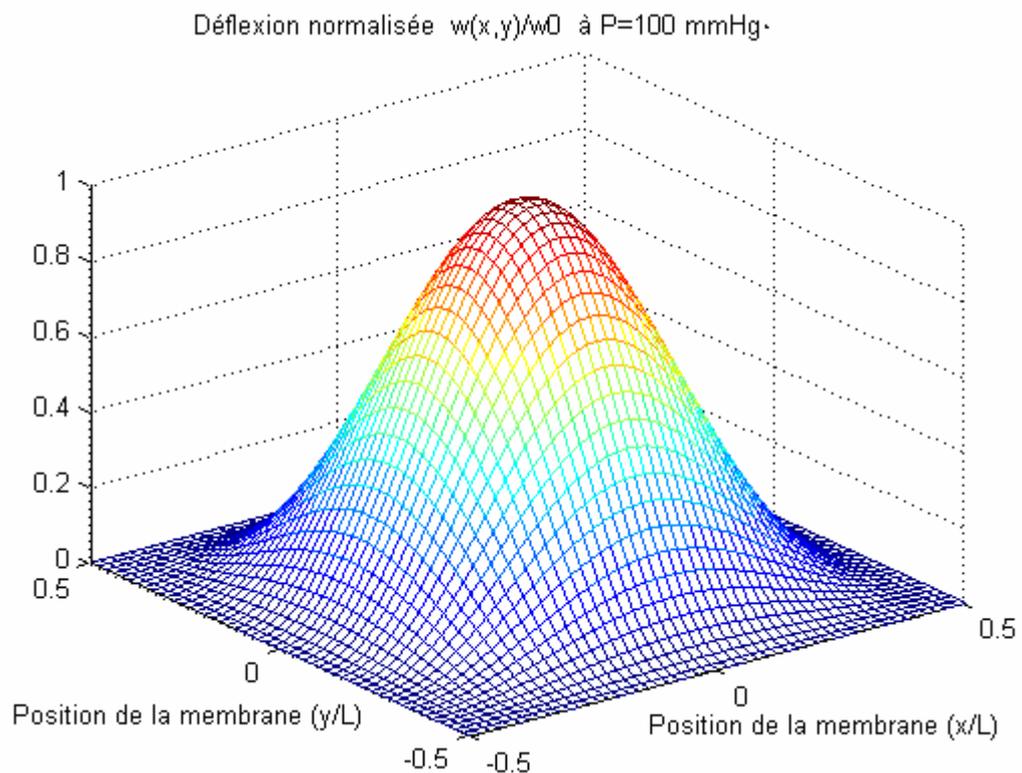


Figure 2.3 : Déflexion normalisée de la membrane $w(x, y)/w_{00}$ à 100 mmHg dans le cas petites déformations.

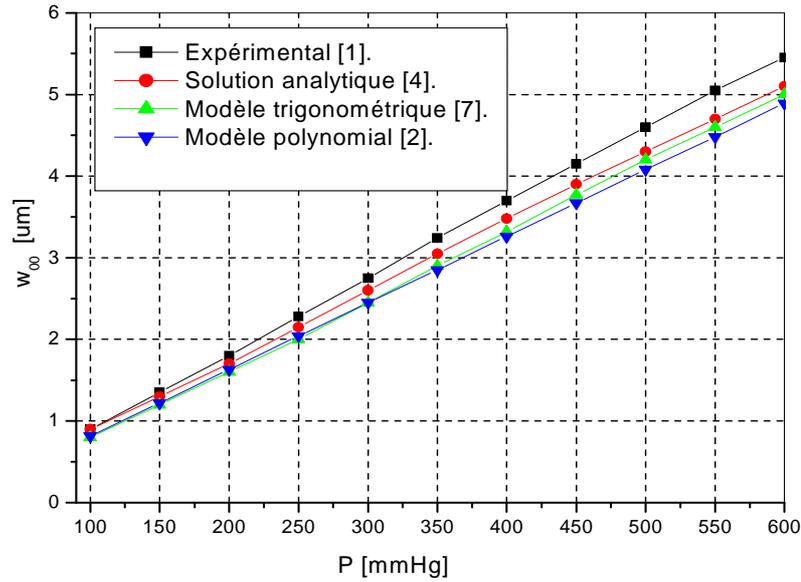


Figure 2.4 : Variation de la déflexion maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée.

Les figures 2.3 et 2.4 représentent la déflexion au centre de la membrane w_{00} en fonction de la pression appliquée à température ambiante dont les dimensions 870, 870, 9.8 μm pour les deux modèle polynomial et trigonométrique. Ces figures montrent que la déflexion au centre de la membrane est proportionnelle à la pression appliquée.

- Membrane circulaire :

Nous avons déterminé la déflexion de la membrane circulaire, dans le cas des petites déformations. L'équation différentielle est :

$$\nabla^4 w(r) = \frac{P}{D} \quad \text{avec} \quad w(r) = f \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2 \tag{2.16}$$

Après tous les calculs effectués des dérivées partielles de cette équation différentielle (voir l'annexe), le résultat obtenu est :

$f = \frac{P a^4}{64 D} \left[\frac{8}{7} \right]$
$w(r) = 1.14 \frac{P a^4}{64 D} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2$

(2.17)

Nous traçons la déflexion au centre de la membrane f pour les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [26]:

Modules d'Young	$E=300 \text{ GPa}$.
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.24$.
Diamètre	$a = 100 \text{ }\mu\text{m}$.
Hauteur	$h = 1.2 \text{ }\mu\text{m}$.

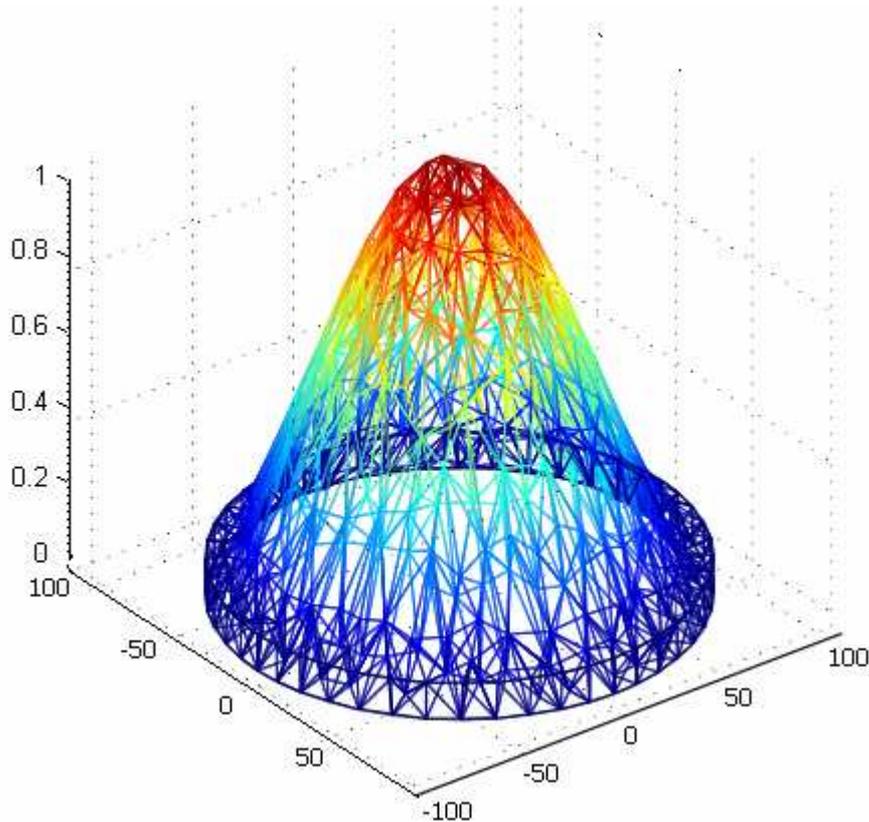


Figure 2.5 : Déflexion normalisée de la membrane circulaire dans le cas petites déformations.

On peut constater que ces courbes sont en parfaite concordance avec ceux de la littérature [1,4] comme le montre les figures 2.3, 2.4 et 2.5 qui donnent les variations de la déformation maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée dans le cas petites déformations.

II.4 Etude de la déflexion dans le cas grandes déformations ($w \approx h$)

II.4.1 Membrane de forme carrée ou rectangulaire

Soit une membrane d'épaisseur h , de coefficients d'élasticité E et ν placée dans le plan xy et soumise à une pression uniforme et constante P . l'application de la théorie des plaques [6] conduit à une équation aux dérivées partielles de la fonction de déformation $w(x, y)$ en tous points de la membrane [4, 6] :

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left[P + h \left(\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \right) \right] \quad (2.18)$$

La fonction de contrainte d'Airy $F(x, y)$ est donnée par [4] :

$$F(x, y) = -\frac{Eh^2}{32} [f(P)]^2 \left[\frac{3\pi^2}{12L^2(1-\nu)} (x^2 + y^2) - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) - \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right) - \frac{1}{16} \cos\left(\frac{4\pi x}{L}\right) - \frac{1}{16} \cos\left(\frac{4\pi y}{L}\right) - \frac{1}{25} \cos\left(\frac{4\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{4\pi y}{L}\right) - \frac{1}{25} \cos\left(\frac{4\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{4\pi y}{L}\right) \right] \quad (2.19)$$

Les conditions aux limites imposées par l'encastrement de la membrane carrée ou rectangulaire à ses bords sont données par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} w = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{à} \quad x = \pm \frac{L}{2}. \quad (L = 2a). \\ w = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \text{à} \quad y = \pm \frac{L}{2}. \quad (L = 2a). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dans le cas des grandes déformations, l'expression de déflexion de la membrane $w(x, y)$ est donnée en coordonnées cartésiennes par l'expression approchée suivante [4]:

$$w(x, y) = h f(P) \cos^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{L}\right) \quad (2.21)$$

Où $f(P)$ est une fonction qui dépend de P , E , ν , L , et h .

Par la substitution de les équations (2. 21) et (2. 19) à l'équation (2. 18), le résultat obtenu donné par l'équation (2.22) suivante:

$$\frac{3\pi^2 h^2 (1-\nu^2)}{L^2} \left(\frac{9}{64(1-\nu^2)} + 0.1666 \right) [f(P)]^3 + \frac{2\pi^4 h^2}{L^2} [f(P)] - \frac{3(1-\nu^2)L^2}{Eh^2} P = 0 \quad (2.22)$$

Donc, la déflexion maximale au centre de la membrane dans le cas grandes déformations est :

$$w_{00} = h [f(P)] \quad (2.23)$$

II.4.2 Membrane de forme circulaire

L'équation différentielle régissant la déformation d'une membrane circulaire dans le cas grandes déformations est donnée par [6, 39]:

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} + \frac{h}{Dr} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \quad (2.24)$$

$$\nabla^4 \phi = -\frac{E}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \quad (2.25)$$

ϕ est la fonction de contrainte d'Airy et ∇^4 l'opérateur biharmonique donnée par:

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 \quad (2.26)$$

La membrane circulaire vérifie les conditions aux limites suivantes:

$$w(r = a) = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial r} \right|_{r=a} = 0. \quad (2.27)$$

Les solutions supposées [26] des fonctions de la déflexion et de contrainte d'Airy vérifient les conditions aux limites (2.27) et donnent par :

$$w(r) = f \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2 \quad (2.28)$$

$$\phi(r) = \frac{f^2 E}{12} \left[\frac{5-3\nu}{1-\nu} \left(\frac{r}{a} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{9} \left(\frac{r}{a} \right)^6 - \frac{1}{48} \left(\frac{r}{a} \right)^8 \right] \quad (2.29)$$

Où f est la fonction de la déflexion maximale au centre de la membrane circulaire.

II.4.3 Résultats et discussions

- Membrane carrée ou rectangulaire :

Pour les valeurs des propriétés mécaniques et des dimensions géométriques de la membrane au silicium utilisées [1]. L'équation (2.22) devient :

$$1.254 f(P)^3 + 2.472 f(P) - 1.664 * 10^{-5} P = 0 \quad (2.30)$$

Pour la solution de cette équation on utilise la méthode de Cardan [42] tel que:

$$f(P)^3 + p f(P) + q = 0 \quad \text{avec } p = 1.971 \text{ et } q = -1.327 * 10^{-5} P. \quad (2.31)$$

La seule solution réelle de cette équation est donnée sous la forme suivante :

$$f(P) = \frac{1}{3} \left[\sqrt[3]{\frac{-27q + \sqrt{27\Delta}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-27q - \sqrt{27\Delta}}{2}} \right] \quad (2.32)$$

Avec $\Delta = 4p^3 + 27q^2$

Donc :

$$w(x, y) = \frac{h}{3} \left[\sqrt[3]{\frac{-27q + \sqrt{27\Delta}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-27q - \sqrt{27\Delta}}{2}} \right] \cos^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{L}\right) \quad (2.33)$$

Avec la déflexion au centre de la membrane w_{00} est :

$$w_{00} = h f(P) \quad (2.34)$$

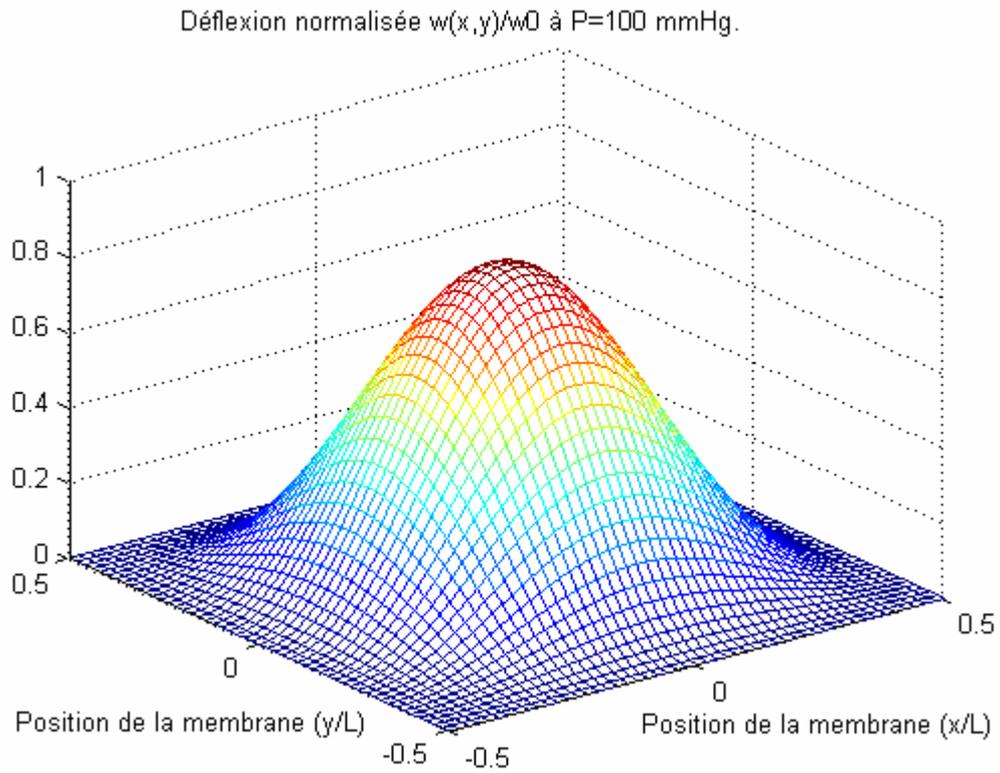


Figure 2.6 : Déflexion normalisée de la membrane $w(x, y)/w_{00}$ à 100 mmHg dans le cas grandes déformations.

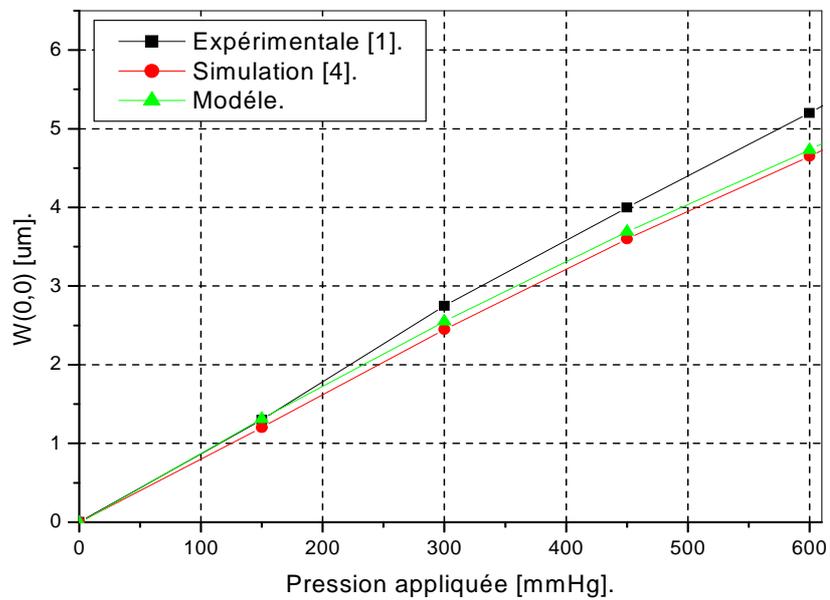


Figure 2.7 : Variation de la déflexion maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée cas grandes déformations.

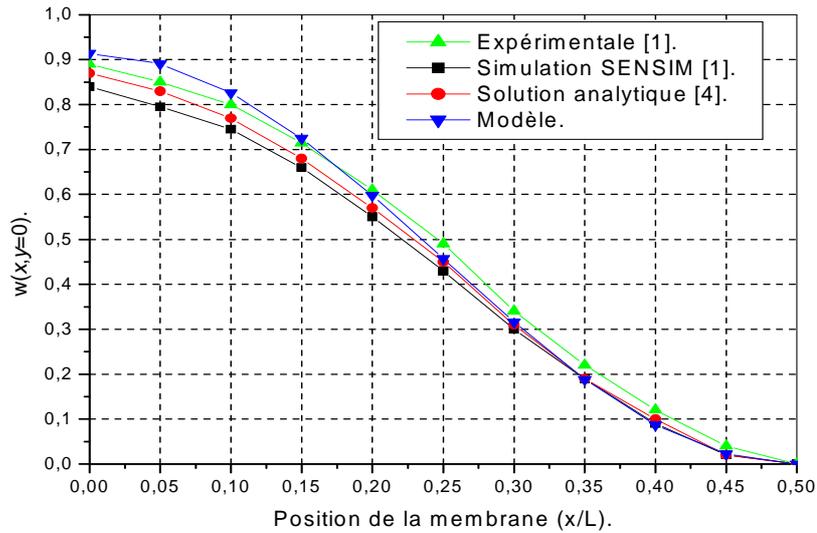


Figure 2.8 : Variation de la déflexion de la membrane $w(x, y=0)$ en fonction de la position de la membrane (x/L) à $P=100 \text{ mmHg}$ cas grandes déformations.

Les figures 2.6, 2.7 et 2.8 représentent la variation de la déflexion maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée cas grandes déformations. Ces figures montrent que la déflexion au centre de la membrane est proportionnelle à la pression appliquée.

- Membrane circulaire :

Nous avons déterminé la déflexion de la membrane circulaire, dans le cas des grandes déformations. L'équation différentielle est :

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} + \frac{h}{Dr} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \quad \text{avec} \quad w(r) = f \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2$$

et

$$\phi(r) = \frac{f^2 E}{12} \left[\frac{5-3\nu}{1-\nu} \left(\frac{r}{a} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{9} \left(\frac{r}{a} \right)^6 - \frac{1}{48} \left(\frac{r}{a} \right)^8 \right]$$

Après tous les calculs effectués des dérivées partielles de cette équation différentielle (voir l'annexe), le résultat obtenu est :

$$\left(\frac{5hE}{3a^2}\right) \left[\left[\left(\frac{4}{21}\right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu}\right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] f^3 + \frac{16 Eh^3}{(1-\nu^2)a^2} \left[\frac{1}{10.28} \right] f - \frac{P a^2}{3} = 0 \quad (2.35)$$

C'est une équation de troisième degré, qui possède une seule solution réelle f .

Nous traçons la déflexion au centre de la membrane f pour les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [26]:

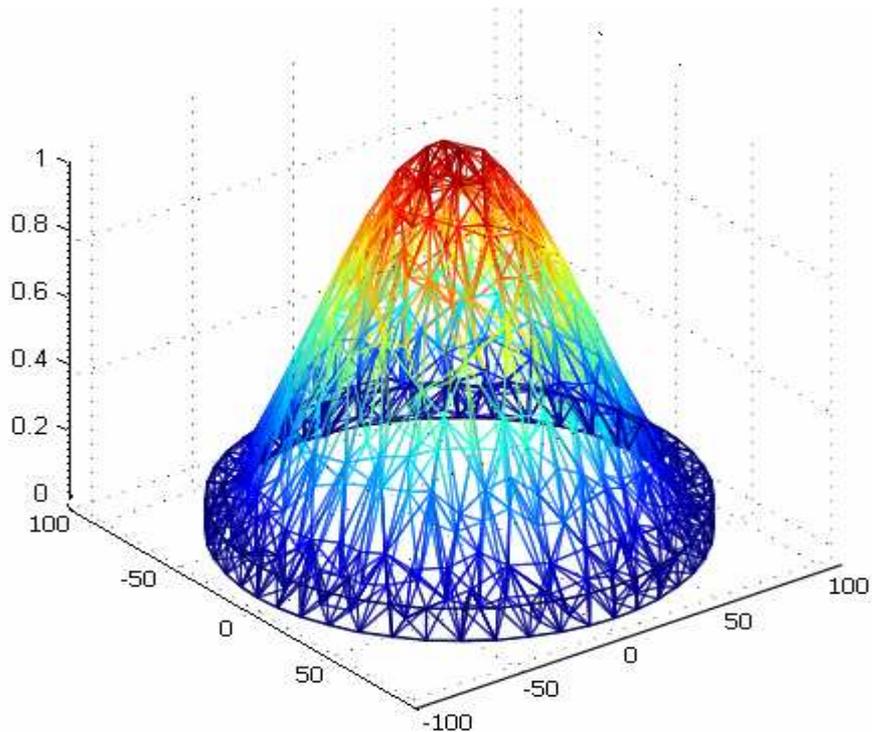


Figure 2.9 : Déflexion normalisée de la membrane circulaire dans le cas grandes déformations.

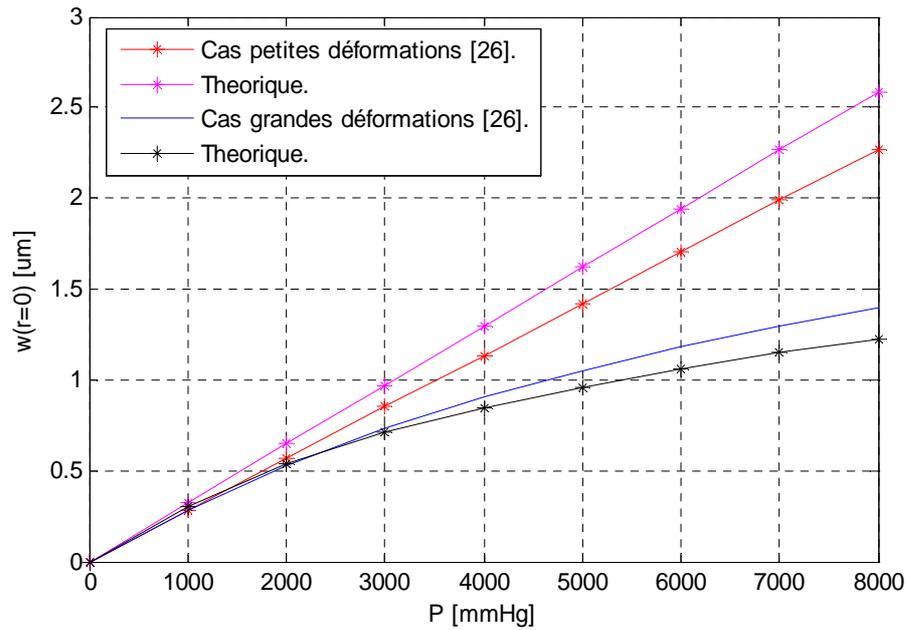


Figure 2.10 : Déflexion au centre de la membrane circulaire en fonction de la pression appliquée dans les deux cas : petites et grandes déformations.

En comparant les résultats obtenus avec ceux de la littérature [26], on remarque que les courbes sont presque identiques dans le cas de grandes déformations, alors pour les petites déformations il y a une légère différence.

Donc, on peut constater que les courbes de variations de la déflexion au centre de la membrane sont en concordance avec ceux de la littérature [1, 4, 26] comme le montre les figures (2.6) jusqu'à (2.10).

Pour avoir l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la déflexion maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée pour différentes formes de la membrane carrée et circulaire dans les deux cas petites et grandes déformations, nous traçons les courbes de déflexion pour différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h » et pour différentes valeurs de la longueur de la membrane « L ».

A partir de la figure 2.11, on note qu'un petit changement sur l'épaisseur de la membrane « h » ou sur la longueur « L » donne un changement remarquable sur la déformation au centre de la membrane. Donc lorsque l'épaisseur de la membrane augmente, la déformation au centre de la membrane diminue avec la pression appliquée. Par contre, si la longueur augmente, la déformation augmente aussi avec la pression appliquée. Cette différence est plus clairement dans le cas des petites déformations.

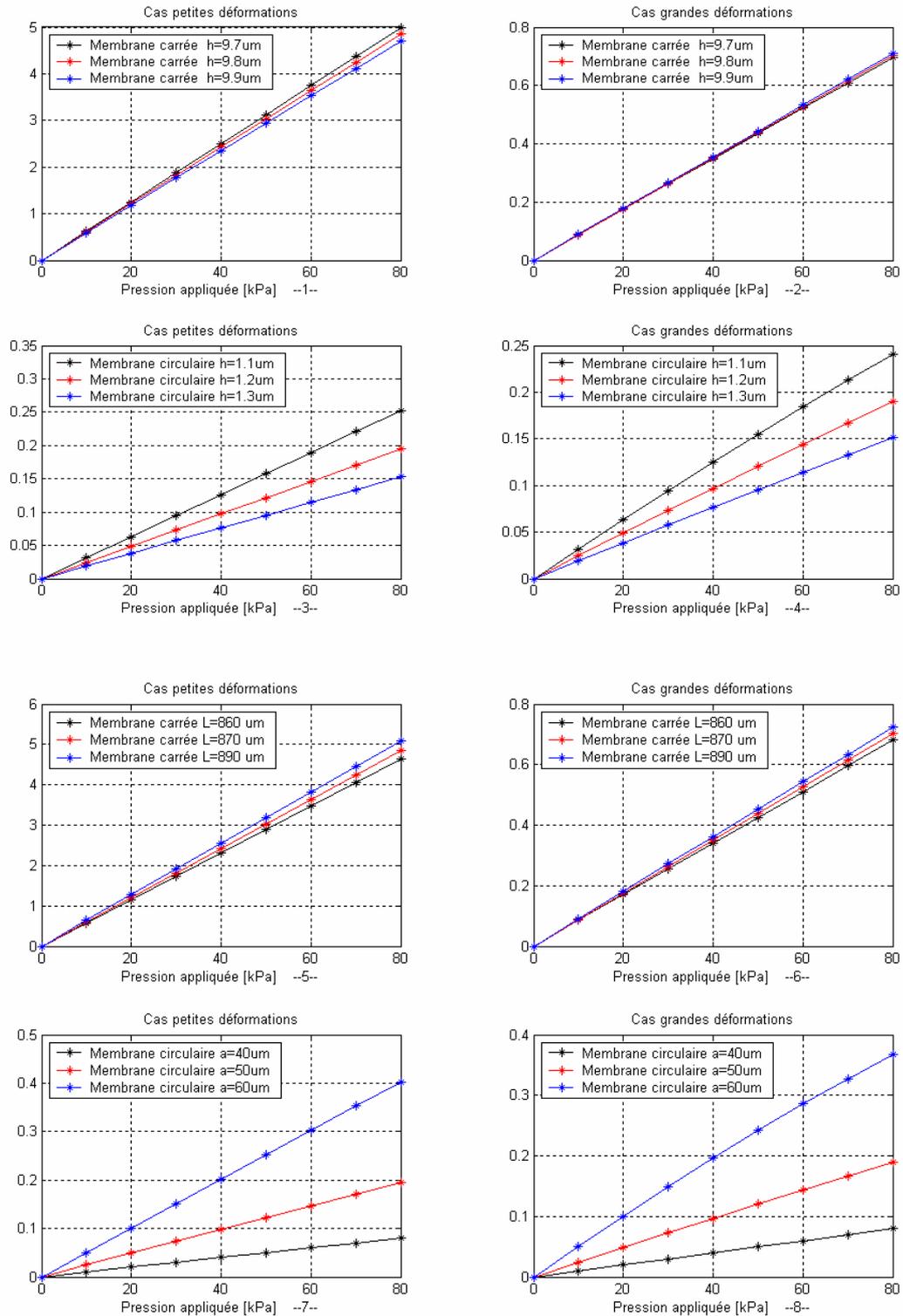


Figure 2.11: Déflexion maximale au centre de la membrane en fonction de la pression appliquée pour différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane h et différentes valeurs de longueur L , pour différentes formes de la membrane carrée et circulaire dans les deux cas : petites et grandes déformations.

Pour avoir les valeurs de comparaison entre une membrane carrée et autre circulaire, nous avons présenté une autre solution [5] de l'équation de Lagrange d'ordre 4, où l'expression de déflexion de la membrane est paramétrée par la pression maximale qu'est une la caractéristique essentielle qui définit les performances d'un capteur de pression capacitif. Nous définissons P_{Max} qui est la pression maximale que l'on peut appliquer sur la surface de la membrane, au-delà de cette valeur de pression le capteur est en court circuit, et ne peut détecter aucun signal. A cet instant la déflexion de la membrane est maximale et elle est égale à la distance inter électrode [7]. L'expression de la pression maximale en fonction de la déflexion au centre de la membrane donnée par [5, 6] :

$$P_{Max} = 71.3 \frac{Eh^3}{a^4} w_{00} \quad \text{cas des petites déformations} \quad (2.36)$$

$$P_{Max} = \frac{Eh^3}{a^4} w_{00} \left(71.3 + 31.1 \frac{(w_{00})^2}{h^2} \right) \quad \text{cas des grandes déformations} \quad (2.37)$$

On trace les courbes des fonctions (2.36) et (2.37) pour les petites et grandes déformations pour les paramètres géométriques de la membrane suivants :

Diamètre $a = 100 \mu m$
 Epaisseur $h = 2 \mu m$

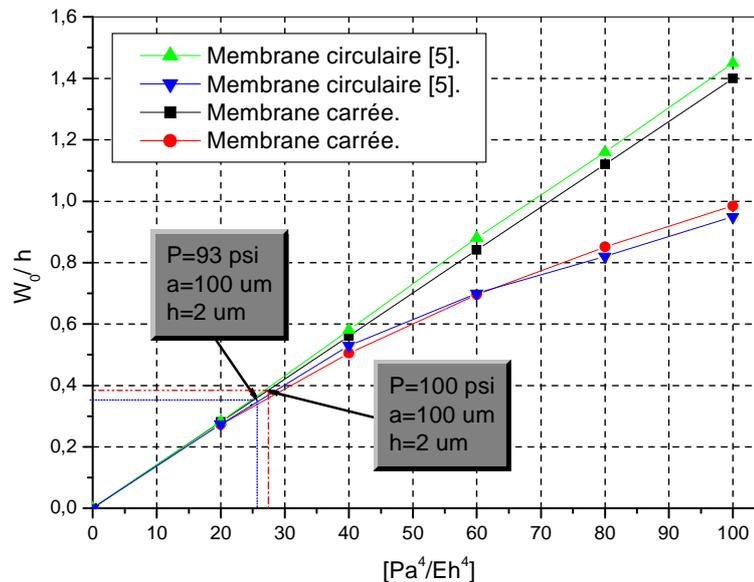


Figure 2.12 : Validation de déflexion normalisée au centre de la membrane en fonction de

$\left[\frac{Pa^4}{Eh^4} \right]$ dans les deux cas : membrane carrée et membrane circulaire.

A partir de la figure (2.12), on peut remarquer que la pression maximale pour la membrane carrée pour $h=2\mu\text{m}$ et $a=100\mu\text{m}$, est $P_{Max} = 93 \text{ psi} = 6.4 \text{ bar}$, que pour la membrane circulaire $P_{Max} = 100 \text{ psi} = 6.89 \text{ bar}$. Donc on peut constater que la valeur de la pression maximale est plus importante pour la membrane de la forme circulaire. Ainsi il en résulte l'obtention d'une large zone de la linéarité $[0, 6.4 \text{ bar}]$ pour la membrane carrée et $[0, 6.89 \text{ bar}]$ pour la membrane circulaire. Donc ces courbes présentent une région de linéarité pour les faibles pressions dans l'intervalle de 0 à 7 bars.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un succinct rappel sur les propriétés mécaniques de silicium, et nous avons étudié le comportement mécanique d'une membrane fine au silicium, parfaitement encadrée aux bords, de formes carrée, rectangulaire et circulaire, soumise à une pression uniforme et constante, dans les deux cas faibles et grandes déformations, ce qui nous a permis de localiser les points les plus déformables de la membrane.

On peut conclure que la déflexion maximale au centre de la membrane est directement proportionnelle à la pression appliquée. Elle est plus importante dans le cas de la forme circulaire que pour les formes carrée et rectangulaire. La forme circulaire possède une large zone de linéarité avec les valeurs optimales des paramètres géométriques.

Cette déflexion de la membrane engendre une variation de la réponse capacitive qui sera étudié dans le troisième chapitre.

Chapitre 3

***ETUDE D'UN CAPTEUR DE
PRESSION CAPACITIF AU
SILICUIM.***

III.1 Introduction

Les capteurs de pression micro structurés sont actuellement largement diffusés dans le monde pour des applications grand public : dans les domaines de la santé, de l'automobile [37] et le domaine d'électromagnétisme [11].

Un capteur de pression capacitif est un condensateur dont l'une des armatures est déformable. Cette déformation de la membrane engendre une variation de la capacité en fonction de la pression appliquée [23]. Ce type de capteurs est caractérisé par une haute sensibilité, une faible consommation électrique et une grande résolution par rapport aux autres capteurs, cependant, il présente une réponse non linéaire, une dérive en température et une faible variation par rapport à la capacité d'offset [13].

III.2 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un capteur de pression capacitif est la variation de sa capacité en fonction de la pression appliquée et les grandeurs d'influence comme montre la figure 3.1, il transforme les déformations élastiques de la membrane en signal électrique. L'objectif de ce chapitre est l'étude de la réponse capacitive et de la sensibilité en fonction de la pression appliquée pour chaque paramètre d'influence.

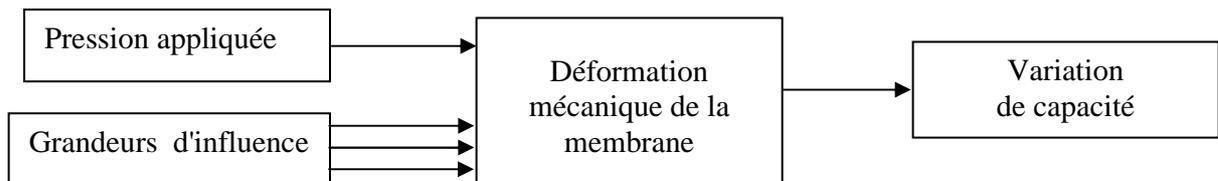


Figure 3. 1 : Principe de fonctionnement d'un capteur de pression capacitif.

Ce capteur est composé d'une membrane micro usinée au silicium, constituant l'armature mobile et d'un substrat isolant en pyrex représentant la deuxième électrode. La membrane fine au silicium et le substrat de pyrex sont collées par soudure anodique donnant naissance à une cavité hermétique entre les deux comme le montre la figure 3.2.

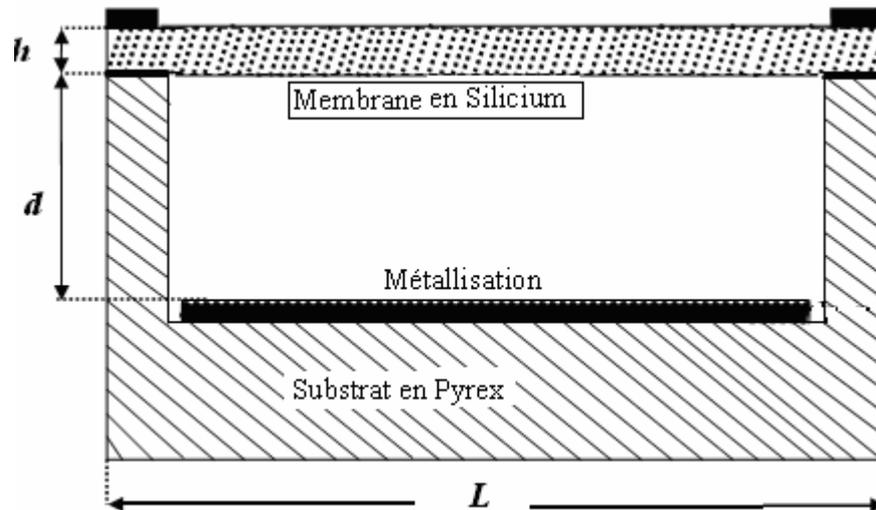


Figure 3. 2 : Structure de la cellule sensible capacitive.

Avec :

- h : L'épaisseur de la membrane.
- d : La distance entre les deux armatures.
- L : La longueur de la membrane.

III.3 Modélisation du capteur de pression capacitif

L'objectif de cette modélisation est l'application des résultats obtenus précédemment concernant l'étude de déflexion de la membrane fine au silicium dans les cas petites et grandes déformations, à l'étude du micro capteur de pression capacitif. La réponse de ce dernier nécessite la détermination de la déformation en tout point de la membrane en fonction de la pression appliquée P . L'expression de déformation en tout point de la membrane permet de calculer la réponse $C(P)$ du capteur de pression capacitif et de déduire sa sensibilité à la pression appliquée $S(P)$ pour différents types de membranes : carrée, rectangulaire et circulaire.

Le mécanisme de détection capacitive est relativement simple. En l'absence de pression appliquée, la capacité entre deux plaques planes parallèles de surface « A », séparées par un diélectrique de distance « d » avec une permittivité diélectrique ε est définie par:

$$C(P = 0) = C_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} \quad (3.1)$$

Où

C_0 est la capacité au repos.

A est la surface de l'électrode.

d est la distance inter électrodes.

ϵ_0 est la permittivité du vide qu'est égale à $8.86 \cdot 10^{-12}$ F/m.

ϵ_r est la permittivité relative, qu'est égale à 1 dans le cas de l'air.

Lorsqu'on applique une pression P , la membrane se déforme engendrant une variation de la déflexion $w(x, y)$, comme le montre la figure 3. 3. Cette dernière fait accroître la capacité $C(P)$.

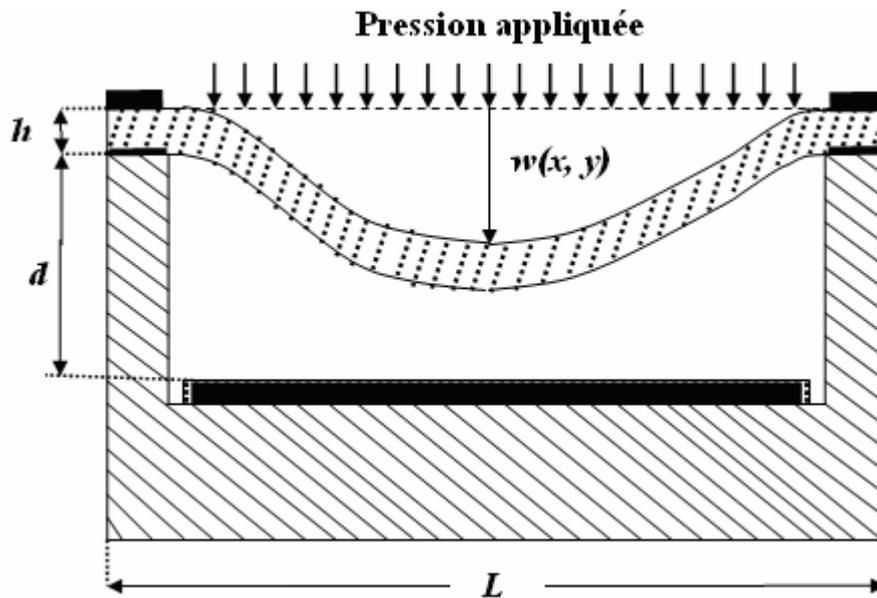


Figure 3. 3: Vue en coupe de la structure du capteur de pression capacitif

L'expression de la capacité $C(P)$ peut être déterminée à partir de la relation suivante [13]:

◆ Dans le cas de la membrane carrée et rectangulaire :

$$C_{\diamond} (P) = \epsilon \iint_A \frac{dA}{d - w(x, y, P)} \quad (3.2)$$

$w(x, y, P)$ représente la déflexion bidimensionnelle de la membrane en fonction de la pression appliquée P au point des coordonnées cartésiennes (x, y) de la membrane.

On rappelle les expressions de la déflexion de la membrane de forme carrée :

✚ dans le cas du modèle polynomial [2]:

$$w(x, y) = \frac{w_{00}}{16} \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^2 \left(1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right)^2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n K_{ij} \left(\frac{x}{a}\right)^i \left(\frac{y}{b}\right)^j \quad (2.9)$$

✚ dans le cas du modèle trigonométrique [7]:

$$w(x, y) = \frac{w_{00}}{4} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n K_{ij} \left[\cos^2\left(\frac{(2i+1)\pi x}{2a}\right) \right] * \left[\cos^2\left(\frac{(2j+1)\pi y}{2b}\right) \right] \quad (2.10)$$

Avec w_{00} la déflexion de la membrane au centre donnée par l'expression suivante [40] :

$$w_{00} = k \frac{a^2 b^2 P}{16D} \quad (2.11)$$

◆ Dans le cas de la membrane circulaire :

$$C_o(P) = \varepsilon \iint_A \frac{dA}{d - w(r, \theta, P)} \quad (3.4)$$

Avec :

$w(r, \theta, P)$ représente la déflexion bidimensionnelle de la membrane en fonction de la pression appliquée P au point des coordonnées polaires (r, θ) de la membrane.

Le calcul de l'intégrale double (3.4) nous permet de déterminer l'expression de la réponse capacitive approchée donnée par l'équation (3, 5) [28]:

$$C_o(P) = C_0 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{w_0}{d}\right) + 0.2 \left(\frac{w_0}{d}\right)^2 \right] \quad (3.5)$$

On rappelle l'expression de la déflexion au centre w_0 de la membrane circulaire donnée par :

$$w_0 = \frac{P a^4}{64 D} \quad \text{Cas des petites déformations} \quad (3.6)$$

Les relations (3.2) et (3.4) montrent que si la pression augmente la distance entre les armatures diminue et par conséquent la capacité augmente.

La sensibilité à la pression appliquée est parmi les caractéristiques essentielles pour définir les performances d'un capteur de pression capacitif. Elle est définie par [13] :

$$S(P) = \frac{1}{C} \frac{d C(P)}{d P} \quad (3.7)$$

En substituant l'expression analytique de la capacité $C(P)$ dans l'équation (3.7) nous pouvons avoir une expression exacte de la sensibilité à la pression $S(P)$ qui est donnée par :

$$S(P) = \frac{4 A^2 (1 - \nu^2)}{E d h^3} \quad (3.8)$$

On constate à partir de l'équation (3.8) que la sensibilité est proportionnelle à la surface de la membrane « A » et inversement proportionnelle à la distance inter électrodes « d » et à l'épaisseur de la membrane « h ». Par conséquent pour concevoir un capteur de pression capacitif de haute sensibilité, il suffit d'avoir une large surface de membrane « A », une faible épaisseur de la cavité « d » et une très mince épaisseur de membrane « h ».

III.4 Résultats et discussions

III.4.1 Capacité au repos

L'état de repos d'un capteur de pression capacitif est caractérisé par une pression différentielle nulle. Les figures 3.4 et 3.5 donnent la capacité au repos en fonction des caractéristiques géométriques du capteur de pression capacitif, la surface « A » et la distance inter électrodes « d ».

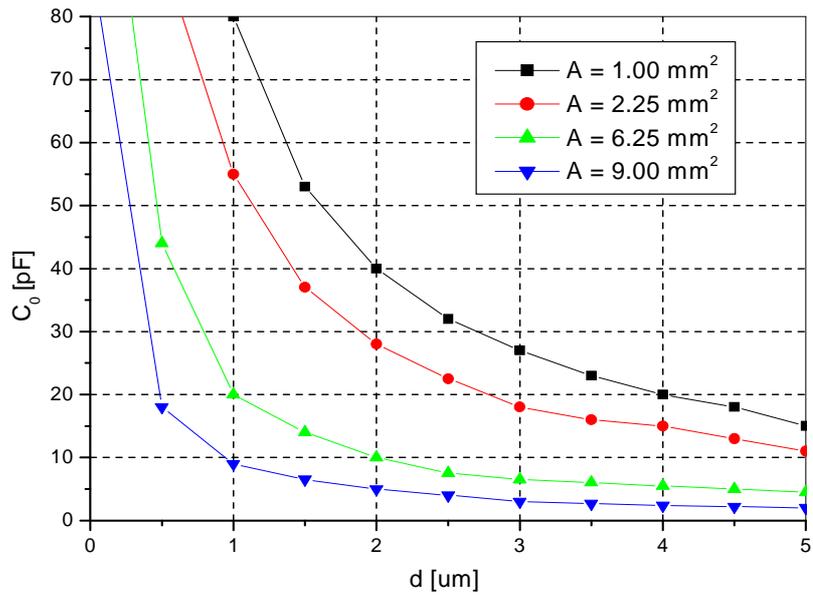


Figure 3. 4 : Variation de la capacité au repos C_0 en fonction de la distance inter électrodes « d » pour différentes surfaces « A ».

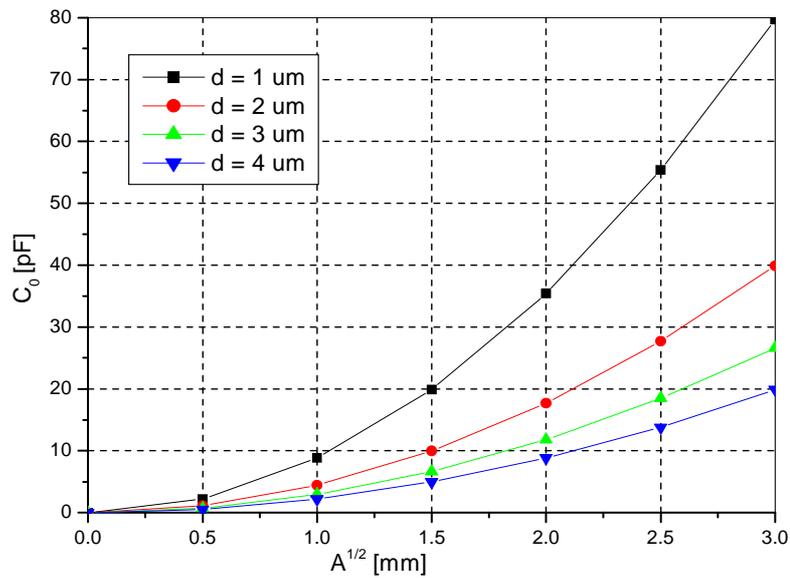


Figure 3. 5 : Variation de la capacité au repos C_0 en fonction de la racine carrée de surface « A » à la distance inter électrodes « d » constant.

Les figures 3.4 et 3.5 montrent l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la capacité au repos du capteur de pression capacitif en fonction de la pression appliquée. On en déduit que l'augmentation de la surface « A » donne une augmentation de la capacité C_0 .

L'augmentation de la distance inter électrodes « d » donne une minimisation de la capacité C_0 .

III.4.2 Réponse de la capacité

A- petites déformations

- Membrane carrée ou rectangulaire :

Nous traçons les courbes des variations de la capacité ($\Delta C/C$) en fonction de la pression appliquée P pour les deux modèles polynomial et trigonométrique [2, 7]. Les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [1, 3] :

Modules d'Young	$E=168 \text{ GPa.}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.066 .$
Longueur	$a = 210 \text{ }\mu\text{m.}$
Largueur	$b = 210 \text{ }\mu\text{m.}$
Hauteur	$h = 27 \text{ }\mu\text{m.}$
Distance	$d = 3.5 \text{ }\mu\text{m.}$

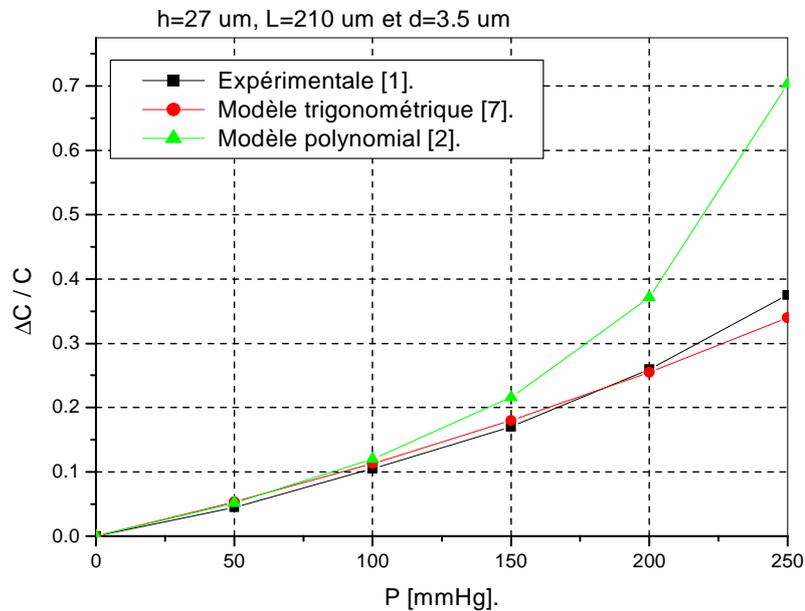


Figure 3. 6 : Variation de la capacité relative ($\Delta C/C$) en fonction de la pression appliquée dans le cas petites déformations pour les différents modèles.

La figure 3.6 montre l'influence du modèle polynomial et trigonométrique sur la réponse capacitive ($\Delta C / C$) en fonction de la pression appliquée du capteur de pression capacitif dans le cas des petites déformations. Nous déduisons que le modèle trigonométrique donne une bonne approximation par rapport au résultat expérimental [1].

Le choix du modèle utilisé est très important pour l'obtention des résultats identiques ou comparables avec les résultats expérimentaux.

- **Membrane circulaire :**

La membrane déformable est une plaque de silicium, dont les paramètres géométriques essentiels sont connus, c'est-à-dire la surface « A » de l'armature fixe et la distance inter-électrodes « d » [13]. La valeur de la capacité au repos, pour $A = 6,2 \text{ mm}^2$, $d = 1,6 \text{ }\mu\text{m}$ et $\epsilon_0 = 8.86 \times 10^{-12} \text{ [F/m]}$ est : $C_0 = 34.3325 \text{ pF}$.

Dans le cas des petites déformations, en substituant l'expression analytique (3,6) de la déflexion maximale au centre de la membrane dans l'équation de capacité (3.5), nous traçons les courbes de variation de la capacité en fonction de la pression appliquée P pour les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [13] : $h = 150 \text{ }\mu\text{m}$, $A = 6.2 \text{ mm}^2$ et $d = 1.6 \text{ }\mu\text{m}$.

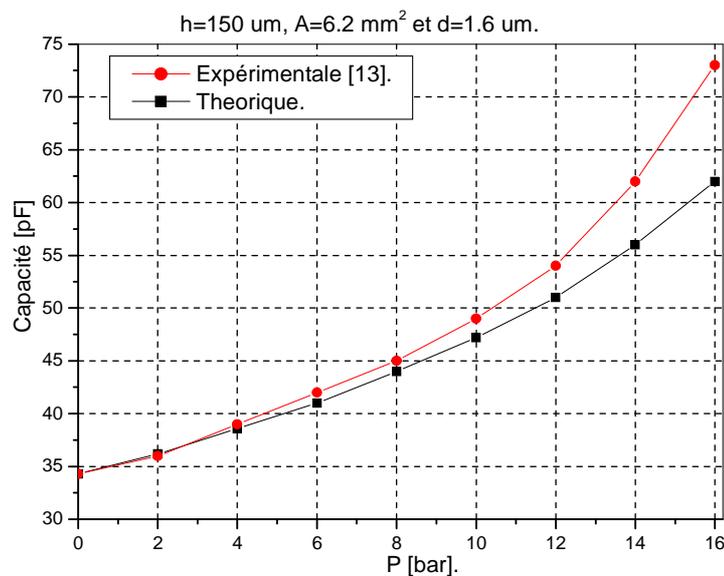


Figure 3. 7 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée d'une membrane de forme circulaire, dans le cas des faibles déformations.

La figure 3.7 représente les variations de la capacité $C_o(P)$ en fonction de la pression appliquée P dans le cas des petites déformations. On remarque que l'allure de ce courbe est similaire à celle de résultat expérimental [13] dans l'intervalle de pression de 0 à 8 bars, néanmoins une légère différence lorsque la pression augmente (≥ 8 bars) qui est probablement due aux le modèle utilisé d'une part et aux contraintes thermiques causées par le processus de la fabrication du dispositif d'autre part.

Pour avoir l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la réponse capacitive $C_o(P)$ du capteur de pression capacitif, nous tacons les courbes sa réponse capacitive pour différentes valeurs de la surface de la membrane « A », différentes valeurs de la distance inter électrodes « d » et différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h ».

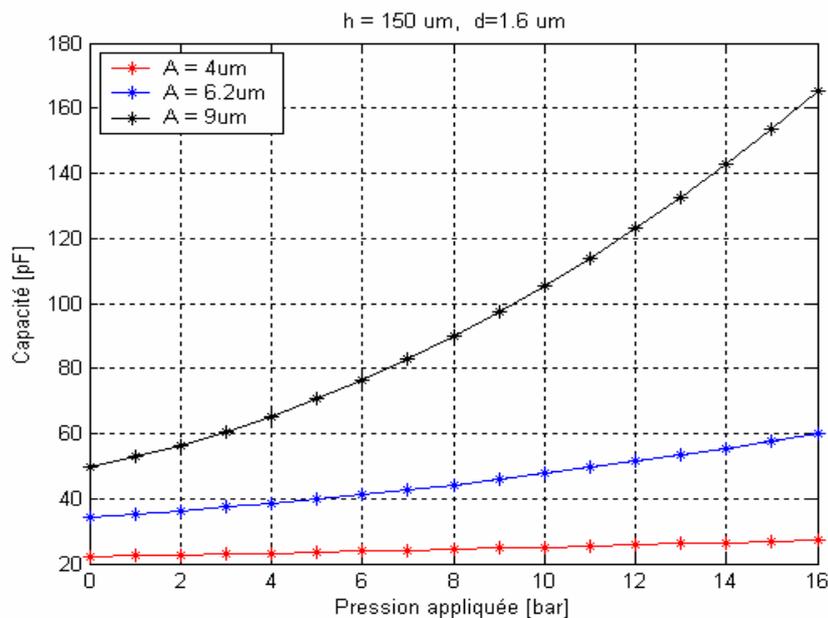


Figure 3. 8 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée d'une membrane de forme **circulaire** cas petites déformations pour différentes valeurs de la surface « A ».

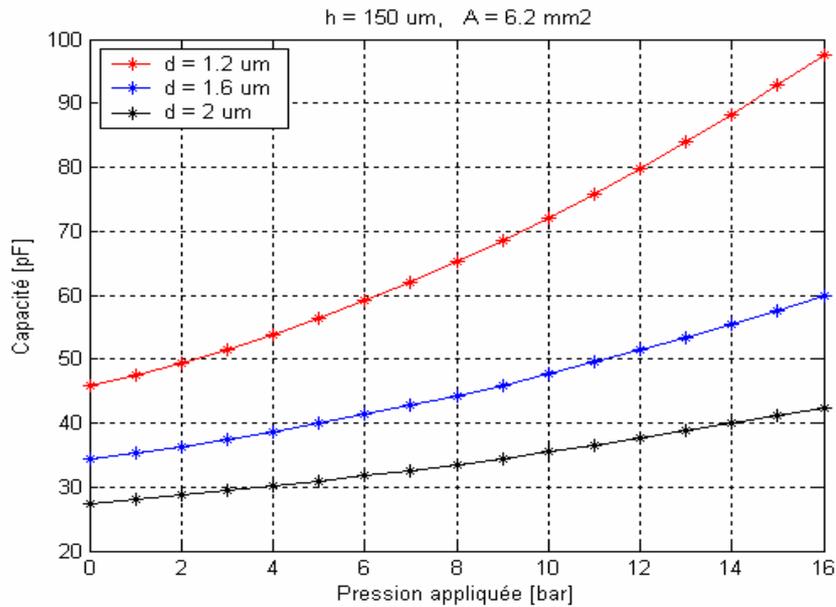


Figure 3. 9 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, cas petites déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur du diélectrique « d ».

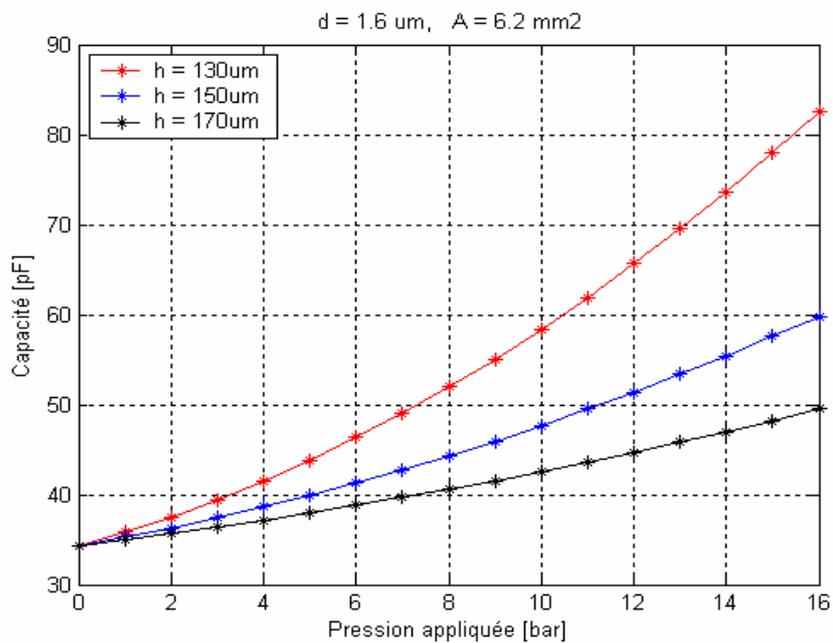


Figure 3. 10 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, cas petites déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h ».

Les figures 3.8, 3.9 et 3.10 montrent l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la réponse capacitive $C(P)$ du capteur de pression capacitif en fonction de la pression appliquée dans le cas des petites déformations. On en déduit que l'augmentation de la surface « A » donne une augmentation de la capacité. L'augmentation de la distance inter électrodes « d » donne une minimisation de la capacité et l'augmentation de l'épaisseur de la membrane « h » donne une minimisation de la capacité $C(P)$.

B- Grandes déformations

- Membrane carrée ou rectangulaire :

Pour avoir les courbes des variations de la capacité relative $(\Delta C / C)$ en fonction de la pression appliquée P pour les deux modèles polynomial et trigonométrique dans le cas des grandes déformations, nous utilisons les expressions approchées de déformation $w(x, y)$ de la membrane dans le cas des grandes déformations suivants :

✚ dans le cas du modèle polynomial :

$$w(x, y, P) = [h f(P)] \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n K_{ij} \left(\frac{x}{a}\right)^i \left(\frac{y}{b}\right)^j \quad (3.9)$$

✚ dans le cas du modèle trigonométrique :

$$w(x, y, P) = \frac{1}{4} [h f(P)] \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n k_{ij} \left[\cos^2 \left(\frac{(2i+1)\pi x}{2a} \right) \right] * \left[\cos^2 \left(\frac{(2j+1)\pi y}{2b} \right) \right] \quad (3.10)$$

L'expression de la capacité $C(P)$ devient :

$$C_{\diamond}(P) = \varepsilon \iint_A \frac{dA}{d - w(x, y, P)} \quad (3.11)$$

Où la déflexion maximale au centre de la membrane dans le cas grandes déformations est donnée par:

$$w_{00} = h [f(P)] \quad (2.23)$$

Où $f(P)$ est la solution de la fonction (2.22) qui dépend de P , E , ν , L et h et qui défini précédemment dans le chapitre deux:

$$\frac{3\pi^2 h^2 (1-\nu^2)}{L^2} \left(\frac{9}{64(1-\nu^2)} + 0.1666 \right) [f(P)]^3 + \frac{2\pi^4 h^2}{L^2} [f(P)] - \frac{3(1-\nu^2)L^2}{Eh^2} P = 0 \quad (2.22)$$

Nous traçons les courbes des variations de la capacité relative ($\Delta C / C$) en fonction de la pression appliquée P pour les deux modèles polynomial et trigonométrique. Les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [1, 3] :

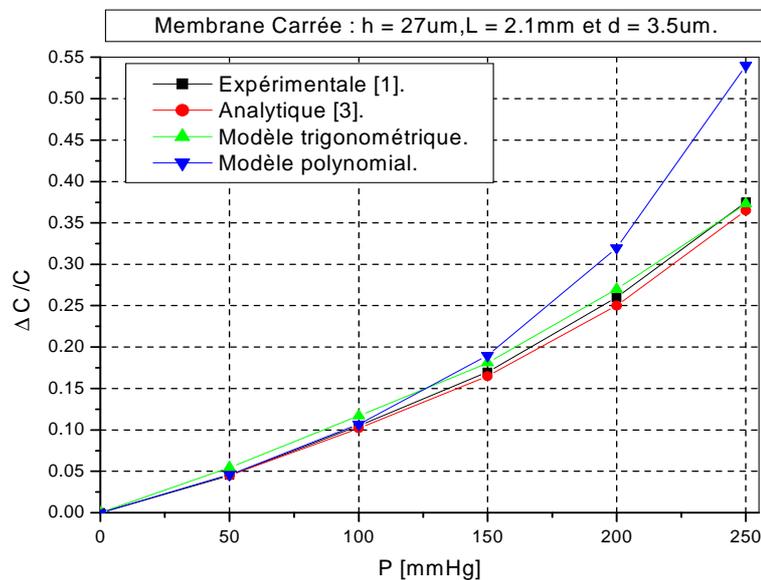


Figure 3. 11: Variation de la capacité relative ($\Delta C / C$) en fonction de la pression appliquée d'une membrane carrée dans le cas des grandes déformations.

La figure 3.11 montre l'influence du modèle polynomial ou trigonométrique sur la réponse capacitive relative ($\Delta C / C$) du capteur de pression capacitif en fonction de la pression appliquée dans le cas des grandes déformations.

On note que le meilleur résultat obtenu dans le cas grandes déformations est celui de la fonction de base trigonométrique, donc le modèle trigonométrique permet l'obtention de résultats plus précis que le modèle polynomial comme le montre la figure 3. 11.

Donc le choix de fonction de base est très important pour améliorer les résultats obtenus.

- **Membrane circulaire :**

Pour avoir les courbes des variations de la capacité $C_o(P)$ en fonction de la pression appliquée P d'une membrane circulaire dans le cas des grandes déformations, nous utilisons les expressions approchées de déformation de la membrane dans le cas des grandes déformations suivants :

$$\left(\frac{5hE}{3a^2}\right) \left[\left[\left(\frac{4}{21}\right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu}\right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] f^3 + \frac{16 Eh^3}{(1-\nu^2)a^2} \left[\frac{1}{10.28} \right] f - \frac{P a^2}{3} = 0 \quad (2.35)$$

L'expression de la capacité $C(P)$ devient :

$$C_o(P) = C_o \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{w_0}{d} \right) + 0.2 \left(\frac{w_0}{d} \right)^2 \right] \quad \text{avec} \quad w_0 = f \quad (3.5)$$

f est la seule solution réelle de l'équation (2.35), qui représente la déflexion au centre de la membrane circulaire.

Dans le cas des grandes déformations, en substituant l'expression de la solution réelle de l'équation (2.35) de la déflexion au centre de la membrane circulaire dans l'équation de capacité (3.5), nous traçons les courbes de variation de la capacité en fonction de la pression appliquée P pour les propriétés mécaniques et les dimensions géométriques de la membrane au silicium sont celles utilisées par [13].

La figure 3.12 représente la variation de la capacité $C_o(P)$ en fonction de la pression appliquée P dans le cas des grandes déformations. On note que l'allure de ce courbe est similaire à celle de résultat expérimental [13] dans l'intervalle de pression de 0 à 12 bars, on a une légère différence lorsque la pression augmente (≥ 12 bars) qui est probablement due aux le modèle utilisé d'une part et aux contraintes thermiques causées par le processus de la fabrication du dispositif d'autre part.

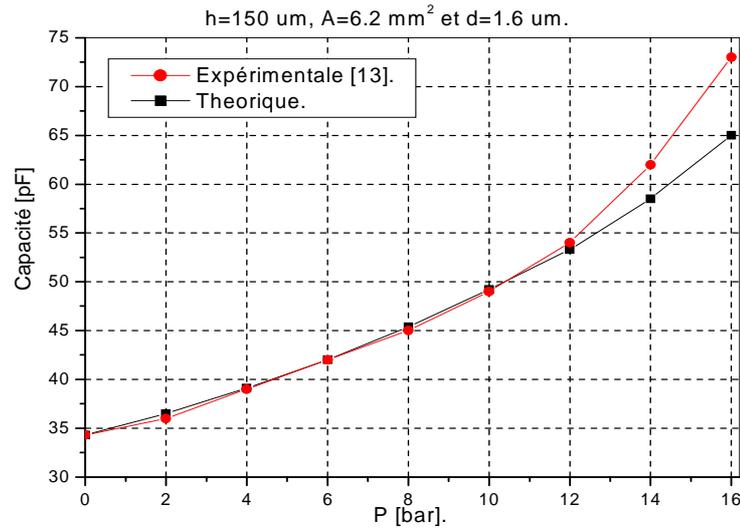


Figure 3. 12 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, dans le cas des **grandes** déformations.

Nous tacons les courbes de la capacité $C(P)$ du capteur de pression capacitif pour différentes valeurs de la surface de la membrane « A », différentes valeurs de la distance inter électrodes « d » et différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h » pour avoir l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur sa réponse capacitive.

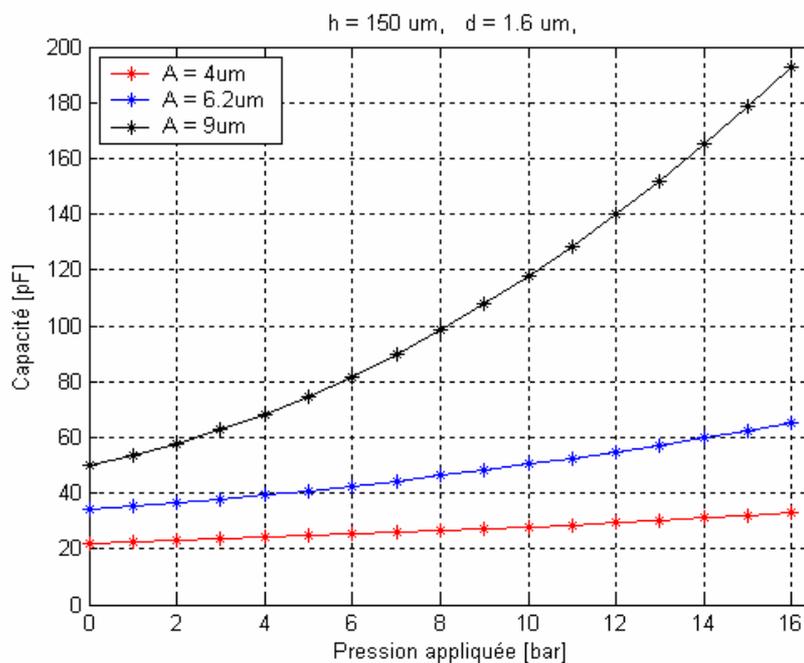


Figure 3. 13 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane **circulaire**, cas grandes déformations pour différentes valeurs de la surface « A ».

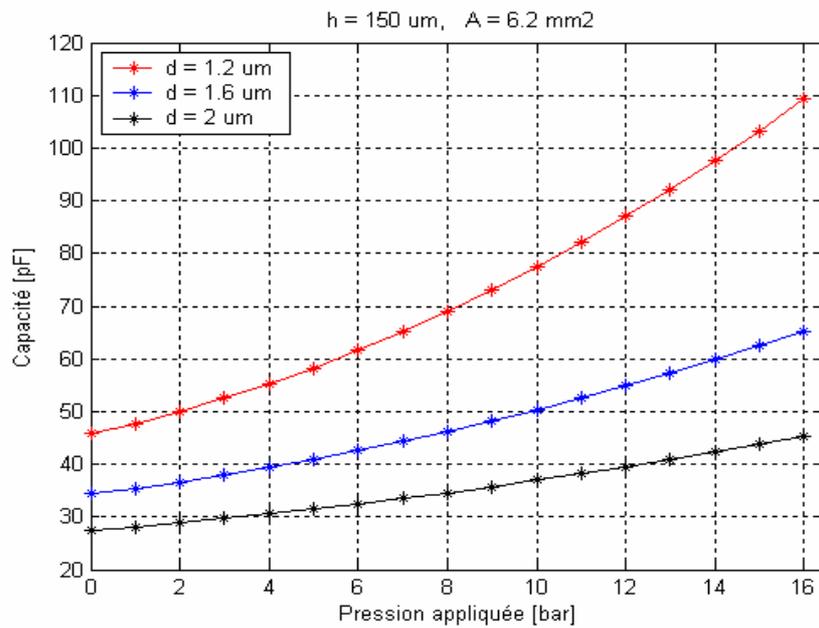


Figure 3. 14 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane *circulaire*, cas grandes déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur du diélectrique « d ».

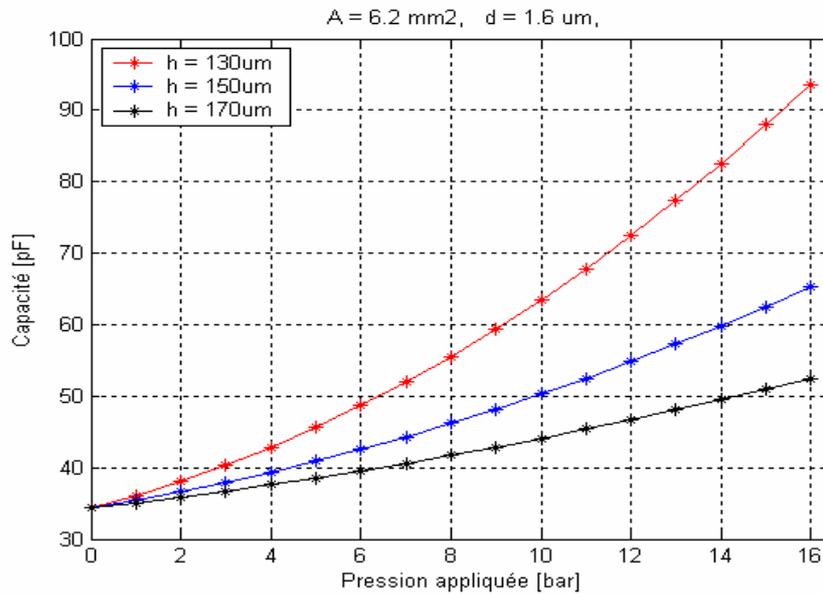


Figure 3. 15 : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane *circulaire*, cas grandes déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h ».

Les figures 3.13, 3.14 et 3.15 montrent l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la réponse capacitive $C(P)$ du capteur de pression capacitif en fonction de la pression appliquée dans le cas des grandes déformations. On en déduit que l'augmentation de la surface « A » donne une augmentation de la capacité. L'augmentation de la distance inter électrodes « d » donne une minimisation de la capacité et l'augmentation de l'épaisseur de la membrane « h » donne une minimisation de la capacité $C(P)$.

Nous traçons les courbes de la sensibilité $S(P)$ du capteur de pression capacitif pour différentes valeurs géométriques de la membrane pour avoir l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur sa réponse de la sensibilité à la pression appliquée.

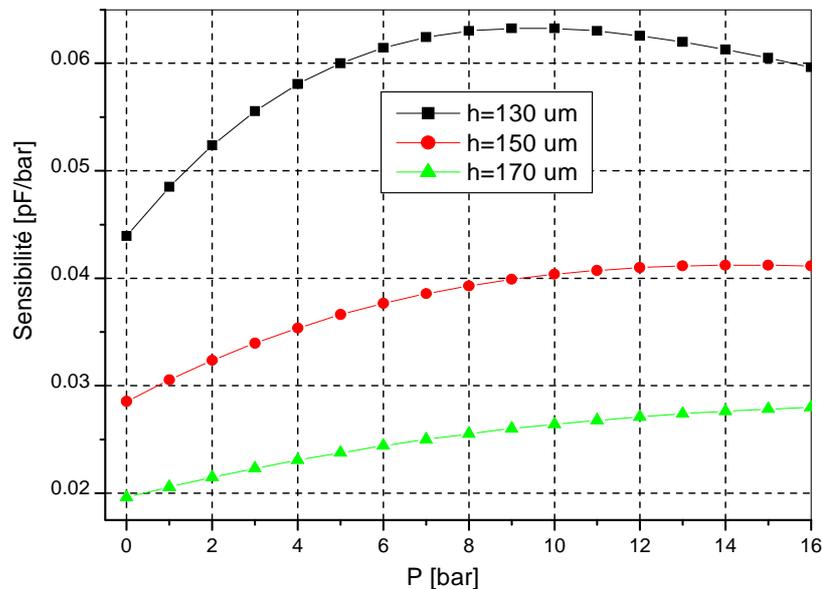


Figure 3. 16 : Sensibilité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, cas grandes déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur de la membrane « h ».

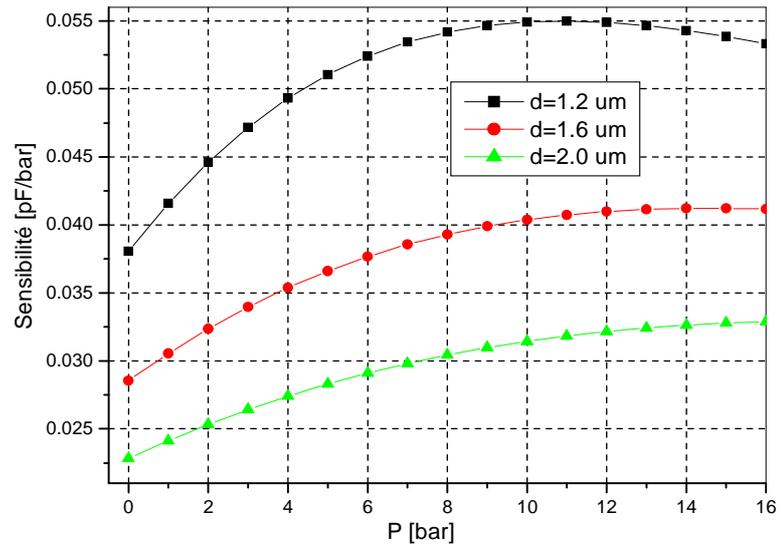


Figure 3. 17 : Sensibilité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, cas grandes déformations pour différentes valeurs de l'épaisseur du diélectrique « d ».

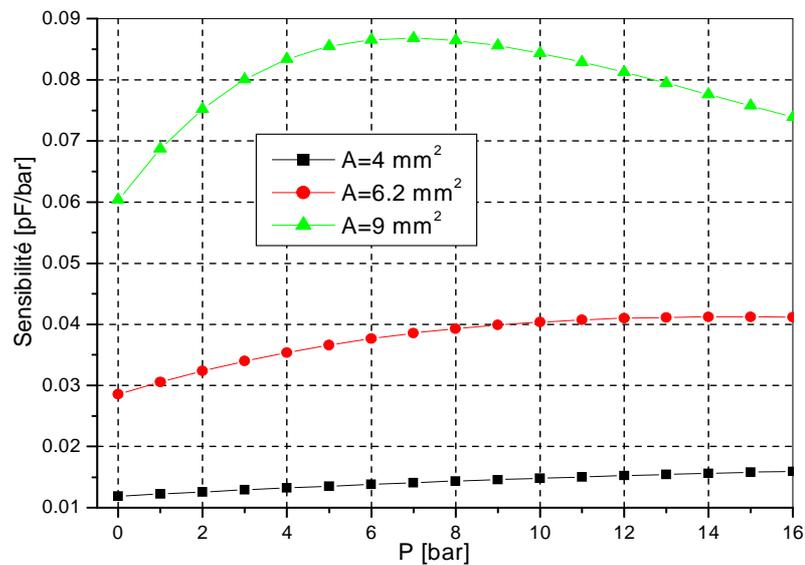


Figure 3. 18 : Sensibilité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, cas grandes déformations pour différentes valeurs de la surface « A ».

Les figures 3.16, 3.17 et 3.18 montrent l'influence des paramètres géométriques de la membrane sur la réponse de sensibilité $S(P)$ du capteur de pression capacitif en fonction de la pression appliquée dans le cas des grandes déformations. On en déduira que l'augmentation de la surface « A » donne une augmentation de la sensibilité à la pression appliquée, l'augmentation de la distance inter électrodes « d » donne une minimisation de la sensibilité, et l'augmentation de l'épaisseur de la membrane « h » donne une minimisation de la sensibilité $S(P)$.

A partir de ces figures on constate que les résultats sont en bon accord avec la théorie, et qu'effectivement une augmentation de la capacité ou bien de la sensibilité est obtenue par :

- La maximisation de la surface « A ».
- La minimisation de la distance inter électrodes « d ».
- La minimisation de l'épaisseur de la membrane « h ».

Donc pour concevoir un capteur de pression capacitif de haute sensibilité, il suffit d'avoir une large surface de membrane « A », une faible épaisseur de la cavité « d » et une très mince épaisseur de membrane « h ».

III.5 Analyse comparative

Après avoir déterminé les effets des différents paramètres d'influence sur la réponse du capteur de pression capacitif, tels que la forme de la membrane (carrée, rectangulaire ou circulaire), son épaisseur, la surface, la distance inter électrode, et les différents paramètres d'élasticité du matériau utilisé tels que module de Young et le coefficient de Poisson, nous avons présenté les effets de ses paramètres d'influence sur la réponse capacitive pour les deux cas petites et grandes déformations.

III.5.1 Intervalle de validation des hypothèses

L'intervalle de validations des hypothèses petites et grandes déformations est très claire dans le cas de la membrane circulaire comme la montre la figure suivante :

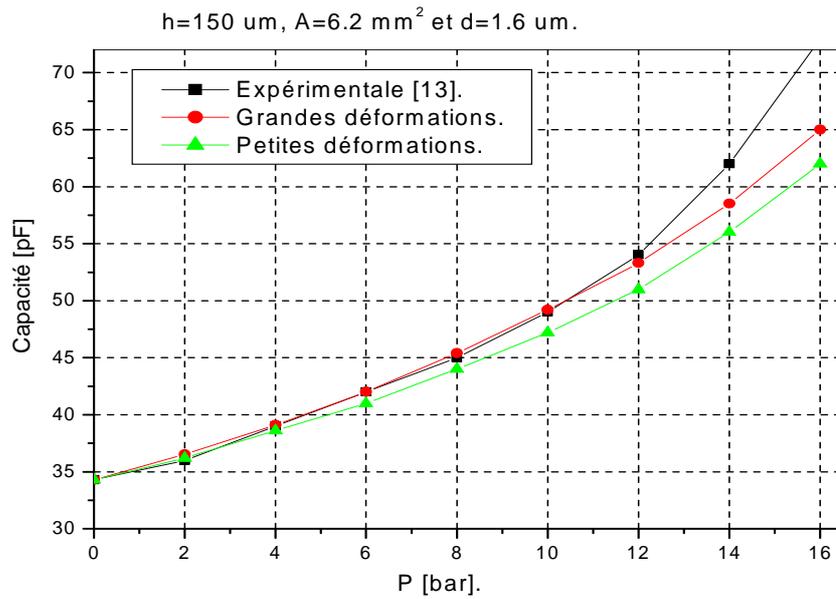


Figure 3. 19 : Variation de la capacité $C(P)$ en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme **circulaire**, pour les deux cas grandes et petites déformations.

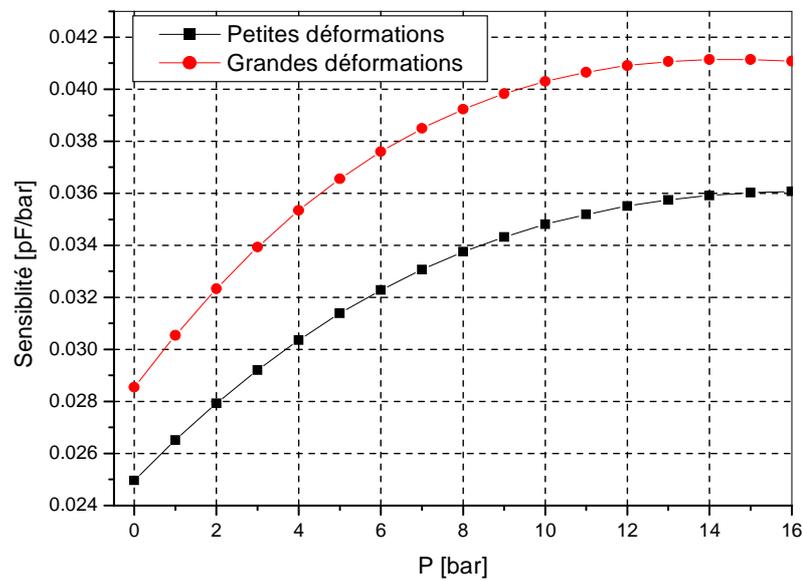


Figure 3. 20 : Variation de la sensibilité en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme circulaire, dans les deux cas grandes et petites déformations.

Les figures 3.19 et 3. 20 représentent les variations de la capacité et de la sensibilité en fonction de la pression appliquée P dans le cas des petites et des grandes déformations. On

remarque que l'allure de la réponse capacitive dans le cas des grandes déformations est similaire à celle de résultat expérimental [13] dans l'intervalle de pression de 0 à 12 bars, on a une légère différence lorsque la pression augmente (≥ 12 bars). Et dans le cas des petites déformations, elle est similaire à celle de résultat expérimental [13] dans l'intervalle de pression de 0 à 8 bars, donc l'hypothèse des grandes déformations est plus valide.

III.5.2 Effet de modèle utilisé

L'effet de choix du modèle utilisé soit trigonométrique ou polynomial est bien clairement sur la variation de la capacité en fonction de la pression appliquée, comme le représente sur la figure 3. 21.

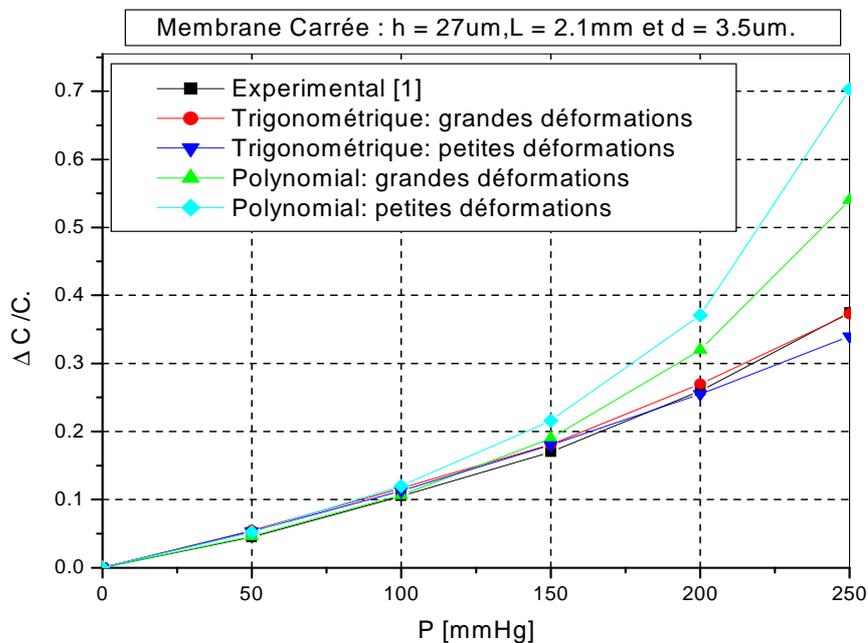


Figure 3. 21 : Variation de la capacité ($\Delta C / C$) en fonction de la pression appliquée dans le cas d'une membrane de forme carrée pour les modèles trigonométrique et polynomial.

III.5.3 Effet de forme de la membrane

Pour mieux voir l'effet de forme de la membrane nous avons tracé les courbes de variation de la capacité $C(P)$ pour différentes formes de la membrane (carrée, rectangulaire et circulaire) comme le montre la figure 3. 22.

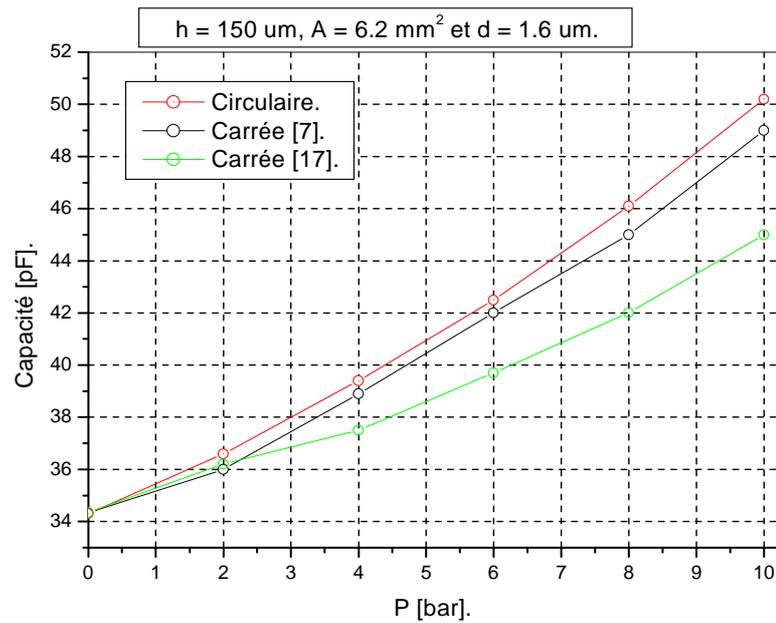


Figure 3. 22: Variation de la capacité $C(P)$ en fonction de la pression appliquée P pour plusieurs formes de la membrane : carrée (rectangulaire) et circulaire.

A partir de la figure 3. 22, l'effet de la forme de la membrane est bien clairement sur la variation de la capacité en fonction de la pression appliquée, il est apparié sur les amplitudes qui différentes, et que la même allure.

Donc on constate que les amplitudes de la capacité et de la sensibilité de la forme circulaire sont respectivement plus importantes que celle des formes rectangulaire et carrée.

III.5.4 Effet des coefficients d'élasticités

Dans la direction cristallographique [100] de silicium, le coefficient de Poisson varié de **0.066** dans le plan cristallographique [011] à **0.28** dans le plan cristallographique [001]. Comme le coefficient de Poisson, le module de Young pour le matériau de silicium orientée selon le plan cristallographique [100], varier de **168 GPa** dans le plan d'orientation cristallographique [011] à **129.5 GPa** dans le plan cristallographique [100] [44].

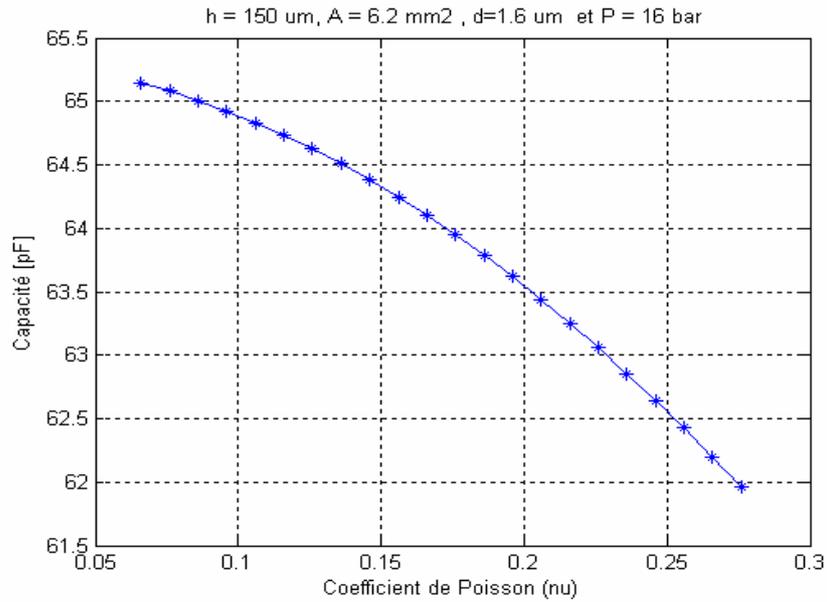


Figure 3. 23 : Variation de la capacité en fonction de coefficient de Poisson « ν » dans le cas d'une membrane de forme **circulaire** à P=16 bar.

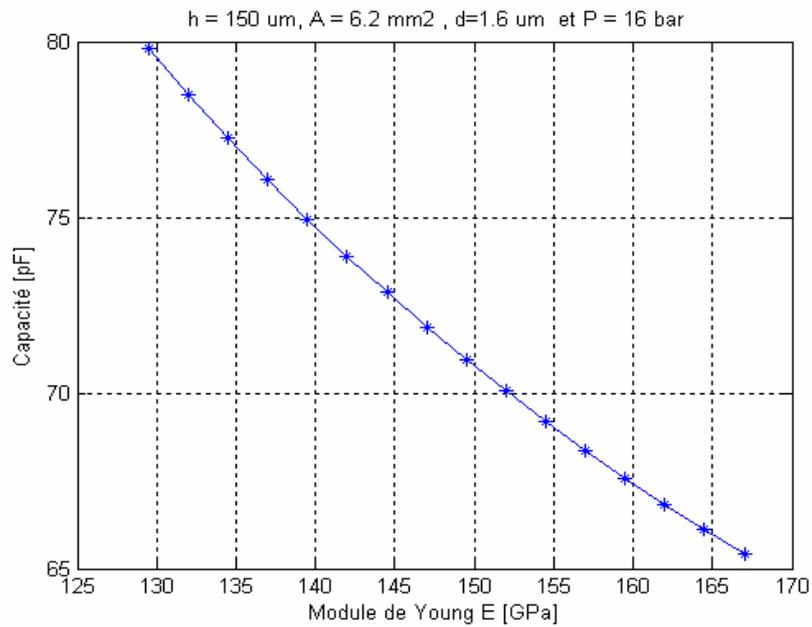


Figure 3. 24 : Variation de la capacité en fonction de coefficient de module de Young « E » dans le cas d'une membrane de forme **circulaire** à P=16 bar.

L'effet des coefficients d'élasticités de la membrane est bien clairement sur la variation de la capacité en fonction de la pression appliquée comme le montre les figures 3. 23 et 3.24.

III.6 Analyse du capteur de pression capacitif par le simulateur SPICE

La simulation est une étape très importante dans la conception des circuits analogiques. Elle permet d'observer des résultats optimisés à moindre coût. L'évaluation des performances d'un circuit avec le logiciel **SPICE** avant sa réalisation nous permet d'obtenir un temps de conception réduit et limiter ainsi les coûts de production. La qualité des résultats obtenus de la conception et de la simulation des circuits électroniques, dépend de la précision des modèles utilisés. Dans ce cadre, nous proposons une implantation du modèle de capteur de pression capacitif sur le simulateur **SPICE**, elle va nous permettre de tester les performances du modèle de capteur de pression capacitif.

III.6.1 Présentation du simulateur SPICE

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) est un simulateur électrique standard qui permet l'analyse statique, transitoire et dynamique des circuits électronique. Les circuits peuvent contenir des différents dispositifs électroniques (résistances, condensateurs, inductances, des sources de tension et de courant). Le simulateur a été développé à l'université de Berkeley durant l'année 1967. Aujourd'hui, la plupart des simulateurs électriques, sont des descendants du simulateur de deuxième génération **SPICE**, ils sont basés sur plusieurs méthodes numériques de base [47].

III.6.2 Modélisation comportementale

La modélisation comportementale permet de modéliser un circuit par sa fonction de transfert. Il s'agit en effet, de remplacer ce circuit par une boîte noire qui peut être un générateur de tension ou de courant contrôlé, obéissant à une loi de variation décrite selon plusieurs méthodes (valeur, fonction polynomial, tableau, ...). Les avantages de la modélisation comportementale sont :

- modélisation de tous genre de circuits (électrique, non électrique et une combinaison électrique- non électrique).
- temps d'analyse court.
- Haute précision de simulation (le modèle utilise les lois qui décrivent le comportement du circuit).

Nous allons chercher le circuit électrique équivalent de la cellule sensible capacitive, au voisinage de la résonance fondamentale. La force (pression) électrostatique provoque la mise en vibration de la membrane et donc la variation de la capacité. Le comportement au voisinage de la résonance fondamentale peut être assimilé à celle d'un résonateur à quartz [13, 28] dont le schéma électrique est présenté sur la figure suivante :

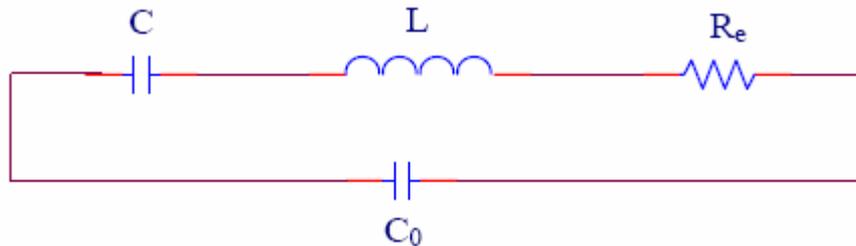


Figure 3. 25: Circuit électrique équivalent au capteur capacitif, au voisinage de la résonance fondamentale [28].

III.6.3 Résultats de simulation

Le logiciel SPICE utilise uniquement des sources de tension et des sources de courant. Ainsi une pression ne peut être simulée que par une source de tension. Il en est de même, la réponse qui peut être une capacité est représentée par une tension. Il suffit de spécifier au départ l'analogie entre la grandeur réelle et la source de tension qui la représente, par exemple, dans ce travail nous représentons la pression P par la source de tension $V1$. Si nous devons obtenir $C(P)$, PSPICE délivre une tension V_{out+} qui représente la capacité C , ainsi $V_{out+}(V1)$ est l'analogie de $C(P)$.

➔ Afin de tester le comportement statique du modèle capteur de pression capacitif, nous avons fait varier la pression dans une plage de 0 à 18 bars, par l'analyse «**DC- SWEEP/ Parametric Sweep**» on obtient le résultat représenté sur la figure 3. 27.

Les composants comportementaux de ce macromodèle sont des primitives **EVALUE**, qui sont des sources de tension contrôlés disponibles dans la bibliothèque (**ABM**) du simulateur **SPICE**. Tenant compte de l'expression analytique (3. 5) de la capacité, le modèle sera représenté par un agencement de trois primitives **EVALUE** associés pour délivrer en sortie une tension qui modélise la capacité. Afin de pouvoir intervenir sur la fonctionnalité du modèle avant de valider, il est nécessaire de déclarer les termes constants (tel que la surface

A, l'épaisseur d'air d, l'épaisseur h) sous forme de paramètre grâce à l'instruction (**SPICE / PLACE OPTIMIZER PARAMETERS**), ces paramètres sont accessibles pour une éventuelle modification directement de la rubrique **PARAMETERS** sur le schéma saisi 3.26.

Le macromodèle de la capacité en fonction de la pression appliquée est schématisé par le montage fonctionnel représenté par la figure suivante :

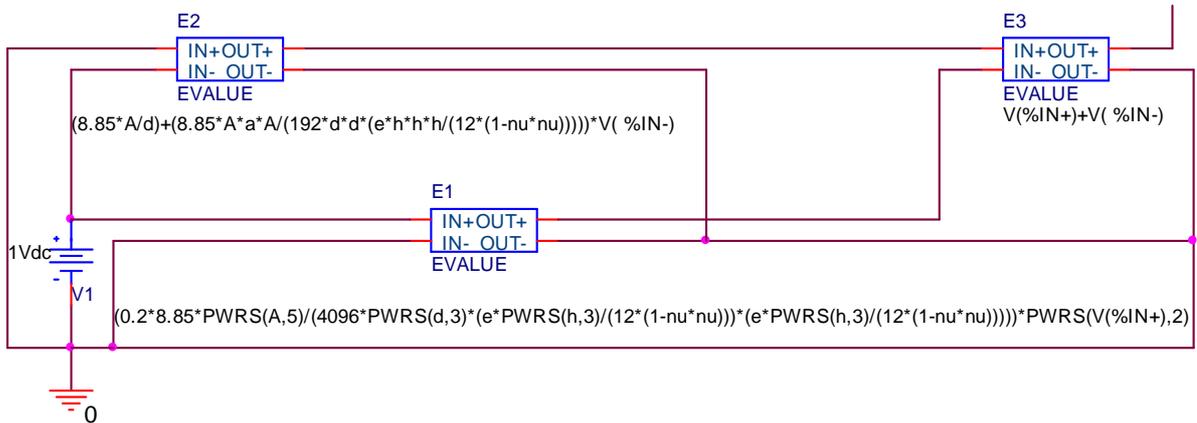


Figure 3.26: Schéma de simulation environnement SPICE.

La figure 3. 27 représente la variation de la capacité en fonction de la pression appliquée.

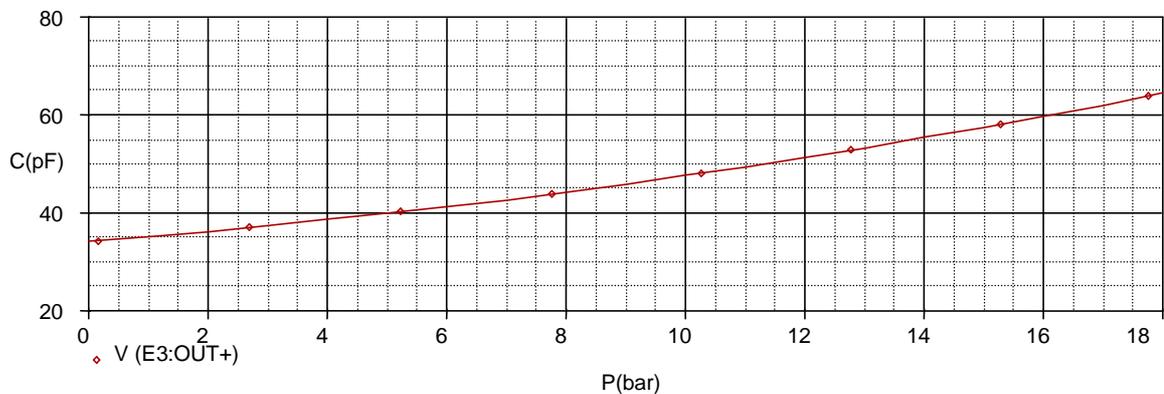


Figure 3. 27: résultat de simulation de la capacité en fonction de la pression.

➔ Afin de tester le comportement dynamique du modèle capteur de pression capacitif, nous avons fait varier la pression en fonction du temps selon un cycle de 1ms (0.5ms pour le cycle en pression croissante et 0.5ms pour le cycle en pression décroissante). Nous utilisons l'analyse « **Time Domain** » du SPICE, on obtient les résultats représentés aux figures 3. 29 et 3. 30.

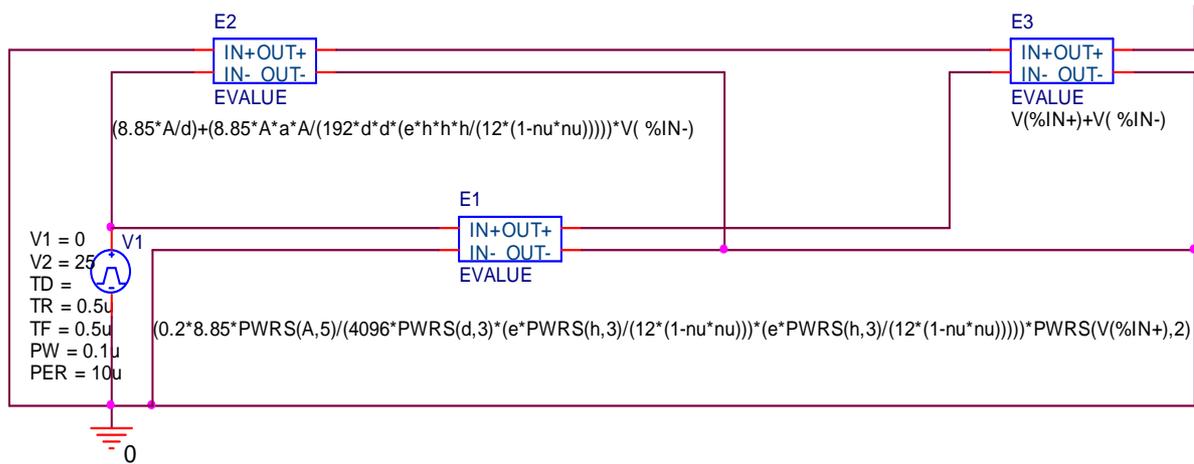


Figure 3. 28: Schéma de simulation environnement SPICE.

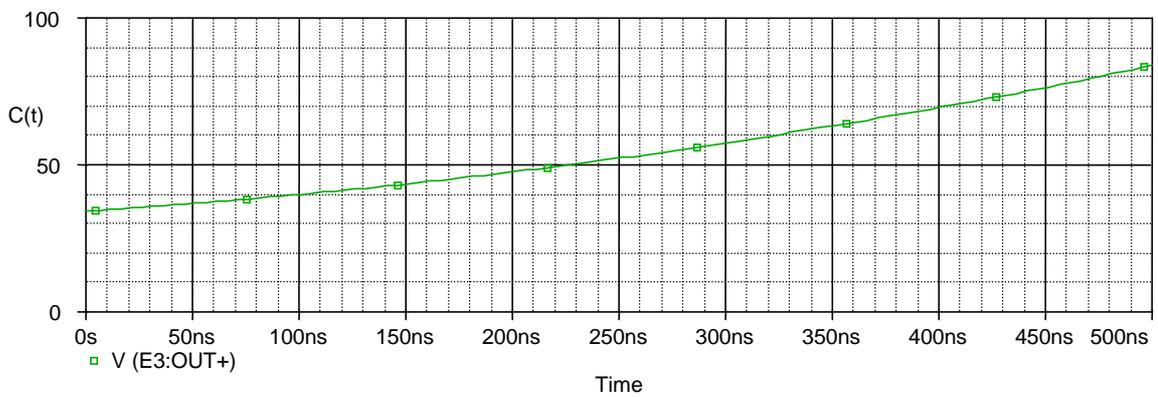


Figure 3. 29: Variation de capacité en fonction du temps C(t) (cycle croissant).

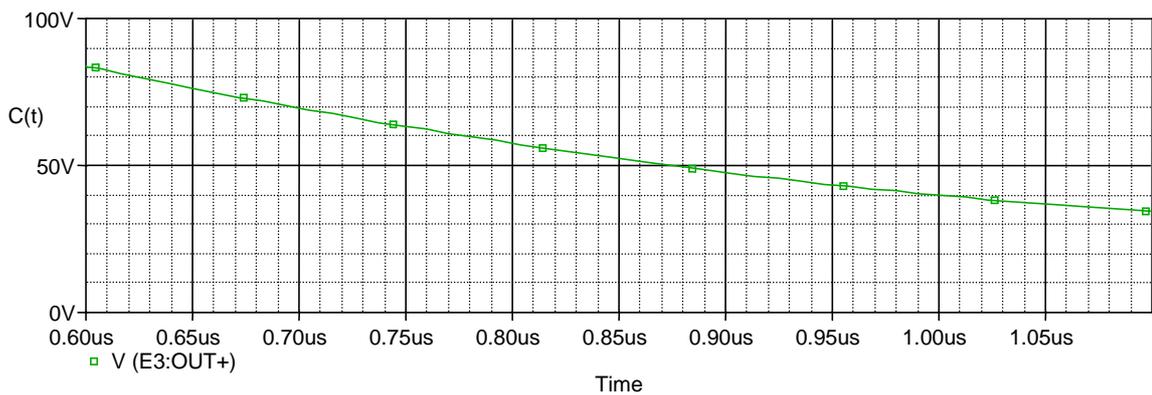


Figure 3. 30: Variation de capacité en fonction du temps C(t) (cycle décroissant)

Les figures 3. 29 et 3. 30 illustrent la réponse du capteur de pression capacitif pour un cycle de temps précis. L'implantation de ce modèle sous forme d'un composant électronique dans la bibliothèque du simulateur **SPICE** nous a permis d'évaluer les performances de ce capteur.

A partir des résultats obtenus précédemment, nous avons conclu que ce modèle implanté par **SPICE** exprime fidèlement le comportement du capteur de pression capacitif.

Les résultats de simulations obtenus par **SPICE** confirment ceux obtenus par MATLAB.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué les résultats obtenus dans le chapitre II de la déflexion d'une membrane fine au silicium de formes carrée, rectangulaire et circulaire dans les deux cas de petites et de grandes déformations d'un capteur de pression capacitif. Nous avons déterminé l'expression de la sensibilité à la pression appliquée à partir de la réponse capacitive. Une analyse de ces expressions nous a permis de déterminer l'influence des paramètres géométriques de la structure sur le comportement statique du capteur. Donc pour la conception des capteurs de pression capacitifs à haute sensibilité, il est nécessaire d'avoir une grande surface de la membrane et une faible épaisseur de la cavité (la distance inter électrode).

L'étude comparative entre les résultats simulés et expérimentaux nous a permis de valider notre étude, nous avons remarqué qu'il y a une légère différence entre ces deux résultats, qui est due aux effets des contraintes thermiques engendrées par le processus de fabrication du dispositif. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux de la littérature [1,13] La simulation par SPICE confirme notre étude théorique présentée dans le deuxième et le troisième chapitre, et ceci nous a permis d'évaluer les performances de notre capteur dans un environnement électrique.

Conclusion Générale

Dans le premier chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les capteurs de pression capacitifs. Au début, nous avons cité des généralités sur ces capteurs et l'amélioration de leurs performances ainsi que le processus de leurs technologies de fabrication.

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié la déflexion statique d'une membrane fine au silicium, parfaitement encastrée aux bords, de formes carrée, rectangulaire et circulaire, soumise à une pression uniforme et constante, dans les cas de petites et de grandes déformations. Nous avons utilisé les solutions existants dans la littérature pour l'obtention de l'expression de déflexion de la membrane, ce qui nous a permis de localiser les points les plus déformables de la membrane et aussi la détermination des effets des paramètres d'influence sur la réponse de la membrane.

Dans le troisième chapitre, nous avons appliqué les résultats obtenus dans le deuxième chapitre de la déflexion d'une membrane fine au silicium de formes carrée, rectangulaire et circulaire dans les cas des petites et grandes déformations, à un capteur de pression capacitif. Nous avons analysé les expressions de la capacité et de la sensibilité à la pression appliquée, ce qui permet de déterminer l'influence des paramètres géométriques de la structure sur le comportement statique du capteur de pression capacitif. Une étude comparative entre les différentes formes de membrane a permis de donner au concepteur des critères de choix pour les applications souhaitables.

Enfin, nous avons validé notre étude par une analyse du capteur de pression capacitif dans un milieu électrique. Nous avons utilisé la modélisation comportementale du circuit électrique équivalent de ce capteur en utilisant logiciel **SPICE**. Cette simulation nous a permis d'évaluer les performances de ce capteur dans un environnement électrique.

La comparaison des résultats simulés et mesurés nous a permis de valider notre étude dans une certaine gamme de valeur de pression. Néanmoins il y a une légère

différence entre ces valeurs, qui est probablement due aux effets des contraintes thermiques engendrées par le processus de fabrication du dispositif, et l'incertitude des calculs mathématiques.

L'ensemble de ces travaux effectués nous a permis de caractériser le comportement statique des capteurs de pression capacitif dont la membrane fine au silicium est carrée et circulaire, dans les deux cas des petites et grandes déformations. La méthode utilisée au cours de notre mémoire peut être étendue à d'autre type des capteurs afin d'améliorer leurs performances et obtenir des réponses précises.

Références Bibliographiques

- [1] : K.W. Lee and K.Wise. « SENSIM : A Simulation Program for Solid-state Pressure Sensors ». IEEE. 1982.
- [2] : N. Benmoussa. « Conception, modélisation et réalisation d'un capteur de pression capacitif Microélectronique ». Thèse doctorat de l'université P. Sabatier Toulouse 1985.
- [3] : H. E. Elgamel. « A simple and efficient technique for the simulation of capacitive pressure transducers ». *Sensors and Actuators* 77 (1999) 183-186.
- [4] : H. E. Elgamel. « Closed form expressions for the relationships between stress, diaphragm deflection, and resistance change with pressure in silicon piezoresistive pressure sensors », *sensors and Actuators A* 50 (1995) 17-22.
- [5] : Liwei Lin « A Simulation Program for the Sensitivity and Linearity of Piezoresistive Pressure Sensors ». IEEE. 1999.
- [6] : S.P. Timochenko, S.Woiniowsky-Krieger, « Theory of plates and shells », New York : Mc Graw-hill, 1959.580 p.
- [7] : Fouad Kerrou. « Etude et Modélisation de Capteur de Pression Piezorésistifs et Capacitifs au Silicium ». Thèse Doctorat de l'université Mentouri Constantine **2008**.
- [8] : S. Chen. M. Zhu. « Design and Optimization of a Micro Piezoresistive Pressure Sensor MNES ». Northwestern Polytechnical University. IEEE. China. **2008**
- [9] : G.Blasquez. Y. Naciri, « Static response of miniature capacitive pressure sensors with square or rectangular silicon diaphragm », université P. Sabatier Toulouse. 1887
- [10] : M. Alkhatib « Fonctions de commutation à base de microcommutateurs MEMS RF appliquées à la conception de matrices de commutation. ». Thèse de doctorat. Limoges **2008**.
- [11] : M. Jatlaoui « Capteurs Passifs à Transduction Electromagnétique Pour la Mesure Sans Fil de la Pression ». Thèse Doctorat de L'université de Toulouse. **2009**

- [12] : A. Ettouhami, A. Essaid, N. Ouakrim, L. Michel et M. Limouri. « Dérives thermiques du capteur de pression capacitif microélectronique ». Journal physique (1997). 1537-1548.
- [13] : Philippe Menini. « Faisabilité d'un capteur de pression capacitif miniature sur silicium », Thèse doctorat de l'université P. Sabatier Toulouse. 1998.
- [14] : T. Kudoh, S. Shoji and M. Esachi. «An integrated miniature capacitive pressure sensors», Sensors and actuators A29, (1991), pp.185-193.
- [15] : G. Blasquez, P. Pons, A. Boukaabache. « Capabilities and limits of silicon pressure sensors ». Sensors and Actuators, 17 (1989), pp. 387-403.
- [16] : Y. LEE, K. WISE « A batch- fabricated silicon capacitive pressure transducer with low temperature sensitivity », IEEE transaction on electronics deviees, Vol. ED-29.
- [17] : B. Benmoussa, S. Bougima: « static response study of microelectronic capacitive pressure » ISESC'05. 19-21, **2005**, Jijel University, Algeria, IEEE.
- [18] : A. Boukaabache, P. Pons, G. Blasquez, Z. Dibi. « Characterization and modeling of mismatch of TCRs and their effects on the drift of the offset voltage of piezoresistif pressure sensors », Sensors and actuators A84 (2000), pp 292- 296.
- [19] : Wen H. KO. « Solid-State Capacitive Pressure Transducers ». Sensors and Actuators. 10 (1986), pp. 303-320.
- [20] : Florent Rochette. « Etude et caractérisation de l'influence des contraintes mécaniques sur les propriétés du transport électronique dans les architectures MOS avancées ». Institut National Polytechnique de Grenoble. Thèse doctorat. **2008**.
- [21] : T. Guillaume, « Influence des contraintes mécaniques non-intentionnelles sur les performances des transistors MOS à canaux ultra-courts », thèse doctorat de l'INPG, **2005**.
- [22] : J.J. Wortman, R.A. Evans, « Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio in Silicon and Germanium », Journal of Applied Physics, vol. 36, p. 153- 156, January 1965.
- [23] : Pierre-Nicolas Ratter « Simulation du comportement des capteurs de pression capacitifs micro électroniques ». Thèse doctorat de Toulouse 1993.
- [24] : J.C. Bord. « Capteurs de pression et accéléromètres deviennent des composants économiques », Electronique Industrielle No 134/15-11-1987.

- [25] : EV. Schnatz; U. Schöneberg; W. Brockherde; P. Kopystynski; T. Mehlhorn; E. Obermeier; H. Benzel, « Smart CMOS capacitive pressure transducer with on-chip calibration capability », *Sensors and Actuators A*, 34 (1992)77-83.
- [26] : W. P. Eaton, F. Bitsie, J. Smith, D.W.Plummer. « A New Analytical Solution for Diaphragm deflection and its application to a surface micromachined pressure sensor ». Sandia National Laboratories. 2000. Albuquerque, NM 87185-1081
- [27] : C. Douziech. « Comportement thermique des capteurs de pression capacitifs au silicium ». Thèse de doctorant de l'UPS de Toulouse, Mars 2001.
- [28] : M. Albahri « Influence de la température sur le comportement statique et dynamique des capteurs de pression capacitifs au silicium ». Thèse doctorat de Toulouse. **2005**.
- [29] : J. Li, J.P Longtin, S.Tankiewicz, A.Gouldstone, and S.Samath « Interdigital capacitive strain gauge fabricated by direct write thermal spray and ultrafast laser micromachining», *Sensors and actuators A*.133 (**2007**) pp 1-8.
- [30] : M. Albahri, G. Blasquez, P. Pons, Ph. Menini « Capteur de pression capacitif protégé contre les court – circuits ». *Revue internationale d'héliotechnique* -N°30 – Automne **2004**, pp. 39- 41.
- [31] : F.H. Qing, Q.A. Huang and M. Qin: « A silicon directly bonded capacitive absolute pressure sensors », *Sensors and actuators A*.vol 135 n°2, (**2007**) pp 507-514.
- [32] : A. Permuy, E. Donzier « Capteurs microélectroniques », *technique de l'ingénieur* T3093, mai 2004.
- [33] : Ph. Menini, Ph. Dondon, G.Blasquez, P. Pons, P. Favaro, C. Douziech « Characterisation and modelling analysis of a capacitive pressure sensor based on a silicon/Pyrex sensing cell and a BICMOS A/D integrated circuit ». *Sensors and Actuators* 85 (2000) 90-98.
- [34] : R. Szilard, «Theory and Analysis of Plates: Classical and Numirical Methodes ». Prentice-Hall, 1974.
- [35] : C.Y. Chia, « Nonlinear Analysis of plats ». New York. McGraw-Hill, 1980
- [36] : M. Hafiane. « Conception d'un capteur de pression intelligent ». Université de Batna. **2005**.

- [37] : D. Esteve, A. Coustre et M. Garajedagui « L'intégration des Systèmes Electroniques dans l'Automobile du XXIè siècle ». Ouvrage collectif, Ed. Cépaduès, juin 1995.
- [38] : D. Young. « Vibration of rectangular plates by the Ritz method ». J. of Applied Meeh. N°17, p 448, 1950.
- [39] E. Suhir, « Structural anlysis in microelectronics fiber obtic systems », volume I, van Nostrand (1991).
- [40] : Y. Naciri, « Contribution à l'étude de capteur de pression capacitifs miniaturisées », Thèse de doctorat d'état. LAAS. Toulouse. 1986.
- [41] : B. Puers, E.Peeters and W. Sansen « CAD Tools in mechanical sensor design», Sensors and Actuators, 17 (1989) pp 423-429.
- [42] : Luc Jolivet, Rabah Labbas. « Analyse et analyse numérique : rappel de cours et exercices corrigés ». 2005.
- [43] : P. Lorenzini. « Characterization of a new device for pressure sensing » Sensors and Actuators, A33 (1992), p 53.
- [44] : Mohamed Gad-elhak : « Mems Applications ». The Mems Handbook second edition. Boca Raton London New York. **2006**.
- [45] : X.Y. Ye, J. H. Zhang, Z.H. Zhou and Y.Yang « Measurement of Young's Modulus and Residual Stress of Micromembranes », Tsinghua University, Beijing (1996).
- [46] : M. Barakat : Dispositif Radiofréquence Millimétrique Pour Objets Communicants de Type Smart Dust . . Université Grenoble I - **2008**
- [47] : T. QUARLES, A.R. NEWTON, D.O. PEDERSON, and A. S. VINCENELLI. *SPICE 3 Version 3F5*, User's manual University of California Berkeley CA 1996.

Annexe

La théorie mathématique de la membrane Circulaire

L'expression de la déformation w d'une membrane circulaire dans le cadre d'une application uniforme de la pression P est donnée par [6] :

$$W(r) = \frac{Pa^4}{64D} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Tel que r et a sont les coordonnées radiales et le rayon de diaphragme, D est la rigidité.

La loi qui gouverne la déflexion d'une membrane fine de forme circulaire de rayon a , parfaitement encastree aux bords et soumise à une pression uniforme et symétrique, dans le cas des faibles déformations, est régie par l'équation de Lagrange d'ordre 4 en coordonnées polaires suivante [6]:

$$\nabla^4 w(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw(r)}{dr} \right) \right] \right] = \frac{P}{D} \quad (\text{A.2})$$

Où

∇ est l'opérateur Nabla.

$w(r)$ représente les faibles déflexions (telle que $w \ll h$).

P est la pression uniforme et constante appliquée.

D est le coefficient de rigidité du silicium. qui est définit par l'équation (2.7).

La solution analytique exacte est peut écrire sous la forme suivante :

$$w(r) = w_0 \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^2 \quad (\text{A.3})$$

Où w_0 est la déflexion maximale au centre de la membrane qui est donnée par [6] [26] :

$$w_0 = \frac{P a^4}{64 D} \quad (\text{A.4})$$

1/ Cas petites déformations

$$\nabla^4 w(r) = \frac{P}{D} \quad \text{avec} \quad w(r) = f \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2 \quad (\text{A.5})$$

Après [26] on a :

$$\int_A [D\nabla^4 w - w P] dA = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\Rightarrow \int_A [D\nabla^4 w] dA - \int_A w P dA = 0 \quad (\text{A.7})$$

Avec

$$w(r) = f \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} + \frac{r^4}{a^4} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\nabla^4 w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial r} &= f \left(-4 \frac{r}{a^2} + 4 \frac{r^3}{a^4} \right) = \frac{4f}{a^2} \left(-r + \frac{r^3}{a^2} \right) \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} &= \frac{4f}{a^2} \left(-1 + \frac{r^2}{a^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} = \frac{4f}{a^2} \left(-1 + 3 \frac{r^2}{a^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Donc

$$\begin{aligned} \nabla^4 w &= \left(\frac{4f}{a^2} \left(-1 + 3 \frac{r^2}{a^2} \right) + \frac{4f}{a^2} \left(-1 + \frac{r^2}{a^2} \right) \right)^2 \\ &= \left(\frac{4f}{a^2} \left(-2 + 4 \frac{r^2}{a^2} \right) \right)^2 = \left(\frac{4f}{a^2} \right)^2 \left(-2 + 4 \frac{r^2}{a^2} \right)^2 \\ &= \frac{64f^2}{a^4} \left(1 - 4 \frac{r^2}{a^2} + 4 \frac{r^4}{a^4} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$(\text{A.7}) \Rightarrow \underbrace{\int_0^a [D\nabla^4 w] dr}_2 - \underbrace{\int_0^a w P dr}_1 = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned}
 1 &= \int_0^a w P dr = P \int_0^a w dr = P \int_0^a f \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} + \frac{r^4}{a^4} \right) dr \\
 &= P f \left[\left(r - \frac{2r^3}{3a^2} + \frac{1r^5}{5a^4} \right) \right]_0^a = P f \left[\left(a - \frac{2a^3}{3a^2} + \frac{1a^5}{5a^4} \right) \right] \\
 &= P a f \left[\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] = P a f \left[\frac{8}{15} \right]
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}
 2 &= \int_0^a [D \nabla^4 w] dr = \int_0^a D \frac{64f^2}{a^4} \left(1 - 4\frac{r^2}{a^2} + 4\frac{r^4}{a^4} \right) dr \\
 &= \frac{64 D f^2}{a^4} \left[\left(r - \frac{4r^3}{3a^2} + \frac{4r^5}{5a^4} \right) \right]_0^a = \frac{64 D f^2}{a^4} \left[\left(a - \frac{4}{3}a + \frac{4}{5}a \right) \right] \\
 &= \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right]
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

$$\begin{aligned}
 2-1=0 &\Rightarrow \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] - P a f \left[\frac{8}{15} \right] = 0 \\
 &\Rightarrow \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] = P a f \left[\frac{8}{15} \right]
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow f = w_0 = \frac{P a^4}{64 D} \left[\frac{8}{7} \right]$
$w(r) = 1.14 \frac{P a^4}{64 D} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2$

(A.16)

2/ Cas grandes déformations

Dans le cas des grandes déformations, l'équation de Lagrange d'ordre 4 en coordonnées polaires est [26]:

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} + \frac{h}{Dr} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \right) \tag{2.24}$$

$$\nabla^4 \phi = -\frac{E}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \tag{2.25}$$

Après [26] on a :

$$\int_A \left[D\nabla^4 w - w \left(\frac{h}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - P \right) \right] dA = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\underbrace{\int_A D\nabla^4 w dA}_1 - \underbrace{\int_A w \frac{h}{r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \right) dA}_2 - \underbrace{\int_A w P dA}_3 = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} 1 &= \int_0^a [D\nabla^4 w] dr = \int_0^a D \frac{64f^2}{a^4} \left(1 - 4 \frac{r^2}{a^2} + 4 \frac{r^4}{a^4} \right) dr \\ &= \frac{64 D f^2}{a^4} \left[\left(r - \frac{4}{3} \frac{r^3}{a^2} + \frac{4}{5} \frac{r^5}{a^4} \right) \right]_0^a = \frac{64 D f^2}{a^4} \left[\left(a - \frac{4}{3} a + \frac{4}{5} a \right) \right] \\ &= \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} 3 &= \int_0^a w P dr = P \int_0^a w dr = P \int_0^a f \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} + \frac{r^4}{a^4} \right) dr \\ &= P f \left[\left(r - \frac{2}{3} \frac{r^3}{a^2} + \frac{1}{5} \frac{r^5}{a^4} \right) \right]_0^a = P f \left[\left(a - \frac{2}{3} \frac{a^3}{a^2} + \frac{1}{5} \frac{a^5}{a^4} \right) \right] \\ &= P a f \left[\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] = P a f \left[\frac{8}{15} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$2 = \int_A w \frac{h}{r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \right) dA$$

$$\text{Avec } \phi(r) = \frac{f^2 E}{12} \left[\frac{5-3\nu}{1-\nu} \left(\frac{r}{a} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{9} \left(\frac{r}{a} \right)^6 - \frac{1}{48} \left(\frac{r}{a} \right)^8 \right]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{f^2 E}{12} \left[2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} - \frac{r^3}{a^4} + \frac{2}{3} \frac{r^5}{a^6} - \frac{1}{6} \frac{r^7}{a^8} \right] \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} = \frac{f^2 E}{12} \left[2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a^2} - 3 \frac{r^2}{a^4} + \frac{10}{3} \frac{r^4}{a^6} - \frac{7}{6} \frac{r^6}{a^8} \right]$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{4f}{a^2} \left(-r + \frac{r^3}{a^2} \right) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} = \frac{4f}{a^2} \left(-1 + 3 \frac{r^2}{a^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 2 &= \int_A w \frac{h}{r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \right) dA = \int_0^a w \frac{h}{r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \right) dr \\
 &= \int_0^a \left(w \frac{h}{r} \left[\frac{f^2 E}{12} \left[2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a^2} - 3 \frac{r^2}{a^4} + \frac{10 r^4}{3 a^6} - \frac{7 r^6}{6 a^8} \right] \left[\frac{4f}{a^2} \left(-r + \frac{r^3}{a^2} \right) \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left[\frac{f^2 E}{12} \left[2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} - \frac{r^3}{a^4} + \frac{2 r^5}{3 a^6} - \frac{1 r^7}{6 a^8} \right] \right] \left[\frac{4f}{a^2} \left(-1 + 3 \frac{r^2}{a^2} \right) \right] \right) dr
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} &= \left(\frac{f^2 E}{12} \frac{4f}{a^2} \right) \left[\left[-2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^3}{a^4} + 3 \frac{r^5}{a^6} - 3 \frac{r^7}{a^8} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{10 r^9}{3 a^{10}} + \frac{10 r^7}{3 a^8} + \frac{7 r^7}{6 a^8} - \frac{7 r^9}{6 a^{10}} \right] + \left[-2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + \frac{r^3}{a^4} - \frac{2 r^5}{3 a^6} + \frac{1 r^7}{6 a^8} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 6 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^3}{a^4} - 3 \frac{r^5}{a^6} + 2 \frac{r^7}{a^8} - \frac{1 r^9}{2 a^{10}} \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$2 = \int_0^a w \frac{h}{r} \left(\left(\frac{f^2 E}{12} \frac{4f}{a^2} \right) \left[\left[-2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^3}{a^4} + 3 \frac{r^5}{a^6} - 3 \frac{r^7}{a^8} - \frac{10 r^9}{3 a^{10}} \right. \right. \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{10 r^7}{3 a^8} + \frac{7 r^7}{6 a^8} - \frac{7 r^9}{6 a^{10}} \right] + \left[-2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + \frac{r^3}{a^4} - \frac{2 r^5}{3 a^6} + \frac{1 r^7}{6 a^8} \right. \right. \\
 \left. \left. + 6 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^3}{a^4} - 3 \frac{r^5}{a^6} + 2 \frac{r^7}{a^8} - \frac{1 r^9}{2 a^{10}} \right] \right) dr$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^a w \frac{h}{r} \left(\left(\frac{4Ef^3}{12a^2} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + \left(2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + 6 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^3}{a^4} + 4 \right) \frac{r^3}{a^4} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \left(-3 - \frac{10}{3} - \frac{2}{3} - 3 \right) \frac{r^5}{a^6} + \left(2 + \frac{4}{3} + \frac{10}{3} \right) \frac{r^7}{a^8} - \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{6} \right) \frac{r^9}{a^{10}} \right] \right] \right) dr \\
 &= \int_0^a \frac{h}{r} f \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} + \frac{r^4}{a^4} \right) \left(\left(\frac{4Ef^3}{12a^2} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + 4 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^3}{a^4} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - 10 \frac{r^5}{a^6} + \frac{20}{3} \frac{r^7}{a^8} - \frac{5}{3} \frac{r^9}{a^{10}} \right] \right] \right) dr \\
 &= f \left(\frac{4Ef^3}{12a^2} \right) \int_0^a \left(\frac{1}{r} - \frac{2r}{a^2} + \frac{r}{a^4} \right) \left(\left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + 4 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^3}{a^4} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - 10 \frac{r^5}{a^6} + \frac{20}{3} \frac{r^7}{a^8} - \frac{5}{3} \frac{r^9}{a^{10}} \right] \right] \right) dr \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \int_0^a \left(\left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a^2} + 4 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^2}{a^4} - 10 \frac{r^4}{a^6} + \frac{20}{3} \frac{r^6}{a^8} - \frac{5}{3} \frac{r^8}{a^{10}} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^2}{a^4} - 8 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^4}{a^6} + 20 \frac{r^6}{a^8} - \frac{40}{3} \frac{r^8}{a^{10}} - \frac{10}{3} \frac{r^{10}}{a^{12}} \right] \right] \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r^4}{a^6} + 4 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^6}{a^8} - 10 \frac{r^8}{a^{10}} + \frac{20}{3} \frac{r^{10}}{a^{12}} - \frac{5}{3} \frac{r^{12}}{a^{14}} \right] \right] \right) dr \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \int_0^a \left(\left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a^2} + 4 \left(1 + 2 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^2}{a^4} - \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^4}{a^6} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \left(\frac{20}{3} + 20 + 4 + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^6}{a^8} - \left(\frac{5}{3} + \frac{40}{3} + 10 \right) \frac{r^8}{a^{10}} + \left(\frac{10}{3} + \frac{20}{3} \right) \frac{r^{10}}{a^{12}} \right] \right] \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - \frac{5}{3} \frac{r^{12}}{a^{14}} \right] \right] \right) dr \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \int_0^a \left(\left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a^2} + 4 \left(1 + 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^2}{a^4} - \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^4}{a^6} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \left(\frac{92}{3} + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^6}{a^8} - 25 \frac{r^8}{a^{10}} + 10 \frac{r^{10}}{a^{12}} - \frac{5}{3} \frac{r^{12}}{a^{14}} \right] \right] \right) dr
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{r}{a^2} + \frac{4}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^3}{a^4} - \frac{1}{5} \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^5}{a^6} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{7} \left(\frac{92}{3} + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{r^7}{a^8} - \frac{25}{9} \frac{r^9}{a^{10}} + \frac{10}{11} \frac{r^{11}}{a^{12}} - \frac{5}{13 \cdot 3} \frac{r^{13}}{a^{14}} \right] \right]_0^a \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{a}{a^2} + \frac{4}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{a^3}{a^4} - \frac{1}{5} \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{a^5}{a^6} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{7} \left(\frac{92}{3} + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{a^7}{a^8} - \frac{25}{9} \frac{a^9}{a^{10}} + \frac{10}{11} \frac{a^{11}}{a^{12}} - \frac{5}{13 \cdot 3} \frac{a^{13}}{a^{14}} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \frac{1}{a} + \frac{4}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{1}{a} - \frac{1}{5} \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{1}{a} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{7} \left(\frac{92}{3} + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \frac{1}{a} - \frac{25}{9} \frac{1}{a} + \frac{10}{11} \frac{1}{a} - \frac{5}{13 \cdot 3} \frac{1}{a} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^2} \right) \left[\frac{1}{a} \left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{4}{3} \left(1 + 4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) - \frac{1}{5} \left(18 + 20 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{7} \left(\frac{92}{3} + 8 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right) - \frac{25}{9} + \frac{10}{11} - \frac{5}{39} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[-4 \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{4}{3} + \frac{16}{3} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{18}{5} - \frac{20}{5} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{8}{7} \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{92}{21} - \frac{25}{9} + \frac{10}{11} - \frac{5}{39} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[8 \left(-1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{4}{3} \left(1 + \frac{23}{7} \right) - \frac{18}{5} + 5 \left(-\frac{5}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{39} \right) \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[8 \left(-\frac{4}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{40}{7} - \frac{18}{5} - 5 \left(\frac{1542}{3861} \right) \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[\left(-\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{40}{7} - \frac{18}{5} - \frac{7710}{3861} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[\left(-\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{40}{7} - \frac{107238}{19305} \right] \right] \\
 &= \left(\frac{hEf^4}{3a^3} \right) \left[\left[\left(-\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{15864}{135135} \right] \right]
 \end{aligned}$$

Donc

$$1 = \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] \quad \text{et} \quad 3 = P a f \left[\frac{8}{15} \right]$$

$$2 = \left(\frac{hE f^4}{3a^3} \right) \left[\left[\left(-\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{15864}{135135} \right] \right] \quad (\text{A.22})$$

$$1-2-3=0 \Rightarrow \frac{64 D f^2}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] - \left(\frac{hE f^4}{3a^3} \right) \left[\left[\left(-\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) + \frac{15864}{135135} \right] \right] - P a f \left[\frac{8}{15} \right] = 0$$

$$\frac{64 D f}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] + \left(\frac{hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{15864}{135135} \right] \right] - P a \left[\frac{8}{15} \right] = 0$$

$$\left(\frac{hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{15864}{135135} \right] \right] + \frac{64 D f}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] - P a \left[\frac{8}{15} \right] = 0$$

$$\left[\left(\frac{hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{15864}{135135} \right] \right] + \frac{64 D f}{a^3} \left[\frac{7}{15} \right] - P a \left[\frac{8}{15} \right] \right] \left[\frac{5}{8} \right] = 0 * \left[\frac{5}{8} \right]$$

$$\left[\frac{5}{8} \left(\frac{hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{32}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{15864}{135135} \right] \right] + \frac{64 D f}{a^3} \left[\frac{7}{24} \right] - P a \left[\frac{1}{3} \right] \right] = 0$$

$$\left[\left(\frac{5hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{4}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] + \frac{16 * 4 E h^3 f}{12(1-\nu^2) a^3} \left[\frac{7}{24} \right] - P a \left[\frac{1}{3} \right] \right] = 0$$

$$\left[\left(\frac{5hE f^3}{3a^3} \right) \left[\left[\left(\frac{4}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] + \frac{16 E h^3 f}{(1-\nu^2) a^3} \left[\frac{7}{72} \right] - P a \left[\frac{1}{3} \right] \right] = 0$$

$$\left[\left(\frac{5hE f^3}{3a^2} \right) \left[\left[\left(\frac{4}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] + \frac{16 E h^3 f}{(1-\nu^2) a^2} \left[\frac{1}{10.28} \right] - P a^2 \left[\frac{1}{3} \right] \right] = 0$$

$$\boxed{\left(\frac{5hE}{3a^2} \right) \left[\left[\left(\frac{4}{21} \right) \left(\frac{5-3\nu}{1-\nu} \right) - \frac{1983}{135135} \right] \right] f^3 + \frac{16 E h^3}{(1-\nu^2) a^2} \left[\frac{1}{10.28} \right] f - \frac{P a^2}{3} = 0} \quad (\text{A.23})$$

Résumé

L'objectif de ce travail est la simulation et l'étude des capteurs de pression capacitifs au silicium, où le corps de preuve de ce capteur est une membrane fine au silicium carrée ou circulaire parfaitement encastrée aux bords, soumise à une pression uniforme et constante. La simulation de cette membrane est effectuée dans les deux cas de déformations; petites et grandes déformations. A travers de ces études, nous avons montré que la déflexion maximale au centre de la membrane est proportionnelle à la pression appliquée, aussi elle est plus importante dans le cas de la forme circulaire que pour la forme carrée. D'autre part, une étude en fonction de la géométrie de la membrane a montrée les avantages et les inconvénients de chaque forme, ce qui permet de donner au concepteur des critères de choix en fonction du domaine d'application souhaitée. Les résultats de déflexion de la membrane ont été directement appliqués à un capteur de pression capacitif, ce qui nous a permis de mieux comprendre ces caractéristiques dans les deux cas de petites et grandes déformations. Finalement, une simulation de ces études du capteur de pression capacitif dans un environnement électrique a été effectuée. Le model de base du capteur de pression capacitif a été implanté sur le simulateur **SPICE**, ce qui nous a permis de simuler son fonctionnement dans un environnement électrique et par conséquent évaluer ces performances.

Mots clés: Capteur de pression capacitif, Déformation, Membrane, Silicium, Sensibilité, Petites déformations, Grandes déformations et PSPICE.

Abstract

The objective of this work is the simulation and the study of a silicon capacitive pressure sensors, where the body's test of this sensor is a thin membrane of silicon embedded in perfectly in the edges subjected to uniform pressure and constant. The simulation is performed in two cases of deformations, smalls and larges deformations. Through these studies, we showed that the maximum deflection at the center of the membrane is directly proportional to applied pressure, and also it is more important in the case of circular form than the square one. Also, a study based on the geometry of the membrane has shown the advantages and disadvantages of each form. This allows to the designer to provide selection criteria based on the desired application domain. Then, these results of the deflection of the membrane were directly applied to a capacitive pressure sensor, which allows us to better understand these characteristics in both smalls and larges deformations. Finally, a simulation of these studies of the capacitive pressure sensor in an electrical environment has been made. The basic model of the capacitive pressure sensor was implanted on **SPICE** simulator, which allowed us to simulate its operation on an electrical environment and therefore evaluate these performances.

Keywords: Capacitive Pressure Sensor, Deflection, Membrane, Silicon, Sensitivity, Small Deflections, Large Deflections and PSPICE.

المخلص

الهدف من هذا العمل هو محاكاة المجسات الكهروضغطية السعوية المكونة من السليكون ودراستها دراسة مفصلة وعميقة. إن الجسم الاختباري لهذا المكون هو غشاء رقيق من السليكون حوافه منغرسه بإحكام ويخضع لضغط منتظم وثابت. لقد تمت محاكاة هذا الغشاء في حالتين من الاضطرابات ، حالة الاضطرابات الصغيرة و حالة الاضطرابات الكيـــــرة. ومن جهة أخرى فإن الدراسة التي تمت على مختلف الأشكال الهندسية للغشاء قد بينت مزايا ومساوي كل شكل الشيء الذي يسمح بإعطاء المصمم مقاييس للاختيار تبعا لمجال التطبيقات المرجوة. وقد درست عدة مقاربات و حلول لتحديد حل للمعادلة التي تحكم انحراف الغشاء في كلتا الحالتين. كما أجريت دراسة مقارنة مع النماذج الموجودة في مصادر البحث. من خلال هذه الدراسات ، أظهرنا أن الانحراف القصوي في وسط الغشاء يتناسب طرديا مع تطبيق الضغط ، وكذلك هو أكثر أهمية في حالة الشكل الدائري. هذه الحلول تطبق بشكل مباشر على استشعارات الضغط السعوية، ويتيح لنا فهم أفضل لخصائصها.

أخيرا ، محاكاة لهذه الدراسات على المجسات الكهروضغطية السعوية في بيئة كهربائية تم إحرازها. النموذج الأساسي للمجس الكهروضغطي السعوي وضع على جهاز محاكاة مزروع **SPICE** ، والتي سمح لنا بمحاكاة عملها في بيئة كهربائية ، وبالتالي تقييم الأداء. نتائج المحاكاة تؤكدنا للنتائج التي تم الحصول عليها في هذه الدراسة.

الكلمات المفتاحية : المجسات الكهروضغطية السعوية ، انحراف، غشاء، سيليسيوم، حساسية، الانحرافات الكبيرة، الانحرافات الصغيرة و **PSPICE** .