

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MENTOURI - CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister

En ELECTRONIQUE

OPTION: HYPERFREQUENCE

Présenté par :

SAHNOUNE NADJET

Thème: _____

**ETUDE D'UNE STRUCTURE MICROBANDE
RAYONNANTE PAR LA METHODE FDTD.
APPLICATION A UNE ANTENNE
MICROBANDE RECTANGULAIRE**

Devant le jury:

<u>Président:</u>	Mr A. CHAABI	Prof.	U. Constantine
<u>Rapporteur :</u>	Mr A. BENGHALIA	Prof.	U. Constantine
<u>Examineurs:</u>	Mme S. LASSOUED	Prof.	U. Constantine
<u>Examineurs:</u>	Mme M. MARIR	Prof.	U. Constantine

SESSION 2008-2009



REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier profondément Mr A. BENGHALIA, pour avoir eu l'amabilité de me proposer un sujet intéressant, et de me avoir aidé à le mener grâce à ses interventions pertinentes. Merci pour sa patience et de m'avoir prodiguer avec la grande gentillesse.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude et mes profonds respects à Mr A. CHAABI, à Mme S. LASSOUED, et à Mme M. MARIR, professeurs à l'université de Constantine, qui m'on fait l'honneur de participer au jury et juger ce travail.

Je tiens également à remercier tous mes professeurs et enseignants pour leurs politesse et gentillesse qu'ils m'ont montrés durant la période de cette formation.

J'adresse mes chaleureux remerciements à M^{elle} W. BARKAT et Mme C. AISSAOUI, enseignantes à l'université de Constantine, pour leurs aides précieuses qui ont éclairé mon chemin vers le succès et la réussite du travail.

Enfin, mes remerciements s'adressent à tous ceux qui m'ont aide de près ou de loin pour accomplir ce mémoire.

DEDICACES

Je dédit ce mémoire à :

- ❖ Ma mère, mon profond amour.
- ❖ Toute ma famille.
- ❖ Touts mes enseignants.
- ❖ Touts mes amis et amies.

NADJET SAHNOUNE

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERAL.....	1
---------------------------	---

CHAPITRE1 : GENERALITES SUR LES ANTENNES MICROBANDE

I. 1 Introduction.....	3
I. 2 Courte histoire et description des éléments rayonnants.....	3
I. 3 Antenne imprimée sur un substrat diélectrique.....	4
1. 3. 1 Application des antennes microbandes.....	6
1. 3. 2 Avantages et inconvénients des antennes micro- rubans	6
1. 3. 3 Techniques d'alimentation des antennes microstrip	6
1. 3. 3. 1 Alimentation par ligne Microbande.....	7
1. 3. 3. 2 Alimentation par câble coaxial	7
1. 3. 3. 3 Alimentation par couplage par fente.....	8
1. 3. 3. 4 Alimentation par couplage par Proximité.....	9
I. 4 Méthodes d'analyses	9
I. 4. 1 La méthode de ligne de transmission	9
I. 4. 2 La méthode des moments	10
I. 4. 3 La méthode de la matrices de lignes de transmission TML.....	12
I. 4. 4 La méthode des éléments finis.....	13
I. 5 Conclusion	17

CHAPITRE II : PRINCIPE DE LA METHODE FDTD

II. 1. Introduction	18
II. 2 La discrétisation des équations de Maxwell.....	18
II. 2. 1 La discrétisation spatiale	21
II. 2. 2 La discrétisation temporelle	22
II. 3 Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD	22
II. 3. 1 Equations du champ électromagnétiques à trois dimensions.....	22
II. 3. 1. 1 Equations du champ électrique	22
II. 3. 1. 2 Equations du champ magnétique.....	23

II. 3. 2 Réduction à deux dimensions.....	24
II. 3. 3 Réduction à une dimension.....	25
II. 4 Dispersion numérique.....	26
II. 5 Condition de stabilité.....	26
II. 6 Conditions d'absorption aux limites	27
II. 7 Excitation.....	29
II. 8 Conclusion.....	30

CHAPITRE III : Résultats numériques et discussions

III. 1. Introduction.....	31
III. 2 Application de la méthode FDTD à un et deux dimensions.....	31
III. 2. 1 Méthode de résolution.....	31
III. 2. 2 Représentation du champ électromagnétique à une dimension.....	33
III. 2. 3 Représentation du champ électromagnétique à deux dimensions.....	36
III. 3 Représentation du champ électromagnétique à trois dimensions.....	42
III. 3. 1 Position du problème.....	43
III. 3. 2 Modélisation des matériaux.....	44
III. 3. 3. Calcule de l'impédance caractéristique.....	46
III. 4 Résultats numériques et discussion.....	47
III. 4. 1 Calcul du paramètre de répartition S_{11}	48
III. 4. 2 Calcul de l'impédance d'entrée (Z_e).....	50
III. 3. 4. 1. 1. Effet de la constante diélectrique du substrat.....	51
III. 3. 4. 1. 2. Effet de l'épaisseur du substrat.....	52
III. 3. 4. 1. 3. Effet des dimensions de la structure.....	54
III. 5 Conclusion.....	55
CONCLUSION GENERALE.....	56
BIBLIOGRAPHIE	57

ANNEXES

Annexe A : Principe des différences finies centrées	61
Annexe B : Equations de Maxwell avec les PML, Cas du trois dimension.....	63
Annexe C : Equations de Maxwell avec les PML, Cas du deux dimension	70

INTRODUCTION GENERALE

Depuis les années soixante dix, on constate un essor considérable des structures rayonnantes, favorisé par le progrès de la technologie micro- électrique dans le domaine de la miniaturisation et de l'intégration électronique.

La réduction des tailles des terminaux liée à l'emploi généralisé de composants semi-conducteur intégrés au détriment d'éléments analogiques, a rendu incohérent l'utilisation d'antennes classiques trop volumineuses [1]. D'autant plus que la commercialisation des terminaux à grande échelle a créé une demande sans précédent d'antennes miniatures, dont les performances doivent tenir compte à la fois des systèmes de communication et du contexte d'utilisation.

Les antennes imprimées ont l'avantage d'avoir un faible poids. Elles ne sont pas encombrantes, elles sont confortables et ont un faible coût de revient [2] [3]. Par contre elles présentent quelques limites, notamment un faible rendement, une bande passante étroite et l'existence du rayonnement parasite dû aux moyens d'excitations [4][5].

Plusieurs études ont été menées sur les antennes microbandes afin de mieux perfectionner leurs avantages et remédier à leurs inconvénients. Différentes méthodes ont été utilisées pour déterminer les caractéristiques essentielles de rayonnement [6]. Afin d'étudier une antenne microbande de forme rectangulaire on propose la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) [7]. Notre choix s'est porté sur cette méthode en raison de la géométrie de la structure. La méthode de la FDTD permet une résolution numérique des équations de Maxwell par une fine discrétisation spatio-temporelle.

La méthode des différences finies a largement démontré, quelle avait de nombreux avantages qui profitent non seulement à la modélisation des structures planaires [7] [8] [9], mais aussi à tous types de problèmes d'interaction électromagnétiques. Les avantages de cette méthode résident dans sa formulation qui est relativement simple, dans la robustesse de l'algorithme et enfin dans la possibilité d'effectuer l'analyse sur une large bande de fréquence. L'utilisation des conditions aux limites performantes est finalement la difficulté majeure de la mise en œuvre de cette méthode de calcul

La mémoire d'un ordinateur étant naturellement limitée, le calcul du champ électromagnétique, sera réalisé dans un espace fini. Dans le cas d'un système ouvert, cela

pose un problème, pour le calcul du champ électromagnétique sur la frontière de la zone d'étude. On utilise donc le modèle qui simule aux frontières du domaine de calcul l'infinité de l'espace. C'est le cas des conditions PML [10] (Perfectly Matched Layer).

La contribution qui a été menée est structurée en trois chapitres. Dans le premier chapitre nous présentons des généralités sur les antennes microbandes, leurs applications, avantages et inconvénients. Un aperçu sur les méthodes d'analyses les plus utilisées sera également présenté, ainsi que, leurs particularités principales.

Le deuxième chapitre sera consacré à la méthode de la FDTD, cette méthode présentée par Yee en 1966 semble cependant, à l'heure actuelle la plus apte à répondre à nos besoins. Dans ce chapitre le principe de la méthode FDTD sera détaillé, les principaux points clés seront pris en compte, à savoir : la discrétisation des équations de Maxwell dans le domaine temporel, le critère de stabilité liant le pas spatial et le pas temporel, les conditions aux limites et le principe des couches absorbantes de type PML.

Dans le troisième chapitre il sera présenté la mise en œuvre de la méthode FDTD à une dimension et deux dimensions pour le cas d'une antenne imprimée de forme rectangulaire alimentée avec une ligne microbande . Ce qui a permis de calculer le champ électrique incident, le champ électrique réfléchi, le paramètre de réflexion S_{11} et l'impédance d'entrée Z_e tenant compte des dimensions de la structure.

Chapitre I

**Généralité sur les antennes
microbande**

I. 1. Introduction

Dans ce chapitre, il sera présenté un brève historique et description des éléments rayonnants. Un aperçu sur les antennes microbandes, leurs applications, leurs avantages ainsi que leurs inconvénients, sera présenté également. Ainsi que, les différents types d'alimentation, et les méthodes d'analyse les plus utilisées dans ce domaine.

I. 2. Brève histoire et description des éléments rayonnants

Les antennes microbandes sont une extension de la ligne de transmission microbande proposée en 1952 par Grieg et Engelmann [11]. Les premiers travaux concernant un élément rayonnant à microbande ont été apparus avec Deschamps en 1953 [12]. Quelques années plus tard Gutton et Baissinot [13] ont breveté une antenne basée sur microbande. La recherche a stagné pour une période de 15 ans, et en 1970, le développement des antennes microbandes a été réanimé par Munson et Howell [14].

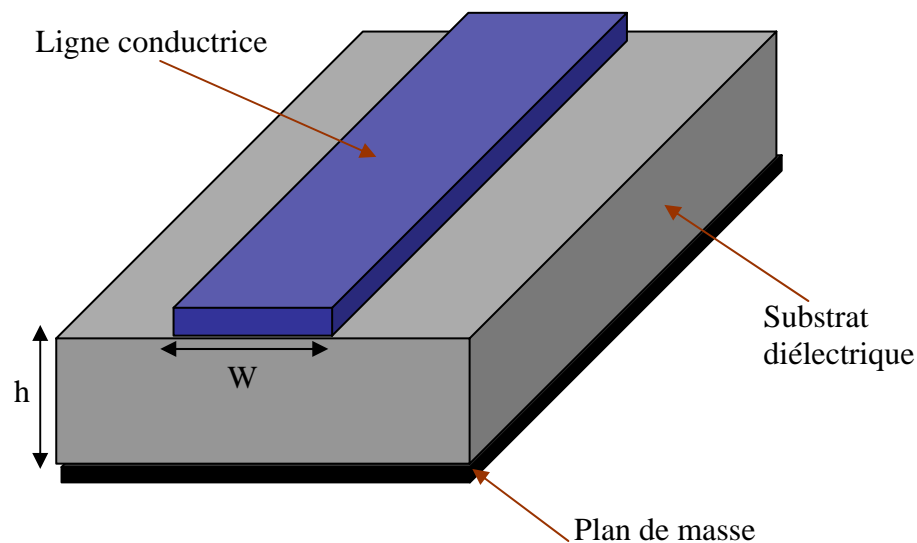


Figure I. 1 La structure d'une ligne de transmission à micro- ruban

Le ruban et le plan de masse dans la figure (I.1) forment une ligne de transmission, qui amène l'énergie avec une onde quasi TEM. L'épaisseur du substrat est une fraction très petite de la longueur d'onde, environ 0.02λ ou moins. Tant que les dimensions et la constante

diélectrique relative restent constants, aucun rayonnement ne va apparaître. La microbande va rayonner en modifiant la forme de la ligne comme on peut le voir dans la figure (I. 2).

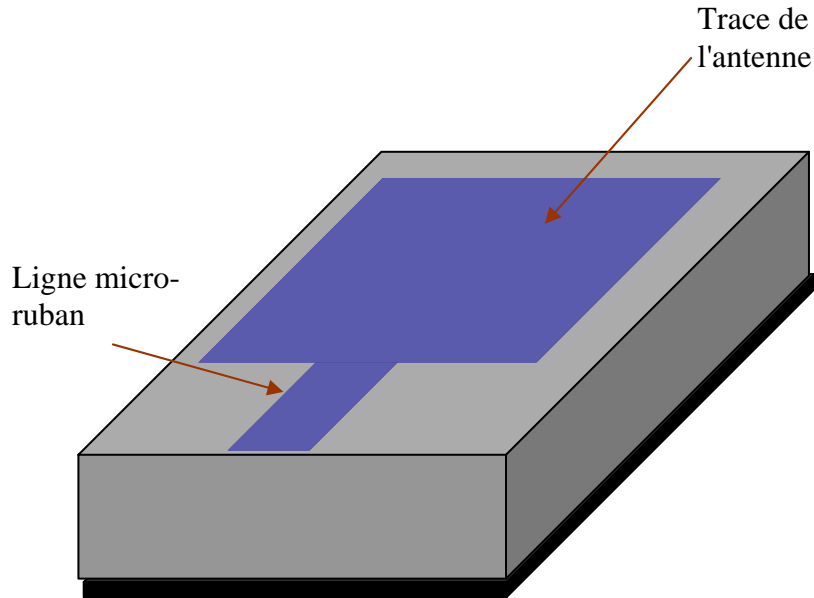


Figure I. 2 La configuration d'une antenne plaque à micro- ruban.

La forme de la discontinuité est choisie pour que l'important de rayonnement soit celui demandé. Une forme appropriée peut être choisie pour que, le comportement de l'impédance en fonction de la fréquence soit proche de celui d'un circuit RLC parallèle. La fréquence d'opération est celle à laquelle l'impédance devient purement réelle [1].

I. 3. Antenne imprimée sur un substrat diélectrique:

Dans sa configuration géométrique usuelle [1], une antenne microbande est constituée d'une plaque métallique de forme quelconque, appelée élément rayonnant, située sur la face supérieure d'un substrat diélectrique. La face inférieure de la lame diélectrique est métallisée et constitue le plan de masse (figure (I. 3), (I. 4)).

L'élément rayonnant où la couche supérieure peut être de toute forme mais les formes conventionnelles sont utilisées généralement pour simplifier, analyser et pour la prédiction de la performance. Les éléments les plus simples ont la forme d'un rectangle, un carré, un disque circulaire ou encore un triangle, etc....

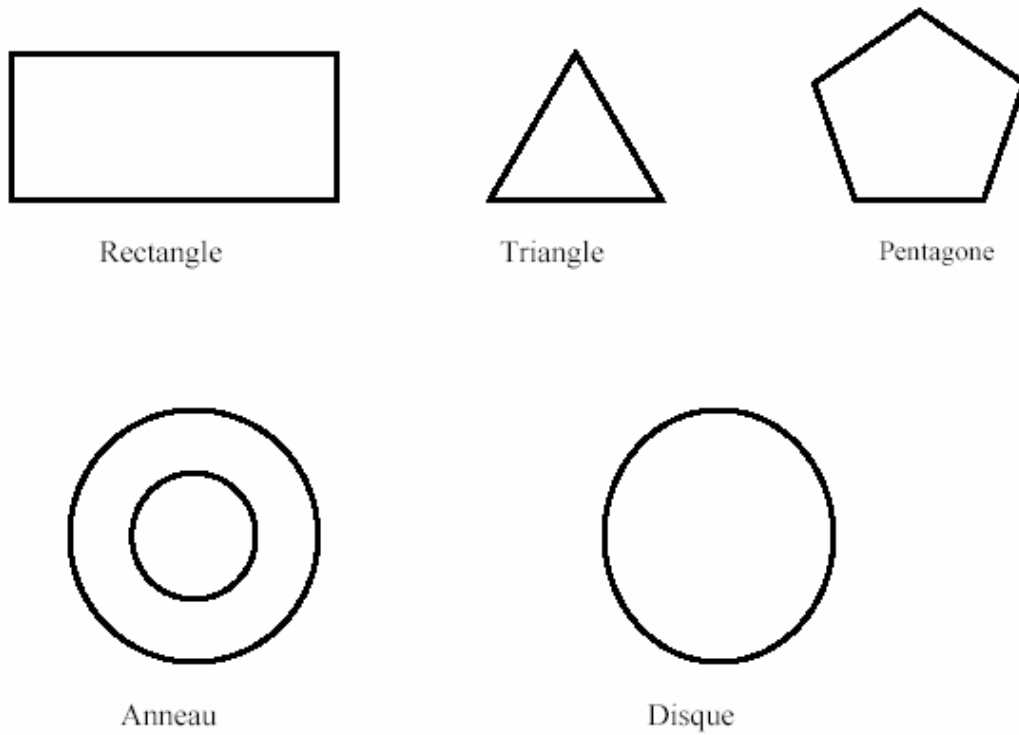


Figure I. 3 : Divers types d'élément rayonnant

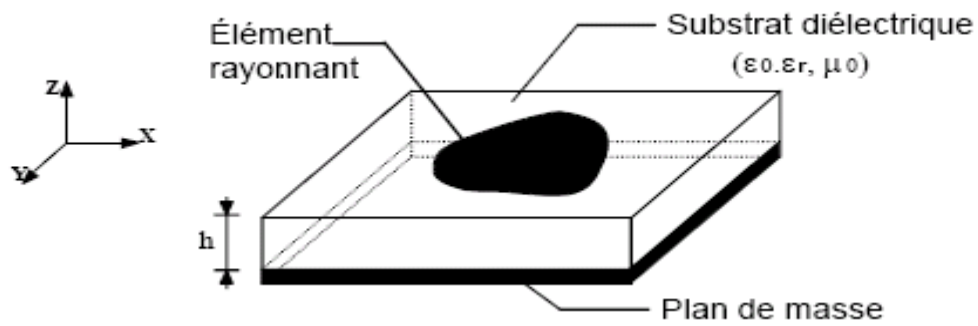


Figure I. 4 : Géométrie typique d'une antenne micro bande

Les grandeurs qui caractérisent une antenne imprimée sont :

- L'épaisseur de la couche diélectrique (H).
- Les caractéristiques du substrat diélectrique (permittivité ϵ_r , pertes diélectriques, etc.).
- Les dimensions du conducteur métallique supérieur (longueur et largeur du rectangle, rayon du disque, etc. ...).

I. 3. 1. Application des antennes microbandes

Les domaines d'utilisation privilégiés des antennes microbandes sont: les télécommunications spatiales, le téléguidage des missiles [15], la navigation aérienne ou terrestre, applications soumises à des critères sélectifs d'aérodynamiques et à des limitations de poids, de volume et d'épaisseur, la surveillance de locaux ou carrefours routiers, la régulation du trafic routier. Elles sont également utiles pour la communication entre mobiles et dans des nouveaux domaines tels que la médecine [16] ou le téléphone mobile [2].

I. 3. 2. Avantages et inconvénients des antennes microbandes

Par rapport aux antennes classiques les antennes microbandes offrent une multitude d'avantages [2], [3] tels que: simplicité de fabrication, un coût de fabrication faible, y compris dans le cas d'une production en série, la mise en réseaux aisée, conformabilité facilitant l'implantation sur tout type de support, rayonnement perpendiculaire à la surface.

Ce type d'éléments présente également des limites, surtout: une bande passante étroite [4], une excitation possible d'onde de surface [5], un rayonnement faible [17], une directivité relativement peu élevée et un rayonnement parasite [17].

I. 3. 3. Techniques d'alimentation des antennes microbandes

L'alimentation d'une antenne microbande s'opère de différentes méthodes. Les quatre types d'alimentation les plus utilisées sont: sonde coaxiale et ligne microbande, le couplage par proximité ou encore par fente.

I. 3.3.1. Alimentation par ligne microbande

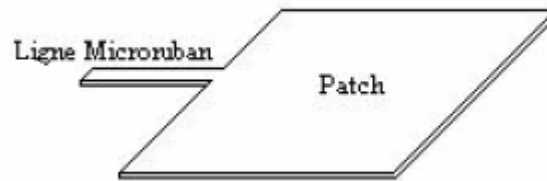


Figure I. 5. a: Alimentation par une ligne microbande

La figure (I. 5. a) montre que, la ligne microstrip d'alimentation constitue également un élément rayonnant, dont la largeur est généralement très inférieure par rapport à celle du patch. Ce type d'alimentation est facile à mettre en œuvre, et permet une adaptation d'impédance facile par simple positionnement du point de contact. Par contre, on a un rayonnement parasite qui peut devenir considérable [17], [18].

I. 3.3.2. Alimentation par câble coaxial



Figure I. 5. b: Alimentation par câble coaxial

L'alimentation coaxiale où le conducteur intérieur est attaché au patch par un câble coaxial (figure I. 5. b). Ce type d'alimentation est facile à mettre en œuvre et à adapter. Mais il offre une bande passante étroite et est difficile à modéliser et particulièrement pour des épaisseurs de substrat supérieures à 0.02λ [17], [18].

L'alimentation par ligne microbande ou par câble coaxial présente une asymétrie qui génère une composante croisée.

I. 3. 3. 3. Alimentation par couplage par fente:

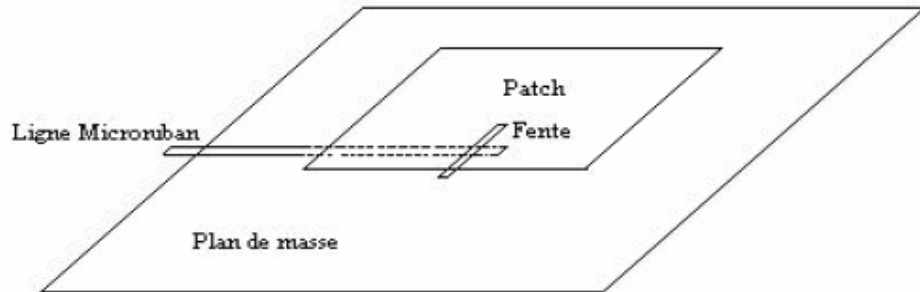


Figure I. 5. c: Alimentation par couplage par fente

L'alimentation par fente se compose de deux substrats séparés par un plan de masse, sur lequel est pratiquée la fente. La ligne d'alimentation se situe sur la face libre du substrat inférieur, et l'élément rayonnant se trouve sur la face libre du substrat supérieur (figure I. 5. c). Ce type d'alimentation est le plus difficile à mettre en oeuvre. De plus, il présente une bande passante étroite. Cependant, il est facile à modéliser et présente un rayonnement parasite faible. Cette configuration permet une optimisation indépendante, entre la ligne d'alimentation et l'élément rayonnant. En général un diélectrique avec une permittivité élevée est utilisé pour le substrat inférieur, et un diélectrique épais avec une permittivité faible est utilisé pour le substrat supérieur. Le plan de masse isole la ligne d'alimentation de l'élément rayonnant, limite l'interférence du rayonnement parasite sur le diagramme de rayonnement, et offre ainsi une plus grande pureté de polarisation. Pour cette structure, les paramètres électriques du substrat, la largeur de la ligne d'alimentation et la taille de la fente, peuvent être utilisés pour optimiser l'antenne. L'adaptation d'impédance s'effectue en agissant sur la largeur de la ligne d'alimentation, et sur la longueur de la fente [17], [18].

I. 3. 3. 4. Alimentation par couplage par Proximité:

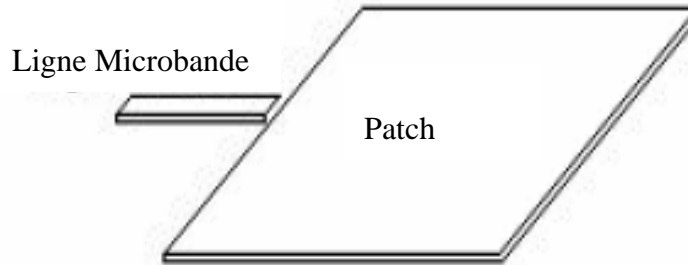


Figure I. 5. d: Alimentation par couplage par Proximité

Parmi les différents types d'alimentation, le couplage par proximité (figure I.5.d) offre la meilleure bande passante. Il est facile à modéliser, et présente un rayonnement parasite faible. La distance entre la ligne d'alimentation et le patch peut être utilisée pour adapter l'impédance de l'antenne. Le principal inconvénient de ce type d'alimentation est qu'il est difficile à mettre en œuvre [17], [18].

I. 4. Méthodes d'analyses

I. 4. 1. La méthode de ligne de transmission

Cette méthode est la plus simple et la moins précise de toutes. Cependant elle donne un bon aperçu physique du fonctionnement de l'antenne. Fondamentalement, le modèle de la ligne de transmission représente l'antenne microbande par deux ouvertures rayonnantes séparées par une ligne de longueur L et de faible impédance.

Les dimensions finies du patch font que le champ à ses extrémités se déforme par effet de bords. La quantité d'énergie rayonnée est en fonction des dimensions du patch et de l'épaisseur du substrat qui le sépare du plan de masse. Dans le plan \vec{E} (plan $x-z$) les effets de bords sont en fonction du rapport entre la longueur L du patch, la hauteur h du substrat et la permittivité relative ϵ_r du diélectrique. Une partie du champ \vec{E} est contenue dans le substrat et une partie traverse l'air (Figure I. 6).



Figure I. 6 : Les effets de bords

Puisqu'une partie des lignes de champ traverse le substrat et une partie traverse l'air, une constante diélectrique effective est introduite ϵ_{eff} , pour tenir compte des effets de bords et de la propagation d'ondes dans la ligne. La constante diélectrique effective est définie comme étant la permittivité relative d'un diélectrique fictif qui contiendrait toute l'antenne de sorte que la totalité du champ soit contenue dans ce diélectrique, l'antenne conservant toutes ses caractéristiques électriques et notamment son coefficient de rayonnement [7], [16], [20].

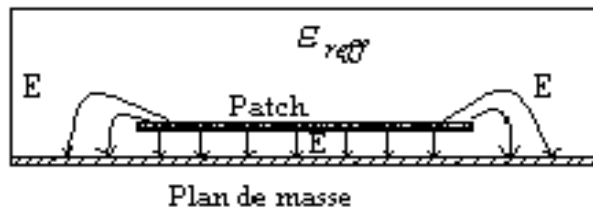


Figure I. 7 : la permittivité effective

I. 4. 2. Méthode des moments

La Méthode des Moments est une méthode numérique qui permet de résoudre efficacement le système d'équations intégrales en le transformant en un système matriciel résolu par ordinateur [6], [19]. Sa simplicité et sa robustesse numérique l'ont rendue populaire en électromagnétisme. Elle est basée sur le critère de nullité d'une fonctionnelle constituée à partir d'une intégrale des résidus, dus à la différence entre la solution approximative et la solution exacte, pondérés par des fonctions de test. La fonction

d'essai est exprimée sous forme de série de fonctions de base connues dont les coefficients de pondération sont déterminés en résolvant le système linéaire.

➤ **Principales étapes de la méthode**

Le système d'équations intégrales [6] peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$l(\vec{M}_s, \vec{J}_s) = \vec{g}(\vec{E}^{es}; \vec{H}^{es}) \quad (\text{I.1})$$

Avec :

l : Opérateur linéaire.

M_s : Densité surfacique de courant électrique.

\vec{g} : Vecteur source ou excitation.

g_s : Densité de courant magnétique.

\vec{E}^{ex} , \vec{H}^{ex} : Champs électromagnétiques d'excitations.

Les vecteurs densités de courant sont dans un premier temps, développés sous la forme de séries de fonctions de base :

$$\vec{J}_s = \sum_{i=1}^N a_i \vec{J}_i \quad (\text{I.2})$$

$$\vec{M}_s = \sum_{j=1}^m b_j \vec{M}_j \quad (\text{I.3})$$

La détermination de la solution se réduit donc à celle des coefficients a_i et b_j . Les fonctions d'essai doivent converger vers la solution exacte lorsque les nombres N et M des fonctions de base \vec{J}_i et \vec{M}_j tendent vers l'infini.

➤ **Procédure de maillage et critère de choix des fonctions de base**

Le système d'équations linéaires à résoudre, peut s'écrire pour tout type de maillage sous la forme matricielle suivante [6], [7]:

$$\begin{bmatrix} Z & T^e \\ T^h & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^{ex} \\ V^{ex} \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

Où :

Z et I étant les matrices des gravures et des ouvertures discrétisées.

T^e et T^h matrice de couplage mutuel. Le système peut être résolu en utilisant des procédures directes ou itératives.

Le choix de la procédure de résolution est en général dicté par la taille des matrices à traiter (problème étudié), et la nature du calculateur dont on dispose. Le choix des fonctions de base et de test dépend du problème électromagnétique considéré (calcul des éléments de la matrice généralisée), et de la précision souhaitée. Tout d'abord, elles doivent être dérivables et intégrables en fonction de l'opérateur de l'équation formelle.

I. 4. 3. Matrices de lignes de transmission TML

la matrice des lignes de transmission est une méthode numérique, appliquées aux équations de Maxwell, s'appuie sur les similitudes qui existent d'une part, entre les équations de Maxwell vérifiées par les champs électromagnétiques d'une structure, et d'autre part, les équations de Kirchhoff vérifiées par les courants et tensions d'un réseau de lignes de transmission [7].

Huygens, dans son traité de la lumière a défini le front d'onde comme la somme d'une infinité de sources de rayonnements secondaires qui produisent, en trois dimensions, des ondelettes sphériques. Leur enveloppe constitue le front d'ondes. La méthode TLM discrétise les équations des télégraphistes appliquées de façon locale. Grâce à la TLM, on appelle sources de rayonnement, les noeuds du domaine de calcul maillés [20].

On réalise la mise en équation du problème en considérant le réseau maillé comme une série d'intersections orthogonales de lignes de transmissions. Une cellule est reliée avec ses voisines par une matrice S . Son calcul est itéré dans le temps par incrémentation, ce qui permet de suivre la propagation d'un signal dans le réseau. De plus, des améliorations sont depuis régulièrement apportées, telle que le maillage à pas variable, l'extension aux milieux

anisotropes [12], [13], [14]. On utilise cette méthode pour simuler des phénomènes de propagation d'onde dans le domaine temporel.

Soulignons que la modélisation des matériaux composant une structure par un ensemble de capacitances, d'inductances, et de résistances, réduit sa représentation réaliste car l'électromagnéticien utilisera davantage une méthode utilisant les grandeurs ε, μ, ρ , et σ

Enfin, la méthode TLM ne présente pas de problème de convergence ni de stabilité. Elle est cependant exigeante en place mémoire et en temps de calcul pour deux raisons principales :

- L'étude de zones où les champs électromagnétiques présentent de fortes discontinuités nécessite un maillage plus fin, ce qui entraîne l'utilisation d'espace mémoire relativement important.

- Afin de limiter le phénomène dû à une réponse temporelle tronquée, on doit recueillir un grand nombre d'impulsions sur une longue durée. Ceci nécessite un nombre d'itérations important entraînant une augmentation du temps de calcul.

I. 4. 4. La méthode des éléments finis :

Nous avons vu que la méthode des moments, consiste à résoudre une formulation intégrale des équations de propagation. Les fonctions de discrétisation (fonction de base) sont appliquées au niveau de la solution à évaluer, sur la surface ou à l'intérieur de l'hétérogénéité. Pour la méthode des éléments finis, l'approche est similaire sauf que la discrétisation se fait en amont, au niveau d'une formulation différentielle des équations de propagation [7], [16]. Partons d'une expression générale de l'équation d'onde en 2D pour une polarisation TM :

$$\nabla \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla \vec{E}_z \right) + k^2 \varepsilon_z \vec{E}_z = f(x, y) \quad (\text{I.5})$$

Le terme source $f(x, y)$ étant par exemple une densité de courant.

La première étape consiste à mailler le domaine de calcul grâce à des éléments géométriques adaptés. A chacun de ces éléments, est associé un certain nombre de noeuds : en 2D, des éléments triangulaires par exemple peuvent être caractérisés par 3 noeuds, 6 noeuds si l'on y ajoute les milieux des segments. Sur chacun des éléments triangulaires (pour une description de l'élément « triangle » par 3 noeuds), on définit des fonctions continues (Figure I.8). Ces fonctions, dites fonctions de base, sont des approximations continues de la solution du problème. Ainsi pour un élément triangle on a :

$$\vec{E}_z(x, y) = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{i=1}^3 \vec{E}_{zi}^e N_i^e(x, y) \quad (\text{I.6})$$

Les fonctions $N_i^e(x, y)$, pour $i=1, \dots, 3$, (avec une numérotation locale des noeuds pour chaque élément triangulaire), doivent être linéairement indépendantes et valent 1 au noeud i et 0 aux deux autres, d'où l'appellation de fonctions de base.

Les fonctions de base pour différents types de géométrie, et différents ordres pour chaque géométrie sont souvent des polynômes pour leur bonne dérivabilité [7], [19].

On note cependant, qu'en choisissant des fonctions de Dirac, on se ramènerait à une représentation discrète de la solution caractéristique de la méthode des différences finies.

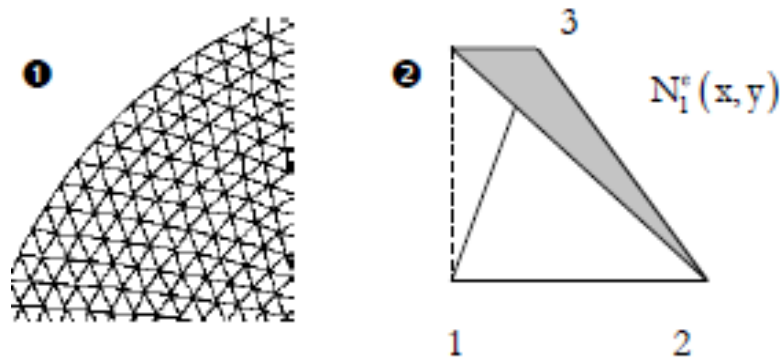


Figure I. 8 :1- Maillage triangulaire, 2- élément fini triangulaire. La fonction de base

$N_i^e(x, y)$ vaut un au noeud 1 et zéro aux deux autres

La deuxième étape consiste à reformuler l'équation d'onde afin de limiter à l'ordre un, les dérivées de l'équation (I.5). Pour ce faire, on considère tout d'abord une distribution de fonctions tests $W(x, y)$, respectant des conditions de dérivabilité et de continuité au bord du domaine de calcul, telles que le résidu (I.8) vérifie, sur l'ensemble du domaine de calcul (et non plus au niveau de chaque noeud), la relation suivante :

$$\iint_{\text{Domaine de calcul}} W(x, y) R(x, y) dx dy = 0 \quad (\text{I.7})$$

Avec :

$$R(x, y) = \nabla \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla \vec{E}_z \right) + k^2 \varepsilon_z \vec{E}_z - f(x, y) \quad (\text{I.8})$$

Une intégration par partie de l'équation (I.7) permet d'aboutir ensuite à l'équation (I.9), dite formulation variante de l'équation (I.5) :

$$\iint_{\Gamma} \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla W \cdot \nabla \vec{E}_z - k^2 \varepsilon_z W \cdot \vec{E}_z + W \cdot f \right) dx dy = \int_{\partial \Gamma} \frac{1}{\mu_z} W \frac{\partial E_z}{\partial n} dl \quad (\text{I.9})$$

L'intérêt d'une telle formulation réside dans le fait qu'elle réunit en une seule expression, l'équation d'onde (dans l'intégrale de surface) ainsi que les conditions aux bords (dans l'intégrale curviligne), en ne faisant intervenir que des dérivées d'ordre un.

En remplaçant l'équation (I.6) dans (I.9) on obtient :

$$\sum_{e=1}^{N_e} \sum_{i=1}^3 \vec{E}_{zi}^e \iint_{\Gamma} \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla W \cdot \nabla N_i^e - k^2 \varepsilon_z W \cdot N_i^e \right) dx dy - \int_{\partial \Gamma} \frac{1}{\mu_z} W \frac{\partial E_z}{\partial n} dl = - \iint_{\Gamma} (W \cdot f) dx dy \quad (\text{I.10})$$

Le choix des fonctions tests W , se fait d'une manière générale d'après la méthode de Galerkin : elles sont donc prises égales aux fonctions de bases. De plus, sur la frontière, on peut supposer que la condition de Neumann est vérifiée :

$$\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial n} = 0 \quad (\text{I.11})$$

Comme les fonctions de bases N_i^e ne sont non nulles qu'au niveau de l'élément fini e , l'équation (I.10) devient :

$$\sum_{i=1}^3 \bar{E}_{zi}^e \iint_{\Gamma} \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla N_j^e \cdot \nabla N_i^e - k^2 \varepsilon_z N_j^e \cdot N_i^e \right) dx dy = - \iint_{\Gamma} (N_j^e \cdot f) dx dy \quad (\text{I.12})$$

Pour $j=1\dots 3$

L'équation (I.12) se ramène donc à un système matriciel à trois dimensions :

$$[A^e]^{3 \times 3} \{E_z^e\}^3 = \{b^e\}^3 \quad (\text{I.13})$$

$$A_{ij}^e = \iint_{\Gamma} \left(\frac{1}{\mu_z} \nabla N_j^e \cdot \nabla N_i^e - k^2 \varepsilon_z N_j^e \cdot N_i^e \right) dx dy \quad (\text{I.14})$$

Pour $i,j=1\dots 3$

$$b_j^e = - \iint_{\Gamma} (N_j^e \cdot f) dx dy \quad (\text{I.15})$$

Pour $j=1\dots 3$

En réalité, chaque fonction de base est définie pour autant d'éléments finis adjacents, il y a donc autant d'équations supplémentaires pour évaluer les inconnues E_z^e . On assemble donc toutes les matrices A^e correspondant à chaque élément fini afin de sommer les contributions respectives des éléments finis adjacents. Le système matriciel déduit de l'assemblage des $3 \times N_e$ matrices, a pour dimension N_e , soit N_e équations linéaires (Volakis et al. 1998).

$$[A^e]^{N_e \times N_e} \{E_z^e\}^{N_e} = \{b^e\}^{N_e} \quad (I.16)$$

L'inconnue E_z est finalement évaluée de manière continue grâce à l'équation (I.6).

La méthode des éléments finis offre sans aucun doute une souplesse d'implémentation vis à vis des milieux complexes. Les principales limites de cette méthode vis à vis d'une implémentation exhaustive de la propagation électromagnétique se situe au niveau des équations de départ, en effet les expressions du second ordre découplées des équations de propagation ne prennent en compte l'effet de couplage entre le champ magnétique et le champ électrique. L'objectif d'exhaustivité nous pousse donc à favoriser une méthode basée sur les équations « originales » de propagation. De plus la méthode des éléments finis nécessitent la monopolisation de ressources calculatoires conséquentes, et ne procure donc pas d'alternative en terme de coût d'exécution (vis à vis des différences finies).

I. 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré le rôle et l'évolution technologique des patches, ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients. Nous avons montré également quelques techniques d'alimentation, ainsi les méthodes d'analyses les plus utilisées à des structures microbandes de forme quelconque. Aucune de ces méthodes numériques citées n'est parfaite, elles présentent toutes des avantages et des inconvénients. Les choix nécessaires, ont induits malheureusement à l'élimination de méthodes de propagation afin de se limiter aux objectifs fixés : propager des ondes électromagnétiques dans des milieux quelconques. Pour cette raison, la méthode des différences finies 3D dans le domaine temporel nous est apparue comme la plus prometteuse a été largement abordée dans le chapitre qui suit.

Chapitre II

Principe de la méthode

FDTD

II.1 Introduction:

La méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD, est une des méthodes les plus appréciées utilisées pour résoudre des problèmes de l'électromagnétisme. Elle a été appliquée successivement à une variété extrêmement large de problèmes. L'avantage principal du FDTD réside dans le fait que, cette méthode est vraiment simple à formuler même pour les structures à trois dimensions. Cette technique a été proposée par Yee [18] en 1966 et amélioré plus tard par les autres y compris Allen Taflove [8].

La théorie de base de l'utilisation de cette technique pour résoudre les problèmes électromagnétiques [6], [8], consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales, et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Le schéma proposé par Yee [18], permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée des champs électrique \vec{E} , et du champs magnétique \vec{H} entre eux, en effet, on obtient un schéma numérique explicite, permettant le calcul du champ électromagnétique dans tout le volume d'étude en fonction du temps. Les composantes des champs électrique et magnétique sont décalées d'un demi pas spatial, et calculées de manière alternative et itérative.

II. 2. La discrétisation des équations de Maxwell

L'algorithme de Yee [18] est basé sur la forme locale des équations de Maxwell. Lorsque l'on considère un milieu linéaire, homogène, isotrope et sans perte, ces équations ont la forme suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

\vec{E} : Le champ électrique (volt / mètre).

\vec{H} : Le champ magnétique (amper / mètre).

ε : La permittivité électrique (farad / mètre).

μ : La permittivité magnétique (henry / mètre).

ε_r : La permittivité relative (unité scalaire).

ε_0 : La permittivité dans le vide (8.854×10^{-12} farad / mètre).

μ_r : La permittivité relative (son dimension scalaire).

μ_0 : La permittivité dans le vide ($4\pi \times 10^{-7}$ henry / mètre).

Les champs électriques et magnétiques \vec{E} et \vec{H} respectivement sont des vecteurs à trois dimensions. La FDTD repose sur les équations de Faraday et Ampère (II.3) et (II.4), on peut les réécrire dans un repère cartésien (x, y, z) comme suivant :

$$\frac{\partial \vec{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{E}_y}{\partial z} \right] \quad (\text{II. 5a})$$

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{II. 5b})$$

$$\frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{E}_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II. 5c})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \vec{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial z} \right] \quad (\text{II. 5d})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \vec{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{II. 5e})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II. 5f})$$

Pour implémenter ces équations dans le programme de FDTD, on doit donc les discrétiser à partir de l'approximation de la dérivée centrée (annexe A). Notons que les dérivées spatiales sont liées aux dérivés temporels, elles feront chacune l'objet d'une discrétisation particulière, soit par rapport à l'espace, soit par rapport au temps. Les valeurs des champs électriques et magnétiques seront calculées en des points différents du maillage. Elles seront respectivement appelées nœuds électriques, et nœuds magnétiques.

Il existe plusieurs choix pour discrétiser les composantes des champs \vec{E} et \vec{H} , l'approche la plus largement utilisée est celle proposée par Yee [18], [22]. Les échantillons des champs sont illustrés dans la figure (II.1). Les composantes des champs \vec{E} et \vec{H} sont calculées à des points (nœuds) espacés d'un demi incrément spatial, et à des temps espacés d'un demi incrément temporel. On parle alors d'un algorithme alterné.

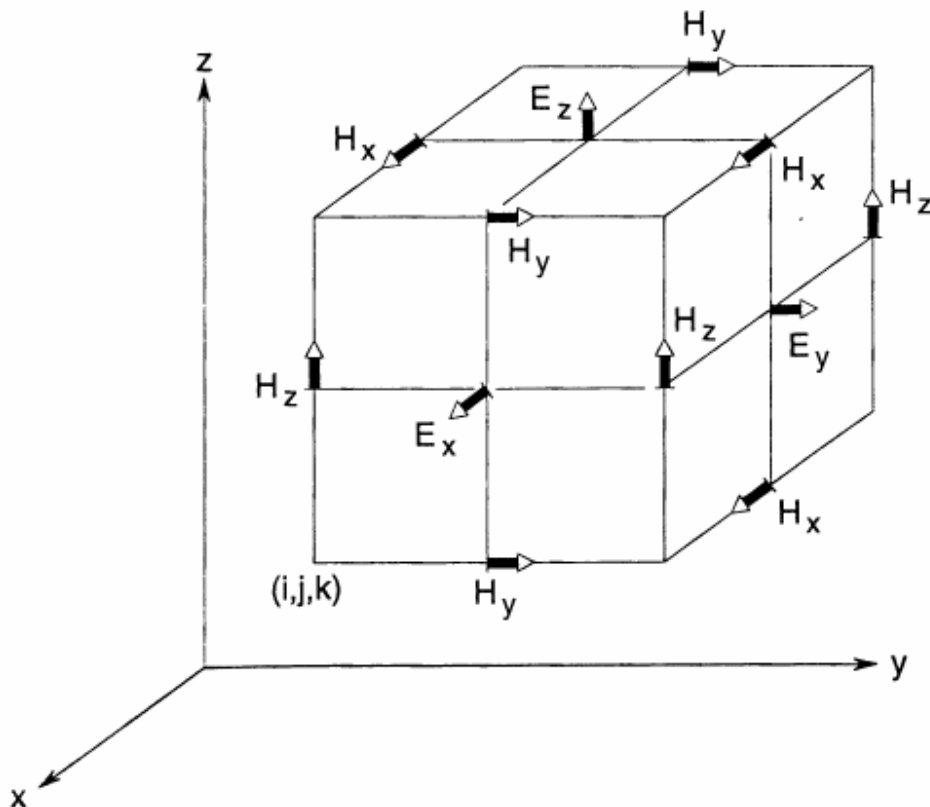


Figure II. 1: Représentation de la cellule élémentaire standard de Yee

Les parallélépipèdes ou mailles élémentaires constituent le volume de calcul. Afin de le représenter selon le schéma précédemment, on doit construire un maillage pour la structure à étudier, précisons que dans ce volume de calcul, sont toujours présents un nœud magnétique entre quatre nœuds électriques, et un nœud électrique entre quatre nœuds magnétiques. Ainsi que, la dérivée centrée est utilisée pour toutes les dérivées spatiales présentes dans les équations de Maxwell.

Une discrétisation spatio-temporelle est donc nécessaire pour résoudre les équations de Maxwell (II. 5).

II. 2. 1. La discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale s'effectue dans un volume nécessairement fini. Dans le cas d'un maillage régulier, les dérivées spatiales sont évaluées dans les trois directions ox , oy , oz , avec des incréments constants : dx , dy , dz , appelés pas spatiaux. Ces derniers sont choisis par l'utilisateur et dépendent de la plus petite longueur d'onde présente dans la bande de fréquence d'analyse et de la géométrie de la structure à étudier. Le volume de calcul est donc un parallélépipède comme le montre la figure II. 2 est composé de n_x , n_y , n_z , cellules (ou mailles) élémentaires de taille dx , dy , dz .

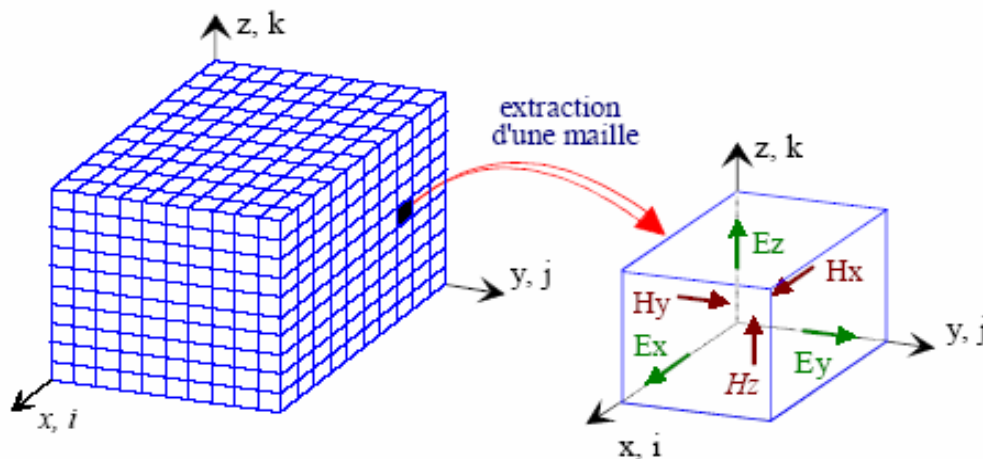


Figure II. 2: volume de calcul et cellule élémentaire

II. 2. 2. La discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle fait apparaître dans les dérivées des champs par rapport au temps. Qui sont apparues en elles même dans les membres de gauche dans les équations de Maxwell (II. 12), tandis que les membres de droite sont considérés à un instant t . Si on prend en considération le principe de la dérivée centrée, on en déduit que les membres de droite (le champ électrique) doivent être calculés entre deux instants successifs où on calcule les membres de gauche (le champ magnétique). La discrétisation temporelle est effectuée avec des pas d'échantillonnage constants, Δt , comme représenté ci-dessous.

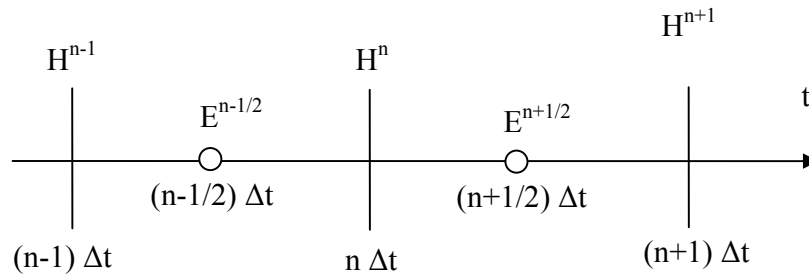


Figure II. 3 : discrétisation temporelle

II. 3. Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD

A partir de la discrétisation spatio-temporelle, on peut exprimer la forme discrète des six équations de Maxwell (II. 5) dans la cellule élémentaire (i, j, k) d'une part et dans l'espace temps d'autre part.

II. 3. 1. Equations du champ électromagnétiques à trois dimensions

II. 3. 1. 1 Equations du champ électrique

$$\begin{aligned} \bar{E}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) = & \bar{E}_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j+1/2, k+1/2)\Delta y} \left[\bar{H}_z^n(i, j+1, k+1/2) - \bar{H}_z^n(i, j, k+1/2) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j+1/2, k+1/2)\Delta z} \left[\bar{H}_y^n(i, j+1/2, k+1) - \bar{H}_y^n(i, j+1/2, k) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6a})$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+1, k+1/2) = & \bar{E}_y^{n-1/2}(i-1/2, j+1, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1, k+1/2)\Delta x} \left[\bar{H}_x^n(i-1/2, j+1, k+1) - \bar{H}_x^n(i-1/2, j+1, k) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1, k+1/2)\Delta x} \left[\bar{H}_z^n(i, j+1, k+1) - \bar{H}_z^n(i-1, j+1, k+1) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6b})$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) = & \bar{E}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1/2, k+1)\Delta x} \left[\bar{H}_y^n(i, j+1/2, k+1) - \bar{H}_y^n(i-1, j+1/2, k+1/2) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1/2, k+1)\Delta y} \left[\bar{H}_x^n(i-1/2, j+1, k+1) - \bar{H}_x^n(i-1/2, j, k+1) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6c})$$

II. 3. 1. 2 Equations du champ magnétique

$$\begin{aligned} \bar{H}_x^{n+1}(i-1/2, j+1, k+1) = & \bar{H}_x^n(i-1/2, j+1, k+1) + \frac{\Delta t}{\mu(i-1/2, j+1, k+1)\Delta z} \left[\bar{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1, k+3/2) - \bar{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1, k+1/2) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\mu(i-1/2, j+1, k+1)\Delta y} \left[\bar{E}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+3/2, k+1) - \bar{E}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6d})$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_y^{n+1}(i, j+1/2, k+1) = & \bar{H}_y^n(i, j+1/2, k+1) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1/2, k+1)\Delta x} \left[\bar{E}_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k+1) - \bar{E}_x^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1/2, k+1)\Delta z} \left[\bar{E}_z^{n+1/2}(i, j+1/2, k+3/2) - \bar{E}_z^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6e})$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_z^{n+1}(i, j+1, k+1/2) = & \bar{H}_z^n(i, j+1, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1, k+1/2)\Delta y} \left[\bar{E}_y^{n+1/2}(i, j+3/2, k+1/2) - \bar{E}_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1, k+1/2)\Delta x} \left[\bar{E}_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1, k+1/2) - \bar{E}_x^{n+1/2}(i-1/2, j+1, k+1/2) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6f})$$

- Le calcul se fait d'une manière itérative ce qui permet d'obtenir l'évolution temporelle du champ électromagnétique dans l'intervalle $[0 - n * \Delta t]$. Pour cela, on fait varier n de 0 à Ndt où N est le nombre d'itérations total.

- Les valeurs du champ électromagnétique sont nulles dans tout l'espace à l'instant $t = 0$.

- On imposera une excitation dans une certaine région de l'espace et on procédera au calcul du champ électromagnétique pour chaque n dans tout le volume.

- L'évaluation de la composante \vec{E}_x par exemple dans le maillage et à l'instant (n+1) Δt fait intervenir la même composante mais calculée à l'instant précédent (n) Δt et les composantes du champ magnétique \vec{H}_y , \vec{H}_z qui l'entourent, calculées à l'instant (n+1/2) Δt . De la même façon, on pourra présenter la composante \vec{H}_x et toutes les autres composantes.

Cette manière dont on calcul le champ électromagnétique est très intuitive et représente très bien la réalité physique dans la mesure où la variation du champ électrique engendre une variation du champ magnétique. Ce dernier génère à son tour une variation du champ électrique ...etc.

II. 3. 2 Réduction à deux dimensions

Le system d'équation précédent peut être réduit à des algorithmes adéquats pour le cas de deux dimensions. Il s'agit donc des modes de propagation TM et TE

✓ Mode TE

$$\vec{E}_x^{n+1/2}(i, j+1/2) = \vec{E}_x^{n-1/2}(i, j+1/2) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j+1/2)\Delta y} [\vec{H}_z^n(i, j+1) - \vec{H}_z^n(i, j)] \quad (\text{II. 7a})$$

$$\vec{E}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+1) = \vec{E}_y^{n-1/2}(i-1/2, j+1) - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1)\Delta z} [\vec{H}_z^n(i, j+1) - \vec{H}_z^n(i-1, j+1)] \quad (\text{II. 7b})$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_z^n(i, j+1) = & \vec{H}_z^n(i, j+1) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1)\Delta y} [\vec{E}_x^{n+1/2}(i, j+3/2) - \vec{E}_x^{n+1/2}(i, j+1/2)] \\ & - \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1)\Delta x} [\vec{E}_y^{n+1/2}(i+1/2, j+1) - \vec{E}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+1)] \end{aligned} \quad (\text{II. 7c})$$

✓ Mode TM

$$\vec{H}_x^n(i-1/2, j+1) = \vec{H}_x^n(i-1/2, j+1) - \frac{\Delta t}{\mu(i-1/2, j+1)\Delta y} [\vec{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+3/2) - \vec{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2)] \quad (\text{II.7d})$$

$$\tilde{H}_y^n(i, j+1/2) = \tilde{H}_y^n(i, j+1/2) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1/2)\Delta x} \left[\tilde{E}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2) - \tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) \right] \quad (\text{II.7e})$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) &= \tilde{E}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1/2)\Delta x} \left[\tilde{H}_y^n(i, j+1/2) - \tilde{H}_y^n(i-1, j+1/2) \right] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2, j+1/2)\Delta y} \left[\tilde{H}_x^n(i-1/2, j+1) - \tilde{H}_x^n(i-1/2, j) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.7f})$$

II. 3. 3 Réduction à une dimension

✓ Cas du 1D TE

$$\tilde{E}_x^{n+1/2}(i) = \tilde{E}_x^{n-1/2}(i) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left[\tilde{H}_z^n(i+1/2) - \tilde{H}_z^n(i-1/2) \right] \quad (\text{II.8a})$$

$$\tilde{E}_y^{n+1/2}(i-1/2) = \tilde{E}_y^{n-1/2}(i-1/2) - \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2)\Delta z} \left[\tilde{H}_z^n(i) - \tilde{H}_z^n(i-1) \right] \quad (\text{II.8b})$$

$$\tilde{H}_z^{n+1}(i) = \tilde{H}_z^n(i) - \frac{\Delta t}{\mu(i)\Delta x} \left[\tilde{E}_x^{n+1/2}(i+1/2) - \tilde{E}_x^{n+1/2}(i-1/2) \right] \quad (\text{II.8c})$$

✓ Cas 1D TM

$$\tilde{H}_x^{n+1}(i-1/2) = \tilde{H}_x^n(i-1/2) - \frac{\Delta t}{\mu(i)\Delta y} \left[\tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2) - \tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2) \right] \quad (\text{II.8d})$$

$$\tilde{H}_y^{n+1}(i) = \tilde{H}_y^n(i) + \frac{\Delta t}{\mu(i)\Delta x} \left[\tilde{E}_z^{n+1/2}(i+1/2) - \tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2) \right] \quad (\text{II.8e})$$

$$\tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2) = \tilde{E}_z^{n-1/2}(i) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i-1/2)\Delta x} \left[\tilde{H}_y^n(i) - \tilde{H}_y^n(i-1) \right] \quad (\text{II.8f})$$

II. 4 Dispersion numérique

La discrétisation du domaine de calcul entraîne l'apparition d'une dispersion non physique des signaux qui se propagent sur la grille de calcul [29], [32]. Cette dispersion varie avec la fréquence, la direction de propagation sur la grille et la discrétisation spatiale. Pour réduire cet effet à des valeurs de précision acceptables, la discrétisation spatiale doit être suffisante pour "échantillonner" la longueur d'onde des signaux avec un nombre suffisant de points. Une erreur sur la vitesse de phase de moins de 1.2% est commise, toutes directions confondues avec une discrétisation spatiale de $\lambda_0/10.n$ (Où λ_0 est la longueur d'onde de l'onde considérée et n l'indice du milieu de propagation) cette erreur chute à 0.3% lorsque la discrétisation est portée à $\Delta = \lambda_0/20.n$. Ceci permet de conserver une précision honorable même lorsque $\lambda = 2\lambda_0$, et donc de propager une large gamme de fréquences sur une même discrétisation et avec une précision acceptable.

II. 5 Condition de stabilité

On peut montrer que l'algorithme de Yee est intrinsèquement stable si la condition suivante entre le pas temporel et le pas spatial est vérifiée [29], [32], [33]:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 + 1/\Delta z^2)}} \quad (\text{II.9})$$

Où Δx , Δy , Δz représentent toujours les pas de discrétisation de l'espace de modélisation, c la vitesse de propagation d'une onde plane dans le milieu, Δt le pas d'échantillonnage temporel.

Cette condition de stabilité implique que:

- a. Si les pas de discrétisation dans les trois directions spatiales sont égaux à Δ , on a donc l'inégalité suivante:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{c\sqrt{3}} \quad (\text{II.10})$$

- b. Il faut que le pas temporel soit suffisant pour permettre de décrire la propagation de l'onde d'un nœud au nœud le plus proche, distant optiquement de Δ .

II. 6 Conditions d'absorption aux limites

Les ressources informatiques étant finies, il est nécessaire de restreindre spatialement le domaine de calcul. Cette restriction ne permet plus d'appliquer généralement les équations précédentes sur les frontières du domaine de calcul. Tous les champs situés aux bords du domaine ne peuvent donc pas être calculés avec les équations classiques [33] (annexe B).

Une première solution est de fixer les composantes de champ à une valeur nulle aux bords du volume de calcul et de ne pas appliquer l'algorithme de base. Des réflexions non physiques apparaissent alors sur ses bords et perturbent fortement le comportement de la structure. Il faut donc utiliser un algorithme pour réduire ces réflexions. L'utilisation des conditions aux limites performantes est finalement la difficulté majeure de la mise en œuvre de cette technique de calcul.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de modéliser l'espace de calcul, en particulier la méthode la plus récente dite "Perfectly Matched Layer" ou PML [32]. Cette méthode développée par J. P. Bérenger [23] est basée sur la mise en place d'une couche parfaitement absorbante complexe de dimensions variables autour du volume de calcul. Cette méthode permet une très bonne absorption des ondes pour toutes les fréquences et pour tous les angles d'incidences.

Précisons qu'il existe un autre type de couches absorbantes communément utilisées dans la littérature, appelées ABC pour (Absorbing Boundary Condition) pour lesquelles les premiers travaux ont été publiés par Mur [24], Engquist et Majda [26], et par l'extrapolation de Liao dans l'espace et le temps [26]. Dans notre étude, en se basant sur les PML du Bérenger.

➤ Conditions PML

Les conditions aux limites PML sont certainement les plus performantes aujourd'hui, elles permettent de descendre à des réflexions en amplitude du champ de l'ordre de 10^{-5} [28], sur une très large gamme d'incidences et de fréquences. Ces conditions partent de la condition d'adaptation d'impédance de deux ondes à l'interface entre deux milieux de même indice mais dont l'un est absorbant (présentant une conductivité électrique σ et σ^* non nulle). Dans le vide, cette condition s'exprime par:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (\text{II.11})$$

Où μ_0 et ε_0 sont respectivement la perméabilité et la permittivité du vide.

Dans ce cas l'onde n'est pas réfléchiée à l'interface entre les deux milieux et s'atténue dans la partie absorbante. L'épaisseur de la couche absorbante peut être choisie aussi grand que voulue pour limiter la réflexion en bord du domaine. Cette adaptation d'impédance n'est toutefois possible qu'à incidence normale et une réflexion à l'interface entre les deux milieux réapparaît dès que l'on s'en écarte. L'astuce introduite par Bérenger dans les années 80 consiste à rendre le milieu absorbant et artificiellement biaxe [10], l'absorption n'est alors choisie non nulle que suivant l'axe normal à l'interface entre les deux milieux (figure II. 4).

A l'interface, l'onde plane incidente est décomposée fictivement en deux ondes :

1- une onde à incidence normale, qui vérifie la condition (II.16) et donc qui ne réfléchit pas à l'interface entre le milieu non absorbant et celui absorbant.

2- Une onde à incidence rasante pour laquelle aucune absorption n'apparaît, cette onde ne subit par conséquent aucune réflexion.

Il suffit donc de rajouter des couches de types PML tout autour du volume de calcul pour absorber sans réflexion une onde incidente arrivant avec une incidence quelconque.

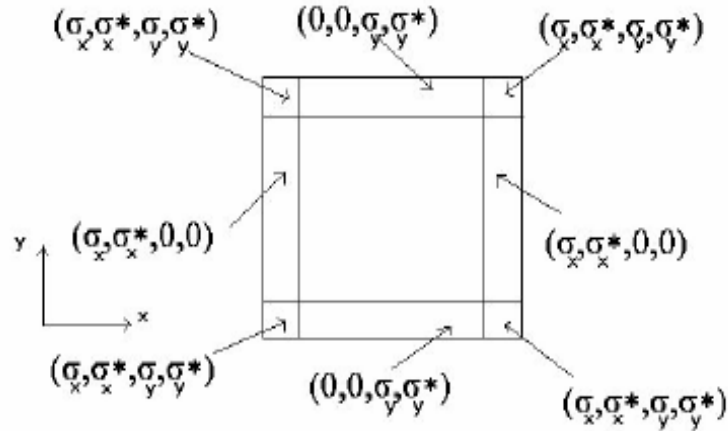


Figure II. 4: absorption dans les PML

II. 7 L'excitation

Tout système électromagnétique nécessite une excitation qui sera à l'origine de sa réponse. Cette réponse dépend autant de la nature du système que de la manière dont il est excité. Le choix de l'excitation dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels, le type de la structure à utiliser et la bande de fréquence. L'excitation se traduira par un signal numérique qui va se propager dans la structure. Cette variation imposée à un endroit approprié du maillage, a une forme, une durée, et un emplacement particulier. Numériquement, on peut choisir une forme arbitraire pour l'excitation. On a cependant intérêt pour des problèmes de convergence des résultats à choisir une excitation proche de la forme du champ réel dans la structure.

Il est souhaitable d'utiliser une excitation capable de remplir certaines conditions comme une étude sur une large bande spectrale allant de zéro jusqu'à une certaine fréquence supérieure de travail, d'une durée temporelle raisonnable, continue, et facilement interprétable.

A partir de toutes ces données, on peut dire que l'excitation la mieux adaptée est une gaussienne. En effet, son expression analytique est simple, le spectre en fréquence est facilement contrôlable. Le signal est borné dans le temps, son évolution est lisse et ne présente pas de variations trop rapides, qui pourraient générer des erreurs de calcul. Le fait d'utiliser la gaussienne permet en une simulation de connaître, en faisant une transformée de Fourier, la

réponse sur une large bande de fréquence. Il est difficile dans la réalité de reproduire une telle excitation de façon expérimentale.

II. 8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé les étapes nécessaires à la mise au point d'une méthode de calcul (FDTD) permettant de résoudre différents problèmes de l'électromagnétisme. Nous avons présentés clairement le principe de la méthode FDTD, ainsi que l'application de cette technique sur les équations de Maxwell. Nous avons expliqués le rôle de l'excitation et l'importance des conditions aux limites de type PML

Chapitre III

**Résultats numériques et
discussions**

III. 1. Introduction

Dans cette partie, il sera présenté la mise en œuvre de la méthode FDTD à une dimension et deux dimensions, ainsi que pour le cas d'une antenne imprimée de forme rectangulaire alimentée avec une ligne microbande. Ce qui a permis de calculer les champs électromagnétiques, le paramètre de réflexion S_{11} et l'impédance d'entrée Z_e tenant compte des dimensions de la structure.

III. 2. Application de la méthode FDTD à une et deux dimensions

III. 2. 1. Méthode de résolution

L'idée générale de cette partie est de résoudre les équations de Maxwell (II.5) en utilisant le flux du densité \vec{D} [17], [27], [28], cette application inclue une mise en œuvre effective des conditions aux limites PML qui sont indépendantes de l'origine du milieu étudié. La forme la plus générale des équations de Faraday et Ampère (II.3) et (II.4) est:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} \\ \vec{D}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r^*(\omega) \cdot \vec{E}(\omega) \\ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.1a)} \\ \text{(III.1b)} \\ \text{(III.1c)} \end{array}$$

En utilisant les échanges suivants [16], [17], [27]:

$$\tilde{\vec{E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \vec{E} \quad \text{(III.2)}$$

$$\tilde{\vec{D}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \vec{D} \quad \text{(III.3)}$$

Ce qui mène à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{H} \end{array} \right. \quad (\text{III.4a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{D}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot \tilde{E}(\omega) \end{array} \right. \quad (\text{III.4b})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{E} \end{array} \right. \quad (\text{III.4c})$$

L'équation (III.4b) doit être exprimée en fonction du temps avant de l'injecter dans le calcul [32]. Pour cela, on suppose qu'on travaille dans un milieu diélectrique avec pertes, on a donc:

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \quad (\text{III.5})$$

En substituant dans l'équation (III.4b) on a:

$$\tilde{D}(\omega) = \varepsilon_r \cdot \tilde{E}(\omega) + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} \tilde{E}(\omega) \quad (\text{III.6})$$

Dans le second membre, la théorie de Fourier indique que $(1/j\omega)$ dans le domaine fréquentiel représente l'intégration dans le domaine temporel, donc l'équation (III.6) devient:

$$\tilde{D}(t) = \varepsilon_r \cdot \tilde{E}(t) + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int_0^t \tilde{E}(t) dt \quad (\text{III.7})$$

L'intégrale se sera rapproché à une sommation sur un pas d'échantillonnage Δt .

$$\tilde{D}^n = \varepsilon_r \cdot \tilde{E}^n + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^n \tilde{E}^i \quad (\text{III.8})$$

En séparant le terme \tilde{E}^n du reste de l'addition, on obtient :

$$\tilde{D}^n = \left(\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0}\right) \tilde{E}^n + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{E}^i \quad (\text{III.9})$$

D'où :

$$\tilde{E}^n = \frac{\tilde{D}^n - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{E}^i}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0}} \quad (\text{III.10})$$

Pour simplifier le calcul on définit un nouveau paramètre pour la sommation.

$$I^n = \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \sum_{i=0}^n \tilde{E}^i \quad (\text{III.11})$$

Alors l'équation de \tilde{E}^n peut être reformulée avec l'équation suivante:

$$\tilde{E}^n = \frac{\tilde{D}^n - I^{n-1}}{\varepsilon_r + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0}} \quad (\text{III.12})$$

L'utilisation de ces formulations apparaît dans les deux cas 2D et 3D.

Pour le cas 1D le calcul de champ électromagnétique est simple, ce qui n'exige pas l'emploi de ces échanges.

III. 2. 2. Représentation du champ électromagnétique à une dimension

La représentation du champ électromagnétique en une dimension est le cas le plus simple des équations de Maxwell.

Soit les équations (II.8a) et (II. 8c):

$$\tilde{E}_x^{n+1/2}(i) = \tilde{E}_x^{n-1/2}(i) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left[\tilde{H}_z^n(i+1/2) - \tilde{H}_z^n(i-1/2) \right] \quad (\text{III.13a})$$

$$\vec{H}_z^{n+1/2}(i) = \vec{H}_z^{n-1/2}(i) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} [\vec{E}_x^n(i+1/2) - \vec{E}_x^n(i-1/2)] \quad (\text{III.13b})$$

Le calcul de $\vec{H}_z(i+1/2)$ exige les valeurs avoisinantes de \vec{E}_x à i et $i+1$.

Le calcul de $\vec{E}_x(i+1)$ exige les valeurs avoisinantes de \vec{H}_z à $i+1/2$ et $i-1/2$.

En appliquant un changement similaire aux équations (III.2) et (III.3), on obtient :

$$\tilde{E} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{E} \quad (\text{III.14})$$

$$\tilde{E}_x^{n+1/2}(i) = \tilde{E}_x^{n-1/2}(i) - 0.5 [\tilde{H}_z^n(i+1/2) - \tilde{H}_z^n(i-1/2)] \quad (\text{III.15a})$$

$$\tilde{H}_z^{n+1}(i) = \tilde{H}_z^n(i) - 0.5 [\tilde{E}_x^{n+1/2}(i+1/2) - \tilde{E}_x^{n+1/2}(i-1/2)] \quad (\text{III.15b})$$

Avec :

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = c_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0.5 \quad (\text{III.16})$$

➤ Les conditions absorbantes aux limites dans le cas unidimensionnel

Dans ce cas on n'a pas besoin de rajouter les couches PML. Pour calculer le champ \vec{E} , il suffit de connaître les valeurs du champ \vec{H} avoisinantes, c'est l'hypothèse fondamentale de la méthode FDTD.

$$\vec{E}_x^n(1) = \vec{E}_x^{n-1}(2) \quad (\text{III.17})$$

Pour le code de la méthode FDTD en une dimension, on a utilisé l'excitation Gaussienne dans le centre de volume de calcul. Les figures (III.1), (III.2) au dessous montre les résultats numériques du champ \vec{E}_x avec et sans conditions aux limites. Les variations du champ \vec{E}_x sont en fonction du nombre de cellules.

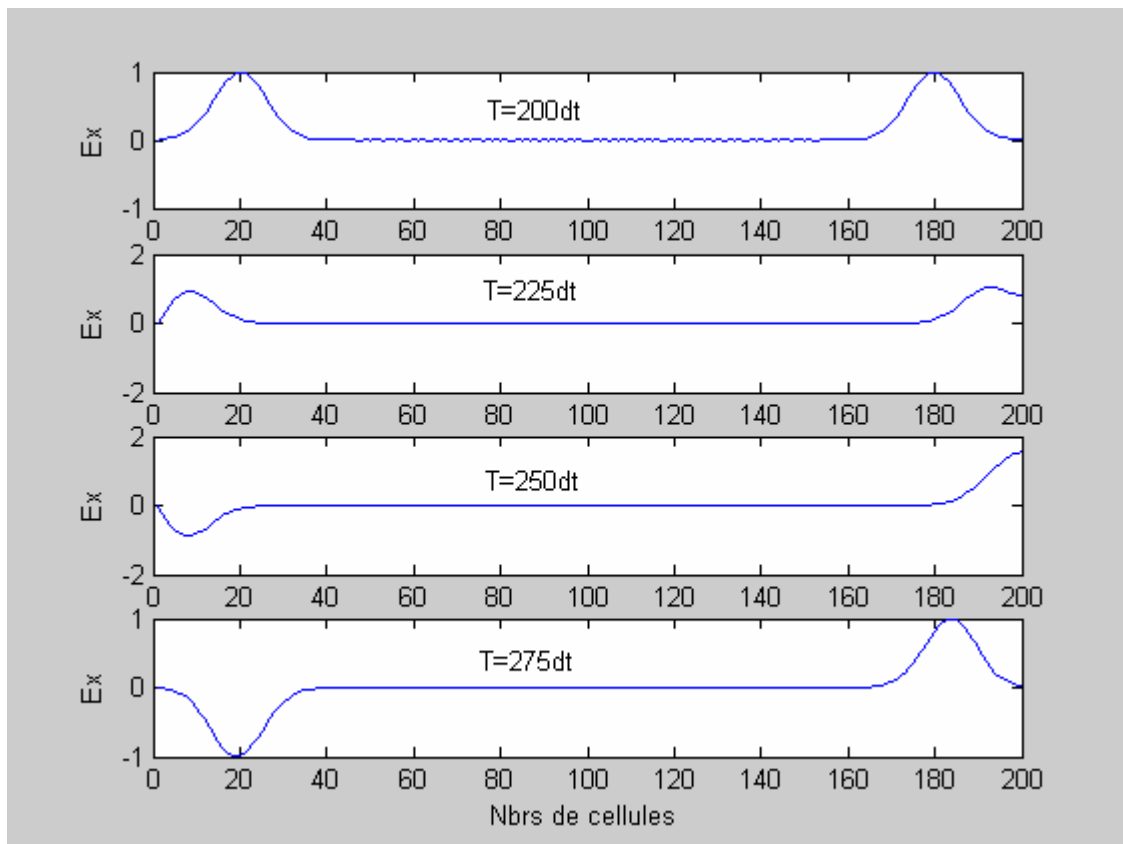


Figure III. 1 : représentation du champ \vec{E}_x pour les temps: $T = 200.dt$, $T = 225.dt$, $T = 250.dt$, et $T = 275.dt$ sans conditions aux limites.

A partir de la figure (III.1), on remarque que lorsque la pulsation frappe la limite du domaine, elle se réfléchit.

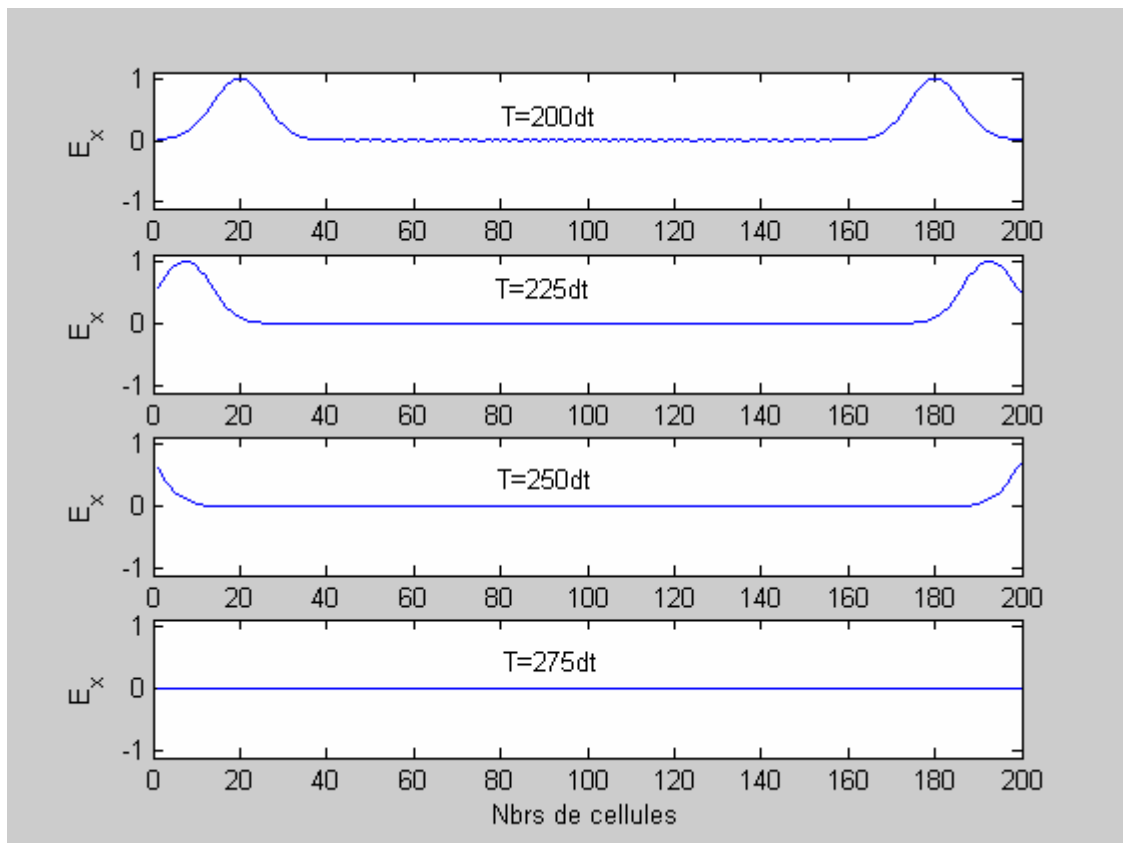


Figure III. 2: représentation du champ \vec{E}_x pour les temps: $T = 200.dt$, $T=225.dt$, $T=250.dt$, et $T=275.dt$ avec conditions aux limites

La figure (III.2) montre que la pulsation qui provient dans le centre se propage vers l'extérieur et est absorbée.

III. 2. 3. Représentation du champ électromagnétique à deux dimensions :

Dans ce paragraphe on veut représenter les équations de Maxwell en deux dimensions, en utilisant la densité électrique \vec{D} . On introduira par la suite les couches PML. Dans le cas à deux dimensions on est obligé de choisir entre deux modes:

- soit le mode transversal magnétique TM, qui se compose de \vec{E}_z , \vec{H}_x et \vec{H}_y .
- soit le mode transversal électrique TE, qui se compose de \vec{E}_x , \vec{E}_y et \vec{H}_z .

Puisque l'étude suite les mêmes étapes, on va travailler avec le mode TM. Alors les équations (III. 4) sont exprimées à deux dimensions par les formulations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{D}_z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \quad (\text{III.18a}) \\ \tilde{D}_z(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot \tilde{E}_z(\omega) \quad (\text{III.18b}) \\ \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \quad (\text{III.18c}) \\ \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \quad (\text{III.18d}) \end{array} \right.$$

C'est important qu'il y ait un entrelacement systématique des champs, ceci est illustré dans la figure suivante :

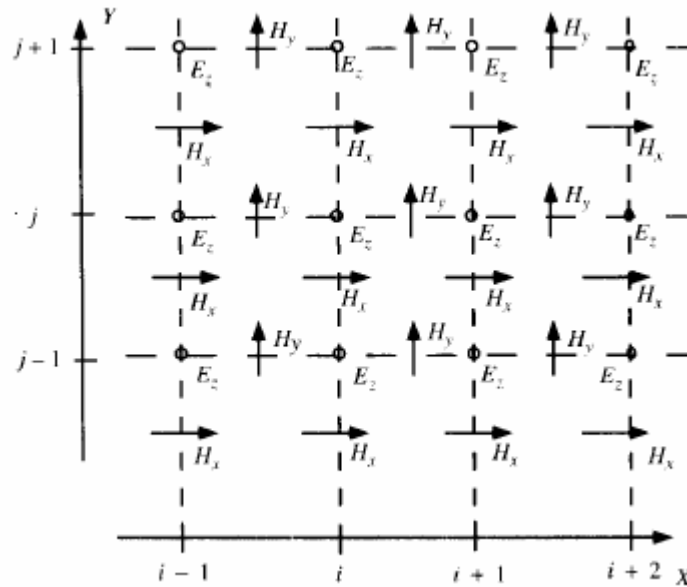


Figure III. 3: Entrelacement des champs \vec{E} et \vec{H} en deux dimensions

La forme discrétisée des équations (III.18a), (III.18c), (III.18d) est :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) = & \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2) + 0.5[\tilde{H}_y^n(i, j+1/2) - \tilde{H}_y^n(i-1, j+1/2)] \\ & - 0.5[\tilde{H}_x^n(i-1/2, j+1) - \tilde{H}_x^n(i-1/2, j)] \end{aligned} \quad (\text{III.18a})$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_x^{n+1}(i-1/2, j+1) = & \tilde{H}_x^n(i-1/2, j+1) - \\ & 0.5[\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+3/2) - \tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2)] \end{aligned} \quad (\text{III.18b})$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_y^{n+1}(i, j+1/2) = & \tilde{H}_y^n(i, j+1/2) + \\ & 0.5[\tilde{D}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2) - \tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2)] \end{aligned} \quad (\text{III.18c})$$

Avec :

$$\frac{\Delta t}{\partial x} c_0 = \frac{\Delta t}{\partial y} c_0 = \frac{\partial x / (2.c_0)}{\partial x} = 0.5 \quad (\text{III.19})$$

On déduit le champ électrique:

$$\tilde{E}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) = gaz(i, j) \left(\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) - I_z^n(i-1/2, j+1/2) \right) \quad (\text{III.20})$$

Iz est donné par l'équation:

$$I_z^n(i-1/2, j+1/2) = I_z^{n-1}(i-1/2, j+1/2) - gbz(i-1/2, j+1/2) \left(\tilde{E}_z^n(i-1/2, j+1/2) \right) \quad (\text{III.21})$$

Les coefficients *gaz* et *gbz* sont donnés par:

$$gaz = \frac{1}{\left(\varepsilon_r + \left(\frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \right) \right)} \quad (\text{III.22})$$

Et

$$gbz(i, j) = \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} \quad (\text{III.23})$$

Remarques:

- toutes les informations concernant le milieu sont contenues dans les équations (III.20) et (III.21).
- pour l'espace libre: $gaz = 1$ et $gbz = 0$.
- pour les milieux à pertes : gaz et gbz sont calculés selon les équations (III.22) et (III.23).
- pour un milieu diélectrique : $gaz = 1/\varepsilon_r$ et $gbz = 0$.

Pour la programmation de la FDTD dans ce cas, on utilise l'excitation Gaussienne dans le centre de volume de calcul, le graphe suivant montre les variations au niveau du champ électrique \vec{E}_z pour les 50 premiers pas du temps.

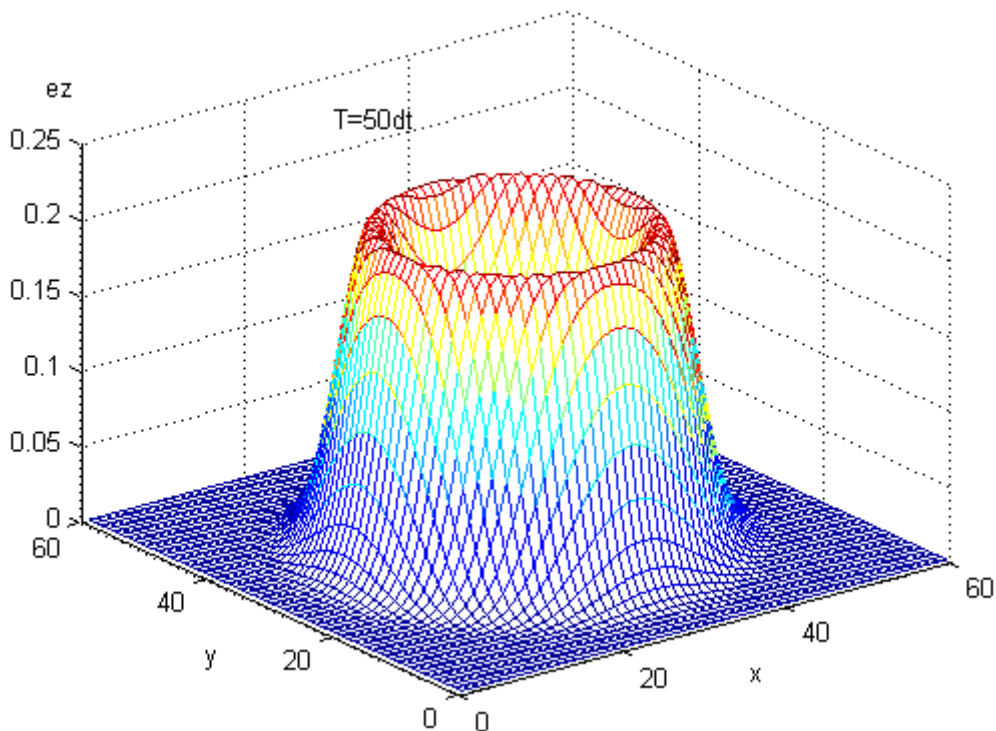


Figure III. 4. a: le champ électrique \vec{E}_z en 2D du mode *TM*.

De la figure (III.4), on remarque que l'excitation Gaussienne est toujours au centre et se déplace à l'extérieur.

➤ **Les conditions aux limites absorbantes PML:**

On utilise toujours le mode TM. On rajoute les PML aux équations (III.18).

Les champs \vec{D}_z , \vec{H}_x et \vec{H}_y seront présentés par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} \vec{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) = & gi3(i).gj3(j).\vec{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2) + \\ & gi2(i).gj2(j).0.5 \cdot [curlhz(i-1/2, j+1/2)] \end{aligned} \quad (III.24a)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_x^{n+1}(i, j+1) = & fj3(j+1/2)\vec{H}_x^n(i, j+1) + \\ & fj2(j+1/2).0.5 \cdot [curlx(i, j+1) + fi1(i).I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1)] \end{aligned} \quad (III.24b)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_y^{n+1}(i, j+1/2) = & fi3(i+1/2).\vec{H}_y^n(i, j+1/2) + \\ & fi2(i+1/2).0.5 \cdot [curley(i, j+1/2) + fj1(j).I_{Hy}^{n+1/2}(i, j+1/2)] \end{aligned} \quad (III.24c)$$

Les paramètres unidimensionnels f , g , et les formules de $curlx$, $curley$, I_{Hx}^{n+1} , I_{Hy}^{n+1} sont définis dans l'annexe (B).

Le graphe suivant illustre l'efficacité de 8 cellules des PML avec une source Gaussienne initialisée à un point décalé de 5 cellules du centre de volume de calcul dans les deux directions x et y .

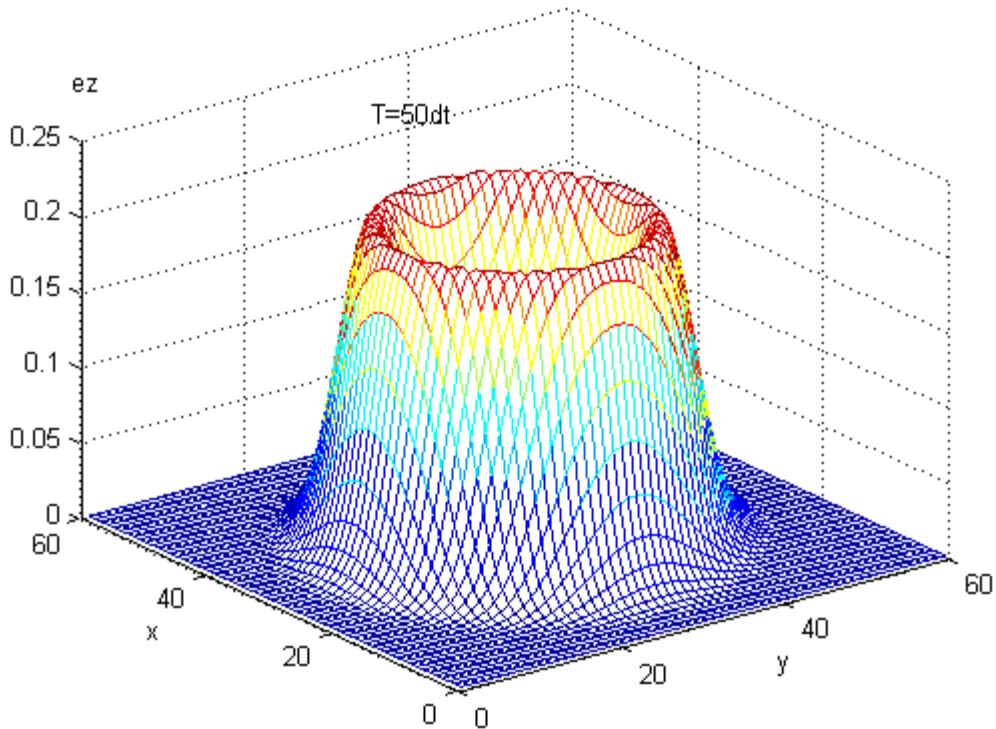


Figure III. 4. b: le champ électrique \vec{E}_z à 2D du mode TM , $T=50$.

Par rapport à la figure (III.4. a), on remarque que l'efficacité des couches PML n'apparaît pas, à cause de la durée de vie de l'impulsion Gaussienne. Pour cela on va utiliser l'excitation sinusoïdale.

La figure suivante représente les variations du champ \vec{E}_z à 2D avec les conditions aux limites PML existé par une sinusoïdale.

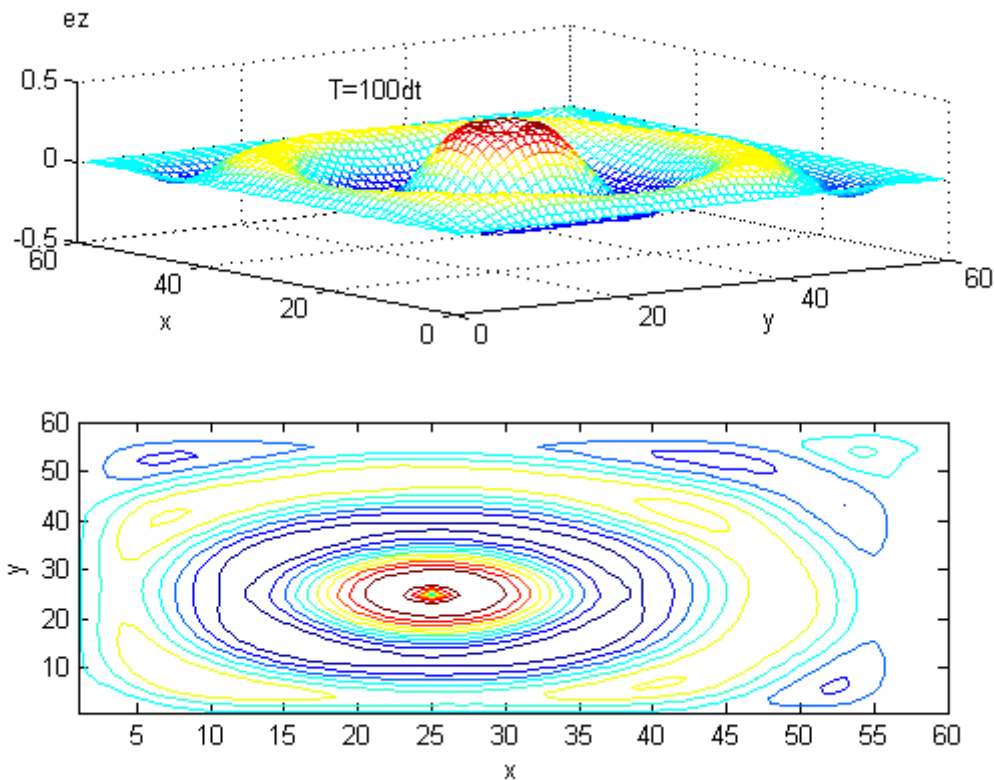


Figure III. 5: le champ électrique \vec{E}_z en 2D du mode TM avec PML.

Dans ce cas on peut voir clairement l'efficacité des couches PML. C'est-à-dire, il n'existe pas des réflexions sur les bords du domaine.

III. 3. Représentation du champ électromagnétique à trois dimensions :

Dans cette partie on s'intéresse plus au cas où on implémente les couches absorbantes PML. La forme discrétisée des équations de Maxwell à trois dimensions avec les PML a été démontrée dans l'annexe (B). L'exemple dont on applique ces équations est l'objectif de ce mémoire.

III. 3. 1 Position du problème

Soit l'antenne microbande rectangulaire comme le montre la figure suivante :

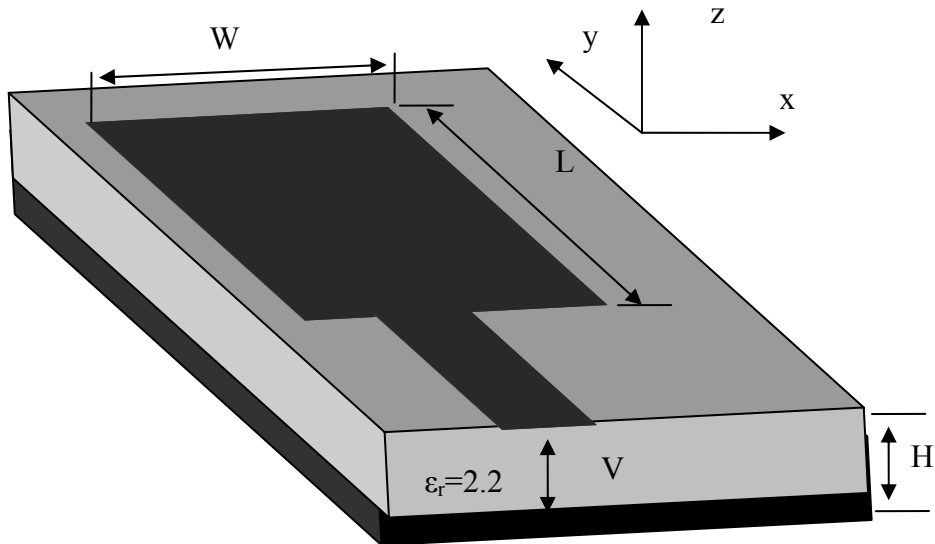


Figure III. 6 : Antenne imprimée alimentée par une ligne microbande.

La structure analysée est un patch, de longueur $L = 16$ mm, largeur $W = 12.45$ mm. Le substrat diélectrique a une hauteur $H = 0.794$ mm et une permittivité $\epsilon_r = 2.2$, par l'utilisation de l'approche présentée dans [27] et [28], les pas spatiaux sont donnés par : $dx = 0.389$ mm, $dy = 0.4$ mm et $dz = 0.265$ mm. La longueur de la ligne d'alimentation est de 20mm.

Dans le code de la FDTD, le patch rectangulaire sera simulé avec $32dx.40dy.3dz$ ($32 \times 40 \times 3$ cellules dans les directions ox , oy , oz respectivement), et la ligne d'alimentation sera avec $6dx.50dy$ (6×50 cellules dans les directions ox , oy respectivement). Le volume du calcul sera donc $60 \times 100 \times 14$ cellules [14] (dans les directions ox , oy , oz respectivement).

Pour calculer le pas temporel Δt , on utilise la plus petite dimension dz , on a donc :

$$\Delta t = \frac{dz}{2 \cdot c_0} = 0.441 \cdot 10^{-12} \text{ s.} \quad (\text{III.25})$$

Pour simplifier le calcul, on va introduire les facteurs (rax) et (ray) dans les équations de *curlem* ($m=x, y, z$) présenté dans l'annexe (B), on a donc:

$$rax = \frac{dz}{dx} = \frac{0.265}{0.389} = 0.6812 \quad (\text{III.26})$$

$$ray = \frac{dz}{dy} = \frac{0.265}{0.4} = 0.6625 \quad (\text{III.27})$$

L'excitation est une gaussienne de fréquence maximale de 20 GHz. Pour les conditions absorbantes, nous avons utilisé les couches absorbantes PML à huit cellules sur chaque côté.

III. 3. 2 Modélisation des matériaux

Notre structure est composée de : l'espace libre, le diélectrique du substrat, et le métal. Le substrat a une constante diélectrique relative de 2.2 et sans pertes. Le rapport entre la densité du flux et le champ électrique [27], [30] dans cette région est simplement donné par:

$$\tilde{E}_x(i, j, k) = gax(i, j, k) \cdot \tilde{D}_x(i, j, k) \quad (\text{III.28})$$

$$\tilde{E}_y(i, j, k) = gay(i, j, k) \cdot \tilde{D}_y(i, j, k) \quad (\text{III.29})$$

$$\tilde{E}_z(i, j, k) = gaz(i, j, k) \cdot \tilde{D}_z(i, j, k) \quad (\text{III.30})$$

Remarque:

- La manière dont les champs sont mis à jour est la suivante :

$$\vec{H} = FDTD(\vec{E}) \rightarrow \vec{D} = FDTD(\vec{H}) \rightarrow \vec{E} = FDTD(\vec{D})$$

III. 3. 3. Calcul de l'impédance caractéristique

L'impédance caractéristique est donnée par la relation suivante:

$$Z_c(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \quad (\text{III.32})$$

V et I représentent la tension et le courant pour la ligne de transmission étudiée.

Dans la plus part des applications $Z_c = 50\Omega$

Dans l'algorithme de la FDTD, le courant et la tension ne se calculent pas dans le même plan.

En effet, V et I sont décalés d'une demi maille (figure III.8).

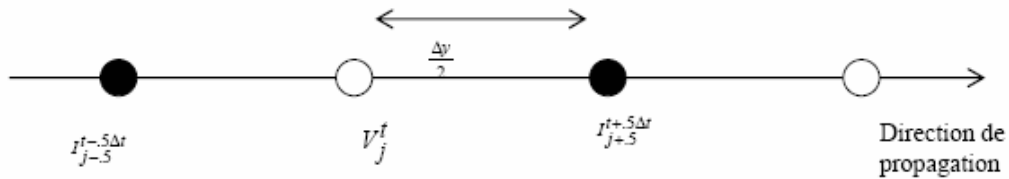


Figure III. 8: Représentation des points de calcul de V et I

La tension V est calculée comme étant l'intégrale du champ électrique entre le ruban central et le plan de masse pour une ligne microbande [16]. La ligne est considérée adaptée.

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{III.33})$$

Donc cette tension représente la circulation du champ \vec{E} dans le plan perpendiculaire au sens de propagation après que l'onde se soit établie. C'est la somme des valeurs de $\vec{E}_z dz$ entre le plan de masse et la ligne microbande.

Le courant I est déterminé par l'intégrale du contour du champ magnétique autour du ruban central. Il est donné par la formule suivante :

$$I = \int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (\text{III.34})$$

Les valeurs tangentielles du champ magnétique sont intégrées sur un contour fermé qui est en effet la circulation autour de la ligne microbande.

III. 4. Résultats numériques

La figure (III. 9) représente les variations du champ transmis \vec{E}_z au point (V) avec le temps dans l'antenne microbande. On peut voir clairement que les 350 premiers points représentent le signal d'entrée, le reste de l'allure est le signal réfléchi.

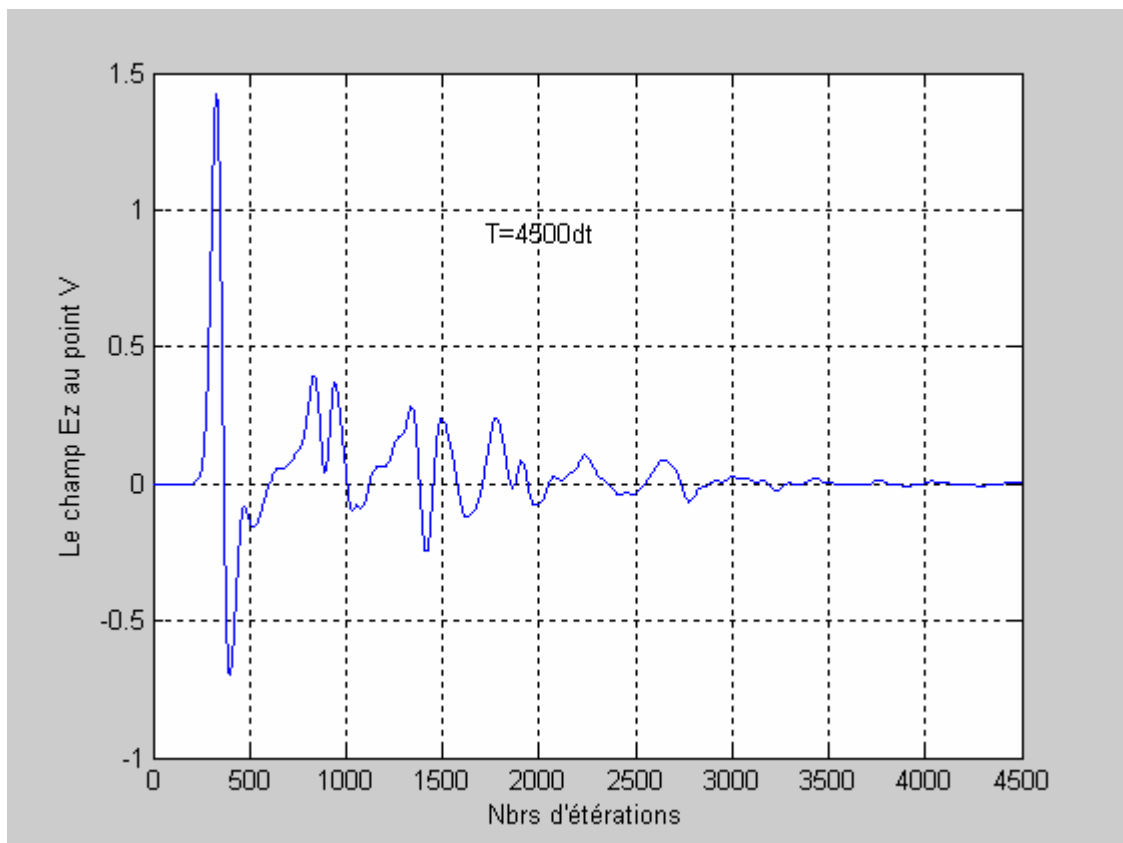


Figure III. 9 : représentation du champ transmis dans l'antenne microbande.

La figure (III. 10) représente la cartographie du module du champ électrique \vec{E}_z . Pour $z=3dz$, on observe une absence du champ électrique \vec{E}_z au centre du patch d'une part, et d'autre part, il est concentré au niveau des bords, ce qui correspond à la théorie.

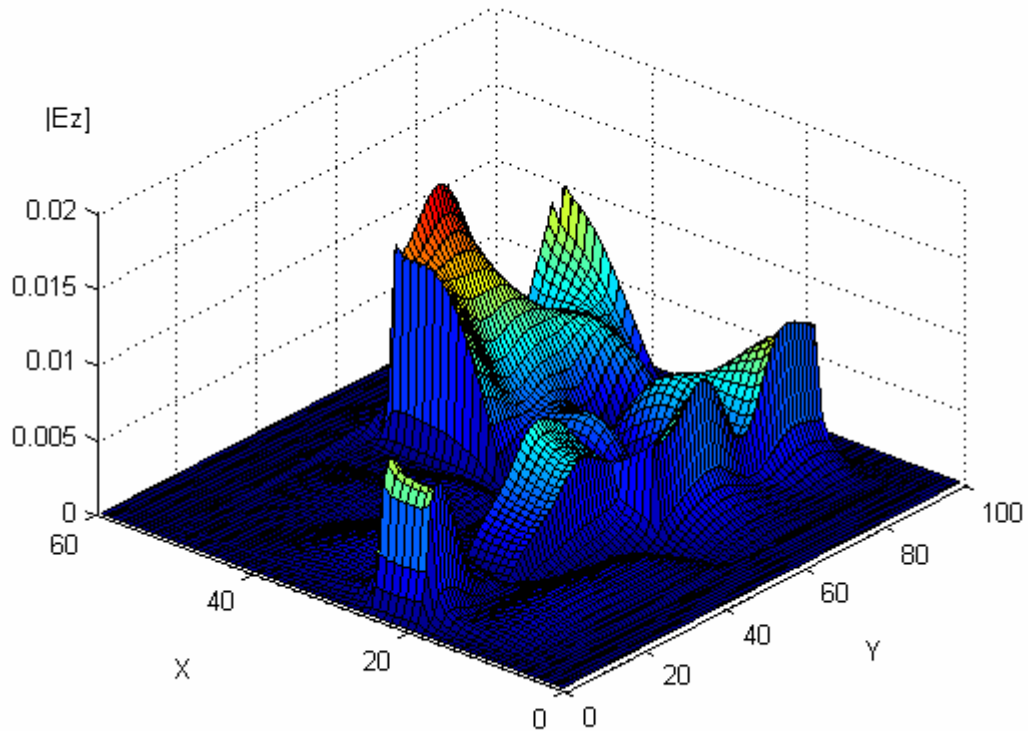


Figure III. 10 : représentation de module du champ \vec{E}_z dans le plan xoy.

III. 4. 1 Calcul du paramètre de réflexion S_{11}

Le paramètre S_{11} est obtenu à partir des transformées de Fourier de $V_r(t)$ et de $V_i(t)$ [27], [28], [30], [31] :

$$S_{11} = \frac{TF[V_r(t)]}{TF[V_i(t)]} \quad (\text{III.35})$$

Où $V_r(t)$ représente le signal réfléchi et $V_i(t)$ le signal incident.

Les figures (III.10) ci-dessous représentent nos résultats de simulation numérique réalisés par le programme de la méthode FDTD qui a été mis au point. On remarque que la fréquence de résonance se situe à 6.10 GHz (figure III.11), on constate un bon accord entre notre résultat de simulation par la FDTD et les résultats de Solivan [9], [33]. Le décalage entre la théorie et l'expérience pour les fréquences supérieures à 18 GHz a été attribué par les chercheurs précédents à des erreurs de mesure.

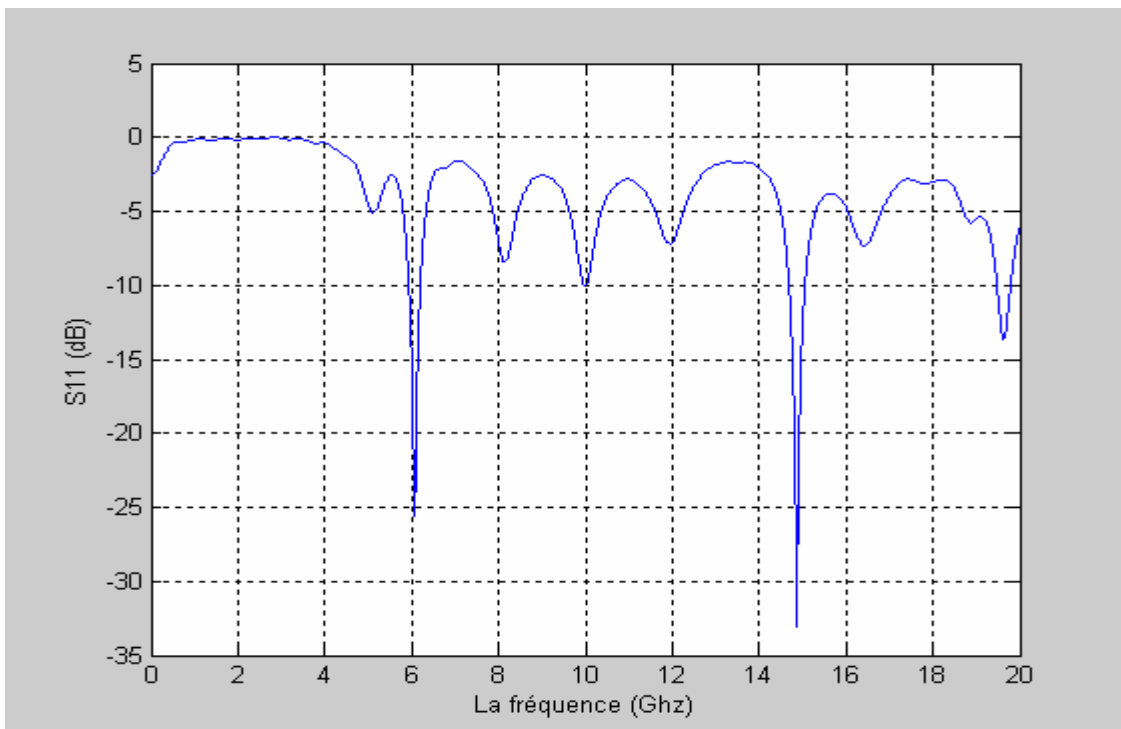


Figure III. 11 : variation du coefficient de réflexion S_{11} en fonction de la fréquence

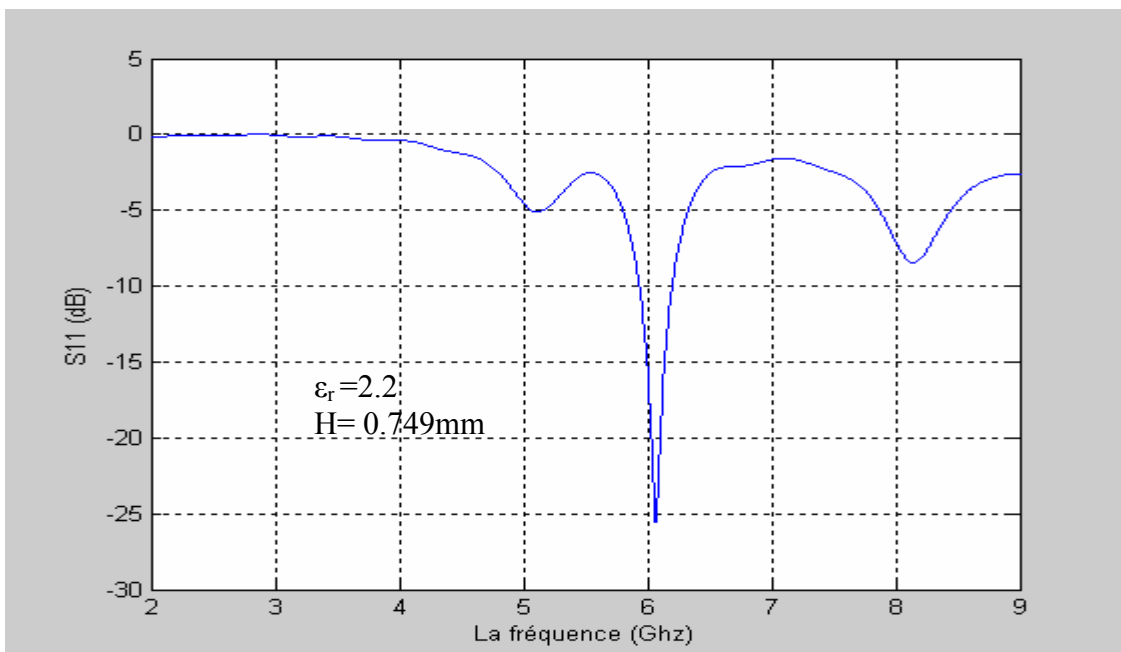


Figure III. 12 : le coefficient de réflexion S_{11} . (La fréquence de résonance est de 6.10GHz).

III. 4. 2 Calcul de l'impédance d'entrée (Z_e)

Le calcul de l'impédance d'entrée du patch se fait en ramenant le paramètre S_{11} dans le plan d'entrée du patch. Nous rappelons que le signal réfléchi a été relevé sur la ligne d'alimentation sur un plan éloigné de 20 dy du plan d'entrée du patch, afin que les effets électromagnétiques tels que les ondes évanescentes dues à la discontinuité disparaissent sur le plan de mesure.

L'impédance d'entrée est donnée par la relation suivante :

$$Z_e = Z_0 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \quad (\text{III.36})$$

La figure (III.13) montre la partie réelle de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence.

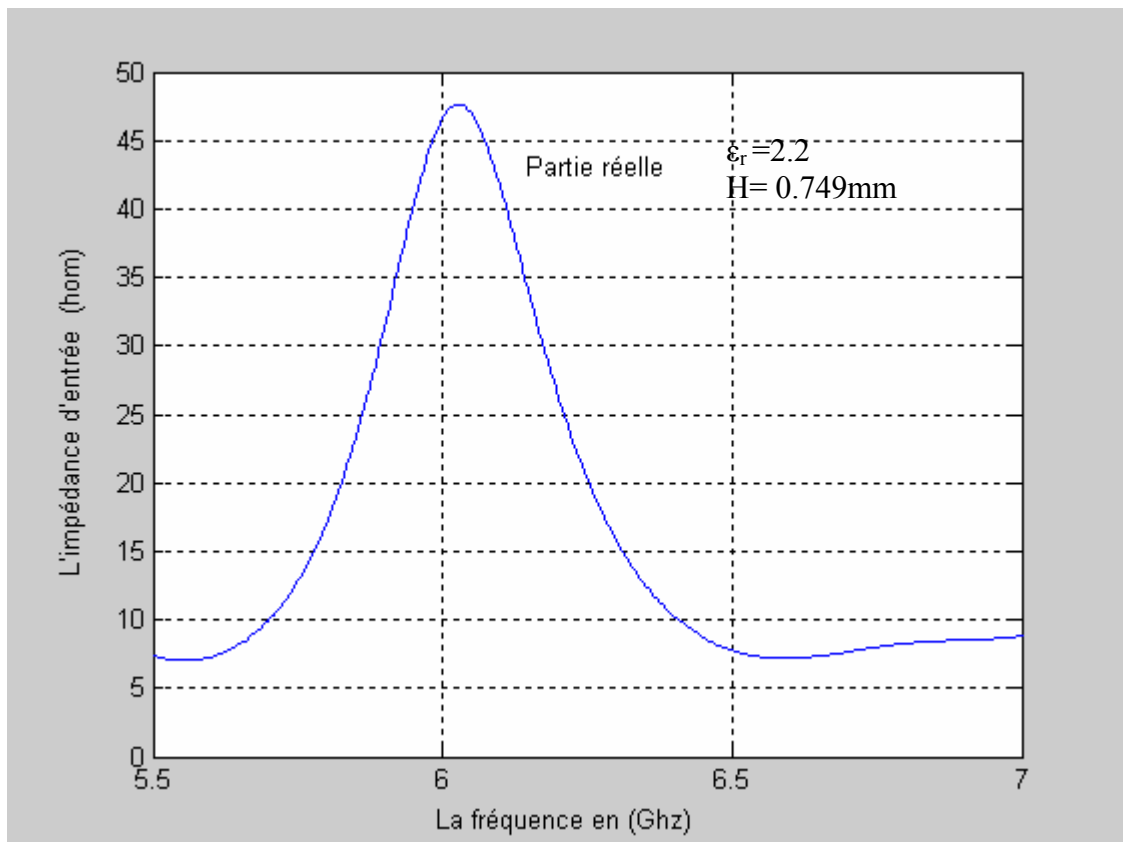


Figure III. 13 : variation de L'impédance d'entrée (Z_e) en fonction de la fréquence.

On remarque que la fréquence de résonance est de 6.10 Ghz, ce qui confirme le résultat obtenu par le paramètre (S_{11}).

III. 3. 4. 3. Effet de la constante diélectrique du substrat :

La figure (III.14) montre l'effet de la constante diélectrique sur le coefficient de réflexion, et par conséquent sur la fréquence de résonance.

La figure (III.15) montre l'effet de la constante diélectrique sur l'impédance d'entrée.

Par rapport aux figures (III.12), (III.13) on remarque que la fréquence de résonance augmente avec les ϵ_r proches de 1 et diminue sensiblement pour des grandes valeurs ($\epsilon_r \geq 2.2$).

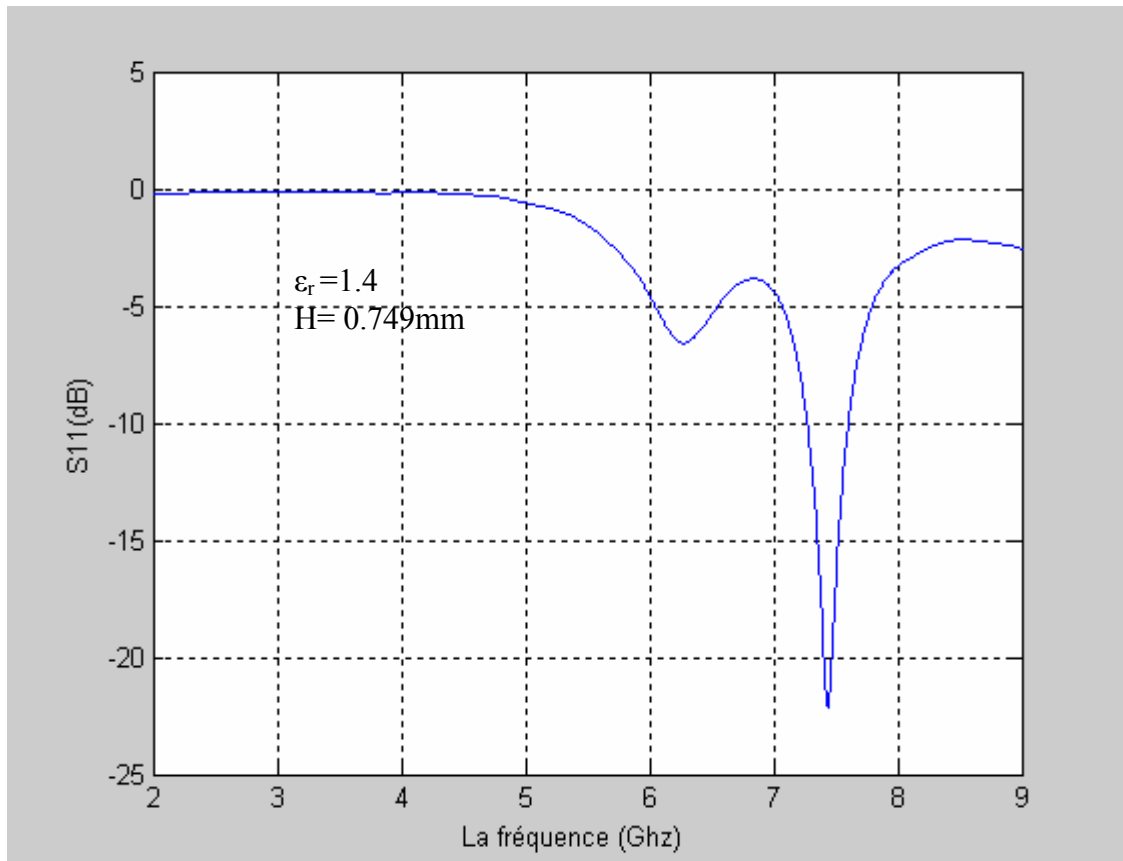


Figure III. 14 : Effet de la constante diélectrique du substrat sur le coefficient de réflexion pour $\epsilon_r = 1.4$ (la fréquence de résonance est de 7.38Ghz)

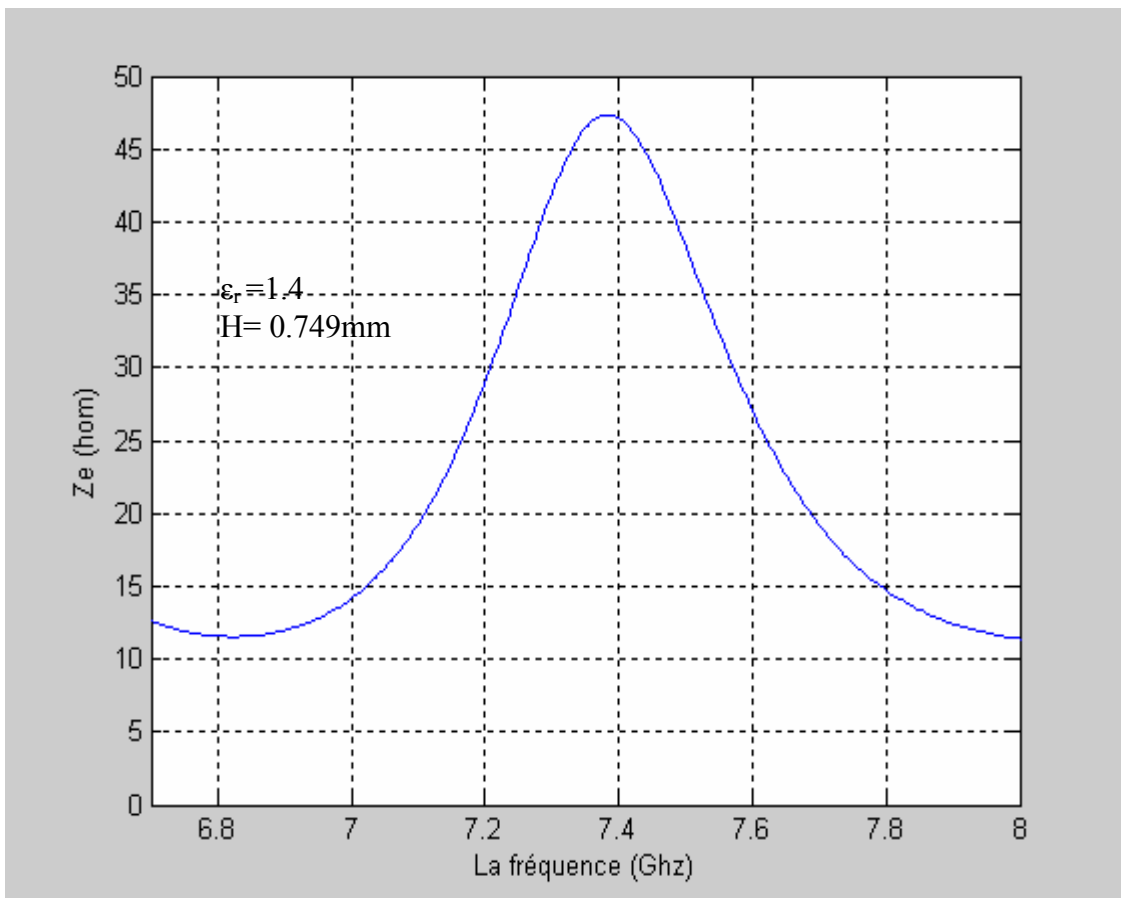


Figure III. 15 : Effet de la constante diélectrique sur l'impédance d'entrée.

pour $\epsilon_r = 1.4$

Nos résultats sont en accord avec la théorie, donc le meilleur diélectrique pour une antenne est celui qui présente une permittivité relative proche de celle de l'air (1) car il offrirait une large bande passante.

III. 3. 4. 4. Effet de l'épaisseur du substrat

L'influence de l'épaisseur H du substrat est représentée dans les figures (III.16) et (III. 17).

Par rapport aux figures (III.12), (III.13) on constate qu'un bon diélectrique du substrat est celui qui présente une épaisseur importante.

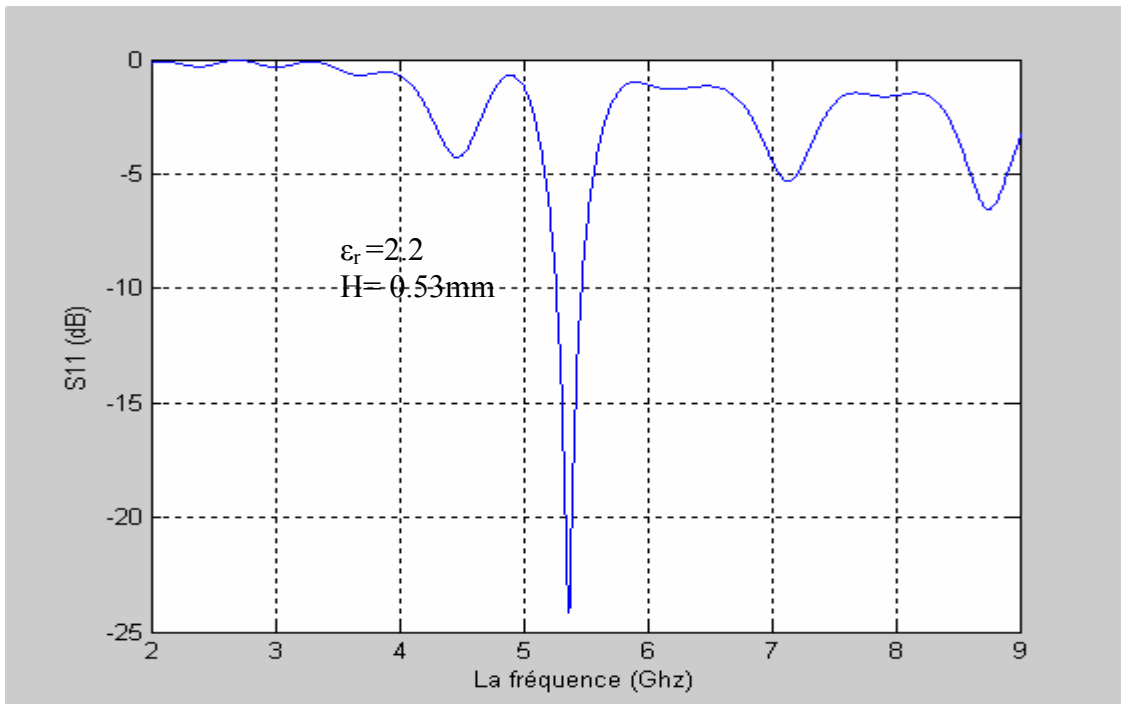


Figure III. 16 : Effet de l'épaisseur du substrat sur le paramètre de réflexion S_{11} pour $H = 0.53\text{mm}$ (la fréquence de résonance est de 5.366Ghz)

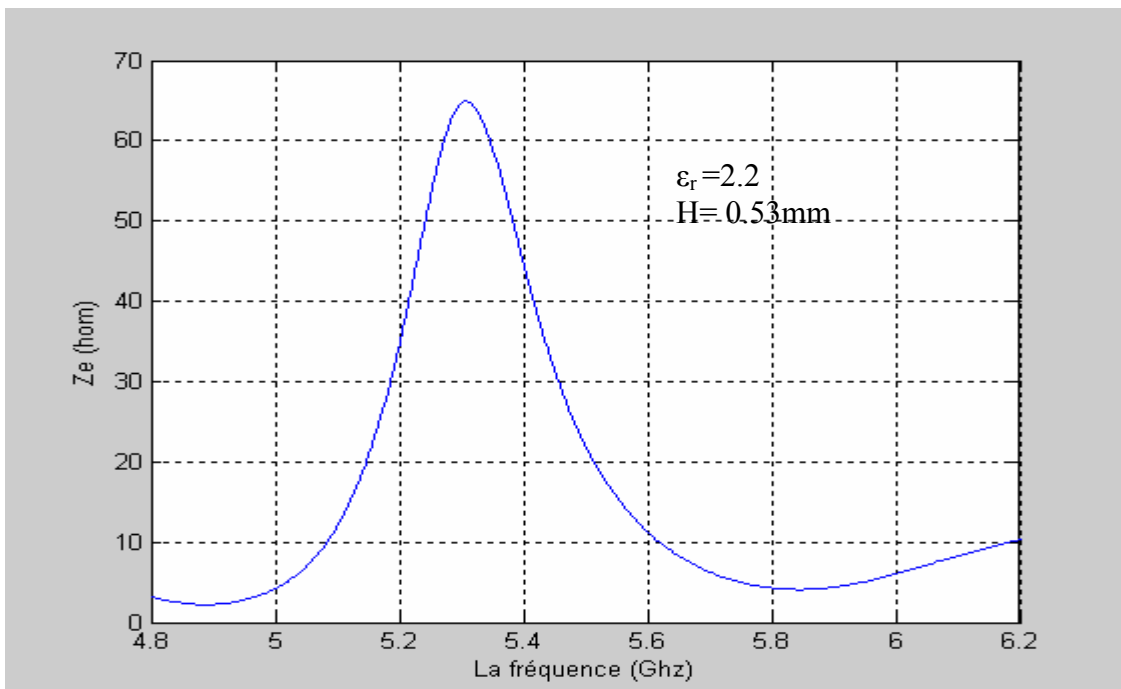


Figure III. 17 : Effet de l'épaisseur du substrat sur l'impédance d'entrée pour $H = 0.53\text{mm}$.

III. 3. 4. 1. 3. Effet des dimensions de la structure :

On suppose que l'antenne possède les caractéristiques suivantes :

$W=12\text{mm}$, $L=10\text{mm}$, $l=10\text{mm}$, l est la longueur de la ligne microbande.

L'influence de ces dimensions sur le coefficient de réflexion et l'impédance d'entrée est représentée dans les figures (III. 18) et (III. 19).

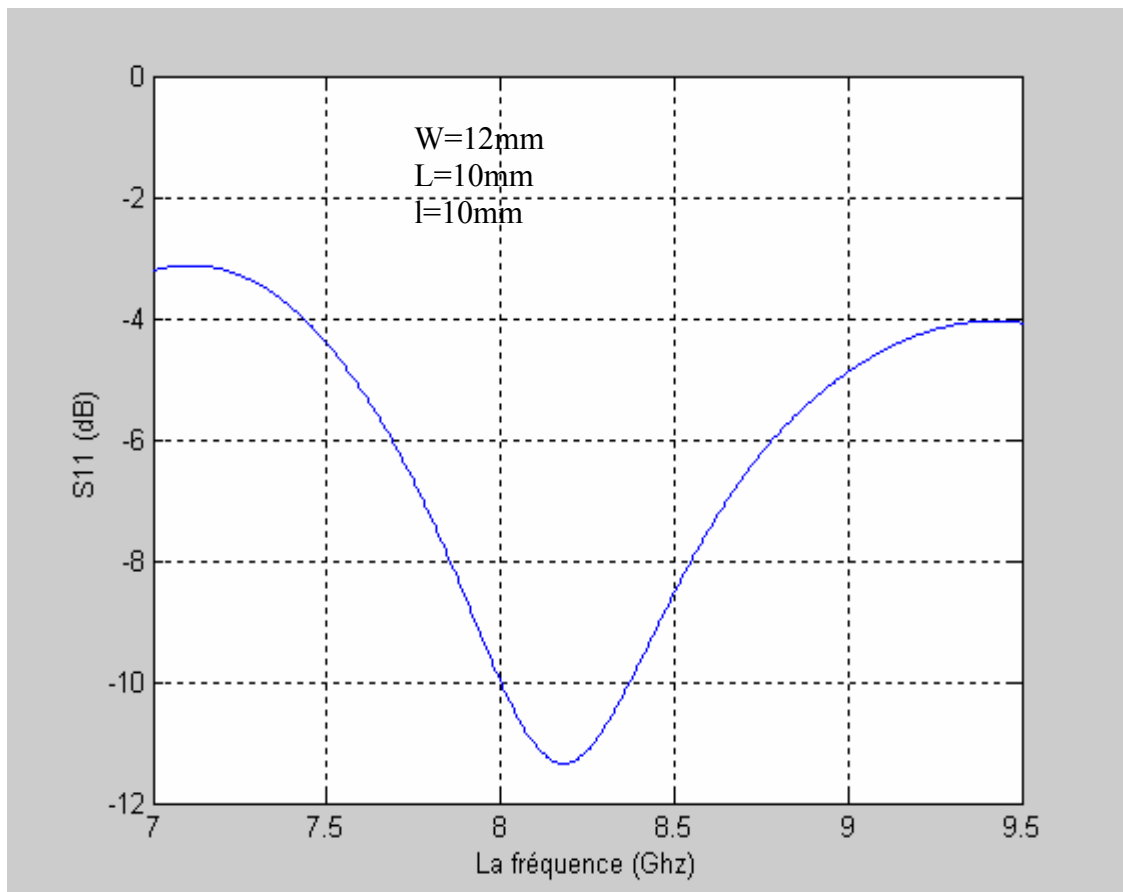


Figure III. 18 : Effet des dimensions de la structure sur le paramètre de réflexion S_{11}
(La fréquence de résonance est de 8.25Ghz)

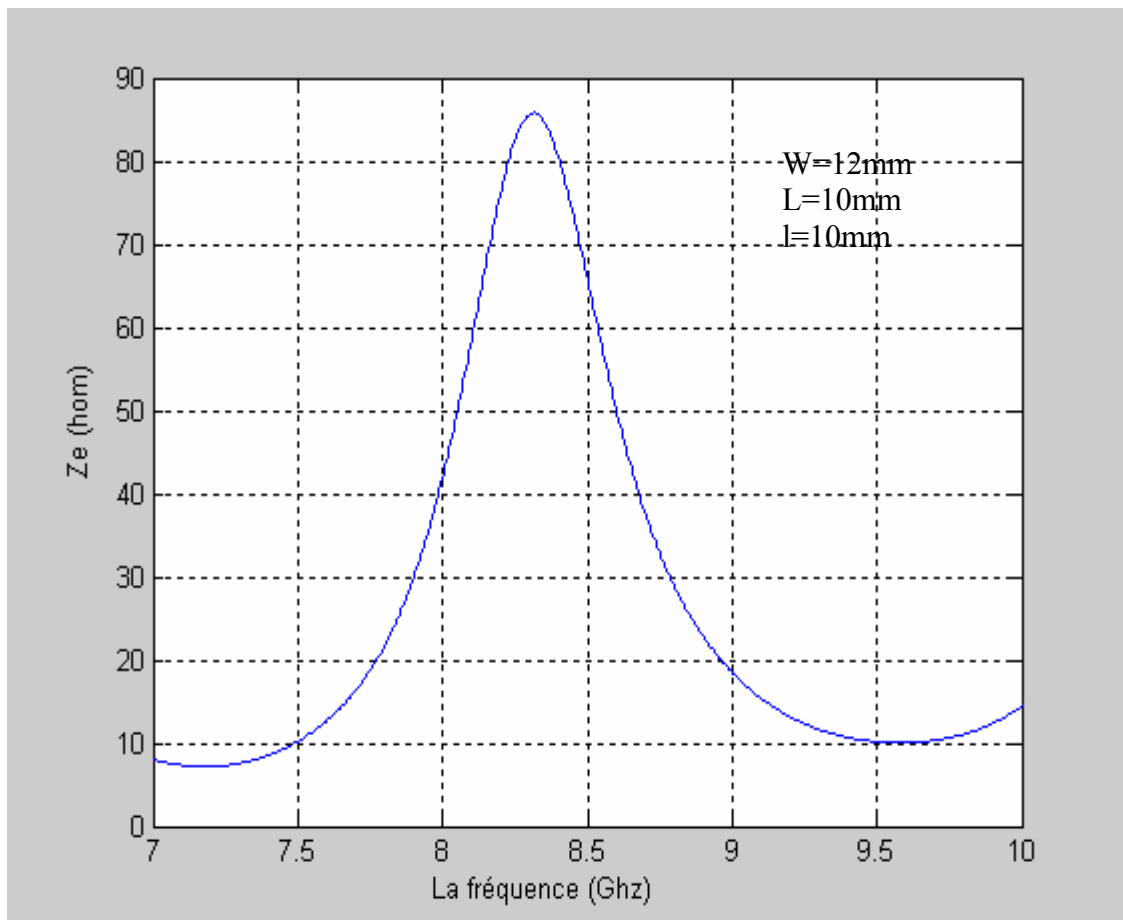


Figure III. 19 : Effet des dimensions de la structure sur l'impédance d'entrée.

De la figure (III.19), On peut conclure que, pour concevoir une antenne opérant à des fréquences élevées, il faut jouer sur la miniaturisation du patch.

III. 5. CONCLUSION

Dans cette étude, nous avons déterminé le champ électromagnétique par la méthode FDTD pour le cas d'une dimension, deux dimensions et trois dimensions par l'analyse d'une antenne microbande alimentée par une ligne microbande.

Nous avons déterminé également le paramètre de réflexion S_{11} et l'impédance d'entrée (Z_e) d'un patch dans le cas à trois dimensions. Les résultats obtenus comparés à ceux de la littérature sont satisfaisants.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail une étude théorique de quelques structures d'antennes microbandes a été réalisée. Pour atteindre les objectifs fixés, nous avons montré le rôle et l'évolution technologique des patches ainsi que, leurs avantages, leurs inconvénients et leurs applications.

Le but de cette étude est la modélisation d'une antenne microbande rectangulaire alimenté par une ligne microstrip, par la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD).

Nous avons montré les différentes étapes d'analyse du domaine de calcul par la méthode de la FDTD, tel que : la discrétisation des équations de Maxwell, la dispersion numérique, le critère de stabilité. Nous avons utilisé les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées.

Un schéma numérique explicite obtenu a permis le calcul du champ électromagnétique dans tout le volume d'étude en fonction du temps. Les résultats obtenus montrent que les composantes des champs électrique et magnétique sont décalées d'un demi pas spatial et sont calculées de manière alternative et itérative.

En choisissant une excitation large bande, et après transformée de Fourier, la caractérisation large bande de la structure est obtenue. Nous avons donné également des concepts sur les conditions aux limites existants dans la littérature, précisant les couches parfaitement adaptées PML.

Les résultats obtenus par la méthode FDTD, concernant les caractéristiques de l'antenne microbande rectangulaire tels que : les champs électromagnétiques, le paramètre de réflexion (S_{11}), l'impédance d'entrée (Z_e), sont en bon accord avec ceux de la littérature. Cependant le choix de conditions aux limites reste un choix délicat.

Il a été montré que la fréquence de résonance dépend fortement des dimensions de la structure et la permittivité du substrat diélectrique.

La mise au point de la méthode FDTD pourra être élargie à l'étude des structures multicouches, ainsi que à des structures à base de cristaux photoniques.

BIBLIOGRAPHIES

- [1] Terry Edwards, "Foundations for microstrip circuit design - Second Edition", John Wiley & Sons Ltd. 1992.
- [2] K. R. Carver and J. W. Mink, "Microstrip antenna technology". IEEE Trans. Antennas Propagat, vol. AP- 29, pp. 2-24, Jan.1981.
- [3] J. Bera, L. Dubois, J. Pribetich, and M.Chive, "Etude théorique et expérimentale d'applicateurs en structure plaque" .JJournées internationales de Nice sur les antennes. pp.626-629, novembre 1990.
- [4] Robert S. Elliott, "Antenna theory and design, Revised Edition" IEEE .Antennas & Propagation. A John Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [5] J. R. Sanford, J. F. Zurcher, and S. Robert, "Optimized antennas for mobile communication base stations," European Microwave Conference. pp. 780- 786 , Stuttgart 1991.
- [6] Alastair R. Hall, " Generalized method of Moments", Oxford University. 2005
- [7] Richard C. Booton, Jr, "Computational methods for electromagnetics and microwaves", John Wiley & Sons, INC. 1992.
- [8] Tavlove, A. K. R. Umashankar, B. Beker, F. A. Harfoush, and K. S. Yee, "Detailed FDTD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens," IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 36, pp. 247-257. .
- [9] Dennis M. Sollivan, "Electromagnetic simulation using the FDTD method," IEEE. Microwave Theory and Techniques Society.2000.
- [10] J. P. Berenger, "Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave structure interaction problems," IEEE Trans Antennas Propagat, vol.44, n°1, Janvier 1996.
- [11] Grieg, D.D. and H.F. Engelmann, " A new transmission technique for the kilomegacycle range," Proc. IRE, Vol. 40, pp. 1644 - 1650.

- [12] Deschamps, G.A. "Microstrip microwave antennas" 3rd USAF Simp. Antennas, University of Illinois, Urbana, IL, 1953.
- [13] Gutton, H. and G. Baissinot, "Hat aerial for ultra high frequencies" French Patent no. 703113, 1955.
- [14] R.E. Munson, "Conformable microstrip antennas and microstrip phased arrays", I.E.E.E. Transactions on Antennas and Propagation, January 1974
- [15] Robert A. Sainati, "CAD of Microstrip Antennas for Wireless Applications", Artech House, Inc. 1996.
- [16] Girish Kumar and K. P. Ray, "Broadband Microstrip Antennas," Artech House, Inc. 2003.
- [17] Jean François Zürcher, Fred E. Gardiol, "Broadband Patch Antennas," Artech House, Inc. 1995
- [17] Robert E. Collin, "Foundations for Microwave Engineering Second Edition," Mc Graw-Hill, Inc. 1992.
- [18] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [19] Sadiku, Ph. D, Mathew N. O, "Numerical Techniques in Electromagnetics, Second Edition", CRC Press, Boca Ration, London, New York, Washington, D. C. 2001.
- [20] Allen Tavlove, Susan C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method, Second Edition", Artech House, Boston, London. 2000.
- [21] S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans Antennas Propagat. vol. AP-14, pp. 330-307, May 1966.

- [22] Jean. Pierre Berenger, "Perfectly Matched Layer (PML) for Computational Electromagnetics", Morgan & Claypool. 2007.
- [23] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic field equations", IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol. 23, pp. 377-382, 1981.
- [24] Engquist. B., and A. Majda, "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves," Mathematics of computation, vol. 31, pp. 629- 651. 1977.
- [25] Liao, Z. P, H. L. Wong, B.P. Yang, and Y. F.Yuan, "A Transmitting boundary for transient wave analyses," Scientia Sinica (series A), vol. XXXYII, pp, 1063- 1076. 1984.
- [26] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", Journal of Computational Physics IEEE Trans Antennas Propagat, vol.114, n°2, Octobre 1994.
- [27] Karls. Kunz, and, Raymond J. Luebbers, "The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics," CRC Press. Boca Raton ,FL 1993.
- [28] D.M. Sheen, S.M. Ali, M.D. Abouzahra, J. A. Kong , "Application of Three Dimensional finite difference time domain method to the analysis of planar microstrip circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.MTT-38, n° 7, Juillet, pp. 849-857.1990.
- [29] A. Taflove and M.E. Brodwin, "Numerical solution of steady - State electromagnetic scattering problems using the time domain dependant Maxwell's equations", IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol. MTT 19 n°8, August, pp.623-630. 1975.
- [30] Dennis M. Sollivan, "Mathematical methods for treatment planning in deep regional hyperthermia", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., vol. MTT- 39, pp. 864- 872. May 1991
- [31] Nathan A. Bushyager and Manos M. Tentzeris, " MRDT (Multi resolution time domain method in electromagnetics)". Morgan & Claypool. 2005.

[32] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition". IEEE. Trans. Antennas and propagation. Vol. 43, Dec 1995.

[33] Adel. Ben Ali, and Ali. Gharsallah, "Envelope finite-element time-domain applied in 3D reduction meshing (RM-EVFE) for the analysis of microstrip structures". 5th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Télécommunications Tunisia. March 22-26-2009.

ANNEXE

Principe des différences finies centrées

Soit $f(x)$, une fonction continue et dérivable, il est possible d'obtenir une approximation pour la dérivée au point x_0 [3], le développement en série de Taylor de la différenciation à droite limitée au deuxième ordre est donné par :

$$f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) = f(x_0) + \frac{h}{2} f'(x_0) + \frac{h^2}{8} f''(x_0) \quad (A.1)$$

A gauche est donnée par :

$$f\left(x_0 - \frac{h}{2}\right) = f(x_0) - \frac{h}{2} f'(x_0) + \frac{h^2}{8} f''(x_0) \quad (A.2)$$

Limitée au deuxième ordre, la soustraction des deux développements donne le résultat suivant :

$$f'(x_0) = \frac{f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{h}{2}\right)}{h} \quad (A.3)$$

C'est l'approximation de la dérivée centrée. Les résultats qu'elle offre sont plus précis en comparaison avec ceux donnés par d'autres types d'approximations dites droites ou gauches, dont les formules (II.4) et (II.5) sont décrites respectivement ci-dessous :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (A.4)$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} \quad (A.5)$$

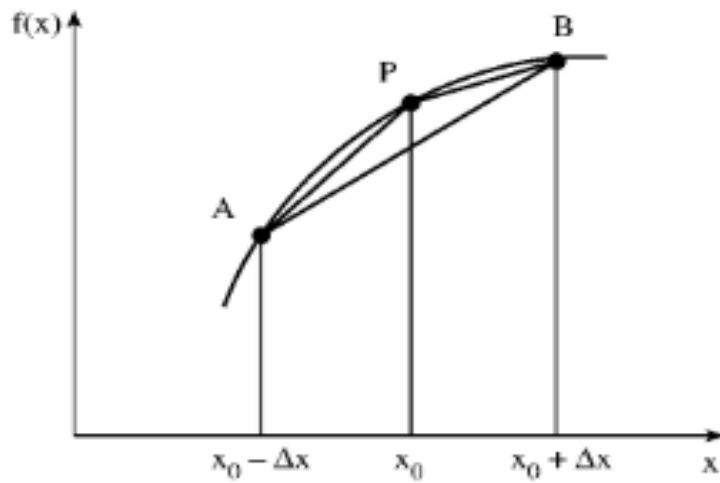


Figure A.1 : Point d'évaluation du calcul de la dérivée centrée

Equations de Maxwell avec les PML, Cas du trois dimension :

L'algorithme de propagation présenté par Sullivan [9], [30] diffère des formulations classiques FDTD des équations de Maxwell au sens suivant :

- les champs propagés ne sont plus directement les champs \vec{E} et \vec{B} mais leurs correspondants \vec{D} et \vec{H} .
- les champs \vec{D} et \vec{H} sont décomposés sur l'ensemble du domaine de discrétisation afin d'éliminer la transition entre la grille FDTD et les PML.

La manière dont les champs sont mis à jour est la suivante :

$$\vec{H} = FDTD(\vec{E}) \rightarrow \vec{D} = FDTD(\vec{H}) \rightarrow \vec{E} = FDTD(\vec{D})$$

La forme complexe des équations d'Ampère et Faraday (II.3), (II.4) est :

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \vec{E} \quad (B.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (B.2)$$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \vec{D} \quad (B.3)$$

$$\vec{D} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \vec{H} \quad (B.4)$$

Afin d'obtenir les équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega\vec{D} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \nabla \times \vec{H} \end{array} \right. \quad (B.5a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D}(\omega) = \epsilon_r^*(\omega) \cdot \vec{E}(\omega) \end{array} \right. \quad (B.5b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega\vec{H} = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \nabla \times \vec{E} \end{array} \right. \quad (B.5c)$$

Les paramètres du milieu sont contenus dans l'équation (B.5b).

L'astuce consiste ensuite à définir un paramètre fictif afin de respecter la condition générale de l'égalité d'impédance (II.11) entre les PML et le domaine de calcul juxtaposé [8],

[9], [10]. Ici, ces paramètres seront des permittivités diélectriques fictives et perméabilités magnétiques fictives ε_{Fm}^* et μ_{Fm}^* incluant respectivement des conductivités $\sigma_{Dm}(m)$ et $\sigma_{Hm}(m)$ où $m = x, y, z$.

$$j\omega \tilde{D} \cdot \varepsilon_{Fx}^*(x) \cdot \varepsilon_{Fy}^*(y) \cdot \varepsilon_{Fz}^*(z) = c_0 \nabla \times \vec{H} \quad (B.6a)$$

$$\tilde{D}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \tilde{E}(\omega) \quad (B.6b)$$

$$j\omega \vec{H} \cdot \mu_{Fx}^*(x) \cdot \mu_{Fy}^*(y) \cdot \mu_{Fz}^*(z) = -c_0 \nabla \times \vec{E} \quad (B.6c)$$

Et

$$\varepsilon_{Fm}^*(m) = \left[\varepsilon_{Dm}^*(m) + \frac{\sigma_{Dm}(m)}{j\omega \varepsilon_0} \right] \quad (B.7)$$

$$\mu_{Fm}^*(m) = \left[\mu_{Hm}^*(m) + \frac{\sigma_{Hm}(m)}{j\omega \mu_0} \right] \quad (B.8)$$

Sacks et al [32], [28], montrent que pour un tel paramètre fictif, les relations qui permettent de respecter les conditions de l'égalité d'impédance entre les PML et le domaine de calcul prennent la forme suivante:

$$Z_{encaissant} = Z_{PML} = \sqrt{\frac{\mu_F^*}{\varepsilon_F}} \quad (B.9)$$

Et pour chaque direction perpendiculaire aux bords on a :

$$(1/\varepsilon_{Fx}^*) = \varepsilon_{Fy}^* = \varepsilon_{Fz}^* \quad (B.10)$$

$$(1/\mu_{Fx}^*) = \mu_{Fy}^* = \mu_{Fz}^* \quad (B.11)$$

Le choix délibéré suivant satisfait les équations (B.10) et (B.11) :

$$\varepsilon_{Fm}^* = \mu_{Fm}^* = 1 \quad (B.12)$$

$$\frac{\sigma_{Dm}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{Hm}}{\mu_0} = \frac{\sigma_D}{\varepsilon_0} \quad (B.13)$$

On les substitue dans l'équation de (B.7) on obtient :

$$Z_{\text{encaissant}} = Z_{\text{PML}} = \sqrt{\frac{\mu_F^*}{\varepsilon_F^*}} = \sqrt{\frac{1 + \sigma_D(m)/j\omega\varepsilon_0}{1 + \sigma_D(m)/j\omega\varepsilon_0}} = 1 \quad (\text{B.14})$$

Cela accomplit la première exigence, avec σ_D augmentant constamment dans les PML.

Alors les six équations de Maxwell correspondent aux équations (B.6) tenant compte les modifications précédentes sont :

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \tilde{D}_x = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z}\right) \quad (\text{B.15a})$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \tilde{D}_y = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x}\right) \quad (\text{B.15b})$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \tilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y}\right) \quad (\text{B.15c})$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \tilde{H}_x = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y}\right) \quad (\text{B.15d})$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \tilde{H}_y = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z}\right) \quad (\text{B.15e})$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\varepsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \tilde{H}_z = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x}\right) \quad (\text{B.15f})$$

Pour appliquer un schéma FDTD on va choisir une de ces six équations, prenant par exemple l'équation (B.15c)

- pour un plan de PML normal à la direction x , l'équation (B.13c) se réécrit sous la forme suivante :

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \tilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \quad (B.16)$$

Le premier membre s'exprime par:

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \tilde{D}_z = j\omega \tilde{D}_z + \frac{\sigma_D(x)}{\epsilon_0} \tilde{D}_z \quad (B.17)$$

Dans la théorie de Fourier le $(j\omega)$ est remplacé par $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$ dans le domaine temporel, en appliquant l'approximation des différences finies, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{D}_z}{\partial t} + \frac{\sigma_D(i)}{\epsilon_0} \tilde{D}_z &= \frac{\tilde{D}_z^{n+1/2}(i, j) - \tilde{D}_z^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{\sigma_D(i)}{\epsilon_0} \frac{\tilde{D}_z^{n+1/2}(i, j) + \tilde{D}_z^{n-1/2}}{2} \\ &= \tilde{D}_z^{n+1/2}(i, j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 + \frac{\sigma_D(i)\Delta t}{2\epsilon_0}\right] - \tilde{D}_z^{n-1/2}(i, j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 - \frac{\sigma_D(i, j)\Delta t}{2\epsilon_0}\right] \end{aligned} \quad (B.18)$$

Substituant cette équation dans (B.16), tenant compte l'application de l'approximation de la dériver centrée sur le second membre, alors on obtient:

$$\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) = gi3(i) \cdot \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) + gi2(i) \cdot (\Delta t c_0) \cdot \text{curl} \tilde{H}(i-1/2, j+1/2, k+1) \quad (B.19)$$

- pour un plan de PML normal à la direction y , l'équation (B. 13c) se réécrit sous la forme suivante :

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) \tilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \quad (B.20)$$

Suivant les même étapes du calcul précédant, on obtient :

$$\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) = gj3(j) \cdot \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) + gj2(j) \cdot (\Delta t c_0) \cdot \text{curl} \tilde{H}(i-1/2, j+1/2, k+1) \quad (B.21)$$

- pour un plan de PML normal à la direction z , l'équation (B.15c) se réécrit sous la forme suivante :

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right)^{-1} \tilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \right) \quad (B.22)$$

Alors :

$$j\omega \cdot \tilde{D}_z = \left(1 + \frac{\sigma_D(z)}{j\omega\varepsilon_0}\right) c_0 \left(\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \right) \quad (B.23)$$

Tenant compte l'approximation de la dérivé centrée, on trouve :

$$\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) = \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) + \Delta t \cdot c_0 \left[\text{curl} \bar{h} \hat{k} i-1/2, j+1/2, k+1 + f k_1(k) \cdot I_{D_z}^n(i-1/2, j+1/2, k+1) \right] \quad (B.24)$$

Avec :

$$I_{D_z}^n(i-1/2, j+1/2, k+1) = I_{D_z}^{n-1}(i-1/2, j+1/2, k+1) + \text{curl} \bar{h} \hat{k} i-1/2, j+1/2, k+1 \quad (B.25)$$

Et

$$\text{curl} \bar{h} \hat{z}(i-1/2, j+1/2, k+1) = \begin{pmatrix} \left(\frac{\bar{H}_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1) - \bar{H}_y^{n+1/2}(i-1, j+1/2, k+1)}{\partial x} \right) \\ - \left(\frac{\bar{H}_x^{n+1/2}(i-1/2, j+1, k+1) + \bar{H}_x^{n+1/2}(i-1/2, j, k+1)}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (B.26)$$

Le réarrangement des équations (B.19), (B.21), (B. 24) nous donne le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) &= g i 3(i) \cdot g j 3(j) \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k+1) + \\ &g i 2(i) \cdot g j 2(j) \cdot (\Delta t \cdot c_0) \cdot [\text{curl} \bar{h} \hat{z}(i-1/2, j+1/2, k+1) \\ &+ g k_1(k) I_{D_z}^n(i-1/2, j+1/2, k+1)] \end{aligned} \quad (B.27)$$

Les paramètres unidimensionnels g sont défini comme :

$$g m 1(m) = \frac{\sigma_D(m) \Delta t}{2 \cdot \varepsilon_0} \quad (B.28)$$

$$gm2(m) = \frac{1}{1 + \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)} \quad (B.29)$$

$$gm3(m) = \frac{1 - \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)}{1 + \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)} \quad (B.30)$$

Avec $m = i, j, k$

Suivant le même chemin, le champ magnétique \vec{H}_x s'exprime par :

$$\begin{aligned} \vec{H}_x^{n+1}(i, j+1, k+1/2) = & fi3(i) \cdot fj3(j) \vec{H}_x^n(i, j+1, k+1/2) + \\ & fi2(i) \cdot fj2(j) \cdot \Delta t \cdot c_0 \cdot [curlex(i, j+1, k+1/2) + fk1(k) I_{H_z}^{n+1/2}(i, j+1, k+1/2)] \end{aligned} \quad (B.31)$$

Avec :

$$I_{H_z}^{n+1/2}(i, j+1, k+1/2) = I_{H_z}^{n-1/2}(i, j+1, k+1/2) + curlex(i, j+1, k+1/2) \quad (B.32)$$

Et

$$curlex(i, j+1, k+1/2) = \left(\begin{aligned} & \left(\tilde{E}_y^n(i-1/2, j+1, k+3/2) - \tilde{E}_y^n(i-1/2, j+1, k+1/2) \right) / \partial z - \\ & \left(\tilde{E}_z^n(i-1/2, j+3/2, k+1) + \tilde{E}_z^n(i-1/2, j+1/2, k+1) \right) / \partial y \end{aligned} \right) \quad (B.33)$$

Les paramètres unidimensionnels f sont défini comme :

$$fm1(m) = \frac{\sigma_D(m+1/2) \cdot \Delta t}{2 \cdot \varepsilon_0} \quad (B.34)$$

$$fm2(m+1/2) = \frac{1}{1 + \sigma_D(m+1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)} \quad (B.35)$$

$$fm3(m+1/2) = \frac{1 - \sigma_D(m+1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)}{1 + \sigma_D(m+1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)} \quad (B.36)$$

Où : $m = i, j, k$

Les paramètres unidimensionnels g et f dépendent aussi de l'épaisseur des PML, on peut alors les réécrire avec les expressions suivantes :

$$gm1(m) = xn(m) \quad (B.37)$$

$$gm2(m) = 1/(1 + xn(m)) \quad (B.38)$$

$$gm3(m) = (1 - xn(m))/(1 + xn(m)) \quad (B.39)$$

$$fm1(m + 1/2) = xn(m + 1/2) \quad (B.40)$$

$$fm2(m + 1/2) = 1/(1 + xn(m + 1/2)) \quad (B.41)$$

$$fm3(m + 1/2) = (1 - xn(m + 1/2))/(1 + xn(m + 1/2)) \quad (B.42)$$

Où : $m = i, j, k$

Et le paramètre $xn(m)$:

$$xn(m) = 0.333 \cdot \left(\frac{m}{\text{longueur du pml}} \right)^3 \quad (B.43)$$

Le calcul de chacune des deux autres composantes électromagnétiques se fait de manière triviale par la modification de manière homogène des indices (x, y, z).

Si on considère que les pas spatiaux sont égaux, le facteur $\Delta t \cdot c_0$ se réduit à (0.5) par la relation :

$$\frac{\Delta t}{\partial x} c_0 = \frac{\Delta t}{\partial y} c_0 = \frac{\Delta t}{\partial z} c_0 = \frac{\partial x / (2 \cdot c_0)}{\partial x} = 0.5 \quad (B.44)$$

Equations de Maxwell avec les PML, Cas de deux dimensions:

Suivant les mêmes étapes du calcul présenté dans l'annexe B, on utilise le mode TM pour illustrer le principe des PML, on obtient :

$$j\omega \cdot \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) \tilde{D}_z = c_0 \left(\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) \quad (C.1a)$$

$$j\omega \cdot \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) \tilde{H}_x = -c_0 \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \quad (C.1b)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} \tilde{H}_y = c_0 \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \quad (C.1c)$$

La forme discrétisée de ces équations est :

$$\tilde{D}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2) = gi3(i) \cdot gj3(j) \cdot \tilde{D}_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2) + gi2(i) \cdot gj2(j) \cdot 0.5 \cdot [\text{curlhz}(i-1/2, j+1/2)] \quad (C.2)$$

$$\tilde{H}_x^{n+1}(i, j+1) = fj3(j+1/2) \tilde{H}_x^n(i, j+1) + fj2(j+1/2) \cdot 0.5 \cdot [\text{curlx}(i, j+1) + fi1(i) \cdot I_{H_x}^{n+1/2}(i, j+1)] \quad (C.3)$$

$$\tilde{H}_y^{n+1}(i, j+1/2) = fi3(i+1/2) \tilde{H}_y^n(i, j+1/2) + fi2(i+1/2) \cdot 0.5 \cdot [\text{curley}(i, j+1/2) + fj1(j) \cdot I_{H_y}^{n+1/2}(i, j+1/2)] \quad (C.4)$$

Avec

$$gm2(m) = \frac{1}{1 + \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)} \quad (C.5)$$

$$gm3(m) = \frac{1 - \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)}{1 + \sigma_D(m) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)} \quad (C.6)$$

$$fm1(m) = \frac{\sigma_D(m+1/2).\Delta t}{2.\varepsilon_0} \quad (C.7)$$

$$fm2(m+1/2) = \frac{1}{1 + \sigma_D(m+1/2).\Delta t/(2.\varepsilon_0)} \quad (C.8)$$

$$fm3(m+1/2) = \frac{1 - \sigma_D(m+1/2).\Delta t/(2.\varepsilon_0)}{1 + \sigma_D(m+1/2).\Delta t/(2.\varepsilon_0)} \quad (C.9)$$

$$curlhz(i-1/2, j+1/2) = \left(\begin{array}{c} \left(\frac{\bar{H}_y^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2) - \bar{H}_y^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2)}{\partial x} \right) \\ - \left(\frac{\bar{H}_x^{n+1/2}(i, j+3/2) + \bar{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2)}{\partial y} \right) \end{array} \right) \quad (C.10)$$

$$curlex(i, j+1) = \left(\left(\tilde{E}_z^n(i+1/2, j+3/2) - \tilde{E}_z^n(i+1/2, j+1/2) \right) / \partial y \right) \quad (C.11)$$

$$curley(i, j+1/2) = \left(\left(\tilde{E}_z^n(i+3/2, j+1/2) - \tilde{E}_z^n(i+1/2, j+1/2) \right) / \partial x \right) \quad (C.12)$$

$$I_{D_z}^n(i+1/2, j+1/2) = I_{D_z}^{n-1}(i+1/2, j+1/2) + curlhz(i+1/2, j+1/2) \quad (C.13)$$

$$I_{H_x}^n(i, j+1) = I_{H_x}^{n-1}(i, j+1) + curlez(i, j+1) \quad (C.14)$$

$$I_{H_z}^n(i, j+1/2) = I_{H_z}^{n-1}(i, j+1/2) + curlez(i, j+1/2) \quad (C.15)$$

Résumé :

Ce travail porte sur une contribution à l'étude d'une antenne microbande de forme rectangulaire alimentée par une ligne microbande. Le but de cette étude est de calculer les caractéristiques d'une antenne en fonction de la constante diélectrique du substrat, et les dimensions de la structure.

La méthode des différences finies est utilisée dans le domaine temporel (FDTD), afin de résoudre les équations de Maxwell., en utilisant comme conditions aux limites les couches parfaitement adaptées PML.

Un programme a été élaboré permettant de calculer les champs électromagnétiques, en appliquant la transformée de Fourier rapide aux signaux temporels obtenus, ce qui a permis de calculer le paramètre de réflexion (S_{11}), l'impédance d'entrée (Z_e) en fonction de la fréquence.

Abstract :

This work relates to study of a rectangular microstrip antenna alimented by a microstrip line. The goal of this survey is to calculate antenna's characteristics according to: the permittivity of the substrate and the dimensions of the structure.

We used Finite difference time's domain method (FDTD) to solve the Maxwell's equations, using the perfectly matched layer PML as the absorbing boundary conditions.

We elaborated a program that permits to calculate the electromagnetics fields, applying the fast Fourier transform to the temporal signals obtained, to determine the reflection's parameters (S_{11}), and the input impedance (Z_e) according to the frequency.

ملخص:

هذا العمل يعد محاولة لدراسة هوائي ذو شريط دقيق مستطيل الشكل مغذى بخيط دقيق. الهدف من هذه الدراسة حساب الخصائص المميزة لهذا الهوائي اعتمادا على سماحية العازل و أبعاد هذا الهوائي. الطريقة المتبعة هي طريقة الفروق المنتهية في الزمن المتقطع من اجل حل معادلات ماكسوال، اتخذنا كشرط نهائية طبقات الامتصاص من نوع PML . وضعنا برنامج يمكننا من حساب الحقل الكهرومغناطيسي ثم طبقنا تحويل فوريي السريع على الإشارات الزمنية المتحصل عليها، مما مكنا من حساب معامل الانعكاس (S_{11}) و مقاومة المدخل (Z_e) بدلالة التردد.