

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

*Université Mentouri de Constantine  
Faculté des Sciences de L'ingénieur*

N° d'ordre :

Série :

**Département d'Electronique**

**MEMOIRE**

*Présenté pour obtenir le diplôme de Magister en Electronique*

**OPTION:**

**Composant et microsysteme**

Par

M<sup>elle</sup> *Daoudi Samiha*

**THEME**

*Modélisation d'une structure à guide d'ondes  
imprimée sur diélectrique bianisotropique (le chiral)  
selon la technique de la matrice exponentielle generalisée  
Application au résonateur micro-ondes*

**Soutenu le : / / 2007**

*Devant le jury :*

**PRESIDENT**

**M<sup>me</sup> F. HOBAR**

**Prof. U.CONSTANTINE**

**RAPPORTEUR**

**M<sup>me</sup> F. BENABDELAZIZ**

**Prof. U.CONSTANTINE**

**EXAMINATEURS**

**M<sup>r</sup> M. BOUCHEMAT**

**Prof. U.CONSTANTINE**

**M<sup>r</sup> A. TELIA**

**M.C. U.CONSTANTINE**

# SOMMAIRE

<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
 <b>Chapitre I : Généralité sur les matériaux électromagnétiques</b>	
<b>I.1. Introduction</b>	<b>4</b>
<b>I-2 Matériaux diélectriques</b>	<b>4</b>
<b>I-2-a Les matériaux diélectriques idéaux</b>	<b>6</b>
<b>I-2-b Les matériaux diélectriques réels</b>	<b>6</b>
<b>I-2-c Phénomènes de la polarisation des matériaux diélectriques</b>	<b>6</b>
<b>I-3 Matériaux isolants</b>	<b>7</b>
<b>I-3-1 Matériaux céramiques</b>	<b>7</b>
<b>I-3.2 Matériaux polymères</b>	<b>8</b>
<b>I-4 Matériaux magnétiques</b>	<b>8</b>
<b>I-4.1 Matériaux magnétiques doux</b>	<b>9</b>
<b>I-4.2 Matériaux magnétiques durs</b>	<b>9</b>
<b>I-4.3 Les différentes classes de matériaux</b>	<b>10</b>
<b>a) Diamagnétisme</b>	<b>10</b>
<b>b) Paramagnétisme</b>	<b>11</b>
<b>c) Les matériaux ferromagnétiques</b>	<b>13</b>
<b>d) Les matériaux antiferromagnétiques</b>	<b>15</b>
<b>e) Les matériaux ferrimagnétiques</b>	<b>15</b>
<b>I-5 Les matériaux ferroélectriques</b>	<b>16</b>
<b>I-5.1 La polarisation spontanée (PS)</b>	<b>17</b>
<b>I-5.2 Les domaines ferroélectriques et leurs parois</b>	<b>18</b>
<b>I-5.3 Le cycle d'hystérésis ferroélectriques</b>	<b>19</b>
<b>I-5.4 La température de Curie et la transition de phase         paraélectrique-ferroélectrique</b>	<b>20</b>

## **Chapitre II : Méthodes de traitement et de résolution**

<b>II-1</b>	<b>Introduction</b>	<b>21</b>
<b>II-2</b>	<b>Méthodes des différences finies</b>	<b>21</b>
<b>II.3</b>	<b>Méthode des différences finis dans le domaine des temps (MDFDT)</b>	<b>25</b>
<b>II-4</b>	<b>Méthodes des éléments finis</b>	<b>25</b>
<b>II-5</b>	<b>Méthodes TLM</b>	<b>28</b>
<b>II-6</b>	<b>Méthodes des moments (ou méthodes des résidus pondérés)</b>	<b>29</b>
<b>II-6 1</b>	<b>Principe de la méthode des moments</b>	<b>29</b>
<b>II-6.2</b>	<b>Limites de la méthode des moments</b>	<b>31</b>
a)	<b>Domaine de validité</b>	<b>31</b>
b)	<b>Matrice pleine</b>	<b>31</b>
c)	<b>Limite basse fréquence</b>	<b>31</b>
<b>II-6.3</b>	<b>Choix des fonctions pondérées</b>	<b>31</b>
a)	<b>Méthode de location</b>	<b>31</b>
b)	<b>Méthode sous domaine</b>	<b>32</b>
c)	<b>Méthodes des moindres carrées</b>	<b>32</b>
d)	<b>Méthode de Galerkin</b>	<b>33</b>
<b>II-7</b>	<b>Méthodes Spectrale</b>	<b>33</b>
<b>II-8</b>	<b>La Technique de la Matrice Exponentielle Généralisée (GEMT)</b>	<b>34</b>

## **Chapitre III : Modélisation d'une ligne à ailette implantée sur substrats chiral / ferrite**

<b>III-1</b>	<b>Introduction</b>	<b>36</b>
<b>III-1.2</b>	<b>Les matériaux bi-anisotropiques</b>	<b>36</b>
<b>III-1.3</b>	<b>Milieu anisotrope</b>	<b>36</b>
a)	<b>Tenseur de perméabilité relative</b>	<b>36</b>
b)	<b>Matériau isotrope</b>	<b>37</b>
c)	<b>Matériau anisotrope uniaxe</b>	<b>37</b>

d) Matériau anisotrope biaxes	37
III-1.4 Les milieux diélectriques	37
1) Méta matériaux	37
2) Milieu chiral	38
3) Définition d'un matériau chiral	39
4) Phénomène bi-anisotrope	40
5) Relations constitutives	40
6) Les différents modèles des composants utilisant des matériaux chiraux	42
a) Chiro-guide d'onde	42
b) Résonateurs chiraux	43
c) Lignes de transmission chiro-strip	43
III-1.5 Milieux ferrite	44
1) Définition et structures	44
2) La résonance gyromagnétique	45
a) Description	45
b) Définition des tenseurs de Polder et de perméabilité magnétique	46
3) Non réciprocity dans les ferrites	47
III-1.6 Lignes de transmissions planaires	47
1) Ligne à ailette (finline)	48
2) Les avantages de la ligne à ailette	49
III-2.1 Structure multicouche à substrat chiral bi-anisotropique	49
III-2.2 Structure multicouche à substrat ferrite avec une magnétisation selon les trois axes	51
a) la magnétisation selon l'axe Z	51
b) la magnétisation selon l'axes y	53
c) la magnétisation selon l'axes x	54
III-2.3 Conditions aux limites imposées par les 3 couches	57
III-2.4 Application des conditions aux limites entre couches	58
III-2.5 Résolution de l'équation par la méthode des moments	59

## **CHAPITRE IV: RESULTATS ET COMMENTAIRES**

<b>IV-1 Courbes et commentaires</b>	<b>61</b>
<b>IV-2 Conclusion</b>	<b>75</b>
<b>Références</b>	<b>77</b>

## INTRODUCTION GENERALE

L'électronique hyperfréquence est principalement utilisée dans les technologies radar, les télécommunications (notamment dans le domaine spatial) mais aussi pour le chauffage, le séchage, la cuisson (four micro-ondes) et le traitement de diverses maladies (diathermie). Historiquement, cette science est née après la Seconde Guerre Mondiale, elle a ensuite rapidement évolué parallèlement à l'ensemble de la microélectronique. Les guides d'ondes et autres tubes générateurs de signaux ont vite été remplacés par des structures planaires et des transistors [1].

Les hyperfréquences sont des signaux radioélectriques à variations extrêmement rapides. Le domaine fréquentiel concerné est situé entre 300 MHz et 300 GHz.

Les périodes temporelles sont comprises entre 3 ns et 3 ps alors que les longueurs d'onde mesurent de 1 mm à 1 m. Plus bas dans le spectre fréquentiel, on rencontre les ondes utilisées pour la télévision et plus haut, on entre dans le domaine optique (infrarouge) [1].

Un des grands problèmes théoriques inhérent à l'étude de cette bande fréquentielle tient dans le fait que les longueurs d'onde sont du même ordre de grandeur que les éléments des circuits utilisés pour produire et transmettre les signaux. On ne peut donc pas considérer ces éléments comme ponctuels (électronique basse fréquence) ou comme grands devant ces longueurs d'onde (optique). Ainsi, on ne peut plus utiliser les lois de l'électronique classique et l'on s'oriente vers la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques régie par les équations de Maxwell [1].

La microélectronique hybride connaît actuellement un développement technologique considérable dans le domaine des circuits intégrés micro-ondes pouvant atteindre des fréquences de plus en plus élevées. Cette technologie a ouvert la voie vers la miniaturisation des circuits permettant ainsi l'intégration à grande échelle des composants micro-ondes. Bien qu'à l'heure actuelle la recherche sur les circuits monolithiques micro-ondes soit dans un état avancé, il semble inévitable que la demande pour les circuits hyperfréquences continues à s'accroître, dont la réalisation s'effectue à l'aide de la caractérisation des lignes de transmission planaires micro-ondes. Ces circuits intégrables, sont connus pour de multiples avantages: facilité de réalisation, possibilité de fabrication

en série, faibles poids, moindre encombrement, rigidité mécanique, fiabilité, économie, etc...

Leurs inconvénients sont liés à leur conception. Cependant avec l'apparition de nouvelles structures de transmission de forme plus complexe en raison du haut degré de miniaturisation répondant aux besoins technologiques manifestés par les industriels, plusieurs méthodes de modélisation plus performantes ont été développées rigoureusement par de nombreux chercheurs à travers le monde afin de réduire les coûts de conception.

Ainsi, plusieurs techniques numériques de modélisation ont été élaborées pour la caractérisation des circuits de transmission micro-onde permettant ainsi de déterminer certaines variables inconnues ainsi que les variations des champs électromagnétiques en fonction de la fréquence [2].

Les structures microbandes ont été proposées par Deschamps en 1953 aux Etats-Unis Américaines et en 1955 par Gutton et Biassinot en France. Un peu plus tard, en 1960 Lewin étudia les discontinuités dans les striplines.

Les recherches ont abouti à la conception des microrubans à multicouches diélectriques, réalisées sur des différents types de substrat.

Revenons aux substrats magnétiques, où les premiers travaux sur les ferrimagnétique dus au chercheur français L. Thourel en 1943, qui a mentionné que la plus importante découverte pour les applications est celle des grenats, étudiés par Bertaut et Forrat en 1956 [4].

D'autre part, à cause de diverses caractéristiques et applications des substrats diélectriques tel que : la dispersion, la radiation et le guidage dans des structures à guide d'onde, beaucoup de chercheurs ont été intéressés pour fabriquer de nouvelles structures à guide d'ondes chirale.

La ligne micro ruban à substrat chirale était d'abord examinée par Kluskens et Newman en 1991, et les structures microruban avec substrat chirale bianisotropique ont été développées par Nefedov en 1997 [3].

Pour cette raison l'objet de notre travail, est une étude détaillée de la constante de propagation d'une structure guidante avec des substrats diélectriques chirale ou ferrite.

Pour atteindre notre objectif, nous avons structuré notre travail de la manière suivante:

Dans le premier chapitre, nous citons les généralités sur les matériaux électromagnétiques.

Le deuxième chapitre est une synthèse des méthodes numériques, dans lequel nous présentons de manière plus détaillée la méthode des moments via la procédure de Galerkin et la technique de la matrice exponentielle généralisée, outil mathématique essentiel, utilisé dans notre travail.

Le troisième chapitre est structuré en deux parties :

La première est une définition des propriétés et caractéristiques des matériaux chirale et ferrite, tout en faisant ressortir les avantages et inconvénients de la ligne à ailette, implantée sur ces types de substrats, qui est objet de notre étude.

La deuxième partie est consacrée à la modélisation et évaluation des caractéristiques de propagation d'une ligne à ailette (finline), implantée sur différents substrats diélectriques en utilisant la technique de la matrice exponentielle généralisée dans le domaine spectral, combinée avec la procédure de Galerkin.

Le quatrième chapitre est une présentation des résultats, obtenus avec interprétations et comparaisons par rapport à ceux obtenus dans la littérature.

Une conclusion générale et des perspectives pour une poursuite future de ce travail.

## I-1) Introduction:

Les circuits utilisés en haute fréquence sont réalisés sur des substrats spécifiques.

Le choix du substrat repose sur divers critères et contraintes :

- la technologie utilisée (circuit imprimé, couche mince, couche épaisse...).
- les contraintes électriques (liées à l'application).
- les contraintes mécaniques et thermiques (liés à l'environnement).
- et bien sur le coût (très important dans l'industrie...).

### ✓ *Spécificités des substrats hautes fréquence*

Les caractéristiques principales d'un substrat sont :

- ü La constante diélectrique.
- ü Le facteur de dissipation (tangente delta).
- ü Le coefficient de dilatation thermique (en ppm/°C).
- ü La conductivité thermique (en W/m.K).

Un substrat ayant un constant diélectrique élevé nous permet d'obtenir un bon confinement des ondes électromagnétiques, une réduction des pertes par rayonnement, une diminution de la valeur de la longueur d'onde et donc une diminution de la taille du composant et par conséquent celle de la circuiterie.

L'épaisseur du substrat est aussi à prendre en compte. Une faible épaisseur de substrat entraîne une suppression des modes de propagation d'ordre supérieur (autre que TEM), une réduction des pertes par rayonnement et une réduction des dimensions du circuit.

Plus l'épaisseur est faible, plus la fréquence de travail peut être élevée. Une règle simple consiste à adopter une épaisseur du substrat 10 fois inférieure à la longueur d'onde dans le substrat.

Pour une alumine de constant diélectrique égal à 9.8, on a ce qui suit:

- $h = 635\mu\text{m}$ , 12GHz
- $h = 380\mu\text{m}$ , 18 GHz
- $h = 254\mu\text{m}$ , 40 GHz

Les pertes d'insertions d'un circuit sont en parties liées aux pertes diélectriques du substrat. Il faudra donc, pour concevoir une circuiterie avec faibles pertes, choisir un substrat ayant un facteur de dissipation le plus faible possible.

Les pertes d'insertions sont aussi liées aux pertes métalliques des conducteurs à travers la conductivité du matériau utilisé tel que : Cu, Au, Ag.

L'épaisseur des conducteurs, lié à la technologie mais aussi au substrat est un facteur important dans la diminution des pertes. Le choix de l'épaisseur doit tenir compte de l'effet de peau ou profondeur de pénétration des ondes dans le métal

Pour obtenir un circuit très faible perte, il faudra aussi tenir compte de la qualité des lignes de transmission. Des irrégularités liées à une mauvaise définition ou à l'utilisation d'un substrat de mauvaise qualité (rugosité élevée) entraînent des pertes supplémentaires. La conductivité thermique est par exemple très importante dans le cas des dispositifs de puissance.

Le coefficient de dilatation thermique définit souvent le métal à utiliser pour le report du substrat (semelle ou boîtier). Les deux coefficients de dilatation doivent en effet être de mêmes grandeurs pour éviter toute détérioration au montage [5].

## **I-2) Matériaux diélectriques:**

Le rôle des matériaux diélectriques, du point de vu du génie électrique, est celui d'exercer une fonction isolante dans tout matériel soumis à une tension électrique, exception faite pour certains matériaux polaires (voire très polaires ou auto-dissociable comme l'eau). Ils existent sous forme solide, liquide et gazeuse. Ils sont capables de stoker l'énergie électrique, puisque ils permettent au champ électrique de les pénétrer; cette aptitude de pénétration est caractérisée par leur permittivité électrique [2].

**I-2.a) Les matériaux diélectriques idéaux:**

Les matériaux diélectriques idéaux sont des matériaux qui ne sont pas conducteurs du courant électrique puisque ils ne contiennent pas de charges libres dans leurs structures, à moins qu'ils soient soumis à l'action des facteurs ionisants externes provoquant la perte de leurs propriétés diélectriques. Aussi, les charges de signes différents dans les atomes et les particules des diélectriques sont liées. Lorsque ces charges sont soumises aux forces induites par le champ électrique, certaines de ces liaisons ne se rompent pas mais seules de légers déplacements élastiques apparaissent. Toutes les charges positives se déplacent vers la direction conforme à celle du champ, et les charges négatives dans la direction opposée, ce qui crée une polarisation du diélectrique [2].

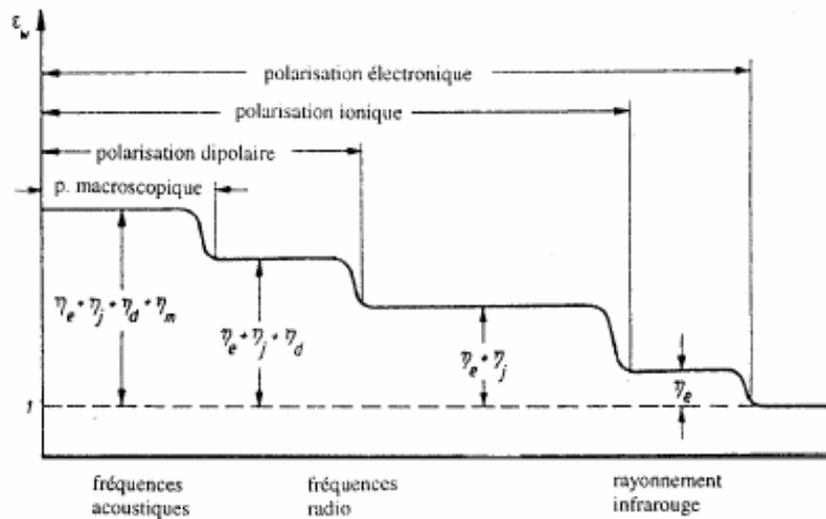
**I-2.b) Les matériaux diélectriques réels:**

Les matériaux diélectriques réels contiennent un certain volume de charges libres provenant des impuretés. Ainsi, dans les diélectriques, on peut également observer une très légère conduction, détectable surtout aux basses fréquences.

La polarisation et la conductivité (et dans le cas extrême des champs ionisants également les décharges partielles), en un mot toute mobilité de porteurs de charge, induisent des pertes diélectriques. Tous les phénomènes dans les diélectriques soumis à un champ électrique dépendent de la fréquence du champ, de la température et de la structure du diélectrique [2].

**I-2. c) Phénomène de la polarisation des matériaux diélectriques:**

Les pertes diélectriques sont dues aux mouvements des porteurs de charges. L'effet de ces mouvements est appelé polarisation induite. L'effet de la polarisation diélectrique avait été découvert par « Michael Faraday » en 1837. On distingue plusieurs types de polarisation électronique, ionique, dipolaire, macroscopique, inter-faciale (ou du type Maxwell - Wagner), spontanée (Figure I.1); celles-ci peuvent co-exister ou apparaître séparément. Aussi, tous ces types de polarisation peuvent être classés en deux groupes selon leurs caractères: la polarisation élastique (ou de résonance) et la polarisation de relaxation. La polarisation totale est la somme des différents types de polarisation [2].



**Figure I. 1:** La variation de la permittivité diélectrique en fonction de la fréquence.

### I-3) Matériaux isolants:

#### I-3.1) Matériaux céramiques :

Le terme général de " matériau céramique " regroupe des domaines très variés. Parmi eux, les céramiques appliquées aux hyperfréquences prennent depuis quelques années une importance économique grandissante due notamment à leur utilisation en films minces qui présentent des propriétés électroniques ou optiques exceptionnelles comparées à celles offertes par ces mêmes matériaux sous leur forme massive Une définition très générale d'une céramique pourrait être la suivante : " une céramique est un matériau inorganique poly-cristallin, présentant une structure complexe de grains et de joints de grains ".

Les céramiques d'oxydes (monoxydes, ferrites, poly-oxydes divers).

Les céramiques d'oxydes utilisés dans la fabrication de composants magnétiques sont des ferrites (ou aimants non métalliques). Les ferrites sont réalisées en combinant de l'oxyde de fer avec un ou plusieurs autres oxydes (baryum, zinc, nickel, magnésium...).

On différencie les ferrites en 2 catégories: les céramiques magnétiques douces et les céramiques magnétiques permanentes à champ coercitif élevé (moindre sensibilité à la démagnétisation) [5] [6].

### I-3.2) Matériaux polymères :

Se présentent sous forme soit de films, soit de composés massifs. Pour les films, les recherches doivent conduire à une augmentation des puissances réactives des condensateurs et à la miniaturisation de ces composants (films ultra- minces de polymères imprégnés ou non) [17].

### I-4) Matériaux magnétiques :

Un matériau magnétique est composé d'un ensemble de cristaux. Chaque cristal est une structure spatiale périodique d'ions d'éléments simples. Chacun de ces ions étant formé d'un noyau et d'un nuage d'électrons, la théorie du magnétisme doit étudier :

- Le magnétisme des particules élémentaires,
- Le magnétisme d'un ensemble organisé de particules : atome ou ion,
- Le magnétisme d'un ensemble régulier d'ions (cristal),
- Et enfin, le magnétisme d'un ensemble ordonné ou désordonné de cristaux.

Tout d'abord, il est nécessaire de présenter les différentes relations décrivant un matériau magnétique soumis à un champ magnétique extérieur ( $H$ ). L'induction magnétique ( $B$ ) à l'intérieur du matériau est liée au champ magnétique ( $H$ ), à l'aimantation ( $M$ ) et à l'intensité

d'aimantation ( $J$ ) de la façon suivante [7]:

$$\mathbf{B} = m_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = m_0 \mathbf{H} + j \quad (\text{I-1})$$

Où  $\mu_0$  représente la perméabilité magnétique du vide.

Les grandeurs  $J$  et  $M$  représentent, la densité volumique et le moment magnétique dans la matière. De plus, par définition, un milieu magnétique placé dans un champ magnétique acquiert un vecteur aimantation  $M$  tel que :

$$\mathbf{M} = c\mathbf{H} \quad (\text{I-2})$$

Où  $c$  est la susceptibilité magnétique du milieu. Nous pouvons aussi exprimer la perméabilité magnétique relative du matériau à partir de cette susceptibilité [3] :

$$m_r = 1 + c \quad (\text{I-3})$$

#### I-4.1) Matériaux magnétiques doux :

Les matériaux doux sont utilisés généralement en régime dynamique dans les applications électromagnétiques. On leur demande donc forte perméabilité et un faible champ coercitif afin de minimiser les pertes. D'un point de vue microscopique il faut que le déplacement des parois  $y$  soit plus facile possible, donc l'anisotropie doit être faible et les défauts structuraux peu nombreux. Les matériaux les plus couramment utilisés sont des tôles d'alliages de Fe-Si dont le champ coercitif vaut  $H_c = 80 \text{ A/m}$  et la perméabilité relative  $\mu_r = 7000$ .

Ce sont en général des matériaux doux mécaniquement.

Ces matériaux ont des cycles très étroits : l'excitation coercitive ne dépasse pas  $100 \text{ A.m}^{-1}$ , ils possèdent une grande perméabilité, leur aimantation doit pouvoir facilement être annulée, car ce phénomène d'hystérésis est responsable de pertes d'énergie [8].

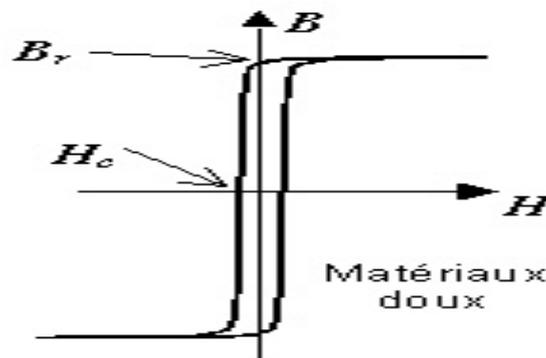


Figure I. 2: Cycle d'hystérésis des matériaux doux.

#### I-4.2) Matériaux magnétiques durs :

Contrairement aux précédents, les cycles hystérésis sont extrêmement larges : plusieurs centaines de  $\text{kA.m}^{-1}$ . Certains de ces matériaux à base de terres rares (alliages samarium-cobalt ou néodyme-fer-bore), ne se désaimantent pas, même lorsqu'on annule le champ magnétique interne (l'excitation vaut alors  $H_{cB}$ ). Pour annuler (ou en fait inverser) l'aimantation, il est nécessaire de fournir une excitation magnétique que l'on appelle  $H_{cM}$  : excitation de désaimantation irréversible. L'application de ces matériaux est la réalisation d'aimants permanents de très forte puissance [8].

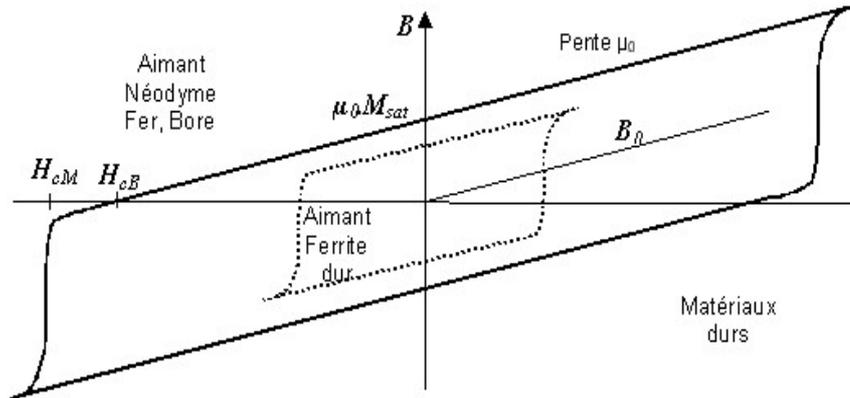


Figure I. 3: Cycle d'hystérésis des matériaux durs

### I-4.3) Les différentes classes de matériaux

A partir des valeurs de ce paramètre  $\chi$ , il est possible de définir les grands groupes de matériaux magnétiques :

- ✓ Diamagnétisme
- ✓ Paramagnétisme
- ✓ Ferromagnétisme et ferrimagnétisme

#### a) Diamagnétisme:

Un corps diamagnétique parfait offre une grande résistance au passage du champ magnétique.

Les lignes de champ  $H$  ne pénètrent pas dans ce matériau ; la perméabilité est donc nulle.

Exemple : quartz, graphite, gypse, sel, marbre, diamant...

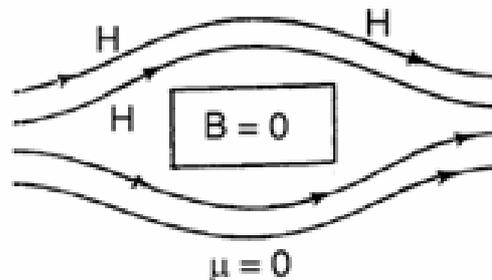
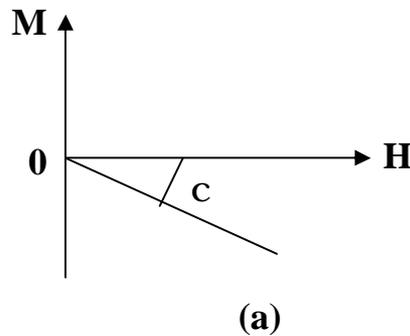
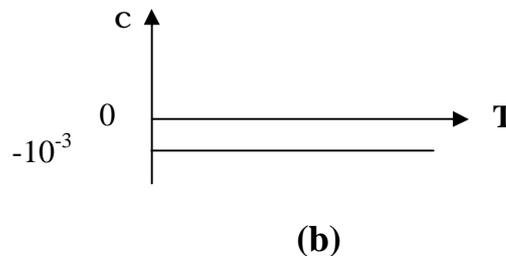


Figure I. 4: Les lignes de champ  $H$  dans le corps diamagnétique

Les matériaux pour lesquels  $c < 0$  sont appelés *diamagnétiques*. La valeur de leur susceptibilité, qui varie très peu en fonction de la température, est le plus souvent voisine de  $10^{-5}$ . Leur aimantation induite pour un champ extérieur a un sens opposé à celui du champ inducteur. Susceptibilités et aimantation sont représentées sur les figures suivantes.



**Figure I. 5.a:** Evaluation de l'aimantation en fonction du champ appliqué.



**Figure I. 5.b:** Dépendance de la susceptibilité en fonction de la température pour les corps diamagnétiques.

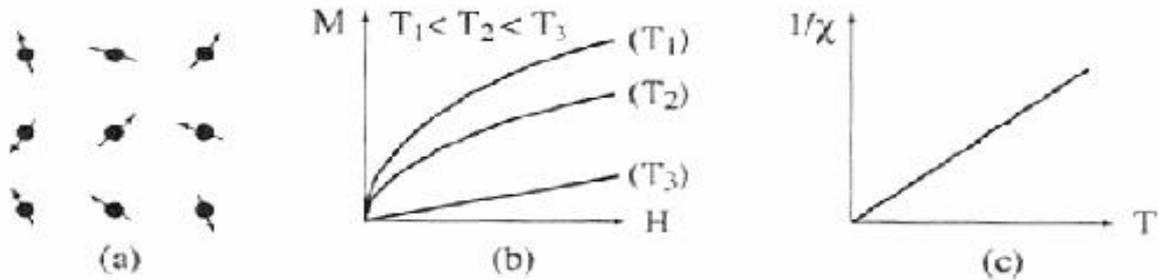
Un matériau diamagnétique présente une susceptibilité  $c$  négative, c'est-à-dire que l'intensité de la magnétisation induite dans le corps par un champ  $\vec{H}$  sera dans la direction opposée à  $\vec{H}$ . Tous les corps présentent un phénomène de diamagnétisme ; son origine provient de la déformation des orbites électroniques des atomes sous l'action d'un champ extérieur c'est un phénomène de faible ampleur et souvent masqué par un autre phénomène [9] [7].

### b) Paramagnétisme:

Les matériaux paramagnétiques ont une susceptibilité magnétique positive qui a la propriété de varier comme l'inverse de la température. Ils possèdent des électrons célibataires. En l'absence d'excitation extérieure, les moments, qui n'interagissent pas entre eux, sont orientés aléatoirement en raison de l'agitation thermique : l'aimantation est alors nulle.

Sous l'action d'un champ appliqué  $\vec{H}$  et à température non nulle, les moments tendent à s'aligner le long des lignes de champ, dans le sens de  $\vec{H}$ , mais l'agitation thermique limite cet effet : La susceptibilité magnétique est donc faible.

On peut écrire dans le système international:  $\vec{H} = +|C|\vec{M}$ . les deux vecteurs  $\vec{M}$  et  $\vec{H}$  ont cette fois même sens.



**Figure I.6:** (a) Isotropie des moments due à l'agitation thermique dans les matériaux Paramagnétiques; (b) Comportement de l'aimantation sous l'action d'un champ appliqué à différentes températures ; (c) Evolution de l'inverse de la susceptibilité en fonction de la température

Plus la température est élevée, plus l'agitation thermique est importante, moins l'aimantation est importante à  $\vec{H}$  constant. Au zéro absolu, l'agitation thermique, étant inexistante, les matériaux paramagnétiques possèdent une forte aimantation [9] [7].

#### ▼ Loi de Curie:

Les corps dits paramagnétiques, ont été caractérisés par Pierre Curie. Ce dernier constate que certains matériaux possèdent deux particularités: leur susceptibilité est positive d'une part et elle varie comme l'inverse de la température.

Il en déduisit la loi qui porte son nom.

$$c = \frac{C}{T} \quad (\text{I-4})$$

Où  $T$  est la température et  $C$  est une constante appelée constante de Curie.

La loi de Curie est représentée sur la figure (I. 6.c).

**c) Les matériaux ferromagnétiques :**

Des corps a susceptibilité très supérieure à l'unité seront appelés *ferromagnétiques*.

Le ferromagnétisme pourrait être considéré, avec cette classification par susceptibilités, comme une sous-catégorie du paramagnétisme.

On peut imaginer les matériaux ferromagnétiques comme des matériaux paramagnétiques, dans lesquels de nombreuses interactions empêcheraient la distribution isotrope des moments magnétiques (figure I.7.a).

Contrairement aux matériaux paramagnétiques, la susceptibilité magnétique ne devient pas infinie au zéro absolu.

Son évolution met en évidence l'existence d'une température limite, appelée température de Curie, à laquelle la susceptibilité devient infinie (figure I.7.c).

En dessous de cette température, la susceptibilité n'a pas de réalité physique.

Pour les températures supérieures à  $T_c$ , les corps ferromagnétiques deviennent paramagnétiques, l'aimantation évolue alors comme dans le cas du paramagnétisme (Figure I-7.b).

A  $T_c$ , on ne peut pas tracer la courbe (b) en raison du double comportement du corps.

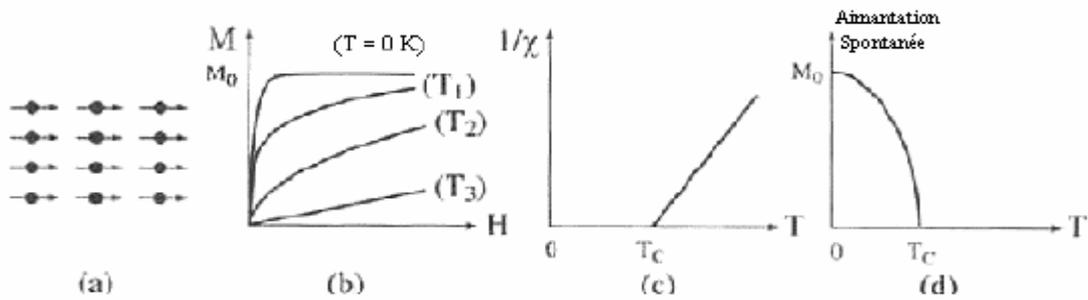
Lorsque les corps ferromagnétiques ont été préalablement aimantés, ils possèdent une aimantation spontanée (figure I-7.d).

La valeur  $M_0$  à  $T=0$  correspond à l'alignement parfait des moments magnétiques.

Au-delà de la température de Curie, les corps ferromagnétiques redeviennent paramagnétiques et suivent donc la loi de Curie.

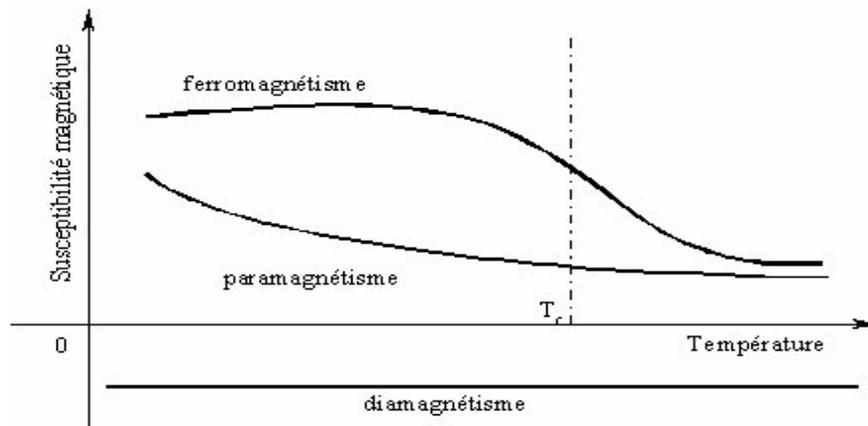
La plupart des matériaux ferromagnétiques ne sont pas des aimants permanents : c'est le cas du fer, du cobalt ou du nickel.

Ces matériaux sont dits doux, ce qui signifie que les interactions des moments magnétiques sont insuffisantes pour maintenir durablement une aimantation spontanée anisotrope [9] [7].



**Figure I.7 :** (a) Alignement des moments magnétiques dans un corps ferromagnétique ; (b) Variation sous champ de l'aimantation d'un corps ( $T_1 < T_2 < T_3$ ); (c) évolution de l'inverse de la susceptibilité en fonction de la température ; (d) Existence d'une aimantation spontanée en dessous de  $T_c$ .

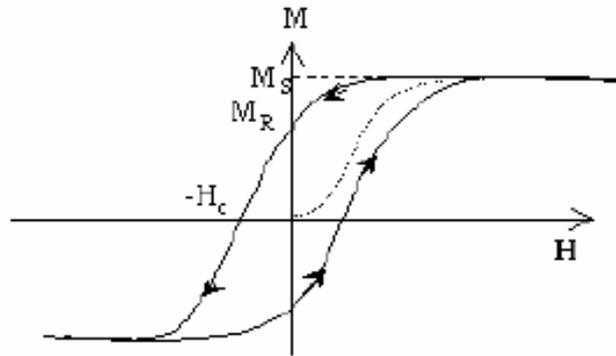
Il est nécessaire d'introduire la notion de température de Curie ( $T_c$ ). En mesurant, en fonction de la température, la susceptibilité magnétique de différents corps, Pierre Curie a observé plusieurs phénomènes (figure I.8) :



**Figure I.8:** Comportement des matériaux en fonction de la température.

▼ Cycle d'hystérésis :

Lorsqu'on soumet un matériau ferromagnétique à un champ magnétique alternatif extérieur, sa réponse peut être décrite par une courbe appelée boucle d'hystérésis dont l'allure est donnée sur la figure (I.9) [9].

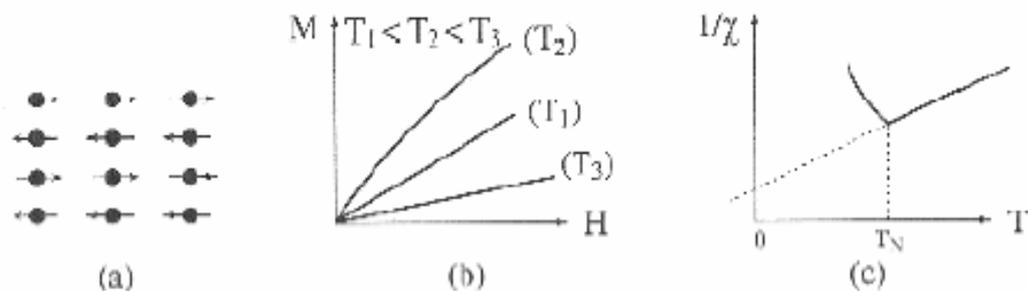


**Figure I.9:** Boucle d'hystérésis.

#### d) Les matériaux antiferromagnétiques :

Comme dans le cas du paramagnétisme, la susceptibilité des corps antiferromagnétiques est faible et positive. Ces corps sont constitués de deux sous-réseaux de moments magnétiques antiparallèles (Figure I.10. (a)), en dessous d'une température critique dite de Néel, ( $T_N$ ). Les aimantations des deux sous-réseaux sont opposées, de sorte que l'aimantation totale d'un corps antiferromagnétique est toujours nulle. L'interaction entre les moments, appelée interaction d'échange négative, empêche l'alignement des moments dans un seul sens sous l'action d'un

champ externe. Le comportement de la susceptibilité et de l'aimantation des corps antiferromagnétiques est représenté sur les figures I.10 (b) et (c). A haute température, le comportement est analogue au paramagnétisme [9].



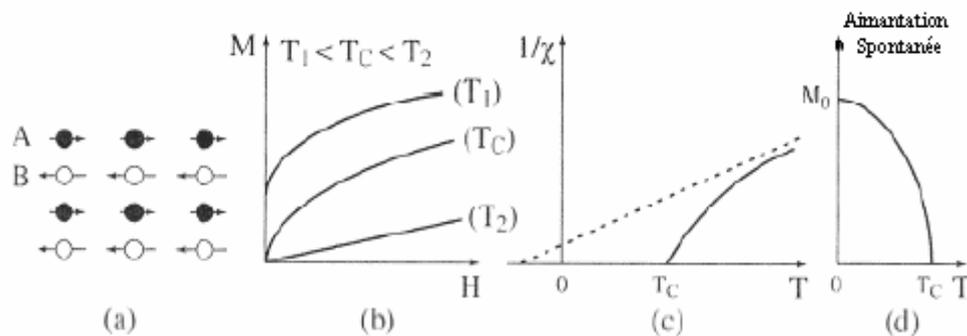
**Figure I.10 :** (a) Arrangement des moments dans les corps antiferromagnétiques;  
 (b) Evolution de l'aimantation en fonction du champ appliqué à trois températures différentes;  
 (c) Dépendance de la susceptibilité en fonction de la température

### e) Les matériaux ferrimagnétiques :

Les corps ferrimagnétiques sont des corps antiferromagnétiques dans lesquels les deux sous-réseaux n'ont pas la même aimantation (figure I.11. (a)).

Il apparaît donc une aimantation spontanée en dessous de la température de Curie  $T_C$  (Figure I.1. d)). Ce comportement rappelle fortement le ferromagnétisme. Les corps ferrimagnétiques, comme les hexa-ferrites, présentent donc un fort intérêt macroscopique puisqu'ils induisent un effet magnétique extérieur.

Dans de nombreux cas, leur structure cristalline leur confère, de plus, un champ coercitif intéressant. Leur comportement est synthétisé sur les figures I. 11. (c) et (d) [9].



**Figure I.11 :**(a) Arrangement des moments dans les corps ferrimagnétiques;

(b) Evolution de l'aimantation en fonction du champ appliqué à trois températures différentes;

(c) Dépendance de la susceptibilité en fonction de la température ;

(d) Existence d'une aimantation spontanée aux températures inférieures à  $T_C$ .

### I-5) Les matériaux ferroélectriques:

Les matériaux ferroélectriques ont la particularité de présenter des dépendances très fortes de leurs propriétés électriques, mécaniques et optiques avec un champ électrique. Ils offrent des permittivités diélectriques relatives très élevées. Leurs propriétés sont aussi étroitement dépendantes de la température; la ferroélectricité est en général définie sur un certain intervalle de température.

Les matériaux ferroélectriques sont des cristaux qui ont la particularité d'avoir une polarisation interne variant en fonction de leur structure avec la tension appliquée et suivant le cycle d'hystérésis. Les deux avantages majeurs des matériaux ferroélectriques sont donc d'avoir leur

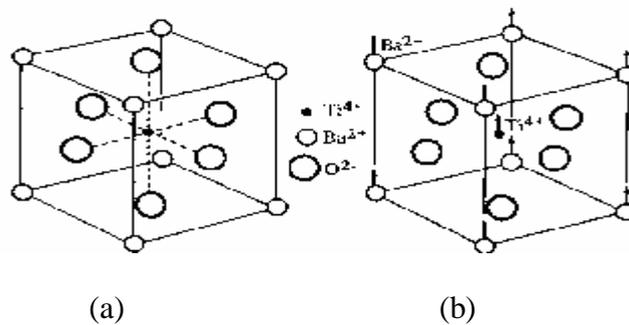
polarisation qui varie en fonction de la tension appliquée et en général leur grande constante diélectrique.

Voyons un peu plus en détails certaines notions caractéristiques des matériaux ferroélectriques telles que la polarisation spontanée, les domaines ferroélectriques et les parois de domaine, le cycle d'hystérésis ou encore les transitions de phase et la température de Curie ( $T_C$ ) [6].

### I-5.1) La polarisation spontanée ( $P_S$ )

De manière générale, un cristal possède une polarisation spontanée est composé d'ions positifs et négatifs. Dans un certain intervalle de température ces ions sont à leur position d'équilibre, c'est à dire celle pour laquelle l'énergie libre du cristal est minimale, et le centre des charges positives ne coïncide pas avec celui des charges négatives (figure I.12).

Les matériaux ferroélectriques possèdent une polarisation spontanée qui peut être définie comme étant la valeur du moment dipolaire par unité de volume ou encore la valeur de la charge par unité de surface calculée sur la surface perpendiculaire à l'axe de polarisation spontanée [6].



**Figure I.12:** Structure cristalline du titanate de baryum.

**(a):** Maille cubique (état para électrique); **(b):** Structure tétragonale (état ferroélectrique).

La mise en équation de cette définition est :

$$\vec{m} = q \times \vec{d} \times \vec{u} \quad (\text{I-6})$$

Avec  $\vec{m}$  : Moment dipolaire

$q$  : Charge élémentaire de l'électron

$d$  : Distance entre les centres de charges

$\vec{u}$  : Vecteur unitaire dirigé du centre des charges négatives vers le centre des charges positives

La polarisation  $P$  étant directement proportionnelle au moment dipolaire, on a :

$$\vec{P} = N \cdot \vec{\mu} \quad (\text{I-7})$$

Avec  $\vec{P}$  : Vecteur polarisation

$N$  : Nombre de molécules par unité de volume

Les propriétés diélectriques dépendent fortement de la structure cristalline du matériau, l'axe de polarisation spontanée est en général l'un des axes cristallographiques du matériau.

Dans un matériau ferroélectrique, il a été montré que la densité de charges sur les surfaces perpendiculaires à l'axe de polarisation varie avec la température et par conséquent, la valeur de  $P$  varie elle aussi avec la température. Cela n'est pas la seule cause possible de variation puisque la polarisation est aussi sensible au champ électrique créé dans le matériau par application d'une tension de polarisation. On a alors l'équation suivante :

$$c = \epsilon_r - 1 \quad (\text{I-8})$$

Avec  $\epsilon_0$  : Permittivité diélectrique du vide

$c$  : Susceptibilité diélectrique

$\vec{E}$  : Champ électrique

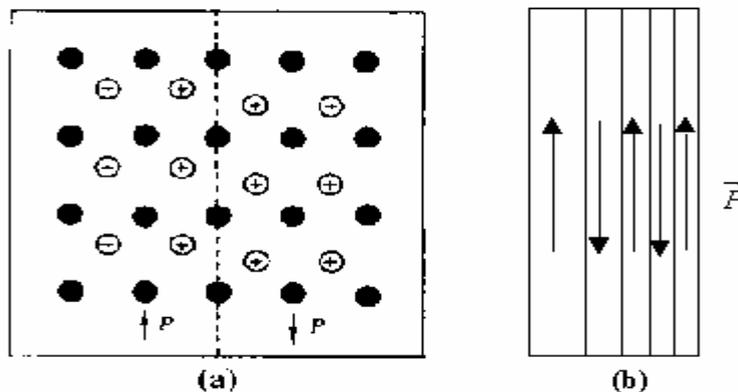
$\epsilon_r$  : Permittivité diélectrique relative du matériau étudié.

### I-5.2) Les domaines ferroélectriques et leurs parois:

Un cristal ferroélectrique est composé d'un certain nombre de dipôles électriques possédant un alignement selon une direction dans certaines régions, et selon une direction

différente dans la zone voisine. Ces régions sont nommées " domaines ferroélectriques " et l'interface entre deux domaines est appelée " parois de domaines " (figure I.13).

Un cristal ferroélectrique possède donc plusieurs domaines de polarisations différentes. Cependant, il peut devenir mono-domaine sous l'effet d'un champ  $\vec{E}$ . En effet, un champ assez fort de direction opposée à celle de la polarisation spontanée d'un domaine peut renverser cette dernière. Un nouveau domaine se forme alors dans l'ancien par nucléation et le remplace progressivement par un phénomène d'accroissement. Cette évolution de la polarisation spontanée en fonction du champ  $\vec{E}$  est décrite par le cycle d'hystérésis du matériau ferroélectrique.



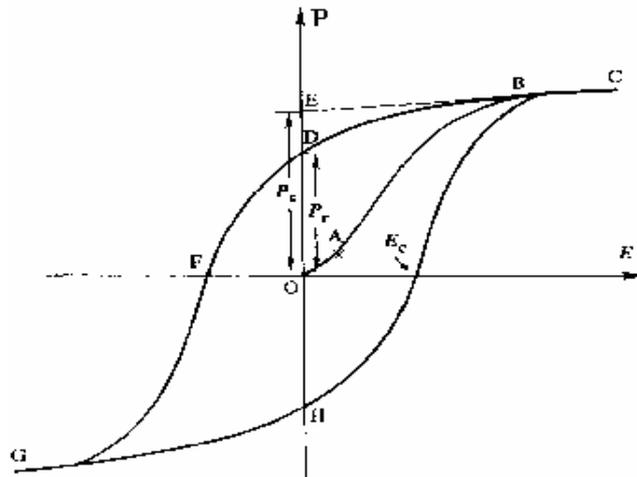
**Figure I.13 :** (a) : Schéma montrant les déplacements atomiques de chaque côté d'une paroi entre deux domaines d'un matériau ferroélectrique, polarisés dans des directions opposées; (b) : structure montrant des murs de domaine à 180 °.

### I-5.3) Le cycle d'hystérésis ferroélectrique:

Ce cycle représente la variation de la polarisation  $\vec{P}$  en fonction du champ  $\vec{E}$ .

L'application d'un faible champ entraîne une relation quasi-linéaire des deux variables  $\vec{E}$  et  $\vec{P}$  comme nous pouvons le constater sur le segment OA. Cela peut s'expliquer par le fait qu'un

faible champ ne permet pas de réorienter tous les domaines ferroélectriques du cristal. Bien entendu, plus le champ augmente, plus le nombre de domaines orientés dans la même direction que le champ augmente, et plus la polarisation croît (segment AB) jusqu'à ce que tous les domaines soient alignés avec le champ (segment BC) : c'est le stade de saturation pour lequel le cristal est mono-domaine. Lorsque le champ décroît, la polarisation diminue mais ne retourne pas à zéro (point D) et même lorsque le champ s'annule, le cristal conserve une polarisation appelée polarisation rémanente :  $P_r$ . La polarisation va s'annuler lorsque le champ  $\vec{E}$ , appliqué dans la direction opposée, atteint une certaine valeur (point F) nommée "champ coercitif". Comme précédemment, une augmentation du champ dans le sens opposé va entraîner un nouvel alignement des domaines et le cycle d'hystérésis est bouclé en renversant le champ  $\vec{E}$  une fois de plus.



**Figure (I-14):** Cycle d'hystérésis  $P = f(E)$  typique d'un matériau ferroélectrique.

#### I-5.4) La température de Curie et la transition de phase paraélectrique– ferroélectrique:

La dernière caractéristique des matériaux ferroélectriques évoquée ici va permettre de mieux comprendre l'étroite relation liant ces matériaux à la température. La ferroélectricité est définie sur un certain intervalle de températures dont la borne supérieure est appelée "température de Curie" ( $T_C$ ). Au dessus de cette température le cristal est dit paraélectrique, en dessous, il est ferroélectrique.

## II-1) Introduction :

Il existe une diversité des méthodes pour la modélisation des structures planaires. Chacune d'elles étant plus adaptée à un certain type de problèmes. Les méthodes analytiques permettront d'analyser des structures possédant certaines symétries et dont la géométrie et le modèle du matériau restent simples. Pour des modélisations plus réalistes de géométries et de matériaux complexes, on choisira l'approche numérique. Les méthodes numériques ont l'avantage de progresser parallèlement aux ressources informatiques [11].

La résolution de la plupart des problèmes physiques consiste à trouver un champ (scalaire, vectoriel ou tensoriel) satisfaisant à des équations aux dérivées partielles qui régissent le problème, tout en respectant les conditions aux limites définies à la frontière du domaine de définition du problème.

Les méthodes dites rigoureuses reposent sur la discrétisation des systèmes d'équations. Elles sont qualifiées de rigoureuses car elles résolvent les équations sans introduire des approximations en dehors de la troncature à un nombre fini de degré de liberté et des arrondis intrinsèques aux méthodes numériques [1].

Le choix de la méthode pour résoudre les équations de Maxwell (équation de Laplace) dépend de la complexité du problème et des conditions aux limites, le but étant d'obtenir les résultats les plus précis en un minimum de temps de calcul.

Le développement des méthodes numériques a ouvert des champs d'applications très divers et plus particulièrement celui de la détermination des caractéristiques des matériaux hétérogènes. La performance de ces méthodes numériques a été démontrée par plusieurs chercheurs. Parmi les méthodes numériques les plus connues et les plus répandues pour la résolution des équations différentielles, décrivant des phénomènes ou des structures électromagnétiques. [2]

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord quelques-unes des méthodes les plus utilisées puis nous détaillons la technique de modélisation que nous avons utilisée :

## II-2) Méthode des différences finies

Pour un certain nombre de problèmes (non-linéarité, conditions aux limites dépendantes du temps, anisotropie...), les méthodes analytiques peuvent devenir trop complexes à mettre en œuvre. On fait alors appel à des méthodes approchées demandant

l'aide d'un système informatique pour effectuer le grand nombre de calculs impliqués. Contrairement aux méthodes analytiques, le physicien n'a pas à évaluer a priori le comportement du dispositif à modéliser. Les méthodes numériques calculent tous les champs électromagnétiques, l'analyse est dite onde complète («full-wave»).

La méthode des différences finies a été développée par A. Thom [11].

La méthode des différences finies (MDF) a été historiquement, la première méthode utilisée pour calculer par ordinateur, la solution des équations différentielles. Elle consiste à résoudre localement les équations de Maxwell par discrétisation du domaine (domaine surfacique en 2D) considéré en utilisant une grille de points dont la finesse permet une bonne approximation du domaine (figure II.1). Dans le cas d'un espace à 3 dimensions, la grille sera un volume. A chaque point de la grille, on fait une approximation des dérivées en utilisant des différences finies (approximation dans le développement de Taylor, jusqu'au second ordre). Ainsi, la MDF consiste donc à remplacer dans les équations aux dérivées partielles et les conditions aux limites, les dérivées par des différences finies calculées à chaque nœud d'un maillage donné. L'utilisation d'un maillage régulier permet d'obtenir pour chaque point, la même forme d'équations. L'un des maillages les plus simples est le maillage carré (figure II.2. (a)).

Chaque point est situé sur l'un des sommets du carré. D'autres maillages réguliers peuvent être également utilisés.

Dans le cas d'un maillage carré, on peut prendre un point numéroté 0 et ses quatre voisins numérotés de 1 à 4 (figure II.2. (b)), la longueur de chaque branche de l'étoile étant égale à  $h$ .

A chaque point du segment  $P_1$ - $P_3$ , le potentiel  $V$  peut être exprimé en fonction du potentiel au point 0 et ses dérivées successives. Ceci nécessite le développement du potentiel en séries de Taylor au voisinage du point 0 ( $x=x_0$ ).

$$V = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(x-x_0)^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \right\}_{x_0} \quad (\text{II.1})$$

Pour le point  $P_1(x=x_0-h)$  nous avons

$$V_1 = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n \frac{h^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \right\}_{x_0} \quad (\text{II.2})$$

De la même manière, pour le point  $P_3$  ( $x=x_0+h$ ) nous obtenons

$$V_3 = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{h^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \right\}_{x_0} \quad (\text{II.3})$$

En prenant des valeurs suffisamment faibles pour  $h$ , on peut négliger les termes d'ordre supérieur à 2:

$$V_1 = V_0 - h \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (\text{II.4})$$

$$V_3 = V_0 + h \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (\text{II.5})$$

En additionnant ces deux équations on aura:

$$\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_1 + V_3 - 2V_0 \quad (\text{II.6})$$

De façon similaire en considérant le segment  $[P_2 P_4]$ , il vient

$$\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_2 + V_4 - 2V_0 \quad (\text{II.7})$$

Pour résoudre l'équation de Laplace en coordonnées cartésiennes, dans l'espace à deux dimensions:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Nous remplaçons les différentes dérivées par les équations (II.6) et (II.7). Ceci conduit à

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - 4V_0 = 0 \quad (\text{II.9})$$

Si l'on écrit l'équation ci-dessus en considérant successivement chaque point comme le centre d'une étoile, on obtient un système algébrique qui peut s'écrire sous forme matricielle:

$$[A]\{X\} = \{B\} \quad (\text{II.10})$$

Où  $\{X\}$  est le vecteur des inconnus, c'est à dire les potentiels de tous les points à l'intérieur du domaine [2].

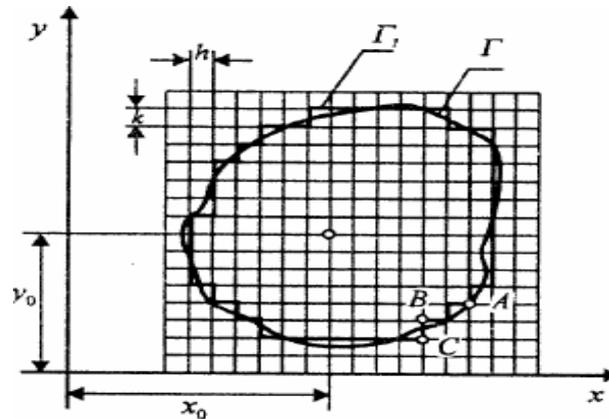
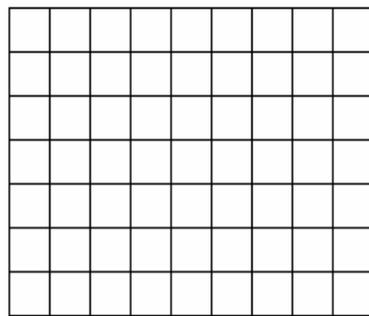
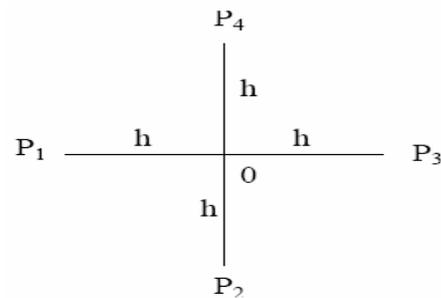


Figure II.1: Méthode des différences finies. Grille pour les calculs.



(a)



(b)

Figure II.2: (a) Maillage carré ; (b) Point central et ses voisins.

Cependant, cette méthode présente certains inconvénients, liés au maillage du domaine  $\Gamma$  dans le cas d'une frontière curviligne, ce dernier nécessitant la détermination des points d'intersection du maillage avec la frontière et donc l'écriture d'un algorithme assez laborieux. Cette méthode ne permet pas de prendre en compte les matériaux à structures aléatoires et les matériaux à géométries complexes [2].

Les points essentiels à assurer pour cette méthode sont la précision des calculs et stabilité de l'algorithme (un algorithme est stable lorsque une erreur survenant à une étape donnée produit à l'étape suivante une erreur de plus petite importance). Trois types d'erreurs vont apparaître : les erreurs dans le modèle du système, les erreurs dues à la discrétisation de l'espace( on aura la possibilité de mailler plus finement cet espace au détriment des coûts en temps de calcul et en mémoire système) et les erreurs d'arrondis des nombres dans le

calculateur (on utilise au minimum des nombres codés en double précision) il faut noter qu'un maillage plus fin utilisé pour réduire le second type d'erreurs va augmenter le nombre d'opérations et ainsi les erreurs du troisième type.

Une faiblesse majeure de la méthode des Différences Finies est la difficulté de modéliser des configurations « ouvertes » (en espace libre). En effet, les conditions utilisées aux limites de l'espace de modélisation introduisant un facteur d'erreur. Enfin, il faut noter que le fait d'utiliser des maillages non-uniformes est indispensable pour modéliser certaines structures [11].

### **II-3) Méthode des Différences Finies dans le Domaine des Temps (MDFDT)**

La méthode des différences finies dans le domaine des temps (MDFDT) a connu récemment un regain d'attention pour la modélisation des matériaux anisotropes et non linéaires. Cette méthode, introduite pour la première fois par Yee en 1966, est une technique numérique pour la résolution de l'équation de Maxwell dans le domaine des temps. A la différence de l'équation intégrale basée sur la résolution des équations de Maxwell, l'algorithme de la MDFDT de Yee présente plusieurs avantages:

- ✓ il ne nécessite la connaissance d'aucune des fonctions de Green,
- ✓ il n'y a pas d'intégrales multidimensionnelles singulières à déterminer,
- ✓ il ne nécessite pas la sommation de séries infinies multidimensionnelles convergente très lentement,
- ✓ il est facile à programmer.

Cependant, ces avantages ont un prix. Cette méthode nécessite de grands espaces mémoire pour le calcul afin de discrétiser convenablement les zones dont les dimensions sont petites par rapport à la longueur d'onde du mode de guide d'onde dominant. Le temps CPU peut être important lorsqu'on utilise des méthodes d'intégration dans le temps explicite et de maillages de simulation uniformes.

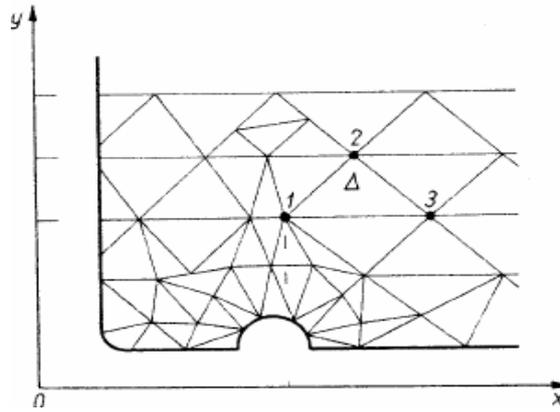
L'algorithme de la MDFDT est dérivé directement des équations de Maxwell dans le domaine temporaire. Il consiste à remplacer les équations de Maxwell par des équations de différences qui peuvent être intégrées numériquement. Pour cela, on introduit un maillage espace-temps et on définit les champs sur ce maillage [2].

#### II-4) Méthode des éléments finis:

La méthode des éléments finis est une méthode numérique qui a fait preuve d'efficacité dans divers domaines (électromagnétisme, mécanique, ...) [10].

La méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes les plus employées aujourd'hui pour résoudre des équations aux dérivées partielles, notamment les équations de Maxwell qui régissent les phénomènes électromagnétiques. Elle a d'abord été utilisée pour résoudre des équations d'élasticité et de mécanique des structures et adaptée plus tard à l'électromagnétisme. Elle a fait son apparition dans les années 70, après la MDF. Néanmoins, son histoire remonte à l'année 1943. La MEF est une méthode générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique: problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. En plus, elle s'adapte bien aux milieux hétérogènes. Elle consiste à approcher les variables inconnues par un polynôme de degré fini aux nœuds du maillage. Les parties élémentaires sont des polygones. Les géométries conventionnelles sont mieux décrites par ce maillage aux éléments finis qu'aux différences finies. En effet, la variété des formes d'éléments finis (tétraèdres, hexaèdres, prismes, par exemple en 3D) permet de mailler les régions avec une densité variable. Les conditions aux limites sont prises en compte aisément. Enfin, la méthode est décrite par une théorie mathématique très riche, qui permet de conserver les propriétés des opérateurs mathématiques. Néanmoins, cette méthode exige un traitement particulier des équations, qui sont transformées à l'aide d'une formulation intégrale, puis discrétisées pour aboutir à un système d'équations algébriques.

Dans la MEF, contrairement à la MDF, l'attention n'est pas focalisée sur la résolution de l'équation de Laplace (ou autre), mais plutôt sur un problème de variation, concernant le principe de l'énergie minimale dans une région fermée du champ électrostatique. L'énergie emmagasinée dans le champ prend toujours la plus faible des valeurs possibles. La région du champ électrique considéré, est divisée en éléments de formes et de tailles quelconques (Figure II.3).



**Figure II.3.** Fragment du champ avec le maillage destiné aux calculs par la méthode des éléments finis.

La MEF utilise une approximation par parties de la fonction inconnue, pour résoudre une équation différentielle. L'équivalence physique peut être utilisée pour trouver une solution de l'équation aux dérivées partielles. Cependant, la complexité des géométries des systèmes considérés, rend cela très difficile, voire impossible, pour trouver une approximation de la solution dans l'ensemble du domaine étudié. Pour contourner cette difficulté, on subdivise le domaine (de la même manière que pour la MDF) en sous-domaines appelés éléments finis, sur lesquels on effectue localement une interpolation pour approcher la fonction inconnue.

Le domaine considéré est limité par une frontière où la valeur du potentiel est supposée connue. Les éléments finis qui sont utilisés pour discrétiser le domaine sont généralement regroupés en familles topologiques: segments, triangles, quadrilatères, tétraèdres, parallélépipèdes, prismes.

Chaque élément est représenté par des points appelés nœuds géométriques. A chaque élément, on associe des nœuds d'interpolation où l'inconnue sera calculée. Ainsi, à chaque élément résultant de la subdivision, la fonction modélisant le phénomène est définie par une interpolation polynomiale.

$$V = \sum_{i=1}^n I_i V_i \quad (\text{II.11})$$

Où  $n$  est le nombre de nœuds d'interpolations;  $I_i$  sont les fonctions d'interpolation et  $V_i$  les valeurs nodales.

Le principe de base consiste à trouver la distribution des valeurs nodales  $\lambda_i$  qui vérifient les équations aux dérivées partielles et qui remplissent les conditions aux limites. Ceci peut être effectué soit par une méthode variationnelle qui minimise une fonction équivalente au problème différentiel posé, ou en utilisant une méthode de projection comme la projection de Galerkin qui traite directement l'équation aux dérivées partielles.

L'ordre du polynôme dépend du type d'élément ; Par exemple, pour l'élément quadratique uni- dimensionnel, décrit par l'abscisse curviligne  $\mu$  situé dans l'intervalle  $[-1, 1]$ , les fonctions d'interpolation sont [2]:

$$\begin{aligned} I_1(m) &= \frac{1}{2}m(m-1) \\ I_2(m) &= 1 - m^2 \\ I_3(m) &= \frac{1}{2}m(m+1) \end{aligned} \tag{II.12}$$

La méthode des éléments finis est applicable aussi bien en 2D qu'en 3D. Elle est bien adaptée aux matériaux composites périodiques, avec et sans pertes, linéaires et non linéaires. Cependant, pour des composites à distribution aléatoire, cette méthode n'est pas bien adaptée car elle ne permet pas de résoudre un problème avec une géométrie mal définie ou très compliquée à cause du nombre élevé de cellules élémentaires distribuées aléatoirement [10].

### II-5) Méthode TLM:

La plupart des méthodes de modélisation utilisent une approche fréquentielle. Il existe cependant des techniques développées dans le domaine temporel. Les deux principales sont la TLM (Transmission Line Matrix) et la FDTD (Finite Difference Time Domain) [11].

La méthode TLM repose sur l'analogie qui existe entre un réseau électrique, ses courants et ses tensions, un milieu de propagation et le champ électromagnétique qui s'y propage [1].

Pour La méthode TLM, on numérise les dérivées temporelles et spatiales et l'on subdivise les dispositifs en cellules élémentaires (maillage). Les principaux avantages sont la modélisation de matériaux et géométries complexes ainsi que les calculs possibles sur des machines mises en parallèle. Les principaux inconvénients sont les temps de calcul et les ressources mémoires utilisés.

Dans le cadre de la TLM, les différents points du maillage sont reliés par lignes de transmission virtuelles et la modélisation des matériaux est introduite par des capacités, des inductances et des résistances. Pour la FDTD, ces matériaux sont représentés par leurs constantes physiques (permittivité, conductivité ...).

Le choix entre les méthodes TLM et FDTD est délicat et dépend des configurations mises en jeu. Notons que la TLM utilise plus le mémoire que la FDTD mais qu'elle modélise mieux les conditions aux limites (E et H sont calculés aux mêmes points). L'approche FDTD est cependant la plus directe et la plus simple [11].

## II-6) Méthode des moments (ou méthode des résidus pondérés):

La méthode des moments est une méthode fréquentielle permettant de résoudre des équations intégrales complexes en les réduisant à un système linéaire d'équations.

Cette méthode a été popularisée dans le cadre du Génie Electronique par Harrington, elle est très utilisée notamment pour la modélisation des problèmes d'antennes et de transitions entre guides. Elle reste cependant peu efficace pour les problèmes à géométrie complexe et pour ceux faisant intervenir des matériaux inhomogènes [11].

La MM peut s'appliquer à n'importe quel type de corps homogène, mais elle ne convergera vers la solution exacte que si la taille des éléments discrétisés est bien inférieure à la longueur d'onde. Généralement, un maillage avec des éléments de dimension inférieure à  $\lambda/10$  permet d'obtenir de bons résultats [12].

### II-6.1) Principe de la méthode des moments:

D'un point de vue général, la méthode des moments consiste à résoudre une équation par un opérateur intégral-différentiel  $L$ , une fonction source  $\phi(\rho)$  de la variable d'espace  $\rho$  et une fonction inconnue  $v(\rho)$ :

$$L v(\rho) = \phi(\rho) \quad (\text{II.13})$$

Pour résoudre cette équation (II.13) par la méthode des moments, on procède par étapes successives :

1. Choisir un ensemble de  $N$  fonctions élémentaires  $(v_n)_{n \in [1, N]}$  formant une base sur laquelle la fonction inconnue  $v$  est décomposée.

$$u(r) = \sum_{n=1}^N u_n v_n(r) \quad (\text{II.14})$$

2. Choisir un ensemble de  $N$  fonctions de pondération ou fonctions test  $(g_n)_{n \in [1, N]}$  et d'un produit matriciel; les fonctions  $(g_n)_{n \in [1, N]}$  sont appelées fonctions de pondération d'où le nom de la méthode.

3. Former le produit scalaire de l'équation à résoudre avec chacune des fonctions test

$$\forall p \in [1, N], \langle u, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (\text{II.15})$$

$$\forall p \in [1, N], \langle \mathcal{L} \sum_{n=1}^N u_n v_n, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (\text{II.16})$$

Par linéarité du produit scalaire, on obtient

$$\forall p \in [1, N], \sum_{n=1}^N u_n \langle \mathcal{L} v_n, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (\text{II.17})$$

Ce système à  $N$  équations se met sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} M_{11} & \dots & M_{1n} & \dots & M_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{p1} & \dots & M_{pn} & \dots & M_{pN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{N1} & \dots & M_{Nn} & \dots & M_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle f, g_1 \rangle \\ \vdots \\ \langle f, g_p \rangle \\ \vdots \\ \langle f, g_N \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Avec  $\forall i, j \in [1, N], M_{ij} = \langle \mathcal{L} v_n, g_p \rangle$

Une fois les coefficients  $(u_n)_{n \in [1, N]}$  calculés, la fonction inconnue  $v$  ( $p$ ) est déduite grâce à son développement sur la base de fonctions élémentaires (II.14).

Bien souvent les fonctions test  $(g_n)_{n \in [1, N]}$  sont choisies égales aux fonctions élémentaires  $(v_n)_{n \in [1, N]}$  qui servent à la décomposition de la fonction inconnue [1].

## II-6.2) Limites de la méthode des moments :

### a) Domaine de validité :

Il faut respecter le domaine de validité de la MM, c'est-à-dire l'appliquer dans un milieu linéaire, homogène et isotrope avec des éléments de longueur caractéristique inférieure à la longueur d'onde. De plus, on devra s'assurer que la taille des objets étudiés n'excède pas quelques longueurs d'onde pour que la simulation puisse être réalisée numériquement.

### b) Matrice pleine :

Par ailleurs, la méthode des moments fait partie des méthodes exactes. Elle souffre donc du principal inconvénient de ces méthodes qui est l'augmentation de la taille de la matrice en fonction du nombre d'inconnues  $N$ .

La méthode des moments sera donc appliquée à des structures de taille de l'ordre de quelques longueurs d'onde au maximum.

### c) Limite basse fréquence:

Enfin et surtout, lorsque la MM est appliquée à l'EFIE (équation intégrale sur le champ électrique) avec des fonctions de base à divergence non nulle, il existe une fréquence en dessous de laquelle cette méthode devient instable.

## II-6.3) choix des fonctions pondérées :

Il existe également des sous-méthodes de la méthode des résidus pondérés (collocation point par point, collocation par sous-domaines, Galerkin, moindres carrés), selon le choix des fonctions pondérées.

### a) Méthode de location :

Qui consiste à choisir des fonctions de pondération non nulles en un seul point du domaine  $\Gamma$ .

La fonction de pondération  $g_n(x)$  est la distribution de Dirac  $\delta(x-x_n)$  au point  $x_n, v \in [1, N]$ , dit point de collocation.

En pratique, cette méthode est peu utilisée car elle est difficile à mettre en œuvre avec une approximation par éléments finis. De plus elle conduit à un système d'équations non symétrique. Par contre, elle a l'avantage d'éviter l'intégration sur le volume.

**b) Méthode sous domaine:**

Qui consiste à choisir des fonctions de pondération constantes sur un sous domaine et nulles partout ailleurs.

La fonction de pondération  $g_n(x)=I$  sur certaines zones.

Cette méthode est peu utilisée car le choix des sous-domaines est difficile. De plus, elle nécessite des intégrations sur le volume [14].

**c) Méthodes des moindres carrés :**

▼ Supposons que  $u = h(x)$  est une solution approchée de l'équation différentielle.

Résidu:

$$R(u) = L(u) + f_v - 0 \quad (\text{II.19})$$

▼ La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions  $u$  qui annulent la forme intégrale globale:

$$W = \int \langle y \rangle \{ R(u) \} dv = \int \langle y \rangle \{ L(u) + f_v \} dv = 0 \quad (\text{II.20})$$

$y$ : est la fonction de pondération (fonction test)

Pour la méthode des moindres carrés  $y_i(x) = R(x)$ .

Cette méthode consiste à minimiser l'expression:

$$Er = \int \langle R(x) \rangle^2 dV \quad (\text{II.21})$$

Par rapport aux paramètres  $a_1, a_2, \dots, a_n$

Cette relation est équivalente à n équations algébriques:

$$W_i(a) = \int \langle P_i \rangle ( L(\langle P \rangle \{ a \} ) + f_v ) dV = 0 \quad (\text{II.22})$$

Cette méthode est peu utilisée car elle ne permet pas l'intégration par parties, et impose donc des conditions plus strictes sur l'approximation de  $u$  que la méthode de Galerkin. Par contre, elle conduit à un système symétrique et défini-positif quelle que soit l'équation différentielle [14].

**d) Méthode de Galerkin :**

Le principe consiste à considérer que les moyennes pondérées sur l'ensemble du domaine s'annulent. Les pondérations sont choisies parmi les fonctions qui ont servi à

construire la solution approchée, La méthode de Galerkin est la plus utilisée. En prend les fonctions de test égales aux fonctions de bases [1].

### **II-7) Méthode Spectrale:**

Durant les dix dernières années beaucoup d'efforts ont été effectués dans le développement de méthodes numériques capables de caractériser des structures guide d'ondes composites. Un grand nombre de méthodes telles la méthode d'adaptation modale (Mode-Matching Method), la technique de la résonance transverse, la méthode des lignes, et la méthode spectrale, ont été proposées et raffinées selon les applications. En générale le choix de la méthode numérique est basé sur un compromis entre la précision, l'efficacité, l'adaptation à la structure étudiée, etc... et ce choix n'est pas forcément unique. Pour des lignes de transmission planaires, simple couches ou multicouche de diélectrique, la méthode approuvée et utilisée est la méthode spectrale.

L'utilisation de la méthode des moments et plus particulièrement de la méthode de Galerkin, permet d'obtenir un résultat précis bien que le déterminant associé à l'équation caractéristique, soit de dimension faible.

La méthode est habituellement employée en choisissant un jeu de fonctions de base qui satisfait les conditions de singularité sur le bord des conducteurs, pour l'approche du courant sur les rubans ou des champs dans les fentes.

D'un point de vue mathématique, la méthode spectrale transforme un problème d'équation intégrale dans le domaine spatial en une équation algébrique dans le domaine spectral associé à la théorie des transformations de Fourier. Son principal avantage est la simplification du traitement analytique et numérique [13].

Notre étude consiste a déterminé les différents paramètres caractéristiques d'une ligne de transmission multicouches, tels que: la constante de propagation. Ce travail a été mené selon un choix d'une des méthodes rigoureuses. Cette dernière est la Technique de la Matrice Exponentielle Généralisée dans le domaine spectral via la méthode des moments procédure de Galerkin.

### **II-8) La Technique de la Matrice Exponentielle Généralisée (GEMT):**

La technique de la Matrice Exponentielle Généralisée dans le domaine spectrale parmi les techniques traite l'interaction d'une onde électromagnétique avec des médias bianisotropiques à structure multicouches [15].

Cette technique et proposée par Tsalamengas, est utilisée pour étudier le rayonnement de source et les problèmes de propagation des ondes dans des structures multicouches à médias bi- anisotropie.

La technique est de formulation élégante et systématique. Elle a été développée en combinant la transformée de Fourier avec des méthodes d'analyse de matrice.

Deux applications spécifiques concernant quelques problèmes canoniques d'importance fondamentale sont incluses pour exemplifier la méthode et pour démontrer son utilité. Sont considérés:

- a) Une formulation très fructueuse, présentée par Berreman et intensivement employée ces dernières années par beaucoup des chercheurs, doit développer les équations de Maxwell dans un système d'équations couplées du premier ordre de la forme :

$$\frac{d\bar{w}}{dz} = \bar{p}w(z) \tag{II.23}$$

Où  $Z$  est l'axe de stratification,  $\bar{w}$  représente un vecteur et présente les composantes des champs électromagnétiques selon les axes  $x, y$ ,  $\bar{p}$  c'est une matrice leurs éléments sont indépendantes de  $Z$ .

$$\frac{d\begin{pmatrix} \bar{E}_t \\ \bar{H}_t \end{pmatrix}}{dz} = \bar{p}(k_x, k_y, e, m, h, x) \begin{pmatrix} \bar{E}_t \\ \bar{H}_t \end{pmatrix} \tag{II.24}$$

La solution générale de cette équation (II.24) est:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{E}_t(z) \\ \bar{H}_t(z) \end{pmatrix} &= \exp(z\bar{p}) \begin{pmatrix} \bar{E}_t(0) \\ \bar{H}_t(0) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \bar{E}_t(z) \\ \bar{H}_t(z) \end{pmatrix} &= \bar{T}(k_x, k_y; z) \begin{pmatrix} \bar{E}_t(0) \\ \bar{H}_t(0) \end{pmatrix} \\ \bar{T}(k_x, k_y; z) &= \exp(z\bar{p}) \end{aligned} \tag{II.25}$$

- b) Pour résoudre les équations de base formulant une variété de problèmes liés au rayonnement et à la propagation des ondes électromagnétiques en présence d'un milieu anisotrope posé. Ce qui différencie cette approche et mène aux améliorations significatives et principalement la possibilité basée sur l'utilisation répétée du

théorème de Cayley- Hamilton d'exprimer la matrice de transition comme une combinaison linéaire de quatre limites de la forme:

$$\overline{\overline{T}}(z) = c_0 \overline{\overline{I}}_4 + c_1 \overline{\overline{p}} + c_2 \overline{\overline{p}}^2 + c_3 \overline{\overline{p}}^3 \quad (\text{II.26})$$

Où le  $c_j$  sont des coefficients d'expansion ( $j = 0, 1, 2, 3$ )

Dans l'analyse suivante la dépendance en temps  $\exp^{(+j\omega t)}$ , assumée pour toutes les quantités de champ, est supprimées partout [16].

- c) Elle se résume en la résolution de l'équation (II.25) par la méthode des moments où on décompose les composantes de la densité de courant du ruban en fonction de base, avec l'application de GALARKIN dans le domaine de fourrier spectral discret ce qui mène a l'obtention du système donnée au chapitre III.

### III-1) Introduction:

Ces dernières années, les matériaux complexes linéaires ont gagné beaucoup d'attention dans la communauté électromagnétique, et parmi ces matériaux les bi-anisotropiques sont bien mentionnés. Les matériaux linéaires bi-anisotropiques sont caractérisés par quatre tenseurs constitutifs indépendants [17].

### III-1-2) Les matériaux bi-anisotropiques:

Actuellement, les matériaux bi-anisotropiques artificiels attirent l'attention de beaucoup de chercheurs dans l'électromagnétique en raison de leur utilité potentielle dans de telles applications dans le domaine des micro-ondes et du système guide d'onde optique en tant que les revêtements non réfléchissants, les transformateurs de polarisation, les coupleurs directionnels, et d'autres.

Bianisotropique est conçu comme concept physique décrivant les médias électromagnétiques qui possèdent les mécanismes intrinsèques de l'accouplement magnéto-électrique. Nous proposons l'idée principale du bianisotropique comme combinaison de deux notions physiques : (a) la manipulation et (b) chiralité de champ-proche.

Les lois classiques de deux notions sont en contradiction évidente puisque l'existence de la chiralité dans l'électromagnétisme est habituellement due aux effets de la non-localité du champ [18].

### III-1-3) Milieu anisotrope :

Du point de vue de la propagation d'une onde électromagnétique, un milieu homogène est dit anisotrope quand certaines de ses propriétés vectorielles ne sont pas les mêmes dans les diverses directions qui rayonnent autour d'un point.

Un milieu anisotrope, appelé aussi milieu biréfringent, est un milieu dans lequel la polarisation induite dépend de la direction du champ électrique appliqué, ce qui entraîne que la polarisation et le champ appliqué ne sont pas forcément parallèles [19].

#### a) Tenseur de perméabilité relative:

A l'intérieur de tel matériau, la relation constitutive entre le vecteur induction électrique  $\overset{\frown}{D}$  et le vecteur de champ électrique  $\overset{\frown}{E}$  s'écrit alors:

$$\overset{\frown}{D} = \epsilon_0 [\epsilon_r] \overset{\frown}{E} \quad \text{(III-1-1)}$$

Ou  $[\epsilon_r] = \begin{pmatrix} \epsilon_{x,x} & \epsilon_{x,y} & \epsilon_{x,z} \\ \epsilon_{y,x} & \epsilon_{y,y} & \epsilon_{y,z} \\ \epsilon_{z,x} & \epsilon_{z,y} & \epsilon_{z,z} \end{pmatrix}$  est le tenseur de perméabilité relative et  $\epsilon_0$  est la perméabilité du vide.

La diagonalisation de  $[\epsilon_r]$  conduit alors à la détermination de trois valeurs possibles pour l'indice de réfraction:

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_{r,1}}, n_2 = \sqrt{\epsilon_{r,2}}, n_3 = \sqrt{\epsilon_{r,3}} \text{ Où } \epsilon_{r,1}, \epsilon_{r,2}, \epsilon_{r,3} \text{ sont des valeurs propres de la matrice } [\epsilon_r].$$

**b) Matériau isotrope:**

Les trois indices sont égaux ( $n_1=n_2=n_3=n$ ).

**c) Matériau anisotrope uniaxe:**

Deux des trois indices sont égaux

On définit alors un indice ordinaire ( $n_o=n_2=n_3$ ) et un indice extraordinaire ( $n_e=n_1$ )

- Si  $n_e > n_o$  le milieu est alors uniaxe positif.
- Si  $n_e < n_o$  le milieu est dit uniaxe négatif.

**d) Matériau anisotrope biaxes:**

Les trois indices sont différents ( $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ ).

**III-1-4) Les milieux diélectriques:**

**1) Méta matériaux:**

Les composites réalisés sont formés de plusieurs constituants et leur origine n'est pas naturel .Egalement appelés méta-matériaux, du grec méta, "qui englobe, qui dépasse", ils sont fortement hétérogène.

En électromagnétisme, le nom de méta-matériaux a été associé à des matériaux présentant un comportement non standard: permittivité diélectrique ou perméabilité magnétique négative, comportement chiral.

En effet ils sont constitués d'une matrice diélectrique ou magnétique et d'inclusion diélectriques, magnétiques, métalliques ou électronique. Ces inclusions peuvent être disposées dans la matrice soit de manière aléatoire, soit de manière ordonnée. Leur taille est généralement petite devant la longueur d'onde propagée dans le composite.

Parfois, des tailles d'inclusions très différentes sont utilisées simultanément .on dit alors que le composite est multi-échelle. La combinaison d'un milieu hétérogène, d'une structure géométrique et d'inclusions d'échelles différentes permet d'obtenir des milieux électromagnétiques isotropes, anisotropes, absorbants d'onde, réfléchissants, ou à bande interdite à la transmission de l'onde.

Pour pouvoir utiliser ces méta-matériaux, il faut connaître leurs caractéristiques radioélectriques, il s'agit de leur permittivité diélectrique et leur perméabilité magnétique en fonction de la fréquence de l'onde électromagnétique.

La modélisation est une partie importante de l'étude des composite artificiels tels que les composite chiraux, par exemple, ont été pris en compte en introduisant un paramètre de chiralité dans les relations constitutives [20].

## **2) Milieu chiral:**

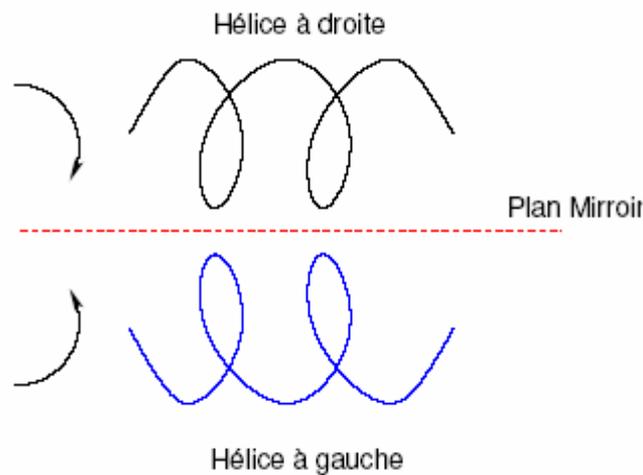
Les absorbantes micro-ondes sont en général homogènes isotropes à pertes diélectriques ou magnétique .Ils sont utilisés dans les architectures monocouches (écrans de Dallallenbach), bicouches (écrans de Salisbury par exemple) ou multicouche, suivant les performances demandées : absorption sur une large bande ou à une fréquence donnée. Depuis quelques années on observe une utilisation croissante des matériaux hétérogènes isotropes ou anisotropes. Ils consistent en une dispersion (aléatoire ou en réseau) d'inclusions (charges métalliques, diélectrique ou magnétique) de formes variées (bâtonnets, sphères, disques...) dispersées dans une matrice polymère ou céramique .Très récemment les recherches se sont portées sur de nouveaux types des matériaux hétérogènes : les matériaux chiraux.

Afin de pouvoir étudier ces nouveaux matériaux et de dégager leurs applications potentielles il est indispensable de disposer d'une connaissance précise des caractéristiques électromagnétiques de matériaux chiraux obtenus par insertion de particules chirales macroscopiques, qu'il s'agisse d'hélice diélectriques, magnétiques ou conductrices, dans une matrice, et de préciser les domaines de variation de ces caractéristiques en fonction de la fréquence [21].

## **3) Définition d'un matériau chiral:**

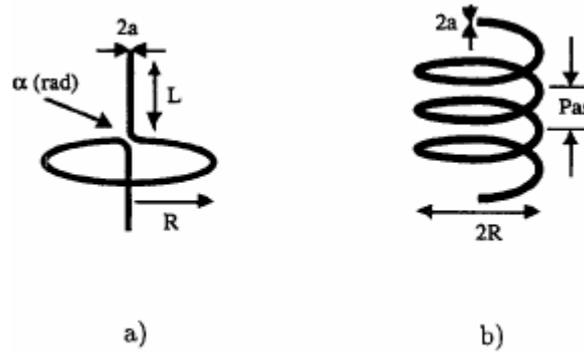
Les matériaux chiraux existent à l'état naturel; on peut citer par exemple le quartz ou les cristaux liquides ferroélectriques. Un matériau hétérogène constitué de charges chirales réparties de façon isotrope dans un liant (appelé aussi milieu hôte)

La chiralité est une notion géométrique qui concerne la latéralité d'un objet. Par définition, un objet chiral est un objet qui ne peut pas être superposé par translation ou rotation à son image issue d'un miroir (voir figure-III-1). On parle alors de latéralité droite ou gauche pour distinguer l'objet de son image la conséquence de cette propriété est connue sous le nom d'activité optique.



**Figure-III-1.** Objet et son image à travers un miroir

Les charges chirales sont des microstructures dissymétriques de taille millimétrique (Hélices à un ou plusieurs tours figure III-2.b). Ces inclusions peuvent être diélectriques, magnétique ou conductrices et leur dimension n'est pas limitée. Si leur taille reste faible devant la longueur d'onde, on peut parler de milieu effectif et définir une permittivité, une perméabilité et un coefficient de chiralité pour le composite. Dans le cas contraire, les inclusions chirales n'étant plus petites devant la longueur d'onde, le matériau chiral peut être assimilé à un ensemble de structures diffractantes et diffusantes et on ne peut plus parler de milieu effectif [21] [22] [20].



**Figure -III-2-**Quelques objet chiraux: a) hélice modèle ou hélice de jaggard,  
b) Hélice à 4 tours à enroulement à droite



**Figure III-3-** La photo du matériau chiral

Les chiraux en hyperfréquence sont principalement des composites constitués d'hélices métalliques noyées dans une matrice diélectrique.

Il y a deux modèles de candidats de ce milieu chiral qui sont [23] :

- Ø Milieu Chiroplasma : se composent des objets chiraux inclus dans un plasma.
- Ø Milieu Chiroferrite : se composent des objets chiraux inclus dans un milieu ferrite.

#### 4) Phénomène bi-anisotrope:

Cela signifie qu'en plus de la polarisabilité électro-électrique et magnéto-magnétique, il existe une polarisabilité électro-magnétique et une polarisabilité magnéto-électrique. Ces polarisabilités résultent du couplage entre les dipôles magnétiques et électriques [20].

#### 5) Relations constitutives:

Pour la plupart des matériaux électromagnétiques, la forme générale des relations constitutives qui expliquent des effets multiples résultent de l'interaction entre les ondes électromagnétiques et le matériau peut être exprimé par les relations suivantes:

$$\dot{D}_i = e_{ij} \dot{E}_j + g_{ij}^E \partial_t \dot{E}_j + x_{ijk}^E \Delta_j \dot{E}_k + b_{ij}^E \dot{B}_j + a_{ij}^E \partial_t \dot{B}_j + h_{ijk}^E \Delta_j \dot{B}_k + \dots \quad (\text{III-1-2})$$

$$\dot{H}_i = m_{ij}^{-1} \dot{B}_j + g_{ij}^B \partial_t \dot{B}_j + h_{ijk}^E \Delta_j \dot{B}_k + b_{ij}^B \dot{E}_j + a_{ij}^B \partial_t \dot{E}_j + h_{ijk}^B \Delta_j \dot{E}_k + \dots \quad (\text{III-1-3})$$

Où  $E_k$  et  $H_i$  sont des composantes de champ électrique et magnétique  $D_i$  et  $B_k$  sont des composantes d'inductions électrique et magnétique et  $e_{ij}, g_{ij}^E, x_{ijk}^E, h_{ijk}^E$  et ainsi de suite sont les tenseurs constitutifs de différent rangs; la dérivé spatiale  $\Delta_j$  et les dérivés du temps  $\partial_t$  tiennent compte des variations spatiales et temporelles du champ.

Pour les matériaux bianisotropiques, linéaires, stationnaires et dispersifs dans le domaine de fréquence peuvent être décrits par leurs relations constitutives par un ensemble d'équations comme suit:

$$\dot{D} = e_0 [e(w)] \dot{E} + \sqrt{m_0 e_0} [x(w)] \dot{H} \quad (\text{III-1-4})$$

$$\dot{B} = m_0 [m(w)] \dot{H} + \sqrt{m_0 e_0} [h(w)] \dot{E} \quad (\text{III-1-5})$$

Les équations de Maxwell ne contiennent pas en elles-mêmes la propriété de chiralité mais seulement les propriétés d'induction électrique  $D$  et magnétique  $B$  relativement au champ  $H$  et  $E$ .

La chiralité doit être considérée comme une propriété externe aux champs et propre au matériau. Pour rendre compte de l'activité optique, des modèles électromagnétiques ont été développés, caractérisant les milieux chiraux grâce aux relations constitutives.

Les milieux chiraux isotropes sont des milieux bi-isotropes réciproques. Or, un milieu est réciproque s'il vérifie certaines conditions.

Si les relations de constitutions s'écrivent

$$\dot{D} = e \dot{E} + x \dot{H} \quad (\text{III-1-6})$$

$$\dot{B} = m \dot{H} + z \dot{E} \quad (\text{III-1-7})$$

(Cas d'un matériau bi-isotrope), alors les conditions de réciprocity imposent  $x = -z$ .

Où  $e$  et  $m$  désignent les permittivités et perméabilité du matériau chiral et  $x = jg$  représente le paramètre de chiralité qui décrit le couplage entre les champs électrique et magnétique, du à la forme chirale des objets inclus dans le matériau [15] [20] [21] [22].

**6) Les différents modèles des composants utilisant des matériaux chiraux:**

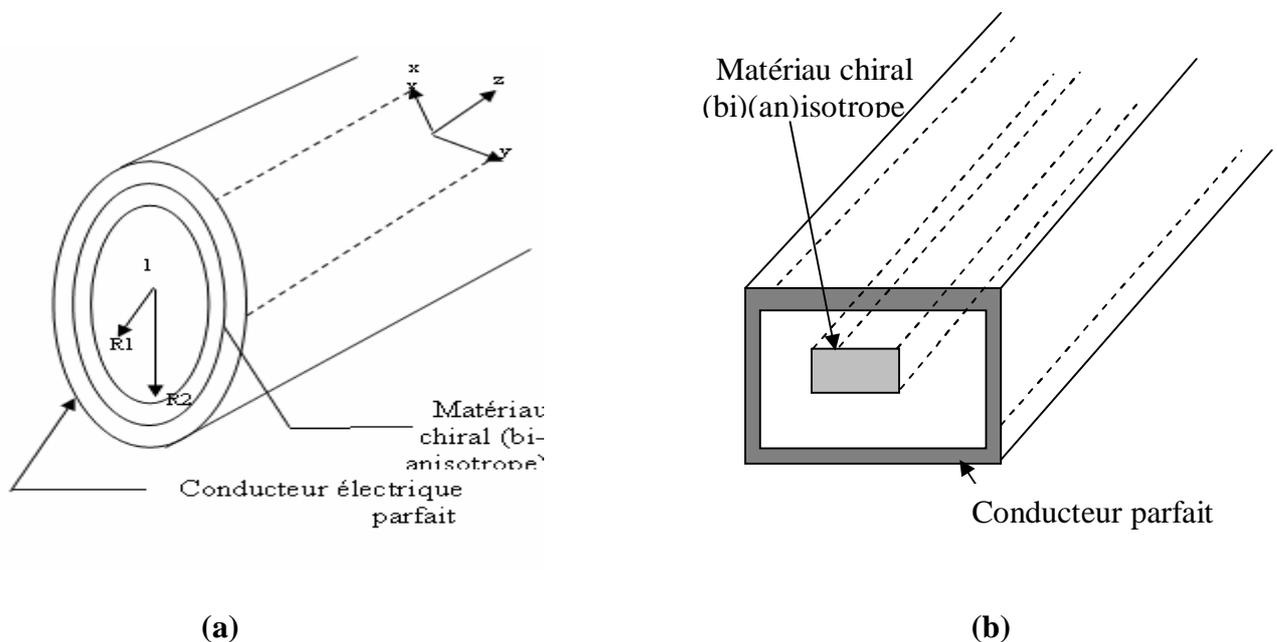
Depuis le début des années 90 beaucoup des chercheurs ont exploré les divers effets de chiralité des matériaux chiraux bi-isotropes sur la propagation, le rayonnement, et la dispersion d'onde électromagnétique.

Les ondes électromagnétiques dans des matériaux chiraux montrent quelques dispositifs très intéressants, tels que la dispersion rotatoire optique (ORD), du à la rotation de polarisation d'absorption d'onde polarisée circulairement droite et gauche.

On a proposé quelques modèles des composants employant des matériaux chiraux tels que [15]:

**a) Chiro-guide d'onde:**

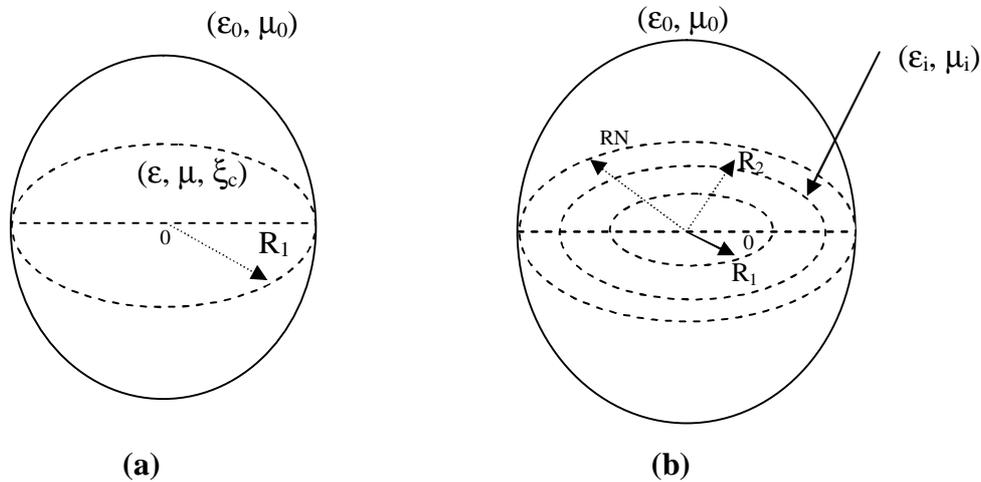
Les Chiro-guide d'ondes rectangulaires, ont été intensivement étudiés par quelques chercheurs. Les caractéristiques du mode guidé dans les Chiro-guide d'ondes sont complètement commandées par le paramètre de chiralité. Il peut affirmer que les modes ordinaires  $TE_{nm}$  électrique transversal et  $TM_{nm}$  magnétique transversal, ou les modes (TEM) électromagnétiques transversaux ne peuvent pas être soutenus dans des guides d'ondes bianisotropiques circulaires. Les modes de propagation le long de 'axe  $z$  sont toujours hybrides [15].



**Figure III-4- (a): Chiro-guide d'onde circulaire, (b) Chiro-guide d'onde rectangulaire.**

**b) Résonateurs chiraux:**

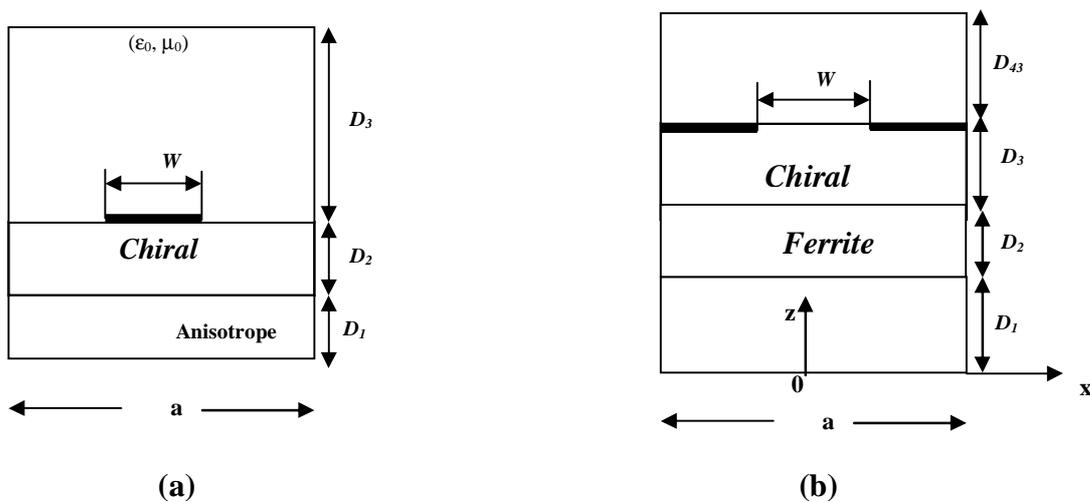
Les matériaux chiraux peuvent être employés pour produire les résonateurs diélectriques cylindriques et sphériques circulaires qui sont encore employés dans les filtres et des antennes. Comme le montre la figure (III-5) [15].



**Figure III-5 :** (a) résonateurs chiraux simple (b) résonateurs chiraux multicouches.

**c) Lignes de transmission chiro-strip:**

Un milieu chiral peut également être combiné avec d'autres matériaux, tels que des ferrites, pour former certaines lignes de transmission chiro-strip non réciproques comme indiqué par la figure (III-6). Pour étudier les caractéristiques de propagation nous avons utilisé la technique de la matrice exponentielle dans le domaine spectral, combinée avec la procédure de Galerkin (ou méthode de moments) [15].



**Figure (III-6):** a) ligne chirostrip, b) ligne à ailette unilatéral chiral-ferrite.

### III-1-5) Milieu ferrite:

Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser à des matériaux ferrimagnétiques particuliers : **les ferrites**.

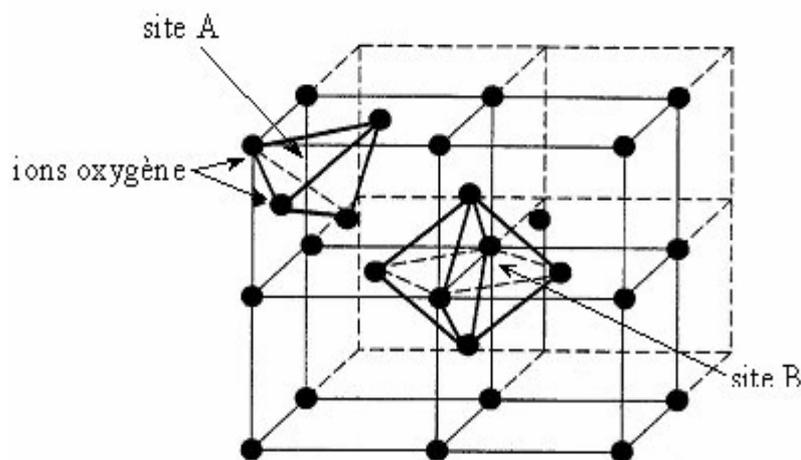
#### 1) Définition et structures :

Au départ, le terme ferrimagnétisme a été créé pour décrire l'ordre des spins ferromagnétiques intervenant dans les ferrites. Les ferrites ont une structure granulaire polycristalline : chaque grain est un cristal de ferrite. Ces matériaux ont une très faible conductibilité, ce qui favorise les interactions matière-onde électromagnétique.

Une ferrite est un oxyde magnétique de formule chimique  $Fe_2O_3MeO$  où Me représente un métal bivalent tel que Zn, Cd, Fe, Ni, Cu, Co, Mg...

Leur résistivité électrique  $\rho$  est comprise entre  $10^6$  et  $10^{10} \Omega.m$ , ce qui en fait de bons isolants, les ondes électromagnétiques peuvent donc s'y propager. Leur permittivité diélectrique relative,  $\epsilon_r$  est comprise entre 10 et 15.

La majorité des ferrites utilisées aux hyperfréquences ont une structure antispinelle. Enfin le cas des ferrites est moins simple que le cas des cristaux métalliques. En effet, l'intégrale d'échange de deux ions métalliques dans une structure ferrite est établie en tenant compte d'une interaction de ces deux ions avec les ions oxygène les séparant (théorie du super-échange) [7].



**Figure-III-7 :** Structures cristallines des ferrites

## 2) La résonance gyromagnétique :

En général, la plage du spectre électromagnétique, où les ferrites sont utilisées, est comprise entre 100 MHz et 100 GHz. A ces fréquences, un des phénomènes important exploité est la résonance gyromagnétique qui confère au matériau son aptitude à répondre différemment à une onde électromagnétique suivant sa polarisation.

De plus, elle permet de séparer les dispositifs en deux classes distinctes [7].

- Ceux qui travaillent à la résonance (isolateurs, filtres....)
- Et ceux qui travaillent hors de la résonance (circulateurs...)

### a) Description :

Soit une ferrite soumis à un champ magnétique statique  $H_0$  dirigé suivant (oz) : on suppose que ce champ est assez intense pour saturer le matériau dont l'aimantation à saturation  $M_s$  est dirigée selon (oz). On superpose à  $H_0$  un champ magnétique alternatif (champ magnétique d'une onde électromagnétique polarisée circulairement dans le plan (Oxy)) de pulsation  $\omega$  [9].

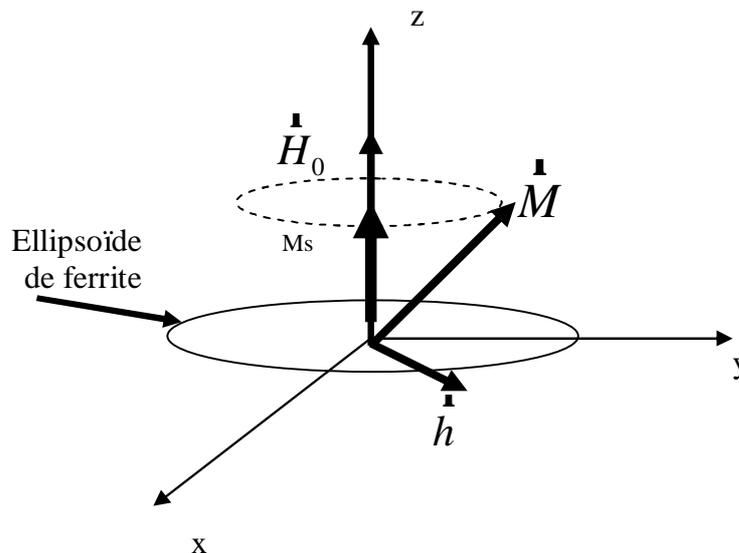


Figure III-8 : Représentation schématique de l'orientation

des vecteurs  $\vec{H}_0$ ,  $\vec{M}$ ,  $\vec{M}_s$  et  $\vec{h}$

Avant l'application du champ micro-onde, le champ qui règne à l'intérieur de la ferrite est :

$$\dot{H}_i = \dot{H}_0 - N_z \dot{M}_s \quad (\text{III-1-8})$$

Où  $N_z$  est le facteur de champ démagnétisant selon (Oz)

Après l'application du champ micro-onde, l'aimantation de la ferrite devient :

$$\dot{M} = c(\dot{H}_i + \dot{h}_i) = c\dot{H} \quad (\text{III-1-9})$$

Où  $\dot{H}$  est le champ total interne,  $\chi$  est la susceptibilité magnétique du ferrite et  $\dot{h}_i$  le champ interne au matériau, dû à l'effet du champ  $\dot{h}$  de l'onde.

En appliquant le théorème de moment cinétique aux électrons, on obtient:

$\gamma$  désigne le rapport de gyromagnétique (le rapport entre le moment cinétique et le moment magnétique)  $\dot{A}$  est le terme d'amortissement. Pour un même champ statique appliqué, l'extrémité de vecteur  $\dot{M}$  décrit un cercle en l'absence de champ micro-onde, une spirale à la fréquence de gyrorésonance et de mouvement de précession à une fréquence éloignée de la gyrorésonance.

$$\frac{1}{g} \frac{d\dot{M}}{dt} = \dot{M} \wedge (\dot{H}_i + \dot{h}_i) + \dot{A} \quad (\text{III-1-10})$$

### **b) Définition des tenseurs de Polder et de perméabilité magnétique:**

Deux notions importantes à introduire à ce stade sont les notions de tenseur de perméabilité magnétique  $\overline{\overline{m}}$  et de tenseur de susceptibilité magnétique  $\overline{\overline{c}}$ . En résolvant simultanément les équations (III-9) et (III-10) et en éliminant les composantes indépendantes du temps, on obtient les relations suivantes:

$$M_x = c_{xx} h_x + c_{xy} h_y \quad (\text{III-1-11})$$

$$M_y = c_{yx} h_x + c_{yy} h_y \quad (\text{III-1-12})$$

Nous avons donc dans la ferrite:

$$\dot{M} = \overline{\overline{c}} \dot{H} \quad (\text{III-1-13})$$

Où le tenseur  $\overline{\overline{c}}$  est aussi appelé tenseur de polder.

En général, nous utilisons la relation entre l'induction magnétique  $\overset{\bullet}{B}$  et le champ magnétique  $\overset{\bullet}{H}$  qui permet de faire intervenir le tenseur de perméabilité magnétique de la manière suivante:

$$\overset{\bullet}{B} = m_0 \overline{\overline{m}} \overset{\bullet}{H} \quad (\text{III-1-14})$$

Où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide et  $\overline{\overline{m}}$  le tenseur de perméabilité magnétique.

Ce tenseur peut s'écrire:

$$\overline{\overline{m}} = \begin{bmatrix} m_r & -jk & 0 \\ jk & m_r & 0 \\ 0 & 0 & m_{rz} \end{bmatrix} \quad (\text{III-1-15})$$

Nous verrons dans la suite les expressions des différents éléments de la matrice.

### 3) Non réciprocity dans les ferrites:

Les ferrites sont utilisées dans des circuits passifs non-réciproques. Par définition, ceci signifie, d'une part, qu'aucune amplification du signal n'a lieu (et ce, sans modification de fréquence), et d'autre part, que les propriétés du circuit dépendent de son sens d'insertion dans un dispositif micro-onde. Si ce dernier est fixe, c'est le sens de propagation de l'onde, et donc son vecteur d'onde, qui détermine le comportement de l'ensemble. C'est cette propriété qui reste la plus utilisée dans les dispositifs non-réciproques usuels.

### III-1-6). Lignes de transmissions planaires :

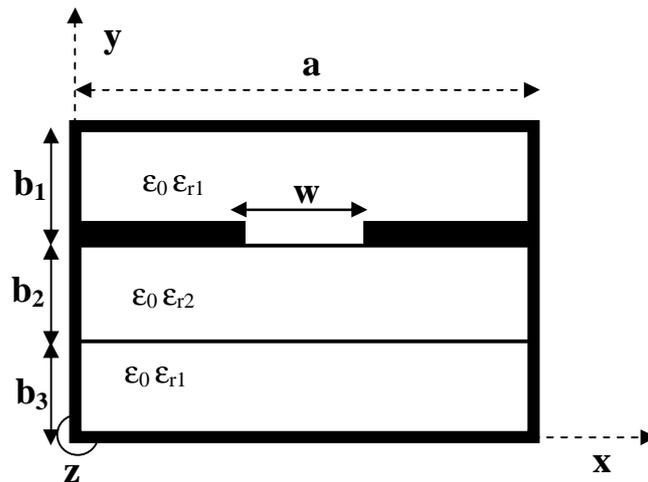
Les lignes de transmissions planaires constituent le point le plus essentiel dans les circuits MICs. Les premiers travaux concernant les lignes de transmission planaires en micro-onde ont été effectués en 1952, lorsque Grieg et Englemann ont les premiers, proposé la ligne micro-ruban qui fut utilisée comme un substitut des guides d'onde non-planaires et des câbles coaxiaux. Leur structure était hautement compacte mais à très grande rugosité. Elle ne fut pas acceptée facilement pour les utilisations microondes à cause de ses pertes importantes. A la fin des années soixante, avec la disponibilité des diélectriques dotés de hautes constantes diélectriques, des matériaux diélectriques à faibles pertes et avec la demande croissante de circuits micro-ondes miniaturisés pour les besoins de l'aérospatiale et des applications satellites, l'intensité de l'intérêt pour les circuits micro-ruban fut renouvelée. Il résulta le rapide développement de l'utilisation des lignes

micro-ruban. A cette époque, deux autres types de lignes de transmission planaires furent aussi inventés : il s'agit des lignes à fentes, et des lignes coplanaires (CPW), respectivement proposées par S. B. Cohn et par C. P. Wen . Avec la croissance des fréquences d'opération, particulièrement dans la bande des fréquences millimétriques, l'utilisation de la ligne micro-ruban traditionnelle devient problématique à cause de l'augmentation des pertes, de la présence des modes supérieures et des couplages parasites. Dans les années 1970, de nombreux efforts ont été faits pour surmonter les inconvénients de la ligne micro-ruban. Une classe de structures guide d'onde combinant une géométrie planaire et une autre non-planaire, telle celle des lignes suspendues blindées ou celle des lignes à ailettes.

La caractéristique commune de ces configurations de guide d'onde, est que l'utilisation d'un boîtier métallique enveloppant la structure guide d'onde, élimine ou adoucit les défauts propres de la ligne micro-ruban. La structure à ailette en particulier, et les lignes blindées suspendues ont été très largement utilisées pour les premiers développements de divers composants en bandes millimétriques, en technologie hybride.

**1) Ligne à ailette (finline):**

Considérons tout d'abord un guide d'onde rectangulaire particulier à l'intérieur duquel est encastré un substrat diélectrique homogène, isotrope et sans pertes, caractérisée par sa constante diélectrique  $\epsilon_{r2}$ , dont la face supérieure est métallisée partiellement par deux rubans conducteurs (ou l'un véhicule le signal électrique et l'autre joue le rôle de plan de masse) séparés par une ouverture (ou fente ) uniforme suivant l'axe oz et de largeur W comme l'indique la figure III-8 :



**Figure III-8 :** Structure d'une ligne à ailette unilatérale

Sachant que  $\epsilon_{r1}$  représente la permittivité relative de l'air ( $\epsilon_{r1}=1$ )

Il s'agit donc d'une ligne microfente suspendue et blindée appelée aussi « Finline » dont le dépôt de métallisation présente une épaisseur négligeable.

Ces deux rubans conducteurs permettent la propagation des ondes électromagnétiques « EM » en mode hybride. Par conséquent aucune des deux composantes longitudinales du champ EM n'est négligeable. Le caractère hybride de la propagation est identifié par la dépendance fréquentielle de la vitesse de phase et de l'impédance caractéristique de la ligne à ailette, mettant en évidence l'existence d'un mode dominant appelé 1<sup>ère</sup> mode d'ordre supérieur ayant une fréquence de coupure non nulle à partir de laquelle la propagation est favorisée par la ligne de transmission.

**2) Les avantages de la ligne à ailette :**

Utilisée aux ondes millimétriques

- Largeur de bande du mode fondamental est plus élevée que celle du mode guide d'onde correspondant
- Pertes d'insertion plus faible que pour les autres circuits planaires
- Pas de problème de rayonnement
- Insertion facilitée des composants actifs dans une technologie guide d'onde
- utilise la configuration du mode dominant TE<sub>10</sub>
- Champ E // x, uniforme selon y
- Compatible avec champ électrique dans la ligne à fente

Nous abordons maintenant les calculs que nous structurons selon deux parties : Dans la première, nous évaluons les valeurs propres, qui seront indispensables pour la solution de la matrice exponentielle généralisée ; en deuxième partie nous essaierons de modéliser la structure sus cité.

**III-2-1) Structure multicouche à substrat chiral bi-anisotropique:**

Pour ce cas, nous prenons les tenseurs constitutifs de la deuxième couche comme suit :

$$[e] = \begin{bmatrix} e_r & 0 & 0 \\ 0 & e_r & 0 \\ 0 & 0 & e_r \end{bmatrix}; [m] = \begin{bmatrix} m_r & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 \\ 0 & 0 & m_r \end{bmatrix}; [x] = -[h] = \begin{bmatrix} x_x & 0 & 0 \\ 0 & x_y & 0 \\ 0 & 0 & x_z \end{bmatrix} \quad \text{(III-2-1)}$$

Où les matrices des tenseurs de perméabilité, permittivité et éléments magnétoélectriques sont diagonales. Alors la matrice P devienne :

$$p = k_0 \frac{1}{D} \begin{bmatrix} -jk_y k_x x_z & j(Dx_y + k_x^2 x_z) & -jh_0 m_r k_y k_x & -jh_0 m_r (D - k_x^2) \\ -j(x_x + k_y^2 x_z) & jk_y k_x x_z & jh_0 m_r (D - k_y^2) & jh_0 k_y k_x m_r \\ jh_0^{-1} k_x k_y e_r & jh_0^{-1} e_r (D - k_x^2) & -jk_x k_y x_z & j(Dx_y + k_x^2 x_z) \\ -jh_0^{-1} e_r (D - k_y^2) & -jh_0^{-1} k_y k_x e_r & -j(Dx_x + k_y^2 x_z) & jk_y k_x x_z \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-2})$$

Avec

$$D = k_0^2 (e_r m_r + x_z^2) \quad (\text{III-2-3})$$

Alors les coefficients  $\alpha_i$  ( $i=1; 2; 3; 4$ ) de l'équation caractéristique (21) peut être également exprimé explicitement en fonctions de la matrice [p] par les relations suivantes :

$$a_1 = -tr(\overline{\overline{P}}) \quad (\text{III-2-4-a})$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} [a_1 tr(\overline{\overline{P}}) + tr(\overline{\overline{P}}^2)] \quad (\text{III-2-4-b})$$

$$a_3 = -\frac{1}{3} [a_2 tr(\overline{\overline{P}}) + a_1 tr(\overline{\overline{P}}^2) + tr(\overline{\overline{P}}^3)] \quad (\text{III-2-4-c})$$

$$a_4 = \det(\overline{\overline{P}}) \quad (\text{III-2-4-d})$$

D'après les expressions précédentes, on obtient les valeurs propres comme suit :

$$a_1 = 0 \quad (\text{III-2-4-e})$$

$$a_2 = -\left( 2 \frac{k_0^2}{D} (m_r e_r (k_s^2 - D) - D k_{cy} k_{cx} - k_{cz} (k_{cy} k_y^2 + k_x^2 k_{cx})) \right) \quad (\text{III-2-4-f})$$

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = \frac{k_0^2}{D} \left[ D k_0^2 (m_r e_r (x_x^2 + x_y^2) + x_x^2 x_y^2 + m_r^2 e_r^2) + ((k_x^2 x_x + k_y^2 x_y)^2 + m_r e_r k_s^4) \right] \\ + 2 k_0^2 \left( m_r e_r (x_z (k_x^2 x_y + k_y^2 x_x) - (k_x^2 x_x^2 + k_y^2 x_y^2) - k_s^2 m_r e_r) \right) \\ + x_x x_y x_z (k_x^2 x_x + k_y^2 x_y) \quad (\text{III-2-4-g})$$

Trouvons les valeurs propres, en appliquant l'équation  $I^4 + a_1 I^3 + a_2 I^2 + a_3 I + a_4 = 0$  et en résolvant cette équation, nous obtenons les valeurs propres suivantes :

$$\begin{aligned} I_0 &= \sqrt{-a_2' + \sqrt{d}} \\ I_1 &= i\sqrt{(a_2' + \sqrt{d})} \end{aligned} \quad (\text{III-2-5})$$

Les scalaires  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  peuvent être déterminées, en résolvant le système algébrique linéaire de Vandermode :

$$\begin{bmatrix} 1 & I_0 & I_0^2 & I_0^3 \\ 1 & I_1 & I_1^2 & I_1^3 \\ 1 & -I_0 & I_0^2 & -I_0^3 \\ 1 & -I_1 & I_1^2 & -I_1^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0(z) \\ c_1(z) \\ c_2(z) \\ c_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(I_0 z) \\ \exp(I_1 z) \\ \exp(I_2 z) \\ \exp(I_3 z) \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-6})$$

Les scalaires  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont alors trouvés comme le cas des chiral bi-isotrope. Trouvons maintenant la matrice T (solution de l'équation différentielle (12) qui lie les composantes tangentielles du champ électromagnétique des couches successives de la structure :

$$\overline{\overline{T}}(z) = c_0(z)\overline{\overline{I}} + c_1(z)\overline{\overline{P}} + c_2(z)\overline{\overline{P}}^2 + c_3(z)\overline{\overline{P}}^3 \quad (\text{III-2-7})$$

Cette forme des éléments de la matrice, est obtenue alors par une forme itérative dans une partie du programme, qui sera utilisé par la suite dans le tenseur de Green.

### III-2-2) Structure multicouche à substrat ferrite avec une magnétisation selon les trois axes:

#### a) la magnétisation selon l'axe Z:

La ferrite est magnétisée dans ce cas suivant l'axe  $Oz$ , le tenseur de perméabilité  $\overline{\overline{m}}$ , sera pris selon **Z**.

Les tenseurs d'un milieu ferrite magnétisé selon Z sont :

$$\overline{\overline{m}} = m_0 \begin{bmatrix} m & m_{xy} & 0 \\ -m_{xy} & m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \overline{\overline{e}} = e_0 e_r \overline{\overline{I}}; \overline{\overline{x}} = \overline{\overline{h}} = 0 \quad (\text{III-2-8})$$

Nous déduisons les éléments de la matrice P trouvés précédemment comme suit :

$$P = \frac{1}{D} k_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & -jh_0(-Dm_{xy} + k_x k_y) & -jh_0(Dm - k_x^2) \\ 0 & 0 & jh_0(Dm - k_y^2) & jh_0(Dm_{xy} + k_x k_y) \\ jh_0^{-1} k_x k_y e_r & jh_0^{-1} (D - k_x^2) e_r & 0 & 0 \\ -jh_0^{-1} (D - k_y^2) e_r & -jh_0^{-1} k_y k_x e_r & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-9})$$

Avec

$$D = k_0^2 e_r \quad (\text{III-2-10})$$

Pareillement à ce qui a été sus cité, nous déduisons les valeurs propres suivantes :

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{-a_2 + \sqrt{d}} \right) \quad (\text{III-2-11-a})$$

$$I_1 = i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(a_2 + \sqrt{d})} \quad (\text{III-2-11-b})$$

$$d = (m+1)^2 k_s^4 - 4m(\Delta(m + m_{eff})(\Delta + k_s^2)) \quad (\text{III-2-12})$$

$$a_2 = 2Dm - (m+1)k_s^2 \quad (\text{III-2-13})$$

$$a_4 = m(\Delta + k_s^2)(k_s^2 + m_{eff} \Delta) \quad (\text{III-2-14})$$

$$m_{eff} = \frac{(m^2 + m_{xy}^2)}{m} \quad (\text{III-2-15})$$

Dans ce cas, la forme de la matrice T (solution de l'équation différentielle, qui lie les composantes tangentielles du champ électromagnétique des couches successives de la structure) est plus simple du fait que la plus part des éléments sont nuls.

Les éléments de la matrice T sont alors comme suit :

$$\begin{aligned}
 T_{11}(z) &= c_0(z) + c_2(z)P_{11}^2 \\
 T_{12}(z) &= c_2(z)P_{12}^2 \\
 T_{13}(z) &= jh_0 \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{13} + c_3(z)P_{13}^3] \\
 T_{14}(z) &= jh_0 \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{14} + c_3(z)P_{14}^3] \\
 T_{21}(z) &= c_2(z)P_{21}^2 \\
 T_{22}(z) &= c_0(z) + c_2(z)P_{22}^2
 \end{aligned} \tag{III-2-16-a}$$

$$\begin{aligned}
 T_{23}(z) &= jh_0 \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{23} + c_3(z)P_{23}^3] \\
 T_{24}(z) &= jh_0 \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{24} + c_3(z)P_{24}^3] \\
 T_{31}(z) &= jh_0^{-1} e_r \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{31} + c_3(z)P_{31}^3] \\
 T_{32}(z) &= jh_0^{-1} e_r \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{32} + c_3(z)P_{32}^3]
 \end{aligned} \tag{III-2-16-b}$$

$$\begin{aligned}
 T_{33}(z) &= c_0(z) + c_2(z)P_{33}^2 \\
 T_{34}(z) &= c_2(z)P_{34}^2 \\
 T_{41}(z) &= jh_0^{-1} e_r \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{41} + c_3(z)P_{41}^3] \\
 T_{42}(z) &= jh_0^{-1} e_r \frac{1}{D} k_0 [c_1(z)P_{42} + c_3(z)P_{42}^3] \\
 T_{43}(z) &= c_2(z)P_{43}^2 \\
 T_{44}(z) &= c_0(z) + c_2(z)P_{44}^2
 \end{aligned} \tag{III-2-16-c}$$

Où  $P_{ij}^k$  sont les éléments de la matrice  $P$  de puissance  $k$ .

**b) la magnétisation selon l'axes y:**

Après avoir évalué la magnétisation du ferrite selon l'axe des z. En deuxième étape la ferrite est magnétisée selon la direction  $Oy$ , cependant le tenseur de perméabilité est comme suit:

$$\bar{\bar{m}} = m_0 \begin{bmatrix} m & 0 & m_{xz} \\ 0 & 1 & 0 \\ -m_{xz} & 0 & m \end{bmatrix}, \bar{\bar{e}} = e_0 e_r \bar{I}; \bar{\bar{x}} = \bar{h} = 0 \tag{III-2-17}$$

Avec

$$\Delta = k_0^2 e_r m \tag{III-2-18}$$

$$P = \frac{1}{D} k_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & -jh_0 m k_x k_y & -jh_0 (D - k_x^2 m) \\ -jk_y k_0 m_{xz} e_r & jk_x k_0 m_{xz} e_r & jh_0 m (k_0^2 e_r m_{eff} - k_y^2) & jh_0 k_x k_y m \\ jh_0^{-1} k_x k_y e_r & jh_0^{-1} (D - k_x^2) e_r & -jk_x k_0 m_{xz} e_r & 0 \\ -jh_0^{-1} (D - k_y^2) e_r & -jh_0^{-1} k_x k_y e_r & jk_y k_0 m_{zx} e_r & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-19})$$

Tenant compte des étapes de calcul des valeurs propres données précédemment, nous obtenons les valeurs des  $\lambda$  comme suit :

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{-a_2 + \sqrt{d}} \right) \quad (\text{III-2-20})$$

$$I_2 = i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_2 + \sqrt{d}}$$

Avec

$$a_2 = \frac{1}{m} \left[ -2mk_s^2 - k_y^2 (1+m) - \Delta (1+m_{eff}) \right] \quad (\text{III-2-21})$$

$$d = \frac{1}{m^2} \left[ 2mk_s^2 + k_y^2 (1-m) + \Delta (1+m_{eff}) \right]^2 + 4 \left( \frac{1}{\Delta^2} \right) k_0^4 e_r^2 \left[ (m_{eff} \Delta - mk_s^2) (\Delta - k_x^2 m) + k_y^2 m (\Delta - k_s^2) \right] \quad (\text{III-2-22})$$

Les scalaires  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  peuvent être déterminés, en résolvant le système algébrique de Vandermode et la matrice.

### c) la magnétisation selon l'axes x:

Et en dernier, dans ce cas de magnétisation, le tenseur de perméabilité est pris suivant l'axe  $Ox$  comme suit:

$$\bar{\bar{m}} = m_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & m & m_{yz} \\ 0 & -m_{yz} & m \end{bmatrix}, \bar{\bar{e}} = e_0 e_r \bar{I}; \bar{\bar{x}} = \bar{h} = 0 \quad (\text{III-2-23})$$

La matrice P sera comme suit :

$$P = \frac{1}{\Delta} k_0 \begin{bmatrix} jk_0 m k_y e_r & -jk_0 m k_x e_r & -jh_0 k_x k_y m & -jh_0 (m(\Delta - k_x^2) + k_0^2 e_r m_{yz}^2) \\ 0 & 0 & jh_0 (\Delta - k_y^2 m) & jh_0 k_x k_y m \\ jh_0^{-1} k_x k_y e_r & jh_0^{-1} (\Delta - k_x^2) e_r & 0 & jk_0 k_x k_y m e_{zz} \\ -jh_0^{-1} (\Delta - k_y^2) e_r & -jh_0^{-1} k_x k_y e_r & 0 & jk_y k_0 m e_r \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-24})$$

Les valeurs propres ont les expressions suivantes :

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-a_2 + \sqrt{d}} \quad (III-2-25)$$

$$I_1 = i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_2 + \sqrt{d}}$$

Avec

$$a_{2x} = \frac{1}{m} [-2k_s^2 m - k_x^2 (1+m) - \Delta(1+m_{eff})] \quad (III-2-26)$$

$$d = \frac{1}{m^2} \left\{ [-2k_s^2 m + k_x^2 (1-m) + \Delta(1+m_{eff})]^2 + 4[(m_{eff} \Delta - m^2 k_s^2)(\Delta - k_y^2 m) + k_x^2 m(\Delta - k_s^2)] \right\} \quad (III-2-27)$$

Où

$$m_{eff} = \left( \frac{m^2 + m_{yz}^2}{m} \right) \quad (III-2-28)$$

Les scalaires  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont sous les formes :

$$c_0(z) = -I_1 I_0 (I_1 (F_0(z) - F_2(z)) + I_0 (F_1(z) - F_3(z))) \quad (III-2-29-a)$$

$$c_1(z) = -(I_1^2 (F_0(z) + F_2(z)) + I_0^2 (F_1(z) + F_3(z))) \quad (III-2-29-b)$$

$$c_2(z) = I_0 (F_0(z) - F_2(z)) + I_1 (F_1(z) - F_3(z)) \quad (III-2-29-c)$$

$$c_3(z) = F_0(z) + F_1(z) + F_2(z) + F_3(z) \quad (III-2-29-d)$$

La notion des fonctions F est donnée dans la littérature [16]. Nous déduisons ce qui suit :

$$c_0(z) = \frac{-1}{(I_0^2 - I_1^2)} (I_1^2 (\cosh(I_0 z)) - I_0^2 (\cosh(I_1 z))) \quad (III-2-30-a)$$

$$c_1(z) = -\frac{1}{(I_0^2 - I_1^2)} \left( I_1^2 \left( \frac{\sinh(I_0 z)}{I_0} \right) - I_0^2 \left( \frac{\sinh(I_1 z)}{I_1} \right) \right) \quad (III-2-30-b)$$

$$c_2(z) = \frac{1}{(I_0^2 - I_1^2)} ((\cosh(I_0 z)) - (\cosh(I_1 z))) \quad (III-2-30-c)$$

$$c_3(z) = \frac{1}{(I_0^2 - I_1^2)} \left( \left( \frac{\sinh(I_0 z)}{I_0} \right) - \left( \frac{\sinh(I_1 z)}{I_1} \right) \right) \quad (\text{III-2-30-d})$$

Après évaluation des  $P^2$  et  $P^3$ , nous obtenons la matrice  $T_x(z)$ :

$$\begin{aligned} T_{11}(z) &= c_0(z) \bar{I} + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{11} + k_0 c_2(z) P_{11}^2 + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{11}^3 \right) \\ T_{12}(z) &= + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{12} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{12}^3 \right) \end{aligned} \quad (\text{III-2-31-a})$$

$$T_{13}(z) = \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{13} + k_0 c_2(z) P_{13}^2 + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{13}^3 \right)$$

$$T_{14}(z) = \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{14} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{14}^3 \right)$$

$$T_{21}(z) = + \frac{k_0^2}{\Delta} c_2(z) P_{21}^2 + \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{21}^3$$

$$T_{22}(z) = c_0(z) \bar{I} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_2(z) P_{22}^2 + \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{22}^3$$

$$T_{23}(z) = + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{23} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{23}^3 \right) \quad (\text{III-2-31-b})$$

$$T_{24}(z) = \frac{k_0}{\Delta} \left( -c_1(z) P_{13} + k_0 c_2(z) P_{13}^2 + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{24}^3 \right)$$

$$T_{31}(z) = + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{31} + k_0 c_2(z) P_{31}^2 + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{31}^3 \right)$$

$$T_{32}(z) = + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{32} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{32}^3 \right)$$

$$T_{33}(z) = c_0(z) \bar{I} + \frac{k_0^2}{\Delta} \left( c_2(z) P_{22}^2 - \frac{k_0}{\Delta} c_3(z) P_{22}^3 \right)$$

$$T_{34}(z) = + \frac{k_0}{\Delta} \left( c_1(z) P_{12} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_3(z) P_{12}^3 \right) \quad (\text{III-2-31-c})$$

$$\begin{aligned}
 T_{41}(z) &= +\frac{k_0}{\Delta} c_1(z) P_{41} + \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{41}^3 \\
 T_{42}(z) &= -\frac{k_0}{\Delta} c_1(z) P_{31} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_2(z) P_{31}^2 + \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{42}^3 \\
 T_{43}(z) &= -\frac{k_0^2}{\Delta} c_2(z) P_{21}^2 + \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{21}^3 \\
 T_{44}(z) &= c_0(z) \bar{I} - \frac{k_0}{\Delta} c_1(z) P_{11} + \frac{k_0^2}{\Delta} c_2(z) P_{11}^2 - \frac{k_0^3}{\Delta^2} c_3(z) P_{11}^3
 \end{aligned} \tag{III-2-31-d}$$

### III-2-3) Conditions aux limites imposées par les 3 couches:

Les champs dynamiques dans de tels médias multicouches sont des modes hybrides qui peuvent être exprimés comme superposition des modes TE et TM. Dans chaque couche diélectrique individuelle, les fonctions des champs des modes TE et TM sont produits par des solutions de l'équation scalaire de Helmholtz avec les conditions aux limites appropriés. Les deux potentiels scalaires  $H^e$ ,  $H^h$  satisfont également l'équation de Helmholtz. Dans chacun de ces milieux, L'équation de Helmholtz de grandeur scalaire est [33]:

$$\begin{aligned}
 (\Delta + k_{ci}^2) \begin{Bmatrix} \mathbf{y}^e \\ \mathbf{y}^h \end{Bmatrix} &= 0 \\
 k_{ci}^2 &= w^2 \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \\
 \Delta \mathbf{y} &= \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial^2 z}
 \end{aligned} \tag{III-2-32}$$

Le vecteur des composantes des champs  $E$  et  $H$ , est donné respectivement selon les milieux :

#### ▼ Milieu 1: $0 < z < D_1(1)$

On a les équations précédentes sous la forme matricielle suivante :

$$f^{(1)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, z) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{a}_n \mathbf{g}_0 / w \mathbf{e}_0 & j\mathbf{b} \\ -\mathbf{b} \mathbf{g}_0 / w \mathbf{e}_0 & -j\mathbf{a}_n \\ -j\mathbf{b} \coth(\mathbf{g}_0 z) & -\mathbf{a}_n \mathbf{g}_0 / w \mathbf{m}_0 \coth(\mathbf{g}_0 z) \\ j\mathbf{a}_n \coth(\mathbf{g}_0 z) & -\mathbf{b} / w \mathbf{m}_0 \coth(\mathbf{g}_0 z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{c}_1 &= c_1 \sinh(\mathbf{g}_0 z) \\
 \tilde{c}_4 &= c_4 \sinh(\mathbf{g}_0 z)
 \end{aligned} \tag{III-2-33}$$

▼ Milieu (3):

$$f^{(3)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, z) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n g_0 / w e_0 & & & j b \\ & b g_0 / w e_0 & & -j a_n \\ -j b \coth(g_0 (d^{(13)} - z)) & a_n g_0 / w m_0 \coth(g_0 (d^{(13)} - z)) & & \\ j a_n \coth(g_0 (d^{(13)} - z)) & b / w m_0 \coth(g_0 (d^{(13)} - z)) & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_2 \\ \tilde{c}_3 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{c}_2 = c_2 \sinh(g_0 (d^{(13)} - z))$$

$$\tilde{c}_3 = c_3 \sinh(g_0 (d^{(13)} - z))$$
(III-2-34)

### III-2-4) Application des conditions aux limites entre couches :

En appliquant la solution générale de la technique "Matrice exponentielle généralisée" indiquée précédemment et les conditions imposées par les deux couches enfermant le ruban conducteur ( $z=d^{(12)}$ ) on a [3] [34] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^3 \\ \tilde{E}_y^3 \\ \tilde{H}_x^3 \\ \tilde{H}_y^3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^2 \\ \tilde{E}_y^2 \\ \tilde{H}_x^2 \\ \tilde{H}_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tilde{J}_y^2 \\ \tilde{J}_x^2 \end{bmatrix}$$
(III-2-35)

D'après la technique "Matrice exponentielle généralisée", on obtient le vecteur  $f^{(3)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, z)$  en fonction de  $f^{(1)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, z)$ .

$$f^{(3)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, z) = [T(z)] f^{(1)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, d^{11})$$
(III-2-36)

Alors pour  $z=D_1$ , on a :

$$f^{(3)}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, d^{12}) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^3 \\ \tilde{E}_y^3 \\ \tilde{H}_x^3 \\ \tilde{H}_y^3 \end{bmatrix} = [T(d^{12})] \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^1 \\ \tilde{E}_y^1 \\ \tilde{H}_x^1 \\ \tilde{H}_y^1 \end{bmatrix} z = d^{12} = D_2$$
(III-2-37)

D'après les équations (III-2-33), (III-2-34), (III-2-35), (III-2-36) et(III-2-37), on obtient l'équation matricielle finale suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \\ \tilde{c}_3 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{J}_y \\ -\tilde{J}_x \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-38})$$

Donc nous pouvons déduire le tenseur de Green.

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{(3)} \\ \tilde{E}_y^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a_n g_0}{w e_0} & j b \\ -\frac{b g_0}{w e_0} & -j a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_2 \\ \tilde{c}_3 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{c}_2 = c_2 \sinh(g_0 D_4) \quad (\text{III-2-39})$$

$$\tilde{c}_3 = c_3 \sinh(g_0 D_4)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{(3)} \\ \tilde{E}_y^{(3)} \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-40})$$

### III-2-5) Résolution de l'équation par la méthode des moments :

En considérant les transformées de Fourier des composantes de la densité de courant exprimé selon les fonctions de base choisies comme nulles en dehors du ruban conducteur [33] [34] :

$$\tilde{J}_y(x) = \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{y,q} \quad (\text{III-2-41-a})$$

$$\tilde{J}_x(x) = \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{z,p} \quad (\text{III-2-41-b})$$

Ce qui mène aux équations suivantes :

$$\tilde{E}_y = G_{11}(a_n, b) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{x,p}(x) + G_{12}(a_n, b) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{y,q}(x) \quad (\text{III-2-42-a})$$

$$\tilde{E}_x = G_{21}(a_n, b) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{x,p}(x) + G_{22}(a_n, b) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{y,q}(x) \quad (\text{III-2-42-b})$$

Sachant que le champ électrique est nul que dans le ruban alors que la densité du courant est nulle en dehors du ruban, donc les produits scalaires suivants sont nuls quelque soit x :

$$\langle \tilde{E}_y, \tilde{J}_{y,q} \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} G_{11}(a_n, b) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{x,p} \tilde{J}_{y,q}^* da_n + \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} G_{12}(a_n, b) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{y,q} \tilde{J}_{y,q}^* da_n = 0 \quad (\text{III-2-43-a})$$

$$\langle \tilde{E}_x, \tilde{J}_{x,p} \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} G_{21}(a_n, b) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{x,p} \tilde{J}_{x,p}^* da_n + \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} G_{22}(a_n, b) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{y,q} \tilde{J}_{y,q}^* da_n = 0 \quad (\text{III-2-43-b})$$

En appliquant la technique de **GALERKIN** dans le domaine de Fourier spectral discret, on peut écrire le système décrit par les équations précédentes sous la forme matricielle suivante :

$$[C(b)] = \begin{bmatrix} a_1 \\ \mathbf{M} \\ a_p \\ b_1 \\ \mathbf{M} \\ b_q \end{bmatrix} \quad (\text{III-2-44})$$

Avec :

$$C_{q,p}^{1,1}(b) = \sum_n G_{11}(a_n, b) \tilde{J}_{x,p} \tilde{J}_{y,q}^* \quad (\text{III-2-45-a})$$

$$C_{q,q}^{1,2}(b) = \sum_n G_{12}(a_n, b) \tilde{J}_{y,q} \tilde{J}_{y,q}^* \quad (\text{III-2-45-b})$$

$$C_{p,p}^{2,1}(b) = \sum_n G_{21}(a_n, b) \tilde{J}_{x,p} \tilde{J}_{x,p}^* \quad (\text{III-2-45-c})$$

$$C_{p,q}^{2,2}(b) = \sum_n G_{22}(a_n, b) \tilde{J}_{y,q} \tilde{J}_{x,p}^* \quad (\text{III-2-45-d})$$

Pour que le problème posé admette une réponse, il est nécessaire que ce système linéaire homogène  $[C(b)]$  ait une solution au moins, il en résulte que son déterminant fonction de  $b$  doit être nul, ce qui fournit la valeur de la constante de propagation  $b$ , par résolution de l'équation non linéaire  $\det(b)=0$ .

Les figures (1, 2, 9, et 10) représentent l'effet de chiralité pour une structure à guide d'ondes multicouche microbande et une ligne à ailettes, qui consiste en un retardement de la propagation du mode fondamental. L'augmentation du paramètre magnétoélectrique caractérisant le chiral accentue encore le retard [29] [31].

Le signe de l'anisotrope influe sur l'apparition du mode fondamental, ce qui est illustré par les figures (3, 4, 5 et 6).

L'effet de l'épaisseur du substrat bi isotrope est donné par les figures (7) et (8), représentant un retard maximal du mode fondamental ce qui s'explique par l'effet combiné de la miniaturisation de la structure [3] [30].

En complément à cela on s'intéresse à mettre en évidence le côté pratique de la technique, exponentielle généralisée, utilisée dans notre travail.

Tout cela est une préparation pour que dans la perspective on s'intéresse également à la structure multicouche, en combinant les effets de la chiralité avec ceux de la ferrite.

Comparativement avec le cas de la ferrite, l'introduction du chiral (en agissant sur l'épaisseur du substrat ou sur le facteur de chiralité) la transmission se caractérise par le retardement du mode fondamentale, ce qui rend l'application de la structure spécifique dans la conception des lignes ou antennes.

En effet la fréquence de travail de ces structures sera plus élevée, ainsi qu'une bande passante élargie. Ce qui concorde bien avec la littérature (cas des lignes [30], cas des résonateurs [24]).

Pour le cas ferrite la comparaison a été faite entre la constante de propagation calculée dans le cas d'une ligne à ailette avec diélectrique isotrope, et celles dans le cas d'une ligne à ailette avec ferrite.

▼ D'après les allures de  $b$  et  $\left(\frac{b}{k_0}\right)^2$  on constate ce qui suit :

Ø Les Propriétés de la ferrite font apparaître trois zones dans la constante de propagation de la microbande, qui déterminent la valeur effective ou relative de la perméabilité. Le spectre des modes est distingué dans ces trois gammes de fréquence sous citées. Elles sont simplement identifiées par le signe de la perméabilité effective et relative  $\mu_{eff}$ ,  $\mu_r$ .

$$\mu_r < 0 \quad \text{pour } f = f_0.$$

$$\mu_r = 0, \mu_{eff} \text{ faible} \quad \text{pour } f = f_1 = f_0 + f_m$$

Ces zones sont (fig.11-16):

1.  $0 < f < f_0$ : La perméabilité effective tend vers des valeurs grandes en approchant à la fréquence de résonance de la ferrite, et c'est la cause de la magnétisation externe  $H_0$ . Pour ce cas c'est une région où un nombre infini des modes sont excités.

2.  $f_0 < f < f_1$ : Dans cette deuxième région les modes sont complètement arrêtés ( $\mu_{eff} < 0$ ), mais seulement un mode complexe non réciproque, dominant est possible.

3.  $f_1 < f$ : Cette région est considérée comme une région quasi-isotrope, avec des effets très faibles de la ferrite. Ce dernier comporte presque comme un matériau diélectrique [35] [36].

Ø On remarque aussi, pour une grande fréquence, la croissance de  $b$  et le rapport  $\left(\frac{b}{k_0}\right)^2$  selon la magnétisation longitudinale ou bien transversale est plus rapide que celle de la magnétisation selon l'axes  $\mathbf{z}$ . Effet du à la densité magnétique (fig.17-18).

Ø On remarque que  $b$  et le rapport  $\left(\frac{b}{k_0}\right)^2$  suivent une même allure pour les magnétisations différentes sauf aux voisinages de la fréquence de résonance de la ferrite (fig.17-18).

Ø (fig.19-21) représentent la variation de constante de propagation en fonction de la fréquence pour les trois magnétisations de la ferrite. On constate que l'augmentation de diamètre correspond à l'augmentation de constante.

En complément à cela on s'intéresse à mettre en évidence le coté pratique de la technique, exponentielle généralisée, utilisée dans notre travail. Tout cela est une préparation pour que dans la perspective on s'intéresse également à la structure multicouche, en combinant les effets de la chiralité avec ceux de la ferrite.

## *Conclusion*

La technique de la matrice exponentielle, exprimée dans le domaine spectral a été souvent utilisée pour modéliser l'interaction des ondes électromagnétiques avec les matériaux anisotropiques. C'est une technique efficace et puissante pour traiter la plupart des matériaux complexes (cas du chiroferrite) à propagation linéaire.

Les évaluations analytiques et numérique ont été effectuées sur les effets hybrides de gyrotropie (cas de la ferrite) et de chiralité afin de déduire les caractéristiques de propagation de certaines lignes, implantées sur différents substrats diélectriques (chiral, ferrite).

Comparativement au cas de la ferrite, dans le cas du chiral il n'existe que des modes propagatifs apparaissant sur toute la bande fréquentielle quelque soit la grandeur chiralité (faible ou élevé), avantage très apprécié lors d'une transmission de l'information.

Il est a souligné encore que la naissance du mode fondamentale dans le cas de ferrite et commandé par la polarisation du champ magnétique externe selon les trois axes alors que dans le cas du chiral il est commandé uniquement par la chiralité, qui est une propriété intrinsèque du substrat.

Notre objectif dans ce travail était en 1<sup>er</sup> lieu de maîtriser la technique de l'exponentielle généralisée et ses applications. Sachant qu'elle facilite nettement la caractérisation des lignes de transmission multicouches.

Nous avons entamé la simulation d'une structure implantée sur matériaux à tenseur plein, dans le but de cerner le problème dans sa globalité pour en faire de cela toute autre application envisageable particulière et possible, mais la lourdeur des calculs s'est avérée complexe. Pour ces raisons, et tenant compte du temps attribué, nous nous sommes limité à la modélisation d'une structure à quatre couches. Tout en pouvant se suffire uniquement de la modélisation d'une structure ayant trois couches. Car les résultats déduit de ce cas de structure à trois couches nous aurait pareillement, mené à une déduction par récurrence pour une modélisation d'une structure multicouche qui restera le perspectif de ce travail. Et nous laisserons également la programmation de la structure avec quatre couches, comme une perspective d'application liée à notre étude récurrente.

## *Résumé*

Dans ce travail notre étude consiste à déterminer les paramètres caractéristiques d'une ligne de transmission planaire, tels que : la constante de propagation  $b$ , et le rapport  $\left(\frac{b}{k_0}\right)^2$ . Ce travail a été mené selon la technique de la matrice exponentielle généralisée combinée avec la méthode des moments via la procédure de Galerkin.

Donc dans un premier cas nous avons modélisé une ligne planaire, implantée sur substrat chiral, caractérisé par le paramètre de chiralité.

Le deuxième cas, traite le cas d'une ligne implantée sur matériau magnétique, caractérisé par le tenseur de perméabilité, décrit selon trois anisotropies différentes :

Anisotropie suivant l'axe des  $x$ , des  $y$ , et suivant l'axe des  $z$ .

Cas à partir desquels, nous avons déterminé la constante de propagation  $b$  et le rapport  $\left(\frac{b}{k_0}\right)^2$ , en incluant une introduction sur ces matériaux, expliquant leurs définitions et propriétés.

Puis on a présenté les résultats avec interprétations et comparaisons avec ceux obtenus dans la littérature.

A la fin, ce travail est achevé avec une conclusion générale et des propositions pour les perspectives servant au suivi et au développement de ce travail.

## Abstract :

This Work is an evaluation of the constant of propagation in a shielded finline with substrate chiral which is characterized by the parameters de chirality.

Also the evaluation is performed with a magnetic material which is characterized by a permeability tensor, according three different anisotropies : anisotropy along the  $x$  axis, the  $y$  axis and the axis of  $z$ .

The propagation characteristics are investigated using the generalised exponential technique in the spectral domain combined with Galerkin's method.

Numerical calculations are performed so as to examine the combined effects of changing different variables associated with the operating frequency, slot width, gyrotropy, and chirality parameters on the dominant mode of propagation constant or effective dielectric constant.

## المخلص

في هذا العمل نقوم بحساب وتطوير ثابت الانتشار الهوائي ذو شريطين معدنيين يفصل بينهما مسافة 'و' موضوع في علبة معدنية وفق وسط كيرال معرف بمعيار كيرالتي من جهة.  
ومن جهة أخرى نقوم بوضع وسط مغناطيسي غير نظامي "لا ايزوتروب" معرف بمعيار السماحية حسب ثلاث حالات مختلفة معيار حسب المحور "س" حسب المحور "ع" حسب المحور "ص" حسب نظرية المصفوفة الاسية العامة طبق نظرية الطيف -نظرية العزوم- طريقة فالاركين.

## Références

- [1] **C. Emmanuelle**, « Propagation électromagnétique en milieu complexe du champ proche au champ lointain », *Thèse de Doctorat, soutenue le 10 Novembre 2005, Institut National de Polytechnique GRENOBLE*.
- [2] **O. Sabrina**, «Conception et prédiction des caractéristiques diélectriques des matériaux composites a deux et trois phases par la modélisation et la validation expérimentale», *Thèse de Doctorat, soutenue le 31 Janvier 2003, Université de Lyon* .
- [3] **Wen-Yan Yin, Le-Wel Li, and Mook-Seng Leong**, «Hybrid effects of gyrotropy and chirality in chiral-ferrite fin lines», *Microwave and Optical Technology Letters, Vol.25, No.1, 5 April 2000*.
- [4] **C. Zbiri**. «Etude et simulation de structures à guides d'ondes multicouches », *Mémoire de Magistère en électronique soutenue le 06 Mai 2004. Université Ferhat Abbas Sétif*.
- [5] **V. Claudine**, «Les substrats», *09 janvier 2005*.
- [6] **L. Stéphanie**, «Couches minces ferroélectriques appliquées aux dispositifs microondes accordables en fréquence», *Thèse de Doctorat, soutenue le 04 Novembre 2003. Université de Limoges*.
- [7] **V. Marc**, «Etude de dépôts de ferrite pour dispositifs intégrés micro-ondes non réciproques», *Thèse de Doctorat, soutenue le 14 Novembre 2002, Université de Limoges*.
- [8] **L. Halpern; S. Labbé**, «La théorie du micro-magnétisme. Modélisation et simulation du comportement des matériaux magnétiques», *Université de Paris*
- [9] **V. Mathieu**, «Couches minces magnétiques pour applications hyperfréquences: étude des Samarium-Cobalt et des Néodyme-Fer-Bore par pulvérisation radiofréquence magnétron », *Thèse de Doctorat, soutenue le 27 Novembre 2003, Université de Limoges*.
- [10] **M. Meliani ; M. Feham ; B.Benbakhti** ; «Analyse des structures planaires multicouches à ferrite par la méthode des éléments finis», *Université de Tlemcen, 14 Avril 2005*.
- [11] **G. Poitau**, «Contribution au développement d'un isolateur coplanaire à résonance par la méthode des Différences finies dans le domaine temporel», *Thèse de Doctorat, soutenue le 10 juillet 2002, Université de Lyon*.

- [12] **M. Vincent GOBIN**, «Adaptation d'une méthode intégrale aux calculs de diffraction en très basse fréquence», *Université de Toulouse*.
- [13] **T. Wang**, «Étude de circuits intégrés micro-ondes planaires et non planaires», *Thèse de Doctorat, soutenue le Août 1998, Université de Montréal*.
- [14] **F. Zhi-Qiang ; C. Jean Michel ; T. Gregory**, «Méthode d'Elément Finis MEF», *Université d'Evry*.
- [15] **LE-WEI LI WEN- YAN YIN**, «Complex media», *Université de Singapore, 2005, ISBN 0-471-27053-9*
- [16] **John L.Tsalamengas**, « Interaction of Electromagnetic Waves with General Bianisotropic Slabs», *IEEE Trans.on Microwave Theory and Tech, Vol. 40, n°. 10 pp 1870-1878, October 1992*.
- [17] **W. Y. Yin, G. H. Nan, and I. Wolff**, «The combined effects of Chiral operation in multilayered bianisotropic substrates», *Progress In Electromagnetics Research, PIER 20, pp153–178, 1998*.
- [18] **E.O. Kamenetskii**, « Bianisotropics and electromagnetics», *University of the Negev, Beer Sheva, 84105, Israel, 19 January 2006*.
- [19] **L. Eric**, «Mesure des indices dans un milieu anisotrope», *L3 physique, Université Joseph Fourier*.
- [20] **R.Olivier**, « Metamateriaux à base d'éléments ferromagnétiques et électriques», *Thèse de Doctorat, soutenue le 11 Septembre 2003 Université de Bretagne Occidentale*.
- [21] **F.Mariotte, B.Sauviac et J.Ph.Héliot**, «Modélisation de matériaux chiraux à structures hétérogènes (modèle MTWC) théorie validations expérimentales et applications», *J Phys. III France 5, pp 1537-1564, Octobre 1995*.
- [22] **A. Forger**, «Réciprocité des matériaux chiraux isotrope et nature du paramètre de chiralité», *J. Phys. III France 3, pp 1557-1561 20 Avril 1993*.
- [23] **F.Zurcher**, «Imagerie micro-onde de matériaux utilisant une technique de perturbation de résonateur», *CH-1015 LAUSANNE (Suisse)*.
- [24] **N. Engheta; Dwight L. Jaggard; Marek W.Koworz**; «Electromagnetic Waves in Faraday Chiral media», *IEEE Trans.on Microwave Theory and Tech, Vol.40, N°.4, pp367-374, April 1992*.
- [25] **M. Stéphane**, «Caractérisation et application de matériaux composites nanostructures à la réalisation des dispositifs hyperfréquences non réciproques », *Thèse de Doctorat, soutenue le Décembre 2003 Université de Bretagne Occidentale*.

- [26] **A. Khodja**, «Optimisation des fonctions d'essai dans la modélisation de la ligne a ailettes unilatérale par la méthode de résonance transverse», *Mémoire de Magistère soutenue le 17 Avril 2000, Université des sciences et de la Technologie, Houari Boumediene (Alger)*.
- [27] ELEC2700, « Lignes de transmission », *Hyperfréquence*, le 13 février 2002.
- [28] **P.F. Combes; R. Crampagne**, «Circuit passifs hyperfréquences éléments non réciproques à ferrite», *Technique de L'ingénieur E1* pp 404-1 à 404-8
- [29] **G. Plaza; F. Mesa; M. Horno**, «Study of the Dispersion Characteristics of Planar Chiral Lines», *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech*, Vol. 46, N°. 8, pp 1150-1157, AUGUST 1998.
- [30] **P.S. Lorenz; T. Itho**, «Spectral domain analysis of dominant and higher order modes in fin-lines», *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech*, Vol. MTT-28, N°.9, pp 981-985, Septembre 1980.
- [31] **Wen-Yen Yin, Le-Wei Li and Ingo Wolff**, «The compatible effects of gyrotropy and chirality in biaxially bianisotropic chiral – and chiroferrite - ferrite microstrip line structures», *Int .J. Numer, Model. 12*, pp 209-277 (1999).
- [32] **Michael S. Kluskens ; Edward H. Newman**, «A Microstrip Line on a Chiral Substrate », *IEEE Trans on Microwave Theory and Tech*, Vol. 39, n°. 11, pp 1898 -1891, November 1991
- [33] **T. ITOH**, «Numerical techniques for microwave and millimetre-wave passive structures» 1988.
- [34] **R.Badoual**, « Les micro-ondes »; MASSON, 1984
- [35] **M.Thériault; M. Cry**, «Les propriétés des matériaux» *Gin 300-matériaux de l'ingénieur –V.2.01*.
- [36] **A.Soydan Akyol; L.Edward Davis**, «The ferrite dielectric interface and its applications » *Department of Electrical Engineering and Electronics, UMIST, PO BOX 88, Manchester-UK*.