

République Algérienne Démocratique et Populaire

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MENTOURI DE CONSTANTINE
Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Electronique

N° d'ordre :
Série :

Mémoire

*Présenté pour obtenir le diplôme de Magister
En Electronique*

Option
Matériaux pour l'Electronique

Par
Mr : Merdjana Toufik

THÈME

**ÉTUDE DES CARACTERISTIQUES DE TRANSMISSION
DANS UN METAMATERIAU**

Soutenu le : / /

Devant le jury composé de:

<u>Président:</u>	M ^r A.Benghalia	Prof. à l'Université de Constantine
<u>Rapporteur:</u>	M ^r A.Chaabi	Prof. à l'Université de Constantine
<u>Examineurs:</u>	M ^r M.Bouchemat	Pof. à l'Université de Constantine
	M ^{me} S.Bouhedja	M.C. à l'Université de Constantine

REMERCIEMENTS

Je tient a remercier tout d'abord dieu le tout puissant qui ma donné durant toutes ces années la santé, le courage et la foi en moi-même pour arriver a ce jour.

J'exprime ma gratitude a Mr A. Chaabi qui a suivi de près ce travail et a accepté d'en être rapporteur . Je le dois vraiment beaucoup de respect..

Je tient a remercier très sincèrement Mr A. Benghalia professeur à l'université de constantine d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de cette thèse .

Mes remerciements les plus sincères sont adressés à Mr M. Bouchemat Professeurs à l'université de constantine et Madame S. Bouhedja M.C à l'université de constantine pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptent de faire partie du jury de cette thèse.

Je remercie également Mr Chettah Chouaib de son aide pour la réalisation de ce travail

Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribués de près ou de loin l'élaboration de ce travail. .

SOMMAIRE

I.INTRODUCTION GENERALE.....	01
------------------------------	----

CHAPITRE I: MILIEUX A PERMITTIVITE ET PERMEABILITE ARTIFICIELLES.

I.1 Introduction.....	03
I.2 Classification des composites artificiels.....	03
I.2.1 Composites à inclusions non résonantes.....	03
I.2.1.1 Composites à inclusions tubulaires métalliques creuses.....	03
I.2.1.2 Composites à inclusions filaires en réseau cubique.....	05
I.2.2 Composites à inclusions dipolaires résonantes.....	07
I.2.2.1 Dipôle résonant chargé par des éléments électrostatiques.....	07
I.2.2.2 Les swiss roll.....	11
I.2.2.3 Boucles ouvertes (split ring resonator).....	12
I.3 conclusion.....	14

CAPITRE II: PROPRIETES DU METAMATERIAU A MAIN GAUCHE.

II.1Introduction.....	16
II.2 Propagation des ondes dans un milieu RH/LH (raght/left handed)	18
II.3 Focalisation du champ proche.....	19
II.4 Les ondes évanescentes	20
II.4.1 Propriétés de l'onde évanescente.....	21
II.4.1.1 Le vecteur d'onde.....	21
II.4.1.2 La résolution d'un instrument d'optique.....	22
II.5 Amplification des ondes évanescentes	23
II.6 Les plasmons de surfaces.....	26
II.6.1 Les modes plasmon de surface.....	27
II.6.2 La résonance plasma d'un métal.....	27
II.7 Calcul du coefficient de transmission d'une plaquette du LHM.....	27
II.8 Limitations de l'amplification des ondes évanescentes dans un LHM.....	32
II.8 Conclusion.....	33

CHAPITRE III: METHODES NUMERIQUES ET PRINCIPE DE LA FDTD.

III.1 Introduction.....	35
III.2 Méthodes d'analyse numérique.....	36
III.2.1 Méthode des moments.....	36
III.2.2 Matrice de lignes de transmission TML.....	36
III.2.3 Méthode de raccordement des modes.....	37
	37

III.3 Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD).....	
III.3.1 Principe de la méthode.....	37
III.3.2 Equations de bases.....	38
III.3.3 Principes des différences finies centrées.....	39
III.3.4 La discrétisation des équations de Maxwell.....	40
III.3.4.1 La discrétisation spatiale.....	40
III.3.4.2 Construction du maillage.....	43
III.3.4.3 La discrétisation temporelle.....	44
III.3.4.4 Détermination du critère de stabilité.....	45
III.3.4.5 Dispersion numérique:.....	45
III.3.5 Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD.....	46
III.4 Conditions aux limites.....	48
III.4.1 Conditions PML de Berenger	49
III.4.2 Principe des PML.....	50
III.4.3 Méthode de résolution:.....	51
III.5 L'excitation.....	52
III.6 Conclusion.....	52

CHAPITRE IV: APPLICATION DE LA FDTD POUR L'ETUDE DES CARACTERISTIQUES DE TRANSMISSION DANS UN LHM.

IV.1 Introduction.....	53
IV.2 Application de la FDTD dispersive pour l'étude des caractéristiques de transmission dans un LHM.....	53
IV.2.1 L'arrangement (E,D,H,B)	54
IV.2.2 L'arrangement (E, J, H, M).....	57
IV.2.3 La méthode de la moyenne spatiale.....	57
IV.3 Implémentation numérique.....	60
IV.3.1 Application de la moyenne pour le calcul du coefficient de transmission.....	62
IV.3.2 Effet de la disparité entre la permittivité du matériau et ϵ_0 sur le coefficient de transmission.....	63
IV.3.3 Effet des pertes sur le coefficient de transmission.....	64
IV.3.4 Effet de l'épaisseur sur la transmission du LHM.....	66
IV.3.5 Evaluation des paramètres numériques du matériau.....	67
IV.3.6 Recherche du temps de commutation optimal.....	71
IV.4 Effet de la taille transversale sur la qualité d'image	73
IV.5 Conclusion	74
Conclusion générale	76
Bibliographie.....	78
Annexe A.....	81
Annexe B.....	83
Annexe C.....	84

Introduction générale :

Les actions de recherche actuelle correspondent aux études sur les composites artificiels hyperfréquences, qui ouvrent des nouvelles perspectives dans le domaine de réflexion et de transmission d'une onde électromagnétique. Les composites réalisés formés de plusieurs constituants, leurs origines ne sont pas naturels ils sont fortement hétérogènes. Le terme le plus couramment employé pour désigner ce type de composants est celui du " métamatériaux " du mot grec méta qui signifie: (qui englobe, qui dépasse).

Les métamatériaux généralement sont des structures artificielles, ils sont constitués d'une matrice diélectrique ou magnétique et d'inclusions diélectriques, magnétiques, métalliques ou électromagnétiques. Les inclusions peuvent être disposées dans la matrice soit d'une manière aléatoire, soit d'une manière ordonnée, leurs tailles sont généralement petites devant la longueur d'onde propagée dans le composite et à multiéchelle.

Le concept de métamatériau est très vaste dans la mesure où ces matériaux présentent des topologies très différentes, formées par des constituants très variés. Il existe cependant un point commun à ces métamatériaux, ils ont tous des propriétés électromagnétiques très différentes de celles présentées par les matériaux naturels, cette différence résulte d'un assemblage particulier des matériaux constitutifs usuels, c'est-à-dire ayant des propriétés physiques connues, ainsi des métamatériaux présentant des permittivités et perméabilités relatives négatives dans une bande de fréquences donnée peuvent être obtenus, alors que leurs constituants inclusions conductrices et matrice diélectrique isolante ont des propriétés électromagnétiques conventionnelles.

Le concept de métamatériau fut évoqué pour la première fois dans le domaine de l'optique en 1968, quand le physicien russe Victor Veselago [1] introduit la notion de matériau à main gauche LHM (Left Handed Metamaterial), ce dernier a étudié d'une manière théorique la propagation dans tel matériau, qui se caractérise par sa permittivité électrique et sa perméabilité magnétique simultanément négatives, dans ce cas le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} et le vecteur d'onde \vec{K} , forment un trièdre inverse, il a également montré que \vec{K} et \vec{S} (vecteur de Poyting) sont antiparallèles ainsi la vitesse de groupe et la vitesse de phase sont opposées, et par conséquent un indice de réfraction (angle de réfraction) négatif. En plus de la réfraction négative, les LHMs présentent des propriétés particulières telles que l'inversion de l'effet Doppler et l'effet Cerenkov .

En 2001 [2] il a été démontré qu'une onde électromagnétique peut se propager dans un milieu d'indice optique négatif. Une onde incidente franchissant la surface de séparation du vide et d'un tel milieu est réfractée selon un angle négatif, ce qui n'avait jamais été observé au paravent avec un milieu classique.

Toutes les améliorations techniques réalisées en microscopie, se sont heurtées à l'existence d'un véritable « mur » de résolution exprimé par le critère de Rayleigh (on ne peut pas voir d'objet de dimension inférieure à la longueur d'onde du rayonnement utilisé pour l'observer).

Une des plus importantes applications des LHM présentée par monsieur John Pendry est les superlentilles [3], qui sont des lentilles parfaites permettant de s'affranchir de la limite de diffraction imposée par le critère de Rayleigh par l'amplification des ondes évanescentes, qui se délabrent normalement dans les matériaux habituels et permettent la transmission des détails de dimension inférieure à la longueur d'onde, de la source à des distances significatives.

De tels matériaux ne sont pas encore disponibles expérimentalement et les simulations numériques demeurent ainsi toujours, une des manières les plus connues en explorant leurs propriétés et ses applications.

La méthode des différences finies dans le domaine de temps FDTD (Finite Difference Time Domain) [4], est une approche numérique permettant la résolution des équations de Maxwell dans le domaine du temps, cette méthode a démontré, qu'elle avait de nombreux avantages, qui résident dans sa formulation qui est relativement simple, dans la robustesse de l'algorithme et enfin dans la possibilité d'effectuer l'analyse sur une large bande de fréquence.

Ce travail est divisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est une synthèse bibliographique sur les composites artificiels.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des différentes propriétés du LHM.

Le troisième chapitre est un générique pour le quatrième chapitre, où on a introduit un rappel des méthodes numériques, le principe de la FDTD, la discrétisation spatiale et temporelle, la dispersion numérique ainsi que les conditions aux limites.

Le quatrième chapitre est consacré à l'application de la FDTD pour l'étude des caractéristiques de transmission dans une plaquette de LHM, et les différents facteurs limitant la transmission des détails sub-longueur (au-dessous de la longueur d'onde) dans une plaquette de LHM. Ainsi que l'effet des paramètres numériques du matériau sur l'exactitude des résultats des simulations. Pour la résolution du problème d'interfaces nous avons employé la méthode de la moyenne d'un paramètre du matériau aux interfaces le long des frontières du LHM et pour la validité de nos résultats, nous avons comparé le coefficient de transmission calculé analytiquement à celui de la FDTD dispersive.

$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$: Permittivité électrique complexe

$\mu = \mu' + i\mu''$: Perméabilité magnétique complexe

SRR: Split Ring Resonator

LHM: Left Handed Metamaterial

FDTD: Finite Difference Time Domain

μ_{ef} : Perméabilité magnétique effective

ϵ_{ef} : Permittivité électrique effective

μ_r : Perméabilité magnétique relative

ϵ_r : Permittivité électrique relative

R_e : Partie réelle

S^* : Conductivité magnétique

S : Conductivité électrique

Δt : Pas temporel

$\Delta x, \Delta y$: Pas spatial

PML : perfectly Matched Layer

Constantes:

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide

C_0 : Vitesse de la lumière

Vecteurs:

\vec{E} : Vecteur champ électrique.

\vec{H} : Vecteur champ magnétique

\vec{D} : Vecteur induction électrique

\vec{B} : Vecteur induction magnétique

Chapitre I: Milieux à permittivité et perméabilité artificielles

I.1 Introduction

Les milieux à permittivité ou perméabilité artificielle sont en majorité des composants à base de métal et d'isolant, le concept de perméabilité artificielle daté de l'année 1980. Récemment Prendry a introduit deux notions nouvelles, ou de moins revisités qui concernent en premier lieu le comportement diélectrique des matériaux métallique [5,6], en second lieu la possibilité de réaliser des matériaux à perméabilité négative a partir des constituants non magnétiques [7]. Ces deux notions sont liées car dans les meilleurs des cas, on obtient un composite principalement diélectrique ou magnétique dans une seule direction et pour certaine polarisation.

I.2 Classification des composites artificiels

I.2.1 Composites a inclusions non résonnantes

Leur fonctionnement ne repose pas sur la résonance dipolaire, la polarisation artificielle provient alors de la géométrie et de la profondeur de l'onde dans la partie métallique du composite.

Parmi ces composite on peut citer:

I.2.1.1 Composites a inclusions tubulaires métalliques creuses

Un phénomène de perméabilité artificielle de relaxation peut être observées dans les composites métalliques non magnétiques.

L'exemple le plus simple de ce phénomène et celui d'un réseau de tubes métalliques creux, infiniment longs séparés par un diélectrique (figure I.1).

Si on applique un champ magnétique extérieur H_0 parallèle au cylindre, en basse fréquence il pénètre dans le tube, le champ à l'intérieur est égale au champ a l'extérieur.

Par conséquent $B = m_0 H_0$ et donc la perméabilité effective vaut $1 + j0$

Lorsque la fréquence augmente un phénomène d'écrantage se produit et le champ incident ne pénètre plus dans le tube et le champ à l'extérieur vaut 0, le composite est diamagnétique. La formule de la perméabilité effective donnée par la référence [7]:

$$m_{eff} = 1 - \frac{\rho \cdot r^2}{d^2} \cdot \left[\frac{1}{1 + j \frac{2r}{\omega r m_0}} \right] \quad (I.1)$$

ρ : Résistance du cylindre métalliques par unité de surface.

d : Distance entre les cylindres (la période).

r : Rayon du cylindre.

Les variations de la perméabilité en fonction de la fréquence sont représentées sur (figure I.2), il s'agit d'une relaxation que d'une résonance de la perméabilité. On remarque que μ_{eff} est toujours positive est inférieur a 1.

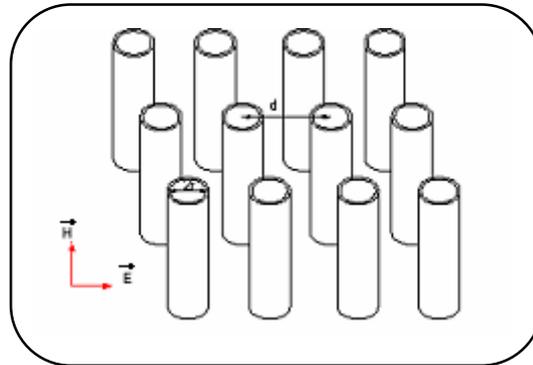


Figure I.1 : Réseau de tubes métalliques creux.

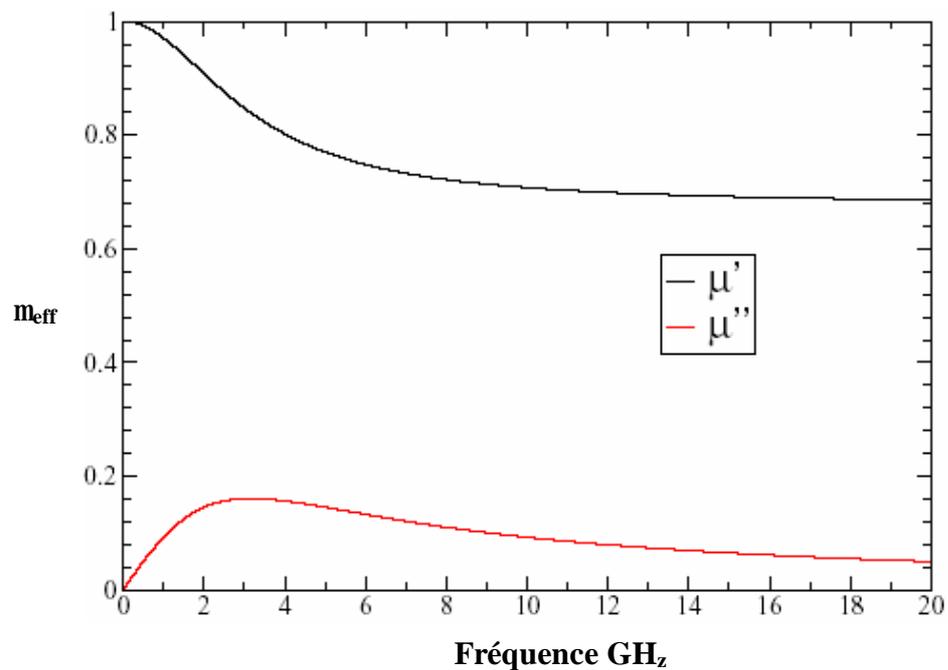


Figure I.2 : Perméabilité d'un composite à base de tubes métalliques creux.

I.2.1.2 Composites a inclusions filaires en réseau cubique

On sait que les réseaux de fils parallèles peuvent se comporter comme des polariseurs en hyperfréquences. Récemment il a été montré que ces réseaux peuvent présenter des permittivités négatives sur larges bandes de fréquences. Ce phénomène de permittivité artificielle n'est pas issu d'une résonance de l'inclusion mais des propriétés conductrices des métaux et d'une géométrie particulière éclairée par une onde polarisée.

Cette permittivité effective des matériaux métalliques soumise a une excitation électromagnétique peut être décrite par la formule de Drude.

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0 \cdot \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (I.2)$$

ω_p : Pulsation plasmon du matériaux métalliques.

ω : Pulsation de travail.

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m_{eff}} \quad (I.3)$$

n : Densité des électrons.

e : Charge de l'électron.

ϵ_0 : Permittivité du vide.

m_{eff} : Masse effective de l'électron.

La pulsation plasmon est proportionnelle à la densité de charges libres et inversement proportionnelle à leur masse, l'un des moyens de ramener la fréquence plasma dans des bandes des fréquences et de diminuer très fortement la densité des porteurs libres et conjointement d'augmenter leur masse.

On constate que la permittivité relative du matériaux est négative en dessous de la pulsation plasma, est positive en dessus. Pour un métal homogène la fréquence plasma est très élevée, elle se situe dans l'ultraviolet du spectre elle est de l'ordre de 15 ev dans l'Aluminium.

La permittivité de l'Aluminium d'après le modèle de Drude est donnée sur la figure (I.3), pour les basses fréquences la permittivité est négative et les ondes électromagnétiques ne se propagent pas pour $\omega = \omega_p$, et dans ce cas la permittivité est nulle.

La motivation de Pendry [5, 6] est de fabriquer un composite qui présente la même réponse diélectrique. Pendry tente de contraindre les électrons libres du métal à se déplacer, dans une direction donnée en choisissant la topologie filaire. Il construit pour cela des réseaux de fils cubiques figure (I.4) avec un champ hyperfréquence normalement incident et parallèle aux fils.

La concentration en métal de ces composites est très faible, la période est de l'ordre de centimètre et le rayon des fils utilisés est de l'ordre du micron.

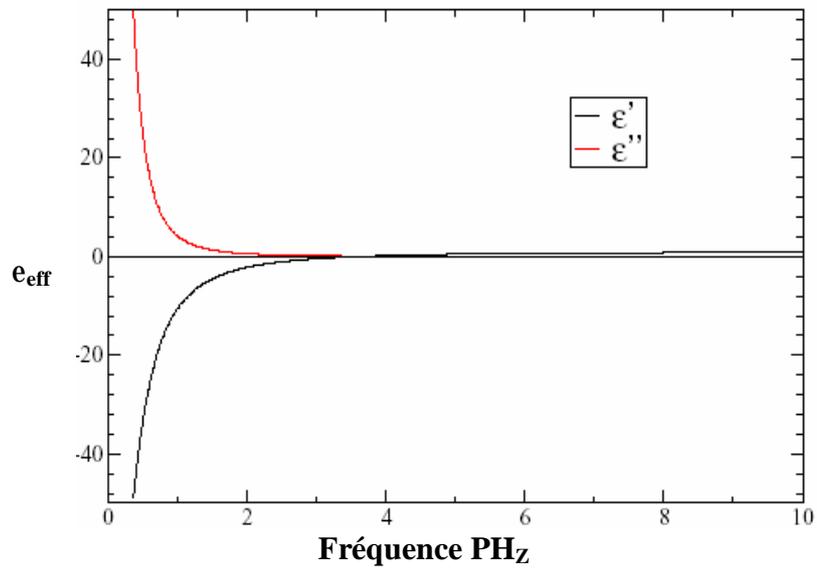


Figure I.3 : Permittivité de l'aluminium selon le modèle de Drude.

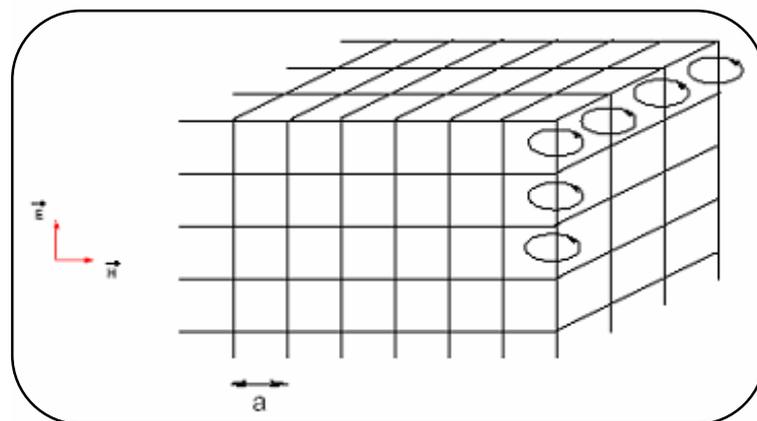


Figure I.4 : Réseau de fils cubique.

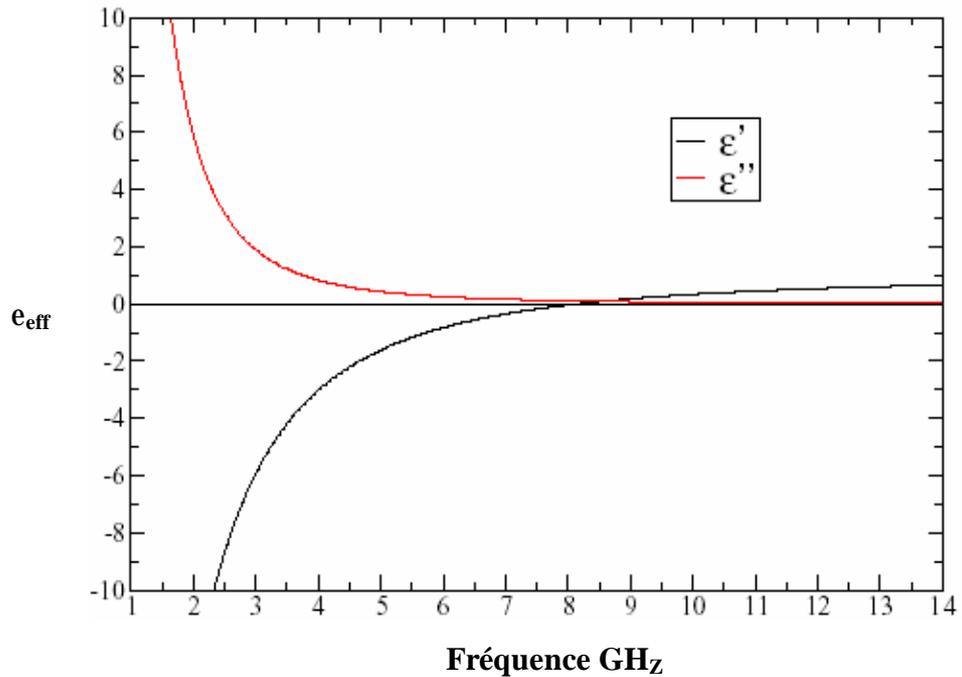


Figure I.5 : Permittivité d'un réseau de fils cubique.

La figure (I.5) présente la permittivité d'un réseau de fils cubique semblables a celles du modèle de Drude pour l'Aluminium ce qui confirme la théorie de Pendry.

I.2.2 Composites a inclusions dipolaires résonantes

Le but est de créer des dipôles électriques et magnétiques artificiels, leur fonction repose sur le phénomène de résonance électromagnétique ou les inclusions que créés une polarisation artificielle. Les inclusions métalliques sont donc liées à la longueur d'onde incidente, parmi ces composites (Swiss roll Résonator et les boucles ouvertes).

I.2.2.1 Dipôles résonants chargés par des éléments électrostatiques

D'autres auteurs ont développé le concept d'inclusions chargées par des composants électroniques, dans tous les cas il s'agit des travaux purement théoriques. Parmi eux on trouve Ziolkovski [8] qui propose des composites constitués d'antennes de dimensions très petites devant leur longueur d'ondes qui sont reliés à des circuits électroniques de charges permettant de contrôler leur propriétés, ils nomment molécule les inclusions qui sont en faites des dipôles électriques ou magnétiques chargés par des capacités, des résistances et des inductances. L'intérêt d'insérer une charge aux bornes de

l'inclusions résonante et que l'on peut ainsi réduire ses dimensions de la même manière qu'en électronique ou on peut augmenter artificiellement la taille d'une antenne.

Auzanneau et Ziolkovski [9] modélisent les dipôles par des générateurs et des impédances équivalentes. Une impédance de charges est rajoutée en parallèle au dipôle, pour l'antenne dipôle dessinée sur la figure (I.6), la permittivité est donnée par :

$$e = 1 + \frac{k_e}{j\omega(z_{in} - z_l)} \quad (I.4)$$

Avec k_e constante géométrique positive, z_{in} et z_l les impédances du dipôle et de charge, ou le circuit équivalent est donné par la figure (I.7), cette formule est obtenue en calculant le moment dipolaire

$$P = \frac{1}{j\omega \int_{-l_0}^{l_0} I(z) \cdot dz a_z} \quad (I.5)$$

Où $I(z)$ est le courant parcouru dans le dipôle de hauteur $2l_0$ selon l'axe OZ.

Si le courant est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{I_0 \cdot l_0}{j\omega V} \cdot a_z \quad (I.6)$$

Où V est le volume élémentaire du dipôle

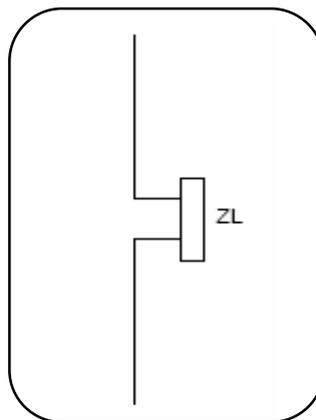


Figure I.6 : Dipôle électrique chargé par une impédance Z_L .

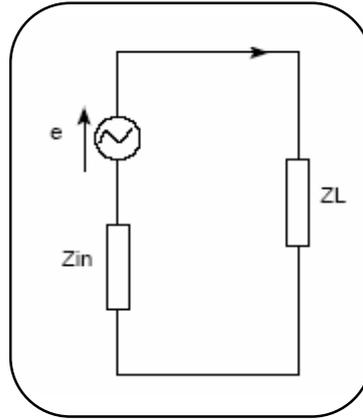


Figure I.7 : Circuit équivalent au dipôle électrique chargé par une impédance.

D'après la formule (I.4) et grâce aux lois de mélange on peut en déduire une permittivité effective du composite globale de manière analytique, cependant quelle valeur attribuer au volume V de l'inclusion. On peut se demander si celle-ci doit être la valeur du volume géométrique ou bien une valeur différente, un volume électromagnétique.

De ces travaux il faut donc retenir qu'il est possible d'établir des modèles analytiques simples de ces composites à partir de l'impédance du dipôle, deux étapes sont clairement identifiées au cours de leur démarche et éclairent la notre :

- La modélisation analytique de la permittivité et de la perméabilité des inclusions.
- La définition des propriétés globale du composite grâce aux lois de mélange.

Dipôles et charges actives

Tretyakove [10] propose d'aller plus loin en introduisant des éléments électroniques actifs aux bornes du dipôle, les équations qui décrivent la permittivité d'une antenne dipôle électrique chargée sont les mêmes que celles d'Auzanneau, cependant il introduit la notion de longueur effective l_{eff} . Pour le dipôle électrique la permittivité devient alors :

$$e = 1 + \frac{n \cdot l_{eff}^2}{j\omega \epsilon_0 (z_{in} + z_1)} \quad (I.7)$$

Où n est la concentration en inclusion, la longueur l_{eff} permet de cerner la dimension électromagnétique de l'inclusion qui diffère de la dimension géométrique et dépend de la fréquence de l'onde incidente. Parallèlement il donne la perméabilité effective d'une boucle en fonction de l'impédance de charge.

$$m = 1 - m_0 \frac{j\omega m s^2}{z_{in} + z_1} \quad (\text{I.8})$$

Avec s est la section de la boucle.

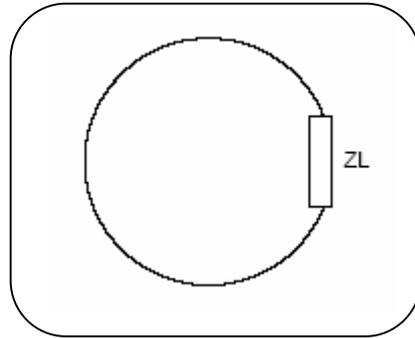


Figure I.8 : Boucle chargée par une impédance ZL. Dipôle magnétique chargé.

Afin d'atteindre des paramètres ϵ et μ négatifs un inverseur d'impédance est utilisé en parallèle à la charge afin de simuler une inductance négative. L'impédance réalisée par ce circuit vaut en effet $Z_{INV} = Z_1 Z_2 / Z_3$, on peut alors simuler des inductances ou des capacités négatives.

Une molécule active est ainsi constituée naturellement, les milieux dont les paramètres effectifs sont négatifs simultanément présentent de fortes pertes. Avec des systèmes actifs, ces pertes pourraient être compensées. De plus à peu près n'importe quelle fonction d'impédance peut être synthétisée à l'aide de circuits actifs. Des composites artificiels actifs non linéaires sont également envisagés. Il faut enfin signaler que dans le domaine des composites à bande interdite photonique, des composants électroniques ont également été insérés.

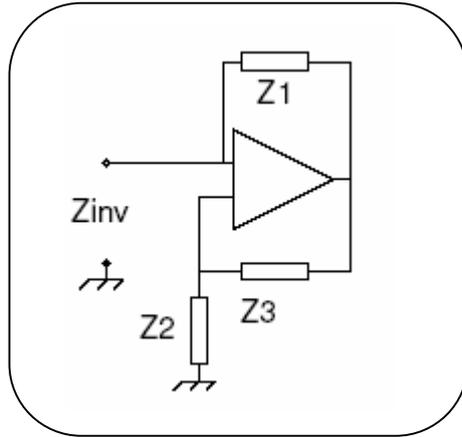


Figure I.9 : Circuit inverseur d'impédance à amplificateur opérationnel.

I.2.2.2 Les swiss roll

Nous prenons le même arrangement des cylindres creux figure (I.1), mais nous les remplaçons par des cylindres constitués d'un enroulement métallique, le plus important est qu'il n'y ait aucun courant qui circule dans l'enroulement sauf le courant dû à l'effet capacitif.

Dans cet exemple la perméabilité effective donnée par la référence [7] est

$$m_{eff} = 1 - \frac{\frac{pr^2}{a^2}}{1 + \frac{2ri}{wr m_0 (N-1)} - \frac{dc_0^2}{2p^2 r^3 (N-1)w^2}} \quad (I.9)$$

$N = 11$ (nombre de tours)

Si nous utilisons les valeurs suivantes :

$$r = 2.0mm$$

$$a = 5.0mm$$

$$d = 0.1mm$$

Nous trouvons la pulsation de résonance :

$$w_0 = \sqrt{\frac{dc_0^2}{2p^2 r^3 (N-1)^2}} \quad (I.10)$$

$$f_0 = (2p)^{-1} w_0 = 0.380 \times 10^9 \text{ HZ}$$

Et pour $N=3$, la fréquence de résonance devient

$$f_0 = 8.5 \times 10^9 \text{ Hz}$$

La figure (I.10) présente l'influence de la résistivité des cylindres sur la fréquence de résonance, et quand celle ci augmente la bande de résonance s'élargit et la perméabilité ne possède pas des valeurs négatives.

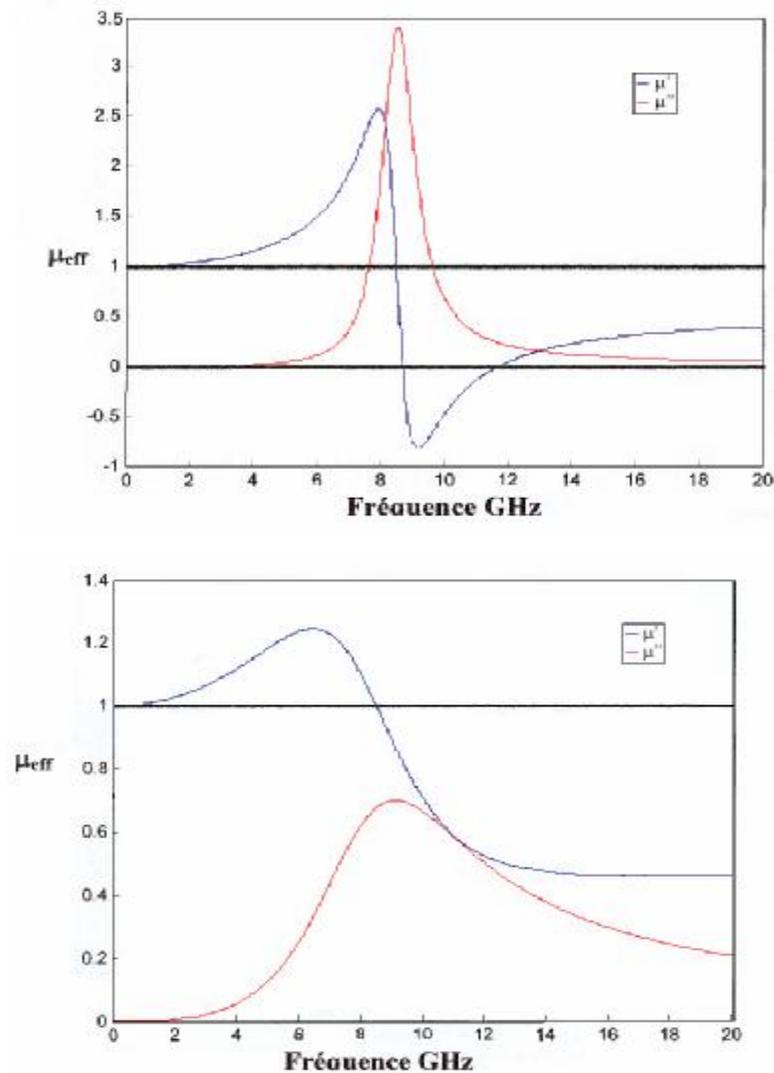


Figure I.10 : Perméabilité effective d'un Swiss Roll pour $r = 2W$ et $r = 10W$.

I.2.2.3 Boucles ouvertes (Split Ring Resonator)

Si on considère un matériau magnétique, on observe qu'il se comporte comme un ensemble de dipôles magnétiques, ses propriétés magnétiques s'étendent sur une large bande de fréquence.

Les ferrites, par exemple, peuvent présenter une perméabilité constante sur plusieurs centaines de MHz, ces dipôles magnétiques trouvent leurs origines au niveau atomique dont les moments magnétiques sont engendrés par les charges en mouvement. Cependant, les matériaux magnétiques bruts ont également leurs limites, notamment fréquentielles : au delà de quelques gigahertz il n'existe aucun magnétisme naturel exploitable en fréquence sur une large bande.

Le magnétisme artificiel propose de palier à ce problème. Les travaux de Pendry [7] porte sur le magnétisme crée par des conducteurs non magnétiques. Dans cet article Pendry [7] détaille un dispositif appelé Split ring resonator, en français «résonateur à anneaux fondus» ces anneaux sont ici imbriqués et les fentes sont opposées. A partir de ce motif générique plusieurs autres structures ont été proposées que ce soit en tirant parti des deux faces d'un substrat de dipôle sur une surface conforme ou la réalisation de motif de forme carrée. L'essentiel est la fabrication de boucles de courant qui ne sont pas les motifs chiraux planaires tel que la lettre Ω proposé par Engheta [11].

Pendry a montré que ce type de motif figure(I.11),s'il est périodisé, tout en respectant des dimensions très inférieurs à la longueur d'onde permet de réaliser un milieu de perméabilité relative négative et ceci dans une bande de fréquence souvent très étroite.

La perméabilité d'un tel milieu s'écrit :

$$m_{eff} = 1 - \frac{\frac{\rho r^2}{a^2}}{1 + \frac{2lc_0}{wr m_0} i - \frac{3lc_0^2}{\rho w^2 \ln \frac{2c}{d} r^3}} \quad (I.11)$$

ρ : Résistance métallique

r : Rayon de la boucle

l : Distance entre les SRR

la fréquence de résonance est :

$$w_0^2 = \frac{3lc_0^2}{\rho \ln \frac{2c}{d} r^3} \quad (I.12)$$

La forme typique de la forme de la résonance de ces matériaux est donnée sur la figure (I.12) On reconnaît un comportement résonant centré sur 13.5 GHz. A cette fréquence peu de matériaux magnétiques présentent une perméabilité.

On remarque qu'on peut réaliser une perméabilité artificielle à partir d'un seul anneau, l'intérêt du deuxième anneau fendu à l'opposé du premier est la réduction de la polarisabilité magnétoélectrique de l'inclusion car elle présente un effet bianisotrope.

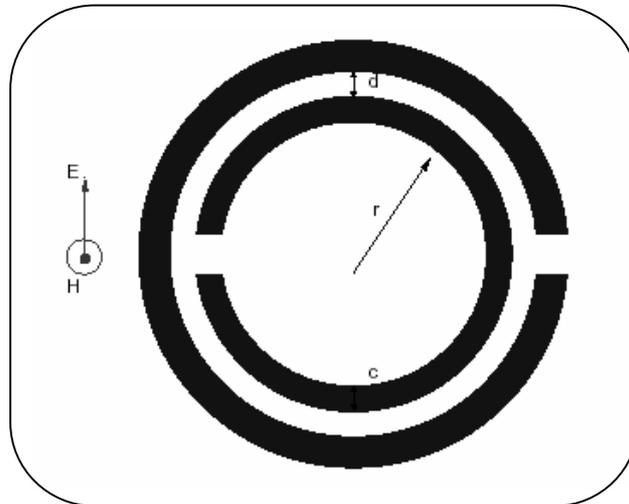


Figure I.11 : vue de dessus d'un résonateur à anneaux fendus.

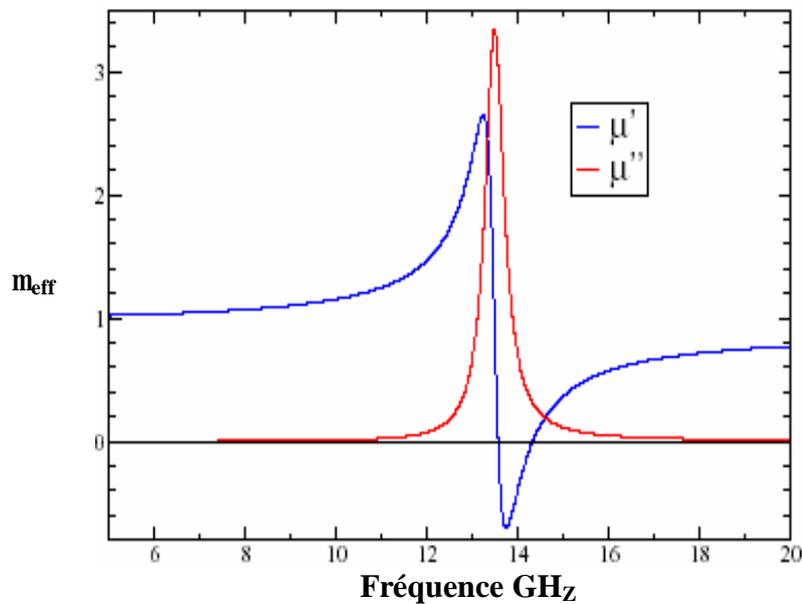


Figure 1.12 : Perméabilité théorique d'un SRR développés par J.P.Pondry.

I.3 Conclusion

Les métamatériaux regroupent plusieurs types de matériaux généralement des composites artificiels dont nous avons essayé de les classer selon le concept de résonance.

Nous avons cité les travaux récents effectués sur :

Premièrement : les inclusions non résonantes.

- Ø Inclusions tubulaires métalliques creuses infiniment longues.
- Ø Réseaux de fils parallèles infiniment longs.

Deuxièmement: les composites à inclusions dipolaires résonantes qui, traitent exactement :

- Ø Les boucles ouvertes qui présentent un motif de deux anneaux métalliques imbriqués dont de la perméabilité effective peut être négative dans une bande de fréquence très étroite .Ces boucles ouvertes placées dans un plasma à permittivité négative permettent de concevoir des milieux main gauche.
- Ø Les Swiss roll
- Ø Les dipôles électronique ou magnétique résonants chargés par des éléments électroniques éventuellement actifs.

Chapitre II: Propriétés du métamatériau à main gauche

II.1 Introduction

Une étude théorique menée par V.G.Veselago en 1968 a montré qu'un matériau dans la permittivité relative et la perméabilité relative simultanément négative a des propriétés fort peu intuitives, cette étude se trouvait malheureusement confrontée à une réalité physique : un tel matériau n'existe pas dans la nature , Aussi ne reçut-il que peu d'attention lors de sa publication, et ce n'est que lorsque J. Pendry de l'Imperial College à Londres publia, en 2000 un article intitulé «negative refraction makes a perfect lens» [12] que les metamateriaux devinrent l'objet de toutes les attentions.

Grâce à des travaux antérieurs de J.Pendry, un arrangement des fils métalliques permet de simuler une permittivité négative, tandis qu'un arrangement des résonateurs en anneau permet de simuler une perméabilité négative. Le groupe de San Diego proposera de combiner les deux afin d'obtenir les deux propriétés simultanément ceci donna lieu au concept de metamateriau main gauche .



Figure : II .1. a) Première démonstration expérimentale de LHM

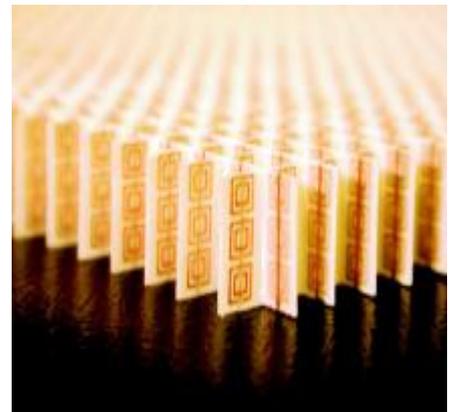


Figure : II .1. b) LHM isotrope a 2D

Le champ électrique et le champ magnétique et le vecteur d'onde d'une onde plane électromagnétique dans un tel matériau forment un trièdre indirect, ce que justifie le nom de metamateriau à main gauche LHM (left handed metamaterial) puisque les vecteurs sont dirigés selon la règle de main gauche. Il est également montré que le vecteur d'onde K et le vecteur de Poynting S sont antiparallèles, et par conséquent un indice de réfraction négatif (angle de réfraction négatif).

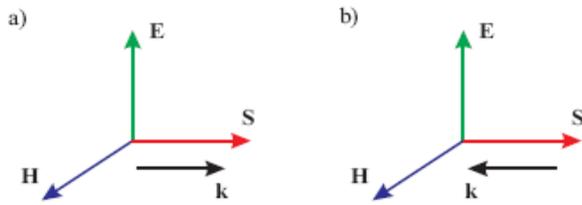


Figure II .2. a) Onde plane dans un milieu main droite isotrope. Figure II .2. b) Onde plane dans un milieu main gauche isotrope

En plus de la réfraction négative, les LHMs présentent des propriétés particulières intéressantes telles que l'inversion de l'effet Doppler et l'effet Cerenkov .Une des applications les plus importantes des LHMs présentées par monsieur J.Pendry est les superlentilles qui sont des lentilles parfaites différemment des lentilles conventionnelles. Les superlentilles planaires de Pendry reconstituent le champ proche comme le champ lointain de la source avec une résolution sub-longueur d'onde (au dessous de la longueur d'onde).

Les systèmes de formation d'images conventionnelles souffrent de la prétendue limite de diffraction imposée par le critère de Rayleigh : on ne peut pas voir d'objet de dimension inférieure a la longueur d'onde de rayonnement utilisé pour l'observer, ils sont seulement capable de transmettre les composantes propagatives de la source [12] car les ondes évanescentes qui diffusent des informations sub-longueur d'onde diminuent exponentiellement dans un milieu à permittivité et perméabilité positives et s'atténuent avant d'atteindre le plan d'image. D'autre part, les lentilles du LHM fournissent des propriétés uniques telles que la réfraction négative, la double focalisation et l'amplification des ondes évanescentes qui permettent de surmonter la limite de diffractions et reconstruit l'information de la source au plan d'image.

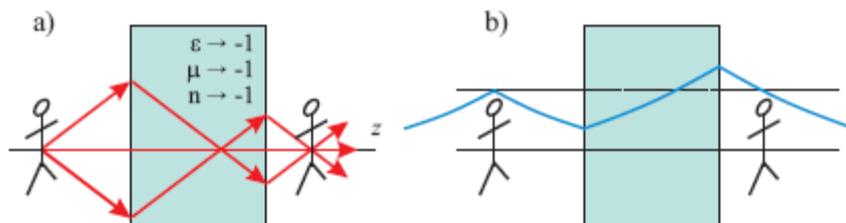


Figure II.3 L'illustration de superlentille formée de LHM avec $\epsilon_r = \mu_r = -1$ et $n = -1$

- a) Réfraction négative pour le champ proche
- b) Amplification des ondes évanescentes au champ proche.

En plus des superlentilles, les LHMs trouvent beaucoup d'applications tels que : les guides d'ondes, les filtres, les antennes ...).

II.2 Propagation des ondes dans un milieu RH-LH(Right/Left-Handed) dispersif

Un milieu isotope, dispersif, peut être décrit par sa perméabilité μ , sa permittivité ϵ et sa conductivité électrique σ . En utilisant la permittivité et la perméabilité relative, μ et ϵ peuvent être écrites sous la forme: $\mu = \mu_0 \mu_r$, $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ où ϵ_0 et μ_0 représentent respectivement la perméabilité et la permittivité du vide.

Si on considère la propagation d'une onde plane le long de l'axe z, dans un milieu LH (Left Handed), homogène, dispersif, donc le champ électrique peut être écrit sous la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{-i(kz - \omega t)} \quad (\text{II.1})$$

Avec k vecteur d'onde donné par la relation:

$$k^2 = k_0^2 \mu_r \left(\epsilon_r + i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right) \quad (\text{II.2})$$

Et $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

Dans un milieu dispersif, on peut écrire k sous la forme: $k = \beta + i\alpha$ où β, α représentent respectivement les constantes de propagation et d'atténuation.

De (II.2), on peut avoir facilement :

$$\beta^2 - \alpha^2 = k_0^2 \mu_r \epsilon_r \quad (\text{II.3})$$

$$2\alpha\beta = k_0^2 \frac{\mu_r \sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (\text{II.4})$$

Pour la résolution des deux équations (II.3),(II.4), on met $a = k_0^2 \mu_r \epsilon_r$ et $b = \frac{k_0^2 \mu_r \sigma}{\omega \epsilon_0}$

On aura:

$$\beta = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} \quad (\text{II.5})$$

$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}} \quad (\text{II.6})$$

Le fait qu'on est dans un milieu passif, a doit être positive. Pour un milieu d'indice de réfraction positif, où ϵ et μ sont positives, b est positif, donc on aura :

$$b = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} \mathbf{f} \mathbf{0} \quad (\text{II.7})$$

Par contre, pour un milieu LH, où ϵ et μ sont négatives, b est négatif ce qui implique que :

$$b = -\sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} \mathbf{p} \mathbf{0} \quad (\text{II.8})$$

En d'autre terme, le coefficient de propagation est négatif.

Si $\sigma \rightarrow 0$, on aura $\alpha = 0$ et:

$$k = -k_0 \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \quad (\text{II.9})$$

De cette équation on peut tirer facilement que l'indice de réfraction $n = -\sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ est négatif ce qui est en accord avec les résultats obtenues dans les travaux [1][2].

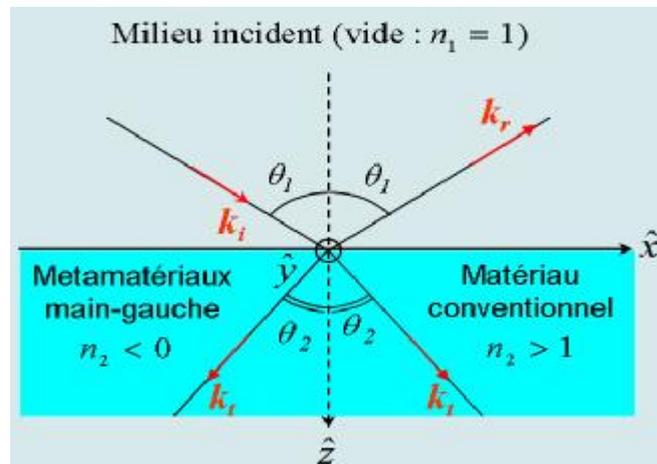


Figure II.4: Réflexion et transmission d'une onde plane (réfraction normale à droite, réfraction négative à gauche).

II.3 Focalisation du champ proche

Un champ proche dans un matériau à indice de réfraction négatif tend à focaliser naturellement une source rayonnante dans plusieurs directions. Le dessin de (figure II.5) apparaissant dans l'article original de Veselago [1] qui était le premier à appliquer la loi de Snell aux interfaces, pour prouver que cette structure peut provoquer une double focalisation de la lumière à l'intérieur et à l'extérieur de la plaquette..l'article original de

Pendry [2] parle non seulement de focalisation mais aussi de l'amplification des ondes évanescentes et qui permet de retrouver au point de focalisation l'ensemble des composantes émises par la source.

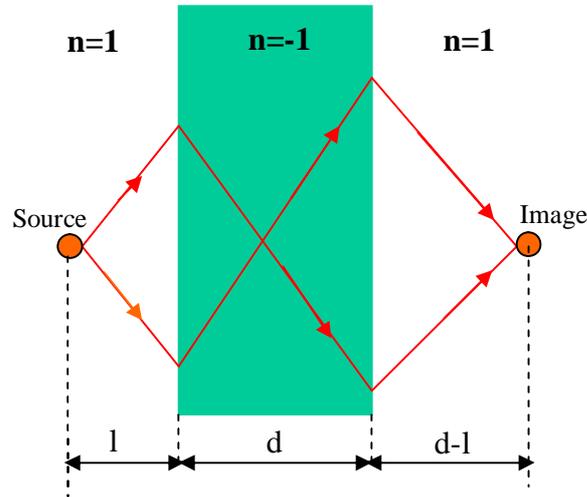


Figure II.5 : Focalisation du champ proche.

II.4 Les ondes évanescentes

Le phénomène de réflexion totale frustrée [13] est bien connu, il s'observe lorsque la lumière se propage dans un milieu d'indice de réfraction n_1 pour se réfléchir sur un milieu d'indice $n_2 < n_1$, dès que l'angle d'incidence θ_i du faisceau est supérieur à une valeur critique θ_c (l'angle incident limite de réfraction) définie par la relation:

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \quad (\text{II.10})$$

Dans un tel cas, toute l'énergie incidente se trouve réfléchi vers le premier milieu et on parle alors de "phénomène de réflexion totale". Malgré cette "réflexion totale" de la lumière, on constate néanmoins l'existence d'une perturbation électromagnétique dans le second milieu où il est malgré tout possible de détecter une onde. A cause de sa structure particulière qui lui impose de ne se propager qu'au voisinage immédiat de la surface de séparation des deux milieux, cette onde est dite "onde évanescente". Si le deuxième milieu est un métal les ondes évanescentes s'appellent "ondes plasmons de surface".

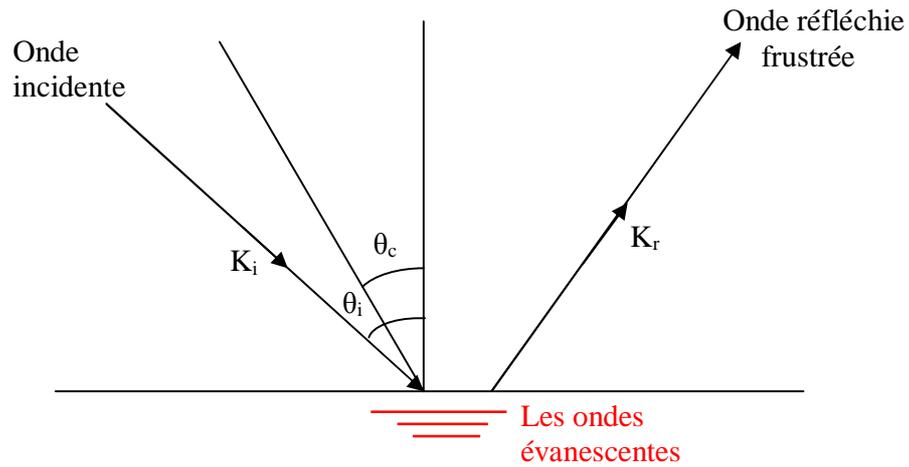


Figure II.6 : Phénomène de réflexion totale frustrée.

La première vérification expérimentale de l'existence de ce type d'onde attribuée à Newton [11].

II.4.1 Propriété de l'onde évanescente

Comme toute onde, l'onde évanescente est essentiellement définie par son vecteur d'onde et sa polarisation.

II.4.1.1 Le vecteur d'onde

Considérons deux milieux diélectriques d'indice n_1 et $n_2 < n_1$, si l'on note $oxyz$ un système de référence dans lequel le dioptre séparant les deux milieux correspond au plan oxy et dans lequel le plan d'incidence est le plan oxz , les composantes du vecteur d'onde de la partie transmise d'une onde plane qui se propage initialement dans le milieu n_1 et qui se réfléchit sur le dioptre avec un angle d'incidence θ_1 s'écrivent:

$$\vec{k} = \begin{cases} k_x = \frac{\omega}{c} n_2 \sin q_2 = \frac{\omega}{c} n_1 \sin q_1 \\ k_y = 0 \\ k_z = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 q_1} \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Si $n_1 \sin \theta_1 > n_2$, k_z devient imaginaire pur. Il y a alors réflexion totale de la lumière sur le dioptre et l'onde transmise dans le second milieu est évanescente, le cas particulier où $n_2=1$ les composantes du vecteur d'onde de l'onde évanescente s'écrivent :

$$\mathbf{k}^T = \begin{cases} k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta_2 = \frac{\omega}{c} n_1 \sin \theta_1 \\ k_y = 0 \\ k_z = j \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - 1} = j\tilde{k} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Dans ce cas $\|\mathbf{k}^T\| = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - 1} > \frac{\omega}{c}$

L'essentiel de ces résultats (II.12):

- ▼ Le vecteur d'onde de l'onde évanescente est complexe.
- ▼ Le module du vecteur d'onde est supérieur à $\frac{\omega}{c}$ dans le vide (pour une onde progressive homogène aucune des composantes du vecteur d'onde ne peut être supérieure à cette valeur).
- ▼ Sa composante k_z est imaginaire pure.

A cause de cette dernière propriété, l'amplitude de l'onde évanescente décroît exponentiellement en fonction de z , nous obtenons la structure générale d'une onde évanescente d'amplitude E_0 .

$$\vec{E} = E_0 \exp j(k_x x + k_z z - \omega t) = E_0 \exp(-\tilde{k}_z z) \exp j(k_x x - \omega t) \quad (\text{II.13})$$

A cause de cette décroissance exponentielle qu'elle n'est détectable sur une distance très faible de la surface de séparation de deux milieux.

II.4.1.2 La résolution d'un instrument d'optique

C'est le second exemple de notre conséquence des propriétés inhabituelles de l'onde évanescente. Les améliorations techniques réalisées en microscopie se sont heurtées à l'existence d'un véritable "mur" de résolution exprimé par le critère de Rayleigh qui détermine l'ordre de grandeur : on ne peut pas voir d'objet de dimension inférieur à la demi-longueur d'onde du rayonnement utilisé pour l'observer. Avec l'étude détaillée du problème on peut montrer que le pouvoir résolvant d'un instrument d'optique est inversement proportionnel à la composante $K_{//}$ (parallèle au plan de l'objet) du vecteur d'onde du rayonnement utilisé, sachant que cette composante est plus grande dans une onde évanescente qu'elle ne l'est dans une onde progressive, on entrevoit immédiatement une

façon d'améliorer la résolution. Les ondes progressives dans le vide ne peuvent permettre au mieux qu'une résolution de $\lambda/2$. si on veut obtenir une résolution supérieure à $\lambda/2$ il faut utiliser un intervalle de valeur de K_x supérieure à l'intervalle $\left[-\frac{\omega}{c}, \frac{\omega}{c}\right]$ donc considérer des ondes évanescentes ayant des composantes K_x supérieures à $\frac{\omega}{c}$ de la surface de séparation des deux milieux.

II.5 Amplification des ondes évanescentes

Considérons un demi-espace, constitué de la région 0 qui es le vide, caractérisée par μ_0, ϵ_0 , et à droite par le métamatériau, caractérisé par ϵ_1, μ_1 et σ_1 . Une source ponctuelle est placée dans la première région 0 à l'origine comme indiqué sur la figure II.7 .

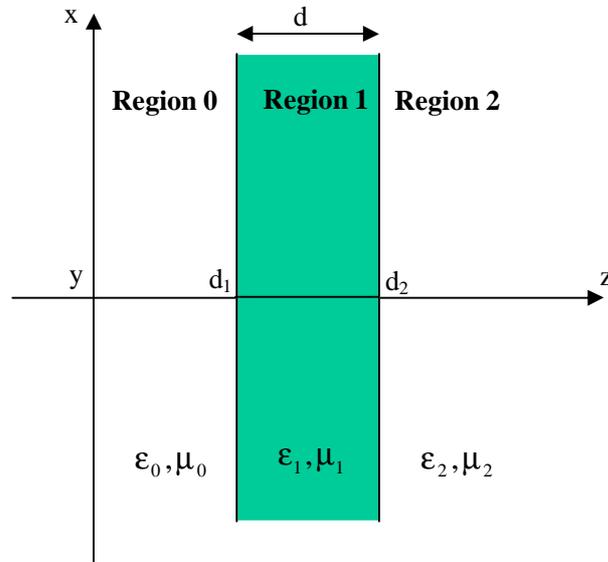


Figure II. 7: Représentation d'un milieu isotrope RH-LH.

A partir des équations de Maxwell, le champ électrique incident excité par une source ponctuelle, est donné par :

$$E_{0y}^{inc} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \psi(k_x) e^{i(k_x + k_{0z}z)} \quad (II.14)$$

Avec $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$ et

$$\psi(k_x) = -\frac{\omega \mu_0 I}{4\pi k_{0z}} \quad (II.15)$$

I: le courant électrique parcourant la source.

Les champs électriques dans les deux régions sont donnés par :

▼ **Région 0:**

$$E_{0y} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \psi(k_x) (e^{ik_0z} + R_{01} e^{ik_{0z}(2d_1-z)}) e^{ik_x x} \quad (\text{II.16})$$

$0 \leq z \leq d_1$

▼ **Région 1:**

$$E_{1y} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \psi(k_x) T_{01} e^{ik_{0z}d_1} e^{ik_{1z}(z-d_1)} e^{ik_x x} \quad (\text{II.17})$$

$z \geq d_1$

R_{01} et T_{01} sont les coefficients de réflexion et de transmission:

$$R_{01} = \frac{\mu_1 k_{0z} - \mu_0 k_{1z}}{\mu_1 k_{0z} + \mu_0 k_{1z}} \quad (\text{II.18})$$

$$T_{01} = \frac{2\mu_1 k_{0z}}{\mu_1 k_{0z} + \mu_0 k_{1z}}$$

Où k_{1z} est donné par :

$$k_{1z}^2 = k_0^2 \mu_{r1} \left(\epsilon_{r1} + i \frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_0} \right) - k_x^2 \quad (\text{II.19})$$

Comme dans le cas d'un milieu homogène, $k_{1z} = b_{1z} + i a_{1z}$, est également composé d'un facteur de propagation b_{1z} et d'un facteur d'atténuation a_{1z} :

$$a_{1z} = \sqrt{\frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} - a_1}{2}} \quad (\text{Pour les deux régions}) \quad (\text{II.20})$$

$$b_{1z} = \sqrt{\frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + a_1}{2}} \quad (\text{Pour la région 0}) \quad (\text{II.21})$$

$$b_{1z} = -\sqrt{\frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + a_1}{2}} \quad (\text{Pour la région 1}) \quad (\text{II.22})$$

Où a_1 et b_1 sont donnés par :

$$a_1 = k_0^2 \mu_{r1} \epsilon_{r1} - k_x^2 \quad (\text{II.23})$$

$$b_1 = k_0^2 \frac{\mu_{r1} \sigma_1}{\omega \epsilon_0} \quad (\text{II.24})$$

Dans le vide, le vecteur d'onde k_{0z} est composé également, d'un facteur de propagation b_{0z} et d'un facteur d'atténuation a_{0z} est donnés par les relations suivantes :

$$\beta_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} \quad k_x \leq k_0 \quad (\text{II.25})$$

$$\alpha_{0z} = \sqrt{k_x^2 - k_0^2} \quad k_x \geq k_0 \quad (\text{II.26})$$

Dans le cas d'un milieu RH (Right- Handed) ou à main droite, il est facile de calculer l'intégral (II.16) et (II.17).

Considérons maintenant le milieu LH (Left- Handed), ou à main gauche, où $\epsilon_{r1} = -1$ et $\mu_{r1} = -1$, les équations (II.23),(II.24),(II.18) peuvent être écrites sous la forme :

$$a_1 = k_0^2 - k_x^2, \quad b_1 = -k_0^2 \frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_0} \quad (\text{II.27})$$

$$R_{01} = \frac{k_{1z} + k_{0z}}{k_{1z} - k_{0z}}, \quad T_{01} = \frac{2k_{0z}}{k_{0z} - k_{1z}} \quad (\text{II.28})$$

- pour les ondes progressives ($k_x \leq k_0$), nous avons $a_1 \geq 0$ et $b_1 \leq 0$.

Si les pertes sont petites et

$$\frac{b_1^2}{a_1^2} = \left(\frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_0} \right)^2 \left[1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} \right]^{-2} \ll 1 \quad (\text{II.29})$$

En utilisant le développement en série de Taylor on aura :

$$R_{01} = \frac{b_1^2 + i4a_1b_1}{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1}$$

$$T_{01} = \frac{16a_1^2}{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1} \quad (\text{II.30})$$

Quand σ_1 est proche de zéro, alors $b_1 \rightarrow 0$, ce qui implique que $R_{01} \rightarrow 0$ et $T_{01} \rightarrow 1$, ce qui signifie, que toutes les ondes progressives sont transmises à travers le milieu RH-LH sans subir aucune réflexion.

- pour les ondes évanescentes ($k_x \geq k_0$), nous avons $a_1 \leq 0$ et $b_1 \geq 0$.

De même, si les pertes sont petites et

$$\frac{b_1^2}{a_1^2} = \left(\frac{\sigma_1}{\omega \epsilon_0} \right)^2 \left[\frac{k_x^2}{k_0^2} - 1 \right]^{-2} \ll 1 \quad (\text{II.31})$$

Et en utilisant le développement en série de Taylor on arrive à :

$$\begin{aligned}
R_{01} &= \frac{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1}{b_1^2 + i4a_1b_1} \\
T_{01} &= \frac{-16a_1^2}{b_1^2 + i4a_1b_1}
\end{aligned}
\tag{II.32}$$

De (II.32), on voit clairement, que les coefficients de transmission et réflexions, peuvent être amplifiés à de très grandes valeurs si les pertes sont petites. Quand σ_1 est proche de zéro, alors $b_1 \rightarrow 0$, et on obtient facilement $R_{01} \rightarrow \infty$ et $T_{01} \rightarrow \infty$, ce qui implique que ce milieu dispersif RH-LH, est un amplificateur infini pour les ondes évanescentes. C'est un phénomène physique très intéressant.

Quand $\epsilon_{r1} = \mu_{r1} = -1$ et $\sigma_1 = 0$, nous avons $k_{1z} = -k_{0z} = -b_{0z}$, pour les ondes progressives ($k_x \mathbf{p} k_0$), on aura comme conséquence la transmission sans réflexion de la totalité des ondes ($R_{01} = 0$ et $T_{01} = 1$). Pour les ondes évanescentes ($k_x \mathbf{f} k_0$), nous avons $k_{1z} = k_{0z} = ia_{0z}$ (purement complexe), ce qui implique $R_{01} \rightarrow \infty$ et $T_{01} \rightarrow \infty$. Par conséquent, ce milieu, peut amplifier les ondes évanescentes à des valeurs infinies.

II.6 Les plasmons de surface

Le plasmon de surface est une onde à décroissance exponentielle des deux cotés de l'interface séparant un métal (or, argent,...) d'un milieu diélectrique sans pertes, ces ondes sont liées à des résonances du matériau. Dans les métaux par exemple, les électrons libres peuvent osciller de manière collective, ces oscillations résonantes de densité de charge sont couplées à une onde électromagnétique appelée plasmon polariton. Une interface séparant le vide ou l'air d'un tel matériau possède elle aussi des résonance de ce type, pour les quelles l'onde électromagnétique associée reste confinée à l'interface et se propage le long de celle-ci.

Dans un métal, on peut considérer les électrons libres comme un plasma, c'est-à-dire, un gaz d'électrons libres, d'une densité donnée. Il existe des modes optiques longitudinaux dans ce plasma qui sont des oscillations de la densité d'électrons, qui se propagent dans le métal avec un vecteur d'onde k dirigé dans le même sens que les oscillations. Le vecteur d'onde k comporte alors deux composantes, une composante réelles correspondant à la propagation du plasmon le long de l'interface, et une composante imaginaire pure, caractérisant la décroissance de l'onde des deux cotes de l'interface, ce type d'oscillation

collective des électrons a une énergie quantifiée, et de la même manière que pour les quantum d'énergie du champ électromagnétique nous parlerons dans ce cas de plasmon.

Physiquement, un plasmon polariton de surface correspond donc à une onde électromagnétique couplée à un plasmon, c'est-à-dire à une oscillation de densité de charge qui est confinée à la surface du matériau et qui se propage le long de l'interface [14].

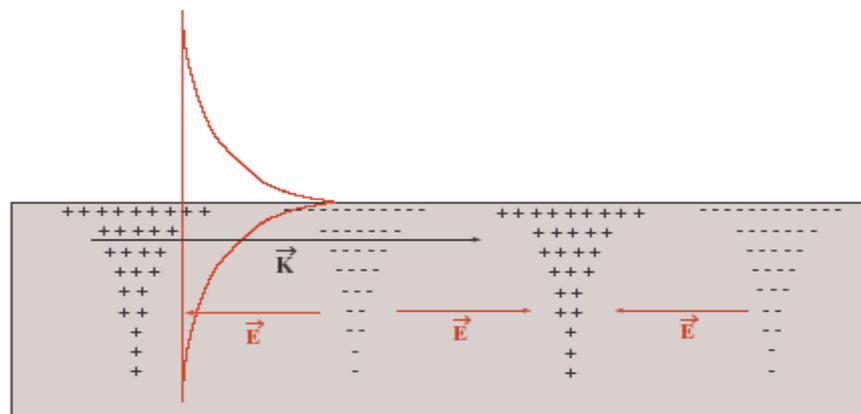


Figure II.9 : Principe d'un plasmon polariton de surface: l'oscillation collective des électrons dans la direction du vecteur d'onde k induit une onde électromagnétique qui décroît exponentiellement dans la direction perpendiculaire à l'interface et se propage le long de celle-ci.

II.6.1 Les modes plasmons des surfaces

Les plasmons de surface sont les modes propres d'une interface métallique et une solution particulière à l'interface entre certains milieux.

II.6.2 La résonance plasma d'un métal

il y a des oscillations de densité de charges des électrons libres, ces oscillations produisent un champ auto-entretenu. La fréquence de résonance plasma ω_p d'un métal est

caractérisée par une constante diélectrique ϵ nulle. En effet $\epsilon(\omega) = n^2 = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$ avec

$\omega_p = \frac{nq^2}{me_0}$. Le plasmon est le quantum d'énergie $\hbar\omega_p$ des oscillations plasma. Dans le

métal, le champ électrique \vec{E} est fini alors que le vecteur déplacement \vec{D} s'annule or $\epsilon(\omega) = n^2$, où n est l'indice complexe du métal.

Si $\omega \geq \omega_p$, l'indice n est réel donc il y a pas d'absorption c'est pourquoi les rayonnements énergétiques comme les rayons x traversent les métaux. Certain métaux sont aussi transparents aux rayons ultra-violet.

Si $\omega < \omega_p$, l'indice n a une partie imaginaire et il y a donc atténuation dans le métal.

II.7 Calcul de coefficient de transmission d'une plaquette de LHM

Comme il est montré dans la figure II.9 une onde en TE ($E_z, H_x, H_y \neq 0$) avec une fréquence de pulsation ω est incidente du vide sur une plaquette de LHM d'un épaisseur d , et

d'une permittivité $\epsilon(\omega)$ et une perméabilité $\mu(\omega)$ [3].

$$\vec{E}_i = \frac{\mathbf{r}}{z} E_{iz} = \frac{\mathbf{r}}{z} e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (\text{II.33})$$

Les composantes magnétiques relatives de l'onde incidente sont :

$$\vec{H}_i = (\vec{x}k_y - \vec{y}k_x) \frac{1}{\omega \mu_0} e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (\text{II.34})$$

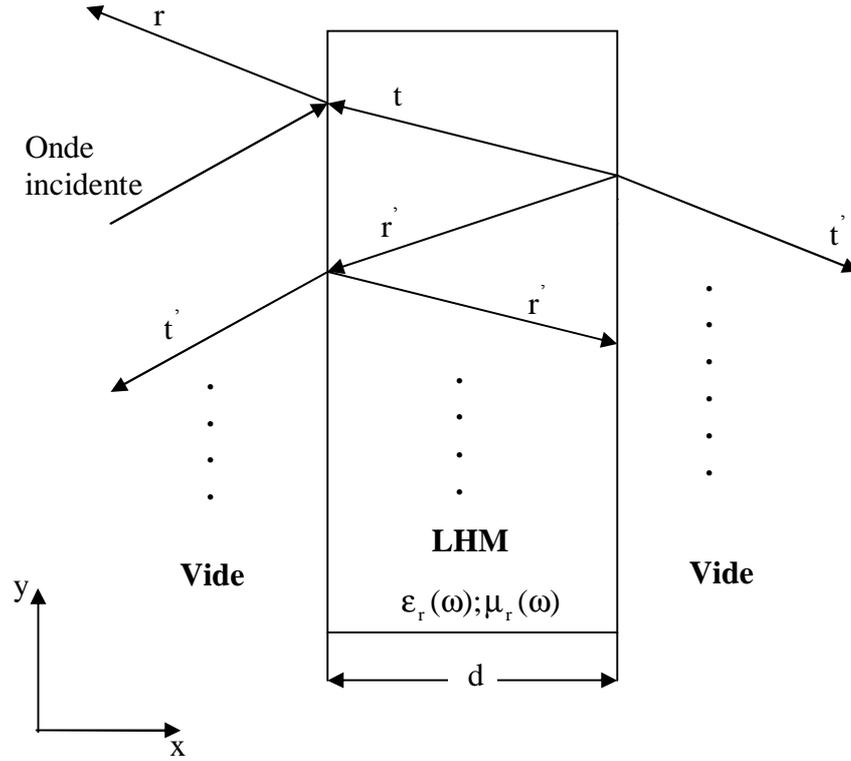


Figure II. 9: Transmission et réflexion par une plaquette de LHM d'une épaisseur d dans Le vide.

Les composantes des champs réfléchies pour l'onde évanescente sont :

$$\vec{E}_r = \vec{z} r e^{-j(k_{rx}x + k_{ry}y)} \quad (\text{II.35})$$

$$\vec{H}_r = (\vec{x} k_{ry} - \vec{y} k_{rx}) \frac{1}{\omega \mu_0} r e^{-j(k_{rx}x + k_{ry}y)} \quad (\text{II.36})$$

Avec r le coefficient de réflexion, le vecteur d'onde incidente $\vec{k}_i = \vec{x} k_x + \vec{y} k_y$ et le vecteur d'onde réfléchi $\vec{k}_r = \vec{x} k_{rx} + \vec{y} k_{ry}$ sont donnés par les relations :

$$k_x^2 + k_y^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = \omega^2 / c^2 = k_i^2 \quad (\text{II.37})$$

$$k_{rx}^2 + k_{ry}^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = \omega^2 / c^2 = k_r^2 \quad (\text{II.38})$$

Les composantes de champ transmis sont :

$$\vec{E}_t = \vec{z} t e^{-j(k'_x x + k'_y y)} \quad (\text{II.39})$$

$$\vec{H}_t = \left(\vec{x}k'_y - \vec{y}k'_x \right) \frac{1}{w\mathbf{m}(w)} te^{-j(k'_x x + k'_y y)} \quad (\text{II.40})$$

Avec t le coefficient de transmission, le vecteur d'onde transmise $\vec{k}' = \vec{x}k'_x + \vec{y}k'_y$ est donné par la relation :

$$k_x'^2 + k_y'^2 = w^2 \mathbf{m}(w) e(w) = k'^2 \quad (\text{II.41})$$

Avec k'_x et k'_y sont respectivement les vecteurs d'onde dans le LHM le long de la direction x et la direction y .

La condition de continuité de champ tangentiel E à l'interface donne :

$$e^{-jk_y y} + r e^{-jk_{ry} y} = t e^{-jk'_y y} \quad (\text{II.42})$$

L'équation (II.42) peut être réduite à :

$$1 + r = t \quad (\text{II.43})$$

La continuité de la composante de champ tangentiel H_y donne :

$$\frac{k_x}{\omega \mu_0} + \frac{k_{rx} r}{\omega \mu_0} = \frac{k'_x t}{\omega \mu(\omega)} \quad (\text{II.44})$$

On note que l'onde réfléchie se propage dans le sens négatif de x avec $k_{rx} = -k_x$, l'équation (II.44) est réduite à :

$$\frac{k_x}{\mu_0} (1 - r) = \frac{k'_x}{\mu(\omega)} t \quad (\text{II.45})$$

De l'équation (II.43) et (II.45) on a :

$$t = \frac{2\mu(\omega)k_x}{\mu(\omega)k_x + \mu_0 k'_x} \quad (\text{II.46})$$

$$r = \frac{\mu(\omega)k_x - \mu_0 k'_x}{\mu(\omega)k_x + \mu_0 k'_x} \quad (\text{II.47})$$

De la même manière nous calculons le coefficient de transmission t' et de réflexion r' :

$$t' = \frac{2\mu_0 k'_x}{\mu_0 k'_x + \mu(\omega) k_x} \quad (\text{II.48})$$

$$r' = \frac{\mu_0 k'_x - \mu(\omega) k_x}{\mu_0 k'_x + \mu(\omega) k_x} \quad (\text{II.49})$$

Pour le calcul du coefficient de transmission totale T_s par la plaquette de LHM nous devons additionner le multiple dispersant par une série de la forme:

$$\begin{aligned} T_s &= tt'e^{-jk'_x d} + tt'(r')^2 e^{-3jk'_x d} + tt'(r')^4 e^{-5jk'_x d} + \dots \\ &= \frac{tt'e^{-jk'_x d}}{1 - (r')^2 e^{-2jk'_x d}} \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

Substituant (II.46-II.49) dans l'équation (II.50) on a :

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{tt'e^{-jk'_x d}}{1 - (r')^2 e^{-2jk'_x d}} \\ &= \frac{2m(\omega)k_x}{m(\omega)k_x + m_0 k'_x} \times \frac{2m_0 k'_x}{m_0 k'_x + m(\omega)k_x} \times \frac{e^{-jk'_x d}}{1 - \left[\frac{m_0 k'_x - m(\omega)k_x}{m_0 k'_x + m(\omega)k_x} \right]^2 e^{-2jk'_x d}} \\ &= \frac{4m(\omega)m_0 k_x k'_x e^{-jk'_x d}}{\left[m_0 k'_x + m(\omega)k_x \right]^2 - \left[m_0 k'_x - m(\omega)k_x \right]^2 e^{-2jk'_x d}} \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

pour l'onde évanescente $k_y^2 > \omega^2/c^2$, le vecteur d'onde dans la direction x k_x est imaginaire.

$$k_x = \pm j\sqrt{k_y^2 - \omega^2/c^2} \quad (\text{II.52})$$

Comme il est présenté sur la figure II.8, le k_x est choisie avec un signe négatif donc :

$$k_x = -j\sqrt{k_y^2 - \omega^2/c^2} \quad (\text{II.53})$$

Substituant (II.53) dans la formulation (II.33).

$$\vec{E}_i = \vec{z}e^{-\sqrt{k_y^2 - \omega^2/c^2}x} e^{-jk_y y} \quad (\text{II.54})$$

Ainsi que l'onde se délabre le long de la direction x par un facteur de $e^{-\sqrt{k_y^2 - \omega^2/c^2}x}$.

Le vecteur d'onde k'_x dans le LHM prend la forme suivante.

$$k'_x = j\sqrt{k_y^2 - \epsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)\omega^2 / c^2} \quad (\text{II.55})$$

Avec $m_r(\omega)$ et $\epsilon_r(\omega)$ sont respectivement la perméabilité relative et la permittivité relative du LHM.

Si $\epsilon_r(\omega) \rightarrow -1$ et $\mu_r(\omega) \rightarrow -1$

$$k'_x = j\sqrt{k_y^2 - \omega^2 / c^2} = -k_x \quad (\text{II.56})$$

Substituant (II.51) et (II.53) dans (II.46), (II.47), (II.48) et (II.49) respectivement et prenant la limite :

$$\lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} t = 1 \quad (\text{II.57})$$

$$\lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} r = 0 \quad (\text{II.58})$$

$$\lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} t' = 1 \quad (\text{II.59})$$

$$\lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} r' = 1 \quad (\text{II.60})$$

Substituant (II.53) et (II.55) dans l'équation (II.51) et prenant la limite :

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} T_s &= \lim_{\substack{\mu_r(\omega) \rightarrow -1 \\ \epsilon_r(\omega) \rightarrow -1}} \frac{4(k_x)^2 e^{-jk'_x d}}{(-2k)^2 - 0} \\ &= e^{-jk'_x d} = e^{\sqrt{k_y^2 - \omega^2 / c^2} d} \end{aligned} \quad (\text{II.61})$$

Ainsi la plaquette de LHM amplifie les ondes évanescentes par un facteur de $e^{\sqrt{k_y^2 - \omega^2 / c^2} d}$.

II.8 Limitations de l'amplification des ondes évanescentes dans un LHM

L'origine physique de l'amplification des ondes évanescentes à l'intérieur de la plaquette de LHM, provient du couplément des ondes évanescentes aux plasmons de surface. Les ondes électromagnétiques qui atteignent la surface d'un objectif d'indice de

réfraction négatif excitent un mouvement collectif des ondes extérieures (les plasmons de surface), comme les oscillations électriques, ce processus augmente et récupère les ondes évanescentes, ce qui conduit à une transmission quasi-totale de la lumière à travers la structure. Ce phénomène est conforme aux prévisions d'un modèle simple qui décrit l'interaction des ondes évanescentes et les deux plasmons de surface couplés, ce modèle est simplement assimilé à une force de vibration d'un oscillateur atténué avec couplage linéaire [3]. Cette force peut être décrite par:

$$f_1 + g f_1 + w_0^2 f_1 + \Omega_c^2 f_2 = F e^{i\omega t} \quad (\text{II.62.a})$$

$$f_2 + g f_2 + w_0^2 f_2 + \Omega_c^2 f_1 = 0 \quad (\text{II.62.b})$$

f_1 : Les oscillations du PS (plasmon de surface) à la première interface.

f_2 : Les oscillations du PS (plasmon de surface) à la deuxième interface.

w_0 Fréquence de résonance.

γ : représente les pertes.

Ω_c^2 Coefficient de couplement des deux PS.

F : excitation externe introduite par les ondes évanescentes.

La solution des l'équations à l'état d'équilibre est donnée par:

$$f_1(w_0) = \frac{-igw_0 F e^{i\omega_0 t}}{\Omega_c^4 + g^2 w_0} \quad ; \quad f_2(w_0) = \frac{\Omega_c^2 F e^{i\omega_0 t}}{\Omega_c^4 + g^2 w_0} \quad (\text{II.63})$$

✚ Dans le cas sans perte : $g \rightarrow 0$ le premier PS disparaît ($|f_1| = 0$), seulement le deuxième PS est présent dans le système. C'est le cas idéal, une amplification exponentielle se produit à l'intérieur du barreau.

✚ Dans le cas avec pertes : $g \neq 0$, les deux PS sont excités. Un calcul simple prouve que f_2 diminue quand g augmente, alors que f_1 augmente d'une façon proportionnelle jusqu'à ce qu'il arrive à une valeur maximale, située à $g = g_p = \Omega_c^2 / w_0$, puis il diminue au delà de cette valeur.

Le rapport $|f_1 / f_2| = \frac{g w_0}{\Omega_c^2}$, nous donne le lien relatif des deux PS.

✚ Pour les petits valeurs de g : $|f_1 / f_2| \ll 1$ le deuxième PS est plus grand que le premier, on a amplification des ondes évanescentes.

Cependant, pour les valeurs de g $\mathbf{f} g_c$: ou $g_c = \Omega_c^2 / w_0$, le premier PS est à sa valeur maximale, ou il devient dominant, le phénomène est inversé : on a un affaiblissement au lieu d'une amplification.

Il est clair que $g_p = g_c$, ce point est un croisement des deux plasmons $|f_1|$ et $|f_2|$, accompagné par l'apparition d'un pic au niveau de $|f_1|$.

Pour expliquer l'influence de l'épaisseur de la plaquette sur l'amplification des ondes évanescentes, nous avons besoin de connaître l'expression de Ω_c^2 et F.

$$F = Ce^{-k_x d} \quad ; \quad \Omega_c^2 = De^{-k_x d} \quad (\text{II.64})$$

Où C et D sont des coefficients indépendants de d.

Alors de on a:

$$\frac{\partial |f_1(w_0)|}{\partial(kd)} = \frac{1}{2} \frac{g w_0 F}{(\Omega_c^4 + g^2 w_0^2)^2} (3\Omega_c^4 - w_0^2 g^2) \quad (\text{II.65})$$

Quand $(3\Omega_c^4 - w_0^2 g^2) \mathbf{f} 0$ donc $g \mathbf{p} \sqrt{3} g_c$

De cette relation, on voit que le premier PS est dominant quand d augmente. Et Il est clair, que l'augmentation de d, réduit Ω_c^2 , ce qui implique la réduction de g_c , ce qui explique pourquoi le premier PS est dominant pour les plaquettes épaisses.

Enfin, nous pouvons comprendre le processus de l'amplification des ondes évanescentes, comme une excitation des plasmons de surface aux interfaces. Le champ incident se couple aux plasmons dans le bon sens pour compenser l'affaiblissement exponentiel.

II.8 Conclusion

Les LHMs présentent des propriétés particulières intéressantes. Dans ce chapitre on a cité les principaux propriétés telles que la réfraction négative, la focalisation de champ proche et l'amplification des ondes évanescentes, comme on a montré que les lentilles du LHM permet de surmonter la limite de diffraction imposée par le critère de Rayleigh et reconstruit l'information de la source au plan d'image avec une résolution sub-longueur d'onde.

En plus des supèrlentilles les LHMs trouvent beaucoup d'applications, particulièrement dans les guides d'ondes et les antennes.

Chapitre III: Méthodes numériques et principes de la FDTD

III.1 Introduction

Avant d'aborder l'étude théorique des phénomènes de propagation d'ondes, il convient de rappeler le lieu étroit de tout développement des méthodes numériques avec la problématique de modélisation, les équations que l'on cherche à résoudre et les approximations faites sur elles proviennent de savoir des physiciens de l'état de l'art des numériciens et des besoins concrets des ingénieurs. Il existe un compromis entre la complexité souhaitée du modèles, les contraintes : temps de calcul liées au savoir faire, à la capacité des ordinateurs existants et les exigences de précision.

Avec l'augmentation de la complexité des circuits dans tous les dispositifs électroniques en général, il est devenu nécessaire de prédire le comportement de ces systèmes avec des modèles rigoureux. Ces derniers sont basés sur les équations qui régissent le champ électromagnétique et qui ont été établies par Maxwell au XIX siècle. La préoccupation a longtemps porté sur la recherche de solutions de ces équations en présence de géométrie quelconque.

Les outils numériques de calcul électromagnétique sont l'élément indispensable à la conception de dispositifs. En effet, ils sont capables de prendre en compte tous les effets de couplage et rayonnement électromagnétique, du moins de façon la plus rigoureuse possible.

Par conséquent, ils doivent intervenir dans la boucle d'une procédure d'optimisation débouchant sur une solution optimale d'un dispositif. Cependant, les ordinateurs ont une puissance de calcul limitée et le coût de calcul croit de façon rapide avec la taille des structures étudiées. Certes, nous vivons une croissance de calcul des ordinateurs qui pour l'instant double tous les six mois. Malheureusement, cette croissance est toujours compensée par l'augmentation de la complexité des systèmes à étudier. On notera que ce constat favorise l'activité de recherche sur l'amélioration de l'efficacité des méthodes de modélisation numériques.

La résolution des équations de Maxwell est l'objectif commun de toutes les méthodes numériques. En Fait, il se trouve que souvent les équations de Maxwell sont d'abord manipulées pour déboucher sur les équations mieux adaptées au type de problème. Ensuite cette équation est résolue par l'application d'une méthode numérique.

Par conséquent, les avantages d'une méthode par rapport à d'autres dépendent beaucoup du type de problème à résoudre. Principalement la complexité de la géométrie, les effets non linéaires, la dispersion, l'anisotropie, la taille de la structure relativement à la

longueur d'onde, sont des critères qui vont influencer sur son choix. De plus, l'excitation et la grandeur ou le paramètre désiré (distribution des champs, rayonnement lointain, etc.) sont aussi des facteurs importants.

Les techniques numériques utilisées dans les outils de simulations électromagnétiques sont aussi nombreux que variées. Parmi les techniques, on peut citer la méthode des moments (MOM), la matrice de ligne de transmission (TLM), la méthode de raccordement des modes, et enfin de la méthodes des différences finies qui constitue l'objet principal de notre étude.

III.2 Méthodes d'analyse numérique

III.2.1 Méthode des moments

La méthode des moments est une technique numérique qui permet de résoudre efficacement le système d'équations intégrales est le transformant en un système matriciel résolu par ordinateur [15]. Elle est basée sur le critère de nullité d'une fonctionnelle constituée à partir d'une intégrale des résidus, dus à la différence entre la solution exacte, pondérés par des fonctions de test. La fonction de test est exprimée sous forme de séries de fonction de base connue dont les coefficients de pondérations sont déterminées en résolvant le système linéaire.

Le choix de la procédure de résolutions est en général, dictée par la taille des matrices à traiter est la nature du calculateur dont on dispose. Le choix des fonctions de base et de test dépend du problème électromagnétique considéré et de la précision souhaitée, elles doivent être dérivables et intégrables en fonction de l'opérateur de l'équation.

III.2.2 Matrices de lignes de transmission TLM

Cette méthode numérique, appliquées aux équations de Maxwell sur des similitudes qui existent d'une part, entre les équations de Maxwell vérifiées par les champs électromagnétiques d'une structure et d'autre part par les équations de Kirchhoff vérifiées par les courants et tensions d'un réseau de ligne de transmission.

On utilise cette méthode pour simuler des phénomènes de propagation d'onde dans le domaine temporel, elle ne présente pas de problèmes de convergence ni de stabilité, mais elle est exigeante en place mémoire et en temps de calcul pour deux raisons principales :

- L'études des zones où les champs électromagnétiques présentent de fortes discontinuité nécessite un maillage plus fin, ce qui entraîne l'utilisation d'espace mémoire relativement important.

- Afin de limiter le phénomène du à une réponse temporelle tronquée, on doit recueillir un grand nombre d'impulsion sur une long durée .Ceci nécessite un nombre d'itération important entraînant une augmentation du temps de calcul.

III.2.3 Méthode de raccordement des modes

La méthodes de raccordement des modes [16], [17], s'applique à la caractérisation des structures guidantes présentant des discontinuités. Les champs sont développés de part et d'autres de la discontinuité en fonction des différents modes. La géométrie de la structure est identifiée à la jonction des deux régions, Elles doivent satisfaire à l'équation d'onde, et une condition aux limites.

C'est une méthode assez générale, qui ne pose pas de problèmes au niveau de la place mémoire et temps. Par contre un lourd développement analytique est nécessaire.

Nous avons présenté le principe de quelque une des méthodes d'analyse applicables à des structures micros- ondes volumiques planaires de formes quelconques et qui peuvent être inhomogènes, On à constaté qu'il est difficile d'apprécier et de comparer les qualités de ces différents méthodes tant au niveau de précision que des possibilités de caractérisation des structures complexes. Enfin la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) présente par Yee en 1966 [18], semble cependant à l'heure actuelle, l'une des méthodes 3D la plus apte à répondre à nos besoins.

III.3 Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

III.3.1 Principe de la méthode

La méthode FDTD (Finite Différence Time Domaine) ou la méthode des différences finies dans le domaine temporel est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temps, ce qui permet d'appréhende visuellement la propagation d'une onde électromagnétique par l'utilisateur qui peut réaliser une compréhension intuitive de processus de propagation.

La simplicité des équations qui composent le cœur de l'algorithme de résolution, les nombreuses sources (ondes planes, ondes guidés, dipôles oscillants, impulsions harmoniques) et condition aux limites possibles permettant de pouvoir traiter un très grand nombre de problèmes, cette méthode temporelle n'est en effet pas seulement pédagogique, le calcul de toutes les composantes de champs à tout les instants et sur tous les domaines de calcul qui permet d'obtenir des nombreuses informations précises, notamment grâce à

l'utilisation de transformés de Fourier, on peut ainsi à partir de la propagation d'un seul pulse temporel obtenir des spectres en fréquence en divers points de la structure.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par Yee en 1966 [18], la méthode consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Le schéma proposé par Yee permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée de champ électrique E et du champ magnétique H entre eux, en effet on obtient un schéma numérique explicite permettant le calcul du champ électromagnétique dans tout le volume d'étude en fonction du temps. Les composantes du champ électrique et magnétique sont décalées d'un demi pas spatial et calculées de manière alternative et itérative respectivement à des multiples pairs et impairs du demi pas temporel.

Plus tard, en 1975 le schéma de Yee a été généralisé par Taflov et al [19], par l'introduction des termes de conductivité électrique et magnétique autorisant le traitement des pertes.

Comme beaucoup de méthodes, dans son principe même, le calcul discret des toutes les composantes des champs en tous les points de la structure requiert de ressources informatiques importantes qui limitaient jusqu'à récemment la taille des structures 3D à quelques périodes du cristal, même pour les plus puissants ordinateurs, c'est réellement l'évolution des ressources informatiques en terme de mémoire et de rapidité qui a fait de cette méthode l'une des plus populaires pour l'étude de la propagation des ondes dans des structures les plus complexes. Aujourd'hui un simple ordinateur de bureau permet en quelques heures tout au plus, la modélisation 2D d'une structure d'environ $20 \times 20 \mu m$, et cette taille grandit sans cesse chaque jour.

III.3.2 Equations de bases

Le point de départ de la méthode des différences finies est la forme différentielle des équations de Maxwell (III.1 et III.2).

Lorsque l'on considère un milieu linéaire, homogène, isotrope et sans perte, ces équations ont la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla_x \vec{H} \quad (\text{III.2})$$

Lorsque ces équations sont projetées suivant les directions X, Y et Z on obtient les équations suivantes

$$\frac{\partial \vec{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{E}_y}{\partial z} \right] \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{E}_x}{\partial y} \right] \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial \vec{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial z} \right] \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial \vec{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\partial \vec{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial y} \right] \quad (\text{III.8})$$

Pour implémenter ces équations dans le programme, on doit donc les discrétiser à partir de l'approximation de la dérivée centrée.

III.3.3 Principes des différences finies centrées

Prenons $f(x)$ une fonction continue et dérivable, il est possible d'obtenir une approximation pour la dérivée au point x_0 , en se basant sur le développement en série de Taylor :

Le développement en série de Taylor de la différenciation à droite est donné par :

$$f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) = f(x_0) + \frac{h}{2} f'(x_0) + \frac{h^2}{8} f''(x_0) + \frac{h^3}{48} f'''(x_0) + \dots \quad (\text{III.9})$$

A gauche est donnée par :

$$f\left(x_0 - \frac{h}{2}\right) = f(x_0) + \frac{h}{2} f'(x_0) + \frac{h^2}{8} f''(x_0) + \frac{h^3}{48} f'''(x_0) + \dots$$

Maintenant on soustrait ces deux équations (III.9) et on divise le résultat par h , ce qui nous donne le résultat suivant :

$$f'(x_0) = \frac{f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{h}{2}\right)}{h} + \theta(h^2) \quad (\text{III.10})$$

$\theta(h^2)$: représente l'erreur d'ordre 2 commise, sera négligé par la suite.

On appelle approximation centrée, cette approximation de la dérivée. Les résultats qu'elle offre sont plus précis en comparaisant avec ceux donnée par d'autres types d'approximation dite droite ou gauche dont les formules (III.11) sont décrites respectivement ci-dessous :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + q(h) \quad (\text{III.11})$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + q(h)$$

On remarque que le terme $\theta(h)$ qui est du premier ordre est moins précis en comparaisant avec celui du deuxième ordre de la dérivée centrée. Par conséquent, on utilisera l'approximation centrée dans notre étude pour discrétiser les dérivées partielles, spatiales et temporelles présentées dans les équations de Maxwell.

On calcule le dérivé centré d'une fonction (figure III.1) au centre d'un intervalle en se basant sur les valeurs de la fonction aux extrémités.

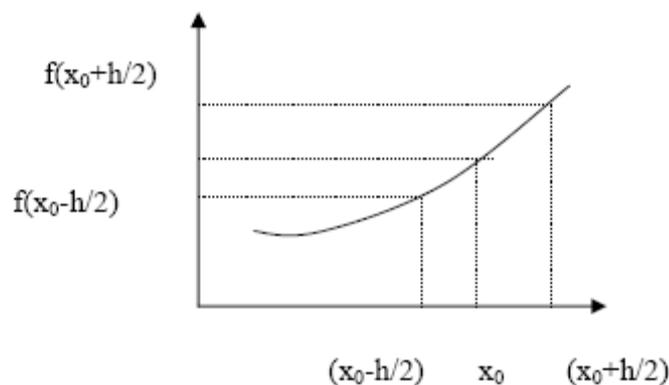


Figure III.1 Point d'évaluation du calcul et de la dérivée centrée.

Par conséquent les six équations de Maxwell seront exprimées sur chaque intervalle à partir de cette approximation. On peut noter que les dérivées spatiales sont liées aux

dérivées temporelles. Elle feront chacune l'objet d'une discrétisation particulière, soit par rapport à l'espace soit par rapport au temps.

III.3.4 La discrétisation des équations de Maxwell

III.3.4.1 La discrétisation spatiale

Abordons maintenant la façon dont discrétise les six équations de Maxwell. Pour cela, étudions l'une des six équations de Maxwell .

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III.12})$$

Dans le calcul de H_y , on fait intervenir la dérivée partielle de E_x par rapport à z donc d'après la définition de la dérivée centrée, le point où l'on calcule H_y doit se trouver au milieu d'un segment parallèle à l'axe Oz, ayant comme extrémité deux point où E_z est connue .De même pour le calcul de H_y fait intervenir la dérivée partielle de E_z par rapport à x .Donc le point où l'on calcule H_y se trouve également au milieu d'un segment parallèle à Ox ayant pour extrémité deux point où E_x est connue. En conséquence H_y représentée sur la figure III.2 doit se trouver au milieu de deux points E_x et des deux points E_z .

Notons que les valeurs du champ électrique et du champ magnétique sera calculé en des points différents du maillage. Elles seront respectivement appelées nœuds électriques et nœuds magnétiques.

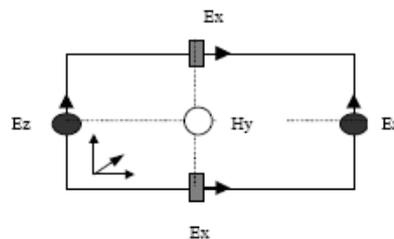


Figure III. 2 Circulation du champ E autour de H.

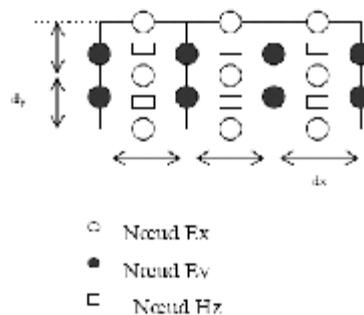


Figure III. 3 Disposition des nœuds électriques et des nœuds magnétiques dans le plan xOy.

On vient de voir que les nœuds H_Y doivent se trouver entre deux nœuds E_X , et entre deux nœuds E_Z , de même les nœuds H_X doivent se trouver entre deux nœuds E_Z et entre deux nœuds E_Y , (équations (III.3) - (III.5)). Selon les équations ((III.6) - (III.8)), on constate également que le nœud E_Y représenté sur la figure (III.4) doit se trouver entre deux nœuds H_X et entre deux nœuds H_Z . Les nœuds E_X doivent se trouver entre deux nœuds H_Y et entre deux nœuds H_Z . Les nœuds E_Z doivent se trouver entre deux nœuds H_X , et entre deux nœuds H_Y .

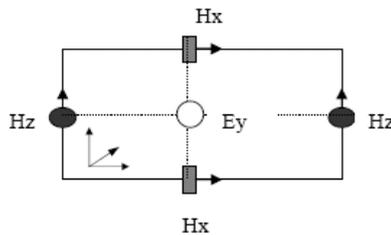


Figure III. 4 Circulation du champ H autour de E.

L'arrangement des nœuds électriques et magnétiques doit donc respecter toutes ces conditions et conduit au schéma de la maille de Yee [18], représenté par la figure (III.5) suivante :

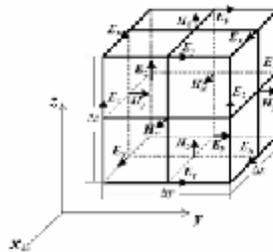


Figure III. 5 Cellule de YEE.

Les parallélépipèdes ou mailles élémentaires constituent le volume de calcul. Afin de le représenter selon le schéma précédemment décrit, on doit construire un maillage pour la structure à étudier. Précisons que dans le volume de calcul, sont toujours présents un nœud magnétique entre quatre nœuds électriques, et un nœud électrique entre quatre nœuds magnétiques.

Ainsi la dérivée centrée est utilisée pour toutes les dérivées spatiales présentes dans les équations de Maxwell. Pour représenter le volume de calcul, il est nécessaire de construire un maillage.

III.3.4.2 Construction du maillage

Une discrétisation spatio-temporelle est nécessaire pour résoudre les équations de Maxwell. La discrétisation spatiale s'effectue dans un volume nécessairement fini. Dans le cas d'un maillage régulier, les dérivées spatiales sont évaluées dans les trois directions Ox, Oy et Oz avec des incréments constants dx, dy et dz appelées pas spatiaux. Ces derniers sont choisies par l'utilisateur et dépendent de la plus petite longueur d'onde présente dans la bande de fréquence d'analyse et la géométrie de la structure à étudier. Le volume de calcul est donc un parallélépipède comme le montre la figure (III.6), il est composé de nx, ny et nz cellules ou mailles élémentaires de tailles dx, dy, et dz. On va associer trois nœuds électriques et trois nœuds magnétiques pour chaque cellule élémentaire. Les valeurs du champs en ces nœuds seront notées $E_x(i, j, k)$, $E_y(i, j, k)$, $E_z(i, j, k)$, $H_x(i, j, k)$, $H_y(i, j, k)$, $H_z(i, j, k)$ et sont représentées ci-dessous dans la maille de Yee figure (II -6) ou les entiers i, j, et k représentent les indices de la cellule dans le maillage et varient respectivement de 1 à nx, 1 à ny et 1 à nz .

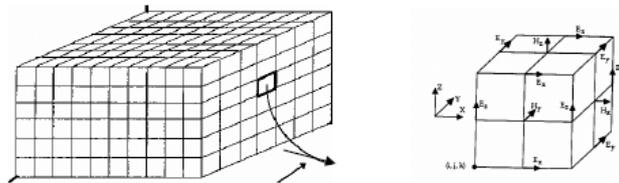


Figure III.6 Extraction d'une cellule élémentaire.

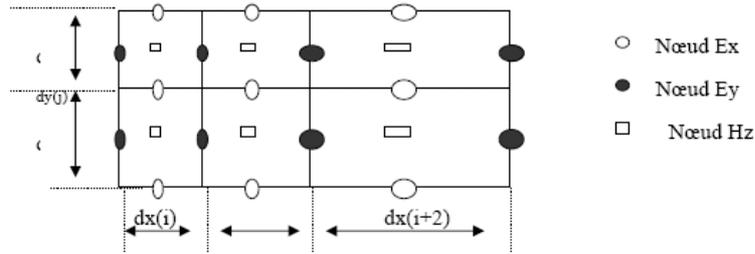
La construction d'un maillage irrégulier est possible. Dans ce cas les pas de discrétisation varient selon les directions Ox, Oy et Oz. Par conséquent on décrira le maillage à partir de trois tableaux représentant les valeurs de ces pas.

$$[dx(i)], i = 1 \dots nx$$

$$[dy(j)], j = 1 \dots ny$$

$$[dz(k)], k = 1 \dots nz$$

Notons que dans ce cas, on doit prendre des précautions en raison des nœuds électriques qui ne seront plus exactement entre deux nœuds magnétiques. Quand aux nœuds magnétiques on les trouve toujours au milieu des nœuds électriques, comme on peut le constater sur la figure (III.7). Pour ne pas s'éloigner de l'hypothèse de la dérivée centrée, la variation entre les dimensions de deux mailles voisines ne doit pas dépasser 20%. [20],



**Figure III.7 Disposition des nœuds électriques et des nœuds magnétiques dans le plan xOy
Pour le cas d'un maillage irrégulier.**

Après s'être intéressée aux problèmes de discrétisation spatiale, nous allons maintenant aborder la résolution des équations de Maxwell. Par conséquent, une discrétisation temporelle s'impose.

III.3.4.3 La discrétisation temporelle

Prenons (III.4) une des six équations de Maxwell.

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III.13})$$

Elle fait apparaître dans le membre de gauche de la dérivée du champ magnétique par rapport au temps, tandis que de droite est considérée à un instant t . Si on prend en considération le principe de la dérivée centrée, on en déduit que le nombre de droite (le champ électrique) doit être calculé entre deux instants successifs où on calcule le membre de gauche (le champ magnétique).

En tenant compte des six équations de Maxwell, on arrive à la conclusion que le champ magnétique et électrique ne doit pas être calculée aux mêmes instants, mais à des instants décalés.

Pour le cas d'une discrétisation temporelle, avec un pas d'échantillonnage Δt , le champ électrique sera évalué aux instants $n\Delta t$ et le champ magnétique lui-même sera évalué aux

instants $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$.

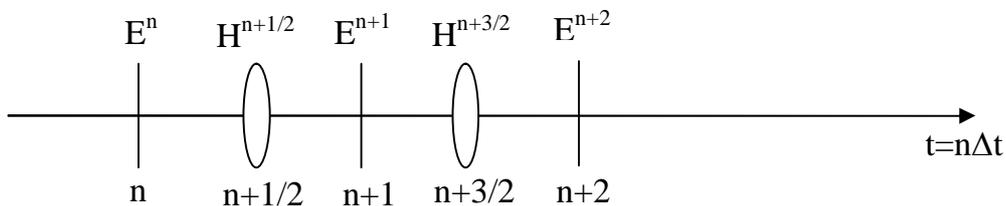


Figure III.8 Calcul de E à l'instant $n\Delta t$ et calcul de H à l'instant $(n+1/2)\Delta t$.

III.3.4.4 Détermination du critère de stabilité

Le critère de stabilité numérique répond à deux impératifs, l'un spatial est l'autre numérique. En effet, les valeurs du champ en tout point du volume de calcul dépendent des valeurs obtenues aux instants précédents. Ce schéma fonctionne sous la contrainte d'un critère de stabilité reliant le pas temporel dt aux pas spatiaux dx, dy, dz [21].

En raison de ce critère de stabilité, l'échantillonnage numérique doit être suffisamment fin pour pouvoir suivre l'évolution temporelle du champ électromagnétique.

Par conséquent, afin qu'il n'y ait pas d'instabilité numérique, le pas de temps pour le calcul doit être plus petit que le pas de temps correspondant à la propagation de l'onde sur une maille. La détermination de celui-ci est décrite dans l'annexe A. On appliquera la condition d'échantillonnage par la relation suivante :

$$dt \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}} \quad (\text{III.14})$$

Où c est la vitesse de la lumière ; dx, dy, dz sont les pas de discrétisation spatiale. Précisons que dans le cas où ce critère de stabilité n'est pas respecté, l'algorithme sera divergent. En principe on choisit Δt assez proche de sa valeur maximale pour réduire autant que possible le nombre d'itérations, donc la durée de calcul informatique.

III.3.4.5 Dispersion numérique

Lorsqu'un signal électromagnétique se propage dans un domaine de calcul maillé par les différences finies, il subit des transformations (distorsion, atténuation) dues entre autres aux effets dispersifs de maillage. Ces effets sont dus à la discrétisation qui donne une représentation approchée des signaux, mais aussi et surtout aux précisions des formulations utilisées pour approcher les dérivées partielles. En d'autres termes, cette dispersion dépend d'une part de la taille de la cellule dx, dy, dz par rapport à la plus petite longueur d'onde présente dans le spectre d'analyse, et d'autre part de l'ordre de l'erreur commise lors de l'évaluation des dérivées partielles qui figurent dans les équations de Maxwell.

Pour quantifier la dispersion numérique de l'algorithme F.D.T.D. Taflove dans son livre [4], à fait une étude sur les deux paramètres physiques : la vitesse de phase V_ϕ et la vitesse de groupe V_g qui sont définies respectivement comme suit :

$$V_\phi = \frac{\omega}{k} \quad \text{et} \quad V_g = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)$$

Où w (rad/s) : pulsation du signal.

$$k(m^{-1}) : \text{Vecteur d'onde avec } k = \begin{bmatrix} k_x = k \cos \varphi \sin \theta \\ k_y = k \sin \varphi \sin \theta \\ k_z = k \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$q \in [0, p] ; j \in [0, 2p]$$

A la différence de la vitesse de phase qui est la vitesse d'un front d'onde monochromatique, la vitesse de groupe est la vitesse d'une impulsion riche en fréquence. Elle tient compte à la fois de la dispersion de la vitesse d'onde (anisotropie due au maillage), et de la dispersion fréquentielle.

En résumé, en choisissant une valeur d'incrément spatial inférieur à la valeur $l/10$, il paraît juste de dire que le phénomène de dispersion est négligeable (voir annexe B).

III.3.5 Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD

Après avoir défini les conditions de discrétisations spatiale et temporelle, on peut alors exprimer les équations aux différences finies, c'est-à-dire, la forme discrète des six équations de Maxwell.

Nous venons de montrer le choix de la discrétisation spatio-temporelle des équations de Maxwell (III.3-III.8) au sens des différences finies, il s'agit de respecter ces conditions afin de déterminer les 6 équations de Maxwell sous leur forme discrète dans la cellule élémentaire (i, j, k) d'une part et dans l'espace temps d'autre part.

$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)$, $H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)$, $H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)$ sont les valeurs des composantes du champ magnétique appartenant à la maille (i, j, k) . Elles sont calculées à l'instant de temps $\left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot dt$

$E_x^n(i, j, k)$, $E_y^n(i, j, k)$, $E_z^n(i, j, k)$ sont les valeurs des composantes du champ électrique appartenant à la maille (i, j, k) . et elles sont calculées à l'instant de temps ndt .

Pour les équations du champ magnétique:

$$\begin{aligned} H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{dt}{\mu(i, j, k)dy} [E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)] \\ &+ \frac{dt}{\mu(i, j, k)dz} [E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)] \end{aligned} \quad (III.15)$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{dt}{\mathbf{m}(i, j, k)dz} [E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)] \\
&+ \frac{dt}{\mathbf{m}(i, j, k)dx} [E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)]
\end{aligned} \tag{III.16}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{dt}{\mathbf{m}(i, j, k)dx} [E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)] \\
&+ \frac{dt}{\mathbf{m}(i, j, k)dy} [E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)]
\end{aligned} \tag{III.17}$$

Pour les équations du champ électrique :

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}(i, j, k) &= E_x^n(i, j, k) + \frac{dt}{\mathbf{e}(i, j, k) \cdot dy} \left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right] \\
&- \frac{dt}{\mathbf{e}(i, j, k) \cdot dz} \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right]
\end{aligned} \tag{III.18}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j, k) &= E_y^n(i, j, k) + \frac{dt}{\mathbf{\epsilon}(i, j, k) \cdot dz} \left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right] \\
&- \frac{dt}{\mathbf{\epsilon}(i, j, k) \cdot dx} \left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right]
\end{aligned} \tag{III.19}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k) &= E_z^n(i, j, k) + \frac{dt}{\mathbf{e}(i, j, k) \cdot dx} \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right] \\
&- \frac{dt}{\mathbf{e}(i, j, k) \cdot dy} \left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right]
\end{aligned} \tag{III.20}$$

Le calcul des équations discrétisées de Maxwell de manière itérative permet d'obtenir l'évolution temporelle du champ électromagnétique dans l'intervalle $[0 - n \cdot dt]$. Pour cela, on fait varier n de 0 à Ndt, où N est le nombre d'itérations total. On remarquera que les valeurs du champ électromagnétique sont nulles dans tout l'espace à l'instant $t = 0$. On imposera une excitation dans une certaine région de l'espace et on procèdera au calcul du champ électromagnétique pour chaque n dans tout le volume

Les équations (III.15-III.17) permettent d'obtenir les valeurs du champ magnétique à l'instant $(n+1/2) \cdot dt$: $H_x^{(n+1/2)}$, $H_y^{(n+1/2)}$, $H_z^{(n+1/2)}$ dans tout le volume de calcul. Par exemple, dans l'équation (II.15), le calcul de H_x à l'instant $(n+1/2)dt$ fait intervenir la valeur de H_x à l'instant précédent $(n-1/2)dt$, ainsi que les valeurs du champ électrique dans les quatre noeuds électriques voisins, à l'instant ndt .

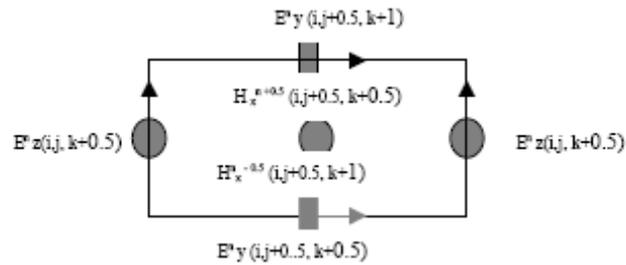


Figure III.9: Disposition des composantes électriques E_y, E_z pour le calcul de H_x

On remarque que l'évaluation de la composante H_x dans le maillage et à l'instant fait intervenir la même composante mais calculée à l'instant précédent et les composantes du champ électrique E_y, E_z qui l'entourent, calculées à l'instant ndt

De la même façon, on pourra présenter la composante E_x et toutes les autres composantes. Les équations (III.18-III.20) permettent d'obtenir les valeurs du champ électrique à l'instant $(n+1) \cdot dt$, $E_x^{(n+1)}$, $E_y^{(n+1)}$, $E_z^{(n+1)}$ dans tout le volume de calcul. Par exemple, dans l'équation (III.18), le calcul de E_x à l'instant $(n+1) \cdot dt$ fait intervenir la valeur de E_x à l'instant précédent, ndt , ainsi que les valeurs du champ magnétique dans les quatre noeuds magnétiques voisins, à l'instant $(n+1/2) \cdot dt$

Cette manière dont on calcule le champ électromagnétique est très intuitive et représente très bien la réalité physique dans la mesure où la variation du champ électrique engendre une variation du champ magnétique. Ce dernier génère à son tour une variation du champ électrique, etc..

III.4 Conditions aux limites

La mémoire d'un ordinateur étant naturellement limitée, le calcul du champ électromagnétique sera réalisé dans un espace fini. Dans le cas d'un système ouvert cela pose un problème pour la propagation des ondes et le calcul du champ électromagnétique sur la frontière de la zone d'étude.

L'élaboration des conditions de frontière artificielle pour la modélisation numérique des phénomènes de propagation d'ondes est déjà un sujet ancien, les travaux d'Engquist et Majda [22], remontent à la fin des années 1970. Leur principale contribution est la construction et l'analyse d'une classe de Conditions aux Limites Absorbantes (CLA) locales d'ordres élevés pour l'équation des ondes. Durant les trente dernières années de nombreux travaux ont été consacrés à l'amélioration et à l'extension de ces conditions.

A peu près au même moment, l'introduction des couches absorbantes parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers, PML) par J.P.Berenger [23], a révolutionné le sujet,

son principe est de remplacer la frontière par une couche absorbante de largeur L qui a la même propriété étonnante de ne générer aucune réflexion entre le domaine de propagation et le domaine absorbant. Cette méthode a rapidement acquis une grande popularité dans différents domaines d'application, en particulier grâce à ces très bonnes performances et à sa facilité d'implémentation.

Le choix des conditions aux limites dépend du :

- Coefficient de réflexion : il est nécessaire de réduire au maximum les réflexions constituent un bruit qui limite la dynamique d'étude (Réflexion de 5 % dans le cas de conditions de Mur et de 10^{-4} % dans le cas des PML) .
- Les ressources informatiques nécessaires à leur mise en œuvre. La puissance de calcul et la capacité en mémoire sont en effet limitées.
- La capacité à absorber les ondes évanescentes. Les PML très efficaces sur les ondes propagatrices le sont beaucoup moins évanescentes. Certaines améliorations ont été développées pour remédier à ce problème.
- La capacité du modèle à prendre en compte est la nature dispersive d'un matériau. Malgré la complexité de leur codage, notre algorithme utilise les conditions aux limites PML qui sont souvent présentées comme étant les plus performantes (faible réflexion, et pas besoin de stocker les anciennes valeurs du champ).

III.4.1 Conditions PML de Berenger

Ces conditions aux limites sont certainement les conditions absorbantes les plus performantes. Ces conditions partent de la condition d'adaptation d'impédances de deux ondes à l'interface entre deux milieux de même indice mais dans l'un est absorbant (présentant une conductivité électrique σ et magnétique σ^* non nulle).

Une séparation du champ E_z en deux composantes $E_z = E_{zx} + E_{zy}$. Ces composantes représentent respectivement la partie de E_z se propageant suivant la direction de x et y.

Une réécriture des équations de Maxwell faisant apparaître une absorption électrique et magnétique suivant x et y ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z^*, \sigma_y^*$).

$$\epsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (\text{III.21})$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (\text{III.22})$$

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} + \sigma_y^* H_x = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (\text{III.23})$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_x^* H_y = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (\text{III.24})$$

L'utilisation des différences finies dans l'espace mais pas dans le temps. Comme l'absorption est forte dans les PML, les valeurs du champ changent beaucoup sur une très courte distance. Dans ce cas l'algorithme classique de FDTD n'est plus adapté. On utilise donc un autre procédé de résolution n'utilisant les différences finies que dans l'espace.

III.4.2 Principe des PML

Les PML ont un coefficient d'absorption comme indiqué sur la figure III.10:

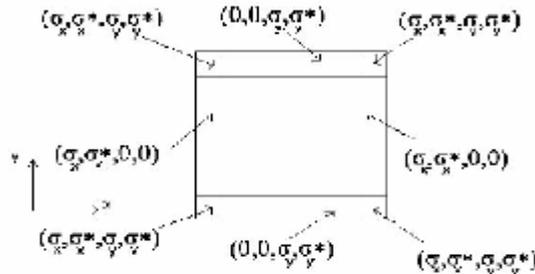


Figure III. 10 Absorption dans les PML.

Une onde sinusoïdale arrivant dans des PML, ayant une conductivité $(\sigma_x, \sigma_x^*, 0, 0)$, voit sa partie se propager suivant la direction x, être absorbée et cela quelque soit l'angle d'incidence de l'onde.

La où l'absorption n'est pas nulle, elle part de zéro au contact de la zone centrale et augmente de façon polynomiale jusqu'au bord extérieur ou elle est considérée infinie.

$$s_x = \left(\frac{u}{d}\right)^m \cdot s_{\max}$$

Ici s est l'absorption en fonction de la position u par rapport a la zone centrale, d est la largeur des PML, m le degré de la loi polynomiale. Les PML n'ont pas besoin d'être très large pour être efficaces.

Pour éviter toute réflexion à la frontière entre les PML et la zone de calcul, on réalise une adaptation d'impédance. Si dans la zone de calcul, le milieu à une permittivité ϵ et une conductivité nulle alors il y'aura adaptation d'impédance.

$$\frac{S_x}{e} = \frac{S_x^*}{m} \text{ et } \frac{S_y}{e} = \frac{S_y^*}{m}$$

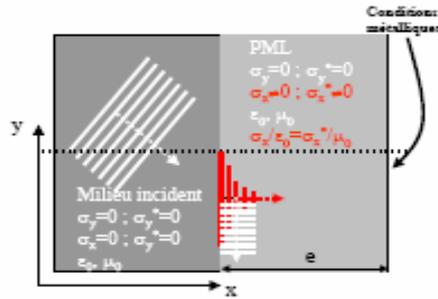


Figure III.11 Fonctionnement d'un milieu de type PML.

III.4.3 Méthode de résolution

Les équations à résoudre sont de la forme :

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{s}{e} E_z = \frac{-1}{e} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (\text{III.25})$$

Considérons cette formule comme une équation différentielle de $E_z(t)$

La solution de l'équation sans second membre et :

$$E_z(t) = C \cdot e^{-\frac{s}{e}t} \quad (\text{III.26})$$

Ces solutions vérifient $E_z^{n+1} = e^{-\frac{\sigma \cdot dt}{\varepsilon}} \cdot E_z^n$

Une solution particulière de l'équation avec second membre est :

$$E_z(t) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_y}{\partial x} \cdot \left(e^{\frac{\sigma \cdot dt}{\varepsilon}} - 1 \right) \quad (\text{III.27})$$

La solution générale est la somme de la solution de l'équation (III.26) sans second membre et de la solution particulière (III.27)

$$E_z(t) = C \cdot e^{-\frac{\sigma t}{\varepsilon}} + \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} \cdot \left(e^{-\frac{\sigma \cdot dt}{\varepsilon}} - 1 \right) \quad (\text{III.28})$$

En appliquant les différences finies dans le domaine spatial au point $(i, j + 1/2)$, on obtient finalement :

$$E_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = e^{-\frac{\sigma \cdot t}{\varepsilon}} \cdot E_{i,j+\frac{1}{2}}^n + \frac{1}{\sigma \cdot dx} \cdot \left(e^{-\frac{\sigma \cdot dt}{\varepsilon}} - 1 \right) \cdot \left(H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{III.29})$$

III.5 L'excitation

Tout système électromagnétique nécessite une excitation qui sera à l'origine de sa réponse. Cette réponse dépend autant de la nature du système que de la manière dont il est excité. Le choix de l'excitation dépend de plusieurs facteurs parmi lesquelles, le type de la structure à utiliser et la bande de fréquence. L'excitation se traduira par un signal numérique qui va se propager dans la structure. Cette variation imposée à un endroit approprié du maillage, a une forme, une durée, et un emplacement particulier. Pour des problèmes de convergences des résultats, on a intérêt à choisir une excitation proche de la forme du champ réel dans la structure capable de remplir certaines conditions comme une étude sur une large bande spectrale, d'une durée temporelle raisonnable, continue, et facilement interprétable.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons détaillé les étapes nécessaires à la mise au point d'une méthode de calcul permettant de simuler différents problèmes électromagnétiques, c'est la méthode FDTD ou son application est introduite pour la première fois par Yee .

Ces détails comportent : la discrétisation des équations de Maxwell aux sens des différences finies centrées, le critère de stabilité, la dispersion numérique et les conditions d'absorption aux limites.

Chapitre IV: Application de la FDTD pour l'étude de transmission dans un LHM

IV.1 Introduction

La modélisation numérique du LHM par la méthode FDTD demeure à l'heure actuelle une des techniques principales utilisées dans l'étude de ce matériau. Pour modéliser le LHM avec les propriétés négatives du matériau, la dispersion de fréquence doit être prise en considération.

Les méthodes de la FDTD dispersive sont classées dans trois catégories:

- La méthode de la convolution récursive (RC) [24]: L'arrangement (RC) relie la densité du flux électrique à l'intensité de champ électrique par une intégrale de convolution ;

- La méthode de l'équation différentielle auxiliaire (ADE) [25]: la méthode (ADE) présente les équations différentielles afin de décrire la dépendance des propriétés du matériau de la fréquence ;

- La méthode de la transformée en Z [26]: l'intégrale de convolution dans le domaine du temps est réduit à une multiplication dans le domaine fréquentiel, en utilisant la transformée en Z.

De nombreux travaux sur la modélisation du LHM par la FDTD [27,28] ont montrés que le LHM est correctement modélisé seulement pour le cas des ondes propagatives, si on prend en considération les ondes évanescentes, l'application de la FDTD dispersive conventionnelle peut mener aux résultats imprécis si aucune correction n'est faite aux interfaces.

Dans le cas du LHM, les ondes évanescentes jouent un rôle principal dans la reconstruction de l'information au plan d'image, elles doivent être modélisés correctement. Une plaquette de LHM amplifie efficacement les ondes évanescentes qui se délabrent dans les matériaux habituels et permet la transmission des détails sub-longueur d'onde de la source à des distances significatives. Il est rapporté dans [29,30] qu'en appliquant les méthode de la moyenne le long des frontières à l'interface métal-diélectrique on peut modéliser précisément les plasmons polaritons de surface sans utiliser un maillage de la FDTD extrêmement fin. Ainsi que des études théoriques ont montrées que la transmission des détails sub-longueur d'onde dans une plaquette du LHM supposée infinie est limitée par les pertes [31], l'épaisseur de la plaquette et la disparité de la plaquette avec son milieu environnant [32].

IV.2 Application de la FDTD dispersive pour l'étude des caractéristiques de transmission dans un LHM

Le modèle de Drude est appliqué pour le constant diélectrique $\epsilon(\omega)$ et la perméabilité magnétique $\mu(\omega)$ avec la même forme de dispersion.

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - j\omega g_e} \right) \quad (IV.1)$$

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega^2 - j\omega g_m} \right) \quad (IV.2)$$

ω_{pe} et ω_{pm} sont respectivement la fréquence plasma électrique et la fréquence plasma magnétique.

g_e et g_m sont respectivement la fréquence de collision électrique et la fréquence de collision magnétique.

En raison de sa simplicité et son efficacité, nous avons appliqué la méthode de l'équation différentielle auxiliaire (ADE). Il y a également différents arrangements impliquant différentes équations différentielles auxiliaires, nous avons utilisé et présenté respectivement deux arrangements, l'arrangement $(\dot{E}, \dot{J}, \dot{H}, \dot{M})$ [4] et l'arrangement $(\dot{E}, \dot{D}, \dot{H}, \dot{B})$ [25].

IV.2.1 L'arrangement $(\dot{E}, \dot{D}, \dot{H}, \dot{B})$

Il est basé sur la loi de Faraday et la loi d'Ampère.

$$\dot{\nabla} \times \dot{E} = -\frac{\partial \dot{B}}{\partial t} \quad (IV.3)$$

$$\dot{\nabla} \times \dot{H} = \frac{\partial \dot{D}}{\partial t} \quad (IV.4)$$

Ainsi que les relations $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H}$ où ϵ et μ sont exprimées par les équations (IV.1) et (IV.2) respectivement, les équations (IV.3) et (IV.4) peuvent être discrétisées suivant la procédure [4] qui mène à la FDTD conventionnelle.

$$\dot{B}^{n+1} = \dot{B}^n - \Delta t \dot{\nabla} \times \dot{E}^{n+\frac{1}{2}} \quad (IV.5)$$

$$\dot{D}^{n+1} = \dot{D}^n + \Delta t \dot{\nabla} \times \dot{H}^{n+\frac{1}{2}} \quad (IV.6)$$

Δt : Pas temporel.

n : Nombre d'itération.

En outre, l'équation auxiliaire doit être prise en considération et elle peut être discrétisée de la manière suivante :

$$(w^2 - jw g_e) \mathbf{D} = e_0 (w^2 - jw g_e - w_{pe}^2) \mathbf{E} \quad (\text{IV.7})$$

En utilisant la transformée de Fourier inverse :

$$jw \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}, \quad w^2 \rightarrow -\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad (\text{IV.8})$$

L'équation (IV.7) peut être réécrite dans le domaine de temps sous la forme :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} g_e \right) \mathbf{D} = e_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} g_e + w_{pe}^2 \right) \mathbf{E} \quad (\text{IV.9})$$

Le domaine de simulation de la FDTD est présenté en 3D par un volume de calcul, composé de cellules élémentaires de taille $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Pour la discrétisation de l'équation (IV.9) on utilise les opérateurs de la différence finie (d_t, d_t^2) et les opérateurs de la moyenne (m_t, m_t^2).

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow \frac{d_t^2}{(\Delta t)^2}; \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{d_t}{\Delta t} m_t; \quad w_{pe}^2 \rightarrow w_{pe}^2 m_t^2$$

Les opérateurs d_t, d_t^2, m_t et m_t^2 sont définis dans [33] par :

$$d_t \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n \equiv \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n-\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.10.a})$$

$$d_t^2 \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n \equiv \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} - 2\mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n + \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n-1} \quad (\text{IV.10.b})$$

$$m_t \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n \equiv \frac{\mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \quad (\text{IV.10.c})$$

$$m_t^2 \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n \equiv \frac{\mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} + 2\mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^n + \mathbf{F} \Big|_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{4} \quad (\text{IV.10.d})$$

F : présente les composantes du champ, m_x, m_y, m_z , sont les indices correspondants à un certain point de discrétisation dans le domaine FDTD. La discrétisation de l'équation (IV.9) nous donne:

$$\left[\frac{\delta_t^2}{(\Delta t)^2} + \frac{\delta_t}{\Delta t} \mu_t \gamma_e \right] \mathbf{D} = \mathbf{e}_0 \left[\frac{\delta_t^2}{(\Delta t)^2} + \frac{\delta_t}{\Delta t} \mu_t \gamma + \mathbf{e}_{pe}^2 m_t^2 \right] \mathbf{E} \quad (\text{IV.11})$$

Donc l'équation (IV.11) s'écrit sous la forme:

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbf{D}_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} - 2\mathbf{D}_{m_x, m_y, m_z}^n + \mathbf{D}_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{(\Delta t)^2} + \gamma_e \frac{\mathbf{D}_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} - \mathbf{D}_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{2\Delta t} \\ & = \mathbf{e}_0 \left[\frac{\mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} - 2\mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^n + \mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{(\Delta t)^2} + \gamma_e \frac{\mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} - \mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{2\Delta t} \right. \\ & \left. + w_{pe}^2 \frac{\mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n+1} + 2\mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^n + \mathbf{E}_{m_x, m_y, m_z}^{n-1}}{4} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Par conséquent l'équation de $\dot{\mathbf{E}}$ est la suivante:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}^{n+1} = & \left\{ \left[\frac{1}{\epsilon_0 (\Delta t)^2} + \frac{\mathbf{g}_e}{2\mathbf{e}_0 \Delta t} \right] \mathbf{D}^{n+1} - \frac{2}{\mathbf{e}_0 (\Delta t)^2} \mathbf{D}^n \right. \\ & + \left[\frac{2}{(\Delta t)^2} - \frac{w_{pe}^2}{2} \right] \mathbf{E}^n - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_e}{2\Delta t} + \frac{w_{pe}^2}{4} \right] \mathbf{E}^{n-1} \\ & \left. + \left[\frac{1}{\mathbf{e}_0 (\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_e}{2\mathbf{e}_0 \Delta t} \right] \mathbf{D}^{n-1} \right\} / \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_e}{2\Delta t} + \frac{w_{pe}^2}{4} \right], \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

L'équation de $\dot{\mathbf{H}}$ est de la même forme que l'équation (IV.13) en remplaçant $\dot{\mathbf{E}}, \mathbf{D}$, w_{pe}^2 et \mathbf{g}_e respectivement par $\dot{\mathbf{H}}, \mathbf{B}$, w_{pm} et \mathbf{g}_m :

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{\mathbf{H}^{n+1}} = & \left\{ \left[\frac{1}{\varepsilon_0(\Delta t)^2} + \frac{\mathbf{g}_m}{2e_0\Delta t} \right] \mathbf{B}^{n+1} - \frac{2}{e_0(\Delta t)^2} \mathbf{B}^n \right. \\
& + \left[\frac{2}{(\Delta t)^2} - \frac{w_{pm}^2}{2} \right] \mathbf{H}^n - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_m}{2\Delta t} + \frac{w_{pm}^2}{4} \right] \mathbf{H}^{n-1} \\
& \left. + \left[\frac{1}{e_0(\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_m}{2e_0\Delta t} \right] \mathbf{B}^{n-1} \right\} / \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{\mathbf{g}_m}{2\Delta t} + \frac{w_{pm}^2}{4} \right], \tag{IV.14}
\end{aligned}$$

Les équations (IV.5), (IV.6), (IV.13), (IV.14) forment une FDTD qui nous donne l'équation du LHM en utilisant l'arrangement $(\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{D}}, \dot{\mathbf{H}}, \dot{\mathbf{B}})$. Si les fréquences plasma et les fréquences de collision sont nulles, $w_{pe} = w_{pm} = 0$ et $\mathbf{g}_e = \mathbf{g}_m = 0$.

Alors les équations citées plus haut sont réduites à des équations dans le vide.

IV.2.2 L'arrangement $(\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{J}}, \dot{\mathbf{H}}, \dot{\mathbf{M}})$

En se basant toujours sur les lois de Faraday et d'Ampère

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \dot{\mathbf{H}}}{\partial t} - \dot{\mathbf{M}} \tag{IV.15}$$

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = -e_0 \frac{\partial \dot{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mathbf{J} \tag{IV.16}$$

Où $\vec{\mathbf{J}}$ et $\vec{\mathbf{M}}$ densités de courant électrique et magnétique sont définies par:

$$\mathbf{J}(\omega) = j\omega e_0 \frac{\omega_{pe}^2}{j\omega \mathbf{g}_e - \omega^2} \mathbf{E}(\omega) \tag{IV.17}$$

$$\mathbf{M}(\omega) = j\omega e_0 \frac{\omega_{pm}^2}{j\omega \mathbf{g}_m - \omega^2} \dot{\mathbf{H}}(\omega) \tag{IV.18}$$

De la même manière que pour l'arrangement $(\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{D}}, \dot{\mathbf{H}}, \dot{\mathbf{B}})$ les équations (IV.15)-(IV.18) peuvent être discrétisées comme suit:

$$\mathbf{r}_{\mathbf{H}^{n+1}} = \mathbf{r}_{\mathbf{H}^n} - \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\nabla \times \left(\mathbf{r}_{\mathbf{E}^{n+\frac{1}{2}}} \right) + \mathbf{r}_{\mathbf{M}^{n+\frac{1}{2}}} \right] \tag{IV.19}$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{E}^{n+1}} = \mathbf{r}_{\mathbf{E}^n} + \frac{\Delta t}{e_0} \left[\nabla \times \left(\mathbf{r}_{\mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}}} \right) - \mathbf{r}_{\mathbf{J}^{n+\frac{1}{2}}} \right] \tag{IV.20}$$

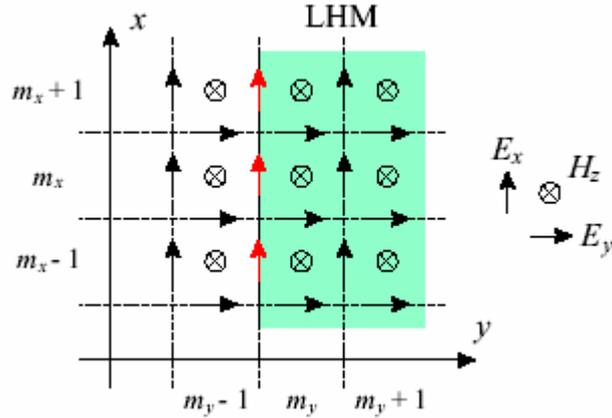
$$\mathbf{J}\Big|_{m_x, m_y}^{n+1} = \frac{4}{\gamma_e \Delta t + 2} \mathbf{J}\Big|_{m_x, m_y}^n + \frac{\gamma_e \Delta t - 2}{\gamma_e \Delta t + 2} \mathbf{J}\Big|_{m_x, m_y}^{n-1} + \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2 \Delta t}{\gamma_e \Delta t + 2} \left(\mathbf{E}\Big|_{m_x, m_y}^{n+1} - \mathbf{E}\Big|_{m_x, m_y}^{n-1} \right) \quad (\text{IV.21})$$

$$\mathbf{M}\Big|_{m_x, m_y}^{n+1} = \frac{4}{\gamma_m \Delta t + 2} \mathbf{M}\Big|_{m_x, m_y}^n + \frac{\gamma_m \Delta t - 2}{\gamma_m \Delta t + 2} \mathbf{M}\Big|_{m_x, m_y}^{n-1} + \frac{\varepsilon_0 \omega_{pm}^2 \Delta t}{\gamma_m \Delta t + 2} \left(\mathbf{H}\Big|_{m_x, m_y}^{n+1} - \mathbf{H}\Big|_{m_x, m_y}^{n-1} \right) \quad (\text{IV.22})$$

De même les équations (IV.19)-(IV.22) deviennent des équations dans le vide si les fréquences plasma et les fréquences de collision sont nulles.

IV.2.3 La méthode de la moyenne spatiale

En plus de la méthode ADE présentée ci-dessus à cause de la grille décalée dans le domaine FDTD, une modification des conditions limites aux interfaces entre les différents milieux est souvent nécessaire pour améliorer l'exactitude des résultats de la simulation par la FDTD. Il a été montré qu'en appliquant la technique de la moyenne de champ basée sur la moyenne des paramètres physiques de matériau (par exemple la permittivité ou la perméabilité) donne une grande précision [34].



FigureIV.1 : La disposition de la grille FDTD illustrant l'arrangement des frontières du matériau le long de la direction y. les flèches rouges indiquent où la moyenne la permittivité électrique est appliquée.

La technique de la moyenne citée précédemment est appliquée pour les diélectriques conventionnels avec la constante diélectrique et la perméabilité magnétique positive. Pour les matériaux avec permittivité et perméabilité négatives, une des manières les plus simples à mettre en application. La technique de la moyenne c'est d'employer la moyenne arithmétique. En outre, la moyenne devrait être appliquée seulement pour les composantes tangentielles de champ aux interfaces du matériau. Par conséquent la

moyenne peut être appliquée de différentes manières selon la configuration du domaine de simulation de la FDTD par exemple (2D,TE) , (2D,TM), ou les cas à trois dimensions.

Dans notre travail nous avons choisi le 2D, TE (transverse électrique) avec H dirigé suivant la direction Z. par conséquent trois composantes de champ sont différent de zéro: Ex, Ey et Hz.

La moyenne de la permittivité électrique aux interfaces et le long de la direction X pour la composante tangentielle du champ électrique Ex est donnée par:

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_x}{2} = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{2(\omega^2 - j\omega g_e)} \right] \quad (IV.23)$$

Ce qui est équivalent à remplacer la fréquence plasma w_{pe} par $w'_{pe} = w_{pe} / \sqrt{2}$ dans l'équation (IV.1). Par conséquent l'équation de Ex à l'interface est donnée par:

$$\begin{aligned} E_x^{n+1} = & \left\{ \left[\frac{1}{\varepsilon_0 (\Delta t)^2} + \frac{\gamma_e}{2\varepsilon_0 \Delta t} \right] D_x^{n+1} - \frac{2}{\varepsilon_0 (\Delta t)^2} D_x^n \right. \\ & + \left[\frac{2}{(\Delta t)^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{4} \right] E_x^n - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{\gamma_e}{2\Delta t} + \frac{\omega_{pe}^2}{8} \right] E_x^{n-1} \\ & \left. + \left[\frac{1}{\varepsilon_0 (\Delta t)^2} - \frac{\gamma_e}{2\varepsilon_0 \Delta t} \right] D_x^{n-1} \right\} / \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{\gamma_e}{2\Delta t} + \frac{\omega_{pe}^2}{8} \right] \quad (IV.24) \end{aligned}$$

Les endroits où l'équation (IV.24) est appliquée sont illustrés dans la figure IV.1 par des flèches rouges.

La moyenne de la permittivité peut être appliquée pour l'arrangement $(\overset{\bullet}{E}, \overset{\bullet}{D}, \overset{\bullet}{H}, \overset{\bullet}{B})$ tandis que pour l'arrangement $(\overset{\bullet}{E}, \overset{\bullet}{J}, \overset{\bullet}{H}, \overset{\bullet}{M})$ on utilise la moyenne de densité du courant tangentielle [35], qui est de la forme

$$\langle J_x \rangle = \frac{J_0 + J_x}{2} = \frac{J_x}{2} \quad (IV.25)$$

$J_0=0$: la densité de courant dans le vide.

Alors l'équation de Ex le long des frontières du LHM à l'interface est donnée par:

$$\begin{aligned}
E_x \Big|_{m_x, m_y}^{n+1} = & \left[E_x \Big|_{m_x, m_y}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left(H_z \Big|_{m_x, m_y}^{n+1} - H_z \Big|_{m_x, m_y-1}^{n+1} \right) \right. \\
& - \frac{\Delta t (\gamma_e \Delta t + 6)}{4 \epsilon_0 (\gamma_e \Delta t + 2)} J_x \Big|_{m_x, m_y}^n - \frac{\Delta t (\gamma_e \Delta t - 2)}{4 \epsilon_0 (\gamma_e \Delta t + 2)} J_x \Big|_{m_x, m_y}^{n-1} \\
& \left. + \frac{\omega_{pe}^2 (\Delta t)^2}{4 \gamma_e \Delta t + 8} E_x \Big|_{m_x, m_y}^{n-1} \right] \Big/ \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2 (\Delta t)^2}{4 \gamma_e \Delta t + 8} \right). \quad (IV.26)
\end{aligned}$$

Théoriquement les deux méthodes de la moyenne citées précédemment ont les mêmes effets dus aux relations linéaires.

$$\mathbf{D} = e \mathbf{E} = e_0 \mathbf{E} + \frac{1}{j\omega} \mathbf{J}, \quad \mathbf{B} = m \mathbf{H} = m_0 \mathbf{H} + \frac{1}{j\omega} \mathbf{M} \quad (IV.27)$$

Par conséquent faire la moyenne de la densité de courant est identique à faire la moyenne de la perméabilité magnétique. Dans notre travail nous avons appliqué l'arrangement $(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B})$ dans nos simulations en raison de sa simplicité dans l'exécution.

IV.3 Implémentation numérique

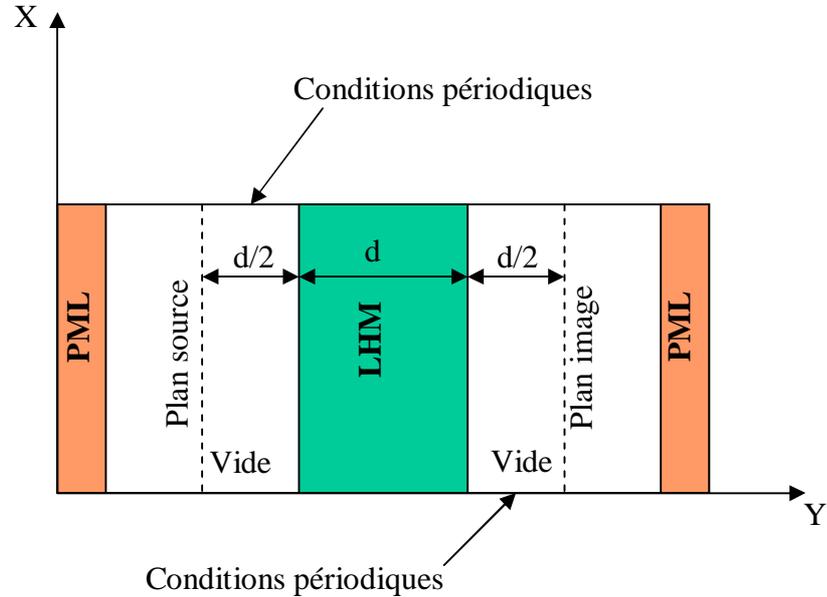


Fig.IV.2 : Diagramme schématisé pour un domaine de simulation bidimensionnel (2D) de FDTD pour le calcul du coefficient de transmission d'une plaquette de LHM supposée infinie.

Comme il est montré dans la fig.IV.2, une plaquette de LHM est modélisée en appliquant les conditions aux limites périodiques de Bloch (PBCs), pour toutes les structures périodiques les champs satisfaits à tout moment la théorie de Bloch :

$$\dot{\mathbf{E}}(x + L) = \dot{\mathbf{E}}(x)e^{jk_x L}, \quad \dot{\mathbf{H}}(x + L) = \dot{\mathbf{H}}(x)e^{jk_x L} \quad (\text{IV.28})$$

K_x : vecteur d'onde suivant la direction x.

L : est la période de cellule le long de la direction de la périodicité.

Dans la direction Y de deux cotés de la structure nous avons utilisé les couches parfaitement absorbantes PMLs (Perfectly Match Layer) de Berenger [23], afin d'éviter toutes réflexions.

L'excitation est source d'une onde plane sinusoïdale de la forme :

$$\dot{\mathbf{H}}_z(i, j_s) = \dot{\mathbf{H}}_z(i, j_s) + s(t)e^{-jk_x i \Delta x} \quad (\text{IV.29})$$

J_s : l'endroit de la source le long de direction Y.

S (t) : fonction sinusoïdale

$i \in [1, I]$: est l'indice de l'endroit de cellules .

I : est le nombre total de cellules le long de X .

En changeant les valeurs K_x les ondes propagatives ($K_x < K_0$) Et les ondes évanescentes ($K_x > K_0$) peuvent être excités.

La fonction d'onde sinusoïdale S(t) doit être commutée lentement afin d'éviter d'exciter d'autre composant de fréquence.

$$s(t) = \begin{cases} g_{on}(t)e^{j\omega t} & \text{Pour } 0 \leq t \leq mT_0 \\ e^{j\omega t} & \text{Pour } t \geq mT_0 \end{cases} \quad (\text{IV.30})$$

Ou la fonction de commutation g_{on} est la partie " on " des impulsion m-n-m (un signal sinusoïdal qui a une fenêtre lisse dans la partie " on " pour m cycles, une amplitude constante pour n cycles et une fenêtre de la partie " off " pour m cycles [27]) et elle est donné par :

$$g_{on}(t) = 10.0x_{on}^3 - 15.0x_{on}^4 + 6.0x_{on}^5 \quad (\text{IV.31})$$

$$x_{on} = 1.0 - (mT_0 - t) / mT_0$$

T_0 : la période de la fonction d'onde sinusoïdale.

Un exemple pour $m=10$, est donné dans la figure IV.3.

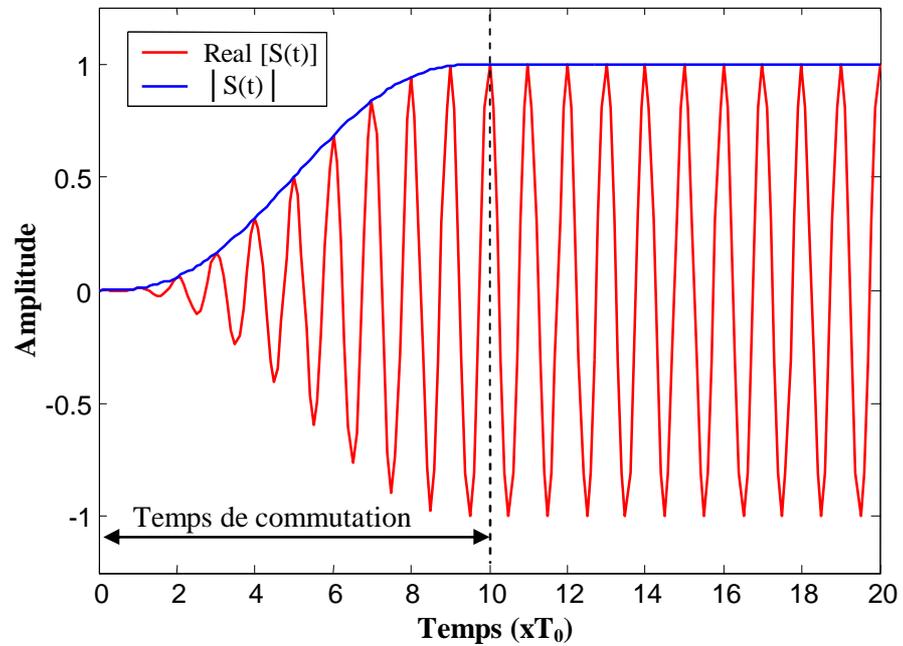


Figure IV.3 : Fonction d'excitation avec un temps de commutation de $10 T_0$.

Comme il est illustré sur la figure IV.2 la source est située à une distance $d/2$ de l'interface avant de la plaquette du LHM.

Par conséquent la première image est formée au centre de plaquette et la deuxième image est à $d/2$ de la deuxième interface du LHM.

Selon le critère de stabilité le pas temporel est : $\Delta t = \Delta x / \sqrt{2}c$ où C est la vitesse de la lumière.

Pour des raisons de simplification nous supposons que :

$$w_{pe} = w_{pm} = w_p = \sqrt{2}w$$

w : Fréquence de travail.

$$g_e = g_m = g = 0,0005w$$

Ce que nous donne une permittivité :

$$e_r = m_r = -1 - 0,001j$$

Le coefficient de transmission est calculé comme étant le rapport entre l'intensité de champ au deuxième plan d'image et l'intensité du champ de la source.

IV.3.1 Application de la méthode de moyenne pour le calcul du coefficient de transmission de la plaquette de LHM

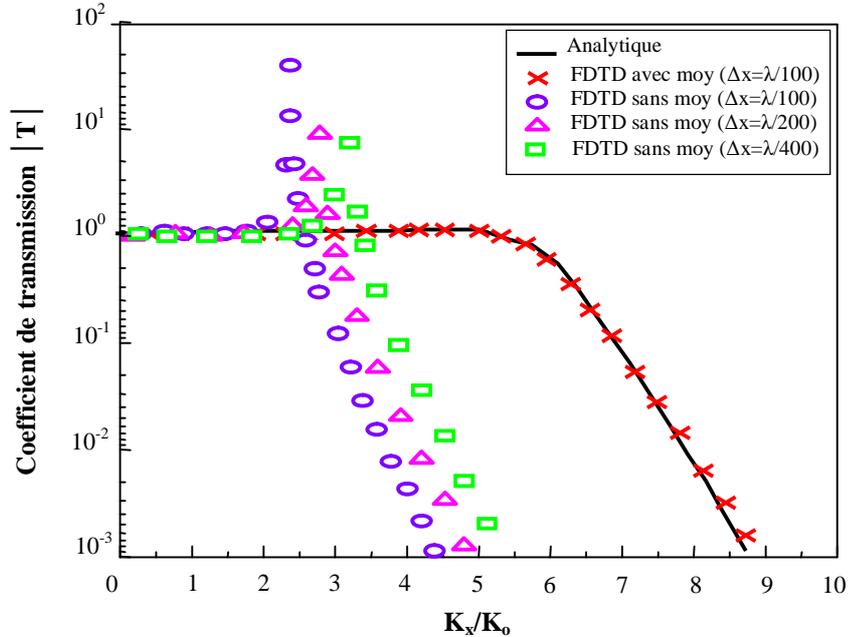


Figure IV.4 : Comparaison du coefficient de transmission d'une plaquette infinie de LHM calculé analytiquement à celui de la FDTD dispersive avec et sans la moyenne de la permittivité électrique le long des frontières du LHM.

La figure IV.4 montre la variation du coefficient de transmission pour une plaquette de LHM d'épaisseur $d=0,2l$ en fonction de K_x en utilisant la méthode dispersive de la FDTD avec et sans calcul de la moyenne de la permittivité électrique aux interfaces le long des frontières du LHM. Nous avons comparés les résultats obtenus numériquement pour différentes valeurs de Δx avec la solution analytiques, on remarque que :

- Le coefficient de transmission analytique est égale à 1 (transmission totale) jusqu'à une valeur approximative de $K_x = 5K_0$, puis il décroît d'une façon exponentielle jusqu'à ce qu'il s'annule.
- Avec le calcul de la moyenne arithmétique de la permittivité électrique, le résultat numérique montre l'excellent accord avec la solution analytique en utilisant la résolution spatiale $\Delta x = l/100$.
- D'autre part sans faire la moyenne, on observe une amplification du coefficient de transmission à une valeur approximative de $K_x=2,4K_0$.

- Toujours sans faire la moyenne mais en réduisant la taille du pas spatiale $\Delta x = l/200$ et $\Delta x = l/400$, on observe le même comportement seulement les amplifications sont à des valeurs de $Kx=2,8K_0$ et $Kx=3,2K_0$ respectivement.

Il est clairement évident que les résultats numériques de la FDTD conventionnelle sont corrects seulement pour $Kx < 2K_0$. Cette gamme de Kx couvre toutes les ondes propagatives et une petite partie des ondes évanescentes ($K_0 < Kx < 2K_0$). Pour les ondes évanescentes avec $Kx > 2K_0$, les résultats numériques sont clairement différents des résultats analytiques avec une amplification du coefficient de transmission. Cet effet peut être expliqué en tant qu'excitation résonante d'un plasmon de surface numérique à l'interface vide-LHM, dans notre cas ce phénomène est purement numérique et n'existe pas dans la plaquette réelle du LHM. Ce qui donne l'évidence que les interfaces entre le vide et le LHM n'ont pas été correctement modélisés.

D'après l'analyse précédente, on peut conclure que la méthode FDTD dispersive conventionnelle ne décrit pas la propagation des ondes évanescentes d'ordre élevé dans le LHM, si aucune correction n'est faite aux interfaces le long des frontières du LHM.

IV.3.2 Effet de la disparité entre la permittivité du matériau et ϵ_0 sur le coefficient de transmission

On a cité précédemment que la transmission des détails sub-longueur d'onde dans une plaquette de LHM est limitée par la disparité du LHM avec son milieu environnant.

La disparité entre la valeur de la partie réelle de la permittivité ($\text{Re}[\epsilon]$) du LHM et ϵ_0 (ϵ_0 : permittivité du vide) provoque une amplification du coefficient de transmission [32].

Les résultats de la variation du coefficient de transmission en fonction de K_x avec $\Delta x = l/100$ et pour différentes quantités de disparité sont illustrés sur la figure IV.5.

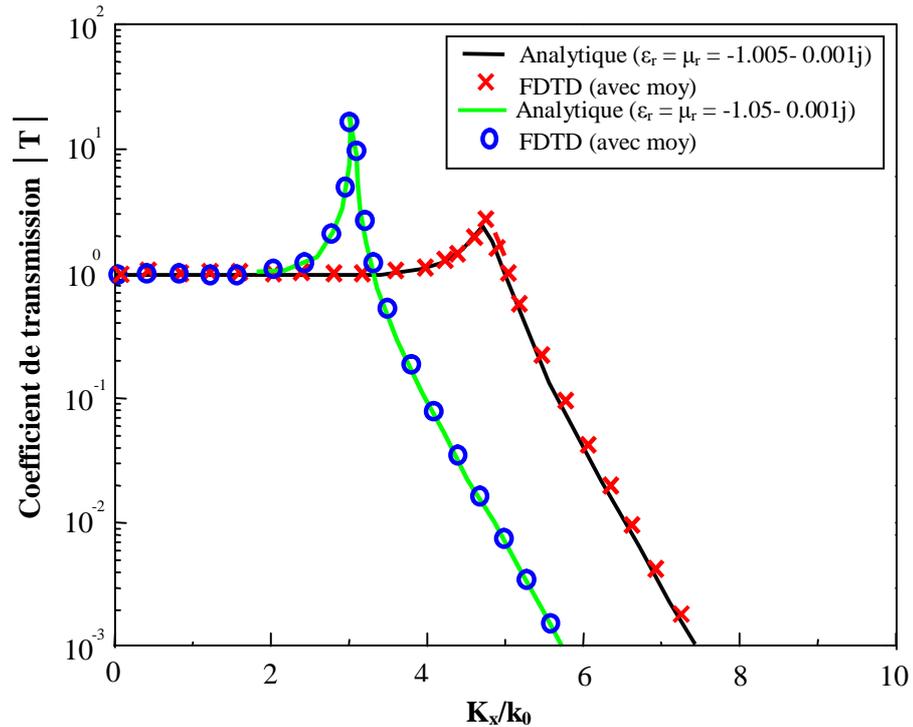


Figure IV.5 : Comparaison du coefficient de transmission analytique en fonction de Kx d'une plaquette infinie de LHM d'épaisseur $0,2l$ et différentes quantités de disparité des parties réelles des paramètres du matériau à celui de la FDTD dispersive avec la moyenne de la permittivité.

D'après la figure IV.5 on remarque que :

- Il y a un accord entre les résultats analytiques et les résultats numériques obtenus par la simulation de FDTD dispersive avec la moyenne de la permittivité aux interfaces.
- Pour $\epsilon_r = \mu_r = -1,005 - j0,001$, on observe une amplification du coefficient de transmission avec un pic à $Kx = 5K_0$, le même comportement est observé pour $\epsilon_r = \mu_r = -1,05 - j0,001$, seulement avec une forte crête à $Kx = 3K_0$.

On peut conclure que l'amplification de coefficient de transmission est proportionnelle à l'augmentation de la disparité entre la partie réelle de la permittivité du LHM.

IV.3.3 Effet des pertes sur le coefficient de transmission

En plus de la disparité du LHM avec son milieu environnant, la transmission des détails sub-longueur d'onde dans plaquette de LHM est limitée par les pertes [31], pour $\Delta x = l/100$ et différentes quantités de pertes les résultats obtenus sont représentés sur la figure IV.6.

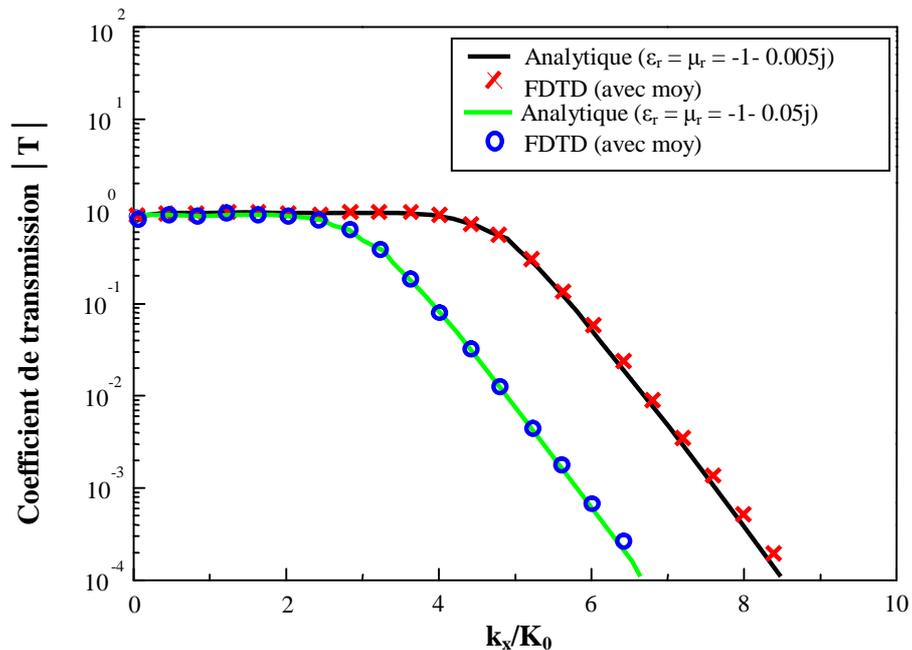


Figure IV.6 : Comparaison du coefficient de transmission analytique en fonction de Kx d'une plaquette infinie de LHM d'épaisseur $0,2\lambda$ et différentes quantités de pertes à celui de la FDTD dispersive en faisant la moyenne de la permittivité.

D'après la figure IV.6 on remarque toujours une concordance entre les résultats analytiques et les résultats de la FDTD en faisant la moyenne de la permittivité aux interfaces et on observe :

- Pour $\epsilon_r = \mu_r = -1 - 0,005j$ le coefficient de transmission égale à 1 jusqu'à une valeur de $Kx = 4K_0$ puis il décroît exponentiellement.
- Pour $\epsilon_r = \mu_r = -1 - 0,05j$ donc une quantité plus grande de perte, le coefficient de transmission est égal à 1 pour un intervalle de K_x moins large.

On peut conclure que, indépendamment de la quantité des pertes, si le LHM est adapté à son milieu environnant ($\text{Re}[\epsilon] = -\epsilon_0$) il n'y a aucune amplification dans le coefficient de transmission. En outre la largeur de la bande de transmission diminue avec l'augmentation de la quantité des pertes et par conséquent une diminution de la résolution sub-longueur d'onde de la plaquette.

IV.3.4 Effet de l'épaisseur de la plaquette sur le coefficient de transmission

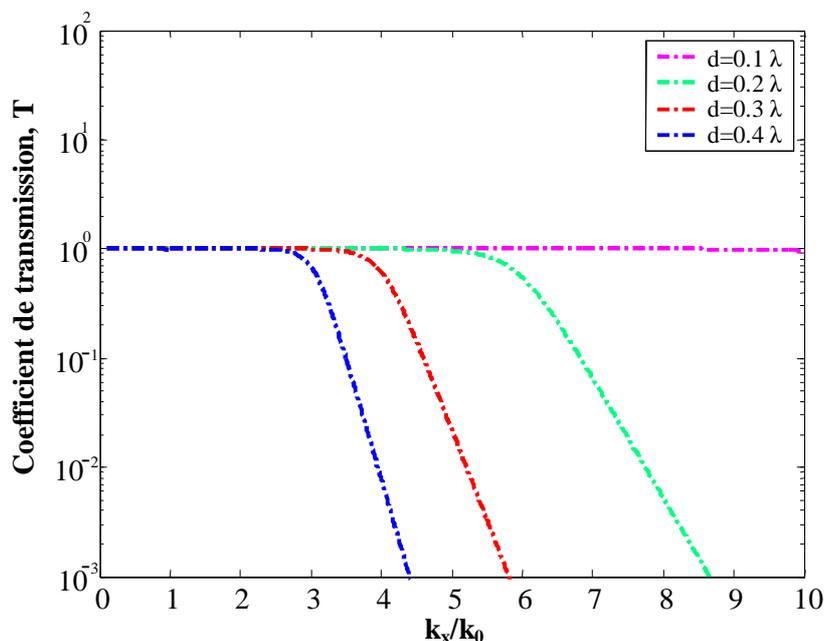


Figure IV.7: Coefficient de transmission pour différentes valeurs d'épaisseur de la plaquette de LHM calculé à partir de la FDTD dispersive avec moyenne.

D'après la figure IV.7 qui représente les variations du coefficient de transmission en fonction de K_x pour différentes valeurs de l'épaisseur d de la plaquette de LHM, avec $\Delta x = l/100$ et $\epsilon_r = m_r = -1 - 0.001j$, on remarque que :

- Pour une épaisseur $d=0.1\lambda$, le coefficient de transmission est égal à 1 pour toutes les valeurs de K_x . Donc une transmission totale pour cette valeur de d .
- Pour $d = 0.2\lambda, 0.3\lambda, 0.4\lambda$, le coefficient de transmission est égal à 1 puis il décroît exponentiellement à des valeurs de K_x respectivement égales à $5K_0, 3.5K_0, 2.6K_0$.

Donc on peut conclure que, la transmission des détails sub-longueur d'onde dans une plaquette de LHM diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaquette, ce qui implique que l'amplification des ondes évanescentes dépend énormément de l'épaisseur de la plaquette de LHM.

En plus de l'effet numérique aux interfaces sur la modélisation de LHM, il y a un autre effet numérique dans la simulation de la FDTD qui influence la modélisation correcte et précise du LHM. C'est l'effet des paramètres numériques du matériau.

IV.3.5 Evaluation des paramètres numériques du matériau

Pour modéliser des diélectriques conventionnels, on assume que les résultats sont assez précis donc l'effet des paramètres numériques du matériau peuvent être ignorés si la taille de cellules de la FDTD est plus petite que $\lambda/10$ [4].

Cependant puisque la discrétisation présente une disparité entre la permittivité numérique et analytique, en modélisant le LHM particulièrement quand les ondes évanescentes sont impliquées, la résolution spatiale de la FDTD à un impact significatif sur l'exactitude des résultats de simulation [35].

Dans le cas des ondes planes quand :

$$\mathbf{E}^{n\pm 1} = \mathbf{E}^n e^{\pm jw\Delta t} \quad ; \quad \mathbf{D}^{n\pm 1} = \mathbf{D}^n e^{\pm jw\Delta t} \quad (\text{IV.32})$$

On a :

$$e^{jw\Delta t} + e^{-jw\Delta t} = 2 \cos(w\Delta t) \quad ; \quad e^{jw\Delta t} - e^{-jw\Delta t} = 2j \sin(w\Delta t) \quad (\text{IV.33})$$

L'équation (IV.13) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}^n \left[\frac{w_p^2}{2} + \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] \cos(w\Delta t) + \mathbf{E}^n \left[\frac{w_p^2}{2} - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] + \mathbf{E}^n \frac{g}{\Delta t} j \sin(w\Delta t) \\ &= \mathbf{D}^n \frac{2}{e_0 (\Delta t)^2} \cos(w\Delta t) - \mathbf{D}^n \frac{2}{e_0 (\Delta t)^2} + \mathbf{D}^n \frac{g}{e_0 \Delta t} j \sin(w\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{IV.34})$$

Après un calcul simple la permittivité numérique ($\tilde{\epsilon} = \frac{\mathbf{D}^n}{\mathbf{E}^n}$) peut être obtenue :

$$\tilde{\epsilon} = e_0 \left[1 - \frac{w_p^2 (\Delta t)^2 \cos^2 \frac{w\Delta t}{2}}{2 \sin \frac{w\Delta t}{2} \left(2 \sin \frac{w\Delta t}{2} - jg\Delta t \cos \frac{w\Delta t}{2} \right)} \right] \quad (\text{IV.35})$$

Pour l'analyse des différentes résolutions spatiales de la FDTD concernant la permittivité numérique, les paramètres (ω_p et γ) sont choisis de sorte que la partie réelle de la permittivité analytique est égale -1, la permittivité numérique correspondante est calculée à partir de (IV.35), la comparaison est montrée dans la figure (IV.8).

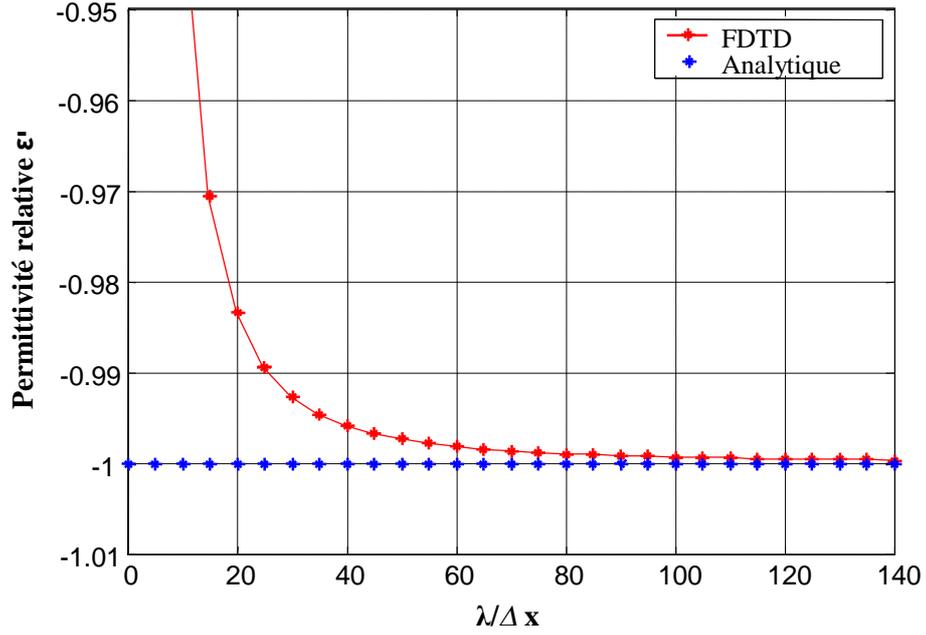


Figure IV.8 : Comparaison de la partie réelle de la permittivité analytique et de la permittivité numérique pour différentes résolutions spatiales.

On peut constater que la permittivité analytique est toujours à une valeur égale -1 .

Pour $\Delta x > \lambda/60$, on remarque une différence considérable entre la permittivité numérique et la permittivité analytique, ce qui mène à l'amplification du coefficient de transmission analysé dans la section suivante.

On peut conclure que la condition de résolution spatiale dans les simulations de la FDTD conventionnelles ($\Delta x < \lambda/10$), n'est pas suffisante pour le LHM en raison des ondes évanescentes impliqué. La comparaison suggère également qu'une résolution spatiale de FDTD de moins de ($\Delta x < \lambda/80$) soit nécessaire pour une modélisation précise de LHM.

En remplaçant $\Delta x = \lambda/100$ et $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}c}$ et la fréquence de travail dans l'équation (IV.35) on aura :

$$\tilde{\epsilon}_r = -0,9993 - 0,001j$$

On remarque une petite différence entre la partie réelle de la permittivité relative et -1 . Cependant, si la taille des cellules est plus grande par exemple pour le cas de $\Delta x = \lambda/40$ on aura:

$$\tilde{\epsilon}_r = -0,9959 - 0,001j$$

Donc la différence entre la partie réelle de $\tilde{\epsilon}_r$ et -1 est plus grande. On observe une amplification du coefficient de transmission comme il est illustré dans la figure (IV.9). En

utilisant la même permittivité dans la formulation analytique, nous pouvons obtenir le coefficient de transmission correspondant qui est également tracé dans la figure (IV.9) pour la comparaison.

On remarque, pour les grandes valeurs de Kx qu'il y a un petit décalage entre les résultats analytiques et numériques causé par la grande taille de la cellule, qui provoque un insuffisant prélèvement de points.

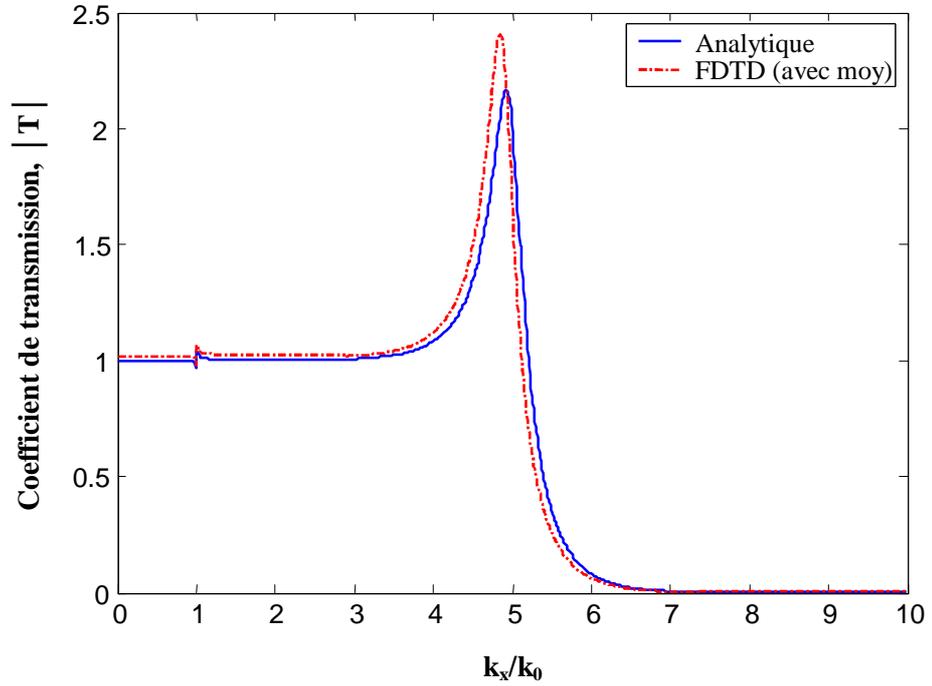


Figure IV.9 : Coefficient de transmission d'une plaquette de LHM en utilisant la FDTD avec la moyenne de la permittivité et sans correction des paramètres du matériau ($\epsilon_r = m_r = -0,9959 - 0,001j$) avec $Dx = 1 / 40$.

L'avantage d'estimer la permittivité électrique numérique est la correction de la disparité pour les simulations de la FDTD.

Après un calcul simple, la fréquence plasma et la fréquence de collision corrigée sont obtenus :

$$\tilde{\omega}_p^2 = \frac{2 \sin \frac{w\Delta t}{2} \left[-2(\epsilon'_r - 1) \sin \frac{w\Delta t}{2} - \epsilon''_r g \Delta t \cos \frac{w\Delta t}{2} \right]}{(\Delta t)^2 \cos^2 \frac{w\Delta t}{2}} \quad (IV.36)$$

$$\tilde{g} = \frac{2\epsilon''_r \sin \frac{w\Delta t}{2}}{(\epsilon'_r - 1)\Delta t \cos \frac{w\Delta t}{2}} \quad (IV.37)$$

e_r' et e_r'' : respectivement la partie réelle et imaginaire de la permittivité relative e_r .

Pour le cas de $e_r = -1 - 0,001j$, on remplace $e_r' = -1$ et $e_r'' = -0,001j$ dans (IV.36) et (IV.37) on obtient : $\tilde{w}_p = 1,4157w$ et $\tilde{g} = 5,0051 \times 10^{-4}w$.

Après correction de la disparité en remplaçant \tilde{w}_p et \tilde{g} par leurs expressions dans l'équation (IV.35), on obtient la permittivité numérique $\tilde{\epsilon}$ corrigée.

La permittivité relative numérique corrigée et la permittivité analytique sont représentées dans la figure IV.10.

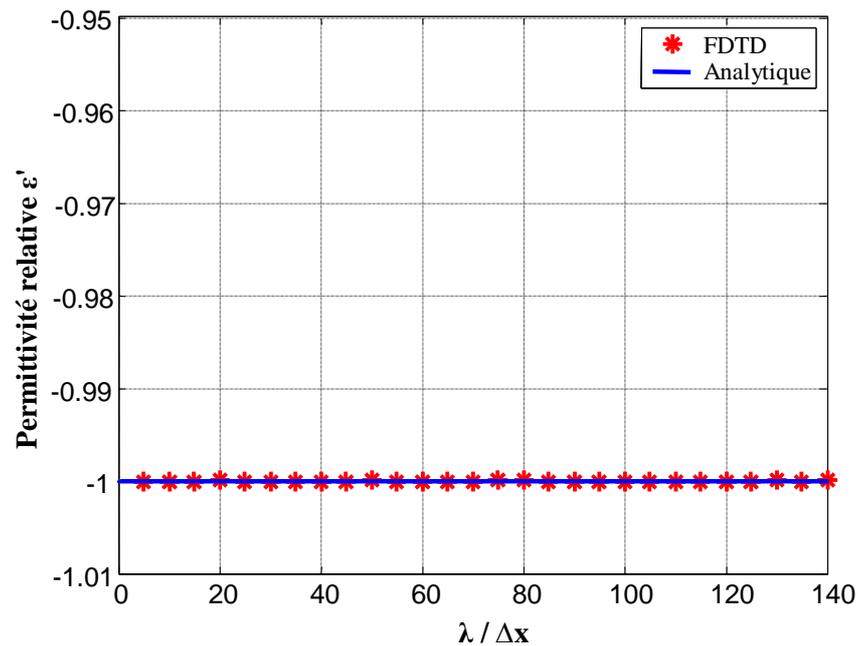


Figure IV.10 : Comparaison de la partie réelle de la permittivité analytique (IV.1) et de la permittivité numérique corrigée pour différentes résolutions spatiales.

Le résultat obtenu dans la figure IV.10 montre une très bonne concordance entre la permittivité relative analytique et numérique, ce qui permis une modélisation précise du LHM .

En utilisant les paramètres corrigés, les coefficients de transmission numérique et analytique sont représentés sur la figure IV.11.

On peut voir qu'il n'y a pas de disparité et par conséquent aucune amplification du coefficient de transmission, le décalage entre le deux solutions pour $\Delta x = \lambda/40$ est provoqué par l'insuffisant prélèvement de points, En utilisant un pas spatial plus fin $\Delta x = l/100$ les résultats de simulation montrent un bon accord avec la solution analytique.

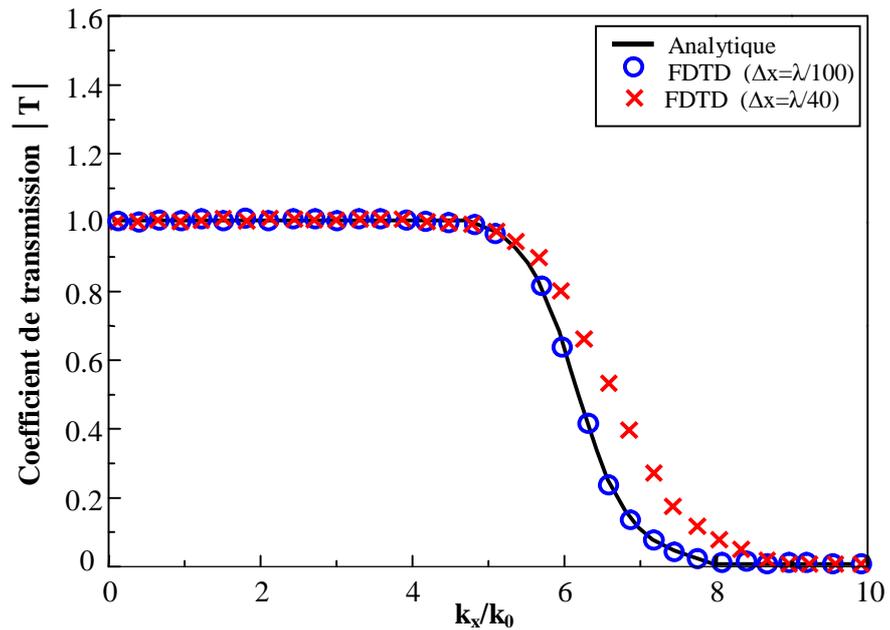


Figure IV.11 : Coefficient de transmission d'une plaquette de LHM en utilisant la FDTD avec la moyenne de la permittivité et avec correction des paramètres du matériau pour $D_x = 1/40$ et $D_x = 1/100$ et $\tilde{\epsilon}_r = -1 - 0.001j$ la même Permittivité est employée analytiquement.

IV.3.6 Recherche du temps de commutation optimal

Pour des simulations simple de fréquence, la source devrait être commuté lentement à sa valeur maximale afin d'éviter d'excité d'autre composants de fréquence [27].

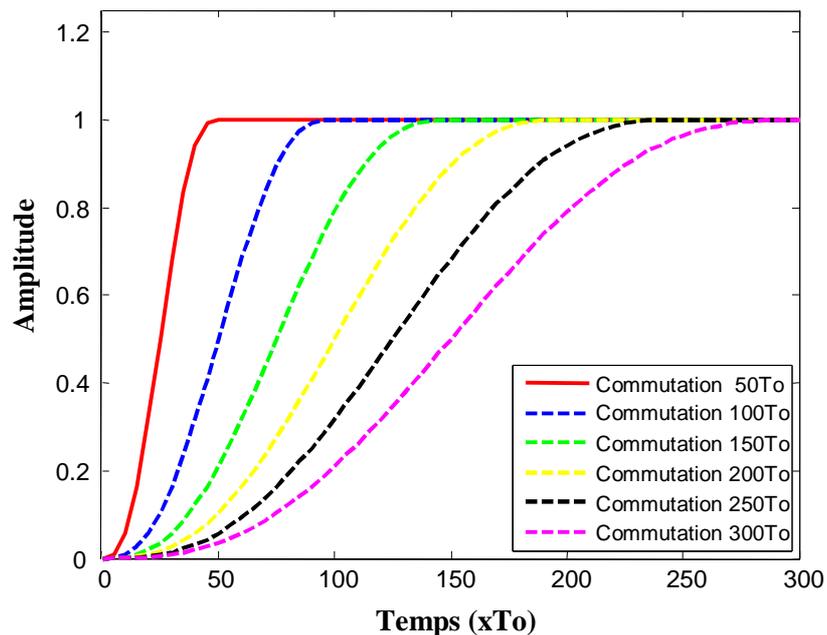


Figure IV.12: L'amplitude de la source pour différents temps de commutation dans la simulation de FDTD d'une plaquette infinie de LHM, ou T_0 est la période de la fonction d'onde sinusoidale.

Pour la modélisation du LHM le temps de commutation a une influence considérable sur les oscillations de l'intensité du champ au plan d'image et par conséquent sur le temps de convergence dans les simulations.

Les amplitudes de la source pour différents temps de commutation sont représentées dans la figure IV.12.

Pour un nombre d'onde fixe ($K_x = 3K_0$), un pas spatial $\Delta x = \lambda/100$ et en utilisant les paramètres corrigés du matériau (IV.36 et IV.34). La variation du temps de convergence en fonction du temps de commutation est représentée dans la figure IV.13.

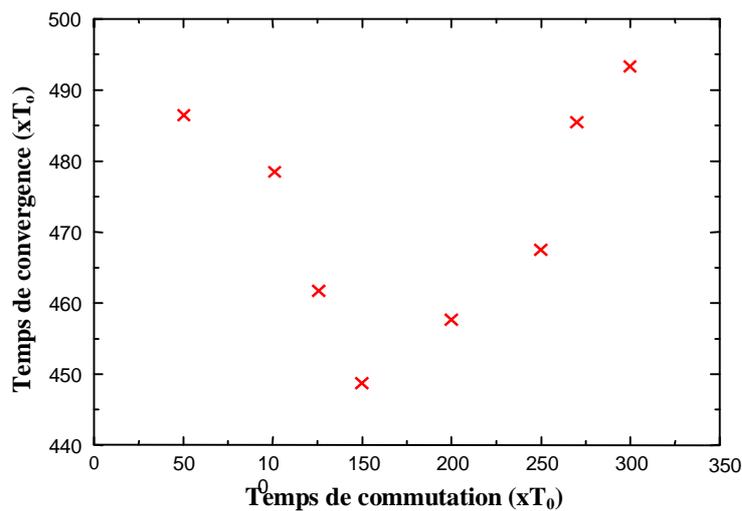


Figure IV.13 : Variation de temps de convergence en fonction de temps de commutation dans des simulations de FDTD d'une plaquette infinie de LHM pour $K_x=3K_0$.

D'après la figure V.13 on peut constater que le temps de convergence diminue avec l'augmentation du temps de commutation jusqu'à où il atteint une valeur minimale correspondante à un temps de commutation de $150T_0$, puis il augmente à sa valeur maximale pour un temps de commutation de $300T_0$.

Donc on peut conclure que:

Il existe un temps de commutation optimal pour lequel le temps de convergence est minimal pour le cas de $K_x = 3K_0$. Pour d'autres valeurs de K_x et d'autres paramètres du matériau le temps de convergence diffère considérablement.

IV.4 Effet des dimensions transversales sur la qualité d'image

Des plaquettes de LHMs classées finies excitées par une source magnétique sont modélisées pour trois dimensions transversales différentes $L = \lambda, 2\lambda, 4\lambda$.

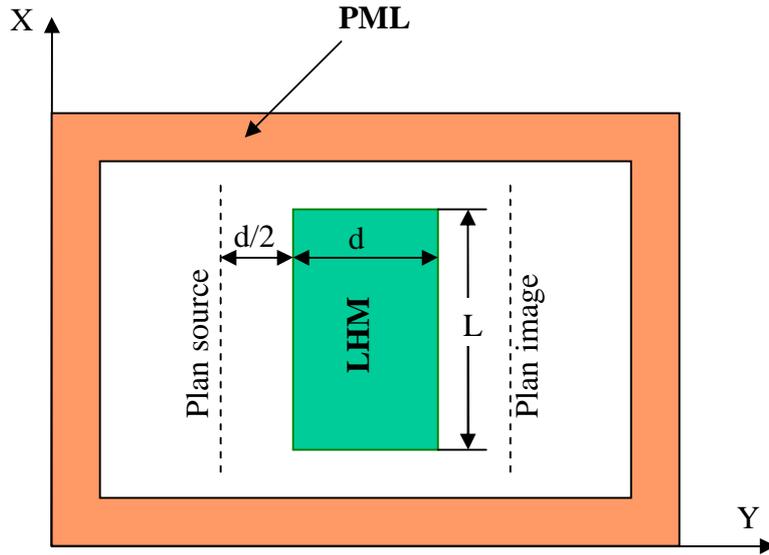


Figure IV.14: Diagramme schématique en 2D pour la simulation dans le domaine FDTD d'une plaquette de LHM de dimension finie .

Les paramètres du LHM: $\epsilon_r = \mu_r = -1 - 0.001j$, l'épaisseur $d = 0.2\lambda$ et la distance entre la source et le premier interface est $d/2$ sont conservés pour toutes les simulations. Le domaine de simulation est limité par des PMLs situées à $\lambda/2$ de la plaquette et des plans source et image, le pas spatial $\Delta x = \Delta y = \lambda/100$, le pas temporel $\Delta t = \Delta x / \sqrt{2}c$.

Les intensités de champ au plan d'image pour les différentes dimensions sont tracées dans la figure IV.15.

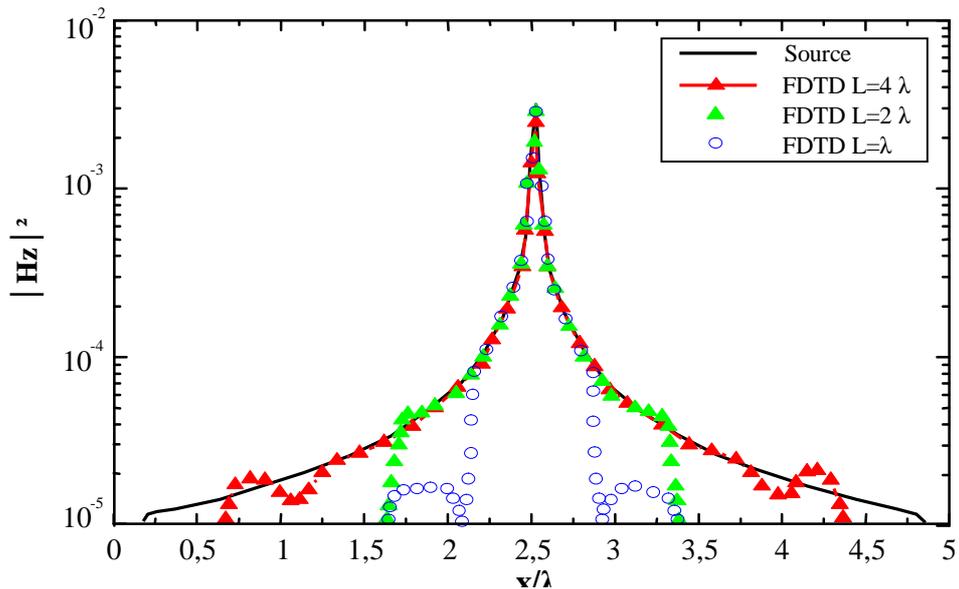


Figure IV.15: Comparaison des intensités de champ $\frac{1}{2}H_z^{1/2^2}$ au plan d'image d'une plaquette finie de LHM ($\epsilon_r = \mu_r = -1 - 0.001j$), $d = 0.2\lambda$ pour différentes dimensions transversale $L = \lambda, 2\lambda, 4\lambda$.

D'après la figure IV.15 on peut constaté que :

Les champs d'image pour $L = \lambda$, 2λ et 4λ sont en accord avec le champ de la source qui est tracée dans la même figure avec une bonne résolution sub-longueur d'onde Il est clair que la qualité d'image soit presque inchangée par la taille transversale de la plaquette du LHM, le léger désaccord est situé loin du pic et il est dû aux pertes dans le LHM.

On peut conclure que l'effet de la taille transversale de la plaquette du LHM sur la formation d'image est négligeable.

IV .5 Conclusion

Nous avons étudié les caractéristiques de transmission dans une plaquette de LHM en utilisant la méthode FDTD dispersive, avec deux arrangements de la méthode ADE notamment l'arrangement (E,D,H,B) et l'arrangement (E,J,H,M) qui mènent aux mêmes résultats, ainsi nous avons montré que la FDTD dispersive ne décrit pas la propagation des ondes évanescentes d'ordre élevé dans le LHM si aucune correction n'est faite aux interfaces le long des frontières du LHM.

Afin de résoudre le problème de l'effet numérique qui apparaît aux interfaces entre le vide et le LHM et assurer une modélisation précise et correcte, nous avons appliqué la méthode de la moyenne spatiale [34] d'un paramètre du matériau aux interfaces le long des frontières du LHM.

A cause de la discrétisation temporelle, La formulation de la permittivité électrique dans la FDTD présente une disparité entre, les valeurs numérique et analytique des paramètres du matériau. Nous avons corrigé cette disparité afin de modéliser le LHM avec leurs propriétés désirées.

Conclusion générale :

L'ensemble du travail présenté dans ce manuscrit marque un début dans la recherche, et l'étude des matériaux composites utilisés en électromagnétisme, il a été démontré que les composites artificiels métaux diélectrique recèlent des propriétés nouvelles en hyperfréquence, qui n'existent pas dans les matériaux naturels.

Parmi les caractéristiques singulière de ces matériaux composites artificiels figure notamment leur capacité a présenté un indice de réfraction négatif tandis que les composites naturels réfractent un faisceau incident en lui faisant décrire un angle vers la droite, les métamatériaux peuvent le réfracter avec un angle négatif, cette propriété leur confère des grands avantages lorsque il est question de concevoir des lentilles haute résolution.

Mettre au point un métamatériau apte a réfracter de la sorte la lumière visible des longueurs d'onde entre (400-700 nanomètres) est l'un des buts principaux des scientifiques dans ce domaine de la physique. A l'heure actuelle, les métamatériaux ne présentent un indice négatif que pour des micro-ondes (1mm- 10 cm) parallèlement a cet exploit, les physiciens ont montré que la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont opposée, ceci renforce l'espoir de voir une onde réfractée << aller a reculons >> et dépasse la vitesse communément admise de la lumière.

Pour l'étude numérique des caractéristiques de transmission dans un LHM nous avons appliqué la méthode FDTD qui demeure a l'heure actuelle une des techniques principales utilisée pour l'étude de ce matériau. On assume que cette méthode est extrêmement précise puisqu'elle implique la solution numérique directe des équations de Maxwell qui sont connues comme étant la base de l'électromagnétisme. Ce pendant on a montré que l'application de la FDTD conventionnelle pour la modélisation du LHM de la même manière que dans les matériaux diélectriques dispersifs mène aux résultats imprécis. En comparant le coefficient de transmission calculé à partir de la simulation par la FDTD et celui calculé analytiquement on remarque que : le LHM est correctement modélisé seulement pour le cas des ondes propagatives, si on prend en considération les ondes évanescentes l'application de la FDTD dispersive conventionnelle peut mener aux résultats incorrectes si aucune correction n'est faite à l'interface.

Pour la résolution de ce problème il a été démontré qu'en appliquant la méthode de la moyenne d'un paramètre du matériau le long des frontières du LHM on peut modéliser précisément les plasmons polaritants de surface sans utiliser un maillage extrêmement fin.

Nous avons vu également que la transmission des détails sub- longueur d'onde dans une plaquette de LHM est limitée par les pertes, l'épaisseur de la plaquette et la disparité du LHM avec son milieu environnant.

Ainsi nous avons démontré que la discrétisation dans la FDTD présente une disparité entre permittivité/perméabilité numériques et analytiques en modélisant le LHM particulièrement quand les ondes évanescentes sont impliquées ce que signifie que la résolution spatiale dans la FDTD a un impacte significatif sur l'exactitude des résultats de simulation .

La réalisation des milieux double négatifs fait l'objet de nombreuse études couvrent le spectre des hyperfréquences jusqu' au domaine optique ce qui constitue une gageure que les scientifiques tentent de soutenir .Finalement les metamateriaux sont une évolution dans la recherche des structures artificielles dont les propriétés singulières ne peuvent se rencontrer dans les matériaux a l'état naturel.

- [1] **V.G.Veselago.**"The electrodynamics of substances with simulataneously negative values of ϵ and μ " Sov Phys.**USPEKHI**, Vol .10.NO.4.509, 1968.
- [2] **Shelby R A, Smith D R and Schultz.**"Experimental verification of a negative index of refraction "Science Phys.Rev 292:77-79,2001
- [3] **J. B. Pendry** "Negative Refraction Makes Perfect Lens".Phys.Rev.Lett.85.3966-3969.2000.
- [4] **A. Taflove**, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, 2nd ed ,Artech House, Norwood, MA, 2000.
- [5]**J.B. Pendry, A.J.Holden, W.J.Stewart,I.Young** "Extremely low fréqyency plasmon in mesostructure" Phys.Rev.Let, 76(25).4773-4776-1996
- [6] **J.B.Pendry, A.J.Holden, W.J.Stewart** "low fréqyency plasmon in thin-wire". J. Phys. Rev .Lett.condens.matter, p.4783-4809.1998.
- [7] **J.B.Pendry, A.J.Holden, D.J.Robbins, W.J.Stewart** "Magnétisme from Conductor and enhanced nonlinear.phenomena" IEEE Trans. MTT, 47(11):2075-2084,1999.
- [8] **R.W.Ziolkowski, F.Auzanneau.**" Passive Artificial Molecule. Realization of a Magnetique Wall ".J.Appl.Phys 82(7).3192.1997.
- [9] **R.W.Ziolkowski, F.Auzanneau.**"Passive Artificial Molecule Realization of Dielectric Material" j.Appl.Phys.82 (7).3195.1997.
- [10]**S.Tretyakov, S.Maslovski, P.A.Belov**"An Analytical of métamaterials Based on Loaded wire Dipoles".IEEE Trans on antennas And Propagation, vol.51, No10, Oct.2003.p 2652-2658.
- [11] **M.M.I.Saadoun, N.Enggheta** "A reciprical Phase Shifter.Using Novel Pseudo Chiral or Omega medium".Microwave and Optical technology Lett.5, 184-188, 1992.
- [12] **J. B. Pendry**, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, P.3966, 2000.
- [13] **Jean-Marie Vigoureux** "De l'onde évanescent de fresnel au champ proche optique" Annales de la Fondation Louis de Broglie, Volume 28, N°3-4, 2003.
- [14] **Hillenbrand, R. T. Taubner, et F. Keilmann** (2002). Phonon-enhanced light-matter interaction at the nanometer scale. *Nature*, London 418, 159–162.
- [15] **R. F. Harrington**, "Field computation by moment methods", New-York, Macmillan,1968.
- [16] **A.G. Derneryd**, "Extended Analysis of rectangular microstrip resonator antennas",

- I.E.E.E. Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP 27, n°6, November 1979,
- [17] **S. W. Lee, W. R. Jones, J.J.** "Cambell, Convergence of numerical solutions of iris-type discontinuity problems.", IEEE Trans. on MTT, vol 19, june 1971, pp.528-536.
- [18] **K. S. Yee**, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 14, pp. 302- 307, 1966.
- [19] **A. Taflove, et M. E. Brodwin**, "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 23, pp. 623-630, 1975.
- [20] **N. Feix**, "Contribution à l'étude électromagnétique des interconnexions en microonde et logique rapide - Application à l'étude d'une ligne microruban coudée" - Thèse de doctorat présentée à l'Université de Limoges, 1992.
- [21] **Allen Taflove**. The finite Difference Time Domain Method. Artech House, 1995.
- [22] **B. Engquist et A. Maja**. "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of
 . wave. Math. Comp 31 (1977), 629-651.
- [23] **J. P. Berenger**, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J Computat. Phys., vol. 114, pp. 185, 1994.
- [24] **R. Luebbers, F. P. Hunsberger, K. Kunz, R. Standler, and M. Schneider**, "A frequency- Dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials", IEEE Trans.Electromagn. Compat., vol. 32, pp. 222-227, Aug. 1990.
- [25] **O. P. Gandhi, B.-Q. Gao, and J.-Y. Chen**, "A frequency-dependent finite-difference time- domain formulation for general dispersive media," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 41, pp. 658-664, Apr. 1993.
- [26] **D. M. Sullivan**, "Frequency-dependent FDTD methods using Z transforms," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 40, pp. 1223-1230, Oct. 1992.
- [27] **R. W. Ziolkowski and E. Heyman**, "Wave propagation in media having negative permittivity and permeability," Phys. Rev. E, vol. 64, pp. 056625, 2001.
- [28] **S. A. Cummer**, "Simulated causal subwavelength focusing by a negative refractive index slab," Appl. Phys. Lett., vol. 82, pp. 1503, 2003.

- [29] **A. Mohammadi, H. Nadgaran, and M. Agio**, “Contour-path effective permittivities for the two-dimensional finite-difference time-domain method,” *Opt. Express*, vol. 13, pp. 10367-10381, 2005.
- [30] **A. Mohammadi, and M. Agio**, “Dispersive contour-path finite-difference time-domain algorithm formodelling surface plasmon polaritons at flat interfaces,” *Opt. Express*, vol. 14, pp. 11330-11338, 2006.
- [31] **V. A. Podolskiy and E. E. Narimanov**, “Near-sighted superlens,” *Opt. Lett.*, vol. 30, pp 75, 2005.
- [32] **D. R. Smith, D. Schurig, M. Rosenbluth, S. Schultz, S. A. Ramakrishna, and J. B. Pendry**, “Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, pp. 1506, 2003.
- [33] **F. B. Hildebrand**, *Introduction to Numerical Analysis*. New York: Mc-Graw-Hill, 1956.
- [34] **K.-P. Hwang and A. C. Cangellaris**, “Effective permittivities for second-order accurate FDTD equations at dielectric interfaces,” *IEEE Microw. Wireless Components Lett.*, vol 11, pp. 158, 2000.
- [35] **J. J. Chen, T. M. Grzegorzcyk, B.-I.Wu, and J. A. Kong**, “Limitation of FDTD in simulation of a perfect lens imaging system,” *Opt. Express*, vol. 13, pp. 10840, 2005.
- [36] **A. Taflove**, *Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Norwood, MA: Artech House, 1998.

Annexe A : Critère de stabilité

Le schéma numérique présenté au chapitre III, issu de la discrétisation des équations de Maxwell par la méthode des différences finies, ne peut fonctionner que sous la contrainte d'un critère de stabilité[21] . Pour cela, nous allons établir le critère de stabilité à partir de l'équation de Helmholtz, discrétisée au sens des différences centrées.

Dans un repère cartésien, l'équation de Helmholtz s'écrit :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

Où W est la composante d'un champ arbitraire électrique ou magnétique. En discrétisant, à l'aide des différences centrées, l'équation (A.1), nous obtenons la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{w^n(i+1, j, k) - 2w^n(i, j, k) + w^n(i-1, j, k)}{\partial x^2} + \\ & \frac{w^n(i, j+1, k) - 2w^n(i, j, k) + w^n(i, j-1, k)}{\partial^2 y} + \\ & \frac{w^n(i, j, k+1) - 2w^n(i, j, k) + w^n(i, j, k-1)}{\partial z^2} = \\ & \frac{1}{c^2} \frac{w^{n+1}(i, j, k) - 2w^n(i, j, k) + w^{n-1}(i, j, k)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

La première incrémentation pour la valeur des champs électriques à l'instant n=2 utilise

le champ à n=1 et n=0. La valeur du champ à n=0 est connue par les conditions initiales. Par ailleurs, la valeur à n=1 n'est pas connue, et doit être prise en compte tout en maintenant la stabilité de l'algorithme durant l'incrémentation du temps.

La composante du champ donnée par l'équation (A.2) peut être modélisée par :

$$w^n(i, j, k) = D^n e^{j(A^i + B^j + C^k)} \quad j = \sqrt{-1} \quad A, B, C \text{ sont réels} \quad (\text{A.3})$$

Où l'amplitude de D doit être plus petite que l'unité pour que le champ électrique soit borné.

Prenons $n = 1$ et introduisons l'équation (A.3) dans celle donnée par (A.2) et en éliminant les termes des champs communs, nous obtenons :

$$D \left[\frac{e^{jA} - 2 + e^{-jA}}{\partial x^2} + \frac{e^{jB} - 2 + e^{-jB}}{\partial y^2} + \frac{e^{jC} - 2 + e^{-jC}}{\partial z^2} \right] = \frac{1}{c^2} \frac{D^2 - 2D + 1}{dt^2} \quad (\text{A.4})$$

En arrangeant et utilisant l'identité d'Euler dans les champs de l'équation (A.4), nous obtenons:

$$D^2 - 2D \left[1 - 2 \left(c \frac{dt}{dx} \right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} - 2 \left(c \frac{dt}{dy} \right)^2 \sin^2 \frac{B}{2} - 2 \left(c \frac{dt}{dz} \right)^2 \sin^2 \frac{C}{2} \right] + 1 = 0 \quad (\text{A.5})$$

En imposant que le champ soit borné, la racine de D donnée par l'équation (A.5) devient :

$$-1 \leq 1 - 2 \left(c \frac{dt}{dx} \right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} - 2 \left(c \frac{dt}{dy} \right)^2 \sin^2 \frac{B}{2} - 2 \left(c \frac{dt}{dz} \right)^2 \sin^2 \frac{C}{2} \leq 1 \quad (\text{A.6})$$

L'équation (A.6) peut être représenté de la façon suivante :

$$(c dt)^2 \left[\frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{dx^2} + \frac{\sin^2 \frac{B}{2}}{dy^2} + \frac{\sin^2 \frac{C}{2}}{dz^2} \right] \leq 1 \quad (\text{A.7})$$

Ceci nous conduit à la relation suivante entre le pas temporel et les pas spatiaux. La relation (A.7) est valable quelque soit les constantes de propagation choisies K_x, K_y, K_z . En Majorant les sinus par 1, dans la relation, on obtient « le pas d'échantillonnage » du schéma Numérique d'ordre 2x2 :

$$dt \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}} \quad (\text{A.8})$$

Annexe B: La dispersion numérique

Si on définit la relation de dispersion comme étant $k(\omega)$ avec k le vecteur d'onde et ω la pulsation, on constate que cette relation calculée à partir du champ discrétisé diffère de celle exprimée avec le champ continu. Ceci se traduit par une vitesse de propagation de l'onde (vitesse de phase) dans l'espace discret qui dépend de la direction de propagation et qui est toujours inférieure à la vitesse de la lumière. Cette dispersion non physique est un défaut dû à l'algorithme de FDTD. Il peut permettre de quantifier l'erreur due à la discrétisation du champ électromagnétique.

Prenons l'exemple de la propagation d'une onde plane, de vecteur d'onde k , dans un espace 1D. Si on introduit l'expression discrète de cette onde dans l'équation de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (\text{B.1})$$

en faisant les simplifications nécessaires, on trouve la relation de dispersion :

$$\cos(\omega dt) = \left(\frac{c dt}{d} \right)^2 (\cos(kd) - 1) + 1 \quad (\text{B.2})$$

On constate qu'en faisant tendre dt et d vers 0, on retrouve $k = \frac{\omega}{c}$.

L'erreur introduite par rapport à la vitesse réelle de la lumière est de l'ordre de 1% dans le cas d'un pas spatial $d = \frac{l}{10}$. Cette erreur dépend de l'angle de propagation par rapport au maillage. Elle est minimale pour un angle de propagation de 45° . Cette erreur introduit un déphasage non souhaité ainsi qu'une distorsion des pulses. Pour diminuer cette erreur on peut réduire le pas spatial (Diviser le pas spatial par 2 diminue l'erreur d'un facteur 4). On peut aussi choisir d'utiliser un modèle de différence finie à l'ordre 4, mais cela complexifie beaucoup l'algorithme.

Annexe C : méthodes de la moyenne spatiale

En plus des arrangements de l'ADE cités précédemment à cause de la grille décalée dans le domaine FDTD une modification aux interfaces du LHM est souvent employée pour améliorer l'exactitude des simulations. On peut montrer qu'en utilisant la moyenne des paramètres efficaces du matériau (par exemple : permittivité et perméabilité) aux interfaces nous donne une grande précision [34]. La permittivité et la perméabilité le long de l'interface peuvent être développées en analysant la loi d'Ampère et de Faraday sous la forme intégrale.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} ds = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \quad (\text{C.1})$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} ds = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, \quad (\text{C.2})$$

Pour le cas 2D (TE) dans le domaine FDTD, l'arrangement des champs électrique et magnétique près d'une interface diélectrique est illustré dans la figure C.1 : par conséquent la loi d'Ampère, équation (C.1) peut être écrite :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_y-1)\Delta_y}^{m_y\Delta_y} D_x \Big|_{m_y,y} dy = H_z \Big|_{m_x,m_y} - H_z \Big|_{m_x,m_y-1}, \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_x-1)\Delta_x}^{m_x\Delta_x} D_y \Big|_{x,m_y} dx = H_z \Big|_{m_x-1,m_y} - H_z \Big|_{m_x,m_y}, \quad (\text{C.4})$$

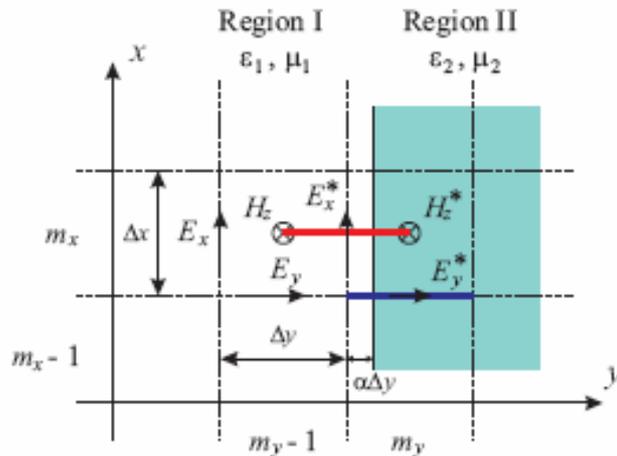


Figure C.1 : Arrangement des champs électrique et magnétique près d'un interface diélectrique pour le cas 2D(TE) dans le domaine FDTD. Les lignes rouges et bleus sont les lignes d'intégration.

Et la loi de Farady est:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_x - \frac{1}{2})\Delta x}^{(m_x + \frac{1}{2})\Delta x} \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta y} \mathbf{B}_z|_{x,y} \cdot d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{y} \\
& = \int_{(m_x - \frac{1}{2})\Delta x}^{(m_x + \frac{1}{2})\Delta x} \left(\mathbf{E}_x|_{x, m_y - \frac{1}{2}} - \mathbf{E}_x|_{x, m_y + \frac{1}{2}} \right) dx \\
& + \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta y} \left(\mathbf{E}_y|_{m_x + \frac{1}{2}, y} - \mathbf{E}_y|_{m_x - \frac{1}{2}, y} \right) dy. \tag{C.5}
\end{aligned}$$

Pour calcul de la permittivité électrique efficace pour la composante tangentielle du champ électrique \mathbf{E}_x^* , l'équation (C.3) peuvent être analysée a partir des croix d'interface du matériau (ligne rouge), le champ électrique n'est pas étudié mais on peut pas assumer que le champ électrique est constant, la composante tangentielle du champ électrique a l'interface (coté gauche de l'équation (C.3)) peut être écrit :

$$\begin{aligned}
\int_{(m_y - 1)\Delta y}^{m_y \Delta y} D_x|_{m_x, y} dy & = \int_{(m_y - 1)\Delta y}^{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y + a\Delta y} D_x|_{m_x, y} dy + \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y + a\Delta y}^{m_y \Delta y} D_x|_{m_x, y} dy \\
& = \left[\left(\frac{1}{2} + a \right) \mathbf{e}_1 + \left(\frac{1}{2} - a \right) \mathbf{e}_2 \right] \Delta y E_x|_{m_x, m_y - \frac{1}{2}}, \tag{C.6}
\end{aligned}$$

α est définie comme étant la distance entre l'interface est l'endroit de la composante tangentielle de champ électrique normalisé à Δy , implique $0 \leq \alpha \leq 0.5$, par conséquent l'équation (C.6) mène à l'algorithme original de Yée où la permittivité électrique de la cellule (mx, my) pour la composante tangentielle du champ est la permittivité efficace:

$$\mathbf{\epsilon}_x^* = \left(\frac{1}{2} + \alpha \right) \mathbf{\epsilon}_1 + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \mathbf{\epsilon}_2 \tag{C.7}$$

La permittivité efficace pour la composante du champ électrique E_y^* perpendiculaire à l'interface peut être calculée d'une manière semblable et seulement la partie droite de la loi de Faraday (C.5) a besoin d'un traitement spécial, la continuité de la densité du flux a travers l'interface peut être appliquée, donc la limite contenant la composante E_y de la partie droite de l'équation (C.5) est évaluée comme suit :

$$\begin{aligned}
& \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta y} \left(\mathbf{E}_y|_{m_x + \frac{1}{2}, y} - \mathbf{E}_y|_{m_x - \frac{1}{2}, y} \right) dy \\
& = \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta y}^{(m_y - \frac{1}{2} + \alpha)\Delta y} \left(\mathbf{E}_y|_{m_x + \frac{1}{2}, y} - \mathbf{E}_y|_{m_x - \frac{1}{2}, y} \right) dy
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{(m_y - \frac{1}{2} + \alpha)\Delta_y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta_y} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \left(E_y \Big|_{m_x + \frac{1}{2}, y} - E_y \Big|_{m_x - \frac{1}{2}, y} \right) dy. \\
& = \left[\alpha + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} (1 - \alpha) \right] \Delta y \cdot \left(E_y \Big|_{m_x + \frac{1}{2}, y} - E_y \Big|_{m_x - \frac{1}{2}, y} \right) \quad (C.8)
\end{aligned}$$

$$\text{Définir } E'_y \Big|_{m_x \pm \frac{1}{2}, y} = \left[a + (1 - a) e_1 / e_2 \right] E_y \Big|_{m_x \pm \frac{1}{2}, y}.$$

L'équation (C.8) mène à l'algorithme original de Yee. Et l'équation (C.4) mène également à l'algorithme de Yee si $E'_y \Big|_{m_x - \frac{1}{2}, y}$ est utilisée au lieu de $E_y \Big|_{m_x - \frac{1}{2}, y}$, et la permittivité de la cellule correspondance est remplacée par la permittivité efficace:

$$\epsilon_y^* = \left(\frac{\alpha}{\epsilon_1} + \frac{1 - \alpha}{\epsilon_2} \right)^{-1} \quad (C.9)$$

Pour les matériaux avec les propriétés magnétiques telles que les LHMs, il est également nécessaire de trouver la permittivité efficace aux interfaces du matériau d'une manière semblable que la composante tangentielle du champ électrique E_x , la partie gauche de l'équation (C.5) peut être analyse comme :

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_x - \frac{1}{2})\Delta_x}^{(m_x + \frac{1}{2})\Delta_x} \int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta_y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta_y} B_z \Big|_{x,y} dx dy \\
& = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_x - \frac{1}{2})\Delta_x}^{(m_x + \frac{1}{2})\Delta_x} \left(\int_{(m_y - \frac{1}{2})\Delta_y}^{(m_y - \frac{1}{2} + \alpha)\Delta_y} B_z \Big|_{x,y} dy + \int_{(m_y - \frac{1}{2} + \alpha)\Delta_y}^{(m_y + \frac{1}{2})\Delta_y} B_z \Big|_{x,y} dy \right) dx \\
& = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{(m_x - \frac{1}{2})\Delta_x}^{(m_x + \frac{1}{2})\Delta_x} \left[\alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2 \right] \Delta y H_z \Big|_{x,y} dx, \quad (C.10)
\end{aligned}$$

Ce que mène à l'algorithme original de Yee si la perméabilité de la cellule est remplacé par la perméabilité efficace:

$$\mu_z^* = \alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2. \quad (C.11)$$

Dans les dérivations ci-dessus, on suppose que l'interface du matériau est située du coté droit de sa composante tangentielle du champ la plus proche comme il est montré dans la figure (C.1) .Si l'interface se trouve à gauche de E_x , α est définie comme étant la distance entre l'interface est E_x^* normalise à Δx , mais la permittivité et la perméabilité efficace sont :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^* &= \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \varepsilon_1 + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \varepsilon_2 \\
\varepsilon_y^* &= \left(\frac{1-\alpha}{\varepsilon_1} + \frac{\alpha}{\varepsilon_2}\right)^{-1} \\
\mu_z^* &= (1-\alpha)\mu_1 + \alpha\mu_2,
\end{aligned} \tag{C.12}$$

L'endroit ou la permittivité efficace pour E_y^* et la perméabilité efficace pour E_z^* sont décalée à (m_x, m_{y-1}) .

En générale les interfaces du matériau peuvent être à n'importe quel endroits de la cellule, et a est définie en conséquent par la permittivité et de la perméabilité efficaces. Ce pendent dans la pratique, la mise en application de la permittivité et de la perméabilité efficace est de les placées à l'interface alignent avec la composante E_x dans la grille de la FDTD. C'est a dire mettre $\alpha=0$ puis $e_y^* = e_2$ dans (C.9), $m_z^* = m_2$ dans (C.11) et e^* dans (C.7), elle peut être calculé par une moyenne arithmétique simple des permittivités de deux matériaux .En effet pour le cas de $\alpha=0$, la permittivité efficace e_x^* peut être également calculé avec la moyenne harmonique ou géométrique après les différentes procédures [36].

$$\varepsilon_x^* = \begin{cases} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} & \text{(moyenne arithmétique)} \\ \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} & \text{(moyenne harmonique)} \\ \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} & \text{(moyenne géométrique)} \end{cases} \tag{C.13}$$

La moyenne arithmétique est l'arrangement la plus utilisé, les techniques de la moyenne ci-dessus sont appliquées pour les diélectriques conventionnels avec permittivité et perméabilité positives pour les LHMs avec perméabilité et permittivité négatives ($e_r = m_r = -1$) une des manière d'appliqué la moyenne c'est d'employé la moyenne arithmétique.

résumé

L'utilisation croissante des ondes électromagnétiques pour la transmission des signaux informatifs, nécessite des systèmes de télécommunication de plus en plus performants et de tailles réduites. L'amélioration de ces performances passe entre autre par l'étude de nouveaux matériaux, c'est sur cette base d'optique que plusieurs laboratoires ont basé leurs recherches sur l'étude et le développement de matériaux artificiels, tels que les Métamatériaux.

Les métamatériaux électromagnétiques sont des composites artificiels constitués d'une matrice diélectrique ou magnétique et des inclusions diélectriques magnétiques ou métalliques ces inclusions peuvent être disposées dans la matrice soit d'une manière aléatoire soit d'une manière ordonnée, leur taille est généralement petite devant la longueur d'onde.

Les recherches sur les matériaux à indice de réfraction négatif et en particulier sur les métamatériaux, se sont développées très rapidement et elles ont aboutit à de nombreuses applications, par exemple dans les radars, les antennes, les lignes de transmission et les superlentilles.

Dans ce travail, nous avons appliqué la méthode FDTD dispersive pour l'étude des différents facteurs limitant la résolution sub-longueur d'onde de la transmission dans une plaquette de LHM. Et pour la validité de nos résultats, nous avons comparé la variation du coefficient de transmission obtenu numériquement à celui calculé analytiquement.

ملخص

إن الاستعمال المتزايد للأمواج الكهرومغناطيسية في إرسال الإشارات المعلوماتية يتطلب استعمال أجهزة اتصالات جد متطورة بأحجام صغيرة . تحسين هذه الخصائص يقتضي دراسة مواد جديدة وعلى هذا الأساس الدراسات تركزت حول الميطامطيريو .

الميطامطيريو الكهرومغناطيسية هي مركبات اصطناعية تتكون من طبقة قاعدية عازلة أو مغناطيسية و إضافات عازلة مغناطيسية أو معدنية . هذه الإضافات يمكن أن توضع في الطبقة القاعدية بشكل منتظم أو عشوائي ، مقاساتها عموماً صغيرة بالنسبة لطول الموجة المنتشرة .

البحوث حول الميطامطيريو ذات قرينة الانكسار السالبة من العلوم الحديثة التي تتقدم بسرعة والتي تعود للاستعمالات المتعددة من بينها الرادارات الجديدة، الهوائيات، الأسلاك الناقلة أما الاستعمال الأكثر تميزاً هو العدسات المثالية .

في هذا العمل استعملنا طريقة (الأ.ف. ذي. تي. دي) لدراسة مختلف العوامل المحددة للإرسال تفاصيل أقل من طول الموجة لصفحة (أ.ل . أش. أم) ومن أجل التأكد من النتائج المحصل عليها قارنا معامل الإرسال الرقمي مع معامل الإرسال المتحصل عليه بالطريقة التحليلية .

ABSTRACT

The increasing use of the electromagnetic wave for the transmission of the informative signals requires systems of telecommunication moreover one more powerful and size reduced. The improvement of these performances passes amongst other things by the study of new materials; it is on this basis of optics that several laboratories based their research on the study and the development of artificial materials such as the metamaterials ones.

The metamaterials electromagnetic one are composites artificial made up of a matrix dielectric or magnetic and inclusions dielectric magnetic or metal. These inclusions can be laid out in the matrix either in a random way, or in an ordered way, their size is generally small in front of the languor of wave.

Research on materials with negative index of refraction and in particular on the metamaterials ones developed very quickly and they have leads to many applications for example in, the radars, the lines of transmission. One of the applications most promising is the perfect lens.

In this work, we applied the dispersive FDTD method for study different effects limiting the resolution of sub- wavelength of LHM slab. To check the validity of our results we compared the variation of transmission coefficient obtained numerically with that calculated analytically.