

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

D'ordre.....
Série.....

Université Mentouri - Constantine
Faculté Des Sciences d'Ingénieur
Département d'électronique

Présenté
par :

Mémoire pour
L'obtention du diplôme de magister
Option : Contrôle

BOUOUDEN SOFIANE

Thème

**Robustification De
La Loi
De Commande Adaptative
Par
La Zone Morte**

Soutenue publiquement le:

2006

Devant le jury composé de :

Mr Belarbi Khaled
Mr Filali Salim
Mr Bennia Abdelhak
Mr Benalla Hocine

Professeur à l'université de Constantine
Professeur à l'université de Constantine
Professeur à l'université de Constantine
Professeur à l'université de Constantine

Président
Encadreur
Examineur
Examineur

A mes chers parents

Company Confidential

SOMMAIRE

Chapitre I : INTRODUCTION

1.1	CONTEXTE DU TRAVAIL	1
1.2	MOTIVATIONS	2
1.3	ORGANISATION DE LA THESE	3

Chapitre II : LA COMMANDE ADAPTATIVE

2.1	HISTORIQUE	5
2.2	COMMANDE ADAPTATIVE INDIRECTE	7
2.3	COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE	8
2.4	LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE	9
2.4.1	<i>Reformulation de la commande GPC</i>	9
2.4.1.1	Introduction	9
2.4.1.2	Vecteurs paramètres et régresseur	10
2.4.1.3	Erreur de performance	10
2.4.1.4	Indicateurs de performance	11
2.4.1.5	Indice de performance	12
2.4.1.6	Conclusion	13
2.4.2	<i>Stratégie de mise à jour du régulateur</i>	14
2.4.2.1	Introduction	14
2.4.2.2	Mise à jour du régulateur	14
2.4.2.3	Principe	14
2.4.2.4	Identification des paramètres du régulateur	14
2.4.2.5	Méthode de mise à jour	15
2.4.2.6	Méthode du gradient	15
2.4.2.7	Méthode des moindres carrés	16
2.4.2.8	Algorithme des moindres carrés récursifs	17
2.4.3	CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE	17

Chapitre III : LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE SOUS CONTRAINTES TERMINALES (DACRHPC)

3.1	INTRODUCTION	22
3.2	MISE EN OEUVRE DE LA STRUCTURE CRHPC	23
3.2.1	<i>Modèle CARIMA</i>	23
3.2.2	<i>Prédicteur optimal</i>	24
3.2.3	<i>Fonction de coût quadratique avec contraintes terminales</i>	25
3.2.4	<i>Réécriture matricielle</i>	25
3.2.5	<i>Structure RST du régulateur</i>	26
3.3	REFORMULATION DE LA COMMANDE CRHPC	27

3.3.1	<i>Vecteurs paramètres et régresseur</i>	27
3.3.2	<i>Erreur de performance</i>	28
3.3.3	<i>Indice de performance</i>	28
3.3.4	<i>Conclusion</i>	29
3.4	STRATEGIE DE MISE A JOUR DU REGULATEUR DACRHPC	30
3.4.1	<i>Introduction</i>	30
3.4.2	<i>Estimation récursive des paramètres</i>	30
3.5	CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE DACRHPC	32
3.6	MISE EN OEUVRE DES STRUCTURES DAGPC ET DACRHPC	33
3.6.1	INTRODUCTION	33
3.6.2	MODIFICATIONS DES STRUCTURES DE 'BASE'	34
3.6.2.1	Synthèse de la loi de commande nominale	34
3.6.2.2	Décalage temporel	34
3.6.2.3	Conservation du gain statique	34
3.6.2.4	Facteur d'oubli et trace constante	35
3.6.2.5	Gel de l'adaptation	36
3.6.2.6	Conclusion	37
3.6.3	METHODOLOGIE DE MISE EN ŒUVRE	37
3.6.3.1	Introduction	37
3.6.3.2	Synthèse du régulateur prédictif	37
3.6.3.3	Algorithme de la méthode	38

Chapitre IV : LA ROBUSTIFICATION DE LA LOI DE COMMANDE ADAPTATIVE

4.1	INTRODUCTION	40
4.2	FORMULATION DE PROBLEME	41
4.3	COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE AVEC LA ZONE MORTE	43
4.4	NOUVELLE COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE ROBUSTE	44
4.5	COMMANDE ADAPTATIVE ROBUST AVEC MOINDRE CONNAISSANCE	46
4.6	CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE ROBUSTE	49

Chapitre V : RESULTATS DE SIMULATION

5.1	INTRODUCTION	50
5.2	DESCRIPTION DU PROCEDE	50
5.3	LINEARISATION DE MODELE	52
5.4	SYNTHESE DU REGULATEUR GPC INITIALE	53
5.4.1	<i>Résultat obtenu avec DAGPC</i>	53
5.4.2	<i>Résultats obtenues sous contraintes terminales DACRHPC</i>	55
5.4.3	<i>Résultats obtenues par la robustification de la loi aux présences les incertitudes</i>	56
5.4.4	<i>Résultats obtenues par la robustification de la loi aux présences les incertitudes et les perturbations</i>	57
5.5	APPLICATION A LA COMMANDE D'UN MOTEUR ASYNCHRONE	59
5.5.1	<i>Mise en oeuvre de l'algorithme adaptatif avec ou sous contraintes</i>	60
5.5.2	<i>Résultats obtenues par les deux structures en présence les incertitudes et perturbations</i>	61
5.5.3	<i>Résultats obtenues par la robustification de la loi en présence d'incertitudes et de Perturbations</i>	62

ANNEXES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Company Confidential

1 INTRODUCTION

1.1 CONTEXTE DU TRAVAIL

Etant donné un système, défini comme un ensemble physique, l'objectif de l'automatique est de l'analyser et de le commander. La synthèse de la loi de commande, effectuée à l'aide d'un modèle, aboutit à la conception d'un bloc de commande appelé régulateur. Dans le cas où la consigne future est connue, le régulateur peut être obtenu par la théorie de la commande prédictive. Lorsque les paramètres du système à commander varient dans le temps, à cause par exemple de perturbations de charge ou de non linéarités qui affectent le système, afin de maintenir un même niveau de performances, un ensemble de techniques, appelé commande adaptative, permet l'ajustement automatique, en ligne et en temps réel, des paramètres des régulateurs.

L'objectif de ce travail est d'établir la démarche et de décrire des méthodes qui permettent la réalisation de la commande et son application à des processus, ensemble physique susceptible d'évoluer en fonction du temps, dont la consigne future peut être prédéfinie à l'avance.

La prédiction est une notion qui joue un rôle important dans toute démarche pour laquelle on cherche à anticiper une trajectoire. Dans de nombreuses activités humaines telles que la marche, la conduite d'une automobile ou la pratique sportive, on cherche à anticiper une trajectoire afin de prévoir les gestes et manoeuvres à effectuer. C'est sur ce concept intuitif et 'naturel' que se base la commande prédictive. En effet, les actions déterminées par avance pour un système dynamique peuvent être réparties en deux points :

- L'action liée à la poursuite de trajectoire au cours du temps,
- L'action liée à la stabilisation autour des trajectoires, c'est-à-dire les incertitudes et le rejet de perturbations.

La commande prédictive, méthode récente dite avancée, apporte en partie une réponse à la mise en place de ce type d'actions. La commande prédictive n'a émergé de manière industrielle qu'à partir du milieu des années 1980, même si de nombreux travaux ont fait état de son intérêt dès la fin des années 1970, notamment par le biais de ceux de J. Richalet [1, 2]. Il est vrai que le réel essor de la commande prédictive s'est manifesté grâce aux travaux de

D.W. Clarke qui a ‘popularisé’ son concept, [3]. De nombreux résultats d’applications ont été publiés et ce dans des domaines très variés tels que les secteurs de l’industrie chimique, pétrolière, de la robotique et plus généralement de la machine outil, etc....

La richesse de la commande prédictive provient du fait que d’une part sa démarche repose sur une méthodologie permettant la prise en compte des contraintes pour la mise au point de la loi de commande; d’autre part, il est possible d’exploiter pleinement les informations de trajectoires prédéfinies situées dans le futur. En effet, le but de la stratégie, comme nous le verrons par la suite, est de faire coïncider la sortie du processus avec une consigne dans le futur et sur un horizon fini.

1.2 MOTIVATIONS

En présence de variations importantes des paramètres du système, le maintien d’un haut niveau de performances peut être impossible à atteindre avec un régulateur standard conçu au préalable sur un système dit ‘nominal’, même si la loi de commande prédictive assure de façon intrinsèque une certaine robustesse.

Le maintien d’un niveau de performances correct est dès lors rendu possible par le développement d’une version adaptative du régulateur prédictif. Ce travail présente une version de la commande prédictive généralisée adaptative directe robuste, basée sur les travaux initiaux de Wang & Henriksen [4, 5, 6]. Elle permet d’affiner les performances obtenues avec une loi prédictive en présence de systèmes incertains dès lors que ces incertitudes demeurent raisonnables, ce qui est le cas lorsque les modèles sont correctement identifiés.

L’algorithme est présenté sous une forme originale basée d’une part sur la minimisation d’un indice de performances et d’autre part sur une stratégie d’identification en ligne des paramètres du régulateur.

L’approche proposée dans ce travail repose sur la synthèse d’une loi de commande à deux boucles. La boucle principale assure le suivi de la trajectoire par application de la Commande Prédictive Généralisée (GPC), qui permet de prendre en compte le comportement futur du système. Le régulateur se présente sous une forme typique dite RST. La boucle secondaire

relative aux variations des paramètres est robustifiée par la technique de la zone morte produit l'effet d'adaptation.

Les idées présentées ci-dessus permettent donc d'aboutir à une structure adaptative directe robuste incluant une version 'standard' de l'algorithme prédictif GPC. Il est possible d'aller encore plus loin, en conservant le même cadre adaptatif, mais en incluant cette fois une version plus 'sophistiquée' de l'algorithme GPC, tenant compte de contraintes terminales.

La commande prédictive avec contraintes (CRHPC) est une variante de la commande prédictive généralisée (GPC), qui impose comme conditions supplémentaires que les signaux de sortie coïncident avec la référence sur un horizon supplémentaire après l'horizon de prédiction supérieur sur la sortie. Partant de ce constat, et à l'aide d'une version unifiée de la commande prédictive adaptative directe avec ou sans contraintes, nous présenterons les conclusions et comparaisons obtenues dans le cadre adaptatif.

1.3 ORGANISATION DE LA THESE

Ce travail est divisé en quatre grandes parties :

- Le chapitre 2 présente le contexte général de la commande adaptative, en envisageant les approches directes et indirectes, puis rappelle les bases de l'algorithme GPC et l'élaboration de la loi de commande sous forme polynomiale.

- Le chapitre 3 présente les structures de commande prédictive adaptative directe, avec ou sans prise en compte de contraintes terminales, notées DAGPC, et DACRHPC. Ces structures tout à fait nouvelles sont développées séparément pour permettre une parfaite compréhension, même si certains aspects s'avèrent redondants. Le lecteur pourra consulter [9] pour examiner l'approche unifiée proposée.

Cette partie montre que les lois de commande GPC et CRHPC annulent un indice de performances défini par un critère de coût quadratique. Une reformulation adéquate de ces deux lois de commande est également proposée pour une exploitation dans le cadre adaptatif direct. La stratégie de remise à jour des paramètres du régulateur est enfin développée, selon la méthode du gradient puis des moindres carrés récursifs.

- Le chapitre 4 développe la méthode proposée pour la robustification de la loi de commande RST. Un nouvel algorithme de commande adaptative direct robuste par la

zone morte (dead zone). Cette approche n'exige pas la connaissance de la limite supérieure sur Les incertitudes et la perturbation.

- Le chapitre5 présente l'application des structures DAGPC et DACRHPC ainsi que la robustification de ces algorithmes. Nous terminons notre travail par une conclusion générale.

Company Confidential

2 LA COMMANDE ADAPTATIVE

2.1 HISTORIQUE

Concevoir un système asservi avec de ‘bonnes’ performances nécessite que le correcteur de la boucle de commande soit toujours convenablement réglé, non seulement pour un point de fonctionnement particulier appelé point nominal, mais aussi pour tout un ensemble de points de fonctionnement le plus vaste possible autour du point nominal.

Avec les développements successifs de l’Automatique moderne, on s’est aperçu qu’un régulateur fixe ne pouvait pas toujours fournir un comportement acceptable du système en toute situation. En particulier, lorsque les processus à commander possèdent des paramètres variant dans le temps, la conception d’un régulateur fixe satisfaisant toujours les spécifications requises s’avère très difficile. La notion d’ajustement automatique des paramètres d’un régulateur commence à pointer vers la fin des années 40. À ce moment précis et jusqu’en 1960, le terme de ‘Commande Adaptative’ n’a pas encore la signification que l’on connaît aujourd’hui, mais traduit plutôt la capacité d’un régulateur à ajuster ses paramètres aux comportements dynamique et statique d’un procédé. C’est ainsi que se développe, pendant cette période, la technique de ‘commande à gains programmés’, qui s’applique avec succès si le comportement du processus évolue en fonction de conditions extérieures connues et mesurables. Les limites de cette stratégie sont cependant atteintes assez rapidement, par exemple dès que le processus change sous l’effet d’autres perturbations que celles précédemment définies.

Ce n’est qu’avec l’apparition des ordinateurs puis des microprocesseurs que la Commande Adaptative trouvera un essor certain, concrétisé en 1981 par la sortie du premier régulateur numérique adaptatif. Même si la mise en oeuvre d’un algorithme adaptatif est relativement lourde, avec les progrès réalisés en micro-électronique, permettant de faire une implantation plus rapide, plus simple, plus performante et moins chère, la diffusion industrielle de cette technique s’est accrue.

La Commande Adaptative est définie comme une commande permettant au régulateur de s’adapter de lui-même aux changements du processus. En conséquence, l’objectif de la Commande Adaptative est l’ajustement automatique en ligne et des régulateurs des boucles de

commande, afin de réaliser ou maintenir de façon identique un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander varient dans le temps. Un système adaptatif peut également s'envisager comme une structure à deux boucles, une boucle principale classique qui prend en compte les variations des signaux d'entrée et de sortie, et une boucle secondaire qui réagit aux variations des paramètres du processus : c'est elle qui rend le système adaptatif. Les différentes méthodes de commande adaptative se différencient par la structure choisie pour réaliser la remise à jour en temps réel des paramètres du régulateur en fonction des variations du processus à commander.

- La commande adaptative directe à modèle de référence (MRAC) a été proposée pour la première fois en 1961 [10] se basant sur la minimisation d'un indice de performances, approche qui sera plus tard connue sous la règle de conception du MIT. La stratégie MRAC spécifie la forme désirée de la réponse du processus à un signal de commande par l'intermédiaire d'un modèle de référence défini paramétriquement, image donc des performances souhaitées en boucle fermée.

Ensuite, un mécanisme d'adaptation élabore, à partir de la sortie du processus et de la sortie du modèle, un jeu de paramètres conçu de telle sorte que la différence entre ces deux sorties tendent vers zéro.

- La commande adaptative indirecte avec identification du modèle (MIAC), encore appelée commande auto-ajustable, a été introduite dès 1958 par Kalman. Cette stratégie est avant tout conçue selon les principes de séparation et d'équivalence certaine [11]. Un régulateur adaptatif est élaboré selon le principe de séparation, si l'estimation du modèle du procédé est effectuée séparément de la conception du régulateur, et selon le principe de l'équivalence certaine reposant sur l'hypothèse que les paramètres du modèle estimé sont identiques à ceux du procédé réel. Pour l'élaboration du régulateur, aucune erreur d'estimation n'est donc prise en compte. Ceci peut se justifier théoriquement si les paramètres du processus sont connus, les variables d'état d'un processus linéaire estimées et un critère quadratique de performances utilisé, Bar-Shalom et Tse, [12].

2.2 COMMANDE ADAPTATIVE INDIRECTE

Le principe de la Commande Adaptative Indirecte repose sur l'identification d'un modèle du système en ligne et. Puis, avec ce nouveau modèle calculé, le régulateur permettant de satisfaire les spécifications nominales est de nouveau élaboré.

Comme il a été mentionné ci-dessus, cette stratégie se base sur les principes de séparation et d'équivalence certaine.

Un régulateur adaptatif est conçu selon le principe de séparation, Wittenmark, [13], si l'estimation du modèle du processus a lieu séparément de la recherche du régulateur : seul le critère sur la commande intervient pour la synthèse du régulateur, sans considération de performances de l'estimation, et vice et versa. Le principe de l'équivalence certaine s'inscrit dans le prolongement du principe de séparation, en considérant que les paramètres du modèle issus de la phase d'identification caractérisent parfaitement le comportement du système, autrement dit toute erreur d'identification nécessairement présente n'est pas prise en compte pour la phase de synthèse de la loi de commande. Ce principe permet donc de séparer totalement les deux étapes (justifiant par ailleurs la terminologie de commande adaptative indirecte), identification puis commande. Le schéma de principe de ce type de commande est illustré Figure 2.1.

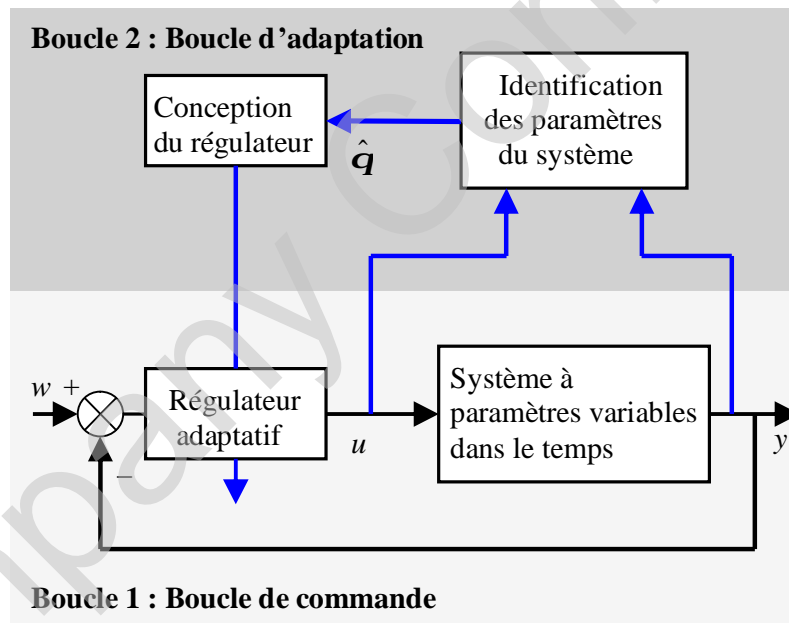


Figure 2.1 : Structure de la commande adaptative indirecte

La commande prédictive enfin, et plus particulièrement la commande prédictive généralisée GPC, est évoquée plus en détail au chapitre suivant. Retenons principalement que modèle du système est traditionnellement sous forme de fonction de transfert entrée/sortie et l'on minimise un critère quadratique à horizon fini portant sur les écarts futurs entre la sortie prédite et la trajectoire à suivre.

Les stratégies de mise à jour des paramètres du régulateur font appel classiquement aux méthodes d'identification suivantes, développées en détail au chapitre 3 :

- Méthode du gradient : l'algorithme d'adaptation paramétrique du gradient a comme objectif de minimiser un critère quadratique en terme d'erreur. Les courbes iso-critères s'éloignent de plus en plus du minimum au fur et à mesure que la valeur de ce critère augmente. Pour minimiser la valeur du critère, on se déplace donc dans la direction inverse du gradient de la courbe iso-critère correspondante. La mise à jour du régulateur est effectuée dans la bonne direction à l'aide de fonction de sensibilité dépendante du critère.
- Méthode des moindres carrés : plus générale que la structure précédente, cette méthode introduit un gain d'adaptation variable dans le temps, fixant ainsi une vitesse de convergence variable, plus élevée lorsque l'on se trouve loin de l'optimum, plus lente lorsque l'on tend à se stabiliser vers l'optimum. On pallie ainsi les deux problèmes majeurs de la structure du gradient, d'une part un gain d'adaptation fixe et donc une vitesse de convergence fixe, d'autre part et de façon concomitante un manque de stabilité et des oscillations au voisinage de l'optimum si le gain d'adaptation n'est pas suffisamment faible.

2.3 COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE

La Commande Adaptative Directe est une approche moins intuitive que la précédente. L'idée consiste à recalculer les paramètres du régulateur, mais sans identifier explicitement les paramètres du système, donc en une seule étape, justifiant ainsi la terminologie de commande directe.

Le schéma de la Figure 2.2 illustre ce type de commande, pour laquelle les performances de la boucle fermée sont spécifiées par l'intermédiaire d'un modèle de référence choisi par l'utilisateur de façon cohérente avec les possibilités intrinsèques du système.

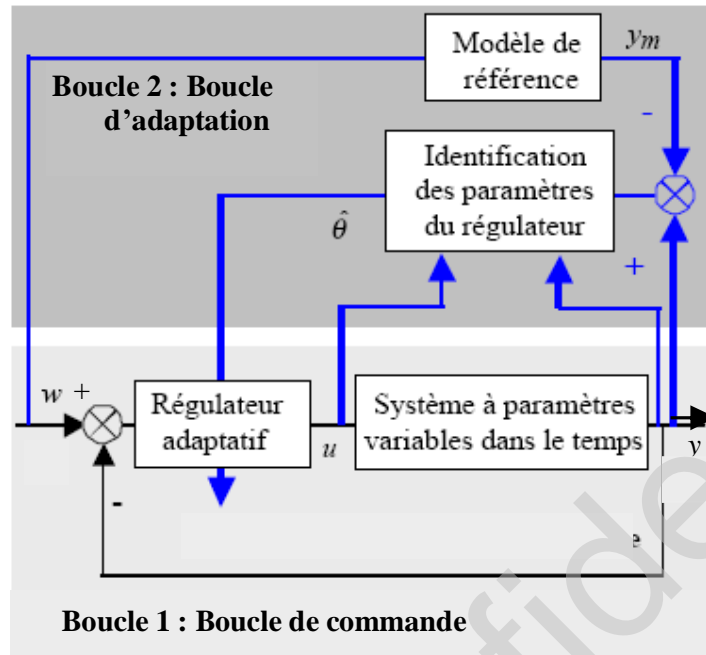


Figure 2.2 : Structure de la commande adaptative directe

2.4 LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE

Ce chapitre a donc pour but dans un premier temps de présenter l'algorithme GPC développé au Annexe B sous une forme adéquate pour les développements adaptatifs, puis d'envisager la remise à jour en temps réel des paramètres du régulateur.

2.4.1 Reformulation de la commande GPC

Le point de départ de cette reformulation est constitué de la mise en équation effectuée au Annexe B, en particulier des relations permettant d'obtenir la séquence de commande optimale.

2.4.1.1 Introduction

L'objectif principal qui nous permettra par la suite d'envisager simplement l'aspect adaptatif consiste à transcrire la loi de commande sous une forme classique en identification, en faisant apparaître la notion de matrice 'paramètres' et de vecteur 'régresseur'. Cette matrice de 'paramètres' sera ultérieurement remise à jour en temps réel, le vecteur 'régresseur' contenant quant à lui les informations sur les signaux entrée/sortie disponibles à l'instant considéré.

2.4.1.2 Vecteurs paramètres et régresseur

La loi de commande (B.12) peut être transcrite sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{q}'\mathbf{F}(t) \quad (2.1)$$

Dans laquelle on fait intervenir la matrice des paramètres \mathbf{q} de dimension $(n_a + n_b + N_u + 1) \times N_u$, avec n_a et n_b les degrés de $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ respectivement :

$$\mathbf{q}' = [\mathbf{M}\mathbf{i}\mathbf{f} \quad \mathbf{I}_{N_u} \quad \mathbf{M}\mathbf{i}\mathbf{h}] \quad (2.2)$$

où $\mathbf{i}\mathbf{f}$ et $\mathbf{i}\mathbf{h}$ sont des matrices formées des coefficients des polynômes contenus dans $\mathbf{i}\mathbf{f}(z^{-1})$ et $\mathbf{i}\mathbf{h}(z^{-1})$, et le vecteur suivant appelé régresseur de dimension $(n_a + n_b + N_u + 1)$:

$$\mathbf{F}(t) = [y(t) \dots y(t - n_a) \quad \mathbf{u}' \quad \mathbf{D}\mathbf{u}(t-1) \mathbf{D}\mathbf{u}(t - n_b)]' \quad (2.3)$$

La matrice de paramètres \mathbf{q} contient, sur sa première ligne, les coefficients des polynômes R et S^* . En effet, d'après la relation (B.14), le polynôme $\mathbf{m}_1'\mathbf{i}\mathbf{f}(z^{-1})$ correspond à R et $\mathbf{m}_1'\mathbf{i}\mathbf{h}(z^{-1})z^{-1}$ correspond à S^* . Le régresseur $\mathbf{F}(t)$ est le vecteur des sorties et commandes passées incluant les commandes inconnues \mathbf{u} de dimension N_u .

On remarque également que lorsque $N_u = 1$, la matrice \mathbf{q} se réduit à un vecteur incluant directement les coefficients des polynômes R et S^* .

2.4.1.3 Erreur de performance

Maintenant le vecteur de prédiction suivant, composé des sorties prédites entre les horizons N_1 et N_2 et des valeurs des commandes futures sur l'horizon N_u :

$$\mathbf{X}(t + N_2) = [\hat{\mathbf{y}}' \quad \mathbf{u}']' \quad (2.4)$$

et le vecteur \mathbf{Xw} , de même dimension ($N_2 - N_1 + N_u + 1$), appelé vecteur cible, en considérant le fait que le vecteur de sortie prédite $\hat{\mathbf{y}}$ doit converger vers le vecteur de consigne \mathbf{w} et, dans le même temps, le signal de commande \mathbf{u} doit tendre vers zéro, ainsi défini :

$$\mathbf{Xw}(t + N_2) = [\mathbf{w}' \ \mathbf{0}'] \quad (2.5)$$

Ceci permet de définir l'erreur 'd'atteinte de cible' :

$$\mathbf{e}_x(t + N_2) = [\mathbf{X}(t + N_2) - \mathbf{Xw}(t + N_2)]$$

Finalement, une matrice de pondération \mathbf{L} de dimension $(N_2 - N_1 + N_u + 1) \times N_u$ est introduite afin de créer une dynamique d'annulation de l'erreur précédente. Ceci nous conduit à définir l'erreur suivante, appelée erreur de performance :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_f(t + N_2) &= \mathbf{L}'\mathbf{e}(t + N_2) = \mathbf{L}'[\mathbf{X}(t + N_2) - \mathbf{Xw}(t + N_2)] \\ &= \mathbf{iP}(t + N_2) - \mathbf{iPw}(t + N_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.4.1.4 Indicateurs de performance

La relation précédente (2.6) introduisant la notion d'erreur de performance peut également se traduire en terme d'indices de performance. En effet, $\mathbf{iP}(t + N_2)$ apparaît comme l'indicateur des performances mesurées et $\mathbf{iPw}(t + N_2)$ comme l'évaluation des performances désirées.

Il est donc possible d'utiliser ces entités comme indicateurs de mesure des changements du procédé au cours du temps. Dans le cas où le système n'a pas évolué, les deux indices coïncident car les performances sont maintenues et l'erreur d'atteinte de cible est nulle.

Lorsque les paramètres varient au cours du temps, l'indicateur des performances mesurées est différent de celui qui, au même instant, mesurerait les performances d'un processus invariant et qui, lui, maintiendrait l'égalité avec l'indicateur des performances espérées.

La différence des deux indicateurs exprime le fait qu'il n'y a plus d'adaptation, c'est à dire que la commande générée par le régulateur n'assure plus l'obtention des mêmes performances. La performance espérée du processus doit donc être, à chaque instant, égale à l'initiale :

$$\mathbf{P}\mathbf{w}(t + N_2) = \mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{Q}\mathbf{F}(t) \quad (2.7)$$

L'équation (2.7) permet de mesurer le comportement du processus et, ainsi, de tester s'il y a des changements du système. Si le système initial n'a pas évolué, alors l'identité (2.1) est toujours vérifiée. Mais si le système réel est différent du modèle initial, alors l'équation (2.1) n'est plus valide. Dans le cas des systèmes dont les paramètres varient au cours du temps, le régulateur précédent doit donc être introduit dans une structure adaptative pour compenser ces variations.

2.4.1.5 Indice de performance

L'indice de performance qui doit être minimisé est une fonction de coût \hat{A} définie par :

$$\begin{aligned} \hat{A}(t + N_2) &= \mathbf{e}_f(t + N_2)' \mathbf{e}_f(t + N_2) \\ &= [\mathbf{X}(t + N_2) - \mathbf{X}\mathbf{w}(t + N_2)]' \mathbf{L}\mathbf{L}' [\mathbf{X}(t + N_2) - \mathbf{X}\mathbf{w}(t + N_2)] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Théorème [19]

Pour une matrice de pondération \mathbf{L} donnée par la relation ci-dessous, particulierisant la dynamique d'annulation de l'erreur, la loi de commande GPC, dont la synthèse a été effectuée sur le modèle nominal, annule explicitement l'indice de performances \hat{A} .

$$\mathbf{L}' = [\mathbf{M} \quad \lambda \mathbf{Q}] \quad (2.9)$$

Avec

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_d}]^{-1}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{Q}\mathbf{G}'$$

Cette matrice \mathbf{L} peut alors être considérée comme imposant la dynamique de poursuite pour le signal de sortie et un coefficient de pondération sur les valeurs de la commande. Elle

ne dépend que de la matrice de la réponse \mathbf{G} et des paramètres de réglage de la commande GPC : N_1, N_2, N_u, λ .

2.4.1.6 Conclusion

Les paragraphes précédents ont permis de définir l'indicateur des performances espérées suivant :

$$\mathbf{iP}w(t+N_2) = \mathbf{L}' \mathbf{X}w(t+N_2) = [\mathbf{M} \ \lambda \mathbf{Q}] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}^w \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{e}} \\ \hat{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{M}w = \mathbf{q}'\mathbf{F}(t)$$

ainsi que l'indicateur des performances mesurées du système, \mathbf{iP} , qui s'exprime par :

$$\mathbf{iP}(t+N_2) = \mathbf{L}' \mathbf{X}(t+N_2) = [\mathbf{M} \ \lambda \mathbf{Q}] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}^y \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{e}} \\ \hat{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathbf{M}\hat{\mathbf{y}} + \lambda \mathbf{Q}\hat{\mathbf{u}}$$

À partir de ces notions, le schéma de principe de la commande adaptative directe DAGPC s'explique dans notre démarche par la figure 2.3, dans le cas $N_u = 1$, (ce qui sera le cas des applications envisagées par la suite), où la matrice $\mathbf{L}' = [\mathbf{M} \ \lambda \mathbf{Q}]$ illustre la constitution de la boucle d'adaptation.

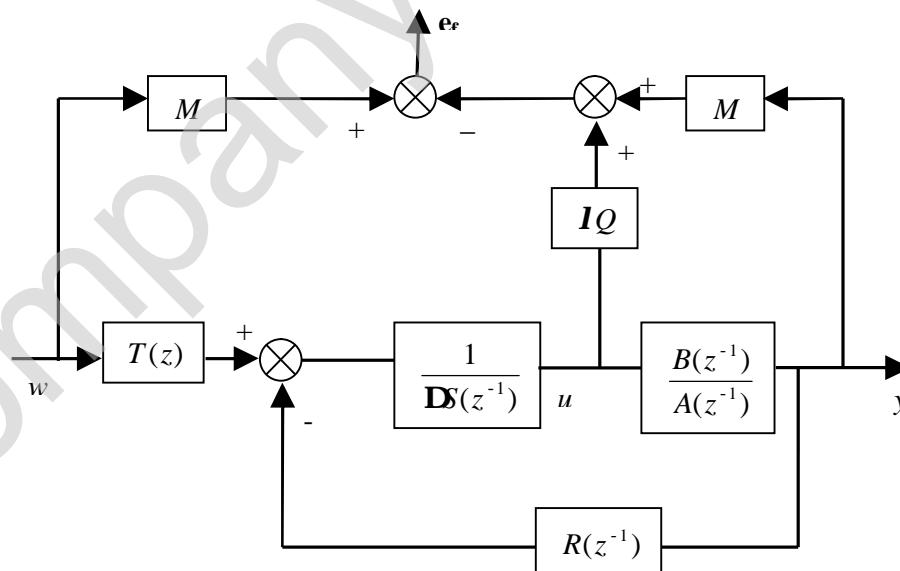


Figure 2.3 : Structure équivalente de la DAGPC

Il reste désormais à exploiter cette notion d'erreur de performances pour un système à paramètres variant dans le temps et ainsi remettre à jour les paramètres du régulateur.

2.4.2 Stratégie de mise à jour du régulateur

Rappelons avant tout que dans le cadre d'une commande adaptative directe, ce sont les paramètres du régulateur qui sont directement identifiés pour la remise à jour du régulateur.

2.4.2.1 Introduction

Il s'agit de développer un algorithme permettant de recalculer les polynômes R et S du régulateur RST pour maintenir les performances d'un processus, dont les paramètres sont variables dans le temps, au même niveau de spécifications que celles initialement imposées. Cette stratégie de commande adaptative directe impose, sans modifier la structure de la loi de commande, de développer un algorithme d'identification qui puisse mettre à jour le vecteur des paramètres du régulateur.

2.4.2.2 Mise à jour du régulateur

L'objectif dans le cas adaptatif est de minimiser l'indice de performance \hat{A} à chaque pas, de façon à atteindre asymptotiquement :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_f(t) = 0 \quad (2.10)$$

2.4.2.3 Principe

La philosophie liée à la mise à jour du régulateur consiste à maintenir constantes les performances du système même s'il évolue dans le temps. Le comportement du processus initial est mesuré par l'indicateur (2.7), et le comportement du processus réel est défini par l'équation (2.6). Alors, il faut recalculer le vecteur $\mathbf{q}(t)$, qui contient les polynômes R et S du régulateur pour maintenir (2.7) identique à (2.6).

2.4.2.4 Identification des paramètres du régulateur

Il est nécessaire de valider l'expression issue des relations (2.1) et (2.7) :

$$\mathbf{M}\hat{\mathbf{y}} + \lambda \mathbf{Q}\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{q}\mathbf{F}(t) \quad (2.11)$$

Où \mathbf{M} et \mathbf{Q} sont les matrices définies par la relation (2.9) et (B.13), \mathbf{I} est le coefficient de pondération de la commande, $\hat{\mathbf{y}}$ est le vecteur des sorties futures, $\hat{\mathbf{u}}$ est le vecteur des commandes futures, \mathbf{F} est le vecteur des mesures passées, \mathbf{q} est la matrice paramètres du régulateur, à mettre à jour.

Remarquons que l'on fait ici l'hypothèse que ces matrices \mathbf{M} et \mathbf{Q} restent constantes même lorsque le système évolue au cours du temps, spécifiant ainsi les performances initiales nominales auxquelles on doit toujours se ramener. Elles constituent donc l'équivalent du modèle de référence de la commande adaptative directe.

Dans le cas des paramètres variant dans le temps, la matrice des paramètres du régulateur fixe \mathbf{q} doit être remplacée par son estimée $\hat{\mathbf{q}}(t)$ [17, 18] pour assurer l'annulation du critère. Le processus de minimisation (2.8) reste le même en incluant la matrice $\hat{\mathbf{q}}(t)$ comme variable de minimisation :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}(t+N_2) &= \mathbf{e}_f(t+N_2)' \mathbf{e}_f(t+N_2) \\ &= [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{F}(t)]' [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{F}(t)] \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.4.2.5 Méthode de mise à jour

La matrice des paramètres du régulateur peut être mise à jour selon plusieurs stratégies. Les paragraphes ci-dessous développent les deux stratégies les plus classiquement reprises dans la littérature, sans pour autant balayer toutes les variantes et configurations existantes, à savoir la méthode du gradient et celle des moindres carrés.

2.4.2.6 Méthode du gradient

La commande adaptative à modèle de référence a été originellement établie pour les applications aéronautiques utilisant les calculateurs analogiques. La plus simple des stratégies d'identification considérées est alors celle du type gradient, connue communément sous la règle du MIT [20].

Le vecteur mis à jour des paramètres du régulateur est calculé dans la direction où les variations de l'indice de performances, limitées au premier ordre, sont les plus grandes [20]. La loi de variation de recherche du minimum est donnée par :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2) = \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) - \frac{\mathbf{G}}{2} \frac{\mathbf{1}\hat{\mathbf{A}}(t+N_2)}{\mathbf{1}\hat{\mathbf{q}}} \quad (2.13)$$

De la relation (2.13) le terme dérivé est modélisé d'après la relation (2.12) par :

$$\frac{\mathbf{1}\hat{\mathbf{A}}(t+N_2)}{\mathbf{1}\hat{\mathbf{q}}} = -2 \mathbf{F}(t) [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{\Phi}(t)]'$$

Finalement, la loi d'adaptation est fournie selon la forme récursive suivante :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2) = \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) - \mathbf{G} \frac{\mathbf{F}(t)}{r(t)} \mathbf{e}_f(t+N_2)' \quad (2.14)$$

avec $r(t) = 1 + \mathbf{F}(t) \mathbf{G} \mathbf{F}(t)$ terme de correction qui normalise la matrice de gain d'adaptation et assure la stabilité globale.

Les études menées sur cet algorithme [22] montrent que le gain d'adaptation, qui apparaît dans la loi de mise à jour des paramètres, permet d'améliorer les performances du système, comparées à celles obtenues sans adaptation, si ce paramètre est soigneusement choisi. Ce choix dépend naturellement du procédé et des autres paramètres de réglage.

2.4.2.7 Méthode des moindres carrés

La seconde méthode largement répandue dans la littérature est celle des moindres carrés, décrite notamment dans [21, 23]. La matrice des paramètres du régulateur est renouvelée à l'aide de la méthode des moindres carrés, pour laquelle l'indice de performance (2.12) doit être minimisé en utilisant l'estimateur des moindres carrés. L'algorithme des moindres carrés induit donc la minimisation d'une fonction J , somme des carrés des erreurs, définie sous la forme :

$$J_{LS}(\hat{\mathbf{q}}t) = \dot{\mathbf{a}} \sum_{i=0}^t ([\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{\Phi}(t)] [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{\Phi}(t)])' \quad (2.15)$$

Où $\hat{\mathbf{q}}$ est comme indiqué précédemment le vecteur des paramètres du régulateur. La dérivée analytique $\mathbf{1}J_{LS}(\hat{\mathbf{q}}t) / \mathbf{1}\hat{\mathbf{q}} = 0$ fournit la solution au sens des moindres carrés :

$$\hat{\mathbf{q}}(t + N_2) = \sum_{i=0}^{t+N_2} \mathbf{a}^i [\mathbf{F}(i) \mathbf{F}'(i)] \tilde{\mathbf{u}}^{-1} \mathbf{a}^i \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t + N_2) \quad (2.16)$$

Cependant, la solution (2.16) requiert l'inversion de la matrice de gain d'adaptation :

$$\mathbf{G}(t) = \sum_{i=0}^{t+N_2} \mathbf{a}^i \mathbf{F}(i) \mathbf{F}'(i) \tilde{\mathbf{u}}^{-1} \quad (2.17)$$

difficile à réaliser. C'est pour cette raison que l'identification récursive des moindres carrés est classiquement examinée dans un contexte adaptatif [24], fournissant en ligne la matrice des paramètres du régulateur $\hat{\mathbf{q}}(t + N_2)$ comme une fonction de $\hat{\mathbf{q}}(t + N_2 - 1)$.

2.4.2.8 Algorithme des moindres carrés récursifs

Pour éviter l'inversion de la matrice de gain d'adaptation à chaque pas d'échantillonnage, une forme récursive du gain d'adaptation est déduite [25, 26] de deux mesures successives des signaux disponibles issus du processus et du mécanisme d'adaptation. Les passages de la relation non récursive (2.16) à la solution des moindres carrés récursifs sont détaillés en Annexe. Globalement, la minimisation du critère (2.15) aboutit à la mise en oeuvre des trois relations récursives suivantes à chaque itération :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}(t + N_2) &= \hat{\mathbf{q}}(t + N_2 - 1) + \mathbf{G}(t) \mathbf{F}(t) \mathbf{e}_f(t + N_2) \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{G}(t - 1) - \frac{\mathbf{G}(t - 1) \mathbf{F}(t) \mathbf{F}'(t) \mathbf{G}(t - 1)}{1 + \mathbf{F}(t) \mathbf{G}(t - 1) \mathbf{F}'(t)} \\ \mathbf{e}_f(t + N_2) &= [\mathbf{iP}(t + N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t + N_2 - 1) \mathbf{F}(t)] \\ &= \mathbf{iP}(t + N_2) - \mathbf{iPw}(t + N_2) \end{aligned} \quad (2.18)$$

On remarque que l'algorithme possède une structure intégrale, de sorte que les paramètres mis à jour du régulateur sont similaires aux anciens corrigés d'un incrément lié à l'erreur paramétrique.

2.4.3 CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE

La figure 2.4 ci-dessous résume la démarche adoptée lors de la mise en oeuvre de la commande prédictive adaptative directe.

On retrouve tout d'abord la boucle d'asservissement classique, ou encore Boucle 1 de la structure hiérarchisée adaptative, incluant le régulateur prédictif sous forme RST standard.

On voit apparaître ensuite l'indicateur de performances espérées (terme $\mathbf{M} \mathbf{w}$) agissant comme le modèle de référence, et fixant les performances que l'on souhaite maintenir en boucle fermée. Notons que cette matrice \mathbf{M} reste donc fixe même lorsque le processus évolue au cours du temps.

Cet indicateur de performances est enfin comparé à l'indicateur de performances mesurées, donnant l'erreur d'adaptation. On voit alors clairement la deuxième boucle de la structure adaptative, ou Boucle 2, lié à l'adaptation proprement dite, et permettant au travers d'un mécanisme d'adaptation de type moindres carrés récursifs par exemple, de remettre à jour directement les paramètres des polynômes R et S du régulateur prédictif.

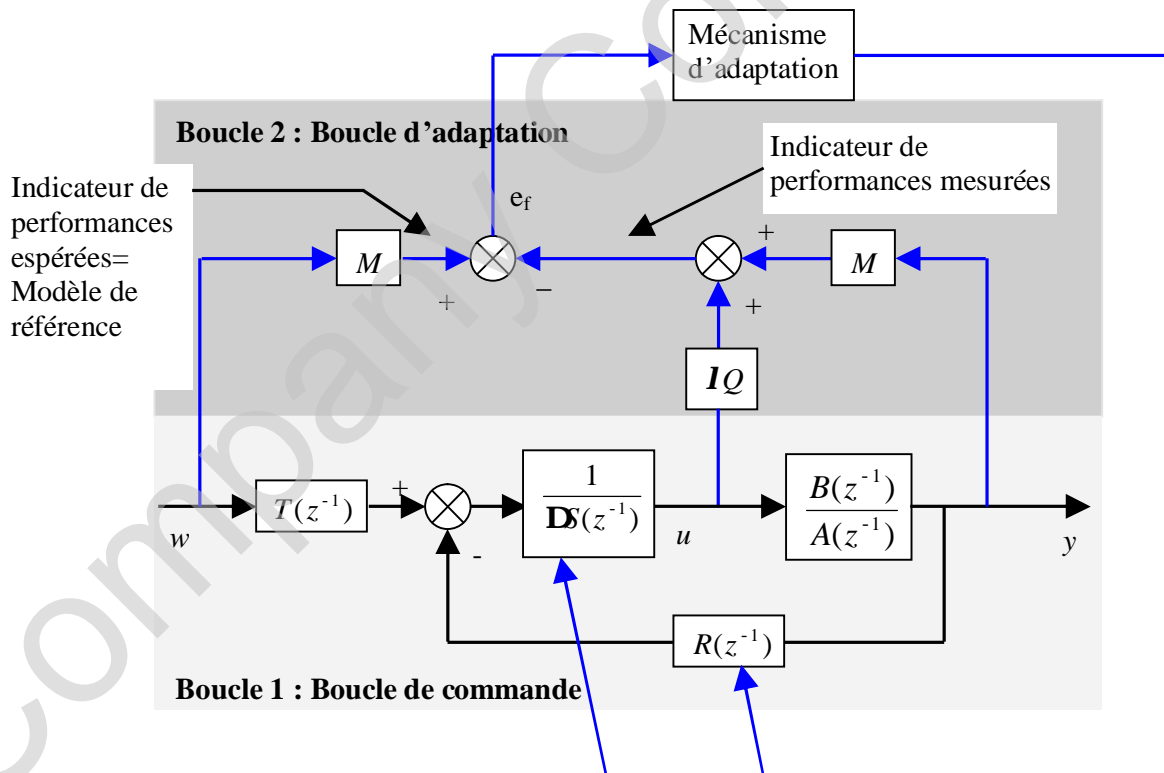


Figure 2.4 : Schéma global de la commande prédictive adaptative directe
Boucle de commande RST et mécanisme d'adaptation

3 LA COMMANDE PREDICTIVE ADAPTATIVE DIRECTE SOUS CONTRAINTES TERMINALES (DACRHPC)

Ce chapitre propose de généraliser la structure précédente, en modifiant la partie prédictive pour tenir compte de contraintes terminales de type égalité. Dans cette configuration, le critère de coût de l'algorithme GPC (B.4) doit être minimisé sachant que l'on impose à la sortie de coïncider avec la consigne pendant un intervalle supplémentaire de m périodes d'échantillonnage après l'horizon de prédiction N_2 . Cette stratégie, connue dans la littérature sous le nom de Constrained Receding Horizon Predictive Control (CRHPC) [27], se traduit par la condition suivante :

$$\hat{y}(t + N_2 + j) = w(t + N_2) \text{ pour } j = 1, \dots, m$$

avec \hat{y} sortie prédite et m nombre de contraintes terminales.

3.1 INTRODUCTION

L'idée développée dans la théorie de la commande CRHPC est d'imposer un horizon de contraintes supplémentaire au delà des horizons de prédiction classiques pendant lesquels s'opère l'optimisation de la fonction de coût quadratique. Il devient alors possible de spécifier la valeur de la sortie en fonction de la consigne souhaitée, d'où le nom de contraintes terminales. Le principe de cette stratégie est résumé figure 3.1.

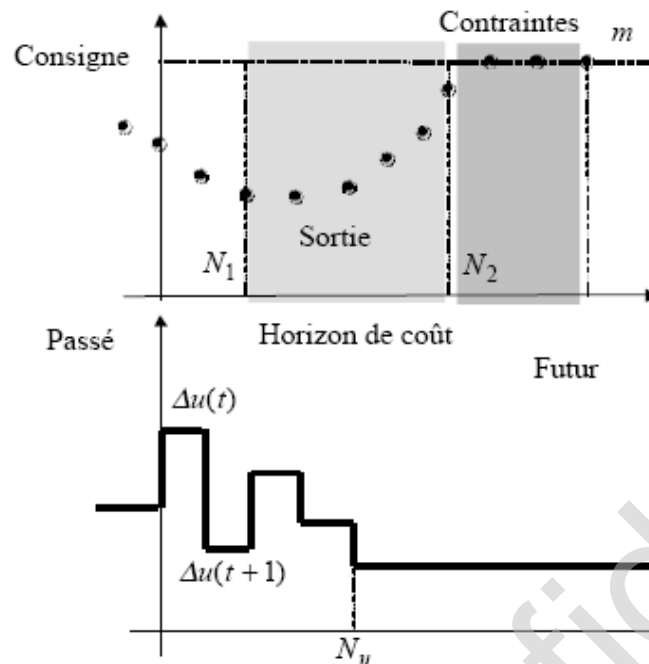


Figure 3.1 : Principe de la structure prédictive sous contraintes terminales

Intuitivement, quelques degrés de liberté sur les commandes futures sont utilisés pour forcer la sortie à atteindre la cible entre N_1 et N_2 , des degrés de liberté supplémentaires de $N_1 + 1$ à $N_2 + m$ sont alors disponibles pour minimiser une fonction de coût définie au-delà de la phase transitoire.

Par ailleurs, l'inconvénient majeur des stratégies prédictives réside dans l'absence de stabilité garantie en fonction du choix des paramètres de réglage, sauf quelques cas limites lorsque les horizons de prédiction deviennent très grands [28], ce qui n'est pas forcément très intéressant dans un contexte adaptatif. Un avantage de cette commande CRHPC réside dans l'assurance d'une stabilité garantie pour des valeurs particulières des paramètres de réglage.

3.2 MISE EN OEUVRE DE LA STRUCTURE CRHPC

Les paragraphes qui suivent ont pour but de préciser les différentes étapes nécessaires à la synthèse d'un régulateur CRHPC, sans introduire de notion d'adaptation, en suivant un plan tout à fait similaire à celui développé au annexe B pour la commande GPC.

3.2.1 Modèle CARIMA

La loi de commande utilise une représentation externe entrée-sortie, donnée par la relation

polynomiale :

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + \frac{\mathbf{x}(t)}{\mathbf{D}z^{-1}} \quad (3.1)$$

où u , y sont les signaux d'entrée et de sortie, $\mathbf{D}z^{-1} = 1 - z^{-1}$ l'opérateur différence, A et B des polynômes fonction de l'opérateur retard z^{-1} de degré respectif n_a et n_b , \mathbf{x} une séquence aléatoire centrée non corrélée. Le polynôme $C(z^{-1})$ de la relation (B.3) a été choisi égal à 1.

3.2.2 Prédicteur optimal

À partir de l'équation du modèle (3.1), un prédicteur polynomial est développé sous la forme polynomiale similaire à celle du chapitre 3 :

$$\hat{y}(t+j) = \underbrace{F_j(z^{-1})y(t) + H_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1)}_{\text{réponse libre}} + \underbrace{G_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t+j-1) + J_j(z^{-1})\mathbf{x}(t+j)}_{\text{réponse forcée}} \quad (3.2)$$

L'équation du modèle CARIMA, (3.1), combinée avec celle du prédicteur, (3.2), fournit le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}z^{-1}A(z^{-1})J_j(z^{-1}) + z^{-1}F_j(z^{-1}) &= 1 \\ G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1}) &= B(z^{-1})J_j(z^{-1}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

En faisant l'hypothèse que la meilleure prédiction du terme lié aux perturbations est sa moyenne ici nulle, le prédicteur optimal est défini de façon unique, dès que les polynômes sont connus, par la relation :

$$\hat{y}(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + G_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t+j-1) + H_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1) \quad (3.4)$$

3.2.3 Fonction de coût quadratique avec contraintes terminales

Par rapport à la stratégie GPC, la commande CRHPC minimise une fonction de coût à horizon fini portant sur les erreurs futures, en incluant un jeu de m contraintes terminales supplémentaires [29, 30] :

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \hat{\mathbf{a}}(\hat{y}(t+j) - w(t+j))^2 + \mathbf{I} \sum_{j=1}^{N_u} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{D}u(t+j-1)^2 \quad (3.5)$$

$$\hat{y}(t+N_2+j) = w(t+N_2) \quad \text{pour } j=1, \dots, m \quad (3.6)$$

où \hat{y} est la sortie prédite (3.4), w la consigne, m le nombre de points où la sortie prédite \hat{y} doit coïncider avec la consigne w après l'horizon de prédiction.

3.2.4 Réécriture matricielle

Comme pour l'algorithme GPC, la résolution se fait matriciellement. Nous adopterons pour la suite l'indice 'uc' pour signifier l'absence de contraintes, et l'indice 'c' pour tenir compte de la partie sous contraintes.

Dans un premier temps, le prédicteur optimal à j -pas (3.4) devient sous forme matricielle pour la partie non contrainte :

$$\hat{\mathbf{y}}_{uc} = \mathbf{G}_{uc} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}_{uc} (z^{-1}) y(t) + \mathbf{ih}_{uc} (z^{-1}) \mathbf{D}u(t-1) \quad (3.7)$$

$$\mathbf{if}_{uc} (z^{-1}) = [F_{N_1}(z^{-1}) \mathbf{K} F_{N_2}(z^{-1})]'$$

$$\mathbf{ih}_{uc} (z^{-1}) = [H_{N_1}(z^{-1}) \mathbf{K} H_{N_2}(z^{-1})]'$$

$$\mathbf{if}_c (z^{-1}) = [F_{N_2+1}(z^{-1}) \mathbf{K} F_{N_2+m}(z^{-1})]'$$

$$\mathbf{ih}_c (z^{-1}) = [H_{N_2+1}(z^{-1}) \mathbf{K} H_{N_2+m}(z^{-1})]'$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{D}u(t) \mathbf{K} \mathbf{D}u(t+N_u-1)]'$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{uc} = [\hat{y}(t+N_1) \mathbf{K} \hat{y}(t+N_2)]'$$

$$\hat{y}_c = [\hat{y}(t + N_2 + 1) \mathbf{K} \hat{y}(t + N_2 + m)]'$$

$$\mathbf{G}_{uc} = \begin{vmatrix} \mathcal{G}_{N_1}^{N_1} & \mathcal{G}_{N_1-1}^{N_1} & \cdots & \cdots \\ \mathcal{G}_{N_1+1}^{N_1+1} & \mathcal{G}_{N_1}^{N_1+1} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathcal{G}_{N_2}^{N_2} & \mathcal{G}_{N_2-1}^{N_2} & \cdots & \mathcal{G}_{N_2-N_u+1}^{N_2} \end{vmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{vmatrix} \mathcal{G}_{N_2+1}^{N_2+1} & \mathcal{G}_{N_2}^{N_2+1} & \cdots & \cdots \\ \mathcal{G}_{N_2+2}^{N_2+2} & \mathcal{G}_{N_2}^{N_2+2} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathcal{G}_{N_2+m}^{N_2+m} & \mathcal{G}_{N_2+m-1}^{N_2+m} & \cdots & \mathcal{G}_{N_2-N_u+m+1}^{N_2+m} \end{vmatrix} \quad (3.9)$$

Avec ces notations, le problème d'optimisation avec contraintes (3.5), (3.6) peut être ensuite réécrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} = & \mathbf{M}_{uc} (\mathbf{w}_{uc} - \mathbf{if}_{uc}(z^{-1}) y(t) - \mathbf{ih}_{uc}(z^{-1}) \mathbf{D} \mathbf{l}(t-1)) + \\ & + \mathbf{M}_c (\mathbf{w}_c - \mathbf{if}_c(z^{-1}) y(t) - \mathbf{ih}_c(z^{-1}) \mathbf{D} \mathbf{l}(t-1)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{G}'_{uc} \mathbf{G}_{uc} + \mathbf{I}_{N_u}]$$

$$\mathbf{M}_c = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c (\mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c)^{-1}$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{H}^{-1} - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c (\mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c)^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1}] = [\mathbf{I}_{N_u} - \mathbf{M}_c \mathbf{G}_c] \mathbf{H}^{-1}$$

$$\mathbf{M}_{uc} = \mathbf{Q} \mathbf{G}'_c$$

3.2.5 Structure RST du régulateur

Seule la première valeur de la relation (3.10) est finalement appliquée au système selon la stratégie de l'horizon fuyant. Le régulateur CRHPC est en final implanté sous la forme RST par l'équation aux différences :

$$S(z^{-1}) \mathbf{D} \mathbf{l}(t) = T(z^{-1}) w(t) - R(z^{-1}) y(t) \quad (3.11)$$

avec :

$$S(z^{-1}) = 1 + \mathbf{m}'_{uc1} \mathbf{ih}_{uc}(z^{-1}) z^{-1} + \mathbf{m}'_{c1} \mathbf{ih}_c(z^{-1}) z^{-1}$$

$$R(z^{-1}) = \mathbf{m}'_{uc1} \mathbf{if}_{uc}(z^{-1}) + \mathbf{m}'_{c1} \mathbf{if}_c(z^{-1})$$

$$T(z^{-1}) = \mathbf{m}'_{uc1} [z^{N_1} \dots z^{N_2}]' + \mathbf{m}'_{c1} [z^{N_1} \dots z^{N_2}]'$$

\mathbf{m}'_{uc1} et \mathbf{m}'_{c1} sont les premières lignes des matrices \mathbf{M}_{uc} et \mathbf{M}_c respectivement. Notons que les degrés de ces polynômes sont identiques à ceux déterminés lors de la commande GPC.

3.3 REFORMULATION DE LA COMMANDE CRHPC

Ce paragraphe a pour but de présenter l'algorithme CRHPC développé ci-dessus sous une forme adéquate pour les développements adaptatifs, avant d'envisager par la suite la remise à jour des paramètres du régulateur. Une démarche similaire à celle adoptée au chapitre 2 est mise en oeuvre, en introduisant la notion de matrice paramètres remise à jour et de vecteur régresseur contenant les informations disponibles.

3.3.1 Vecteurs paramètres et régresseur

Considérons le régresseur suivant :

$$\mathbf{F}(t) = [y(t) \dots y(t - n_a) \quad \mathbf{u}' \mathbf{D}_l(t-1) \dots \mathbf{D}_l(t - n_b)]' \quad (3.12)$$

de dimension $(n_a + n_b + N_u + 1)$, et \mathbf{q} la matrice des paramètres :

$$\mathbf{q} = [\mathbf{M}_{uc} \mathbf{if}_{uc} + \mathbf{M}_c \mathbf{if}_c \quad \mathbf{I}_{N_u} \quad \mathbf{M}_{uc} \mathbf{ih}_{uc} + \mathbf{M}_c \mathbf{ih}_c] \quad (3.13)$$

La loi de commande (3.10) peut alors avec ces notations se transcrire de la façon suivante :

$$\mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{M}_{uc} \mathbf{w}_{uc} + \mathbf{M}_c \mathbf{w}_c = \mathbf{q}\mathbf{F}(t) \quad (3.14)$$

Avec: $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_{uc} \quad \mathbf{w}_c]'$ et $\mathbf{M} = [\mathbf{M}_{uc} \quad \mathbf{M}_c]$

3.3.2 Erreur de performance

Introduisons maintenant le vecteur de prédiction suivant, composé des sorties prédites

entre les horizons N_1 et $N_2 + m$ et des valeurs des commandes futures sur l'horizon N_u :

$$\mathbf{X}(t + N_2 + m) = [\hat{\mathbf{y}}' \quad \hat{\mathbf{u}}']' \quad (3.15)$$

Avec : $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{y}}^{uc} \quad \hat{\mathbf{y}}^c]'$

et le vecteur \mathbf{Xw} , de même dimension $(N_2 + m - N_1 + N_u + 1)$, appelé vecteur cible, en considérant le fait que le vecteur de sortie prédite $\hat{\mathbf{y}}$ doit converger vers le vecteur de consigne \mathbf{w} et, dans le même temps, le signal de commande $\hat{\mathbf{u}}$ doit tendre vers zéro, ainsi défini :

$$\mathbf{Xw}(t + N_2 + m) = [\mathbf{w}' \quad \mathbf{0}]' \quad (3.16)$$

Ceci permet de définir l'erreur 'd'atteinte de cible' :

$$\mathbf{e}_x(t + N_2 + m) = [\mathbf{X}(t + N_2 + m) - \mathbf{Xw}(t + N_2 + m)]$$

Finalement, une matrice de pondération \mathbf{L} de dimension $(N_2 + m - N_1 + N_u + 1) \times N_u$ est introduite afin de créer une dynamique d'annulation de l'erreur précédente. Ceci nous conduit à définir l'erreur suivante, appelée erreur de performance :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_f(t + N_2 + m) &= \mathbf{L}' \mathbf{e}_x(t + N_2 + m) = \mathbf{L}' [\mathbf{X}(t + N_2 + m) - \mathbf{Xw}(t + N_2 + m)] \\ &= \mathbf{iP}(t + N_2 + m) - \mathbf{iPw}(t + N_2 + m) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Comme pour le GPC, on dispose ainsi d'indicateurs de mesure des changements du procédé au cours du temps.

3.3.3 Indice de performance

L'indice de performance qui doit être minimisé est une fonction de coût $\hat{\mathbf{A}}$ définie par :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}(t + N_2 + m) &= \mathbf{e}_f(t + N_2 + m)' \mathbf{e}_f(t + N_2 + m) = \\ &= [\mathbf{X}(t + N_2 + m) - \mathbf{Xw}(t + N_2 + m)]' \mathbf{L}' \mathbf{L} [\mathbf{X}(t + N_2 + m) - \mathbf{Xw}(t + N_2 + m)] \end{aligned} \quad (3.18)$$

Théorème [19] :

Pour une matrice de pondération \mathbf{L} , donnée par l'équation ci-dessous, particularisant ainsi la dynamique d'annulation de l'erreur, la loi de commande CRHPC, dont la synthèse a été effectuée sur le modèle nominal, annule explicitement l'indice de performances $\hat{\mathbf{A}}$.

$$\mathbf{L}' = [\mathbf{M} \quad \lambda \mathbf{Q}] \quad (3.19)$$

Avec :

$$\mathbf{M} = [\mathbf{M}_{uc} \quad \mathbf{M}_c], \quad \mathbf{M}_c = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c (\mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c)^{-1}, \quad \mathbf{M}_{uc} = \mathbf{Q} \mathbf{G}'_{uc}$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{H}^{-1} - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c (\mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}'_c)^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{H}^{-1}] = [\mathbf{I}_{N_u} - \mathbf{M}_c \mathbf{G}_c] \mathbf{H}^{-1}$$

Cette matrice \mathbf{L} peut alors être considérée comme imposant la dynamique de poursuite pour le signal de sortie et un coefficient de pondération sur les valeurs de la commande. Elle ne dépend que des matrices de réponse indicielle \mathbf{G}_{uc} et \mathbf{G}_c , et des paramètres de réglage de la commande CRHPC : $N_1, N_2, N_u, \lambda, m$.

3.3.4 Conclusion

Les paragraphes précédents ont permis de définir l'indicateur des performances espérées suivant :

$$\mathbf{iP}_w(t + N_2 + m) = \mathbf{L}' \mathbf{X} \mathbf{w}(t + N_2 + m) = [\mathbf{M} \quad \lambda \mathbf{Q}] [\mathbf{w} \quad \mathbf{0}]' = \mathbf{M} \mathbf{w} = \mathbf{q} \mathbf{F}(t)$$

ainsi que l'indicateur des performances mesurées du système, \mathbf{iP} , qui s'exprime par :

$$\mathbf{iP}(t + N_2 + m) = \mathbf{L}' \mathbf{X}(t + N_2 + m) = [\mathbf{M} \quad \lambda \mathbf{Q}] [\hat{\mathbf{y}} \quad \mathbf{1}] \mathbf{u}' = \mathbf{M} \hat{\mathbf{y}} + \lambda \mathbf{Q} \mathbf{u}$$

À partir de ces notions, le schéma de principe de la commande adaptative directe DACRHPC s'explique par la figure 3.2, où la matrice $\mathbf{L}' = [\mathbf{M} \quad \lambda \mathbf{Q}]$ illustre la constitution de la boucle d'adaptation. Cette figure est similaire à la figure 2.1 de la structure DAGPC, mais la matrice \mathbf{L} prend ici une forme différente pour tenir compte de la présence de contraintes. Comme il a été mentionné chapitre 1, une approche unifiée DAGPC/DACRHPC est possible.

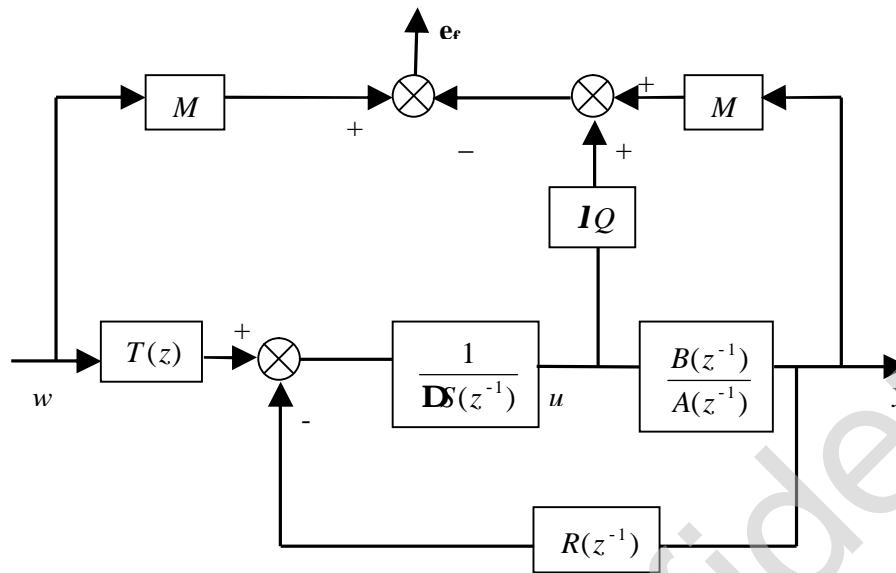


Figure 3.2 : Structure équivalente de la commande DACRHPC

Il reste désormais à exploiter cette notion d'erreur de performances pour un système à paramètres variant dans le temps et ainsi remettre à jour les paramètres du régulateur.

3.4 STRATEGIE DE MISE A JOUR DU REGULATEUR DACRHPC

3.4.1 Introduction

Ce paragraphe fait appel aux mêmes techniques que celles utilisées pour la remise à jour du régulateur de la stratégie DAGPC. Il s'agit toujours de développer un algorithme permettant de recalculer les polynômes R et S du régulateur RST pour maintenir les performances d'un processus, dont les paramètres sont variables dans le temps, au même niveau de spécifications que celles initialement imposées.

3.4.2 Estimation récursive des paramètres

La partie précédente a montré que l'indicateur des performances mesurées et l'indicateur des performances espérées sont donnés par les relations:

$$\begin{aligned} \mathbf{iP}(t + N_2 + m) &= \mathbf{M}\hat{\mathbf{y}} + \lambda = \mathbf{M}\mathbf{Q}\mathbf{u}_{uc} \hat{\mathbf{y}}_{uc} + \mathbf{M}_c \hat{\mathbf{y}}_c + \lambda \mathbf{Q}\mathbf{u} \\ \mathbf{iP}\mathbf{w}(t + N_2 + m) &= \mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{M}_{uc} \mathbf{w}_{uc} + \mathbf{M}_c \mathbf{w}_c = \mathbf{qF}(t) \end{aligned} \quad (3.20)$$

L'étude du cas des paramètres variant en fonction du temps impose le remplacement de la

matrice $\hat{\mathbf{q}}$ des paramètres du régulateur fixe par la matrice estimée $\hat{\mathbf{q}}(t)$ pour mettre en oeuvre la minimisation du critère $\hat{\mathbf{A}}$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}(t+N_2+m) &= \mathbf{e}_f(t+N_2+m)' \mathbf{e}_f(t+N_2+m) \\ &= [\mathbf{iP}(t+N_2+m) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m-1)\mathbf{\Phi}(t)]' \\ &\quad [\mathbf{iP}(t+N_2+m) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m-1)\mathbf{\Phi}(t)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

La matrice des paramètres du régulateur peut être mise à jour selon plusieurs stratégies.

Les deux stratégies les plus classiquement reprises dans la littérature sont la méthode du gradient et celle des moindres carrés. Rappelons brièvement les résultats déjà mis en évidence au chapitre précédent.

Dans le cas de la méthode du gradient, la remise à jour du régulateur DACRHPC est fournie selon la forme récursive suivante :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m) = \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m-1) - \mathbf{G} \frac{\mathbf{F}(t)}{r(t)} \mathbf{e}_f(t+N_2+m) \quad (3.22)$$

avec $r(t) = 1 + \mathbf{F}(t)' \mathbf{G} \mathbf{F}(t)$ terme de correction qui normalise la matrice de gain d'adaptation et assure la stabilité globale, et où \mathbf{G} est le gain d'adaptation tel que $0 < \mathbf{G} \leq 2$.

Dans le cas de l'algorithme des moindres carrés récurrents, les équations résultantes proviennent de la minimisation de la fonction J :

$$\begin{aligned} J_{LS}(\hat{\mathbf{q}}) &= \dot{\mathbf{a}}_{i=0}^t ([\mathbf{iP}(t+N_2+m) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m)\mathbf{\Phi}(t)]' \\ &\quad [\mathbf{iP}(t+N_2+m) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m)\mathbf{\Phi}(t)]) \end{aligned} \quad (3.23)$$

sous forme récursive :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m) &= \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m-1) + \mathbf{G}(t)\mathbf{F}(t)\mathbf{e}_f(t+N_2+m) \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{G}(t-1) - \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)}{1 + \mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{e}_f(t+N_2+m) = [\mathbf{iP}(t+N_2+m) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2+m-1)\mathbf{\Phi}(t)]$$

$$= \mathbf{P}(t + N_2 + m) - \mathbf{iPw}(t + N_2 + m)$$

On constate donc, comme indiqué ci-dessus, que la remise à jour temps réel des régulateurs DAGPC et DACRHPC est tout à fait similaire, à l'exception du décalage supplémentaire de m échantillons des différents vecteurs mis en jeu pour tenir compte des contraintes.

3.5 CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE DACRHPC

La figure 3.3 résume la démarche adoptée lors de la mise en oeuvre de la commande prédictive adaptative directe sous contraintes terminales.

On retrouve tout d'abord la boucle d'asservissement classique, ou encore boucle 1 de la structure hiérarchisée adaptative, incluant le régulateur prédictif sous forme RST standard. L'obtention de ce régulateur est réalisée grâce au formalisme de Lagrange en tenant compte explicitement de m contraintes de type égalité supplémentaires sur la sortie après l'horizon de prédiction supérieur N_2 .

On voit apparaître ensuite l'indicateur de performances espérées (terme $\mathbf{M w}$) agissant comme le modèle de référence, et fixant les performances que l'on souhaite maintenir en boucle fermée. Notons que cette matrice \mathbf{M} reste donc fixe même lorsque le processus évolue au cours du temps.

Cet indicateur de performances est enfin comparé à l'indicateur de performances mesurées, donnant l'erreur d'adaptation. On voit alors clairement la deuxième boucle de la structure adaptative, ou boucle 2, lié à l'adaptation proprement dite, et permettant au travers d'un mécanisme d'adaptation de type moindres carrés récursifs par exemple, de remettre à jour directement les paramètres des polynômes R et S du régulateur prédictif. Cette dernière partie est tout à fait similaire à la mise en oeuvre DAGPC.

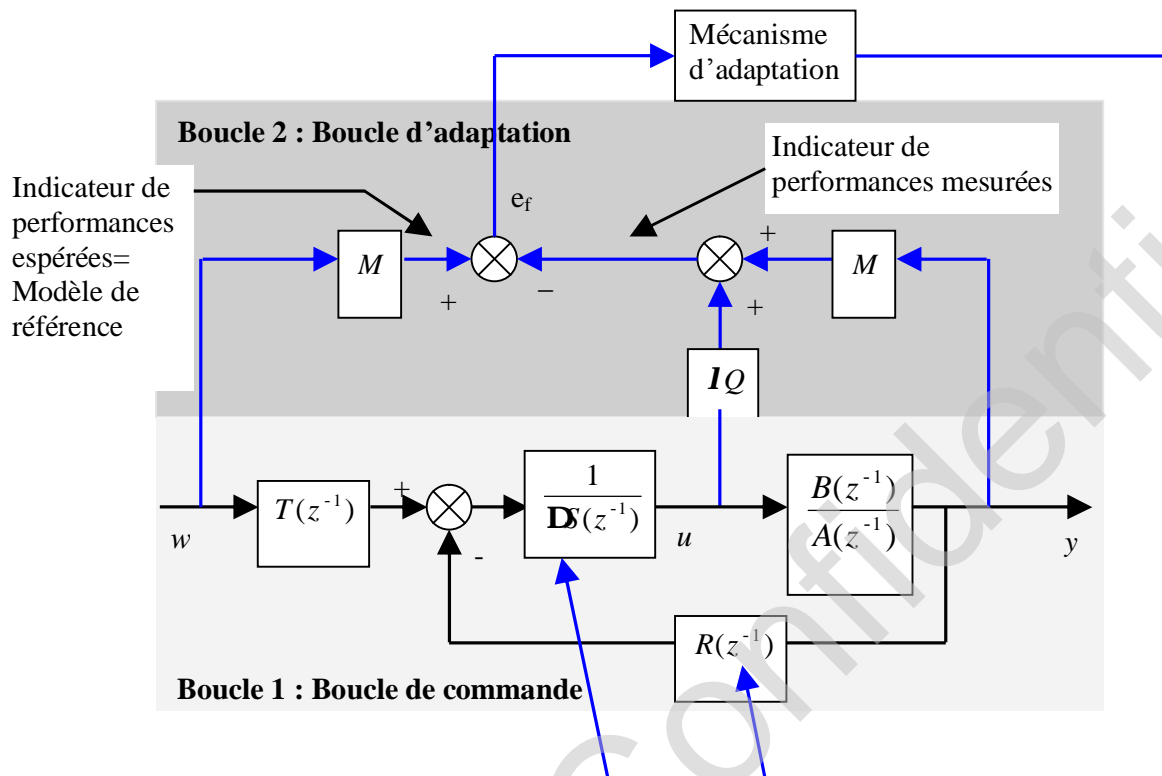


Figure 3.3 : Schéma global de la commande prédictive adaptative directe sous contraintes terminales – Boucle de commande RST et mécanisme d'adaptation

3.6 MISE EN OEUVRE DES STRUCTURES DAGPC ET DACRHPC

3.6.1 INTRODUCTION

Les chapitres précédents ont décrit l'élaboration de régulateurs prédictifs adaptatifs directs, avec ou sans prise en compte de contraintes terminales sur la sortie. Les versions de 'base' y ont été présentées, avec, pour les deux configurations DAGPC et DACRHPC, la synthèse d'un régulateur 'nominal' sous forme RST puis la remise à jour des paramètres du régulateur par une structure d'identification récursive de type gradient ou moindres carrés.

Cependant, selon le type d'applications envisagé, certains 'raffinements' à ces structures peuvent s'envisager. Cette démarche s'effectue classiquement en commande adaptative, où l'on a souvent recours à des améliorations de structures dans certains cas (facteurs d'oubli, relance du gain d'adaptation, normalisation des données, gel de l'adaptation, etc. ...). Les paragraphes ci-dessous proposent de lister un certain nombre de modifications pouvant

s'avérer bénéfiques, indifféremment à la structure DAGPC ou DACRHPC, puis de récapituler les différentes étapes nécessaires à la mise en oeuvre de ces deux structures adaptatives.

3.6.2 MODIFICATIONS DES STRUCTURES DE 'BASE'

Ces modifications sont essentiellement de deux ordres, tout d'abord des précautions à prendre lors de la synthèse du régulateur prédictif initial (paragraphe 3.6.2.1, 3.6.2.2 et 3.6.2.3), ensuite des modifications liées à la structure adaptative proprement dite (paragraphe 3.6.2.4 et 3.6.2.5).

3.6.2.1 Synthèse de la loi de commande

La loi de commande de la boucle d'asservissement est élaborée à partir d'un modèle initial nécessaire à la synthèse prédictive. Ce régulateur initial est ensuite mis à jour par la boucle d'adaptation. Cette adaptation se fait en conservant comme modèle de référence le modèle défini à partir des matrices \mathbf{M} et \mathbf{Q} dépendant du choix initial.

3.6.2.2 Décalage temporel

Les expressions précédentes (2.4) et (3.15) font intervenir des termes inconnus portant sur le vecteur des sorties prédites futures $\hat{\mathbf{y}}$ et sur le vecteur des commandes futures $\hat{\mathbf{u}}$. Pour résoudre ce problème, l'algorithme effectue un décalage temporel correspondant à l'horizon N_2 permettant d'utiliser les valeurs mesurées connues :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= [\hat{\mathbf{y}}(t + N_1) \mathbf{K} \hat{\mathbf{y}}(t + N_2)]' \text{ devient } \hat{\mathbf{y}} = [y(t - N + N) \mathbf{K} y(t)]' \\ \hat{\mathbf{u}} &= [\mathbf{D}_l(t) \mathbf{K} \mathbf{D}_l(t + N_u - 1)]' \text{ devient } \hat{\mathbf{u}} = [\mathbf{D}_l(t - N_2) \mathbf{K} \mathbf{D}_l(t + N_u - 1 - N_2)]' \end{aligned}$$

3.6.2.3 Conservation du gain statique

La synthèse d'un régulateur GPC ou CRHPC aboutit à trois polynômes R , S , T ayant une structure bien particulière. Un point fondamental est lié aux caractéristiques statiques de ce régulateur polynomial. En effet, les polynômes R et T sont tels qu'ils assurent en régime permanent la conservation du gain statique entre la sortie et la consigne. La commande appliquée au système est donnée à partir (B.12) ci-dessous :

$$S(z^{-1})\mathbf{D}_l(t) = T(z^{-1})w(t) - R(z^{-1})y(t)$$

Or en régime permanent $Du(t) = 0$, de sorte que la relation précédente devient :

$$T(z^{-1})w(t) = R(z^{-1})y(t)$$

La conservation du gain statique impose alors :

$$\underset{i=N_1}{\overset{N_2}{\dot{\mathbf{a}}}} t_i = \underset{j=0}{\overset{n_a+1}{\dot{\mathbf{a}}}} r_j \quad \text{ou encore : } T(1) = R(1) \quad (3.25)$$

Comme le polynôme T reste constant pendant toute la phase d'adaptation, il faut apporter une attention particulière à l'identification des coefficients de R , en s'imposant de respecter la relation précédente (3.25).

3.6.2.4 Facteur d'oubli

Considérons désormais les modifications à apporter à l'algorithme des moindres carrés récurrents dans un contexte d'identification directe. Les études sur la méthode des moindres carrés montrent que cet algorithme suit une stratégie à gain décroissant qui doit être modifiée pour une implantation dans un contexte adaptatif, puisque l'on donne alors de moins en moins de poids aux valeurs présentes. Une première amélioration consiste à utiliser un facteur dit d'oubli, qui donne moins d'importance aux données antérieures, en 'favorisant' les données présentes.

L'équation permettant la mise à jour du gain d'adaptation est alors modifiée par l'introduction de ce facteur d'oubli qui peut soit être constant, soit obéir à une loi de décroissance exponentielle avec \mathbf{F} le vecteur des mesures passées :

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{G}(t-1) - \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)}{\mathbf{m}(t) + \mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)} \quad (\mathbf{m}(t) \text{ facteur d'oubli}) \quad (3.26)$$

Une autre possibilité pouvant être couplée avec la précédente est la stratégie de trace constante. La remise à jour des coefficients des polynômes du régulateur dépend de la matrice de gain d'adaptation, qui suit l'équation récursive suivante (sans facteur d'oubli par exemple) :

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{G}(t-1) - \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)}{1 + \mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)} \quad (3.27)$$

L'évolution de cette matrice est de type exponentiel décroissant. Le problème provient du fait que, lorsque les coefficients de la matrice sont très petits, les variations du régulateur sont également très petites. Alors, au bout d'un certain temps, l'impact de l'adaptation ne se fait plus sentir. Pour éviter ce phénomène, il est possible de maintenir la trace de la matrice de gain d'adaptation au dessus d'un certain seuil.

3.6.2.5 Gel de l'adaptation

La commande adaptative directe recalcule le régulateur à chaque itération, même si le système a peu évolué, ou même n'a pas changé. Cette particularité s'explique par la structure incrémentale de l'algorithme des moindres carrés et la constitution du régresseur. Le problème est que le régulateur est recalculé bien que cela ne soit pas absolument nécessaire.

La solution bien connue consiste à effectuer un gel de l'adaptation de façon appropriée, c'est à dire envisager l'adaptation de $\hat{\mathbf{q}}(t)$ uniquement si nécessaire, donc quand l'erreur de performances est significative, ou lorsque l'on s'éloigne des performances nominales. La littérature dans ce domaine propose par exemple de déclencher la phase d'adaptation seulement si les tests suivants sont satisfaits :

$$\mathbf{F}'(t)\mathbf{F}(t) > \mathbf{s}$$

Ou : $\mathbf{F}'(t)\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t) > \mathbf{s}$ où \mathbf{s} [31] est un seuil choisi par l'utilisateur.

Afin d'éviter le choix d'un tel paramètre, rappelons-nous que la spécificité de la méthode développée lors des chapitres précédents consiste à comparer l'indicateur de performances mesurées $\mathbf{iP}(t + N_2)$ à l'indicateur de performances espérées $\mathbf{iP}_w(t + N_2)$.

L'idée est de maintenir, dès que l'algorithme est déclenché, les performances au même niveau que celui spécifié lors du réglage initial, supposée être nominales en ce point. Dès lors, si la structure fonctionne correctement, l'identité suivante est vérifiée à chaque instant :

$$\mathbf{iP}_w = \mathbf{iP}_{w_{\text{nom}}} \quad (3.28)$$

où iPw_{nom} est l'indicateur de performances espérées défini à la configuration nominale, dans la même condition de consigne.

En conséquence, on décide de déclencher l'adaptation et donc la remise à jour de $\hat{q}(t)$ si et seulement si la relation suivante est validée :

$$(3.29) \quad iPw > iPw_{nom}$$

Dans le cas contraire, on procède à un gel de l'adaptation.

3.6.2.6 Conclusion

Les améliorations présentées permettent, isolément ou combinées, et selon les applications envisagées, d'obtenir des performances encore plus fortes pour la structure adaptative directe considérée. En particulier, les essais effectués lors des applications présentées aux chapitres suivants montrent la nécessité d'implanter le gel de l'adaptation selon la relation (3.29). Les autres spécificités requises seront développées plus en détail dans les paragraphes correspondants.

3.6.3 METHODOLOGIE DE MISE EN OEUVRE

3.6.3.1 Introduction

L'objectif de ce paragraphe est de récapituler les différentes étapes nécessaires à l'implantation de l'algorithme DAGPC ou DACRHPC qui, et après une phase initiale de calcul du régulateur GPC ou CRHPC, permet de mettre à jour le régulateur de façon à obtenir des performances identiques lorsque les paramètres du processus varient au cours du temps.

5.6.3.2 Synthèse du régulateur prédictif

La première étape pour l'implantation des structures DAGPC et DACRHPC consiste à effectuer la synthèse du régulateur prédictif GPC ou CRHPC sur le système à l'instant $t = 0$, afin d'initialiser l'ensemble de la procédure. Pour ce faire, l'utilisateur doit choisir les paramètres de réglage N_1 , N_2 , N_u , \mathbf{I} et si nécessaire m , afin de satisfaire les objectifs de stabilité et de robustesse décrits lors des chapitres précédents. Pour les applications à venir, dans le but de minimiser le nombre de paramètres à identifier en ligne et pour simplifier la

mise en oeuvre, on choisit désormais $N_u = 1$. Avec ce choix, les matrices \mathbf{M} et \mathbf{Q} se réduisent respectivement à un vecteur \mathbf{m}'_1 et un scalaire q_1 , la matrice des paramètres $\hat{\mathbf{q}}(t)$ devient un vecteur.

3.6.3.3 Algorithme de la méthode :

À l'instant t , les différentes étapes à mettre en oeuvre sont les suivantes :

1. Mesure de la sortie $y(t)$ et calcul de l'indice des performances mesurées :

$$ip(t) = \mathbf{m}'_1 \mathbf{y} + 1 - q_1 Du(t - N_2)$$

avec : $\mathbf{y} = [y(t - N + N)\mathbf{K} y(t)]'$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{D}(t - N_2 - m)\mathbf{K}\mathbf{D}(t + N_u - N_2 - m - 1)]' \quad (m = 0 \text{ dans le cas GPC})$$

2. Calcul de l'erreur de performance :

$$e_f(t) = [iP(t) - \hat{\mathbf{q}}(t - 1)\mathbf{F}(t - N_2 - m)]' \quad (m = 0 \text{ dans le cas GPC})$$

3. Calcul de la matrice des paramètres du régulateur ($t_0 = t - N_2 - m$ dans le cas CRHPC, $t_0 = t - N_2$ dans le cas GPC standard), les équations (2.18), et (3.24) devient :

$$\hat{\mathbf{q}}(t) = \hat{\mathbf{q}}(t - 1) + \mathbf{G}(t_0)\mathbf{F}(t_0)e_f'(t)$$

$$\mathbf{G}(t_0) = \mathbf{G}(t_0 - 1) - \frac{\mathbf{G}(t_0 - 1)\mathbf{F}(t_0)\mathbf{F}(t_0)'\mathbf{G}(t_0 - 1)}{\mathbf{m}(t_0) + \mathbf{F}(t_0)'\mathbf{G}(t_0 - 1)\mathbf{F}(t_0)}$$

4. Mise à jour du vecteur des paramètres du régulateur. En fait, dans la stratégie de commande adaptative directe, le polynôme T reste constant et les coefficients du polynôme R sont les $n_a + 1$ premiers termes du vecteur $\hat{\mathbf{q}}(t)$, les coefficients de S^* correspondent aux termes $n_a + N_u + 2$ à $n_a + n_b + N_u + 1$ du vecteur $\hat{\mathbf{q}}(t)$.

5. Application de la valeur de la commande $u(t)$ au système à l'aide de l'équation aux

différences suivantes :

$$\mathbf{D}u(t) = T(z^{-1})w(t) - R(z^{-1})y(t) - S^*(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1)$$

$$S(z^{-1}) = 1 + \mathbf{m}'_1 \mathbf{ih}(z^{-1})z^{-1} = 1 + S^*(z^{-1})z^{-1}$$

$$R(z^{-1}) = \mathbf{m}'_1 \mathbf{if}(z^{-1}) \quad \text{dans le cas GPC}$$

$$T(z^{-1}) = \mathbf{m}'_1 [z^{N_1} \dots z^{N_2}]'$$

$$S(z^{-1}) = 1 + \mathbf{m}'_{uc1} \mathbf{ih}_{uc}(z^{-1})z^{-1} + \mathbf{m}'_{c1} \mathbf{ih}_c(z^{-1})z^{-1}$$

$$R(z^{-1}) = \mathbf{m}'_{uc1} \mathbf{if}_{uc}(z^{-1}) + \mathbf{m}'_{c1} \mathbf{if}_c(z^{-1}) \quad \text{dans le cas CRHPC}$$

$$T(z^{-1}) = \mathbf{m}'_{uc1} [z^{N_1} \dots z^{N_2}]' + \mathbf{m}'_{c1} [z^{N_1} \dots z^{N_2}]'$$

4 LA ROBUSTIFICATION DE LA LOI DE COMMANDE ADAPTATIVE

4.1 INTRODUCTION

Il a été montré que les incertitudes non structurées et même de petites perturbations peuvent causer la plus part des instabilités dans les algorithmes adaptatives. Beaucoup d'effort ont été mis en œuvre pour développer des algorithmes adaptative robustes en tenant compte des incertitudes du système. Parmi ces algorithmes nous avons :

- la projection simple [32, 33].
- normalisation [34, 35].
- zone morte [36, 37].
- modification de la loi adaptative [39, 40].
- σ - modification [41, 42].
- l'excitation persistante [43, 44].

Dans le cas des méthodes basées sur la zone morte, une zone morte fixée peut être employée [34, 36] en présence seulement de la perturbation bornée, qui arrête l'algorithme lorsque l'erreur d'identification est plus petite qu'un certain seuil. Pour choisir une taille appropriée de la zone morte la limite supérieure des perturbations doit être connue.

Lorsque des incertitudes non structurées sont présentes, une modification relative de la zone morte devrait être employée [37, 38]. Ici la connaissance des paramètres de la fonction bornée sur les incertitudes non structurées et les perturbations bornées sont exigées.

En utilisant l'algorithme de contrôle adaptative comme celui de la zone morte, la robustesse de l'adaptation de contrôle du système résultant peut être améliorée dans le sens que les dynamiques non modélisées tolérables peuvent être augmentées [45]. Par conséquent, la discussion des approches robustes de commande adaptative comme ceux basés sur la technique de la zone morte sont toujours d'un grand intérêt.

Récemment une autre approche a été développée, laquelle modifie aussi les paramètres d'estimation de l'algorithme. Le problème de robustesse d'un tel algorithme est aussi étudié en tenant compte des perturbations bornées [48] utilisant la technique de la zone morte. Le problème de la robustesse en tenant compte des incertitudes non structurées n'est pas étudié.

Cependant ces algorithmes souffrent aussi du même problème comme l'algorithme de commande adaptative robuste basée sur la zone morte. C'est-à-dire, ils exigent toujours la connaissance de la borne supérieure de la perturbation ou les paramètres supérieurs de la fonction bornant sur les incertitudes non structurées et les perturbations.

Dans ce chapitre un nouvel algorithme de commande adaptative directe est proposé qui utilise la zone morte mais sans avoir besoin de la connaissance de la limite supérieure de la fonction sur les incertitudes non structurées et les perturbations.

Le chapitre est organisé comme suit. La formulation du problème est faite à la section 4.2. Un algorithme de commande adaptative robuste directe avec zone morte est présenté à la section 4.3. Nos principaux résultats, un nouvel algorithme de contrôle adaptatif directe est présenté en section 4.4 et 4.5 respectivement. La section 4.6 présente quelques remarques et une conclusion.

4.2 FORMULATION DE PROBLEME

Considérons le système discret suivant :

$$y(t) = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t) + v(t) \quad (4.1)$$

avec

$y(t)$: sortie du processus

$u(t)$: commande appliquée au système

z^{-1} : opérateur retard

$v(t)$: terme lié aux perturbations, choisi généralement sous la forme

$v(t) = C(z^{-1})\mathbf{x}(t)$ avec $\mathbf{x}(t)$ séquence aléatoire non corrélée centrée.

Les polynômes $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ sont définis par :

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \end{aligned} \quad (4.2)$$

où $E(z^{-1})$ est strictement polynôme monic stable écrit sous forme :

$$E(z^{-1}) = 1 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{ne} z^{-ne}$$

Alors, y existent des polynômes uniques $E(z^{-1})$ et $G(z^{-1})$ sont définis par :

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{na-1} z^{-na+1}$$

Tels que

$$E(z^{-1}) = A(z^{-1}) + z^{-1} G(z^{-1}) \quad (4.3)$$

En utilisant l'équation (4.3), il peut montrer que l'équation (4.1) peut être récrit sous :

$$\bar{y}(t+1) = G(z^{-1})y(t) + B(z^{-1})u(t) \quad (4.4)$$

où

$$\bar{y}(t+1) = E(z^{-1})y(t+1)$$

$$\eta(t+1) = A(z^{-1})v(t+1)$$

on a les suppositions standard suivantes [44, 49]

(A1) l'ordre du système est connu.

(A2) le système est minimum de phase.

Pour la modélisation des incertitudes, nous supposons seulement que :

(A3) il existe une fonction [11] $\gamma(t)$ tels que :

$$\|\eta(t)\|^2 \leq \gamma(t)$$

où $\gamma(t)$ satisfait

$$\gamma(t) \leq \varepsilon_1 \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|x(\tau)\|^2 + \varepsilon_2$$

Pour quelques constantes inconnues $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, et $x(t)$ est défini par :

$$x(t) = [y(t-1), \dots, y(t-na), u(t-1), \dots, u(t-nb-1)]^T$$

Pour faciliter l'implantation de l'algorithme de contrôle adaptative utilisant la technique de la zone morte l'hypothèse suivante est nécessaire :

(A4) Les constantes ε_1 et ε_2 de (A3) sont connues a priori.

Remarque on peut noter que l'hypothèse (A4) n'est pas requise dans notre nouvel algorithme de commande adaptative qui sera développé dans les sections à venir.

4.3 COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE AVEC LA ZONE MORTE

Soit la matrice $\hat{\mathbf{q}}(t)$ qui dénote l'estimation des paramètres de la matrice θ pour le régulateur RS . Définissons l'erreur d'estimation comme suit :

$$e_f(t + N_2) = [\mathbf{iP}(t + N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t + N_2 - 1)\mathbf{F}(t)] \quad (4.5)$$

et la fonction de la zone morte est :

$$f(g, e) = \begin{cases} e - g & \text{si } e > g \\ 0 & \text{si } |e| \leq g \\ e + g & \text{si } e < -g \end{cases} \quad 0 < g < \infty \quad (4.6)$$

Alors l'algorithme des moindres carrés suivant avec une zone morte peut être employé pour l'estimation de paramètre :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}(t) &= \hat{\mathbf{q}}(t-1) + a(t)\mathbf{G}(t)\mathbf{F}(t)e_f(t) \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{G}(t-1) - a(t) \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)}{1 + \mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{G}(t-1) = k_0 I, \quad k_0 > 0$$

où le terme $a(t)$ est une zone morte, qui est définie comme suit :

$$a(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |e_f(t)|^2 \leq z g \\ \alpha (z^{1/2} g t)^{1/2}, e_f(t) / e_f(t) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\text{avec } 0 < \alpha < 1, \quad z = \frac{z_0}{1 - \alpha}, \quad z_0 > 1$$

il a été montré que l'algorithme ci-dessus d'estimation de paramètre a les propriétés suivantes :

(i) $\hat{\mathbf{q}}(t)$ est bornée.

$$(ii) \frac{f(\mathbf{z}^{1/2} \hat{\mathbf{g}}(t)^{1/2}, e_f(t))^2}{1 + \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t)} \hat{\mathbf{I}} l_2$$

$$(iii) \|\hat{\mathbf{q}}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t-1)\| \hat{\mathbf{I}} l_2$$

Avec les propriétés des paramètres d'estimation (i) – (iii), la stabilité globale et les résultats de convergence du système de contrôle adaptative peuvent être établis comme dans [37, 49], et sont résumés dans le théorème suivant

Théorème : la commande adaptative directe du système satisfaisant les conditions (A1)-(A4) avec le contrôleur adaptatif décrit par les équations (4.7), (4.8) et (B.11) est globalement stable dans le sens que tous les signaux restent bornés.

Cependant, comme discuté dans la première section, la condition pour la connaissance des paramètres de la fonction de limite supérieure sur les incertitudes non structurées et les perturbations bornées est très restrictive. Dans la prochaine section, nous essayons de proposer une nouvelle approche pour nous débarrasser d'une telle condition.

4.4 NOUVELLE COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE ROBUSTE

Ici nous développons un nouvel algorithme de commande adaptative robuste qui n'a pas besoin d'une telle connaissance. C'est-à-dire, nous laissons tomber la condition (A4).

L'idée principale est d'utiliser une nouvelle loi d'adaptation pour mettre à jour les paramètres du régulateur. Le nouvel algorithme d'estimation de paramètre est identique à celui obtenu avec les équations (4.7), (4.8) mais avec une zone morte différente $a(t)$, où

$$a(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } |e_f(t)|^2 \leq \mathbf{z}^T(\hat{\mathbf{g}}(t) + \mathbf{Q}(t)) \\ \mathbf{a} f(\mathbf{z}^{1/2}(\hat{\mathbf{g}}(t) + \mathbf{Q}(t))^{1/2}, e_f(t)) / e_f(t) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.9)$$

et

$$\mathbf{Q}(t) = \frac{\mathbf{a} \mathbf{b}}{4(1 - \mathbf{a})(1 + \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t))} \frac{\hat{\mathbf{e}}_{\sup} \|x(t)\|^2}{\hat{\mathbf{e}}_{\inf} 1} \hat{\mathbf{u}}^T \frac{\hat{\mathbf{e}}_{\sup} \|x(t)\|^2}{\hat{\mathbf{e}}_{\inf} 1} \hat{\mathbf{c}} \quad (4.10)$$

Et $\hat{\mathbf{g}}(t)$ est calculé par :

$$\hat{\mathbf{g}}(t) = \hat{\mathbf{C}}(t)^T \begin{matrix} \hat{\mathbf{e}}_1 \\ \hat{\mathbf{e}}_2 \\ 1 \end{matrix} \frac{\hat{\mathbf{e}}_1 \sup_{0 \leq \mathbf{x}} \|x(\mathbf{t})\|^2 \hat{\mathbf{c}}}{1}$$

$$\hat{\mathbf{C}}(t) = \hat{\mathbf{C}}(t-1) + \frac{a(t) \mathbf{b}}{2(1-\mathbf{a})(1+\mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t) \mathbf{F}(t))} \begin{matrix} \hat{\mathbf{e}}_1 \sup_{0 \leq \mathbf{x}} \|x(\mathbf{t})\|^2 \hat{\mathbf{c}} \\ \hat{\mathbf{e}}_2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\mathbf{b} > 0 \quad (4.11)$$

où

$$\hat{\mathbf{C}}(t)^T = [\hat{\mathbf{e}}_1 \quad \hat{\mathbf{e}}_2]$$

avec les conditions initiales nulle. Il convient de noter que $\hat{\mathbf{e}}_1$ et $\hat{\mathbf{e}}_2$ seront toujours positifs et non décroissants.

Comme indiqué [47], l'opération de projection ne change pas les propriétés de convergence des algorithmes d'estimation des paramètres. Par conséquent, dans l'analyse suivante, l'opération de projection sera négligée.

Les propriétés ci-dessus modifiées des moindres carrés de l'estimateur de paramètre avec une zone morte sont récapitulées dans Lemme suivant.

Lemme : l'algorithme des moindres carrés avec les équations (4.7), (4.9)-(4.11) appliqué à n'importe quel système a les propriétés suivantes indépendamment de la loi de commande [50] :

- (i) $\hat{\mathbf{q}}(t)$ est bornée.
- (ii) $\hat{\mathbf{C}}(t)$ est bornée et non décroissant, et $\hat{\mathbf{e}}_1$ converge vers une constante $\bar{\mathbf{e}}_1$
- (iii) $\|\hat{\mathbf{q}}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t-1)\|_{\hat{\mathbf{I}}} l_2$
- (iv) $\tilde{f}(t)^2 := \frac{f(t)^2}{1 + \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t)} := \frac{f(\mathbf{z}^{1/2} \mathbf{g}(t))^{1/2}, e_f(t)^2}{1 + \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t)} \hat{\mathbf{I}} l_2$

Si en utilisant la même loi de commande adaptative que dans l'équation (B.11), ensuite avec les propriétés d'estimation de paramètre (i)-(iv) dans Lemma 4.1, les résultats globaux de stabilité et de convergence de nouvelle commande adaptative du système peuvent être établis

aussi dans [37, 49] aussi longtemps que l'estimé $\bar{\mathbf{e}}$ restera petit, comme décrit dans le théorème suivant.

Théorème : La commande adaptative direct du système satisfaisantes les hypothèses (A1) - (A4) avec le contrôleur adaptatif décrit dans les équations (4.7), (4.9) - (4.11), et (B.11) est globalement stable dans le sens que tous les signaux dans la boucle restent bornés.

Dans cette approche, nous avons éliminé la condition pour la connaissance des paramètres de la fonction de limite supérieure sur les incertitudes.

4.5 COMMANDE ADAPTATIVE ROBUST AVEC MOINDRE CONNAISSANCE

L'algorithme des moindres carrés modifié suivant sera employé pour l'estimation robuste des paramètres :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{q}}(t) &= \hat{\mathbf{q}}(t-1) + a(t)\mathbf{G}(t)\mathbf{F}(t)\bar{\mathbf{e}}(t) \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{G}(t-1) - a(t)\frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)}{1+\mathbf{F}(t)'\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)} \\ \mathbf{G}(t-1) &= k_0\mathbf{I}, \quad k_0 > 0\end{aligned}\tag{4.13}$$

et l'estimation est alors corrigée [24] comme

$$\bar{\mathbf{q}}(t) = \hat{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{b}(t)\tag{4.14}$$

où

$$\bar{\mathbf{e}}(t+N_2) = [\mathbf{I}\mathbf{P}(t+N_2) - \bar{\mathbf{q}}(t+N_2-1)\mathbf{F}(t)]\tag{4.15}$$

le vecteur $\mathbf{b}(t)$ est décrit sur le figure 4.1

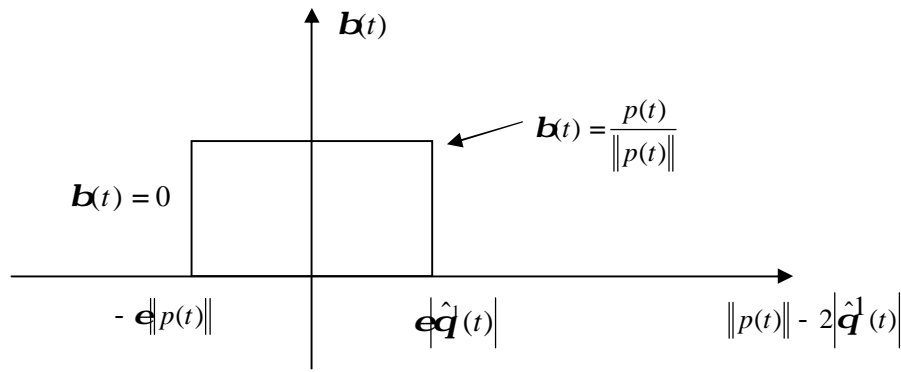


Figure 4.1: Vecteur de correction de paramètre

où $p(t)$ est la première colonne de la matrice $P(t)$ de covariance, $\hat{q}(t)$ est la première ligne de la matrice $\hat{Q}(t)$, et $a(t)$ est maintenant définie comme suit :

$$a(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\bar{e}(t)|^2 \leq \alpha z(\hat{g}(t) + Q(t)) \\ \alpha f(z^{1/2}(\hat{g}(t) + Q(t))^{1/2}, \bar{e}(t)) / \bar{e}(t) & \text{ailleurs} \end{cases}$$

avec $0 < \alpha < 1$, $z = \frac{2z_0}{1 - \alpha}$, $z_0 > 1$, et

$$Q(t) = [\mathbf{b}(t-1)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t)]^2 + \frac{\alpha k}{2(1-\alpha)(1+\mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t))} \frac{\hat{e}_1^T \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|x(\tau)\|^2 \hat{e}_1}{\hat{e}_1}$$

et $\hat{g}(t)$ est calculé par :

$$\hat{g}(t) = \hat{C}(t)^T \frac{\hat{e}_1^T \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|x(\tau)\|^2 \hat{e}_1}{\hat{e}_1} \tag{4.16}$$

$$\hat{C}(t) = \hat{C}(t-1) + \frac{a(t)k}{(1-\alpha)(1+\mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t))} \frac{\hat{e}_1^T \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|x(\tau)\|^2 \hat{e}_1}{\hat{e}_1} \tag{4.17}$$

$k > 0$

où

$$\hat{C}(t)^T = [\hat{e}_1 \quad \hat{e}_2]$$

avec les conditions initiales nulle. Il convient de noter que $\hat{\mathbf{e}}_1$ et $\hat{\mathbf{e}}_2$ sera toujours positif et non décroissant

Remarque : l'erreur de prédiction $\bar{e}(t)$ est employée dans l'algorithme des moindres carrés modifié pour s'assurer que la propriété d'estimateur, (iii) dans Lemme suivant peut être établie.

Les propriétés de modification des paramètres de l'estimateur des moindres carrés ci-dessus sont résumées dans le lemme suivant :

Lemme Si le modèle satisfait les conditions (A1)-(A3), l'algorithme des moindres carrés (4.13) - (4.17) a les propriétés suivantes [50] :

(i) $\hat{\mathbf{q}}(t)$ est bornée et $\|\hat{\mathbf{q}}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t-1)\|_{\hat{\mathbf{I}}}$ l_2 .

(ii) $\hat{\mathbf{C}}(t)$ est borné et non décroissant, alors converge

(iii) $\frac{f(\mathbf{z}^{1/2} \mathbf{g}(t))^{1/2}, \bar{e}(t)^2}{1 + \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t-1) \mathbf{F}(t)} \hat{\mathbf{I}} l_2$

(iv) $\bar{\mathbf{q}}(t)$ est bornée, et $\|\bar{\mathbf{q}}(t) - \bar{\mathbf{q}}(t-1)\|_{\hat{\mathbf{I}}}$ l_2 .

Si on utilise la même loi de commande adaptative que celle de l'équation (B.11), avec les propriétés d'estimation des paramètres (i)-(iv), la stabilité globale et les résultats de convergence du nouveau système de commande adaptative peut être établi comme dans [37, 49] aussi longtemps que l'estimé $\bar{\mathbf{e}}$ restera assez petit, comme le montre le théorème suivant.

Théorème : La commande adaptative direct du système satisfaisants les conditions (A1)-(A3) avec le contrôleur adaptatif décrit dans les équations (4.13)-(4.17) et (B.11) est globalement stable dans le sens que tous les signaux restent bornés.

4.6 CONCLUSION – STRUCTURE DE LA COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE ROBUSTE

Lorsque le système variant dans le temps s'écarte trop du nominal à cause des incertitudes et des perturbations, l'algorithme de mise à jour des paramètres du régulateur a des difficultés à maintenir les performances spécifiées.

Dans ce chapitre, un nouvel algorithme direct adaptatif robuste est proposé en ce qui concerne une classe des incertitudes non structurées et perturbations bornées. La zone morte est en effet utilisée mais n'exige pas la connaissance des paramètres de la fonction de limite supérieure sur les incertitudes non structurées et les perturbations.

Company Confidential

5 RESULTATS DE SIMULATIONS

5.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre on va appliquer le nouvel algorithme adaptatif robuste à la commande de la concentration dans un réacteur exothermique fermé (CSTR).

Le modèle non linéaire du réacteur sera utilisé pour simuler le comportement du réacteur. Les modèles non-linéaires seront linéarisés autour des points d'équilibre, cette méthode s'intéresse aux processus décrits sous la forme $\dot{x} = f(x, u, t)$ dans laquelle on suppose que la fonction f admet un développement limité dans un voisinage du point de fonctionnement défini par x_0, u_0 .

5.2 DESCRIPTION DU PROCÉDE:

Le réacteur considéré est un réacteur exothermique fermé, les produits sont mélangés à l'intérieur du réacteur pour donner un produit final avec une concentration C . La température à l'intérieur du réacteur est T . La concentration finale dépend des concentrations des produits d'entrée et de la température. Cette concentration peut être manipulée avec l'un ou l'autre. Nous considérons ici la deuxième solution qui consiste à commander la concentration C en agissant sur la température T à l'intérieur du réacteur. Celle-ci est variée à l'aide d'un liquide refroidissant qui circule dans l'enveloppe du réacteur.

La masse et les bilans énergétiques de la réaction sont décrits par les équations non-linéaires suivantes :

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{Q_f}{V} (C_{Af} - C_A) - k_0 C_A e^{-\frac{E_a}{R_1 T}} \quad (5.1)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q_f}{V} (T_f - T) - \frac{k_0 C_A}{C_p} (-\Delta H) e^{-\frac{E_a}{R_1 T}} - \frac{UA_h}{VC_p} (T - T_c) \quad (5.2)$$

Deux variables d'état du modèle sont la concentration C_A et la température T de réacteur. La variable manoeuvrée est la température de l'eau de refroidissement T_c . On trouvera dans le tableau 1 les significations de tous autres symboles.

Pour obtenir la dynamique appropriée pour notre travail les équations (5.1) et (5.2) sont manipulées en utilisant des variables x_1, x_2 , et u .

$$\dot{x}_1 = -ax_1 + Da(1 - x_1)e^{-\frac{x_2}{1+x_2/g}}$$

$$\dot{x}_2 = -ax_2 + BDa(1 - x_1)e^{-\frac{x_2}{1+x_2/g}} - bx_2 + bu$$

où

$$x_1 = \frac{C_{Af} - C_A}{C_{Af}}, \quad x_2 = \frac{g(T - T_{f0})}{T_{f0}}, \quad u = \frac{g(T_c - T_{f0})}{T_{f0}}, \quad B = \frac{g\Delta H C_{Af}}{C_P T_{f0}}$$

$$Da = k_0 e^{-g} \quad a = \frac{V}{Q_f} \quad b = \frac{UA_h}{VC_P} \quad g = \frac{E_a}{R_1 T_{f0}}$$

Tableau 1 :

Constantes appropriées pour le modèle dynamique de CSTR

A_h	Région de réaction
C_{Af}	Concentration en alimentation
C_p	Capacité de chaleur
E_a	Énergie d'activation
ΔH	La chaleur de la réaction
k_0	Constante du taux de réaction
Q_f	Débit de jet d'alimentation
R_1	La température idéale de gaz
T_f	La température réelle d'alimentation
T_{f0}	La température nominale d'alimentation
U	Coefficient global de transfert thermique
V	Volume de réacteur

Tableau 2 :

Arrangements de paramètre pour l'étude de cas

α	1.0
β	0.3
γ	20.0
B	1.0
D_a	0.072
Équilibre (x_{10}, x_{20}, u_0)	(1, 1.96, 21.5)

5.3 LINEARISATION DE MODELE:

Supposer que le processus est dans un certain état, $x=x_0$ avec l'entrée, $u=u_0$ et considérer les effets des petites perturbations $x=x_0 + \Delta x$, $u=u_0 + \Delta u$, avec $\|\Delta x\|$ et $\|\Delta u\|$ sont petits on peut écrire l'équation (5.1), (5.2) sous forme :

$$\frac{dx}{dt} = f(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u, t)$$

$$\approx f(x_0, u_0, t) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0, t)} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0, t)} \Delta u \tag{5.3}$$

Les expressions $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0, t)}$ et $\left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0, t)}$ dénotent des matrices des dérivés partiels, évaluées à (x_0, u_0, t) . Dénoter ces (' Jacobian ') matrices par A_c et B_c , respectivement. Puisque $x=x_0 + \Delta x$ et x_0 est une valeur particulière de x , nous avons $dx/dt=d\Delta x/dt$. Par conséquent nous avons le modèle linéarisé:

$$\frac{dx}{dt} = A_c x + B_c u + f(x_0, u_0, t) \tag{5.4}$$

Si f ne dépend pas du temps explicite et si (x_0, u_0) sont des points d'équilibre, le modèle est localement linéaire stationnaire :

$$\frac{dx}{dt} = A_c x + B_c u \tag{5.5}$$

Puisque nous utilisons les contrôleurs discrets de temps, nous voulons avoir un modèle

discrète de temps ainsi la prochaine étape est discrétiser le système après la linéarisation (5.1), (5.2) et ici, pour la simplicité, nous utilisons le première ordre d'approximation d'Euler [7].

Le système discrétisé peut être exprimé sous :

$$x_1(k+1) = a_{11}x_1(k) + a_{12}x_2(k) \quad (5.6)$$

$$x_2(k+1) = a_{21}x_1(k) + a_{22}x_2(k) + cu(k) \quad (5.7)$$

A partir de l'équations (5.6), (5.7) on peut déduire la fonction de transfert entre le débit du refroidissant u et la concentration sous la forme suivante :

$$H(z) = \frac{7.474 * 10^{-4} z^{-2}}{1 - 1.7520z^{-1} + 0.7681z^{-2}} \quad (5.8)$$

5.4 SYNTHÈSE DU REGULATEUR GPC INITIALE :

Le régulateur initial RST détermine, comme précisé dans les chapitres précédents, les performances nominales du système et permet l'initialisation du processus d'adaptation. C'est à partir de ce régulateur initial, que l'algorithme adaptatif mettra à jour les nouveaux polynômes R et S avec des paramètres robustes par l'approche de la zone morte de sorte que les performances du système reste identiques.

Ce régulateur RST est synthétisé pour le réglage suivant :

$$N_1 = 1, N_2 = 12, N_u = 1 \text{ et } \lambda = 0.01.$$

Ces paramètres ont été cherchés afin de satisfaire les contraintes de stabilité et robustesse suivantes :

Une marge de phase supérieure à 45° .

Une marge de gain supérieur à 6 dB.

Avec un dépassement inférieure d'ordre 6%.

Un temps de réponse inférieure 70s

La mise en œuvre de ce type de stratégie ne suffit pas à garantir le maintien d'un comportement nominal pour toutes les configurations d'un système évoluant fortement au cours

du temps. Il faut alors faire appel à des structures adaptatives plus complexes.

5.4.1 Résultat obtenu avec DAGPC :

Nous allons appliquer ici l’algorithme de commande adaptative directe (DAGPC) pour le même système, on a utilisé les méthodes des moindres carrés récursives.

Le gain d’adaptation choisi au démarrage égale à 0.45

Les paramètres de design du GPC_RST : $N_1=1$, $N_2=12$, $N_u=1$ et $\lambda=0.01$

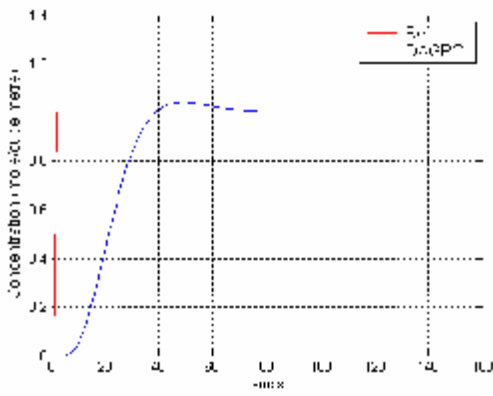


Fig 5.1 : La variation de la concentration avec le régulateur (DAGPC)

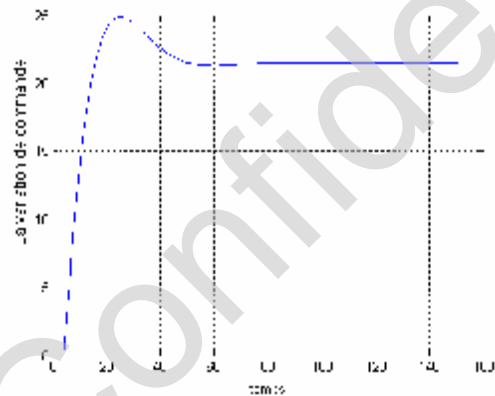


Fig 5.2 : Signal de commande (DAGPC)

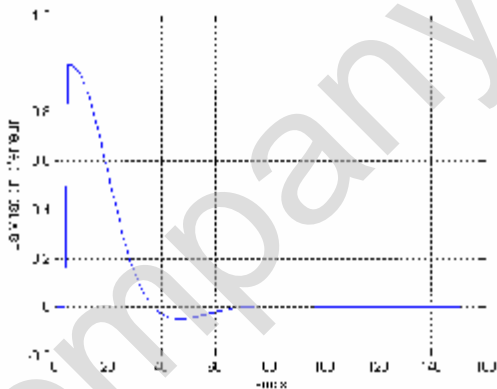


Fig 5.3 : Signale d’erreur (DAGPC)

Les figures montrent les allures de la variation de la concentration, du signal de commande et de l’erreur avec le régulateur. L’introduction de la boucle d’adaptation maintient un certain niveau de performances, en permettant de reproduire un comportement se maintenant assez proche de celui souhaité au nominal. Ceci se caractérise par :

Amélioration du dépassement (d'ordre 4%) et du temps de réponse égale 64s, de l'effort de commande et de l'erreur.

5.4.2 Résultats obtenues sous contraintes terminales DA_CRHPC :

Le but de cette partie est de tester l'impact de la structure prédictive adaptative directe appliquée précédemment à laquelle on a ajouté la prise en compte des contraintes terminales (DA_CRHPC), puis de la comparer aux structures DAGPC mise en œuvre précédemment.

Les paramètres de simulations :

$N_1=1$; $N_2=14$; $N_u=1$; $\lambda=12$; $m=1$;

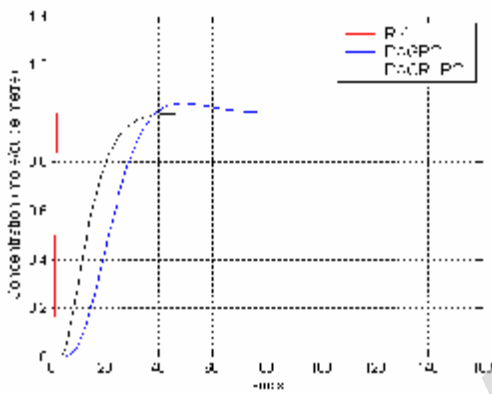


Fig 5.4 : Comparaison entre les Signaux de sortie pour les différents structures

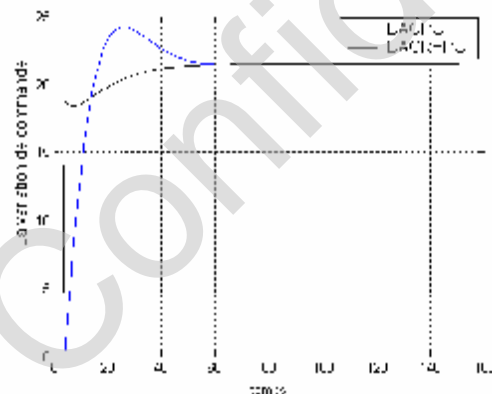


Fig 5.5 : Comparaison entre les Signaux de commande pour les différents structures

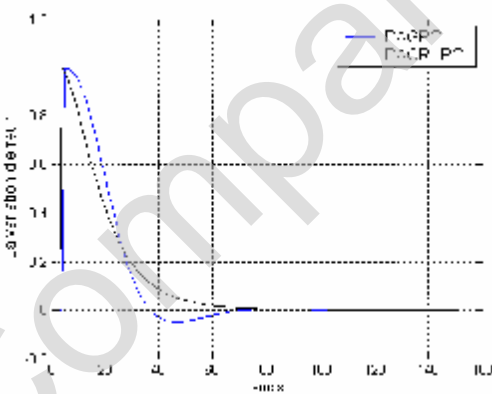


Fig 5.6 : Comparaison entre les Signaux d'erreur pour les différents structures

On constate sur les figures suivantes que la prise en compte des contraintes terminales de cette façon améliore donc les performances du système à paramètres variants, et ceci non seulement vis à vis de la stabilité et du dépassement, comme montré sur les Figures ci dessus, mais aussi en considérant la rapidité de la réponse -le temps de réponse égale 38s, comme l'illustre la figure 5.4.

7.4.3 Résultats obtenues par la robustification de la loi aux présences les incertitudes :

On a vue que l'ajout d'une boucle adaptative directe permet d'assurer un certain niveau de performances. Mais lorsque qu'un système est sujet à des incertitudes ou à des perturbations, même la commande adaptative directe (DA_CRHPC) a des difficultés à être efficace. Pour un régulateur plus efficace, il faut envisager une méthode de robutification de ce régulateur.

Ici reprenant le modèle utilisé précédemment $H_{mod}(z)$ augmenté d'une dynamique négligée H_{neg} (les incertitudes) a été ensuite réalisée. La dynamique négligée correspond à un système du deuxième ordre :

- de pulsation propre ω_0 égale à 300 rad/s
- d'amortissement $\zeta = 0,45$.

On conserve les mêmes paramètres de simulations précédents de chaque structure.

$$H_{nom}(z) = \frac{7.474 * 10^{-4} z^{-2}}{1 - 1.7520z^{-1} + 0.7681z^{-2}} \quad H_{neg}(z^{-1}) = \frac{1.0258}{1 - 0.2334z^{-1} + 0.2592z^{-1}}$$

On obtient le système suivant :

$$H_0(z^{-1}) = H_{mod}(z^{-1})H_{neg}(z^{-1})$$

$$\frac{z^{-1}B_0(z^{-1})}{A_0(z^{-1})} = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \frac{1.0258}{1 - 0.2334z^{-1} + 0.2592z^{-1}} \tag{5.9}$$

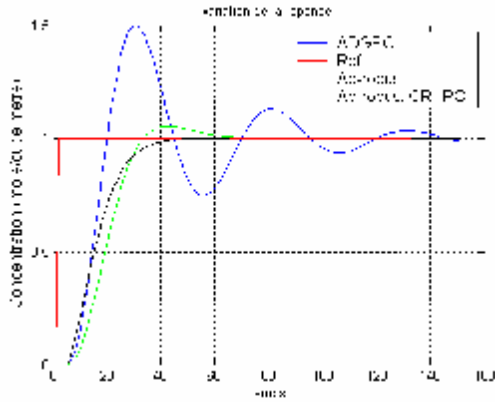


Fig 5.7 : Comparaison entre les Signaux de sortie pour les différents structures en présence les incertitudes

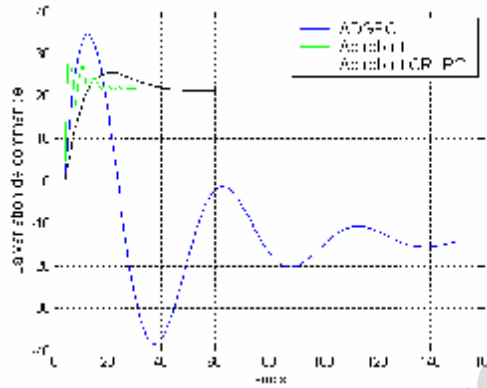


Fig 5.8 : Comparaison entre les Signaux de commande pour les différents structures en présence les incertitudes

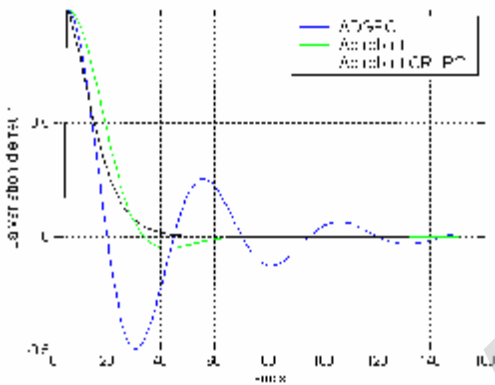


Fig 5.9 : Comparaison entre les Signaux d'erreurs pour les différents structures en présences les incertitudes

On constate sur les figures ci-dessus que la dynamique négligée produit des oscillations sur la sortie dans le cas du correcteur adaptative DA_GPC et on remarque aussi que l'effort de commande est très important.

5.4.4 Résultats obtenues par la robustification de la loi en présence d'incertitudes et de perturbations :

Dans cette simulation nous allons décrire le comportement du système (modèle + incertitudes) face à des perturbations présentes à la sortie du système au niveau des capteurs lors de la prise de mesure, et qui agissent toujours sur le même système donné par (5.10) :

- cette perturbation en échelon appliquée à la sortie est d'amplitude 0,1 à l'instant $t = 80$ s

on utilise les même paramètre que précédemment.

Les paramètres de la zone morte qui sont $Q(t), \hat{C}(t), \hat{g}(t)$: calculés en ligne à partir de l'indice de performances de façon hiérarchisée, avec le taux de mis à jour des paramètres k égale $1.7 \cdot 10^{-5}$

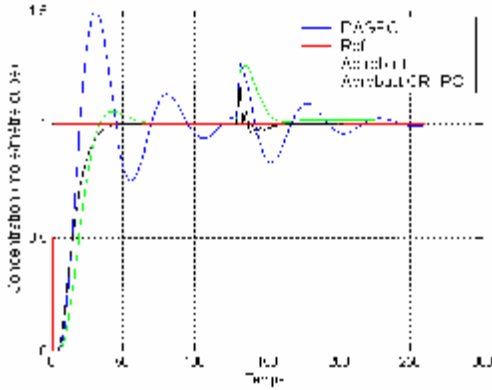


Fig 5.10 : Comparaison entre les Signaux de sortie pour les différents structures en présence des incertitudes et des perturbations

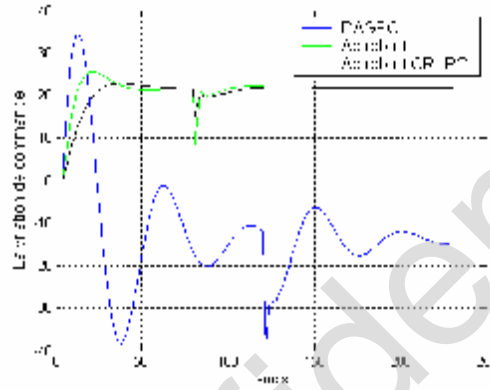


Fig 5.11 : Comparaison entre les Signaux de commande pour les différents structures en présence des incertitudes et des perturbations

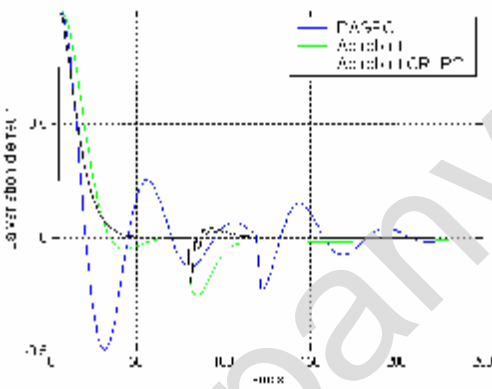


Fig 5.12 : Comparaison entre les Signaux d'erreurs pour les différents structures en présence des incertitudes et des perturbations

On constate sur les figures que la dynamique du rejet de perturbation et l'effet des incertitudes sur le signal de sortie et la commande sont différents pour chaque régulateur.

La présence de la perturbation à la sortie du système augmente l'oscillation et le temps de réponse.

- En utilisant le régulateur robustifié par la méthode de la zone morte mais sans contrainte

la sortie ne coïncide pas très bien avec la consigne.

- Mais lorsqu'on utilise le même régulateur mais cette fois en faisant agir les contraintes nous obtenons de très bons résultats.

Le dépassement est inférieur de 6%

Temps de réponse égale à 62s

On remarque que Avec le correcteur robustifié par la technique de la zone morte on peut assurer des performances acceptables en terme de dépassement et rapidité, et de temps de réponse quand la présence des incertitudes et des perturbations et l'effort de commande est moins important. En conclusion on peut dire que le correcteur robustifié prend en charge très bien ce type d'incertitudes sur le modèle.

5.5 APPLICATION A LA COMMANDE D'UN MOTEUR ASYNCHRONE :

Reprenons à titre d'exemple le banc d'essais constitué du moteur asynchrone.

Le modèle, résultat d'une identification, est défini par la transmittance suivant, à la période d'échantillonnage de 5 ms :

$$\frac{\mathbf{W}(t)}{\mathbf{G}(t)} = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{1.344z^{-1} + 3.024z^{-2}}{1 - 0.98z^{-1} - 0.02z^{-2}} \quad (5.10)$$

Cette fonction correspond à une entrée en tension, exprimée en volts, référence du couple moteur de la machine et à une sortie en vitesse exprimée en radians par seconde.

Les paramètres du critère :

$$N_1 = 1, N_2 = 8, N_u = 1, \mathbf{I} = 200.$$

Ces paramètres ont été cherchés afin de satisfaire les contraintes de stabilité et robustesse suivantes :

Une marge de phase supérieure à 45°.

Une marge de gain supérieur à 6 dB.

Un temps de réponse inférieur de 30s

Supposons donc comme précédemment que le système reprenant le modèle précédent augmenté d'une inertie de la charge couplée au moteur varie dans le temps par paliers, ce qui influence directement la pulsation propre et l'amortissement du processus (Les incertitudes négligées). La dynamique négligée correspond à un système du deuxième ordre :

- de pulsation propre ω_0 égale à 400 rad/s
- d'amortissement $\zeta = 0,35$.

On obtient le système suivant :

$$H_0(z^{-1}) = H_{nom}(z^{-1})H_{neg}(z^{-1})$$

$$\frac{z^{-1}B_0(z^{-1})}{A_0(z^{-1})} = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \frac{1.5426}{1 + 0.2960z^{-1} + 0.2466z^{-2}} \tag{5.11}$$

5.5.1 Mise en oeuvre de l'algorithme adaptatif avec ou sous contraintes

Avec cette configuration, où le système (5.11) prend en compte les incertitudes, l'algorithme de commande prédictive généralisée adaptative directe sous contraintes terminales (DACRHPC) est testé pour des variations successives du système au cours du temps, la matrice du gain d'adaptation est initialisée à $\mathbf{G}_0=45$ et un facteur d'oubli est choisi égal à $\mathbf{m}(t) = 0,98$ et le nombre des contraintes $m=1$. Les résultats obtenus avec la même configuration de variations paramétriques mais sans contraintes (DAGPC), la matrice d'adaptation est initialisée à $\mathbf{G}_0=0.25$.

Les résultats correspondants sont reproduits sur les Figures 5.13 et 5.14.

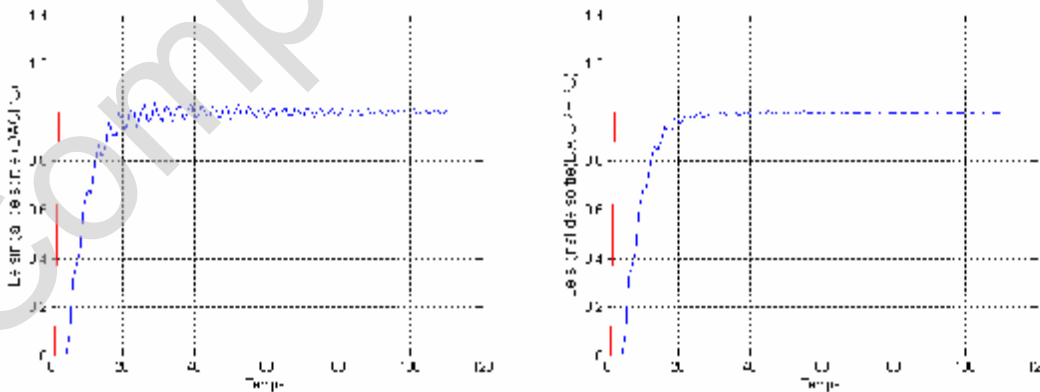


Fig 5.13 : Simulation de vitesse en présence des incertitudes.

Avec ou sans contraintes

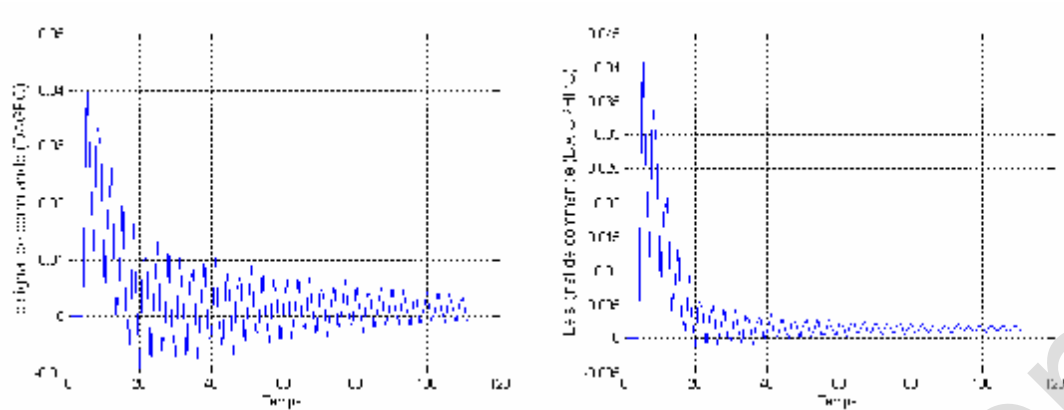


Fig 5.14 : Simulation de commande en présence des incertitudes.

Avec ou sans contraintes

Les Figures proposent une comparaison des résultats obtenus avec nos structures adaptatives avec ou sans contraintes, le signal de sortie reproduit des oscillations indésirables, qui font perdre au système ses performances.

Il peut être noté que la commande adaptative avec les deux structures avec ou sans contraintes ne peut assurer des performances acceptables quand la présence des incertitudes et des perturbations, le système rend instable et présente des oscillations importantes. D'un autre côté, la commande DACRHPC ne permet pas de maintenir un comportement qui correspond au nominal, en terme de temps de réponse et de rapidité.

5.5.2 Résultats obtenues par les deux structures en présence des incertitudes et de perturbations :

Dans cette simulation nous allons décrire le comportement du système face à des perturbations présentes dans le système à la sortie du capteur et qui agissent toujours sur le même système donné par (5.11), puis une comparaison entre les deux structures :

- cette perturbation en échelon appliquée à la sortie est d'amplitude 0,1 à l'instant $t = 100$ s

on utilise les mêmes paramètres que précédemment.

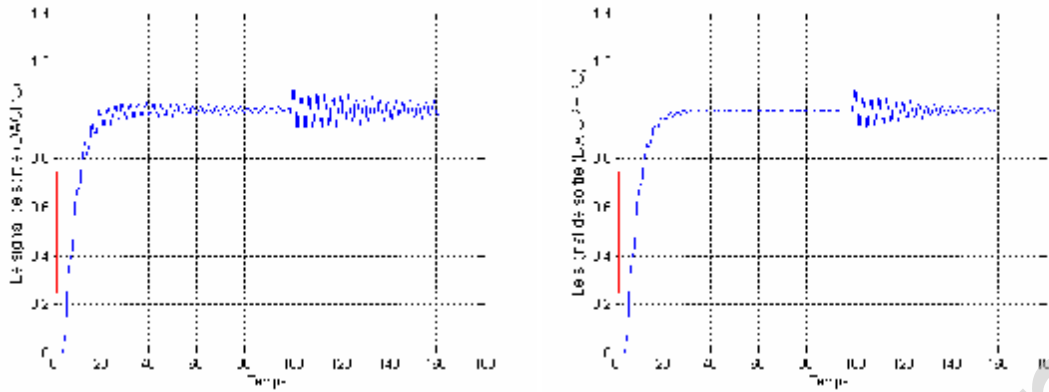


Fig 5.15 : Simulation de vitesse en présence les incertitudes et perturbations.
Avec ou sans contraintes

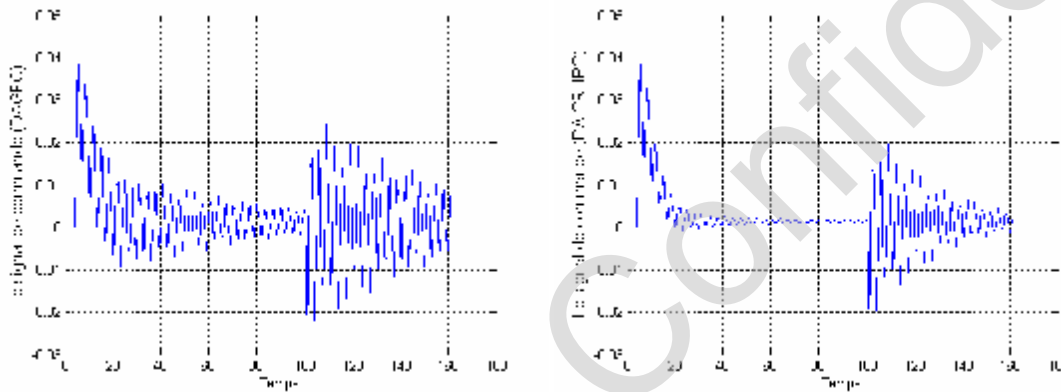


Fig 5.16 : Simulation de commande en présence les incertitudes et perturbations.
Avec ou sans contraintes

On constate que l'effet de perturbation est très important soit sur la sortie ou sur la commande, il produit des oscillations plus élevées. Ces figures montrent clairement que les deux structures avec ou sans contraintes sont très sensibles face aux incertitudes et perturbations.

5.5.3 Résultats obtenus par la robustification de la loi en présence d'incertitudes et de perturbations :

Rappelons que l'objectif de l'algorithme de commande adaptative directe robustifiée est d'obtenir les mêmes performances quel que soit la présence des incertitudes et des perturbations, avec élimination des oscillations indésirables et de dépassement, et avec un temps de réponse aussi court que possible.

Des essais ont enfin effectués afin de comparer le comportement obtenu avec le régulateur précédent AD robustifié à celui obtenu avec le régulateur AD-CRHPC robustifié. Les résultats de ces deux structures sont reproduits sur les Figures 5.17 et 5.18

Les paramètres de la zone morte qui sont $Q(t), \hat{C}(t), \hat{g}(t)$: calculés en ligne à partir de l'indice de performances, avec le taux de mis à jour des paramètres k égale $1.3 \cdot 10^{-5}$

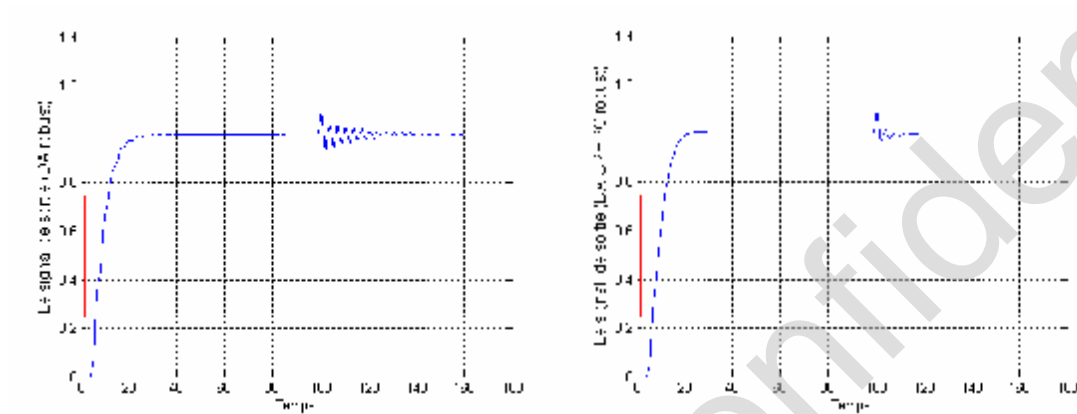


Fig 5.17 : Simulation de vitesse en présence les incertitudes et perturbations.
Avec ou sans contraintes

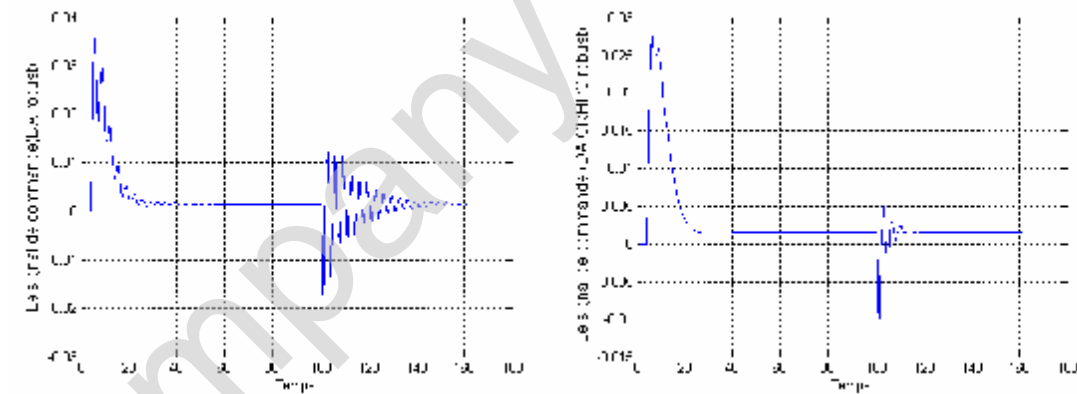


Fig 5.18 : Simulation de commande en présence les incertitudes et perturbations.
Avec ou sans contraintes

On peut noter que la commande DACRHPC robustifié permet de maintenir un comportement mieux que celui obtenu avec le régulateur AD robustifié, en terme de dépassement et de rapidité,

pour toutes les configurations, et améliore encore sur ce type de procédé les performances constatées avec l'algorithme DAGPC.

Nous obtenons de très bons résultats.

Temps de réponse (DAGPCrobust) 25s.

Temps de réponse (DACRHPCrobust) 20s

Prendre en compte les contraintes terminales de cette façon améliore donc les performances du système à paramètres variants, non seulement vis à vis de la stabilité et du dépassement, comme montré sur les Figures 5.17 et 5.18, mais aussi en considérant la rapidité de la réponse, comme l'illustre la figure 5.17. Le temps de réponse du système est plus court avec la commande DACRHPC par rapport à celui enregistré avec la commande DAGPC.

Dans ce cas, la prise en compte de contraintes améliore les performances, ce qui avait déjà été mis en évidence dans le cas non adaptatif.

CONCLUSION

Dans ce travail on a étudié les différentes approches de la commande prédictive adaptative. Pour robustifier cette structure adaptative on a choisie la technique de la zone morte

La partie applicative, l'application de la commande adaptative directe avec le réglage de la boucle ouverte corrigée capable de maintenir un comportement nominale pré spécifié en termes de stabilité, et dépassement. Avec la structure adaptative en peut amélioré les performance de système mieux que le GPC standard. Lorsque le système variant dans le temps s'écarte trop du nominal à cause des incertitudes et des perturbations, l'algorithme de mise à jour des paramètres du régulateur a des difficultés à maintenir les performances spécifiées, il faut envisager une méthode de robustification de ce régulateur

On peut constater que :

Le régulateur adaptatif produit des oscillations sur la sortie à la présence des incertitudes qui rendent le système instable et perd les performances, ainsi l'influence de ces incertitudes sur la commande est très importante. DAGPC illustrent toute la difficulté pour conserve les performances désirées.

Le régulateur adaptatif robuste élimine les oscillations de sortie dues aux incertitudes, Ces robustification ont aussi une influence sur la commande, l'oscillations présente dans le cas de régulateur adaptative il n y a plus avec le régulateur robuste. La robustesse améliore sensiblement les performances, en permettant de reproduire un comportement se maintenant assez proche de celui souhaité au nominal, et une bonne stabilité, rapidité et dépassement, et on peut noter que les performances sont encore améliorée avec régulateur prise en compte les contrainte terminal. On peut dire que le correcteur robustifié prend en charge très bien ce type d'incertitudes sur le modèle.

Dans l'application où on ajoute des perturbations de mesure sur la sortie du système réel, l'oscillations est très importantes sur le signale de sortie et la commande, et même avec le régulateur adaptatif robuste le signale de sortie ne coïncide pas parfaitement avec la consigne, ici apparaît l'importance de régulateur adaptatif sous contraintes, prendre en compte les

Conclusion

contraintes terminales de cette façon améliore donc les performances du système à paramètres variants, non seulement vis à vis de la stabilité et du dépassement, comme montré sur les Figures, mais aussi en considérant la rapidité de la réponse. Le temps de réponse du système est plus court avec la commande DACRHPC par rapport à celui enregistré avec la commande DAGPC.

pour une meilleur performances, rapidité, dépassement et suivre le signal de sortie la consigne, la taille et la durée de perturbations est très courts par rapport les autres structures.

RESUME

Dans ce travail il a été montré que la démarche adoptée lors de la mise en oeuvre de la commande prédictive adaptative directe se résume à la réalisation de deux boucles. On retrouve tout d'abord la boucle d'asservissement classique, incluant le régulateur prédictif sous forme RST standard. On voit apparaître ensuite l'indice de performances désirées agissant comme le modèle de référence, et fixant les performances que l'on souhaite maintenir en boucle fermée. Cet indice de performances est enfin comparé à l'indice de performances mesurées, donnant l'erreur d'adaptation. On voit alors clairement la deuxième boucle de la structure adaptative, liée à l'adaptation proprement dite, et permettant à travers un mécanisme d'adaptation de types moindres carrés récursifs par exemple, de remettre à jour directement les paramètres des polynômes R et S du régulateur prédictif. Une extension tout à fait originale permettant de prendre en compte des contraintes terminales de type égalité a été proposée.

L'étude de la robustesse de la loi de commande consiste à essayer d'obtenir le maximum de garanties des performances du système. Pour cela un nouvel algorithme de commande adaptative directe a été proposé, cet algorithme utilise l'approche de la zone morte.

Dans cette technique on n'a pas besoin de la connaissance de la limite supérieur sur les incertitudes non structurées et les perturbations.

ALGORITHME DES MOINDRES CARRÉS RECURSIFS

Cette annexe a pour but de développer, dans le cadre du critère DAGPC, le passage de l'algorithme des moindres carrés 'classique' à la structure réursive. Rappelons que le critère à minimiser est défini par la relation :

$$J_{LS}(\hat{\mathbf{q}}t) = \sum_{i=0}^t [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1)\Phi(t)] [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1)\Phi(t)] \quad (\text{A.1})$$

Où $\hat{\mathbf{q}}$ est le vecteur des paramètres du régulateur. La dérivée analytique $\nabla J_{LS}(\hat{\mathbf{q}}t) / \nabla \hat{\mathbf{q}} = 0$ fournit la solution au sens des moindres carrés :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2) = \sum_{i=0}^t \mathbf{a} [\mathbf{F}(i)\mathbf{F}'(i)]^{-1} \sum_{i=0}^t \mathbf{a} \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2) \quad (\text{A.2})$$

Cependant, la solution (A.2) requiert l'inversion de la matrice de gain d'adaptation :

$$\mathbf{G}(t) = \sum_{i=0}^t \mathbf{a} \mathbf{F}(i)\mathbf{F}'(i) \mathbf{a}^{-1} \quad (\text{A.3})$$

Considérons alors $\hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1)$ l'estimation des paramètres obtenue à partir de toutes les données jusqu'à l'instant $(t-1)$ en utilisant la méthode des moindres carrés non réursifs. Il vient :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) = \sum_{i=0}^{t-1} \mathbf{a} [\mathbf{F}(i)\mathbf{F}'(i)]^{-1} \sum_{i=0}^{t-1} \mathbf{a} \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2) \quad (\text{A.4})$$

Posons $\mathbf{M}_{mc}(t-1) = \sum_{i=0}^{t-1} \mathbf{a} [\mathbf{F}(i)\mathbf{F}'(i)]^{-1} \mathbf{a} = \mathbf{G}(t-1)^{-1}$ et $v(t-1) = \sum_{i=0}^{t-1} \mathbf{a} \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2)$ de sorte que la relation (A.4) devient :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) = \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t-1) v(t-1) \quad (\text{A.5})$$

Lorsqu'à l'instant t une nouvelle mesure $\mathbf{iP}(t)$ arrive, il est nécessaire de modifier $\hat{\mathbf{q}}$ pour prendre en compte cette nouvelle information. Le but consiste alors à écrire $\hat{\mathbf{q}}(t+N_2)$ sous une forme réursive. Soit donc, d'après les notations précédentes :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2) = \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) v(t)$$

$$\text{Avec} \quad \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) = \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t-1) \mathbf{F}(t)\mathbf{F}'(t) \quad (\text{A.6})$$

$$v(t) = v(t-1) + \mathbf{iP}'(t+N_2)$$

Exprimons maintenant $\hat{\mathbf{q}}(t+N_2)$ en fonction de $\hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1)$, en remplaçant $\mathbf{M}_{mc}(t)$ par son expression en fonction de $\mathbf{M}_{mc}(t-1)$. Ce développement donne :

$$\mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) \hat{\mathbf{q}}(t) = v(t) = v(t-1) + \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2)$$

Soit

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}(t+N_2) &= \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) [\mathbf{M}_{mc}(t-1) \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) + \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2)] \\ \hat{\mathbf{q}}(t+N_2) &= \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) [\mathbf{M}_{mc}(t) - \mathbf{F}(t) \mathbf{F}'(t)] \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) + \mathbf{F}(i) \mathbf{iP}'(t+N_2) \\ \hat{\mathbf{q}}(t+N_2) &= \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) + \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) \mathbf{F}(i) [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{F}(t)]' \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Cette relation (A.7) fait apparaître les termes suivants :

- La performance espérée $\mathbf{iPw}(t)$:

$$\mathbf{iPw}(t+N_2) = \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{F}(t)$$

- L'erreur de prédiction :

$$\mathbf{e}_f(t+N_2) = [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) \mathbf{F}(t)]$$

- Le terme de correction d'une mesure sur l'autre :

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) \mathbf{F}(t)$$

La relation (A.7) s'écrit finalement sous forme synthétique et avec les notations précédentes :

$$\hat{\mathbf{q}}(t+N_2) = \hat{\mathbf{q}}(t+N_2-1) + \mathbf{K}(t) \mathbf{e}_f(t+N_2)' \quad (\text{A.8})$$

et implique que les paramètres ne varient effectivement pas lorsque l'erreur de prédiction est nulle. Cet algorithme entraîne encore l'inversion de la matrice $\mathbf{M}_{mc}(t)$ à chaque instant de mesure. Ceci peut être évité par l'utilisation du lemme d'inversion matricielle :

$$[\mathbf{A} + \mathbf{BCD}]^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} [\mathbf{C} + \mathbf{DA}^{-1} \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{DA}^{-1} \quad (\text{A.9})$$

où l'on suppose l'inversibilité des matrices considérées. Reprenons pour cela la définition du gain d'adaptation $\mathbf{G}(t)$ (A.3) :

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{M}_{mc}^{-1}(t) = (\mathbf{M}_{mc}(t-1) + \mathbf{F}(t) \mathbf{F}'(t))^{-1}$$

Il suffit alors de poser $\mathbf{A} = \mathbf{M}_{mc}(t-1) = \mathbf{G}^{-1}(t-1)$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}(t)$, $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ et $\mathbf{D} = \mathbf{F}'(t)$ pour déduire du lemme d'inversion (A.9) la relation :

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{G}(t-1) - \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}'(t)\mathbf{G}(t-1)}{1 + \mathbf{F}(t)\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}'(t)}$$

L'intérêt de cette nouvelle formule est donc de remplacer l'inversion matricielle par celle d'un scalaire beaucoup moins problématique.

En conclusion, rassemblant toutes les relations précédentes, une itération des moindres carrés récursifs se décompose comme suit :

- Actualisation du gain d'adaptation :

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{G}(t-1) - \frac{\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}(t)\mathbf{F}'(t)\mathbf{G}(t-1)}{1 + \mathbf{F}(t)\mathbf{G}(t-1)\mathbf{F}'(t)}$$

- Calcul de l'erreur de performance :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_t(t+N_2) &= [\mathbf{iP}(t+N_2) - \hat{\mathbf{Q}}(t+N_2-1)\mathbf{\Phi}(t)] \\ &= \mathbf{iP}(t+N_2) - \mathbf{iPw}(t+N_2) \end{aligned}$$

- Mise à jour du vecteur paramètres du régulateur :

$$\hat{\mathbf{Q}}(t+N_2) = \hat{\mathbf{Q}}(t+N_2-1) + \mathbf{G}(t)\mathbf{F}'(t)\mathbf{e}_t(t+N_2)$$

LA COMMANDE PRÉDICTIVE GENERALISEE

Ce chapitre a pour objectif de rappeler dans un premier temps les principes généraux de la commande prédictive généralisée (GPC) qui nous intéresse pour la structure adaptative, de développer la mise en œuvre mathématique aboutissant à la synthèse du régulateur sous forme RST.

1 ALGORITHME GPC

La philosophie de la commande prédictive généralisée se base sur quatre grandes idées : création d'un effet anticipatif par exploitation de la trajectoire à suivre dans le futur, définition d'un modèle numérique de prédiction, minimisation d'un critère quadratique à horizon fini, principe de l'horizon fuyant [14].

1.1 Modèle CARIMA

Le modèle numérique de prédiction est classiquement défini par fonction de transfert entrée/sortie. Le modèle est représenté sous forme CARIMA (Controlled AutoRegressive Integrated Moving Average) en fixant pour le polynôme de 'bruit', $C(z^{-1})=1$:

$$A(z^{-1})y(t)=B(z^{-1})u(t-1)+C(z^{-1})\frac{\mathbf{z}(t)}{\mathbf{D}(z^{-1})} \quad (\text{B.1})$$

Avec : $\mathbf{D}(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$ opérateur différence.

Avec : $y(t)$ Sortie du processus

$u(t)$ Commande appliquée au système

z^{-1} Opérateur retard

$\mathbf{x}(t)$ Séquence aléatoire non corrélée centrée

Les polynômes $A(q^{-1})$, $B(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$ sont définis par :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \mathbf{K} + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-2} + \mathbf{K} + b_{nb} z^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \mathbf{K} c_p z^{-nc}$$

La sortie prédite $\hat{y}(t + j)$ est décomposée de façon classique en réponse libre et réponse forcée, incluant une forme polynomiale pour mener à bien la synthèse polynomiale finale, solution unique d'équations de Diophante :

$$\hat{y}(t + j) = F_j(z^{-1})y(t) + \underbrace{H_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1)}_{\text{réponse libre}} + \underbrace{G_j(z^{-1})\mathbf{D}u(t+j-1) + J_j(z^{-1})z(t+j)}_{\text{réponse forcée}} \quad (\text{B.2})$$

1.2 Prédicteur optimal

Le prédicteur optimal est enfin défini en considérant que la meilleure prédiction du bruit dans le futur est sa moyenne (supposée nulle ici), soit :

$$\hat{y}(t + j) = F_j(q^{-1})y(t) + G_j(q^{-1})\mathbf{D}u(t + j - 1) + H_j(q^{-1})\mathbf{D}u(t - 1) \quad (\text{B.3})$$

$$\text{degré}[J_j(z^{-1})] = \text{degré}[G_j(z^{-1})] = j - 1$$

$$\text{Avec : degré}[F_j(z^{-1})] = \text{degré}[A(z^{-1})]$$

$$\text{degré}[H_j(z^{-1})] = \text{degré}[B(z^{-1})] - 1$$

1.3 Fonction de coût quadratique

La loi de commande est obtenue par minimisation d'un critère quadratique portant sur les erreurs futures avec un terme de pondération sur la commande :

$$J = \sum_{j=N1}^{N2} (\hat{y}(t + j) - w(t + j))^2 + I \sum_{j=1}^{Nu} \mathbf{D}u(t + j - 1)^2 \quad (\text{B.4})$$

$$\text{sous l'hypothèse : } \mathbf{D}u(t + j) = 0 \quad " j \in Nu \quad (\text{B.5})$$

avec : $w(t+j)$ consigne appliquée à l'instant $t+j$, $\hat{y}(t+j)$ sortie prédite à l'instant $t+j$, $\mathbf{D}u(t+j-1)$ incrément de commande à l'instant $t+j-1$.

La relation (B.5) signifie que lorsque le pas de prédiction j atteint la valeur fixée pour l'horizon de commande N_u , la variation de commande s'annule et donc que la commande future va se stabiliser. Cette hypothèse permettra par la suite de simplifier le calcul de la commande.

Le critère nécessite la définition de quatre paramètres de réglage :

- N_1 : horizon de prédiction minimal ;
- N_2 : horizon de prédiction maximal ;
- N_u : horizon de prédiction sur la commande ;
- \mathbf{I} : coefficient de pondération sur la commande ;

1.4 Prédicteur optimal sous forme matricielle

La minimisation du critère se base sur la mise sous forme matricielle de l'équation de prédiction (B.3) et de la fonction de coût (B.4) :

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}(z^{-1})y(t) + \mathbf{ih}(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1) \quad (\text{B.6})$$

$$\text{et } \mathbf{J} = [\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}(z^{-1})y(t) + \mathbf{ih}(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1) - \mathbf{w}]' [\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}(z^{-1})y(t) + \mathbf{ih}(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1) - \mathbf{w}] + \lambda \tilde{\mathbf{u}}' \mathbf{u} \quad (\text{B.7})$$

Ce qui conduit à la séquence optimale de commandes futures :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{M} [\mathbf{w} - \mathbf{if}(z^{-1})y(t) + \mathbf{ih}(z^{-1})\mathbf{D}u(t-1)] \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{Q}\mathbf{G}', \text{ de dimension } N_u \times (N_2 - N_1 + 1) \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_u}]^{-1}, \text{ de dimension } N_u \times N_u$$

$$\mathbf{if}(z^{-1}) = [F_{N_1}(z^{-1})\mathbf{K}F_{N_2}(z^{-1})]'$$

$$\mathbf{ih}(z^{-1}) = [H_{N_1}(z^{-1})\mathbf{K}H_{N_2}(z^{-1})]'$$

$$\mathbf{\bar{u}} = [\mathbf{D}u(t) \mathbf{K} \mathbf{D}u(t + N_u - 1)]'$$

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(t + N_1) \mathbf{K} \hat{y}(t + N_2)]'$$

$$\mathbf{w} = [w(t + N_1) \mathbf{K} w(t + N_2)]'$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_{N_1}^{N_1} & g_{N_1-1}^{N_1} & \dots & \dots \\ g_{N_1+1}^{N_1+1} & g_{N_1}^{N_1+1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N_2}^{N_2} & g_{N_2-1}^{N_2} & \dots & g_{N_2-N_u+1}^{N_2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

De façon classique en commande prédictive, seule la première valeur de la séquence, (B.8) est appliquée au système, selon le principe de l'horizon fuyant :

$$\mathbf{D}u_{opt}(t) [1 + \mathbf{m}_1' \mathbf{ih}(z^{-1})z^{-1}] = -\mathbf{m}_1' \mathbf{if}(z^{-1})y(t) + \mathbf{m}_1' [z^{N_1} \dots z^{N_2}]' w(t) \quad (\text{B.11})$$

Il est enfin possible, à partir de la relation ci-dessus, de déduire la représentation polynomiale du régulateur équivalent, comme indiqué sur la figure B.1. Cette structure permet l'implantation de la loi de commande par une simple équation aux différences :

$$S(z^{-1}) \mathbf{D}(z^{-1})u(t) = -R(z^{-1})y(t) + T(z^{-1})w(t) \quad (\text{B.12})$$

Ce qui fournit par identification les trois polynômes R , S et T constituant le régulateur linéaire équivalent :

$$S(z^{-1}) = 1 + \mathbf{m}_1' \mathbf{ih}(z^{-1})z^{-1} = 1 + S^*(z^{-1})z^{-1} \quad \text{degré } [S(z^{-1})] = \text{degré } [B(z^{-1})]$$

$$R(z^{-1}) = \mathbf{m}_1' \mathbf{if}(z^{-1}) \quad \text{degré } [R(z^{-1})] = \text{degré } [A(z^{-1})]$$

$$T(z^{-1}) = \mathbf{m}_1' [z^{N_1} \dots z^{N_2}]' \quad \text{degré } [T(z)] = N_2$$

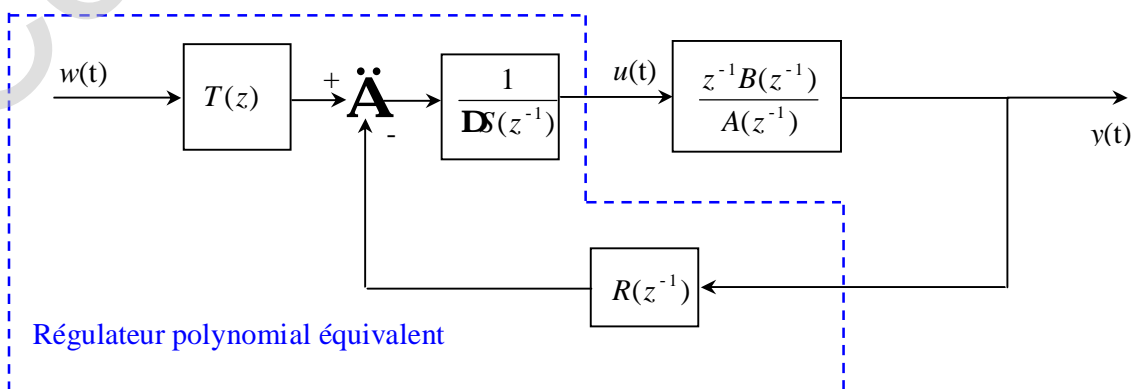


Figure B.1. Structure du régulateur polynomial équivalent

On remarque que le polynôme $T(z)$ renferme la structure non causale (puissances positives de z) inhérente à la commande prédictive.

L'intérêt qui se dégage de la représentation RST est que finalement la boucle temps réel s'avère très peu gourmande en temps de calcul, puisque la commande appliquée au système se calcule par une simple équation aux différences (B.16). Les trois polynômes R , S , T sont en effet élaborés hors ligne et définis de façon unique dès lors que les quatre paramètres de réglage N_1 , N_2 , N_u , \mathbf{I} sont choisis.

Un autre intérêt majeur de cette structure RST concerne l'étude de la stabilité de la boucle corrigée, et donc la caractérisation de la stabilité de la commande prédictive élaborée, qui est dès lors possible pour un jeu de paramètres du critère fixé.

Cet objectif peut être atteint à partir des outils classiques de L'automatique fréquentielle, en examinant par exemple le tracé de la boucle ouverte corrigée :

$$H_{BOC}(z^{-1}) = \frac{z^{-1}B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1})\mathbf{D}(z^{-1})} \quad (\text{B.13})$$

On peut vérifier la position des pôles en boucle fermée, donnés par l'équation :

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1})\mathbf{D}(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (\text{B.14})$$

Avec cette représentation, il est possible de tester la stabilité avant l'implantation de la loi de commande sur le système réel.

Dans le plan de Bode, Nyquist. On peut regarder alors les indicateurs suivants : Bande passante, marge de phase, marge de gain.

2 CONCLUSION – EXIGENCES

La stratégie prédictive peut se résumer par les points suivants :

- Prédire, à chaque instant, la sortie sur un certain horizon fini, et ce à l'aide d'un modèle du système.

- Élaborer une séquence future de commandes par minimisation d'un critère quadratique portant sur les erreurs futures entre la sortie et la trajectoire à suivre, avec une pondération sur la commande.

- Appliquer une stratégie basée sur le principe de l'horizon fuyant.

Puisque toutes les dimensions des vecteurs et matrices précédents sont liées au modèle du procédé, les exigences de connaissance requises pour la mise en oeuvre de la structure prédictive sont les suivantes :

- Degrés des numérateur et dénominateur B, A fixés
- Retard pur et temps de réponse du procédé connus
- Période d'échantillonnage choisie préalablement

Malgré cette stabilité intrinsèque, la mise en oeuvre de ce type de stratégie ne suffit pas à garantir le maintien d'un comportement nominal pour toutes les configurations d'un système évoluant fortement au cours du temps. Il faut alors faire appel à des structures adaptatives plus complexes que nous allons détailler dans le chapitre suivant.