



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE1

Faculté des Sciences de la Technologie

Département d'Electronique

170/DS/2019
05/Elec/2019

THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de doctorat en sciences

Option : **Contrôle des systèmes**

par :

ZERARI NASSIRA

Contribution à la commande adaptative robuste d'une classe de systèmes non linéaires

Soutenue publiquement le : 14/11 / 2019

Devant le jury composé de :

Pr. H.BENALLA	Université Frères Mentouri Constantine1	Président
Pr. M.CHEMACHEMA	Université Frères Mentouri Constantine1	Rapporteur
Pr. S.LADACI	École nationale polytechnique de Constantine	Examineur
Pr. A.BOULKROUNE	Université de Jijel	Examineur
Dr. A.BELHANI	Université Frères Mentouri Constantine1	Examineur

Année Universitaire : 2018-2019

REMERCIEMENTS

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur MOHAMED CHEMA-CHEMA, professeur à l'université de Constantine, en tant que directeur de thèse qui m'a toujours guidé dans mon travail. Sa grande connaissance du domaine, ainsi que son expérience, ont joué un rôle important pour l'avancement et l'aboutissement de cette thèse. Veuillez trouver ici l'expression de ma respectueuse considération et ma profonde admiration pour toutes vos qualités scientifiques et humaines.

J'exprime ma plus profonde gratitude à Monsieur le président de jury H.BENALLA, Professeur à l'université de Constantine 1 d'avoir bien voulu juger ce travail et d'avoir bien voulu accepter la présidence de ce jury.

J'adresse également mes sincères remerciements aux professeurs Monsieur S.LADACI professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique de Constantine dont je n'oublierai jamais ses aides appréciables, ainsi que Monsieur A.BOULKROUNE professeur à l'université de Jijel qui vient de loin d'avoir accepté d'être membres du jury d'examen de ma thèse. Nos remerciements vont également à Monsieur A.BELHANI maître de conférence à l'université de Constantine pour avoir accepté de faire partie des membres du jury.

Je tiens également à remercier Monsieur S.benyarbah ainsi que les doctorantes du Laboratoire Sb-Lab pour leurs conseils, leur gentillesse et leur sérieux.

Un grand merci au Professeur Najib Essounbouli, ainsi que tous les Docteurs du Centre de Recherche en Sciences et Techniques de l'Information et de la Communication (CReSTIC), pour les conseils qu'ils m'ont donné au cours de mon stage à l'Institut Universitaire de Technologie de Troyes (IUT), France.

Enfin, je remercie toutes les personnes que j'ai peut-être oubliées et qui m'ont aidé pour l'accomplissement de cette thèse.

DÉDICACE

Mon père

Ma mère

Mon frère et mes soeurs

Mes amies et collègues

Mes professeurs

RÉSUMÉ

L'objectif de cette thèse porte principalement sur le développement de lois de commande adaptatives pour certaines classes de systèmes non linéaires incertains. Le cas des systèmes affines et non affines en la commande, la présence des contraintes sur les sorties et/ou les états ainsi que les perturbations externes sont étudiés. De plus, les non linéarités qui agissent sur les entrées des systèmes dynamiques sont étudié, en l'occurrence la saturation et la zone morte. Dans toutes les approches proposées, les réseaux de neurones sont utilisés en tant qu'approximateurs universels pour approcher les dynamiques incertaines des systèmes. Les algorithmes proposés évitent les fameux problèmes d'explosion de complexité tout en évitant le recours à l'approche back-stepping. Les lois de commandes développées présentent peu de paramètres à ajuster en ligne en les comparant aux travaux similaires. De plus, l'analyse de la stabilité de toutes les boucles de commande est prouvée en se servant de la méthode de Lyapunov. Pour chaque structure de commande, des résultats de simulation sont présentés pour montrer son efficacité.

Mots clés : Réseau de neurones ; commande adaptative ; systèmes non linéaires ; saturation ; zone-morte ; fonction de Nussbaum.

ملخص

الهدف من هذه الرسالة يتعلق بشكل أساسي بتطوير قوانين التحكم التكيفي لفئة من الأنظمة غير الخطية احادية المتغيرات SISO و متعددة المتغيرات MIMO. تمت دراسة حالات الأنظمة التآلفية وغير التآلفية ، ووجود قيود على المخارج و / أو المداخل بالإضافة إلى الاضطرابات الخارجية. علاوة على ذلك، تم الاخذ بعين الاعتبار المداخل غير الخطية في دراسة الأنظمة الديناميكية ، والتي تتمثل في التشعب والمنطقة الميتة على التوالي. في جميع أساليب التحكم المقترحة استخدمنا الشبكات العصبونية كمقارب تقديري للدوال غير الخطية المجهولة في النظام المراد التحكم فيه. بالمقارنة مع التقنيات التقليدية القائمة على back-stepping ، فإن الخوارزميات المقترحة ابسط بكثير، مع العلم بأنه تم تجنب مشاكل انفجار التعقيد الشهيرة بالإضافة إلى هذا، استعملنا طريقة ليابونوف لدراسة استقرار طرق التحكم التلاؤمي المقترحة وقدمنا بعض نتائج المحاكاة العددية لابرار كفاءة أدائها.

كلمات مفتاحية:

الشبكة العصبية، تحكم تلاؤمي، أنظمة لاخطية، تشعب، منطقة ميتة، دالة نيسبوم.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is the development of adaptive control laws for particular classes of uncertain SISO and MIMO nonlinear systems. The cases of the affine and non-affine systems, the presence of the constraints on the outputs and/or the states as well as the external perturbations are studied. Furthermore, the saturation and dead-zone inputs nonlinearities of the dynamical systems are investigated. In all the proposed approaches, the neural networks are used as universal approximators to estimate the unknown nonlinearities of the dynamical systems. The structures of the proposed controllers deal with the famous problems of explosion of complexity while avoiding the use of the traditional back-stepping technique. The proposed adaptive neural controllers have few online learning parameters compared to similar works. In addition, stability analysis of all control loops is carried out by using the Lyapunov method, and for each scheme, simulation results are given to show its effectiveness.

Key words : Neural networks (NNs); adaptive control ; nonlinear systems ; saturation ; dead-zone ; Nussbaum function.

TABLE DES MATIÈRES

Table des Matières	xi
Liste des tableaux	xv
Table des figures	xvii
Liste des abréviations	xxi
Introduction générale	1
1 Aspects théoriques de la commande non linéaire	5
1.1 Introduction	7
1.2 Les réseaux de neurones (neural networks NNs)	7
1.2.1 Les réseaux de neurones utilisé dans cette thèse	7
1.3 La commande adaptative	8
1.3.1 Principe de base	8
1.4 La commande adaptative neuronale	9
1.5 Stabilité des systèmes dynamiques	9
1.5.1 Méthode de Lyapunov	9
1.5.2 La seconde méthode de Lyapunov	10
1.6 La commande back-stepping	11
1.7 Commande back-stepping adaptative	11
1.7.1 L'algorithme de base	12
1.8 La commande par surface dynamique (DSC : dynamic surface control) . .	15
1.9 La commande adaptative DSC	16
1.9.1 Algorithme de base	16
1.10 Non-linéarité d'actionneur	18
1.10.1 La zone-morte (Dead-Zone)	18

TABLE DES MATIÈRES

1.10.2	La saturation	19
1.11	Notations et préliminaires	20
1.11.1	Fonction de Nussbaum	20
1.11.2	Théorème de la valeur moyenne (MVT)	21
1.12	Conclusion	21
2	Commande adaptative neuronale des systèmes NL SISO de la forme strict-feedback	23
2.1	Introduction	25
2.2	Système NL strict-feedback avec une saturation de l'entrée et perturbation externe et avec gain de commande inconnu	28
2.2.1	Position du problème	28
2.2.2	La transformation du système et dynamique des erreurs	31
2.2.3	Conception de l'observateur	34
2.2.4	Conception d'un mécanisme de déclenchement par événement	35
2.2.5	Analyse de la stabilité	37
2.2.6	Résultats de simulation	40
2.3	Système NL strict-feedback avec des non linéarités de l'entrée et contrainte sur la sortie et avec le gain de commande constant	49
2.3.1	Position du problème	49
2.3.2	La fonction de performance prescrite	49
2.3.3	Conception de la commande avec une zone morte sur l'entrée	53
2.3.4	Analyse de la stabilité	55
2.3.5	Résultats de simulation	58
2.3.6	Conception de la commande avec un équivalent de la saturation de l'entrée	62
2.3.7	Analyse de la stabilité	64
2.3.8	Résultats de simulation	67
2.4	Conclusion	68
3	Commande adaptative neuronale des systèmes NL SISO de la forme pure-feedback	71
3.1	Introduction	72
3.2	Commande adaptative neuronale pour une classe de système non linéaire pure-feedback avec une saturation sur l'entrée	75
3.2.1	Position du problème	75

3.2.2	La conception de la commande adaptative neuronale	76
3.2.3	Conception de l'observateur	78
3.2.4	Analyse de la stabilité	81
3.2.5	Résultats de simulation	83
3.3	Commande adaptative pour des systèmes pure-feedback incertains avec des contraintes sur l'entrée et la sortie sans connaissance sur la direction de commande	95
3.3.1	Position du problème	95
3.3.2	La conception de la commande adaptative neuronale	96
3.3.3	La transformation de l'erreur dynamique	98
3.3.4	Conception de l'observateur	101
3.3.5	Analyse de la stabilité	104
3.3.6	Résultats de simulation	106
3.4	Conclusion	109
4	Commande adaptative neuronale des systèmes NL MIMO pure-feedback	111
4.1	Introduction	112
4.2	Commande adaptative neuronale d'une classe de systèmes pure-feedback MIMO avec la contrainte de la saturation	114
4.2.1	Position du problème	114
4.2.2	La conception de la commande adaptative neuronale	115
4.2.3	Conception de l'observateur	119
4.2.4	Analyse de la stabilité	123
4.2.5	Résultats de simulation	126
4.3	Conclusion	131
	Conclusion générale	133
	Bibliographie	137

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU	Page
2.1 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	42
2.2 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	45
2.3 Les paramètres de CSTR	58
2.4 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	60
2.5 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	67
3.1 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	85
3.2 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	91
3.3 Les paramètres du modèle	107
3.4 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	107
4.1 Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.	128
4.2 Les paramètres physique du quadrirotor.	128

TABLE DES FIGURES

FIGURE	Page
1.1 La fonction de la zone morte.	19
1.2 Structure de la fonction saturation.	20
2.1 Saturation $u_m \tanh(\frac{v}{u_m})$ (traits discontinus) and $\text{sat}(v(t))$ (traits continus). . .	30
2.2 Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2	43
2.3 Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) la commande intermédiaire $\check{\omega}(t)$.(b) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$	43
2.4 Les nouveaux variables d'états s le long de leurs estimés \hat{s} de l'exemple 1. . .	44
2.5 L'événement de déclenchement de l'exemple 1.	44
2.6 Un robot manipulateur	46
2.7 Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2	47
2.8 Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) la commande intermédiaire $w(t)$.(d) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$	47
2.9 Les nouveaux variables d'états s avec leurs estimés \hat{s} de l'exemple 2.	48
2.10 L'événement de déclenchement de l'exemple 2.	48
2.11 Les performances de poursuite : la sortie y la référence y_d	61
2.12 La trajectoire de $v(t)$ et $N(v(t))$	61
2.13 Les performances de l'erreur de poursuite	61
2.14 (a) L'erreur de poursuite des deux commande ; (b) la commande d'entrée des deux approches.	62
2.15 Un diagramme structurale du non linéarité de l'entrée $u(v)$	62
2.16 Un diagramme structurale du non linéarité de l'entrée $\text{sat}_{all}(\cdot)$	64
2.17 Les performances de poursuite : la sortie y la référence y_d	68
2.18 La trajectoire de $v(t)$ et $\text{sat}_{all}(v(t))$	68
2.19 Les performances de l'erreur de poursuite	68

3.1	Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 et x_3	86
3.2	Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) L'écart entre l'erreur de poursuite et son estimé . (b) La norme des paramètres de NNs ajustés.	87
3.3	Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a)La commande intermédiaire $\omega(t)$.(b) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(t)$	88
3.4	l'erreur de poursuite du système transformé avec son estimation de l'exemple 1.	88
3.5	Les nouveaux variables d'états et leurs estimés de l'exemple 1.	89
3.6	Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Les performances de la comparaison pour les deux approches sans saturation. (b)La commande d'entrée $u(t)$ des deux approches (sans saturation sur l'entrée).	89
3.7	Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a)Les performances de poursuite de la commande de back-stepping avec saturation sur l'entrée. (b)La commande d'entrée de la technique de back-stepping avec saturation	90
3.8	Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 et x_3	92
3.9	Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a)L'écart entre l'erreur de poursuite et son estimé. (b) La norme des paramètres de NNs ajustés.	93
3.10	Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) La commande intermédiaire $\omega(t)$.(b) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(t)$	93
3.11	l'erreur de poursuite du système transformé avec son estimation de l'exemple 2.	94
3.12	Les nouveaux variables d'états et leurs estimés de l'exemple 2.	94
3.13	Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) les performances de la comparaison de deux approches. (b)La commande d'entrée $u(t)$ des deux approches.	95
3.14	La commande du système éolien le long de leurs bornés	108
3.15	L'erreur de poursuite du système éolien	108
3.16	la commande d'entrée du système éolien $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$	109
4.1	Les erreurs de poursuite de roulis, tangage et lacet, respectivement : La sortie(ligne rouge) ; la référence(ligne noire)	129
4.2	Les erreurs de poursuite de e_φ , e_θ et e_ψ	129
4.3	Les signaux de commande u_φ , u_θ et u_ψ	130

4.4 L'erreur de poursuite du systè transformé et son estimation : Réel (ligne rouge); Estimé (ligne blue) 131

LISTE DES ABRÉVIATIONS

DCS :	La commande par surface dynamique (Dynamic surface control)
NNs :	Les réseaux de neurones (Neural Networks)
RBF :	Les réseaux de neurones à base de fonction radiale (Radial basic function)
IP :	Indice de performance
MSS :	La commande par surface de glissement multiple (Multiple Sliding Surface)
LMI :	Inégalité matricielle linéaire (Linear Matrix Inequalities)
MVT :	Théorème de la valeur moyenne (Mean Value Theorem)
NL :	Non linéaire
Cde :	Commande
SISO :	Mono-variable (Single Input/ Single Output)
MIMO :	Multi-variable (Multiple Input/ Multipl Output)
ETM :	Le mécanisme de déclenchement par évènement (Event-Triggering Mechanism)
SPR :	La positivité des systèmes (Strictly Positive Real)
BLF :	La fonction Barrière de Lyapunov (Barrier Lyapunov Function)
PPC :	Prescription de performances (Prescribed Performance Control)
ISS :	La stabilité entrée/état (Input to State Stability)
CSTR :	Réacteur exothermique continu agité (Continuously Stirred Tank Reactor)

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Face au développement technologique rapide et les besoins de plus en plus de précision et de robustesse, les systèmes automatisés n'ont cessé d'évoluer vers des structures de commandes de plus en plus complexes.

La théorie de la commande moderne se développe dans le but d'expliquer et de résoudre des problèmes issus de l'environnement industriels. Des raisons économiques et de sécurité conduisent à la recherche de lois de commandes de plus en plus performantes afin de garantir l'efficacité. Pour cela, il est important de comprendre et de prendre en compte toutes les particularités d'un système de commande.

En général, la synthèse des lois de commande nécessite une modélisation mathématique du système. Cependant, quelques méthodes de synthèse exigent des connaissances plus ou moins importantes du modèle. Donc, le problème rencontré c'est qu'en pratique, le comportement des systèmes réels, dans la plupart des cas, est différent du modèle mathématique à cause des variations paramétriques et perturbations extérieures sans oublier les conditions de fonctionnement variables. De ce fait, on peut considérer que les modèles mathématiques des systèmes sont peu connus qu'on puisse les qualifier d'incertains. Dans ce cas, et pour traiter le problème de la commande, l'approche adaptative se présente comme solution idéale.

Généralement, les systèmes réels sont souvent non linéaires, avec modèles mathématiques complexes, même si quelques dynamiques sont négligées. Ceci a rendu la commande de pareils systèmes, une tâche très délicate, et a attiré l'attention de la communauté des automaticiens. Contrairement à la commande maturée des systèmes linéaires, la commande des systèmes non linéaire n'a encore pas abouti à un stade similaire. Les automaticiens ont proposé de différentes techniques de commande adaptées à chaque classe de système non linéaire, à savoir, les systèmes de forme de Brunovsky, de forme strict-feedback et de forme pure-feedback pour les cas mono-variable (SISO) et multi-variable (MIMO).

Les techniques de commande développées nécessite la connaissance exacte du modèle mathématique, faute de quoi les lois de commande échouent à stabiliser les systèmes

réels. Comme cette condition est irréaliste, le recours aux versions adaptatives est primordial. Afin de réaliser ces algorithmes adaptatifs, les systèmes d'inférence flous, les réseaux de neurones, les réseaux de neurones à base de fonction radiale (RBF) et les ondelettes sont largement utilisés.

Les réseaux de neurones, par leurs propriétés d'approximation universelle sont exploités dans la commande adaptative directe et indirecte des systèmes non linéaires en approximant les non linéarités incertaines et la loi de commande idéale, respectivement.

Parmi les techniques connues de la commande non linéaires, l'approche adaptative basée sur le back-stepping est une méthode systématique basée sur la théorie de la stabilité de Lyapunov pour la conception d'un contrôleur des systèmes triangulaires. L'idée de base de cette stratégie est de faire une conception d'une loi de commande par étapes de façon récursive en allant de proche en proche à partir du premier état. Parallèlement, les lois d'adaptation pour les paramètres inconnus du système et les lois de commande peuvent être déduites d'une manière adéquate.

Le problème principal avec l'approche de back-stepping est "l'explosion de complexité" causée par la dérivation des commandes virtuelles calculées dans les différentes étapes. C'est-à-dire, la complexité de la conception de la commande augmente lorsque l'ordre du système augmente. Pour pallier à ce problème, les auteurs ont proposé la technique de la commande par commande par surface dynamique DSC (Dynamic Surface Control) basée sur l'introduction d'un filtre du premier ordre à l'entrée de chaque étape de l'approche de back-stepping traditionnelle.

En pratique, tous les systèmes dynamiques sont soumis à des limitations sur leurs entrées dues à des contraintes physiques inhérentes aux actionneurs. Ceci nécessite une prise en compte de ces limites dans l'étude des contrôleurs à synthétiser afin d'éviter la dégradation des performances et voire même l'instabilité. Les non linéarités les plus rencontrées sont la saturation et la zone morte. Le traitement de la saturation est assuré soit par un contrôleur robuste soit par un correcteur anti-emballement (anti-windup) est utilisé. Cependant, la zone morte est traitée par une loi de commande robuste.

L'objectif principal de cette thèse est le développement de lois de commande adaptative pour certaines classes de systèmes non linéaires incertains. Plusieurs algorithmes sont développés pour les systèmes non linéaires incertains mono-variables (SISO). Le cas des systèmes affines et non affines en la commande, la présence des contraintes sur les sorties et/ou les états ainsi que les perturbations externes sont étudiés. De plus, les non linéarités qui agissent sur les entrées des systèmes dynamiques sont étudiées, en l'occurrence la saturation et la zone morte. Par ailleurs, la commande adaptative d'une

classe des systèmes multi-variable MIMO est étudiée en tenant en compte de toutes les difficultés étudiées pour le cas SISO.

Dans toutes les approches proposées, les réseaux de neurones sont utilisés en tant qu'approximateurs universels pour approcher les dynamiques incertaines des systèmes. Les algorithmes proposés évitent les fameux problèmes d'explosion de complexité tout en évitant le recours à l'approche par back-stepping. Les lois de commandes développées présentent peu de paramètres à ajuster en ligne en les comparant aux travaux similaires. La stabilité des boucles de commande sont prouvées d'être stable en se servant de la méthode de Lyapunov.

La thèse est composée de 4 chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des différents aspects théoriques de la commande adaptative à base de réseaux de neurones pour les systèmes non linéaires incertains. Étant donné leur importance pour les développements subséquents, la méthode du back-stepping et DSC en particulier, bénéficieront d'une attention particulière. Quelques définitions inhérentes à la stabilité et quelques lemmes et théorèmes indispensables pour la synthèse des lois de commandes sont également donnés.

Le deuxième chapitre introduit trois schémas de commande adaptative neuronale pour les systèmes SISO non linéaires sous la forme strict-feedback en la présence des contraintes sur l'entrée. Dans le premier schéma, le non linéarité de type saturation est considéré dans la conception de la loi de commande. Dans ce cadre, le mécanisme de déclenchement par événement (event-triggering mechanism (ETM)) est exploité. En comparaison avec les approches traditionnelles, la structure du contrôleur proposé est plus simple à cause de l'élimination des problèmes de l'explosion de complexité inhérente aux approches existantes. Dans le second schéma, deux approches de commande sont proposées. Dans les deux approches proposées, des exigences de performance en régime transitoire et établie sont imposées sur la sortie du système. Pour traiter la saturation, un compensateur additif est conçu, alors que pour traiter la zone morte un terme de robustification est introduit. Les approches proposées sont capable de garantir la robustesse du système en boucle fermée avec une réduction importante du nombre des paramètres d'apprentissage en ligne, ce qui rend les approches proposées plus appropriées pour la mise en œuvre en temps réel. L'analyse de stabilité de Lyapunov a permis de garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée.

Le troisième chapitre aborde la commande adaptative neuronale des systèmes SISO

non linéaires et non affines en la commande sous la forme pure-feedback avec saturation sur l'actionneur. Dans un premier schéma de commande, par l'introduction d'une transformation d'état et d'un filtre passe bas, les difficultés de la commande communément rencontrés pour cette classe de système sont contournées en convertissant le problème de commande de systèmes pure-feedback saturés en un problème normale de Brunovsky. Dans cette approche, la conception de la commande est basée sur la notion de positivité des systèmes (SPR : Strictly Positive Real) afin d'estimer les nouveaux états et la construction d'un terme de commande robuste pour faire face aux erreurs d'approximations neuronales et pour compenser l'influence des saturations sur l'entrée. Dans un deuxième schéma, en plus du premier problème, la présence des contraintes sur la sortie est considérée simultanément avec les non linéarités sur l'entrée de commande. Ainsi, un problème plus complexe est étudié. L'analyse de stabilité a permis de garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la satisfaction des contraintes de sortie.

Le quatrième chapitre est dédié à la commande adaptative neuronale d'une classe dite pure-feedback de systèmes non linéaires multi-variables (MIMO) incertains en la présence des non-linéarités sur l'actionneur. Dans cette approche, de nouvelles variables d'état et des transformations de coordonnées sont introduites pour convertir le système original pure-feedback en une forme normale. Un observateur d'état est conçu pour estimer les états indisponibles et l'utilisation de la fonction de Nussbaum rend la connaissance a priori du signe du gain de commande non nécessaire. Dans la conception du contrôleur, similairement aux cas SISO, le problème des dérivées circulaire est contourné en se passant de la technique de back-stepping. La stabilité du système en boucle fermée est analysée au sens de de SPR -Lyapunov afin de montrer que les erreurs de poursuite convergent vers un petit voisinage de l'origine. De plus, la performance de poursuite du schéma de commande est illustrée par un exemple de simulation. Les lois d'adaptation des paramètres des réseaux de neurones de tous les schémas de commande proposés dans cette thèse utilisent la loi dite σ -modification pour garantir la bornitude des paramètres.

ASPECTS THÉORIQUES DE LA COMMANDE NON LINÉAIRE

Sommaire

1.1	Introduction	7
1.2	Les réseaux de neurones (neural networks NNs)	7
1.2.1	Les réseaux de neurones utilisé dans cette thèse	7
1.3	La commande adaptative	8
1.3.1	Principe de base	8
1.4	La commande adaptative neuronale	9
1.5	Stabilité des systèmes dynamiques	9
1.5.1	Méthode de Lyapunov	9
1.5.2	La seconde méthode de Lyapunov	10
1.6	La commande back-stepping	11
1.7	Commande back-stepping adaptative	11
1.7.1	L'algorithme de base	12
1.8	La commande par surface dynamique (DSC : dynamic surface control)	15
1.9	La commande adaptative DSC	16
1.9.1	Algorithme de base	16
1.10	Non-linéarité d'actionneur	18
1.10.1	La zone-morte (Dead-Zone)	18
1.10.2	La saturation	19

CHAPITRE 1. ASPECTS THÉORIQUES DE LA COMMANDE NON LINÉAIRE

1.11	Notations et préliminaires	20
1.11.1	Fonction de Nussbaum	20
1.11.2	Théorème de la valeur moyenne (MVT)	21
1.12	Conclusion	21

1.1 Introduction

La plupart des systèmes industriels sont complexes, difficilement modélisables et présentent de fortes non linéarités et entachés de perturbations structurelles et externes.

Ce chapitre est consacré à la présentation des différents aspects théoriques de la commande adaptative à base de réseaux de neurones pour des systèmes non linéaires. Étant donné leur importance pour les développements subséquents, la méthode du back-stepping et de la commande par surface dynamique (dynamic surface control : DCS) en particulier, bénéficieront de beaucoup d'attention. La stabilité des systèmes dynamiques sera également abordée. Par la suite, on présentera quelques rappels sur les non-linéarités de l'actionneur et quelques théorèmes tel que celui de la valeur moyenne, et lemmes relatifs à la fonction de Nussbaum qui se trouve très utiles pour la mise en œuvre de la loi de commande ainsi que pour l'analyse de la stabilité.

1.2 Les réseaux de neurones (neural networks NNs)

La conception des modèles neuronaux a commencé depuis 1943 avec les travaux de McCulloch et Pitts [1]. Ces deux chercheurs ont étudié les capacités d'interconnexion de plusieurs composants en se basant sur le modèle d'un neurone biologique. D'une manière générale, un réseau de neurones (neural networks NNs) peut être défini comme un réseau complexe constitué d'unités de calcul élémentaires (les neurones formels interconnectés). Chaque neurone reçoit des informations qui peuvent être les entrées du modèle dans le cas de modélisation, les sorties désirées ou les erreurs de commande dans le cas de la mise en œuvre d'un contrôleur neuronal.

1.2.1 Les réseaux de neurones utilisé dans cette thèse

Les réseaux de neurones ont été fréquemment utilisés comme une fonction d'approximation [2]. Dans cette étude, le réseau de neurones linéaire par rapport au vecteur de poids synaptiques W , et doté d'une seule couche cachée dont la fonction d'activation tangente hyperbolique est choisie sera utilisé pour approcher les dynamiques non linéaires incertaines et pour générer les lois de commande robustes et adaptatives. La sortie du réseau de neurones utilisé dans le cadre de cette thèse, est donnée par :

$$(1.1) \quad \hat{f}(Z/\hat{W}) = \hat{W}^T S(Z)$$

où $Z \in \Omega_Z \subset \mathbb{R}^m$ est l'entrée de NNs, $\hat{W} \in \mathbb{R}^N$ est le vecteur de paramètres à ajuster, et N est le nombre de nœuds du réseau de neurone, $S(Z) = [s_1(Z), \dots, s_N(Z)]^T$ est le vecteur de la fonction d'activation de forme sigmoïde de type tangente hyperbolique et donnée par l'équation suivante :

$$(1.2) \quad s_i(Z) = \frac{1 - e^{-Z}}{1 + e^{-Z}}, \quad i = 1, \dots, N$$

Selon la propriété d'approximation du NNs, les systèmes neuronaux peuvent approcher toute fonction continue non linéaire $f(Z) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ avec exactitude arbitraire, sur un ensemble compact Ω comme suit :

$$(1.3) \quad f(Z) = W^T S(Z) + \varepsilon(Z)$$

avec $\varepsilon(Z)$ représentant l'erreur d'approximation neuronale, W est le vecteur paramètre optimale de \hat{W} , si N est suffisamment grand, l'erreur d'approximation est bornée par $\bar{\varepsilon} > 0$, c'est à dire

$$(1.4) \quad |\varepsilon(Z)| \leq \bar{\varepsilon}$$

D'après les résultats de l'approximation universelle de NNs étudié dans [3], il est montré que la constante $\bar{\varepsilon}$ est rendue arbitrairement petite en augmentant le nombre de nœuds N du NNs.

Dans ce travail on suppose que la structure du réseau de neurones et leurs paramètres sont correctement spécifiés par l'utilisateur a priori. Cela veut dire que la décision de l'utilisateur est nécessaire pour régler la structure du NNs et les paramètres de NNs seront ajustés en ligne par des algorithmes d'adaptation.

1.3 La commande adaptative

1.3.1 Principe de base

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne des paramètres du régulateur afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander vari dans le temps [4]. En principe, un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance (IP) du système à commander à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré. Les paramètres du régulateur sont adaptés de manière à poursuivre le système dans son évolution [4].

1.4 La commande adaptative neuronale

Dans cette stratégie de contrôle, les réseaux de neurones sont introduits, en bénéficiant de leur propriété d'approximation universelle, pour développer des systèmes de commande adaptative selon deux approches. Dans la première approche par exemple dans [5–7], dite adaptative indirecte, généralement deux réseaux de neurones sont utilisés pour approcher les non linéarités du système non linéaires à commander. Une loi de commande est alors déduite à partir de ces approximations

Dans la deuxième approche par exemple dans [8, 9], dite adaptative directe, un seul réseau de neurones est utilisé pour approcher directement une loi de commande idéale sous certaines contraintes sur le gain de commande et ou sur sa dérivé. Dans les deux approches citées dans la littérature, la méthode de Lyapunov directe est utilisée pour analyser la stabilité du système de commande. En se basant sur cette méthode, une fonction de Lyapunov est construite à partir de l'erreur de poursuite et ses dérivées ainsi que l'erreur d'adaptation des poids des réseaux de neurones. Par conséquent, les lois d'adaptation des réseaux sont directement tirées à partir de cette analyse pour remplir les conditions de stabilité de Lyapunov.

1.5 Stabilité des systèmes dynamiques

La notion de stabilité d'un système dynamique caractérise le comportement de ses trajectoires autour de son point d'équilibre, c'est à dire, la capacité à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il est ponctuellement écarté. L'analyse de la stabilité d'un système dynamique permet donc d'étudier l'évolution de ses trajectoires d'état lorsque l'état initial est proche d'un point d'équilibre. Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées : les méthodes d'analyse qualitative, les méthodes géométriques, la théorie d'hyperstabilité de Popov, la théorie de Lyapunov, les versions floues des LMI (Linear Matrix Inequalities). La stabilité au sens de Lyapunov est une théorie générale valable pour toute équation différentielle.

1.5.1 Méthode de Lyapunov

La méthode de Lyapunov [10] permet d'étudier la stabilité des systèmes complexes qui sont décrits par des systèmes différentiels. Il existe deux approches possibles pour démontrer la stabilité du système :

1.5.1.1 La première méthode de Lyapunov

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connue sous le nom de la première méthode, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode apporte une validité théorique à la technique de linéarisation. Elle mentionne que si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors il y a stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéarisé est instable, il y a instabilité. Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale) [11]. De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non-linéaires (organe avec zone morte. .).

1.5.2 La seconde méthode de Lyapunov

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante ; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable. L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système.

Contrairement à la première méthode, la seconde méthode donne plus d'informations au niveau de la stabilité. Elle a l'avantage de ne pas se limiter à la prédiction des points d'équilibre, mais bien d'une région d'attraction autour de ces points d'équilibre. Pour l'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état x , la méthode directe et indirect de Lyapunov consiste alors, à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini qui se prête à l'application des théorèmes suivants :

Théorème 1.1. [10] Soit $V(x, t): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ une fonction continue de classe C^1 . La fonction V est dite fonction de Lyapunov si elle satisfait les conditions suivantes :

a) $\forall t \in \mathbb{R}^+, \forall x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0, V(x, t) > 0$

b) $\forall t \in \mathbb{R}^+, \dot{V}(x, t) \leq 0$

c) $\forall t \in \mathbb{R}^+, \lim_{x \rightarrow \infty} V(x, t) = \infty$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est définie par :

$$(1.5) \quad \dot{V}(x, t) = \frac{\partial V}{\partial t}(x, t) + \left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right]^T f(x, t)$$

où $\left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right] = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}(x, t), \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n}(x, t) \right]^T$ est le gradient de $V(x, t)/x$

Si $\dot{V}(x, t) < 0$, alors le système est asymptotiquement stable.

1.6 La commande back-stepping

La commande back-stepping est une technique qui prend en charge la nature non linéaire du système et qui s'appuie sur l'utilisation d'un modèle obtenu à partir des lois physiques. Il est utile de noter que la stabilité de cette technique est basée sur l'utilisation de la fonction de Lyapunov [12].

Les objectifs du back-stepping consistent à utiliser les états du système comme commande virtuelle avant de synthétiser la commande effective. Elle offre une approche systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires subdivisé en sous systèmes où la loi de commande apparaît à la dernière étape de l'algorithme. Lors des étapes intermédiaires, la stabilité du système non linéaire est traitée de proche en proche. La stabilité globale est traitée en dernière étape. Selon la connaissance ou non des paramètres du modèle, deux variantes de cette commande peuvent être élaborées : commande back-stepping non adaptative et adaptative.

Cependant, les modèles réels des systèmes physiques sont caractérisés par des paramètres (masses, inductances,...) qui sont peu connus ou variants dans le temps. Si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait mieux d'employer une loi d'adaptation pour les estimer convenablement.

Dans ce qui suit, nous allons rappeler l'algorithme de base de la commande back-stepping adaptative [13, 14].

1.7 Commande back-stepping adaptative

Dans cette section la procédure de conception du contrôle adaptatif non linéaire est présenté où le nombre des paramètres à estimer égal au nombre de paramètres inconnus. Les systèmes commandés par cette procédure possèdent des propriétés de stabilité robuste.

1.7.1 L'algorithme de base

Comme c'est le même cas pour la plupart des commandes non linéaires, l'application de la technique back-stepping est limitée à certaines classes de systèmes sous une certaine forme triangulaire [13, 14]. Afin d'illustrer le principe de la méthode du back-stepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme générale suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^T(x_1)\theta \\
 \dot{x}_i &= x_{i+1} + \varphi_i^T(x_1, \dots, x_{n-1})\theta, i = 2, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= bu + \varphi_n^T(x)\theta \\
 (1.6) \quad y &= x_1
 \end{aligned}$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T$, $\varphi_i : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^p$ est un vecteur de fonctions lisses, et $\theta \in \mathbb{R}^p$ est un vecteur de coefficients constants. La commande u est multipliée par le constant b , avec $b \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$. Si le but est d'atteindre la trajectoire désirée x_d en utilisant l'état x_1 , alors l'algorithme du back-stepping peut être utilisé pour la stabilisation globale asymptotique de l'erreur primaire du système (on note l'erreur primaire par $z \in \mathbb{R}^n$). Puisque le vecteur θ est inconnu, le système est alors augmenté par la dynamique de l'estimateur $\hat{\theta}$. Une version algorithmique adaptative du back-stepping est utilisée dans ce cas dans le but d'avoir une stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système. Le changement de variable adopté est décrit par les expressions :

$$(1.7) \quad z_1 = x_1 - x_d$$

$$(1.8) \quad z_i = x_i - \alpha_{i-1} - x_d^{i-1}, i = 2, 3, \dots, n$$

où α_i est la commande virtuelle. L'algorithme de la procédure back-stepping adaptative est illustré à travers l'enchaînement des étapes de l'algorithme suivant :

Étape 1 : On considère la première équation de (1.6), la variable d'état x_1 est traitée comme une commande virtuelle. La dérivée de l'erreur de poursuite z_1 est donnée par

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_d \\
 (1.9) \quad &= z_2 + \alpha_1 + \varphi_1^T(x_1)\theta
 \end{aligned}$$

La première fonction stabilisante α_1 est conçue comme suit :

$$(1.10) \quad \alpha_1 = -c_1 z_1 - \varphi_1^T(x_1)\hat{\theta}$$

où c_1 est une constante positive. La tâche dans cette étape est de réaliser la poursuite $x_1 \rightarrow x_d$ en considérant la fonction de Lyapunov

$$(1.11) \quad V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$$

où Γ est une matrice définie positive et $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$. Puis le dérivé de V_1 est

$$(1.12) \quad \begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= z_1(z_2 + \alpha_1 + \varphi_1^T(x_1)\hat{\theta}) - \tilde{\theta}^T(\Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}} - \varphi_1 z_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + \tilde{\theta}^T(\tau_1 - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + z_1 z_2 \end{aligned}$$

$$(1.13) \quad \tau_1 = \varphi_1 z_1$$

Étape 2 : On considère la première équation de 1.6, en considérant la variable d'état x_3 comme une commande virtuelle. Avec 1.7 la dérivée de l'erreur de poursuite z_2 est donnée par

$$(1.14) \quad \begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 - \ddot{x}_d \\ &= x_3 + \varphi_2^T \theta - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \theta) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_d} \dot{x}_d - \ddot{x}_d \\ &= z_3 + \alpha_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + (\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1)^T \theta - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_d} \dot{x}_d \end{aligned}$$

La tâche dans cette étape est de stabiliser (z_1, z_2) système (1.9) et (1.14). La fonction de Lyapunov est choisie comme suit :

$$(1.15) \quad V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2$$

La commande virtuelle α_2 est sélectionnée comme suit :

$$(1.16) \quad \alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \hat{\theta}^T \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \tau_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_d} \dot{x}_d$$

$$(1.17) \quad \tau_2 = \tau_1 + \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) z_2$$

où c_2 est une constante positive. Le dérivé de V_2 est

$$(1.18) \quad \begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left(z_3 + \alpha_2 + z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \hat{\theta}^T \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \tau_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_d} \dot{x}_d \right) \\ &\quad - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_d} \dot{x}_d + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 + \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) z_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right) \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \left(\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}} \right) + \tilde{\theta}^T \left(\tau_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right) \end{aligned}$$

Étape i : En répétant la procédure de manière récursive, nous en déduisons la $i^{\text{ième}}$ erreur de poursuite de z_i

$$(1.19) \quad \begin{aligned} \dot{z}_i &= z_{i+1} + \alpha_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1} + \theta^T \left(\varphi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \varphi_j \right) \\ &\quad - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_d^{(j-1)}} x_d^{(j)} \end{aligned}$$

La commande virtuelle α_i est sélectionnée comme suit :

$$(1.20) \quad \begin{aligned} \alpha_i &= -z_{i-1} - c_i z_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1} + \hat{\theta}^T \left(\varphi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \varphi_j \right) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_i \\ &\quad + \left(\sum_{j=1}^{i-1} z_j \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) \Gamma \left(\varphi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \varphi_j \right) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_d^{(j-1)}} x_d^{(j)} \end{aligned}$$

$$(1.21) \quad \tau_i = \tau_{i-1} + \left(\varphi_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \varphi_j \right) z_i$$

Avec la fonction Lyapunov

$$(1.22) \quad V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$$

La dérivée de V_i est donnée comme suit :

$$(1.23) \quad \dot{V}_i = \sum_{j=1}^{i-1} c_j z_j^2 + z_i z_{i+1} + \left(\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma \tau_i - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T (\tau_i - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}})$$

Étape n : L'entrée de la commande réelle u apparaît. Nous dérivons l'erreur z_n

$$(1.24) \quad \begin{aligned} \dot{z}_n &= bu + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1} + \theta^T \left(\varphi_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \varphi_j \right) - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \\ &\quad - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_d^{(j-1)}} x_d^{(j)} - x_d^{(n)} \end{aligned}$$

Dans la dernière étape on peut concevoir la commande réelle u et les lois d'adaptations $\dot{\hat{\theta}}$ et $\dot{\hat{p}}$ comme suit

$$(1.25) \quad u = \hat{p}\bar{u}$$

$$(1.26) \quad \bar{u} = \alpha_n + x_d^{(n)}$$

$$(1.27) \quad \dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_n$$

$$(1.28) \quad \dot{\hat{p}} = -\gamma \text{sign}(b)\bar{u}z_n$$

où γ est une constante positive et \hat{p} est l'estimation de $p = \frac{1}{b}$. Notons que

$$(1.29) \quad u = b\hat{p}\bar{u} = \bar{u} - b\tilde{p}\bar{u}$$

où $\tilde{p} = p - \hat{p}$. On choisi la fonction de Lyapunov

$$(1.30) \quad \begin{aligned} V_n &= V_{n-1} + \frac{|b|}{2\gamma}\tilde{p}^2 \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2}z_j^2 + \tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta} + \frac{|b|}{2\gamma}\tilde{p}^2 \end{aligned}$$

Le choix des lois d'adaptations permet de simplifier la dérivée de la fonction de Lyapunov V_n à :

$$(1.31) \quad \begin{aligned} \dot{V}_n &= - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + \left(\sum_{j=2}^n z_n \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma\tau_n - \dot{\hat{\theta}}) \\ &\quad + \tilde{\theta}^T (\tau_n - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) + \frac{|b|}{\gamma}\tilde{p}(\dot{\hat{p}} + \gamma \text{sign}(b)\bar{u}z_n) \\ &= - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 \end{aligned}$$

à partir de laquelle on peut déduire la stabilité asymptotique des erreurs. Selon les équations ci-dessus définissant le contrôleur et les lois d'adaptations, on peut voir clairement l'explosion de complexité impliquée par l'utilisation de plusieurs entrées de commande virtuelles avec leurs dérivées compliquées, ainsi que de nombreux paramètres de conception. Il est important de noter que le calcul précis des commandes virtuelles $\dot{\alpha}_i$ n'est pas simple, en particulier pour les systèmes d'ordre élevé en raison des dérivées partielles successives des paramètres d'adaptations.

1.8 La commande par surface dynamique (DSC : dynamic surface control)

L'utilisation de la commande par back-stepping est problématique en raison d'une "explosion de complexité" dans la loi de commande. Une autre méthode de synthèse

de la commande pour les systèmes triangulaires appelée la commande par surface de glissement multiple (MSS : Multiple Sliding Surface) a été développée indépendamment de la commande par back-stepping mais elle est mathématiquement très semblable au back-stepping [15, 16]. La méthode MSS a le même problème que la commande par back-stepping parce qu'elle mène aussi à une explosion de complexité. Afin d'éviter l'inconvénient de la commande par back-stepping et MSS, une technique de commande non linéaire appelée DSC (dynamic surface control) a été développée par [17–19]. La méthode de commande DSC se compose fondamentalement de MSS et de séries de filtres passe-bas du premier ordre. En raison des caractéristiques du MSS, la méthode DSC évite le problème de l'explosion de complexité.

1.9 La commande adaptative DSC

L'existence des gains de DSC et des constantes de temps des filtres pour la stabilité semi-globale a été théoriquement prouvée dans [17], et elle a été prolongée à la commande adaptative d'une classe spécifique des incertitudes paramétriques [20]. Pour un choix systématique des gains des surfaces et les constantes de temps des filtres, une approche est présentée dans [21] pour le cas non adaptatif.

1.9.1 Algorithme de base

Dans cette section, nous considérons les systèmes non linéaires décrits par la forme triangulaire paramétrique suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^T(x_1)\theta_1 \\
 \dot{x}_i &= x_{i+1} + \varphi_i^T(x_1, \dots, x_{n-1})\theta_i, i = 2, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= u + \varphi_n^T(x)\theta_n \\
 (1.32) \quad y &= x_1
 \end{aligned}$$

où, $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$, est le vecteur des variables d'état du système, $u \in \mathbb{R}$ est l'entrée de commande du système. $\theta_i \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des paramètres constants inconnus $\varphi_i = [\varphi_i^1, \dots, \varphi_i^p]^T, \varphi_i(\bar{x}_i) : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^p$ sont des fonctions non linéaires connues. La procédure de conception se déroulera en plusieurs étapes.

Étape 1 : Nous définissons la première surface :

$$(1.33) \quad S_1 = x_1 + x_{1d}$$

dont la dérivée temporelle est :

$$(1.34) \quad \dot{S}_1 = \dot{x}_1 + \dot{x}_{1d}$$

Nous choisissons \bar{x}_2 pour que S_1 tend vers zéro avec :

$$(1.35) \quad \bar{x}_2 = -\varphi_1^T \hat{\theta}_1 + \dot{x}_{1d} - K_1 S_1$$

Nous filtrons \bar{x}_2 par un filtre du premier ordre, avec une constante de temps τ_2 pour obtenir x_{2d} :

$$(1.36) \quad \tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2, x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0)$$

$$(1.37) \quad \dot{x}_{2d} = \frac{1}{\tau_2} \left(-x_{2d} - \varphi_1^T \hat{\theta}_1 + \dot{x}_{1d} - K_1 S_1 \right)$$

Étape $i(i=1, \dots, n-1)$: Nous définissons la $i^{\text{ième}}$ surface

$$(1.38) \quad S_i = x_i + x_{id}$$

dont la dérivée temporelle est

$$(1.39) \quad \begin{aligned} \dot{S}_i &= \dot{x}_i + \dot{x}_{id} \\ &= x_{i+1} - \varphi_i^T \hat{\theta}_i + \dot{x}_{id} \end{aligned}$$

Nous choisissons \bar{x}_{i+1} pour que S_i tend vers zéro avec :

$$(1.40) \quad \bar{x}_{i+1} = -\varphi_i^T \hat{\theta}_i + \dot{x}_{id} - K_i S_i$$

Nous filtrons \bar{x}_{i+1} par un filtre du premier ordre, avec une constante de temps τ_{i+1} pour obtenir x_{i+1d} :

$$(1.41) \quad \tau_{i+1} \dot{x}_{i+1d} + x_{i+1d} = \bar{x}_{i+1}, x_{i+1d}(0) = \bar{x}_{i+1}(0)$$

$$(1.42) \quad \dot{x}_{i+1d} = \frac{1}{\tau_{i+1}} \left(-x_{i+1d} - \varphi_i^T \hat{\theta}_i + \dot{x}_{id} - K_i S_i \right)$$

Étape n : Nous définissons la $n^{\text{ième}}$ surface

$$(1.43) \quad S_n = x_n + x_{nd}$$

dont la dérivée temporelle est

$$(1.44) \quad \begin{aligned} \dot{S}_n &= \dot{x}_n + \dot{x}_{nd} \\ &= u - \varphi_n^T \hat{\theta}_n + \dot{x}_{nd} \end{aligned}$$

Nous choisissons la loi de commande u pour que S_n tend vers zéro avec :

$$(1.45) \quad u = -\varphi_n^T \hat{\theta}_n + \dot{x}_{nd} - K_n S_n$$

Les lois d'adaptation des paramètres estimés sont données comme suit :

$$(1.46) \quad \dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_1 S_1 \varphi_1^T(x_1)$$

$$(1.47) \quad \dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i S_i \varphi_i^T(\bar{x}_1), i = 2, \dots, n-1$$

$$(1.48) \quad \dot{\hat{\theta}}_n = \Gamma_n S_n \varphi_n^T(x)$$

où $\Gamma_i > 0 (i = 1, \dots, n)$ sont les paramètres de conception. Ce qui est beaucoup plus simple que les méthodes précédents.

1.10 Non-linéarité d'actionneur

Il est bien connu qu'en pratique tous les systèmes dynamiques sont soumis à des limitations sur leurs entrées dues à des contraintes physiques inhérentes au système ou bien à des limitations sur les actionneurs. Ces limitations sont modélisées par des non-linéarités de type saturation, ainsi que la fonction zone morte, puisqu'elle présente un grand intérêt pratique.

1.10.1 La zone-morte (Dead-Zone)

La non-linéarité de type zone-morte est une fonction non différentiable qui décrit l'insensibilité du composants à de petits signaux et constitue l'une des plus importantes non-linéarités dans de nombreux systèmes physiques. Par exemple, certains composants mécaniques et électriques, tels que les vannes et les servomoteurs à courant continu, possèdent tous des entrées en zone morte. Il est bien connu que la présence d'une telle non-linéarité peut causer l'instabilité du système en boucle fermée et la détérioration grave de ses performances. Mathématiquement, la zone-morte peut être décrite par (voir la figure 1.1) :

$$(1.49) \quad u(v) = \begin{cases} m_r(v(t) - b_r) & \text{si } v(t) > b_r \\ 0 & \text{si } b_r \leq v(t) \leq b_l \\ m_l(v(t) - b_l) & \text{si } v(t) < b_l \end{cases}$$

où $b_r > 0, b_l < 0, m_r > 0, m_l > 0$ sont respectivement les paramètres et les pentes de la zone morte.

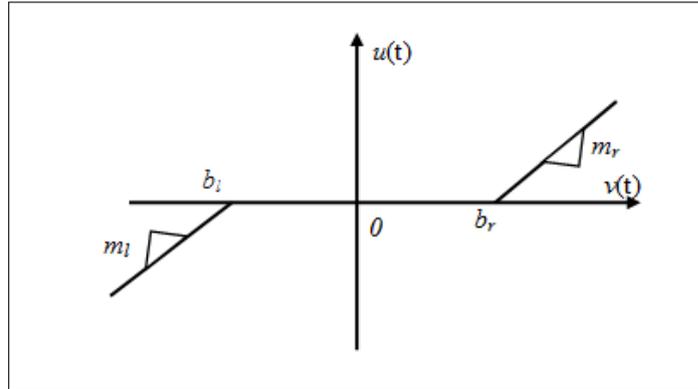


FIGURE 1.1: La fonction de la zone morte.

1.10.2 La saturation

La saturation a été toujours un problème important pour les systèmes de commande, du fait que tous les actionneurs seaturent à un certain niveau. Lorsqu'un actionneur atteint ces limites, on dit qu'il est saturé et aucune tentative visant à accroître le signal de commande ne donne un résultat.

Mathématiquement, la saturation peut être décrite par :

$$(1.50) \quad u(v) = \text{sat}(v(t)) = \begin{cases} v_{max} & \text{si } v(t) > v_{max} \\ v & \text{si } v_{min} \leq v(t) \leq v_{max} \\ v_{min} & \text{si } v(t) < v_{min} \end{cases}$$

avec v_{max} et v_{min} sont des valeurs connues de la saturation de l'entrée v . La fonction de saturation est notée $\text{sat}(u(t))$ et peut être représentée par la figure (1.2).

Les effets indésirables que peut causer la saturation sur les systèmes de commande sont la dégradation des performances de commande comme les grands dépassements et les cycles limite. Dans le pire des cas, elle peut causer une instabilité du schéma de commande.

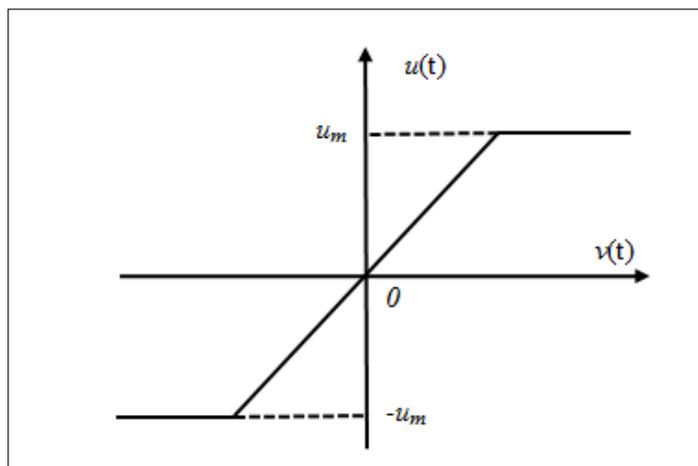


FIGURE 1.2: Structure de la fonction saturation.

1.11 Notations et préliminaires

1.11.1 Fonction de Nussbaum

Pour développer des lois de commande où il est considéré que le signe du gain de commande est inconnu, on utilise la technique de la fonction de Nussbaum. Cette technique était proposée dans [22, 23]. Une fonction continue et dérivable $N(\zeta)$ définie sur $[0, \infty)$ est dite fonction (ou gain) de Nussbaum si elle vérifie

$$(1.51) \quad 1) \lim_{s \rightarrow \infty} \sup(1/s) \int_0^s N(\zeta) d\zeta = +\infty$$

$$(1.52) \quad 2) \lim_{s \rightarrow -\infty} \inf(1/s) \int_0^s N(\zeta) d\zeta = -\infty$$

Ces propriétés sont exploitées dans la démonstration de stabilité.

Par exemple les fonctions continues : $\zeta \rightarrow e^{\zeta^2} \cos(\frac{\pi}{2} \zeta)$, $\zeta \rightarrow \zeta^2 \cos(\zeta)$ sont des fonctions Nussbaum.

Dans cette thèse la fonction utilisée est $N(\zeta) = \zeta^2 \cos(\zeta)$.

Lemme 1.1. ([22, 23]) soient $V(t)$ et $\zeta(t)$ deux fonction continue définies sur $[0, t_f)$, avec $V(t) > 0, \forall t \in [0, t_f)$ et $N(\zeta)$ est une fonction continue de type Nussbaum. Si l'inégalité suivante est vérifiée pour $\forall t \in [0, t_f)$,

$$(1.53) \quad V(t) \leq c_0 + e^{c_1 t} \int_0^t (g(\tau) N(\zeta(\tau)) + 1) \dot{\zeta}(\tau) e^{c_1 \tau} d\tau$$

avec c_0 et c_1 sont constants positives, et $g(\cdot)$ prend ses valeurs dans l'intervalle fermée inconnue $I = [\underline{l}, \bar{l}]$ avec $0 \notin I$, alors $V(t)$, $\zeta(t)$, et $\int_0^t g(\tau)N(\zeta)\dot{\zeta}d\tau$ sont bornées sur l'intervalle $[0, t_f)$.

Lemme 1.2. ([23]) *En supposant que $0 \leq t_f \leq \infty$ ainsi que $x : [0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^N$ est la solution de système en boucle fermée. Si x est la solution bornée, donc $t_f = \infty$.*

1.11.2 Théorème de la valeur moyenne (MVT)

Soit $f(x, u)$ une fonction continue et intégrable, alors il existe une constante θ , avec $\theta \in (0, 1)$, telle que la fonction non linéaire $f(x, u)$ peut être exprimée autour u^0 comme suit [24] :

$$(1.54) \quad f(x, u) - f(x, u^0) = f_{u^\theta} (u - u^0)$$

où $f_{u^\theta} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u^\theta}$ avec $u^\theta = u \cdot \theta + (1 - \theta)u^0$.

En utilisant la technique de linéarisation, l'expression (1.54) peut être réécrite comme suit :

$$(1.55) \quad \Delta(x, u) - \Delta(x, u^0) = (f_{u^\theta} - c)(u - u^0)$$

1.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de la commande adaptative neuronale pour des systèmes non linéaires, et nous avons aussi montré que les systèmes neuronaux, en général, ont la propriété d'approximation universelle. En fait, ils peuvent estimer n'importe quelle fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact. Ensuite, nous avons attaché une importance à la commande back-stepping et la commande DSC associées à la commande adaptative. Un rappel sur les deux types de back-stepping adaptative et non adaptative ainsi que un rappel sur DSC ont été établi afin de mettre en relief ces techniques.

Par ailleurs, un ensemble de définitions relatives à l'analyse de la stabilité, également des lemmes et des théorèmes ainsi que les non-linéarités de l'actionneur, qui sont très utiles pour la conception de la commande ont été rappelés.

COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME STRICT-FEEDBACK

Sommaire

2.1	Introduction	25
2.2	Système NL strict-feedback avec une saturation de l'entrée et perturbation externe et avec gain de commande inconnu	28
2.2.1	Position du problème	28
2.2.2	La transformation du système et dynamique des erreurs	31
2.2.3	Conception de l'observateur	34
2.2.4	Conception d'un mécanisme de déclenchement par événement	35
2.2.5	Analyse de la stabilité	37
2.2.6	Résultats de simulation	40
2.3	Système NL strict-feedback avec des non linéarités de l'entrée et contrainte sur la sortie et avec le gain de commande constant	49
2.3.1	Position du problème	49
2.3.2	La fonction de performance prescrite	49
2.3.3	Conception de la commande avec une zone morte sur l'entrée	53
2.3.4	Analyse de la stabilité	55
2.3.5	Résultats de simulation	58
2.3.6	Conception de la commande avec un équivalent de la saturation de l'entrée	62

CHAPITRE 2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO
DE LA FORME STRICT-FEEDBACK

2.3.7	Analyse de la stabilité	64
2.3.8	Résultats de simulation	67
2.4	Conclusion	68

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, le problème de la commande des systèmes NL sous la forme strict-feedback sera étudiée tout en considérant que les entrées sont assujetties à des contraintes de type saturation et zone morte, ainsi que la présence de perturbation externes. Il est bien connu que lorsque la commande est conçue sans tenir compte de la non linéarité qui affecte l'actionneur, la performance du système, en boucle fermée, peut être sérieusement détériorée voire même provoquer son instabilité.

En effet, pour traiter le cas de la saturation, il existe une approche pratique est systématique pour compenser cette dégradation de performance, qui consiste à augmenter le système original par un sous-système spécifique, anti-wind-up [25–28]. Plusieurs autres schémas de commande adaptative ont été étudiés dans [29–35] pour gérer la contrainte de saturation en utilisant une fonction continue bornée inconnue de type tangente hyperbolique afin d'approximer la fonction de saturation. Dans [28], un schéma de commande à retour de sortie basé sur la combinaison de la technique back-stepping et la logique floue a été présenté. Basé sur la combinaison de la perturbation externe et de l'erreur d'approximation de la fonction de saturation, un contrôleur adaptatif robuste a été développé dans [29].

Par ailleurs, la zone morte est l'une des non-linéarités les plus courantes dans les actionneurs industriels et sa présence peut causer l'instabilité et détériorer les performances des systèmes de commande.

Pour traiter le cas des contraintes de type zone-morte (dead-zone), qui peut limiter sévèrement les performances du système, la compensation via l'emploi de leurs inverses s'avère la manière la plus naturelle[36]. Cependant, ceci ne peut être envisageable que si les non-linéarités de la zone-morte sont exactement connues. La construction adaptative de l'inverse de la zone-morte a été initialement étudiée dans [37, 38]. Une commande adaptative floue par retour de sortie qui traite les entrées de la zone morte comme des incertitudes du système, a été développé dans [39]. Dans [40], un contrôleur adaptatif neuronal est conçu sur la base de n paramètres de NNs à mettre à jour en ligne, pour la dynamique du CSTR. Dans [40, 41] les systèmes non linéaires non affines sous la forme pure-feedback avec la contrainte de la zone morte non symétrique sont transformés en un prédicteur à n -pas successifs, et des termes de commande adaptatifs compensateurs sont utilisés pour compenser les paramètres de la zone morte. Ces résultats de recherche sont récemment été combinés avec la technique d'approximation universelle utilisant des réseaux de neurones (NNs) ou systèmes flous dans [2] et [42], respectivement.

Dans tous les schémas de commande adaptatifs susmentionnés, la technique de back-stepping a été appliquée, et le problème bien connu de l'explosion de complexité est rencontré. La solution de ce problème est donnée par l'introduction de la méthode de contrôle de surface dynamique (DSC) [17, 43–45] où un filtre du premier ordre à l'entrée de chaque étape de l'approche de back-stepping traditionnelle est utilisé. Une conception DSC adaptative par retour de sortie a été envisagée dans [46, 47] pour une classe des systèmes incertains non linéaires strict-feedback avec la contrainte de saturation sur l'entrée. En outre, cette méthode a été étendue à une classe de systèmes non linéaire strict-feedback stochastiques avec commutation et sous contrainte dans [48]. Il est à noter que la conception et la synthèse de la méthode DSC sont compliquées et passent par de longues étapes pour les systèmes d'ordre élevé similaire à celle de la récursivité du back-stepping. De plus, les lois d'adaptation impliquées dans DSC nécessitent un nombre important de paramètres à mettre à jour en ligne, ce qui rend la loi de commande ainsi que l'analyse de stabilité plus compliqués. Seulement, peu de résultats ont été reportés sur la commande adaptative neuronale pour les systèmes sous la forme générale strict-feedback sans l'utilisation des techniques back-stepping et DSC [49–51].

Il est important de mentionné que l'ingénierie pratique nécessite souvent que tout algorithme de commande proposé satisfasse certaines qualités ou indices de performance, tels que le dépassement, le taux de convergence et l'erreur en régime permanent. De nombreux travaux existants ont été développés pour résoudre ce problème en utilisant la fonction Barrière de Lyapunov (BLF), et ont démontré de garantir la satisfaction des contraintes. Initialement, la BLF était proposée pour gérer les contraintes sur les états des systèmes de type normal, dites de Brunovsky [52]. Dans [53, 54], BLF est montrée pour être prometteuse pour gérer les contraintes de sortie symétriques et asymétriques pour certaines classes de systèmes non linéaires, même avec des paramètres incertains. Il existe une autre solution de conception basée sur la transformation de l'erreur de poursuite. Originellement, cette méthode a été présentée dans le contexte de la commande adaptative avec prescription de performances (prescribed performance control (PPC))[55, 56] [35,36]. En effet, dans [57], la transformation utilisée est basée sur la fonction logarithme, cependant, dans [25, 58], c'est la fonction tangente hyperbolique qui est utilisée.

Les algorithmes des travaux susmentionnés nécessitent un actionnement, en temps réel, à chaque période d'échantillonnage des signaux de commande aux actionneurs. Ceci augmente la charge de communication et les coûts de transmission. Afin de réduire cette charge, il existe une technique d'actionnement déclenché par événement (event-triggered

control). Dans ce cas, la commande ne sera déclenchée que par un événement lorsque certaines conditions, basées sur un état ou sur une sortie, sont réalisées et le signal de commande sera maintenu constant jusqu'au prochain déclenchement de l'événement. Des efforts importants ont été consacrés pour le développement des techniques d'actionnement déclenchées par événement. Des résultats ont été obtenus pour le contrôle déclenché par événement pour les systèmes linéaires et non linéaires [59–66]. Dans [62], cette stratégie est proposée pour les systèmes non linéaires, basé sur la stabilité entrée/état (ISS input to state stability). Dans [63, 64], les auteurs ont étudié le schéma de commande adaptatif avec retour de sortie et retour d'état, respectivement pour les systèmes strict-feedback. Cependant, les résultats de la commande déclenché par un événement, pour des systèmes non linéaires incertains, sont encore très limités, en particulier lorsque ces systèmes sont soumis à une non-linéarité en entrée et à des perturbations externes, ce qui motive notre travail exposé dans ce chapitre.

Dans la première partie de ce chapitre, un schéma de commande adaptatif neuronal est proposé pour une classe de système SISO non linéaire complètement strict-feedback avec saturation à l'entrée. Dans ce cadre, le mécanisme de déclenchement par événement (event-triggering mechanism (ETM)) est exploité. En particulier, la stratégie à seuil fixe est utilisée pour concevoir le mécanisme de déclenchement d'événement. Dans l'approche proposée, la technique de back-stepping a été abandonnée afin d'éliminer le problème de l'explosion de complexité. D'abord, par l'introduction d'une transformation d'état et l'augmentation du système original par un filtre passe bas, les difficultés de commander les systèmes non linéaires et avec saturation sur l'entrée ont été contourné en convertissant le problème original en un problème de commande saturé sous la forme affine de Brunovsky. Puis, un observateur basé sur la positivité des systèmes (SPR) est adopté pour estimer les états inconnus du nouveau système dérivé. Dans la conception du contrôleur, les réseaux de neurones sont utilisés pour approximer les incertitudes des non linéarités ainsi que pour compenser l'effet de la saturation sur l'entrée. Dans cette approche, les lois de commande sont augmentées par des commandes additives pour compenser l'influence des erreurs d'approximation neuronales, et afin d'assurer la robustesse des structures de commande en présence des saturations sur l'entrée. Les lois d'adaptation des paramètres des réseaux de neurones utilisent un algorithme dit σ -modification [10] pour garantir la bornitude des paramètres. Finalement, La stabilité du système en boucle fermée a été analysée au sens de Lyapunov pour prouver que l'approche de la commande adaptative proposée peut garantir la bornitude des états du système en boucle fermée, ainsi que les erreurs de poursuite convergent vers un petit

voisinage de l'origine. De plus, les performances de poursuite du schéma de commande sont illustrées par deux exemples de simulations.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, la même classe de systèmes étudié dans la première partie est considérée avec gain de commande constant et des contraintes sur la sortie ainsi que des non linéarités sur l'entrée, en l'occurrence la zone morte. Dans cette partie de travail, des exigences de performance en régime transitoire et régime établie sont imposées sur la sortie du système. Dans une première approche, un terme de contrôle robuste est introduit pour surmonter les effets de la zone morte sur l'entrée inconnue, cependant, dans une deuxième approche, un compensateur additif est conçu pour réduire l'influence de la saturation de l'actionneur. Dans la conception des contrôleurs, les réseaux de neurones sont utilisés pour approximer les non linéarités incertaines, et des compensateurs adaptatifs supplémentaires sont introduits pour faire face aux erreurs d'approximation des NNs et aux perturbations externes. Pour assurer les performances prescrites, à priori, sur la sortie du système, une transformation des contraintes est introduite sur le modèle. Les contrôleurs adaptatifs neuronaux proposés sont conçus avec un seul paramètre adaptatif en utilisant la deuxième méthode de stabilité de Lyapunov. En comparaison avec les techniques traditionnelles basées sur l'approche back-stepping, communément utilisées dans la conception des commandes, les structures des approches proposées sont beaucoup plus simples, avec peu de paramètres de conception due à l'élimination des causes du problème de la complexité. Les performances de ces commandes adaptatives proposées sont démontrées via un exemple de simulation du système CSTR.

2.2 Système NL strict-feedback avec une saturation de l'entrée et perturbation externe et avec gain de commande inconnu

2.2.1 Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires strict-feedback décrite par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u(v) + \bar{d}(\bar{x}_n, t) \\
 (2.1) \quad y &= x_1
 \end{aligned}$$

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

où $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure, $y \in \mathbb{R}$ est la sortie de système et $\bar{d}(t)$ est la perturbation externe bornée. $f_i(\cdot)$ et $g_i(\cdot)$ sont des fonctions continues non affine inconnues. De plus, v est l'entrée de la commande et $u(v(t))$ est la non-linéarité inconnue de l'actionneur qui est supposée ici : une saturation.

Selon [29], la saturation sur l'entrée $u(v(t))$ peut être décrit par

$$(2.2) \quad u(v) = \text{sat}(v) = \begin{cases} \text{sign}(v(t))u_m & |v(t)| > u_m \\ v(t) & |v(t)| \leq u_m \end{cases}$$

où u_m est un paramètre de saturation. Il est clair que, la relation entre la commande appliquée $u(v)$ et la commande d'entrée $v(t)$ est un coin pointu, quand $|v(t)| = u_m$, donc on ne peut pas appliquer directement la commande proposée. Afin de faciliter la conception de cette approche, la fonction saturation (2.2) est rapprochée par une fonction continue $g(v)$ dans la figure 2.1, comme suit

$$(2.3) \quad \text{sat}(v(t)) = g(v) + d(v)$$

Selon [29], la saturation peut être approximé par la fonction lisse suivante :

$$(2.4) \quad \begin{aligned} g(v) &= u_m \tanh\left(\frac{v}{u_m}\right) \\ &= u_m \frac{\exp\left(\frac{v}{u_m}\right) - \exp\left(-\frac{v}{u_m}\right)}{\exp\left(\frac{v}{u_m}\right) + \exp\left(-\frac{v}{u_m}\right)} \end{aligned}$$

Nous pouvons voir qu'il existe une erreur $d(v)$ entre $u(v(t))$ et $g(v)$. Alors, $d(v)$ peut être écrit comme as

$$(2.5) \quad d(v) = \text{sat}(v(t)) - g(v)$$

Par ce que $\tanh(\cdot)$ est une fonction bornée, on a $|d(v)| = |\text{sat}(v(t)) - g(v)| \leq u_m (1 - \tanh(\cdot))$ est bornée comme prouve dans [29].

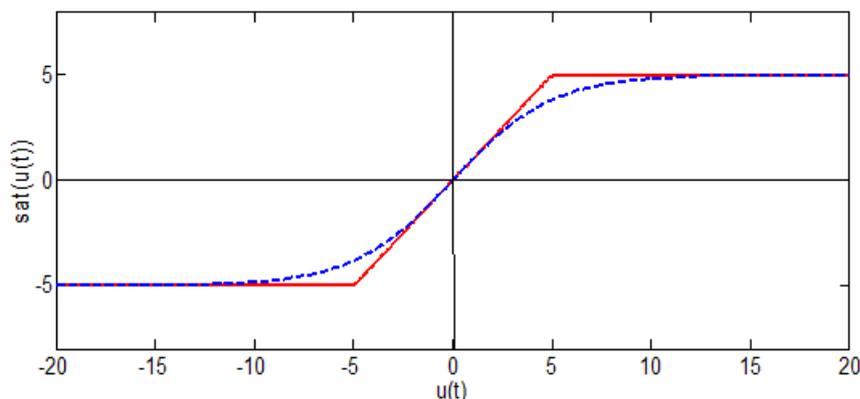


FIGURE 2.1: Saturation $u_m \tanh(\frac{v}{u_m})$ (traits discontinus) and $\text{sat}(v(t))$ (traits continus).

L'objectif de la commande est de concevoir un déclenchement d'événement d'un contrôleur adaptatif neuronale capable de forcer la sortie du système $y(t)$ à suivre une trajectoire de référence $y_d(t)$ bornée bien déterminée, sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés et .

Pour cela on détermine une loi d'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètres tel que les conditions suivantes soient satisfaites :

- (i) Le système en boucle fermée doit d'être stable et robuste dans le sens où toutes les variables estimées soient uniformément bornées.
- (ii) L'erreur de poursuite, doit être la plus petite possible.

Pour la conception des lois de commande adaptative pour le système strict-feedback, le système (2.1) est réécrit comme

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + x_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= F_n(\bar{x}_n, u(v)) + u(v) + \bar{d}(\bar{x}_n, t) \\
 (2.6) \quad y &= x_1
 \end{aligned}$$

où $F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = f_i(\bar{x}_i) + (g_i(\bar{x}_i) - 1)x_{i+1}$ et $F_n(\bar{x}_n, u(v)) = f_n(\bar{x}_n) + (g_n(\bar{x}_n) - 1)u(v)$. Le système (2.1) est utilisé pour concevoir l'observateur et le contrôleur dans la section suivante. Pour assurer la réalisation de l'objectif de poursuite, Les hypothèses et lemmes suivants sont considérés :

Hypothèse 2.1. Le gain de commande $g_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ est différent de zéro et de signe connu.

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

Hypothèse 2.2. *La trajectoire désirée y_d et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées et le vecteur $Y_d = [y_d, \dots, y_d^{(n)}]$ où $Y_d \in \Omega_d \subset \mathbb{R}^n$ avec Ω_d étant un ensemble compact.*

Lemme 2.1. *([26]) Pour $\forall \zeta > 0$ et $\forall q \in \mathbb{R}$ l'inégalité suivante est valable*

$$(2.7) \quad 0 \leq |q| - q \tanh\left(\frac{\zeta}{q}\right) \leq \kappa \zeta$$

avec $\kappa = 0.2785$

Lemme 2.2. *(Young's inequality [67]) For $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, l'inégalité suivante est valable :*

$$(2.8) \quad xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{p\varepsilon^q} |y|^q,$$

avec $\varepsilon > 0$, $p > 1$, $q > 1$, and $(p-1)(q-1) = 1$

2.2.2 La transformation du système et dynamique des erreurs

Dans cette section, un schéma de commande adaptative à base de réseau de neurones sera présenté. Pour améliorer la performance de poursuite, on développe un nouveau schéma de commande pour surmonter les difficultés introduites par la cascade du système strict-feedback saturé. En incorporant le système strict-feedback (2.6) avec un filtre passe bas est converti en un système affiné strict-feedback dans une forme normale mais avec les états indisponible pour la rétroaction. Alors, le système (2.1) devient :

$$(2.9) \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= F_n(\bar{x}_n, u(v)) + g(v) + d(\bar{x}_n, t), \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

$$(2.10) \quad \dot{v} = -cv + \omega$$

où $c \in \mathbb{R}^+$ est une constante positive, $d(\bar{x}_n, t) = d(v) + \bar{d}(\bar{x}_n, t)$ et ω est un signal de commande auxiliaire pour être conçu pour générer un signal de commande stable v , dans le système augmenté donné par (2.9). Pour le système augmenté, il est considéré que l'entrée de la commande v comme un système d'états, et ω est une nouvelle entrée de commande. L'effet de $d(\bar{x}_n, t)$ est due à une combinaison de perturbations externes $\bar{d}(\bar{x}_n, t)$ et l'erreur d'approximation de la fonction de la saturation $d(v)$ et donc nous l'appelons un "disturbance-like" terme pour la simplicité de la présentation.

Dans ce qui suit, en utilisant les transformations rapportées dans [50, 51], on montre que

le système (2.9) peut être transformé en la forme normale en sélectionnant de nouvelles variables d'état comme suit :

$$s_i = x_1^{(i-1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1.$$

Étape 1 : Définir le nouvel état $s_1 = y = x_1 \triangleq \varphi_1(x_1)$.

Étape 2 : choisir $s_2 = \dot{s}_1 = F_1(x_1, x_2) + x_2 \triangleq \varphi_2(\bar{x}_2)$ et la dérivée temporelle de s_2 peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{\varphi}_2(\bar{x}_2) \\ &= \frac{\partial \varphi_2(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \varphi_2(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 \\ (2.11) \quad &\triangleq \varphi_3(\bar{x}_3) \end{aligned}$$

Étape i : ($i = 3, \dots, n$), De manière similaire, soit $s_i = \dot{s}_{i-1} \triangleq \varphi_i(\bar{x}_i)$ et la dérivée temporelle de s_i est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{\varphi}_i(\bar{x}_i) \\ &= \sum_{j=1}^i \frac{\partial \varphi_i(\bar{x}_i)}{\partial x_j} \dot{x}_j \\ (2.12) \quad &\triangleq \varphi_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) \end{aligned}$$

Étape n+1 : Soit finalement $s_{n+1} = \dot{s}_n \triangleq \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))$, et en prenant sa dérivée par rapport au temps, on aura :

$$\begin{aligned} \dot{s}_{n+1} &= \dot{\varphi}_{n+1}(\bar{x}_n, u(v)) \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v} \dot{v} \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v} \dot{v} \\ &\quad + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} (F_n(\bar{x}_n, u(v)) + g(v) + d(v)) \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v} \dot{v} \\ &\quad + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} (F_n(\bar{x}_n, u(v)) + g(v)) \\ (2.13) \quad &+ \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} d(\bar{x}_n, t) \end{aligned}$$

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

Par substitution le système auxiliaire dans (2.13), on obtient

$$(2.14) \quad \dot{s}_{n+1} = F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \psi(\bar{x}_n, t)$$

où

$$(2.15) \quad \begin{aligned} F(\bar{x}_n, u(v)) &= \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_j} \dot{x}_j - c \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v} v \\ &+ \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} (F_n(\bar{x}_n, u(v)) + g(v)) \end{aligned}$$

$$(2.16) \quad g(\bar{x}_n, u(v)) = \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v}$$

$$(2.17) \quad \psi(\bar{x}_n, t) = \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} d(\bar{x}_n, t)$$

En conséquence, le système (2.14) peut être décrit sous la forme normale avec le respect les nouveaux états :

$$(2.18) \quad \begin{aligned} \dot{s}_i &= s_{i+1}, 1 \leq i \leq n \\ \dot{s}_{n+1} &= F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \psi(\bar{x}_n, t) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

avec $s = [s_1, \dots, s_{n+1}]^T$ sont les nouvelles variables d'état, et $y \in \mathfrak{R}$ la sortie mesurée. $F(\bar{x}_n, u(v))$ et $g(\bar{x}_n, u(v))$ sont des fonctions non linéaires inconnues. Soit l'erreur de poursuite définie par :

$$(2.19) \quad e_1 = y - y_d = s_1 - y_d$$

où $e = [e_1, e_2, \dots, e_{n+1}]^T = [e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n)}]^T$. La dynamique des erreurs de poursuite sera alors donnée par :

$$(2.20) \quad \dot{e}_{n+1} = -F(\bar{x}_n, u(v)) - g(\bar{x}_n, u(v))\omega + y_d^{(n+1)} - \psi(\bar{x}_n, t)$$

ce qui peut être écrit sous forme matriciel

$$(2.21) \quad \begin{aligned} \dot{e} &= Ae + B \left[-F(\bar{x}_n, u(v)) - g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \psi(\bar{x}_n, t) + y_d^{(n+1)} \right] \\ y &= C^T e \end{aligned}$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$$

Notons que la paire (A, B) est contrôlable et la paire (C^T, A) est observable.

2.2.3 Conception de l'observateur

Etant que les états e_1, \dots, e_n de la transformation du système (2.1) sont indisponibles pour la rétroaction. On considère maintenant l'observateur suivant pour l'estimation du vecteur d'erreur de poursuite e , comme suit :

$$(2.22) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= (A - Bk^T)\hat{e} - B y_d^{(n+1)} + L\tilde{e}_1 \\ \hat{e}_1 &= C^T \hat{e} \end{aligned}$$

où $\tilde{e} = e - \hat{e}$, $\hat{e} = \hat{s} - Y_d$, avec \hat{s} est l'estimé du vecteur d'état s et \hat{e} est l'estimé du vecteur des erreurs de poursuite e . Par conséquent, si l'erreur d'observation \tilde{e} converge vers zéro, l'erreur de poursuite estimée \hat{e} convergera également vers zéro. Notons que $k = [k_0, k_1, \dots, k_n]^T$ est le vecteur de gain de retour d'état, $L = [L_1, \dots, L_{(n+1)}]^T$ est le vecteur de gain d'observateur, et ils seront choisis de sorte que les polynômes caractéristiques de $A - Bk^T$ et $A - LC^T$ sont Hurwitz (c.-à-d., stable).

Notons par P_1 la solution symétrique et définie positive de l'équation matricielle de Lyapunov suivante

$$(2.23) \quad (A - Bk^T)^T P_1 + P_1 (A - Bk^T) = -Q_1$$

où $(A - Bk^T)$ et Q_1 est une matrice symétrique et définie positive dont le choix est libre. Les fonctions $F(\bar{x}_n, u(v))$ et $g(\bar{x}_n, u(v))$ peut être approximées selon le théorème des approximateurs universels [2], comme suit

$$(2.24) \quad F(\bar{x}_n, u(v)) = W_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z)$$

$$(2.25) \quad g(\bar{x}_n, u(v)) = W_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z)$$

où $\varepsilon_1(Z)$ et $\varepsilon_2(Z)$ sont les erreurs d'approximation neuronale, le vecteur d'entrée $Z = [\bar{x}_n, v, u(v)]^T$. W_1 et W_2 sont respectivement les paramètres optimaux qui est défini par

$$(2.26) \quad W_i = \operatorname{argmin}_W \{ \sup_{z \in \Omega_z} |\hat{f}(Z/W) - f(Z)| \}$$

où Ω_W est l'espace de contraintes de W .

Soit le vecteur des erreurs d'observation comme, $\tilde{e} = e - \hat{e} = [\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_{n+1}]^T$. Il s'ensuit alors de (2.21), (2.22) et (2.24)-(2.25) que :

$$(2.27) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T)\tilde{e} + [\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)\omega - \hat{W}_1^T S(Z) - \hat{W}_2^T S(Z)\omega \\ &\quad - \varepsilon_2(Z)\omega - \varepsilon_1(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} - \psi(\bar{x}_n, t)] \\ \tilde{e}_1 &= C^T \tilde{e} \end{aligned}$$

2.2.4 Conception d'un mécanisme de déclenchement par événement

Comme discuté précédemment, la stratégie de déclenchement par événement est traitée comme une manière valide de réduire la charge de communication. Inspiré par l'idée de [61], la stratégie du seuil fixe est considérée pour concevoir le mécanisme de déclenchement par événement ce qui est donné comme suit :

$$(2.28) \quad \omega(t) = \check{\omega}(t_k) \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1})$$

$$(2.29) \quad t_{k+1} = \inf\{t \in \mathbb{R} \mid |z(t)| \geq m\}, \quad t_1 = 0$$

où $\check{\omega}(t)$ est la loi de commande, 'inf' représente l'infimum d'un ensemble (c.-à-d., la plus grande limite inférieure d'un ensemble), $z(t) = \check{\omega}(t) - \omega(t)$ est l'erreur de mesure, $z(t)$ sera remis à zéro lorsqu'un événement se produit, m est un paramètre positif de la conception. $\{t_k, k \in \mathbb{N}\}$ est le temps de mise à jour du contrôleur, c.-à-d., quand (2.29) est déclenché, le temps sera marqué comme t_{k+1} est la valeur de la commande $\omega(t_{k+1})$ sera la commande du système. Lors du temps $t \in [t_k, t_{k+1})$ le signal de la commande reste constant c.-à-d., $\check{\omega}(t_k)$. Par (2.29), on sait que

$$(2.30) \quad |\check{\omega}(t) - \omega(t)| \leq \mu(t)m \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

Par conséquent, il existe un paramètre continu variant dans le temps $\mu(t)$, satisfaisant $\mu(t_k) = 0$, $\mu(t_{k+1}) = \pm 1$, et $|\mu(t)| \leq 1$, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, sachant que

$$(2.31) \quad \check{\omega}(t) = \omega(t) + \mu(t)m.$$

Selon (2.27) et (2.31), on peut obtenir que

$$(2.32) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T)\tilde{e} + B[\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)(\check{\omega}(t) - \mu(t)m) \\ &\quad - \hat{W}_1^T S(Z) - \hat{W}_2^T S(Z)(\check{\omega}(t) - \mu(t)m) - \varepsilon_2(Z)(\check{\omega}(t) \\ &\quad - \mu(t)m) - \varepsilon_1(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} - \psi(\bar{x}_n, t)] \end{aligned}$$

La loi de commande déclenchée par un événement est donnée comme suit,

$$(2.33) \quad \check{\omega}(t) = v_{\check{\omega}}(t) + v_c(t)$$

où

$$\begin{aligned} v_c(t) &= -\bar{m} \operatorname{sign}(\tilde{e}_1) \\ v_{\check{\omega}}(t) &= \frac{\tanh(\varepsilon_1 \hat{W}_2^T S(Z))}{\hat{W}_2^T S(Z) \tanh(\varepsilon_1 \hat{W}_2^T S(Z)) + \varepsilon_2} \left(-\hat{W}_1^T S(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} + \vartheta_r - \vartheta_m \right) \end{aligned}$$

avec \bar{m} est le gain de la commande satisfaisant $\bar{m} > m$, ϵ_1 et ϵ_2 sont des constantes strictement positives de la conception, $\tanh(\cdot)$ dénote la fonction de la tangente hyperbolique. ϑ_r et ϑ_m sont un terme de la commande adaptative et une commande adaptative robuste, respectivement, qui seront définis plus tard. En substituant de (2.33) dans (2.32), on trouve

$$(2.34) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T) \tilde{e} + B[\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \\ &\quad - \hat{W}_2^T S(Z)(v_c(t) - \mu(t)m) - \epsilon_2(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \\ &\quad - \epsilon_1(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} - \psi(\bar{x}_n, t) + \omega_e] \end{aligned}$$

où

$$\omega_e = \frac{\epsilon_2}{\hat{W}_2^T S(Z) \tanh(\epsilon_1 \hat{W}_2^T S(Z)) + \epsilon_2} \left(-\hat{W}_1 S(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} + \vartheta_r - \vartheta_m \right)$$

Pour la simplicité en définissant $U_1 = -\epsilon_2(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) - \epsilon_1(Z) + k^T \hat{e} + y_d^{(n+1)} - \psi(\bar{x}_n, t) + \omega_e$, (2.34) peut être écrit comme

$$(2.35) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T) \tilde{e} + B[\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \\ &\quad - \hat{W}_2^T S(Z)(v_c(t) - \mu(t)m) + U_1] \\ \tilde{e}_1 &= C^T \tilde{e} \end{aligned}$$

Etant donné que seule l'erreur d'observation de la sortie \tilde{e}_1 dans (2.35) est mesurable, on utilise la positivité des systèmes (SPR) pour analyser la stabilité de la boucle fermée, et pour générer les lois d'adaptation pour estimer les vecteurs des paramètres du NNs et les constantes inconnues.

En raison de la forme canonique des matrices A, B , et C , de telle sorte que la dynamique de l'erreur d'observation (2.35) puisse être exprimée dans le domaine fréquentiel en utilisant la notation mixte temps-fréquence :

$$(2.36) \quad \tilde{e}_1 = H(p) \left[\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) - \hat{W}_2^T S(Z)(v_c(t) - \mu(t)m) + U_1 \right]$$

où p est la variable de Laplace et $H(p) = C^T (PI - (A - LC^T))B$ est la fonction de transfert associée à la dynamique (2.31). Notons que cette notation est très fréquente dans la littérature de la commande adaptative, comme dans [68–71].

Maintenant, puisque $H(p)$ dans (2.36) n'est pas SPR en générale, on introduit un filtre passe bas $L(p)$ sachant que $H(p)L^{-1}(p) = \bar{H}(p)$ est SPR.

$$(2.37) \quad \begin{aligned} \tilde{e}_1 &= H(p)L^{-1}(p) \left[L(p) \left\{ \tilde{W}_1^T S(Z) \right\} + L(p) \left\{ \tilde{W}_2^T S(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \right\} \right. \\ &\quad \left. - L(p) \left\{ \hat{W}_2^T S(Z)(v_c(t) - \mu(t)m) \right\} + L(p) \left\{ U_1 \right\} \right] \\ &= H(p)L^{-1}(p) \left[\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z)(\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) + U - \vartheta_r - \vartheta_m \right] \end{aligned}$$

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

où

$$(2.38) \quad \begin{aligned} U &= L(p) \left\{ \tilde{W}_1^T S(Z) \right\} + L(p) \left\{ \tilde{W}_2^T S(Z) (\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \right\} + L(p) \{U_1\} - \tilde{W}_1^T S(Z) \\ &- \tilde{W}_2^T S(Z) (\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) - L(p) \{ \hat{W}_2^T S(Z) (v_c(t) - \mu(t)m) \} + \vartheta_r + \vartheta_m \end{aligned}$$

Maintenant, pour faciliter la conception de la commande et l'analyse de stabilité, nous émettons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2.3. *Chaque élément U du paramètre inconnu défini dans (2.38) est délimité par une constante, c'est-à-dire qu'il existe une constante positive inconnue $\bar{\tau}$ telle que*

$$(2.39) \quad |U| \leq \bar{\tau}$$

La représentation d'état de système (2.37) est donné par

$$(2.40) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T) \tilde{e} + B_c [\tilde{W}_1^T S(Z) + \tilde{W}_2^T S(Z) (\dot{\omega}(t) - \mu(t)m) \\ &+ U - \vartheta_r - \vartheta_m] \\ \tilde{e}_1 &= C^T \tilde{e} \end{aligned}$$

Le vecteur de gain d'observateur L est calculé afin que la matrice $(A - LC^T)$ ait toutes ses valeurs propres à parties réelles négatives. Par conséquent le système bouclé sera exponentiellement stable. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive P_2 , donnée par

$$(2.41) \quad (A - LC^T)^T P_2 + P_2 (A - LC^T) = -Q_2$$

$$(2.42) \quad P_2 B_c = C$$

où $(A - LC^T)$ et Q_2 est une matrice symétrique et définie positive dont le choix est libre.

2.2.5 Analyse de la stabilité

Dans cette section on analyse la conception du contrôleur basé sur le déclenchement par événement et on établit la stabilité de système en boucle fermée et ses performances de poursuite. Ces résultats sont énoncés dans le théorème suivant.

Théorème 2.1. *Considérons le système non linéaire non affine (2.1) avec les contraintes sur l'entrée, et supposons que les hypothèses 2.1-2.3 sont satisfaites et l'observateur (2.22). Ainsi que la loi de commande (2.33) avec deux termes de commandes additifs suivant :*

$$(2.43) \quad \vartheta_r = \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right)$$

$$(2.44) \quad \vartheta_m = LP_1 \hat{e}$$

avec les lois d'adaptation correspondantes

$$(2.45) \quad \dot{\hat{W}}_1 = \Gamma_1(\tilde{e}_1 S(Z) - \sigma_{11} \hat{W}_1)$$

$$(2.46) \quad \dot{\hat{W}}_2 = \Gamma_2(\tilde{e}_1 S(Z) v_{\tilde{\omega}}(t) - \sigma_{21} \hat{W}_2)$$

$$(2.47) \quad \dot{\hat{\tau}} = \gamma[\tilde{e}_1 \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right) - \sigma_{12} \hat{\tau}]$$

où \hat{W}_1 , \hat{W}_2 et $\hat{\tau}$ sont les valeurs estimées du paramètre inconnu W_1 , W_2 et $\bar{\tau}$, respectivement, and Γ_1 , Γ_2 , γ , σ_{11} , σ_{21} , σ_{12} sont des paramètres de conception positifs. Ensuite, on peut garantir que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite convergent vers un petit voisinage d'origine. En plus, il existe un temps $t^* > 0$, tels que les intervalles d'inter-exécution $\{t_k, t_{k+1}\}$ sont bornés par t^* , $\forall k \in \mathbb{N}$.

Preuve du Théorème 2.1 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(2.48) \quad V = \hat{e}^T P_1 \hat{e} + \tilde{e}^T P_2 \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{W}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{W}_1 + \frac{1}{2} \tilde{W}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{W}_2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\tau}^2$$

où $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$ et $\tilde{W}_i = \hat{W}_i - W_i$, $i = 1, 2$ sont les erreurs paramétriques. En dérivant V le long de la solution (2.23) et (2.41), en utilisant (2.42), on obtient

$$(2.49) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} + \left\{ \hat{e}^T P_1 L C^T \tilde{e} - \tilde{e}^T P_2 B_c \vartheta_m \right\} \\ & + \left\{ \tilde{e}^T P_2 B_c U - \tilde{e}^T P_2 B_c \vartheta_r - \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \right\} \\ & + \tilde{W}_1^T \left\{ \tilde{e}^T P_2 B_c S(Z) - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_1 \right\} \\ & + \tilde{W}_2^T \left\{ \tilde{e}^T P_2 B_c S(Z) v_{\tilde{\omega}}(t) - \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right\} \end{aligned}$$

Par substitution de (2.42), (2.43) et (2.44) dans (2.49), on trouve après un calcul intermédiaire

$$(2.50) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} + \left\{ \tilde{e}_1 U - \tilde{e}_1 \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right) - \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \right\} \\ & + \tilde{W}_1^T \left\{ \tilde{e}_1 S(Z) - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right\} + \tilde{W}_2^T \left\{ \tilde{e}_1 S(Z) v_{\tilde{\omega}}(t) - \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right\} \end{aligned}$$

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET
PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

En utilisant l'hypothèse 2.4 et lemme 1.1, on peut obtenir l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} + \left\{ \kappa \bar{\tau} - |\tilde{e}_1| \bar{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right) - \frac{1}{\gamma} \bar{\tau} \dot{\hat{t}} \right\} \\
 &+ \tilde{W}_1^T \left\{ \tilde{e}_1 S(Z) - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right\} \\
 (2.51) \quad &+ \tilde{W}_2^T \left\{ \tilde{e}_1 S(Z) v_{\tilde{\omega}}(t) - \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right\}
 \end{aligned}$$

Après la substitution des d'adaptations (2.45)-(2.47) dans la dynamique (2.51), on obtient

$$(2.52) \quad \dot{V} \leq -\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} + \sigma_{11} \tilde{W}_1^T \hat{W}_1 + \sigma_{21} \tilde{W}_2^T \hat{W}_2 + \sigma_{21} \bar{\tau} \dot{\hat{t}} + \kappa \bar{\tau}$$

De plus, les inégalités suivantes sont validées,

$$(2.53) \quad \sigma_1 \tilde{W}_1^T \hat{W}_1 \leq \frac{\sigma_1}{2} \|W_1\|^2 - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}_1\|^2$$

$$(2.54) \quad \sigma_2 \tilde{W}_2^T \hat{W}_2 \leq \frac{\sigma_2}{2} \|W_2\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \|\tilde{W}_2\|^2$$

$$(2.55) \quad \sigma_2 \bar{\tau} \dot{\hat{t}} \leq -\frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + \frac{\sigma_3}{2} \dot{\hat{t}}^2$$

En utilisant les inégalités ci-dessus, l'équation (2.52) peut être arrangée comme suit

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}_1\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \|\tilde{W}_2\|^2 - \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 \\
 (2.56) \quad &+ \frac{\sigma_1}{2} \|W_1\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \|W_2\|^2 + \frac{\sigma_3}{2} \dot{\hat{t}}^2 + k \bar{\tau}
 \end{aligned}$$

Posons $Q = \text{diag}[Q_1, Q_2]$, $P = \text{diag}[P_1, P_2]$ et $E^T = [\hat{e}^T, \tilde{e}^T]$, l'équation (2.56) devient

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -E^T Q E - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}_1\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \|\tilde{W}_2\|^2 - \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + \theta \\
 (2.57) \quad &\leq -\theta V + \beta
 \end{aligned}$$

où $\theta = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}, \frac{\sigma_1}{\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})}, \frac{\sigma_2}{\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})}, \frac{\sigma_3}{\gamma} \right\}$ et $\beta = \frac{\sigma_1}{2} \|W_1\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \|W_2\|^2 + \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + k \bar{\tau}$ avec $\lambda_{\min}(\cdot)$ et $\lambda_{\max}(\cdot)$ désigne la valeur propre minimale et maximales de (\cdot) , respectivement.

Ainsi, à travers l'analyse standard dans [10], tous les signaux en boucle fermée sont bornés. De plus, de la définition de E , V et (2.57), on obtient l'erreur de poursuite E satisfait $E^T P E \leq V(t) \leq \frac{\beta}{\theta} + \left[V|_{t=0} - \frac{\beta}{\theta} \right] e^{-\theta t}$. Donc E est borne par une fonction qui converge de manière exponentielle vers un ensemble compact $\Omega_E = \{E \in R \mid |E| \leq \sqrt{\Omega}\}$, avec $\Omega = 2(V|_{t=0} + \beta/\theta)$. Par conséquent, les erreurs paramétriques d'estimation \tilde{W}_1 , \tilde{W}_2 , $\bar{\tau}$ sont bornées vers des ensemble compact $\Omega_{\bar{\tau}}$, $\Omega_{\tilde{W}_1}$, $\Omega_{\tilde{W}_2}$ définissent comme suit

$$\Omega_{\tilde{W}_1} = \left\{ \tilde{W}_1 \in R \mid \|\tilde{W}_1\| \leq \sqrt{\Omega/\lambda_{\min}(\Gamma_1^{-1})} \right\}$$

$$\Omega_{\tilde{W}_2} = \left\{ \tilde{W}_2 \in R \mid \|\tilde{W}_2\| \leq \sqrt{\Omega / \lambda_{\min}(\Gamma_2^{-1})} \right\}$$

$$\Omega_{\tilde{\tau}} = \left\{ \tilde{\tau} \in R \mid \|\tilde{\tau}\| \leq \sqrt{\gamma \Omega} \right\}$$

où $\Omega = 2(V|_{t=0} + \theta/\beta)$ avec θ et β définis comme :

$$\theta = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}, \frac{\sigma_{11}}{\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})}, \frac{\sigma_{12}}{\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})}, \frac{\sigma_{21}}{\gamma} \right\}$$

$$\beta = \frac{\sigma_{11}}{2} \|W_1\|^2 + \frac{\sigma_{12}}{2} \|W_2\|^2 + \frac{\sigma_{21}}{2} \bar{\tau}^2 + k\bar{\tau}$$

De la bornitude \tilde{e} , \tilde{W}_1 , \tilde{W}_2 et $\tilde{\tau}$ on peut conclure directement sur la bornitude de e , \hat{e} , \tilde{s} , \hat{W}_1 , \hat{W}_2 et $\hat{\tau}$ parce que $\tilde{e} = e - \hat{e} = \tilde{s}$, $\hat{W}_1 = W_1 - \tilde{W}_1$, $\hat{W}_2 = W_2 - \tilde{W}_2$, $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$ et les paramètres idéaux W_1, W_2 et $\bar{\tau}$ doit être borné. Selon la bornitude de \tilde{e} et la définition de \hat{e} dans (2.22), on peut obtenir que \hat{e} est borné et ainsi e est borné aussi. Basé sur $e = s - Y_d$, on a s est aussi borné et il s'ensuit que \hat{s} est borné parce que \tilde{s} est borné. L'état x_1 est borné parce que $x_1 = s_1$. Par ailleurs, parce que s_2 est borné et $\partial\varphi_2(x_2)/\partial x_2 > 0$, on conclut que x_2 est borné basé sur la définition de $s_2 = \varphi(\bar{x}_2)$. Similaire et récursivement, les états $x_i, i = 3, \dots, n$ sont tous bornés.

En rappelant $z(t) = \check{\omega}(t) - \omega(t)$, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, il est clear que $\dot{z}(t) = \dot{\check{\omega}}(t)$ pour tous $t \in [t_k, t_{k+1})$. Au vu de l'équation (2.25), on peut vérifier que $\check{\omega}(t)$ est une fonction continuellement différentiable de $X = [\hat{W}_1, \hat{W}_2, \hat{\tau}, \bar{m}, y_d, \epsilon_2, \epsilon_1, \tilde{e}_1, k^T, \vartheta_r, \vartheta_m]^T$. De plus, en notant les équations (2.1), (2.45)-(2.47) et tous les signaux en boucle fermée, on sait que \dot{z} et $\dot{\check{\omega}}(t) = (\partial\check{\omega}(t)/\partial X(t))\dot{X}$ sont bornés. Ainsi, il existe une constante $\sigma > 0$, sachant que

$$(2.58) \quad |\dot{z}(t)| = |\dot{\check{\omega}}(t)| \leq \sigma, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$$

D'autre part, si l'on considère l'équation (2.29), donné

$$(2.59) \quad z(t_k) = 0, \lim_{t \rightarrow t_{k+1}} |z(t)| \geq m$$

En combinant l'équation (2.58) et (2.59) donne $t_{k+1} - t_k \geq m$, ce qui complète les preuves [29].

2.2.6 Résultats de simulation

Afin de montrer l'efficacité de la méthode proposée, deux exemples sont donnés dans cette section.

2.2.6.1 Exemple 1

Considérons le système non linéaire strict-feedback avec le gain de commande inconnu [47] qui est décrit par les équations dynamiques suivantes :

$$(2.60) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_2) + g_2(x_2) u(v) + \bar{d}(t) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où $f_1(x_1) = 0.1x_1^2$, $g_1(x_1) = 1$, $f_2(x_2) = 0.1x_1x_2 - 0.2x_1$ et $g_1(x_2) = 1 + x_1^2$ sont des fonctions non linéaires inconnus. L'objectif de la simulation est d'appliquer la commande adaptative neuronale proposée de sorte que la sortie du système y_1 suit la trajectoire désirée $y_d(t) = 0.5 \sin(t)$, avec la saturation sur l'entrée $\text{sat}(u(t))$ est déterminé par (2.2) avec le paramètre $u_m = 3.5$ et la perturbation externe $\bar{d}(t) = 0.001 \cos(10t)$.

Pour implémenter la commande proposée, le vecteur de gain d'observateur et les vecteurs de gain de retour d'état sont sélectionnés respectivement comme suit : $k = [15.60 \times 10^2, 3.17 \times 10^2, 11.35 \times 10^2]$, $L = [4.7300, 6.1850, 2.0350]^T$. Sélection de la matrice définie positive $Q_1 = Q_2 = \text{Diag}[10 \ 10 \ 10]$ et en résolvant l'équation algébrique de Lyapunov (2.23) et (2.41) pour obtenir les matrices symétriques définies positives suivantes, respectivement :

$$P_1 = \begin{bmatrix} 10.2996 & 0.2996 & -9.7266 \\ 0.2996 & 10.3257 & -9.7004 \\ -9.7266 & -9.7004 & 18.6067 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 46.7234 & 69.4082 & 0.0032 \\ 69.4082 & 143.2450 & 0.0234 \\ 0.0032 & 0.0234 & 0.0443 \end{bmatrix}$$

Le système (2.1) possède deux réseaux de neurones sous la forme (1.1) pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 4$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, v(t), u(v)]^T$. Les paramètres de synthèses et les conditions initiales utilisés dans cette simulation sont donnés dans le tableau (2.1).

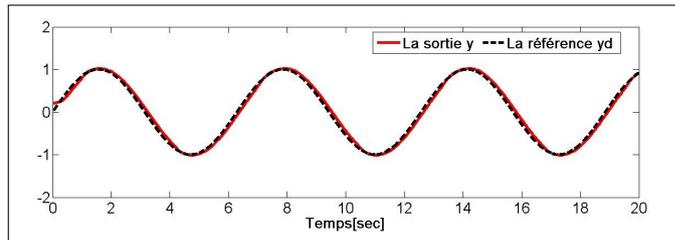
CHAPITRE 2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO
DE LA FORME STRICT-FEEDBACK

Les paramètres	Les valeurs
Γ_1, Γ_2	1000, 5
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	0.1, 0.9, 0.15
γ, ϵ, a	0.10, 0.1, 50
m, \bar{m}	5, 6
$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]$	$[0.01, 0.2]^T$
$\hat{e}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0), \hat{e}_3(0)]$	$[1, 0, 0]^T$
$W_i(0), i = 1, 2$	0

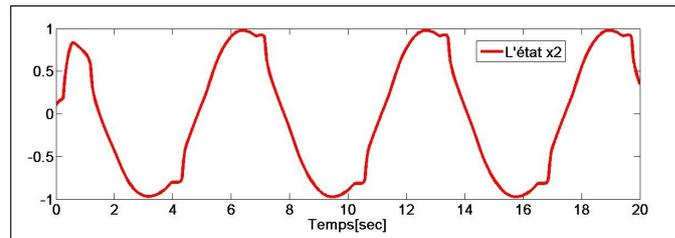
Tableau 2.1: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les figures 2.2-2.5. montrent les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif neuronale de l'exemple 1. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 2.2 (a) que la sortie y suit sa référence y_d avec précision. La figure 2.2 (b) montrer les trajectoires des états x_i . La bornitude de la loi de commande intermédiaire $\check{\omega}(t)$ est illustré dans la figure 2.3 (a). Le signal de commande $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$ peut être observé dans la figure 2.3(b). On remarque aussi clairement sur la figure 2.4 que l'observateur arrive à estimer correctement les états non mesurés. L'événement de déclenchement est montré dans la figure 2.5.

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

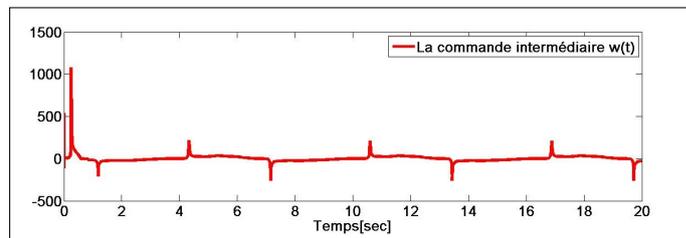


(a)

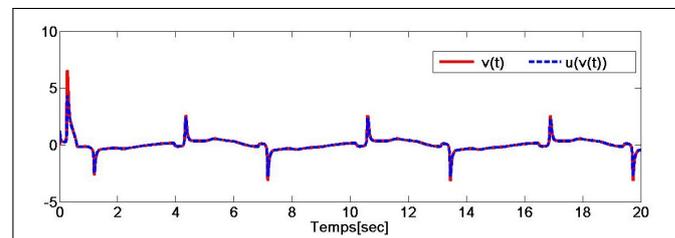


(b)

FIGURE 2.2: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 .



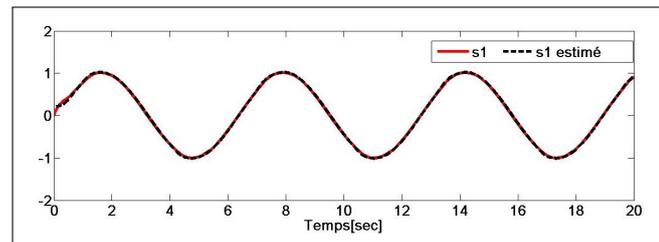
(a)



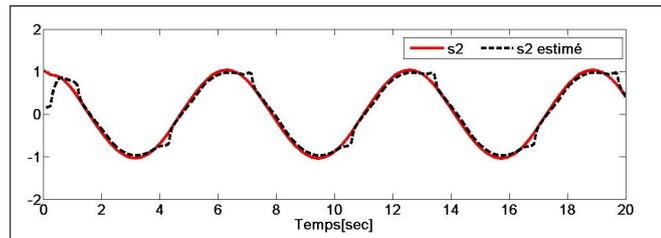
(b)

FIGURE 2.3: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) la commande intermédiaire $\tilde{w}(t)$. (b) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$.

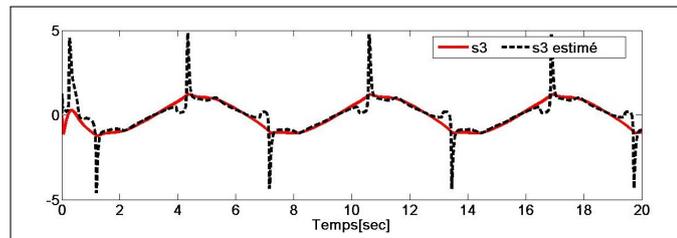
CHAPITRE 2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME STRICT-FEEDBACK



(a)



(b)



(c)

FIGURE 2.4: Les nouveaux variables d'états s le long de leurs estimés \hat{s} de l'exemple 1.

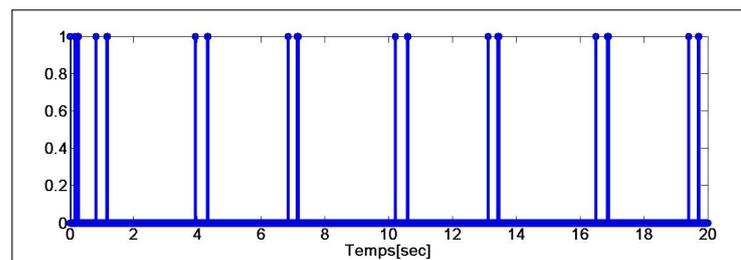


FIGURE 2.5: L'événement de déclenchement de l'exemple 1.

2.2.6.2 Exemple 2

Dans cette partie, nous allons considérer le contrôle en poursuite basé sur le réseau d'un robot manipulateur avec la saturation d'entrée décrite dans la figure 2.6 .Notez que

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

sa dynamique est modélisée comme une équation lagrangienne de second ordre [62]

$$(2.61) \quad J\ddot{q} + B\dot{q}Mgl \sin(q) = u(t)$$

avec M est la masse du lien rigide, q et \dot{q} sont l'angle et la vitesse angulaire, respectivement. J représente l'inertie de rotation du servomoteur, B est le coefficient d'amortissement, l est la longueur de l'axe de l'articulation au centre de masse, et g est l'accélération gravitationnelle. Également [62], $J = 1, Mgl = 10$ et $B = 2$. À partir de toute condition initiale, l'objectif est de suivre l'angle q à l'origine. La saturation $u(v(t))$ est déterminé par(2) avec les paramètre $u_m = 0.5$. Afin de minimiser la charge de communication, l'événement de déclenchement est appliqué avec $m = 4, \bar{m} = 5$.

Pour implémenter la commande proposée, le vecteur de gain d'observateur et les vecteurs de gain de retour d'état sont sélectionnés respectivement comme suit : $k = [273.75, 161.87, 23.45]$, $L = [17.73, 85.50, 100.69]^T$. Sélection de la matrice définie positive $Q_1 = Q_2 = \text{Diag}[0.5 \ 0.5 \ 0.5]$ et en résolvant l'équation algébrique de Lyapunov (2.23) et (2.41) pour obtenir les matrices symétriques définies positives suivantes, respectivement :

$$P_1 \begin{bmatrix} 0.514 & 0.004 & -0.505 \\ 0.004 & 0.515 & -0.505 \\ -0.505 & -0.505 & 0.996 \end{bmatrix}, P_2 \begin{bmatrix} 6.080 & 3.251 & 0.001 \\ 3.251 & 2.416 & 0.021 \\ 0.001 & 0.021 & 0.012 \end{bmatrix}$$

Le système (2.1) possède deux réseaux de neurones sous la forme (1.1) pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 4$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, v(t), u(v)]^T$. Les paramètres de synthèses et les conditions initiales utilisés dans cette simulation sont résumés dans le tableau (2.2).

Les paramètres	Les valeurs
Γ_1, Γ_2	0.1, 20
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	10, 0.01, 0.01
$\gamma, \epsilon_1, \epsilon_2, a$	0.10, 0.001, 0.1, 50
$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]$	$[0.01, 0.2]^T$
$\hat{e}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0), \hat{e}_3(0)]$	$[1, 0, 0]^T$
$W_i(0), i = 1, 2$	0

Tableau 2.2: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

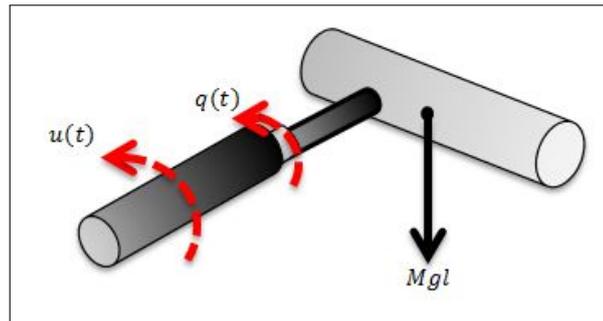
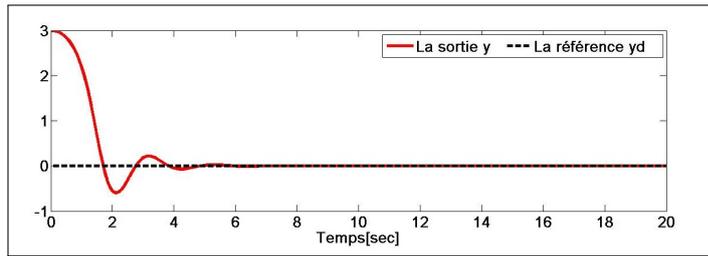


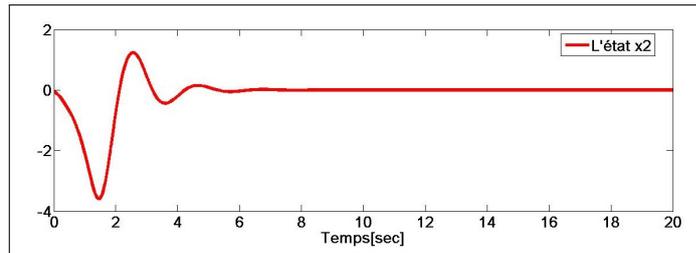
FIGURE 2.6: Un robot manipulateur

Les figures 2.7-2.10 montrent les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif neuronale de l'exemple 2. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 2.7 (a) que la sortie y suit sa référence y_d avec précision. La figure 2.7 (b) montre les trajectoires des états x_2 . La bornitude de la loi de commande intermédiaire $\check{\omega}(t)$ est illustré dans la figure 2.8 (a). Le signal de commande $u(t)$ et $sat(u(t))$ peut être observé dans la figure 2.8 (b). On remarque aussi clairement sur la figure 2.9 que l'observateur arrive à estimer correctement les états non mesurés. Dans la figure 2.10 montre la liste des instants auxquels l'événement est déclenché où l'on peut compter 12 événement sur les 12 secondes du temps de simulation. À partir de la figure 2.10 et comparé avec la figure 6 et le tableau dans [62] indiquant le besoin de 87 événement, il est clair que le contrôleur adaptatif NNs proposé peut réduire efficacement la charge de communication.

2.2. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION DE L'ENTRÉE ET PERTURBATION EXTERNE ET AVEC GAIN DE COMMANDE INCONNU

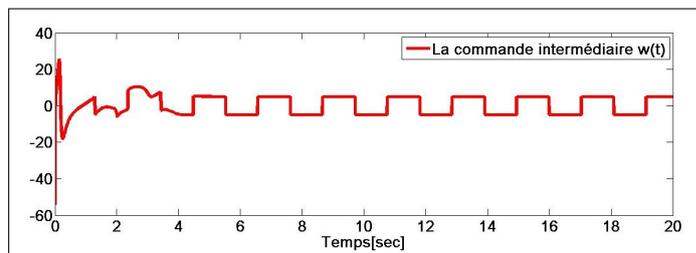


(a)

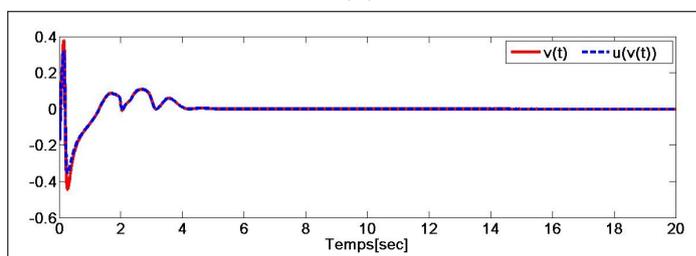


(b)

FIGURE 2.7: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 .



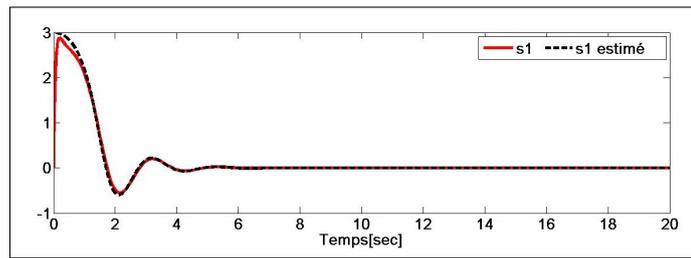
(a)



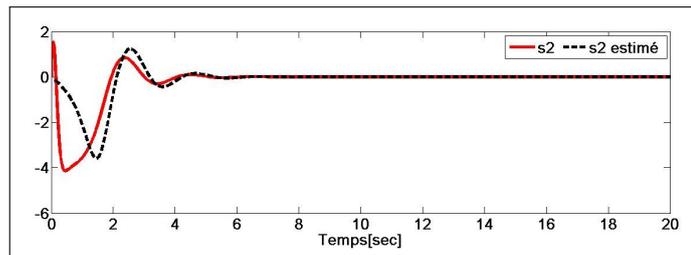
(b)

FIGURE 2.8: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) la commande intermédiaire $w(t)$. (d) Poursuite de $u(t)$ et $\text{sat}(u(t))$.

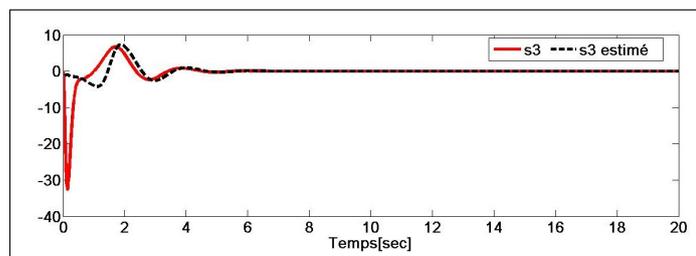
CHAPITRE 2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME STRICT-FEEDBACK



(a)



(b)



(c)

FIGURE 2.9: Les nouveaux variables d'états s avec leurs estimés \hat{s} de l'exemple 2.

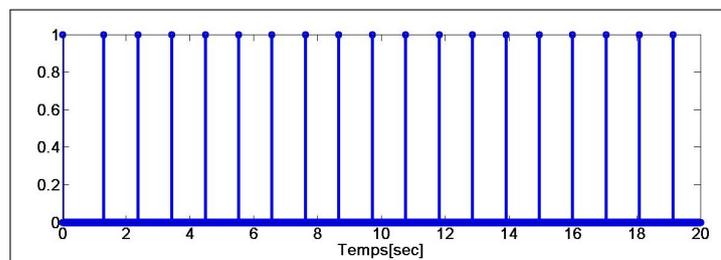


FIGURE 2.10: L'événement de déclenchement de l'exemple 2.

2.3 Système NL strict-feedback avec des non linéarités de l'entrée et contrainte sur la sortie et avec le gain de commande constant

2.3.1 Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires strict-feedback décrite par :

$$(2.62) \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i) + \bar{x}_i, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\bar{x}_n) + \delta u(v) + \bar{d}(t) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure, $y \in \mathbb{R}$ est la sortie de système et $\bar{d}(t)$ est la perturbation externe bornée par $\bar{d}(t) > 0$. $f_i(\cdot)$ est une fonction continue non affine inconnue et le coefficient de gain de commande δ est une constante connue. Pour que le système (2.62) soit contrôlable, il est nécessaire que $\delta \neq 0$. De plus, v est l'entrée de la commande et $u(v(t))$ est la non-linéarité inconnue de l'actionneur qui est supposée ici : une saturation et une zone-morte (dead zone).

La non-linéarité d'entrée $u(v)$ qui inclut la saturation d'entrée et une zone-morte (dead-zone) seront définis plus tard.

L'objectif de la commande est de concevoir un contrôleur adaptatif neuronal capable de forcer la sortie du système $y(t)$ à suivre une trajectoire de référence $y_d(t)$ bornée et bien déterminée, sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés.

Pour cela on détermine une loi d'adaptation pour ajuster le vecteur des paramètres tel que les conditions suivantes soient satisfaites :

- i) Le système en boucle fermée doit d'être stable et robuste dans le sens où toutes les variables soient uniformément bornées.
- ii) Les performances prescrites du régime transitoire et le régime permanent de l'erreur de poursuite $e(t) = x_1(t) - y_d(t)$ sont assurés.

2.3.2 La fonction de performance prescrite

Afin de réaliser le deuxième objectif, tel que défini dans [56], une fonction décroissante positive $\mu(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ avec $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = \mu_\infty > 0$, est utilisé comme une fonc-

tion de performance prescrite (PPC). Soit l'erreur de poursuite $e(t) = x_1(t) - y_d(t)$, où $\bar{e} = [\bar{e}, \bar{e}, \dots, \bar{e}]^T$ est satisfaite, en utilisant l'inégalité prédéfinie suivante :

$$(2.63) \quad -\underline{\delta}\mu(t) < e(t) < \bar{\delta}\mu(t), \quad \forall t > 0$$

où $\underline{\delta}$ et $\bar{\delta} > 0$ sont des constantes sélectionnées par le concepteur.

Dans ce travail, la fonction de performance $\mu(t)$ est prise dans [56] comme suit

$$(2.64) \quad \mu(t) = (\mu_0 - \mu_\infty)e^{-\kappa t} + \mu_\infty$$

où $\mu_0 > \mu_\infty$ et $\kappa > 0$ sont des paramètres de conception.

Dans (2.63) et (2.64), on sait que $\bar{\delta}\mu_0$ définit la limite supérieure du dépassement maximal et $-\underline{\delta}\mu_0$ définit la limite inférieure du sous-dépassement, le taux décroissant κ introduit une limite inférieure sur la vitesse de convergence, et μ_∞ représente l'erreur de poursuite en régime permanent l'admissible. Par conséquent, les performances du régime transitoire et permanent peuvent être conçus à priori en ajustant les paramètres $\bar{\delta}$, $\underline{\delta}$, κ , μ_0 et μ_∞ . Pour assurer les performances prescrites, à priori, sur la sortie du système, une transformation des contraintes est introduite similairement à [56], en transformant la condition (2.63) en une condition équivalente sans contrainte. Dans ce travail, on définit une fonction lisse inversible et strictement croissante $T(\cdot)$, où $\xi_1(t) \in \mathbb{R}$ est l'erreur transformée, telle que :

$$\begin{aligned} 1) & \quad -\underline{\delta} < T(\xi_1) < \bar{\delta}, \quad \forall \xi_1 \in L_\infty \\ 2) & \quad \lim_{\xi_1 \rightarrow +\infty} T(\xi_1) = \bar{\delta} \quad \lim_{\xi_1 \rightarrow -\infty} T(\xi_1) = \underline{\delta} \end{aligned}$$

À partir des propriétés de $T(\xi_1)$, la condition (2.63) définit par :

$$(2.65) \quad e(t) = \mu(t)T(\xi_1)$$

La fonction $T(\xi_1)$ est strictement monotone croissante et le fait que $\mu(t) \geq \mu_\infty > 0$ correspond à (2.64), la fonction inverse de $T(\xi_1)$ existe et peut être déduite de

$$(2.66) \quad \xi_1 = T^{-1} \left[\frac{e(t)}{\mu(t)} \right]$$

Il a noté que PPF de (2.64), $T(\xi_1)$ et les paramètres associés $\bar{\delta}$, $\underline{\delta}$, κ , μ_0 et μ_∞ sont tous conçus à priori. Pour toute condition initiale $e(0)$, si les paramètres $\bar{\delta}$, μ_0 et $\underline{\delta}$ sont sélectionnés sachant que $-\underline{\delta}\mu(0) < e(0) < \bar{\delta}\mu(0)$ et ξ_1 peut être commandé pour être borné (c.-à-d, $\xi_1 \in L_\infty, \forall t > 0$), puis $-\underline{\delta} < T(\xi_1) < \bar{\delta}$, ainsi que la condition $-\underline{\delta}\mu(t) < e(t) < \bar{\delta}\mu(t)$

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

sont assurés. En conséquence, le problème de commande de poursuite du système (2.62) est maintenant transformé pour stabiliser l'erreur transformé (2.66).

Où $T^{-1}(\cdot)$ est une fonction lisse inversible de la fonction $T(\cdot)$. Dans cette partie du chapitre, on définit $T(\cdot)$ comme suit :

$$(2.67) \quad T(\xi_1(t)) = \frac{\bar{\delta}e^{\xi_1} - \underline{\delta}e^{-\xi_1}}{e^{\xi_1} + e^{-\xi_1}}$$

Puis, de l'équation (2.66), l'erreur transformée $\xi_1(t)$ est donnée par :

$$(2.68) \quad \xi_1 = T^{-1} \left[\frac{e(t)}{\mu(t)} \right] = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho(t) + \underline{\delta}}{\bar{\delta} + \rho(t)}$$

avec $\rho(t) = e(t)/\mu(t)$

Pour stabiliser le système d'erreur ξ_1 et ainsi garantir les performances de l'erreur e , en différenciant(2.68) par rapport au temps on obtient :

$$(2.69) \quad \begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \rho(t)} \dot{\rho}(t) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\rho(t) + \underline{\delta}} - \frac{1}{\rho(t) - \bar{\delta}} \right] \left[\frac{\dot{e}}{\mu} - \frac{e\dot{\mu}}{\mu^2} \right] \\ &= \varphi \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] \end{aligned}$$

où $\varphi = \frac{1}{2\mu} \left[\frac{1}{\rho(t) + \underline{\delta}} - \frac{1}{\rho(t) - \bar{\delta}} \right]$ peut être calculé en fonction de $e(t)$ et $\mu(t)$ et $0 < \varphi < \varphi_M = \left(\frac{\bar{\delta} + \underline{\delta}}{\mu_\infty \bar{\delta} \underline{\delta}} \right)$. De plus, on peut obtenir que

$$(2.70) \quad \begin{aligned} \ddot{\xi}_1 &= \dot{\varphi} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] \\ &+ \varphi \left[\dot{x}_2 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 - \ddot{y}_d - \frac{\dot{e}\dot{\mu}}{\mu} - \frac{e\ddot{\mu}\mu}{\mu^2} + \frac{e\dot{\mu}^2}{\mu^2} \right] \\ &= \dot{\varphi} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + \varphi [F_1(\bar{x}_2, \dot{y}_d, e, \varphi) + x_3 - \ddot{y}_d] \end{aligned}$$

où $F_1(\bar{x}_2, e, \mu) = \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 + f_2(x_1, x_2) + \frac{\dot{e}\dot{\mu}}{\mu} + \frac{e\ddot{\mu}\mu}{\mu^2} - \frac{e\dot{\mu}^2}{\mu^2}$.

En différenciant $\ddot{\xi}_1$ par rapport au temps on aura :

$$(2.71) \quad \begin{aligned} \ddot{\xi}_1 &= \ddot{\varphi} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + \dot{\varphi} \left[\dot{x}_2 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 - \ddot{y}_d - \frac{\dot{e}\dot{\mu}}{\mu} - \frac{e\ddot{\mu}\mu}{\mu^2} + \frac{e\dot{\mu}^2}{\mu^2} \right] \\ &+ \dot{\varphi} [F_1(\bar{x}_2, e, \mu) + x_3 - \ddot{y}_d] + \varphi \left[\dot{x}_3 + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu} - \ddot{y}_d \right] \\ &+ 2\dot{\varphi} \left[x_2 + f_1(\bar{x}_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + 2\dot{\varphi} [F_1(\bar{x}_2, e, \mu) + x_3 - \ddot{y}_d] + \varphi [F_2(\bar{x}_3, e, \mu) + x_4 - \ddot{y}_d] \end{aligned}$$

où $F_2(\bar{x}_3, e, \mu) = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu}$

$$\begin{aligned}
 \xi_1^{(4)} &= \ddot{\varphi} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + \dot{\varphi} \left[\dot{x}_2 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial f_1(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 - \ddot{y}_d - \frac{\dot{e}\dot{\mu}}{\mu} - \frac{e\ddot{\mu}}{\mu^2} + \frac{e\dot{\mu}^2}{\mu^2} \right] \\
 &+ 2\dot{\varphi} [F_1(\bar{x}_1, e, \mu) + x_3 - \dot{y}_d] + 2\dot{\varphi} \left[\sum_{i=1}^2 \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_1(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu} - \ddot{y}_d + \dot{x}_3 \right] \\
 &+ \dot{\varphi} [F_2(\bar{x}_2, e, \mu) + x_4 - \ddot{y}_d] + \varphi \left[\sum_{i=1}^3 \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu} + \dot{x}_4 - y_d^{(4)} \right] \\
 &= \ddot{\varphi} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + 3\dot{\varphi} [F_1(\bar{x}_2, e, \mu) + x_3 - \dot{y}_d] \\
 &(2.72) \quad 2\dot{\varphi} [F_2(\bar{x}_3, e, \mu) + x_4 - \ddot{y}_d] + \varphi [F_3(\bar{x}_4, e, \mu) + x_5 - y_d^{(4)}]
 \end{aligned}$$

où $F_3(\bar{x}_3, e, \mu) = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu}$ Soit la dérivation d'ordre n de ξ_1 par rapport au temps comme suit :

$$\begin{aligned}
 \xi_1^{(n)} &= \varphi^{(n-1)} \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] + (n-1)\varphi^{(n-2)} [F_{n-3}(\bar{x}_{n-2}, e, \mu) + x_3 - \dot{y}_d] \\
 (2.73) \quad &+ (n-2)\varphi^{(n-3)} [F_{n-2}(\bar{x}_{n-3}, e, \mu) + x_n - \ddot{y}_d] + \dots + \varphi [F_n(\bar{x}_n, e, \mu) + u(t) - y_d^{(n)}]
 \end{aligned}$$

où $F_n(\bar{x}_n, e, \mu) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_n(\cdot)}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial F_n(\cdot)}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial F_n(\cdot)}{\partial \mu} \dot{\mu}$ Soit le vecteur des erreurs de poursuite et l'erreur filtrée définis comme suit

$$(2.74) \quad e_s = [\Lambda \ 1] [\xi_1, \dot{\xi}_1, \dots, \xi_1^{(n)}]^T$$

où $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}]^T$ est un vecteur des coefficients convenablement choisi tel que $\xi_1 \rightarrow 0$ lorsque $e_s \rightarrow 0$. $s^{n-1} + \lambda_{n-1}s^{n-2} + \dots + \lambda_1$ est Hurwitz. La dérivée de e_s par rapport au temps peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_s &= (\lambda_1\varphi + \lambda_2\dot{\varphi} + \lambda_3\ddot{\varphi} + \dots + \varphi^{(n-1)}) \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] \\
 &+ (\lambda_2\varphi + 2\lambda_3\dot{\varphi} + 3\lambda_4\ddot{\varphi} + \dots + (n-1)\varphi^{(n-1)}) [F_1(\bar{x}_2, e, \mu) + x_3 - \dot{y}_d] \\
 &+ (\lambda_3\varphi + 2\lambda_4\dot{\varphi} + 3\lambda_5\ddot{\varphi} + \dots + (n-2)\varphi^{(n-2)}) [F_2(\bar{x}_3, e, \mu) + x_4 - \ddot{y}_d] + \\
 &\vdots \\
 &+ \varphi [F_n(\bar{x}_n, e, \mu) + \delta u(v) + d(t) - y_d^{(n)}] \\
 (2.75) \quad &= \varphi [F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi) + \delta u(v) + d(t) - y_d^{(n)}]
 \end{aligned}$$

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

avec

$$\begin{aligned}
 F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi) = & (\lambda_1 + \lambda_2 \dot{\varphi}/\varphi + \lambda_3 \ddot{\varphi}/\varphi + \dots + \varphi^{(n-1)}/\varphi) \left[x_2 + f_1(x_1, x_2) - \dot{y}_d - \frac{e\dot{\mu}}{\mu} \right] \\
 & (\lambda_2 + 2\lambda_3 \dot{\varphi}/\varphi + 3\lambda_4 \ddot{\varphi}/\varphi + \dots + (n-1)\varphi^{(n-1)}/\varphi) [F_1(\bar{x}_2, e, \mu) + x_3 - \ddot{y}_d] + \\
 & (\lambda_3 + 2\lambda_4 \dot{\varphi}/\varphi + 3\lambda_5 \ddot{\varphi}/\varphi + \dots + (n-2)\varphi^{(n-2)}/\varphi) [F_2(\bar{x}_3, e, \mu) + x_4 - \ddot{\ddot{y}}_d] + \\
 & \vdots \\
 & + F_n(\bar{x}_n, e, \mu)
 \end{aligned}$$

Cependant, la fonction $F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi)$ est inconnue, donc il est difficile de concevoir une loi de commande pour le système non linéaire (2.62). La solution la plus courante pour résoudre ce problème est d'utiliser des approximateurs universels pour approximer cette fonction non linéaire inconnue comme suit :

$$(2.76) \quad F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi) = W^T S(Z) + \varepsilon(Z)$$

$$(2.77) \quad W = \underset{W}{\operatorname{argmin}} \{ \sup_{z \in \Omega_z} |\hat{f}(Z/W) - f(Z)| \}$$

où Ω_W est l'espace de contraintes de W , $Z = [\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi]^T$ le vecteur d'entrée du réseau et $S(\cdot)$ est le vecteur de fonction d'activation neuronale supposé convenablement fixé à l'avance par l'utilisateur, W est le paramètre idéal d'approximation avec l'erreur neuronale $\varepsilon(Z)$.

Étant W_i est inconnu, sa valeur estimée \hat{W} sera utilisée.

Notons que le paramètre optimal W est de constante artificielle inconnue introduite uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de sa valeur n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

2.3.3 Conception de la commande avec une zone morte sur l'entrée

Dans cette section, deux schémas de commande adaptative neuronale sont développés pour une classe de système (SISO) non linéaire strict-feedback avec non-linéarités incertaines sur l'entrée. Tout d'abord, le cas de la zone morte est considéré puis le cas de saturation en entrée sera traité.

Dans le premier cas un schéma de commande adaptatif neuronale sera développé pour le système non linéaire(2.62) avec une non-linéarité inconnue dans la zone morte.

Le modèle de la zone-morte avec une entrée v et une sortie u , décrit par [39]

$$(2.78) \quad u(v) = \begin{cases} m_r(v(t) - b_r) & v(t) > b_r \\ 0 & b_r \leq v(t) \leq b_l \\ m_l(v(t) - b_l) & v(t) < b_l \end{cases}$$

où $b_r > 0, b_l < 0, m_r > 0, m_l > 0$ sont respectivement les paramètres et les pentes de la zone morte. Afin d'étudier les caractéristiques de la zone-morte dans les problèmes de commande, les suppositions suivantes sont faites :

Hypothèse 2.4. ([39]) *La pente gauche et celle de droite sont égales, c.-à-d. $m = m_r = m_l$.*

Hypothèse 2.5. ([39]) *Les paramètres de la zone-morte m , d_r et d_l sont constants, bornés et inconnus, mais leurs signes sont supposés connus, c.-à-d., ($m > 0$, $d_r \geq 0$ et $d_l \geq 0$, respectivement).*

Hypothèse 2.6. ([39]) *Les paramètres de la zone morte sont bornés par des constantes connues m_{min} , m_{max} , d_{rmin} , d_{rmax} , d_{lmin} , d_{lmax} sachant que $m \in [m_{min}, m_{max}]$, $d_r \in [d_{rmin}, d_{rmax}]$ et $d_l \in [d_{lmin}, d_{lmax}]$.*

Donc, nous pouvons réécrire le modèle de la zone-morte comme suit [39]

$$(2.79) \quad u(t) = N(v(t)) = m v(t) + h(v(t))$$

où $h(v(t))$ est une fonction bornée et définie par

$$(2.80) \quad h(v(t)) = \begin{cases} -m_r b_r & v(t) \geq b_r \\ -m(t)v(t) & b_r \leq v(t) \leq b_l \\ -m_l b_l & v(t) \leq b_l \end{cases}$$

À partir des hypothèses 2.4-2.6, nous pouvons conclure que $h(v(t))$ est borné et satisfait $|h(v)| \leq \rho$, où ρ est la borne supérieure, qui peut être choisie comme $\rho = \max m_{max} d_{rmax}, -m_{max} d_{lmin}$. Par conséquent, en remplaçant (2.76) dans (2.75), on obtient

$$(2.81) \quad \dot{e}_s = \varphi \left[\delta u(v) - y_d^{(n)} + W^T S(Z) + \varepsilon(Z) + d_n(t) \right]$$

Par substitution de (2.79) dans (2.81), on trouve

$$(2.82) \quad \dot{e}_s = \varphi \left[\delta m v(t) - y_d^{(n)} + \delta h(v) + W^T S(Z) + D_1(t) \right]$$

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

où $D_1(t) = \varepsilon(Z) + d_n(t)$

Ensuite, il existe $\bar{\tau}$ une borne supérieure inconnue telle que $|D_1| \leq \bar{\tau}$. De plus, le contrôleur adaptatif neuronale est donné par

$$(2.83) \quad v(t) = \frac{1}{\delta m} \left(-\frac{\alpha_1}{\varphi} e_s + y_d^{(n)} - \hat{W}^T S(Z) - \frac{e_s^2 \hat{\tau}_1^2}{e_s \hat{\tau}_1 \tanh(e_s/\epsilon) + \epsilon} \right) + v_c(t)$$

où $v_c(t)$ est un terme de commande robuste introduit pour compenser l'effet de l'erreur d'approximation neuronale et des perturbations externes et l'erreur d'approximation de la zone morte de l'actionnaire $h(v)$, est choisi comme suit.

$$(2.84) \quad v_c(t) = -\kappa^* \text{sign}(e_s)$$

où κ^* est un gain de contrôle satisfaisant $\kappa^* \geq \rho/m_{min}$.

Pour estimer les paramètres inconnu, nous adoptons les lois suivantes :

$$(2.85) \quad \dot{\hat{W}} = \varphi \Gamma (e_s S(Z) + \sigma_1 \hat{W})$$

$$(2.86) \quad \dot{\hat{\tau}} = \varphi \gamma_1 [-|e_s| + \sigma_2 \hat{\tau}]$$

où \hat{W} et $\hat{\tau}$ sont les valeurs estimées du paramètre inconnu W et $\bar{\tau}$, respectivement, et $\Gamma, \gamma_1, \sigma_1, \sigma_2, \alpha_1$ sont des paramètres de conception positifs. Ensuite, on peut garantir que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite convergent vers un petit voisinage d'origine.

2.3.4 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée

Théorème 2.2. *Considérons le système non linéaire strict-feedback (2.62) avec la zone morte sur l'entrée, et son contrôleur (2.81)-(2.84). Si les lois d'adaptation données (2.85)-(2.86), et les Hypothèses 2.4-2.6 sont vraies, alors on peut conclure que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite convergent vers zéro.*

Preuve du Théorème 2.2 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(2.87) \quad V = \frac{1}{2} e_s^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W} + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\tau}^2$$

où $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$ et $\tilde{W} = W - \hat{W}$ sont les erreurs paramétriques.

En dérivant V par rapport au temps, on obtient

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= e_s \dot{e}_s - \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\tau} \dot{\hat{\tau}} \\
 &= e_s \varphi \left[\delta m v(t) - y_d^{(n)} + \delta h(v) + W^T S(Z) + D_1(t) \right] \\
 (2.88) \quad &- \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\tau} \dot{\hat{\tau}}
 \end{aligned}$$

Selon la loi de commande(2.83)et les paramètres des lois d'adaptation (2.85)-(2.86), l'équation (2.88) devient

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\alpha_1 e_s^2 + \varphi \delta m e_s \{v_c + h(v)/m\} \\
 &+ \varphi e_s D_1(t) - \frac{\varphi e_s^2 \hat{\tau}^2}{e_s \hat{\tau} \tanh(e_s/\epsilon) + \epsilon} \\
 &+ \tilde{W}_1^T \left\{ \varphi e_s S(Z) - \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\tau} \dot{\hat{\tau}} \\
 &\leq -\alpha_1 e_s^2 - \frac{e_s^2 \hat{\tau}^2}{e_s \hat{\tau} \tanh(e_s/\epsilon) + \epsilon} + \varphi |e_s| \bar{\tau} + \varphi |e_s| \tilde{\tau} \\
 (2.89) \quad &- \sigma_1 \varphi \tilde{W}^T \hat{W} - \sigma_2 \varphi \tilde{\tau} \hat{\tau}
 \end{aligned}$$

En utilisant les inégalités suivantes,

$$(2.90) \quad -\sigma_1 \varphi \tilde{W}^T \hat{W} \leq \frac{\varphi M \sigma_1}{2} \left(\|\tilde{W}\|^2 - \|W\|^2 \right)$$

$$(2.91) \quad -\sigma_2 \varphi \tilde{\tau} \hat{\tau} \leq \frac{\varphi M \sigma_2}{2} (\bar{\tau}^2 - \hat{\tau}^2)$$

En se servant le 2.1, et par substitution (2.90)-(2.91), on obtient

$$(2.92) \quad \dot{V} \leq -\alpha_1 e_s^2 + \frac{\epsilon |e_s| \hat{\tau}}{|e_s| \hat{\tau} + \epsilon} - \frac{\varphi M \sigma_1}{2} \|\tilde{W}\|^2 - \frac{\varphi M \sigma_2}{2} \bar{\tau}^2 + \frac{\varphi M \sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\varphi M \sigma_2}{2} \hat{\tau}^2$$

Puis, utilisant l'inégalité $0 < \frac{x}{x+y} < 1$, $\forall x \geq 0, y > 0$, l'équation (2.92) peut être arrangé comme suit

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\alpha_1 e_s^2 - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \bar{\tau}^2 + \frac{\sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \hat{\tau}^2 + \epsilon \\
 (2.93) \quad &\leq -\theta_1 V + \beta_1
 \end{aligned}$$

où

$$\theta_1 = \min \left\{ 2\alpha_1, \frac{\varphi M \sigma_1}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}, \varphi M \sigma_2 \gamma_1 \right\}$$

$$\beta_1 = \frac{\varphi M \sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\varphi M \sigma_2}{2} \hat{\tau}^2 + \epsilon$$

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

avec $\lambda_{min}(\cdot)$ et $\lambda_{max}(\cdot)$ désigne la valeur propre minimale et maximales de (\cdot) , respectivement.

Multiplier les deux côtés par $e^{\theta_1 t}$, intégration (2.93) sur $[0, t]$, il s'ensuit que

$$\begin{aligned}
 e^{\theta_1 t} \dot{V} &\leq (-\theta_1 V + \beta_1) e^{\theta_1 t} \\
 \frac{d}{dt} (V e^{\theta_1 t}) &\leq \beta_1 e^{\theta_1 t} \\
 V e^{\theta_1 t} - V(0) &\leq \frac{\beta_1}{\theta_1} (1 - e^{\theta_1 t}) \\
 (2.94) \quad V(t) &\leq \frac{\beta_1}{\theta_1} + \left[V|_{t=0} - \frac{\beta_1}{\theta_1} \right] e^{-\theta_1 t} \leq V|_{t=0} + \frac{\beta_1}{\theta_1}
 \end{aligned}$$

En combinant (2.94) avec (2.87), on peut conclure que

$$\begin{aligned}
 |e_s| &\leq \sqrt{2(V|_{t=0} + \theta_1/\beta_1)} \\
 |\tilde{W}| &\leq \sqrt{2(V|_{t=0} + \theta_1/\beta_1)/\lambda_{min}(\Gamma^{-1})} \\
 (2.95) \quad |\tilde{\tau}| &\leq \sqrt{\gamma_1 2(V|_{t=0} + \theta_1/\beta_1)}
 \end{aligned}$$

Par conséquent, les erreurs paramétriques d'estimation \tilde{W} , $\tilde{\tau}$ et l'erreur filtrée e_s sont bornées de (2.95), et il restent les ensembles compacts $\Omega_{\tilde{\tau}}$, $\Omega_{\tilde{W}}$ and Ω_{e_s} dans le sens où

$$\begin{aligned}
 \Omega_{e_s} &= \{e_s \in \mathbf{R} \mid |e_s| \leq \sqrt{\Omega}\} \\
 \Omega_{\tilde{W}} &= \{\tilde{W} \in \mathbf{R} \mid |\tilde{W}| \leq \sqrt{\Omega/\lambda_{min}(\Gamma^{-1})}\} \\
 \Omega_{\tilde{\tau}} &= \{\tilde{\tau} \in \mathbf{R} \mid |\tilde{\tau}| \leq \sqrt{\gamma_1 \Omega}\}
 \end{aligned}$$

$\Omega = 2(V|_{t=0} + \theta_1/\beta_1)$ avec θ_1 et β_1 définis comme :

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \min \left\{ 2\alpha_1, \frac{\sigma_1}{\lambda_{max}(\Gamma^{-1})}, \sigma_2 \gamma_1 \right\} \\
 \beta_1 &= \frac{\sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \tilde{\tau}^2 + \epsilon
 \end{aligned}$$

Ceci termine la preuve de ce théorème.

2.3.5 Résultats de simulation

Pour tester les performances de l'approche de commande adaptative neuronale développée, dans cette section, nous considérons un système de réacteur exothermique continu agité (Continuously Stirred Tank Reactor CSTR) dans [40, 72, 73] :

$$(2.96) \quad \begin{cases} V \frac{dC_A}{dt} = (C_{AF} - C_A)F - VK_0 \exp(E_a/RT) C_A \\ V \rho C_P \frac{dT}{dt} = F \rho C_P (T_F - T) - hA(T - T_C) - (\Delta H)V K_0 \exp(-E_a/RT) C_A \end{cases}$$

Les deux variable d'états sont C_A et T qui représentent la concentration de réactif et la température du réacteur, respectivement. La température de l'eau de refroidissement T_C est traitée comme une variable manipulée. Les définitions de toutes les constantes et les paramètres du modèle CSTR sont répertoriées dans le tableau 2.3.

En introduisant des variables instrumentales, les équations normalisées simplifiées suivantes peuvent être dérivées pour décrire la dynamique [40, 72, 73] :

La signification physique	Le symbole
C_A	Concentration du composant A
F	Vitesse d'alimentation
C_{AF}	Concentration d'entrée du composant A
F_C	Vitesse d'alimentation de l'eau de refroidissement
K_0	Facteur pré-exponentiel
R	Gaz constant
E_a	Énergie d'activation
ρ	Densités liquides
T_F	Température d'alimentation
V	Volume de réservoir
T	Température de réaction
$-\Delta H$	Chaleur de réaction
h	Zone de transfert de chaleur
C_P	Capacités calorifiques
T_C	Température du liquide de refroidissement d'entrée
F_C	Vitesse d'alimentation du liquide de refroidissement en entrée

Tableau 2.3: Les paramètres de CSTR

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

$$(2.97) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{(C_{AF}-C_A)}{C_{AF}}, x_2 = \frac{(T_F-T)}{T_F}, \varphi = \frac{E_a}{RT}, t = t' \frac{F}{V} \\ \delta = \frac{hA}{F\rho C_p}, D_a = \frac{VK_0 e^{-\varphi}}{F}, B = \frac{(-\Delta H)\varphi C_{AF}}{\rho C_p T_F}, u = \frac{(T_c-T_F)}{T_F} \varphi \end{array} \right.$$

En utilisant (2.96),(2.97) peut être réécrit comme

$$(2.98) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -2x_1 + D_a(1-x_1)\exp[x_2/(1+(x_2/\varphi))] + x_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_2(1-\delta) + BD_a(1-x_1)\exp[x_2/(1+(x_2/\varphi))] + \delta u(v) + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où x_1 et x_2 désigne la concentration en réactif sans dimension et la température du mélange, respectivement ; u est le débit de liquide de refroidissement sans dimension ; $D_a = 0.0072$, $\varphi = 20$, $B = 8$ and $\delta = 0.3$ dénoter le nombre de Damokhler, énergie activer, la chaleur de réaction et le coefficient de transfert de chaleur, respectivement.

Le système CSTR (2.98) peut être considéré comme un système strict-feedback de la forme

$$(2.99) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(\bar{x}_1, x_2) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(\bar{x}_2, u(v)) + \delta u(v) + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Où la zone morte sur l'entrée ($u(v)$) est déterminée par (2.62) avec le paramètre $m_{min} = 0.6$, $m_{max} = 0.7$, $b_r = 2.09$, $b_l = -1.5$ et la perturbation externe $d(x, t) = \cos(t)\cos(x_2)$. L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système (c.-à-d., la concentration y_1) à suivre la trajectoire désiré $y_d(t) = 0.5 + 0.1\sin(t)$.

Un seul réseau de neurones sous la forme (1.1) est généré pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 4$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, \dot{y}_d, e, \varphi]^T$. Les valeurs initiales des paramètres estimés sont fixées comme suit : $W(0) = 0$, nous n'avons aucune information à priori sur les paramètres neuronaux W . Les autres paramètres de synthèses et les conditions initiales sont donnés par tableau 2.4.

Les paramètres	Les valeurs
Γ	20
σ_1, σ_2	0.1, 20
γ, ϵ, α	10, 0.1, 1.2
λ, κ^*	10, 4.5
μ_∞, κ	0.05, 0.009
$\underline{\delta} = \overline{\delta}$	1
μ_0	1.5
$\hat{t}(0)$	0
$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]$	$[0.6, 0.5]^T$

Tableau 2.4: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les figures 2.11-2.13 montre les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif neuronale pour la dynamique de CSTR. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 2.11 que la sortie y_1 suit parfaitement sa référence y_d . La bornitude du signale de commande $v(t)$ et $N(v(t))$ est illustré dans la figure 2.12. La figure 2.13 présente les erreurs de poursuite. Pour Montrer l'efficacité du contrôleur proposé dans ce travail, une comparaison est effectuée avec le contrôleur back-stepping traditionnel dans [40], avec la définition de $e_1 = x_1 - y_d$, $e_2 = x_2 - \alpha_1$. La commande d'entré actuel est donné comme [40] :

$$(2.100) \quad u = -e_1 - c_2 e_2 - \hat{W}_2^T S_2(Z_2)$$

Les commandes virtuelles et les lois d'adaptation sont choisies comme [40] :

$$(2.101) \quad \alpha_1 = -c_1 e_1 + \hat{W}_1^T S_1(Z_1)$$

$$(2.102) \quad \dot{\hat{W}}_1 = \Gamma_1 [-S_1(Z_1)e_1 - \sigma \hat{W}_1]$$

$$(2.103) \quad \dot{\hat{W}}_2 = \Gamma_2 [-S_2(Z_2)e_2 - \sigma \hat{W}_2]$$

Il est noté que deux NNs sont utilisés dans le contrôleur back-stepping (2.102)-(2.103) pour le système CSTR (2.98). À partir des équations ci-dessus définissant le contrôleur et les lois d'adaptations dans [40], on peut voir clairement l'explosion de complexité

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

impliquée par l'utilisation de nombreux paramètres de conception ainsi que de deux entrées de NNs et d'une entrée de commande virtuelles. En revanche, le contrôleur proposé n'a besoin que d'un seul paramètre adaptatif NNs pour la dynamique de CSTR. Les résultats obtenus lors de l'utilisation du contrôleur défini dans[40] avec la contrainte de la zone morte en entrée sont montrés dans la figure 2.14. Il est claire que les résultats obtenus par l'approche proposée sont supérieures à ce dans 2.14 en terme de performance puisque la sortie n'a pas quitté l'enveloppe exigé même au prix d'un signale de commande plus énergétique

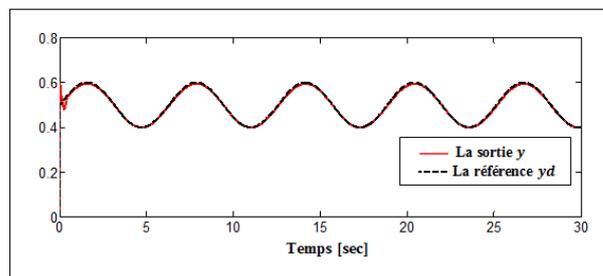


FIGURE 2.11: Les performances de poursuite : la sortie y la référence y_d .

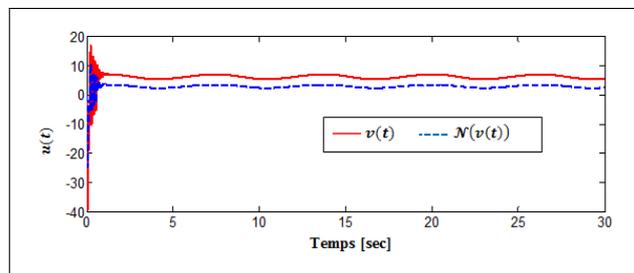


FIGURE 2.12: La trajectoire de $v(t)$ et $N(v(t))$.

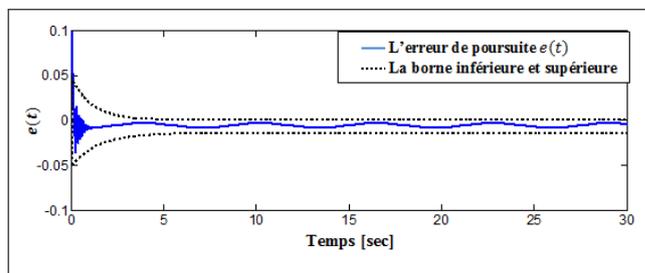


FIGURE 2.13: Les performances de l'erreur de poursuite .

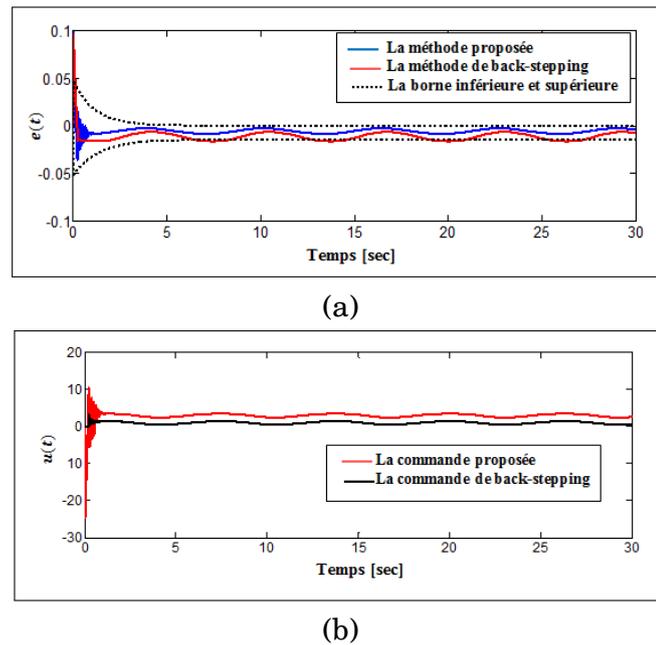


FIGURE 2.14: (a) L'erreur de poursuite des deux commande ; (b) la commande d'entrée des deux approches.

2.3.6 Conception de la commande avec un équivalent de la saturation de l'entrée

Un contrôleur adaptatif neural pour les dynamiques avec le couplage de la saturation de l'entrée et la zone morte est considéré dans cette section.

Les non linéarités sur l'entrée $u(v)$ incluent la saturation sur l'entrée et la zone morte qui peut être illustré dans la figure 2.15.

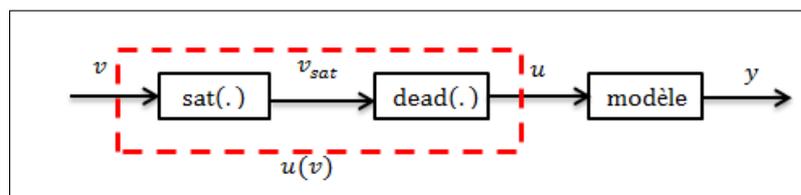


FIGURE 2.15: Un diagramme structurale du non linéarité de l'entrée $u(v)$.

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

La fonction de la saturation sur l'entrée $sat(.)$ peut être exprimée comme suit [74, 75] :

$$(2.104) \quad v_{sat} = sat(v(t)) = \begin{cases} v_{max} & si \ v(t) > v_{max} \\ v & si \ v_{min} \leq v(t) \leq v_{max} \\ v_{min} & si \ v(t) < v_{min} \end{cases}$$

avec v_{max} et v_{min} sont des valeurs connues de la saturation de l'entrée v . La fonction de zone morte sur l'entrée $dead(.)$ peut être exprimée comme suit [75, 76] :

$$(2.105) \quad dead(v_{sat}) = \begin{cases} m_r(v_{sat} - b_r) & si \ v_{sat} > b_r \\ 0 & si \ b_r \leq v_{sat} \leq b_l \\ m_l(v_{sat} - b_l) & si \ v_{sat} < b_l \end{cases}$$

où $m_r > 0, m_l > 0$ dénotent les pentes droite et gauche de la zone morte ; b_r, b_l indiquent les paramètres de point de rupture droit et gauche de la zone morte. Il est clair que les caractéristiques du non linéarités de l'entrée sont relativement compliquées. D'ailleurs, il est difficile de traiter directement le problème du non linéarités de l'entrée, donc, la fonction inverse gauche $dead^+(.)$ satisfaisant $dead(.)dead^+(.) = I$ est défini comme suit [75–77] :

$$(2.106) \quad dead(\bar{v}) = \begin{cases} (\bar{v}/m_r - b_r) & si \ \bar{v} > 0 \\ 0 & si \ \bar{v} = 0 \\ (\bar{v}/m_l - b_l) & si \ \bar{v} < 0 \end{cases}$$

En ajoutant un bloc de la fonction inverse devant les non linéarités sur l'entrée, la nouvelle structure est montré dans la figure 2.3, où v est la loi de commande actuelle. Basé sur l'analyse de la caractéristique de nouvelle structure du non linéarité sur l'entrée inspiré dans [76], u peut être exprimé comme suit

$$(2.107) \quad u = sat_{all}(\bar{v}) \begin{cases} m_r(v_{max} - b_r) & si \ \bar{v} > m_r(v_{max} - b_r) \\ \bar{v} & si \ m_r(v_{max} - b_r) \leq \bar{v} \leq m_l(v_{min} - b_l) \\ m_l(v_{min} - b_l) & si \ \bar{v} < m_l(v_{min} - b_l) \end{cases}$$

L'équation ci-dessus implique que la saturation de l'entrée et la zone morte est couplé avec le bloc de la fonction inverse gauche de la zone morte résultant un équivalente de la saturation de l'entrée.

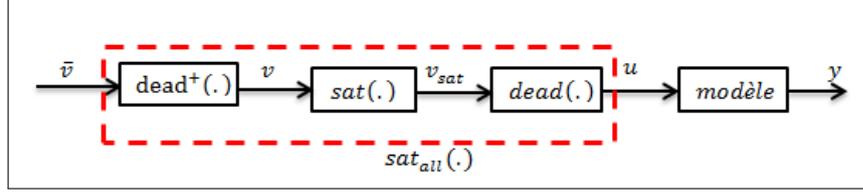


FIGURE 2.16: Un diagramme structurel du non linéarité de l'entrée $sat_{all}(\cdot)$.

Pour résoudre le problème de contrôle du système strict feedback soumis à la saturation de l'actionneur, nous introduisons la loi de commande suivante :

$$(2.108) \quad \bar{v}(t) = \frac{1}{\delta} \left(-\hat{W}^T S(Z) + y_d^{(n)} - \frac{\alpha_2}{\varphi} (e_s - \chi) - \vartheta_r \right)$$

où ϑ_r est un terme de commande robuste introduit pour compenser l'effet de l'erreur d'approximation neuronale et des perturbations externes et l'erreur d'approximation de la saturation de l'actionnaire, est choisi comme suit :

$$(2.109) \quad \vartheta_r = \hat{\tau} \tanh\left(\frac{e_s}{\epsilon}\right)$$

et χ est un compensateur additif défini par la dynamique suivante :

$$(2.110) \quad \dot{\chi} = \begin{cases} -k_e \chi - \frac{\varphi_M \delta |e_s \Delta u| + 0.5 \Delta u^2}{\chi^2} \chi + \Delta u & si \ |\chi| > \mu \\ 0 & si \ |\chi| < \mu \end{cases}$$

où $\Delta u = u - \bar{v}$, $k_e > 0$ est le paramètre de conception.

Pour estimer les paramètres inconnus, nous adoptons les lois suivantes :

$$(2.111) \quad \dot{\hat{W}} = \varphi \Gamma (e_s S(Z) + \sigma_3 \hat{W})$$

$$(2.112) \quad \dot{\hat{\tau}} = \varphi \gamma_2 \left[-|e_s| \tanh\left(\frac{e_s}{\epsilon}\right) + \sigma_4 \hat{\tau} \right]$$

où \hat{W} et $\hat{\tau}$ sont les valeurs estimées du paramètre inconnu W et $\bar{\tau}$, respectivement, et $\Gamma, \gamma_2, \sigma_3, \sigma_4, \alpha_2$ sont des paramètres de conception positifs. $\tanh(\cdot)$ désigne la fonction de la tangente hyperbolique.

2.3.7 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée

2.3. SYSTÈME NL STRICT-FEEDBACK AVEC DES NON LINÉARITÉS DE L'ENTRÉE ET CONTRAINTE SUR LA SORTIE ET AVEC LE GAIN DE COMMANDE CONSTANT

Théorème 2.3. *Considérons le système (2.62). Supposons que les hypothèses 2.4-2.6 sont satisfaites. Le terme de commande auxiliaire (2.110) et les lois de commande définie par (2.108)-(2.109) avec les lois d'adaptation (2.111)-(2.112), alors on peut conclure que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite convergent vers zéro.*

Preuve du Théorème 2.3 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(2.113) \quad V = \frac{1}{2}e_s^2 + \frac{1}{2}\tilde{W}^T\Gamma^{-1}\tilde{W} + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\tau}^2$$

En dérivant V par rapport au temps, on obtient

$$(2.114) \quad \dot{V} = e_s\dot{e}_s - \tilde{W}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\tau}\dot{\tilde{\tau}} + \chi\dot{\chi}$$

Considérant $\Delta u = u - \bar{v}$ et (2.76), l'équation (2.114) peut être écrite comme suit :

$$(2.115) \quad \begin{aligned} \dot{V} &= \varphi e_s \left\{ \delta u - y_d^{(n)} + F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi) + d(t) \right\} - \tilde{W}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\tau}\dot{\tilde{\tau}} + \chi\dot{\chi} \\ &= \varphi e_s \left\{ \delta \bar{v} + \delta \Delta u - y_d^{(n)} + \hat{W}^T S(Z) + D_2(t) \right\} - \tilde{W}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\tau}\dot{\tilde{\tau}} + \chi\dot{\chi} \end{aligned}$$

où $F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi)$ est une fonction inconnue approximée par NNs comme suit : $F(\bar{x}_n, e, \mu, \dot{y}_d, \varphi) = \hat{W}^T S(Z) + \varepsilon(Z)$, et $D_2(t) = \varepsilon(Z) + d(t)$ est borné par une petite constante $\bar{\tau}$. En utilisant (2.110)-(2.108), et le fait que $|D_2| \leq \bar{\tau}$, l'équation (2.115) devient

$$(2.116) \quad \begin{aligned} \dot{V} &= -\alpha_2 e_s^2 + \alpha_2 e_s \chi + \varphi \delta e_s \Delta u + \left\{ \varphi e_s D_2(t) - \varphi e_s \hat{\tau} \tanh\left(\frac{e_s}{\epsilon}\right) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \right\} \\ &+ \tilde{W}^T \left\{ e_s S(Z) - \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} + \chi \left(-k_e \chi - \frac{\varphi_M \delta |e_s \Delta u| + 0.5 \Delta u^2}{\chi^2} \chi + \Delta u \right) \end{aligned}$$

Alors, l'équation (2.116) peut arranger comme suit

$$(2.117) \quad \begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha_2 e_s^2 + \alpha_2 e_s \chi + \varphi_M \delta |e_s \Delta u| + \left\{ \varphi_M \kappa \bar{\tau} - \varphi |e_s| \hat{\tau} \tanh\left(\frac{e_s}{\epsilon}\right) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \right\} \\ &+ \tilde{W}^T \left\{ \varphi e_s S(Z) - \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} - k_e \chi^2 - \varphi_M \delta |e_s \Delta u| - 0.5 \Delta u^2 + \chi \Delta u \end{aligned}$$

En se servant du lemme 2.1 et en substituant (2.109)-(2.112) dans (2.117), \dot{V} se réduit à

$$(2.118) \quad \dot{V} \leq -\alpha_2 e_s^2 + \alpha_2 e_s \chi - \varphi \sigma_4 \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} - \varphi \sigma_3 \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} + \varphi_M \kappa \bar{\tau} - k_e \chi^2 - 0.5 \Delta u^2 + \chi \Delta u$$

En utilisant les inégalités suivantes,

$$(2.119) \quad -\varphi \sigma_3 \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \leq \frac{\varphi_M \sigma_3}{2} \left(\|W\|^2 - \|\tilde{W}\|^2 \right)$$

$$(2.120) \quad -\varphi\sigma_4\tilde{\tau}\hat{\tau} \leq \frac{\varphi_M\sigma_4}{2}(\bar{\tau}^2 - \tilde{\tau}^2)$$

$$(2.121) \quad \chi \Delta u \leq \frac{1}{2}(\chi^2 + \Delta u^2)$$

$$(2.122) \quad e_s\chi \leq \frac{1}{2}(e_s^2 + \chi^2)$$

Finalement, en utilisant les inégalités ci-dessus, nous pouvons borner \dot{V} comme suit

$$(2.123) \quad \dot{V} \leq -\frac{\alpha_2}{2}e_s^2 - \left(k_e - \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{2}\right)\chi^2 - \frac{\varphi_M\sigma_3}{2}\|\tilde{W}\|^2 - \frac{\varphi_M\sigma_4}{2}\tilde{\tau}^2 + \frac{\varphi_M\sigma_3}{2}\|W\|^2 + \frac{\varphi_M\sigma_4}{2}\bar{\tau}^2 + \varphi_M\kappa\bar{\tau}$$

où le paramètre de désigne est choisi pour satisfaire la condition $k_e - \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{2} > 0$. Alors

$$(2.124) \quad \dot{V} \leq -\theta_2 V + \beta_2$$

où $\theta_2 = \min \left\{ \alpha_2, \frac{\varphi_M\sigma_3}{\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})}, \varphi_M\sigma_4\gamma_2, 2\left(k_e - \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{2}\right) \right\}$; $\beta_2 = \frac{\varphi_M\sigma_3}{2}\|W\|^2 + \frac{\varphi_M\sigma_4}{2}\bar{\tau}^2 + \varphi_M\kappa\bar{\tau}$ sont toutes constants. Nous pouvons garantir que \dot{V} est négatif aussi longtemps que e_s est en dehors de d'ensemble compact Ω_{e_s} défini comme suit

$$\Omega_{e_s} = \left\{ e_s \in \mathbb{R} \mid |e_s| \leq \sqrt{\Omega} \right\}$$

Selon le théorème standard de Lyapunov, nous pouvons conclure que e_s est bornée et converge à l'ensemble compact, de même, le signal \tilde{W} , $\tilde{\tau}$, χ sont bornées et convergent à $\Omega_{\tilde{W}}$, $\Omega_{\tilde{\tau}}$, Ω_{χ} définis comme suit

$$\Omega_{\tilde{W}} = \left\{ \tilde{W} \in \mathbb{R} \mid |\tilde{W}| \leq \sqrt{\Omega/\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})} \right\}$$

$$\Omega_{\tilde{\tau}} = \left\{ \tilde{\tau} \in \mathbb{R} \mid |\tilde{\tau}| \leq \sqrt{\gamma_1\Omega} \right\}$$

$$\Omega_{\chi} = \left\{ \chi \in \mathbb{R} \mid |\chi| \leq \sqrt{\Omega} \right\}$$

où $\Omega = 2(V|_{t=0} + \theta_2/\beta_2)$ avec θ_2 et β_2 défini comme

$$\theta_2 = \min \left\{ \alpha_2, \frac{\varphi_M\sigma_3}{\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})}, \varphi_M\sigma_4\gamma_2, 2\left(k_e - \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{2}\right) \right\}$$

$$\beta_2 = \frac{\varphi_M\sigma_3}{2}\|W\|^2 + \frac{\varphi_M\sigma_4}{2}\bar{\tau}^2 + \varphi_M\kappa\bar{\tau}$$

Le reste de la preuve est similaire à la preuve du théorème 2.2, les conclusions du théorème 2.3 peuvent être facilement obtenues, ce qui n'est pas traité en détail ici.

2.3.8 Résultats de simulation

Pour tester les performances de l'approche de commande adaptative neuronale développée, dans cette section, nous considérons un système CSTR.

Tous les détails concernant ce système sont donnés dans la section 2.3.5

La saturation sur l'entrée $u(v)$ est déterminée par (2.104) avec le paramètre de la saturation équivalente sont $v_{max} = 4, v_{min} = -4$. Les plages de zone morte sont $b_r = 2.09, b_l = -1.5$; et les paramètres de pente sont $m_r = m_l = 1$. L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système (c.-à-d., la concentration y_1) à suivre la trajectoire désiré $y_d(t) = 0.5 + 0.1\sin(t)$.

Un seul réseau de neurones est généré pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 4$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, \dot{y}_d, e, \varphi]^T$. Les paramètres de synthèses et les conditions initiales sont donnés par tableau 2.5.

Les paramètres	Les valeurs
Γ	35
σ_1, σ_2	0.1, 20
γ, ϵ, α	10, 0.1, 1.2
λ, K_e, φ_m	10, 2.2, 5
μ_∞, κ	0.05, 0.009
$\chi(0), \mu_0, \hat{\tau}(0)$	0, 1.5, 0
$\underline{\delta} = \bar{\delta}$	1
$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]$	$[0.6, 0.5]^T$
$W(0)$	0

Tableau 2.5: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les figures 2.17-2.19 montrent les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif neuronale pour la dynamique du CSTR. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 2.17 que la sortie y_1 suit parfaitement sa référence y_d . La bornitude de le signale de commande $v(t)$ et $\text{sat}(v(t))$ est illustré dans la figure 2.18. La figure 2.19 montre les erreurs de poursuite.

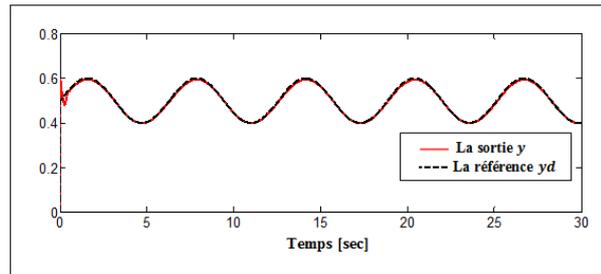


FIGURE 2.17: Les performances de poursuite : la sortie y la référence y_d .

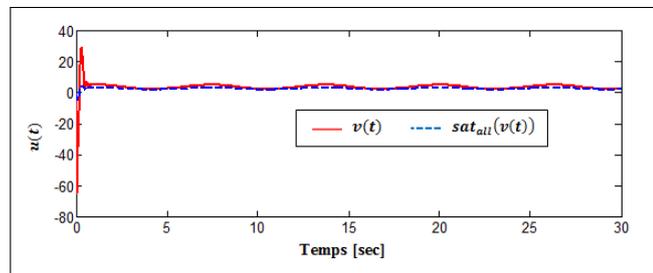


FIGURE 2.18: La trajectoire de $v(t)$ et $sat_{all}(v(t))$.

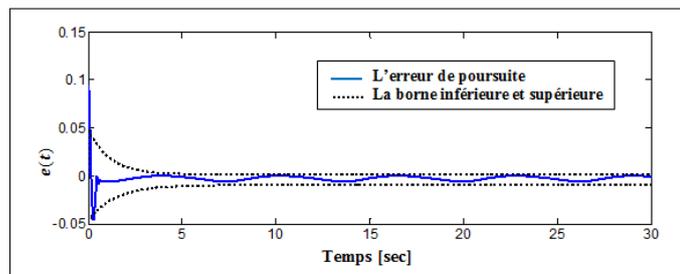


FIGURE 2.19: Les performances de l'erreur de poursuite .

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, des lois de commande adaptative ont été proposé pour des systèmes strict-feedback non linéaires incertain SISO triangulaires avec contraintes sur l'entrée en la présence des perturbations externe. Dans un premier cas, le gain de commande a été considéré comme une fonction non linéaire incertaine dont le signe est inconnue.

Dans ce cas, la saturation sur le signal de commande est traitée et le mécanisme de déclenchement par événement a été exploité. Dans un deuxième cas, le même problème de commande a été traité où le gain de commande du système a été considéré un gain constant dont sa valeur est connue et l'entrée de commande qui lui est liée a été considéré assujettie à l'effet soit de la saturation soit de la zone morte, ainsi que des exigences de performance en régime transitoire et établie sont imposées sur la sortie du système. Il a été montré que les méthodes proposées ne nécessitent qu'un seul paramètre adaptatif NNs quel que soit l'ordre du système non linéaire tout en garantissant la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée.

COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME PURE-FEEDBACK

Sommaire

3.1	Introduction	72
3.2	Commande adaptative neuronale pour une classe de système non linéaire pure-feedback avec une saturation sur l'entrée	75
3.2.1	Position du problème	75
3.2.2	La conception de la commande adaptative neuronale	76
3.2.3	Conception de l'observateur	78
3.2.4	Analyse de la stabilité	81
3.2.5	Résultats de simulation	83
3.3	Commande adaptative pour des systèmes pure-feedback incertains avec des contraintes sur l'entrée et la sortie sans connaissance sur la direction de commande	95
3.3.1	Position du problème	95
3.3.2	La conception de la commande adaptative neuronale	96
3.3.3	La transformation de l'erreur dynamique	98
3.3.4	Conception de l'observateur	101
3.3.5	Analyse de la stabilité	104
3.3.6	Résultats de simulation	106
3.4	Conclusion	109

3.1 Introduction

La commande adaptative en utilisant les réseaux de neurones (NNs) comme approximateurs universels pour systèmes non linéaires incertains avec analyse de stabilité est devenu un domaine de recherche très actif ; ce qui a attiré l'attention des chercheurs ces deux dernières décennies. La commande adaptative par la méthode back-stepping est devenue très populaire pour la synthèse de contrôleurs des systèmes non linéaires triangulaires. Plusieurs schémas de commande back-stepping adaptative ont été développés pour les systèmes strict-feedback avec non linéarités incertaines [78–83]. Dans [81, 82], des commandes adaptatives à base de NNs ou logique floue ont été proposés pour le cas des systèmes non linéaires strict feedback stochastiques avec retard. Cependant, la technique back-stepping a été étendue pour traiter un problème de commande plus complexe d'une classe plus large des systèmes non linéaires, dite pure-feedback, dans lesquels les états ne sont pas affines afin de servir comme commande virtuelles [84–93]. En se servant du théorème de la valeur implicite, le théorème de la valeur moyenne et la technique de back-stepping, des schémas de commande adaptative neuronale ont été proposés dans [89–93] pour la même classe des systèmes pure-feedback.

Un problème commun dans les papiers précités est l'inconvénient de l'explosion de complexité inhérent à l'application de la méthode de back-stepping. Ce dernier problème est dû à la différentiation répétitive de certains termes non linéaires, tel que les commandes virtuelles [14]. Pour pallier à ce problème, la méthode de commande surface dynamique DSC (Dynamic Surface Control) a été introduite dans [17] pour les systèmes non linéaires strict feedback. Dans [94], par l'utilisation d'un filtre du premier ordre à chaque étape récursive, une commande DSC adaptative neuronale a été développée pour la classe pure-feedback des systèmes non linéaires avec retard inconnu et incertitudes incertaines. Pour traiter des non linéarités sur l'entrée, la même classe de systèmes a été considérée avec zone morte (dead-zone) inconnue sur l'entrée, avec la restriction que la $(n - 1)^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ équations d'état sont supposées affines afin d'éliminer la dérivation répétitive des commandes virtuelles.

Cependant, du point de vue pratique, les méthodes développées dans [95] sont coûteuses du point de vue calcul suite à l'utilisation récursive des approximateurs neuronaux où flous à chaque étape de conception. De plus, les lois d'adaptation impliquées dans DSC nécessitent un nombre important de paramètres à mettre à jour en ligne, ce qui rend les lois de commande ainsi que l'analyse de stabilité plus compliqués. Seulement peu

de résultats ont été reportés sur la commande adaptative neuronale pour les systèmes sous la forme générale pure-feedback sans l'utilisation des techniques back-stepping et la DSC [96, 97]. Malgré ces efforts, les résultats existants [96, 97] sont focalisés sur les systèmes incertains sans prise en compte de non linéarités sur les entrées.

En pratique, les non linéarités sur les entrées existent largement dans les systèmes physiques tels qu'en mécanique, hydraulique et autre types de composants de systèmes, ce qui rend le traitement de ces non linéarités dans la conception des contrôleurs un domaine de recherche très important. La zone morte dans [76, 92, 98], l'entrée quantifiée (Quantized input) dans [83, 99], backlash et hysteresis dans [100, 101] et la saturation d'entrée dans [46, 102–104] sont des non linéarités communément traitées dans la littérature. La saturation des signaux de commande est une non linéarité parmi les plus importantes qui sont présente dans les systèmes physiques, et qui peut limiter gravement ses performances voire même provoquer l'instabilité. Alors, l'effet de la saturation de l'entrée devrait être pris en compte dans la conception et l'analyse des systèmes de commande. Plusieurs chercheurs ont déployé des efforts afin de traiter le problème de la commande des systèmes non linéaire incertains avec saturation de l'entrée [30–32, 35, 105–107]. Dans [30], des schémas de commande à base de DSC floue avec observateur ont été présentés pour les systèmes non linéaire strict-feedback en présence de la saturation d'entrée. Dans [27], une commande back-stepping floue adaptative a été développée pour les systèmes non-stricts feedback incertains où un système auxiliaire a été introduit pour pallier aux effets de la saturation de l'entrée. Ce résultats a été étendu pour traiter les systèmes pure-feedback avec saturation d'entrée [108–110]. Dans [109, 110], la classe spécifique des système pure-feedback stochastiques a été considérée. Cependant, dans les travaux [27, 30–32, 35, 105–110], les contrôleurs proposés nécessitent N réseaux de neurones pour approximer les dynamiques incertaines des systèmes non linéaires d'ordre N .

Afin de satisfaire certaines qualités ou indices de performance. De nombreux travaux existants ont été développés pour résoudre ce problème en utilisant la technique de transformation d'erreur. Dans [55, 111], la fonction tangente hyperbolique a été utilisée, cependant, dans [112], c'est la fonction logarithme qui est utilisée. À notre connaissance, il n'y a aucun résultat sur la commande neuronale adaptative des systèmes pure-feedback en présence à la fois de non-linéarités d'entrée et de contraintes de sortie sans passer par back-stepping ou DSC. L'objectif de ce chapitre est de développer une commande adaptative neuronale pour une classe de systèmes non linéaires SISO complètement pure-feedback et non affines en la commande avec les contraintes sur l'entrée et la sortie.

Ce travail est présenté en deux parties :

Dans la première partie, la démarche de conception de commande adaptative neuronale poursuivie dans la première partie du deuxième chapitre est généralisée afin d'être appliquée sur une classe plus large de systèmes non linéaires non affine en la commande dite pure-feedback avec saturation à l'entrée. L'approche proposée assure les performances et la robustesse vis-à-vis de la saturation et les incertitudes, avec garantie de stabilité au sens de Lyapunov. Il a été montré que tous les états du système en boucle fermée sont bornés, ainsi que les erreurs de poursuite convergent vers un petit voisinage de l'origine. De plus, les performances de poursuite du schéma de commande sont illustrées par deux exemples de simulations.

Dans la deuxième partie, un schéma de commande adaptatif neuronal est proposé pour la même classe des systèmes traités dans la première partie. Cependant, dans ce cas, en plus de la saturation sur l'entrée, nous allons prendre en compte les contraintes sur la sortie. En comparaisant avec les approches traditionnelles, la structure du contrôleur proposé est plus simple à cause de l'élimination du problème de l'explosion de complexité inhérent aux approches basées sur la méthode back-stepping. Dans ce travail, les difficultés rencontrées dans le problème de la commande des systèmes non linéaires non affines avec contraintes sur la sortie ont été évitées en le convertissant en un problème de commande sans contraintes sous la forme affine. En utilisant les fonctions de type Nussbaum, la connaissance, à priori, du signe du gain de commande n'est plus nécessaire ainsi que le problème des dérivés circulaires est contourné. La méthode de commande proposée ne nécessite qu'un seul paramètre de réseau de neurones avec une seule couche cachée pour son implémentation, un observateur d'états basé sur la notion de positivité (SPR) et un contrôleur adaptatif robuste. En effet, le réseau de neurones et l'observateur sont utilisés, respectivement, pour approximer les non-linéarités inconnues des systèmes ainsi que pour compenser l'effet de la saturation sur la commande et afin d'aborder le problème d'estimation des nouveaux états. La stabilité du système en boucle fermée a été analysée au sens de Lyapunov. Les performances de poursuite du schéma de commande proposé est illustré par un exemple de simulation.

3.2 Commande adaptative neuronale pour une classe de système non linéaire pure-feedback avec une saturation sur l'entrée

3.2.1 Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires SISO pure-feedback décrite par :

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}), & i &= 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\bar{x}_n, u(v)), & n &\geq 2 \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où $\bar{x}_i = [x_1 \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure, $y \in \mathbb{R}$ est la sortie de système, et $f_i(.,.)$ sont des fonction continues non affine inconnues. De plus, v est l'entrée de la commande et $u(v(t))$ est la non-linéarité inconnue de l'actionneur qui est supposée ici : une saturation.

La saturation sur l'entrée $u(v(t))$ donnée déjà dans (2.2) est approximé de la même manière que celle dans (2.3) et réécrite ici uniquement pour simplifier le suivi des dérivations des équations :

$$(3.2) \quad \text{sat}(v(t)) = g(v) + d(v)$$

L'objectif de la commande consiste à synthétiser une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système bouclé et la poursuite pour la sortie $y(t)$ d'une trajectoire de référence $y_d(t)$.

Pour la conception des lois de commande adaptative pour le système pure-feedback, le système (3.1) est réécrit comme suit :

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + x_{i+1}, & i &= 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= F_n(\bar{x}_n, u(v)) + u(v) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

avec $F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - x_{i+1}$ et $F_n(\bar{x}_n, u(v)) = f_n(\bar{x}_n, u(v)) - u(v)$. Le système (3.3) est utilisé pour concevoir l'observateur et le contrôleur dans la section suivante.

Tout au long de ce travail les hypothèses suivantes sont considérées :

Hypothèse 3.1. ([113]) *Le gain de commande $g_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1})$ est différent de zéro et de signe connu.*

Hypothèse 3.2. ([96]) *La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre $(n+1)^{th}$ sont connues et bornées et le vecteur $Y_d = [y_d, \dots, y_d^{(n)}]$ et $y_d^{(n+1)}$ est disponible où $Y_d \in \Omega_d \subset \mathfrak{R}^{n+1}$ avec Ω_d étant un ensemble compact.*

Remarque 3.1. *Quand il n'y a pas de non linéarités sur l'entrée, le système donné par (3.1) peut être considéré comme une version simplifié du système non linéaire pure-feedback dans [96]. Toutefois, ce travail est concentré sur la conception des commandes pour la même classe des systèmes non linéaire avec saturation sur l'entrée. Donc, la conception de contrôle et l'analyse de stabilité de systèmes en boucle fermée sont plus difficiles que ceux dans [96].*

3.2.2 La conception de la commande adaptative neuronale

Dans cette section, un schéma de commande adaptative à base de réseau de neurones sera présenté. Pour améliorer la performance de poursuite, on développe un nouveau schéma de commande pour surmonter les difficultés introduites par la cascade du système pure-feedback saturé. En incorporant le système (3.3) avec un filtre passe bas est converti en un système affine dans une forme normale mais avec les états indisponible pour la rétroaction. Alors, le système (3.3) devient :

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + x_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= F_n(\bar{x}_n, u(v)) + g(v) + d(v) \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

$$(3.5) \quad \dot{v} = -cv + \omega$$

avec $c \in \mathfrak{R}^+$ est une constante positive et ω est un signal de commande auxiliaire à concevoir pour générer le signal de commande stable v , dans le système augmenté donné par (3.5). Pour le système augmenté, il est considéré que l'entrée de la commande v est un nouveau état, ω est une nouvelle entrée de commande.

Dans ce que suit, en utilisant les transformations rapportées dans le chapitre un, on montre que le système (3.3) peut être transformé en forme normale comme suit :

$$(3.6) \quad \dot{s}_{n+1} = F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \beta(Z_\beta)(g(v) + d(v))$$

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

avec

$$(3.7) \quad F(\bar{x}_n, u(v)) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_j} \dot{x}_j - c \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v} v + \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n} F_n(\bar{x}_n, u(v))$$

$$(3.8) \quad g(\bar{x}_n, u(v)) = \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial v}$$

$$(3.9) \quad \beta(Z_\beta) = \frac{\partial \varphi_{n+1}(\bar{x}_n, u(v))}{\partial x_n}$$

avec $Z_\beta = [\bar{x}_n, u(v)]$

En conséquence, le système (3.6) peut être décrit sous la forme normale avec le respect les nouveaux états :

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \dot{s}_i &= s_{i+1}, 1 \leq i \leq n \\ \dot{s}_{n+1} &= F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \beta(Z_\beta)(g(v) + d(v)) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

avec $s = [s_1, \dots, s_{n+1}]^T$ sont les nouvelles variables d'état, et $y \in \mathfrak{R}$ la sortie mesurée. $F(\bar{x}_n, u(v))$ et $g(\bar{x}_n, u(v))$ sont des fonctions non linéaires inconnues. Soit l'erreur de poursuite définie par :

$$(3.11) \quad e_1 = y - y_d = s_1 - y_d$$

où $e = [e_1, e_2, \dots, e_{n+1}]^T = [e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n)}]^T$. La dynamique des erreurs de poursuite sera alors donnée par :

$$(3.12) \quad \dot{e}_{n+1} = F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega - y_d^{(n+1)} + \beta(Z_\beta)(g(v) + d(v))$$

ce qui peut être écrit sous forme matriciel

$$(3.13) \quad \begin{aligned} \dot{e} &= Ae + B \left[F(\bar{x}_n, u(v)) + g(\bar{x}_n, u(v))\omega + \beta(Z_\beta)(g(v) + d(v)) - y_d^{(n+1)} \right] \\ y &= C^T e \end{aligned}$$

avec avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$$

Notons que la paire (A, B) est contrôlable et la paire (C^T, A) est observable.

Remarque 3.2. À partir de la transformation ci-dessus, on voit que le système (3.3) est similaire aux systèmes affine dans [35, 107] qui appliquent l'approche DSC adaptative et la méthode traditionnelle back-stepping adaptative, respectivement. Ces dernières procédures contiennent "N" étapes avec des lois de commande virtuelles qui ne sont pas nécessaires dans le travail proposé où la conception de la commande est devenue simple et directe avec la conception unique de la commande réelle et ses lois d'adaptations.

Remarque 3.3. Les nouveaux états $s_i, i = 2, \dots, n+1$ du système transformé (3.10) ne sont pas disponibles pour l'implémentation du contrôleur, alors, un observateur est introduit pour estimer le vecteur de l'erreur de poursuite. À partir de ce dernier, on peut déterminer directement l'estimation du nouveau vecteur d'état $s = [s_1, \dots, s_{n+1}]^T$.

3.2.3 Conception de l'observateur

Considérons, maintenant, l'observateur suivant pour l'estimation du vecteur de l'erreur de poursuite :

$$(3.14) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= (A - Bk^T)\hat{e} - B y_d^{(n+1)} + L\tilde{e}_1 \\ \hat{e}_1 &= C^T \hat{e} \end{aligned}$$

où $k = [k_0, k_1, \dots, k_n]^T$ est le vecteur de gain de retour d'état, $L = [L_1, \dots, L_{(n+1)}]^T$ est le vecteur du gain de l'observateur, et ils sont choisis de sorte que les polynômes caractéristiques de $A - Bk^T$ et $A - LC^T$ sont Hurwitz (c.-à-d., stable). Notons que $\tilde{e} = e - \hat{e}$, $\hat{e} = \hat{s} - Y_d$, avec \hat{s} est l'estimé du vecteur d'état s et \hat{e} est l'estimé du vecteur des erreurs de poursuite e . Par conséquent, si l'erreur d'observation \tilde{e} converge vers zéro, l'erreur de poursuite estimée \hat{e} convergera également vers zéro.

Pour simplifier la conception de la loi de commande, et selon la propriété d'approximation universelle des réseaux de neurones, les fonctions non linéaires inconnues suivantes peuvent être approximées comme suit :

$$(3.15) \quad g(\bar{x}_n, u(v))^{-1} (F(\bar{x}_n, u(v)) + \beta(Z_\beta) (g(v) + d(v))) = W_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z)$$

$$(3.16) \quad g(\bar{x}_n, u(v))^{-1} = W_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z)$$

et

$$(3.17) \quad W_i = \operatorname{argmin}_W \{ \sup_{z \in \Omega_z} |\hat{f}(Z/W) - f(Z)| \}$$

où $Z = [\bar{x}_n, v, u(v)]^T$ est le vecteur d'entrée du réseau et $S(\cdot)$ est le vecteur de fonction d'activation neuronale est supposé convenablement fixé à l'avance par l'utilisateur, W_1 et

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

W_2 sont les paramètres idéaux d'approximation avec les erreurs neuronales $|\varepsilon_1|$ et $|\varepsilon_2|$. Étant W_1 et W_2 sont inconnus, ces valeurs estimées \hat{W}_1 et \hat{W}_2 seraient utilisées.

Notons que les paramètres optimaux W_1 et W_2 sont des constantes artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implémentation des lois de commande adaptatives.

Puisque les vecteurs de paramètres idéaux W_i sont inconnus, il devrait être estimé par une loi d'adaptation appropriée. Les estimations sont représentées par \hat{W}_i . Définissons les vecteurs de l'erreur d'estimation paramétrique comme :

$$(3.18) \quad \tilde{W}_i = W_i - \hat{W}_i \quad , \quad i = 1, 2$$

Selon (3.15), l'erreur dynamique (3.13) peut être représentée par

$$(3.19) \quad \begin{aligned} \dot{e} &= Ae + B \left[g(\bar{x}_n, u(v)) \left(W_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) + \omega \right) - y_d^{(n+1)} \right] \\ y &= C^T e \end{aligned}$$

En choisissant la loi de commande suivante :

$$(3.20) \quad \omega = -k^T \hat{e} \hat{W}_2^T S(Z) - \hat{W}_1^T S(Z) + v_r$$

où v_r est un terme de contrôle compensatif pour les erreurs d'approximation à spécifier ultérieurement. En remplaçant (3.20) dans la dynamique de l'erreur de poursuite (3.19), nous obtenons

$$(3.21) \quad \begin{aligned} \dot{e} &= Ae - Bk^T \hat{e} + B[g(\bar{x}_n, u(v)) \left(\tilde{W}_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) \right) \\ &+ k^T \hat{e} g(\bar{x}_n, u(v)) \left(\tilde{W}_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z) \right) \\ &+ g(\bar{x}_n, u(v)) v_r(t) - y_d^{(n+1)}] \end{aligned}$$

Soit le vecteur des erreurs d'observation comme $\tilde{e} = [\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_{n+1}]^T = e - \hat{e}$. En soustrayant (3.14) de (3.21), nous obtenons la dynamique suivante pour l'erreur d'observation :

$$(3.22) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T) \tilde{e} + Bg(\bar{x}_n, u(v)) \left[\left(\tilde{W}_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) \right) \right. \\ &\quad \left. + k^T \hat{e} \left(\tilde{W}_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z) \right) + v_r \right] \\ \tilde{e}_1 &= C^T \tilde{e} \end{aligned}$$

La dynamique de l'erreur de poursuite de la sortie (3.22), peut s'écrire comme :

$$(3.23) \quad \tilde{e} = H(p) \left[g(\bar{x}_n, u(v)) \left(\tilde{W}_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) + v_r + k^T \hat{e} \left(\tilde{W}_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z) \right) \right) \right]$$

où $H(p)$ est la fonction de transfert associée à la dynamique de système est défini dans le chapitre 2.

Maintenant, puisque $H(p)$ dans (3.23) n'est pas SPR en général, on introduit un filtre passe bas $L(p)$ sachant que $H(p)L^{-1}(p) = \bar{H}(p)$ est SPR.

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1 &= H(p)L^{-1}(p) \left[L(p)g(\bar{x}_n, u(v)) \left(\tilde{W}_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) + v_r + k^T \hat{e}(\tilde{W}_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z)) \right) \right] \\ (3.24) \quad &= H(p)L^{-1}(p) \left[\tilde{W}_1^T S(Z) + k^T \hat{e} \tilde{W}_2^T S(Z) + U + v_r \right] \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} U &= L(p) \left[g(\bar{x}_n, u(v))(\tilde{W}_1^T S(Z) + \varepsilon_1(Z) + v_r + k^T \hat{e}(\tilde{W}_2^T S(Z) + \varepsilon_2(Z))) \right] \\ (3.25) \quad &- \tilde{W}_1^T S(Z) - k^T \hat{e} \tilde{W}_2^T S(Z) + v_r \end{aligned}$$

Maintenant, pour faciliter la conception de la commande et l'analyse de stabilité, nous émettons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3.3. *Chaque élément U du paramètre inconnu défini dans (3.25) est délimité par une constante, c'est-à-dire qu'il existe une constante positive inconnue $\bar{\tau}$ telle que*

$$(3.26) \quad |U| \leq \bar{\tau}$$

Ainsi, la représentation d'état de (3.24) comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= (A - LC^T)\tilde{e} + B_c \left[(\tilde{W}_1^T S(Z) + k^T \hat{e}(\tilde{W}_2^T S(Z) + U + v_r)) \right] \\ (3.27) \quad \tilde{e}_1 &= C^T \tilde{e} \end{aligned}$$

Le vecteur de gain d'observateur L est calculé afin que la matrice $(A - LC^T)$ ait toutes ses valeurs propres à parties réelles négatives. Par conséquent le système bouclé sera exponentiellement stable. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive P , donnée par

$$(3.28) \quad (A - LC^T)^T P + P (A - LC^T) = -Q$$

$$(3.29) \quad PB_c = C$$

où $(A - LC^T)$ et Q est une matrice symétrique et définie positive dont le choix est libre.

3.2.4 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en boucle fermée

Théorème 3.1. *Considérons le système non linéaire non affine (3.1) avec les contraintes sur l'entrée, et supposons que les hypothèses 3.1-3.4 sont satisfaites et l'observateur (3.14). Alors la loi de commande définit par l'équation (3.20) avec le terme de commande compensateur suivant :*

$$(3.30) \quad v_r = -\hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right)$$

avec les lois de commande adaptatives correspondantes

$$(3.31) \quad \dot{\hat{W}}_1 = \Gamma_1 (\tilde{e}_1 S(Z) - \sigma_1 \hat{W}_1)$$

$$(3.32) \quad \dot{\hat{W}}_2 = \Gamma_2 (k^T \hat{e} \tilde{e}_1 S(Z) - \sigma_2 \hat{W}_2)$$

$$(3.33) \quad \dot{\hat{\tau}} = \gamma \left(\tilde{e}_1 \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right) - \sigma_2 \hat{\tau} \right)$$

où $\Gamma_1, \Gamma_2, \gamma_1, \sigma_1, \sigma_2$ et σ_3 sont positives constantes. Ensuite, il peut être garanti que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite convergent vers un petit voisinage de l'origine.

Preuve du Théorème 3.1 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(3.34) \quad V = \tilde{e}^T P_2 \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{W}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{W}_1 + \frac{1}{2} \tilde{W}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{W}_2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\tau}^2$$

où $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$ et $\tilde{W}_i = \hat{W}_i - W_i, i = 1, 2$ sont les erreurs paramétriques. En dérivant V le long de la solution (3.28), on obtient

$$(3.35) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\tilde{e}^T Q \tilde{e} + \tilde{e}^T P B_c \left[\tilde{W}_1^T S(Z) + k^T \hat{e} (\tilde{W}_2^T S(Z) + U + v_r) \right] \\ & - \tilde{W}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_1 - \tilde{W}_2^T \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 - \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\hat{\tau}} \end{aligned}$$

En utilisant (3.29), (3.35) peut être arrangée comme suit

$$(3.36) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\tilde{e}^T Q \tilde{e} + [\tilde{e}_1 U + \tilde{e}_1 v_r] + \tilde{W}_1^T \left[\tilde{e}_1 S(Z) - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_1 \right] \\ & + \tilde{W}_2^T \left[\tilde{e}_1 k^T \hat{e} S(Z) - \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right] - \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\hat{\tau}} \end{aligned}$$

À l'aide de l'hypothèse 3.4, par substitution de l'équation (3.30) dans (3.36), on trouve après un calcul intermédiaire

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\tilde{e}^T \mathbf{Q} \tilde{e} + \left[\kappa \epsilon \bar{\tau} - |\tilde{e}_1| \bar{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{e}_1}{\epsilon}\right) + \frac{1}{\gamma} \bar{\tau} \dot{\bar{\tau}} \right] \\
 &+ \tilde{W}_1^T \left[\tilde{e}_1 S(Z) - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{W}}_1 \right] \\
 &+ \tilde{W}_2^T \left[\tilde{e}_1 k^T \hat{e} S(Z) - \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{W}}_2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.37}$$

En se servant du lemme 2.1 l'équation (2.7), et selon les lois d'adaptation des paramètres (3.31)-(3.33), on obtient

$$\dot{V} \leq -\tilde{e}^T \mathbf{Q} \tilde{e} + \sigma_1 \tilde{W}_1^T \dot{\hat{W}}_1 + \sigma_2 \tilde{W}_2^T \dot{\hat{W}}_2 - \sigma_3 \bar{\tau} \dot{\bar{\tau}} + \kappa \epsilon \bar{\tau}
 \tag{3.38}$$

En utilisant les inégalités suivantes,

$$\sigma_1 \tilde{W}_1^T \dot{\hat{W}}_1 \leq \frac{\sigma_1}{2} \|W_1\|^2 - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}_1\|^2
 \tag{3.39}$$

$$\sigma_2 \tilde{W}_2^T \dot{\hat{W}}_2 \leq \frac{\sigma_2}{2} \|W_2\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \|\tilde{W}_2\|^2
 \tag{3.40}$$

$$\sigma_3 \bar{\tau} \dot{\bar{\tau}} \leq -\frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2
 \tag{3.41}$$

Ensuite, \dot{V} peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\tilde{e}^T \mathbf{Q} \tilde{e} - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}\|_1^2 - \frac{\sigma_2}{2} \|\tilde{W}\|_2^2 - \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 \\
 &+ \frac{\sigma_1}{2} \|W\|_1^2 + \frac{\sigma_2}{2} \|W\|_2^2 + \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + \kappa \epsilon \bar{\tau} \\
 &\leq -\alpha V + \theta
 \end{aligned}
 \tag{3.42}$$

Posons $\theta = \frac{\sigma_1}{2} \|W_1\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \|W_2\|^2 + \frac{\sigma_3}{2} \bar{\tau}^2 + \kappa \epsilon \bar{\tau}$; $\alpha = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(P)}, \frac{\sigma_1}{\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})}, \frac{\sigma_2}{\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})}, \frac{\sigma_3}{\gamma} \right\}$ avec $\lambda_{\min}(\cdot)$ et $\lambda_{\max}(\cdot)$ désigne la valeur propre minimale et maximale de (\cdot) , respectivement. Multiplier les deux côtés par $e^{\alpha t}$, (3.42) peut être exprimé comme

$$\frac{d}{dt}(V(t)e^{\alpha t}) \leq \theta e^{\alpha t}
 \tag{3.43}$$

Intégration (3.43) sur $[0, t]$, il s'ensuit que

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\theta}{\alpha} + \left[V(0) - \frac{\theta}{\alpha} \right] e^{-\alpha t}
 \tag{3.44}$$

À partir de (3.44), donc \tilde{e} , \tilde{W}_1 , \tilde{W}_2 , $\bar{\tau}$ sont bornés. Utilisant (3.44), $V(0)$ est défini comme suit :

$$V(0) = \tilde{e}^T(0) P \tilde{e}(0) + \frac{1}{2} \tilde{W}_1^T(0) \Gamma_1^{-1} \tilde{W}_1(0) + \frac{1}{2} \tilde{W}_2^T(0) \Gamma_2^{-1} \tilde{W}_2(0) + \frac{1}{2\gamma_1} \bar{\tau}^2(0)
 \tag{3.45}$$

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

De (3.34) et (3.45), on obtient

$$(3.46) \quad \|\tilde{e}\| \leq \left(\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left(\frac{\theta}{\alpha} + \left(V(0) - \frac{\theta}{\alpha} \right) e^{-\alpha t} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

Alors la solution \tilde{e} converge de manière exponentielle vers une région bornée

$$(3.47) \quad \Omega_{\tilde{e}} = \left\{ \tilde{e} \mid \|\tilde{e}\| \leq \left(\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \frac{\theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

De même, les vecteurs d'erreur de paramètre \tilde{W}_1 et \tilde{W}_2 sont également bornés et convergent vers $\Omega_{\tilde{W}_1}$ et $\Omega_{\tilde{W}_2}$, définis comme suit :

$$(3.48) \quad \Omega_{\tilde{W}_1} = \left\{ \tilde{W}_1 \mid \|\tilde{W}_1\| \leq \left(\frac{2}{\lambda_{\min}(\Gamma_1^{-1})} \frac{\theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$(3.49) \quad \Omega_{\tilde{W}_2} = \left\{ \tilde{W}_2 \mid \|\tilde{W}_2\| \leq \left(\frac{2}{\lambda_{\min}(\Gamma_2^{-1})} \frac{\theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

De la bornitude de \tilde{e} , \tilde{W}_1 , \tilde{W}_2 et $\tilde{\tau}$ on peut déduire la bornitude de e , \hat{e} , \tilde{s} , \hat{W}_1 , \hat{W}_2 et $\hat{\tau}$ car $\tilde{e} = e - \hat{e} = \tilde{s}$, $\hat{W}_1 = W_1 - \tilde{W}_1$, $\hat{W}_2 = W_2 - \tilde{W}_2$, $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$ et les paramètres idéaux W_1, W_2 et $\bar{\tau}$ doit être borné. De la bornitude de \tilde{e} et la définition de \hat{e} dans (3.14), on peut conclure que \hat{e} est borné et e est borné également. Basé sur $e = s - Y_d$, on a s est aussi borné et il s'ensuit que \hat{s} est borné parce que \tilde{s} est borné. L'état x_1 est borné parce que $x_1 = s_1$. Par ailleurs, parce que s_2 est borné et $\partial\varphi_2(x_2)/\partial x_2 > 0$, on conclut que x_2 est borné basé sur la définition de $s_2 = \varphi(\bar{x}_2)$. Similaire et récursivement, les états $x_i, i = 3, \dots, n$ sont tous bornés.

Par conséquent, il est conclu que tous les signaux du système en boucle fermée résultant sont bornés.

3.2.5 Résultats de simulation

Afin de montrer l'efficacité de la méthode proposée, deux exemples sont donnés dans cette section. Le premier est un système non linéaire pure-feedback sous la forme de (3.1), tandis que le second est directement appliqué au système non linéaire strict-feedback sous la forme de (3.3).

3.2.5.1 Exemple 1

Considérons le système non linéaire pure-feedback du troisième ordre [96] décrit par les équations dynamiques suivantes :

$$(3.50) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(\bar{x}_2, x_3) \\ \dot{x}_3 &= f_3(\bar{x}_3, u(v)) \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où $f_1(x_1, x_2) = 0.2x_1 + x_2$, $f_2(\bar{x}_2, x_3) = \frac{1 - \exp(x_1 x_2)}{1 + \exp(x_1 x_2)} + x_3 + 0.05 \sin(x_3)$ et $f_3(\bar{x}_3, u(v)) = 0.2 \exp(-x_2^4 x_3^6) + (0.9 + 0.05 \exp(-x_1^2)) \text{sat}(u) + 0.1 \sin(\text{sat}(u))$ sont des fonctions non linéaires inconnues.

La saturation sur l'entrée $\text{sat}(u(t))$ est déterminé par (3.2) avec le paramètre $u_m = 2.5$.

L'objectif de la simulation est d'appliquer la commande adaptative neuronale proposé de sorte que la sortie du système y_1 suit la trajectoire désirée $y_d(t) = \sin(t)$. Pour implémenter la commande proposée, le vecteur de gain d'observateur et les vecteurs de gain de retour d'état sont sélectionnés respectivement comme suit : $k = [15.596 \times 10^2, 149.78 \times 10^2, 463.1, 50.1]$, $L = [102, 62.03 \times 10^2, 17.25 \times 10^3, 29.153 \times 10^3]^T$. Sélection de la matrice définie positive

$Q = \text{Diag}[10 \ 10 \ 10 \ 10]$ et en résolvant l'équation algébrique de Lyapunov (3.28) pour obtenir la matrice symétrique définie positive suivante :

$$P = \begin{bmatrix} 25.06 & 15.06 & -25.03 & -15.03 \\ 15.06 & 55.16 & 5.06 & -75.08 \\ -25.03 & 5.06 & 55.11 & -35.03 \\ -15.03 & -75.08 & -35.03 & 124.86 \end{bmatrix}$$

Le système (3.1) possède deux réseaux de neurones sous la forme (1.1) pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 5$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, x_3, v(t), u(v)]^T$. Les paramètres de synthèses et les conditions initiales utilisés dans cette simulation sont donnés dans le tableau 3.1.

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME
NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

Les paramètres	Les valeurs
$\Gamma_1 = \Gamma_2$	0.001
$\sigma_1 = \sigma_2$	0.001
σ_3	10
γ, ϵ, a	10, 0.1, 50
$x(0) = [x_1(0), x_2(0), x_3(0)]$	$[1, 0, 0]^T$
$\hat{e}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0), \hat{e}_3(0), \hat{e}_4(0)]$	$[1, 0, 0, 0]^T$
$W_i(0), i = 1, 2$	0

Tableau 3.1: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les figures 3.1-3.5 présentent les résultats de simulation obtenus par le contrôleur adaptatif neuronale de l'exemple 1. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 3.1 (a) que la sortie y_1 suit parfaitement sa référence y_d . La figure 3.1 (b) montre les trajectoires des états x_i . Un observateur d'erreur \tilde{e} est indiqué dans la figure 3.2 (a). On remarque aussi clairement sur la figure 3.2 (a) que l'observateur est capable à estimer correctement les états non mesurés. Les normes des paramètres ajustés sont bornées tel que présentées dans la figure 3.2(b). La bornitude de la loi de commande intermédiaire $\omega(t)$ est illustré dans la figure 3.3(a). Le signal de commande $u(t)$ et $\text{sat}(t)$ peuvent être observés dans la figure 3.3(b). Les figures 3.4-3.5 présentent les erreurs de poursuite et leurs estimations ainsi que les trajectoires des nouveaux états avec leurs estimations, respectivement.

Pour Montrer l'efficacité de la commande proposé dans ce travail, une comparaison est effectuée avec le contrôleur de back-stepping traditionnel sans tenir compte de la saturation en entrée [93]. La commande d'entré réelle est donnée comme [93] :

$$(3.51) \quad u = -z_2 - k_3 z_3 - \hat{W}_3 S(Z_3)$$

avec $z_1 = x_1 - y_d$, $z_2 = x_2 - \alpha_1$, $z_3 = x_3 - \alpha_2$. Les commandes virtuelles sont choisies comme [93] :

$$\alpha_2 = -z_1 - k_2 z_2 - \hat{W}_2^T S(Z_2)$$

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \hat{W}_1^T S(Z_1)$$

Avec les entrées de NNs sont choisis comme

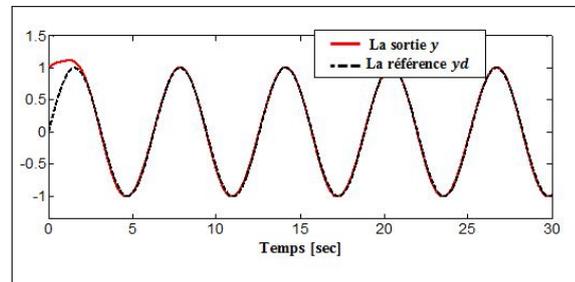
$$Z_1 = [x_1, \dot{y}_d]^T, Z_2 = [\bar{x}_2, \partial \alpha_1 / \partial x_1, \phi_1]^T, Z_3 = [\bar{x}_3, \partial \alpha_2 / \partial x_1, \partial \alpha_2 / \partial x_2, \phi_2]^T \text{ avec } \phi_i = \sum_{k=0}^i (\partial \alpha_i / \partial y_d^k) y_d^{k+1} +$$

$(\partial\alpha_i/\partial\hat{W}_k)\dot{\hat{W}}_k$, $i = 1, 2$, et les lois de commandes adaptatives sont données par

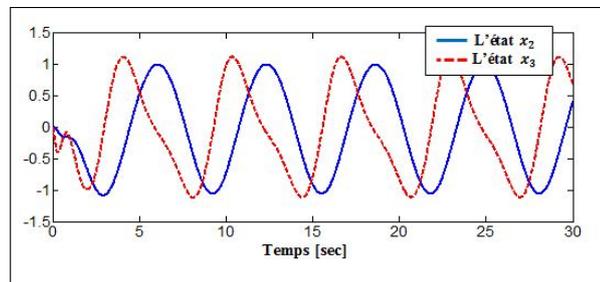
$$(3.52) \quad \dot{\hat{W}}_i = \Gamma_i (z_1 S(Z_i) - \sigma_i \hat{W}_i), \quad i = 1, 2, 3$$

À partir des équations ci-dessus définissant le contrôleur et les lois d'adaptations dans [93], on peut voir clairement l'explosion de complexité impliquée par l'utilisation de deux entrées de commande virtuelles avec leurs dérivées compliquées, ainsi que de nombreux paramètres de conception. Il est important de noter que le calcul précis des commandes virtuelles $\dot{\alpha}_i$ n'est pas simple, en particulier pour les systèmes d'ordre élevé en raison des dérivées partielles successives des NNs. En revanche, l'approche proposée n'a besoin que de deux paramètres de NNs quel que soit l'ordre du système non linéaire.

Les résultats obtenus lors de l'utilisation du contrôleur défini dans [93] sans saturation sur l'entrée est montré dans la figure 3.6. Il est très clair que l'approche proposée ait des performances supérieures à celle dans [93] parce que la réponse obtenue dans la figure 3.6 (a) montre l'équivalence de performance de poursuite de notre approche mais au prix d'un signal de commande énergétique, comme indiqué dans la figure 3.6 (b). Ce grand signal de commande peut être non réaliste. Cependant, lorsque la saturation d'entrée est appliquée dans les figures 3.7 (a)-(b) montre l'incapacité du contrôleur dans [93] à amener le système à suivre sa référence.



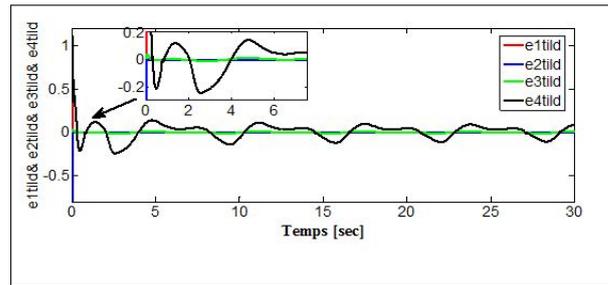
(a)



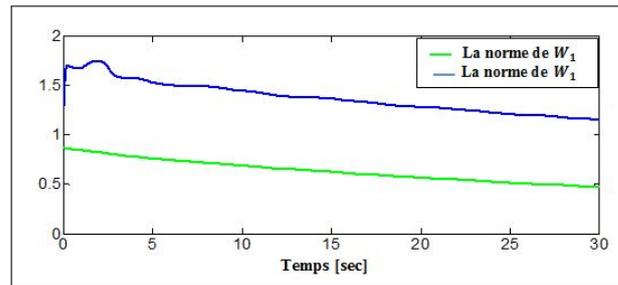
(b)

FIGURE 3.1: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 et x_3 .

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE



(a)



(b)

FIGURE 3.2: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) L'écart entre l'erreur de poursuite et son estimé . (b) La norme des paramètres de NNs ajustés.

CHAPITRE 3. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME PURE-FEEDBACK

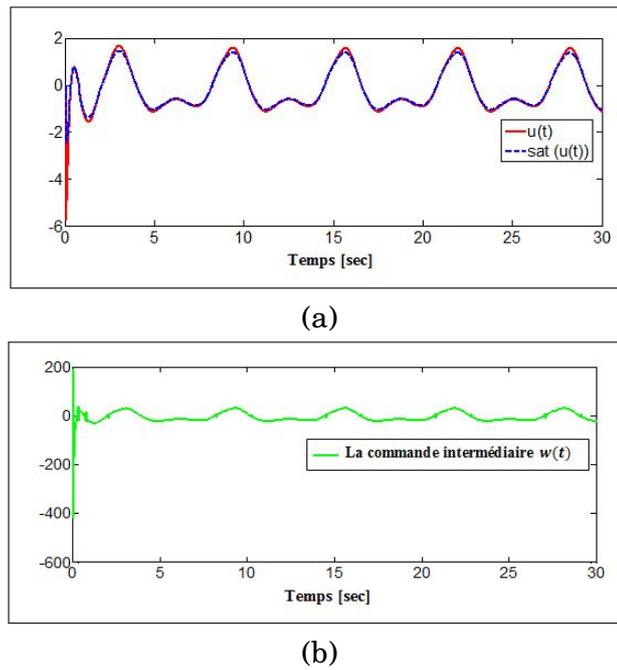


FIGURE 3.3: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) La commande intermédiaire $w(t)$. (b) Poursuite de $u(t)$ et $sat(t)$.

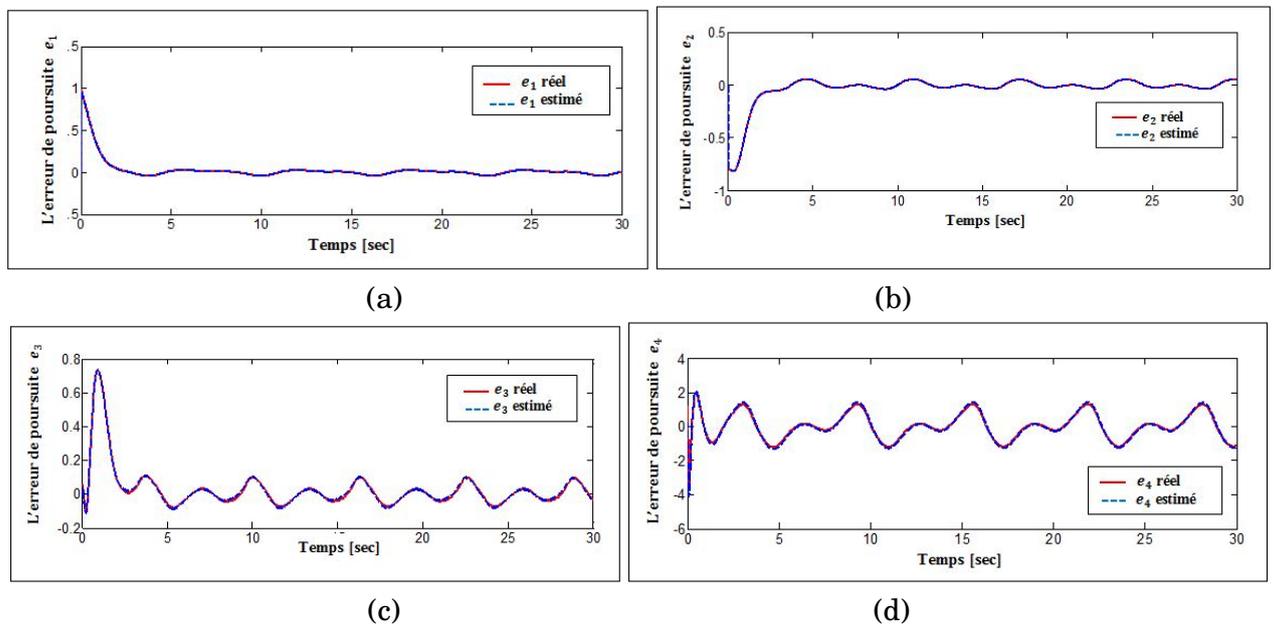


FIGURE 3.4: l'erreur de poursuite du système transformé avec son estimation de l'exemple 1.

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

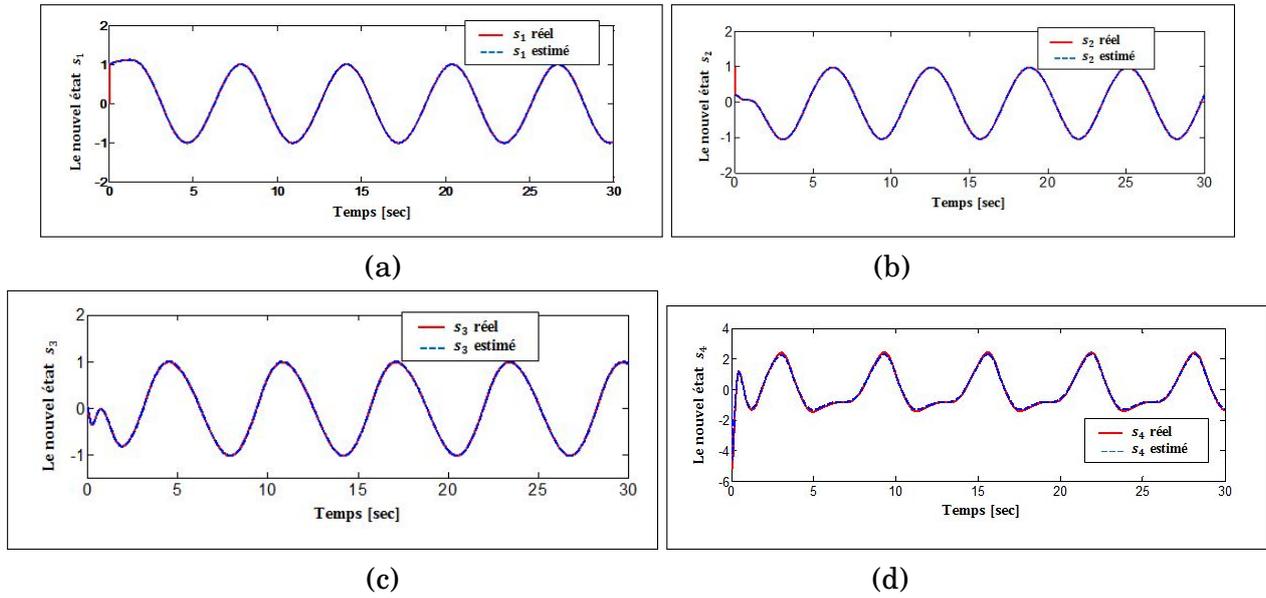


FIGURE 3.5: Les nouveaux variables d'états et leurs estimés de l'exemple 1.

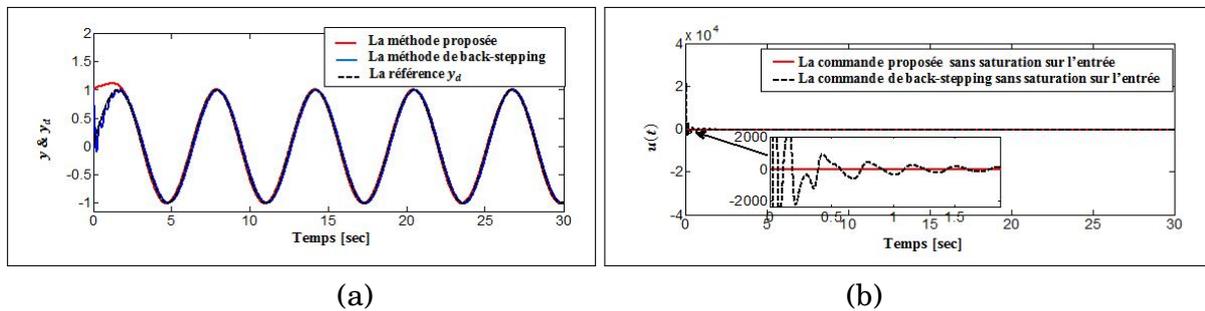


FIGURE 3.6: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Les performances de la comparaison pour les deux approches sans saturation. (b) La commande d'entrée $u(t)$ des deux approches (sans saturation sur l'entrée).

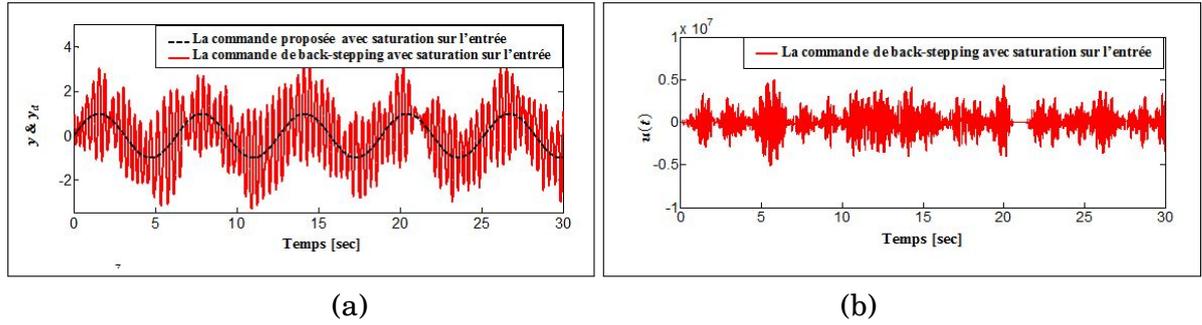


FIGURE 3.7: Le résultat de simulation de l'exemple 1. (a) Les performances de poursuite de la commande de back-stepping avec saturation sur l'entrée. (b) La commande d'entrée de la technique de back-stepping avec saturation

3.2.5.2 Exemple 2

Considérons le système non linéaire du second ordre donné par [107]

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 - x_1/1 + x_1^4 \\
 \dot{x}_2 &= \text{sat}(u(t)) - x_2 e^{-x_1^2} \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{3.53}$$

où la saturation sur l'entrée $\text{sat}(u(t))$ est déterminé par (3.2) avec le paramètre $u_m = 2$. L'objectif de la simulation est d'appliquer la commande adaptative neuronale proposée de sorte que la sortie du système y suit la trajectoire désiré $y_d(t) = \sin(t)$.

Pour implémenter la commande proposée, le vecteur de gain d'observateur et les vecteurs de gain de retour d'état sont sélectionnés respectivement comme suit : $k = [15.813 \times 10^2, 407.8, 350]$, $L = [100, 6000, 5000]^T$. Sélection de la matrice définie positive

$Q = \text{Diag}[100 \ 100 \ 100]$ et en résolvant l'équation algébrique de Lyapunov (3.28) pour obtenir la matrice symétrique définie positive suivante :

$$P = \begin{bmatrix} 5.1686 \times 10^3 & -0.500 \times 10^2 & -43.40 \\ -50.00 & 43.40 & -50.00 \\ -43.40 & -50.00 & 60.90 \end{bmatrix}$$

Le système (3.1) possède deux réseaux de neurones sous la forme (1.1) pour approximer en ligne les fonctions inconnus, le nombre des réseaux a été choisi avec $N = 4$, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z = [x_1, x_2, v(t), u(v)]^T$. Les paramètres de synthèses et les conditions initiales utilisés dans cette simulation sont donnés dans le tableau 3.2.

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME
NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

Les paramètres	Les valeurs
Γ_1, Γ_2	100, 0.001
$\sigma_1 = \sigma_3$	0.01
σ_2	100
γ, ϵ, α	0.01, 0.1, 20
$x(0) = [x_1(0), x_2(0)]$	$[0.01, 0.2]^T$
$\hat{e}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0), \hat{e}_3(0)]$	$[1, 0, 0]^T$
$W_i(0), i = 1, 2$	0

Tableau 3.2: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les figures 3.8-3.12 illustrent les résultats de simulation de l'exemple 2. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 3.8 (a) que la sortie y suit sa référence y_d avec précision. La figure 3.8 (b) montre les trajectoires des états x_i . On remarque aussi clairement sur la figure 3.9 (a) que l'observateur arrive à estimer correctement les états non mesurés. Les normes des paramètres ajustés sont bornées et sont présentées dans la figure 3.9 (b). La bornitude de la loi de commande intermédiaire $\omega(t)$ est illustrée dans la figure 3.10 (a). Le signal de commande $u(t)$ et $\text{sat}(t)$ peut être observé dans la figure 3.10 (b). Les figures 3.11-3.12 montrent que les erreurs de poursuite et leurs estimations et les trajectoires des nouveaux états avec leurs estimations, respectivement. Pour montrer l'efficacité de la commande proposée dans ce travail, une comparaison est effectuée avec le contrôle back-stepping traditionnel en considérant la saturation d'entrée [107]. La commande d'entrée réelle $u(t)$, la fonction de la commande intermédiaire α_1 , et les lois d'adaptations \hat{W}_1 et \hat{W}_2 sont donnés par [107] :

$$(3.54) \quad u = -\bar{h} - z_1 - k_2 z_2 - \frac{1}{2} z_2 - 2(\partial \alpha_1 / \partial y)^2 z_2 - H_2$$

$$(3.55) \quad \alpha_1 = -k_1 z_1 - \hat{W}_1^T S_1(x_1) - \dot{y}_d - \frac{7z_1}{4(k_{b1}^2 - z_1)}$$

$$(3.56) \quad \dot{\hat{W}}_1 = \Gamma_1 S_1(x_1) \frac{z_1}{(k_{b1}^2 - z_1)} - \sigma \hat{W}_1$$

$$(3.57) \quad \dot{\hat{W}}_2 = \Gamma_2 z_2 S_2(\hat{x}_2) - \sigma \hat{W}_2$$

où $H_2 = k_2 e_1 + \hat{W}_2^T S_2(\hat{x}_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{W}_1} \dot{\hat{W}}_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \dot{y}_d - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} [\hat{x}_2 - \hat{W}_1^T S_1(x_1)]$, et $z_1 = y - y_d$, $z_2 = \hat{x}_2 - \alpha_1$, $e_1 = x_2 - \hat{x}_2$. L'observateur d'état utilisé dans [40] est défini par :

$$(3.58) \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \hat{W}_1^T S_1(x_1) + \lambda_1 (y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = g(v) + \hat{W}_2^T S_2(\hat{x}_2) + \lambda_2 (y - \hat{x}_1) \end{cases}$$

Il est à noter que deux paramètres de NNs sont utilisés dans le contrôleur par backstepping (3.54)-(3.57) pour le système du deuxième ordre (3.53). De la définition de la commande et les lois d'adaptations dans [107], on peut voir clairement l'explosion de complexité impliquée par l'utilisation de nombreux paramètres de conception ainsi que de deux entrées de NNs et une commande virtuelle avec ses dérivées compliquées. Les résultats obtenus lors de l'utilisation du contrôleur défini dans [107] avec saturation d'entrée est montré dans la figure 3.13. Il est très clair que l'approche proposée présente des performances supérieures à celle dans [107] parce que la réponse obtenue dans la figure 3.13 (a) montre la performance de poursuite est lente par rapport à notre approche. De plus, le signal de commande est largement fort en phase transitoire comme illustré sur la figure 3.13 (b). Ce large signal de commande peut être non réaliste.

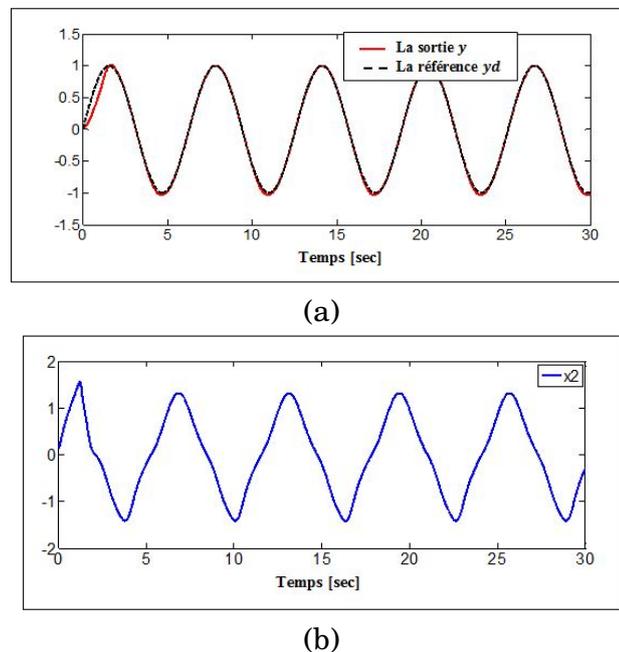


FIGURE 3.8: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) Performance de poursuite : la sortie y la référence y_d . (b) La poursuite de l'état x_2 et x_3 .

3.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE POUR UNE CLASSE DE SYSTÈME NON LINÉAIRE PURE-FEEDBACK AVEC UNE SATURATION SUR L'ENTRÉE

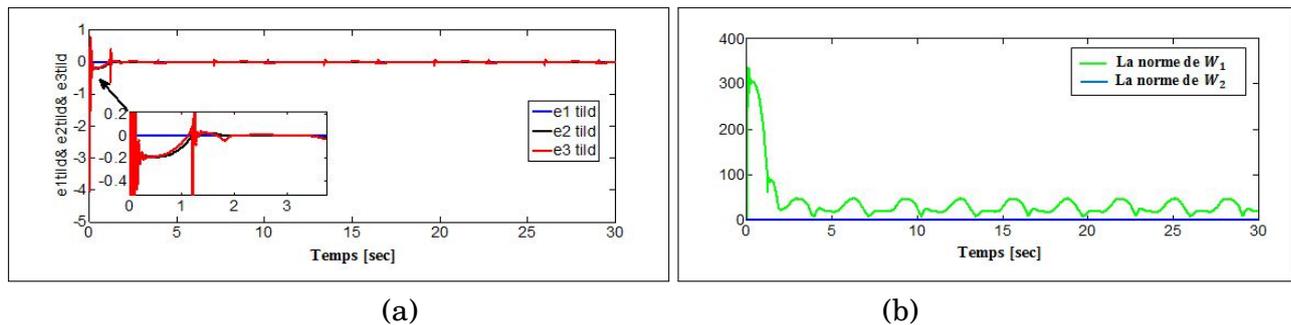


FIGURE 3.9: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) L'écart entre l'erreur de poursuite et son estimé. (b) La norme des paramètres de NNs ajustés.

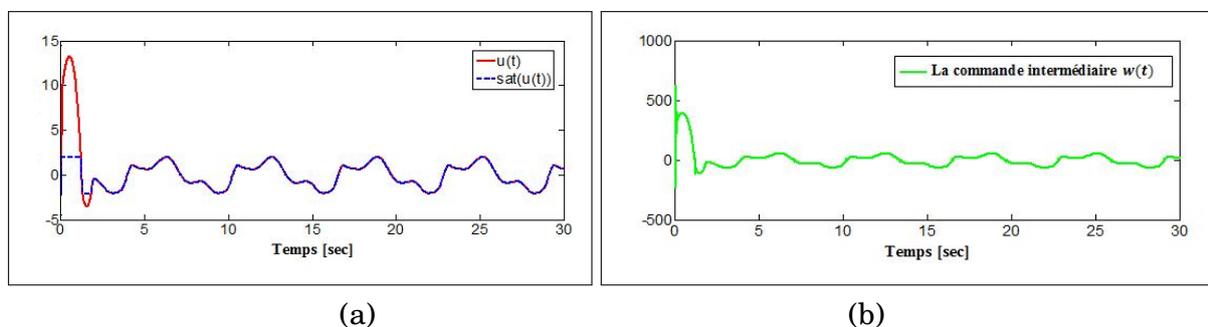


FIGURE 3.10: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) La commande intermédiaire $w(t)$. (b) Poursuite de $u(t)$ et $sat(t)$.

CHAPITRE 3. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL SISO DE LA FORME PURE-FEEDBACK

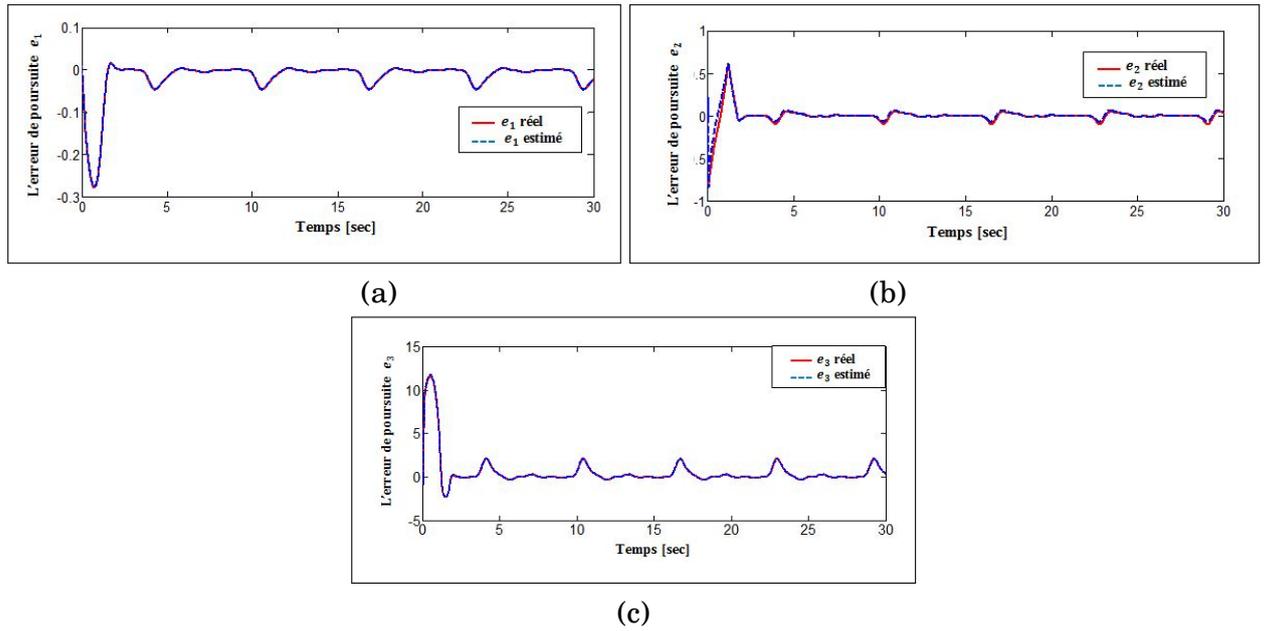


FIGURE 3.11: l'erreur de poursuite du système transformé avec son estimation de l'exemple 2.

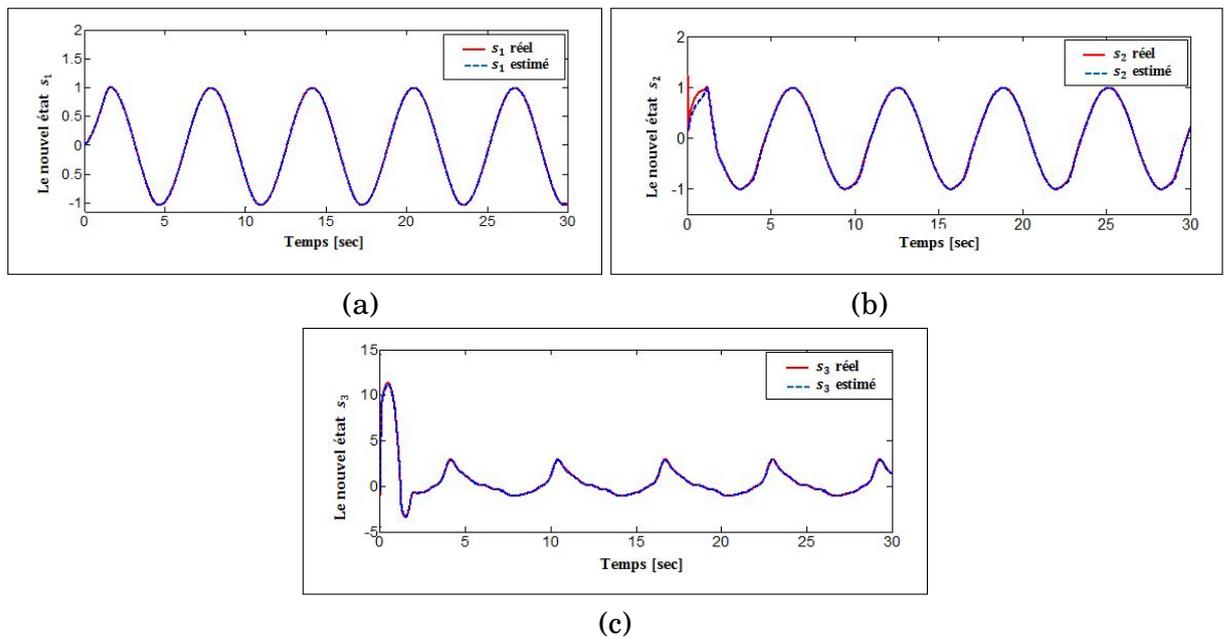


FIGURE 3.12: Les nouveaux variables d'états et leurs estimés de l'exemple 2.

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

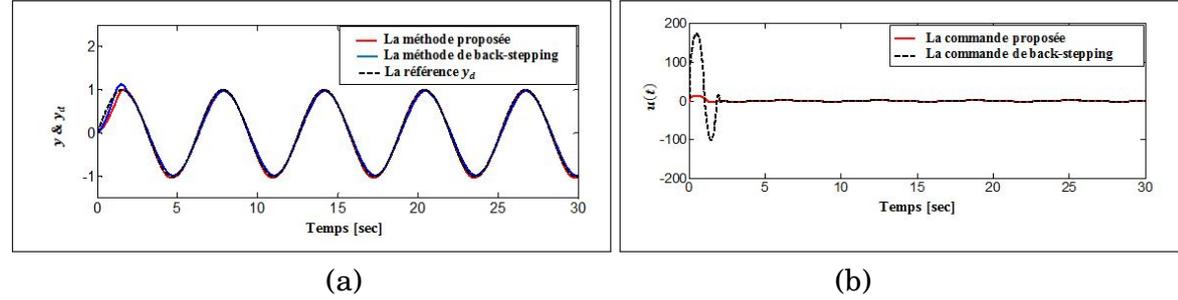


FIGURE 3.13: Le résultat de simulation de l'exemple 2. (a) les performances de la comparaison de deux approches. (b) La commande d'entrée $u(t)$ des deux approches.

3.3 Commande adaptative pour des systèmes pure-feedback incertains avec des contraintes sur l'entrée et la sortie sans connaissance sur la direction de commande

3.3.1 Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires SISO pure-feedback décrite par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}), & i &= 1, \dots, n-1 \\
 \dot{x}_n &= f_n(\bar{x}_n, u(v)), & n &\geq 2 \\
 (3.59) \quad y &= x_1
 \end{aligned}$$

où $\bar{x}_i = [x_1 \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, \dots, n$ est le vecteur d'état complet qui est supposé disponible pour la mesure, $f_i(\cdot, \cdot)$ sont des fonction continues non affine inconnues. De plus, v est l'entrée de la commande et $u(v(t))$ est une saturation incertaine sur l'entrée de la commande. Soit les contraintes sur la sortie du système $y(t)$ définies comme suit :

$$(3.60) \quad \underline{y}(t) < y(t) < \bar{y}(t), \quad \forall t \in \mathbb{R}^+$$

où $\underline{y}(t)$ et $\bar{y}(t)$ sont des fonctions pré-sélectionnées différentiables et continues désignant les bornes inférieure et supérieure de la sortie $y(t)$ et satisfont $\underline{y}(t) < y_d(t) < \bar{y}(t)$ avec $y_d(t)$ est le trajectoire de la référence.

La saturation sur l'entrée $u(v(t))$ donnée déjà dans (2.2) est approximé de la même manière que celle dans (2.3) et réécrite ici uniquement pour simplifier le suivi des dérivations des équations :

$$(3.61) \quad \text{sat}(v(t)) = g(v) + d(v)$$

Afin de faciliter la conception de la commande pour le système non linéaire incertain (3.59), en utilisant le théorème de la valeur moyenne, $g(v)$ dans (3.61) peut être exprimée comme suit :

$$(3.62) \quad g(v) = g(v^0) + \left. \frac{\partial g(v)}{\partial v} \right|_{v=\theta.v} (v - v^0.)$$

où $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que $v^\theta = \theta.v + (1 - \theta)v^0$. En choisissant $v^0 = 0$, et en considérant la propriété de $g(v)$, nous avons $g(0) = 0$. L'équation (3.62) être représentée comme suit :

$$(3.63) \quad g(v) = \left. \frac{\partial g(v)}{\partial v} \right|_{v=\theta.v} v$$

L'objectif dans ce travail consiste à concevoir une loi de commande adaptative à base de réseaux de neurones pour une classe de système non linéaire pure-feedback en présence de non-linéarités d'entrée et de direction de commande inconnue telles que tous les signaux du système en boucle fermée soient bornés et que la sortie du système $y(t)$ du système (3.59) suive les trajectoires de références prédéterminées $y_d(t)$.

Tout au long de ce travail, les hypothèses suivantes sont considérées :

Hypothèse 3.4. Le gain de commande $g_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \frac{\partial f_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}$ et son signe est inconnu, $\underline{g} \leq |g_{i,j}(\cdot)| \leq \bar{g}$ avec \underline{g} et \bar{g} sont des constantes positive.

3.3.2 La conception de la commande adaptative neuronale

La technique de transformation est considérée pour transformer le système non affine (3.59) en un système affine sans contrainte sous la forme normale, mais avec des états indisponibles. Pour ce faire, soient les nouvelles variables d'état $\{s_1, \dots, s_n\}$ et l'enchaînement des transformations suivantes :

Étape 1 : Définir le nouvel état $s_1 = y = x_1 \triangleq \eta_1(x_1)$.

Étape 2 : choisir $s_2 = \dot{s}_1 = f_1(x_1, x_2) \triangleq \eta_2(\bar{x}_2)$ et la dérivée temporelle de s_2 peut être exprimé comme suit :

$$(3.64) \quad \begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{\eta}_2(\bar{x}_2) \\ &= \frac{\partial \eta_2(\bar{x}_2)}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \eta_2(\bar{x}_2)}{\partial x_2} \dot{x}_2 \\ &\triangleq \eta_3(\bar{x}_3) \end{aligned}$$

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

De plus, nous avons :

$$(3.65) \quad \frac{\partial \eta_3(\bar{x}_3)}{\partial x_3} = \frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial f_2(\bar{x}_2, x_3)}{\partial x_3} = g_1(x_1, x_2) g_2(\bar{x}_2, x_2)$$

Étape i : ($i = 3, \dots, n$), De manière similaire, soit $s_i = \dot{s}_{i-1} \triangleq \eta_i(\bar{x}_i)$ et la dérivée temporelle de s_i est obtenue comme suit :

$$(3.66) \quad \begin{aligned} \dot{s}_i &= \dot{\eta}_i(\bar{x}_i) \\ &= \sum_{j=1}^i \frac{\partial \eta_i(\bar{x}_i)}{\partial x_j} \dot{x}_j \\ &\triangleq \eta_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) \end{aligned}$$

Rappelons la définition de $\eta_{i+1}(\bar{x}_{i+1})$ et (3.65), on obtient

$$(3.67) \quad \frac{\partial \eta_{i+1}(\bar{x}_{i+1})}{\partial x_{i+1}} = \frac{\partial \eta_i(\bar{x}_i)}{\partial x_i} \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} = \prod_{j=1}^i g_j(\bar{x}_j, x_{j+1})$$

Étape n : Soit finalement $s_{n-1} = \dot{s}_n \triangleq \eta_n(\bar{x}_n)$, et en prenant sa dérivée par rapport au temps, on aura :

$$(3.68) \quad \begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{\eta}_n(\bar{x}_n) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_i} \dot{x}_i \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_i} f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + \frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_n} f_n(\bar{x}_n, u(v)) \end{aligned}$$

En se servant du théorème de la valeur moyenne, il existe une constante $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant $u^\theta = \theta \cdot u + (1 - \theta) u^0$, telle que la fonction non linéaire non affine $f_n(\bar{x}_n, u(v))$ est exprimée au voisinage de u^0 comme suit :

$$(3.69) \quad f_n(\bar{x}_n, u(v)) = f_n(\bar{x}_n, u^0) + \left. \frac{\partial f_n(\bar{x}_n, u(v))}{\partial u} \right|_{u=\theta \cdot u} (u - u^0)$$

En remplaçant (3.69) dans (3.68), et en utilisant $\frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_n} = \prod_{i=1}^{n-1} g_i(\bar{x}_{i+1}, x_{i+1})$, (3.68) devient

$$(3.70) \quad \dot{s}_n = f(\bar{x}_n) + \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v)) u$$

où

$$(3.71) \quad f(\bar{x}_n) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_n} f_j(\bar{x}_i, x_{i+1}) + \frac{\partial \eta_n(\bar{x}_n)}{\partial x_n} f_n(\bar{x}_n, u^0)$$

$$(3.72) \quad \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v)) = \left(\prod_{i=1}^{n-1} g_i(\bar{x}_{i+1}, x_{i+1}) - u^0 \right) \frac{\partial f_n(\bar{x}_n, u^\theta(v))}{\partial u}$$

En conséquence, le système (3.70) peut être décrit sous la forme normale avec le respect des nouveaux états :

$$(3.73) \quad \begin{aligned} \dot{s}_i &= s_{i+1}, 1 \leq i \leq n \\ \dot{s}_n &= f(\bar{x}_n) + \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v)) u \\ y &= s_1 \end{aligned}$$

avec $s = [s_1, \dots, s_{n+1}]^T$ sont les nouvelles variables d'état, et $y \in \mathfrak{R}$ la sortie mesurée. $f(\bar{x}_n)$ et $\bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))$ sont des fonctions non linéaires inconnues. Maintenant, en prenant en considération (3.61) et (3.63), le système (3.73) peut être réécrit comme suit :

$$(3.74) \quad \begin{aligned} \dot{s}_i &= s_{i+1}, 1 \leq i \leq n \\ \dot{s}_n &= f(\bar{x}_n) + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) v + \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v)) d(v) \\ y &= s_1 \end{aligned}$$

où $g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) = \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v)) \left(\frac{\partial g(v)}{\partial v} \Big|_{v=\theta.v} \right)$

3.3.3 La transformation de l'erreur dynamique

Dans cette section, le problème des contraintes sur la sortie est traité par l'introduction d'une transformation de l'erreur de poursuite similaire à [111], afin de garantir les performances désirées. Le but de cette transformation est d'obtenir une nouvelle dynamique sans contraintes simple à manipuler.

Soit l'erreur de poursuite définie par :

$$(3.75) \quad e_1(t) = y(t) - y_d(t)$$

où $e = [e_1, e_2, \dots, e_n] = [e_1, \dot{e}_1, \dots, e_1^{(n)}]$.

En rappelant (3.60), et en soustrayant $y_d(t)$ des deux côtés, on obtient :

$$(3.76) \quad \underline{y}(t) - y_d(t) < e_1(t) < \bar{y}(t) - y_d(t)$$

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

Dénoter

$$(3.77) \quad \begin{cases} \underline{e}(t) = \underline{y}(t) - y_d(t), \\ \bar{e}(t) = \bar{y}(t) - y_d(t), \end{cases}$$

alors, (3.77) devient

$$(3.78) \quad \underline{e}(t) < e_1(t) < \bar{e}(t), \quad \forall t \geq 0$$

Pour atteindre la performance dans (3.78), on peut transformer le comportement de l'erreur de poursuite avec les contraintes en un comportement équivalent sans contrainte. Donc, on peut définir $e_1(t)$ comme suit :

$$(3.79) \quad e_1(t) = T(\xi_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t))$$

Les fonctions inverses respectives qui existent sont exprimées en

$$(3.80) \quad \xi_1(t) = T^{-1}(e_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t))$$

où $\xi_1(t) \in \mathfrak{R}$ est l'erreur transformée non contrainte, et $T(\cdot)$ est une fonction lisse inversible et strictement croissante telle que :

$$(3.81) \quad \frac{\partial T(\cdot)}{\partial \xi_1} > 0$$

De plus, la fonction $T(\cdot)$ doit être correctement sélectionné de telle sorte que :

$$(3.82) \quad \lim_{\xi_1 \rightarrow +\infty} T(\xi_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t)) = \bar{e}(t)$$

$$(3.83) \quad \lim_{\xi_1 \rightarrow -\infty} T(\xi_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t)) = \underline{e}(t)$$

Dans ce travail, on définit $T(\cdot)$ comme suit :

$$(3.84) \quad T(\xi_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t)) = \frac{\bar{e}(t)\underline{e}(t)(e_1^{\xi_1} - 1)}{e_1(t)e_1^{\xi_1} - \bar{e}(t)},$$

et l'erreur transformée $\xi_1(t)$ est donné par :

$$(3.85) \quad \xi_1(t) = T^{-1}(e_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t)) = \log \left[\frac{\bar{e}(t)(\underline{e}(t) - e_1(t))}{e_1(t)(\bar{e}(t) - e_1(t))} \right],$$

où $\log(\cdot)$ dénote le logarithme naturel de(\cdot). Ainsi, la dynamique des erreurs peut être donnée par :

$$(3.86) \quad \begin{aligned} \dot{e}_i &= e_{i+1}, 1 \leq i \leq n \\ \dot{e}_n &= f(\bar{x}_n) + g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v + \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) - y_d^{(n)} \\ \xi_1(t) &= T^{-1}(e_1(t), \bar{e}(t), \underline{e}(t)) \end{aligned}$$

En différenciant (3.86) par rapport au temps on obtient :

$$(3.87) \quad \dot{\xi}_1(t) = \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial e_1} \dot{e}_1 + \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \bar{e}} \dot{\bar{e}} + \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \underline{e}} \dot{\underline{e}}$$

En différenciant $\dot{\xi}_1$ par rapport au temps on aura :

$$(3.88) \quad \begin{aligned} \ddot{\xi}_1(t) &= \sum_{l=0}^1 \binom{1}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial e_1} \right]^{(l)} \times e_1^{(2-l)} \\ &+ \sum_{l=0}^1 \binom{1}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \bar{e}} \right]^{(l)} \times \bar{e}^{(2-l)} \\ &+ \sum_{l=0}^1 \binom{1}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \underline{e}} \right]^{(l)} \times \underline{e}^{(2-l)} \\ &= \left[\varphi f(\bar{x}_n) + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v + \varphi \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) - \varphi \dot{y}_d \right] \\ &+ \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial e_1} \right]^{(1)} \dot{e}_1 + \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial e_1} \ddot{e}_1 + \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \bar{e}} \right]^{(1)} \dot{\bar{e}} \\ &+ \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \bar{e}} \times \ddot{\bar{e}} + \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \underline{e}} \right]^{(1)} \dot{\underline{e}} + \frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial \underline{e}} \times \ddot{\underline{e}} \end{aligned}$$

Par la suite, définissant $\xi_1 = T^{-1}$, $\xi_2 = \dot{\xi}_1, \dots, \xi_n = \xi_1^{(n)}$. Ensuite, leurs dérivées dans le temps de (3.88) génèrent

$$(3.89) \quad \begin{aligned} \dot{\xi}_i &= \xi_{i+1} \\ \dot{\xi}_n &= \varphi \left[f(\bar{x}_n) + g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v + \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) - y_d^{(n)} \right] + \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial e_1} \right]^{(l)} e_1^{(n-l+1)} \\ &+ \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial \bar{e}} \right]^{(l)} \bar{e}^{(n-l+1)} + \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial \underline{e}} \right]^{(l)} \underline{e}^{(n-l+1)} \end{aligned}$$

où, $\varphi = \left[\frac{\partial T^{-1}(\cdot)}{\partial e_1} \right], \binom{n}{l}$ est le coefficient binomial.

De manière équivalente, (3.89) peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$(3.90) \quad \begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + B \left[\varphi f(\bar{x}_n) + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v + \varphi \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) - \varphi y_d^{(n)} + \beta(Z_\beta) \right] \\ y &= C^T \xi \end{aligned}$$

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

$$\text{où } \beta(Z_\beta) = \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial e_1} \right]^{(l)} e_1^{(n-l+1)} + \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial \bar{e}} \right]^{(l)} \bar{e}^{(n-l+1)} + \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \left[\frac{\partial T^{-1}}{\partial \underline{e}} \right]^{(l)} \underline{e}^{(n-l+1)}$$

avec $Z_\beta = [\bar{x}_n, \bar{e}, \dots, \bar{e}^{(n)}, \underline{e}, \dots, \underline{e}^{(n)}]$ et

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(n) \times (n)}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(n) \times 1}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(n) \times 1}$$

Notons que la paire (A, B) est contrôlable et que la paire (C^T, A) est observable.

3.3.4 Conception de l'observateur

Etant que les états ξ_1, \dots, ξ_n de la transformation du système (3.89) sont indisponibles pour la rétroaction. On considère maintenant l'observateur suivant pour l'estimation du vecteur d'erreur de poursuite ξ , comme suit :

$$(3.91) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{\xi}} &= (A - Bk^T)\hat{\xi} + L\tilde{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_1 &= C^T \hat{\xi} \end{aligned}$$

où $k = [k_0, k_1, \dots, k_n]^T$ est le vecteur de gain de retour d'état, $L = [L_1, \dots, L_{(n)}]^T$ est le vecteur du gain de l'observateur, et ils sont choisis de sorte que les polynômes caractéristiques de $A - Bk^T$ et $A - LC^T$ sont Hurwitz (c.-à-d., stable). Notons que $\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi}$, avec $\hat{\xi}$ est l'estimé du vecteur d'état ξ . Par conséquent, si l'erreur d'observation $\tilde{\xi}$ converge vers zéro, l'erreur de poursuite estimée $\hat{\xi}$ convergera également vers zéro. Pour simplifier la conception de la loi de commande, et selon la propriété d'approximation universelle des réseaux de neurones, les fonctions non linéaires inconnues suivantes peuvent être approximées comme suit :

$$(3.92) \quad \varphi f(\bar{x}_n) + \beta(Z_\beta) + \rho = W^T S(Z) + \varepsilon(Z)$$

avec $\rho = k^T \hat{\xi} - \varphi y_d^{(n)}$.

et

$$(3.93) \quad W_i = \operatorname{argmin}_W \{ \sup_{z \in \Omega_z} |\hat{f}(Z/W) - f(Z)| \}$$

où $Z = [\bar{x}_n, v, u(v), \varphi, \rho]^T$ est le vecteur d'entrée du réseau et $S(\cdot)$ est le vecteur de fonction d'activation neuronale est supposé convenablement fixé à l'avance par l'utilisateur, W est le paramètre idéal d'approximation avec l'erreur neuronale $|\varepsilon|$. Étant W est

inconnu, sa valeur estimée \hat{W} sera utilisée.

Notons que le paramètre optimal W est une constante artificielle inconnue introduite uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implémentation des lois de commande adaptatives. Définissons le vecteur des erreurs d'observation comme étant $\tilde{\xi} = [\tilde{\xi}_1, \dots, \tilde{\xi}_n]^T = \xi - \hat{\xi}$.

En soustrayant (3.90) de (3.91), on obtient la dynamique suivante pour l'erreur d'observation :

$$(3.94) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}} &= (A - LC^T) \tilde{\xi} + B[\varphi f(\bar{x}_n) + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v \\ &\quad + \varphi \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) + \beta(Z_\beta) + k^T \hat{\xi} - \varphi y_d^{(n)}] \\ \tilde{\xi}_1 &= C^T \tilde{\xi} \end{aligned}$$

En substituant (3.90) dans (3.94) on aura

$$(3.95) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}} &= (A - LC^T) \tilde{\xi} + B[W^T S(z) + \varepsilon_1 + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v] \\ \tilde{\xi}_1 &= C^T \tilde{\xi} \end{aligned}$$

où $\varepsilon_1 = \varphi \bar{g}(\bar{x}_n, u^\theta(v))d(v) + \varepsilon(z)$.

À partir de (3.95), la dynamique de l'erreur de poursuite de la sortie peut s'écrire comme :

$$(3.96) \quad \dot{\tilde{\xi}}_1 = H(p) [W^T S(z) + \varepsilon_1 + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v]$$

où p est la variable de Laplace et $H(p) = C^T(PI - (A - LC^T))B$ est la fonction de transfert associée à la dynamique (3.96). Maintenant, puisque $H(p)$ dans (3.96) n'est pas SPR en général, on introduit un filtre passe bas $L(p)$ sachant que $H(p)L^{-1}(p) = \bar{H}(p)$ est SPR.

$$(3.97) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}}_1 &= H(p)L^{-1}(p) [L(p)\{W^T S(Z)\} + \varphi L(p)\{g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v\} + L(p)\{\varepsilon_1\}] \\ &= \bar{H}(p) [L(p)\{W^T S(Z)\} + \varphi L(p)\{g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v\} + \varepsilon_{1f}] \\ &= \bar{H}(p) [L(p)\{W^T S(Z)\} + \varphi L(p)\{g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v\} + \delta] \\ &= \bar{H}(p) [W^T S(z) + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v_f + \delta] \end{aligned}$$

où

$$(3.98) \quad S_f(Z) = L(p)\{S(Z)\}$$

$$(3.99) \quad W^T S_f(z) = L(p)\{W^T S(Z)\} = W^T L(p)\{S(Z)\}$$

$$(3.100) \quad L(p)\varphi \{g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v\} = \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))L(p)\{v\} = \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v_f$$

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

Lorsqu'on utilise un filtre du premier ordre stable avec un gain statique unitaire, l'erreur entre un signal et sa valeur filtrée est égale à zéro en régime établi et limitée dans le régime transitoire, ce qui peut être très court avec un τ approprié, alors

$$(3.101) \quad \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) \{v - L(p)\{v\}\} = \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) \Delta v = \varepsilon_2$$

$$(3.102) \quad \delta = W^T \{S_f(Z) - S(Z)\} + \varepsilon_{1f} + \varepsilon_2$$

avec $\varepsilon_{1f} = L(p)\{\varepsilon_1\}$.

Nous aurons besoin par la suite, dans l'analyse de la stabilité de l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3.5. *Chaque élément δ du paramètre inconnu défini dans (3.102) est délimité par une constante, c'est-à-dire qu'il existe une constante positive inconnue $\bar{\tau}$ telle que*

$$(3.103) \quad |\delta| \leq \bar{\tau}$$

Afin d'estimer en ligne le signe de gain $g(\bar{x}_n, u^\theta(v))$ nous allons introduire la loi de commande suivante contenant une fonction de Nussbaum dans [22, 23].

$$(3.104) \quad v = \frac{N(\zeta)}{\varphi} \left(\hat{W}^T S(z) + \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \right)$$

et

$$(3.105) \quad \dot{\zeta} = \tilde{\xi}_1 \left(\hat{W}^T S(z) + \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \right)$$

où

$$(3.106) \quad N(\zeta) = \zeta^2 \cos(\zeta)$$

Pour estimer les paramètres inconnus, nous adoptons les lois suivantes :

$$(3.107) \quad \dot{\hat{W}} = \Gamma (\tilde{\xi}_1 S(z) - \sigma_1 \hat{W})$$

$$(3.108) \quad \dot{\hat{\tau}} = \gamma \left(\tilde{\xi}_1 \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) - \sigma_2 \hat{\tau} \right)$$

avec $\Gamma, \gamma, \sigma_1, \sigma_2$ sont des constantes positives. Dans ce qui suit, on montrera que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et que les erreurs de poursuite

convergent vers un petit voisinage de l'origine. Substituant (3.104) dans (3.97), et en ajoutant et en soustrayant $\hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right)$ de (3.104), on obtient

$$\begin{aligned}\tilde{\xi}_1 &= \bar{H}(p) \left[-\tilde{W}^T S(z) + \hat{W}^T S(z) + \hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) - \hat{r}\tanh\left(\frac{\xi_1}{\epsilon}\right) + \varphi g(\bar{x}_n, u^\theta(v))v + \delta \right] \\ &= \bar{H}(p) \left[-\tilde{W}^T S(z) - \hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) + \left(\hat{W}^T S(z) + \hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \right) \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v))N(\zeta) \right) + \delta \right]\end{aligned}\quad (3.109)$$

où $W = \hat{W} - \tilde{W}$.

Alors, la représentation d'états de (3.109) est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\xi}} &= \bar{A}\tilde{\xi} + B_c \left[-\tilde{W}^T S(z) - \hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) + \left(\hat{W}^T S(z) + \hat{r}\tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. \times \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v))N(\zeta) \right) + \delta \right] \\ (3.110) \quad \tilde{\xi}_1 &= C^T \tilde{\xi}\end{aligned}$$

Le vecteur L du gain de l'observateur est calculé afin que la matrice $\bar{A} = (A - LC^T)$ ait toutes ses valeurs propres à parties réelles négatives. Par conséquent le système bouclé sera exponentiellement stable. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive P , donnée par

$$(3.111) \quad \bar{A}^T P + P \bar{A} = -Q$$

$$(3.112) \quad P B_c = C$$

Selon (3.112), il est évident que

$$(3.113) \quad \tilde{\xi}^T P B_c = \tilde{\xi}^T C = \tilde{\xi}_1$$

3.3.5 Analyse de la stabilité

Les résultats suivants concluent la stabilité du système en bouclé fermée

Théorème 3.2. *Considérons le système non linéaire non affine (3.60) avec les contraintes sur l'entrée et la sortie, et supposons que les hypothèses 3.3-3.7 sont satisfaites et l'observateur (3.91). Alors la loi de commande définit par l'équation (3.104) avec les lois d'adaptation (3.107)-(3.108) appliquée au système (3.61) garantit propriétés suivantes :*

- i) *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés ;*

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

ii) L'erreur de poursuite $y(t) - y_d(t)$ satisfait $\underline{y}(t) - y_d(t) < e_1(t) < \bar{y}(t) - y_d(t)$ pour $\forall t \geq 0$.

Preuve du Théorème 3.2 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(3.114) \quad V = \tilde{\xi}^T P \tilde{\xi} + \frac{1}{2} \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W} + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\tau}^2$$

La dérivé temporelle de V est comme suit

$$(3.115) \quad \begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\xi}^T \left(\bar{A}^T P + P \bar{A} \right) \tilde{\xi} + \tilde{\xi}_1 [-\tilde{W}^T S(z) - \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right)] + \left(\hat{W}^T S(z) + \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \right) \\ &\times \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) N(\zeta) \right) + \delta + \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \end{aligned}$$

où $\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \hat{\tau}$, (et $\hat{\tau}$ est l'estimation du paramètre inconnu $\bar{\tau}$). Par substitution de (3.111) dans (3.115), on trouve

$$(3.116) \quad \leq -\tilde{\xi}^T Q \tilde{\xi} + \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) N(\zeta) \right) \dot{\zeta} - \tilde{\xi}_1 \left[\hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) + \delta \right] + \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}}$$

À partir de l'hypothèse 3.5 et lemme 2.1, on peut obtenir l'inégalité suivante :

$$(3.117) \quad \begin{aligned} \tilde{\xi}_1 \delta - \tilde{\xi}_1 \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) &\leq \tilde{\xi}_1 \bar{\tau} - |\tilde{\xi}_1| (\bar{\tau} - \hat{\tau}) \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \\ &\leq \kappa \bar{\tau} - |\tilde{\xi}_1| \hat{\tau} \tanh\left(\frac{\tilde{\xi}_1}{\epsilon}\right) \end{aligned}$$

Après la substitution des lois d'adaptations (3.107)-(3.108) dans la dynamique (3.117), on obtient

$$(3.118) \quad \dot{V} \leq -\tilde{\xi}^T Q \tilde{\xi} + \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) N(\zeta) \right) \dot{\zeta} - \sigma_1 \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} - \sigma_2 \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} + \kappa \bar{\tau}$$

En utilisant les inégalités suivantes,

$$(3.119) \quad -\sigma_1 \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \leq \frac{\sigma_1}{2} \|W\|^2 - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}\|^2$$

$$(3.120) \quad -\sigma_2 \tilde{\tau} \dot{\tilde{\tau}} \leq -\frac{\sigma_2}{2} \tilde{\tau}^2 + \frac{\sigma_2}{2} \bar{\tau}^2$$

On peut récrire (3.118) comme suit :

$$(3.121) \quad \begin{aligned} \dot{V} &\leq -\tilde{\xi}^T Q \tilde{\xi} + \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) N(\zeta) \right) \dot{\zeta} - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{W}\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \tilde{\tau}^2 + \frac{\sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \bar{\tau}^2 + \kappa \bar{\tau} \\ &\leq -c_1 V + c_0 + \left(1 + g(\bar{x}_n, u^\theta(v)) N(\zeta) \right) \end{aligned}$$

où

$$c_1 = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}, \frac{\sigma_1}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}, \frac{\sigma_2}{\gamma_1}, \frac{\sigma_3}{\gamma_2} \right\}; c_0 = \frac{\sigma_1}{2} \|W\|^2 + \frac{\sigma_2}{2} \bar{\tau}^2 + \kappa \bar{\tau}$$

avec $\lambda_{min}(\cdot)$ et $\lambda_{max}(\cdot)$ désigne la valeur propre minimale et maximales de (\cdot) , respectivement.

Alors en intégrant les deux côtés de (3.121), on aura

$$(3.122) \quad V(t) \leq \bar{c}_0 + e^{c_1 t} \int_0^t (gN(\zeta(\tau)) + 1)\dot{\zeta}(\tau)e^{c_1 \tau} d\tau$$

où $\bar{c}_0 = V(0) + c_0/c_1$. Utilisant le lemme 1.1, on peut conclure à partir de l'équation (3.122) la bornitude de $V(t), \zeta(t)$ et $e^{c_1 t} \int_0^t (gN(\zeta(\tau)) + 1)\dot{\zeta}(\tau)e^{c_1 \tau} d\tau$ avec $[0, t_f]$.

Selon le théorème 1.2 la bornitude de la solution du système en boucle fermé et assure que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. De plus, à partir des propriétés de la fonction de transformation, nous concluons que l'erreur de poursuite $e_1(t)$ convergera finalement vers un ensemble résiduel arbitrairement petit, on a montré également que ξ_1 reste borné pour tous $t \geq 0$, alors que la bornitude de ξ_1 garantit la satisfaction des contraintes d'erreur de poursuite (3.78). Parce que $e_1(t) = y(t) - y_d(t)$, avec (3.77) et (3.78) il s'ensuit que $\underline{y}(t) < y(t) < \bar{y}(t)$. Par conséquent, nous en déduisons que la sortie du système reste strictement dans les limites des contraintes.

3.3.6 Résultats de simulation

Dans le but de montrer l'efficacité de la méthode proposée, un système de conversion énergétique éolienne [114, 115] est appliqué. La commande en vitesse variable dans la région à vitesse forte est considérée. La dynamique du système éolien est donné par :

$$(3.123) \quad \dot{\omega}_r = \frac{1}{J_t} \left[\frac{1}{2} \rho_t \pi R^3 C_q(\delta, \beta) v^2 - K_t \omega_r - T_g \right]$$

où le système de sortie $\omega_r = y$ représente la vitesse angulaire du rotor, et la commande d'entrée $\beta = u$ est l'angle de tangage appliqué avec une contrainte de saturation $u_m = 30^\circ$, $C_q(\delta, \beta)$ est la fonction du couple non affine supposée donnée par :

$$(3.124) \quad C_q(\delta, \beta) = \frac{0.5176}{\delta} \left(\frac{116}{\delta} - 0.4\beta - 5 \right) e^{-21\delta_i} + 0.0068$$

avec

$$\delta_i = \frac{1}{\delta + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1}$$

Les valeurs numériques des paramètres du modèle dans [111] sont données dans le tableau 3.3.

3.3. COMMANDE ADAPTATIVE POUR DES SYSTÈMES PURE-FEEDBACK
INCERTAINS AVEC DES CONTRAINTS SUR L'ENTRÉE ET LA SORTIE SANS
CONNAISSANCE SUR LA DIRECTION DE COMMANDE

Liste des symboles		Les valeurs
J_t	Le moment d'inertie total	$5.5780 \times 10^6 \text{ kg m}^2$
ρ_t	Densité de l'air	1.25 kg/m^3
K_t	Coefficient d'amortissement total	$2.8356 \times 10^3 \text{ N m rad}^{-1}$
R	Rayon du rotor	40 m
v	Vitesse du vent	18 m/s
δ	Vitesse du bout des pales	$R \omega_r/v$
T_g	Couple du générateur	699655 N m

Tableau 3.3: Les paramètres du modèle

Le système éolien (3.123) peut être considéré comme un système non-affine de la forme $\dot{x}_1 = f_1(x_1, u(v))$. Dans la région à vitesse forte du vent, l'objectif de la commande est d'entraîner la vitesse angulaire du rotor $\omega_r = x_1$ pour suivre sa valeur nominale $\omega_d = 2.1439 \text{ rad/s}$ tout en garantissant des contraintes de sortie prédéfinies, telles que :

$$\underline{y}(t) < \omega_r < \bar{y}(t)$$

avec $\underline{y}(t) = -0.37e^{-0.7t} - 0.12 + \omega_d$ et $\bar{y}(t) = 0.48e^{-0.9t} + 0.12 + \omega_d$.

Les paramètres de synthèses et les conditions initiales utilisés dans cette simulation sont résumés dans le tableau 3.4.

Les paramètres	Les valeurs
Γ	20
σ_1, σ_2	0.1, 20
γ, ϵ	10, 0.1
N	4
$Z = [Z_1, Z_2, Z_3, Z_4]$	$[x_1, x_2, v(t), u(v)]^T$
$w_r(0)$	2.4
$W(0)$	0
$\tau(0)$	0

Tableau 3.4: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

La figure 3.14 présente la sortie ω_r du système éolien avec ses bornes. On peut voir clairement que la sortie de système ω_r suit sa valeur nominale désirée ω_d tout en

garantissant toutes ses contraintes prédéfinies. La figure 3.15 montre que les erreurs de poursuite convergent vers zéro. La figure 3.16 montre l'effet du contrainte de saturation sur la commande (pitch angle), le système est insensible aux incertitudes et à la saturation. Ces saturations sont nécessaires pour rendre physiquement réalisable ces structures de commande sur des systèmes réels.

Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés et le signal de commande résultant est lisse.

Pour montrer l'efficacité de la méthode proposée, les caractéristiques de performance et la robustesse du système éolien commandé par la méthode proposée sont évaluées et comparées avec une méthode proposée dans [111]. Dans la méthode proposé on peut imposer une contrainte de saturation sur le signal d'entrée telle que dans la figure 3.16, soit $u_m = 30^\circ$. Cependant, dans [111] le signal de commande est très énergétique et il est autour de $u = 43^\circ$ comme montré dans la figure 10 dans [111], donc il ne peut pas imposer les limites dans leurs signaux de commande.

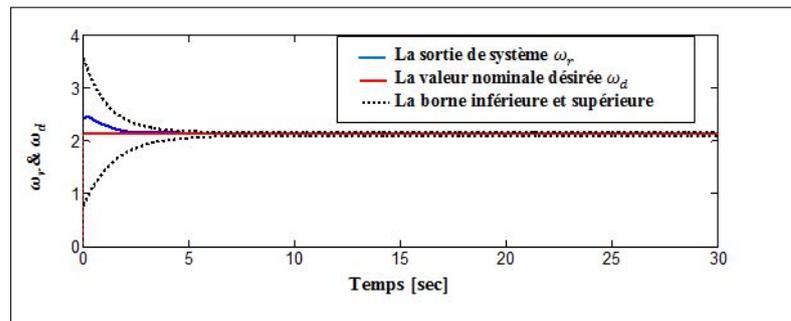


FIGURE 3.14: La commande du système éolien le long de leurs bornés

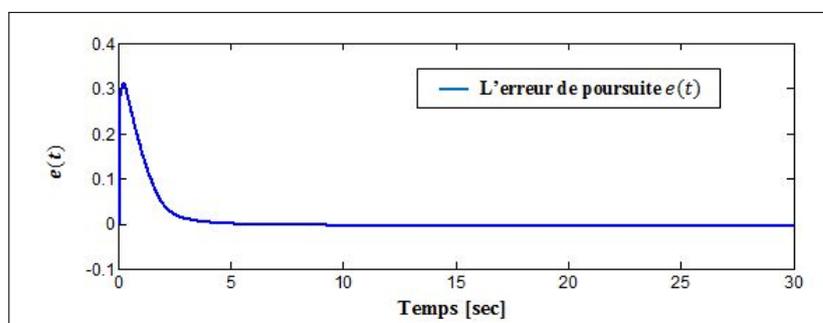


FIGURE 3.15: L'erreur de poursuite du système éolien

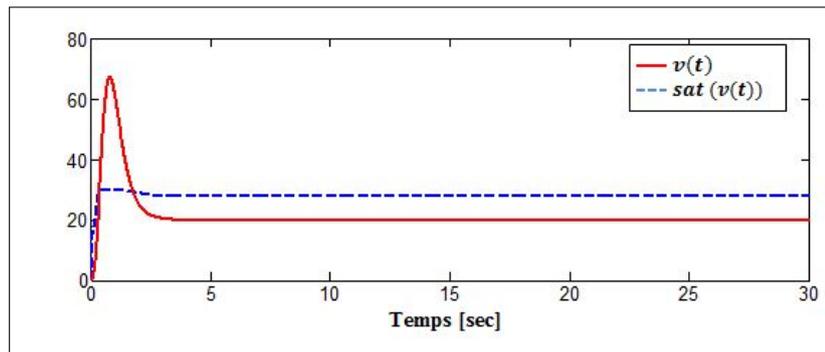


FIGURE 3.16: la commande d'entrée du système éolien $u(t)$ et $sat(u(t))$

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé deux méthodologies de synthèse de commande adaptative neuronale pour une classe des systèmes SISO non linéaires pure-feedback avec la présence de saturation sur l'entrée de commande. La stabilité des approches proposées a été prouvée rigoureusement par la méthode de Lyapunov et les performances de la commande ont été montrées par des tests de simulations.

Dans la conception du premier schéma de commande, l'approche back-stepping, habituellement utilisée dans la littérature, n'est plus utilisée grâce à l'introduction d'un filtre passe bas et donc l'augmentation du système original. Ceci a permis d'éliminer le problème de l'explosion de complexité. De plus, seul un paramètre de NNs, quel que soit l'ordre des systèmes non linéaires saturés, sont utilisés dans la conception du contrôleur, contrairement à la littérature où autant de NNs que l'ordre du système sont nécessaires.

Dans le deuxième schéma de commande, la même classe de systèmes non linéaires est considérée tout en traitant la présence simultanée des contraintes sur la sortie et la saturation sur le signal de commande.

Les algorithmes de commande proposés sont considérés plus simples et peuvent gérer une classe plus large de systèmes non linéaires saturés en entrée.

COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL MIMO PURE-FEEDBACK

Sommaire

4.1	Introduction	112
4.2	Commande adaptative neuronale d'une classe de systèmes pure-feedback MIMO avec la contrainte de la saturation	114
4.2.1	Position du problème	114
4.2.2	La conception de la commande adaptative neuronale	115
4.2.3	Conception de l'observateur	119
4.2.4	Analyse de la stabilité	123
4.2.5	Résultats de simulation	126
4.3	Conclusion	131

4.1 Introduction

Dans la littérature, la plupart des travaux sont développés pour des systèmes non linéaires multivariable (MIMO) incertains affines en la commande. Cependant, ces résultats ont été étendus pour traiter une classe plus large des systèmes non linéaires MIMO complètement non affines en la commande. La commande de ces derniers est plus difficile sur le plan de dérivation des lois de commande ainsi que l'analyse de la stabilité. Plusieurs schémas de commande ont été proposés pour les systèmes MIMO non linéaires non affines en la commande [89, 116–119]. Dans [89, 116] les auteurs ont investigué le problème de la commande back-stepping adaptative pour la classe pure-feedback des systèmes MIMO non linéaires en se basant sur les réseaux de neurones et les systèmes d'inférence flous. En utilisant le théorème de la fonction implicite, le théorème de la valeur moyenne et la technique de back-stepping, des schémas de commande neuronale adaptatifs ont été proposés dans [117, 118] pour la même classe de système MIMO. Dans [119] l'auteur a proposé une méthode de commande adaptative basée sur la logique floue pour les systèmes non linéaires stochastiques MIMO sous la forme pure-feedback. Malgré ces efforts, les résultats existants ne tiennent pas compte des saturations des entrées des systèmes non linéaires MIMO incertains. La saturation est l'une des caractéristiques non linéaires les plus importantes dans la pratique qui affecte les systèmes physiques en limitant gravement ses performances voire même provoqué leurs instabilités. En effet, pour traiter ce genre de contraintes, il existe une approche pratique pour compenser cette dégradation de performance par l'augmentation du système original par un système auxiliaire dit anti-wind-up [120, 121]. Dans [105, 122] des schémas de commande adaptatifs ont été étudiés pour traiter les non linéarités d'entrée en utilisant des fonctions de type tangente hyperbolique afin d'approximer la fonction de saturation. Combinant la perturbation externe et l'erreur d'approximation de la fonction de saturation, un contrôleur adaptatif robuste a été développé pour le système MIMO non linéaire dans [29, 123].

Cependant, les approches précitées dans [29, 105, 120–123] sont basées sur le back-stepping dans la procédure de conception des contrôleurs récurrents et des lois adaptatives. Ceci induit à l'apparition du problème de l'explosion de complexité, nécessitant un grand nombre de paramètres à ajuster.

Pour traiter le problème de «l'explosion de complexité», une approche de commande back-stepping neuronale adaptative a été proposée dans [45] pour une classe de systèmes non linéaires SISO incertains basés sur la technique dite commande de surface dyna-

mique (DSC). Plusieurs techniques de commande DSC floue ont été développés pour les systèmes non linéaires MIMO incertains par retour d'état et de sortie respectivement dans [124, 125].

Cependant, du point de vue pratique, les méthodes développées dans [45, 124, 125] sont coûteuses en temps de calculs puisque les approximateurs neuronaux où flous sont utilisés à chaque étape de conception pour approximer les dynamiques incertaines. De plus, les lois d'adaptation impliquées dans DSC nécessitent un nombre important de paramètres à mettre à jour en ligne ; ce qui rend les lois de commande ainsi que l'analyse de stabilité plus complexes. Afin de remédier aux problèmes d'explosion de complexités, dans [31, 88, 126–129] de nouvelles techniques de commande ont été proposées pour les systèmes pure-feedback discrets [88], pure-feedback continus [126], pure-feedback avec retard incertain sur l'entrée [127] et pure-feedback retard incertain sur tous les états [128] et pour la classe strict-feedback avec zone morte sur l'entrée [31].

Tous les travaux susmentionnés ne sont pas basés sur l'approche back-stepping pour éviter l'explosion due à la récursivité des calculs des différenciations, cependant ils suivent des techniques similaires aux méthodologies basées sur la technique de back-stepping avec des calculs lourds.

De plus, ces résultats sont focalisés sur les systèmes SISO et ne peuvent être généralisé aux systèmes MIMO. L'étude des systèmes non linéaires MIMO en cascade d'ordre supérieure est beaucoup plus compliquée en raison des interconnexions des états et des entrées, ce qui rend la généralisation des conceptions des systèmes SISO aux systèmes MIMO, généralement, non triviale.

Dans ce chapitre, on présentera une approche de commande sans faire recours à la technique de back-stepping pour les systèmes non linéaires MIMO incertains sous la forme pure-feedback avec des non-linéarités de type saturation sur l'entrée. Dans cette approche, de nouvelles variables d'état et des transformations de coordonnées sont introduites pour convertir le système pure-feedback originale en une forme normale. Un observateur d'état est alors conçu pour estimer les nouveaux états indisponibles. La connaissance à priori du signe du gain de commande n'est plus nécessaire et le problème des dérivés circulaire est contourné en utilisant les fonctions de type Nussbaum et la transformation d'état, respectivement. Il est démontré que l'approche de commande proposée est plus simple et plus avantageuse que celles basée sur le back-stepping tout en assurant de bonnes performances. La stabilité du système en boucle fermée est assurée au sens de Lyapunov en se servant de la propriété de la positivité (SPR) des systèmes. Les performances de poursuite du schéma de commande sont illustrées par un

exemple de simulation.

4.2 Commande adaptative neuronale d'une classe de systèmes pure-feedback MIMO avec la contrainte de la saturation

4.2.1 Position du problème

Considérons la classe suivante des systèmes non linéaires pure-feedback MIMO décrite par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{i1} &= \bar{f}_{i1}(x_{i1}, x_{i2}) + d_{i1}(t) \\
 \dot{x}_{i2} &= \bar{f}_{i2}(\bar{x}_{i2}, x_{i3}) + d_{i2}(t) \\
 &\dots\dots \\
 \dot{x}_{i,n_i-1} &= \bar{f}_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i}) + d_{i,n_i-1}(t) \\
 \dot{x}_{i,n_i} &= \bar{f}_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i(v_i)) + d_{i,n_i}(X, t) \\
 (4.1) \quad y_i &= x_{i1}, i = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

où $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i,n_i}]^T \in \mathbb{R}_i^n, (i = 1, \dots, N)$ et $y_i \in \mathbb{R}$ désigne le vecteur d'états et la sortie du $i^{\text{ème}}$ sous-système respectivement. $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ et $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ désigne les états et le vecteur de sortie de l'ensemble du système $\bar{x}_{ij} = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}]^T \in \mathbb{R}^j, (i = 1, \dots, N), j = 1, 2, \dots, n_i$, sont des fonctions non linéaires inconnues, et $d_{ij}(t)$ et $d_{i,n_i}(X, t)$ dénote la perturbation externe inconnue mais bornée pour chaque sous-système. Les non linéarités sur l'entrée $u(v) = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ incluent la saturation sur l'entrée.

La saturation sur l'entrée $u(v(t))$ donnée déjà dans (2.2) est approximé de la même manière que celle dans (2.3) et réécrite ici uniquement pour simplifier le suivi des dérivations des équations :

$$(4.2) \quad u_i(t) = \text{sat}(v_i(t)) = g(v_i) + d(v_i)$$

L'objectif du travail proposé consiste à synthétiser une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée et la poursuite de la sortie $y_i(t)$ d'une trajectoire de référence $y_{id}(t)$.

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

Pour faciliter la conception des lois de commande adaptative pour le système pure-feedback, le système (4.1) est réécrite comme

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{i1} &= f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t) \\
 \dot{x}_{i2} &= f_{i2}(\bar{x}_{i3}) + x_{i3} + d_{i2}(t) \\
 &\dots\dots \\
 \dot{x}_{i,n_i-1} &= f_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i}) + x_{i,n_i} + d_{i,n_i-1}(t) \\
 \dot{x}_{i,n_i} &= f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i) + u_i + d_{i,n_i}(X, t) \\
 (4.3) \quad y_i &= x_{i1}, i = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

Avec $f_{ij}(\bar{x}_{i,j+1}) = \bar{f}_{ij}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}) - x_{i+1}$ et $f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i) = \bar{f}_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i(v_i)) - u_i$. Le système (4.3) est utilisé pour concevoir l'observateur et le contrôleur dans la section suivante.

4.2.2 La conception de la commande adaptative neuronale

Pour améliorer la performance de poursuite, on développe un nouveau schéma de commande pour surmonter les difficultés introduites par la cascade du système MIMO pure-feedback et les contraintes sur l'entrée. Dans cette section, nous adoptons de nouvelles variables d'état et on utilise des transformations de coordonnées pour convertir la forme pure-feedback originale en une forme normale, il n'est donc pas nécessaire de considérer la technique de back-stepping. À cette fin, on va d'abord introduire un ensemble de nouvelles variables d'état et des transformations de coordonnées correspondantes comme suit :

$$\begin{aligned}
 s_{i1} &= x_{i1} \\
 s_{i,j+1} &= \dot{s}_{i,j} \quad (j = 1, 2, \dots, n_i; i = 1, 2, \dots, N) \\
 y_i &= s_{i1} = x_{i1}
 \end{aligned}$$

Étape 1 : Définir le nouvel état $s_{i1} = y_i = x_{i1}$ la dérivé temporelle de s_{i1} peut être exprimé comme

$$(4.4) \quad \dot{s}_{i1} = f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t)$$

En se servant du théorème de la valeur moyenne [24], il existe une constante θ , avec $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que $x_{i2}^\theta = \theta \cdot x_{i2} + (1 - \theta)x_{i2}^0$, telle que la fonction non linéaire non

affine $f_{i1}(\bar{x}_{i2})$ est exprimée au voisinage de x_{i2}^0 comme suit :

$$(4.5) \quad f_{i1}(\bar{x}_{i2}) = f_{i1}(\bar{x}_{i2}, x_{i2}^0) + \left. \frac{\partial f_{i1}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{i2}} \right|_{x_{i2}=x_{i2}^0} (x_{i2} - x_{i2}^0)$$

Substituant (4.5) dans (4.4), on obtient

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \dot{s}_{i1} &= f_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^0) + \left[1 + \left. \frac{\partial f_{i1}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{i2}} \right|_{x_{i2}=x_{i2}^0} \right] x_{i2} + \left. \frac{\partial f_{i1}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{i2}} \right|_{x_{i2}=x_{i2}^0} x_{i2}^0 + d_{i1}(t) \\ &= F_{i1}(x_{i1}) + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) x_{i2} \end{aligned}$$

où $F_{i1}(x_{i1}) = f_{i1}(\bar{x}_{i1}, x_{i2}^0) + d_{i1}(t)$ et $G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) = \left[1 + \left. \frac{\partial f_{i1}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{i2}} \right|_{x_{i2}=x_{i2}^0} (1 - x_{i2}^0) \right]$

Étape 2 : Soit $s_{i2} = \dot{s}_{i1} = F_{i1}(x_{i1}) + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) x_{i2}$, la dérivée temporelle de s_{i2} peut être exprimé comme

$$(4.7) \quad \dot{s}_{i2} = \frac{\partial F_{i1}(x_{i1})}{\partial x_{i1}} \dot{x}_{i1} + \frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i1}} \dot{x}_{i1} x_{i2} + \frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i2}} \dot{x}_{i2} x_{i2} + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) \dot{x}_{i2}$$

Car la fonction inconnue $f_{i2}(\bar{x}_{i3})$ est une fonction continuellement différentiable par rapport à chaque variable x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} . Sur la base du théorème de la valeur moyenne, il existe une constante θ , avec $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que $x_{i3}^\theta = \theta x_{i3} + (1 - \theta)x_{i3}^0$, telle que la fonction non linéaire non affine $f_{i2}(\bar{x}_{i3})$ est exprimée au voisinage de x_{i3}^0 comme suit :

$$(4.8) \quad f_{i2}(\bar{x}_{i3}) = f_{i2}(\bar{x}_{i2}, x_{i3}^0) + \left. \frac{\partial f_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} \right|_{x_{i3}=x_{i3}^0} (x_{i3} - x_{i3}^0)$$

Substituant (4.8) dans (4.7), on obtient

$$(4.9) \quad \begin{aligned} \dot{s}_{i2} &= \frac{\partial F_{i1}(x_{i1})}{\partial x_{i1}} (f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t)) + \dot{x}_{i2} \left(\frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i2}} x_{i2} \right. \\ &\quad \left. + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) \right) + \frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i1}} (f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t)) x_{i2} \\ &= F_{i2}(\bar{x}_{i2}) + G_{i2}(\bar{x}_{i2}, x_{i3}^\theta) x_{i3} \end{aligned}$$

où $F_{i2}(\bar{x}_{i2}) = \frac{\partial F_{i1}(x_{i1})}{\partial x_{i1}} (f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t)) + \frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i1}} (f_{i1}(\bar{x}_{i2}) + x_{i2} + d_{i1}(t)) x_{i2}$
+ $\left(\frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i2}} x_{i2} + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) \right) [f_{i2}(\bar{x}_{i2}, x_{i3}^0) + d_{i2}(t)]$ et

$G_{i2}(\bar{x}_{i2}) = \left(\frac{\partial G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta)}{\partial x_{i2}} x_{i2} + G_{i1}(x_{i1}, x_{i2}^\theta) \right) \left[1 + \left. \frac{\partial f_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} \right|_{x_{i3}=x_{i3}^0} (1 - x_{i3}^0) \right]$ sont des fonctions non linéaire inconnus de $x_{i1} \in \mathbb{R}^1, [x_{i1}, x_{i2}^\theta] \in \mathbb{R}^2$, respectivement.

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES
PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

Étape 3 : Soit $s_{i3} = \dot{s}_{i2} = F_{i2}(x_{i1}, x_{i2}) + G_{i2}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}^\theta) x_{i3}$, suivant les la même procédure des calculs précédents, on aura :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_{i3} &= \frac{\partial F_{i2}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{i2}} \dot{\bar{x}}_{i2} + \frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} \dot{\bar{x}}_{i3} x_{i3} + G_{i2}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}^\theta) \dot{x}_{i3} \\
 &= \sum_{k=1}^2 \frac{\partial F_{i2}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) \\
 &\quad + \dot{x}_{i3} \left(\frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} x_{i3} + G_{i2}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}^\theta) \right) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) x_{i3} \\
 (4.10) \quad &= F_{i3}(\bar{x}_{i3}) + G_{i3}(\bar{x}_{i3} x_{i4}^\theta) x_{i4}
 \end{aligned}$$

Basé sur le théorème de la valeur moyenne, il existe $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que $f_{i3}(\bar{x}_{i3}, x_{i4}) = f_{i3}(\bar{x}_{i3}, x_{i4}^0) + \frac{\partial f_{i3}(\bar{x}_{i4})}{\partial x_{i4}} \Big|_{x_{i4}=x_{i4}^\theta} (x_{i4} - x_{i4}^0)$, de façons similaire où

$$\begin{aligned}
 F_{i3}(\bar{x}_{i3}) &= \sum_{k=1}^2 \frac{\partial F_{i2}(\bar{x}_{i2})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) x_{i3} \\
 &\quad + \left(\frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} x_{i3} + G_{i2}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}^\theta) \right) [f_{i3}(\bar{x}_{i3}, x_{i4}^0) + d_{i3}(t)] \text{ et} \\
 G_{i3}(\bar{x}_{i3}) &= \left(\frac{\partial G_{i2}(\bar{x}_{i3})}{\partial x_{i3}} x_{i3} + G_{i2}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}^\theta) \right) \left[\frac{\partial f_{i3}(\bar{x}_{i4})}{\partial x_{i4}} \Big|_{x_{i4}=x_{i4}^\theta} (1 - x_{i4}^0) + 1 \right] \text{ sont des fonctions} \\
 &\text{non linéaire inconnus de } \bar{x}_{i3} = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}] \in \mathbb{R}^3, [\bar{x}_{i3}, x_{i4}^\theta] \in \mathbb{R}^4, \text{ respectivement.}
 \end{aligned}$$

Étape (n-1) : De manière similaire, soit $s_{ij} = \dot{s}_{i,j-1} = F_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1}) + G_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1} x_{ij}^\theta) x_{ij}$, pour $i^{\text{ième}}$ sous-système, nous étendons cette transformation de coordonnées à $j = 4, 5, \dots, n_i - 1$.

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_{ij} &= \frac{\partial F_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1})}{\partial x_{i,j-1}} \dot{\bar{x}}_{i,j-1} + \frac{\partial G_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1} x_{ij}^\theta)}{\partial x_{i,j-1}} \dot{\bar{x}}_{i,j-1} x_{ij} \\
 &\quad + \frac{\partial G_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1} x_{ij}^\theta)}{\partial x_{ij}} \dot{\bar{x}}_{ij} x_{ij} + G_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1} x_{ij}^\theta) \dot{x}_{ij} \\
 (4.11) \quad &= F_{ij}(\bar{x}_{i,j+1}) + G_{ij}(\bar{x}_{ij} x_{i,j+1}^\theta) x_{i,j+1}
 \end{aligned}$$

De même, selon le théorème de la valeur moyenne, il existe des $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que

$$(4.12) \quad f_{i,j}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}) = f_{i,j}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}^0) + \frac{\partial f_{ij}(\bar{x}_{i,j+1})}{\partial x_{i,j+1}} \Big|_{x_{i,j+1}=x_{i,j+1}^\theta} (x_{i,j+1} - x_{i,j+1}^0)$$

où

$$F_{ij}(\bar{x}_{ij}) = \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial F_{i,j-1}(\bar{x}_{i,j-1})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) + \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial G_{i,j-1}(\bar{x}_{ij})}{\partial x_{ik}}$$

$(f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t))x_{ij} + \left(\frac{\partial G_{i,j-1}(\bar{x}_{ij})}{\partial x_{ij}} x_{ij} + G_{i,j-1}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}^\theta)\right) [f_{ij}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}^\theta) + d_{ij}(t)]$
et

$G_{ij}(\bar{x}_{ij}) = \left(\frac{\partial G_{i,j-1}(\bar{x}_{ij})}{\partial x_{ij}} x_{ij} + G_{i,j-1}(\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}^\theta)\right) \left[\frac{\partial f_{ij}(\bar{x}_{i,j+1})}{\partial x_{i,j+1}} \Big|_{x_{i,j+1}=\theta \cdot x_{i,j+1}} (1 - x_{i,j+1}^0) + 1 \right]$ sont des
fonctions non linéaire inconnus de $\bar{x}_{ij} \in \mathbb{R}^j$, $[\bar{x}_{ij}, x_{i,j+1}^\theta] \in \mathbb{R}^{j+1}$, respectivement.

Étape n : Soit finalement $s_{in_i} = \dot{s}_{i,n_i-1} = F_{i,j-1}(\bar{x}_{i,n_i-1}) + G_{i,j-1}(\bar{x}_{i,n_i-1}, x_{in_i}^\theta) x_{in_i}$, et en prenant ses dérivés du temps on aura

$$\begin{aligned} \dot{s}_{in_i} &= \frac{\partial F_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i-1})}{\partial x_{i,n_i-1}} \dot{\bar{x}}_{i,n_i-1} + \frac{\partial G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i-1}, x_{in_i}^\theta)}{\partial x_{i,n_i-1}} \dot{\bar{x}}_{i,n_i-1} x_{in_i} \\ &+ \frac{\partial G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i-1}, x_{in_i}^\theta)}{\partial x_{i,n_i-1}} \dot{x}_{in_i} x_{in_i} + G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i-1}, x_{in_i}^\theta) \dot{x}_{in_i} \\ (4.13) \quad &= F_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i}) + G_{in_i}(\bar{x}_{in_i}, u_i^\theta) u_i(t) \end{aligned}$$

Ce résultat est obtenu en suivant des étapes précédentes, en se servant du théorème de la valeur moyenne où il existe des $\theta \in (0, 1)$ satisfaisant que $u_i^\theta = \theta \cdot u_i + (1 - \theta) u_i^0$

$$(4.14) \quad f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i) = f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i^0) + \frac{\partial f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i)}{\partial u_i} \Big|_{u_i=\theta \cdot u_i} (u_i(t) - u_i^0)$$

où

$$F_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i}) = \sum_{k=1}^{n_i-1} \frac{\partial F_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i-1})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) + \sum_{k=1}^{n_i-1} \frac{\partial G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{i,n_i})}{\partial x_{ik}} (f_{ik}(\bar{x}_{i,k+1}) + x_{i,k+1} + d_{ik}(t)) x_{in_i} + \left(\frac{\partial G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{in_i})}{\partial x_{i,n_i}} x_{i,n_i} + G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{in_i})\right) [f_{in_i}(\bar{x}_{in_i}, u_i^0) + d_{in_i}(t, X)]$$

$$G_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i^\theta(t)) = \left(\frac{\partial G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{in_i})}{\partial x_{i,n_i}} x_{i,n_i} + G_{i,n_i-1}(\bar{x}_{in_i})\right) \left[\frac{\partial f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i)}{\partial u_i} \Big|_{u_i=u_i^\theta} (u_i^0 - 1) + 1 \right] \text{ sont}$$

des fonctions non linéaire inconnus de $\bar{x}_{i,n_i} \in \mathbb{R}^{n_i}$, $[\bar{x}_{in_i}, u_i^\theta(t)] \in \mathbb{R}^{j+1}$, respectivement.

Donc, pour le $i^{\text{ème}}$ sous-système, sur la base de l'analyse ci-dessus et du calcul concret et de la redéfinition de chaque nouvelle variable, pour $j = 1, 2, \dots, n_i$, nous décrivons le système pure-feedback (4.1) sous la forme normale suivante par rapport au nouveau vecteur de variable d'état $s_i = [s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{i,n_i}]^T$. Par conséquent,

$$\begin{aligned} \dot{s}_{i1} &= s_{i2} \\ \dot{s}_{i2} &= s_{i3} \\ &\dots \\ \dot{s}_{i,n_i-1} &= s_{i,n_i} \\ \dot{s}_{i,n_i} &= F_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i}) + G_{in_i}(\bar{x}_{in_i}, u_i^\theta(t)) u_i(t) \\ (4.15) \quad &= F_i(x_i) + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) u_i(t) \end{aligned}$$

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

où $F_i(x_i) = F_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i})$ et $G_i(x_i, u_i^\theta(t)) = G_{in_i}(\bar{x}_{i,n_i}, u_i^\theta(t))$ on peut conclure que de nouvelles variables d'état et les transformations des coordonnées correspondant, le système originale non linéaire pure-feedback MIMO (4.1) est transformé dans une forme normale avec le vecteur d'état $s = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ et $s_i = [s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{i,n_i}]^T$, l'entrée $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ et la sortie $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$. Pour le $i^{ième}$ sous-système, l'erreur de poursuite est définie comme suit :

$$(4.16) \quad e_i(t) = y_i(t) - y_{id}(t)$$

Et le vecteur de l'erreur de poursuite e_i comme $\underline{e}_i(t) = s_i - y_{id} = [e_i, \dot{e}_i, \dots, e_i^{(n_i-1)}]^T$
 $= [s_{i1} - y_{id}, s_{i2} - \dot{y}_{id}, \dots, s_{i,n_i} - y_{id}^{(n_i-1)}]^T$.

Rappelant (4.15), en soustrayant $y_{id}^{(n_i)}$ des deux côtés, on obtient

$$(4.17) \quad e_i^{(n_i)} = y_i^{(n_i)} - y_{id}^{(n_i)} = F_i(x_i) + G_i(x_i)(g(v_i) + d(v_i)) - y_{id}^{(n_i)}$$

De manière équivalente, (4.17) peut être réécrite sous la forme compacte suivante :

$$(4.18) \quad \begin{aligned} \dot{\underline{e}}_i &= A_i \underline{e}_i + B_i [F_i(x_i) + G_i(x_i)(g(v_i) + d(v_i)) - y_{id}^{(n_i)}] \\ y_i &= C_i^T \underline{e}_i \end{aligned}$$

où

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad c_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

Notons que la paire (A_i, B_i) est contrôlable et que la paire (C_i^T, A_i) est observable.

4.2.3 Conception de l'observateur

Les erreurs de poursuites e_{i1}, \dots, e_{in} de la transformation du système (4.18) est indisponible pour la rétroaction. On considère maintenant l'observateur suivant pour l'estimation du vecteur d'erreur de poursuite comme suit :

$$(4.19) \quad \begin{cases} \dot{\hat{e}}_i = (A_i - B_i k_{ic}^T) \hat{e}_i + k_{io} \tilde{e}_i \\ \hat{e}_i = C_i^T \hat{e}_i \end{cases}$$

où $\underline{k}_{ic} = [k_{ic}^1, k_{ic}^2, \dots, k_{ic}^{n_i}]^T$, $\underline{k}_{i0} = [k_{i0}^1, k_{i0}^2, \dots, k_{i0}^{n_i}]^T$ sont le vecteur du gain de retour d'état est le vecteur du gain d'observateur, respectivement, et qui sont choisis de sorte que les polynômes caractéristiques de $(A_i - B_i \underline{k}_{ic}^T)$ et $(A_i - \underline{k}_{i0} C_i^T)$ soient Hurwitz (c.-à-d. stable). Notez que $\tilde{e}_i = e_i - \hat{e}_i$, avec \hat{e}_i est l'estimé du vecteur d'état e_i . Par conséquent, si l'erreur d'observation \tilde{e}_i converge vers zéro, l'erreur de poursuite estimée \hat{e}_i convergera également vers zéro.

Pour faciliter la conception de la commande, et selon la propriété d'approximation universelle des réseaux de neurones, les fonctions non linéaires inconnues suivantes peuvent être approximées comme suit :

$$(4.20) \quad F_i(x_i) + k_i^T \hat{e}_i - y_{id}^{(n_i)} = W_i^T S_i(Z_i) + \varepsilon_i(Z_i)$$

et

$$(4.21) \quad W_i = \underset{W_i \in \Omega_{W_i}}{\operatorname{argmin}} \{ \sup_{z \in \Omega_z} |\hat{f}(Z/W) - f(Z)| \}$$

où Ω_{W_i} est l'espace de contraintes de W_i , $Z_i = [x_i, y_{id}^{(n_i)}]^T$ le vecteur d'entrée du réseau et $S_i(\cdot)$ est le vecteur de fonction d'activation neuronale supposé convenablement fixé à l'avance par l'utilisateur, W_i est le paramètre idéal d'approximation avec l'erreur neuronale $\varepsilon_i(Z)$.

Étant W_i est inconnu, sa valeur estimée \hat{W}_i sera utilisée. En soustrayant (4.18) de (4.19), on obtient la dynamique suivante pour l'erreur d'observation :

$$(4.22) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_i &= (A_i - \underline{k}_{i0} C_i^T) \tilde{e}_i + B_i \left[F_i(x_i) + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) (g(v_i) + d(v_i)) + k_i^T \hat{e}_i - y_{id}^{(n_i)} \right] \\ \tilde{e}_i &= C^T \tilde{e}_i \end{aligned}$$

En substituant (4.20) dans (4.22) on obtient

$$(4.23) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_i &= (A_i - \underline{k}_{i0} C_i^T) \tilde{e}_i + B_i \left[W_i^T S_i(Z_i) + \varepsilon_{1i} + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) g(v_i) \right] \\ \tilde{e}_i &= C^T \tilde{e}_i \end{aligned}$$

avec $\varepsilon_{1i} = \varepsilon_i(Z_i) + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) d(v_i)$.

Notons $\Delta u_i = g(v_i) - v_i$, on aura :

$$(4.24) \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_i &= (A_i - \underline{k}_{i0} C_i^T) \tilde{e}_i + B_i \left[W_i^T S_i(Z_i) + \varepsilon_{1i} + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) v_i + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) \Delta u_i \right] \\ &= C^T \tilde{e}_i \end{aligned}$$

À partir de (4.24), la dynamique de l'erreur de poursuite de la sortie peut s'écrire comme suit :

$$(4.25) \quad \tilde{e}_i = H_i(p) \left[W_i^T S_i(Z_i) + \varepsilon_{1i} + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) v_i + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) \Delta u_i \right]$$

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES
PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

où p est la variable de Laplace et $H_i(p) = C_i^T (PI - (A_i - k_{i0} C_i^T)) B_i$ est la fonction de transfert associée à la dynamique (4.25). Maintenant, puisque $H_i(p)$ dans (4.25) n'est pas SPR en général, on introduit un filtre passe bas $L_i(p)$ sachant que $H(p)L^{-1}(p) = \bar{H}(p)$ est SPR.

$$\begin{aligned}
 \tilde{e}_i &= H_i(p)L_i^{-1}(p)[L_i(p)\{W_i^T S_i(Z_i)\} + L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\} \\
 &+ L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\} + L_i(p)\{\varepsilon_{1i}\}] \\
 &= \bar{H}_i(p)[L_i(p)\{W_i^T S_i(Z_i)\} + L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\} \\
 &+ L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\} + \varepsilon_{if}] \\
 &= \bar{H}_i(p)[L_i(p)\{W_i^T S_i(Z_i)\} + L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\} \\
 &+ L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\} + \delta] \\
 &= \bar{H}_i(p)[W_i^T S_i(Z_i) + G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_{if} \\
 &+ G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_{if} + \delta_i] \\
 &= \bar{H}_i(p)[W_i^T S_i(Z_i) + G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i \\
 &+ \delta_i + G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i]
 \end{aligned}
 \tag{4.26}$$

où

$$W_i^T S_{if}(Z_i) = L_i(p)\{W_i^T S_i(Z_i)\} = W_i^T L_i(p)\{S_i(Z_i)\} \tag{4.27}$$

$$\varepsilon_{if} = L_i(p)\{\varepsilon_{1i}\} \tag{4.28}$$

$$\delta_i = W_i^T \{S_{if}(Z_i) - S_i(Z_i)\} + \varepsilon_{if} \tag{4.29}$$

$$L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\} = G_i(x_i, u_i^\theta(t))L_i(p)\{v_i\} = G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_{if}(t) \tag{4.30}$$

$$L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\} = G_i(x_i, u_i^\theta(t))L_i(p)\{\Delta u_i\} = G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_{if} \tag{4.31}$$

De (4.29), il est clair que la présence du terme filtré $L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\}$ et $L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\}$ dans la dynamique des erreurs rend la conception du système de contrôle très difficile.

Pour faciliter la tâche de ce travail, l'hypothèse suivante est faite.

Hypothèse 4.1. [130] *Le filtre SPR $L_i^{-1}(p)$ est choisi tel que $L_i(p)\{v_i\} = v_{if} \cong \bar{v}_i$ et $L_i(p)\{\Delta u_i\} = \Delta u_{if} \cong \Delta u_i$ donc $G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i - L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i\} = 0$ et*

$$G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i - L_i(p)\{G_i(x_i, u_i^\theta(t))\Delta u_i\} = 0$$

Hypothèse 4.2. Chaque élément δ_i du paramètre inconnu défini dans (4.29) est délimité par une constante, c'est-à-dire qu'il existe une constante positive inconnue $\bar{\tau}_i$ telle que

$$(4.32) \quad |\delta_i| \leq \bar{\tau}_i$$

Hypothèse 4.3. Le gain de commande $G_i(\cdot)$ et son signe est inconnu, et il existe des constantes positives inconnues \underline{g} et \bar{g} telle que $\underline{g} \leq |G_i(\cdot)| \leq \bar{g}$.

Afin d'estimer en ligne le signe de gain $G_i(x_i, u_i^\theta(t))$ nous allons introduire la loi de commande suivante contenant avec la fonction de Nussbaum.

$$(4.33) \quad v_i = N(\zeta_i) \left(\hat{W}^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \alpha_i \psi_i \right)$$

où ψ_i est un compensateur additif défini par la dynamique suivante :

$$(4.34) \quad \dot{\psi}_i = \begin{cases} -k_{ie} \psi_i - \frac{\bar{g} |\tilde{e}_i| \Delta u_i + 0.5 \Delta u_i^2}{\psi_i^2} \psi_i + \Delta u_i & \text{si } |\psi_i| > \mu_{i,0} \\ 0 & \text{si } |\psi_i| < \mu_{i,0} \end{cases}$$

où $\Delta u_i = g(v_i) - v_i$, $k_{ie} > 0$ est le paramètre de conception, $\alpha_i > 0$

Avec

$$(4.35) \quad \dot{\zeta}_i = \tilde{e}_i \left(\hat{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \alpha_i \psi_i \right)$$

où

$$(4.36) \quad N(\zeta_i) = \zeta_i^2 \cos(\zeta_i)$$

Pour estimer les paramètres inconnus, nous adoptons les lois suivantes :

$$(4.37) \quad \dot{\hat{W}}_i = \Gamma_i (\tilde{e}_i S_i(Z_i) - \sigma_{i1} \hat{W}_i)$$

$$(4.38) \quad \dot{\hat{\tau}}_i = \gamma_i [\tilde{e}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \sigma_{i2} \hat{\tau}_i]$$

où $\Gamma_i > 0$, $\gamma_i > 0$, $\sigma_{i1} = \sigma_{i2} > 0$.

Substituant (4.33) dans (4.26), et en ajoutant et en soustrayant $\hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right)$ et de (4.26),

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES
PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

on obtient

$$\begin{aligned}
 \tilde{e}_i &= \bar{H}_i(p)[- \tilde{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) \\
 &\quad - \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) + \alpha_i \psi_i - \alpha_i \psi_i \\
 &\quad + G_i(x_i, u_i^\theta(t))v_i(t) + G_i \Delta u_i + \delta_i] \\
 &= \bar{H}_i(p)[- \tilde{W}_i^T S_i(Z_i) - \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) + \alpha_i \psi_i \\
 &\quad + \left(\hat{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \alpha_i \psi_i \right) \\
 (4.39) \quad &\quad \times \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t))N(\zeta_i) \right) + G_i \Delta u_i + \delta_i]
 \end{aligned}$$

où $W_i = \hat{W}_i - \tilde{W}_i$.

La représentation d'états de (4.39) est donnée comme suit

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{e}}_i &= \bar{A}_i \tilde{e}_i + B_{ic}[- \tilde{W}_i^T S_i(Z_i) - \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) + \alpha_i \psi_i \\
 &\quad + \left(\hat{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \alpha_i \psi_i \right) \\
 &\quad - \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t))N(\zeta_i) \right) + \delta_i + G_i \Delta u_i] \\
 (4.40) \quad \tilde{e}_i &= C_i^T \tilde{e}_i
 \end{aligned}$$

avec $\bar{A}_i = (A_i - k_{i0} C_i^T)$ est stable et $B_{ic} = [1, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in_i}]^T$. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive P_i , donnée par :

$$(4.41) \quad \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + C_i C_i^T = -Q_i$$

$$(4.42) \quad P_i B_{ic} = C_i^T$$

Selon (4.42), il est évident que

$$(4.43) \quad \tilde{e}_i^T P_i B_{ic} = \tilde{e}_i^T C_i = \tilde{e}_i$$

4.2.4 Analyse de la stabilité

L'analyse de stabilité de la boucle fermée de la commande proposée est résumée dans le théorème suivant :

Théorème 4.1. *Considérons le système non linéaire non affine (4.1) avec les contraintes sur l'entrée et la sortie, et supposons que les hypothèses 4.1-4.3 sont satisfaites et considérant l'observateur (4.19). Alors la loi de commande définie par l'équation (4.33) avec les lois d'adaptation (4.37)-(4.38) appliquées au système (4.1) garantie les propriétés suivantes :*

i) *Tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés.*

Preuve du Théorème 4.1 : Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$(4.44) \quad V_i = \frac{1}{2} \tilde{e}_i^T P_i \tilde{e}_i + \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\tau}_i^2 + \frac{1}{2} \psi_i^2$$

La dérivée temporelle de (4.44) le long de (4.41) et (4.42), et en utilisant (4.43) nous obtenons :

$$(4.45) \quad \begin{aligned} \dot{V}_i &= \frac{1}{2} \tilde{e}_i^T \left(\bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i \right) \tilde{e}_i + \tilde{e}_i \left[-\tilde{W}_i^T S_i(Z_i) - \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) + \alpha_i \psi_i \right] \\ &+ \left(\hat{W}_i^T S_i(Z_i) + \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) - \alpha_i \psi_i \right) \\ &\times \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) N(\zeta_i) \right) + \delta_i + G_i \Delta u_i \\ &+ \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\tau}_i \dot{\hat{\tau}}_i + \psi_i \dot{\psi}_i \end{aligned}$$

où $\tilde{\tau}_i = \bar{\tau}_i - \hat{\tau}_i$, (et $\hat{\tau}_i$ est l'estimation du paramètre inconnu $\bar{\tau}_i$).

Par substitution de (4.41) et le système auxiliaire dans (4.45), on trouve

$$(4.46) \quad \begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\frac{1}{2} \tilde{e}_i^T \left(Q_i + C_i C_i^T \right) \tilde{e}_i + \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) N(\zeta_i) \right) \dot{\zeta}_i \\ &- \tilde{e}_i \left[-\hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) + \delta_i \right] + \tilde{e}_i \alpha_i \psi_i + \tilde{e}_i G_i \Delta u_i \\ &+ \tilde{W}_i^T \left(-\tilde{e}_i S_i(Z_i) + \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i \right) + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\tau}_i \dot{\hat{\tau}}_i \\ &- k_{ie} \psi_i^2 - \bar{g} |\tilde{e}_i \Delta u_i| - 0.5 \Delta u_i^2 + \psi_i \Delta u_i \end{aligned}$$

À partir de l'hypothèse 4.3 et le lemme 2.1, on peut obtenir l'inégalité suivante :

$$(4.47) \quad \begin{aligned} \tilde{e}_i \delta_i - \tilde{e}_i \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) &\leq \tilde{e}_i \bar{\tau}_i - |\tilde{e}_i| (\bar{\tau}_i - \hat{\tau}_i) \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) \\ &\leq \kappa \bar{\tau}_i - |\tilde{e}_i| \hat{\tau}_i \tanh\left(\frac{\tilde{e}_i}{\epsilon_i}\right) \end{aligned}$$

$$(4.48) \quad \tilde{e}_i G_i \Delta u_i - \bar{g} |\tilde{e}_i \Delta u_i| \leq 0$$

$$(4.49) \quad -0.5 \Delta u_i^2 + \psi_i \Delta u_i \leq 0.5 \psi_i^2$$

$$(4.50) \quad \tilde{e}_i \psi_i \leq \frac{1}{2} \psi_i^2 + \tilde{e}_i^T C_i C_i^T \tilde{e}_i$$

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES
PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

Après la substitution des lois d'adaptation (4.37)-(4.38) dans la dynamique (4.46), on obtient

$$(4.51) \quad \begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\frac{1}{2}\tilde{e}_i^T Q_i \tilde{e}_i - \left(k_{ie} - \frac{\alpha_i}{2} - \frac{1}{2}\right) \psi_i^2 \\ &\quad + \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) N(\zeta_i)\right) \dot{\zeta}_i \\ &\quad - \sigma_{i1} \tilde{W}_i^T \hat{W}_i - \sigma_{i2} \tilde{\tau}_i \hat{\tau}_i + \kappa \bar{\tau}_i \end{aligned}$$

où le paramètre k_{ie} est choisi pour satisfaire la condition $k_{ie} - \frac{\alpha_i}{2} - \frac{1}{2} > 0$.

En utilisant les inégalités suivantes,

$$(4.52) \quad -\sigma_{i1} \tilde{W}_i^T \hat{W}_i \leq \frac{\sigma_{i1}}{2} \|W_i\|^2 - \frac{\sigma_{i1}}{2} \|\tilde{W}_i\|^2$$

$$(4.53) \quad \sigma_{i2} \tilde{\tau}_i \hat{\tau}_i \leq -\frac{\sigma_{i2}}{2} \tilde{\tau}_2^2 + \frac{\sigma_{i2}}{2} \bar{\tau}_2^2$$

On peut réécrire (4.51) comme suit :

$$(4.54) \quad \begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\frac{1}{2}\tilde{e}_i^T Q_i \tilde{e}_i - \left(k_{ie} - \frac{\alpha_i}{2} - \frac{1}{2}\right) \psi_i^2 + \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) N(\zeta_i)\right) \dot{\zeta}_i \\ &\quad - \frac{\sigma_{i1}}{2} \|\tilde{W}_i\|^2 - \frac{\sigma_{i2}}{2} \tilde{\tau}_2^2 + \frac{\sigma_{i1}}{2} \|W_i\|^2 + \frac{\sigma_{i2}}{2} \bar{\tau}_2^2 + \kappa \bar{\tau}_i \\ &\leq -c_{i1} V_i + c_{i0} + \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(t)) N(\zeta_i)\right) \dot{\zeta}_i \end{aligned}$$

où

$$c_{i1} = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q_i)}{\lambda_{\max}(P_i)}, \frac{\sigma_{i1}}{\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}, \sigma_{i2} \gamma_i, \left(k_{ie} - \frac{\alpha_i}{2} - \frac{1}{2}\right) \right\},$$

$$c_{i0} = \frac{\sigma_{i1}}{2} \|W_i\|^2 + \frac{\sigma_{i2}}{2} \bar{\tau}_2^2 + \kappa \bar{\tau}_i$$

avec $\lambda_{\min}(\cdot)$ et $\lambda_{\max}(\cdot)$ désignent la valeur propre minimale et maximale de (\cdot) , respectivement. Alors on intégrant les deux côtés de (4.54), on aura

$$(4.55) \quad V_i(t) \leq \bar{c}_0 + e^{c_1 t} \int_0^t \left(1 + G_i(x_i, u_i^\theta(\tau)) N(\zeta_i(\tau))\right) \dot{\zeta}_i(\tau) e^{c_1 \tau} d\tau$$

où $\bar{c}_{i0} = V_i(0) + c_{i0}/c_{i1}$. Utilisant le Lemme 1.1, on peut conclure à partir de l'équation (4.55) la bornitude de $V_i(t), \zeta_i(t)$ et $\int_0^t G_i(x_i) N(\zeta_i(\tau)) \dot{\zeta}_i(\tau)$ avec $[0, t_f]$.

Selon le théorème 1.2 la bornitude de la solution du système en boucle fermée et assure que tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. De plus, à partir des propriétés de la fonction de transformation, nous concluons que l'erreur de poursuite $e_i(t)$ convergera finalement vers un ensemble résiduel arbitrairement petit.

4.2.5 Résultats de simulation

Pour tester les performances de l'approche de commande adaptative neuronale développée, dans cette section, nous présentons les résultats de simulation montrant les performances de poursuite de la commande proposée appliqué au quadrirotor régi par les équations des angles d'Euler (φ, θ, ψ) sous les conditions $(-\pi/2 < \varphi < \pi/2)$ pour roulis, $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$ pour le tangage et $(-\pi < \psi < \pi)$ pour le lacet.

Ce quadrirotor à quatre hélices en configuration X , deux hélices tournent dans le même sens et les deux autres tournent dans le sens opposé. Avec le changement des vitesses des quatre moteurs ou un pair de moteurs, le quadrirotor peut changer de déviation et de vitesse. Donc, augmenter la vitesse des quatre moteurs en même temps implique un mouvement vertical. Éventuellement la variation de la vitesse des moteurs deux et quatre implique une rotation de roulis. Le tangage est obtenu par la variation de la vitesse des moteurs un et trois. Le Lacet est obtenu par l'augmentation de la vitesse des hélices à pas normal et/ou inversé en diminuant proportionnellement la vitesse des hélices à pas inversé pour une rotation d'un côté et inversement de l'autre côté.

Le modèle mathématique du quadrirotor est donné par [131–133] comme suit :

$$(4.56) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} \\ \dot{x}_{1,2} = a_1 x_{2,2} x_{3,2} - a_2 \Omega_r x_{2,2} - a_3 x_{1,2} + b_1 u_\varphi(v) + d_{\dot{\varphi}}(t) \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} \\ \dot{x}_{2,2} = a_4 x_{1,2} x_{3,2} - a_5 \Omega_r x_{1,2} - a_6 x_{2,2} + b_2 u_\theta(v) + d_{\dot{\theta}}(t) \\ \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} \\ \dot{x}_{3,2} = a_7 x_{1,2} x_{2,2} - a_8 x_{3,2} + b_3 u_\psi(v) + d_{\dot{\psi}}(t) \end{array} \right.$$

où

$$a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}, a_2 = \frac{I_r}{I_x}, a_3 = \frac{k_\varphi}{I_x}, a_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, a_5 = \frac{J_r}{I_y}, a_6 = \frac{k_\theta}{I_y}, a_7 = \frac{I_x - I_y}{I_z}, \\ a_8 = \frac{k_\psi}{I_z}, b_1 = \frac{d}{I_x}, b_2 = \frac{d}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z}, \Omega_r = w_1 - w_2 + w_3 - w_4$$

Les définitions de toutes les constantes et les paramètres du modèle quadrirotor sont répertoriées dans le tableau 4.1. La commande d'entrée du système est sélectionnée comme suit :

$$(4.57) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_\varphi = b (w_4^2 - w_2^2) \\ u_\theta = b (w_3^2 - w_1^2) \\ u_\psi = \kappa (w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{array} \right.$$

où le vecteur d'état $x = (\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi})$ représente respectivement, l'angle de roulis, la vitesse angulaire de roulis, l'angle de tangage, la vitesse angulaire de tangage, l'angle

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

de lacet et la vitesse angulaire de lacet ; et la commande d'entrée $v = [v_1, v_2, v_3]^T$ avec une contrainte de saturation $u = [u_\varphi, u_\theta, u_\psi]^T$ ne dépassant pas la valeur $u_{im}, i=1:3 = 1.05 [N.M]$. Avec $(I_x, I_y, I_z), (k_\varphi, k_\theta, k_\psi), J_r, b, \kappa, d$ et $w_i, i = 1, \dots, 4$, sont respectivement : l'inertie de corps ; coefficient de l'aérodynamique ; l'inertie du rotor ; le facteur de poussé ; le facteur de trainé ; la distance entre le centre de la masse et le rotor ; et la vitesse angulaire de chaque i rotor ; les perturbations externes sont données comme suit [134, 135] :

$$(4.58) \quad (d_\varphi(t), d_\theta(t), d_\psi(t))^T = \text{diag}(a_3, a_6, a_8) \dot{\eta}_{air}$$

avec $\dot{\eta}_{air} = (\dot{\varphi}_{air}, \dot{\theta}_{air}, \dot{\psi}_{air})^T$ représente la perturbation du vent définie par la vitesse de rotation de l'air. D'ailleurs, cette perturbation est modalisée par un signal carré avec une vitesse de rotation $\pm(30, 45, 60)^T \text{deg/s}$, avec une fréquence de 0.1HZ . Cependant, l'objectif de la commande est de forcer les angles de roulis, tangage et lacet $y_1 = [\varphi, \theta, \psi]^T$ pour suivre une trajectoire désiré $y_d = [\varphi_d, \theta_d, \psi_d]^T = [\sin(t), \sin(t), \sin(t)]^T$ tout en garantissant des contraintes d'entrée prédéfinies. Pour implémenter la commande proposée, le vecteur de gain d'observateur et les vecteurs de gain de retour d'état sont sélectionnés respectivement comme suit :

$$k_{io} = \begin{bmatrix} 1.8057 \times 10^3 & 0.5037 \times 10^3 & 0.0014 \times 10^3 & 0.0030 \times 10^3 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0002 \times 10^3 & 0.0009 \times 10^3 & -0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0070 \times 10^3 & 0.0411 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$k_{ic} = \begin{bmatrix} 12.2340 & 20.5172 & -0.7175 & -1.9998 & -0.0070 & -0.1198 \\ -0.6950 & -1.7875 & 6.1102 & 5.3640 & -0.0735 & -1.2457 \\ -0.1918 - 0.5844 & & -1.8741 & -6.674634.9958 & & 302.1684 \end{bmatrix}$$

Pour chaque sous-système, un seul réseau de neurones est généré pour approximer en ligne les fonctions inconnus, et les variables d'entrée sont choisis comme $Z_i = [x_i, y_{id}^{(n_i)}]^T$. Les valeurs initiales et les différents paramètres de conception sont résumés dans le tableau 4.2. comme suit

CHAPITRE 4. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE DES SYSTÈMES NL MIMO
PURE-FEEDBACK

Les paramètres	Les valeurs
$x_i(0), i = 1 : 6$	$\pi/20, 0, \pi/20, 0, \pi/20, 0$
$\hat{e}_i(0), i = 1 : 6$	$0, 0, 0, 0, 0, 0$
$\Gamma_i, i = 1 : 3$	$50, 50, 50$
$\sigma_{ij}, i = 1 : 3, j = 1 : 2$	$5.06, 5.06, 5.06, 20.01, 20.01$
$\gamma_i, i = 1 : 3$	$0.001, 0.001, 0.001$
$\alpha_i, i = 1 : 3$	4
$\epsilon_i, i = 1 :$	$[x_1, x_2, v(t), u(v)]^T$
$W_i(0), i = 1 : 3$	$0, 0, 0$

Tableau 4.1: Les paramètres de synthèses et les conditions initiales.

Les paramètres	Les valeurs
d	25 cm
J_r	$2.8 * 10^{-5} \text{ kg m}^2$
I_x, I_y	$3.82 * 10^{-3} \text{ kg m}^2$
I_z	$7.13 * 10^{-3} \text{ kg m}^2$
k_φ, k_θ	$5.56 * 10^{-3} \text{ N m s/rad}$
k_ψ	$6.35 * 10^{-3} \text{ N m s/rad}$
d	$2.98 * 10^{-5} \text{ N s}^2/\text{rad}^2$
κ	$3.23 * 10^{-7} \text{ N s}^2/\text{rad}^2$

Tableau 4.2: Les paramètres physique du quadrirotor.

Les figures 4.1-4.4 illustrent les résultats de simulation du quadrirotor. Ces résultats montrent que les performances de poursuite sont suffisamment bonnes et tous les signaux du système en boucle fermée sont bornés. On peut voir dans la figure 4.1 (a) (b) (c) que la sortie (φ, θ, ψ) suit sa référence $(\varphi_d, \theta_d, \psi_d)$ avec précision. La figure 4.2 (a) (b)(c) montre que les erreurs de poursuite convergent vers zéro. La figure 4.3 (a)(b)(c) montre l'effet du contrainte de saturation sur les commandes de système est insensible aux incertitudes et à la saturation. Ces saturations sont nécessaires pour rendre physiquement réalisable ces structures de commande sur des systèmes réels. La figure 4.4 montre que les trajectoires des nouveaux états avec leurs estimations, on remarque clairement que l'observateur arrive à estimer correctement les états non mesurés.

4.2. COMMANDE ADAPTATIVE NEURONALE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES PURE-FEEDBACK MIMO AVEC LA CONTRAINTE DE LA SATURATION

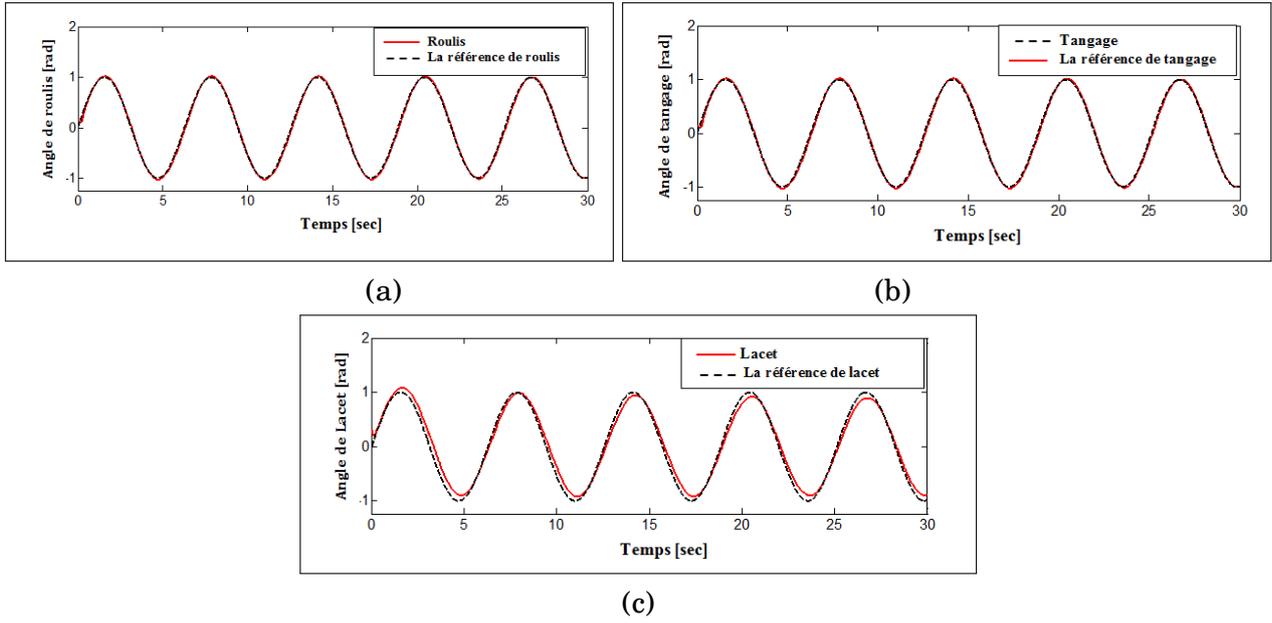


FIGURE 4.1: Les erreurs de poursuite de roulis, tangage et lacet, respectivement : La sortie(ligne rouge) ; la référence(ligne noire)

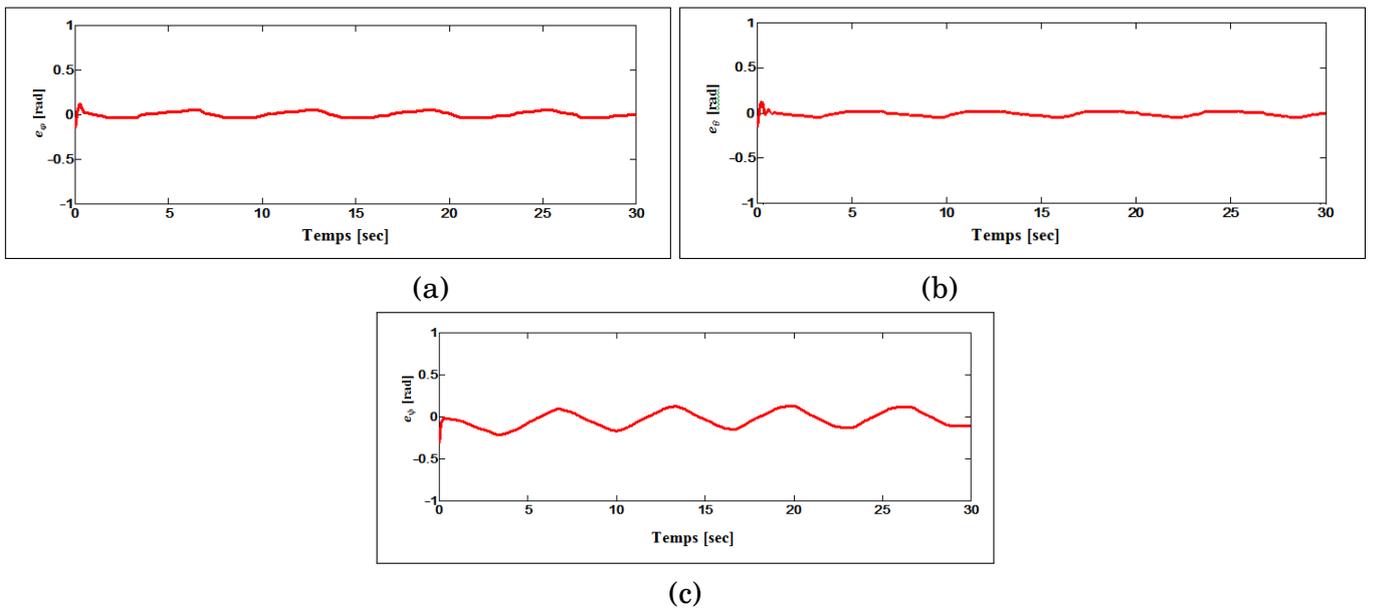
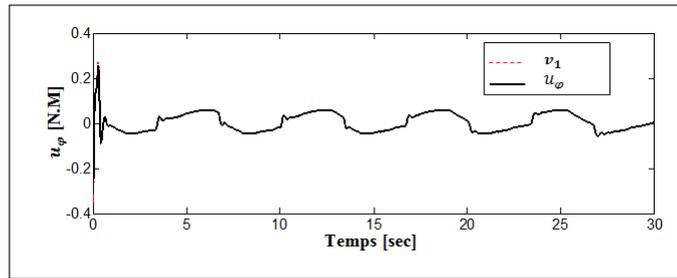
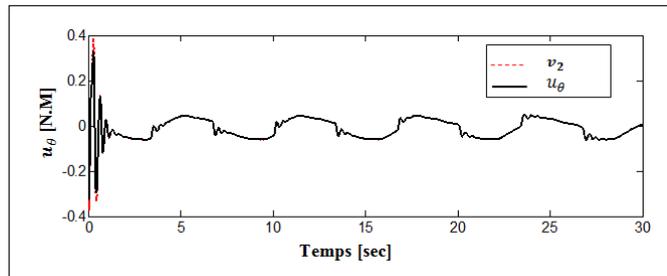


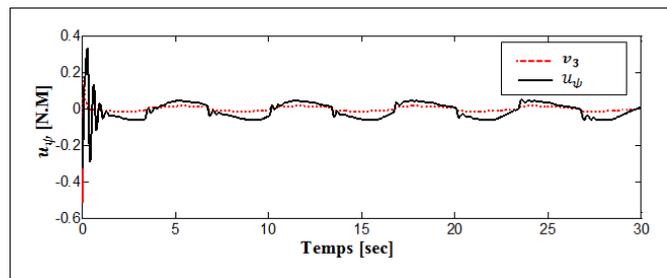
FIGURE 4.2: Les erreurs de poursuite de e_φ , e_θ et e_ψ .



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.3: Les signaux de commande u_φ , u_θ et u_ψ .

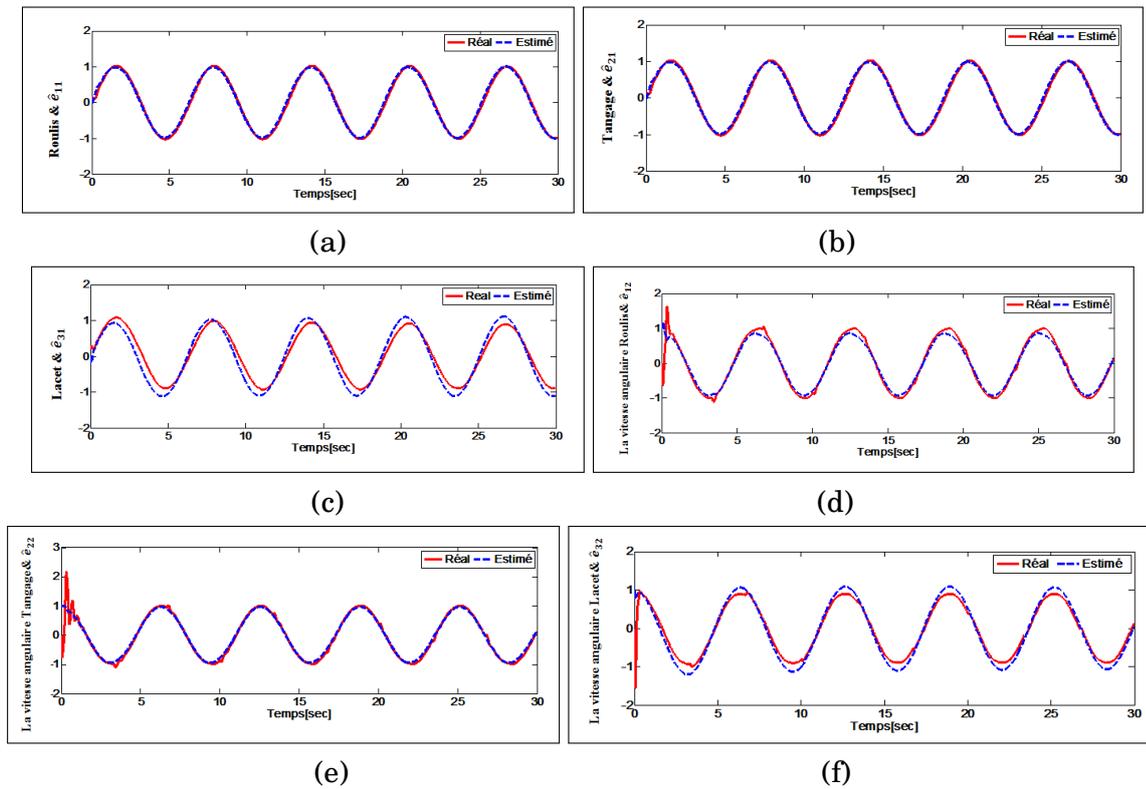


FIGURE 4.4: L'erreur de poursuite du système transformé et son estimation : Réel (ligne rouge); Estimé (ligne bleue)

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et développé une commande adaptative neuronale pour une classe de systèmes non linéaires MIMO sous la forme pure-feedback avec une contrainte de la saturation sur l'entrée et en présence de perturbations externes. Pour ce faire, nous avons introduit des transformations de coordonnées pour convertir la commande par retour d'état en une commande par retour de sortie. Puis, un observateur, basé sur la positivité (SPR) des systèmes, est adopté pour estimer les états inconnus du nouveau système canonique. Dans l'approche proposée, le problème de l'explosion de complexité est complètement évité en se passant d'utiliser la technique de back-stepping. La stabilité de la boucle fermée a été analysée dans le sens de Lyapunov. Les résultats de simulation obtenus pour l'exemple proposé montre de bonne performance de poursuite et de robustesse.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans le cadre de cette thèse développement de lois de commande adaptative pour certaines classes de systèmes non linéaires incertains est considéré.

Plusieurs algorithmes ont été développés pour les systèmes non linéaires incertains mono-variables (SISO). Le cas des systèmes affines et non affines en la commande, la présence des contraintes sur les sorties et/ou les états ainsi que les perturbations externes ont été étudiés. De deux types de non linéarités affectant les entrées ont été étudié, en l'occurrence la saturation et la zone morte. Aussi, les systèmes non linéaires multi-variables ont été étudiés en tenant en compte de toutes les difficultés qui ont été investiguées pour le cas SISO.

En se servant de la propriété de l'approximation universelle, les RN ont été exploités extensivement afin d'approcher les dynamiques incertaines des systèmes. Des algorithmes ont été proposés tout en évitant les fameux problèmes d'explosion de complexité sans faire recours à l'approche back-stepping. Les lois de commandes développées présentent peu de paramètres à ajuster en ligne en les comparant aux travaux similaires. La stabilité des boucles de commande ont été prouvées d'être stable en se servant de la méthode de Lyapunov.

Dans le premier chapitre on a présenté les différents aspects théoriques de la commande adaptative à base de réseaux de neurones pour les systèmes non linéaires incertains. La méthode de back-stepping et Dynamic surfacr control (DSC) ont bénéficié d'une attention particulière vue leur importance pour les développements présentés. Quelques définitions inhérentes à la stabilité et quelques lemmes et théorèmes indispensables pour la synthèse des lois de commandes ont été également donnés.

Le deuxième chapitre introduit trois schémas de commande adaptative neuronale pour les systèmes SISO non linéaires sous la forme strict-feedback en la présence des contraintes sur l'entrée. Dans le premier schéma, la non linéarité de type saturation est considéré dans la conception de la loi de commande. Dans ce cadre, le mécanisme de déclenchement par événement (event-triggering mechanism (ETM)) est exploité. En comparaison avec les approches traditionnelles, la structure du contrôleur proposé est

plus simple à cause de l'élimination des problèmes de l'explosion de complexité inhérente aux approches existantes. Dans le second schéma, deux approches de commande sont proposées. Dans les deux approches proposées, des exigences de performance en régime transitoire et établie sont imposées sur la sortie du système. Pour traiter la saturation, un compensateur additif est conçu, alors que pour traiter la zone morte un terme de robustification est introduit. Les approches proposées sont capable de garantir la robustesse du système en boucle fermée avec une réduction importante du nombre des paramètres d'apprentissage en ligne, ce qui rend les approches proposées plus appropriées pour la mise en œuvre en temps réel. L'analyse de stabilité de Lyapunov a permis de garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée.

Le troisième chapitre aborde la commande adaptative neuronale des systèmes SISO non linéaires et non affines en la commande sous la forme pure-feedback avec saturation sur l'actionneur. Dans un premier schéma de commande, par l'introduction d'une transformation d'état et d'un filtre passe bas, les difficultés de la commande communément rencontrés pour cette classe de système sont contournées en convertissant le problème de commande de systèmes pure-feedback saturés en un problème normale de Brunovsky. Dans cette approche, la conception de la commande est basée sur la notion de positivité des systèmes (SPR : Strictly Positive Real) afin d'estimer les nouveaux états et la construction d'un terme de commande robuste pour faire face aux erreurs d'approximations neuronales et pour compenser l'influence des saturations sur l'entrée. Dans un deuxième schéma, en plus du premier problème, la présence des contraintes sur la sortie est considérée simultanément avec les non linéarités sur l'entrée de commande. Ainsi, un problème plus complexe est étudié. L'analyse de stabilité a permis de garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la satisfaction des contraintes de sortie.

Le quatrième chapitre est dédié à la commande adaptative neuronale d'une classe dite pure-feedback de systèmes non linéaires multi-variables (MIMO) incertains en la présence des non-linéarités sur l'actionneur. Dans cette approche, de nouvelles variables d'état et des transformations de coordonnées sont introduites pour convertir le système original pure-feedback en une forme normale. Un observateur d'état est conçu pour estimer les états indisponibles et l'utilisation de la fonction de Nussbaum rend la connaissance à priori du signe du gain de commande non nécessaire. Dans la conception du contrôleur, similairement aux cas SISO, le problème des dérivées circulaire est contourné en se passant de la technique de back-stepping. La stabilité du système en boucle fermée est analysée au sens de de SPR -Lyapunov afin de montrer que les erreurs

de poursuite convergent vers un petit voisinage de l'origine. De plus, la performance de poursuite du schéma de commande est illustrée par un exemple de simulation.

Les lois d'adaptation des paramètres des réseaux de neurones de tous les schémas de commande proposés dans cette thèse utilisent la loi dite σ -modification pour garantir la bornitude des paramètres.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Warren S MCCULLOCH et Walter PITTS :
A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity.
The bulletin of mathematical biophysics, 5(4):115–133, 1943.
- [2] Jooyoung PARK et Irwin W SANDBERG :
Universal approximation using radial-basis-function networks.
Neural computation, 3(2):246–257, 1991.
- [3] Kurt HORNIK, Maxwell STINCHCOMBE et Halbert WHITE :
Multilayer feedforward networks are universal approximators.
Neural networks, 2(5):359–366, 1989.
- [4] Li Xin WANG et Hao YING :
Adaptive fuzzy systems and control : design and stability analysis.
Journal of Intelligent and Fuzzy Systems-Applications in Engineering and Technology, 3(2):187, 1995.
- [5] Marios M POLYCARPOU et Petros A IOANNOU :
*Identification and control of nonlinear systems using neural network models :
Design and stability analysis.*
University of Southern Calif., 1991.
- [6] Robert M SANNER et J-JE SLOTINE :
Gaussian networks for direct adaptive control.
IEEE Transactions on neural networks, 3(6):837–863, 1992.
- [7] Fu-Chuang CHEN et Hassan K KHALIL :
Adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems using neural networks.
IEEE Transactions on Automatic Control, 40(5):791–801, 1995.

- [8] Jeffrey T SPOONER et Kevin M PASSINO :
Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks.
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 4(3):339–359, 1996.
- [9] Shuzhi Sam GE et Jing WANG :
Robust adaptive neural control for a class of perturbed strict feedback nonlinear systems.
IEEE Transactions on Neural Networks, 13(6):1409–1419, 2002.
- [10] Petros A IOANNOU et Jing SUN :
Robust adaptive control.
Courier Corporation, 2012.
- [11] L PAQUIN :
Application du backstepping a une colonne de flottation.
2001.
- [12] Karl J ÅSTRÖM et Björn WITTENMARK :
Adaptive control.
Courier Corporation, 2013.
- [13] Miroslav KRSTI, Ioannis KANELLAKOPOULOS et V PETAR :
Nonlinear and adaptive control design.
Wiley New York, 1995.
- [14] Jing ZHOU et Changyun WEN :
Adaptive backstepping control of uncertain systems : Nonsmooth nonlinearities, interactions or time-variations.
Springer, 2008.
- [15] Jean-Jacques E SLOTINE et J KARL HEDRICK :
Robust input-output feedback linearization.
International Journal of control, 57(5):1133–1139, 1993.
- [16] Mooncheol WON et J Karl HEDRICK :
Multiple-surface sliding control of a class of uncertain nonlinear systems.
International Journal of Control, 64(4):693–706, 1996.
- [17] D SWAROOP, J Karl HEDRICK, Patrick P YIP et J Christian GERDES :
Dynamic surface control for a class of nonlinear systems.

- IEEE transactions on automatic control*, 45(10):1893–1899, 2000.
- [18] JK HEDRICK et PP YIP :
Multiple sliding surface control : theory and application.
Journal of dynamic systems, measurement, and control, 122(4):586–593, 2000.
- [19] J Christian GERDES et J Karl HEDRICK :
“loop-at-a-time” design of dynamic surface controllers for nonlinear systems.
Journal of dynamic systems, measurement, and control, 124(1):104–110, 2002.
- [20] P Patrick YIP et J Karl HEDRICK :
Adaptive dynamic surface control : a simplified algorithm for adaptive backstep-
ping control of nonlinear systems.
International Journal of Control, 71(5):959–979, 1998.
- [21] DVAHG SWAROOP, JC GERDES, P Patrick YIP et J Karl HEDRICK :
Dynamic surface control of nonlinear systems.
In Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No. 97CH36041),
volume 5, pages 3028–3034. IEEE, 1997.
- [22] Roger NUSSBAUM :
Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control.
Systems and Control Letters, 3(5):243–246, 1983.
- [23] Abdesselem BOULKROUNE et Mohammed M’SAAAD :
On the design of observer-based fuzzy adaptive controller for nonlinear systems
with unknown control gain sign.
Fuzzy Sets and Systems, 201:71–85, 2012.
- [24] Hassan K KHALIL :
Nonlinear systems.
Upper Saddle River, 2002.
- [25] Jing NA, Xuemei REN et Dongdong ZHENG :
Adaptive control for nonlinear pure-feedback systems with high-order sliding mode
observer.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 24(3):370–382, 2013.
- [26] Marios M POLYCARPOU et Petros A IOANNOU :
A robust adaptive nonlinear control design.

- In 1993 American Control Conference*, pages 1365–1369. IEEE, 1993.
- [27] Qi ZHOU, Lijie WANG, Chengwei WU, Hongyi LI et Haiping DU :
Adaptive fuzzy control for nonstrict-feedback systems with input saturation and output constraint.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics : Systems, 47(1):1–12, 2016.
- [28] Da LIN, Xingyuan WANG et Yi YAO :
Fuzzy neural adaptive tracking control of unknown chaotic systems with input saturation.
Nonlinear Dynamics, 67(4):2889–2897, 2012.
- [29] Changyun WEN, Jing ZHOU, Zhitao LIU et Hongye SU :
Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance.
IEEE Transactions on Automatic Control, 56(7):1672–1678, 2011.
- [30] Yongming LI, Shaocheng TONG et Tieshan LI :
Composite adaptive fuzzy output feedback control design for uncertain nonlinear strict-feedback systems with input saturation.
IEEE Transactions on Cybernetics, 45(10):2299–2308, 2014.
- [31] Huanqing WANG, Xiaoping LIU et Kefu LIU :
Adaptive neural data-based compensation control of non-linear systems with dynamic uncertainties and input saturation.
IET Control Theory & Applications, 9(7):1058–1065, 2015.
- [32] Shigen GAO, Bin NING et Hairong DONG :
Fuzzy dynamic surface control for uncertain nonlinear systems under input saturation via truncated adaptation approach.
Fuzzy Sets and Systems, 290:100–117, 2016.
- [33] Qi ZHOU, Peng SHI, Yang TIAN et Mingyu WANG :
Approximation-based adaptive tracking control for mimo nonlinear systems with input saturation.
IEEE transactions on cybernetics, 45(10):2119–2128, 2014.
- [34] Ziting CHEN, Zhijun LI et CL Philip CHEN :

- Adaptive neural control of uncertain mimo nonlinear systems with state and input constraints.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 28(6):1318–1330, 2016.
- [35] Xiaohui YAN, Mou CHEN, Qingxian WU et Shuyi SHAO :
Dynamic surface control for a class of stochastic non-linear systems with input saturation.
IET Control Theory & Applications, 10(1):35–43, 2016.
- [36] Jing ZHOU, Changyun WEN et Ying ZHANG :
Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity.
IEEE Transactions on Automatic Control, 51(3):504–511, 2006.
- [37] Gang TAO et Petar V KOKOTOVIC :
Adaptive control of plants with unknown dead-zones.
IEEE Transactions on Automatic Control, 39(1):59–68, 1994.
- [38] Gang TAO et PV KOKOTOVIĆ :
Discrete-time adaptive control of systems with unknown deadzones.
International Journal of Control, 61(1):1–17, 1995.
- [39] Shaocheng TONG et Yongming LI :
Adaptive fuzzy output feedback control of mimo nonlinear systems with unknown dead-zone inputs.
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 21(1):134–146, 2012.
- [40] DongJuan LI :
Adaptive neural network control for a class of continuous stirred tank reactor systems.
Science China Information Sciences, 57(10):1–8, 2014.
- [41] Shu LI, MingZhe GONG et YanJun LIU :
Neural network-based adaptive control for a class of chemical reactor systems with non-symmetric dead-zone.
Neurocomputing, 174:597–604, 2016.
- [42] W LI :
Adaptive fuzzy systems and control, design and stability analysis, 2000.

- [43] TS LI, ZJ ZOU et WL LUO :
Dsc-backstepping based robust adaptive nn control for nonlinear systems.
Acta Autom. Sin., 34(11):1424–1430, 2008.
- [44] Weisheng CHEN, Licheng JIAO, Ruihong LI et Jing LI :
Adaptive backstepping fuzzy control for nonlinearly parameterized systems with
periodic disturbances.
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 18(4):674–685, 2010.
- [45] Dan WANG et Jie HUANG :
Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain
nonlinear systems in strict-feedback form.
IEEE Transactions on Neural Networks, 16(1):195–202, 2005.
- [46] Mou CHEN, Gang TAO et Bin JIANG :
Dynamic surface control using neural networks for a class of uncertain nonlinear
systems with input saturation.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 26(9):2086–2097,
2014.
- [47] L EDALATI, A Khaki SEDIGH, M Aliyari SHOOREDELI et A MOAREFIANPOUR :
Adaptive fuzzy dynamic surface control of nonlinear systems with input saturation
and time-varying output constraints.
Mechanical Systems and Signal Processing, 100:311–329, 2018.
- [48] Zhaoxu YU, Yan DONG, Shugang LI et Fangfei LI :
Adaptive tracking control for switched strict-feedback nonlinear systems with
time-varying delays and asymmetric saturation actuators.
Neurocomputing, 238:245–254, 2017.
- [49] Shigen GAO, Hairong DONG, Bin NING et Lei CHEN :
Neural adaptive control for uncertain nonlinear system with input saturation :
State transformation based output feedback.
Neurocomputing, 159:117–125, 2015.
- [50] Jang-Hyun PARK, Seong-Hwan KIM et Chae-Joo MOON :
Adaptive neural control for strict-feedback nonlinear systems without backstep-
ping.
IEEE Transactions on Neural Networks, 20(7):1204–1209, 2009.

- [51] Nassira ZERARI, Mohamed CHEMACHEMA et Najib ESSOUNBOULI :
Neural network based adaptive tracking control for a class of pure feedback nonlinear systems with input saturation.
IEEE / CAA Journal of Automatica Sinica, 6(1):278–290, 2018.
- [52] Khoi B NGO, Robert MAHONY et Zhong-Ping JIANG :
Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints.
In Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, pages 8306–8312. IEEE, 2005.
- [53] Keng Peng TEE, Shuzhi Sam GE et Eng Hock TAY :
Barrier lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems.
Automatica, 45(4):918–927, 2009.
- [54] Beibei REN, Shuzhi Sam GE, Keng Peng TEE et Tong Heng LEE :
Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier lyapunov function.
IEEE Transactions on Neural Networks, 21(8):1339–1345, 2010.
- [55] Zhikai ZHANG, Guangren DUAN et Mingzhe HOU :
Robust adaptive dynamic surface control of uncertain non-linear systems with output constraints.
IET Control Theory & Applications, 11(1):110–121, 2016.
- [56] Charalampos P BECHLIOULIS et George A ROVITHAKIS :
Robust adaptive control of feedback linearizable mimo nonlinear systems with prescribed performance.
IEEE Transactions on Automatic Control, 53(9):2090–2099, 2008.
- [57] Lili ZHANG et Guang-Hong YANG :
Dynamic surface error constrained adaptive fuzzy output feedback control for switched nonlinear systems with unknown dead zone.
Neurocomputing, 199:128–136, 2016.
- [58] Wenchao MENG, Qinmin YANG et Youxian SUN :
Adaptive neural control of nonlinear mimo systems with time-varying output constraints.

- IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 26(5):1074–1085, 2014.
- [59] Xiaofeng WANG et Michael D LEMMON :
Event-triggering in distributed networked control systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 56(3):586–601, 2010.
- [60] Dimos V DIMAROGONAS, Emilio FRAZZOLI et Karl H JOHANSSON :
Distributed event-triggered control for multi-agent systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 57(5):1291–1297, 2011.
- [61] Eloy GARCIA et Panos J ANTSAKLIS :
Model-based event-triggered control with time-varying network delays.
In 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, pages 1650–1655. IEEE, 2011.
- [62] Lantao XING, Changyun WEN, Zhitao LIU, Hongye SU et Jianping CAI :
Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems.
IEEE transactions on automatic control, 62(4):2071–2076, 2016.
- [63] Mahmoud ABDELRAHIM, Romain POSTOYAN, Jamal DAAFOUZ et Dragan NEŠIĆ :
Robust event-triggered output feedback controllers for nonlinear systems.
Automatica, 75:96–108, 2017.
- [64] Lantao XING, Changyun WEN, Zhitao LIU, Hongye SU et Jianping CAI :
Event-triggered output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 64(1):290–297, 2018.
- [65] Tengfei LIU et Zhong-Ping JIANG :
Event-triggered control of nonlinear systems with state quantization.
IEEE Transactions on Automatic Control, 64(2):797–803, 2018.
- [66] Nankun MU, Yonghui WU, Xiaofeng LIAO et Tingwen HUANG :
Input time delay margin in event-triggered consensus of multiagent systems.
IEEE transactions on cybernetics, 49(5):1849–1858, 2018.
- [67] Hua DENG et Miroslav KRSTIĆ :
Stochastic nonlinear stabilization—i : a backstepping design.
Systems & Control Letters, 32(3):143–150, 1997.

- [68] Abdesselem BOULKROUNE, Naâmane BOUNAR, M FARZA *et al.* :
Indirect adaptive fuzzy control scheme based on observer for nonlinear systems :
A novel spr-filter approach.
Neurocomputing, 135:378–387, 2014.
- [69] Abdesselem BOULKROUNE, Mohamed TADJINE, Mohammed M'SAAD et Mondher
FARZA :
How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine
nonlinear systems.
Fuzzy sets and systems, 159(8):926–948, 2008.
- [70] Sosale Shankara SASTRY et Alberto ISIDORI :
Adaptive control of linearizable systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 34(11):1123–1131, 1989.
- [71] Jean-Jacques E SLOTINE, Weiping LI *et al.* :
Applied nonlinear control, volume 199.
Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [72] Nassira ZERARI et Mohamed CHEMACHEMA :
Robust adaptive neural network prescribed performance control for uncertain cstr
system with input nonlinearities and external disturbance.
Neural Computing and Applications, pages 1–14, 2019.
- [73] A UPPAL, WH RAY et AB POORE :
On the dynamic behavior of continuous stirred tank reactors.
Chemical Engineering Science, 29(4):967–985, 1974.
- [74] Mou CHEN, Shuzhi Sam GE et Bernard Voon Ee HOW :
Robust adaptive neural network control for a class of uncertain mimo nonlinear
systems with input nonlinearities.
IEEE Transactions on Neural Networks, 21(5):796–812, 2010.
- [75] Qingyun YANG et Mou CHEN :
Adaptive neural prescribed performance tracking control for near space vehicles
with input nonlinearity.
Neurocomputing, 174:780–789, 2016.
- [76] Zongcheng LIU, Xinmin DONG, Jianping XUE et Yong CHEN :

- Adaptive neural control for a class of time-delay systems in the presence of backlash or dead-zone non-linearity.
IET Control Theory & Applications, 8(11):1009–1022, 2014.
- [77] Ma del Carmen Rodríguez LINÁN et William P HEATH :
Controller structure for plants with combined saturation and deadzone/backlash.
In 2012 IEEE International Conference on Control Applications, pages 1394–1399.
IEEE, 2012.
- [78] Hassan ZARGARZADEH, Travis DIERKS et Sarangapani JAGANNATHAN :
Optimal control of nonlinear continuous-time systems in strict-feedback form.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 26(10):2535–2549,
2015.
- [79] Charalampos P BECHLIOULIS et George A ROVITHAKIS :
Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds
for strict feedback systems.
Automatica, 45(2):532–538, 2009.
- [80] Yongping PAN, Yiqi LIU et Haoyong YU :
Simplified adaptive neural control of strict-feedback nonlinear systems.
Neurocomputing, 159:251–256, 2015.
- [81] Huanqing WANG, Bing CHEN et Chong LIN :
Adaptive neural control for strict-feedback stochastic nonlinear systems with
time-delay.
Neurocomputing, 77(1):267–274, 2012.
- [82] Min WANG, Bing CHEN, Xiaoping LIU et Peng SHI :
Adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear
time-delay systems.
Fuzzy Sets and Systems, 159(8):949–967, 2008.
- [83] Huanqing WANG, Peter Xiaoping LIU, Shuai LI et Ding WANG :
Adaptive neural output-feedback control for a class of nonlower triangular nonli-
near systems with unmodeled dynamics.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 29(8):3658–3668,
2017.

- [84] Dan WANG et Jie HUANG :
Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form.
Automatica, 38(8):1365–1372, 2002.
- [85] Wang RUI, Yu FU-SHENG et Wang JIA-YIN :
Neural network-based adaptive tracking control for a class of uncertain stochastic nonlinear pure-feedback systems.
In 2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), pages 495–500. IEEE, 2013.
- [86] Yongming LI, Shaocheng TONG et Tieshan LI :
Adaptive fuzzy backstepping control design for a class of pure-feedback switched nonlinear systems.
Nonlinear Analysis : Hybrid Systems, 16:72–80, 2015.
- [87] Yang GAO, Shaocheng TONG et Yongming LI :
Adaptive fuzzy backstepping output feedback control for a class of uncertain stochastic nonlinear system in pure-feedback form.
Neurocomputing, 122:126–133, 2013.
- [88] Shuzhi Sam GE, Chenguang YANG et Tong Heng LEE :
Adaptive predictive control using neural network for a class of pure-feedback systems in discrete time.
IEEE Transactions on Neural Networks, 19(9):1599–1614, 2008.
- [89] Zhenfeng CHEN, Shuzhi Sam GE, Yun ZHANG et Yanan LI :
Adaptive neural control of mimo nonlinear systems with a block-triangular pure-feedback control structure.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 25(11):2017–2029, 2014.
- [90] Tianping ZHANG, Xiaocheng SHI, Qing ZHU et Yuequan YANG :
Adaptive neural tracking control of pure-feedback nonlinear systems with unknown gain signs and unmodeled dynamics.
Neurocomputing, 121:290–297, 2013.
- [91] Bong Su KIM et Sung Jin YOO :

- Adaptive control of nonlinear pure-feedback systems with output constraints :
integral barrier lyapunov functional approach.
International Journal of Control, Automation and Systems, 13(1):249–256, 2015.
- [92] CL Philip CHEN, Yan-Jun LIU et Guo-Xing WEN :
Fuzzy neural network-based adaptive control for a class of uncertain nonlinear
stochastic systems.
IEEE Transactions on Cybernetics, 44(5):583–593, 2013.
- [93] Cong WANG, David J HILL, Shuzhi Sam GE et Guanrong CHEN :
An iss-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems.
Automatica, 42(5):723–731, 2006.
- [94] Min WANG, Xiaoping LIU et Peng SHI :
Adaptive neural control of pure-feedback nonlinear time-delay systems via dyna-
mic surface technique.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 41(6):
1681–1692, 2011.
- [95] Tian-Ping ZHANG et Shuzhi Sam GE :
Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unknown dead zone
in pure feedback form.
Automatica, 44(7):1895–1903, 2008.
- [96] Wenchao MENG, Qinmin YANG, Sarangapani JAGANNATHAN et Youxian SUN :
Adaptive neural control of high-order uncertain nonaffine systems : A transforma-
tion to affine systems approach.
Automatica, 50(5):1473–1480, 2014.
- [97] Xiangwei BU, Daozhi WEI, Xiaoyan WU et Jiaqi HUANG :
Guaranteeing preselected tracking quality for air-breathing hypersonic non-affine
models with an unknown control direction via concise neural control.
Journal of the Franklin Institute, 353(13):3207–3232, 2016.
- [98] Shaocheng TONG et Yongming LI :
Adaptive fuzzy output feedback tracking backstepping control of strict-feedback
nonlinear systems with unknown dead zones.
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 20(1):168–180, 2011.

- [99] Jing ZHOU, Changyun WEN et Guanghong YANG :
Adaptive backstepping stabilization of nonlinear uncertain systems with quantized input signal.
IEEE Transactions on Automatic Control, 59(2):460–464, 2013.
- [100] Qian MA, Guozeng CUI et Ticao JIAO :
Neural-network-based adaptive tracking control for a class of pure-feedback stochastic nonlinear systems with backlash-like hysteresis.
Neurocomputing, 144:501–508, 2014.
- [101] Beibei REN, Shuzhi Sam GE, Chun-Yi SU et Tong Heng LEE :
Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 39(2):431–443, 2008.
- [102] Yong-Feng GAO, Xi-Ming SUN, Changyun WEN et Wei WANG :
Observer-based adaptive nn control for a class of uncertain nonlinear systems with nonsymmetric input saturation.
IEEE transactions on neural networks and learning systems, 28(7):1520–1530, 2016.
- [103] Tieshan LI, Ronghui LI et Junfang LI :
Decentralized adaptive neural control of nonlinear interconnected large-scale systems with unknown time delays and input saturation.
Neurocomputing, 74(14-15):2277–2283, 2011.
- [104] Huanqing WANG, Bing CHEN, Xiaoping LIU, Kefu LIU et Chong LIN :
Adaptive neural tracking control for stochastic nonlinear strict-feedback systems with unknown input saturation.
Information Sciences, 269:300–315, 2014.
- [105] Yongming LI, Shaocheng TONG et Tieshan LI :
Direct adaptive fuzzy backstepping control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation.
Neural Computing and Applications, 23(5):1207–1216, 2013.
- [106] Yan-Jun LIU et Shaocheng TONG :
Adaptive fuzzy control for a class of unknown nonlinear dynamical systems.

- Fuzzy Sets and Systems*, 263:49–70, 2015.
- [107] Yongming LI, Shaocheng TONG et Tieshan LI :
Adaptive fuzzy output-feedback control for output constrained nonlinear systems in the presence of input saturation.
Fuzzy Sets and Systems, 248:138–155, 2014.
- [108] Wenhui LIU, Junwei LU, Zhengqiang ZHANG et Shengyuan XU :
Observer-based neural control for mimo pure-feedback non-linear systems with input saturation and disturbances.
IET Control Theory & Applications, 10(17):2314–2324, 2016.
- [109] Wenjie SI, Xunde DONG et Feifei YANG :
Adaptive neural control for stochastic pure-feedback non-linear time-delay systems with output constraint and asymmetric input saturation.
IET Control Theory & Applications, 11(14):2288–2298, 2017.
- [110] Huanqing WANG, Bing CHEN, Xiaoping LIU, Kefu LIU et Chong LIN :
Robust adaptive fuzzy tracking control for pure-feedback stochastic nonlinear systems with input constraints.
IEEE Transactions on Cybernetics, 43(6):2093–2104, 2013.
- [111] Wenchao MENG, Qinmin YANG, Jennie SI et Youxian SUN :
Adaptive neural control of a class of output-constrained nonaffine systems.
IEEE transactions on cybernetics, 46(1):85–95, 2015.
- [112] Longsheng CHEN et Qi WANG :
Adaptive dynamic surface control for unknown pure feedback non-affine systems with multiple constraints.
Nonlinear dynamics, 90(2):1191–1207, 2017.
- [113] Tian-Ping ZHANG, Qing ZHU et Yue-Quan YANG :
Adaptive neural control of non-affine pure-feedback non-linear systems with input nonlinearity and perturbed uncertainties.
International Journal of Systems Science, 43(4):691–706, 2012.
- [114] Wenchao MENG, Qinmin YANG, You YING, Yong SUN, Zaiyue YANG et Youxian SUN :

- Adaptive power capture control of variable-speed wind energy conversion systems with guaranteed transient and steady-state performance.
IEEE Transactions on Energy Conversion, 28(3):716–725, 2013.
- [115] Yuanye XIA, Khaled H AHMED et Barry W WILLIAMS :
Wind turbine power coefficient analysis of a new maximum power point tracking technique.
IEEE transactions on industrial electronics, 60(3):1122–1132, 2012.
- [116] Yaote CHANG :
Block backstepping control of mimo systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 56(5):1191–1197, 2011.
- [117] Nassira ZERARI, Mohamed CHEMACHEMA et Najib ESSOUNBOULI :
Adaptive neural network control for a class of mimo non-affine uncertain systems with input dead-zone nonlinearity and external disturbance.
2019.
- [118] Dao-Xiang GAO, Zeng-Qi SUN et Jin-Hao LIU :
Dynamic inversion control for a class of pure-feedback systems.
Asian Journal of Control, 14(2):605–611, 2012.
- [119] Shaocheng TONG, Yinyin XU et Yongming LI :
Adaptive fuzzy decentralised control for stochastic nonlinear large-scale systems in pure-feedback form.
International Journal of Systems Science, 46(8):1510–1524, 2015.
- [120] Yiyong GOU, Hongbo LI, Xinmin DONG et Zongcheng LIU :
Constrained adaptive neural network control of an mimo aeroelastic system with input nonlinearities.
Chinese Journal of Aeronautics, 30(2):796–806, 2017.
- [121] Sergio GALEANI, Sophie TARBOURIECH, Matthew TURNER et Luca ZACCARIAN :
A tutorial on modern anti-windup design.
European Journal of Control, 15(3-4):418–440, 2009.
- [122] Mou CHEN, Yanlong ZHOU et William W GUO :
Robust tracking control for uncertain mimo nonlinear systems with input saturation using rwnndo.
Neurocomputing, 144:436–447, 2014.

- [123] Zerari NASSIRA, Chemachema MOHAMED et Najib ESSOUNBOULI :
Adaptive neural control design of mimo nonaffine nonlinear systems with input saturation.
In International Conference on Electrical Engineering and Control Applications, pages 155–167. Springer, 2017.
- [124] Tie-Shan LI, Shao-Cheng TONG et Gang FENG :
A novel robust adaptive-fuzzy-tracking control for a class of nonlinear multi-input/multi-output systems.
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 18(1):150–160, 2009.
- [125] Shao-Cheng TONG, Yong-Ming LI, Gang FENG et Tie-Shan LI :
Observer-based adaptive fuzzy backstepping dynamic surface control for a class of mimo nonlinear systems.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 41(4): 1124–1135, 2011.
- [126] Zhaoxu YU et Hongbin DU :
Adaptive neural control for a class of uncertain stochastic nonlinear systems with dead-zone.
Journal of Systems Engineering and Electronics, 22(3):500–506, 2011.
- [127] Jing NA, Xuemei REN, Cong SHANG et Yu GUO :
Adaptive neural network predictive control for nonlinear pure feedback systems with input delay.
Journal of Process Control, 22(1):194–206, 2012.
- [128] Hasan A YOUSEF, Mohamed HAMDY et Muhammad SHAFIQ :
Adaptive fuzzy-based tracking control for a class of strict-feedback siso nonlinear time-delay systems without backstepping.
International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 20(03):339–353, 2012.
- [129] Bin XU et Zhongke SHI :
Universal kriging control of hypersonic aircraft model using predictor model without back-stepping.
IET Control Theory & Applications, 7(4):573–583, 2013.
- [130] Yan-Jun LIU, Shao-Cheng TONG et Tie-Shan LI :

- Observer-based adaptive fuzzy tracking control for a class of uncertain nonlinear mimo systems.
Fuzzy Sets and Systems, 164(1):25–44, 2011.
- [131] Tong LI, Youmin ZHANG et Brandon W GORDON :
Passive and active nonlinear fault-tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique.
Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering, 227(1):12–23, 2013.
- [132] YM ZHANG, Abbas CHAMSEDDINE, Camille Alain RABBATH, Brandon W GORDON, C-Y SU, Subhash RAKHEJA, Cameron FULFORD, Jacob APKARIAN et Pierre GOSSELIN :
Development of advanced fdd and ftc techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed.
Journal of the Franklin Institute, 350(9):2396–2422, 2013.
- [133] Abdelhamid BOUNEMEUR, Mohamed CHEMACHEMA et Najib ESSOUNBOULI :
Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for mimo nonlinear systems with actuator and sensor failures.
ISA transactions, 79:45–61, 2018.
- [134] Tarek MADANI et Abdelaziz BENALLEGUE :
Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot.
In IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, pages 700–705. IEEE, 2006.
- [135] Zongyu ZUO :
Adaptive trajectory tracking control design with command filtered compensation for a quadrotor.
Journal of Vibration and Control, 19(1):94–108, 2013.

