REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre : Série :....

MEMOIRE DE MAGISTER

Présenté par Mr. Benhamoud Redouane

Option : Micro-ondes

Thème :

Analyse par la méthode FDTD de structures guidantes contenant un substrat composite diélectrique-ferrite

Soutenu le : 25 / 11 / 2008

Examiné par le jury :

Président :	M.L. Riabi	Professeur	U.M.C
Rapporteur :	M.T. Benhabiles	M.C	U.M.C
Examinateur :	M. Bouchemat	Professeur	U.M.C
Examinateur :	A. Chaabi	Professeur	U.M.C

SOMMAIRE

Sommaire :

Remerciement	Ι
Introduction générale	II
Chapitre I : Les ferrites	
I.1. Introduction	1
I.2. Les origines électroniques du magnétisme	1
I.2.1. Le moment orbital	2
I.2.2. Le moment de spin	2
I.2.3. Le moment magnétique total	3
I.3. Température de Curie	3
I.4. Les différentes types de matériaux	4
I.4.1. Le diamagnétisme	5
I.4.2. Le paramagnétisme	6
I.4.3. Le ferromagnétisme	7
I.4.4. Antiferromagnétisme	9
I.4.5. Le ferrimagnétisme	9
I.5. Les ferrites	10
I.5.1. structure	10
I.5.2. Propriétés magnétiques	11
I.6. Domaines magnétiques et cycle d'hystérésis	12
I.6.1. Domaines magnétiques	12
I.6.2. Cycle d'hystérésis	13
I.7. La résonance gyromagnétique	15
I.7.1. Description	15
I.8. Définition des tenseurs de Polder et de perméabilité magnétique	17
I.9. La non réciprocité dans les ferrites	18
I.10. Les ferrites utilisés aux hyperfréquences	22
I.10.1. Choix du matériau	22
I.11. Les différentes catégories de ferrites	24

I.11.1. Les spinels ferrimagnétiques	24
I.11.2. Les grenats ferrimagnétiques	24
I.11.3. Les hexagonaux ferrimagnétiques	25
I.12. Conclusion	26

Chapitre II : La méthode des différences finies

II.1. Principe de la méthode			
II.2. Point de départ : les équations de Maxwell	28		
II.3. Principe des différences finies centrées	29		
II.4. La discrétisation des équations de Maxwell	30		
II.4.1. La discrétisation spatiale	30		
II.4.2. Construction du maillage	33		
II.4.3. La discrétisation temporelle	35		
II.5. Détermination du critère de stabilité	35		
II.6. Dispersion numérique	36		
II.7. Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD	36		
II.9. L'excitation	40		
II.9.1. Définition de l'excitation	40		
II.10. Différentes approche pour la FDTD	41		
II.10.1. La méthode Leapfrog (en français saut de moutons)	41		
II.10.2. La méthode ADI FDTD: (Alternating direction Implicit FDTD)	42		
II.10.3. La méthode de Crank Nicolson	46		
II.11. Conclusion	47		

Chapitre III : Modélisation de la ligne à ailettes

III.1. Introduction	48
III.2. Les valeurs propres	48
III.2.1.Approximation de la dérivée seconde et le Laplacien par les formules de	48
Taylor	
III.2.1. Le maillage	49

III.3. Les conditions aux limites				
III.4. La structure				
III.4.1. L'algorithme				
III.5. Les résultats du programme	51			
III.5.1. Pour le mode TE	51			
III.5.2. Pour le mode TM	53			
III.6. Les traitements particuliers	56			
III.6.1. Le traitement d'une interface entre deux diélectriques	56			
III. 6.1.1. Les conditions de continuités pour le champ électrique	56			
A. Les composantes normales	56			
B. Les composantes transversales	56			
III. 6.1.2. Les conditions de continuités pour le champ magnétique	56			
A. Les composantes normales	57			
B. Les composantes transversales	57			
III.6.2. Les conditions aux limites au niveau du métal (PEC)	58			
A. Les composantes transversales	58			
B. Les composantes normales	58			
C. Les pertes dans les ailettes	59			
III.7. Les paramètres de l'excitation	60			
III.8. Les ferrites	60			
III.8.1. Le tenseur de perméabilité	60			
III.8.2. La structure	67			
III.8.3. 1 ^{ere} méthode de modélisation	68			
III.8.4. Calcul de la constante de propagation	73			
III.8.5. 2 ^{eme} méthode de modélisation	77			
III.8. Conclusion	83			
Conclusion générale et perspectives				
Bibliographie				
Annexe				

<u>Remerciements</u>

Mes remerciements vont au premier lieu au bon dieu pour la force, la patience et la volonté qu'il m'a donné durant ces années d'études.

Ce travail a été effectué au laboratoire d'électromagnétisme et de télécommunication (LRET), département d'électronique, faculté des sciences de l'ingénieur, université Mentouri de Constantine, proposé et dirigé par Mr. M.T. BENHABILES Maître de conférence à l'université de Constantine que Je tiens à le remercier profondément pour avoir eu l'amabilité de me proposer un sujet intéressant, de l'avoir suivi, et de m'avoir aidé à le mener à terme grâce à ces conseils précieux et à ses interventions pertinentes.

Ce travail aurait été difficilement réalisable sans la grande compétence de Mr. Mohamed Lhadi RIABI, Professeur à l'université de Constantine que je tien à lui exprimé toute ma gratitude et ma reconnaissance de m'avoir honoré d'accepter de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Mr. M. BOUCHEMAT Professeur à l'université de Constantine, et à Mr. A. CHAABI Professeur à l'université de Constantine, pour l'intérêt porté à ce travail et en acceptant de le juger.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes amis d'études et collègues de travail pour leur soutien moral et leurs conseils précieux.

Finalement, je tiens vivement à remercier ma famille pour m'avoir aidé et encouragé durant ces années de Magister.

NTRODUCTION GENERALE

Introduction générale :

Pour répondre aux besoins actuels de développement des applications grand public et scientifiques du domaine des télécommunications, les concepteurs en hyperfréquences (ondes centimétriques et millimétriques) sont amenés à :

- élaborer des dispositifs fonctionnant à des fréquences élevées,

- faire des efforts de miniaturisation des dispositifs,

- mettre en oeuvre des technologies faible coût, en vue d'applications commerciales.

L'aimantation spontanée dans les oxydes magnétiques a été principalement observée au cours du 19^{eme} siècle. Ce n'est qu'à partir de 1930 environ que des recherches systématiques sur les ferrites ont été menées. Ces milieux présentent des compositions chimiques diverses, conduisant à des propriétés magnétiques variées, allant de celles des matériaux magnétiques doux à celles des aimants permanents. Le caractère faiblement conducteur des substances ferrimagnétiques permet une pénétration d'une onde haute fréquence (onde centimétrique ou millimétrique) dans le matériau et autorise une forte interaction entre l'onde et l'aimantation interne à la matière. La possibilité de contrôler la propagation de l'onde dans un tel milieu par l'application d'un champ magnétique statique ou alternatif, a permis la réalisation de plusieurs dispositifs hyperfréquences indispensables aux fonctions de traitement du signal (radars, télécommunications par satellites, compatibilité électromagnétique, etc.). Selon la fonction visée, les dispositifs sont réciproques (filtre, déphaseur pour antennes à balayage, etc.) ou non réciproques (circulateur, isolateur, etc..). Ces derniers constituent la catégorie principale des circuits hyperfréquences à ferrites. Ils exploitent le fait que l'onde électromagnétique se propage différemment selon son sens de propagation dans la matière ferrimagnétique aimantée.

Nous allons étudier dans le premier chapitre les ferrites, ainsi que leurs propriétés physiques qui en font des matériaux de choix pour la réalisation de certains dispositifs hyperfréquences, et nous allons voir les origines du magnétisme et les différents types de matériaux magnétiques et ces différentes catégories.

Dans le second chapitre nous allons voir la méthode FDTD qui est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temporel, nous allons voir aussi le principe de l'algorithme de Yee (1966) et comment on discrétise les équations de Maxwell, et nous allons voir aussi la condition de stabilité et les problème de dispersion numérique. Et pour terminer nous allons étudier les différentes approches de la FDTD.

Dans le chapitre trois nous allons étudier les différentes conditions aux limites et le type d'excitation que nous avons utilisé et nous allons appliquer la méthode des différences finies sur un guide d'onde rectangulaire vide et voir les performances de l'algorithme basé sur la résolution avec les valeurs propres, ensuite nous allons appliquer le programme de la FDTD sur un guide partiellement remplie de diélectrique, ensuite nous allons appliquer notre programme sur un guide d'onde qui contient du métal (les ailettes) et finalement nous allons utiliser le programme de la FDTD sur un guide d'onde ligne à ailettes avec un substrat composite de diélectrique et de ferrite pour calculer la constante de propagation avec deux algorithmes différents et voir les performances de chaque méthode.

Chapitre I

Les ferrites

I. introduction :

Les ferrites sont des céramiques à base d'oxydes métalliques dérivant de la magnétite (Fe_2O_3 , FeO), substance magnétique la plus ancienne qu'on connaît. En début de cette partie, les caractéristiques physiques spécifiques des ferrites, qui en font d'excellents candidats pour la réalisation de multiples fonctions hyperfréquences, seront exposées. Les différents types de structures cristallographiques (spinelle et grenat (structures cubiques) puis hexagonale) de ces milieux, ayant permis leur utilisation dans une gamme de fréquences étendue (typiquement entre 30 MHz et 100 GHz), seront ensuite présentés.

I.2. Les origines électroniques du magnétisme [1]

Les matériaux ferromagnétiques, sont des matériaux présentant spontanément une forte aimantation - c'est à dire une forte densité volumique de moment magnétique - à l'échelle macroscopique. Cette aimantation est essentiellement d'origine électronique. La mécanique quantique, nous apprend que les électrons possèdent tous un moment magnétique intrinsèque quantifié lié à leur nombre de spin, et un moment magnétique orbital lié à l'état de l'électron.

Dans les matériaux magnétiques, les moments magnétiques des électrons ne se compensent pas complètement, d'où l'apparition d'une aimantation au niveau atomique. Il peut alors également exister un couplage d'origine quantique ; entre les moments magnétiques atomiques, qui vont déterminer les propriétés macroscopiques du matériau considéré.

On considère ; à l'intérieur d'un atome, un électron qui tourne autour du noyau (figure I-1).



Figure (I-1) : Mouvements de l'électron

A partir de là on peut définir deux notions élémentaires qui sont : le moment orbital et le moment de spin :

I.2.1. Le moment orbital

L'électron (avec une charge e) décrit une orbite circulaire, à raison de **f** rotations par seconde.

Il est donc équivalent à un courant qui peut s'écrire sous la forme :

 $i = -e \cdot f$ (1.1)

Où : e : est la charge de l'électron $(-1,607.10^{-19} \text{ C})$,

Ce courant, circulant dans une spire confondue avec l'orbite; crée, d'après la loi d'Ampère, un moment magnétique :

 $\vec{\mu}_L = \pi \ r^2 \times i \times \vec{n} \qquad (1.2)$

Où : \vec{n} : vecteur normal orienté à la surface de la spire,

r : le rayon de l'orbite.

Le moment $\vec{\mu}_L$ est appelé le moment orbital. Ce moment est quantifié : il doit être un multiple du magnéton de Bohr défini par :

Où : m : la masse de l'électron $(9,107.10^{-31} \text{ kg})$, h : la constante de Planck $(6,62.10^{-34} \text{ J.s})$.

I.2.2. Le moment de spin

De plus, nous savons que l'électron tourne aussi sur lui-même (spin), et présente donc un moment magnétique dit moment de spin $(\vec{\mu_s})$. Ce dernier, est une propriété purement quantique des électrons, et qui n'est autre que le magnéton de Bohr défini précédemment.

I.2.3. Le moment magnétique total

Enfin, le moment magnétique total de l'atome est la somme des moments orbitaux et des moments de spin de ses électrons périphériques. La norme de ce moment peut donc s'écrire de la façon suivante :

Où J_q est le nombre quantique cinétique de l'ion :

$$\int J_{q} = |M_{L} - M_{s}|, N \le 2l + 1$$

$$\int J_{q} = M_{L} + M_{s}, N \ge 2l + 1$$

l : le nombre quantique orbital

Le nombre quantique orbital d'un ion (Comportant N électron dans sa couche externe) est :

$$M_L = \sum_{i=1}^N m_{l_i} \quad , \quad -l \le m_l \le l$$

Le nombre quantique de spin du même ion est :

$$M_s = \sum_{i=1}^N m_{s_i}$$
 , $m_s \in -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

Et g un facteur, nommé facteur de Landé. Pour les ferrites ce facteur g est très légèrement supérieur à deux.

I.3. Température de Curie [1] :

Nous allons introduire la notion de température de Curie (T_C). En définissant la susceptibilité magnétique de différents corps, Pierre Curie a observé plusieurs phénomènes (figure I-2) :

• le diamagnétisme est insensible à la température, et indépendant de l'intensité du champ,

• plus la température est élevée, plus la susceptibilité paramagnétique est petite,

• au-delà d'une certaine température critique (T_C), les matériaux ferrimagnétiques perdent leurs propriétés magnétiques caractéristiques et se comportent comme des paramagnétiques.

Ce dernier point peut s'expliquer par le fait que lorsqu'on augmente la température, on augmente aussi l'agitation thermique des atomes : ils deviennent plus mobiles et moins stables. Ainsi, dans les corps ferrimagnétiques, les fluctuations des moments magnétiques atomiques sont telles, au-delà de la température de Curie, que le corps perd toute organisation magnétique et devient aussi désordonné qu'un matériau paramagnétique.



Figure (I-2) : Comportement des matériaux en fonction de la température

I.4. Les différentes types de matériaux [2]

Tout d'abord, il est nécessaire de présenter les différentes relations décrivant un matériau magnétique soumis à un champ magnétique extérieur (H). L'induction magnétique (B) à l'intérieur du matériau est liée au champ magnétique (H), à l'aimantation (M) et à l'intensité d'aimantation (J) par la relation suivante :

 $B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 H + J(1.5)$

Où μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide $(4\pi^{-7} \text{ V.s.A}^{-1}.\text{m}^{-1})$.

Les grandeurs J et M représentent, en fait, la densité volumique de moments magnétiques dans la matière. De plus, par définition, un milieu magnétique placé dans un champ magnétique acquiert un vecteur d'aimantation M tel que :

 $M = \chi \cdot H$(1.6)

Où χ est la susceptibilité magnétique du milieu. Nous pouvons aussi exprimer la perméabilité magnétique relative du matériau à partir de cette susceptibilité :

 $\mu_r = 1 + \chi$ (1.7)

A partir des valeurs de ce paramètre χ , il est possible de définir les grands groupes de matériaux magnétiques :

- **Diamagnétiques :** $\chi < 0$, de l'ordre de -10⁻⁶,
- **Paramagnétiques :** $\chi > 0$, très dispersé et inférieur à 10^{-3} ,
- Ferromagnétiques : existence d'une aimantation spontanée ou rémanente très grande et χ est très grand et varie avec H.

Il est important de noter, que les corps ferromagnétiques deviennent paramagnétiques, au-delà d'une certaine température dite température de Curie.

À l'échelle macroscopique, on distingue cinq types de comportements lorsqu'un matériau est soumis à un champ magnétique, nous allons maintenant présenter de façon plus approfondie ces différents types de matériaux.

I.4.1. Le diamagnétisme

Le diamagnétisme est un comportement existant dans tous les matériaux, magnétiques ou non. On peut le considérer comme un effet quantique, analogue à la loi de Lenz et qui consiste en l'apparition d'un moment magnétique extrêmement faible s'opposant au champ magnétique appliqué.



Figure (I-3) : matériau diamagnétique

Le diamagnétisme, caractérise en général des substances qui ne comportent que des atomes non magnétiques. Il est définit comme étant une réaction de la matière, aux variations du champ magnétique extérieur. Il s'agit en fait, de la conséquence de l'application de la loi de Lenz à l'édifice atomique, en considérant les orbites électroniques comme des circuits dont la résistance serait nulle. L'application d'un champ, crée donc, un moment permanent dont le champ s'oppose au champ appliqué. Le calcul de cet effet, est basé sur l'utilisation du théorème de Larmor qui peut s'énoncer de la façon suivante : le mouvement des électrons d'un atome dans un champ magnétique est ; si on ne considère que le premier terme de la perturbation apportée par le champ, le même qu'en l'absence de champ, avec en plus, une précession angulaire ω telle que :

$$\omega = \gamma_L \ H = \frac{\mu_0 e}{2m} \ H \tag{1.8}$$

La valeur de γ_L correspond à 17 kilocycles par ampère par mètre.

Le sens de rotation par rapport à H se fait dans le sens positif. Le théorème de Larmor a été démontré dans le cas d'un ion en se basant sur le théorème du moment cinétique.

Il est aussi nécessaire de donner ici l'expression de la susceptibilité diamagnétique qui est :

$$\chi_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{M}{H} = -\mu_0 \frac{NZe^2}{6m} \langle r^2 \rangle \qquad (1.9)$$

Il s'agit de l'expression de Langevin corrigée par Pauli. Z représente le numéro atomique, $\langle r^2 \rangle$ est la valeur moyenne du carré de la distance des électrons au noyau, et enfin N est le nombre d'atomes par unité de volume. Nous constatons bien que χd est négatif. Cela vient du signe du courant, dû au sens de rotation des électrons.

Ce type de magnétisme, existe aussi dans les substances possédant des atomes magnétiques (cas des substances ferromagnétiques) mais, il est si faible qu'il est alors totalement masqué par la contribution des atomes magnétiques.

I.4.2. Le paramagnétisme

S'il n'existe aucun couplage entre les moments magnétiques, l'agitation thermique empêche l'alignement collectif complet des moments, sous l'effet d'un champ magnétique. L'aimantation macroscopique résultante est alignée, dans le sens du champ appliqué mais elle est extrêmement faible. On parlera alors, de comportement paramagnétique.

Tous les matériaux magnétiques peuvent présenter un comportement paramagnétique, car au-delà d'une certaine température de transition, le couplage entre moments magnétiques atomiques est détruit. Cependant, il est important de noter que le moment magnétique résultant d'un effet paramagnétique ou diamagnétique, sera absolument indétectable dans le cas de dispositifs inductifs.



Figure (I-4) : Réseau de spin d'un matériau paramagnétique

Le paramagnétisme, est un processus d'aimantation par passage d'un état désordonné à un état ordonné. Considérons un milieu contenant N atomes par unité de volume, chaque atome ayant un moment magnétique $\vec{\mu}$. Si aucun champ directeur ne vient aligner les moments, ceux-ci seront dirigés au hasard et leur résultante sera nulle.

Par contre, si un champ magnétique est appliqué dans le milieu, il va tendre à orienter les moments parallèlement à lui-même. Cette orientation est contrebalancée par l'agitation thermique, qui disperse l'orientation des moments. Le moment résultant des N atomes, est donc fonction du rapport $\frac{H}{T}$ du champ à la température absolue T.

La susceptibilité magnétique des substances paramagnétiques, a été calculée respectivement par Langevin et Brillouin. L'expression qu'ils ont obtenue est la suivante :

Où μ est le module du moment magnétique de l'atome et k la constante de Boltzmann (k=1,38.10⁻²³ J/K).

Dans cette expression C représente la constante de Curie. De plus, la relation (1.10) n'est valable que si μ H<<kT.

I.4.3. Le ferromagnétisme

Si le couplage tend à aligner les moments magnétiques de manière parallèle, on dira que le matériau est ferromagnétique. Il présentera alors une très forte aimantation macroscopique alignée, selon la direction et le sens du champ magnétique appliqué. Les éléments naturellement ferromagnétiques les plus employés, appartiennent à la période de transition 3d : ce sont le nickel, le fer et le cobalt. Quelques terres rares de la période 4f, sont également

naturellement ferromagnétiques. Au-delà de la température de Curie, le comportement sera paramagnétique.



Figure (I-5) : Réseau de spin d'un matériau ferromagnétique

Dans une substance ferromagnétique, les moments magnétiques d'atomes voisins sont parallèles entre eux (figure I-5).

Cet alignement des moments, est dû au fait qu'il existe une interaction interne, appelée champ d'échange ou champ moléculaire. Ce champ d'échange, peut être considéré comme l'équivalent d'une induction magnétique (B_E). Son intensité peut atteindre 10^3 Tesla. Dans l'approximation du champ moyen, chaque atome magnétique est donc soumis à un champ proportionnel à l'aimantation de la forme :

 $B_E = \lambda M$ (1.11)

Où λ est une constante indépendante de la température, et l'aimantation M est ; par définition, le moment magnétique par unité de volume. Donc, d'après (1.11) chaque spin subit l'aimantation moyenne due à tous les autres spins. En fait, il ne peut subir que l'influence de ses proches voisins.

En réalité, le phénomène mis en jeu est plus complexe que cela. En effet, le champ moléculaire est une approximation de l'interaction d'échange de la mécanique quantique. On montre que l'énergie d'interaction des atomes i, j portant les spins S_i, S_j possède un terme :

 $E = -2J_e S_i S_j$ (1.12)

L'équation (1.12) est appelée modèle d'Heisenberg. Cette énergie d'échange, est due à l'interaction spin spin des couches non saturées responsables des moments. Elle peut être positive, négative ou nulle, et elle dépend de la distance entre les atomes voisins comparée au

diamètre de la couche électronique responsable du moment de spin, et de l'angle entre les moments des deux atomes.

Dans l'expression (1.12), on représente l'intégrale d'échange qui est lié au recouvrement des distributions de charge des atomes i, j. C'est en fait J_e , qui est responsable de l'orientation des moments de spin. Ce terme est très sensible à la distance inter-atomique.

Il existe neuf éléments ferromagnétiques à l'état pur dans la nature : les trois éléments de transition fer, cobalt et nickel, ainsi que six terre rares (Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm).

1.4.4. Antiferromagnétisme



Figure (I-6) : Réseau de spin d'un matériau Antiferromagnétique

Si ce couplage tend à arranger les moments magnétiques de manière antiparallèle, on dira que le matériau est antiferromagnétique. Il présente une aimantation macroscopique spontanée nulle. Cependant, Au-delà d'une température T_N appelée température de Néel, le comportement sera paramagnétique.

I.4.5. Le ferrimagnétisme

Le ferrimagnétisme, peut être considéré comme un comportement intermédiaire, entre le ferromagnétisme et l'antiferromagnétisme. Les moments magnétiques se divisent en deux sous-réseaux antiparallèles qui ne se compensent pas. Il en résulte une aimantation macroscopique spontanée plus faible que dans le cas de matériaux ferromagnétiques.

Les ferrites, qui sont des oxydes de fer ferrimagnétiques, sont utilisées dans la plupart des composants discrets. Elles sont utilisées dans une très large gamme de fréquences allant de quelques Hz aux dizaines de GHz. Ici également, on obtiendra un comportement paramagnétique au-delà de la température de Curie T_c .



Figure (I-7) : Réseau de spin d'un matériau ferrimagnétique

Par définition, un matériau ferrimagnétique, est un matériau qui possède deux sous réseaux qui n'ont pas la même aimantation (figure I-7) : à l'intérieur d'un domaine, les moments de spins des atomes constituants, peuvent être opposés : le moment résultant étant positif, négatif ou nul.

Le parallélisme ou l'anti-parallélisme des moments de spin, est déterminé par la condition d'énergie d'échange minimale compte tenu de la valeur de l'intégrale d'échange. Tout ce qui a été exposé précédemment sur le ferromagnétisme, reste valable pour l'étude des matériaux ferrimagnétiques. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser à des corps ferrimagnétiques particuliers : les ferrites.

I.5. Les ferrites

I.5.1. structure [3]

Au paravent, le terme ferrimagnétisme a été créé pour décrire l'ordre des spins ferromagnétiques, intervenant dans les ferrites. Les ferrites ont une structure granulaire polycristalline : chaque grain est un cristal de ferrite. Ces matériaux, ont une très faible conductibilité, ce qui favorise les interactions matière-onde électromagnétique.

Un ferrite, est un oxyde magnétique de formule chimique Fe₂O₃MeO où Me représente un métal bivalent, tel que Zn, Cd, Fe, Ni, Cu, Co, Mg....

La structure cristalline des ferrites, est analogue à celle des spinelles de formule générale Al₂O₃MgO. La maille cristalline est formée par des ions d'oxygène, répartis suivant une maille cubique à face centrée, et des ions métalliques qui se répartissent dans les interstices laissés par les ions oxygénés.

Les interstices laissés par les ions O^{2-} , appelées sites, sont de deux sortes : sites A tétraédriques : au centre de quatre ions oxygène, sites B octaédriques : au centre de six ions oxygène.

Une maille cristalline contient 32 ions oxygène et 24 ions métalliques. Aux 32 ions oxygène correspondent 96 interstices : 64 sites A et 32 sites B. De plus, les 24 ions métalliques se répartissent entre les différents sites, suivant deux types de distribution correspondant l'une à la structure spinelle, et l'autre à la structure antispinelle ou structure inverse.

La majorité des ferrites utilisées aux hyperfréquences, ont une structure antispinelle.

Enfin, le cas des ferrites est moins simple que le cas des cristaux métalliques. En effet, l'intégrale d'échange de deux ions métalliques dans une structure ferrite, est établie en tenant compte d'une interaction de ces deux ions avec les ions oxygène les séparant (théorie du superéchange). La figure (I-8), représente schématiquement la structure cristalline des ferrites.



Figure (I-8) : Structure cristalline des ferrites.

I.5.2. Propriétés magnétiques [4]

Dans les ferrites, il existe une grande énergie d'échange entre les ions des sites A et B. Celle-ci est négative, et conduit donc à un antiparallélisme des moments μ_A et μ_B (μ_A et μ_B étant les moments des sites A et B).

S'il existe plusieurs ions magnétiques dans la composition d'un ferrite qui se répartissent entre les sites A et B, le moment total par molécule est :

 μ_{total} s'exprimant en magnétons de Bohr.

Avec :

 x_{iA} : nombre d'ions du type i par molécule sur les sites A,

 x_{iB} : nombre d'ions du type i par molécule sur les sites B,

- g_i : facteur de Landé de l'ion i,
- S_i : nombre total de spin de l'ion i.

S'il n'existe qu'une sorte d'ion ferromagnétique (Fe^{3+} par exemple), nous aurons x ions occupant des sites A et y ions occupant des sites B, avec x + y = 1. De plus, s'il existe une interaction entre les sites A et B, les moments des ions sur chacun de ces sites seront différents. Le moment moyen est donc de la forme :

Si le nombre total d'ions par unité de volume est N_1 , il existera une aimantation résultante moyenne :

$$N_1\overline{\mu} = xM_A + yM_B = M \qquad (1.21)$$

Dans l'expression (1.21), MA et MB sont différents, et ont respectivement comme expression :

Où : H : champ externe appliqué,

h_A : champ moléculaire sur les sites A,

h_B : champ moléculaire sur les sites B,

C : constante de Curie.

I.6. Domaines magnétiques et cycle d'hystérésis

I.6.1. Domaines magnétiques [5]

Un morceau de matériau ferromagnétique, n'est pas toujours spontanément aimanté : il peut présenter un moment magnétique nul. En effet, le matériau est divisé en domaines magnétiques appelés domaines de Weiss, qui sont spontanément aimantés (figure I-9).



Figure (I-9) : Aspect de la répartition des domaines dans un cristal

C'est la condition qui rend l'énergie magnétique minimale, qui est responsable de la décomposition du cristal en domaines, dont l'orientation des moments est liée aux directions de facile aimantation. D'un domaine à l'autre, la direction de l'aimantation spontanée locale, varie donc de telle sorte que le moment magnétique total de l'échantillon est nul. Ces domaines sont séparés par des parois appelées parois de Bloch.

I.6.2. Cycle d'hystérésis [2]

Le cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique, est le tracé de l'induction en fonction du champ H externe appliqué :

 $B = \mu_0(H + M) = \mu_0(1 + \chi)H = \mu H \dots (1.24)$

Souvent, on se contente de représenter M en fonction de H. Pour un matériau polycristallin non orienté, le cycle a la même forme quelle que soit la direction du champ H appliqué. Par contre, si le matériau est orienté, le cycle dépend de la direction de ce champ. La figure (1-10) ci-après, donne un exemple de cycle d'hystérésis pour un matériau aimanté.



Figure (I-10) : Cycle d'hystérésis d'un matériau aimanté [11]

Si on applique un champ à un matériau, on modifie la répartition des domaines par déplacement des parois, et il en résulte une variation de l'aimantation. Celle-ci est représentée en pointillés sur la figure (I-10), et qui est appelée courbe de première aimantation. Cette courbe, présente une décroissance de sa pente, qui finit par s'annuler.

La valeur de l'aimantation à saturation (M_S), est obtenue lorsque tous les spins sont parallèles. La pente à l'origine de cette courbe, s'appelle la perméabilité initiale du matériau.

Cette perméabilité initiale μ_i représente la valeur $\frac{\Delta M}{\Delta H}$ dans l'état démagnétisé. En fait, la courbe d'aimantation dépend beaucoup de la pureté de l'échantillon.

Si le champ varie entre deux valeurs extrêmes (-Hm, +Hm), la variation de l'aimantation n'est plus réversible, et décrit un cycle d'hystérésis.

Le champ coercitif, représente la valeur du champ à partir de laquelle le retournement des moments devient possible. Grâce à celui-ci on peut définir deux catégories de matériaux :

Les matériaux à grand champ coercitif (plusieurs centaines de kA/m), s'appellent des matériaux durs. Ils sont utilisés pour la réalisation d'aimants permanents ou d'éléments de mémoire, par opposition, les matériaux possédants une faible valeur du champ coercitif (quelques A/m), sont dits doux. Ils constituent des circuits magnétiques, pour les transformateurs ou des pièces de blindage magnétique.

A partir du tracé du cycle d'hystérésis, on peut aussi évaluer la valeur du champ d'anisotropie (voir figure I-10). En effet, c'est la valeur du champ ; pour laquelle, l'aimantation est alignée avec celui-ci lorsqu'il est dans la direction de difficile aimantation. Il indique la facilité, avec laquelle on peut faire basculer l'aimantation d'un matériau. Il s'agit d'un champ fictif, auquel correspond une énergie : c'est l'énergie d'anisotropie.

I.7. La résonance gyromagnétique [6]

En général, la plage du spectre électromagnétique ; où les ferrites sont utilisés, est comprise entre 100 MHz et 100 GHz. A ces fréquences, un des phénomènes important exploité, est la résonance gyromagnétique qui confère au matériau son aptitude à répondre différemment à une onde électromagnétique, suivant sa polarisation. De plus, elle permet de séparer les dispositifs en deux classes distinctes : ceux qui travaillent à la résonance (isolateurs, filtres...), et ceux qui travaillent hors de la résonance (circulateurs...).

I.7.1. Description

Avant toute chose, nous devons faire certaines hypothèses simplificatrices, pour pouvoir introduire la théorie qui va suivre : en l'absence de champ radiofréquence, et en présence du champ magnétique continu, à l'équilibre, M est constant dans tout le matériau. Le champ démagnétisant statique, est le même dans tout le matériau. Cela impose une forme ellipsoïdale à celui-ci, les dimensions de l'échantillon sont faibles vis à vis de la longueur d'onde du champ micro-onde excitateur, c'est à dire qu'on négligera tout effet de propagation du champ d'excitation à l'intérieur de l'échantillon, aussi bien du champ micro-onde appliqué que du champ démagnétisant créé, les champs effectifs d'anisotropie sont négligeables.

On considère alors un ferrite de forme ellipsoïdale, et aimanté à saturation par un champ magnétique statique H_z appliqué suivant une direction de facile aimantation. Le champ à l'intérieur du matériau se trouve dans la même direction et son intensité vaut :

 $H_i = H_z - N_z M_s$ (1.25)

Où N_z est le coefficient du champ démagnétisant selon Oz, et M_s l'aimantation à saturation. On superpose à H_z un champ magnétique hyperfréquence \vec{h} (he^{j ω t}), qui lui est perpendiculaire

(h<<H_z). De ce fait, un champ hyperfréquence *hi* apparaît dans le matériau et son aimantation M est alors écartée de l'axe Oz :

$$\vec{M} = \chi . (\vec{H_i} + \vec{h_i})$$
....(1.26)

Dans cette expression χ est la susceptibilité magnétique du matériau. De plus, en appliquant le théorème du moment cinétique, on obtient :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \mu_0 \vec{M} \wedge (\vec{H}_i + \vec{h}_i) + terme \ d'amortissement \ \dots \ (1.27)$$

Ainsi, l'aimantation globale décrit un mouvement de précession autour de H_z , à une fréquence f donnée (figure I-11).



Figure (I-11) : Précession de l'aimantation autour de la direction du champ magnétique

Cette fréquence f est donnée par la formule de Kittel suivante :

Où : γ est le facteur gyromagnétique, M_s est l'aimantation à saturation du matériau, Hr est la valeur du champ à la résonance, et N_x , N_y , N_z sont les facteurs démagnétisants, et dépendent de la forme de l'échantillon (**tableau I-1**).

Tableau (I-1): Valeurs des facteurs démagnétisants pour quelques échantillons [6]					
	N_X	N_{Y}	Nz	ω	
Echantillon sphérique	1/3	1/3	1/3	$\gamma \mu_0 H_r$	
Plaquette infinie suivant x et y	0	0	1	$\gamma \mu_0 (H_r - M_s)$	
Cylindre infiniment long suivant z		1/2	0	$\gamma \mu_0 (H_r + 0.5M_s)$	

A titre indicatif, la valeur du facteur gyromagnétique pour les ferrites est telle que :

$$\gamma = 2,8 \text{ MHz/Oe}$$
(1.29)

I.8. Définition des tenseurs de Polder et de perméabilité magnétique [7]

Deux notions importantes à introduire à ce stade, sont les notions de tenseur de perméabilité magnétique $\overline{\mu}$ et de tenseur de susceptibilité magnétique $\overline{\chi}$. En résolvant simultanément les équations (1.26) et (1.27), et en éliminant les composantes indépendantes du temps, on obtient les relations suivantes :

 $M_x = \chi_{xx} \cdot h_x + \chi_{xy} \cdot h_y$ (1.30)

 $M_y = \chi_{yx} \cdot h_x + \chi_{yy} \cdot h_y$ (1.31)

Nous avons donc dans le ferrite :

$$\vec{M} = \vec{\chi} \cdot \vec{H} \quad \dots \quad (1.32)$$

Où le tenseur $\overline{\chi}$ est aussi appelé tenseur de Polder.

En général, nous utilisons la relation entre l'induction magnétique \vec{B} et le champ magnétique, qui permet de faire intervenir le tenseur de perméabilité magnétique de la manière suivante :

 $\vec{B} = \mu_0 \overline{\mu_r} \vec{H}(1.33)$

Où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et $\overline{\mu_r}$ le tenseur de perméabilité magnétique. Ce tenseur peut s'écrire, sous certaines conditions sur le référentiel de la manière suivante:

	μ_r	– <i>j</i> κ	0	
$\overline{\mu_r} =$	jк	μ_r	0	(1.34)
	0	0	μ_{rz}	

I.9. La non réciprocité dans les ferrites [8]

Pour un ellipsoïde de révolution nous avons $\chi_{xy} = -\chi_{yx}$, ce qui permet de diagonaliser la matrice [M]. Une base de vecteurs propres est donnée par le vecteur unitaire de l'axe Oz, et les vecteurs unitaires du plan Oxy, tournant à la pulsation du champ hyperfréquence, l'un dans le sens positif (polarisation circulaire positive h+), l'autre en sens négatif (polarisation circulaire négative h-). Les équations (1.30) et (1.31) s'écrivent alors :

$$M_{-} = \chi_{-}.h_{-}.....(1.36)$$

Pour un matériau ferrite possédant des pertes, les expressions de χ_+ et χ_- sont décris par :

$$\chi_{\pm} = \chi'_{\pm} - j\chi''_{\pm}$$
....(1.37)

Si on néglige l'amortissement, on aura l'équation suivante :

Alors :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_{xx}) = \mu_0 (1 + \chi_{yy}) = \mu_0 (1 + \frac{\omega_0 \cdot \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}).$$
(1.39)

Sachant que : $\omega_0 = \gamma H_0$, avec ω_0 : la pulsation de précession.

et : $\omega_m = \gamma 4\pi M_s$, ω_m : pulsation de précession forcée.

Avec :
$$\begin{cases} \mu = h_x + 4\pi M_x....(1.41) \\ k = h_y + 4\pi M_y...(1.42) \end{cases}$$

Alors de (1.30) et (1.31) on a :

$$M = \begin{bmatrix} \chi \end{bmatrix} \vec{H} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \vec{H}$$
(1.43)

Et de (1.38), (1.39) et (1.40) on aura :

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{M_s}{H_0} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots (1.44)$$

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{M_s}{H_0} \cdot \frac{\omega\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots (1.45)$$

On voit que les facteurs χ_{xx} et χ_{xy} sont des susceptibilités magnétiques.

Les composants de l'induction magnétique sont :

Et depuis les équations (1.30), (1.31) et (1.44) à (1.47) on aura le tenseur de perméabilité suivant :

$$[\mu] = \begin{vmatrix} 1 + \frac{4\pi Ms}{H_0} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} & -j \frac{4\pi M_s}{H_0} \cdot \frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 0 \\ j \frac{4\pi M_s}{H_0} \cdot \frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
 (1.48)

Si on tien compte de l'amortissement, la précession cesse au bout du temps de relaxation τ . Pour tenir compte des pertes magnétiques, on écrit :

 $\mu = \mu' - j\mu''$ Où : μ'' : représente les pertes magnétiques.

On peu écrire l'équation (1.38), sous la forme :

Comme pour les autres systèmes résonnants, les pertes peuvent être calculer en mettant la pulsation de résonance complexe :

Avec α : est le facteur d'amortissement

En utilisant (1.48), (1.49) et (1.50) on aura :

$$\mu' = 1 + \frac{\omega_m}{2\omega_0} \left[\frac{(\omega + \omega_0)\omega_0 \tau^2 + 1}{(\omega + \omega_0)^2 \tau^2 + 1} + \frac{(\omega - \omega_0)\omega_0 \tau^2 + 1}{(\omega - \omega_0)^2 \tau^2 + 1} \right].$$
(1.51)

$$k' = \frac{\omega_m}{2\omega_0} \left[\frac{(\omega + \omega_0)\omega_0 \tau^2 + 1}{(\omega + \omega_0)^2 \tau^2 + 1} - \frac{(\omega - \omega_0)\omega_0 \tau^2 + 1}{(\omega - \omega_0)^2 \tau^2 + 1} \right].$$
(1.53)

$$k'' = \frac{\omega_m}{2\omega_0} \left[\frac{\omega \tau}{(\omega + \omega_0)^2 \tau^2 + 1} - \frac{\omega \tau}{(\omega - \omega_0)^2 \tau^2 + 1} \right].$$
(1.54)

Dans le cas où le champ magnétique appliqué est parallèle à la direction de propagation, il est important de connaître les valeurs de μ_+ et μ_- .

Où : La perméabilité de l'onde positive est : $\mu_{+} = \mu - k$ La perméabilité de l'onde négative est : $\mu_{-} = \mu + k$ Nous écrirons :

Où : μ'_{+} et μ'_{-} représente la perméabilité au sens courant du terme.

Et : $\mu_{+}^{"}$ et $\mu_{-}^{"}$ représente les pertes magnétiques dans le ferrite.

Dans les ferrites, nous utiliserons la largeur de raie ΔH tel que :

Où γ : est le rapport gyromagnétique.

Posant : $\chi_0 = \frac{M}{H_0}$ et on utilisant (1.51) à (1.54) et (1.57) on trouve :

$$\mu'_{+} = 1 + 4\pi\chi_{0} \frac{4(\omega - \gamma H_{0})\gamma H_{0} + \gamma^{2} \Delta H^{2}}{4(\omega - \gamma H_{0})^{2} + \gamma^{2} \Delta H^{2}} \dots (1.58)$$

$$\mu_{+}^{"} = 8\pi \chi_{0} \frac{\omega \gamma \Delta H}{4(\omega - \gamma H_{0})^{2} + \gamma^{2} \Delta H^{2}} \dots (1.59)$$

$$\mu_{-} = 1 - 4\pi \chi_{0} \frac{4(\omega - \gamma H_{0})\gamma H_{0} - \gamma^{2} \Delta H^{2}}{4(\omega - \gamma H_{0})^{2} + \gamma^{2} \Delta H^{2}} \dots (1.60)$$

$$\mu_{-}^{"} = 8\pi\chi_{0} \frac{\omega\gamma\Delta H}{4(\omega+\gamma H_{0})^{2}+\gamma^{2}\Delta H^{2}}.$$
(1.61)

La figure (I-12), représente l'évolution des quatre coefficients μ'_+ , μ'_- , $\mu''_+ et \mu''_-$, en fonction du champ magnétique continu interne, dans un matériau de ferrite, pour une fréquence donnée. Dans le cas où la polarisation de l'onde est circulaire négative, on observe que $\mu'_- \approx 1$ et que $\mu''_- \approx 0$. Cette propriété est à la base des dispositifs non réciproques, car il est possible de trouver des champs statiques H pour lesquels μ'_+ et μ'_- sont suffisamment différents et $\mu''_+ \approx \mu''_- \approx 0$.

De plus, au voisinage de la résonance, μ''_+ décrit une Lorentzienne, dont la largeur à mihauteur ; notée ΔH , caractérise par définition, les pertes magnétiques à la résonance.

Enfin, à partir de la connaissance des valeurs de μ''_+ loin de la résonance, on peut extrapoler une Lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur, notée ΔH , correspond aux pertes magnétiques hors résonance (figure I-12).



Figure (I-12) : Evolution des quatre paramètres μ^+ , μ^- , μ^+ , μ^- " [8]

I.10. Les ferrites utilisés aux hyperfréquences [9]

I.10.1. Choix du matériau

Le choix du matériau ferrite, est conditionné par les performances du dispositif que l'on souhaite réaliser. La classe des matériaux oxydes ferrimagnétiques (ou ferrites), peut être subdivisée en quatre principaux familles structurales : les spinelles MFe_2O_4 (M = Co, Ni, Zn ...) les grenats $L_3Fe_5O_{12}$ (L : terre rare ou yttrium), dont le plus connu est le grenat d'yttrium fer (YIG) $Y_3Fe_5O_{12}$ les orthoferrites $LFeO_3$ (L : terre rare ou yttrium) les ferrites hexagonaux. Les caractéristiques magnétiques de quelques ferrites, sont reportées dans le **tableau (I-2)** suivant :

Tableau (I-2) : Caractéristiques de quelques ferrites à T = 300 K [8]						
Matériau	VaFerOna	LiFe ₂ O ₂	BaFe ₁₂ O ₁₉	BaFe ₁₈ O ₂₇		
11 atomu	1 31 03012	LII 0508	(type M)	(type W)		
$M_{\rm S}(10^{-4} {\rm Wb/m^2})$	142	290	382	415		
$4\pi M_S$ (Tesla)	0,18	0,364	0,48	0,522		
$H_A (kA/m)$	4,2	36	1,35.10 ³	1,51.10 ³		
H _A (Oe)	53	450	17000	19000		

Nous allons décrire plus précisément les ferrites hexagonaux. Il en existe un grand nombre dont les plus importants sont :

l'hexaferrite de baryum de type M (BaFe₁₂³⁺O₁₉), d'anisotropie uniaxiale,

l'hexaferrite de baryum de type W (BaFe₂²⁺Fe₁₆³⁺O₂₇), d'anisotropie uniaxiale, et l'hexaferrite de baryum de type Y (Ba₂Me₂²⁺Fe₁₂³⁺O₂₂), d'anisotropie planaire,

Me étant un ion métallique divalent.

Les hexaferrites de type W, ne sont pas intéressants pour la réalisation de dispositifs hyperfréquences. En effet, ils possèdent des ions Fe^{2+} qui entraînent des pertes diélectriques importantes dans le domaine hyperfréquences.

Les composés de type Y possédant une anisotropie planaire, ne sont pas adaptés aux dispositifs dont le fonctionnement est basé sur la résonance gyromagnétique.

Les hexaferrites de type M, possèdent des valeurs d'aimantation à saturation suffisamment élevées, pour rendre leur utilisation possible au dessus de 20 GHz.

De plus, ils présentent une forte anisotropie magnétocristalline, ce qui en fait les candidats idéaux pour la réalisation de dispositifs à ferrite dans le domaine des ondes millimétriques. Selon l'application, ils sont élaborés sous forme de mono ou polycristaux. Dans le deuxième cas, la nécessité de conserver les propriétés inhérentes à la forte anisotropie, exige la réalisation de polycristaux orientés. Un autre point positif de ces matériaux, est la stabilité en température de leurs propriétés magnétiques.

I.11. Les différentes catégories de ferrites [10][11]

Pour permettre la réalisation de dispositifs utilisables de manière optimale dans une bande de fréquences micro-ondes donnée, plusieurs types de matériaux ferrimagnétiques ont dus être élaborés. Trois catégories principales de matériaux émergent : les ferrites spinels, grenats et hexagonaux. Pour chacune d'entre elles, les multiples substitutions ioniques possibles dans les sous-réseaux cristallins, ont permis ; et permettent toujours, de sélectionner et d'améliorer les propriétés des matériaux, selon l'application visée.

I.11.1. Les spinels ferrimagnétiques

Les ferrites à structure cristalline spinelle, sont principalement employés entre 3 et 30 GHz. Ils ont pour formule chimique générale $M^{2+}Y_2^{3+}O_4^{2-}$; M étant un cation bivalent (Co²⁺, Ni²⁺, Fe²⁺, Mn²⁺, Mg²⁺, Li²⁺, Zn²⁺), ménagé entre 4 ions oxygène voisins (site tétraédrique) et Y un cation trivalent (Fe³⁺, etc.) ménagé entre 6 ions oxygène voisins (site octaédrique). La plus ancienne famille, est celle du spinel de Mg, Mn qui est peu utilisée actuellement, bien que nécessitant des coûts de matière réduits, de par sa faible valeur de température de Curie (inférieure à 320°C pour Mg²⁺Fe₂³⁺O₄²⁻). Les ferrites de Nickel sont encore employées, du fait de leurs fortes aimantations à saturation et leur température de Curie, ainsi que leur bonne tenue en puissance. Les ferrites de lithium ; sont couramment utilisés, en raison également de leurs fortes aimantation à saturation et leur température de Curie mais, aussi, pour leur valeur réduite de la largeur de la raie, hors gyrorésonance (ΔH_{eff}).

I.11.2 Les grenats ferrimagnétiques

Les ferrites grenats, dont le plus connu est le grenat d'Yttrium- Fer (YIG, $Y_3Fe_5O_{12}$), ont comme formule chimique générale $M_3^{3+}Fe_5^{3+}O_{12}^{2-}$; M étant un élément des terre rares. De par leur caractère fortement isolant, ils sont les plus employés pour des applications hyperfréquences, malgré leur faible aimantation à saturation, limitant leur utilisation sensiblement entre 30 MHz et 9 GHz, leur faible température de Curie et le coût des terres rares. Ils présentent également les plus faibles pertes magnétiques (ΔH et ΔH_{eff} réduits). La présence d'un troisième site cristallographique dodécaédrique (un cation entouré de 8 ions oxygène), autorise aussi d'importantes substitutions cationiques conduisant à une multitude de propriétés statiques (Tableau I-2), et permettant de répondre à de multiples exigences technologiques. Par ailleurs, un dopage avec des ions relaxant rapidement (Co, Ho, Dy), permet aux grenats de supporter des niveaux de puissance élevés. C'est le cas de l'ion Dysprosium (Dy), qui induit très peu de pertes magnétiques additionnelles, à largeur de raie d'ondes de spin (ΔH_k) donnée.

I.11.3. Les hexagonaux ferrimagnétiques

La caractéristique principale des milieux hexagonaux ferrimagnétiques (ou hexaferrites), est d'être « durs », de par leur très fort champ d'anisotropie magnétique intrinsèque ; de 100 à 1000 fois supérieur à celui des spinels et grenats, et pouvant atteindre 35 kOe. Cette forte valeur d'anisotropie interne, conduit à une faible perméabilité initiale, mais permet avantageusement leur emploi pour la réalisation de dispositifs en ondes millimétriques, de 30 GHz jusqu'à environ 100 GHz. En effet, une valeur réduite de champ magnétique extérieur, est alors suffisante pour amener la fréquence de gyrorésonance du matériau dans cette gamme de fréquences. Les dispositifs à base d'hexaferrites fonctionnent d'ailleurs, généralement, à la rémanence du matériau. A titre de comparaison, le champ magnétique appliqué pour amener la gyrorésonance des milieux ferrites spinels ou grenats, dans cette bande de fréquences est supérieur à 20 kG. La forte énergie d'anisotropie magnétique de ces matériaux, est en partie liée à l'existence de sites à 5 ions d'oxygène entourant les ions fer, en plus des sites tétraédriques et octaédriques. Ces matériaux possèdent égabment une aimantation à saturation avoisinant 5 kG, et ont une largeur de raie de gyrorésonance (ΔH) supérieure à 50 Oe, pour une température de Curie de 450 °C. Le composé hexaferrite de base est, le ferrite de Baryum (BaFe12O19) mais de nombreux autres composés hexagonaux ferrimagnétiques à haute anisotropie existent. Il sont classés en quatre familles structurales : la structure M (type magnétoplombite), la structure W, la structure Y (type ferroxplana) et la structure Z, avec de nombreuses substitutions ioniques possibles.

I.12. CONCLUSION

Ce chapitre introductif, a permis de mettre en évidence les propriétés physiques des ferrites, utilisées pour la réalisation des dispositifs hyperfréquences (circulateurs, isolateurs, déphaseurs, etc..), garantissant le bon fonctionnement d'applications grand public et militaires, nous avons vu les origines des phénomènes du magnétisme, nous avons vu aussi les matériaux magnétique (différents de Diamagnétisme, Paramagnétisme, types Ferromagnétisme, Ferrimagnétisme, Antiferromagnétisme), nous avons vu aussi les différent catégories de ferrites (Spinels, Grenats, Hexagonaux). Face à la nécessaire évolution du secteur de télécommunication, des dispositifs aux performances toujours plus importantes (des pertes minimisées, des dispositifs miniatures, un coût de fabrication réduit et une fréquence de fonctionnement du dispositif augmentée) doivent être développés, c'est pour cette raison qu'il est primordial de modéliser ce type de matériaux.
Chapitre II

La méthode des différences finies

II.1. Principe de la méthode :

La méthode F.D.T.D (Finite Difference Time Domain) ou la méthode des différences finies dans le domaine temporel, est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temps.

Cette approche a pour but de mettre au point des méthodes de calcul permettant d'analyser la propagation d'ondes hyperfréquences dans des lignes planaires. Nous avons choisi la simulation dans le domaine temporel, selon la méthode des différences finies, car elle a l'avantage de permettre une caractérisation dans une large bande de fréquence d'une structure en une seule simulation. En appliquant la transformée de Fourier aux signaux temporels obtenus, il nous est possible de déterminer les caractéristiques du guide, notamment les paramètres de propagation, l'impédance caractéristique en fonction de la fréquence.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par Yee en 1966, la méthode consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Le schéma proposé par Yee permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée des champs électrique E et du champs magnétique H entre eux, en effet, on obtient un schéma numérique explicite permettant le calcul du champ électromagnétique dans tout le volume d'étude en fonction du temps. Les composantes des champs électriques et magnétiques sont décalées d'un demi-pas spatial et calculées de manière alternative et itérative, respectivement à des multiples pairs et impairs du demi-pas temporel. En choisissant une excitation large bande, et après transformée de Fourier, on obtient la caractérisation large bande de la structure en une seule simulation.

Plus tard, en 1975, le schéma de Yee a été généralisé par A. Taflove [14] par l'introduction des termes de conductivité électrique et magnétique autorisant le traitement des pertes.

Nous allons tout d'abord examiner dans ce chapitre, les principaux points clés de la méthode F.D.T.D : la discrétisation des équations de Maxwell aux sens des différences finies centrées, le critère de stabilité et la dispersion numérique due au maillage spatial, le traitement des motifs métalliques et des interfaces entre différentes couches diélectriques. Enfin pour analyser le comportement électromagnétique d'une structure avec le code FDTD, il faut

exciter la structure. Pour cela, nous allons examiner le choix de cette excitation, qui sera étudiée dans le cas d'un guide d'onde ligne à ailette.

II.2. Point de départ : les équations de Maxwell [14] [15]

Le point de départ de la méthode des différences finies est la forme différentielle des équations de Maxwell (2.1) et (2.2). Lorsque l'on considère un milieu linéaire, homogène, isotrope, ces équations ont la forme suivante :

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}....(2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E}....(2.2)$$

Lorsque ces équations sont projetées suivant les directions x, y et z, on obtient les équations suivantes (2.3) à (2.8) :

$$\frac{\partial Ex}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hz}{\partial y} - \frac{\partial Hy}{\partial z} \right) - \sigma Ex.$$
(2.3)

$$\frac{\partial Ey}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hx}{\partial z} - \frac{\partial Hz}{\partial x} \right) - \sigma Ey.$$
(2.4)

$$\frac{\partial Ez}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hy}{\partial x} - \frac{\partial Hx}{\partial y} \right) - \sigma Ez.$$
(2.5)

$$\frac{\partial Hx}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial Ey}{\partial z} - \frac{\partial Ez}{\partial y} \right).$$
(2.6)

$$\frac{\partial Hy}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial Ez}{\partial x} - \frac{\partial Ex}{\partial z} \right).$$
(2.7)

$$\frac{\partial Hz}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial Ex}{\partial y} - \frac{\partial Ey}{\partial z} \right).$$
(2.8)

Pour implémenter ces équations dans le programme, on doit donc les discrétiser à partir de l'approximation de la dérivée centrée.

II.3. Principe des différences finies centrées :

Prenons f(x), une fonction continue et dérivable, il est possible d'obtenir une approximation pour la dérivée au point x_0 , en se basant sur le développement en série de Taylor : le développement en série de Taylor de la différenciation à droite est donné par :

$$f(x_0 + \frac{h}{2}) = f(x_0) + \frac{h}{2}f'(x_0) + \frac{h^2}{8}f''(x_0) + \dots$$
(2.9)

Et la différenciation à gauche est donnée par :

$$f(x_0 - \frac{h}{2}) = f(x_0) - \frac{h}{2}f'(x_0) + \frac{h^2}{8}f''(x_0) - \dots$$
(2.10)

Maintenant on soustrait ces deux équations (2.9) et (2.10) et on divise par h, ce qui nous donne le résultat suivant :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \frac{h}{2}) - f(x_0 - \frac{h}{2})}{h} + O(h^2).$$
(2.11)

 $O(h^2)$: représente l'erreur d'ordre 2 commise, et qui sera négligée par la suite.

On appelle approximation centrée cette approximation de la dérivée. Les résultats qu'elle offre sont plus précis en comparaison avec ceux donnés par d'autres types d'approximations dites droits ou gauches, dont les formules (2.12) et (2.13) sont décrites respectivement cidessous :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \frac{h}{2}) - f(x_0)}{h} + O(h).$$
(2.12)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \frac{h}{2})}{h} + O(h).$$
(2.13)

On remarque que le terme O(h) qui est du premier ordre est moins précis en comparaison avec celui du deuxième ordre de la dérivée centrée. Par conséquent, on utilisera l'approximation centrée dans notre étude pour discrétiser les dérivées partielles, spatiales et temporelles présentes dans les équations de Maxwell. On calcule la dérivée centrée d'une fonction (figure II-1) au centre d'un intervalle en se basant sur les valeurs de la fonction aux extrémités.



Figure (II-1) : Point d'évaluation du calcul de la dérivée centrée

Par conséquent, les six équations de Maxwell seront exprimées sur chaque intervalle à partir de cette approximation. On peut noter que les dérivées spatiales sont liées aux dérivées temporelles. Elles feront chacune l'objet d'une discrétisation particulière, soit par rapport à l'espace, soit par rapport au temps.

II.4. La discrétisation des équations de Maxwell :

II.4.1. La discrétisation spatiale :

Abordons maintenant la façon de discrétiser les six équations de Maxwell. Pour cela, étudions l'une des six équations de Maxwell :

$$\frac{\partial \vec{H}y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{E}x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}z}{\partial x} \right)$$
(2.7)

Dans le calcul de Hy, on fait intervenir la dérivée partielle de Ex par rapport à z, donc d'après la définition de la dérivée centrée, le point où l'on calcule Hy doit se trouver au milieu d'un segment parallèle à l'axe Oz, ayant comme extrémités deux points où Ex est connu. De même, le calcule de Hy fait intervenir la dérivée partielle de Ez par rapport à x. Donc le point où l'on calcule Hy se trouve également au milieu d'un segment parallèle à Ox ayant pour

extrémités deux points où Ez est connu. En conséquence Hy représentée sur la figure (II-2), doit se trouver au milieu des deux points Ex et des deux points Ez.

Notons que les valeurs du champ électrique et du champ magnétique seront calculées en différents points du maillage. Elles seront respectivement appelées noeuds électriques et noeuds magnétiques.







<u>Figure (II-3)</u> : Disposition des noeuds électriques et des noeuds magnétiques dans le plan xOy

On vient de voir que les noeuds Hy doivent se trouver entre deux noeuds Ex et entre deux noeuds Ez, de même les noeuds Hx doivent se trouver entre deux noeuds Ez et entre deux noeuds Ey (équations (2.6) à (2.8)). Selon les équations (2.3) à (2.8), on constate également que le noeud Ey, représenté sur la figure (II-4), doit se trouver entre deux noeuds Hx et entre deux noeuds Hz. Les noeuds Ex doivent se trouver entre deux noeuds Hy et entre deux noeuds Hz. Les noeuds Ez doivent se trouver entre deux noeuds Hy et entre deux noeuds Hz.





L'arrangement des noeuds électriques et magnétiques doit donc respecter toutes ces conditions, et conduit au schéma de la maille de Yee [15] représentée par la figure (II-5) suivante :



Figure (II-5) : Cellule de YEE

Les parallélépipèdes ou mailles élémentaires constituent le volume de calcul. Afin de le représenter selon le schéma décrit précédemment, on doit construire un maillage pour la structure étudier. Précisons que dans le volume de calcul, sont toujours présents un nœud magnétique entre quatre nœuds électriques et un nœud électrique entre quatre nœuds magnétiques. Ainsi la dérivée centrée est utilisée pour toutes les dérivées spatiales présentes dans les équations de Maxwell. Pour représenter le volume de calcul, il est nécessaire de construire un maillage.

II.4.2. Construction du maillage :

Une discrétisation spatio-temporelle est nécessaire pour résoudre les équations de Maxwell (2.3) jusqu'à (2.8). La discrétisation spatiale s'effectue dans un volume nécessairement fini. Dans le cas d'un maillage régulier, les dérivées spatiales sont évaluées dans les trois directions Ox, Oy, Oz avec des incréments constants : dx, dy, dz, appelés pas spatiaux. Ces derniers sont choisis par l'utilisateur et dépendent de la plus petite longueur d'onde présente dans la bande de fréquence d'analyse et de la géométrie de la structure à étudier. Le volume de calcul est donc un parallélépipède comme le montre la figure (II-6). Il est composé de (nx.ny.nz) cellules (ou mailles) élémentaires de taille dx, dy, dz. On va associer trois noeuds électriques et trois noeuds magnétiques pour chaque cellule élémentaire. Les valeurs du champ en ces noeuds seront notées Ex(i,j,k), Ey(i,j,k), Ez(i,j,k), Hx(i,j,k), Hy(i,j,k), Hz(i,j,k) et sont représentées ci-dessous dans la maille de Yee figure (II-6) où les entiers i, j, k représentent les indices de la cellule dans le maillage et varient respectivement de 1 à nx, 1 à ny, et 1 à nz.



Figure (II-6) : Extraction d'une cellule élémentaire

La construction d'un maillage irrégulier est possible. Dans ce cas, les pas de discrétisation varient selon les directions *Ox, Oy* et *Oz*. Par conséquent, on décrira le maillage à partir de trois tableaux représentant les valeurs de ces pas.

[dx(i)] i=1:nx[dy(j)] j=1:ny[dz(k)] k=1:nz

Notons que dans ce cas, on doit prendre des précautions en raison des noeuds électriques qui ne seront plus exactement entre deux noeuds magnétiques. Quant aux noeuds magnétiques, on les trouve toujours au milieu des noeuds électriques, comme on peut le constater sur la figure (II-7). Pour ne pas s'éloigner de l'hypothèse de la dérivée centrée, la variation entre les dimensions de deux mailles voisines ne doit pas dépasser 20 % [16].



<u>Figure (II-7)</u> : Disposition des noeuds électriques et des noeuds magnétiques dans le plan xOy, pour le cas d'un maillage irrégulier

Après s'être intéressé aux problèmes de discrétisation spatiale, nous allons maintenant aborder la résolution des équations de Maxwell. Par conséquent, une discrétisation temporelle s'impose.

II.4.3. La discrétisation temporelle :

Prenons une des six équations de Maxwell; par exemple (2.7) :

$$\frac{\partial \vec{H}y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{E}x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}z}{\partial x} \right)$$
(2.7)

Elle fait apparaître dans le membre de gauche la dérivée du champ magnétique par rapport au temps, tandis que le membre de droite est considéré à un instant *t*. Si on prend en considération le principe de la dérivée centrée, on en déduit que le membre de droite (le champ électrique) doit être calculé entre deux instants successifs où on calcule le membre de gauche (le champ magnétique).

En tenant compte des six équations de Maxwell, on arrive à la conclusion que le champ électrique et le champ magnétique ne doivent pas être calculés aux mêmes instants, mais à des instants décalés.

Pour le cas d'une discrétisation temporelle uniforme, avec un pas d'échantillonnage dt, le champ électrique sera calculé pour des multiples impairs de dt/2, et le champ magnétique pour les multiples pairs de dt/2 comme le montre la figure (II-8) :



Figure (II-8) : Calcul de H à l'instant ndt et calcul de E à l'instant (n+0.5)dt

II.5. Détermination du critère de stabilité [17] :

Le critère de stabilité numérique répond à deux impératifs, l'un spatial et l'autre, numérique. En effet, les valeurs du champ en tout point du volume de calcul dépendent des valeurs obtenues aux instants précédents. Ce schéma fonctionne sous la contrainte d'un critère de stabilité reliant le pas temporel dt aux pas spatiaux dx, dy et dz.

En raison de ce critère de stabilité, l'échantillonnage numérique doit être suffisamment fin pour pouvoir suivre l'évolution temporelle du champ électromagnétique.

Par conséquent, afin qu'il n'y ait pas d'instabilités numériques, le pas de temps pour le calcul doit être plus petit que le pas de temps correspondant à la propagation de l'onde sur une maille. La détermination de celui-ci est décrite dans **l'annexe 1**. On représente la condition de stabilité par la relation suivante :

$$dt \le \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}}....(2.14)$$

Où c est la vitesse de la lumière, dx, dy, dz sont les pas de discrétisation spatiale.

Précisons que dans le cas où ce critère de stabilité n'est pas respecté, l'algorithme sera divergent. En pratique, on choisit Δt assez proche de sa valeur maximum pour réduire autant que possible le nombre d'itérations, donc la durée du calcul informatique.

II.6. Dispersion numérique [17] :

Lorsqu'un signal électromagnétique se propage dans un domaine de calcul maillé par les différences finies, il subit des transformations (distorsion, atténuation) dues, entre autres, aux effets dispersifs du maillage. Ces effets sont dus à la discrétisation qui donne une représentation approchée des signaux, mais aussi et surtout, aux précisions des formulations utilisées pour approcher les dérivées partielles. En d'autres termes, cette dispersion dépend, d'une part, de la taille de la cellule dx, dy, dz par rapport à la plus petite longueur d'onde présente dans le spectre d'analyse, et d'autre part, de l'ordre de l'erreur commise lors de l'évaluation des dérivées partielles qui figurent dans les équations de Maxwell.

En résumé, en choisissant une valeur d'incrément spatial inférieur à la valeur $\lambda/10$, il paraît juste de dire que le phénomène de dispersion est négligeable.

II.7. Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD [14][15] :

Après avoir défini les conditions de discrétisation spatiale et temporelle, on peut alors exprimer les équations aux différences finies, c'est-à-dire, la forme discrète des six équations de Maxwell. Nous venons de montrer le choix de la discrétisation spatio-temporelle des équations de Maxwell (2.3) jusqu'à (2.8) au sens des différences finies. Il s'agit de respecter ces conditions afin de déterminer les 6 équations de Maxwell sous leur forme discrète dans la cellule élémentaire (i, j, k) d'une part et dans le temps d'autre part.

 $Hx^{n+1}(i,j,k)$, $Hy^{n+1}(i,j,k)$, $Hz^{n+1}(i,j,k)$ sont les valeurs des composantes du champ magnétique appartenant à la maille (i,j,k). Elles sont calculées à l'instant (n+1)dt.

 $Ex^{n+1/2}(i, j,k)$, $Ey^{n+1/2}(i, j, k)$, $Ez^{n+1/2}(i, j, k)$ sont les valeurs des composantes du champ électrique appartenant à la maille (i,j,k), et elles sont calculées à l'instant (n+1/2)dt.

Pour les équations du champ électrique :



Pour les équations du champ magnétique :

$$\frac{Hx^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) - Hx^{n}(i, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} \right] \dots \dots (2.18)$$

$$\frac{Hy^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) - Hy^{n}(i+1/2, j, k+1/2)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \right] \dots \dots (2.19)$$

$$\frac{Hz^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) - Hz^{n}(i+1/2, j+1/2, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ex^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{Ey^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} \right] \dots \dots (2.20)$$

Le calcul des équations discrétisées de Maxwell de manière itérative permet d'obtenir l'évolution temporelle du champ électromagnétique dans l'intervalle [0 - ndt]. Pour cela, on fait varier n de 0 à *Ndt* où *N* est le nombre d'itérations total. On remarquera que les valeurs du champ électromagnétique sont nulles dans tout l'espace à l'instant t = 0. On imposera une excitation dans une certaine région de l'espace et on procèdera au calcul du champ électromagnétique pour chaque *n* dans tout le volume.

Les équations (2.18) jusqu'à (2.20) permettent d'obtenir les valeurs du champ magnétique à l'instant (n+1)dt : Hx(n+1), Hy(n+1), Hz(n+1) dans tout le volume de calcul. Par exemple, dans l'équation (II-18), le calcul de Hx à l'instant (n+1)dt fait intervenir la valeur de Hx à l'instant précédent, *ndt*, ainsi que les valeurs du champ électrique dans les quatre nouds électriques voisins, à l'instant (n+1/2)dt. Figure (II-9)



Figure (II-9) : Disposition des composantes électriques Ey, Ez pour le calcul de Hx. Schéma d'ordre 2 en espace et en temps

On remarque que l'évaluation de la composante Hx dans le maillage et à l'instant ndt, fait intervenir la même composante mais calculée à l'instant précédent et les composantes du champ électrique Ey, Ez qui l'entourent, calculées à l'instant (n+1/2)dt.

De la même façon, on pourra présenter la composante Ex et toutes les autres composantes.

Les équations (2.15) jusqu'à (2.17) permettent d'obtenir les valeurs du champ électrique à l'instant (n+1/2)dt : Ex(n+1/2), Ey(n+1/2), Ez(n+1/2) dans tout le volume de calcul. Par exemple, dans l'équation (II-15), le calcul de Ex à l'instant (n+1/2)dt fait intervenir la valeur de Ex à l'instant précédent, (n-1/2)dt, ainsi que les valeurs du champ magnétique dans les quatre noeuds magnétiques voisins, à l'instant ndt.

Cette manière dont on calcule le champ électromagnétique est très intuitive et représente très bien la réalité physique dans la mesure où la variation du champ électrique engendre une variation du champ magnétique. Ce dernier génère à son tour une variation du champ électrique, etc..

On peut noter que normalement, on doit respecter l'ordre de calcul. Cependant, on commence par le calcule de E, ensuite celui de H, puis on recommence. Notons qu'il est possible de commencer par H et que le sens dans lequel on procède aux calculs des différentes composantes électriques ou magnétiques n'est pas important. Par ailleurs, si on prend par exemple une composante Hx, on peut calculer ses valeurs pour chaque maille du volume de

calcul en le parcourant de façon aléatoire. Remarquons que ces équations ne s'appliquent qu'aux points réguliers du maillage.

Certains points nécessitent un traitement particulier, il s'agit notamment : des points d'excitation, des points appartenant à une interface entre deux diélectriques ou d'une frontière métallique.

II.9. L'EXCITATION :

II.9.1. Définition de l'excitation :

Tout système électromagnétique nécessite une excitation qui sera à l'origine de sa réponse. Cette réponse dépend autant de la nature du système que de la manière dont il est excité.

Le choix de l'excitation dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels, le type de la structure à utiliser et la bande de fréquence. L'excitation se traduira par un signal numérique qui va se propager dans la structure. Cette variation imposée à un endroit approprié du maillage, a une forme, une durée, et un emplacement particulier. Numériquement, on peut choisir une forme arbitraire pour l'excitation. On a cependant intérêt pour des problèmes de convergence des résultats, à choisir une excitation proche de la forme du champ réel dans la structure.

Il est souhaitable d'utiliser une excitation capable de remplir certaines conditions, comme une étude sur une large bande spectrale allant de zéro jusqu'à une certaine fréquence supérieure de travail, d'une durée temporelle raisonnable, continue, et facilement interprétable. A partir de toutes ces données, on peut dire que l'excitation la mieux adaptée est une Gaussienne. En effet, son expression analytique est simple, le spectre en fréquence est facilement contrôlable. Le signal est borné dans le temps, son évolution est lisse et ne présente pas de variations trop rapides, qui pourraient générer des erreurs de calcul. Le fait d'utiliser la Gaussienne permet en une simulation de connaître, en faisant une transformée de Fourier, la réponse sur une large bande de fréquence. Il est difficile dans la réalité de reproduire une telle excitation de façon expérimentale. Mais la forme choisie n'intervient que pour la simulation, comme un intermédiaire de calcul, qui permet de connaître la réponse du système sur une large bande de fréquence.

II.10. Différentes approche pour la FDTD :

Il existe trois approches différentes pour discrétisé les équations de Maxwell avec la FDTD :

II.10.1. La méthode Leapfrog (en français saut de moutons): [14][15]

On commence par les équations de Maxwell ((2.1) à (2.2)) (pour un milieu diélectrique) utiliser en page 27 paragraphe (II.2).

Apres développement du rotationel on aura les équations ((2.3) à (2.8)) obtenues en page 27 paragraphe (II.2)

Ensuite on fait une discrétisation en suivant la méthode de Kane Yee (1966), en prennent le champ magnétique \vec{H} et le champ électrique \vec{E} avec un décalage temporel de (n / 2), le champ électrique est résolu à un instant donné, ensuite c'est le champ magnétique qui est évalué. Ce processus est répété autant de fois que l'on veut, on suivant les équations ((2.15) à (2.20)) obtenues en page 36 paragraphe (II.7).

Algorithme du Leapfrog:



II.7.2. La méthode ADI FDTD : (Alternating Direction Implicit FDTD) [20]

Cette méthode a été introduite au milieu des années cinquante et a été utilisée pour la première fois dans les problèmes des ondes par "Zheng F, Chen Z et Zhang J [21]" en 1999 et ne contient pas de condition de stabilité.

A la différence entre la méthode Leapfrog avec laquelle la discrétisation se fait en une seule étape et concerne le temps entre n et (n+1), la discrétisation avec la méthode ADI se fait en deux étapes, La 1^{ere} étape concerne le temps entre n et (n+1/2) et la 2^{eme} étape concerne le temps entre (n+1/2) et (n+1)

<u>Etape 1 :</u>

$$\frac{Ex^{n+1/2}(i,j,k) - Ex^{n}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\epsilon_{0}\epsilon_{r}} \left[\frac{Hz^{n+1/2}(i,j+1,k) - Hz^{n+1/2}(i,j-1,k)}{2\Delta y} - \frac{Hy^{n}(i,j,k+1) - Hy^{n}(i,j,k-1)}{2\Delta z} \right] \dots \dots \dots (2.42)$$

$$\frac{Ez^{n+1/2}(i,j,k) - Ez^{n}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Hy^{n+1/2}(i+1,j,k) - Hy^{n+1/2}(i-1,j,k)}{2\Delta x} - \frac{Hx^{n}(i,j+1,k) - Hx^{n}(i,j-1,k)}{2\Delta y} \right] \dots \dots (2.44)$$

$$\frac{Hx^{n+1/2}(i,j,k) - Hx^{n}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i,j,k+1) - Ey^{n+1/2}(i,j,k-1)}{2\Delta z} - \frac{Ez^{n}(i,j+1,k) - Ez^{n}(i,j-1,k)}{2\Delta y} \right] \dots \dots (2.45)$$

$$\frac{Hy^{n+1/2}(i,j,k) - Hy^{n}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1,j,k) - Ez^{n+1/2}(i-1,j,k)}{2\Delta x} - \frac{Ex^{n}(i,j,k+1) - Ex^{n}(i,j,k-1)}{2\Delta z} \right] \dots \dots (2.46)$$

$$\frac{Hz^{n+1/2}(i,j,k) - Hz^{n}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\mu_{0}} \left[\frac{Ex^{n+1/2}(i,j+1,k) - Ex^{n+1/2}(i,j-1,k)}{2\Delta y} - \frac{Ey^{n}(i+1,j,k) - Ey^{n}(i-1,j,k)}{2\Delta x} \right] \dots \dots (2.47)$$

<u>Etape 2 :</u>

$$\frac{Ex^{n+1}(i,j,k) - Ex^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left[\frac{Hz^{n+1/2}(i,j+1,k) - Hz^{n+1/2}(i,j-1,k)}{2\Delta y} - \frac{Hy^{n+1}(i,j,k+1) - Hy^{n+1}(i,j,k-1)}{2\Delta z} \right] \dots \dots (2.48)$$

$$\frac{Ey^{n+1}(i,j,k) - Ey^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left[\frac{Hx^{n+1/2}(i,j,k+1) - Hx^{n+1/2}(i,j,k-1)}{2\Delta z} - \frac{Hz^{n+1}(i+1,j,k) - Hz^{n+1}(i-1,j,k)}{2\Delta x} \right] \dots \dots \dots (2.49)$$

$$\frac{Ez^{n+1}(i,j,k) - Ez^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left[\frac{Hy^{n+1/2}(i+1,j,k) - Hy^{n+1/2}(i-1,j,k)}{2\Delta x} - \frac{Hx^{n+1}(i,j+1,k) - Hx^{n+1}(i,j-1,k)}{2\Delta y} \right] \dots \dots (2.50)$$

$$\frac{Hx^{n+1}(i,j,k) - Hx^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\frac{1}{\mu_0} \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i,j,k+1) - Ey^{n+1/2}(i,j,k-1)}{2\Delta z} - \frac{Ez^{n+1}(i,j+1,k) - Ez^{n+1}(i,j-1,k)}{2\Delta y} \right]}{2\Delta y} \dots \dots (2.51)$$

$$\frac{Hy^{n+1}(i,j,k) - Hy^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1,j,k) - Ez^{n+1/2}(i-1,j,k)}{2\Delta x} - \frac{Ex^{n+1}(i,j,k+1) - Ex^{n+1}(i,j,k-1)}{2\Delta z} \right] \dots \dots (2.52)$$

$$\frac{Hz^{n+1}(i,j,k) - Hz^{n+1/2}(i,j,k)}{\Delta t/2} = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{Ex^{n+1/2}(i,j+1,k) - Ex^{n+1/2}(i,j-1,k)}{2\Delta y} - \frac{Ey^{n+1}(i+1,j,k) - Ey^{n+1}(i-1,j,k)}{2\Delta x} \right] \dots \dots (2.53)$$

Algorithme de l'ADI-FDTD:



II.10.3. La méthode de Crank Nicolson : [22][23]

Cette méthode a été introduite en 1947, et elle n'a pas aussi de condition de stabilité.

La dérivée spatiale discrétisée avec le schéma Leapfrog calcule en fait la dérivée temporelle avec un décalage d'un demi pas temporel. La méthode de Crank Nicolson corrige ce défaut en faisant une moyenne temporelle de dérivée spatiale de la manière des équations (2.54) à (2.59), On peut aussi réécrire ces équations en séparent les termes à l'instant (n + 1) de ceux à l'instant n, Ces équations peuvent s'exprimer sous la forme d'une écriture matricielle : A.Uⁿ⁺¹ = Uⁿ (schéma implicite), où Uⁿ est un vecteur dont les composantes sont les fonctions inconnues des champs *E* ou *H*, d'abord on substitue les équations (2.57) à (2.59) dans les équations (2.54) à (2.56) et quant on trouve les valeurs du champ *E*, ensuite on peu trouver les valeurs du champ *H* des équations (2.57) à (2.59).

$$\frac{Ex^{n+1}(i, j, k) - Ex^{n}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Hz^{n+1}(i, j+1/2, k) - Hz^{n+1}(i, j-1/2, k) + Hz^{n}(i, j+1/2, k) - Hz^{n}(i, j-1/2, k)}{2\Delta y} - \frac{Hy^{n+1}(i, j, k+1/2) - Hy^{n+1}(i, j, k-1/2) + Hy^{n}(i, j, k+1/2) - Hy^{n}(i, j, k-1/2)}{2\Delta z} \right] \dots (2.54)$$

$$\frac{Ey^{n+1}(i, j, k) - Ey^{n}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Hx^{n+1}(i, j, k+1/2) - Hx^{n+1}(i, j, k-1/2) + Hx^{n}(i, j, k+1/2) - Hx^{n}(i, j, k-1/2)}{2\Delta z} - \frac{Hz^{n+1}(i+1/2, j, k) - Hz^{n+1}(i-1/2, j, k) + Hz^{n}(i+1/2, j, k) - Hz^{n}(i-1/2, j, k)}{2\Delta x} \right] \dots \dots (2.55)$$

$$\frac{Ez^{n+1}(i,j,k) - Ez^{n}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Hy^{n+1}(i+1/2,j,k) - Hy^{n+1}(i-1/2,j,k) + Hy^{n}(i+1/2,j,k) - Hy^{n}(i-1/2,j,k)}{2\Delta x} - \frac{Hx^{n+1}(i,j+1/2,k) - Hx^{n+1}(i,j-1/2,k) + Hx^{n}(i,j+1/2,k) - Hx^{n}(i,j-1/2,k)}{2\Delta y} \right] \dots (2.56)$$

$$\frac{Hx^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) - Hx^{n}(i, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_{0}\epsilon_{r}} \left[\frac{Ey^{n+1}(i, j, k+1) - Ey^{n+1}(i, j, k-1) + Ey^{n}(i, j, k+1) - Ey^{n}(i, j, k-1)}{2\Delta z} - \frac{Ez^{n+1}(i, j+1, k) - Ez^{n+1}(i, j-1, k) + Ez^{n}(i, j+1, k) - Ez^{n}(i, j-1, k)}{2\Delta y} \right] \dots \dots (2.57)$$

$$\frac{Hy^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) - Hy^{n}(i+1/2, j, k+1/2)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Ey^{n+1}(i, j, k+1) - Ey^{n+1}(i, j, k-1) + Ey^{n}(i, j, k+1) - Ey^{n}(i, j, k-1)}{2\Delta x} - \frac{Ez^{n+1}(i, j+1, k) - Ez^{n+1}(i, j-1, k) + Ez^{n}(i, j+1, k) - Ez^{n}(i, j-1, k)}{2\Delta z} \right] \dots (2.58)$$

$$\frac{Hz^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) - Hz^{n}(i+1/2, j+1/2, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}} \left[\frac{Ey^{n+1}(i, j+1, k) - Ey^{n+1}(i, j-1, k) + Ey^{n}(i, j+1, k) - Ey^{n}(i, j-1, k)}{2\Delta y} - \frac{Ez^{n+1}(i+1, j, k) - Ez^{n+1}(i-1, j, k) + Ez^{n}(i+1, j, k) - Ez^{n}(i-1, j, k)}{2\Delta x} \right] \dots \dots (2.59)$$

II.11. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de la différence finie en domaine temporel, applicable à des structures micro-ondes, de forme quelconque et qui peuvent être inhomogènes.

Nous avons détaillé le principe des différences finies centrées et vu comment effectuer la discrétisation spatiale et temporelle des équations de Maxwell, nous avons vu aussi le critère de stabilité et la dispersion numérique et aussi les équations discrétisés et implémentés dans l'algorithme de FDTD, nous avons vu aussi les différentes approches de la FDTD (Leapfrog, ADI et Crank Nicolson).

On a constaté que c'est une méthode qui peut être de principe très simple. Cependant, on constate que la FDTD ne nécessite aucune inversion de matrice, et ne connaît pas les limites de l'algèbre linéaire.

Chapitre III

Modélisation de la ligne à ailettes

III.1. Introduction :

Les paramètres qui caractérisent la propagation le long d'une ligne de transmission sont : la constante de propagation β , la permittivité effective ε_{eff} , la vitesse de propagation V et la longueur d'onde λ . Tous ces paramètres sont fonction de la fréquence et peuvent être déduits l'un de l'autre. Pour notre étude nous allons calculer la variation de la constante de propagation en fonction de la fréquence, $\beta(\omega)$:

$$\lambda(\omega) = \frac{2\pi}{\beta(\omega)}....(3.1)$$

$$V(\omega) = \lambda(\omega)f = \frac{2\pi f}{\beta(\omega)} = \frac{\omega}{\beta(\omega)}.$$

$$\varepsilon_{eff} = \left[\frac{c}{v(\omega)}\right]^2 = \left[\frac{c\beta(\omega)}{\omega}\right]^2.$$
(3.2)

III.2. Les valeurs propres:

La méthode des différences finies n'est pas seulement basée sur la discrétisation des opérateurs de dérivation, mais aussi sur la convergence du schéma numérique comme cela est détaillé dans l'Algorithme du paragraphe (III.4.1) page 51.

III.2.1. Approximation de la dérivée seconde et le Laplacien par les formules de Taylor : [18]

Grâce aux formules de Taylor, on définit la discrétisation des opérateurs différentiels (dérivées secondes et Laplacien).

- La dérivée seconde :

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + O_1(\Delta x)^3$$
(3.4)

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + O_2(\Delta x)^3$$
(3.5)

On néglige les deux termes $O_1(\Delta x)^3$ et $O_2(\Delta x)^3$, ensuite on fait la somme de (3.4) et (3.5):

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \dots$$
(3.6)

<u>- Le Laplacien (∇^2):</u>

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2}$$
(3.8)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{f(x_0 + \Delta y) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta y)}{(\Delta y)^2}$$
(3.9)

A partir de (3.8) et (3.9) on aura :

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) + f(x_0 + \Delta y) + f(x_0 - \Delta y) - 4f(x_0)}{h^2} \dots \dots$$

Sachant que $\Delta x = \Delta y = h$.

<u>III.2.2. Le maillage : [24]</u>

Un maillage est un ensemble de points du domaine de définition sur lequel on va appliquer la méthode des différences finies. Pour notre application on a utilisé un maillage régulier $\Delta x = \Delta y = h$.

De (3.10):
$$\nabla^2 f = \frac{G + D + H + B - 4P}{h^2}$$
(3.11)



III.3. Les conditions aux limites :

Pour notre étude nous avons travaillé avec deux genres de conditions aux limites :



Figure (III-2) : Conditions aux limites

- Condition de Dirichlet :

La fonction f est connue au point P: f(P) = cte

- <u>Condition de Neumann</u> :

La dérivée de f est connue au point P : $\frac{\partial f(P)}{\partial y}$ = cte

III.4. La structure :

La structure que nous avons étudiée pour une première mise au point est un guide d'onde rectangulaire vide (WR28), pour ce guide d'onde nous avons utilisé la méthode des différences finies pour discrétiser la structure, et pour ce qui concerne le nombre d'onde de coupure (k_c), nous avons utilisé un système de valeurs propres pour trouver sa valeur.



<u>Figure (III-3)</u> : guide d'onde rectangulaire vide WR-28





Pour le mode TM c'est le même algorithme, mais seule la matrice [A] change selon : les conditions aux limites, la condition de Dirichlet (le champ *Ez* transversal sera nul à l'interface du guide) pour le mode TM et la condition de Neumann pour le mode TE. **[25]**

III.5. Les résultats du programme :

III.5.1. Pour le mode TE :

Pour un guide d'onde rectangulaire WR-28 remplie d'aire, l'équation de Helmholtz est : $\nabla^2 Hz + k_c^2 Hz = 0$, et la valeur de k_c calculée théoriquement est : $k_{c10} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{0.711\text{e}-2}\right)^2} = 441.8555 \text{ 1/m}.$

 k_{C10} obtenu par le programme est égal a : 441.8505 1/m.

Pour une discrétisation de : 190 points en hauteur, et de 95 points en largeur on obtient un pas h= 0.0374 mm.



<u>Figure (III-4)</u> : relation entre le nombre de pas et la valeur du k_C calculée par le programme



<u>Figure (III-5)</u> : relation entre le nombre de pas et le temps de calcul pris par le programme



<u>Figure (III-6)</u> : Distribution du champ magnétique Hz pour le mode dominant TE₁₀ dans un guide d'onde vide WR-28

III.5.2. Pour le mode TM :

Pour un guide d'onde rectangulaire WR-28 remplie d'aire l'équation de Helmholtz est : $\nabla^2 Ez + k_c^2 Ez = 0$, et la valeur de k_c calculée théoriquement est : $k_{c11} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{0.356e - 2}\right)^2} = 986.9090 \text{ 1/m}.$

$$k_{C11}$$
 obtenu par le programme = 986.9484 1/m.

Pour une discrétisation de : 190 points en hauteur, et de 95 points en largeur on obtient un pas h= 0.0374 mm.



<u>Figure (III-7)</u> : relation entre le nombre de pas et la valeur du k_C calculée par le programme



<u>Figure (III-8)</u> : relation entre le nombre de pas et le temps de calcul pris par le programme



<u>Figure (III-9)</u>: Distribution du champ électrique Ez pour le mode dominant TM₁₁ dans un guide d'onde vide WR-28

On constate d'après les résultats du programme que le nombre d'onde de coupure k_C obtenu par le programme est très proche de celui calculer théoriquement, mais on a constaté aussi que pour avoir un très grand niveau de précision il faut augmenter le nombre de points obtenus par la discrétisation (diminuer le pas spatial), ce qui prend proportionnellement plus de temps pour l'exécution du programme.

III.6. Les traitements particuliers :

III.6.1. Le traitement d'une interface entre deux diélectriques :

III. 6.1.1. Les conditions de continuités pour le champ électrique: [18]



<u>Figure (III-10)</u> : Variation du champ électrique dans une interface Diélectrique Diélectrique

A. Les composantes normales :

Pour la composante normale le déplacement électrique dans la zone (1) est égal au déplacement électrique dans la zone (2).

B. Les composantes transversales :

Pour la composante transversale le champ électrique de la zone (1) est égal au champ électrique de la zone (2).







A. Les composantes normales :

Pour la composante normale, l'induction magnétique normale B_{n1} de la zone (1) est égale à l'induction magnétique normale B_{n2} de la zone (2)

B. Les composantes transversales :

Et pour la composante transversale le champ magnétique H de la zone (1) est égal au champ magnétique transversal H de la zone (2).

 $H_{t1} = H_{t2}$(3.15)





Le champ Ez <u>Figure (III-12)</u>: Résultats du programme FDTD-3D avec une interface airdiélectrique (ε_r=3)

On constate d'après les résultats du programme, que l'onde quant elle arrive à la zone du diélectrique une partie d'elle est transmise, tandis que son autre partie est réfléchie.

III.6.2. Les conditions aux limites au niveau du métal (PEC): [18]



Figure (III-13) : Représentation du métal qui existe dans une ligne à ailette

A. Les composantes transversales :

La composante transversale du champ électrique s'annule au contacte du métal.

Ex = 0	(3.16)
Ez = 0	(3.17)

B. Les composantes normales :

Et la composante normale du champ électrique subie une réflexion totale.	
Ey(transmis) = Ey(réfléchie)	(3.18)

C. Conditions aux limites dans les ailettes:

Avec une épaisseur des ailettes nulle.

$$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{H}_{T1} - \vec{H}_{T2}) = \vec{J} s = \begin{pmatrix} Jx \\ Jz \end{pmatrix}....(3.19)$$

$$\begin{cases} H_{z1} - H_{z2} = Jx \\ H_{x1} - H_{x2} = -Jz \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{e}_{j} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} (H_{x1} - H_{x2}) \\ 0 \\ (H_{z1} - H_{z2}) \end{pmatrix} = \vec{J} s(3.20)$$

Alors on aura les équations à intégrer dans le programme :



Section droite du champ E et H :

Le vecteur de poynting :



<u>Les densités de courants Jx et Jz :</u> <u>Figure (III-14)</u> : résultats du programme FDTD-3D en présence du métal (PEC)

III.7. Les paramètres de l'excitation [19]:

On a choisi un signal Gaussien qui se présente sous la forme suivante :

$$u(t) = -2\frac{(t-t_0)}{t_m} \exp[-\frac{(t-t_0)^2}{t_m^2}].$$
(3.23)

où : t_0 est le point de départ de l'impulsion Gaussienne. et : t_w est la demi largeur à mi-hauteur.



<u>Figure III-15</u> : Représentation de la Gaussienne en domaine temporel

En ce qui concerne le signal Gaussien, son caractère lisse et sans discontinuité a l'avantage de ne pas produire d'erreurs numériques causées le plus souvent par des sauts de valeur.





III.8. Les ferrites : [7][26]

III.8.1. Le tenseur de perméabilité :

Dans cette section nous allons montrer comment déduire le tenseur de perméabilité des matériaux ferrimagnétiques qui peut être déduit des relations qui gèrent l'atome.

Les propriétés magnétiques des matériaux sont dues à l'existence du moment de dipôle magnétique, qui dépend à l'origine du spin de l'électron.

Quant le champ magnétique de polarisation $\vec{H}_0 = H_0 \cdot \vec{z}$ est présent, une torsion \vec{T} va être exercée sur le dipôle magnétique :
$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}_0 = \mu_0 \cdot \vec{m} \times \vec{H}_0 = -\mu_0 \gamma \cdot \vec{S} \times \vec{H}_0 \dots \dots (3.24)$$
Avec : $S = \frac{\vec{h}}{2} = \frac{h}{4\pi} = \frac{m}{\gamma} = \frac{m_e \cdot m}{q}$

$$\vec{H}_0 \qquad \vec{H}_0 \qquad \vec{S}$$

Fig (III-17) : les vecteurs du moment de dipôle magnétique de spin et momentum angulaire pour un électron

- m : moment de dipôle magnétique,
- S: momentum angulaire de spin,
- γ : rapport gyromagnétique.

Si la torsion est égale au taux de changement du momentum angulaire, nous aurons :

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{-1}{\gamma} \cdot \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{T} = \mu_0 \cdot \vec{m} \times \vec{H}_0 \dots (3.25)$$
Où :

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\mu_0 \cdot \gamma \cdot \vec{m} \times \vec{H}_0 \dots (3.26)$$

C'est l'équation du mouvement du moment de dipôle magnétique \vec{m} . Nous allons résoudre

cette équation pour voir le comportement du dipôle magnétique autour du champ \vec{H}_0 . Nous allons écrire l'équation (3.26) en terme de trois vecteurs :

$$\frac{dm_x}{dt} = -\mu_0 \,\gamma \,.m_y \,.H_0 \,....(3.27)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \mu_0 \cdot \gamma \cdot m_x \cdot H_0 \dots (3.28)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = 0 \dots (3.29)$$

Maintenant utilisons les équations (3.27) et (3.28) pour obtenir les deux équations suivantes pour m_x et m_y :

$$\frac{d^2 m_x}{dt^2} + \omega_0 . m_x = 0(3.30)$$

$$\frac{d^2 m_y}{dt^2} + \omega_0 . m_y = 0(3.31)$$

$$O\dot{u}: \omega_0 = \mu_0 \gamma H_0 \dots (3.32)$$

 ω_0 est appelée la pulsation de Larmor ou de précession. Une solution qui est compatible avec les équations (3.27) et (3.28) est donnée par :

$$m_x = A.\cos\omega_0 t \dots (3.33)$$

$$m_y = A.\sin\omega_0 t \dots (3.34)$$

L'équation (3.29) montre que m_z est constante, et sachant que $m = \frac{q.\bar{h}}{2.m_e} = 9,27.10^{-24} A.m^2$ on peu conclure que l'amplitude \vec{m} est aussi constante, alors

nous aurons la relation suivante :

Donc l'angle de précession entre \vec{m} et \vec{H}_0 (parallèle avec l'axe \vec{z}) est donné par :

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{\left| \overrightarrow{m} \right|} = \frac{A}{\left| \overrightarrow{m} \right|} \dots (3.36)$$

La projection de \vec{m} sur le plan xy est donnée par (3.33) et (3.34), et qui montre que \vec{m} trace un chemin circulaire sur ce plan. La position au temps t est donnée par $\phi = \omega_0 t$, alors le taux angulaire de rotation est $\frac{d\phi}{dt} = \omega_0$ et qui est la pulsation de précession. Dans l'absence de forces d'amortissement, l'angle actuel de précession va être déterminé par la position initiale du dipôle magnétique, et le dipôle va faire un mouvement de précession autour de \vec{H}_0 avec un angle indéfinie (précession libre). Dans la réalité l'existence de forces d'amortissements va ramener le moment de dipôle magnétique à faire un mouvement de spirale qui va s'approcher de plus en plus jusqu'à ce que \vec{m} va s'aligner avec \vec{H}_0 ($\theta = 0$).

Maintenant nous allons supposer qu'il y a *N* électrons de spins déséquilibrés (dipôles magnétiques) par unité de volume, alors la magnétisation totale est :

 $\vec{M} = \vec{N}.\vec{m}.....(3.37)$

Et l'équation du mouvement (3.26) devient :

$$\frac{d\dot{M}}{dt} = -\mu_0 \cdot \gamma \cdot \vec{M} \times \vec{H} \dots (3.38)$$

Où \vec{H} est le champ interne appliqué.

Plus le champ de polarisation H_0 devient plus fort plus le moment de dipôle magnétique tend à s'aligner avec \vec{H}_0 jusqu'a l'alignement total de tout les moments et \vec{M} va atteindre sa valeur limite.





Le matériau est dit alors saturer magnétiquement et M_S est notée comme la magnétisation de saturation. M_S est donc une propriété physique du ferrite et typiquement de l'ordre de :

 $4\pi M_S = 300$ à 5000 Gauss.

En dessous de cette saturation, les ferrites peuvent provoquer de très grandes pertes aux fréquences micro ondes. Donc les ferrites sont usuellement utilisés dans l'état saturé. La magnétisation de saturation est fortement liée à la température, elle diminue lorsque la température augmente comme illustré dans la figure (III-19), et c'est à cause de l'énergie vibrationnelle de l'atome qui augmente avec la température et c'est ce qui rend l'alignement de tout les dipôles magnétiques plus difficile. A une température suffisamment haute l'énergie thermique est plus grande que l'énergie fournie par le champ magnétique interne, et le résultat est une magnétisation nulle, cette température est comme ce qui a été expliqué au chapitre (I) et qui est la température de curie T_c .

Nous allons maintenant prendre en considération un petit signal magnétique micro onde AC et sont interaction avec un ferrite magnétiquement saturé.

Comme le champ va causer une précession forcée du moment de dipôle magnétique autour de l'axe \vec{H}_0 (ou \vec{z}) à la fréquence du champ AC appliquée.

Si \vec{H} est le champ AC appliqué, le champ magnétique total est :





Figure (III-19) : moment magnétique du ferrite en fonction de la température

Avec : $|\vec{H}| \prec H_0$. Ce champ produit une magnétisation totale dans le ferrite et qui est donnée par :

ionnee par .

 $\vec{M}_t = M_s \cdot \vec{z} + \vec{M}$ (3.40)

où : M_S est la magnétisation de saturation DC et \vec{M} est la magnétisation AC additionnelle (dans le plan xy) causée par \vec{H} . Nous allons remplacer (3.40) et (3.39) dans (3.38) pour avoir les composantes suivantes de l'équation du mouvement :

$$\frac{dM_x}{dt} = -\mu_0 \gamma . M_y . (H_0 + H_z) + \mu_0 \gamma . (M_s + M_z) . H_y(3.41)$$

$$\frac{dM_{y}}{dt} = \mu_{0}.\gamma .M_{x}.(H_{0} + H_{z}) - \mu_{0}.\gamma .(M_{s} + M_{z}).H_{x}....(3.42)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = -\mu_0 \cdot \gamma \cdot M_x \cdot H_y + \mu_0 \cdot \gamma \cdot M_y \cdot Hy \dots (3.43)$$

Sachant que:
$$\frac{d \vec{M} s}{dt} = 0$$
 et $|\vec{H}| \prec H_0$, nous avons: $|\vec{M}| \vec{H} | \prec |\vec{M}| H_0$ et

 $\left| \vec{M} \right| \vec{H} | \prec M_s \cdot \vec{H}$, et nous pouvons négliger le produit *MH*. Alors (3.41) à (3.43) peuvent

être réduitent à :

$$\frac{dM_x}{dt} = -\omega_0 M_y + \omega_m H_y \dots (3.44)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\omega_0 M_x + \omega_m H_x \dots (3.45)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = 0 \dots (3.46)$$

$$O\dot{u}: \omega_0 = \mu_0.\gamma.H_0 \text{ et } \omega_m = \mu_0.\gamma.M_s.$$

En résolvant (3.44) et (3.45) pour M_x et M_y sa nous donnent les équations suivantes :

$$\frac{d^2 M_x}{dt^2} + \omega_0^2 M_x = \omega_m \frac{dH_y}{dt} + \omega_0 \omega_m H_x \dots (3.47)$$

C'est les équations du mouvement pour la précession forcée du dipôle magnétique, en supposant les conditions du petit signal.

Maintenant c'est une étape facile pour arriver au tenseur de perméabilité du ferrite, nous allons considérer que l'interaction magnétique se fait par une polarisation circulaire du champ AC.

Si le champ \overrightarrow{H} (AC) a une dépendance harmonique-temporelle $e^{j\omega t}$, la forme étatstable AC des équations (3.47) et (3.48) se réduit aux équations du phaseur suivantes :

$$(\omega_0^2 - \omega^2)M_x = \omega_0 \omega_m H_x + j\omega \omega_m H_y \dots (3.49)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2)M_y = -j\omega \omega_m H_x + \omega_0 \omega_m H_y \dots (3.50)$$

Ces derniers montre une relation linaire entre \vec{H} et \vec{M} . Les équations (3.49) et (3.50) peuvent s'écrire sous forme d'un tenseur de susceptibilité $[\chi]$, pour relier \vec{H} et \vec{M} :

Où les éléments de $[\chi]$ sont représentés par :

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\omega_0 \cdot \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots (3.52)$$

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{j\omega.\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots (3.53)$$

La composante \vec{z} du champ \vec{H} n'affecte pas le moment magnétique du ferrite, avec les suppositions qu'on a fait.

Pour relier
$$B$$
 et H nous avons :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H}) = [\mu].\vec{H}$$
(3.54)

Où le tenseur de perméabilité est donné par :

$$[\mu] = \mu_0 \cdot ([I] + [\chi]) = \begin{vmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix} \dots (3.55)$$

Les éléments du tenseur de perméabilité sont donnés par :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_{xx}) = \mu_0 (1 + \chi_{yy}) = \mu_0 (1 + \frac{\omega_0 . \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}) \dots (3.56)$$

$$k = -j\mu_0 \chi_{xy} = j\mu_0 \chi_{yx} = \mu_0 \cdot \frac{\omega \cdot \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots (3.57)$$

Un matériau qui a un tenseur de perméabilité de cette forme est appelé gyrotropique ; notons que les composantes x et y de \vec{H} peuvent augmenter les deux composantes de \vec{B} x et y avec un déphasage de 90° entre eux.

Si la direction de polarisation est inversée, H_0 et M_S vont tout les deux changer de signe, alors ω_0 et ω_m vont changer de signe.

Si le champ de polarisation est soudainement enlevé ($H_0=0$), le ferrite va généralement rester magnétisé $0 \prec |M| \prec M_s$; seulement en démagnétisant le ferrite (ou

diminuant le champ de polarisation AC, par exemple) on peut avoir : M=0. Depuis les résultats des équations (3.52), (3.53), (3.56) et (3.57) nous supposant un échantillon de ferrite saturé, les deux valeurs de M_S et H_0 doivent être égale à 0 pour la non polarisation ou démagnétisation.

Alors $\omega_0 = \omega_m = 0$ et les équations (3.56) et (3.57) montre que $\mu = \mu_0$ et k = 0, comme pour les matériaux non magnétiques.

III.8.2. La structure :

La structure que nous avons étudiée est une ligne à ailettes (finline), remplie par une couche diélectrique d'épaisseur a₂, interposée entre les ailettes et une couche de ferrite d'épaisseur a₃.



Figure (III-20) : ligne à ailettes avec substrat en diélectrique et ferrite (WR-19)

On commence avec les équations de Maxwell suivantes :

En prenant z comme direction de magnétisation, nous aurons un tenseur de perméabilité μ de la forme suivante :

$\overline{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & \mu_{23} \\ 0 & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu & -jk \\ 0 & jk & \mu \end{bmatrix} \dots \dots$	(3.60)
$\mu = 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots$	(3.61)
$k = \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \dots$	(3.62)
$\omega_0 = \gamma H_0 \dots$	
$\omega_m = \gamma \ 4\pi M_S \dots$	(3.64)
$\mu_x = 1$	(3.65)
ω_0 : Pulsation de précession.	
ω_m : Pulsation de précession forcée.	
H_0 : Champ magnétique DC de polarisation appliqué.	
$4\pi M_s$: Magnétisation de saturation.	

- ω : La pulsation $(2\pi f)$.
- γ : Taux gyromagnétique = 2.8 Mhz/Oe.

Pour modéliser le guide d'onde avec un substrat composite de diélectrique et de ferrite on a utilisé deux méthodes différentes :

III.8.3. 1^{ere} méthode de modélisation :

La demande pour des composants large bonde à base de ferrite ne cesse d'augmenter ces dernières années et surtout dans les télécommunications mobiles.

En vue de l'importance des ferrites dans les composants micro-ondes, le développement de techniques d'analyse rigoureuses pour les ferrites magnétiquement polarisés ne cesse d'augmenter à cause des propriétés gyrotropique des ferrites magnétisés, les équations de l'onde sont anisotropiques et il est mieux de les présenter sous forme tensorielle. Les propriétés anisotropiques du ferrite rendent le problème très difficile à résoudre par les moyens numériques. A cause de la complexité de l'équation d'onde

tensorielle la FDTD est l'une des rares méthodes numériques pour déterminer la circulation de l'onde dans un matériau de ferrite avec une forme arbitraire.

Dans ce paragraphe nous allons développer un algorithme FDTD innovant qui a été utilisé la première fois par E.K.N.Yung, R.S.Chen, Y.Wang et K.Wu [26] en 1997 pour analyser la circulation de l'onde dans un corps à base de ferrite magnétisé avec une forme arbitraire.

Quant on fait la multiplication avec le tenseur de perméabilité on aura :

$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial Hx}{\partial t} = \frac{\mu_{22}}{\mu_0^2 \cdot (\mu^2 - k^2)} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Ey}{\partial z} - \frac{\partial Ez}{\partial y}\\
\frac{\partial Hy}{\partial z} - \frac{\mu_{12}}{\mu_0^2 \cdot (\mu^2 - k^2)} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Ez}{\partial z} - \frac{\partial Ex}{\partial y}\\
\frac{\partial Hy}{\partial t} = \frac{\mu_{11}}{\mu_0^2 \cdot (\mu^2 - k^2)} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Ez}{\partial x} - \frac{\partial Ex}{\partial z}\\
\frac{\partial Hz}{\partial z}
\end{bmatrix} - \frac{\mu_{21}}{\mu_0^2 \cdot (\mu^2 - k^2)} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Ez}{\partial x} - \frac{\partial Ez}{\partial z}\\
\frac{\partial Hz}{\partial z} - \frac{\partial Ey}{\partial y}
\end{bmatrix} \dots (3.66)$$
(3.67)

$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial Ex}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Hz}{\partial y} - \frac{\partial Hy}{\partial z} \end{bmatrix} - \sigma \cdot Ex.$$
(3.69)
$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial Ey}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Hx}{\partial z} - \frac{\partial Hz}{\partial x} \end{bmatrix} - \sigma \cdot Ey.$$
(3.70)
$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial Ez}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \begin{bmatrix}
\frac{\partial Hy}{\partial x} - \frac{\partial Hx}{\partial y} \end{bmatrix} - \sigma \cdot Ez.$$
(3.71)

Ensuite on va faire un échantillonnage des équations précédentes et on va commencer par les équations du champ électrique *Ex*, *Ey* et *Ez*.

$$\frac{Ex^{n+1/2}(i,j,k) - Ex^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[\frac{Hz^n(i,j+1/2,k) - Hz^n(i,j-1/2,k)}{\Delta y} - \frac{Hy^n(i,j,k+1/2) - Hy^n(i,j,k-1/2)}{\Delta z} \right] - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[Ex^{n+1/2}(i,j,k) - Ex^{n-1/2}(i,j,k) \right] \dots (3.72)$$

$$\frac{Ey^{n+1/2}(i,j,k) - Ey^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \left[\frac{Hx^n(i,j,k+1/2) - Hx^n(i,j,k-1/2)}{\Delta z} - \frac{Hz^n(i,j+1/2,k) - Hz^n(i,j-1/2,k)}{\Delta x} \right] - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[Ex^{n+1/2}(i,j,k) - Ex^{n-1/2}(i,j,k) \right] \dots (3.73)$$

$$\frac{Ez^{n+1/2}(i,j,k) - Ez^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[\frac{Hy^n(i+1/2,j,k) - Hy^n(i-1/2,j,k)}{\Delta x} - \frac{Hx^n(i,j+1/2,k) - Hx^n(i,j-1/2,k)}{\Delta y} \right] - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[Ex^{n+1/2}(i,j,k) - Ex^{n-1/2}(i,j,k) \right] \dots \dots (3.74)$$

$$\frac{Hx^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) - Hx^{n}(i, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t} = C_{22} \cdot \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y}\right] - C_{12} \cdot \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z}\right] \dots (3.75)$$

$$\frac{Hy^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) - Hy^{n}(i+1/2, j, k+1/2)}{\Delta t} = C_{11} \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \right] - C_{21} \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} \right] \dots (3.76)$$

Maintenant on va faire un réarrangement des équations (3.72) à (3.77):

$$Hx^{n+1}(i, j+1/2, k+1/2) = Hx^{n}(i, j+1/2, k+1/2) + \Delta t.C_{22} \cdot \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} \right] - \Delta t.C_{12} \cdot \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \right] - \dots \dots (3.81)$$

$$Hy^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) = Hy^{n}(i+1/2, j, k+1/2) + \Delta t.C_{11} \cdot \left[\frac{Ez^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \right] - \Delta t.C_{21} \cdot \left[\frac{Ey^{n+1/2}(i, j, k+1) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ez^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} \right] \dots (3.82)$$

$$Hz^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) = Hz^{n}(i+1/2, j+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\mu_{33}} \cdot \left[\frac{Ex^{n+1/2}(i, j+1, k) - Ex^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{Ey^{n+1/2}(i+1, j, k) - Ey^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} \right].$$
(3.83)

Les équations à intégrer dans le programme sont :

$$Ex(i, j, k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}\right) Ex(i, j, k) + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}} \left[\frac{Hz(i, j, k) - Hz(i, j - 1, k)}{\Delta y} - \frac{Hy(i, j, k) - Hy(i, j, k - 1)}{\Delta z}\right] \dots \dots (3.84)$$

$$Ey(i, j, k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}\right) Ey(i, j, k) + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}} \left[\frac{Hx(i, j, k) - Hx(i, j, k - 1)}{\Delta z} - \frac{Hz(i, j, k) - Hz(i, j - 1, k)}{\Delta z}\right] \dots \dots (3.85)$$

$$Ez(i, j, k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}\right) Ez(i, j, k) + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}}{1 + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}}} \left[\frac{Hy(i, j, k) - Hz(i, j - 1, k)}{\Delta x} - \frac{Hz(i, j, k) - Hz(i, j - 1, k)}{\Delta x}\right] \dots \dots (3.86)$$

$$Hx(i, j, k) = Hx(i, j, k) + \Delta t.C_{22} \left[\frac{Ey(i, j, k+1) - Ey(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez(i, j+1, k) - Ez(i, j, k)}{\Delta y} \right] - \Delta t.C_{12} \left[\frac{Ez(i+1, j, k) - Ez(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex(i, j, k+1) - Ex(i, j, k)}{\Delta z} \right] \dots \dots (3.87)$$

$$Hy(i, j, k) = Hy(i, j, k) + \Delta t.C_{11} \left[\frac{Ez(i+1, j, k) - Ez(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{Ex(i, j, k+1) - Ex(i, j, k)}{\Delta z} \right] - \Delta t.C_{21} \left[\frac{Ey(i, j, k+1) - Ey(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{Ez(i, j+1, k) - Ez(i, j, k)}{\Delta y} \right] \dots (3.88)$$

$$Hz(i, j+1/2, k) = Hz(i+1/2, j+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\mu_{33}} \left[\frac{Ex(i, j+1, k) - Ex(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{Ey(i+1, j, k) - Ey(i, j, k)}{\Delta x} \right] \dots \dots (3.89)$$

Avec:
$$C_{11} = \frac{\mu_{11}}{\mu_0 \cdot (\mu^2 - k^2)}$$

 $C_{12} = \frac{\mu_{12}}{\mu_0 \cdot (\mu^2 - k^2)}$

$$C_{21} = \frac{\mu_{21}}{\mu_0 \cdot (\mu^2 - k^2)}$$
$$C_{22} = \frac{\mu_{22}}{\mu_0 \cdot (\mu^2 - k^2)}$$

III.8.4. Calcul de la constante de propagation [29] [30] [31] :

Pour calculer la constante de propagation le long du guide d'onde dans la direction z, on prend deux valeurs d'une composante du champ, calculées en deux points espacés de dz. On va prendre en compte le champ électrique vertical Ex qui est en fait le potentiel scalaire dans notre cas. Il faut noter que pour l'étude d'une ligne à ailettes, l'algorithme du code FDTD que nous avons développé nous permet de calculer la variation temporelle du champ électrique Ex.

Nous calculons *Ex* en deux points distincts espacés de *dz* le long du guide d'onde, par exemple $Ex(t,z_1)$ et $Ex(t,z_1+dz)$.

On applique ensuite la transformée de Fourier et on obtient les valeurs suivantes :

 $Ex(\omega, z_1) = F[Ex(t, z_1)]....(3.90)$

$$Ex(\omega, z_1 + dz) = F[Ex(t, z_1 + dz)].$$
(3.91)

Les valeurs que l'on calcule sur la ligne sont complexes, elles ont le même module et un déphasage dû à la propagation. Notons tout de même que les valeurs doivent être calculées dans le cas du régime établi, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a plus de perturbations. Il s'ensuit :

 $Ex(\omega, z_1 + dz) = Ex(\omega, z_1)e^{-j\beta(\omega)dz}$ (3.92)

Cette équation nous permet de déduire le calcul de β :

 $e^{j\beta(\omega)dz} \times Ex(\omega, z_1 + dz) = Ex(\omega, z_1) \dots (3.93)$

et finalement :

$$\beta(\omega) = \frac{1}{jdz} \times \ln\left[\frac{Ex(\omega, z_1)}{Ex(\omega, z_1 + dz)}\right].$$
(3.94)



Figure (III-21) : constante de propagation normalisée en fonction de la fréquence

 $\epsilon_r = 12.5$ $H_0 = 500 \text{ Oe}$ $M_0 = 5000 \text{ G}$ $\gamma = 1.76 \text{ x} 10^{11} \text{ Hz/Tesla}$ w = 1 mm

Un simple algorithme a été développé pour analyser la circulation d'une onde électromagnétique dans un corps de ferrite magnétisé d'une forme quelconque et qui a été appliqué dans un guide d'onde rectangulaire avec un substrat composite ferritediélectrique, et les résultats numériques sont en bon accord avec celles de la référence [32] dans laquelle Masahiro Geshiro et Tatsuo Itoh ont travaillé avec la méthode spectral pour modéliser le guide.



Figure (III-22) : relation entre le nombre de pas et le temps de calcul pris pour calculer β^-





On constate d'après les résultats des programmes que le temps de calcul de β^- et β^+ augmente chaque fois que le pas de discrétisation est plus petit et on constate que le temps pris pour calculer β^- est très proche de celui pris pour calculer β^+ et on constate aussi que cette algorithme est relativement rapide même quant on augmente le pas de discrétisation.



Figure (III-24) : relation entre le nombre de pas et la valeur de β^- calculée par le programme



Figure (III-25) : relation entre le nombre de pas et la valeur de β^+ calculée par le programme

On constate d'après les résultats obtenus par les programmes que pour avoir une très grande précision dans nos résultats il faut diminuer le pas de discrétisation.

III.8.5. 2^{eme} méthode de modélisation :

Un grand nombre de composants non réciproque comme les isolateurs, les circulateurs et les diphaseurs sont fabriqués a base de ferrite dans un état arbitrairement magnétisé. Due à leur géométrie complexe, les ferrites ne sont généralement pas traité analytiquement, une solution consiste a les analysés avec les méthodes numériques. La méthode des différences finies en domaine temporel (FDTD) est très utilisée pour la modélisation en électromagnétisme.

Deux approches principales sont utilisées pour la modélisation des ferrites, la première approche est basé sur la discrétisation temporelle des deux équations de Maxwell et de Gilbert (équation cinétique du moment) en même temps [33][34][35][36], la deuxième méthode consiste a introduire la fréquence caractéristique du matériau a base de ferrite dans l'algorithme FDTD après avoir fait la transformée inverse de fourrier et la convolution [28][37][38] et sa demande un tenseur de perméabilité causal [μ].

Quant le ferrite est exposé a un grand champ magnétique H_0 il devient anisotropique et dispersif, si H_0 est suffisamment grand le ferrite devient saturé et sont comportement est définie grâce au tenseur de Polder. Le tenseur [μ] est alors causal, et le traitement FDTD est cohérent. Dans le cas où H_0 est faible le ferrite est partiellement magnétisé. Pour notre étude nous avons utilisé un ferrite saturé.

Le ferrite est caractérisé par le tenseur de perméabilité $[\mu(\omega)]$ dans le domaine fréquentiel et pour avoir ce tenseur en domaine temporel nous devons faire la transformée de Fourrier inverse, quant le ferrite est magnétisé dans la direction Oz, l'expression générale de $[\mu(\omega)]$ est la suivante :

$$[\mu(\omega)] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu(\omega) & -jk(\omega) & 0\\ jk(\omega) & \mu(\omega) & 0\\ 0 & 0 & \mu_z(\omega) \end{bmatrix}(3.95)$$

Avec : $\mu(\omega) = 1 + \chi(\omega)$.

 $O\dot{u}$: $\chi(\omega)$ est la susceptibilité magnétique.

Pour cette méthode nous allons travailler avec ces équations de Maxwell :

$$\frac{\partial Ex}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hz}{\partial y} - \frac{\partial Hy}{\partial z} \right) - \sigma Ex....(3.96)$$

$$\frac{\partial Ey}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hx}{\partial z} - \frac{\partial Hz}{\partial x} \right) - \sigma Ey....(3.97)$$

$$\frac{\partial Ez}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial Hy}{\partial x} - \frac{\partial Hx}{\partial y} \right) - \sigma Ez...(3.98)$$

$$\frac{\partial Bx}{\partial t} = \left(\frac{\partial Ey}{\partial z} - \frac{\partial Ez}{\partial y}\right)....(3.99)$$

$$\frac{\partial By}{\partial t} = \left(\frac{\partial Ez}{\partial x} - \frac{\partial Ex}{\partial z}\right)...(3.100)$$

$$\frac{\partial Bz}{\partial t} = \left(\frac{\partial Ex}{\partial y} - \frac{\partial Ey}{\partial x}\right)...(3.101)$$

Ensuite il ne reste qu'à discrétiser ces équations avec la méthode de Leapfrog.

Pour notre travail nous avons suivie les étapes suivantes : [27]

- Faire la transformée de Fourier inverse du tenseur $\overline{\mu}$ pour l'avoir en domaine temporel, nous allons avoir le tenseur de la forme suivante :

$$[\mu(t)] = \mathrm{TF}^{-1}[\mu(\omega)] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu(t) & k(t) & 0 \\ -k(t) & \mu(t) & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z(t) \end{bmatrix}(3.102)$$

- Ensuite l'induction $\vec{B}(t)$ et le champ $\vec{H}(t)$ seront reliés par la formule de convolution de Luebbers :

$$\vec{B}(t) = [\mu(t)] * \vec{H}(t) \Rightarrow \vec{B}_{i}(t) = \mu_{0} \vec{H}(t) \int_{0}^{t} \chi_{ij}(\tau) H_{j}(t-\tau) d\tau \dots (3.103)$$

Nous allons avoir une induction $\vec{B}(t)$ de la forme suivante [28]:

$$B_x(t) = \mu(t) * H_x(t) + k(t) * H_y(t)....(3.104)$$

$$B_{y}(t) = -\kappa(t) * H_{x}(t) + \mu(t) * H_{y}(t).$$
(3.105)

$$B_z(t) = \mu_z(t) * H_z(t).....(3.106)$$

- Et finalement les équations suivantes vont être résolues successivement à chaque itération temporelle et spatiale :

$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial r}.$	
$rot \vec{F} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial B}$	(3.108)
$\partial t = \frac{\partial t}{\partial t}$	(2.100)
$B(t) = [\mu(t)]^* H(t)$	(3.109)

La discrétisation de l'équation (3.107) donne \vec{E} au temps $n\Delta t$ et c'est une fonction de \vec{E} et \vec{H} au temps $(n-1)\Delta t$, la discrétisation de l'équation (3.108) donne \vec{B} au temps $n\Delta t$ et c'est une fonction de \vec{B} et \vec{E} qui est au temps précédent. La discrétisation de l'équation (3.109) permet de compléter la résolution du problème, elle donne l'expression de \vec{B} en fonction de \vec{H} .

Ensuite il ne reste qu'à discrétiser ces équations (de (3.107) à (3.109)) et exécuter les itérations par le programme.



Section droite du champ E et H :

Le vecteur de poynting :





On constate d'après les résultats du programme qu'il y a une canalisation de l'onde électromagnétique dans la région du ferrite et cela à cause de sa forte perméabilité magnétique, et ça concorde avec l'expérimental trouvé dans la littérature.



 $\begin{array}{l} \underline{\mbox{Figure (III-27)}}: \mbox{constante de propagation normalisée en fonction de la fréquence}\\ \epsilon_r = 12.5\\ H_0 = 500 \mbox{ Oe}\\ M_0 = 5000 \mbox{ G}\\ \gamma = 1.76 \ x10^{11} \ \mbox{Hz/Tesla}\\ w = 1 \ \mbox{mm} \end{array}$

Nous remarquons qu'il y a un très bon accord entre nos résultats et ceux de la référence [32], et cela pour la constante de propagation positive et négative.



Figure (III-28) : relation entre le nombre de pas et le temps de calcul pris pour calculer β^-



Figure (III-29) : relation entre le nombre de pas et le temps de calcul pris pour calculer β^+

On constate d'après les résultats des programmes que le temps de calcul de β^- et β^+ augmente chaque fois que le pas de discrétisation est plus petit et surtout pour les pas de discrétisation très petit on constate que le temps de calcul devient trop long par rapport à la première méthode et on constate que le temps pris pour calculer β^- est très proche de celui pris pour calculer β^+ et on constate aussi que cette algorithme est relativement long surtout quant on diminue le pas de discrétisation et cela est due à l'utilisation de la convolution.



Figure (III-30) : relation entre le nombre de pas et la valeur de β^- calculée par le programme



Figure (III-31) : relation entre le nombre de pas et la valeur de β^+ calculée par le programme

On constate aussi d'après les résultats obtenus par les programmes, que pour avoir une très grande précision dans nos résultats, il faut diminuer le pas de discrétisation.

III.9. Conclusion :

Nous avons étudié la méthode des différences finies et nous l'avons appliqué pour une première mise au point sur un guide d'onde rectangulaire vide et nous avons obtenu des résultats très proche de la théorie, nous avons aussi observé le temps de calcul pris par le programme et nous avons aussi déduis le pas de discrétisation optimal pour avoir de bons résultats.

Nous avons vu la simulation d'une structure quelconque, avec la méthode FDTD et qui se déroule selon l'algorithme Leapfrog, dans cet algorithme, on a remarqué le rôle de l'excitation et l'importance du traitement des différentes interfaces, les structures fermées de types guide d'onde où les composantes tangentielles et normales sont imposées par des conditions de type PEC (Perfect Electric Conductor).

Et enfin nous avons appliqué le programme de la FDTD sur une ligne a ailettes remplie partiellement de diélectrique et de ferrite et nous avons calculé la constante de propagation et nous avons observé le temps de calcul pris par le programme et nous avons aussi observé le rapport pas de discrétisation et constante de propagation obtenue et on constate que nos résultats concorde bien avec celle de la littérature pour la référence [32].

Et enfin, on a constaté que la FDTD est une méthode qui peut être simple à appliquer, sont exécution est rapide et très précise, a savoir qu'on a travaillé sur un micro-ordinateur Pentium 4 qui a une fréquence d'horloge de 2.8 GHz et un bus north bridge de fréquence 800 Mhz et une RAM de 1 Go.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Conclusion générale et perspectives:

Les applications actuelles en télécommunication sont de plus en plus développées et pour répondre a ces exigences les concepteurs sont menés à : élaborer des dispositifs fonctionnant à des fréquences élevées, miniaturisé ces dispositifs et réduire le coût de fabrication, c'est pour cela que ce domaine de modélisation est très en actualité.

L'aimantation spontanée dans les oxydes magnétiques a été principalement observée au cours du 19 siècle. Ce n'est qu'à partir de 1930 environ que des recherches systématiques sur les ferrites ont été menées. Ces milieux présentent des compositions chimiques diverses, conduisant à des propriétés magnétiques variées, allant de celles des matériaux magnétiques doux à celles des aimants permanents. Le caractère faiblement conducteur des substances ferrimagnétiques permet une pénétration d'une onde haute fréquence (onde centimétrique ou millimétrique) dans le matériau et autorise une forte interaction entre l'onde et l'aimantation interne à la matière. La possibilité de contrôler la propagation de l'onde dans un tel milieu par l'application d'un champ magnétique statique ou alternatif, a permis la réalisation de plusieurs dispositifs hyperfréquences indispensables à la réalisation de fonctions de traitement du signal (radars, télécommunications par satellites, compatibilité électromagnétique, etc..). Selon la fonction visée, les dispositifs sont réciproques (filtre, déphaseur pour antennes à balayage, etc.) ou non réciproques (circulateur, isolateur, etc..). Ces derniers constituent la catégorie principale des circuits hyperfréquences à ferrites. Ils exploitent le fait que l'onde électromagnétique se propage différemment selon son sens de propagation dans la matière ferrimagnétique aimantée.

Le premier chapitre nous permet de mettre en évidence les propriétés physiques des ferrites, utilisés pour la réalisation des dispositifs hyperfréquences (circulateurs, isolateurs, déphaseurs, etc..) garantissant le bon fonctionnement d'applications grand public et militaires. Nous avons vu les origines des phénomènes du magnétisme, nous avons vu aussi les différents types de matériaux magnétiques (Diamagnétisme, Paramagnétisme, Ferromagnétisme, Ferrimagnétisme, Antiferromagnétisme), nous avons aussi vu les différentes catégories de ferrites (Spinels, Grenats, Hexagonaux). Face à la nécessaire évolution du secteur des télécommunications, des dispositifs aux performances toujours meilleures (pertes minimisées, dispositifs miniatures et à coût de fabrication réduit, fréquence de fonctionnement élevée) doivent être développés, c'est pour cette raison qu'il est primordial de modéliser ce type de matériaux.

Dans le second chapitre nous présentons le principe des Différences finies dans le domaine temporel, applicable à des structures micro-ondes, de forme quelconque et qui peuvent être inhomogènes. Nous avons détaillé le principe des différences finies centrées et vu comment faire la discrétisation spatiale et temporelle des équations de Maxwell, nous avons vu aussi le critère de stabilité et la dispersion numérique. Nous explicitons les équations discrétisées et implémentées dans l'algorithme de la FDTD. A cet effet, nous avons exposé les différentes approches pour l'évolution temporelle : Leapfrog, ADI et Crank Nicolson.

Nous avons constaté que c'est une méthode de principe très simple. Cependant, la FDTD ne nécessite aucune inversion de matrice, et ne connaît pas les limites numériques de l'algèbre linéaire.

Dans le chapitre trois nous étudions la méthode des différences finies appliquée à un guide d'onde rectangulaire vide et nous avons eu des résultats très proches de la théorie. Nous avons aussi observé le temps de calcul pris par le programme et nous avons établi un pas de discrétisation optimal en termes de compromis précision temps de calcul.

Nous avons simulé une structure quelconque avec la FDTD par l'algorithme Leapfrog. Dans cet algorithme, nous insistons sur le choix de la forme de l'excitation, et l'importance du traitement des différentes interfaces dans une structure fermée de type guide d'onde.

Enfin, nous avons appliqué le programme de la FDTD à une ligne à ailettes avec substrat composite diélectrique et ferrite. Nos résultats concordent avec ceux confirmés par des méthodes alternatives, notamment la Méthode Spectrale, et nous avons étudié sous différents aspects le comportement du programme.

Notons que le tenseur de perméabilité utilisé est une approximation de Lorentz du premier ordre. L'objectif final étant le calcul des deux constantes de propagation, progressive et régressive, nous avons expérimenté deux approches différentes :

La première approche est un schéma basé sur la multiplication directe du tenseur de perméabilité par le champ magnétique dans le domaine temporel.

La deuxième approche est basée sur la méthode de convolution récursive de Luebbers. Notre constatation générale est que la FDTD est une méthode qui peut être simple à appliquer, qui donne des résultats très précis au prix d'un temps d'exécution acceptable.

Pour les perspectives nous comptons travailler avec la FDTD-2D qui a une formulation efficace pour l'analyse des structures guidantes arbitraires. Contrairement à la FDTD classique qui nécessite une maille a trois dimensions, cette méthode se sert avantageusement de deux dimensions pour analyser en full-wave pour calculer les caractéristiques dispersives des structures guidantes. Cela conduit à une réduction significative du temps de calcul du CPU et de stockage.

85

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie:

[1] Marc Verite,

Etude de dépôts de ferrite pour dispositifs intégrés micro-ondes non réciproques, Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de limoges, novembre 2002.

[2] Franco Di Paolo,Networks and Devices Using Planar Transmission Lines,CRC Press LLC, 2000.

[3] Ronald F. Soohoo,Microwave Ferrite Materials and Devices,IEEE transactions on magnetics, vol. mhg-4, no. 2, p.118-133, june 1968.

[4] K.H.J. Buschow, F.R. De Boer,Physics of magnetism and magnetic materials,Kluwer Academic Publishers, 2004.

[5] Matthieu Valetas,

Couches minces magnétiques pour applications hyperfréquences : Étude des Samarium-Cobalt et des Néodyme-Fer-Bore par pulvérisation radiofréquence magnétron, Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Limoges, novembre 2003.

[6] Bastien Orlando,

Conception, Réalisation et Analyse de Micro-Inductances Intégrées avec Matériaux Ferromagnétiques Doux. Applications aux Inductances pour la Conversion de Puissance Continue-Continue et aux Inductances Variables MEMS pour Circuits Micro-Ondes Reconfigurables,

Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Limoges, Février 2007.

[7] David M.Pozar,
Microwave Engineering 2nd Edition,
John Wiley and Sons, 1998.

[8] E. C. Snelling,Soft ferrites properties and applications,Iliffe books ltd, 1969.

[9] Stéphane Mallegol,

Caractérisation et application de matériaux composites nanostructures à la réalisation de dispositifs hyperfréquences non réciproques,

Thèse présentée a l'université de Bretagne occidentale pour l'obtention du doctorat en électronique, décembre 2003.

[10] A.J.Moulson, J.M. Herbert,
Electroceramics: materials, properties, applications 2nd edition,
Wiley & Sons Ltd, 2003.

[11] Ludovic Pinier,

Nouveaux grenats ferrimagnétiques à basse température de frittage pour applications microondes,

Thèse de doctorat de l'école polytechnique de Grenoble pour obtenir le grade de docteur de l'école polytechnique, décembre 2006.

[12] Stéphanie Liebus,

Couches minces ferroélectriques appliquées aux dispositifs micro-ondes accordables en fréquence,

Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Limoges, novembre 2003.

[13] E.P. Wohlfarth,Handbook of Magnetic Materials, Volume 2,North-Holland Publishing Company, 1980.

[14] A. Taflove, M. E. Brodwin,

Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the timedependent Maxwell's equations,

IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 23, no.8, p.623-630, august 1975.

[15] Kane S. Yee,

Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media,

IEEE transactions on antennas and propagation, vol. ap-14, no. 3, p. 302-307, may 1966.

[16] Abdellatif Hafiane,

Etude du couplage d'antennes imprimées par la méthode des différences finies et extraction du modèle électrique,

Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de marne la vallée, mars 2003.

[17] Allen Taflove, Susane C. Hagness,

Computational electromagnetics fdtd: the finite difference time domain second edition, Artech house, 2000.

[18] Ling Lu,

Characterisation and Application of Left-Handed Meta-materials using the Dispersive Finite-Difference Time-Domain Method,

A thesis submitted to the University Queen Mary of London for the degree of Doctor of Philosophy Department of Electronic Engineering, May 2006.

[19] Matthew N.O. Sadiku,Numerical techniques in electromagnetics second edition,CRC press, 2000.

[20] C. Charlie, P. Chen, Tae-Woo Lee, Narayanan Murugesan, Susan C. Hagness,Generalized FDTD-ADI: An Unconditionally Stable Full-Wave Maxwell's Equations Solver for VLSI Interconnect Modelling,

IEEE/ACM International Conference, Pages: 156 -163, 2000

[21] Fenghua Zheng, Zhizhang Chen, Jiazong Zhang,

Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite difference timedomain method,

IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 48, no. 9, p. 1550-1558, September 2000.

[22] Y. Yang, Q. Han, and R. S. Chen,

The Three-Dimensional Unconditionally Stable FDTD algorithm based on Crank-Nicolson method,

IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Volume 9, n. 14, p. 81-84, July 2006.

[23] Rui Qiang, Dagang Wu, and Ji Chen,

Some Considerations on Using Implicit FDTD Method,

Antennas and Propagation Society International Symposium, Volume 1, n. 20-25, p. 591-594, June 2004.

[24] Jean-pierre nougier,Méthodes de calcules numérique volume 2,Hermes science, 2001.

[25] Richard C. Booton, Jr,Computational methods for electromagnetics and microwaves,John Wiley and sons, 1992.

[26] E.K.N. Yung, R.S. Chen, Y. Wang, K. Wu

FDTD analysis of EM wave circulated by a magnetised ferrite body of arbitrary shape, IEE Proceedings Microwave Antennas Propagation, Vol. 145, No. 6, P. 433-440, December 1998.

[27] Joseph Schuster, Raymond Luebbers,

FDTD for Three-dimensional Propagation in a Magnetized Ferrite,

IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Vol. 3, n. 21-26, P. 1648-1651, Jul 1996.

[28] T. Monediere, K. Berthou-pichavant, F. Marty, P. Gelin, F. Jecko,FDTD treatment of partially magnetized ferrites with a new permeability tensor model,IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 46, n. 7, p. 983-987, July 1998.

[29] Titos Kokkinos, Costas D. Sarris, George V. Eleftheriades,

Efficient Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Modeling of Periodic Leaky-Wave Structures,

IEEE Microwave Symposium Digest, Vol. 12, n. 17, 4 Pages, June 2005.

[30] Titos Kokkinos, Costas D. Sarris, George V. Eleftheriades,
Periodic FDTD Analysis of Leaky-Wave Structures and Applications to the Analysis of Negative-Refractive-Index Leaky-Wave Antennas
IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 54, n. 4, p. 1619-1630, 2006.

[31] Gregory M. Zelinski,

Finite difference time domain (fdtd) analysis of a leaky travelling wave microstrip antenna, Doctoral thesis Air Force Institute Of Technology Wright-Patterson Air Force Base Ohio, March 2005 [32] masahiro geshiro, tatsuo itoh,

Analysis of Double-Liayered Finlines Containing a Magnetized Ferrite,

IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. mtt-35, no. 12, p.1377-1381, december 1987.

[33] J. A. Pereda, L. A. Vielva, A. Vegas, A. Prieto,

FDTD analysis of magnetized ferrites: an approach based on the rotated Richtmyer difference scheme,

IEEE microwave and guided wave letters, vol. 3, n°9, p. 322-324, 1993.

[34] Michal Okoniewski, Ewa Okoniewska,FDTD Analysis of Magnetized Ferrites: A More Efficient Algorithm,IEEE microwave and guided wave letters, vol. 4, no. 6, p. 169-171, June 1994.

[35] Karine Berthou-Pichavant, Fran, oise Liorzou, and Philippe Gelin,Wave Propagation in Heterogeneous Anisotropic Magnetic Materials,IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 45, no. 5, p 687-690, may 1997.

[36] J. A. Pereda, L. A. Vielva, A. Vegas, A. Prieto,A treatment of magnetized ferrites using the fdtd method,IEEE microwave and guided wave letters, vol. 3, n. 5, p. 136-138, may 1993.

[37] J. A. Pereda, L. A. Vielva, A. Vegas, A. Prieto,An Extended FDTD Method for the Treatment of Partially Magnetized Ferrites,IEEE transactions on magnetics, vol. 31, n. 3, P. 1666-1669, may 1995.

[38] R. Luebbers, F. P. Hunsberger, K. S. kunz, R. B. Standler, M. Schneider,

A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials,

IEEE transactions on electromagnetic compatibility, vol. 32, n°3, p. 222-227, 1990.



Annexe 1 : Critère de stabilité [17].

Le schéma numérique présenté au chapitre (II), issu de la discrétisation des équations de Maxwell par la méthode des différences finies, ne peut fonctionner que sous la contrainte d'un critère de stabilité. Pour cela, nous allons établir le critère de stabilité à partir de l'équation de Helmholtz, discrétisée au sens des différences centrées.

Dans un repère cartésien, l'équation de Helmholtz s'écrit :

•••

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \dots (A.1.1)$$

Où W est la composante d'un champ arbitraire électrique ou magnétique. En discrétisant, à l'aide des différences centrées, l'équation (A.1.1), nous obtenons la forme suivante :

$$\frac{W^{n}(i+1,j,k) - 2.W^{n}(i,j,j) + W^{n}(i-1,j,k)}{\partial x^{2}} + \frac{W^{n}(i,j+1,k) - 2.W^{n}(i,j,j) + W^{n}(i,j-1,k)}{\partial y^{2}} + \frac{W^{n}(i,j,k+1) - 2.W^{n}(i,j,j) + W^{n}(i,j,k-1)}{\partial z^{2}} = \frac{1}{c^{2}} \frac{W^{n+1}(i,j,k) - 2.W^{n}(i,j,j) + W^{n-1}(i,j,k)}{\partial t^{2}} \dots$$

La première incrémentation pour la valeur des champs électriques, à l'instant n=2 utilise le champ à n=1 et n=0. La valeur du champ à n=0 est connue par les conditions initiales. Par ailleurs, la valeur à n=1 n'est pas connue, et doit être prise en compte tout en maintenant la stabilité de l'algorithme durant l'incrémentation du temps.

La composante du champ donnée par l'équation (A.1.2) peut être modélisée par :

 $W^{n}(i, j, k) = D^{n} e^{j(Ai+Bj+Ck)}$ $j = \sqrt{-1}$, A, B, C : sont réels.....(A.1.3)

Où l'amplitude de D doit être plus petite que l'unité pour que le champ électrique soit borné. Prenons n=1 et introduisons l'équation (A.1.3) dans celle donnée par (A.1.2) et en éliminant les termes des champs communs, nous obtenons :

$$D\left[\frac{e^{jA}-2+e^{-jA}}{\partial x^2}+\frac{e^{jB}-2+e^{-jB}}{\partial y^2}+\frac{e^{jC}-2+e^{-jC}}{\partial z^2}\right] = \frac{1}{c^2}\frac{D^2-2D+1}{dt^2}\dots(A.1.4)$$

En arrangeant et utilisant l'identité d'Euler dans les champs de l'équation (A.1.4), nous obtenons :

$$D^{2} - 2D\left[1 - 2\left(c\frac{dt}{dx}\right)^{2}\sin^{2}\frac{A}{2} - 2\left(c\frac{dt}{dy}\right)^{2}\sin^{2}\frac{B}{2} - 2\left(c\frac{dt}{dz}\right)^{2}\sin^{2}\frac{C}{2}\right] + 1 = 0....(A.1.5)$$

En imposant que le champ soit borné, la racine de D donnée par l'équation (A.1.5) devient :

$$-1 \le 1 - 2\left(c\frac{dt}{dx}\right)^{2} \sin^{2}\frac{A}{2} - 2\left(c\frac{dt}{dy}\right)^{2} \sin^{2}\frac{B}{2} - 2\left(c\frac{dt}{dz}\right)^{2}\frac{C}{2} \le 1$$
....(A.1.6)

L'équation (A.1.6) peut être représentée de la façon suivante :

$$(cdt)^{2} \left[\frac{\sin^{2} \frac{A}{2}}{dx^{2}} + \frac{\sin^{2} \frac{B}{2}}{dy^{2}} + \frac{\sin^{2} \frac{C}{2}}{dz^{2}} \right] \le 1....(A.1.7)$$

Ceci nous conduit à la relation suivante entre le pas temporel et les pas spatiaux. La relation (A.1.7) est valable quelque soit les constantes de propagation choisies K_x , K_y , K_z . En majorant les sinus par 1, dans la relation, on obtient le pas d'échantillonnage du schéma numérique d'ordre 2*2 :

$$dt \le \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}} \dots (A.1.8)$$
Annexe 2 : propriétés de quelques matériaux a base de ferrite [7].

Matériau	Numéro	$4\pi M_s$	ΔH	ε _r	tanð	T _c	$4\pi M_r$
	Trans-Tech	(Gauss)	(Oersted)			(°C)	(Gauss)
Magnésium ferrite	TT1-105	1750	225	12.2	0.00025	225	1220
Magnésium ferrite	TT1-390	2150	540	12.7	0.00025	320	1288
Magnésium ferrite	TT1-3000	3000	190	12.9	0.0005	240	2000
Nickel ferrite	TT2-101	3000	350	12.8	0.0025	585	1853
Nickel ferrite	TT2-113	500	150	9.0	0.0008	120	140
Nickel ferrite	TT2-125	2100	450	12.6	0.001	560	1426
Lithium ferrite	TT73-1700	1700	<400	16.1	0.0025	460	1139
Lithium ferrite	TT73-2200	2200	<450	15.8	0.0025	520	1474
Yttrium garnet	G-113	1780	45	15.0	0.0002	280	1277
Aluminium garnet	G-610	680	40	14.5	0.0002	185	515

<u>Résumé :</u>

Les applications actuelles en télécommunication sont de plus en plus développées et pour répondre à ces exigences, les concepteurs sont menés à : élaboré des dispositifs fonctionnant à des fréquences élevées, miniaturisé ces dispositifs et réduire le coût de fabrication, c'est pour cela que ce domaine de modélisation et très en actualité.

Dans ce mémoire nous avons détaillé les équations de Maxwell discrétiser avec la méthode des différences finies, nous avons étudié les différentes approches de la FDTD et nous avons travaillé avec la méthode Leapfrog et nous avons appliqué notre programme en MATLAB sur un guide d'onde ligne à ailettes, partiellement remplie de diélectrique et de ferrite pour calculer la constante de propagation positive et négative.

<u> Abstract :</u>

The current applications in telecommunications are increasingly developed, and for respond to these demands the designers are leading to: elaborate devices working at high frequencies, miniaturize these systems and reducing the cost of fabrication, and it is for this reason this domain of modeling is very current.

In this memory, we detailed the discretization of the Maxwell's equations with the finites differences method, we studied different approach of the FDTD and we worked with the Leapfrog method, and we have apply our programme in MATLAB on a finline waveguide, partially filled with dielectric and ferrite and for calculate the positive and negative propagation constant.

<u>ملخص :</u>

التطبيقات الحالية للاتصالات تتقدم بصورة متزايدة و لتلبية هذه الاحتياجات يقوم المصممون بتنفيذ ما يلي : تطوير الاجهزه العاملة على ترددات عالية ، تصغير الاجهزه وتخفيض تكلفة التصنيع و لهذا فهذا المجال هو جد جاري.

في هده الوثيقة قمنا بتفصيل أخذ عيبنات من معادلات ماكسويل باستعمال طريقة الفروق المحدودة ، و قمنا بدراسة المناهج المختلفة لطريقة الفروق المحدودة في المجال الزمني (FDTD) و عملنا بطريقة (Leapfrog) و قمنا بتنفيذ برنامجنا بواسطة MATLAB على ناقل موجة خط مجنح مملوء جزئيا بعازل و معدن مغناطيسي لحساب ثابت الانتشار الايجابي والسلبي.