



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° Série :

N° d'ordre :

THÈSE

Pour l'obtention du diplôme de Doctorat Troisième Cycle LMD

En Automatique

Option : Automatique et traitement du signal

Présentée par

CHERIDI Djamel Eddine

Commande Tolérante aux Défauts Robuste pour Les Systèmes Dynamiques Non linéaires Retardés

Soutenue publiquement le :16/06/2020

Devant le jury :

Pr. A. BENNIA	Université Frères Mentouri Constantine1	Président
Pr. N. MANSOURI	Université Frères Mentouri Constantine1	Rapporteur
Pr. S. LADACI	École nationale polytechnique de Constantine	Examineur
Pr. A. BOUKABOU	Université de Jijel	Examineur
MCA B. BOUKHAZZAR	Université Frères Mentouri Constantine1	Examineur

Année Universitaire : 2019-2020

Remerciements

Je voudrais saisir cette occasion pour exprimer ma gratitude envers ma directrice de thèse, Madame MANSOURI Noura qui m'a accueilli au sein de son équipe de recherche et qui m'a offert la possibilité d'évoluer. Je la remercie pour la confiance, l'appui et la liberté qu'elle m'a témoignée, l'intérêt grandissant qu'elle a porté sur mes travaux, son encouragement et sa disponibilité durant ces années. Sa grande connaissance du domaine, ainsi que son expérience, a joué un rôle important pour l'avancement et l'aboutissement de cette thèse.

Je remercie particulièrement Monsieur BENNIA Abdelhak, Professeur à l'Université de Frères Mentouri Constantine 1, d'avoir accepté de faire partie du jury de thèse et de m'avoir fait l'honneur de le présider.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur LADACI Samir, Professeur à l'École Nationale Polytechnique, pour son acceptation d'être examinateur sur mes travaux, je le remercie vivement de sa lecture approfondie et ses remarques enrichissantes et constructives.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur BOUKABOU Abdelkrim, Professeur à l'Université de Jijel qui vient de loin d'avoir accepté d'être membre du jury de ma thèse. Mes remerciements vont également à Monsieur BOUKHEZZAR Boubekeur maître de conférences à l'université de Frères Mentouri Constantine 1 pour avoir accepté de faire partie du jury.

Résumé

L'objectif de cette thèse porte principalement sur le développement des lois de commande tolérantes aux fautes pour les systèmes non linéaires retardés. Des méthodologies robustes sont construites dans le contexte des entrées inconnues survenant dans les systèmes de contrôle, vis-à-vis des défauts, des perturbations externes et des incertitudes du modèle. On s'intéresse principalement à la synthèse de régulateur actif tolérant aux défauts en utilisant des observateurs flous. Cette classe de système est très peu abordée dans le contexte de commande tolérante aux défauts malgré son importance du côté pratique (système contrôlé en réseaux SCR, procédé chimique, transport... etc.). Le modèle flou de Takagi-Sugeno [TS] a été utilisé pour résoudre les problèmes d'estimation de défauts et commande tolérante aux défauts pour son efficacité et sa simplicité. Les méthodes proposées dans cette thèse sont données en termes d'inégalités matricielles linéaires [LMI] en utilisant la fonction floue de Lyapunov-Krasovskii [FL-K].

Keywords: Takagi-Sugeno; Fault tolerant order; non-linear systems; delayed system; variable delay; function of Lyapunov-Krasovskii.

Abstract

The objective of this thesis mainly concerns the development of fault tolerant control laws for delayed nonlinear systems. Robust methodologies are designed in the context of the unknown inputs occurring in the control systems, vis-à-vis the defects, external disturbances and uncertainties of the model. The main objective is to synthesize an active fault tolerant regulator using fuzzy observers. This class of system is very little addressed in the context of fault tolerant control despite its importance on the practical side (control system with SCR networks, chemical, process, transport, etc.). The fuzzy model of Takagi-Sugeno (TS) was used to solve the problems of fault estimation and fault tolerant control for its efficiency and simplicity. The proposed methods in this thesis are given in terms of linear matrix inequalities (LMI) using the fuzzy Lyapunov-Krasovskii function (FL -K).

Keywords: Takagi-Sugeno; Fault tolerant order; non-linear systems; delayed system; variable delay; function of Lyapunov-Krasovskii.

ملخص

الهدف من هذه الاطروحة يتعلق أساسا بتطوير قوانين التحكم في الأخطاء للانظمة المتاخره غير الخطية. وتصمم منهجيات قويه في سياق المدخلات غير المعروفة التي تحدث في نظم المراقبة ، بالمقارنة مع العيوب والاضطرابات الخارجية وأوجه عدم التيقن في النموذج. والهدف الرئيسي هو توليف منظم التسامح خطأ نشط باستخدام المراقبين غامض. هذه الفئة من النظام هي القليل جدا معالجتها في سياق السيطرة علي التسامح مع الخطأ علي الرغم من أهميتها علي الجانب العملي) نظام التحكم مع الشبكات SCR ، والكيميائية ، و عمليه ، والنقل ، وما إلى ذلك .(تم استخدام نموذج غامض من Takagi-Sugeno (TS) لحل مشاكل تقدير الخطأ والسيطرة علي خطأ التسامح لكفاءتها والبساطة. وترد الأساليب المقترحة في هذه الاطروحة من حيث التفاوتات الخطية مصفوفة (LMI) باستخدام داله اللابونوف-كراسوفسكي ضبابي (FL-K)

الكلمات الرئيسية: Takagi-Sugeno; خطأ النظام متسامح ؛ النظم غير الخطية ؛ تاخر النظام ؛ تاخير متغير ؛ وظيفة ليابونوف-كراسوفسكي.

Dedication

Mon père

Ma mère

Ma sœur et son mari

Mon frère et sa femme

Mon frère et ma sœur

A la famille Cheridi

A la famille Adi

Mes amis et collègues

Mes professeurs

Matrices et vecteurs

I_n (I)	Matrice identité de dimension n (resp. de dimension appropriée)
0_n (0)	Matrice nulle de dimension n (resp. de dimension appropriée)
$P > 0$ ($P < 0$)	Matrice P symétrique définie positive (resp. symétrique définie négative)
P^T	Transposée de la matrice P
P^{-1}	Inverse de la matrice P
$\lambda_{Max}(M)$ ($\lambda_{Min}(M)$)	Valeur propre maximale (resp. minimale) de M
$Tr(M)$	Trace la matrice carrée M
$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ * & S_{22} \end{bmatrix}$	Matrice symétrique, le symbole (*) représente S_{12}
$diag(M_1, M_2, \dots, M_n)$	Matrice bloc diagonale $\begin{pmatrix} M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & M_n \end{pmatrix}$

Acronymes

FTC	Commande tolérante aux fautes
FDD	Diagnostic et détection de défauts
FDI	Détection et isolation de défauts
T-S	Takagi-Sugeno
T-S à VDM	Takagi-Sugeno à Variables de Décision Mesurables
T-S à VDNM	Takagi-Sugeno à Variables de Décision Non Mesurables
TDS	Système à retard
LTI	Linéaire Invariant dans le temps
LTV	Linéaire variant dans le temps
LMI	Inégalité matricielle linéaire
AFTC	Commande active tolérante aux fautes
PFTC	Commande passive tolérante aux fautes
PDC	Parallel Distributed Compensation

Table des figures

Figure 1.1 Modélisation des défauts	7
Figure 1.2 (a) défaut additive, (b) défaut multiplicative	7
Figure 1.3 Modélisation temporaire de défaut	9
Figure 1.4 Etapes de diagnostic.....	9
Figure 1.5: Schéma descriptif de la commande tolérante aux défauts passive	12
Figure 1.6: Schéma descriptif de la commande tolérante aux défauts active	13
Figure 2.1 f_k Défaut constant (rouge) et f et son estimé (bleu).	46
Figure 2.2 f_k Défaut variable (rouge) et son estimation fk (bleu)	47
Figure 3.1 f_k Défaut variable (bleu) et fk son estimé (rouge).....	62
Figure 3.2 y_k Sortie sous le contrôleur de retour d'état FTC	62
Figure 4.1 f_k Defaut constante (ligne continue) et son estimation fk (ligne en pointillés).....	83
Figure 4.2 f_k défaut variable (ligne continue) et son estimation fk (ligne en pointillés).....	84
Figure 4.3 z_k Sortie Contrôlée sous la commande de sortie dynamique FTC	Error!
Bookmark not defined.	
Figure 4.4 f_k défaut variable (ligne continue) et son estimation fk (ligne en pointillés).....	86
Figure 4.5 z_k Sortie sous la commande de sortie dynamique FTC	87
Figure 5.1. f_k Défaut constante (ligne pointillés) et son estimation fk (ligne en continue)...	106
Figure 5.2 f_k défaut variable (ligne pointillés) et son estimation fk (ligne en continue).....	106
Figure 5.3 z_k Sortie contrôler sous le retour de sortie dynamique FTC	107

Sommaire

Chapitre 1. Contexte et état de l'art.....	6
1.1 Introduction :.....	6
1.2 Diagnostic et Détection de Défauts (FDD) :.....	7
1.2.1 Définitions.....	7
1.2.2 Modélisation des défauts.....	8
1.2.3 Diagnostic des Défauts.....	9
1.2.4 Méthodes de diagnostic.....	10
1.3 Commande tolérante aux défauts (FTC).....	11
1.3.1 Techniques FE et FTC pour les systèmes non linéaires.....	14
1.3.2 Techniques d'estimation de défauts FE.....	14
1.3.3 Techniques FA.....	15
1.4 Les inégalités matricielles linéaires(LMIs).....	17
1.5 Les modèles T-S flous.....	18
1.5.1 Approche par secteurs non linéaires.....	20
1.5.2 Stabilité des systèmes Takagi-Sugeno.....	21
1.5.3 Observateurs pour les systèmes de Takagi-Sugeno.....	21
1.5.4 Stabilisation des systèmes de T-S.....	23
1.5.5 Robustesse de modèle T-S.....	27
1.6 Systèmes non linéaires à retard.....	28
1.6.1 Catégories du retard.....	30
1.6.2 Stabilité des systèmes à retard.....	31
1.6.3 Stabilisation de modèles Takagi-Sugeno à retard.....	33
1.7 Conclusion.....	34
Chapitre 2. Estimation H_∞ Robuste Floue de Défauts Actionneurs et Capteurs Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés.....	36
2.1 Introduction.....	36
2.2 Modèle TS flou.....	37
2.3 Estimation des défauts Actionneur/Capteur.....	39
2.4 Simulation et résultats.....	44

2.5	Conclusion.....	47
Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes		
Nonlinéaires Incertains Retardés..... 49		
3.1	Introduction	49
3.2	Modèle T-S flou	50
3.3	Conception de l'observateur flou d'estimation de défaut	52
3.4	Commande tolérante aux défauts par retour d'état	56
3.5	Simulation et résultats	60
3.6	Conclusion.....	62
Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défauts Pour les systèmes T-S		
incertains retardés à VDNM 64		
4.1	Introduction	64
4.2	Estimation État/défaut.....	65
4.3	Formulation du problème	65
4.4	Commande Par Retour de Sortie Dynamique Tolérante aux Défaut (OFFTC)	74
4.5	Simulation et résultats	80
4.6	Conclusion.....	87
Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires		
Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire..... 88		
5.1	Introduction	88
5.2	Modèle TS flou.....	89
5.3	Conception du FFEO.....	90
5.4	Commande tolérante aux défauts à base de contrôleur non linéaires par retour de sortie dynamique (DOFFTC)	96
5.5	Simulation et résultats	103
5.6	Conclusion.....	107

Introduction générale

Une demande croissante de l'efficacité et de la fiabilité des technologies modernes nécessite un développement continu du contrôle et du diagnostic de défauts. Une combinaison modérée de ces deux paradigmes est étudiée de manière intensive sous le nom de contrôle tolérant aux défauts (Fault tolerant control FTC) [1,2]. Un système de contrôle tolérant aux défauts est donc un système de contrôle conçu en pensant aux défaillances potentielles des différents composants du système. Il peut ne pas offrir des performances optimales au sens strict, mais il tient compte des défauts des composants du système et cherche à atténuer leurs effets.

La conception des systèmes de commande tolérante aux défauts est un domaine d'investigation actif depuis de nombreuses années [3]. Une certaine partie des travaux publiés se rapportent aux systèmes linéaires invariants dans le temps ce qui limite l'application de ces résultats aux systèmes réels qui eux, sont de nature non linéaire [4]. Une synthèse des travaux sur la commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires ont été traité dans [5]. Plusieurs techniques ont été utilisées (réseau de neurones, méthode d'apprentissage, mode glissant, commande adaptative... etc.), cependant ces techniques présentent des difficultés dans la conception des contrôleurs ou leur domaine d'application est limité. Le modèle flou de Takagi-Sugeno(T-S) introduit en 1985 est l'une des méthodes les plus efficaces pour décrire un système non linéaire, elle permet d'avoir une structure simple et facilement exploitable du point de vue mathématique [7].

Cette classe de modèle appartient généralement à l'approche multimodèle. Elle s'appuie sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles de structures simples, chaque sous-modèle décrivant le comportement du système dans une « zone de fonctionnement » particulière. Ces sous-modèles servent alors à la description du comportement dynamique global du système en utilisant des fonctions non linéaires définissant la contribution de chaque sous-modèle [8,9].

D'autre part, les modèles non linéaires retardés sont largement utilisés comme une description mathématique dans différents domaines applicatifs de l'ingénierie ou de l'industrie, surtout dans le cas d'applications faisant intervenir un transfert de matières et/ou d'informations [11,12]. Le retard est un composant naturel qui apparaît dans de nombreux procédés, il peut être la cause d'une dégradation des performances et voire même conduire le système à l'instabilité [13]. Les problèmes d'analyse de la stabilité et la synthèse de contrôleurs pour les

systèmes à retard via le modèle Takagi-Sugeno ont été présentés dans un certain nombre de références de la littérature [14,15]. Cependant, peu d'attention a été accordée au problème d'estimation de défauts et la commande tolérante aux défauts pour une classe de systèmes discrets T-S flous avec des retards variables dans le temps.

Le domaine de la commande tolérante aux défauts pour les systèmes nonlinéaires retardés reste encore ouvert. La plupart des résultats disponibles dans la littérature concernent les systèmes flous continus, même si aujourd'hui la majorité de ces systèmes sont contrôlés avec des plateformes numériques. De ce fait, et en vue, de contrôler les systèmes discrets et les systèmes hybrides, faire appel à des modèles T-S flous discrets devient nécessaire [29]. Plusieurs travaux sur la forme de la fonction de Lyapunov ont été effectués. Dans [30,34, 35], les auteurs ont proposé une approche basée sur l'utilisation de fonctions de Lyapunov continues par morceaux « Piecewise Lyapunov functions ». Néanmoins, cette approche n'est pas applicable pour les modèles TS construits à partir de la méthode des secteurs nonlinéaires car plusieurs règles du modèle sont actives en même temps.

Dans la majorité des méthodes de conception de système de contrôle basé sur un modèle flou, une fonction de Lyapunov commune est utilisée pour garantir la stabilité pour tous les modèles flous T-S locaux qui peut conduire à des conditions conservatrices. Une source de difficulté dans l'utilisation de l'approche T-S pour présenter précisément les systèmes non linéaires est le nombre de lois qui augmente de façon exponentielle avec le nombre de non-linéarités, ce qui complique l'analyse du système.

Un autre désavantage révélé dans la littérature est la supposition que les variables de décisions (prémises) intervenant dans les fonctions d'activation ou de poids sont connues. Cette supposition peut être vraie pour les fonctions d'activations qui utilisent les entrées ou sorties du système comme variable de décision. Cette catégorie des modèles T-S est connue sur le nom de *variables de décision mesurables* (VDM) [41]. Toutefois, quand les états du système sont utilisés comme variable de décision, cette supposition devient erronée. Souvent dans les applications réelles, les états de systèmes sont complètement ou partiellement inconnus, ce qui conduit à une structure T-S connue sur le nom *variable de décision non mesurable* (VDNM) [45]. Il a été démontré par Yoneyama, que l'état du système est choisi comme variable de décision au lieu de la sortie où l'entrée, la représentation T-S peut exprimer une classe plus large de systèmes non linéaires.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'estimation de défauts et la commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires à retard. Différentes approches sont proposées comme solution pour les problèmes cités précédemment en vue de faire la conception de l'estimateur et la commande tolérante. L'approche de Lyapunov-Krasovskii est l'approche principale utilisée pour l'analyse de la stabilité.

Le travail accompli dans cette thèse est présenté en cinq chapitres.

Le premier chapitre présente un état de l'art sur la commande tolérante aux fautes et les systèmes T-S retardés. En premier lieu, les principaux concepts et définitions des systèmes tolérants aux fautes sont décrits. Ensuite, différentes techniques d'estimations de défauts et de commande tolérante aux défauts existant dans la littérature sont présentées.

Dans la deuxième partie, quelques notions de base de stabilité, stabilisation, robustesse et conception d'observateurs pour systèmes T-S sont présentées. Deux classes de modèles T-S sont discutées : les modèles T-S à variables de décision mesurables et les modèles à variables de décision non mesurables. En fin de chapitre, les systèmes à retards sont introduits, en décrivant les types de retards ainsi que la notion de stabilité, stabilisation.

Dans le chapitre 2, un estimateur de défaut robuste flou d'ordre complet est synthétisé pour une classe de modèle T-S flou de temps discret incertain, prenant en compte le retard variant dans le temps et des défauts d'actionneurs et de capteurs simultanément.

Basé sur la fonction Lyapunov-Krasovskii (LK) et le critère de performance, un observateur robuste d'estimation de défaut flou augmentée (FFEO) avec le niveau de performance est proposé. Les conditions suffisantes pour l'existence de (FFEO) proposé sont exprimées en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI). À la fin du chapitre, un exemple est présenté pour démontrer l'efficacité d'une telle approche.

Le chapitre 3 est dédié à l'estimation de défauts et la commande tolérante aux défauts (FTC) pour des systèmes non linéaires discrets incertains avec état retardé, en utilisant le modèle Takagi-Sugeno (T-S) flou. Tout d'abord, une conception d'observateur d'estimation de défaut floue (FFEO) est proposée pour une estimation de défaut de l'actionneur.

Sur la base des informations d'estimation de défauts, un contrôleur tolérant de défaut à base de retour d'état estimé (SFFTC) est réalisé afin de compenser l'effet des défauts en stabilisant le système en boucle fermée. L'atténuation de perturbation est limitée à un niveau donné en

utilisant un critère de performance H_∞ . Des conditions suffisantes sont établies pour l'existence de (FFEO) et (SFFTC) en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

Le chapitre 4 est consacré au développement d'une loi de commande active tolérante aux fautes pour les systèmes non linéaires incertains retardés décrits par la structure de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables. Dans la première partie du chapitre, nous proposons une approche d'estimation de défaut, basée sur une conception d'observateur d'estimation de défaut flou d'ordre complet (FFEO) pour estimer les défauts actionneurs dans les modèles TS.

Une méthode de compensation de défauts actionneurs à base de retour de sortie dynamique (OFFTC) pour des systèmes T-S retardée est proposée dans la deuxième partie. En exploitant l'information en ligne de défauts estimée, une loi de commande additive est calculée permettant de compenser l'effet du défaut.

En utilisant une fonction de Lyapunov-Krasovskii floue (FL-KF) et l'approche sans pondération (Free weighting matrices), des conditions dépendant de retard suffisantes moins conservatrices sont établies pour l'existence du FFEO et OFFTC en termes d'inégalités linéaires matricielles (LMI). Par ailleurs, nous élargissons notre principal résultat au cas incertain. Deux exemples sont donnés pour illustrer l'efficacité et l'applicabilité de la méthode proposée. Les méthodologies développées sont illustrées à travers des exemples numériques.

Le chapitre 5 traite de la proposition d'une approche convexe pour la conception de l'estimation de défaut et commande tolérante aux défauts pour une classe des systèmes discrets non linéaires à retard par modèle flou TS non linéaire et approche FLF.

En utilisant la représentation du modèle flou TS non linéaire, on peut réduire le nombre de règles et la charge de calcul sans perte sur la précision du système. Compte tenu de l'approche sans pondération, un estimateur de défauts est d'abord établi pour estimer l'état et le signal de défaut en présence d'un retard variable et les perturbations. Puis, en utilisant les informations fournies par l'estimateur un DOFTC est conçu pour réduire l'influence des défauts sur le système et maintenir une performance acceptable. Ce problème a été formulé en termes de LMI, ce qui assure une des exigences de stabilité donnée, ainsi le critère de performance a été utilisé pour limiter les perturbations dans le cas de défauts de l'actionneur. Un exemple de simulation est utilisé pour démontrer l'efficacité de l'approche proposée.

Enfin une conclusion générale conclue le document.

✓ *Production scientifique :*

- **Publication:**

- Cheridi Djamel Eddine, Noura Mansouri, “***Robust H_∞ Fault-Tolerant Control for Discrete-Time Nonlinear System with Actuator Faults and Time-Varying Delays Using Nonlinear T–S Fuzzy Models***”. *Circuits Systems and Signal Processing*, 39(1):175-198(2019).

- **conferences Internationales**

- Cheridi Djamel Eddine, Noura Mansouri, “ ***H_∞ Fault Estimation for Nonlinear Discrete Time-delay System with Actuator and Sensor Faults using Nonlinear T-S Fuzzy models***”. The 5th International Conference on Electrical Engineering (ICEE), Boumerdes, Algeria 2017.
- Cheridi Djamel Eddine, Noura Mansouri, “***Robust Fault Estimation and Fault Tolerant Control for T-S Nonlinear Systems with Time Varying Delays***”. 8 International Conference on Modelling, identification and control (ICMIC), Alger, Algérie 2016.
- Cheridi Djamel Eddine, Noura Mansouri, “***Observer Based Fault Tolerant Control for T-S Systems with Multiple Delays***”. International Conference on Automatic and Mechatronic (CIAM), Oran, Algérie 2015.

Chapitre 1. Contexte et état de l'art

1.1 Introduction :

Les systèmes modernes de contrôle sont de plus en plus complexes et les algorithmes utilisés de plus en plus sophistiqués. Dans de tels systèmes, la demande de meilleure sécurité, fiabilité et des performances acceptables représente une préoccupation majeure. D'où la nécessité d'intégrer un système de contrôle tolérant aux défauts (FTC) afin de garantir ces objectifs [5].

Au cours des dernières décennies, la FTC a suscité beaucoup d'intérêt parmi la communauté scientifique. Les principaux résultats sur la FTC peuvent être classés en deux principales stratégies [16], La FTC passive et la FTC active. Dans la FTC passive, les défauts sont considérés comme des incertitudes qui peuvent être traitées en utilisant les techniques de conception de contrôle robustes. Alors que la FTC active repose sur la détection rapide des défauts, en utilisant la Procédure (FD) de diagnostic de défaut, l'isolement et l'estimation des défauts, puis sur la base des informations de défaut fournies par les procédures FD, une loi en boucle fermée pour maintenir une performance acceptable, est conçue en utilisant le module FTC.

De nombreux travaux existent dans la littérature sur la commande tolérante aux fautes, à titre d'exemple, on peut citer [21-24]. La commande tolérante aux défauts a été implémentée dans plusieurs applications et différents domaines tels que les centrales nucléaires, les véhicules sous-marins, les avions, et les systèmes de guidage de missiles [26]. Dans la majorité des applications pratiques, la dynamique du système est de nature non linéaire et peut-être affectée par des incertitudes, des perturbations, des bruits de mesure et même des retards. Dans de tels cas, il n'est pas indiqué d'utiliser les techniques linéaires conventionnelles pour analyser ces systèmes, mais il est plutôt fait appel au modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S) qui représente un outil mathématique très efficace et systématique pour représenter le système non linéaire en termes des modèles linéaires locaux connecté par des fonctions d'appartenance floues [35,43].

D'autre part, les systèmes dynamiques à retard jouent un rôle intéressant dans de nombreux domaines d'applications réelles, comme les systèmes de traitement chimique, les systèmes de transport ou les systèmes de communication [46]. Ces retards peuvent entraîner une dégradation voire même une déstabilisation du système [47]. Pour pallier à cet ensemble d'inconvénients, le T-S-modèle flou a été utilisé ces dernières années afin de traiter les systèmes non linéaires avec états retardés [49,50].

1.2 Diagnostic et Détection de Défauts (FDD) :

1.2.1 Définitions

a) Le Défaut

Le défaut est une déviation de la structure du système ou des paramètres du système de la situation nominale. Un défaut peut conduire à un mauvais fonctionnement ou au pire à une panne et donc à l'arrêt du fonctionnement du système. En général, les défauts sont classés selon leur emplacement d'occurrence dans le système. Il existe 3 types de défauts [1]: défauts actionneurs, défauts capteur et défauts système.

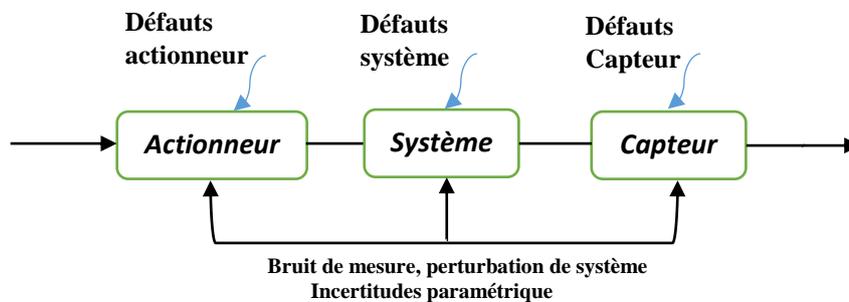


Figure 1.1 Modélisation des défauts

Selon la façon de modéliser ces défauts, on les définit comme additifs ou multiplicatifs, comme le montre la figure 1.2. Les défauts multiplicatifs sont souvent transformés en défauts additifs.

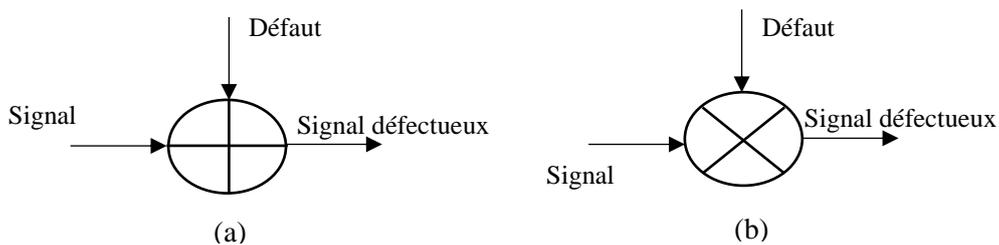


Figure 1.2 (a) défaut additive, (b) défaut multiplicative

b) Les défauts actionneurs

Un défaut actionneur peut être vu comme une mal-fonction des équipements qui actionnent le système [1]. Ce type de défauts est considéré dans la catégorie des défauts multiplicatifs (perte de puissance, blocage...).

c) Les défauts capteur :

Le défaut capteur c'est l'écart entre la valeur mesurée et la valeur réelle d'une grandeur physique du système. Généralement, ces défauts sont considérés comme additifs [1].

d) Les défauts système :

Le défaut système apparaît quand quelques changements dans le système rendent la relation dynamique invalide. C'est un défaut qui ne peut pas être classifié ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs [1],[2].

1.2.2 Modélisation des défauts

Le modèle d'un défaut actionneur est donné par l'équation suivante [2] :

$$u_{f_k} = \Gamma u_k + u_{0,f} \quad (1.1)$$

Ou u_{f_k} représente le signal de commande après l'occurrence d'un défaut,

$u_{0,f}$ Correspond à l'effet d'un défaut additif alors que Γu_k correspond à l'effet d'un défaut multiplicatif. Avec

$$\Gamma = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), \alpha_i \in [0 \ 1], \quad i = 1, \dots, m \quad (1.2)$$

Avec m étant le nombre d'actionneurs dans le système

Si $\alpha_i = 0$ on a un défaut total sur l'actionneur i et si $\alpha_i = 1$, l'actionneur i est en fonctionnement normal. Enfin, $\alpha_i \in]0 \ 1[$ correspond à un défaut partiel.

Soit l'équation d'état d'un système linéaire donné sous la forme suivante :

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k \quad (1.3)$$

En présence d'un défaut, cette équation s'écrit:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A x_k + B u_{f_k} \\ &= A x_k + B(\Gamma u_k + u_{0,f}) \end{aligned} \quad (1.4)$$

En définissant f_k comme un vecteur d'entrée inconnue correspondant au défaut actionneur, on obtient alors le système suivant :

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k + F f_k \quad (1.5)$$

Avec $F = B$ et $f_k = \Gamma u_k + u_{0,f}$

Si le $i^{\text{ème}}$ actionneur est déclaré comme étant défectueux, alors F correspond à la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice B et f_k correspond à la magnitude du défaut affectant cet actionneur.

Les défauts se distinguent également selon les caractéristiques temporaires de défaut. Ils sont classés comme brusques, graduels ou intermittents comme indiqué par la figure 1.3.

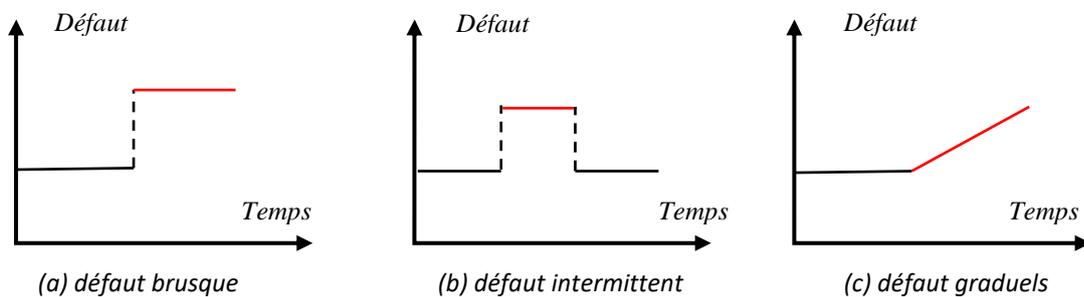


Figure 1.3 Modélisation temporaire de défaut

1.2.3 Diagnostic des Défauts

Le diagnostic a pour objectif d'identifier la cause d'un défaut. Il peut être défini comme étant un processus d'identification de la cause probable des défaillances à partir des informations recueillies[1].

D'une manière générale, un système de **diagnostic des Défauts** comprend trois étapes:

1. La détection des défauts;
2. La localisation des défauts
3. L'estimation des défauts (FE) [2].

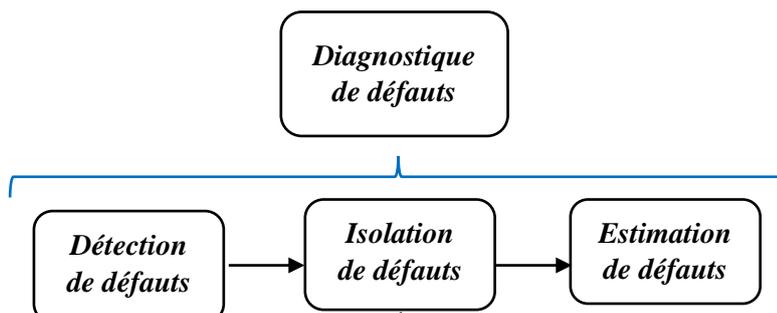


Figure 1.4 Étapes de diagnostic

1) La Détection des défauts :

Cette étape consiste en la vérification de la cohérence des diverses informations relevées sur le système pour décider si oui ou non un défaut existe et éventuellement déterminer le moment où il s'est produit.

2) L'isolation des défauts :

Cette étape consiste à déterminer l'ensemble des éléments défailants et trouver dans quels composants la panne est survenue. Ce problème est parfois difficile à résoudre, car si c'est possible de déterminer une défaillance résultant d'un défaut, il est plus difficile d'identifier le ou les défauts ayant entraîné une défaillance.

3) Estimation de défaut :

Cette étape détermine la nature d'un défaut et de sa gravité. Elle permet donc d'identifier le défaut et d'estimer son amplitude.

1.2.4 Méthodes de diagnostic

De nombreuses méthodes de diagnostic sont fondées sur la redondance existant entre les mesures issues des capteurs et la connaissance du modèle. On distingue deux types de redondance : la redondance matérielle et la redondance analytique [1].

(i) La redondance matérielle

L'approche traditionnelle de FD est la redondance matérielle. Il s'agit d'une méthode dont le principe repose sur les mesures d'une grandeur particulière du processus à l'aide de plusieurs capteurs identiques. En fonctionnement normal, les capteurs indiquent, aux bruits et imprécisions de mesure près, la même valeur. Par contre en cas de défaillance de l'un d'entre eux, les valeurs indiquées seront différentes.

L'avantage principal de cette approche est sa grande fiabilité et la localisation rapide des défauts. Alors que les inconvénients majeurs sont son champ d'application limité aux seules défaillances capteurs, le coût des équipements et leur maintenance ainsi que l'espace nécessaire pour l'installation des équipements.

(ii) La redondance analytique

Dans le domaine industriel, la redondance matérielle est rare ou n'existent pas pour des raisons des coûts financiers élevés. Dans de telles situations, la redondance analytique ou encore redondance logicielle devient primordiale pour le diagnostic des systèmes. Cette méthode consiste à remplacer la redondance matérielle par un modèle mathématique explicite qui sera utilisé pour établir les deux étapes de commande tolérante aux défauts. Pour le problème du conflit entre la fiabilité et le coût d'ajout de plus de matériel, la redondance analytique utilise les relations de redondance entre les différentes variables mesurées du processus contrôlé. Ce qui signifie, il n'y a pas de défauts de matériels supplémentaires qui soient introduits dans un système redondant d'analyse. Par conséquent, la redondance analytique est potentiellement plus fiable que la redondance matérielle. Traditionnellement, l'approche de redondance analytique est divisée en des méthodes basées sur un modèle analytique, des méthodes basées sur le traitement de signal et des méthodes basées sur la connaissance [6].

L'approche basée sur un modèle analytique utilise un modèle mathématique du système et utilise la redondance analytique pour remplacer la redondance matérielle. On utilise pour cela, l'observateur, l'espace de parité, le filtre de Kalman, l'estimation paramétrique, les méthodes d'estimation du modèle pour générer des résidus, et l'évaluation des résidus. Autres méthodes (à base de traitement signal et basée sur la connaissance) n'exigent pas de modèle mathématique précis donc elles sont très pratiques. Bien que la plupart de ces méthodes soient proposées pour des systèmes linéaires, elles peuvent facilement être étendues aux systèmes non linéaires.

1.3 Commande tolérante aux défauts (FTC)

Un système tolérant aux défauts permet de maintenir des objectifs proches de ceux désirés même en présence de composants défectueux. Une façon d'augmenter la fiabilité et la sécurité des systèmes automatiques est de réaliser le système FTC. Ce dernier sera capable de contrôler le système avec des performances satisfaisantes même si un ou plusieurs défauts ou défaillances se produisent dans le système [1].

Les systèmes tolérants aux défauts sont généralement classés en deux grandes approches : l'approche passive (Passive Fault-Tolerant Control) et l'approche active (Active Fault-Tolerant Control).

1) L'Approche FTC Passive

Les systèmes FTC passifs sont basés sur des techniques de conception de commande robustes et visent à synthétiser un régulateur qui rend le système en boucle fermée robuste à un ensemble prédéfini de défauts. Cette approche ne nécessite pas la présence d'un module de détection et de diagnostic (Fault Détection and Diagnostic FDD) et cela représente un avantage en termes de poids de calcul [16], comme le montre la Figure 1.5.

Généralement deux méthodes passives de commande tolérante aux défauts sont utilisées:

- **La Commande fiable:** l'objectif de cette approche est de rendre le système en boucle fermée fiable, c'est-à-dire que la stabilité et les performances sont assurées même en présence des défauts [17]. Une liste de défauts possibles (souvent pannes de capteur ou d'actionneur) doit être connue a priori afin de synthétiser un régulateur qui optimise les performances de fonctionnement défectueux dans chacun des cas [18].
- **La Commande robuste :** Dans cette approche le défaut est considéré comme une erreur de modélisation ou une perturbation qui affecte la dynamique du système. Un régulateur avec des paramètres fixes, basé sur des méthodes de robustesse, est conçu afin de contrôler le système nominal ainsi que le système affecté par les entrées inconnues (perturbations, bruits, défauts spécifiques) [19].

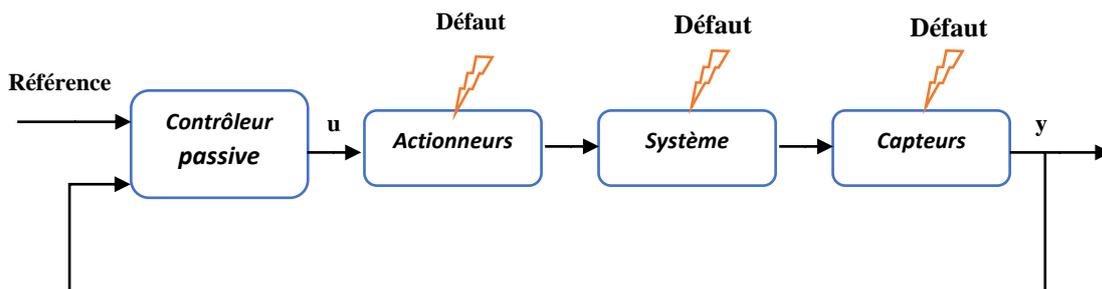


Figure 1.5 Schéma descriptif de la commande tolérante aux défauts passive

Les méthodes passives sont relativement simples à mettre en œuvre, elles sont toutefois très limitées, car tous les défauts et leurs effets sur le système ne peuvent pas être complètement connus a priori.

2) L'Approche FTC Active

Les systèmes tolérants "actifs" réagissent d'une manière "active" selon deux approches distinctes : la sélection d'une loi de commande pré-calculée ou la synthèse d'une nouvelle loi de commande en ligne. Les deux approches requièrent la présence d'un bloc diagnostic pour fournir des informations concernant l'état du système [20], [21].

Pour l'approche basée sur la synthèse d'une nouvelle loi de commande en ligne, La FTC active dépend donc d'un module de détection et de diagnostic de défaut en ligne (FDD) qui surveille le fonctionnement du système pour détecter d'éventuels défauts. Suivant le défaut, en fonction de sa sévérité et les informations qui peuvent être fournies par le bloc diagnostic, trois cas peuvent être considérés : l'accommodation, la reconfiguration ou la restructuration du système.

- **Accommodation de défaut** : l'accommodation de défaut consiste à adapter les paramètres du contrôleur aux propriétés dynamiques de l'installation défectueux. Les entrées et les sorties de l'installation utilisées dans la boucle de régulation restent les mêmes que pour le cas sans défaut[2].

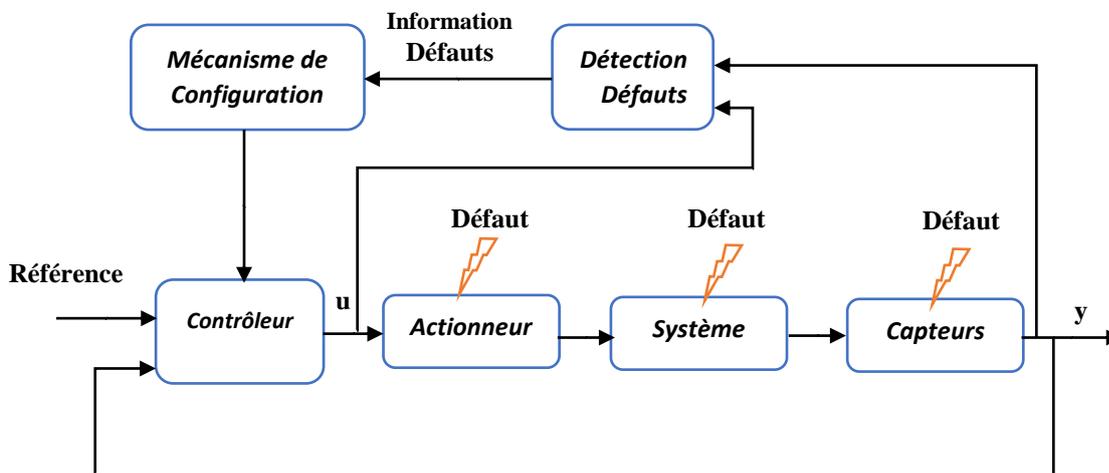


Figure 1.6: Schéma descriptif de la commande tolérante aux défauts active

- **Reconfiguration de commande** : si l'accommodation de défaut est impossible, la boucle de commande complète doit être reconfigurée. La reconfiguration comprend la sélection d'une nouvelle configuration de commande où des signaux alternatifs d'entrée et de sortie sont utilisés. La sélection de ces signaux dépend des défauts existants. Ensuite, une nouvelle loi de contrôle doit être conçue en ligne [2].

La synthèse de systèmes de tolérance active aux défauts nécessite donc la prise en charge de trois tâches principales : la détection de défauts, la localisation de défauts et la compensation de défauts. Cela induit des problèmes tels que : les retards de détection, les fausses alarmes et la non-détection de défauts.

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur l'accommodation de défaut (FA).

1.3.1 Techniques FE et FTC pour les systèmes non linéaires

L'estimation du défaut (FE) consiste à identifier le défaut, son type et sa gravité et d'estimer son amplitude. Comparativement à la détection et l'isolation de défauts, l'estimation de défaut (FE) présente plus de difficultés en termes de conception [16]. Ce qui rend ce problème un challenge. De plus, en utilisant les informations obtenues sur le défaut fourni par l'estimateur, un contrôleur additif peut être conçu pour compenser l'effet de ce dernier. Au cours des dernières années, La FE et l'accommodation des défauts ont fait l'objet de nombreuses études, cependant les méthodes proposées présentent des difficultés de conception, ce qui limite leur champ d'application.

1.3.2 Techniques d'estimation de défauts FE

Les techniques à base d'observateur, utilisées pour l'estimation de défauts sont nombreuses parmi lesquelles nous pouvons citer celles utilisant : observateur à mode glissant, filtre FE, observateur d'apprentissage itératif, observateur des réseaux de neurones, observateur proportionnel intégral et observateur adaptatif [21].

1) Méthode basée sur un observateur par mode glissant :

Les techniques FE à base d'observateur en mode glissant ont attiré beaucoup d'attention et ont été discuté dans [16]. Dans [23], une estimation de défaut robuste été proposée pour un système non linéaire affine dans un contexte géométrique alors que dans [24] les auteurs proposent une estimation de défaut et une approche de reconstruction pour une classe des systèmes non linéaires en utilisant des techniques d'optimisation convexe. En général, la conception de FE basée sur l'observateur mode glissant nécessite un état réel strictement positif (SPR) à satisfaire.

2) Approche basée sur un filtre d'estimation : Cette approche est traitée dans [25], mais la conception proposée est seulement approprié pour des systèmes stables en boucle

ouverte et en plus a besoin d'une hypothèse restrictive sur les défauts, à savoir $f_k \in L^2 [0, +\infty)$.

3) *Approche d'observateur de réseaux de neurones et d'apprentissage:*

En général, les étapes de conception d'observateur d'apprentissage itératif et l'observateur de réseaux de neurones [26] sont assez complexes, ce qui limite leurs gammes d'application.

4) *Approche basée sur un observateur adaptatif :*

Certains chercheurs accordent plus d'attention à l'approche d'observation adaptative et les techniques d'observation adaptative ont trouvé une application pratique large dans de nombreux domaines [27], [28]. Le principal avantage de l'observateur adaptatif est que le vecteur d'état complet et le défaut de l'actionneur peuvent être estimés simultanément. Cependant, la condition SPR doit être satisfaite pour l'observateur adaptatif ce qui limite son utilisation.

La majorité des systèmes de contrôles ont été implémentés numériquement dans le cas continu. Pour le cas discret qui est plus significatif et plus pratique. Plusieurs résultats ont été obtenus pour la détection des défauts pour les systèmes nonlinéaires discrets au cours des dernières années voir par exemple [29]. Cependant, la détection de défaut ne représente que la première étape dans FD. La FE est utilisé pour déterminer en ligne la taille du défaut. Par rapport à la détection des défauts, l'estimation du défaut est plus difficile et elle a attiré peu d'attention pour les systèmes à temps discrets.

1.3.3 Techniques FA

Il y a deux façons principales de reconfiguration du contrôleur pour garantir les performances du système après qu'un défaut apparaisse, c.-à-d. l'accommodation de défaut FA et la reconfiguration du contrôle [26]. La FA signifie l'adaptation des paramètres du contrôleur aux propriétés dynamiques du système défectueux. La sortie et l'entrée du système utilisées dans la boucle de commande restent les mêmes que pour le cas sans défaut. Alors que si la FA est impossible, la boucle de contrôle complète doit être reconfigurée, c.-à-d. la reconfiguration de commande.

1) Approche FTC adaptative

Afin de limiter les restrictions sur la précision des modèles de processus, des techniques d'adaptation ont été appliquées pour estimer les états et les paramètres. Basée sur l'estimation de l'état et des paramètres, la performance tolérante aux défauts peut être atteinte. Dans [30] en se basant sur la stabilisation de sortie, une commande adaptative tolérante aux défauts a été proposée pour un type de systèmes non linéaires multi-variables incertains avec des défauts capteurs et actionneurs. Dans [32], une technique d'accommodation de défaut est développée pour les systèmes non linéaires Lipschitz avec un module d'estimation de défaut adaptatif intégré. L'inconvénient inhérent d'un observateur adaptatif limite son application aux types plus généraux de systèmes non linéaires.

2) Approche FTC à base de mode glissant

Il est bien connu que le contrôle par mode glissant a une bonne robustesse contre les incertitudes et les perturbations externes. Dans [33], un nouvel observateur proportionnel et dérivé (PD) de mode glissant est proposé pour les systèmes de saut markoviens non linéaires avec retard pour estimer simultanément l'état et les variables de défaut. Sur la base de cette estimation, un système FTC basé observateur est conçu pour garantir la stabilité stochastique du système en boucle fermée. En outre dans [34], l'approche FTC en mode glissant intégrale a été appliquée sur un système représentant un vaisseau spatial avec des saturations et des incertitudes. D'autres résultats sur la FTC à l'aide d'observateurs en mode glissant, sont présentés dans [2]. Comme la FE à base d'observateur à mode glissant, l'application des méthodes FTC à mode glissant sont essentiellement limitées à certains types particuliers de systèmes non linéaires.

3) Approche FTC basée sur Intelligence artificielle

Ces dernières années, l'application des techniques d'intelligence artificielle pour traiter les problèmes non linéaires FTC ont attirés beaucoup d'attention[1]. D'une manière générale, cette approche FTC est réalisée en suivant deux étapes:

- (i) adopter une méthode d'apprentissage à base de réseaux de neurones pour approximer les modèles de défaut et les facteurs de pondération de défauts pour les systèmes non linéaires.

- (ii) reconfigurer la loi de commande sur la base des changements de paramètres. Cependant, il y a peu de résultats sur la conception systématique du réseau de neurones, qui limite l'application de l'intelligence artificielle pour la résolution des problèmes de contrôle pratiques.

4) Technique basée sur l'approche FTC floue

Les modèles T-S flous ont été reconnus comme un outil simple et efficace pour le contrôle des systèmes non linéaires ou même des systèmes non analytiques [35]. Plus récemment, des résultats sur la commande tolérante aux défauts basé sur le modèle flou comme ceux obtenus dans [36] existent dans la littérature. Il a été démontré qu'en utilisant la technique de modélisation dynamique floue, le problème de la conception FTC pour les systèmes non linéaires peut être mis sous forme LMI. Cet avantage inhérent motive son application dans de véritables processus industriels [1].

1.4 Les inégalités matricielles linéaires (LMIs)

Dans cette thèse les conditions de stabilité/stabilisation seront écrites sous la forme d'inégalités linéaires matricielles (LMIs). La description du problème par la formulation LMI, permet de le résoudre effectivement par des techniques d'optimisation convexes. Plusieurs lemmes sont présentés dans cette section. Plus de détails sur l'approche LMI et leurs importances dans le domaine du diagnostic et commande, sont détaillés dans [37].

La forme générale de LMI est définie par :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i < 0 \quad (1.6)$$

où $x = [x_1, \dots, x_m]$ est le vecteur variable de décision, $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, 1, \dots, m$. L'ensemble des solutions $S = \{x \in \mathbb{R}^n, F(x) < 0\}$ est convexe.

- **Propriétés matricielles**

La plupart des lemmes présentés ont pour principal objectif de rendre les inégalités matricielles linéaires par rapport en des variables recherchées ou de traiter certains cas particuliers[38].

Lemme 1.1 (Propriété de congruence) : soit deux matrices P et Q , si P est définie positive et si Q est de rang plein en colonne alors la quantité QPQ^T est définie positive

Lemme 1.2 (Complément de Schur): soient les deux matrices symétriques $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et une matrice $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Alors, les expressions suivantes sont équivalentes :

$$\begin{bmatrix} Q & S^T \\ S & R \end{bmatrix} > 0 \quad (1.7)$$

$$\begin{cases} Q > 0 \\ R - SQ^{-1}S^T > 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\begin{cases} R > 0 \\ Q - SR^{-1}S^T > 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

Lemme 1.3 (Carré matriciel): Soit X et Y deux matrices aux tailles appropriées. L'inégalité suivante est toujours vraie pour toute matrice $Q = Q^T > 0$

$$XY^T + YX^T \leq XQX^T + YQY^T \quad (1.10)$$

1.5 Les modèles T-S flous

Les modèles de Takagi-Sugeno (T-S) constituent une représentation mathématique très intéressante qui permet de représenter efficacement des systèmes non linéaires par un ensemble de sous-systèmes linéaires simples interpolés par des fonctions non linéaires convexes. Cette méthode possède une structure simple et précise, permettant l'extension de certains résultats du domaine linéaire aux systèmes non linéaires[8], [39].

Considérons le modèle non linéaire:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) \\ y_k = h(x_k, u_k) \end{cases} \quad (1.11)$$

Avec $x_k \in R^n$ représente l'état de système, $u_k \in R^m$ la commande et $y_k \in R^p$ la sortie du système.

La formulation mathématique du modèle de T-S est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(z_k)(A_i x_k + B_i u_k) \\ y_k = \sum_{i=1}^r h_i(z_k)(C_i x_k + D_i w_k) \end{cases} \quad (1.12)$$

Les r sous modelés sont définis par des matrices A_i, B_i, C_i, D_i connues de dimensions appropriées. $h_i(z_k)$ représente des fonctions d'activations non linéaires qui satisfont la propriété de somme convexe (1.13). Ces fonctions dépendent d'une variable z_k qui peut être mesurable (par exemple l'entrée u_k ou la sortie y_k du système) ou non mesurable (x_k l'état de système).

Ces fonctions satisfont les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq h_i(z_k) \leq 1, & i = 1, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r h_i(z_k) = 1 \end{cases} \quad (1.13)$$

Dans la littérature on peut trouver trois approches principales sont utilisées afin d'obtenir un modèle T-S flou. La première approche est basée sur les techniques d'identification a partir de données d'entrées-sorties obtenus à partir du système réel; la structure du modèle et les fonctions d'activation sont choisies a priori [8].

La seconde approche repose sur la linéarisation du modèle non linéaire (1.11). Cette approche consiste à linéariser le système autour de plusieurs points de fonctionnement. Des sous-modèles linéaires sont donc obtenus pour chaque zone de fonctionnement. Ensuite des techniques d'optimisation sont utilisées pour minimiser l'erreur quadratique de sortie [19].

La troisième approche est connue sous le nom de transformation par secteurs non linéaires [29], cette dernière repose sur la représentation analytique du système non linéaire. Contrairement aux deux approches citées précédemment, la transformation par secteurs non linéaires permet l'obtention d'une description exacte de modèle non linéaire dans un compacte de l'espace d'état. C'est cette approche que nous avons choisi d'utiliser dans le travail présenté dans cette thèse.

1.5.1 Approche par secteurs non linéaires

Soit le modèle non linéaire suivant:

$$\dot{x}_{t,i} = \sum_{j=1}^n f_{ij}(x_t)x_{t,j} + \sum_{k=1}^m g_{ik}(x_t)u_{t,k} \quad (1.14)$$

Où n, m sont les nombres de variables d'état et d'entrées. $f_{ij}(x_t)$ et $g_{ik}(x_t)$ sont des fonctions non linéaires dépendant de x_t .

Afin d'obtenir le modèle T-S flou, on doit trouver les valeurs minimum et maximum de $f_{ij}(x_t)$ et $g_{ik}(x_t)$.

Soit :

$$\begin{aligned} a_{ij1} &= \max_{x(t)}\{f_{ij}(x_t)\}, & a_{ij2} &= \min_{x(t)}\{f_{ij}(x_t)\} \\ b_{ik1} &= \max_{x(t)}\{g_{ik}(x_t)\}, & b_{ik2} &= \min_{x(t)}\{g_{ik}(x_t)\} \end{aligned} \quad (1.15)$$

En utilisant ces variables, f_{ij} et g_{ik} peuvent être représenté par :

$$\begin{aligned} f_{ij}(x_t) &= \sum_{\ell=1}^2 h_{ij\ell}(x_t) a_{ij\ell} \\ g_{ik}(x_t) &= \sum_{\ell=1}^2 v_{ik\ell}(x_t) b_{ik\ell} \end{aligned}$$

Où $\sum_{\ell=1}^2 h_{ij\ell}(x_t) = 1$ et $\sum_{\ell=1}^2 v_{ik\ell}(x_t) = 1$. Les fonctions d'activation sont définis par :

$$\begin{aligned} h_{ij1}(x_t) &= \frac{f_{ij}(x_t) - a_{ij2}}{a_{ij1} - a_{ij2}}, & h_{ij2}(x_t) &= \frac{a_{ij1} - f_{ij}(x_t)}{a_{ij1} - a_{ij2}} \\ v_{ik1}(x_t) &= \frac{g_{ik}(x_t) - b_{ik2}}{b_{ik1} - b_{ik2}}, & v_{ik2}(x_t) &= \frac{b_{ik1} - g_{ik}(x_t)}{b_{ik1} - b_{ik2}} \end{aligned}$$

Ce qui permet de représenter le système (1.14) par une modèle T-S flou comme suit :

$$\dot{x}_{t,i} = \sum_{j=1}^n \sum_{\ell=1}^2 h_{ij\ell}(x_t) a_{ij\ell} x_{t,j} + \sum_{k=1}^m \sum_{\ell=1}^2 v_{ik\ell}(x_t) b_{ik\ell} u_{t,k} \quad (1.16)$$

1.5.2 Stabilité des systèmes de Takagi-Sugeno

Considérons un système de Takagi-Sugeno autonome[39], présenté par :

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(z_k) A_i x_k \quad (1.17)$$

Avec les fonctions d'activations satisfaisant la propriété de somme convexe:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^r h_i(z_k) = 1, \quad \forall k \\ 0 \leq h_i(z_k) \leq 1, \quad i = 1, \dots, r \end{array} \right. \quad (1.18)$$

Lemme 1.1 *Le système (1.17), est dit quadratiquement stable s'il existe une matrice $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive tel que les conditions suivantes soient vérifiées pour $i = 1, \dots, r$:*

$$A_i^T P A_i < 0 \quad (1.19)$$

Démonstration. Elle s'appuie sur le choix d'une fonction de Lyapunov $V_k = x_k^T P x_k$ où $P = P^T > 0$. L'utilisation de la propriété de somme convexe des fonctions de Lyapunov permet l'obtention de r conditions, à résoudre simultanément, formulées en termes d'inégalités linéaires matricielles (LMIs).

1.5.3 Observateurs pour les systèmes de Takagi-Sugeno

Nous rappelons ici les principaux résultats concernant la conception d'observateurs pour systèmes T-S [7]. Pour cela, considérons le modèle T-S donné par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(z_k) (A_i x_k + B_i u_k) \\ y_k = C_i x_k \end{array} \right. \quad (1.20)$$

L'observateur le plus largement développé dans la littérature est une extension de celui de Luenberger proposé pour les systèmes linéaires:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}_k)(A_i \hat{x}_k + B_i u_k) - L_i(\hat{y}_k - y_k) \\ \hat{y}_k = C_i \hat{x}_k \end{cases} \quad (1.21)$$

Avec $L_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $i \in \{1, 2, \dots, r\}$ représente les matrices de gain de l'observateur de chaque sous modèle.

La synthèse de l'observateur consiste alors à trouver les gains L_i .

Pour déterminer les matrices L_i , la stabilité du système d'erreur d'estimation est étudiée, le système d'erreur est défini par :

$$e_k = \hat{x}_k - x_k \quad (1.22)$$

La dynamique de cette dernière est décrite par une équation différentielle qui dépend de la connaissance ou non des variables de décision introduites dans les fonctions d'appartenances. Pour cela on définit deux classes de systèmes où les variables de décisions sont mesurables ou pas.

1.5.3.1 Variables de décision mesurables (VDM)

La majorité des travaux existant dans la littérature repose sur l'hypothèse de disponibilité des variables de décisions pour la conception d'observateur d'état pour les systèmes T-S. Cette hypothèse signifie que le système et l'observateur partagent les mêmes variables de décisions ce qui offre la possibilité de factoriser ces dernières lors de l'évaluation de la dynamique de l'erreur d'estimation d'état.

$$e_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(z_k)(A_i - L_i C) e_k \quad (1.23)$$

Les gains L_i de l'observateur sont alors déterminés par analyse de la stabilité du système T-S (1.23).

1.5.3.2 Variables de décision non mesurables (VDNM)

Un modèle flou T-S obtenu par la transformation en secteurs non linéaires peut représenter exactement un modèle non-linéaire dans un espace compacte de variable d'état [7]. Mais si l'état du système est choisi comme variable de prémisse et non la sortie, le modèle T-S obtenu représente une classe très large de systèmes non linéaires [8]. Ainsi si la sortie est non linéaire par rapport à l'état l'obtention de modèle T-S des systèmes non linéaires devient très difficile et dans certains cas impossible avec la sortie choisie comme variable de prémisse. On peut ainsi citer les travaux suivants portant sur le sujet [6], [41], [42].

Dans le cas où les variables de décision ne sont pas connues, leur factorisation n'est plus possible et la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit alors sous la forme :

$$e_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(z_k)(A_i x_k + B_i u_k) - \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(k))(A_i \hat{x}_k + B_i u_k + L_i C e_k) \quad (1.24)$$

En analysant cette équation on en déduit clairement que la détermination des gains L_i pour le cas des systèmes T-S à VDNM est faite d'une manière différente au cas précédent.

1.5.4 Stabilisation des systèmes de T-S

L'étude de la stabilité des modèles Takagi-Sugeno s'effectue principalement en utilisant la méthode directe de Lyapunov [43]. Cette méthode implique le choix d'une fonction candidate de Lyapunov.

Dans toute la suite et sans perte de généralité on suppose que le point d'équilibre est l'origine.

On considère le système T-S discret suivant :

$$x_{k+1} = \sum_{i=0}^r h_i(z_k) A_i x_k \quad (1.25)$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la variation de la fonction de Lyapunov $V_k = x_k^T P x_k$.

$$\Delta V_k = V_{k+1} - V_k = x_{k+1}^T P x_{k+1} - x_k^T P x_k \quad (1.26)$$

On remplaçant (1.25) dans (1.26) et en utilisant les notations définies précédemment, on obtenu :

$$\Delta V_k = x_k^T (A_z^T P A_z - P) x_k \quad (1.27)$$

L'étude de la stabilité quadratique revient donc à résoudre le problème suivant :

Trouver une matrice $P > 0$ telle que $A_z^T P A_z - P < 0 \quad \forall z_k \in \mathbb{R}^z$

En utilisant le complémentent de Schur sur $A_z^T P A_z - P < 0$, (1.27) est équivalente à:

$$\begin{bmatrix} -P & (*) \\ P A_z & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (1.28)$$

Ce qui vérifie le théorème suivant.

Théorème 1.1[42]: Le modèle TS discret (1.25) est globalement asymptotiquement stable (GAS) si :

$$\exists P > 0, \begin{bmatrix} -P & (*) \\ P A_z & -P \end{bmatrix} < 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, r\}$$

1.5.4.1 Stabilisation des modèles TS par retour d'état

Cette loi de commande a été proposée pour la première fois par **Tanaka**. Son avantage réside dans sa capacité à relâcher la loi de commande linéaire $u_k = -F x_k$ en calculant des gains pour chaque sous modèle. Cela revient à incorporer les fonctions d'appartenance $h_i(z_k)$ dans la synthèse du régulateur. Ainsi cette loi de commande est donnée par :

$$u_k = - \sum_{i=0}^r h_i(z_k) F_i x_k = -F_z x_k \quad (1.29)$$

Avec $F_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ $i \in \{1, 2, \dots, r\}$ représentant les matrices des gains de retour d'état de chaque sous modèle. La synthèse du régulateur consiste alors à déterminer les matrices F_i .

En substituant la loi de commande (1.29) dans le modèle (1.20), l'expression du modèle TS discret standard en boucle fermée est alors :

$$\begin{cases} x_{k+1} = (A_z - B_z F_z) x_k \\ y_k = C_z x_k \end{cases} \quad (1.30)$$

La dérivée de la fonction Lyapunov choisie est négative si:

$$(A_z - B_z F_z)^T P (A_z - B_z F_z) - P < 0 \quad (1.31)$$

En utilisant le complément de Schur on obtient la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} -P & (*) \\ P(A_z - B_z F_z) & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (1.32)$$

En appliquant la propriété de congruence avec $\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$ sur (1.26) on trouve :

$$\begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_z X - B_z F_z X & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (1.33)$$

Afin d'éviter le terme non linéaire $F_z X$, le changement de variable suivant $M_i = F_i X$ est utilisé :

$$\begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_z X - B_z M & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (1.34)$$

On définit les quantités suivantes :

$$\zeta_{ij} = \begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_i X - B_i M_j & -X \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Les variables recherchées étant linéaires[8], des conditions suffisantes de stabilisation sont présentées dans le théorème suivant.

Théorème 1.2[42]: Soient un modèle TS discret (1.20), la loi de commande PDC (1.29) et les ζ_{ij} définis en (1.35), s'il existe une matrice X définie positive et des matrices M_i , tels que les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} \zeta_i < 0, & \quad \text{pour } i \in \{0, \dots, r\} \\ \zeta_{ij} + \zeta_{ji} < 0, & \quad \text{pour } i, j \in \{0, \dots, r\} \text{ et } i < j \end{aligned} \quad (1.36)$$

Avec

$$\zeta_{ij} = \begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_i X - B_i M_j & -X \end{bmatrix}, \quad X = P^{-1}, M_j = F_j P^{-1},$$

Alors le modèle TS discret (1.25) est globalement asymptotiquement stable.

1.5.4.2 Stabilisation des modèles TS par retour de sortie

Deux possibilités existent: le retour d'état dynamique ou l'ajout d'un observateur d'état. Dans le premier cas, la loi de commande utilisée est :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_z x_k + B_z y_k \\ u_k = C_z x_k + D_z y_k \end{cases} \quad (1.37)$$

Elle suppose un vecteur des décisions mesuré. Les développements techniques autour de ce type de commande sont relativement fastidieux. Ils sont développés dans [8] mais ne sont pas repris ici.

Dans le deuxième cas, on utilise un observateur. Ce dernier peut s'écrire de façon générale [43], comme suit:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_z \hat{x}_k + B_z u_k + K_z (y_k - \hat{y}_k) \\ \hat{y}_k = C_z \hat{x}_k \end{cases} \quad (1.38)$$

On remarquera que le vecteur des prémisses z_k n'est pas forcément mesuré, i.e. dans (1.38) on utilise son estimée dans ce cas, la loi de commande s'écrit :

$$u_k = -F_z \hat{x}_k \quad (1.39)$$

La dynamique de l'erreur de reconstruction $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$ est donnée par :

$$\tilde{x}_{k+1} = (A_z - K_z C_z) x_k \quad (1.40)$$

La dynamique du modèle bouclé s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z - B_z F_z & B_z F_z \\ 0 & A_z - K_z C_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{x}_k \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Remarque 1: le théorème de séparation n'est plus valide dès que l'on considère des modèles TS avec incertitudes, des retards inconnus ou encore des variables de prémisses non mesurables.

L'utilisation du théorème précédent permet dans le cas quadratique de proposer les conditions de stabilité suivantes :

$$\zeta_{ij} = \begin{bmatrix} -X & * \\ A_i X - B_i M_j & -X \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

$$\tilde{\zeta}_{ij} = \begin{bmatrix} -\check{P} & * \\ \check{P} A_i - N_j C_i & -\check{P} \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

Théorème 1.3 [44](cas discret) : Soient un modèle TS discret (1.20), la loi de commande PDC (1.39), l'observateur à prémisses mesurables (1.40), les ζ_{ij} définis en (1.42) et les $\tilde{\zeta}_{ij}$ définis en (1.43). S'il existe des matrices $X > 0$ et M_i , $i \in \{1, \dots, r\}$ tels que (1.36) soient vérifiées pour les ζ_{ij} , et s'il existe des matrices $\check{P} > 0$ et N_i , $i \in \{1, \dots, r\}$ tels que les conditions (1.36) soient vérifiées pour les $\tilde{\zeta}_{ij}$ alors la boucle fermée est asymptotiquement stable. Si ces deux problèmes ont une solution, les gains de la PDC sont donnés par $F_i = M_i X^{-1}$ et les gains de l'observateur par $K_i = P_i N^{-1}$.

1.5.5 Robustesse de modèle T-S

La modélisation d'un système physique est une étape nécessaire dans la synthèse du contrôleur. Mais, un modèle mathématique ne peut pas représenter entièrement un système physique. Les signaux de perturbation ou les variations des paramètres du système peuvent induire des incertitudes dans le système. Les sources d'incertitudes sont nombreuses mais elles sont généralement classées en deux catégories:

- **Incertainces non structurelles** dites également non paramétriques. Les dynamiques non modélisées à haute fréquence telles que le retard, le couplage parasite, l'hystérésis et d'autres non-linéarités peuvent être décrites par des représentations d'incertitudes non structurées. Elles peuvent être considérées comme additives, multiplicatives, factorisées ou décrites par une fonction de transfert [45].
- **Incertainces structurelles** dites aussi de modélisation ou paramétriques. Les perturbations telles que les descriptions inexactes des caractéristiques des composants, l'usure et les effets de déchirure des composants de machine, les variations des points d'opérations sont représentées

par des incertitudes structurées. Ces incertitudes affectent généralement les performances de la gamme de basses fréquences.

Dans cette partie, seule la robustesse des contrôleurs TS vis-à-vis d'incertitudes structurelles est abordée.

$$\begin{cases} x_{k+1} = (A_z + \Delta A_z)x_k + (B_z + \Delta B_z)u_k \\ y_k = (C_z + \Delta C_z)x_k \end{cases} \quad (1.44)$$

Avec

$$\begin{cases} \Delta A_z = H_a \Delta_{az} E_a \\ \|\Delta_{az}\| \leq 1 \end{cases}, \begin{cases} \Delta B_z = H_b \Delta_{bz} E_b \\ \|\Delta_{bz}\| \leq 1 \end{cases}, \begin{cases} \Delta C_z = H_c \Delta_{cz} E_c \\ \|\Delta_{cz}\| \leq 1 \end{cases}, \text{ et } H_a, H_b, H_c, E_{ai}, E_{bi}, E_{ci}$$

$i \in \{1, \dots, r\}$ des matrices constantes. Plusieurs autres résultats existent dans la littérature [16].

1.6 Systèmes non linéaires à retard

Dans des nombreux systèmes réels, des retards peuvent se produire (systèmes de fabrication, télécommunications et système économique) ce qui peut être une source importante d'instabilité et de dégradation des performances. La présence de retards doit donc être prise en compte dans la modélisation et l'étude des performances dynamiques du système. De ce fait, les systèmes non linéaires retardés sont devenus un axe de recherche très important [46].

En général, il y a deux types de systèmes à retard: retardé et neutre [47]. Le type retardé contient des retards seulement dans les états, alors que le type neutre contient des retards à la fois dans les états et dans leurs dérivées. D'autre part, les méthodes de conception des systèmes à retard peuvent être classées en deux catégories: dépendantes et indépendantes du retard. Les méthodes de retard indépendant ne prennent pas la taille de retard en considération, et donc souvent donne des résultats conservatifs pour les systèmes avec petit retard. Ces dernières années, beaucoup d'attention a été concentrée sur le développement des conditions dépendant de retard. De nombreux résultats dépendant de retard ont été rapportés dans la littérature [48-50], les méthodes dépendant-retard utilisent des informations sur la durée du retard, ils sont généralement moins conservatifs que ceux de retard indépendant lorsque la taille du retard est faible. Cependant, la plupart des résultats concernant l'analyse de la stabilité dépendant du retard et d'autres se rapportent à la concevoir de système FD.

Il existe beaucoup de travaux concernant la détection des défauts des systèmes à retard [51], [52], mais la détection de défaut présente seulement la première étape de système FD. En comparant avec le problème de FE des systèmes sans retard, il est incontestable d'ajouter de nombreuses difficultés de conception, ce qui entraîne très peu de résultats de conception de FE pour les systèmes à retard [53], [54]. Le problème de FE a été étudié pour une classe de systèmes à retard variable [55], mais seulement pour des systèmes avec retard variable lent a été considéré. Une conception de filtre FE a été proposée dans [25], mais la méthode convient uniquement pour les systèmes stables en boucle ouverte et nécessite la contrainte sur l'estimation de défaut. Selon la méthode d'estimation de défauts présenté dans [44], l'estimateur à base de filtre peut asymptotiquement estimer les vraies valeurs de défauts, mais les dérivés des sorties sont nécessaires, ce qui amplifie les bruits de sortie. En général, il existe trois façons pour représenter les systèmes à retard :

- *Équations différentielles sur des espaces linéaires abstraits de dimension infinie :*

Un moyen d'analyser le système à retard est de l'intégrer dans une classe plus large de systèmes: la classe des systèmes linéaires de dimension infinie, exprimée comme des équations différentielles abstraites. L'inconvénient de cette approche vient de la nécessité d'une généralisation de certaines propriétés telles que les concepts de contrôlabilité, d'observabilité et de détectabilité [46].

- *Équations différentielles sur des espaces fonctionnels (FDE) :*

Dans cette approche, il y a deux façons différentes pour considérer les systèmes à retard, soit des évolutions dans un espace de dimension finie (interprétation de l'espace vectoriel) ou dans un espace fonctionnel (la condition initiale toujours définie par une fonction). La première utilise la finitude de l'espace vectoriel pour analyser le comportement du système alors que la deuxième reflète le caractère de dimension infinie du système[46]. L'un des avantages possibles de cette modélisation vient de l'utilisation des outils de dimension finie pour analysait les systèmes à dimension infinie, les résultats obtenus sont conservatifs.

Les systèmes non linéaires à retard se décris par des systèmes d'équations différentielles comme suites :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + A_d x(t-d) + B u(t) + f(x(t), x_t(\theta)), & t \geq t_0 \\ x_{t_0}(\theta) = \phi(\theta), \quad \forall \theta \in [-d, 0] \end{cases} \quad (1.45)$$

Ou $x(t) \in \mathbb{R}^n$ et x_t désigne l'opérateur de translation agissant sur la trajectoire : $x_t(\theta) = x(t + \theta) \forall \theta \in [-d, 0]$, $\phi(t)$ est la condition initiale sur $[-d, 0]$.

- ***Équations différentielles sur des anneaux d'opérateurs :***

Les FDEs associés sont décrits par des équations différentielles vectorielles définies sur des anneaux d'opérateurs. Cette méthode repose sur l'utilisation des techniques ainsi que les approches de la théorie des systèmes sur des anneaux. Plusieurs travaux peuvent être trouvés dans la littérature sur cette approche [47]. Chaque méthode à ses avantages et ses inconvénients en fonction du problème à traiter.

- ***Systèmes de type neutre :***

Les systèmes neutres sont des systèmes régis par des équations différentielles fonctionnelles portant à la fois des valeurs passées de son état ainsi que de ses variations. Cette catégorie de systèmes à retard ne sera pas abordée dans cette thèse, mais qui est largement étudiée dans la littérature, cette catégorie de systèmes à retard est largement utilisée pour décrire les phénomènes de propagation sans perte[47].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x_t(\theta), \dot{x}_t(\theta)), & t \geq t_0 \\ x_{t_0}(\theta) = \phi(\theta) & \forall \theta \in [-d, 0] \end{cases} \quad (1.46)$$

1.6.1 Catégories du retard

Dans la littérature, on peut rencontrer plusieurs types de retard, et selon le modèle de retard ces systèmes vont être traités[48].

- a) ***Retards constants*** : comme souligné précédemment, différents types de retard sont étudiés par les chercheurs, l'un des types fréquemment étudiés est le retard constant. Nombreux travaux ont été développés pour traiter ce genre des systèmes avec retard constant connu ou inconnu. Depuis le milieu des années 90, différentes conditions, présentées sous forme LMI, de stabilité robuste de systèmes linéaires a retards constants, mais incertains ont été développées. Malheureusement, les travaux basés sur ce modèle de retard donnent des résultats très conservatrices, car dans la plupart des cas systèmes réels, le retard comporte une partie aléatoire ou variable (majorés ou bornés).

- b) Retards variables majorés:** $0 \leq d_t \leq d_2$, Les retards variables (connus ou inconnus) ont fait eux aussi l'objet de nombreuses recherches. En particulier pour les systèmes linéaires incertains.
- c) Retards variables bornés :** $d_1 \leq d_t \leq d_2$, Ce modèle de retard est souvent étudié par la communauté scientifique pour ses avantages en comparaison avec le modèle précédent. Le fait de supposé que le retard peut prendre la valeur 0, c'est-à-dire le transfert se fait de manière instantanée cela conduit à des résultats restrictifs. Pour éviter ce problème, le retard variable est borné par une valeur inférieure pour ensuite se donner les moyens de mesurer son impact sur la stabilité du système.
- d) Retard a dérivée bornée:** $\dot{d}(t) \leq \mu < 1$, cela implique que la fonction $g(t) = t - d(t)$ est strictement croissante. Plusieurs travaux associent ce modèle de retard et le précédent afin d'obtenir des conditions de stabilité dépendantes du retard.
- e) Retard variable continus par morceaux:** ces types de retards sont induits au moment de l'échantillonnage d'un signal.

1.6.2 Stabilité des systèmes à retard

Généralement, le retard peut dégrader ou réduire les performances des systèmes commandés et dans certains cas peut rendre le système instable [47]. Cette section présente quelque notion sur la stabilité asymptotique du système à retard:

1.6.2.1 Seconde méthode de Lyapunov

Considérons le système suivant :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(k, x_k, x_q) \\ x_0 &= \varphi(\theta), \text{ pour } \theta \in [-\tau, 0] \end{aligned} \tag{1.47}$$

Nous supposerons qu'il admet une solution unique et un état d'équilibre $x_q = 0$ (si le système admet un autre point d'équilibre, nous pouvons nous ramener à l'origine par un changement de variables).

La seconde approche de Lyapunov est basée sur l'existence d'une fonction V définie positive telle que $\Delta V < 0$, si $x \neq 0$ tout le long des trajectoires de (1.47). Mais cette approche directe est très difficile à appliquer dans le cas général des équations différentielles à retards. Cependant, deux approches ont été développées pour étudier la stabilité des systèmes à retards:

la fonction de Razumikhin et la fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii [48]. La première approche conduit à des conditions plus conservatives et elle est inapplicable dans le cas de la commande H_∞ . La seconde approche repose sur la construction des fonctions Lyapunov. Ces deux approches vont être brièvement rappelées dans les deux théorèmes suivants.

1.6.2.2 Théorème de stabilité de Lyapunov-Krasovskii

La méthode de Lyapunov-Krasovskii représente une extension de la seconde méthode de Lyapunov pour la classe des systèmes à retard. Cette méthode consiste à retrouver des fonctions de Lyapunov $V(k, x_k)$ dépendant de x_k (la valeur de la variable d'état dans l'intervalle $[k - h, k]$) ces fonctions sont appelées « fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii ».

Théorème 1.3 (Théorème de Lyapunov-Krasovskii) [11] : *Supposons que la fonction $f : \mathbb{R} \times C_{n,d} \mapsto \mathbb{R}^n$ soit bornée et soient u, v et $w : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ des fonctions croissantes avec $u(s), v(s) > 0$ pour $s \neq 0$ et $u(0) = v(0) = 0$.*

S'il existe une fonction $V : \mathbb{R} \times C_{n,d} \mapsto \mathbb{R}$ telle que

$$(i) \ u(\|\phi(0)\|) \leq V(k, \phi) \leq v(\|\phi(0)\|)$$

$$(ii) \ \Delta V(k, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$$

Alors la solution (triviale) $x = 0$ de l'équation (1.45) est uniformément stable.

Si $u(s) \rightarrow \infty$ pour $s \rightarrow \infty$ alors la solution est uniformément bornée.

Si $w(s) > 0$ pour $s > 0$, alors la solution $x = 0$ est uniformément asymptotiquement stable.

1.6.2.3 Théorème de stabilité de Razumikhin

Contrairement à l'approche précédente qui nécessite le traitement de fonctionnelles, ce qui le rend difficile à appliquer. Cette approche considère une fonction de Lyapunov $V(x_k)$, où la dérivée n'est pas négative le long de toutes les trajectoires du système, mais seulement pour les trajectoires de l'état qui s'éloignent du point d'équilibre. La définition précise est donnée dans le théorème suivant.

Théorème 1.4 (Théorème de Razumikhin)[11]: *Supposons que la fonction $f : \mathbb{R} \times C_{n,d} \mapsto \mathbb{R}^n$ soit bornée et soient u, v et $w : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ des fonctions non décroissantes avec $u(s), v(s), w(s) > 0$ pour $s \neq 0$ et $u(0) = v(0) = 0$.*

S'il existe une fonction $V : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ telle que

$$(i) \ u(\|\phi(0)\|) \leq V(k, \phi) \leq v(\|\phi(0)\|)$$

(ii) $\Delta V(k, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$ pour toutes les trajectoires de (1.45) vérifiant :

$$V(k + \theta, x(k + \theta)) \leq V(k + \phi(k)) \quad \forall \theta \in [-\tau, 0]$$

Alors la solution nulle de (1.43) est uniformément stable.

De plus si $w(\theta) > 0$ pour tout $\theta > 0$ et s'il existe une fonction $p : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ strictement croissante avec $p(\theta) > \theta$ pour tout $\theta > 0$ telle que

$$(a) \ u(\|\phi(0)\|) \leq V(k, \phi) \leq v(\|\phi(0)\|)$$

(b) $\Delta V(k, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$, pour toutes les trajectoires de (1.45) vérifiant :

$$V(k + \theta, x(k + \theta)) \leq p(V(k + \phi(k))) \quad \forall \theta \in [-\tau, 0]$$

Alors une telle fonction V est appelée fonction de Lyapunov-Razumikhin et la solution nulle de (1.47) est uniformément asymptotiquement stable.

1.6.3 Stabilisation de modèles Takagi-Sugeno à retard

Considérons le système T-S à retard :

$$x_{k+1} = A_z x_k + A_{dz} x_{k-\tau_k} + B_z u_k \tag{1.48}$$

Où le retard τ_k est un retard constant comme suit : $0 < \tau_m < \tau_k < \tau_M$ et A_z, A_{dz}, B_z sont des matrices constantes.

La loi de commande s'écrit comme suit:

$$u_k = K_z x_k \tag{1.49}$$

Théorème 1.5 [44] Soient un modèle TS discret retardé (1.48), la loi de commande PDC (1.49), s'il existe une matrice $\phi > 0$ et matrices $X_i > 0$, $Y_i > 0$, $\psi_i > 0$ pour tout $i, j, l \in \{1, \dots, s\}$ tel que :

$$\begin{bmatrix} X_i - (\psi_j + \psi_j^T) & 0 & \psi_j^T A_{ij}^T + Y_j^T B_i^T & \psi_j^T \\ 0 & -\phi & \phi A_{di}^T & 0 \\ A_{ij} \psi_j + B_i Y_j & A_{di} \phi & -X_l & 0 \\ \psi_j & 0 & 0 & -\phi \end{bmatrix} < 0 \quad (1.50)$$

Alors la boucle fermée est stable quand les gains du contrôleur sont donnés par

$$K_j = Y_j \psi_j^{-1}, \quad j \in \{1, \dots, s\}$$

Démonstration. La preuve de ce théorème utilise une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii suivante :

$$V_k = x_k^T \left(\sum_{i=1}^s h_i(\xi_k) P_i \right) x_k + \sum_{r=k-d}^{k-1} x_r^T Q x_r \quad (1.49)$$

En utilisant les propriétés de congruences ainsi que le changement de variable et l'inégalité $\psi_j^T X_i^{-1} \psi_j \geq \psi_j^T + \psi_j - X_i$, on peut aboutir au théorème 4.

1.7 Conclusion

Au travers de ce chapitre, nous avons en premier lieu rappelé quelques notions sur la commande tolérante aux défauts et les différentes méthodes proposées pour les problèmes de l'estimation de défauts et la commande tolérante aux défauts. En second lieu, la représentation floue de Takagi-Sugeno ainsi que les systèmes à retard ont été présentés avec des concepts de stabilité et stabilisation des modèles T-S floue sans et avec retard. De plus une introduction sur les types de retard et les systèmes de retard a été faite dans ce chapitre.

La commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires à retard est un problème ouvert et moins étudié, et plus particulièrement dans le cas discret. En effet, pour assurer la fiabilité et la sécurité de tels systèmes qui sont largement utilisé dans les applications réelles (système de communication, système de transportation de masse ou informations, système de contrôle a réseau [SCR]... etc.) représente une importance certaine. Dans la première partie de

Chapitre 1. Contexte et état de l'art

ce chapitre, nous avons vu que dans la littérature, de nombreuses méthodes existent pour l'estimation de défaut et la commande tolérante aux défauts. Mais la majorité des méthodes proposées comportent des difficultés de conceptions (réseau de neurone, méthode d'apprentissage) ou ont besoin d'hypothèse restrictive assumption sur les défauts ou condition SPR (observateur en mode glissant, filtre, observateur adaptatif).

D'autre part, afin de pouvoir analyser et synthétiser des estimateurs de défauts et contrôleur tolérant aux défauts pour les systèmes non linéaires retardés, la représentation T-S a été adopté pour sa capacité et efficacité en terme de modélisation et contrôle. Basant sur l'approche par secteurs non linéaires, on peut obtenir un modèle T-S qui représente exactement le système non linéaire dans un espace compact de vecteur d'état. Cependant, une grande partie des résultats de contrôle des systèmes T-S flous sont basés sur l'hypothèse que le vecteur d'état est mesurable quand il est utilisé comme variables de décisions ce qui est n'est pas le cas en pratique. Ainsi, une fonction de Lyapunov commune est utilisée pour garantir la stabilité pour tous les modèles flous TS locaux ce qui peut conduire à des conditions de conception conservatrices. Une alternative est d'utiliser la fonction Lyapunov FLF qui donne des résultats moins conservatifs par rapport à la fonction de Lyapunov quadratique, mais l'utilisation de cette approche avec la représentation T-S peut poser un problème en termes de charge de calcul et de complexité numérique. Afin d'éviter ce problème, une représentation par un modèle TS flou non linéaire de secteur bornée a été utilisé pour réduire le nombre de règles et la charge de calcul sans perdre l'exactitude du système.

Chapitre 2. Estimation H_∞ Robuste Floue de Défauts Actionneurs et Capteurs Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés

2.1 Introduction

Les systèmes dynamiques à retard représentent beaucoup de dispositifs industriels pratiques relevant de nombreux domaines d'application de l'ingénierie. On citera à titre d'exemple : les systèmes de traitement chimique, les systèmes de transport et les systèmes de communication [10], [11].

La présence du retard a une influence considérable sur le comportement du système et peut entraîner des détériorations des performances du système, voire même conduire à son instabilité [12] ; ce qui représente un vrai problème pour la commande du système en question. Beaucoup de chercheurs se sont intéressés à cette problématique et le problème du contrôle des systèmes avec des retards variables dans le temps a été un domaine de recherche très actif durant les dernières décennies [13].

La plupart des systèmes réels étant de nature non linéaire, les applications des méthodes de contrôle et de diagnostic à ces processus, exigent que des modèles non linéaires soient spécifiquement pris en compte. C'est pourquoi depuis plusieurs années, le modèle flou T-S a été utilisé pour décrire des tels processus.

Plusieurs études sur la stabilité et la stabilisation ont été développées pour le contrôle de systèmes avec des états retardés et modélisés par un modèle T-S flou [15,18]. Ces travaux sont concentrés sur la conception du contrôleur, de l'observateur et du filtre, mais peu de travaux ont été faits dans le domaine de l'estimation des défauts avec des retards variables dans le temps, en particulier dans le cas discret [19] où le problème de l'estimation de défauts est très peu abordé.

Bien que, l'estimateur de défaut à base d'observateur adaptatif permet d'estimer l'état et le défaut simultanément, l'observateur adaptatif doit satisfaire la condition SPR et ne gère pas non plus les systèmes incertains avec perturbations externes. Après une analyse détaillée, il a été constaté que tous les systèmes ne peuvent pas utiliser l'observateur adaptatif pour FE, alors que celui-ci a un domaine d'application spécifique, qui n'est pas explicitement indiqué dans la littérature [26]. Dans [27], [28] les auteurs ont souligné la nécessité pour l'observateur adaptatif

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

de remplir certaines conditions nécessaires. Cependant, cette condition limite strictement son application. Par conséquent, l'objectif serait de conserver les avantages de l'observateur adaptatif et d'élargir ses domaines d'application.

Dans ce chapitre, une estimation robuste de défauts actionneur et capteur pour une classe de modèle T-S flou discrets incertain est abordée, en prenant en compte le retard variant dans le temps et les défauts d'actionneurs et de capteurs simultanément. Sur la base de la fonction Lyapunov-Krasovskii (L-K) et le critère de performance, un observateur robuste augmenté d'ordre complet (FFEO) est proposé afin d'estimer les défauts. Les conditions suffisantes pour l'existence d'un estimateur flou de défaut (FFEO) sont établies en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

2.2 Modèle T-S flou

Considérons un modèle TS flou discret avec défaut actionneur et capteur, retard de communication, et perturbation représenté par:

Règle i: Si θ_{1k} est M_{i1} est ... est θ_{pk} est M_{ip} Alors

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + D_{i1} w_k \\ y_k &= C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{fi} f_k + D_{2i} w_k \end{aligned} \quad (2.1)$$

Où $x_k \in R^n$ représente l'état; $u_k \in R^m$ est l'entrée; $y_k \in R^p$ est la sortie du processus; $w_k \in R^d$ est l'entrée de perturbation inconnue et $f(k) \in R^m$ représente le défaut d'actionneur et capteur additif; w_k et $f_k \in L_2[0, \infty)$; $A_i = A_i + \Delta A_i$, $B_i = B_i + \Delta B_i$, $A_{di} = A_{di} + \Delta A_{di}$, avec : A_i , A_{di} , D_{1i} , B_i , C_i , $C_{\tau i}$ et D_{2i} des matrices constantes connues de dimensions compatibles.

On suppose que les matrices B_i sont de rang plein de la colonne c.-à-d. $rank(B_i) = m$, les paires (A_i, B_i) sont commandables et les paires (A_i, C_i) sont observables. M_{ij} est l'ensemble flou, r est le nombre de règles Si-Alors, et $\theta_k = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_p]$ est le vecteur de décision.

Les incertitudes paramétriques ΔA_i , ΔA_{di} sont des matrices variables dans le temps ayant la structure suivante:

$$\Delta A_i = M_{Ai} F_{ik} E_{Ai}, \quad \Delta B_i = M_{Bi} F_{ik} E_{Bi}, \quad \Delta A_{di} = M_{Adi} F_{ik} E_{Adi} \quad (2.2)$$

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

Où $M_{Ai}, E_{Ai}, M_{Bi}, E_{Bi}, M_{Adi}, E_{Adi}$ sont des matrices constantes connues et les F_{ik} des matrices fonctions inconnues vérifiant la propriété suivant :

$$F_{ik}^T F_{ik} \leq I \quad (2.3)$$

Ce type d'incertitudes représente des incertitudes nonlinéaires. Le retard τ_k pour sa part, est un retard discret variant dans le temps et satisfaisant:

$$\tau_{min} < \tau_k < \tau_{max} \quad (2.4)$$

Où τ_{min}, τ_{max} sont des nombres entiers positifs constants représentant les limites inférieures et supérieures du retard.

Le modèle flou global est obtenu en combinant les règles floues de l'ensemble des systèmes (modèle local). Il est défini comme suit:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) [A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + D_{i1} w_k] \\ y_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{fi} f_k + D_{2i} w_k] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Où

$$h_i(\theta_k) = \frac{\sigma_i(\theta_k)}{\sum_{i=1}^r \sigma_i(\theta_k)}, \quad \sigma_i(\theta_k) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\theta_k)$$

Où $M_{ij}(\cdot)$ représente la qualité de la fonction d'appartenance de M_{ij} .

On suppose que :

$$\sigma_i(\theta_k) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r$$

Et que pour tous les θ_k les $h_i(\theta_k)$ satisfont :

$$h_i(\theta_k) \geq 0, i = 1, \dots, r, \quad \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) = 1 \quad (2.6)$$

Pour plus de simplification, nous adopterons les notations suivantes:

$$\begin{aligned}
 h_i &= h_i(\theta_k) , & A_h &= \sum_{i=1}^r h_i A_i , & B_h &= \sum_{i=1}^r h_i B_i \\
 A_{dh} &= \sum_{i=1}^r h_i A_{di} , & C_h &= \sum_{i=1}^r h_i C_i , & C_{\tau h} &= \sum_{i=1}^r h_i C_{\tau i} \\
 D_{1h} &= \sum_{i=1}^r h_i D_{i1} , & D_{2h} &= \sum_{i=1}^r h_i D_{i2} , & D_{fh} &= \sum_{i=1}^r h_i D_{fi}
 \end{aligned}$$

Ce qui permet d'écrire le système sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= A_h x_k + A_{dh} x_{k-\tau} + B_h (u_k + f_k) + D_{1h} w_k \\
 y_k &= C_h x_k + C_{\tau h} x_{k-\tau} + D_{fh} f_k + D_{2h} w_k
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

2.3 Estimation des défauts Actionneur/Capteur

Afin d'obtenir une estimation de défaut robuste, on utilise un observateur dont la structure est comme suit :

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k+1} &= A_h \hat{x}_k + A_{dh} \hat{x}_{k-\tau} + B_h (u_k + \hat{f}_k) - L_h (\hat{y}_k - y_k) \\
 \hat{y}_k &= C_h \hat{x}_k + C_{\tau h} \hat{x}_{k-\tau} + D_{fh} \hat{f}_k \\
 \hat{f}_{k+1} &= f_k - F_h (\hat{y}_k - y_k)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Où le vecteur d'état de l'observateur est $\hat{x}_k \in R^n$, $\hat{y}_k \in R^p$ est la sortie de l'observateur. $L \in R^{n \times p}$ et $F \in R^{r \times p}$ sont les matrices des gains d'observation à déterminer.

$$L_h = \sum_{i=1}^r h_i L_i , \quad F_h = \sum_{i=1}^r h_i F_i$$

En prenons $e_x = \hat{x}_k - x_k$, $e_f = \hat{f}_k - f_k$, $e_y = \hat{y}_k - y_k$, la dynamique de l'erreur d'estimation de l'état est donnée par :

$$\varepsilon_{k+1} = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h) \varepsilon_k + (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \varepsilon_{k-\tau} + (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h}) \rho_k \tag{2.9}$$

Où

$$\varepsilon(k) = \begin{bmatrix} e_x \\ e_f \end{bmatrix}, \quad \rho(k) = \begin{bmatrix} w \\ \Delta f \end{bmatrix}, \quad \bar{L}_k = \begin{bmatrix} L_k \\ F_k \end{bmatrix}$$

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$\begin{aligned}\bar{A}_h &= \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, & \bar{D}_{1h} &= \begin{bmatrix} D_{1h} & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \\ \bar{C}_h &= [C_h \quad D_{fh}], \quad \bar{C}_{\tau h} = [C_{\tau h} \quad 0] \\ \bar{D}_{2h} &= [D_{2h} \quad 0], \quad \bar{A}_{dh} = \begin{bmatrix} A_{dh} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Remarque 2.1: Dans la majorité des travaux faits sur l'estimation de défaut à base d'observateur adaptatif, les conditions SPR sont nécessaires pour la conception des observateurs, c'est-à-dire que le $\text{rang}(CB) = r$ et les zéros invariants de (A, B, C) sont situés dans le demi-plan ouvert gauche. On peut également constater que les conditions SPR sont très restrictives et limitent le domaine d'application de l'observateur adaptatif. Par conséquent, comment assouplir la condition de SPR est l'une des priorités de ce chapitre.

Remarque 2.2: à partir de (2.9), on peut remarquer que si on ne considère pas le terme ρ_k , les conditions nécessaires et suffisantes pour l'observateur FFEO sont que la paire (\bar{A}, \bar{C}) soit observable. D'autre part, on peut voir dans [7] que quand la paire (\bar{A}, \bar{C}) est observable, l'observabilité de cette paire est équivalente à :

$$\text{rank} \left(\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \right) = n + r \quad (2.10)$$

La raison est que la paire (\bar{A}, \bar{C}) est observable si et seulement si :

$$\text{rank} \left(\begin{bmatrix} \bar{A} - \lambda I_{n+r} \\ \bar{C} \end{bmatrix} \right) = n + r \quad \forall \lambda \in \mathbb{C} \quad (2.11)$$

Ce qui peut être réécrit comme :

$$\text{rank} \left(\begin{bmatrix} A - \lambda I_n & -B \\ 0 & -\lambda I_r \\ C & 0 \end{bmatrix} \right) = n + r \quad \forall \lambda \in \mathbb{C} \quad (2.12)$$

Théorème 2.1: l'erreur dynamique du système (2.9) est asymptotiquement stable et satisfait le critère de performance H_∞ $\|e_{f,k}\|_2 < \gamma^2 \|\rho_k\|_2$ s'il existe des matrices $\bar{P} > 0$, $Q > 0$ ($j = 1, 2, \dots, h$), Y_i et des scalaires positifs ε_{A_i} , $\varepsilon_{A_{di}}$ tels que les inégalités matricielles suivantes sont vérifiées :

$$\min \gamma$$

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$\Phi_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, q$$

$$\Phi_{ij} + \Phi_{ji} < 0 \quad 1 \leq i < j \leq q$$

Où

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} -\bar{P} & \bar{P}A_i - Y_i C_j & \bar{P}A_{di} - Y_i C_{\tau j} & Y_i D_{2j} - \bar{P}D_{1i} & \bar{P}M_{Ai} & \bar{P}M_{Adi} \\ * & S_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & S_{di} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I_{d+m} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_{Ai} I_{d+m} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_{Adi} I_{d+m} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.13)$$

Avec $Y_i = \bar{P}L_i$, $S_i = -\bar{Q} + \varepsilon_{Ai} E_{Ai}^T E_{Ai} + \bar{I}_m \bar{I}_m^T$, $S_{di} = -Q + \varepsilon_{Adi} E_{Adi}^T E_{Adi}$

Démonstration: En choisissant une fonction de Lyapunov comme suit :

$$V(k) = \sum_{i=1}^3 V_i(k) \quad (2.14)$$

Avec

$$\begin{aligned} V_{1k} &= \varepsilon_k^T \bar{P} \varepsilon_k \\ V_{2k} &= \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i \\ V_{3k} &= \sum_{m=-d_{max}+1}^{-d_{min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i \end{aligned}$$

Et \bar{P}, Q des matrices à déterminer.

Pour simplifier les écritures, on prend :

$$\tilde{A}_h = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h), \quad \tilde{A}_{dh} = (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}), \quad \tilde{D}_h = (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par:

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,k} &= \varepsilon_{k+1}^T \bar{P} \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T \bar{P} \varepsilon_k \\ &= \varepsilon_k^T (\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{P}) \varepsilon_k + \varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} \varepsilon_{k-\tau} \end{aligned}$$

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$+ 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + 2\varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k \quad (2.15)$$

$$\Delta V_{2,k} = \varepsilon_k^T Q \varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau}^T Q \varepsilon_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i \quad (2.16)$$

$$\Delta V_{3,k} = (\tau_{max} - \tau_{min}) \varepsilon_k^T Q \varepsilon_k - \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} \varepsilon_k^T Q \varepsilon_i \quad (2.17)$$

Ensuite, on note:

$$\bar{Q} = P - (d_{max} - d_{min} + 1)Q$$

À partir des équations précédentes, on obtient:

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \varepsilon_k^T (\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{Q}) \varepsilon_k + \varepsilon_{k-\tau}^T (\tilde{A}_{dh}^T P \tilde{A}_{dh} - Q) \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T P \tilde{A}_{dh} \varepsilon_{k-\tau} \\ & + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + 2\varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k \end{aligned} \quad (2.18)$$

D'autre part, Si on définit le critère de performance H_∞ comme suit:

$$J_n = \sum_{k=0}^n e_{f,k}^T e_{f,k} - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k \quad (2.19)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme équivalente suivante:

$$J_n = \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k] \quad (2.20)$$

$$\leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + \Delta V_k] \quad (2.21)$$

Avec $\bar{I}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}$

En substituant (2.18) dans (2.21), on obtient

$$J_n \leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + \varepsilon_k^T (\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{Q}) \varepsilon_k + \varepsilon_{k-\tau}^T (\tilde{A}_d^T \bar{P} \tilde{A}_d - Q) \varepsilon_{k-\tau}$$

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$+ 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P} \tilde{A}_d \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P} \tilde{D} \rho_k + 2\varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_d^T \bar{P} \tilde{D} \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}^T \bar{P} \tilde{D} \rho_k] \quad (2.22)$$

Ce qui conduit aux conditions suivantes :

$$J_n \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \zeta_k^T \Phi_{ij} \zeta_k \quad (2.23)$$

$$\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 \zeta_k^T \Phi_{ii} \zeta_k + \sum_{i=1}^q \sum_{i>j}^q h_i h_j \zeta_k^T (\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) \zeta_k \quad (2.24)$$

Avec

$$\zeta_k = [\varepsilon_k^T \quad \varepsilon_{k-\tau}^T \quad \rho_k^T]^T$$

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \bar{P} \tilde{A} - \bar{Q} + \bar{I}_m \bar{I}_m^T & \tilde{A}^T \bar{P} \tilde{A}_d & \tilde{A}^T \bar{P} \tilde{D} \\ * & \tilde{A}_d^T \bar{P} \tilde{A}_d - Q & \tilde{A}_d^T \bar{P} \tilde{D} \\ * & * & \tilde{D}^T \bar{P} \tilde{D} - \gamma^2 I_{d+m} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

En utilisant le complément de Schur, on peut trouver:

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} -\bar{P} & \bar{P} \tilde{A} & \bar{P} \tilde{A}_d & \bar{P} \tilde{D} \\ * & -\bar{Q} + \bar{I}_m \bar{I}_m^T & 0 & 0 \\ * & * & -Q & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I_{d+m} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

La partie incertaine est représentée comme suit :

$$\Delta \Phi_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & P \Delta \bar{A}_i & P \Delta \bar{A}_{di} & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

En substituant (2.2) dans (2.27), la partie matricielle incertaine peut être décomposée comme suit:

$$\Delta \Phi_{ij} = \begin{bmatrix} P M_{\bar{A}i} \\ 0_{3 \times 2} \end{bmatrix} F_k [0_{2 \times 1} \ E_{\bar{A}i} \ 0_{2 \times 2}] + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ E_{\bar{A}i}^T \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} F_k^T [M_{\bar{A}i}^T P \ 0_{2 \times 3}] + \begin{bmatrix} P M_{\bar{A}di} \\ 0_{3 \times 2} \end{bmatrix} F_k [0_{2 \times 2} \ E_{\bar{A}di} \ 0_{2 \times 2}]$$

$$+ \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ E_{\bar{A}di}^T \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} F_k^T [M_{\bar{A}di}^T P \quad 0_{2 \times 3}] \quad (2.28)$$

Où

$$M_{\bar{A}i} = \begin{bmatrix} M_{Ai} & M_{Bi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{\bar{A}i} = \begin{bmatrix} E_{Ai} & 0 \\ 0 & E_{Bi} \end{bmatrix}$$

$$M_{\bar{A}di} = \begin{bmatrix} M_{Aadi} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{\bar{A}di} = \begin{bmatrix} E_{Aadi} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En utilisant le lemme 2.1, on obtient :

$$\Delta \Phi_{ij} \leq \varepsilon_{Ai} \begin{bmatrix} PM_{\bar{A}i} \\ 0_{3 \times 2} \end{bmatrix} [M_{\bar{A}i}^T P \quad 0_{2 \times 3}] + \varepsilon_{Ai}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ E_{\bar{A}i}^T \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} [0_{2 \times 1} E_{\bar{A}i} \quad 0_{2 \times 1}] + \varepsilon_{Aadi} \begin{bmatrix} PM_{\bar{A}di} \\ 0_{3 \times 2} \end{bmatrix} [M_{\bar{A}di}^T P \quad 0_{2 \times 3}]$$

$$+ \varepsilon_{Aadi}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ E_{\bar{A}di}^T \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} [0_{2 \times 2} E_{\bar{A}di} \quad 0_{2 \times 2}] \quad (2.29)$$

En utilisant le complément de Schur, on peut obtenir LMI (2.13); la preuve est alors terminée.

2.4 Simulation et résultats

À titre d'illustration, nous présentons dans ce qui suit, les résultats de l'application de ce qui vient d'être décrit sur un exemple. Pour cela, on considère le cas du modèle camion-remorque non linéaire à temps continu avec des retards cités dans [56]. En discrétisant les équations non linéaires du modèle camion-remorque avec une période d'échantillonnage $T = 0.5s$, on obtient le système TS flou discret suivant :

Règle 1: Si $\theta_k = 0$ Alors

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_1 x_k + A_{d1} x_{k-\tau} + B_1 (u_k + f_k) + D_{11} w_k \\ y_k = C_1 x_k + C_{d1} x_{k-\tau} + D_f f_k + D_{21} w_k \end{cases} \quad (2.30)$$

Règle 2: Si $\theta_k = \pm\pi$ Alors

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_2 x_k + A_{d2} x_{k-\tau} + B_2 (u_k + f_k) + D_{22} w_k \\ y_k = C_2 x_k + C_{d2} x_{k-\tau} + D_f f_k + D_{21} w_k \end{cases} \quad (2.31)$$

Où :

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$A_1 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{(vt)^2}{2L} & vt & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & \frac{0.01vt}{\pi} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} (1-a)(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{(vt)^2}{2L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} (1-a)(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = a[7 \quad -2 \quad 0.03], \quad C_{d1} = C_{d2} = (1-a)[7 \quad -2 \quad 0.03]$$

Avec $V = -1.0 \frac{m}{s}$, $t = 2s$, $L = 5.5 m$, $l = 2.8 m$, $\theta_k = a \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1,k} + (1-a) \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1,k-\tau} + x_{2,k}$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = M F_k E$$

$$M = [0.0255 \quad 0.0255 \quad 0.0255]^T, \quad E = [0.01 \quad 0 \quad 0]$$

$$\Delta B_1 = \Delta B_2 = M_b F(t) E_b$$

$$M_b = [0.0179 \quad 0 \quad 0]^T, \quad E_{b1} = 0.05, \quad E_{b2} = 0.15$$

$$D_{11} = D_{12} = [0.01 \quad 0.01 \quad 0.01]^T$$

$$D_{21} = D_{22} = [0.02 \quad 0.02 \quad 0.02]^T, \quad D_f = [0.5 \quad 0 \quad 0]^T$$

Où $a = 0.7$ représente le paramètre poids de l'effet de retard. La perturbation externe w_k est un bruit blanc à bande limitée avec une puissance de 0,001.

Les fonctions d'activation sont:

$$h_1 = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\theta - 0.5\pi))}\right) \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\theta + 0.5\pi))}\right)$$

$$h_2 = 1 - h_1.$$

Si on Suppose que le retard varie dans le temps, en satisfaisant: $1 \leq \tau_k \leq 3$, alors les gains de FFEO H_∞ sont les suivants:

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

$$L1 = \begin{bmatrix} 0.3281 \\ -0.0840 \\ 0.1711 \end{bmatrix}, \quad L2 = \begin{bmatrix} 0.3300 \\ -0.0840 \\ 0.0381 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -0.1646, \quad F2 = -0.1666$$

Avec le critere de performance optimisé $\gamma^* = 2.3034$, Le défaut pseudo-constant est simulé (Fig2.1) en tant que:

$$f(k) = \begin{cases} 2(1 - \exp(-0.05(k - 300))), & 300 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Le défaut variant dans le temps est simulé (Fig 2.2) en tant que:

$$f(k) = \begin{cases} 4(\sin(0.06k) + \cos(0.03k)) & 500 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

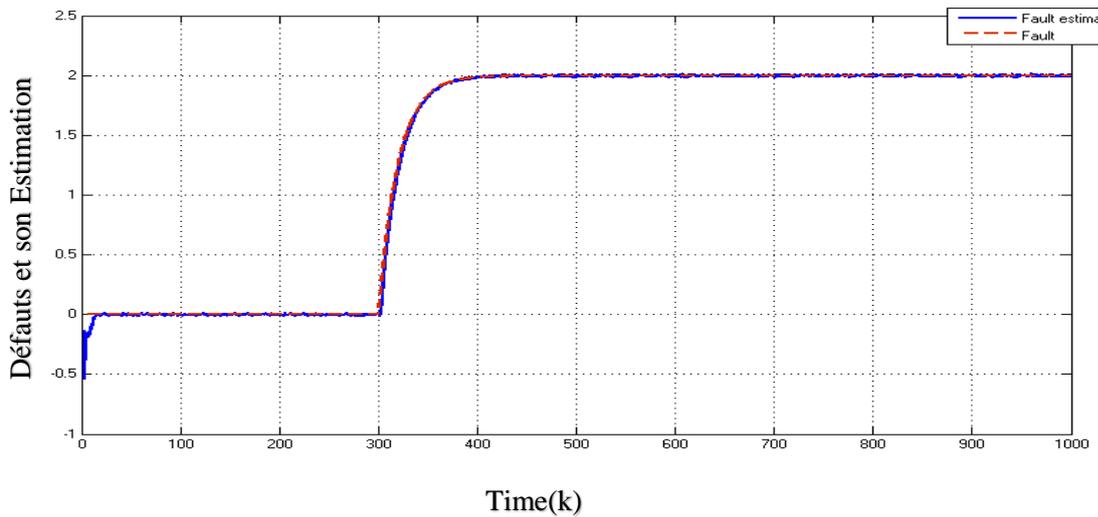


Figure 2.1 f_k Défaut constant (rouge) et \hat{f}_k et son estimé (bleu).

Avec la condition initiale $(0.5\pi, 0.75\pi, -5)^T$, on peut voir dans la fig.2.1 que le défaut constant et son estimation sont proches l'un de l'autre, ce qui démontre la précision et la rapidité du FFEO utilisé.

La Fig. 2.2 montre le résultat de la simulation de l'estimation de défaut pour le cas de défaut variant dans le temps. Dans ce cas également, on voit que le défaut est estimé en temps exact avec précision dans un temps court.

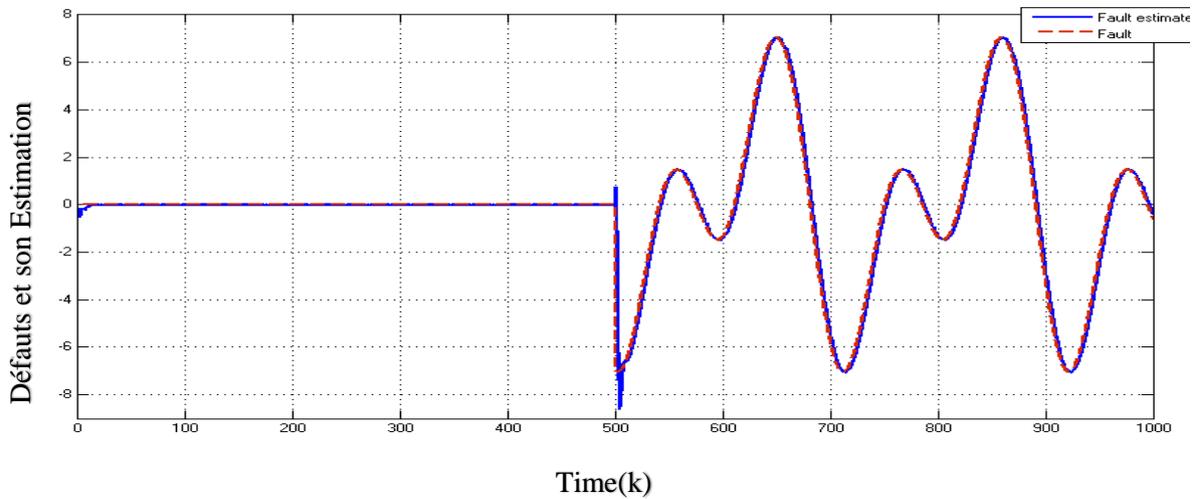


Figure 2.2 f_k Défaut variable (rouge) et son estimation \hat{f}_k (bleu)

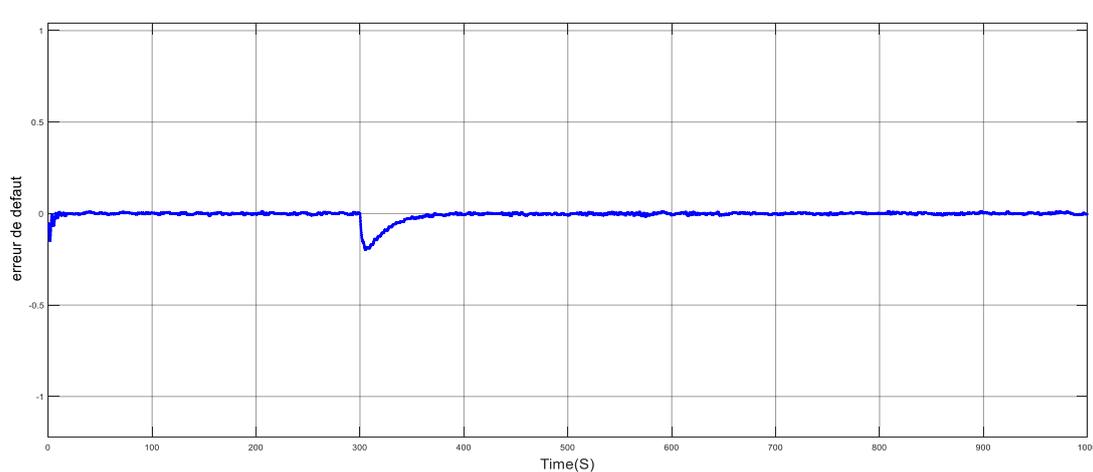


Figure 2.3 e_f l'erreur de défaut

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de l'estimation de l'état et des défauts actionneur et capteur pour une classe des systèmes non linéaires discrets incertains avec un retard variable borné, représenté par un modèle T-S flou. Un estimateur de défaut robuste flou augmenté (FFEO) d'ordre complet a été synthétisé en se basant sur une approche dépendante du retard pour obtenir des résultats moins conservateurs. Ces résultats ont été écrits sous forme de LMI afin d'être résolues pas les outils classiques de l'optimisation convexe. Ce qui assure la convergence des états de système et défauts d'actionneur à leurs estimée ; ainsi le critère de performance H_∞ a été utilisé pour limiter les perturbations du système et de sortie, en présence

Chapitre 2. Estimation H_∞ robuste floue de défauts actionneurs et capteurs pour les systèmes nonlinéaires retardés

des défauts. Les résultats de simulation obtenus sur l'exemple sont présentés pour illustrer l'efficacité de l'approche décrite et les avantages des résultats obtenus.

Chapitre 3. *Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés*

3.1 Introduction

L'estimation de défaut permet de donner seulement la taille du défaut, mais ne permet pas de déterminer comment compenser l'effet du défaut sur le système automatique, d'où l'intérêt de l'étape de commande tolérante aux défauts. Cette étape consiste à synthétiser une loi de commande qui peut maintenir ou garantir la stabilité et des performances acceptables même dans le cas où le système est affecté par le défaut [57]. Un grand nombre de références de la littérature traitant du problème de la commande tolérante aux défauts actifs concernent les systèmes linéaires [58-60]. Cependant, en raison du comportement non linéaire de la plupart des systèmes réels, l'application de la FTC doit tenir compte la nature non linéaire de ces systèmes [61]. D'autre part, les retards variables et les incertitudes existent dans plusieurs applications pratiques, ce qui représente un autre facteur pouvant participer à la dégradation des performances du système. La présence d'un retard avec un défaut peut donc facilement le déstabiliser. Par conséquent, la recherche sur le problème de la commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires retardés incertains est d'un grand intérêt, aussi bien du point de vue théorique que pratique.

Ce chapitre est consacré à l'estimation des défauts et la commande tolérante aux défauts (FTC) pour des systèmes non linéaires discrets incertains avec état retardé, en utilisant le modèle Takagi-Sugeno (T-S) flou. En premier lieu et afin de faire une estimation du défaut de l'actionneur, la conception d'un observateur d'estimation de défaut flou (FFEO) est proposée. Ensuite, sur la base des informations obtenues à partir de l'estimation du défaut, un contrôleur tolérant au défaut à base de retour d'état estimé (SFFTC) est réalisé, afin de compenser l'effet des défauts en stabilisant le système en boucle fermée. L'atténuation des perturbations est limitée à un niveau donné en utilisant un critère de performance H_∞ . Des conditions suffisantes sont établies pour l'existence de (FFEO) et (SFFTC) en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

3.2 Modèle T-S flou

Le modèle T-S flou avec retard de communication qui peut être représenté par des règles SI-ALORS floues, dont l'ensemble représente l'approximation du système non linéaire:

Règle i: Si $\theta_{1,k}$ est M_{i1} et ... et $\theta_{p,k}$ est M_{ip} Alors

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + D_{i1} w_k \\ y_k &= C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{2i} w_k \end{aligned} \quad (3.1)$$

Où $x_k \in R^n$ représente le vecteur d'état; $u_k \in R^m$ est l'entrée; $y_k \in R^p$ est la sortie du processus; $w_k \in R^d$ est l'entrée de perturbation inconnue; $f_k \in R^m$ représente le défaut d'actionneur ; w_k et $f_k \in L_2[0, \infty)$.

$A_i = A_i + \Delta A_i$, $B_i = B_i + \Delta B_i$, $A_{di} = A_{di} + \Delta A_{di}$, A_i , A_{di} , D_{1i} , B_i , C_i , $C_{\tau i}$ et D_{2i} sont des matrices constantes connues de dimensions compatibles; On suppose que les matrices B_i sont de plein rang de la colonne c.à.d. $rank(B_i) = m$, à savoir, les paires (A_i, B_i) sont commandable, et les paires (A_i, C_i) sont observables. M_{ij} est l'ensemble flou, r est le nombre de règles Si-Alors, et $\theta_k = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_p]$ est le vecteur de prémisse.

L'incertitudes paramétriques $\Delta A_i, \Delta A_{di}$ sont des matrices variables dans le temps ayant la structure suivante:

$$\Delta A_i = M_{A_i} F_{ik} E_{A_i}, \quad \Delta A_{di} = M_{A_{di}} F_{ik} E_{A_{di}} \quad (3.2)$$

Avec M_{A_i} , E_{A_i} , $M_{A_{di}}$, $E_{A_{di}}$ sont des matrices constantes connu, F_{ik} est une fonction de matrice inconnue avec la propriété suivante:

$$F_{ik}^T F_{ik} \leq I \quad (3.3)$$

τ_k : représente le retard variant dans le temps discret satisfaisant:

$$\tau_{min} < \tau < \tau_{max} \quad (3.4)$$

Avec τ_{min}, τ_{max} des nombres entiers positifs constants représentant les limites inférieure et supérieure du retard de communication, respectivement. Le modèle flou global est obtenu en combinant les règles floues du système (modèle local) par:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) [A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + D_{i1} w_k] \quad (3.5)$$

$$y_k = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{2i} w_k]$$

Avec

$$h_i(\theta_k) = \frac{\sigma_i(\theta_k)}{\sum_{i=1}^r \sigma_i(\theta_k)}, \quad \sigma_i(\theta_k) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\theta_k)$$

$M_{ij}(\cdot)$ est la qualité de la fonction d'appartenance de M_{ij} .

On pose:

$$\sigma_k(\theta_k) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r$$

Et Pour toutes θ_k les $h_i(\theta_k)$ satisfont

$$h_i(\theta_k) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r \text{ et } \sum_{i=1}^r h_i(\theta_k) = 1 \quad (3.6)$$

Pour simplifier, on utilise les notations suivantes:

$$\begin{aligned} h_i &= h_i(\theta_k), & A_h &= \sum_{i=1}^r h_i A_i, & B_h &= \sum_{i=1}^r h_i B_i \\ A_{dh} &= \sum_{i=1}^r h_i A_{di}, & C_h &= \sum_{i=1}^r h_i C_i, & C_{\tau h} &= \sum_{i=1}^r h_i C_{\tau i} \\ D_{1h} &= \sum_{i=1}^r h_i D_{i1}, & D_{2h} &= \sum_{i=1}^r h_i D_{i2} \end{aligned}$$

Le système peut être alors réécrit comme suit:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_h x_k + A_{dh} x_{k-\tau} + B_h(u_k + f_k) + D_{1h} w_k \\ y_k &= C_h x_k + C_{\tau h} x_{k-\tau} + D_{2h} w_k \end{aligned} \quad (3.7)$$

Lemme1 (S-procédure): Soit $S = S^T$ et M et E des matrices réelles de dimensions appropriées avec F satisfaisant $FF^T \leq I$. Alors $S + MFE + E^T F^T M^T < 0$ si et seulement s'il existe un scalaire positif $\lambda > 0$ tel que $S + \lambda^{-1} M M^T + \lambda E^T E < 0$ ou de manière équivalente

$$\begin{bmatrix} S & M & \lambda E^T \\ M^T & -\lambda I & 0 \\ \lambda E & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.8)$$

3.3 Conception de l'observateur flou d'estimation de défaut

La première étape pour obtenir un FTC robuste consiste à estimer le défaut actionneur. Dans ce cas, on considère l'observateur TS flou, décrit par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A_h \hat{x}_k + A_{dh} \hat{x}_{k-\tau} + B_h (u_k + \hat{f}_k) - L_h (\hat{y}_k - y_k) \\ \hat{y}(k) &= C_h \hat{x}_k + C_{\tau h} \hat{x}_{k-\tau} \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k - F_h (\hat{y}_k - y_k) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Où $\hat{x}_k \in R^n$ est le vecteur d'état de l'observateur, $\hat{y}_k \in R^p$ est la sortie de l'observateur, $L \in R^{n \times p}$ et $F \in R^{r \times p}$ sont les matrices de gains à déterminer.

$$L_h = \sum_{i=1}^r h_i L_i, \quad F_h = \sum_{i=1}^r h_i F_i$$

En prenons $e_x = \hat{x}_k - x_k$, $e_f = \hat{f}_k - f_k$, $e_y = \hat{y}_k - y_k$, le dynamique de l'erreur de l'état est donné par :

$$\varepsilon_{k+1} = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h) \varepsilon_k + (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \varepsilon_{k-\tau} + (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h}) \rho_k \quad (3.10)$$

Avec

$$\varepsilon_k = \begin{bmatrix} e_{xk} \\ e_{fk} \end{bmatrix}, \quad \rho_k = \begin{bmatrix} w_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix}, \quad \bar{L}_k = \begin{bmatrix} L_k \\ F_k \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_h = \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{1h} = \begin{bmatrix} D_{1h} & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_h = [C_h \quad 0], \quad \bar{C}_{\tau h} = [C_{\tau h} \quad 0]$$

$$\bar{D}_{2h} = [D_{2h} \quad 0], \quad \bar{A}_{dh} = \begin{bmatrix} A_{dh} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Théorème 3.1: la dynamique de l'erreur du système (3.10) est asymptotiquement stable et satisfait le critère H_∞ de performance $\|e_{fk}\|_2 < \gamma^2 \|\rho_k\|_2$ s'il existe des matrices $\bar{P} > 0$, $Q > 0$ ($j = 1, 2, \dots, h$), Y_i et $\lambda_{A_i}, \lambda_{A_{di}}$ des scalaires positifs tels que:

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défaits Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$\min \gamma$$

$$\Phi_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, q$$

$$\Phi_{ij} + \Phi_{ji} < 0 \quad 1 \leq i < j \leq q$$

Où

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} -\bar{P} & \bar{P}A_i - Y_i C_j & \bar{P}A_{di} - Y_i C_{\tau j} & Y_i D_{2j} - \bar{P}D_{1i} & \bar{P}M_{Ai} & \bar{P}M_{Adi} & 0 \\ * & S_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{I}_m \\ * & * & S_{di} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma I_{d+m} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\lambda_{Ai} I_{d+m} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\lambda_{Adi} I_{d+m} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma I_m \end{bmatrix} < 0 \quad (3.11)$$

$$Y_i = \bar{P}L_i, \quad S_i = -\bar{Q} + \lambda_{Ai} E_{Ai}^T E_{Ai}, \quad S_{di} = -Q + \lambda_{Adi} E_{Adi}^T E_{Adi}$$

Preuve: Soit la fonction de Lyapunov définie comme suit :

$$V_k = \sum_{i=1}^3 V_{ik} \quad (3.12)$$

Où

$$V_1(k) = \varepsilon_k^T \bar{P} \varepsilon_k$$

$$V_2(k) = \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i$$

$$V_3(k) = \sum_{m=-d_{\max}+1}^{-d_{\min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i$$

Avec \bar{P}, Q des matrices à déterminer.

Par souci de concision, on pose :

$$\tilde{A}_h = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h), \quad \tilde{A}_{dh} = (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}), \quad \tilde{D}_h = (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h})$$

Ensuite, on calcule les dérivées par rapport au temps des fonctions:

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k+1) &= \varepsilon_{k+1}^T \bar{P} \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T \bar{P} \varepsilon_k \\ &= \varepsilon_k^T (\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{P}) \varepsilon_k + \varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} \varepsilon_{k-\tau} \end{aligned}$$

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défaits Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$+2\varepsilon(k)^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + 2\varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k \quad (3.13)$$

$$\Delta V_2(k+1) = \varepsilon(k)^T Q \varepsilon(k) - \varepsilon(k-\tau)^T Q \varepsilon(k-\tau) + \sum_{i=k-d_{\max}+1}^{k-d_{\min}} \varepsilon(i)^T Q \varepsilon(i) \quad (3.14)$$

$$\Delta V_3(k+1) = (d_{\max} - d_{\min}) \varepsilon(k)^T Q \varepsilon(k) - \sum_{i=k-d_{\max}+1}^{k-d_{\min}} \varepsilon(i)^T Q \varepsilon(i) \quad (3.15)$$

Notons:

$$\bar{Q} = P - (d_{\max} - d_{\min} + 1)Q$$

On obtient:

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \varepsilon_k^T (\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{Q}) \varepsilon_k + \varepsilon_{k-\tau}^T (\tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} - Q) \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T P \tilde{A}_d \varepsilon_{k-\tau} \\ & + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T P \tilde{D} \rho_k + 2\varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T P \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T P \tilde{D}_h \rho_k \end{aligned} \quad (3.16)$$

On définit l'indice H_∞ de l'index de performance:

$$J_n = \sum_{k=0}^n e_{fk}^T e_{fk} - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k \quad (3.17)$$

Qui peut être réécrit comme suit :

$$J_n = \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{\gamma} \varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma \rho_k^T \rho_k \right] \quad (3.18)$$

Avec $\Delta V_0 = 0$, on peut ajouter une zéro artificielle « 0 » à l'équation précédente comme suit :

$$J_n = \sum_{k=0}^n \left[\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + V_{k+1} - V_k \right] - V_{N+1} \quad (3.19)$$

Ce que nous donne :

$$J_n \leq \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{\gamma} \varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma \rho_k^T \rho_k + \Delta V_k \right] \quad (3.20)$$

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défaits Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

Où $\bar{I}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}$

En substituant (3.16) dans (3.20), on obtient :

$$\begin{aligned}
 J_n \leq & \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{\gamma} \varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma \rho_k^T \rho_k + \varepsilon_k^T \left(\tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{Q} \right) \varepsilon(k) + 2 \varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_d \varepsilon_{k-\tau} \right. \\
 & + \varepsilon_{k-\tau}^T \left(\tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} - Q \right) \varepsilon_{k-\tau} + 2 \varepsilon_{k-\tau}^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k + 2 \varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k \\
 & \left. + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \rho_k \right] \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

$$J_n \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \zeta_k^T \Phi_{ij} \zeta_k \tag{3.22}$$

$$J_n \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 \zeta_k^T \Phi_{ii} \zeta_k + \sum_{i=1}^q \sum_{i>j}^q h_i h_j \zeta_k^T (\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) \zeta_k \tag{3.23}$$

Où

$$\begin{aligned}
 \zeta(k) &= [\varepsilon_k^T \quad \varepsilon_{k-\tau}^T \quad \rho_k^T]^T \\
 \Phi_{ij} &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_h - \bar{Q} + \frac{1}{\gamma} \bar{I}_m \bar{I}_m^T & \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} & \tilde{A}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h \\ * & \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{A}_{dh} - Q & \tilde{A}_{dh}^T \bar{P} \tilde{D}_h \\ * & * & \tilde{D}_h^T \bar{P} \tilde{D}_h - \gamma I_{d+m} \end{bmatrix} \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

En utilisant les compléments de Schur, on trouve:

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} -\bar{P} & \bar{P} \tilde{A}_h & \bar{P} \tilde{A}_{dh} & \bar{P} \tilde{D}_h & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & -\bar{I}_m \\ * & * & -Q & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma I_{d+m} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I_m \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

La partie incertaine est représentée par :

$$\Delta\Phi_i = \begin{bmatrix} 0 & P\Delta A_i & P\Delta A_{di} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

En substituant (3.2) dans (3.26), la partie matricielle incertaine peut être décomposée comme suit:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_i &= \begin{bmatrix} PM_{Ai} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} F_k [0 \ E_{Ai} \ 0_{1 \times 3}] + \begin{bmatrix} 0 \\ E_{Ai}^T \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} F_k^T [M_{Ai}^T P \ 0_{1 \times 4}] + \begin{bmatrix} PM_{A_{di}} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} F_k [0_{1 \times 2} \ E_{A_{di}} \ 0_{1 \times 2}] \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ E_{A_{di}}^T \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} F_k^T [M_{A_{di}}^T P \ 0_{1 \times 4}] \end{aligned} \quad (3.27)$$

En utilisant le lemme 1, on obtient

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{ij} &\leq \lambda_{A_i} \begin{bmatrix} PM_{Ai} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} [M_{Ai}^T P \ 0_{1 \times 4}] + \lambda_{A_i}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ E_{Ai}^T \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} [0 \ E_{Ai} \ 0_{1 \times 3}] + \lambda_{A_{di}} \begin{bmatrix} PM_{A_{di}} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} [M_{A_{di}}^T P \ 0_{1 \times 4}] \\ &+ \lambda_{A_{di}}^{-1} \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ E_{A_{di}}^T \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} [0_{1 \times 2} \ E_{A_{di}} \ 0_{1 \times 2}] \end{aligned} \quad (3.28)$$

En utilisant le complément de Schur, on peut obtenir LMI (3.11), donc la preuve est alors terminée.

3.4 Commande tolérante aux défauts par retour d'état

En se basant sur l'information en ligne obtenue à partir de l'estimation de défauts fournie par l'observateur, une commande tolérante aux défauts par retour d'état est réalisée. Le théorème suivant fournit des conditions suffisantes pour l'existence d'une telle commande SFTC.

La commande tolérante aux défauts est établie pour compenser les effets du défaut:

$$u_f = -K_h \hat{x}_k - K_{dh} \hat{x}_{k-\tau} - \hat{f}_k \quad (3.29)$$

En substituant (3.29) dans (3.7), on trouve :

$$x_{k+1} = A_h x_k + A_{dh} x_{k-\tau} - B_h K_h \hat{x}_k - B_h K_{dh} \hat{x}_{k-\tau} - B_h \hat{f}_k + B_h f_k + D_{1h} w_k$$

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$\begin{aligned}
 &= (A_h - B_h K_h) x_k + \bar{A}_{dh} x_{k-\tau} - B_h K_h e_{x_k} - B_h K_{dh} e_{x_{k-\tau}} - B_h e_{f_k} + D_{1h} w_k \\
 &= (A_h - B_h K_h) x_k + (\bar{A}_{dh} - B_h K_{dh}) x_{k-\tau} + D_{1h} w_k + \sigma_k
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Où $\sigma_k = -B_h K_h e_{x_k} - B_h K_{dh} e_{x_{k-\tau}} - B_h e_{f_k}$

σ_k est considéré comme une perturbation externe et la bornitude de e_{x_k} , $e_{x_{k-\tau}}$ et e_{f_k} est garantie par le Théorème 3.1. Par conséquent, le contrôleur de retour d'état $u_k = -K_h \hat{x}_k - K_{dh} \hat{x}_{k-\tau}$ peut assurer la stabilité asymptotique de système suivant:

$$x_{k+1} = (A_h - B_h K_h) x_k + (\bar{A}_{dh} - B_h K_{dh}) x_{k-\tau} + D_{1h} w_k \tag{3.31}$$

Le théorème suivant donne les conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique et l'indice H_∞ de performance de ce système.

Théorème 3.2: la dynamique du système est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance $\|y_k\|_2 < \gamma^2 \|w_k\|_2$ s'il existe des matrices $X > 0, R > 0, M > 0, Y, Y_d$ telles que :

Min γ

$$\Gamma_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, q$$

$$\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} < 0 \quad 1 \leq i < j \leq q$$

Où

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} T_{i1} & A_i X - B_i Y_j & A_{di} X - B_i Y_{dj} & D_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ * & T_2 & 0 & 0 & X C_j & X E_{Ai}^T & 0 \\ * & * & -R & 0 & X C_{\tau j}^T & 0 & X E_{Adi}^T \\ * & * & * & -\gamma I_d & D_{2j}^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I_p & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\lambda_{A_i} I_{d+m} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\lambda_{A_{di}} I_{d+m} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.32}$$

Avec

$$T_2 = -X + r X R X, \quad Y_i = K_i X, \quad Y_{di} = K_{di} X, \quad r = (d_{max} - d_{min} + 1)^{-1}$$

$$T_{i1} = -X + \varepsilon_{Ai} M_{Ai} M_{Ai}^T + \varepsilon_{Adi} M_{Ai} M_{Adi}^T$$

Preuve: Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défaits Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$V_k = \sum_{i=1}^3 V_{ik} \quad (3.33)$$

Où

$$\begin{aligned} V_{1k} &= x_k^T P x_k \\ V_{2k} &= \sum_{i=k-\tau_j}^{k-1} x_i^T R x_i \\ V_{3k} &= \sum_{m=-d_{max}+1}^{-d_{min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} x_i^T R x_i \end{aligned}$$

Avec X, R des matrices à déterminer. Leurs dérivées par rapport au temps sont les suivantes:

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= x_{k+1}^T P x_{k+1} - x_k^T P x_k \\ &= x_k^T (\bar{A}_h^T P \bar{A}_h - P) x_k + x_{k-\tau}^T \bar{A}_{dh}^T P \bar{A}_{dh} x_{k-\tau} + 2x_k^T \bar{A}_h^T P A_d(h) x_{k-\tau} \\ &\quad + 2x_k^T \bar{A}^T P D_{1h} w_k + 2x_{k-\tau}^T A_{dh}^T P D_{1h} w_k + w_k^T D_{1h}^T P D_{1h} w_k \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\Delta V_2 = x_k^T R x_k - x_{k-\tau}^T R x_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} x_i^T R x_i \quad (3.35)$$

$$\Delta V_3 = (d_{max} - d_{min}) x_k^T R x_k - \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} x_i^T R x_i \quad (3.36)$$

Pour simplifier l'écriture, on prend :

$$\bar{A}_{dh} = (A_{dh} - B_h K_{dh}), \quad \bar{A}_h = (A_h - B_h K_h)$$

Où

$$\tilde{x}_k = [x_k^T \quad x_{k-\tau}^T \quad w_k^T]^T$$

En utilisant l'indice de performance H_∞ défini comme suit :

$$J_n = \sum_{k=0}^n y_k^T y_k - \gamma^2 w_k^T w_k \quad (3.37)$$

Avec $\Delta V_0 = 0$, on peut démontrer l'inégalité suivante :

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$J_n \leq \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{\gamma} y_k^T y_k - \gamma w_k^T w_k + \Delta V_k \right] \quad (3.38)$$

A partir des équations (3.34), (3.35) et (3.36), et en substituant dans (3.38), on obtient:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \tilde{x}_k^T(k) \Gamma_{ij} \tilde{x}_k \leq 0 \quad (3.39)$$

Avec

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{A}^T P \\ \bar{A}_d^T P \\ D_1^T P \\ 0 \end{bmatrix}^T P^{-1} \begin{bmatrix} P \bar{A} & P \bar{A}_d & P D_1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\hat{P} & 0 & 0 & C^T \\ * & -R & 0 & C_\tau^T \\ * & * & -\gamma I_d & D_2^T \\ * & * & * & -\gamma I_p \end{bmatrix}$$

En utilisant les compléments de Schur et la transformation de congruence $\text{diag}(X, X, X, I, I) X = P^{-1}$ on peut obtenir:

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} -X & A_i X - B_i Y_j & A_{di} X - B_i Y_{dj} & D_{1i} & 0 \\ * & -X + rM & 0 & 0 & X C_j \\ * & * & -R & 0 & X C_{\tau j}^T \\ * & * & * & -\gamma I_d & D_{2j}^T \\ * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I_p \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

La partie incertaine est représentée comme suit :

$$\Delta \Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \Delta A_i X & \Delta A_{di} X & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

En substituant (3.2) dans (3.41), la partie matricielle incertaine peut être décomposée comme suit:

$$\begin{aligned} \Delta \Gamma_{ij} &= \begin{bmatrix} M_{A_i} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} F_k \begin{bmatrix} 0 & E_{A_i} X & 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ X E_{A_i}^T \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} F_k^T \begin{bmatrix} M_{A_i}^T & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{A_{di}} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} F_k \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & E_{A_{di}} X & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ X E_{A_{di}}^T \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} F_k^T \begin{bmatrix} M_{A_{di}}^T & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.42)$$

En utilisant le lemme 1, on obtient

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{ij} \leq & \lambda_{A_i} \begin{bmatrix} 0 \\ XE_{A_i}^T \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & E_{A_i}X & 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} + \lambda_{A_i}^{-1} \begin{bmatrix} M_{A_i} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{A_i}^T & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} + \lambda_{A_{di}} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ XE_{A_{di}}^T \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & E_{A_{di}}X & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} \\ & + \lambda_{A_{di}}^{-1} \begin{bmatrix} M_{A_{di}} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{A_{di}}^T & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.43)$$

En appliquant le complément Schur et lemme 1, on obtient le théorème 2.

3.5 Simulation et résultats

Pour la simulation, on considère comme exemple celui du pendule inversé non linéaire [67]. On discrétise les équations non linéaires du pendule inversé avec une période d'échantillonnage $T = 0.05s$, et l'angle et la vitesse angulaire sont perturbés par des retards variables dans le temps. Le système TS flou discret représentant le système est donné comme suit:

Règle 1: Si $x_{1,k}$ est $h_1(x_{1,k})$ Alors

$$\begin{cases} x_{k+1} = cA_1x_k + (1-c)A_1x_{k-\tau} + B_1(u_k + f_k) + D_{11}w_k \\ y_k = C_1x_k + (1-c)C_1x_k + D_{21}w_k \end{cases} \quad (3.42)$$

Règle 2: Si $x_{2,k}$ est $h_2(x_{1,k})$ Alors

$$\begin{cases} x_{k+1} = cA_2x_k + (1-c)A_2x_{k-\tau} + B_2(u_k + f_k) + D_{12}w_k \\ y_k = C_2x_k + (1-c)C_2x_k + D_{22}w_k \end{cases} \quad (3.42)$$

Où :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ T \frac{g}{\left(\frac{4l}{3}\right) - aml} & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ \frac{2T \frac{g}{\pi}}{\left(\left(\frac{4l}{3}\right) - aml \beta^2\right)} & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -T \frac{a}{\left(\frac{4l}{3}\right) - aml} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -T \frac{a\beta}{\left(\frac{4l}{3}\right) - aml \beta^2} \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = [1 \quad 0], \quad M = E = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = D_{12} = [0 \quad 0.1 T]^T, \quad D_{21} = D_{22} = 0.001$$

Avec

$$x_1 \text{ en rad}, \quad x_2 \text{ en rad/s}, \quad m = 2.0 \text{ kg}, \quad M = 2.0 \text{ kg}, \quad 2l = 1$$

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}, \quad u \text{ en } N, \quad a = 1/(m + M).$$

Soit $c = 0,9$, le paramètre de pondération de l'effet de retard. La perturbation externe w_k est supposée être un bruit blanc à bande limitée avec une puissance de 0,001.

Les fonctions d'appartenance sont choisies comme suit :

$$h_1 = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\left(-7\left(x_1 - \frac{\pi}{4}\right)\right)} \right) \left(\frac{1}{1 + \exp\left(-7\left(x_1 + \frac{\pi}{4}\right)\right)} \right), \quad h_2 = 1 - h_1$$

Le retard variable est supposé satisfaire: $0 \leq \tau_k \leq 2$

Les gains de H_∞ FFEO obtenus sont comme suit:

$$L1 = \begin{bmatrix} 2.9320 \\ 64.1537 \end{bmatrix}, \quad L2 = \begin{bmatrix} 1.7153 \\ 20.2379 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -811.2417, \quad F2 = -811.2523$$

Avec l'indice de performance optimisé $\gamma^* = 3.4992$

Ensuite, nous concevons le contrôleur SFFTC flou.

En résolvant les conditions énoncées dans Théorème 3.2, on obtient la valeur d'atténuation minimum $\gamma = 0,0012$ avec :

$$K_1 = [-677.4144 \quad -48.8638], \quad K_{d1} = [115.7795 \quad 0.4090]$$

$$K_2 = [-646.9278 \quad -48.9312], \quad K_{d2} = [119.4304 \quad 0.4095]$$

Avec la valeur initiale $(\pi/8, 0)$.

On peut voir sur la Fig. 3.1 que le défaut qui ici varie dans le temps et ses estimations sont très proches, ce qui dénote de la précision et de la rapidité du FFEO.

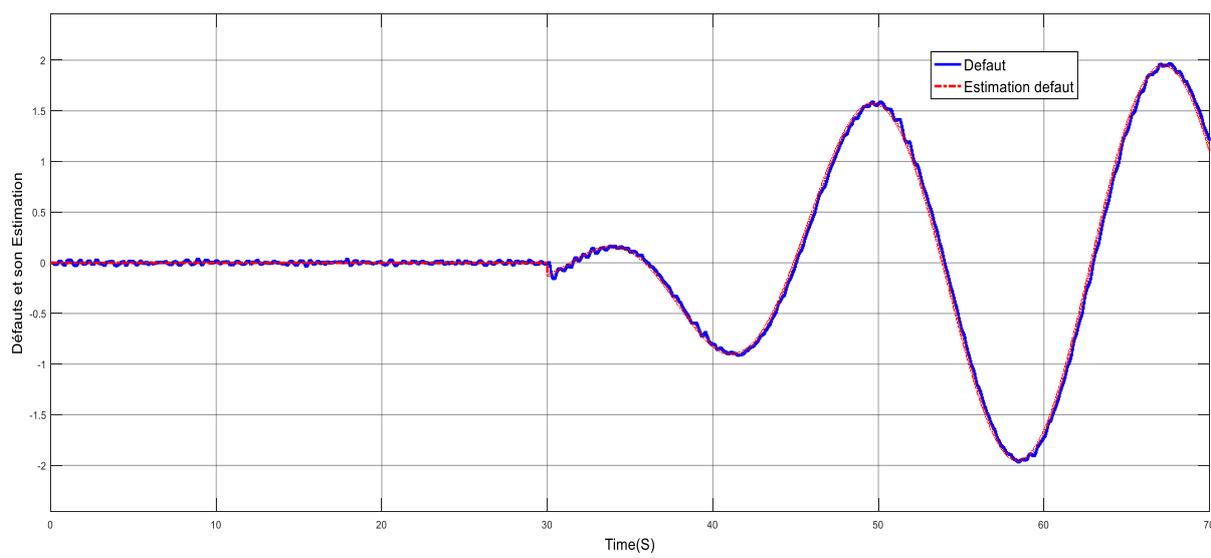


Figure 3.1 f_k Défaut variable (bleu) et \hat{f}_k son estimé (rouge)

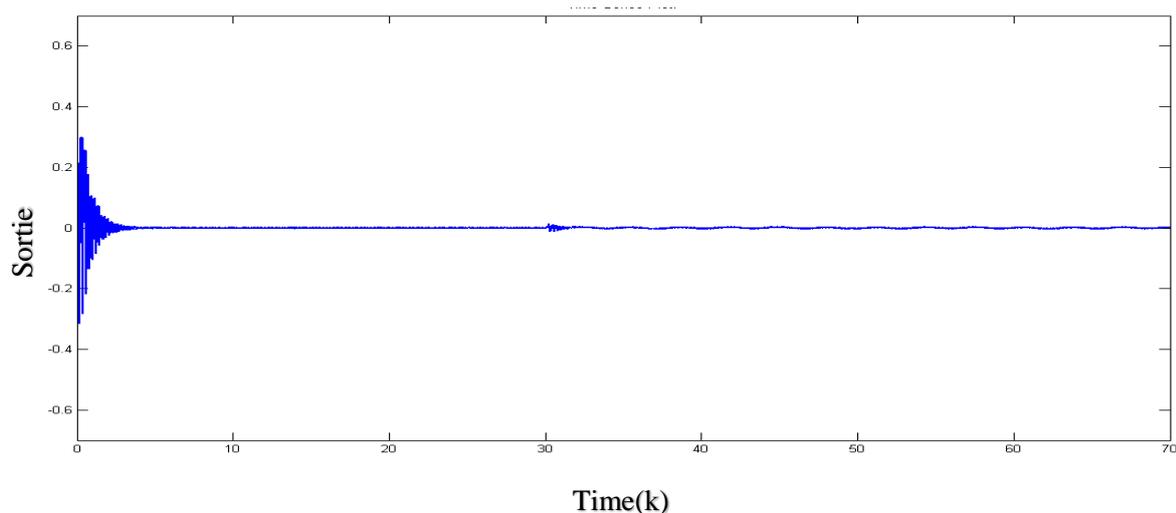


Figure 3.2 y_k Sortie sous le contrôleur de retour d'état FTC

Sur la Figure 3.2, on peut observer que grâce à un contrôleur par retour d'état FTC. L'effet du défaut a été réduit sur la sortie dans le temps précis qui vérifie la robustesse de la méthode proposée par rapport au signal de défaut et les perturbations exogènes.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de conception de contrôleur tolérant aux défauts robuste à base de retour d'état estimé pour une classe de système non linéaire discret

Chapitre 3. Commande Robuste Tolérante aux Défauts Pour les Systèmes Nonlinéaires Incertains Retardés

avec un retard variant dans le temps représenté par modèle T-S flou. Un observateur sur la base de commande retour d'état tolérante aux défauts à l'aide de l'approche dépendante de retard a été utilisé pour obtenir des résultats moins conservatrices. Celui-ci a été conçu en termes de LMI réalisable, qui garantit la stabilité, ainsi que le besoin de performances prévues pour rejeter les perturbations, en présence de défauts d'actionneurs. Les résultats de simulation de l'exemple pratique sont utilisés pour démontrer l'efficacité des résultats obtenus.

Chapitre 4. *Commande Robuste tolérante aux Défauts Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM*

4.1 Introduction

La majorité des études sur l'estimation de défauts et la commande tolérante aux défauts utilisent les variables d'état comme variables de décisions pour les systèmes T-S retardés. Ces travaux sont basés sur l'hypothèse que les variables de décisions sont mesurables ce qui n'est pas le cas dans la réalité [41]. Ainsi, il a été montré dans [62], que si l'état est utilisé comme variables de décision à la place de la sortie, les modèles non linéaires peuvent être représentés par une structure T-S de manière exacte.

D'autre part, de nombreux travaux se sont intéressés à la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires décrits par des modèles flous de Takagi-Sugeno. Pour satisfaire, les contraintes LMIs pour chaque sous-modèle de la forme T-S, l'analyse de la stabilité des modèles flous est souvent étudiée par la technique de Lyapunov quadratique [63], [64]. Ce choix peut conduire pour certains systèmes à des conditions très conservatives. De ce fait, plusieurs formes de la fonction de Lyapunov ont été proposées. A titre d'exemple, dans [65], [66] des fonctions de Lyapunov continues par morceaux PLKF «Piecewise Lyapunov-Krasovskii functions» ont été utilisées à la place de fonction de Lyapunov quadratique. Néanmoins, il a été montré dans [68] que si le modèle T-S est construit à partir de la méthode des secteurs non linéaires, les fonctions Lyapunov continues par morceaux n'ont aucun effet sur le conservatisme car plusieurs règles du modèle sont actives en même temps. Une autre proposition de choix a été faite et s'est avérée plus efficace; elle consiste en l'utilisation d'une fonction connue sous le nom de fonction de Lyapunov-Krasovskii floue (FLKF: Fuzzy Lyapunov-Krasovskii Fonction) [69], [70]. Cette fonction est de forme non quadratique dont les fonctions Lyapunov P_i sont pondérées via les fonctions d'appartenance h_i . Le fait de donner une certaine flexibilité aux variables de décision permet de réduire le conservatisme des contraintes LMIs. Ce chapitre est consacré à la description d'un estimateur robuste de défauts et une commande tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires incertains retardés décrits par le modèle de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables. En premier lieu, nous aborderons la conception d'un observateur flou d'ordre complet pour estimer des défauts actionneurs (FFEO) dans les modèles TS.

Ensuite, l'information en ligne estimée est utilisée pour concevoir un contrôleur tolérant aux défauts à base de retour de sortie dynamique (OFFTC) et cela, afin de compenser l'effet des défauts en stabilisant le système en boucle fermée. L'indice de performance H_∞ est utilisé pour limiter la perturbation à un niveau donné. En utilisant une fonction Lyapunov-Krasovskii floue (FL-KF) et l'approche sans pondération (Free weighting matrices), des conditions suffisantes moins conservatrices et dépendant du retard, sont établies pour l'existence du FFEO et OFFTC en termes d'inégalités linéaires matricielles (LMI). Le principal résultat sera élargi au cas incertain. Pour illustrer l'efficacité et l'applicabilité de l'approche proposée, les résultats obtenus sur deux exemples seront présentés en fin de chapitre.

4.2 Formulation du problème

Considérons le modèle non linéaire discret suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) \\ y_k = h(x_k, u_k) \\ z_k = g(x_k, u_k) \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $x_k \in R^n$, $u_k \in R^m$, $y_k \in R^p$, $z_k \in R^l$ représentent respectivement le vecteur d'état, l'entrée, la sortie de processus et la sortie contrôlée. f, g, h sont des fonctions non linéaires représentant la dynamique du système non linéaire.

Afin de concevoir un estimateur de défaut et une commande tolérante aux défauts, le système non linéaire (4.1) va être décrit en utilisant des modèles flous TS avec des défauts d'actionneurs et un retard variable dans le temps.

Règle i:

Si $\xi_{k(1)}$ est M_{i1} ... et $\xi_{k(p)}$ est M_{ip}

$$\text{ALORS} \begin{cases} x_{k+1} = A_i x_k + A_{\tau i} x_{k-\tau} + B_i(u_k + f_k) + B_{wi}w_k \\ y_k = C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + B_{ywi} w_k \\ z_k = C_z x_k \end{cases} \quad (4.2)$$

Où M_{ij} représente l'ensemble flou, r est le nombre de règles SI-ALORS, et $\xi_k = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p]$ est le vecteur variable de décision, $w_k \in R^d$ est l'entrée de perturbation inconnue; $f_k \in R^m$ représente le défaut d'actionneur d'additif; $w_k, f_k \in L2[0, \infty)$.

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défauts Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

$(A_i, A_{\tau i}, B_{wi}, B_i, C_i, C_{\tau i}, C_z \text{ et } B_{ywi})$ sont des matrices constantes connues de dimensions compatibles avec $A_i = A_i + \Delta A_i, A_{di} = A_{di} + \Delta A_{di}$.

On suppose que les matrices B_i sont de plein rang de la colonne $rank(B_i) = m$, à savoir, les paires (A_i, B_i) sont contrôlables, et les paires (A_i, C_i) sont observables.

Les incertitudes paramétriques $\Delta A_i, \Delta A_{\tau i}$ sont des matrices variables dans le temps ayant la structure suivante:

$$\Delta A_i = M_{A_i} F_k E_{A_i}, \quad \Delta A_{\tau i} = M_{A_{\tau i}} F_k E_{A_{\tau i}} \quad (4.3)$$

Où $M_{A_i}, E_{A_i}, M_{A_{\tau i}}, E_{A_{\tau i}}, F_k$ sont des matrices constantes connues et F_k est une fonction de matrice inconnue avec la propriété

$$F_k^T F_k \leq I \quad (4.4)$$

Le retard τ_k est un retard discret variable dans le temps bornée par τ_{min}, τ_{max} qui représente des nombres entiers positifs constants représentant les limites inférieure et supérieure sur le retard de communication, respectivement. $\tau_{min} < \tau_k < \tau_{max}$

Le modèle flou global est obtenu par combinaison des sous-modèles (modèle local) de chaque règle du système par:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^r h_i(\xi_k) [A_i x_k + A_{\tau i} x_{k-\tau} + B_i(u_k + f_k) + B_{wi} w_k] \\ y_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\xi_k) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + B_{ywi} w_k] \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ce modèle discret T-S flou avec des variables de décision non mesurables peut être réécrit comme un modèle discret T-S flou perturbé avec des variables décision mesurables comme suit:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\xi}_k) [A_i x_k + A_{\tau i} x_{k-\tau} + B_i(u_k + f_k) + B_{wi} w_k + v_{1k}] \\ y_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\xi}_k) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + B_{ywi} w_k + v_{2k}] \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$z_k = C_z x_k$$

Où

$$v_{1k} = \sum_{i=1}^r (h_i(\xi_k) - h_i(\hat{\xi}_k)) [A_i x_k + A_{\tau i} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + B_{wi} w_k]$$

$$v_{2k} = \sum_{i=1}^r (h_i(\xi_k) - h_i(\hat{\xi}_k)) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + B_{ywi} w_k]$$

On note

$$\bar{w}_k = [w_k^T \quad v_{1k}^T \quad v_{2k}^T]^T, \quad \check{D}_{i1} = [B_{wi} \quad I_n \quad 0], \quad \check{D}_{2i} = [B_{ywi} \quad 0 \quad I_d]$$

Ensuite, nous obtenons

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\xi}_k) [A_i x_k + A_{\tau i} x_{k-\tau} + B_i (u_k + f_k) + \check{D}_{i1} \bar{w}_k] \\ y_k &= \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\xi}_k) [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + \check{D}_{i2} \bar{w}_k] \end{aligned} \tag{4.7}$$

Pour simplifier, nous adoptons les notations suivantes:

$$\begin{aligned} \hat{h}_{k(i)} &= h_i(\hat{\xi}_k), \quad \mathbb{A}_h = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} A_i, \quad \mathbb{B}_h = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} B_i, \quad \mathbb{A}_{\tau h} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} A_{\tau i} \\ \mathbb{C}_h &= \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} C_i, \quad \mathbb{C}_{\tau h} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} C_{\tau i}, \quad \check{\mathbb{D}}_{1h} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} \check{D}_{i1}, \quad \check{\mathbb{D}}_{2h} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_{k(i)} \check{D}_{i2} \end{aligned}$$

La sortie finale du système flou est alors déduite comme suit:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \mathbb{A}_h x_k + \mathbb{A}_{\tau h} x_{k-\tau} + \mathbb{B}_h (u_k + f_k) + \check{\mathbb{D}}_{1h} \bar{w}_k \\ y_k &= \mathbb{C}_h x_k + \mathbb{C}_{\tau h} x_{k-\tau} + \check{\mathbb{D}}_{2h} \bar{w}_k \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \tag{4.8}$$

4.3 Estimation État/défaut

Afin de détecter et estimer l'état et les défauts, nous présentons dans cette section, l'observateur flou suivant :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_h \hat{x}_k + A_{\tau h} \hat{x}_{k-\tau} + B_h (u_k + \hat{f}_k) - L_h (\hat{y}_k - y_k) \\ \hat{y}_k = C_h \hat{x}_k + C_{\tau h} \hat{x}_{k-\tau} \\ \hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k - W_h (\hat{y}_k - y_k) \end{cases} \quad (4.9)$$

Où $\hat{x}_k \in R^n$ est l'observateur vecteur d'état, $\hat{y}_k \in R^p$ est la sortie de l'observateur. $L \in R^{n \times p}$ et $W \in R^{r \times p}$ sont les matrices de gains de l'observateur à déterminer:

Si l'on note :

$$L(h) = \sum_{i=1}^r h_{ki} L_i, \quad W(h) = \sum_{i=1}^r h_{ki} W_i$$

Et

$$e_{x_k} = \hat{x}_k - x_k$$

$$e_{f_k} = \hat{f}_k - f_k$$

$$e_{y_k} = \hat{y}_k - y_k$$

La dynamique de l'erreur sera régie par le système suivant :

$$\varepsilon_{k+1} = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h) \varepsilon_k + (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \varepsilon_{k-\tau} + (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h}) \rho_k \quad (4.10)$$

Où

$$\varepsilon_k = [e_{x_k}^T \quad e_{f_k}^T]^T, \quad \rho_k = [\tilde{w}_k^T \quad \Delta f_k^T]^T, \quad \bar{L}_h = [L_h^T \quad W_h^T]^T$$

$$\bar{A}_h = \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{1h} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{1h} & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{\tau h} = \begin{bmatrix} A_{\tau h} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_h = [C_h \quad 0], \quad \bar{D}_{2h} = [\bar{D}_{2h} \quad 0], \quad \bar{C}_{\tau h} = [C_{\tau h} \quad 0]$$

On définit $\eta_k = \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k$ ce qui donne :

$$\varepsilon_{k-\tau} = \varepsilon_k - \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \eta_i \quad (4.11)$$

Puis, on réécrit (4.10) comme suit :

$$\varepsilon_{k+1} = (\bar{A}_h + \bar{A}_{\tau h} - \bar{L}_h(\bar{C}_h + \bar{C}_{\tau h}))\varepsilon_k - (\bar{A}_{\tau h} - \bar{L}_h\bar{C}_{\tau h})\lambda_k + (\bar{L}_h\bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h})\rho_k \quad (4.12)$$

Où

$$\lambda_k = \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \eta_i$$

Hypothèse : Δf_k appartient à $L_2[0, \infty)$

Remarque 4.1 Il est important de noter que cette hypothèse est plus générale par rapport à d'autres méthodes de conception utilisées dans la littérature, par exemple, l'estimation générale d'un défaut en fonction de l'observateur par mode de glissant nécessite la connaissance préalable de la limite supérieure de f_k comme relevé par exemple dans [32] et[33]. Dans [4], un filtre d'estimation de défaut est conçu sous l'hypothèse $f_k \in L_2[0, \infty)$. Cependant, comme décrit dans[34], dans de nombreux systèmes pratiques, il y a une période transitoire au cours de laquelle le défaut s'établit, après quoi il reste plus ou moins constant, ce qui signifie que les dérivées des défauts sont d'énergie bornées, c.-à-d. $f_k \in L_2[0, \infty)$.

Dans ce qui suit, nous décrivons une solution au problème de H_∞ à base LMI. L'estimateur flou du défaut pour l'erreur dynamique du système nominal est fourni.

Théorème 4.1: la dynamique de l'erreur du système nominal (4.12) est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance $\|e_{f_k}\|_2 < \gamma^2 \|\rho_k\|_2$ s'il existe des matrices $\bar{P}_i > 0$, $Q_i > 0$ ($l, q, i = 1, 2, \dots, h$, $j = i, \dots, h$), Y_i , R_1 , S_1 , M_1 telles que

$$\min \gamma$$

Où

$$\Phi_{lqij} = \begin{bmatrix} \bar{P}_q - U^T - U & \frac{\chi_{1ij} + \chi_{1ji}}{2} & \mathbf{0} & \frac{\chi_{2ij} + \chi_{2ji}}{2} & \frac{\chi_{3ij} + \chi_{3ji}}{2} \\ * & \tilde{\varphi}_i & -R_1 + S^T & -R + M_1^T & \mathbf{0} \\ * & * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -M_1 - M_1^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.13)$$

Avec

$$\tilde{\varphi}_i = -0.5 (P_i + P_j) + 0.5(dm + dm - 1)(Q_i + Q_j) + R_1 + R_1^T$$

$$\chi_{1ij} = U^T (\bar{A}_i + \bar{A}_{di}) - Y_i (\bar{C}_j + \bar{C}_{\tau j}), \quad \chi_{2ij} = -U^T \bar{A}_{di} + Y_i \bar{C}_{\tau j}$$

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défaits Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

$$\chi_{3ij} = Y_i D_{2j} - U^T D_{1i},$$

Preuve: Soit la fonction de Lyapunov-Krasovskii suivante:

$$V(\varepsilon_k, h_k) = \sum_{i=1}^3 V_i(\varepsilon_k, h_k) \quad (4.14)$$

Où

$$\begin{aligned} V_{1k} &= \varepsilon_k^T \bar{P}_k(h) \varepsilon_k \\ V_{2k} &= \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \varepsilon_i^T Q_i(h) \varepsilon_i \\ V_{3k} &= \sum_{m=-d_{\max}+1}^{-d_{\min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \varepsilon_i^T Q_i(h) \varepsilon_i \end{aligned}$$

Où :

$\bar{P}_k(h) = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} \bar{P}_i$, $Q_k(h) = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} Q_i$, avec $\bar{P}_k(h), Q_k(h)$ sont des matrices à déterminer.

Si on pose :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_h &= \bar{A}_h + \bar{A}_{dh} - \bar{L}_h(\bar{C}_h + \bar{C}_{\tau h}) \\ \tilde{A}_{dh} &= (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \\ \tilde{D}_h &= (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h}) \end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_h &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{A}_i + \bar{A}_{di} - \bar{L}_i(\bar{C}_j + \bar{C}_{\tau j})}{2} \\ \tilde{A}_{dh} &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{A}_{di} - \bar{L}_i \bar{C}_{\tau j}}{2} \\ \tilde{D}_h &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{L}_i \bar{D}_{2j} - \bar{D}_{1i}}{2} \end{aligned}$$

Avec: $\mu_{ij} = 2$, Si $i \neq j$, sinon $\mu_{ij} = 1$

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défaits Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

La dérivée de FLF par rapport au temps est calculée comme suit :

$$\Delta V_k = V_{k+1} - V_k$$

On note :

$$\bar{P}_{k+1}(h_k^+) = \sum_{k=1}^r h_k^+ \bar{P}_k = \sum_{q=1}^r h_{k(q)} \bar{P}_q, \quad Q(h_k^-) = \sum_{q=1}^r h_{k(l)} Q_l, \quad h_k^+ = h_{k+1}$$

Ou $h_k^- = h_{k-\tau}$

Donc

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,k} &= \varepsilon_{k+1}^T \bar{P}_q \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T \bar{P}_k \varepsilon_k \\ &= \varepsilon_k^T \left(\tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{A}_h - \bar{P}_k \right) \varepsilon_k + \lambda_k^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P}_q \tilde{A}_{dh} \lambda_k - 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{A}_{dh} \lambda_k \\ &\quad + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\Delta V_{2,k} = \varepsilon_k^T Q_k \varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau}^T Q_l \varepsilon_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i \quad (4.16)$$

$$\Delta V_{3,k} = (\tau_{max} - \tau_{min}) \varepsilon_k^T Q_k \varepsilon_k - \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i \quad (4.17)$$

Pour plus de commodité, on note :

$$\bar{Q}_k = \bar{P}_k - (d_M - d_m + 1) Q_k$$

A partir de (4.11), on obtient $\varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau} - \lambda_k = 0$

Ce qui donne :

$$2[\varepsilon_k^T R_1 + \varepsilon_{k-\tau}^T S_1 + \lambda_k^T M_1][\varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau} - \lambda_k] = 0 \quad (4.18)$$

Où R_1, S_1 et M_1 sont des matrices arbitraires avec des dimensions appropriées.

Ensuite, on trouve :

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= \varepsilon_k^T \varphi_i \varepsilon_k - 2\varepsilon_k^T (\tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - R_1 + M_1^T) \lambda_k + 2\varepsilon_k^T (-R_1 + S_1^T) \varepsilon_{k-\tau} + \varepsilon_{k-\tau}^T \\ &\quad \times (-S_1 - S_1^T - Q) \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - M_1^T) \lambda_k + \lambda_k^T \left(\tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - M_1 - M_1^T \right) \lambda_k \end{aligned}$$

$$+2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k \quad (4.19)$$

Où $\varphi_i = \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A} - \bar{P}_k + (d_M + d_m - 1)Q_k + R_1 + R_1^T$

Maintenant, on définit l'indice H_∞ de performance :

$$\begin{aligned} J_n &= \sum_{k=0}^n e_{f_k}^T e_{f_k} - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k \\ &= \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Où $\bar{I}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}$

En prenant comme condition initiale $\Delta V_0 = 0$, il peut être démontré que

$$J_n \leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + \Delta V_k] \quad (4.21)$$

En substituant (4.19) dans (4.21), on obtient

$$\begin{aligned} J_n &\leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{\varphi}_i \varepsilon_k + 2\varepsilon_k^T (-\tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - R_1 + M_1^T) \lambda_k + 2\varepsilon_k^T (-R_1 + S_1^T) \varepsilon_{k-\tau} + \varepsilon_{k-\tau}^T \\ &\quad (-S_1 - S_1^T - Q) \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - M_1^T) \lambda_k + \lambda_k^T (\tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - M_1 - M_1^T) \lambda_k \\ &\quad + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k + \rho_k^T (\tilde{D}^T \bar{P}_q \tilde{D} - \gamma^2 I) \rho_k] \end{aligned} \quad (4.22)$$

Où $\bar{\varphi}_{qi} = \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A} - \bar{P}_k + (d_M + d_m - 1)Q_k + R_1 + R_1^T + \bar{I}_m \bar{I}_m^T$

Ce qui donne :

$$J_n \leq \sum_{l=1}^r \sum_{q=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_q h_l h_i h_j \zeta^T(k) \Phi_{lqij} \zeta(k) \quad (4.23)$$

Avec

$$\zeta_k = [\varepsilon_k^T \quad \varepsilon_{k-\tau}^T \quad \lambda_k^T \quad \rho_k^T]^T$$

On reformule (4.23) comme suit:

$$\Phi_{lqij} = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \\ 0 \\ -\tilde{A}_d^T \\ \tilde{D}^T \end{bmatrix} \bar{P}_q \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \\ 0 \\ -\tilde{A}_d^T \\ \tilde{D}^T \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} \kappa_i & -R_1 + S_1^T & -R_1 + M_1^T & 0 \\ * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 \\ * & * & -M_1 - M_1^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Où

$$\kappa_i = -\bar{P}_q + (\tau_{max} + \tau_{min} - 1)Q_i + R_1 + R_1^T + \bar{I}_m \bar{I}_m^T$$

En utilisant le complément de Schur et en multipliant (4.23) par $diag\{U^T, I, I, I, I\}$ et sa transposée produit :

$$\Phi_{lqij} = \begin{bmatrix} -U^T P_q^{-1} U & U^T \tilde{A} & 0 & -U^T \tilde{A}_d & U^T \tilde{D} \\ * & \kappa_i & -R_1 + S_1^T & -R_1 + M_1^T & 0 \\ * & * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 \\ * & * & * & -M_1 - M_1^T & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Puis, en utilisant l'inégalité $U^T P_q^{-1} U \geq -P_q + U^T + U$ on obtient théorème 4.1 et la preuve est terminée.

Après avoir établi les conditions suffisantes pour le système nominal, une méthode de conception d'observateur de défaut flou robuste est proposée pour le système flou incertain.

Lemme 4.1 (S-procédure) : Soit $S = S^T$ et M et E des matrices réelles de dimensions appropriées avec F satisfaisant $FF^T \leq I$. Alors $S + MFE + E^T F^T M^T < 0$ si et seulement s'il existe un scalaire positif $\varepsilon > 0$ tel que $S + \varepsilon^{-1}MM^T + \varepsilon E^T E < 0$ ou de manière équivalente

$$\begin{bmatrix} S & M & \varepsilon E^T \\ M^T & -\varepsilon I & 0 \\ \varepsilon E & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.26)$$

Théorème 4.2: la dynamique de l'erreur d'un système incertain (4.12) est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance: $\|e_{f_k}\|_2 < \gamma^2 \|\rho_k\|_2$ s'il existe des matrices $\bar{P}_i > 0, Q_i > 0$ ($l, q, i = 1, 2, \dots, h, j = i, \dots, h$), Y_i, R_1, S_1, M_1 telles que

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ \Phi_{lqij} &= \begin{bmatrix} \Phi_{lqij} & * & * & * & * \\ \bar{M}_{A_i}^T & -\varepsilon_{ij}I & * & * & * \\ \bar{M}_{A_{di}}^T & 0 & -\varepsilon_{ij}I & * & * \\ \varepsilon_{ij}\bar{E}_A & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I & * \\ \varepsilon_{ij}\bar{E}_{Ad} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Preuve: en définissant A_i, A_{di} sous la forme suivante $A_i + M_{A_i} F_{k(i)} E_{A_i}, A_{di} + M_{A_{di}} F_{k(i)} E_{A_{di}}$ on peut réécrire (4.13) comme suit:

$$\Phi_{lqij} + \bar{M}_{A_i} F_i \bar{E}_{A_i} + \bar{M}_{A_i}^T F_i \bar{E}_{A_i}^T + \bar{M}_{A_{di}} F_i \bar{E}_{A_{di}} + \bar{M}_{A_{di}}^T F_i \bar{E}_{A_{di}}^T < 0$$

Où

$$\begin{aligned} \bar{M}_{A_i} &= [\tilde{M}_{A_i}^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \quad \bar{E}_{A_i} = [0 \quad \tilde{E}_{A_i} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ \bar{M}_{A_{di}} &= [\tilde{M}_{A_{di}}^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \quad \bar{E}_{A_{di}} = [0 \quad \tilde{E}_{A_{di}} \quad 0 \quad -\tilde{E}_{A_{di}} \quad 0 \quad 0] \\ \tilde{M}_{A_i} &= \begin{bmatrix} M_{A_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{E}_{A_i} = \begin{bmatrix} E_{A_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{M}_{A_{di}} &= \begin{bmatrix} M_{A_{di}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{E}_{A_{di}} = \begin{bmatrix} E_{A_{di}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En considérant le lemme 4.1, on obtient (4.27). Ainsi, la preuve est alors terminée.

4.4 Commande Par Retour de Sortie Dynamique Tolérante aux Défaut (OFFTC)

Sur la base des informations en ligne de l'estimation du défaut fournie par l'observateur flou, une commande de sortie dynamique floue tolérante est conçue afin de réduire l'influence du défaut sur le système et maintenir une performance acceptable.

Le théorème suivant fournit des conditions suffisantes pour l'existence d'une commande H_∞ OFFTC à base d'observateur flou robuste.

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = A_{fh} \eta_k + A_{dfh} \eta_{k-\tau} + B_{fh} y_k \\ u_k = C_{fh} \eta_k + C_{fdh} \eta_{k-\tau} + D_{fh} y_k - \hat{f}_k \end{cases} \quad (4.28)$$

Où $A_{fh}, A_{dfh}, B_{fh}, C_{fh}, C_{fdh}, F_{fh}, D_{fh}$ sont des matrices de contrôleur à déterminer.

Avec :

$$A_f(h, h) = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} h_{k(j)} A_{fij}$$

En remplaçant (4.6) en (4.28), on obtient

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = \mathcal{A}_h \tilde{x}_k + \mathcal{A}_{dh} \tilde{x}_{k-\tau} + \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \\ y_k = \mathcal{C}_h \tilde{x}_k + \mathcal{C}_{dh} \tilde{x}_{k-\tau} + \mathcal{D}_{2h} \vartheta_k \end{cases} \quad (4.29)$$

Où

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \begin{bmatrix} x_k \\ \eta_k \end{bmatrix}, & \vartheta_k &= \begin{bmatrix} \tilde{w}_k \\ e_{fk} \end{bmatrix} \\ \mathcal{A}_h &= \begin{bmatrix} A_h + B_h D_{fh} C_h & B_h C_{fh} \\ B_{fh} C_h & A_{fh} \end{bmatrix}, & \mathcal{A}_{dh} &= \begin{bmatrix} A_{dh} + B_h D_{fh} C_{dh} & B_h C_{fdh} \\ B_{fh} C_{dh} & A_{dfh} \end{bmatrix} \\ \mathcal{D}_{1h} &= \begin{bmatrix} \check{D}_{1h} + B_h D_{fh} \check{D}_{2h} & -B_h \\ B_{fh} \check{D}_{2h} & 0 \end{bmatrix}, & \mathcal{D}_{2h} &= [\check{D}_{2h} \quad 0] \\ \mathcal{C}_h &= [C_h \quad 0], & \mathcal{C}_{dh} &= [C_{dh} \quad 0], & \mathcal{C}_z &= [C_z \quad 0] \end{aligned}$$

On définit $\mu_k = \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k$ donc :

$$\tilde{x}_{k-\tau} = \tilde{x}_k - \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \mu_i \quad (4.30)$$

Ce qui donne :

$$\tilde{x}_{k+1} = (\mathcal{A}(h, h) + \mathcal{A}_d(h, h)) \tilde{x}_k - \mathcal{A}_d(h, h) \partial_k + \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k \quad (4.31)$$

Où

$$\partial_k = \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \mu_i$$

Le théorème 4.3 donne des conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique et satisfaisant l'indice H_∞ de performance du système nominal flou.

Théorème 4.3: Considérons le système nominal flou (4.8), la dynamique du système est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance $\|y_k\|_2 < \gamma^2 \|w_k\|_2$ s'il existe

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défaits Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

des matrices $X > 0, R > 0, M > 0, Y, Y_d, \tilde{\mathcal{R}}_3, \tilde{\mathcal{S}}_3, \tilde{\mathcal{M}}_3$ ($l, q, i = 1, 2, \dots, h, j = i, \dots, h$) tels que:

$$\min \gamma$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_q - 2\varphi_{11} & \varphi_{12} + \varphi_{13} & 0 & -\varphi_{13} & \varphi_{14} & 0 \\ * & -\varphi_{11} + rT + \tilde{\mathcal{R}}_3^T + \tilde{\mathcal{R}}_3 & -\tilde{\mathcal{R}}_3 + \tilde{\mathcal{S}}_3^T & -\tilde{\mathcal{R}}_3 + \tilde{\mathcal{M}}_3^T & 0 & \varphi_{26} \\ * & * & -\tilde{\mathcal{S}}_3 - \tilde{\mathcal{S}}_3^T - \bar{R}_l & -\tilde{\mathcal{S}}_3 - \tilde{\mathcal{M}}_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\tilde{\mathcal{M}}_3 - \tilde{\mathcal{M}}_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & D_{2j}^T \\ * & * & * & * & * & -I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (4.32)$$

Avec

$$\varphi_{11} = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}, \quad \varphi_{12} = \begin{bmatrix} 0.5(A_i X + B_i \hat{C}_{fj} + A_j X + B_j \hat{C}_{fi}) & 0.5(A_i + B_i \hat{D} C_i + A_j + B_j \hat{D} C_j) \\ \hat{A}_{fij} & 0.5(Y A_i + \hat{B}_{fj} C_i + Y A_j + \hat{B}_{fi} C_j) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_{13} = \begin{bmatrix} 0.5(A_{di} X + B_i C_{dfj} + A_{dj} X + B_j C_{dfi}) & 0.5(A_{di} + B_i \hat{D} C_{di} + A_{dj} + B_j \hat{D} C_{dj}) \\ \hat{A}_{dfij} & 0.5(Y A_{di} + \hat{B}_{fj} C_{di} + Y A_{dj} + \hat{B}_{fi} C_{dj}) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_{14} = \begin{bmatrix} 0.5(\mathcal{D}_{1i} + B_i \hat{D} \check{D}_{2i} + \mathcal{D}_{1i} + B_i \hat{D} \check{D}_{2i}) & 0.5(-B_i - B_j) \\ 0.5(Y \mathcal{D}_{1i} + \hat{B}_{fj} \check{D}_{2i} + Y \mathcal{D}_{1i} + \hat{B}_{fj} \check{D}_{2i}) & 0.5(-Y B_i - Y B_j) \end{bmatrix}, \quad \varphi_{26} = \begin{bmatrix} X C_z^T \\ C_z^T \end{bmatrix}$$

Où

$$\tilde{\mathcal{R}}_3 = F_1^T R_3 F_1, \quad \tilde{\mathcal{S}}_3 = F_1^T S_3 F_1, \quad \tilde{\mathcal{M}}_3 = F_1^T M_3 F_1, \quad T = r F_1^T R F_1$$

$$\tilde{P}_q = F_1^T P_q F_1, \quad \bar{R}_l = F_1^T R_l F_1, \quad r = (\tau_{max} - \tau_{min} + 1)^{-1}$$

Les matrices de paramètres du OFFTC sont données par :

$$D_f = \hat{D}$$

$$C_{fi} = (\hat{C}_{fi} - D_f C_i X) M^{-T}$$

$$C_{d fi} = (\hat{C}_{d fi} - D_f C_{d i} X) M^{-T}$$

$$B_{fi} = N^{-1} (\hat{B}_{fi} - Y B_i D_f)$$

$$A_{fij} = N^{-1} (\hat{A}_{fij} - Y (A_i + B_i D_f C_i) X) M^{-T} - B_{fj} C_i X M^{-T} - N^{-1} Y B_i C_{fj}$$

$$A_{d f ij} = N^{-1} (\hat{A}_{d f ij} - Y (A_{di} + B_i D_f C_{di}) X) M^{-T} - B_{fj} C_{di} X M^{-T} - N^{-1} Y B_i C_{d f j}$$

Où $M, N \in R^{n \times n}$ satisfont $MN^T = I - XY$

Démonstration. Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\tilde{x}_k, h_k) = \sum_{i=1}^3 V_i(\tilde{x}_k, h_k)$$

Avec

$$\begin{aligned} V_{1k} &= \tilde{x}_k^T P_k \tilde{x}_k \\ V_{2k} &= \sum_{i=k-\tau_j}^{k-1} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i \\ V_{3k} &= \sum_{m=-d_{max}+1}^{-d_{min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i \end{aligned}$$

P, R représentent des matrices à déterminer.

On note :

$$P_{k+1}(h_k^+) = \sum_{k=1}^r h_k^+ P_k = \sum_{q=1}^r h_{k(q)} P_q, \quad R(h_k^-) = \sum_{q=1}^r h_{k(l)}^- R_l$$

Avec $h_k^+ = h_{k+1}$, $h_k^- = h_{k-\tau}$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est définie comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \tilde{x}_{k+1}^T P_q \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k^T P_k \tilde{x}_k \\ &= \tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q (\mathcal{A}(h) + \mathcal{A}_d(h)) - P_k \right) \tilde{x}_k + \partial_k^T \mathcal{A}_d^T(h) P_q \mathcal{A}_d(h) \partial_k \\ &\quad - 2\tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q \mathcal{A}_d(h) \right) \partial_k + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k \\ &\quad + 2\partial_k^T \mathcal{A}_d^T(h) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k + \vartheta_k^T \mathcal{D}_1^T(h) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\Delta V_2 = \tilde{x}_k^T R_k \tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-\tau}^T R_l \tilde{x}_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i \quad (4.34)$$

$$\Delta V_3 = (d_{max} - d_{min}) \tilde{x}_k^T R_k \tilde{x}_k - \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i \quad (4.35)$$

A partir de (4.30), on obtient $\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-\tau} - \partial_k = 0$, ce qui donne :

$$2[\tilde{x}_k^T R_3 + \tilde{x}_{k-\tau}^T S_3 + \partial_k^T M_3][\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-\tau} - \partial_k] = 0 \quad (4.36)$$

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défauts Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

Où. R_3, S_3 et M_3 sont des matrices arbitraires avec des dimensions appropriées

En combinant les équations (4.33) -(4.36) on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q (\mathcal{A}(h) + \mathcal{A}_d(h)) - \widetilde{P}_k \right) \tilde{x}_k + 2\tilde{x}_k^T (-R_3 + S_3^T) \tilde{x}_{k-\tau} \\ & + \tilde{x}_{k-\tau}^T (-S_3 - S_3^T - R_l) \tilde{x}_{k-\tau} + 2\tilde{x}_{k-\tau}^T (-S_3 - M_3^T) \partial_k + \partial_k^T (\mathcal{A}_d^T(h) P_q \mathcal{A}_d(h) - M_3 - M_3^T) \partial_k \\ & + 2\tilde{x}_k^T (-\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q \mathcal{A}_d(h) - R_3 + M_3^T \partial_k + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}^T(h) + \mathcal{A}_d^T(h)) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k \\ & - 2\partial_k^T \mathcal{A}_d^T(h) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k + \vartheta_k^T \mathcal{D}_1^T(h) P_q \mathcal{D}_1(h) \vartheta_k \end{aligned} \quad (4.37)$$

Où

$$\widetilde{P}_k = P_k - (d_{max} - d_{min} + 1)R_k + R_3 + R_3^T, \quad \overline{\mathcal{A}}(h) = \mathcal{A}(h) + \mathcal{A}_d(h)$$

Maintenant, on définit l'indice H_∞ de performance :

$$J_n = \sum_{k=0}^n z_k^T z_k - \gamma^2 \vartheta_k^T \vartheta_k \quad (4.38)$$

A partir de (4.37) et avec $\Delta V_0 = 0$, on peut montrer que

$$J_n \leq \sum_{k=0}^n [z_k^T z_k - \gamma^2 \vartheta_k^T \vartheta_k + \Delta V_k] \quad (4.39)$$

Après avoir substitué la dérivée de FLF et la sortie contrôlée on trouve :

$$J_n \leq \sum_{l=1}^r \sum_{q=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \tilde{x}_k^T \Gamma_{lqij} \tilde{x}_k \quad (4.40)$$

Où

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k = & [\tilde{x}_k^T \quad \tilde{x}_{k-\tau}^T \quad \partial_k^T \quad \vartheta_k^T]^T \\ \Gamma_{lqij} = & \begin{bmatrix} \overline{\mathcal{A}}^T \\ 0 \\ -\mathcal{A}_d^T \\ \widetilde{D}^T \end{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} \overline{\mathcal{A}}^T \\ 0 \\ -\mathcal{A}_d^T \\ \widetilde{D}^T \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} -\widetilde{P}_k & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & 0 \\ * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 \\ * & * & -M_3 - M_3^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_z^T \\ 0 \\ 0 \\ D_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_z^T \\ 0 \\ 0 \\ D_2^T \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

En utilisant le complément de Schur et la transformation de congruence (U, I, I, I) , on trouve:

$$\Gamma_{lqij} = \begin{bmatrix} -U^T P_q^{-1} U & U^T \overline{\mathcal{A}} & 0 & -U^T \mathcal{A}_d & U^T \mathcal{D}_1 & 0 \\ * & -\overline{P}_k + rM & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & 0 & C_z^T \\ * & * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & D_2^T \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Puis, en utilisant l'inégalité $U^T P_q^{-1} U \geq -P_q + U^T + U$ on a :

$$\Gamma_{lqij} = \begin{bmatrix} P_q - U^T - U & U^T \overline{\mathcal{A}} & 0 & -U^T \mathcal{A}_d & U^T \mathcal{D}_1 & 0 \\ * & -\overline{P}_k + rM & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & 0 & C_z^T \\ * & * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & D_2^T \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Maintenant, on exprime la matrice symétrique U comme suit :

$$U = \begin{bmatrix} Y & N \\ * & W \end{bmatrix}, \quad U^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ * & Z \end{bmatrix}$$

De $U U^{-1} = I$, on obtient

$$U \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$$

Si on note :

$$F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$$

$$U F_1 = F_2$$

Et en multipliant (4.42) avant et après par $\text{diag}\{F_1^T, F_1^T, I, I, I, I, I\}$ et sa transposée, et en notant :

$$\widehat{D} = D_f$$

$$\widehat{C}_f(h) = C_f(h) M^T + D_f C(h) X$$

$$\widehat{C}_{df}(h) = C_{df}(h) M^T + D_f C_d(h) X Z$$

$$\widehat{B}_f(h) = N B_f(h) + Y B(h) D_f$$

$$\widehat{A}_f(h, h) = N A_f(h, h) M^T + Y \left(A(h) + B(h) D_f C(h) \right) X + N B_f(h) C(h) X + Y B(h) C_f(h) M^T$$

$$\widehat{A}_{df}(h, h) = N A_{df}(h, h) M^T + Y \left(A_d(h) + B(h) D_f C_d(h) \right) X + N B_f(h) C_d(h) X + Y B(h) C_{df}(h) M^T$$

Le théorème 4.3 est obtenu.

Après avoir établi les conditions suffisantes pour le système nominal, on va étendre les résultats pour une classe des systèmes flous incertains par le théorème suivant.

Théorème 4.4: *Considérons le système flou incertain (4.26), la dynamique du système est asymptotiquement stable et satisfaisant l'indice H_∞ de performance $\|y_k\|_2 < \gamma^2 \|w_k\|_2$ s'il existe des matrices $X > 0, R > 0, M > 0, Y, Y_d$, telles que:*

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \Gamma_{lqij} = \begin{bmatrix} \Gamma_{lqij} & * & * & * & * \\ \bar{H}_{Ai}^T & -\varepsilon_{ij}I & * & * & * \\ \bar{H}_{Adi}^T & 0 & -\varepsilon_{ij}I & * & * \\ \bar{E}_A & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I & * \\ \bar{E}_{Ad} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Où

$$\begin{aligned} \bar{H}_A &= [H_A^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, & \bar{E}_A &= [0 \quad \tilde{E}_A \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ \bar{H}_{Ad} &= [H_{Ad}^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, & \bar{E}_{Ad} &= [0 \quad \tilde{E}_{Ad} \quad 0 \quad -\tilde{E}_{Ad} \quad 0 \quad 0] \\ H_A &= \begin{bmatrix} M_{Ai} & 0 \\ 0 & Y M_{Ai} \end{bmatrix}, & H_{Ad} &= \begin{bmatrix} M_{Adi} & 0 \\ 0 & Y M_{Adi} \end{bmatrix} \\ \tilde{E}_A &= \begin{bmatrix} Z_{Ai} & \varepsilon_{ij} E_{Ai} \\ 0 & \varepsilon_{ij} E_{Ai} \end{bmatrix}, & \tilde{E}_{Ad} &= \begin{bmatrix} Z_{Adij} & \varepsilon_{ij} E_{Adi} \\ 0 & \varepsilon_{ij} E_{Adi} \end{bmatrix} \\ Z_{Aij} &= \varepsilon_{ij} E_{Ai} X, & Z_{Adij} &= \varepsilon_{ij} E_{Adi} X \end{aligned}$$

Preuve : en utilisant les mêmes étapes que le théorème 4.2, on peut facilement obtenir le théorème 4.4.

4.5 Simulation et résultats

EXEMPLE 1:

Considérons le modèle non linéaire continu représentant un camion-remorque avec des retards [35]. En discrétisant les équations du modèle avec une période d'échantillonnage $T = 0.5s$. on obtient le système TS flou discret suivant:

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défaits Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

Règle 1: Si $\xi_k = 0$ Alors

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_1 x_k + A_{d1} x_{k-\tau} + B_1 (u_k + f_k) + D_{11} w_k \\ y_k = C_1 x_k + C_{d1} x_{k-\tau} + D_f f_k + D_{21} w_k \end{cases} \quad (4.44)$$

Règle 2: Si $\xi_k = \pm\pi$ ALORS

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_2 x_k + A_{d2} x_{k-\tau} + B_2 (u(k) + f_k) + D_{12} w_k \\ y_k = C_2 x_k + C_{d2} x_{k-\tau} + D_f f_k + D_{22} w_k \end{cases} \quad (4.45)$$

Où :

$$A_1 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{(vt)^2}{2L} & vt & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & \frac{0.01vt}{\pi} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} (1-a)(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{(vt)^2}{2L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} (1-a)(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = a[.7 \quad -2 \quad 0.03], \quad C_{d1} = C_{d2} = (1-a)[.7 \quad -2 \quad 0.03], \quad C_z = [0 \quad 0 \quad 0.07]$$

Pour la simulation, nous choisissons: $\xi_k = a \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1k} + (1-a) \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1(k-\tau)} + x_{2k}$

Avec $v = -1.0 \text{ m/s}, t = 2 \text{ s}, L = 5.5 \text{ m}, l = 2.8 \text{ m}.$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = M F_k E$$

$$M = [0.255 \quad 0.255 \quad 0.255]^T, \quad E = [0.01 \quad 0 \quad 0]$$

$$D_{11} = D_{12} = [0.01 \quad 0.01 \quad 0.01]^T$$

$$D_{21} = D_{22} = [0.02 \quad 0.02 \quad 0.02]^T$$

Chapitre 4. Commande Robuste tolérante aux Défaits Pour les systèmes T-S incertains retardés à VDNM

Où $a = 0.7$ représente le paramètre de poids de l'effet de retard. La perturbation externe $w(k)$ est supposée un bruit blanc à bande limitée avec une puissance de 0,001.

Les fonctions d'activation sont choisies comme suit:

$$h_1 = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\xi - 0.5\pi))}\right) \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\xi + 0.5\pi))}\right)$$

$$h_2 = 1 - h_1.$$

Le retard variant dans le temps, satisfait: $1 \leq \tau(k) \leq 3$

Après la résolution des LMIs, les gains de FFEO obtenus sont les suivants:

$$L1 = \begin{bmatrix} 0.3281 \\ -0.0840 \\ 0.1711 \end{bmatrix}, \quad L2 = \begin{bmatrix} 0.3300 \\ -0.0840 \\ 0.0381 \end{bmatrix}$$

$$W1 = -0.1646, \quad W2 = -0.1666$$

Avec un indice H_∞ de performance optimisé $\gamma^* = 2.3034$

Alors que les gains OFFTC obtenus sont les suivants:

$$A_{f11} = \begin{bmatrix} -0.0755 & 1.0692 & -0.0145 \\ 0.0226 & 0.2058 & 0.0118 \\ 0.0105 & -1.3070 & 0.9897 \end{bmatrix}, \quad A_{f12} = \begin{bmatrix} 0.0933 & 0.5047 & -0.0068 \\ 0.0397 & 0.1533 & 0.0124 \\ 4.4142 & -14.0576 & 1.1595 \end{bmatrix}$$

$$A_{f21} = \begin{bmatrix} -0.0550 & 1.0237 & -0.0142 \\ -0.0337 & 0.3745 & 0.0097 \\ -4.4822 & 12.9743 & 0.8264 \end{bmatrix}, \quad A_{f22} = \begin{bmatrix} 0.1123 & 0.4646 & -0.0065 \\ -0.0056 & 0.2883 & 0.0107 \\ -0.0815 & 0.2353 & 0.9966 \end{bmatrix}$$

$$A_{df11} = \begin{bmatrix} 2.1412 & -7.1305 & 0.1065 \\ 0.7260 & -2.4177 & 0.0361 \\ -1.2017 & 3.7997 & -0.0567 \end{bmatrix}, \quad A_{df12} = \begin{bmatrix} 2.2564 & -7.4477 & 0.1112 \\ 0.7056 & -2.3573 & 0.0352 \\ 0.6753 & -1.6408 & 0.0244 \end{bmatrix}$$

$$A_{df21} = \begin{bmatrix} 2.2221 & -7.3660 & 0.1100 \\ 0.7986 & -2.6304 & 0.0393 \\ -1.6829 & 4.8769 & -0.0727 \end{bmatrix}, \quad A_{df22} = \begin{bmatrix} 2.3042 & -7.5872 & 0.1133 \\ 0.7299 & -2.4296 & 0.0363 \\ 0.1555 & -0.4518 & 0.0068 \end{bmatrix}$$

$$B_{df1} = \begin{bmatrix} 1.8400 \\ 0.6331 \\ -0.9116 \end{bmatrix}, \quad B_{df2} = \begin{bmatrix} 1.8545 \\ 0.6250 \\ 0.0961 \end{bmatrix}$$

$$C_{f1} = [-1.1068 \quad 0.5374 \quad -0.0058], \quad C_{f2} = [-0.9083 \quad -0.1223 \quad 0.0023]$$

$$C_{df1} = [2.6696 \quad -10.6963 \quad 0.1600], \quad C_{df2} = [2.7808 \quad -10.9976 \quad 0.1645]$$

$$D_f = 3.3916$$

Avec un indice H_∞ de performance optimisé $\gamma^* = 2.3814$

Dans un premier temps, la simulation est faite en considérant un défaut pseudo-constant (Fig. 4.1) de la forme :

$$f_k = \begin{cases} 2(1 - \exp(-0.05(k - 300))), & 300 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Ensuite, nous considérons le même exemple avec un défaut variant dans le temps de la forme suivante (Fig. 4.2) :

$$f_k = \begin{cases} 4(\sin(0.06k) + \cos(0.03k)) & 500 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Les résultats obtenus pour l'estimation de défauts sont représentés par Fig.4.1 et Fig.4.2 respectivement. On peut voir que le défaut est estimé en temps réel avec une bonne rapidité et précision. Sur la Fig.4.3 on peut observer que le contrôleur par retour de sortie dynamique tolérant réduit l'effet du défaut sur la sortie dans le temps précis, cela prouve l'efficacité des méthodes proposées.

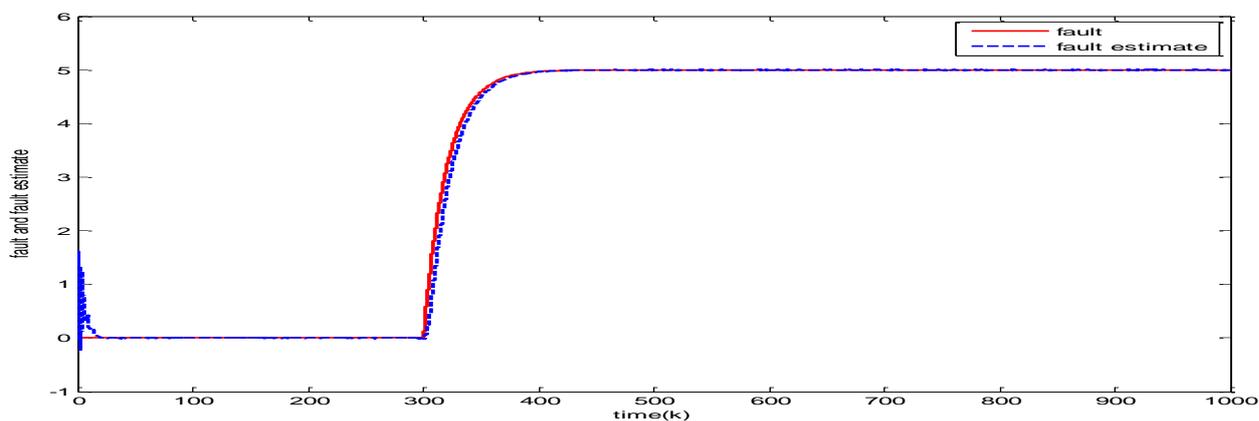


Figure 4.1 f_k Défaut constante (ligne continue) et son estimation \hat{f}_k (ligne en pointillés)

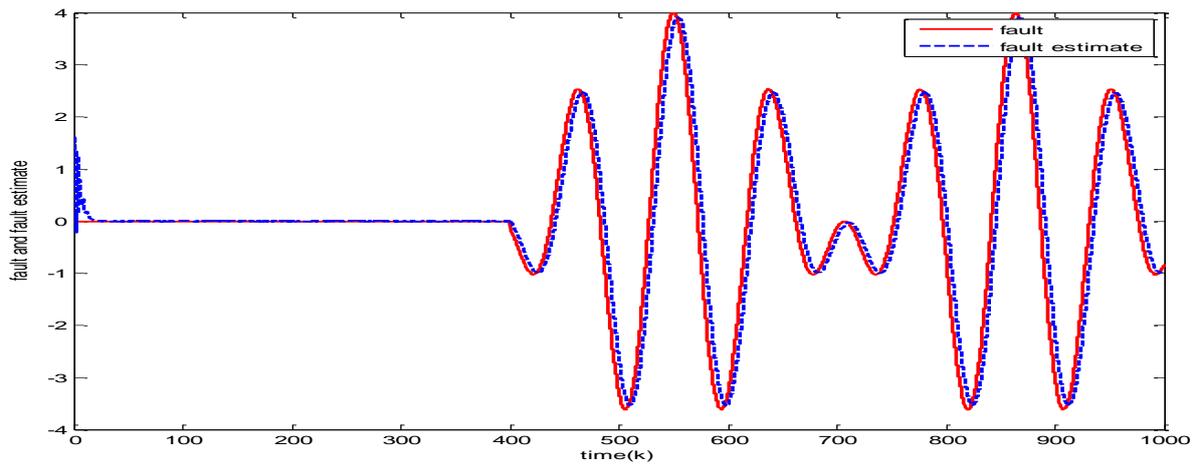


Figure 4.2 f_k défaut variable (ligne continue) et son estimation \hat{f}_k (ligne en pointillés)

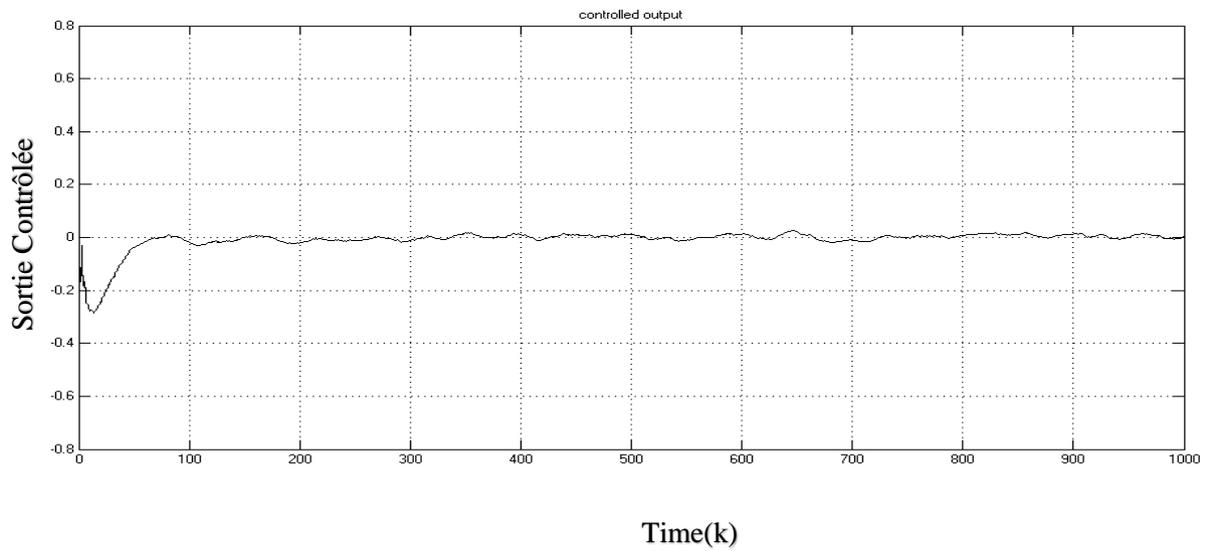


Figure 4.3 z_k Sortie Contrôlée sous la commande de sortie dynamique FTC

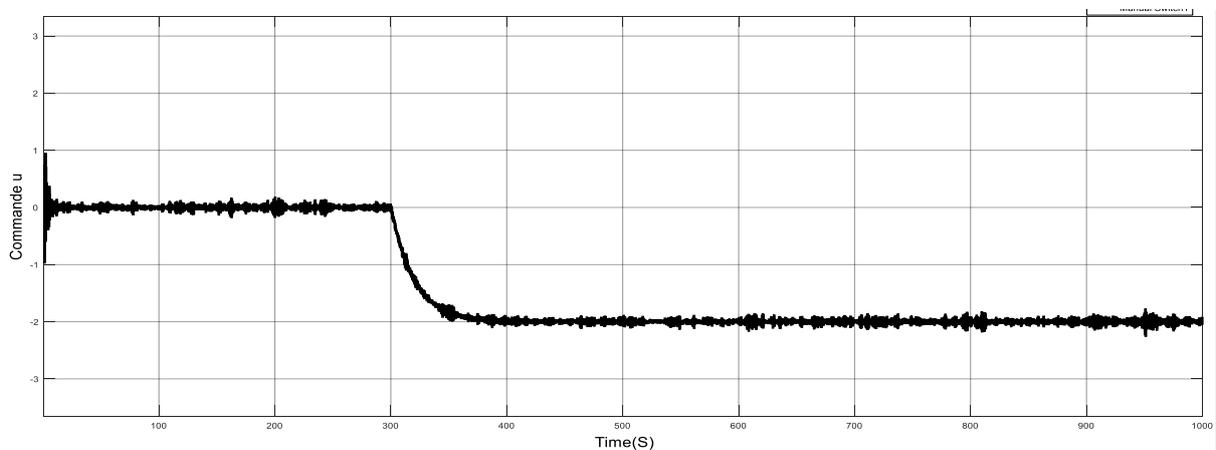


Figure 4.4 u_k la commande FTC par retour de sortie dynamique

EXEMPLE 2:

Considérons un modèle TS flou défini comme suit :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.0450 \\ 0.8558 & 0.7894 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.0450 \\ 0.6315 & 0.8018 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.02 \\ 0 & 0.094 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.9887 \\ 0.0180 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.9033 \\ -0.0172 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = [0.9949 \quad 0.9], \quad C_2 = [0.8270 \quad 0.9]$$

$$C_{d1} = [0.249 \quad 0.13], \quad C_{d2} = [0.2435 \quad 0.16], \quad C_{l1} = C_{l2} = [0.5 \quad 0]$$

$$D_{11} = D_{12} = [0.1 \quad 0.1], \quad D_{21} = D_{22} = 0.02$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Après la résolution des LMIs, on a obtenu les gains de FFEO suivant:

$$L1 = \begin{bmatrix} 1.2832 \\ 1.1711 \end{bmatrix}, \quad L2 = \begin{bmatrix} 1.4114 \\ 1.2195 \end{bmatrix}$$

$$W1 = 0.3410, \quad W2 = 0.3835$$

Avec un indice H_∞ de performance optimisé $\gamma^* = 3.2353$

Alors que les gains OFFTC obtenus sont :

$$A_{f11} = \begin{bmatrix} 0.8162 & 0.7342 \\ -0.0135 & -0.0077 \end{bmatrix}, \quad A_{f12} = \begin{bmatrix} -1.3149 & -1.2937 \\ -0.1136 & -0.0958 \end{bmatrix}$$

$$A_{f21} = \begin{bmatrix} 0.9607 & 0.9166 \\ 0.1763 & 0.2198 \end{bmatrix}, \quad A_{f22} = \begin{bmatrix} -0.9103 & -0.9031 \\ 0.0850 & 0.1372 \end{bmatrix}$$

$$A_{df11} = \begin{bmatrix} 1.7698 & 1.5165 \\ -1.6738 & -1.4170 \end{bmatrix}, \quad A_{df12} = \begin{bmatrix} 1.1020 & 0.9064 \\ -1.7012 & -1.4414 \end{bmatrix}$$

$$A_{df21} = \begin{bmatrix} 1.6199 & 1.4277 \\ -1.4425 & -1.2544 \end{bmatrix}, \quad A_{df22} = \begin{bmatrix} 1.0377 & 0.8856 \\ -1.4705 & -1.2800 \end{bmatrix}$$

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} 1.2508 \\ -1.2174 \end{bmatrix}, \quad B_{f2} = \begin{bmatrix} 0.9211 \\ -1.2364 \end{bmatrix}$$

$$C_{f1} = [-0.6989 \quad -1.4974] , \quad C_{f2} = [1.3862 \quad 0.2428]$$

$$C_{df1} = [-2.6386 \quad -2.4093] , \quad C_{df2} = [-1.9775 \quad -1.8792]$$

$$D_f = -2.4098$$

Avec un indice H_∞ de performance optimisé $\gamma^* = 1.8246$

Le défaut variant dans le temps représenté par Fig. 4.4 est simulé en utilisant la fonction suivante :

$$f_k = \begin{cases} 2 \sin(k - 70), & 40 \leq k \leq 70 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Avec une condition initiale $x_k = [2 \ 0]^T$, Fig.4.4 montre les résultats de simulation pour le modèle TS flou discret avec un retard variable bornée par $1 \leq \tau_k \leq 3$. Il apparait clairement que le défaut et son estimation sont proches avec une précision satisfaisante. On note également à partir de Fig.4.5 que la loi de contrôle tolérante aux défauts proposée, a réussi à minimiser l'influence du défaut sur le système avec un niveau acceptable.

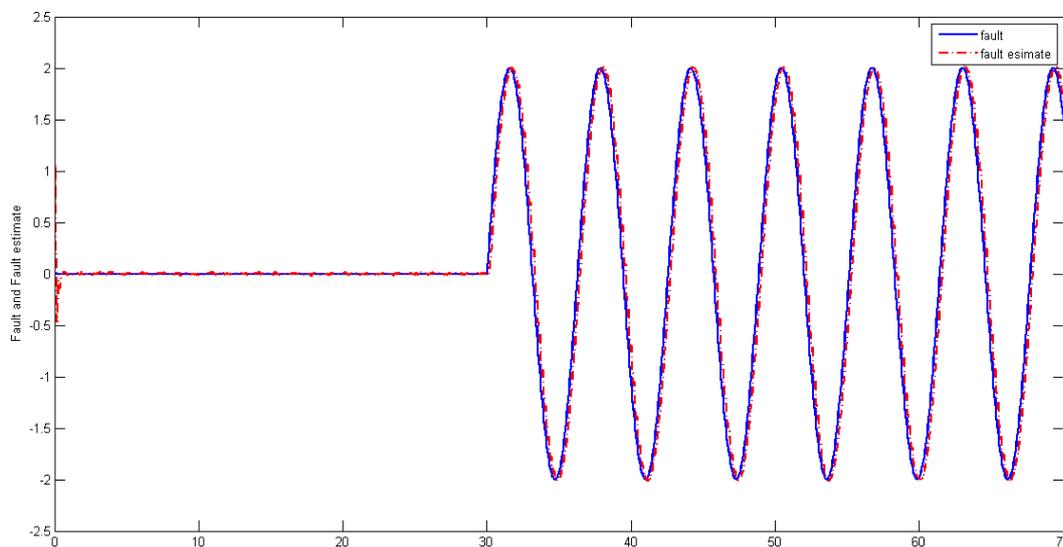


Figure 4.5 f_k défaut variable (ligne continue) et son estimation \hat{f}_k (ligne en pointillés)

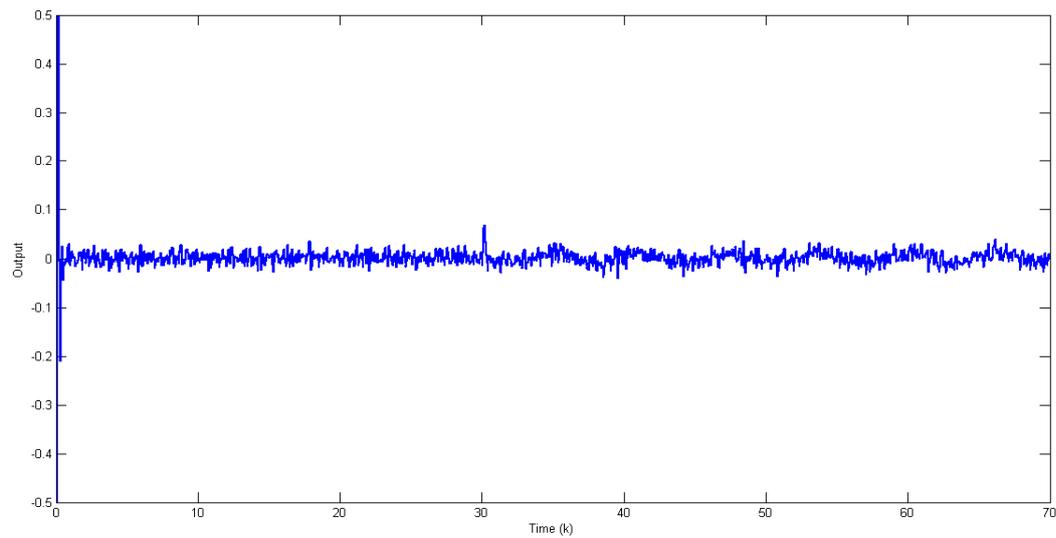


Figure 4.6 z_k Sortie sous la commande de sortie dynamique FTC

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de l'estimation de défaut H_∞ robuste et la conception de commande tolérance aux défauts pour une classe de systèmes non linéaires discrets incertains avec un retard variant dans le temps et des variables de décision non mesurables par modèle flou T-S et l'approche FLF. Tout d'abord, un estimateur de défauts est établi afin d'estimer l'état et le signal de défaut en présence d'un retard variable et des perturbations. Puis en utilisant les informations fournies par l'estimateur, une commande tolérante de défauts sur la base de commande par retour de sortie dynamique a été conçue pour réduire l'influence des défauts sur le système et maintenir un niveau de performance acceptable. Le problème a été formulé en termes de LMI réalisable, ce qui garantit une stabilité, ainsi que le besoin de performances H_∞ prévues pour limiter les perturbations, en présence de défauts d'actionneurs.

Chapitre 5. *Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire*

5.1 Introduction

L'une des difficultés dans utilisation des modèles T-S flou pour décrire un système non linéaire avec précision est que le nombre de règles augmente de façon exponentielle en fonction du nombre de non-linéarités, ce qui complique l'analyse du système [71]. Une autre source de difficulté vient de l'utilisation de l'approche FLF pour les systèmes basés sur les modèles flous (MBF) [72]. Cette approche permet d'obtenir des conditions de conception moins conservatrices, mais entraîne des coûts de calculs supplémentaires comme indiqué par exemple dans [73]. Pour éviter d'avoir à travailler avec un grand nombre des règles, des modèles approximatifs décrits dans [74] pourraient être utilisés, mais cela implique une imprécision du modèle. Cependant, le nombre de règles floues peut être réduit sans perdre l'exactitude du modèle en appliquant la technique de modélisation T-S floue non linéaire telle que proposée dans les références [75,76]. Dans cette approche, certains termes non linéaires peuvent apparaître explicitement dans les modèles T-S flous au prix de perdre la linéarité des modèles flous classiques toutefois, lorsque les termes non linéaires (localement) satisfont des conditions localement bornées, la technique bien établie de la théorie de la stabilité absolue [81] peut être appliquée pour développer des contrôleurs flous.

Dans ce chapitre, le problème de l'estimation de défauts et de commande tolérante aux défauts pour une classe de systèmes non linéaires à retard avec défaut actionneur est étudié. Cette classe de systèmes est représentée par le modèle flou Takagi-Sugeno (TS) avec des fonctions non linéaires. En ajoutant ces fonctions non linéaires dans les sous-modèles locaux, l'observateur et le contrôleur peuvent être conçus avec moins de règles et une charge moindre de calculs. La méthode fonctionne en deux étapes : En premier lieu, un observateur d'estimation de défauts flous d'ordre complet (FFEO) est proposé pour estimer les défauts actionneurs et les fonctions non linéaires dans les modèles TS. Ensuite, en se basant sur l'estimation des défauts et des fonctions non linéaires, fournie en ligne par le FFEO, un contrôleur par retour de sortie

dynamique tolérant aux défauts (DOFTC) est proposé. Ce contrôleur est conçu pour compenser l'effet des défauts en stabilisant le système en boucle fermée et assure une certaine performance. De plus, les conditions dépendant du retard, moins conservatrices pour l'existence du FFEO et du DOFTC, sont données en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI) en utilisant la fonction floue de Lyapunov-Krasovskii (FL-K) et l'approche sans pondération. Pour démontrer l'efficacité et les avantages de l'approche proposée, un exemple de camion-remorque sera présenté en fin de chapitre.

5.2 Modèle TS flou

Considérons un modèle discret flou T-S à retard avec défaut actionneur et des fonctions non linéaires du type secteur borné qui peut être représenté par des règles floues Si-Alors :

Règle i: Si $\theta_{1,k}$ est M_{i1} et ... et $\theta_{p,k}$ est M_{ip} Alors

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i(u_k + f_k) + G_i \varphi_k + D_{i1} w_k \\ y_k &= C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{i2} w_k \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \quad (5.1)$$

Où $x_k \in R^n$ représente le vecteur d'état; $u_k \in R^m$ est l'entrée; $y_k \in R^p$ est la sortie du processus; $w_k \in R^d$ est l'entrée de perturbation inconnue; $f_k \in R^m$ représente le défaut d'actionneur; w_k et $f_k \in L2[0, \infty)$.

$A_i = A_i + \Delta A_i$, $B_i = B_i + \Delta B_i$, $A_{di} = A_{di} + \Delta A_{di}$, A_i , A_{di} , D_{1i} , B_i , $C_{\tau i}$, C_i et D_{2i} sont des matrices constantes connues de dimensions compatibles.

On suppose que les matrices B_i sont de plein rang de la colonne c.à.d. $rank(B_i) = m$, à savoir, les paires (A_i, B_i) sont commandable, et les paires (A_i, C_i) sont observables. M_{ij} est l'ensemble flou, r est le nombre de règles Si-Alors, et $\theta_k = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_p]$ est le vecteur de prémisse, le vecteur $\varphi_k \in R^d$ avec $\varphi_0 = 0$ est une fonction non linéaire connue de x_k satisfaisant à un secteur d'état de cône (local) $\varphi_k \in [0 \quad \varepsilon]$. Autrement dit, il existe une matrice $\varepsilon \in R^d$ telle que

$$\varphi_k^T \Delta^{-1} [\varphi_k - L \varepsilon x_k] \leq 0 \quad (5.2)$$

Dans ce chapitre, on suppose que la fonction scalaire φ_k , satisfait la condition Lipschitz suivante :

$$\|\hat{\varphi}_k - \varphi_k\| \leq \alpha \|\hat{x}_k - x_k\| \quad (5.3)$$

τ_k est un retard discret variant dans le temps et satisfaisant:

$$0 < \tau_m \leq \tau_k \leq \tau_M \quad (5.4)$$

Avec τ_m, τ_M des constantes de valeur entière représentant respectivement les limites inférieure et supérieure du retard de communication.

La sortie globale du modèle flou est obtenue par :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^r h_{k(i)} [A_i x_k + A_{di} x_{k-\tau} + B_i(u_k + f_k) + G_i \varphi_k + D_{i1} w_k] \\ y_k &= \sum_{i=1}^r h_{k(i)} [C_i x_k + C_{\tau i} x_{k-\tau} + D_{i2} w_k] \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \quad (5.5)$$

Pour simplifier, on adopte les notations suivantes :

$$\begin{bmatrix} A_h & A_{dh} & B_h & D_{1h} & G_h \\ C_h & C_{\tau h} & D_{fh} & D_{2h} & 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} \begin{bmatrix} A_i & A_{di} & B_i & D_{1i} & G_i \\ C_i & C_{\tau i} & D_{fi} & D_{2i} & 0 \end{bmatrix}$$

La sortie finale du système flou est déduite comme suit :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_h x_k + A_{dh} x_{k-\tau} + B_h(u_k + f_k) + G_h \varphi_k + D_{1h} w_k \\ y_k &= C_h x_k + C_{\tau h} x_{k-\tau} + D_{2h} w_k \\ z_k &= C_z x_k \end{aligned} \quad (5.6)$$

5.3 Conception du FFEO

La première étape pour obtenir un système FTC robuste consiste à estimer le défaut actionneur.

Dans ce cas, on considère l'observateur TS flou, décrit comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A_h \hat{x}_k + A_{dh} \hat{x}_{k-\tau} + B_h(u_k + \hat{f}_k) - L_h(\hat{y}_k - y_k) + G_h \varphi_k \\ \hat{y}_k &= C_h \hat{x}_k + C_{\tau h} \hat{x}_{k-\tau} \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k - F_h(\hat{y}_k - y_k) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

Où $\hat{x}_k \in R^n$ est le vecteur d'état de l'observateur, $\hat{y}_k \in R^p$ est la sortie de l'observateur, $L \in R^{n \times p}$ et $F \in R^{r \times p}$ sont les matrices de gains de l'observation à déterminer.

$$L(h) = \sum_{i=1}^r h_i L_i, \quad F(h) = \sum_{i=1}^r h_i F_i$$

En prenons : $e_x = \hat{x}_k - x_k$, $e_f = \hat{f}_k - f_k$, $e_y = \hat{y}_k - y_k$,

La dynamique de l'erreur de l'état est donnée par :

$$\varepsilon_{k+1} = (\bar{A}_h - \bar{L}_h \bar{C}_h) \varepsilon_k + (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \varepsilon_{k-\tau} + \tilde{G}_k \varphi_{e_k} + (\bar{L}_k \bar{D}_{2k} - \bar{D}_{1k}) \rho_k \quad (5.8)$$

Où

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \begin{bmatrix} e_x \\ e_f \end{bmatrix}, \quad \rho_k = \begin{bmatrix} w_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix}, \quad \bar{L}(k) = \begin{bmatrix} L(k) \\ F(k) \end{bmatrix} \\ \bar{A}_h &= \begin{bmatrix} A_h & B_h \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_1(h) = \begin{bmatrix} D_{1h} & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{dh} = \begin{bmatrix} A_{dh} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{G}_h = \begin{bmatrix} G_h \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{C}_h &= [C_h \quad 0], \quad \bar{D}_{2h} = [D_{2h} \quad 0], \quad \bar{C}_{\tau h} = [C_{\tau h} \quad 0] \end{aligned}$$

On pose $\eta_k = \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k$, et on déduit :

$$\varepsilon_{k-\tau} = \varepsilon_k - \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \eta_i \quad (5.9)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= (\bar{A}_h + \bar{A}_{dh} - \bar{L}_h (\bar{C}_h + \bar{C}_{\tau h}) \bar{C}_h) \varepsilon_k + (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}) \lambda_k + \tilde{G}_k \varphi_{e_k} \\ &+ (\bar{L}_k \bar{D}_{2k} - \bar{D}_{1k}) \rho_k \end{aligned} \quad (5.10)$$

Où

$$\lambda_k = \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \eta_i$$

Supposition Δf_k appartient à $L_2[0, \infty)$.

Remarque 5.1 Il est important de noter que cette hypothèse est plus générale par rapport à d'autres méthodes de conception utilisées dans la littérature, par exemple, l'estimation générale

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

d'un défaut en fonction de l'observateur par mode de glissant nécessite la connaissance préalable de la limite supérieure de f_k comme relevé par exemple dans [32] et [33]. Dans [4], un filtre d'estimation de défaut est conçu sous l'hypothèse $f_k \in L_2[0, \infty)$. Cependant, comme décrit dans [34], dans de nombreux systèmes pratiques, il y a une période transitoire au cours de laquelle le défaut s'établit, après il reste plus ou moins constant, ce qui signifie que les dérivées des défauts sont d'énergie bornées, c.-à-d. $f_k \in L_2[0, \infty)$.

Dans ce qui suit, une solution à base de LMI est fournie.

Théorème 5.1: *la dynamique d'erreur du système (5.10) est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance $\|e_{f_k}\|_2 < \gamma^2 \|\rho_k\|_2$, s'il existe des matrices $\bar{P}_i > 0$, $Q_i > 0$, Y_i , R_1 , S_1 , $M_1 \forall i, q, l = 1, \dots, r$ et $j = i, \dots, r$, telles que:*

$$\min \gamma$$

$$\begin{bmatrix} P_q - U^T - U & \frac{\chi_{1ij} + \chi_{1ji}}{2} & 0 & \frac{\chi_{2ij} + \chi_{2ji}}{2} & -U^T \bar{G} & \frac{\chi_{3ij} + \chi_{3ji}}{2} & U^T \alpha I \varphi^T \\ * & \tilde{\varphi}_i & -R_1 + S^T & -R_1 + M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\delta \end{bmatrix} < 0 \quad (5.11)$$

Avec: $Y_i = U^T L_i$, $\tilde{\varphi}_i = -0.5 (P_i + P_j) + 0.5(dM + dm - 1)(Q_i + Q_j) + R_1 + R_1^T + \bar{I}_m \bar{I}_m^T$

$$\chi_{1ij} = U^T (\bar{A}_i + \bar{A}_{di}) - Y_i (\bar{C}_j + \bar{C}_{\tau j}), \quad \chi_{2ij} = -U^T \bar{A}_{di} + Y_i \bar{C}_{\tau j}$$

$$\chi_{3ij} = Y_i D_{2j} - U^T D_{1i}$$

Preuve : Cette preuve utilise une fonction de Lyapunov avec la méthode des matrices de pondération libre.

Soit la fonction de Lyapunov-Krasovskii définie comme suit :

$$V(k) = \sum_{i=1}^3 V_i(k) \quad (5.12)$$

Où

$$V_{1,k} = \varepsilon_k^T \bar{P}_k(h) \varepsilon_k, \quad V_{2,k} = \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$V_{3,k} = \sum_{m=-d_{max}+1}^{-d_{min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i$$

P, R représentent des matrices à déterminer.

On Pose :

$$P_{k+1}(h_k^+) = \sum_{k=1}^r h_k^+ P_k = \sum_{q=1}^r h_{k(q)} P_q, \quad R(h_k^-) = \sum_{q=1}^r h_{k(l)} R_l \quad (5.13)$$

Avec $h_k^+ = h_{k+1}$, $h_k^- = h_{k-\tau}$

Puis nous adoptons les notations suivantes :

$$\tilde{A}_h = \bar{A}_h + \bar{A}_{dh} - \bar{L}_h(\bar{C}_h + \bar{C}_{\tau h}), \quad \tilde{A}_d(h) = (\bar{A}_{dh} - \bar{L}_h \bar{C}_{\tau h}), \quad \tilde{D}_h = (\bar{L}_h \bar{D}_{2h} - \bar{D}_{1h})$$

Par construction :

$$\tilde{A}_h = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{A}_i + \bar{A}_{di} - \bar{L}_i(\bar{C}_j + \bar{C}_{\tau j})}{2}, \quad \tilde{A}_{dh} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{A}_{di} - \bar{L}_i \bar{C}_{\tau j}}{2}$$

$$\tilde{D}_h = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_{ij} h_{k(i)} h_{k(j)} \frac{\bar{L}_i \bar{D}_{2j} - \bar{D}_{1i}}{2}$$

Avec $\mu_{ij} = 2$, Si $i \neq j$, Sinon $\mu_{ij} = 1$

La dérivée de FLF par rapport au temps est calculée comme suit :

$$\Delta V_k = V_{k+1} - V_k$$

Ensuite :

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,k} &= V_{1,k+1} - V_{1,k} = \varepsilon_{k+1}^T \bar{P}_q \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T \bar{P}_k \varepsilon_k \\ &= \varepsilon_k^T \left(\tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{A}_h - \bar{P}_k \right) \varepsilon_k + \lambda_k^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P}_q \tilde{A}_{dh} \lambda_k - 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{A}_{dh} \lambda_k \\ &\quad + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k + \rho_k^T \tilde{D}_h^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}_h^T \bar{P}_q \tilde{G}_h \varphi_{e_k} \\ &\quad - 2\lambda_k^T \tilde{A}_{dh}^T \bar{P}_q \tilde{G}_h \varphi_{e_k} + \varphi_{e_k}^T \tilde{G}_h^T \bar{P}_q \tilde{G}_h \varphi_{e_k} + \varphi_{e_k}^T \tilde{G}_h^T \bar{P}_q \tilde{D}_h \rho_k \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\Delta V_{2,k} = \varepsilon_k^T Q_k \varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau}^T Q_l \varepsilon_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i \quad (5.15)$$

$$\Delta V_{3,k} = (\tau_{max} - \tau_{min}) \varepsilon_k^T Q_k \varepsilon_k - \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} \varepsilon_i^T Q_i \varepsilon_i \quad (5.16)$$

Pour plus de commodité, on note :

$$\bar{Q}_k = \bar{P}_k - (\tau_M - \tau_m + 1) Q_k$$

De (5.9), on obtient $\varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau} - \lambda_k = 0$.

Ce qui donne :

$$2[\varepsilon_k^T R_1 + \varepsilon_{k-\tau}^T S_1 + \lambda_k^T M_1][\varepsilon_k - \varepsilon_{k-\tau} - \lambda_k] = 0 \quad (5.17)$$

Où R_1, S_1 et M_1 sont des matrices arbitraires avec des dimensions appropriées.

Par l'utilisation de la condition de Lipschitz en (5.3), la borne ci-dessous peut être obtenue

$$-\beta \varphi_e^T \varphi_e + \beta \alpha^2 \varepsilon_k^T I_\varphi I_\varphi^T \varepsilon_k > 0 \quad (5.18)$$

Ensuite nous avons :

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \varepsilon_k^T \chi_i \varepsilon_k - 2\varepsilon_k^T (\tilde{A}^T P_q \tilde{A}_d - R_1 + M_1^T) \lambda_k + 2\varepsilon_k^T (-R_1 + S_1^T) \varepsilon_{k-\tau} \\ & + \varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - S_1^T - Q_l) \varepsilon_{k-\tau} + 2\varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - M_1^T) \lambda_k + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k \\ & + \lambda_k^T (\tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - M_1 - M_1^T) \lambda_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e \\ & + \rho_k^T \tilde{D}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e + \varphi_e^T \tilde{G}^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e + \varphi_e^T \tilde{G}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k \\ & - \beta \varphi_e^T \varphi_e + \beta \alpha^2 \varepsilon_k^T I_\varphi I_\varphi^T \varepsilon_k \end{aligned} \quad (5.19)$$

Où $\chi_i = \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A} - \bar{P}_k + (d_M + d_m - 1) Q_i + R_1 + R_1^T$

Dans ce qui suit, nous définissons l'indice de performance H_∞ :

$$J_n = \sum_{k=0}^n e_{f_k}^T e_{f_k} - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k$$

$$= \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k] \quad (5.20)$$

Où $\bar{I}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}$, $I_\varphi = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$

Avec zéro condition initiale, on obtient $\Delta V_0 = 0$

$$\begin{aligned} J_n &= \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + V_{k+1} - V_k] - V_{N+1} \\ J_n &\leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{I}_m \bar{I}_m^T \varepsilon_k - \gamma^2 \rho_k^T \rho_k + \Delta V_k] \end{aligned} \quad (5.21)$$

En substituant (5.19) dans (5.21), on obtient :

$$\begin{aligned} J_n &\leq \sum_{k=0}^n [\varepsilon_k^T \bar{\chi}_l \varepsilon_k + 2\varepsilon_k^T (-\tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - R_1 + M_1^T) \lambda_k + 2\varepsilon_k^T (-R_1 + S_1^T) \varepsilon_{k-\tau} \\ &\quad + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k + 2\varepsilon_k^T \tilde{A}^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e + \varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - S_1^T - Q_l) \varepsilon_{k-\tau} \\ &\quad + 2\varepsilon_{k-\tau}^T (-S_1 - M_1^T) \lambda_k + \lambda_k^T (\tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{A}_d - M_1 - M_1^T) \lambda_k \\ &\quad - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k + \rho_k^T (\tilde{D}^T \bar{P}_q \tilde{D} - \gamma^2 I) \rho_k - 2\lambda_k^T \tilde{A}_d^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e \\ &\quad + \varphi_e^T \tilde{G}^T \bar{P}_q \tilde{G} \varphi_e + \varphi_e^T \tilde{G}^T \bar{P}_q \tilde{D} \rho_k - \beta \varphi_e^T \varphi_e + \beta \rho^2 \varepsilon_k^T I_\varphi I_\varphi^T \varepsilon_k] \end{aligned} \quad (5.22)$$

Ce qui donne :

$$J_n \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j h_q h_l \zeta_k^T \Phi_{ijql} \zeta_k \quad (5.23)$$

Avec

$$\begin{aligned} \zeta_k &= [\varepsilon_k^T \quad \varepsilon_{k-\tau_k}^T \quad \lambda_k^T \quad \varphi_{e,k}^T \quad \rho_k^T]^T \\ \Phi_{ijql} &= \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \\ 0 \\ -\tilde{A}_d^T \\ \tilde{G}^T \\ \tilde{D}^T \end{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \\ 0 \\ -\tilde{A}_d^T \\ \tilde{G}^T \\ \tilde{D}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_i & -R_1 + S_1^T & -R_1 + M_1^T & 0 & D \\ * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 & 0 \\ * & * & -M_1 - M_1^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\beta & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Où $\kappa_i = \tilde{A}^T \bar{P}_k \tilde{A} - \bar{P}_q + (\tau_M + \tau_m - 1)Q_i + R_1 + R_1^T + \bar{I}_m \bar{I}_m^T + \beta \rho^2 I_\varphi I_\varphi^T$

En utilisant les compléments de Schur, nous pouvons obtenir $\delta = \beta^{-1}$

$$\Phi_{ijql} = \begin{bmatrix} -P_q^{-1} & \tilde{A} & 0 & -\tilde{A}_d & \tilde{G} & \tilde{D} & \rho I_\varphi^T \\ * & \kappa_i & -R_1 + S_1^T & -R_1 + M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\delta \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Où

$$\kappa_i = -\bar{P}_q + (\tau_M + \tau_m - 1)Q_i + R_1 + R_1^T + \bar{I}_m \bar{I}_m^T + \beta \rho^2 I_\varphi I_\varphi^T$$

En multipliant avant et après (5.24) par $diag\{U^T, I, I, I, I, I, I\}$ et sa transposée :

$$\begin{bmatrix} -U^T P_q^{-1} U & U^T \tilde{A} & 0 & -U^T \tilde{A}_d & U^T \tilde{G} & U^T \tilde{D} & U^T \alpha I_\varphi^T \\ * & \kappa_i & -R_1 + S_1^T & -R_1 + M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -S_1 - S_1^T - Q_l & -S_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_1 - M_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\delta \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Puis, en utilisant l'inégalité $U^T P_q^{-1} U \geq -P_q + U^T + U$ on peut obtenir le théorème 5.1 et la preuve est terminée.

5.4 Commande tolérante aux défauts à base de contrôleur non linéaires par retour de sortie dynamique (DOFFTC)

La tâche suivante consiste en la conception d'un contrôleur FTC robuste pour compenser l'effet de la défaillance et garantir une certaine performance. Afin d'accomplir cette tâche, une commande floue tolérante aux défauts à base de contrôleur non linéaire par retour de sortie dynamique est établie. Le théorème suivant fournit une des conditions suffisantes pour l'existence d'un tel observateur flou robuste basé FTC, de la manière suivante :

$$\begin{cases} \eta_k = A_{fh} \eta_k + A_{dfh} \eta_{k-\tau} + B_{fh} y_k + G_{fh} \varphi_k \\ u_k = C_{fh} \eta_k + C_{dfh} \eta_k + D_{fh} y_k + F_{fh} \varphi_k - \hat{f}_k \end{cases} \quad (5.26)$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

Où A_{fh} , A_{dfh} , B_{fh} , G_{fh} , C_{fh} , C_{fah} , F_{fh} , D_{fh} sont des matrices de dimensions appropriées.

Avec $A_{fh} = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} h_{k(j)} A_{fij}$, $A_{dfh} = \sum_{i=1}^r h_{k(i)} h_{k(j)} A_{dfij}$.

En substituant (5.6) dans (5.26), On obtient :

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = \mathcal{A}_h \tilde{x}_k + \mathcal{A}_{dh} \tilde{x}_{k-\tau} + \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \\ y_k = \mathcal{C}_h \tilde{x}_k + \mathcal{C}_{dh} \tilde{x}_{k-\tau} + \mathcal{F}_h \varphi_k + \mathcal{D}_{2h} \vartheta_k \end{cases} \quad (5.27)$$

Où $\tilde{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \eta_k \end{bmatrix}$, $\vartheta_k = \begin{bmatrix} \tilde{w}_k \\ e_{fk} \end{bmatrix}$

$$\mathcal{A}_h = \begin{bmatrix} A_h + B_h D_f C_h & B_h C_{fk} \\ B_{fk} C_h & A_{fh} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}_{dh} = \begin{bmatrix} A_{dh} + B_h D_{fh} C_{dh} & B_h C_{fah} \\ B_{fh} C_{dh} & A_{dfh} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{D}_{1h} = \begin{bmatrix} \check{D}_{1h} + B_h D_{fh} \check{D}_{2h} & -B_h \\ B_{fh} \check{D}_{2h} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G}_h = \begin{bmatrix} G_h \\ G_{fh} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_h = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{fh} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{D}_{2h} = [\check{D}_{2h} \quad 0], \quad \mathcal{C}_h = [C_h \quad 0], \quad \mathcal{C}_{dh} = [C_{dh} \quad 0], \quad \mathcal{C}_z = [C_z \quad 0]$$

On définit $\mu_k = \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k$, d'où :

$$\tilde{x}_{k-\tau} = \tilde{x}_k - \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \mu_i \quad (5.28)$$

Ce qui donne :

$$\tilde{x}_{k+1} = (\mathcal{A}_h + \mathcal{A}_{dh}) \tilde{x}_k - \mathcal{A}_{dh} \tilde{x}_{k-\tau} + \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \quad (5.29)$$

Où

$$\vartheta_k = \sum_{i=k-\tau}^{k-1} \mu_i$$

Le théorème 5.2 énonce les conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique et l'indice H_∞ de performance de ce système flou.

Théorème 5.2: Considérons le système flou (5.1), la dynamique du système est asymptotiquement stable et satisfait l'indice H_∞ de performance $\|y_k\|_2 < \gamma^2 \|w_k\|_2$ s'il existe des matrices $X > 0$, $R > 0$, $M > 0$, Y , Y_d , $\tilde{\mathcal{R}}_3$, $\tilde{\mathcal{S}}_3$, $\tilde{\mathcal{M}}_3$ telles que:

Min γ

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_q - 2\varphi_{11} & \varphi_{12} + \varphi_{13} & 0 & -\varphi_{13} & \varphi_{14} & \varphi_{15} & 0 \\ * & -\varphi_{11} + rT + \tilde{\mathcal{R}}_3^T + \tilde{\mathcal{R}}_3 & -\tilde{\mathcal{R}}_3 + \tilde{\mathcal{S}}_3^T & -\tilde{\mathcal{R}}_3 + \tilde{\mathcal{M}}_3^T & \varphi_{24} & 0 & \varphi_{26} \\ * & * & -\tilde{\mathcal{S}}_3 - \tilde{\mathcal{S}}_3^T - \bar{R}_l & -\tilde{\mathcal{S}}_3 - \tilde{\mathcal{M}}_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\tilde{\mathcal{M}}_3 - \tilde{\mathcal{M}}_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2\Delta & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & D_{2j}^T \\ * & * & * & * & * & * & -I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (5.30)$$

$$\varphi_{11} = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}, \quad \varphi_{12} = \begin{bmatrix} 0.5(A_i X + B_i \hat{C}_{fj} + A_j X + B_j \hat{C}_{fi}) & 0.5(A_i + B_i \hat{D} C_i + A_j + B_j \hat{D} C_j) \\ \hat{A}_{fij} & 0.5(Y A_i + \hat{B}_{fj} C_i + Y A_j + \hat{B}_{fi} C_j) \end{bmatrix},$$

$$\varphi_{13} = \begin{bmatrix} 0.5(A_{di} X + B_i C_{dfj} + A_{dj} X + B_j C_{d fi}) & 0.5(A_{di} + B_i \hat{D} C_{di} + A_{dj} + B_j \hat{D} C_{dj}) \\ \hat{A}_{d f ij} & 0.5(Y A_{di} + \hat{B}_{fj} C_{di} + Y A_{dj} + \hat{B}_{fi} C_{dj}) \end{bmatrix},$$

$$\varphi_{24} = \begin{bmatrix} L \varepsilon \\ X L \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \varphi_{14} = \begin{bmatrix} 0.5(\hat{G}_{fi} + \hat{G}_{fj}) \\ 0.5(G_{fj} + B_i F_{fj} + G_{fi} + B_j F_{fi}) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_{15} = \begin{bmatrix} 0.5(\mathcal{D}_{1i} + B_i \hat{D} \check{D}_{2i} + \mathcal{D}_{1i} + B_i \hat{D} \check{D}_{2i}) & 0.5(-B_i - B_j) \\ 0.5(Y \mathcal{D}_{1i} + \hat{B}_{fj} \check{D}_{2i} + Y \mathcal{D}_{1i} + \hat{B}_{fj} \check{D}_{2i}) & 0.5(-Y B_i - Y B_j) \end{bmatrix}, \quad \varphi_{26} = \begin{bmatrix} X C_z^T \\ C_z^T \end{bmatrix}$$

Où

$$\tilde{\mathcal{R}}_3 = F_1^T R_3 F_1, \quad \tilde{\mathcal{S}}_3 = F_1^T S_3 F_1,$$

$$\tilde{\mathcal{M}}_3 = F_1^T M_3 F_1, \quad T = r F_1^T R F_1, \quad r = (\tau_M - \tau_m + 1)^{-1}$$

$$\tilde{P}_q = F_1^T P_q F_1, \quad \bar{R}_l = F_1^T R_l F_1$$

Les matrices paramètres du DOFFTC sont données par :

$$D_f = \hat{D}$$

$$C_{fi} = (\hat{C}_{fi} - D_f C_i X) M^{-T}$$

$$C_{d fi} = (\hat{C}_{d fi} - D_f C_{d i} X) M^{-T}$$

$$B_{fi} = N^{-1}(\hat{B}_{fi} - Y B_i D_f)$$

$$A_{fij} = N^{-1}(\hat{A}_{fij} - Y(A_i + B_i D_f C_i) X) M^{-T} - B_{fj} C_i X M^{-T} - N^{-1} Y B_i C_{fj}$$

$$A_{d f ij} = N^{-1}(\hat{A}_{d f ij} - Y(A_{d i} + B_i D_f C_{d i}) X) M^{-T} - B_{fj} C_{d i} X M^{-T} - N^{-1} Y B_i C_{d f j}$$

$$A_{fij} = N^{-1}(\hat{A}_{fij} - Y(A_i + B_i D_f C_i) X)$$

$$F_{fi} = \hat{F}_{fi} \Delta^{-1}$$

$$G_{fi} = N^{-1}(\hat{G}_{fi} \Delta^{-1} - Y(G_i + B_i F_{fi}))$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

Où $M, N \in R^{n \times n}$ satisfaisant $MN^T = I - XY$

Preuve : Soit la fonction de Lyapunov définie comme suit :

$$V(k) = \sum_{i=1}^3 V_i(k) \quad (5.31)$$

Où

$$V_{1,k} = \tilde{x}_k^T P_k \tilde{x}_k$$

$$V_{2,k} = \sum_{i=k-\tau_j}^{k-1} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i$$

$$V_{3,k} = \sum_{m=-d_{max}+1}^{-d_{min}} \sum_{i=k+m}^{k-1} \tilde{x}_i^T R_i \tilde{x}_i$$

P, R représentent des matrices à déterminer.

On note :

$$P_{k+1}(h_k^+) = \sum_{q=1}^r h_k^+ P_q = \sum_{q=1}^r h_{k(q)} P_q, \quad R(h_k^-) = \sum_{q=1}^r h_{k(l)} R_l$$

Où $h_k^+ = h_{k+1}$, $h_k^- = h_{k-\tau}$

Leurs dérivées par rapport au temps sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \tilde{x}_{k+1}^T P_q \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k^T P_k \tilde{x}_k \\ &= \tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q (\mathcal{A}_h + \mathcal{A}_{dh}) - P_k \right) \tilde{x}_k + \partial_k^T \mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{A}_{dh} \partial_k \\ &\quad - 2\tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{A}_{dh} \right) \partial_k + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k \\ &\quad - 2\partial_k^T \mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + \varphi_k^T \mathcal{G}_{fh}^T P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + 2\varphi_k^T \mathcal{G}_{fh}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \\ &\quad + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k + 2\partial_k^T \mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k + \vartheta_k^T \mathcal{D}_{1h}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\Delta V_2 = x_k^T R_k x_k - x_{k-\tau}^T R_l x_{k-\tau} + \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} x_i^T R_i x_i \quad (5.33)$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$\Delta V_3 = (\tau_{max} - \tau_{min})x_k^T R_k x_k - \sum_{i=k-d_{max}+1}^{k-d_{min}} x_i^T R_i x_i \quad (5.34)$$

A partir de (5.26), on peut conclure que : $\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-\tau} - \partial_k = 0$

Ce qui donne :

$$2[\tilde{x}_k^T R_3 + \tilde{x}_{k-\tau}^T S_3 + \lambda_k^T M_3][\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-\tau} - \partial_k] = 0 \quad (5.35)$$

Où R_3, S_3 et M_3 sont des matrices arbitraires avec des dimensions appropriées.

Ensuite nous avons :

$$\begin{aligned} \Delta V_k = & \tilde{x}_k^T \left((\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q (\mathcal{A}_h + \mathcal{A}_{dh}) - \widetilde{P}_k \right) \tilde{x}_k + 2\tilde{x}_k^T (-R_3 + S_3^T) \tilde{x}_{k-\tau} \\ & + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k + 2\tilde{x}_k^T (\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k \\ & + \tilde{x}_{k-\tau}^T (-S_3 - S_3^T - R_l) \tilde{x}_{k-\tau} + \partial_k^T (\mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{A}_{dh} - M_3 - M_3^T) \partial_k \\ & + 2\tilde{x}_{k-\tau}^T (-S_3 - M_3^T) \partial_k + 2\tilde{x}_k^T (-(\mathcal{A}_h^T + \mathcal{A}_{dh}^T) P_q \mathcal{A}_{dh} - R_3 + M_3^T) \partial_k \\ & - 2\partial_k^T \mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + \varphi_k^T \mathcal{G}_{fh}^T P_q \mathcal{G}_{fh} \varphi_k + 2\varphi_k^T \mathcal{G}_{fh}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \\ & - 2\partial_k^T \mathcal{A}_{dh}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k + \vartheta_k^T \mathcal{D}_{1h}^T P_q \mathcal{D}_{1h} \vartheta_k \end{aligned} \quad (5.36)$$

Où

$$\widetilde{P}_k = P_k - (\tau_M - \tau_m + 1)R_k + R_3 + R_3^T, \quad \overline{\mathcal{A}}(h) = \mathcal{A}(h) + \mathcal{A}_d(h)$$

Considérons l'indice H_∞ de performance suivante :

$$J_n = \sum_{k=0}^n \{z_k^T z_k - \gamma^2 \vartheta_k^T \vartheta_k\} \quad (5.37)$$

A partir de (5.2) et (5.26) et avec zéro état initial, il peut être démontré que

$$\begin{aligned} J_n & \leq \sum_{k=0}^n \{z_k^T z_k - \gamma^2 \vartheta_k^T \vartheta_k + \Delta V_k\} \\ & \leq \sum_{k=0}^n \{z_k^T z_k - \gamma^2 \vartheta_k^T \vartheta_k + \Delta V_k - \varphi_k^T \Delta^{-1} \varphi_k + \varphi_k^T L \varepsilon x_k\} \end{aligned} \quad (5.38)$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

Après avoir remplacé la dérivée de FLF et la sortie contrôlée on obtient :

$$\begin{aligned}
 J(n) &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \hat{x}^T(k) \Gamma_{ij} \hat{x}(k) \\
 &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i^2 \hat{x}^T(k) \Gamma_{ii} \hat{x}(k) + \sum_{i=1}^r \sum_{i>j}^r h_i h_j \hat{x}^T(k) (\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji}) \hat{x}(k)
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

Où

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}(k) &= [x(k)^T \quad x(k-\tau)^T \quad \lambda(k)^T \quad \varphi(k)^T \quad \vartheta(k)^T]^T \\
 \Gamma_{ij} &= \begin{bmatrix} \overline{\mathcal{A}}^T \\ 0 \\ -\mathcal{A}_d^T \\ \mathcal{G}^T \\ \overline{\mathcal{D}}^T \end{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} \overline{\mathcal{A}}^T \\ 0 \\ -\mathcal{A}_d^T \\ \mathcal{G}^T \\ \overline{\mathcal{D}}^T \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} -\tilde{P} & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & 0 & 0 \\ * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & L\varepsilon\Delta^{-1} & 0 \\ * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -2\Delta^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_z^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_z^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_2^T \end{bmatrix}^T
 \end{aligned}$$

En utilisant le complément de Schur, on a :

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} -P_q^{-1} & \overline{\mathcal{A}} & 0 & -\mathcal{A}_d & \mathcal{G} & \mathcal{D}_1 & 0 \\ * & -\tilde{P} + rM & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & L\varepsilon\Delta^{-1} & 0 & C_z^T \\ * & * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2\Delta^{-1} & 0 & D_2^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \tag{5.40}$$

En multipliant (5.40) avant et après par $\text{diag}\{U^T, I, I, I, \Delta, I, I\}$ et sa transposée, on trouve

$$\begin{bmatrix} -U^T P_q^{-1} U & U^T \overline{\mathcal{A}} & 0 & -U^T \mathcal{A}_d & U^T \mathcal{G} \Delta & U^T \mathcal{D}_1 & 0 \\ * & -\tilde{P} + rM & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & L\varepsilon & 0 & C_z^T \\ * & * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2\Delta & 0 & D_2^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \tag{5.41}$$

Puis, en utilisant l'inégalité $U^T P_q^{-1} U \geq -P_q + U^T + U$ on obtient :

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$\begin{bmatrix} P_q - U^T - U & U^T \bar{\mathcal{A}} & 0 & -U^T \mathcal{A}_d & U^T \mathcal{G} \Delta & U^T \mathcal{D}_1 & 0 \\ * & -\tilde{P} + rM & -R_3 + S_3^T & -R_3 + M_3^T & L\varepsilon \Delta & 0 & C_z^T \\ * & * & -S_3 - S_3^T - R_l & -S_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -M_3 - M_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2\Delta & 0 & D_2^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I_d & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

On exprime la matrice symétrique U comme suit :

$$U = \begin{bmatrix} Y & N \\ * & W \end{bmatrix}, \quad U^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ * & Z \end{bmatrix}$$

De $U U^{-1} = I$, on obtient :

$$U \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$$

Si l'on note :

$$F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$$

Il résulte que $U F_1 = F_2$. En multipliant (40) avant et après par $\text{diag}\{F_1^T, F_1^T, I, I, I, I, I\}$ et sa transposée, et en notant :

$$\hat{D} = D_f$$

$$\hat{C}_f(h) = C_f(h) M^T + D_f C(h) X$$

$$\hat{C}_{d_f}(h) = C_{d_f}(h) M^T + D_f C_d(h) X$$

$$\hat{B}_f(h) = N B_f(h) + Y B(h) D_f$$

$$\hat{A}_f(h, h) = N A_f(h, h) M^T + Y \left(A(h) + B(h) D_f C(h) \right) X + N B_f(h) C(h) X + Y B(h) C_f(h) M^T$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{d_f}(h, h) &= N A_{d_f}(h, h) M^T + Y \left(A_d(h) + B(h) D_f C_d(h) \right) X + N B_f(h) C_d(h) X \\ &\quad + Y B(h) C_{d_f}(h) M^T \end{aligned}$$

$$\hat{F}_f(h, h) = F_f(h) \Delta$$

$$\hat{G}_f(h, h) = N \left(G_f(h) \Delta + Y B(h) F_f(h) \right)$$

On obtient théorème 5.2, la preuve est alors terminée.

5.5 Simulation et résultats

On considère le même exemple que le chapitre précédent. Après discrétisation du système en utilisant le même pas d'échantillonnage ($T = 0.5s$), on obtient le système discret suivant :

$$\begin{aligned}
 x_{1,k+1} &= x_{1,k} - \frac{vt}{L} \sin(x_{1,k}) + \frac{vt}{L} (u_k + f_k) + 0.1 w_k \\
 x_{2,k+1} &= x_{2,k} + \frac{vt}{L} \sin(x_{1,k}) + 0.1 w_k \\
 x_{3,k+1} &= x_{3,k} + vt \cos(x_{1,k}) \sin\left(x_{2,k} + \frac{vt}{2L} \sin(x_{1,k})\right) + 0.1 w_k \\
 y_k &= 7x_{1,k} - vt x_{2,k} + 0.03 x_{3,k} + 0.2 w_k \\
 z_k &= 0.07x_{3,k}
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

Le système T-S discret flou correspondant est comme suit:

Règle 1: Si $\xi_k = 0$ Alors

$$\begin{cases}
 x_{k+1} = A_1 x_k + A_{d1} x_{k-\tau_k} + B_1 (u_k + f_k) + G_1 \varphi_k + D_{11} w_k \\
 y_k = C_1 x_k + C_{d1} x_{k-\tau_k} + D_{21} w_k
 \end{cases} \tag{5.44}$$

Règle 2: Si $\xi_k = 1$ Alors

$$\begin{cases}
 x_{k+1} = A_2 x_k + A_{d2} x_{k-\tau_k} + B_2 (u_k + f_k) + G_2 \varphi_k + D_{12} w_k \\
 y_k = C_2 x_k + C_{d2} x_{k-\tau_k} + D_{22} w_k
 \end{cases} \tag{5.41}$$

Où :

$$A_1 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{(vt)^2}{2L} & vt & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} a(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ a \frac{vt}{L} & 1 & 0 \\ a \frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & \frac{0.01vt}{\pi} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} (1-a)(1 - \frac{vt}{L}) & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{(vt)^2}{2L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{L} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_1 = \begin{bmatrix} -\frac{vt}{L} \\ \frac{vt}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} (1-a)\left(1 - \frac{vt}{L}\right) & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{vt}{L} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{0.01(vt)^2}{2\pi L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{vt}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} -\frac{vt}{L} \\ \frac{vt}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = a[7 \quad -2 \quad 0.03], \quad C_{d1} = C_{d2} = (1-a)[7 \quad -2 \quad 0.03]$$

$$D_{11} = D_{12} = [0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]^T, \quad D_{21} = D_{22} = 0.2$$

Avec $V = -1.0 \frac{m}{s}$, $t = 2s$, $L = 5.5 m$, $l = 2.8 m$.

On choisissons le variable de decision comme suit : $\theta_k = a \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1k} + (1-a) \left(\frac{vt}{2L}\right) x_{1,k-\tau} + x_{2,k}$.
Avec $a = 0.7$ qui représente le paramètre de poids de l'effet de retard. La perturbation externe w_k est supposée d'être un bruit blanc à bande limitée avec une puissance de 0,001. Supposons que le retard variable $1 \leq \tau_k \leq 3$ satisfaisant : $\tau_k = \text{round}(1 + 2\cos(k))$.

Les fonctions d'activation sont choisies par la méthode du secteur non-linéarité [6] comme suit:

$$h_1 = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\theta_k - 0.5\pi))}\right) \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\theta_k + 0.5\pi))}\right)$$

$$h_2 = 1 - h_1$$

Donc, apres la resolution des LMIs de theoreme 2, les gains de FFEO est le suivant:

$$L1 = \begin{bmatrix} 0.1134 \\ -0.0263 \\ 0.0288 \end{bmatrix}, \quad L2 = \begin{bmatrix} 0.1132 \\ -0.0263 \\ 0.0023 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -0.0273, \quad F2 = -0.0277$$

Avec l'indice de performance optimisé $\gamma^* = \mathbf{0.7392}$

Alors que les gains H_∞ OFFTC obtenus sont les suivants:

$$A_{f11} = \begin{bmatrix} -0.3109 & 1.9103 & -0.1645 \\ -0.0345 & 0.9564 & -0.0028 \\ 1.3643 & -3.9879 & 1.2203 \end{bmatrix}, \quad A_{f12} = \begin{bmatrix} -1.2520 & 1.9788 & -0.1817 \\ 0.4120 & 0.2465 & 0.0683 \\ -12.5273 & 18.3922 & -1.4682 \end{bmatrix}$$

$$A_{f21} = \begin{bmatrix} -1.2520 & 1.9788 & -0.1817 \\ 0.4120 & 0.2465 & 0.0683 \\ -12.5273 & 18.3922 & -1.4682 \end{bmatrix}, \quad A_{f22} = \begin{bmatrix} -1.7198 & 2.8137 & -0.2598 \\ -0.1707 & 1.1655 & -0.0256 \\ 15.2847 & -23.6203 & 3.7847 \end{bmatrix}$$

Chapitre 5. Commande Tolérante Aux Défaut Pour les Systèmes Nonlinéaires Retardés Via le Modèle Flou Non Linéaire

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} 0.0642 \\ 0.0476 \\ -0.0473 \end{bmatrix}, \quad B_{f2} = \begin{bmatrix} 0.0675 \\ 0.0480 \\ 0.0165 \end{bmatrix}$$

$$C_{f1} = [-0.4871 \quad 2.7761 \quad -0.2619], \quad C_{f2} = [-2.5661 \quad 4.0322 \quad -0.3965]$$

$$A_{df11} = \begin{bmatrix} -0.1321 & 0.1277 & -0.0138 \\ -0.0077 & -0.0334 & 0.0014 \\ 0.0072 & 0.0327 & -0.0014 \end{bmatrix}, \quad A_{df12} = \begin{bmatrix} 1.3990 & -1.1376 & 0.0982 \\ -0.0008 & -0.0447 & 0.0024 \\ 0.3646 & -0.2954 & 0.0255 \end{bmatrix}$$

$$A_{df21} = \begin{bmatrix} 1.3990 & -1.1376 & 0.0982 \\ -0.0008 & -0.0447 & 0.0024 \\ 0.3646 & -0.2954 & 0.0255 \end{bmatrix}, \quad A_{df22} = \begin{bmatrix} 1.4685 & -1.2459 & 0.1111 \\ 0.1523 & -0.2834 & 0.0309 \\ -14.2159 & 22.2237 & -2.6613 \end{bmatrix}$$

$$C_{df1} = [-0.0444 \quad -0.2119 \quad 0.0057], \quad C_{df2} = [2.1673 \quad -2.0265 \quad 0.1663]$$

$$D_f = 0.3841, \quad F_{f1} = 1.1889, \quad F_{f2} = 1.1087$$

$$G_{f1} = \begin{bmatrix} 2.1825 \\ 0.3078 \\ 0.4572 \end{bmatrix}, \quad G_{f2} = \begin{bmatrix} 2.0072 \\ 0.3042 \\ 0.5033 \end{bmatrix}$$

Avec un indice de performance optimisé $\gamma^* = 1.0546$

Comme dans le chapitre précédent, la simulation est faite avec les conditions initiales égales a $[0.5\pi \quad 0.75\pi \quad -5]^T$, et en considérant 2 cas de défaut. Dans le 1er cas, on a un défaut pseudo-constant (Fig. 5.1) de la forme:

$$f_k = \begin{cases} 4(1 - \exp(-0.05(k - 300))), & 300 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Dans le 2eme cas, on considère un défaut variant dans le temps (Fig2) de la forme:

$$f_k = \begin{cases} 3 \cos(0.5k), & 400 \leq k \leq 1000 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

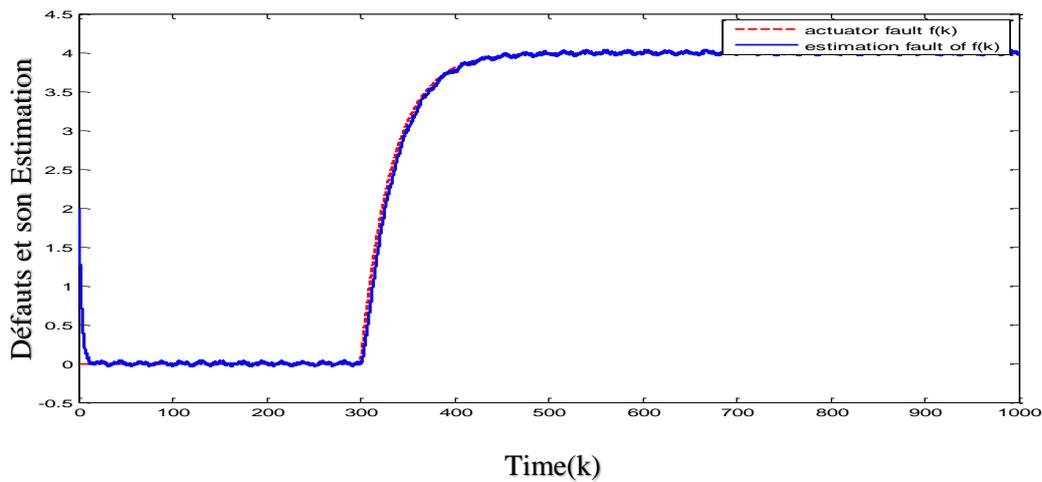


Figure 5.1. f_k Défaut constante (ligne pointillés) et son estimation \hat{f}_k (ligne en continue)

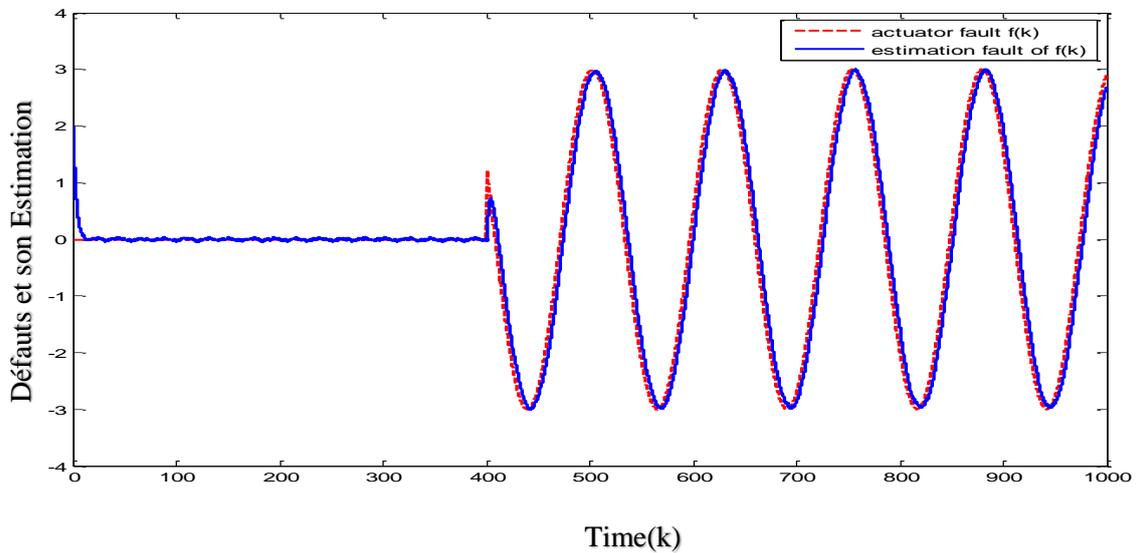


Figure 5.2 f_k défaut variable (ligne pointillés) et son estimation \hat{f}_k (ligne en continue)

Fig. 5.2 montre le résultat de la simulation de l'estimation du défaut pour le cas d'un défaut variable dans le temps. On peut voir que la faute est estimée en temps réel avec une bonne précision. Sur Fig.5.3 on peut observer que le contrôleur de défaut par retour de sortie dynamique tolérance réduit l'effet du défaut sur la sortie dans le temps précis, cela prouve l'efficacité des méthodes proposées.

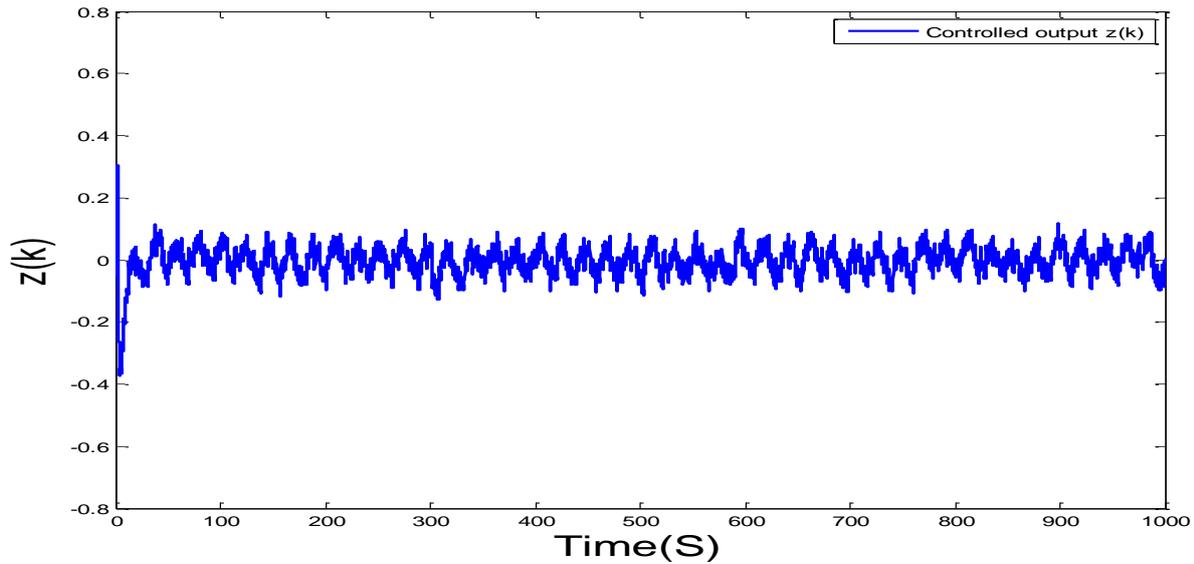


Figure 5.3 z_k Sortie contrôlée sous le retour de sortie dynamique FTC

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une approche convexe pour la conception H_∞ de l'estimation de défaut et H_∞ commande tolérante aux défauts pour une classe des systèmes discrets nonlinéaires à retard par modèle flou TS non linéaire et approche FLF. En utilisant la représentation du modèle TS flou non linéaire, on peut réduire le nombre de règles et la charge de calcul sans perdre l'exactitude du système. Compte tenu de l'approche sans pondération, un estimateur de défauts est d'abord établi pour estimer l'état et le signal du défaut en présence d'un retard variable et des perturbations. Puis, en utilisant les informations fournies par l'estimateur un DOFTC a été conçu pour réduire l'influence des défauts sur le système et maintenir une performance acceptable.

Conclusion générale :

Dans ce manuscrit, nous avons présenté les principaux résultats des travaux de recherche menés sur l'étude de la commande tolérante aux fautes pour les systèmes non linéaires retardés. Des méthodologies robustes sont construites dans le contexte des entrées inconnues survenant dans les systèmes de contrôles, vis-à-vis des défauts, des perturbations externes et des incertitudes du modèle. L'objectif principal étant de synthétiser un régulateur actif tolérant aux défauts en utilisant des observateurs flous.

Nous avons développé de nouveaux résultats pour l'estimation de défauts pour les systèmes T-S incertains retardés à temps discret. Cette classe de système est très peu abordée dans la littérature malgré son importance du côté pratique (système contrôle à réseaux SCR, chimique, procédé, transport...etc.). Un observateur robuste flou augmenté d'ordre complet associé à des systèmes T-S incertains discrets à retard avec défauts actionneurs et capteurs a été synthétisé. L'observateur proposé nous permet d'estimer simultanément les états du système ainsi que les défauts actionneurs et capteurs. De plus, cet observateur possède une plage d'applications large en comparaison avec les observateurs adaptatifs et mode glissants.

Une commande tolérante aux défauts active a été également développée pour une classe des systèmes T-S discrets retardés incertains avec défauts actionneurs. Dans la première partie, un observateur robuste flou est conçu afin d'estimer les états et les défauts actionneurs. Ensuite, en se basant sur les états estimés et le défaut estimé fourni par l'estimateur flou, une méthode de compensation de défauts de l'actionneur à base de contrôleur retour d'état estimé a été développée pour les systèmes T-S à retard. La commande additive nous permet de compenser les défauts avec efficacité et précision.

L'estimateur de défauts FE et la commande par retour de sortie dynamique tolérante aux défauts DOFTC sont conçus séparément et leurs performances sont considérées simultanément, pour éviter le problème de couplage entre l'observateur et le contrôleur et pour réduire la complexité de calcul. De plus, les résultats sont développés en utilisant la fonction Lyapunov-Krasovskii floue FLKF et des approches sans pondération.

Le modèle T-S à variable de décision non-mesurable VDNM est également étudié. La représentation T-S à VDNM offre des avantages par rapport au modèle T-S à VDM comme la

capacité de représentation exacte d'un modèle non linéaire, la possibilité de représenter une classe plus large de systèmes non linéaires par rapport aux modèles T-S à VDM.

Enfin, il a été proposé une conception convexe d'un compensateur non linéaire parallèle distribué, par retour de sortie dynamique, afin de stabiliser une classe de systèmes non linéaires retardés à temps discret non linéaires avec défauts actionneurs. La conception est basée sur une description non linéaire T-S de l'installation d'origine non linéaire, où chaque sous-modèle autorise des termes non linéaires appartenant à un secteur spécifique. En utilisant cette description non linéaire T-S, la représentation de système non linéaire peut être réalisée avec moins de règles que les modèles T-S standard avec des sous-modèles linéaires. La stabilité en boucle fermée est garantie par une fonction floue de Lyapunov FLF, évitant le conservatisme connu associé à l'approche quadratique de stabilité.

Les résultats obtenus dans ce travail de thèse ouvrent de nombreuses perspectives pour des travaux futurs :

- le problème de poursuite tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires retardés est intéressant à entreprendre
- Application de ces résultats à des systèmes réels tels que le système à trois réservoirs ou quad rotor.
- élargir le travail aux systèmes contrôlés en réseau (SCR), ces systèmes présentent de nombreux avantages, notamment en termes de flexibilité, mais différents problèmes peuvent se poser quand une boucle de contrôle est fermée par un réseau de communication (ex. retards et des pertes, contraintes de communication).
- utiliser les théories d'optimisation pour les problèmes de FE et FTC. Malgré que LMI toolbox soit une méthode très populaire dans le domaine de contrôle des systèmes, elle possède beaucoup de conservatisme. Par conséquent, comment réduire le conservatisme en utilisant des théories optimales.

Bibliographie

- [1] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki, ***Diagnosis and Fault-Tolerant Control***. Springer 2006.
- [2] R. Isermann, “***Model-based fault-detection and diagnosis - Status and applications,***” *Annu. Rev. Control*, vol. 29, no. 1, pp. 71–85, 2005.
- [3] A. A. Amin and K. M. Hasan, “***A review of Fault Tolerant Control Systems: Advancements and applications,***” *Measurement: Journal of the International Measurement Confederat*, vol. 143, no. 4, pp. 58–68, 2019.
- [4] L. Y. Hao, J. H. Park, and D. Ye, “***Integral Sliding Mode Fault-Tolerant Control for Uncertain Linear Systems over Networks with Signals Quantization,***” *IEEE Trans. Neural Networks Learn. Syst.*, vol. 28, no. 9, pp. 2088–2100, 2017.
- [5] M. Benosman, “***A survey of some recent results on nonlinear fault tolerant control,***” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2010. 2010.
- [6] Z. Gao, C. Cecati, and S. X. Ding, “***A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques-part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches,***” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 6, pp. 3757–3767, 2015.
- [7] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, “***Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs,***” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 250–265, 1998.
- [8] G. Feng, “***A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems,***” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 14, no. 5, pp. 676–697, 2006.
- [9] R. E. Precup and H. Hellendoorn, “***A survey on industrial applications of fuzzy control,***” *Comput. Ind.*, vol. 62, no. 3, pp. 213–226, 2011.
- [10] H. Yan, S. Yan, H. Zhang, and X. Zhao, “***An Overview of Networked Control of Complex Dynamic Systems,***” *Math. Probl. Eng.*, pp. 1–10, 2014.
- [11] Q. C. Zhong, “***Recent results on robust control of time-delay systems,***” in *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 2008, pp. 301–306.
- [12] I. Birs, C. Mures an, I. Nascu, and C. Ionescu, “***A Survey of Recent Advances in Fractional Order Control for Time Delay Systems,***” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 30951–30965, 2019.
- [13] K. Gu and S. I. Niculescu, “***Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems,***” *J. Dyn. Syst. Meas. Control. Trans. ASME*, vol. 125, no. 2, pp. 158–165, 2003.
- [14] P. Selvaraj, B. Kaviarasan, R. Sakthivel, and H. R. Karimi, “***Fault-tolerant SMC for Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying delay and actuator saturation,***” *IET Control Theory Appl.*, vol. 11, no. 8, pp. 1112–1123, 2017.
- [15] D. Lee, Y. H. Joo, and I. H. Ra, “***Local stability and local stabilization of discrete-time***

- T-S fuzzy systems with time-delay*,” *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 14, no. 1, pp. 29–38, 2016.
- [16] Y. Zhang and J. Jiang, “**Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems**,” *Annu. Rev. Control*, vol. 32, no. 2, pp. 229–252, 2008.
- [17] J. Li, H. Dong, F. Han, N. Hou, and X. Li, “**Filter design, fault estimation and reliable control for networked time-varying systems: A survey**,” *Systems Science and Control Engineering*, vol. 5, no. 1, pp. 331–341, 2017.
- [18] J. Dong and G. H. Yang, “**Reliable State Feedback Control of T-S Fuzzy Systems with Sensor Faults**,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 23, no. 2, pp. 421–433, 2015.
- [19] J. Qiu, Y. Wei, H. R. Karimi, and H. Gao, “**Reliable Control of Discrete-Time Piecewise-Affine Time-Delay Systems via Output Feedback**,” *IEEE Trans. Reliab.*, vol. 67, no. 1, pp. 79–91, 2018.
- [20] Y. Wang, D. Zhou, and L. Liu, “**Robust and Active Fault-tolerant Control for a Class of Nonlinear Uncertain Systems**,” *Int. J. Autom. Comput.*, vol. 3, no. 3, pp. 309–313, 2006.
- [21] K. Zhang, B. Jiang, and P. Shi, “**Observer-based fault estimation and accomodation for dynamic systems**,” *Lect. Notes Control Inf. Sci.*, vol. 436, pp. 1–191, 2013.
- [22] C. Edwards, S. K. Spurgeon, and R. J. Patton, “**Sliding mode observers for fault detection and isolation**,” *Automatica*, vol. 36, no. 4, pp. 541–553, 2000.
- [23] B. Jiang, M. Staroswiecki, and V. Cocquempot, “**Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust sliding-mode observers**,” in *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2004, vol. 151, no. 1, pp. 29–37.
- [24] K. C. Veluvolu and Y. C. Soh, “**Fault reconstruction and state estimation with sliding mode observers for Lipschitz non-linear systems**,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 5, no. 11, pp. 1255–1263, 2011.
- [25] Z. Wang, M. Rodrigues, D. Theilliol, and Y. Shen, “**Fault estimation filter design for discrete-time descriptor systems**,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 9, no. 10, pp. 1587–1594, 2015.
- [26] I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, and C. Eng, “**A Survey of Fault Detection, Isolation, and Reconfiguration Methods**,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 18, no. 3, pp. 636–652, 2010.
- [27] H. Li, F. You, F. Wang, and S. Guan, “**Robust fast adaptive fault estimation and tolerant control for T-S fuzzy systems with interval time- varying delay**” *International Journal of Systems Science*, vol. 48, no. 8, pp. 1708-1730, 2017.
- [28] N. Oucief, M. Tadjine, and S. Labiod, “**Adaptive observer-based fault estimation for a class of Lipschitz nonlinear systems**,” *Arch. Control Sci.*, vol. 26, no. 2, pp. 245–259, 2016.
- [29] T. M. Guerra, A. Kruszewski, and J. Lauber, “**Discrete Takagi-Sugeno models for control: Where are we?**,” *Annu. Rev. Control*, vol. 33, no. 1, pp. 37–47, 2009.
- [30] X. Jin, “**Adaptive fault tolerant control for a class of multi-input multi-output nonlinear systems with both sensor and actuator faults**,” *Int. J. Adapt. Control Signal*

- Process.*, vol. 31, no. 10, pp. 1418–1427, 2017.
- [31] Q. Shen, B. Jiang, and P. Shi, *Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Based on Adaptive Control Approach*, vol. 91. Cham: Springer International Publishing, 2017.
- [32] W. Guan and L. Guo, “*Adaptive fault-tolerant control for time-delay systems with saturation nonlinearity and L2-disturbances*,” *2013 25th Chinese Control Decis. Conf. CCDC 2013*, pp. 450–455, 2013.
- [33] M. Liu, P. Shi, L. Zhang, and X. Zhao, “*Fault-tolerant control for nonlinear markovian jump systems via proportional and derivative sliding mode observer technique*,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, vol. 58, no. 11, pp. 2755–2764, 2011.
- [34] D. Wenjie, W. Dayi, and L. Chengrui, “*Integral Sliding Mode Fault-Tolerant Control For Spacecraft With Uncertainties And Saturation*,” *Asian J. Control*, vol. 19, no. 1, pp. 1–10, 2017.
- [35] A. T. Nguyen, T. Taniguchi, L. Eciolaza, V. Campos, R. Palhares, and M. Sugeno, “*Fuzzy control systems: Past, present and future*,” *IEEE Comput. Intell. Mag.*, vol. 14, no. 1, pp. 56–68, 2019.
- [36] M. Liu, X. Cao, and P. Shi, “*Fuzzy-model-based fault-tolerant design for nonlinear stochastic systems against simultaneous sensor and actuator faults*,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 21, no. 5, pp. 789–799, 2013.
- [37] S. Boyd, L. El Ghaoui, and E. Feron, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. 1994.
- [38] J. G. Vanantwerp and R. D. Braatz, “*A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities*,” *J. Process Control*, vol. 10, no. 4, pp. 363–385, 2000.
- [39] E. G. Collins, “*Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*,” *Automatica*, vol. 39, no. 11, pp. 2011–2013, 2003.
- [40] J. Yoneyama, “*H ∞ filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: An uncertain system approach*,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 160, no. 12, pp. 1738–1748, 2009.
- [41] D. Ichalal, B. Marx, S. Mammar, D. Maquin, and J. Ragot, “*How to cope with unmeasurable premise variables in Takagi–Sugeno observer design: Dynamic extension approach*,” *Eng. Appl. Artif. Intell.*, vol. 67, pp. 430–435, 2018.
- [42] J. Dong, Y. Wang, S. Member, and G. Yang, “*Control synthesis of continuous-time T-S fuzzy systems with local nonlinear models*,” *IEEE Trans. Syst. man, Cybern. Part B, Cybern.*, vol. 39, no. 5, pp. 1245–58, 2009.
- [43] M. C. M. Teixeira and S. H. Zak, “*Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models*,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 7, no. 2, pp. 133–142, 1999.
- [44] S. Zhou and T. Li, “*Robust stabilization for delayed discrete-time fuzzy systems via basis-dependent Lyapunov – Krasovskii function*,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 151, no. 1, pp. 139–153, 2005.
- [45] J. Yoneyama, “*H ∞ filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: An uncertain system approach*,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 160, no. 12, pp. 1738–1748, 2009.
- [46] J. P. Richard, “*Time-delay systems: An overview of some recent advances and open*

- problems*,” *Automatica*, vol. 39, no. 10, pp. 1667–1694, 2003.
- [47] P. G. Park, W. Il Lee, and S. Y. Lee, “*Stability on time delay systems: A survey*,” *J. Inst. Control. Robot. Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 289–297, 2014.
- [48] M. S. Mahmoud, *Robust control and filtering for time-delay systems*. 2000.
- [49] D. C. Viana and V. J. S. Leite, “*Stability Analysis and Controller Design for Discrete-Time Fuzzy Systems With Time-Varying Delay*,” *IFAC Proc.*, vol. 43, no. 2, pp. 325–330, 2010.
- [50] J. Yoneyama and T. Tsuchiya, “*New delay-dependent conditions on robust stability and stabilisation for discrete-time systems with time-delay*,” *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 39, no. 10, pp. 1033–1040, 2008.
- [51] H. Dong, Z. Wang, J. Lam, and H. Gao, “*Fuzzy-model-based robust fault detection with stochastic mixed time delays and successive packet dropouts*,” *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B Cybern.*, vol. 42, no. 2, pp. 365–376, 2012.
- [52] Z. Mao, B. Jiang, and P. Shi, “*Fault Detection for a Class of Nonlinear Networked Control Systems*,” *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, vol. 24, pp. 610–622, 2010.
- [54] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin, “*Fault detection, isolation and estimation for Takagi-Sugeno nonlinear systems*,” *J. Franklin Inst.*, vol. 351, no. 7, pp. 3651–3676, 2014.
- [55] C. Sun, F. L. Wang, and X. Q. He, “*Robust Fault Estimation for Takagi–Sugeno Nonlinear Systems with Time-Varying State Delay*,” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 34, no. 2, pp. 641–661, 2014.
- [56] H. Gassara, A. El Hajjaji, and M. Chaabane, “*Robust Control of Nonlinear Time-Delay Systems via Takagi-Sugeno Fuzzy Models*,” in *Recent Advances in Robust Control - Novel Approaches and Design Methods*, 2011.
- [57] R. Lamouchi, “*Contributions à l’observation et à la commande tolérante aux fautes des systèmes incertains*,” *Conserv. Natl. des arts metiers - CNAM*, 2017.
- [58] D. Zhang and L. Yu, “*Fault-Tolerant Control for Discrete-Time Switched Linear Systems with Time-Varying Delay and Actuator Saturation*,” *J. Optim. Theory Appl.*, vol. 153, no. 1, pp. 157–176, 2011.
- [59] X. Cai and F. Wu, “*A robust fault tolerant control approach for LTI systems with actuator and sensor faults*,” in *2009 Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2009*, 2009, pp. 890–895.
- [60] D. Du, B. Jiang, and P. Shi, *Fault Tolerant Control for Switched Linear Systems*, vol. 21. Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [61] M. Liu, X. Cao, and P. Shi, “*Fuzzy-model-based fault-tolerant design for nonlinear stochastic systems against simultaneous sensor and actuator faults*,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 21, no. 5, pp. 789–799, 2013.
- [62] J. Yoneyama, “*Output feedback control for fuzzy systems with immeasurable premise variables*,” in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2009, pp. 802–807.
- [63] R. Sakthivel, M. Rathika, S. Santra, Y. K. Ma, and K. Mathiyalagan, “*Stabilization of*

- Discrete-time Fuzzy Systems Via Delta Operators and its Application to Truck–Trailer Model,”* *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 35, no. 7, pp. 2373–2389, 2016.
- [64] L. F. C. Figueredo, J. Y. Ishihara, G. A. Borges, and A. Bauchspiess, “**Robust H_∞ output tracking control for a class of nonlinear systems with time-varying delays,**” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 33, no. 5, pp. 1451–1471, 2014.
- [65] K. Zhang, B. Jiang, and P. Shi, “**Fault Estimation Observer Design for Discrete-Time Takagi–Sugeno Fuzzy Systems Based on Piecewise Lyapunov Functions,**” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 192–200, Feb. 2012.
- [66] Feng M.; Harris CJ.: “**Piecewise Lyapunov Stability Conditions Of Fuzzy Systems.**” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics.* 31:(2), 259–62(2001).
- [67] L. Blitzer, “**Inverted Pendulum,**” *Am. J. Phys.*, vol. 33, no. 12, pp. 1076–1078, 1965.
- [68] D. E. Cheridi and N. Mansouri, “ **H_∞ fault estimation for nonlinear discrete time-delay system with actuator and sensor faults using nonlinear t - s fuzzy models,**” in *2017 5th International Conference on Electrical Engineering - Boumerdes, ICEE-B 2017*, 2017, vol. 2017-Janua, pp. 1–6.
- [69] M. Klug, E. B. Castelan, and D. Coutinho, “**A T – S Fuzzy Approach to the Local Stabilization of Nonlinear Discrete-Time Systems Subject to Energy-Bounded Disturbances,**” *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, vol. 26, no. 3, pp. 191–200, 2015.
- [70] A. Jaballi, A. El Hajjaji, and A. Sakly, “**Reducing conservativeness of stabilization conditions for switched TS fuzzy systems,**” *Neurocomputing*, vol. 193, pp. 51–57, 2016.
- [71] R. Robles, A. Sala, M. Bernal, and T. Gonzalez, “**Choosing a Takagi-Sugeno model for improved performance,**” in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2015, vol. 2015, no. 1.
- [72] Tanaka K.; Wang HO.: “**Fuzzy Control Systems Design and Analysis.**” New York, USA: John Wiley & Sons, Inc.; 2001.
- [73] D. Y. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, “**Reducing conservativeness in stability conditions of affine fuzzy systems using fuzzy Lyapunov function,**” *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2013.
- [74] J. Dong, Y. Wang, and G. Yang, “**Control synthesis of continuous-time T - S fuzzy systems with local nonlinear models.,**” *IEEE Trans. Syst. man, Cybern. Part B, Cybern.*, vol. 39, no. 5, pp. 1245–58, 2009.
- [75] M. Klug, E. B. Castelan, and D. Coutinho, “**A T – S Fuzzy Approach to the Local Stabilization of Nonlinear Discrete-Time Systems Subject to Energy-Bounded Disturbances,**” *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, vol. 26, no. 3, pp. 191–200, 2015.
- [76] F. Delmotte, T. M. Guerra, and M. Ksantini, “**Continuous Takagi-Sugeno’s models: Reduction of the number of LMI conditions in various fuzzy control design technics,**” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 15, no. 3, pp. 426–438, 2007.
- [77] H. Ghorbel, A. El Hajjaji, M. Souissi, and M. Chaabane, “**Fault-tolerant trajectory tracking control for Takagi-Sugeno systems with unmeasurable premise variables: Descriptor approach,**” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 33, no. 6, pp. 1763–1781,

2014.

- [78] S. Abdelmalek, A. T. Azar, and D. Dib, “*A Novel Actuator Fault-tolerant Control Strategy of DFIG-based Wind Turbines Using Takagi-Sugeno Multiple Models*,” *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 16, no. 3, pp. 1415–1424, 2018.
- [79] A. Benzaouia and A. El Hajjaji, “*Delay-dependent stabilization conditions of controlled positive T-S fuzzy systems with time varying delay*,” *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, vol. 7, no. 4, pp. 1533–1547, 2011.
- [80] E. A. Misawa and J. K. Hedrick, “*Nonlinear Observers—A State of the Art Survey*,” *J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 111, no. 3, pp. 344–352, 1989.
- [81] M. R. Liberzon, “*Essays on the absolute stability theory*,” *Autom. Remote Control*, vol. 67, no. 10, pp. 1610–1644, Oct. 2006.
- [82] A. Zhirabok, A. Zuev, and A. Shumsky, “*Sliding mode observers for fault diagnosis in linear systems*,” in *2019 18th European Control Conference, ECC 2019*, 2019, pp. 4362–4367.