



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI DE CONSTANTINE I
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
Département d'Électronique



N° d'ordre :212/DS/2018
Série :18/Ele/2018

THÈSE

Présentée en vue d'obtention du diplôme de
doctorat en sciences

Spécialité : ÉLECTRONIQUE
Option : Optique

Présentée par:

BOUCHEMAL Mohamed Lamine

Thème

**Interaction acousto-optique dans les micro et nano
structures périodiques**

Soutenue le : 13 / 11 / 2018

Examiné Par le jury:

Présidente : Touraya BOUCHEMAT

Prof. Université Constantine -1-

Rapporteur : Samia BOUHEDJA

Prof. Université Constantine -3-

Examineur : Samia BOUZID

Prof. Université Constantine -3-

Examineur : Mohamed Redha LEBBAL

MCA. Université Constantine -1-

*Travail effectué au Laboratoire Hyperfréquences et Semiconducteurs (LSH), département
d'Electronique, Faculté des Sciences de la technologie, Université des Frères Mentouri Constantine I,
BP 325 Route Ain El Bey, Constantine 25017, Algerie*

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au Laboratoire Hyperfréquences et Semi-conducteurs 'LSH', département d'Electronique, Faculté des Sciences de la technologie, Université des Frères Mentouri Constantine 1, sous la direction scientifique du professeur Samia BOUHEDJA.

Mes vifs et sincères remerciements vont à Madame Samia BOUHEDJA, professeur à l'université du Constantine, pour m'avoir confié ce travail. Durant ces années écoulées elle a su guider et encadrer mon travail avec le plus grand intérêt ce qui a permis le bon déroulement de cette thèse.

Je tiens à remercier vivement Madame Saida LATRECHE-LASSOUED directrice du labo 'LSH' ,professeur à l'université de Constantine1 pour son soutien logistique qui m'a beaucoup aidé à la réalisation de ce travail.

Je tiens à exprimer ma vive gratitude à l'ensemble des membres du jury : Madame Touraya BOUCHEMAT, Professeur à l'université de Constantine 1 qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse, Madame Samia BOUZID Professeur à l'université de Constantine 3, Monsieur Mohamed Redha LEBBAL, Maître de conférence classe A à l'université de Constantine1 d'avoir accepté de juger ce travail .

Je tiens à exprimer ma grande reconnaissance à Monsieur Bahram djafari rouhani et Yan Pennec, professeurs à l'université Lille 1, qui m'ont accueillis au sein de leur équipe EPHONI, avec des excellentes conditions de travail.

Je tiens à remercier ma famille, et tout particulièrement ceux qui me sont très chers : mes parents, mes sœurs, mes frères. Merci pour votre soutien et surtout votre patience.

Enfin, Je tiens à remercier ma femme Imane et ma petite fille Zaineb Sadjida pour m'avoir apporté le soutien et la bonne humeur.

Table des matières

Remerciements	i
Introduction générale	1
I. Etat de l'art sur les structures périodiques	6
I.1. Introduction	6
I.2. Généralités sur les milieux périodiques	7
I.3. Mise en évidence des bandes interdites	8
I.3.1 Le théorème de Bloch-Floquet et ses conséquences	8
I.3.1.1. Propriété des modes de Bloch	9
I.3.1.2. La notion de bande interdite	9
I.3.1.3. Les zones de Brillouin	10
I.3.2 Le diagramme de bande	11
I.3.2.1. Le diagramme de bande d'un milieu périodique 2D	11
I.4. Les cristaux photoniques	12
I.5. Les cristaux phononiques	14
I.6. Les cristaux phoxoniques	16
I.7. Analogie électron-photon-phonon	18
I.8. Couplage opto-mécanique dans les cristaux phoxoniques	20
I.9. Conclusion	22
Bibliographie	23
II. Mécanisme de couplage acousto-optique dans les cristaux phoxoniques	27
II.1. Introduction	27
II.2. Effet photo-élastique (Pockels)	28
II.3. Effet Mouvement des interfaces	31

II.4. Couplage acousto-optique dans une cavité phoxonique	32
II.4.1. Variation de la pulsation propre du mode.....	33
II.4.2. Taux de couplage acousto-optique.....	37
II.4.2.1. Taux de couplage du Mouvement des interfaces.....	38
II.4.2.2. Taux de couplage de l'effet Photoélastique.....	40
II.4.3. Modulation de la fréquence photonique.....	42
II.5. Conclusion.....	44
Bibliographie.....	44
III. Modélisation d'un cristal phoxoniques.....	47
III.1. Introduction.....	47
III.2. Méthode de calculs- Les éléments finies.....	47
III.3. Modélisation d'un crystal poxonique avec large bande interdite.....	49
III.3.1. Diagramme de bandes phononique et photonique.....	50
III.3.2. Optimisation géométrique de la bande interdite.....	51
III.3.2.1. Cas phononique.....	51
III.3.2.2. Cas photonique.....	52
III.3.2.2.1. Polarisation TM.....	52
III.3.2.2.2. Polarisation TE.....	53
III.3.3. Optimisation du matériau	56
III.4. Etude de la transmission	57
III.4.1. Etude de la transmission phononique	58
III.4.2. Etude de la transmission photonique	60
III.5. Conclusion.....	65
Bibliographie.....	65
IV. Les modes phononiques et photoniques combinés dans une cavité optomécanique.....	68
IV.1. Introduction.....	68
IV.2. Cavité phoxonique	69
IV.2.1. Courbes de dispersion du cavité phoxonique.....	69
IV.2.2. Les Modes phononique et photonique de la cavité phoxonique.....	70

IV.2.3. Calcul des déformations.....	77
IV.3. Etude en transmission.....	80
IV.4. Le facteur de qualité Qf.....	83
IV.5.Conclusion.....	87
Bibliographie.....	87
Conclusion générale	90

Introduction générale

Actuellement, et de par leur extraordinaires propriétés, les cristaux phononiques et photoniques suscitent considérablement l'intérêt des chercheurs [1-4]. Ces structures sont fabriquées par répétition périodique d'inclusions dans un réseau. De telles structures ont ouvert de nouvelles voies pour contrôler le son et la lumière, conduisant au développement de divers dispositifs acoustiques et optiques innovants [5,6]. Ces structures sont particulièrement intéressantes en raison de leur capacité à présenter des bandes interdites absolues et des modes localisés associés à des défauts formant des cavités [7,8]. En effet, l'existence de bandes interdites phononiques et photoniques a d'abord été étudiée dans un réseau périodique de piliers de silicium déposés sur une fine plaque de silice homogène [9]. Et plus généralement, l'existence de bandes interdites et de modes confinés a été étudiée dans les plaques de cristal phononiques en vue de la réalisation technologique de structures intégrées pour les télécommunications. Au cours de ces dernières années, il a été observé une forte contribution quant à l'amélioration de l'interaction photon-phonon dans la même structure. Les structures phoxoniques (aussi appelées phononique-photonique) admettent un grand potentiel quant au confinement simultané et la personnalisation des ondes sonores et lumineuses, pour des applications aux dispositifs acousto-optiques. De telles structures consistent en une périodicité de l'indice de réfraction et de l'impédance acoustique de façon systématique confinant ainsi les ondes acoustiques et photoniques et conduisant à de nouvelles applications acousto-optiques ou optomécaniques [10]. La manipulation de photons avec des phonons et la co-localisation de la résonance photonique et phononique permettent de développer un nouveau type de dispositifs [11] : Ce sont les structures de cristaux phoxoniques avec des périodicités différentes, selon le matériau, la géométrie et les dimensions [12,13]. Certaines de ces structures ont été optimisées pour une modulation efficace des ondes électromagnétiques et acoustiques [14,15].

Depuis plusieurs années, de grands efforts ont été consacrés à l'étude de l'existence simultanée de bandes interdites phononiques et photoniques dans les structures cristallines phoxoniques [16-18]. L'une des structures proposées, constituée d'un réseau périodique de

trous percés dans une membrane de Si, est présentée par les auteurs [17]. Ces derniers étudient en détail à la fois le réseau carré centré et le réseau de nitrure de bore (BN) avec deux atomes par cellule unitaire intégrant les réseaux simples carrés, triangulaires et en nid d'abeille. Les résultats obtenus suggèrent que toutes les structures présentent la possibilité d'un gap phononique complet avec une bande interdite photonique d'une symétrie donnée, et que des bandes interdites phononiques et photoniques complètes peuvent être obtenues à partir du réseau en nid d'abeilles ainsi que des réseaux proches du nid d'abeille. Bria et al. [16] ont étudié l'existence simultanée de bandes interdites phononiques et photoniques dans un cristal bidimensionnel constitué d'un réseau carré de trous percés dans une matrice, et ont montré qu'un gap photonique absolu pouvait être obtenu en utilisant les valeurs élevées des facteurs de remplissages, ainsi que l'anisotropie des éléments de la matrice diélectrique dans le régime micro-ondes. Des bandes interdites photoniques et phononiques absolues peuvent être obtenues en réalisant une combinaison de deux cristaux ayant des facteurs de remplissage légèrement différents.

En outre, des recherches antérieures ont montré que les cavités peuvent être conçues avec des modes photoniques et phononiques localisés dans les structures de cristaux phoxoniques [19-22]. Le facteur de qualité de ces modes de cavités impliqués dans l'interaction acousto-optique est une caractéristique importante de la structure optomécanique. En effet, les cavités phoxoniques à facteur de qualité élevé sont nécessaires en expérimentation pour atteindre et observer le couplage optomécanique [19,20]. L'approche la plus intéressante de ce problème a été proposée par [21]. Les auteurs étudient l'interaction phonon-photon dans les cavités créées dans une plaque de cristal phoxonique constituée d'un réseau carré bidimensionnel (2D) de trous dans une membrane de silicium. Les résultats obtenus suggèrent que seuls les modes acoustiques avec une symétrie spécifique peuvent se coupler avec les modes de la cavité photonique. Des démonstrations similaires ont été réalisées dans des cavités optomécaniques formées à partir de plaques à motifs [22]. Les auteurs ont mis en évidence une structure de cavité résonante formée par la perturbation d'un guide d'onde "défaut linéaire" d'ondes optiques et acoustiques dans une plaque de cristal optomécanique en silicium supportant une résonance optique à la longueur d'onde $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$. Cependant, la plupart des cavités proposées ne sont pas adaptées à l'expérience et à l'observation du couplage optomécanique du fait de leur facteur de qualité inférieur (inférieur à 10^3 pour cette raison). Il reste que, jusqu'à présent, la démonstration théorique d'une cavité de facteur de haute qualité dans la structure cristalline carrée phoxonique fait toujours défaut.

Dans cette thèse, nous étudions les structures de bandes élastiques et optiques, et en particulier la présence de larges bandes interdites phononiques-photoniques (phoxonique) dans un cristal en silicium composé d'un réseau carré de trous d'air. La géométrie de la structure est conditionnée par des paramètres géométriques optimums, favorables pour l'existence d'un grand nombre de modes photoniques et phononiques avec des facteurs de qualité assez élevés

Cette thèse est composée de quatre chapitres :

Le premier chapitre énonce l'état de l'art sur les structures périodiques. Nous présentons une classification de ces structures selon leurs directions de périodicité et également une introduction aux notions des bandes interdites, leurs propriétés et conditions d'obtention. Nous prenons comme exemples les structures périodiques, les cristaux photoniques, phononiques et phoxoniques bidimensionnels et nous établissons l'analogie entre les cristaux électroniques, phononiques et photoniques. Enfin nous portons une attention particulière à la description du couplage optomécanique dans les cristaux phoxoniques.

Dans le second chapitre, nous considérons les bases théoriques nécessaires au couplage acousto-optique dans les cristaux phoxoniques. Pour cela, nous décrivons deux effets essentiels à savoir l'effet photoélastique (Pockels) et l'effet du mouvement des interfaces nécessaires à la compréhension du phénomène acousto-optique qui induit une modulation des propriétés optiques en milieu confiné. A la fin, nous détaillons la théorie des perturbations dans le but de calculer le taux de couplage acousto-optique.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la structure d'étude et les méthodes de calcul utilisées dans notre travail, à savoir la méthode des éléments finis pour les courbes de dispersion et transmission. Nous discutons l'existence et l'évolution des bandes interdites en fonction des paramètres géométriques de la structure.

Dans le quatrième chapitre nous confirmons le confinement simultané des phonons et des photons lorsqu'une cavité est insérée à l'intérieur du cristal phoxonique et nous optimisons les facteurs de qualité associés à la cavité phoxonique

Nous terminons notre manuscrit par une conclusion générale.

Bibliographie :

- [1] M.S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, Acoustic band structure of periodic elastic composites, *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022, (1993).
- [2] M. Sigalas, E.N. Economou, Band structure of elastic waves in two dimensional systems, *Solid State Commun.* 86, 141–143, (1993).
- [3] E. Yablonovitch, Photonic band-gap structures, *JOSA B.* 10 ,283–295, (1993).
- [4] T.F. Krauss, M. Richard, S. Brand, Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths, *Nature.* 383 ,699, (1996).
- [5] Y. Pennec, J.O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzyński, P.A. Deymier, Two-dimensional phononic crystals: Examples and applications, *Surf. Sci. Rep.* 65 ,229–291, (2010).
- [6] S. Fan, P.R. Villeneuve, J.D. Joannopoulos, H.A. Haus, Channel drop filters in photonic crystals, *Opt. Express.* 3 ,4–11,(1998).
- [7] S. Shi, C. Chen, D.W. Prather, Plane-wave expansion method for calculating band structure of photonic crystal slabs with perfectly matched layers, *JOSA A.* 21 ,1769–1775, (2004).
- [8] S.G. Johnson, S. Fan, P.R. Villeneuve, J.D. Joannopoulos, L.A. Kolodziejski, Guided modes in photonic crystal slabs, *Phys. Rev. B.* 60 ,5751, (1999).
- [9] Y. El Hassouani, C. Li, Y. Pennec, E.H. El Boudouti, H. Larabi, A. Akjouj, O.B. Matar, V. Laude, N. Papanikolaou, A. Martínez, Dual phononic and photonic band gaps in a periodic array of pillars deposited on a thin plate, *Phys. Rev. B.* 82 ,155405, (2010).
- [10] Y. Pennec, V. Laude, N. Papanikolaou, B. Djafari-Rouhani, M. Oudich, S. El Jallal, J.C. Beugnot, J.M. Escalante, A. Martínez, Modeling light-sound interaction in nanoscale cavities and waveguides, *Nanophotonics.* 3 ,413–440, (2014).
- [11] M. Eichenfield, J. Chan, A.H. Safavi-Naeini, K.J. Vahala, O. Painter, *Opt. Express* 17, 20078 ,(2009).
- [12] S. Sadat-Saleh, S. Benchabane, F.I. Baida, M.-P. Bernal, V. Laude, Tailoring simultaneous photonic and phononic band gaps, *J. Appl. Phys.* 106 ,074912, (2009).

- [13] T.-X. Ma, Y.-S. Wang, C. Zhang, Investigation of dual photonic and phononic bandgaps in two dimensional phoxonic crystals with veins, *Opt. Commun.* 312 , 68–72, (2014).
- [14] A.V. Akimov, Y. Tanaka, A.B. Pevtsov, S.F. Kaplan, V.G. Golubev, S. Tamura, D.R. Yakovlev, M. Bayer, Hypersonic modulation of light in three-dimensional photonic and phononic band-gap materials, *Phys. Rev. Lett.* 101 ,033902, (2008).
- [15] M. Oudich, S. El-Jallal, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. Gomis-Bresco, D. Navarro-Urrios, C.M.S. Torres, A. Martínez, A. Makhoute, Optomechanic interaction in a corrugated phoxonic nanobeam cavity, *Phys. Rev. B.* 89 ,245122, (2014).
- [16] D. Bria, M.B. Assouar, M. Oudich, Y. Pennec, J. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, Opening of simultaneous photonic and phononic band gap in two-dimensional square lattice periodic structure, *J. Appl. Phys.* 109 ,014507, (2011).
- [17] S. Mohammadi, A.A. Eftekhar, A. Khelif, A. Adibi, Simultaneous two-dimensional phononic and photonic band gaps in opto-mechanical crystal slabs, *Opt. Express.* 18 ,9164–9172, (2010).
- [18] Y. Pennec, B.D. Rouhani, E.H. El Boudouti, C. Li, Y. El Hassouani, J.O. Vasseur, N. Papanikolaou, S. Benchabane, V. Laude, A. Martinez, Simultaneous existence of phononic and photonic band gaps in periodic crystal slabs, *Optics Express.* 18 ,14301–14310, (2010).
- [19] F.-L. Hsiao, C.-Y. Hsieh, H.-Y. Hsieh, C.-C. Chiu, High-efficiency acousto-optical interaction in phoxonic nanobeam waveguide, *Appl. Phys. Lett.* 100 ,171103, (2012).
- [20] M. Maldovan, E.L. Thomas, Simultaneous complete elastic and electromagnetic band gaps in periodic structures, *Appl. Phys. B.* 83 ,595, (2006).
- [21] S. El-Jallal, M. Oudich, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, J.-C. Beugnot, A. Martínez, J.M. Escalante, A. Makhoute, Analysis of optomechanical coupling in two-dimensional square lattice phoxonic crystal slab cavities, *Phys. Rev. B.* 88 ,205410, (2013).
- [22] A.H. Safavi-Naeini, O. Painter, Design of optomechanical cavities and waveguides on a simultaneous bandgap phononic-photonic crystal slab, *Optics Express.* 18 ,14926–14943, (2010).

Chapitre I

Etat de l'art sur les structures périodiques

I.1. Introduction

Léon Brillouin, physicien franco-américain, essentiellement connu pour ses travaux en mécanique quantique et en physique du solide, a étudié la propagation des ondes dans les milieux périodiques, dont il décrit de façon analytique la propagation des ondes élastiques, électromagnétiques et électroniques dans les réseaux [1]. Par ailleurs, les recherches de Kelvin et Rayleigh soutenaient ses travaux [2], lesquels visaient l'étude de la propagation des ondes élastiques dans le cadre d'un système unidimensionnel de points de ressorts de masse. Le travail de recherche se décline sur 2 et 3 axes en analysant plus particulièrement les symétries des réseaux. Ainsi, ce chercheur indique que la périodicité des solutions dans l'espace réciproque est le résultat d'une discrétisation dans l'espace réel et il définit des domaines qui seront appelés zones Brillouin.

Dans ce contexte, les bandes d'arrêt liées au phénomène de diffraction des ondes dans les réseaux, également appelées "bandes interdites" sont décrites comme des bandes de fréquences pour lesquelles l'onde ne se propage pas.

Si la longueur d'onde est de taille similaire au motif du réseau, un phénomène de diffraction est alors observé : la propagation des ondes n'est pas possible et le réseau joue alors le rôle de filtre. Le type de filtre est directement lié aux propriétés physiques et géométriques du motif et du réseau.

Il existe actuellement un large champ d'application avec la fabrication de matériaux artificiellement structurés ayant pour but commun de maîtriser la propagation des ondes. Les avancées des micro et nanotechnologies ont notamment permis la création de réseaux nanostructurés à grande échelle d'ondes électromagnétiques : « Cristaux photoniques »[3] ou cristaux ultrasoniques ou les « Cristaux phononiques »[4].

Un accent particulier a été mis sur les structures qui contrôlent à la fois les ondes élastiques et les ondes électromagnétiques. Les « Cristaux phoxoniques »[5,6], qui sont à la fois des cristaux photoniques et phononiques. L'un des intérêts majeurs attendus de ces structures est de permettre un couplage renforcé des ondes élastiques et des ondes électromagnétiques liées au phénomène des ondes lentes et au fort confinement des ondes.

I.2. Généralités sur les milieux périodiques

Une classification des structures périodiques peut être effectuée en fonction de leurs directions de périodicité. Par conséquent, il existe des environnements périodiques qui se caractérisent par une périodicité de leurs propriétés physiques selon une, deux ou trois dimensions [7,8], conformément à la figure I.1.

Les structures unidimensionnelles (1D) sont constituées de couches empilées les unes sur les autres après une succession régulière de deux matériaux (figure I.1a).

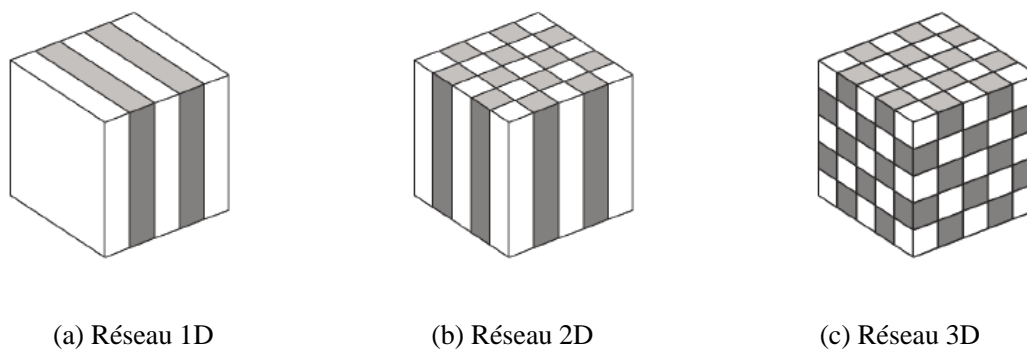


Figure I.1. Représentation schématique des structures périodiques unidimensionnelles (a), bidimensionnelles (b) et tridimensionnelles (c).

Les structures à périodicité bidimensionnelle sont caractérisées par des modèles périodiques dans un plan et sont considérées comme invariantes et illimitées dans le sens perpendiculaire au plan de périodicité (figure I.1b).

En principe, les structures sont composées de réseaux de cylindres dans l'air ou de trous percés dans le matériau. Lorsque l'épaisseur est finie (plaque ou membrane), nous parlons de structure quasi-2D [7,8].

En outre, les structures tridimensionnelles représentées sur la figure I.1c peuvent être réalisées sous forme de sphères empilées ou de cylindres disposés de façon ponctuelle dans plusieurs directions.

Au départ, Lord Rayleigh a étudié pour la première fois la propagation des ondes dans un milieu périodique en 1887 en raison de son grand intérêt pour les cristaux minéraux. En 1915 que William Lawrence Bragg a constaté des pics étroits lors de ses recherches sur la diffraction des rayons X avec un cristal, est décrivant aussi les lois de cristallographie.

Dans le cadre de son travail, il a mis au point le miroir de Bragg qui est une succession de surfaces planes transparentes de différents indices de réfraction. Ce système permet de transmettre, par le biais de phénomènes d'interférences constructives, à 99,5% de l'énergie incidente.

Les structures périodiques présentent un élément commun : leur fonction d'inhibition de la propagation des ondes à l'intérieur d'une certaine plage de longueurs d'ondes.

I.3. Mise en évidence des bandes interdites

I.3.1 Le théorème de Bloch-Floquet et ses conséquences

L'équation de Schrödinger indépendante du temps qui décrit le mouvement des électrons dans un potentiel périodique unidimensionnel $U(x)$, à partir de la période a , est la suivante

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (\text{I-1})$$

Le théorème de Bloch-Floquet déclare que les fonctions propres, $\psi_E(x, t)$, les solutions de l'équation de Schrödinger, s'écrivent comme une onde progressive dont l'amplitude est une fonction périodique avec la périodicité du réseau :

$$\psi_E(x, t) = \mu_E(x) \cdot e^{j(kx - \omega t)} \quad (\text{I-2})$$

Nous rappelons que nous nous intéressons à la forme générale de la solution propre par rapport à la valeur propre E de l'énergie (ou de la pulsation propre $\omega = E/\hbar$).

L'amplitude $\mu_E(x)$ est une fonction périodique de période a , telle que :

$$\mu_E(x + a) = \mu_E(x)$$

et k le vecteur d'onde.

I.3.1.1. Propriété des modes de Bloch

La relation (I-2) peut s'écrire comme suit en mettant la dépendance temporelle :

$$\psi_E(x + a) = \psi_E(x) \cdot e^{j(k \cdot a)} \quad (\text{I-3})$$

La présente formule du mode Bloch démontre que lors d'une translation discrète d'un vecteur du réseau direct, la fonction d'onde diffère d'au plus un facteur de phase. Il est transmis sans distorsion et reste inchangé durant la propagation.

I.3.1.2. La notion de bande interdite

Le vecteur d'onde k peut avoir des valeurs complexes ou imaginaires, et l'onde ne se propage pas mais elle est atténuée. Ces bandes de fréquences sont appelées bandes interdites, elles sont appelées bandes omnidirectionnelles interdites lorsqu'elles existent indépendamment de la direction de propagation. En ce qui concerne les champs vectoriels, cette bande est dite complète si elle est présente, indépendamment de la polarisation.

I.3.1.3. Les zones de Brillouin

Il est important de noter qu'un réseau périodique dans l'espace réel est constitué de deux vecteurs de base : \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 . Ces vecteurs de base fournissent des informations sur la taille et la forme d'une cellule élémentaire dans l'espace réel.

Par contre, la recherche de structures périodiques est considérablement facilitée si nous nous projetons dans son espace réciproque ou son espace de phase. Nous venons de décrire l'espace réciproque qui est lui-même périodique. Il est construit à partir d'une cellule élémentaire.

En revanche, il existe dans l'espace réciproque une infinité de cellules élémentaires possibles et une façon d'obtenir une cellule élémentaire est de constituer la cellule élémentaire Weigner-Seitz associée aux origines du repère.

Dans ce cas, elle correspond en fait à la cellule élémentaire centrée sur le nœud du réseau. Ce résultat est obtenu en traçant les médiateurs entre tous les nœuds à l'origine du repère.

Nous pouvons ainsi définir la cellule élémentaire de Weigner-Seitz comme étant la plus petite surface résultant des intersections de ces médiateurs. Au niveau du réseau réciproque, la cellule élémentaire Weigner-Seitz équivaut à la première zone Brillouin.

Sur la figure I.2, nous pouvons voir le cheminement d'un réseau réel vers la première zone Brillouin pour deux types de réseaux: un réseau carre (a) et un réseau triangulaire (b)[9].

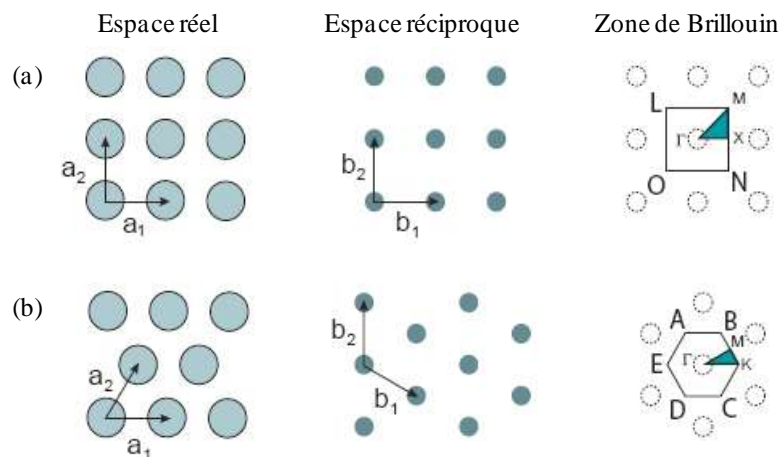


Figure I.2. Illustration du passage de l'espace réel vers l'espace réciproque et la zone de Brillouin pour (a) un réseau carré et (b) un réseau triangulaire [9].

I.3.2. Le diagramme de bande

Cette relation qui relie la pulsation de l'électron à son vecteur d'onde k : $\omega(k)$, se nomme la relation de dispersion qui est représentée par la courbe de dispersion. Le diagramme de dispersion de l'ensemble des courbes de dispersion pour les valeurs des vecteurs d'onde appartenant à la première zone de Brillouin est appelé diagramme de dispersion, ou diagramme de bande : $\omega(k)$; les différentes bandes d'énergie et les bandes interdites apparaissent clairement sur ce diagramme. De manière générale, nous nous limitons à l'intervalle des vecteurs d'ondes de la première zone de Brillouin le « diagramme de bande restreinte ».

I.3.2.1. Le diagramme de bande d'un milieu périodique 2D

Les structures de périodicité bidimensionnelle sont une généralisation du concept du réflecteur de Bragg. Le vecteur d'onde k est capable de suivre toutes les directions de propagation dans le plan de périodicité, en fonction de la première zone de Brillouin comme précédemment.

Dans ce contexte, deux directions privilégiées, appelées « directions de symétries élevées », sont proposées dans la première zone de Brillouin. Celles-ci concordent dans l'espace direct avec les orientations définies par des vecteurs qui relient un schéma à ses premiers voisins.

La direction de propagation notée ΓX dans l'espace réciproque correspond à la direction de l'espace direct reliant un motif à son voisin le plus proche ; la direction qui relie un motif et son second voisin représente un vecteur d'onde dans la direction notée $M\Gamma$ (Γ correspondant au point d'origine du réseau réciproque).

Le diagramme de dispersion se doit de représenter la pulsation en fonction de tous les vecteurs d'onde k possibles : toutes les valeurs telles que l'extrémité de k se trouve dans l'aire (le volume en 3D) de la première zone de Brillouin.

En revanche, la courbe iso-fréquence n'est pas pratique lorsque le comportement en fréquence de la structure de bande interdite est souhaité. Cette vue d'ensemble du comportement de l'onde est fournie par un autre outil d'analyse de la structure d'une bande interdite : le diagramme de bande (figure I.3) [10].

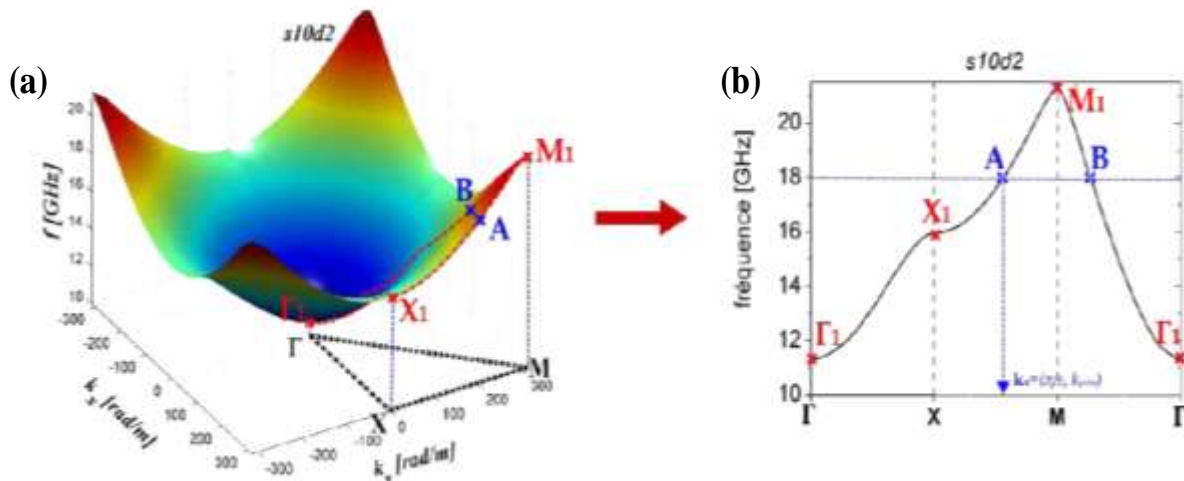


Figure I.3. Passage du diagramme de dispersion tridimensionnel (a) d'une structure à bande interdite à son diagramme de bande correspondant (b) [10].

Le long de la limite de la zone réduite de Brillouin, nous observons l'évolution de la surface de dispersion représentée par un point rouge sur la figure I.3a. La limite de la zone réduite de Brillouin pour ce réseau se compose de trois segments différents : ΓX , XM et $M\Gamma$.

I.4. Les cristaux photoniques

Le terme « cristaux photoniques » désigne des nanostructures périodiques de matériaux présentant les mêmes effets sur la propagation des photons que les cristaux conventionnels sur la propagation des électrons dont certaines longueurs d'onde sont favorables à la propagation des électrons, contrairement à d'autres. Ces longueurs d'onde qui permettent de se propager dans le cristal sont désignées sous le nom de modes dont la représentation vectorielle des ondes d'énergie se présente sous forme de bandes. Par conséquent, cette absence au niveau des modes de propagation des ondes électromagnétiques (EM) dans ces structures, dans un intervalle de fréquences ou de longueurs d'onde, est alors désignée comme une bande interdite (band gap) en anglais.

Dans le domaine des cristaux photoniques, les premières recherches ont été menées sur des réseaux 3D, plus précisément sur des réseaux cubiques. Parmi les œuvres initiatrices du sujet, notons celles de Yablonovitch et al [11] et John et al de 1987 qui concernent l'étude

expérimentale des microsphères et l'identification des bandes interdites [12]. En 1990, théoriquement, la méthode des ondes planes est utilisée pour les équations de Maxwell [13].

Les travaux sur les structures photoniques périodiques se sont considérablement développés au fil du temps, soulignant d'autres propriétés dispersives étonnantes, dont les applications dans les domaines de l'optique ondulatoire, de l'électronique et de l'optoélectronique[14-16]. Parmi les phénomènes les plus notables, mentionnons l'introduction de défauts dans le cristal, dans la mesure où des états photoniques localisés, dont les formes et les propriétés sont déterminées par la nature du défaut, peuvent se manifester dans la bande interdite. Différentes équipes se sont intéressées aux caractéristiques de ces défauts[17,18]. Il est possible de créer un défaut dans un cristal photonique soit en insérant ou en retirant un matériau diélectrique. Il est également possible de modifier la taille ou la forme des diélectriques en modifiant l'indice local ou la taille d'un motif cristallin.

Compte tenu des différentes propriétés des cristaux photoniques, les domaines d'application sont divisés en plusieurs catégories : multiplexage et démultiplexage ; superprisme ; réfraction négative ; guide d'ondes ; polariseur ; émission de lumière [19-23]. Une distinction est faite entre les dispositifs constitués de cristaux sans défaut, les cristaux contenant des défauts ponctuels, les défauts linéaires ou les dispositifs utilisant les deux types de défauts simultanément (figure I.4). Il en résulte des effets aussi variés que la réfraction, la réflexion, la diffraction, la résonance modale et la propagation des ondes dans les cristaux photoniques.

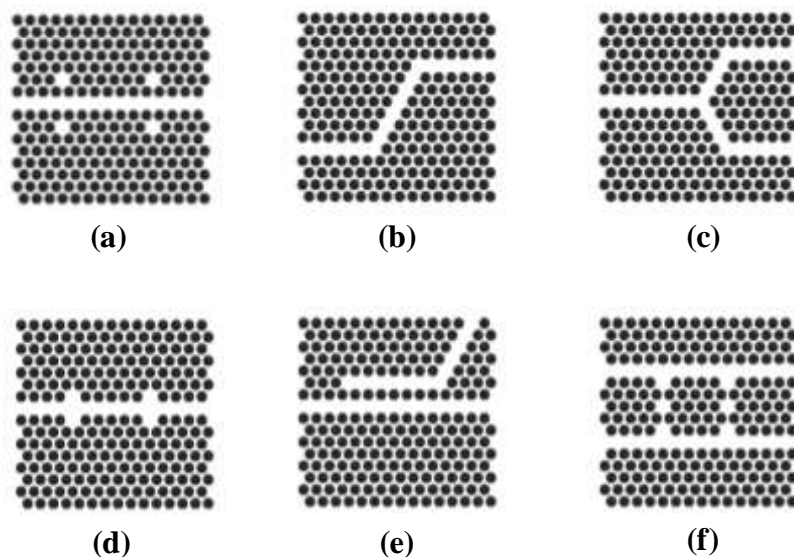


Figure I.4. Quelques exemples de dispositifs à base de cristaux photoniques bidimensionnels : (a) biocapteur [19], (b) double virage [20], (c) diviseur de puissance [21], (d) biocapteur [19], (e) coupleur directionnel [22] et (f) filtre [23].

Il y a l'existence des cristaux photoniques dans la nature à l'état biologique et animal en particulier des ailes de papillon **CYANOPHRYS ACASTE** (figure I.5), c'est un papillon originaire du Brésil. La couleur bleutée de ses ailes n'est pas liée à un pigment quelconque mais c'est un résultat de la diffraction de la lumière due à une structuration du cristal photonique tridimensionnel à l'échelle nanométrique comme l'on peut le voir sur la figure 5b et 5c [24].

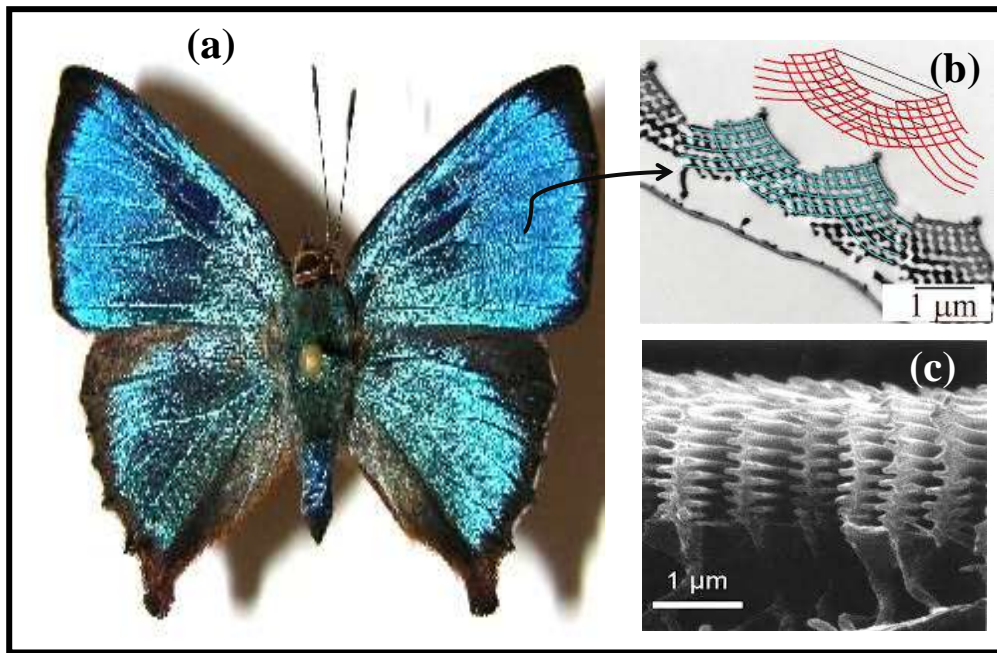


Figure I.5. Papillon cyanophrys acaste : vue dorsale (a) et images en microscopie électronique à balayage de l'aile (b et c) [24].

I.5. Les cristaux photoniques

Le cristal photonique désigne un matériau de structure périodique (« éléments identiques disposés à intervalles réguliers »), dont les propriétés élastiques distinctes sont destinées à influencer sur la propagation des ondes acoustiques tout comme un potentiel périodique dans un cristal semiconducteur influence le mouvement des électrons en créant des bandes d'énergie permises et interdites. Un autre exemple serait celui de la lumière dans un cristal photonique. Dans ce cas, l'absence des modes de propagation des ondes acoustiques dans ces structures, dans une gamme de longueurs d'onde donnée, est alors désignée sous le nom de bande interdite (band gap), similaire à celle de l'effet tunnel.

Des mesures ont été réalisées sur une structure, l'objectif n'est pas conçu pour l'étude des cristaux phononiques, puisqu'il s'agit d'une sculpture de l'artiste *Eusebio Sempere* exposée dans les jardins de la *Juan March Foundation* à Madrid (figure I.6) [25]. Cette sculpture minimaliste est constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre répartis selon un réseau carré simple de pas 10 cm. Cette structure donne des atténuations entre 1,7 et 2,4 kHz, reliées à la diffraction sur les plans cristallographiques.



Figure I.6. Sculpture minimaliste de l'artiste *Eusebio Sempere*, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques [25].

Les cristaux phononiques peuvent être classés en plusieurs catégories, en fonction de leur gamme de fréquences utiles : cristaux soniques (1 Hz ~ 20 kHz), par rapport au son audible, cristaux ultrasoniques (20 kHz ~ 1 GHz), gamme de fréquences traditionnellement utilisées pour l'imagerie et les essais non destructifs et enfin les cristaux hypersoniques (> 1 GHz), gamme de fréquences utilisées pour l'acousto-optique, le traitement du signal ou la thermoélectricité.

Deux équipes ont présenté leurs propositions de cristaux phononiques en même temps, dont l'une de E. N. Economou et M. Sigalas 1992 [26] et l'autre de M. S. Kushwaha en 1993 [27]. La similitude des ondes élastiques, optiques et électroniques a été exploitée en 1993 et les premiers diagrammes de dispersion des cristaux phononiques proprement dits ont fait l'objet d'une étude explicite. Il faut noter que cette période marque la formation du thème des cristaux phononiques tel que nous le connaissons aujourd'hui et le nombre d'articles sur le sujet a connu une progression considérable.

Ces matériaux, en raison de leur composition périodique, peuvent engendrer, en conditions particulières, des lacunes acoustiques absolues, autrement dit des bandes interdites quelle que soit la direction de propagation de l'onde élastique incidente. En ce qui concerne le domaine des fréquences de l'écart, une onde incidente sera réfléchiée par le cristal phononique qui se comporte alors comme un miroir non absorbant parfait. Ce genre de propriété est particulièrement adapté à une large variété d'applications, notamment la réflexion des ondes sismiques, la création de boucliers acoustiques ou la construction de miroirs non absorbants pour l'isolation acoustique des cavités [28].

I.6. Les cristaux phoxoniques

En ce qui concerne le domaine d'étude des cristaux phoxoniques, qui se comportent à la fois comme un cristal photonique et phononique, c'est un domaine de recherche relativement récent. Le terme cristal phoxonique combine les propriétés des cristaux photoniques et phononiques, le X dans le mot phoxonique qui désigne successivement t et n.

En effet, en 2006, Maldovan et Thomas ont théoriquement prouvé l'existence simultanée de bandes acoustiques et optiques interdites dans le silicium (figure I.7)[5]. Dans ce contexte, Sadat-Saleh et al en 2009 [29], ont élargi le champ de recherche de Maldovan à plusieurs réseaux, qui étaient auparavant uniquement carrés, comme les réseaux triangulaires et en nid d'abeilles. Des études, fondées sur des matériaux autres que le silicium, ont émergé. On peut citer, par exemple le saphir ou de matériaux piézoélectriques [30], comme le niobate de lithium [31]. Au cours de la période 2010 - 2011, nous avons enregistré une activité de recherche accrue de bandes interdites dans les cristaux phoxoniques.

En fin, la question de la capacité de guider l'onde dans de telles structures dans les membranes a fait l'objet d'études récentes. En réalité, l'onde ne se limite pas seulement entre deux couches d'air, mais elle est également guidée le long du cristal (figure I.8). Il est donc indispensable de procéder à l'étude du diagramme de dispersion en choisissant soigneusement le mode de résonance du guide pour confiner et guider en parallèle tout en évitant la dégradation de la propagation. Par ailleurs, jouer sur la dispersion temporelle consiste par exemple à ralentir la propagation de l'énergie lumineuse et élastique et permet donc d'augmenter significativement la durée de l'interaction des deux types d'ondes.

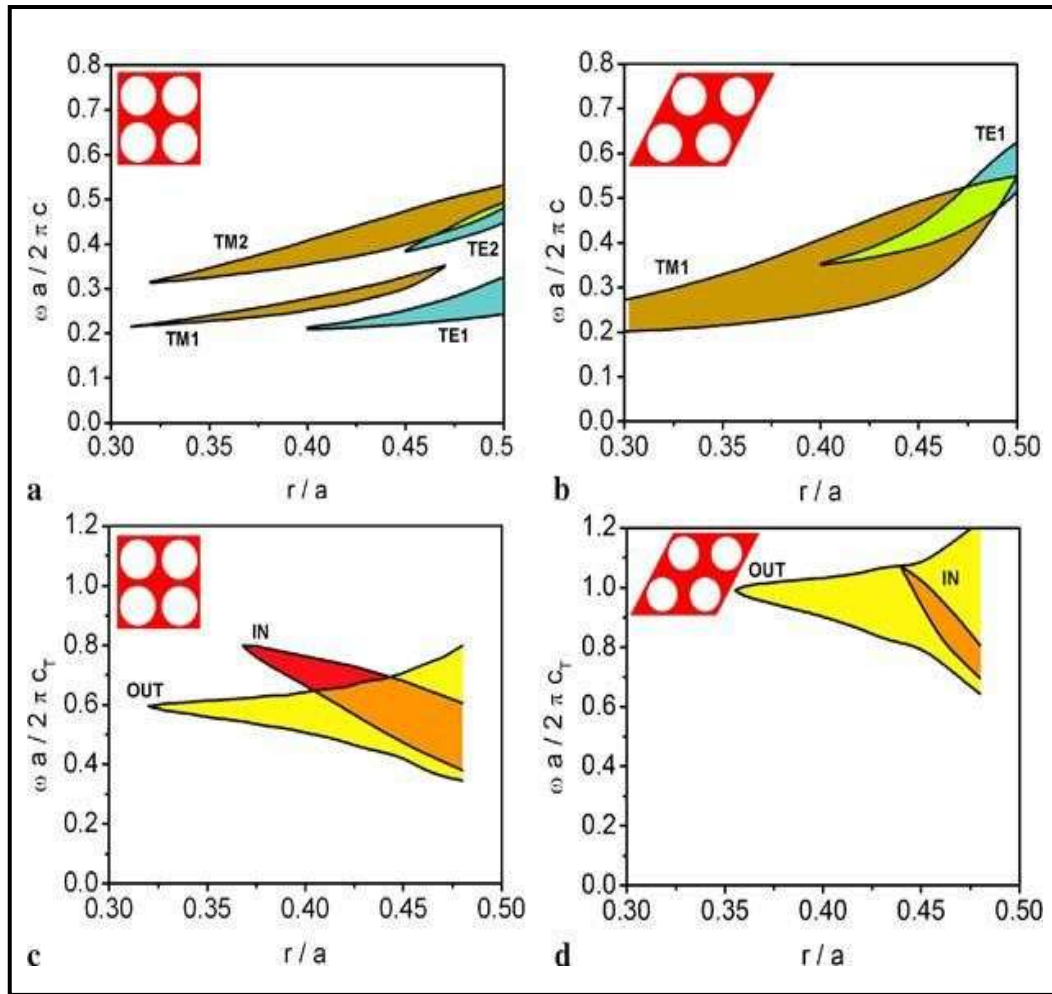


Figure I.7. Bandes interdites photoniques (haut) et phononiques (bas) de cylindres d'air disposés selon un réseau carré (gauche) et triangulaire (droite) dans un matériau (diélectrique / élastique) en silicium. (a, b) Mise en évidence des bandes interdites photonique complète (vert) obtenues lorsque le gap de la polarisation TE (bleu) chevauche le gap de polarisation TM (marron). (c, d), Mise en évidence des bandes interdites phononiques (orange) obtenues lors du chevauchement des deux gaps des déplacement hors plan (jaune) et dans le plan (rouge) [5].

La figure I.8 montre le confinement simultané de la lumière et d'une onde élastique de surface dans un guide d'onde phoxonique. La lumière est injectée dans un guide d'onde optique, tandis que les ondes élastiques sont générées par un transducteur à peignes interdigitaux réalisé sur un matériau piézoélectrique.

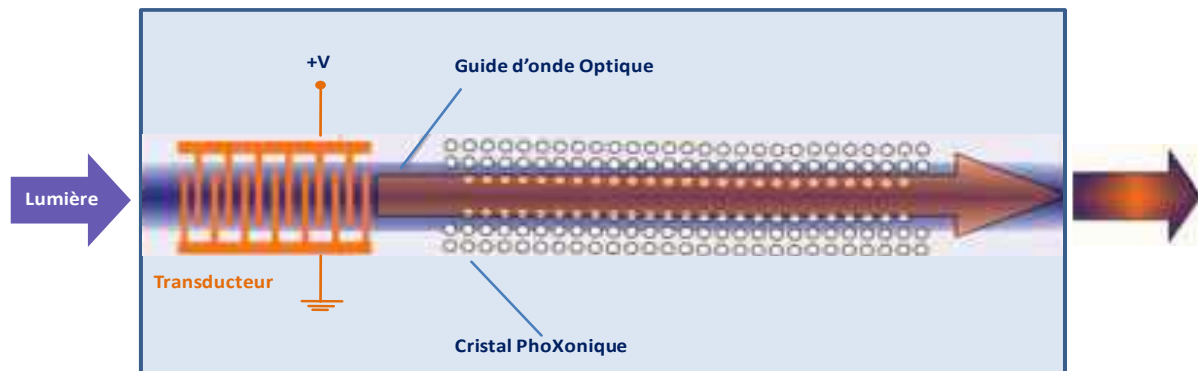


Figure I.8. Schéma de principe d'un guide d'onde phoxonique.

Il existe aussi des fibres structurées exploitant un guidage par bande interdite photonique ou par réflexion totale interne. Elles permettent de guider la lumière en la confinant dans un cœur dont le diamètre peut être plus petit qu'un micron (figure I.9) [32]. Il se trouve que les fibres microstructurées sont également de parfaits guides d'onde pour les ondes élastiques, que l'on peut aussi confiner dans le cœur. La diffraction des ondes optiques par les phonons thermiques est appelée effet Brillouin, qui est un effet de diffusion inélastique de la lumière s'accompagnant d'un changement de fréquence.

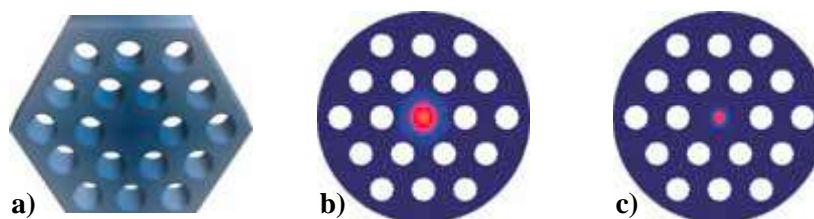


Figure I.9. a) Schéma d'une section d'une fibre phoxonique, b) distribution d'énergie optique, c) distribution d'énergie acoustique [32].

I.7. Analogie électron-photon-phonon

Il y a de fortes analogies entre la propagation des électrons dans les cristaux ordinaires et les ondes électromagnétiques et élastiques dans les cristaux photoniques respectivement. En effet, il y a des similarités entre l'équation de Schrödinger, qui gouverne la fonction d'onde électronique, la relation tirée des équations de Maxwell qui régit le champ électromagnétique et la relation tirée des équations d'élasticité, qui régit les champs de déplacement. Nous résumons ci-dessous les propriétés fondamentales qui commandent la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et élastiques dans les structures périodiques tridimensionnelles isotropes (tableau I.1) [33].

<i>Propriétés</i>	<i>Cristal électronique</i>	<i>Cristal photonique</i>	<i>Cristal phononique</i>
<i>Matériaux</i>	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques	Composé de deux matériaux élastiques
<i>Paramètres</i>	Constantes universelles nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants	Densités, vitesse du son dans les constituants
<i>Constantes de maille</i>	1 - 5 Å (microscopique)	0.1 μm - 1 cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	mésoscopiques ou macroscopiques
<i>Ondes</i>	De Broglie (électron) ψ	Electromagnétiques ou lumineuses (photon) E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
<i>Polarisation</i>	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans. Longit. : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla \cdot u \neq 0$
<i>Equation différentielle</i>	$\left(-\frac{\hbar}{2m}\right)\Delta^2\psi + V(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \frac{\epsilon(r)\partial^2 E}{c^2\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_t} \left(\lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_t} \left[u \left(\frac{\partial u_t}{\partial x_t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_t} \right) \right] \right\}$
<i>Particules libres</i>	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (Electron)	$W = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (Photon)	$W = c_{t,i} k$ (Phonon)
<i>Bandes interdites</i>	Augmente avec le potentiel dans le cristal pas d'état électronique possible	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $; pas de photons,	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $ pas de vibration, pas de son.
<i>Gamme spectral</i>	Ondes radio, microondes, optiques, rayons X	Micro-ondes, optique	$w \leq \text{qq GHz}$

Tableau I.1. Tableau d'analogies entre cristaux électronique, photonique et phononique [33]

I.8. Couplage optomécanique dans les cristaux phoxoniques

Pour améliorer l'interaction acousto-optique, le confinement des ondes acoustiques et optiques dans la même région de l'espace est une exigence indispensable et essentielle. La propriété d'avoir à la fois la bande interdite pour les phonons et les photons, permet à l'introduction d'un défaut à l'intérieur du cristal phoxonique de pouvoir confiner les phonons et les photons en même temps et par conséquent de renforcer leur interaction optomécanique (OM) [5].

Ainsi, les cristaux phoxoniques permettent de créer des défauts dans la structure périodique, de type ponctuel ou linéaire, interrompant la périodicité locale et provoquant l'existence des cavités [5] ou des guides d'ondes [3,35]. La figure I.10 illustre bien cette idée [5]; Maldovan a réutilisé le même cristal phoxonique pour créer une cavité formée en remplissant un trou d'air avec du silicium. En effet, dans son ouvrage, il présente l'emplacement des modes photonique et phononique dans la cavité ainsi réalisée.

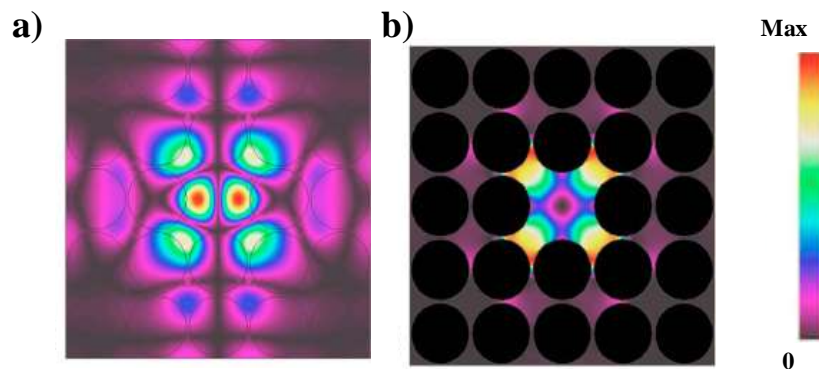


Figure I.10. Localisation des modes optiques et acoustiques en créant une cavité dans un cristal phoxonique en cylindres d'air dans une matrice de silicium [5] a) Mode photonique (polarisation TE) b) Mode phononique.

Par ailleurs, Lande et al. [35] ont indiqué la capacité de réaliser un guide d'ondes pour orienter simultanément les ondes optiques et acoustiques (figure I.11).

Il est possible de disposer les défauts de manière à provoquer la propagation et le confinement pour les ondes lumineuses et sonores à certaines fréquences dans les bandes interdites. Par conséquent, le matériau utilisé devra être transparent pour les fréquences des photons et des phonons concernés et présentera un fort contraste entre les constituants pour produire des bandes interdites lors de l'introduction de la périodicité.

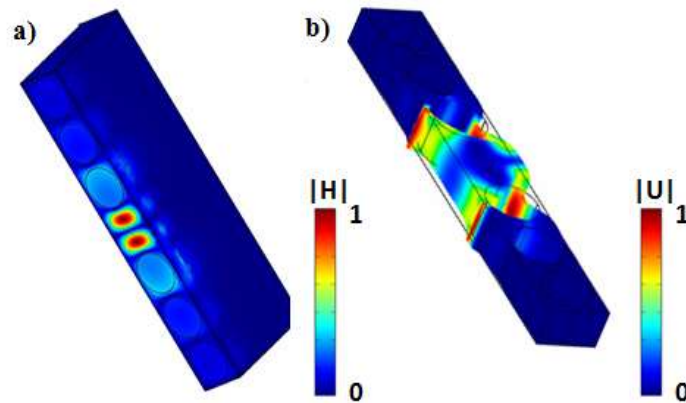


Figure I.11. Localisation des modes optiques et acoustiques en créant un guide d'onde dans un cristal phoxonique en cylindres d'air dans une matrice de silicium [35] a) Mode photonique (polarisation TE) b) Mode phononique.

En effet, la recherche de l'existence de bandes interdites à la fois photoniques et phononiques, et ensuite la formation de défauts adaptés dans les deux types d'ondes constituent la première exigence de la localisation des photons et des phonons et de l'étude de leur interaction [34].

Depuis plusieurs années, l'interaction entre la lumière et le son, habituellement dénommée interaction optomécanique (OM), a fait l'objet d'études régulières dans une grande variété de dispositifs optiques qui permettent de contrôler activement la lumière par des ondes élastiques. Cette interaction, dans les micro et nanostructures et les progrès des nanotechnologies, a suscité un intérêt important et accru dû aux effets intéressants qu'elle peut apporter [36].

Tel que nous l'avons expliqué précédemment, les modes photoniques et phononiques permettent la localisation dans une cavité ou la propagation simultanée dans des guides d'ondes. Dans les cavités phoxoniques, où les modes photoniques et phononiques sont limités simultanément, la lumière et le son peuvent communiquer de manière intense.

En raison du principe de confinement dans les cavités de l'OM [5], de nombreux phénomènes notables, comme le refroidissement par laser sont apparus [37,38]. On peut également réaliser l'interaction lumière-son dans des guides d'ondes à l'échelle nanométrique. En effet, pour la première fois, les tentatives de couplage de la lumière et du son dans les cavités optiques ont été réalisées dans le cas des microsphères avec des facteurs de qualité photonique Q élevés. Thomes et Carmon se sont intéressés à un résonateur OM stimulé par la pression de rayonnement à travers la diffusion Brillouin stimulée (figure I.12)[39]. A titre expérimental,

ils stimulent un mode galerie mécanique (WGM pour le mode murmure-galerie) à travers un mode optique, y compris le mode galerie. Pour cela, les vibrations sont détectées par le décalage Doppler vers le rouge (Stokes) de la lumière diffusée.

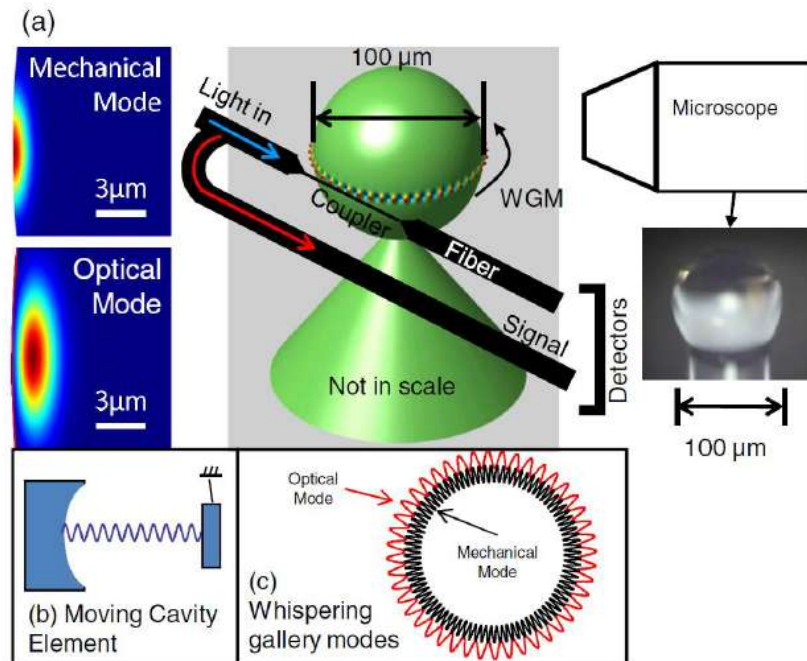


Figure I.12. (a) Gauche : vues en coupe transversale des modes mécaniques et optiques calculés. Droite : dispositif expérimental. (b) Schéma d'un élément de la cavité en mouvement. (c) Illustration d'une cavité où les modes WGM (whispering-gallery mode) acoustiques et optiques circulent [39].

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé le fondement théorique et les notions de bases associées aux structures périodiques. Nous avons notamment vu qu'un matériau composite présentant une périodicité spatiale dans une, deux ou trois directions de l'espace est capable de bloquer la propagation des ondes dans certaines directions et gammes de fréquences. Il s'agit des ondes acoustiques (cristaux phononiques), des ondes électromagnétiques (cristaux photoniques) et des deux types d'ondes à la fois (cristaux phoxoniques). Nous avons décrit également le confinement des modes de résonance photonique et phononique dans une cavité phoxonique qui sont l'origine du couplage acousto-optique dans les cavités et les guides.

Bibliographie :

- [1] Léon Brillouin et Maurice Parodi : Propagation des ondes dans les milieux périodiques. MASSON ET Cie, DUNOD, (1956).
- [2] Lord Rayleigh : XVII. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. Philosophical Magazine Series 5, 24(147):145–159, (1887).
- [3] E. Yablonovitch, Photonic band-gap structures, J. Opt. Soc. Am. B 10, 283, (1993).
- [4] W. Suh, O. Solgaard and S. Fan, Displacement sensing using evanescent tunneling between guided resonances in photonic crystal slabs, J. Appl. Phys. 98, 033102 ,(2005).
- [5] M. Maldovan and E. L. Thomas, Simultaneous complete elastic and electromagnetic band gaps in periodic structures, Appl. Phys. B 83, 595 ,(2006).
- [6] Y. El Hassouani, C. Li, Y. Pennec, E. H. El Boudouti, H. Larabi, A. Akjouj, O. Bou Matar, V. Laude, N. Papanikolaou, A. Martinez and B. Djafari Rouhani, Dual phononic and photonic band gaps in a periodic array of pillars deposited on a thin plate, Phys. Rev. B 82, 155405, (2010).
- [7] Wu, B.-I., Yang, E., Kong, J. A., Oswald, J. A., McIntosh, K. A., Mahoney, L. et Verghese, S., Microwave Opt. Technol. Lett 27, 81, (2000).
- [8] Jaffre, T., Caractérisation des matériaux à bande interdite électromagnétique multipériodiques et leurs applications aux antennes, Thèse de doctorat - Université de Limoges, (2005).
- [9] Berger, V., Lourtioz, J.M., Les photons dans tous leurs états : les matériaux à bandes interdites photoniques, Images de la Physique, (1998).
- [10] J. Lo, Étude de la reconfigurabilité d'une structure à bande interdite électromagnétique (BIE) métallique par plasmas de décharge, PhD Thesis, Université Paul Sabatier-Toulouse III, (2012).

- [11] E. Yablonovitch, Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics, *Phys. Rev. Lett.* 58, 2059 ,(1987).
- [12] S. John, Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices, *Phys. Rev. Lett.* 58, 2486 ,(1987).
- [13] K. Sakoda, Optical properties of photonic crystals. Springer series in optical sciences vol. 80, Springer-Verlag, Berlin, (2001).
- [15] R- D. Meade, K.-D. Brommer, A-M. Rappe and J. D. Joannopoulos, Existence of a photonic band gap in two dimensions, *Appl. Phys. Lett.* 61, 495 ,(1992).
- [15] E. Yablonovitch, T. J. Mitter and K. M. Leung, Photonic Band Structure: The Face-Centered-Cubic Case Employing Nonspherical Atoms, *Phys. Rev. Lett.* 67, 2295 ,(1991).
- [16] Z. Zhang, and S. Satpathy, Electromagnetic wave propagation in periodic structures: Bloch wave solution of Maxwell's equations, *Phys. Rev. Lett.* 65, 2650 ,(1990).
- [17] R. D. Meade, K. D. Brommer, A. M. Rappe, et J. D. Joannopoulos, Photonic bound states in periodic dielectric materials, *Phys. Rev. B* 44, 13772 ,(1991).
- [18] M. Sigalas, C. M. Soukoulis, E. N. Economou, C. T. Chan and K. M. Ho, Photonic band gaps and defects in two dimensions: Studies of the transmission coefficient, *Phys. Rev. B* 48, 14121 ,(1993).
- [19] A. Harhouz, A. Hocini, Design of high-sensitive biosensor based on cavity-waveguides coupling in 2D photonic crystal, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 29, pp. 659–667, (2015).
- [20] H. Badaoui, M. Feham, M. Abri, Double Bends and Y-Shaped Splitter Design for Integrated Optics, *Progress In Electromagnetics Research Letters*, vol. 28, pp. 129–138, (2012).
- [21] A. Ghaffari, F. Monifi, M. Djavid, M.S. Abrishamian, Analysis of Photonic Crystal Power Splitters with Different Configurations, *Journal of Applied Sciences*, vol. 8, pp. 1416–1425, (2008).
- [22] A. Sharkawy, S. Shi, D. W. Prather, R. A. Soref Electro-optical switching using coupled photonic crystal waveguides, *Optics Express*, vol. 10, pp. 1048–1059, (2002).

- [23] H. Takano, B.S. Song, T. Asano, S. Noda, Highly efficient multi-channel drop filter in atwo-dimensional hetero photonic crystal, *Optics Express*, vol. 14, pp. 3491–3496, (2006).
- [24] K. Kertész, Z. Bálint, Z. Vértesy, G. I. Márk, V. Lousse, J. P. Vigneron, Marie Rassart, and L. P. Biró, Gleaming and dull surface textures from photonic-crystal-type nanostructures in the butterfly *Cyanophrys remus*, *Phys. Rev. E* 74, 021922 ,(2006).
- [25] Kushwaha, M. S., Stop-bands for periodic metallic rods : Sculptures that can filter the noise, *Applied Physics Letters*, vol. 70, no. 24, pp. 3218–3220 , (1997).
- [26] M. M. Sigalas and E. N. Economou, Elastic and Acoustic-Wave Band-Structure, *J. Sound Vibrat.* 158(2), 377 ,(1992).
- [27] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski and B. Djafari-Rouhani, Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites, *Phys. Rev. Lett*, 71, 2022, (1993).
- [28] Meseguer, F., Holgado, M., Caballero, D., Benaches, N., Sánchez-Dehesa, J. López, C. et Llinares, J. Rayleigh-wave attenuation by a semi-infinte two-dimensional elastic-band-gap crystal, *Phys. Rev. B*, 59, 12169 ,(1999).
- [29] S. Sadat-Saleh, S. Benchabane, F. I. Baida, M. P. Bernal and V. Laude, Tailoring simultaneous photonic and phononic band gaps, *J. Appl. Phys.* 106, 074912 ,(2009).
- [30] D. Bria, M. B. Assouar, M. Oudich, Y. Pennec, J. Vasseur et B. Djafari-Rouhani : Opening of simultaneous photonic and phononic band gap in two-dimensional square lattice periodic structure. *Journal of Applied Physics*, 109(1):014507, (2011).
- [31] S. Sadat-Saleh, S. Benchabane, F.I. Baida, Maria-Pilar Bernal et S. Laude : Simultaneous photonic and phononic band gaps in a two-dimensional lithium niobate crystal. In *Ultrasonics Symposium (IUS), 2009 IEEE International*, 1118–1121, (2009).
- [32] V. Laude, S. Benchabanet, J.-C. Beugnot, Cristaux phononiques et phoXoniques: son et lumière pris au piège, *Photoniques*. 49–53 ,(2011).
- [33] Kushwaha, M.S., Halevi, P., Dobrzynski, L. et Djafari-Rouhani, B., Acoustic band structure of periodic elastic composites, *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022–2025 ,(1993).

- [34] V. Laude, J.C. Beugnot, S. Benchabane, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, N. Papanikolaou, J. M. Escalante, and A. Martinez, *Opt. Express* 19, 9690 ,(2011).
- [35] Tredicucci, F. Alzina, A. Griol, Y. Pennec, B. D-Rouhani, A. Martínez, and C. M. S. Torres. Dynamical back-action at 5.5 GHz in a corrugated optomechanical beam. *AIP Advances* 4 , 124306 ,(2014).
- [36] Kippenberg TJ, Vahala KJ. Cavity optomechanics: back-action at the mesoscale. *Science*, 321:1172-6,(2008).
- [37] Chan, J.; Alegre, T. M.; Safavi-Naeini, A. H.; Hill, J. T.; Krause, A.; Gröblacher, S.; Aspelmeyer, M.; Painter, O. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state. *Nature*, 478, 89, (2011).
- [38] Y.Okawachi et al. Tunable all-optical delays via Brillouin slow light in an optical fiber. *Phys. Rev. Lett.* 94, 153902 ,(2005).
- [39] H. Rong et al. Raman gain and nonlinear optical absorption measurements in a low-loss silicon waveguide. *Appl. Phys. Lett.* 85, 2196 ,(2004).

Chapitre II

Mécanisme de couplage acousto-optique dans les cristaux phoxoniques

II.1. Introduction

Grâce à l'invention du laser [1], Le thème de recherche de l'interaction acousto-optique « classique » a pris son essor dès les années 60 [2]. Cela a conduit à la création d'une discipline distincte dans le domaine du traitement du signal optique. De nombreuses applications commerciales ont vu l'évolution : les modulateurs, déflecteurs et filtres acousto-optiques sont utilisés quotidiennement dans l'industrie [3].

La vibration de l'onde acoustique affecte les caractéristiques optiques d'un matériau par l'influence directe du comportement du champ électromagnétique [4]. En effet, le déplacement acoustique se traduit par une vibration qui entraîne des déformations dans les régions de localisation de l'onde et crée donc un changement local des propriétés optiques du matériau [5]. Ce changement induit des variations au niveau optique dans le milieu de confinement. Pour que le couplage entre les ondes acoustique et optique entre en jeu, on va faire appel aux cristaux phoxoniques dont le but essentiel est de confiner ou de guider simultanément ces deux types d'ondes. Plus particulièrement, et afin d'avoir des ondes bien confinées, l'idée de travailler avec des cavités phoxoniques semble plus intéressante (localisation simultanée des ondes acoustique et optique dans une même région de l'espace).

Comme nous l'avons vu, l'idée novatrice des cristaux phoxoniques consiste à exploiter les phénomènes de confinement ou de guidage, le couplage acousto-optique induit une

modulation des propriétés optiques en milieu confiné, la modulation de ces propriétés s'effectue sur deux aspects : la modification d'une part de la permittivité diélectrique (ou l'indice de réfraction) et d'autre part, la modification de la géométrie du domaine de propagation. Il y a deux effets essentiels « l'effet photoélastique et l'effet du mouvement des interfaces » qui seront abordés à l'étude de la modulation de l'onde optique par la vibration acoustique. Le premier correspond au changement de la permittivité diélectrique du matériau induit par la déformation acoustique, alors que le deuxième correspond à la modification de la forme du solide qui influence précisément sur les limites géométriques du solide.

II.2. Effet photo-élastique (Pockels)

L'effet photo-élastique correspond au changement de l'indice de réfraction consécutif à la déformation acoustique, plus précisément, la modulation de la permittivité Δn_{ij} est liée à la déformation acoustique S_{kl} via le tenseur de Pockels p_{ijkl} , aussi appelé tenseur photo-élastique. Cette variation d'indice s'obtient à partir des relations de la photoélasticité qui relient les déformations mécaniques et les indices de réfraction [6]. Pockels a posé le tenseur de photoélasticité de rang 4, comme lien pour relier la déformation S_{kl} et la variation Δn_{ij} de telle sorte que :

$$\Delta n_{ij} = \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{ij} = p_{ijkl} S_{kl} \quad (\text{II-1})$$

Où n_{ij} représente le tenseur d'imperméabilité optique, p_{ijkl} le tenseur des constantes photoélastiques et $S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$ est la déformation acoustique [7,8]. Afin de réduire le nombre d'indices utilisés pour décrire un tel tenseur symétrique, nous allons utiliser la notation de Voigt qui permet de représenter les tenseurs sous forme matricielle. On peut alors regrouper les termes ij et kl en respectivement m et n . Les correspondances avec ces indices réduits sont résumées dans le tableau suivant :

Tableau II.1 : Passage des indices ij ou kl à m ou n .

ij ou kl	11	22	33	23	32	13	31	12	21
m ou n	1	2	3	4	4	5	5	6	6

Pour des raisons de symétrie du cristal, les composantes peuvent se simplifier. En effet, dans un matériau cubique on a :

$$\begin{aligned} p_{11} &= p_{22} = p_{33} \\ p_{12} &= p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} \quad (\text{II-2})[7] \\ p_{44} &= p_{55} = p_{66} \end{aligned}$$

Dans un matériau isotrope solide (verre), on a de plus :

$$p_{44} = (p_{11} - p_{12})/2$$

En utilisant la notation de Voigt la relation (II-1) peut alors être réduite à :

$$\Delta n_m = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_m = p_{mn} S_n \quad m, n = \{1, 2, \dots, 6\}$$

La variation de l'indice de réfraction peut être exprimée directement par la relation suivante :

$$\Delta n_m = -\frac{1}{2} n^3 \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_m = -\frac{1}{2} n^3 p_{mn} S_n \quad (\text{II-3})$$

avec

$$\begin{aligned} P_{mn} S_n &= (p_{11} S_1 + p_{12} S_2 + p_{13} S_3 + p_{14} S_4 + p_{15} S_5 + p_{16} S_6) \\ &+ (p_{21} S_1 + p_{22} S_2 + p_{23} S_3 + p_{24} S_4 + p_{25} S_5 + p_{26} S_6) \\ &+ (p_{31} S_1 + p_{32} S_2 + p_{33} S_3 + p_{34} S_4 + p_{35} S_5 + p_{36} S_6) \\ &+ 2(p_{41} S_1 + p_{42} S_2 + p_{43} S_3 + p_{44} S_4 + p_{45} S_5 + p_{46} S_6) \\ &+ 2(p_{51} S_1 + p_{52} S_2 + p_{53} S_3 + p_{54} S_4 + p_{55} S_5 + p_{56} S_6) \\ &+ 2(p_{61} S_1 + p_{62} S_2 + p_{63} S_3 + p_{64} S_4 + p_{65} S_5 + p_{66} S_6) \end{aligned}$$

Soit

$$\Delta n_{xx} = -\frac{1}{2} n^3 [(p_{11} S_1 + p_{12} S_2 + p_{13} S_3 + p_{14} S_4 + p_{15} S_5 + p_{16} S_6)]$$

$$\Delta n_{yy} = -\frac{1}{2} n^3 [(p_{21} S_1 + p_{22} S_2 + p_{23} S_3 + p_{24} S_4 + p_{25} S_5 + p_{26} S_6)]$$

$$\Delta n_{zz} = -\frac{1}{2} n^3 [(p_{31} S_1 + p_{32} S_2 + p_{33} S_3 + p_{34} S_4 + p_{35} S_5 + p_{36} S_6)]$$

$$\Delta n_{yz} = -\frac{1}{2} n^3 [2(p_{41} S_1 + p_{42} S_2 + p_{43} S_3 + p_{44} S_4 + p_{45} S_5 + p_{46} S_6)]$$

$$\Delta n_{zx} = -\frac{1}{2} n^3 [2(p_{51} S_1 + p_{52} S_2 + p_{53} S_3 + p_{54} S_4 + p_{55} S_5 + p_{56} S_6)]$$

$$\Delta n_{xy} = -\frac{1}{2} n^3 [2(p_{61} S_1 + p_{62} S_2 + p_{63} S_3 + p_{64} S_4 + p_{65} S_5 + p_{66} S_6)]$$

Or, l'indice de réfraction vérifie l'équation :

$$\frac{a^2}{n_x^2} + \frac{b^2}{n_y^2} + \frac{c^2}{n_z^2} = 1 \quad (\text{II-4})$$

où (a,b,c) sont les trois composantes du vecteur unitaire d'excitation électrique, en posant $x=n.a$, $y=n.b$ et $z=n.c$, l'équation devient :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = n^2 \quad (\text{II-5})$$

Cette équation s'appelle l'ellipsoïde des indices dans laquelle les indices de réfraction principaux avec $n_i^2 = \varepsilon_{ii}$ ($i = x, y, z$) et ε_{ii} sont les composantes du tenseur de permittivité électrique.

L'ellipsoïde des indices d'un cristal en présence d'un champ de déformation appliqué est donné par [6] :

$$(n_{ij} + p_{ijkl} S_{kl}) x_i x_j = 1 \quad (\text{II-6})$$

En tenant compte de la notation de Voigt, la relation (II-6) devient :

$$\begin{aligned} & x^2 \left(\frac{1}{n_x^2} + p_{11} S_1 + p_{12} S_2 + p_{13} S_3 + p_{14} S_4 + p_{15} S_5 + p_{16} S_6 \right) \\ & + y^2 \left(\frac{1}{n_y^2} + p_{21} S_1 + p_{22} S_2 + p_{23} S_3 + p_{24} S_4 + p_{25} S_5 + p_{26} S_6 \right) \\ & + z^2 \left(\frac{1}{n_z^2} + p_{31} S_1 + p_{32} S_2 + p_{33} S_3 + p_{34} S_4 + p_{35} S_5 + p_{36} S_6 \right) \\ & + 2yz (p_{41} S_1 + p_{42} S_2 + p_{43} S_3 + p_{44} S_4 + p_{45} S_5 + p_{46} S_6) \\ & + 2zx (p_{51} S_1 + p_{52} S_2 + p_{53} S_3 + p_{54} S_4 + p_{55} S_5 + p_{56} S_6) \\ & + 2xy (p_{61} S_1 + p_{62} S_2 + p_{63} S_3 + p_{64} S_4 + p_{65} S_5 + p_{66} S_6) = 1 \quad (\text{II-7}) \end{aligned}$$

Le champ de déformation élastique change à la fois la dimension et l'orientation de l'ellipsoïde des indices. Ce changement est lié au tenseur des constantes photoélastiques, le tenseur des constantes photoélastiques peut être simplifié par la symétrie du cristal.

Dans le cas général, il est défini par 36 variables et s'écrit :

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} & p_{16} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} & p_{26} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} & p_{36} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} & p_{46} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & p_{62} & p_{63} & p_{64} & p_{65} & p_{66} \end{pmatrix} \quad (\text{II-8})$$

Dans le cas isotrope, il ne dépendra plus que de 2 variables :

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12}) \end{pmatrix} \quad (\text{II-9})$$

La relation (II-7) devient alors :

$$\begin{aligned} & x^2 \left(\frac{1}{n^2} + p_{11}S_1 + p_{12}S_2 + p_{12}S_3 \right) \\ & + y^2 \left(\frac{1}{n^2} + p_{12}S_1 + p_{11}S_2 + p_{12}S_3 \right) \\ & + z^2 \left(\frac{1}{n^2} + p_{12}S_1 + p_{12}S_2 + p_{11}S_3 \right) \\ & + yz (p_{11} - p_{12})S_4 + zx (p_{11} - p_{12})S_5 + xy (p_{11} - p_{12})S_6 = 1 \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

II.3. Effet Mouvement des interfaces

L'interaction entre la lumière et un oscillateur mécanique est traitée par l'optomécanique [9], et utilise ce couplage (via la pression de radiation entre autres) pour lire ou contrôler le mouvement mécanique de l'oscillateur [10].

Ce couplage optomécanique peut être assuré en utilisant une cavité optique qui confine le champ électromagnétique et de ce fait, augmente la puissance optique vue par l'oscillateur. La très faible masse des oscillateurs nano-mécaniques rend le couplage aussi plus fort aux échelles nanométriques [11].

Dans le cas du déplacement d'une interface, il résulte une variation d'indice de réfraction, l'effet optomécanique est dû à une variation localisée de l'indice de réfraction introduite par le déplacement des interfaces air / solide (figure II.1) par contre, l'effet photoélastique est le résultat d'une variation plus lente et plus étendue de l'indice de réfraction en observant la cartographie des champs de déformation.

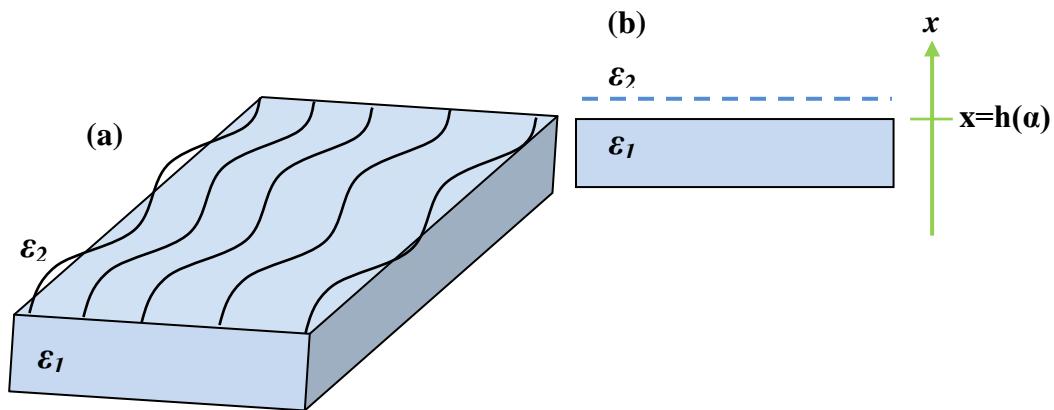


Figure II.1.(a) Schéma d'une perturbation due au déplacement d'une interface entre deux diélectriques ϵ_1 et ϵ_2 , où le décalage peut changer en parcourant toute la surface. (b) Schéma d'une interface localement plane entre les deux diélectriques et dont le passage de ϵ_1 à ϵ_2 se fait à $x=h(\alpha)$, où x désigne la direction perpendiculaire à la surface.

II.4. Couplage acousto-optique dans une cavité phoxonique

Comme nous l'avons défini dans le premier chapitre, l'introduction d'un défaut dans le cristal phoxonique dont le but de créer une cavité phoxonique conduit à la localisation simultanée des phonons et des photons ainsi qu'à une interaction entre les deux types d'ondes.

Cette interaction est connue sous le nom « interaction acousto-optique » ou « couplage acousto-optique » qui se traduit par la modulation des propriétés optiques du cristal phoxonique sous l'effet d'une onde élastique.

On peut calculer le couplage acousto-optique en se basant sur deux effets principaux : l'effet du mouvement des interfaces (MI) et l'effet photoélastique (PE). Ils peuvent être en phase ou en opposition de phase et produire des effets additifs ou soustractifs dans le couplage optomécanique total [12].

L'évaluation du couplage peut se faire selon deux méthodes : le taux de couplage optomécanique (sur la base d'une théorie de perturbation du premier ordre) et la modulation

de la fréquence du mode photonique ou dans le cas d'un mode de cavité, tout élément de volume est animé d'un mouvement local de nature sinusoïdale à la fréquence acoustique.

En particulier, le déplacement de l'élément choisi comme paramètre sera proportionnel à la fonction sinusoïdale : $\alpha = \sin(\Omega t)$ ou Ωt varie entre $(0 < \Omega t \leq 2\pi)$.

Donc la variation de la fréquence de résonance du mode optique $\omega_n = \omega(0)_n + \alpha g_{OM}$.

ω_n est la fréquence photonique perturbée $\omega(0)_n$ est la fréquence initiale et g_{OM} le taux de modulation optomécanique pour l'effet des mouvements des interfaces et l'effet photo élastique [13].

II.4.1. Variation de la pulsation propre du mode en présence d'une perturbation

La théorie des perturbations des équations de Maxwell où la perturbation est due à la variation du tenseur de permittivité diélectrique du matériau, va nous permettre de calculer les valeurs des taux de couplage optomécanique. Cette démonstration aboutit à l'expression de la dérivée de la fréquence de résonance du mode optique d'une structure par rapport à l'amplitude de la vibration mécanique [14-16]. La théorie des perturbations non dégénérée permet d'avoir des solutions approchées d'une solution initiale connue exactement, elle est appliquée en électromagnétisme et est très utilisée dans la compréhension des interactions faibles.

La problématique à étudier est celle de la perturbation due à la variation du tenseur de permittivité diélectrique par la vibration acoustique. La technique standard de la théorie des perturbations présente des difficultés lorsqu'elle est appliquée aux équations de Maxwell pour des petites variations des interfaces diélectriques, le problème est lié à la discontinuité des conditions aux limites du champ. Les méthodes habituelles ne parviennent pas à prédire l'estimation du comportement à l'ordre le plus bas. Dans un premier temps, nous suivrons la technique standard et nous parlerons des problèmes aux limites et les solutions proposées. Pour un champ électrique $|E\rangle$ dépendant du temps ($e^{-i\omega t}$), l'équation de Maxwell dans un diélectrique linéaire sans charge est donnée par :

$$\nabla \times \nabla \times E(r) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon^{(0)} E(r) \quad (\text{II-11}) [17],$$

En utilisant la notation de Dirac, l'équation (II-11) est équivalente à :

$$\nabla \times \nabla \times |E\rangle = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon |E\rangle$$

Où $|E\rangle$ est l'état de base indépendante. On suppose que la permittivité ε est positive et réelle, le problème aux valeurs des vecteurs propres est semi-défini est positif, qui résulte des solutions ω réelles, les solutions sont orthogonales entre elles à travers le produit scalaire $\langle E_m | \varepsilon | E_n \rangle = \kappa_n \delta_{mn}$ où κ_n est le facteur de normalisation et δ_{mn} le symbole de Kronecker. Puisqu'il s'agit d'un problème généralisé aux vecteurs propres. En général, on s'intéresse à des modes plats comme des modes de cavité ou de guide avec des vitesses de groupe faibles et/ou à des systèmes périodiques où le théorème de Bloch s'applique [16]. Le paramètre perturbant est un élément essentiel à l'application de la théorie des perturbations, on parle ici de la variation élémentaire de la fonction diélectrique ($\Delta\varepsilon$) due à la vibration du mode acoustique, caractérisé par l'amplitude maximale en un point de la structure.

Dans la méthode standard [17], les nouvelles solutions propres $|E\rangle$ et ω sont exprimées en puissance de n de la perturbation :

$$|E\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |E^{(n)}\rangle \text{ et } \omega = \sum_{n=0}^{\infty} \omega^{(n)}$$

où $|E^{(0)}\rangle$ et $\omega^{(0)}$ sont les solutions non perturbées et où les termes d'ordre n sont proportionnels à $(\Delta\alpha)^n$.

Les corrections $|E^{(n>0)}\rangle$ sont définies tels que $\langle E^{(0)} | \varepsilon | E^{(n>0)} \rangle = 0$ et la série sera introduite dans l'équation (II-11) qui sera résolue ordre par ordre.

Avec une perturbation de $\Delta\varepsilon$ ($\varepsilon = \varepsilon^{(0)} + \Delta\varepsilon$) l'équation (II-1) devient :

$$\nabla \times \nabla \times E(r) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (\varepsilon^{(0)} + \Delta\varepsilon) E(r) \quad (\text{II-12}) \quad [12]$$

$\Delta\varepsilon(r)$ peut s'exprimer en série de puissance de l'amplitude α :

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon^{(0)} \approx \alpha \varepsilon^{(1)} + \alpha^2 \varepsilon^{(2)} + \dots (\text{II-13})$$

On développe alors les états et les valeurs propres en puissance de α :

$$E_n = E_n^{(0)} + \alpha E_n^{(1)} + \alpha^2 E_n^{(2)} + \dots (\text{II-14})$$

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} + \alpha \omega_n^{(1)} + \alpha^2 \omega_n^{(2)} + \dots (\text{II-15})$$

Ainsi, l'équation (II-12) devient :

$$\nabla \times \nabla \times \left(E_n^{(0)} + \alpha E_n^{(1)} + \alpha^2 E_n^{(2)} \right) = \left(\frac{\omega \omega_n^{(0)} + \alpha \omega_n^{(1)} + \alpha^2 \omega_n^{(2)}}{c} \right)^2 (\varepsilon^{(0)} + \alpha \varepsilon^{(1)} + \alpha^2 \varepsilon^{(2)}) (E_n^{(0)} + \alpha E_n^{(1)} + \alpha^2 E_n^{(2)}) \quad (\text{II-16})$$

En notant $k_{0n}^{(i)} = \frac{\omega_n^{(i)}}{c}$ on aura :

$$\nabla \times \nabla \times \left(E_n^{(0)} + \alpha E_n^{(1)} + \alpha^2 E_n^{(2)} \right) = \left(k_{0n}^{(0)} + \alpha k_{0n}^{(1)} + \alpha^2 k_{0n}^{(2)} \right)^2 (\varepsilon^{(0)} + \alpha \varepsilon^{(1)} + \alpha^2 \varepsilon^{(2)}) (E_n^{(0)} + \alpha E_n^{(1)} + \alpha^2 E_n^{(2)}) \quad (\text{II-17})$$

Il faut que α soit pour toutes les puissances de α^p pour que cette équation soit vérifiée (quelle que soit la valeur de α), en regroupant par ordre de grandeur et en identifiant membre à membre les différents ordres α^i , on obtient :

$$\alpha^0: \nabla \times \nabla \times \left(E_n^{(0)} \right) - \left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \varepsilon^{(0)} E_n^{(0)} = 0 \quad (\text{II-18})$$

$$\alpha^1: \nabla \times \nabla \times \left(E_n^{(1)} \right) - \left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \varepsilon^{(0)} E_n^{(1)} = \left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \varepsilon^{(1)} E_n^{(0)} + 2k_{0n}^{(1)} k_{0n}^{(0)} \varepsilon^{(0)} E_n^{(0)} \quad (\text{II-19})$$

En parlant de la résolution aux fréquences propres dans le cas d'une perturbation au premier ordre, nous obtenons l'équation (II-20) par projection de l'équation (II-19) sur un autre état $E_m^{(0)}$ tel que $m \neq n$: [17]

$$\begin{aligned} & \langle E_m^{(0)} | \left[\nabla \times \nabla \times \left(E_n^{(1)} \right) - \left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \varepsilon^{(0)} \right] | E_n^{(1)} \rangle \\ &= \left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \langle E_m^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E_n^{(0)} \rangle + 2k_{0n}^{(1)} k_{0n}^{(0)} \langle E_m^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle \end{aligned} \quad (\text{II-20})$$

Si la fonction sera développée sur la base complète du système non perturbé, $|E_n^{(1)}\rangle = \sum_p \alpha_p |E_p^{(0)}\rangle$, l'opérateur $\nabla \times \nabla \times$ agit sur chaque composante $\sum_p \alpha_p |E_p^{(0)}\rangle$ et donne la valeur propre correspondante $\left(k_{0n}^{(0)} \right)^2 \varepsilon^{(0)}$ (vérification de l'équation à l'ordre zéro α^0), on obtiens donc :

$$\begin{aligned}
& \langle E_m^{(0)} | \left[\nabla \times \nabla \times (E_n^{(1)}) \right] | E_p^{(0)} \rangle \\
& = \langle E_m^{(0)} | \sum_p (k_{0n}^{(0)})^2 \varepsilon^{(0)} \alpha_p E_p^{(0)} \rangle \quad (\text{II-21})
\end{aligned}$$

En tenant compte de l'orthogonalité seuls les termes non nuls restent tels que :

$$\langle E_m^{(0)} | \sum_p (k_{0n}^{(0)})^2 \varepsilon^{(0)} \alpha_p E_p^{(0)} \rangle = \alpha_m (k_{0m}^{(0)})^2 \langle E_m^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_m^{(0)} \rangle$$

En utilisant cette procédure et en projetant l'équation sur $E_n^{(0)}$ on aura:

$$\begin{aligned}
& \langle E_n^{(0)} | \left[\nabla \times \nabla \times (E_n^{(1)}) - (k_{0n}^{(0)})^2 \varepsilon^{(0)} \right] | E_n^{(1)} \rangle \\
& = (k_{0n}^{(0)})^2 \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E_n^{(0)} \rangle + 2k_{0n}^{(1)} k_{0n}^{(0)} \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle \quad (\text{II-22})
\end{aligned}$$

ce qui correspond à :

$$\begin{aligned}
& \alpha_n \left[(k_{0n}^{(0)})^2 - (k_{0n}^{(0)})^2 \right] \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle = 0 \\
& = (k_{0n}^{(0)})^2 \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E_n^{(0)} \rangle + 2k_{0n}^{(1)} k_{0n}^{(0)} \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle
\end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
(k_{0n}^{(1)})^2 & = - \frac{k_{0n}^{(0)} \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E_n^{(0)} \rangle}{2k_{0n}^{(1)} \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle}, \text{ soit, en l'exprimant selon } \omega : \\
\omega_n^{(1)} & = - \frac{\omega_n^{(0)} \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E_n^{(0)} \rangle}{2 \langle E_n^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E_n^{(0)} \rangle} \quad (\text{II-23}) [17]
\end{aligned}$$

Le premier ordre $\omega^{(1)}$ par la perturbation $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon^0$ est donc :

$$\omega^{(1)} = - \frac{\omega^{(0)} \langle E^{(0)} | \varepsilon^{(1)} | E^{(0)} \rangle}{2 \langle E^{(0)} | \varepsilon^{(0)} | E^{(0)} \rangle} \quad (\text{II-24})$$

L'expression approchée de la variation de ω par la perturbation d'ordre 1 est exprimée dans l'équation (II-24). L'expression exacte pour la dérivée de ω par rapport à une variation

$$\text{infinitésimale est donnée par : } \frac{d\omega}{d\alpha} = - \frac{\omega^{(0)} \langle E^{(0)} | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E^{(0)} \rangle}{2 \langle E^{(0)} | \varepsilon | E^{(0)} \rangle} \quad (\text{II-25})$$

II.4.2. Taux de couplage acousto-optique

Une interaction entre un mode optique et un mode acoustique résulte le couplage optomécanique [18]. Le mode optique est caractérisé par sa fréquence de résonance $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ et son champ électrique $E(\mathbf{r})$, le mode acoustique par sa fréquence de résonance $\Omega_m = 2\pi\nu_m$ et son champ de déplacement $U(\mathbf{r})$. L'interaction peut être décrite par un système canonique formé d'une cavité Fabry-Pérot de longueur L_{OM} avec une extrémité un miroir fixe et à l'autre extrémité une masse effective m_{eff} attachée à un ressort de fréquence de résonance Ω_m (figure II.2). Le décalage de la fréquence de résonance photonique lorsque le mouvement du résonateur a une amplitude égale à l'amplitude des fluctuations du point zéro du résonateur mécanique, définit le taux de couplage optomécanique g , est donnée par [19] :

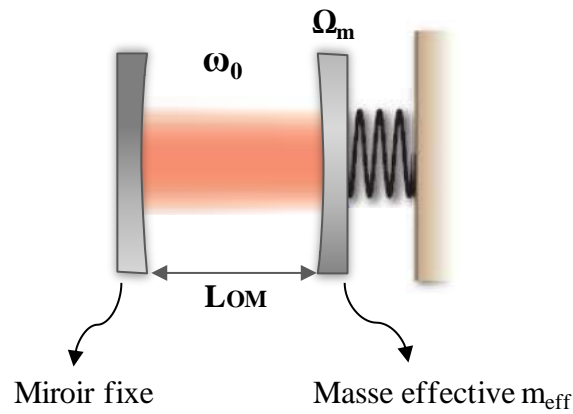


Figure II.2. Schéma équivalent du Couplage optomécanique entre un mode optique et un mode acoustique dans une cavité Fabry-Pérot.

$$g = g_{OM} \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{eff}\Omega_m}} \quad (\text{II-26})$$

où $g_{OM} = \frac{\omega_0}{\partial\alpha} = \frac{\omega_0}{L_{OM}}$ dans laquelle α est l'amplitude de la vibration mécanique et L_{OM} la longueur effective de l'interaction optomécanique, et $\sqrt{\hbar/2m_{eff}\Omega_m}$ représente la fluctuation d'amplitude du point zéro pour le déplacement mécanique où m_{eff} est la masse effective de la résonance mécanique à la fréquence Ω_m . On peut obtenir la masse effective à partir du déplacement U et de la densité de la matière ρ par l'expression [20,21] :

$$m_{eff} = \rho \int dv \left(\frac{|U|}{\max(|U|)} \right)^2 \quad (\text{II-27})$$

La quantification du taux de couplage est faite en prenant en compte à la fois le décalage de fréquence dû au mouvement diélectrique des interfaces (MI) et l'effet photoélastique (PE), de sorte que :

$$g_{OM} = g_{OM,MI} + g_{OM,PE}$$

II.4.2.1. Taux de couplage du Mouvement des interfaces

Dans cette section, nous abordons la problématique du mouvement des interfaces (MI) suite à une déformation élastique. Le numérateur de l'équation (II-25) est considéré tout d'abord dans le cas simple d'une interface entre deux diélectriques ε_1 et ε_2 ou ε_1 se déplaçant d'une distance $h(\alpha, u, v)$ vers ε_2 , où (u, v) décrit le déplacement de l'interface (figure II.1a).

Étant donné que ε est une fonction d'Heaviside, sa dérivée est une fonction de Dirac qui produit une intégrale de surface à travers l'interface :

$$\langle E^{(0)} | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E^{(0)} \rangle = \int ds \frac{dh}{d\alpha} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) |E^{(0)}|^2 \quad (\text{II-28})$$

Des conditions de continuités distinctes à ces interfaces dans le cas d'une variation d'indice résultant du déplacement d'une interface sont assurées en tenant compte de l'anisotropie introduite par les composantes normales et parallèles au champ.

Seul la composante du déplacement électrique normal $D_{\perp} = \varepsilon E_{\perp}$ et la composante parallèle du champs électrique E_{\parallel} sont continues qui rend l'intégrale de l'équation (II-28) indéfinie.

Si une évolution lente de la fonction diélectrique, l'équation (II-25) peut être appliquée pour une transition discontinue de ε_1 à ε_2 . Toutes les composantes du champ deviendraient continues avec cette hypothèse. Nous sommes concentrés sur une petite surface ds où l'interface est localement plate et nous avons défini x comme la coordonnée perpendiculaire de valeur limite $x_{lim} = h(\alpha)$ (figure II.1b). La fonction diélectrique locale s'écrit alors [17].

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\theta(x - h) \quad (\text{II-29})$$

où θ est la fonction d'Heaviside à $x=0$. Donc, en considérant un système isotrope simple, en remplaçant ε par $\bar{\varepsilon}$ donné par :

$$\bar{\varepsilon} \equiv \int g_s(x - \hat{x}) \varepsilon(\hat{x}) d\hat{x} \quad (\text{II-30})$$

ou $g_s(x)$ est une fonction lissée qui tend vers la fonction de Dirac $\delta(x)$ quand $s \rightarrow 0$. Par conséquent $\frac{d\bar{\varepsilon}}{dh} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)g_s(x-h)$ et la contribution à $\langle E^{(0)} \left| \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right| E^{(0)} \rangle$ à travers ds est $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{dh}{d\alpha} ds \int |E^{(0)}|^2 g_s(x-h) dx$.

Cependant, pour $s \rightarrow 0$, nous rencontrons à nouveau le même problème : l'intégrale d'une fonction E_{\perp}^2 multipliée par la fonction δ , donne une limite indéfinie, du fait que E_{\perp} est toujours discontinu.

Il faut résoudre le problème de la discontinuité de E_{\perp} , pour rendre l'intégrale bien définie, et que nous allons traiter également par une méthode de lissage.

La continuité de D_{\perp} a fait apparaître l'idée de travailler avec un $(\varepsilon^{-1}D_{\perp})$ au lieu de E_{\perp} [22]. En appliquant la théorie du milieu effectif, nous constatons que le lissage des interfaces le plus approprié en électromagnétisme est anisotrope. Autrement dit, différentes valeurs moyennes des constantes diélectriques devraient avoir différentes composantes du champ.

En particulier, la théorie du milieu effectif précise qu'il faut moyenner le diélectrique de deux manières différentes selon la polarisation de la lumière incidente par rapport à la normale de la surface \hat{n} à proximité de l'interface du diélectrique [22]. Ainsi, pour un champ électrique $E \perp \hat{n}$, on utilise la moyenne de ε et lorsque $E \parallel \hat{n}$ on prend l'inverse de la moyenne de ε . Ensuite, un tenseur diélectrique effectif inverse $\tilde{\varepsilon}^{-1}$ résultant, le tenseur effectif totale ε_s étant [17] :

$$\varepsilon_s(x) \equiv \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}(x) \\ \bar{\varepsilon}(x) \\ \bar{\varepsilon}(x) \end{pmatrix} \quad (\text{II-31})$$

En d'autres termes, lorsque $E \parallel (E_{yz})$ voit $\bar{\varepsilon}$, $E_{\perp} (E_x)$ voit une moyenne harmonique $\tilde{\varepsilon}$ donnée par :

$$\tilde{\varepsilon}(x)^{-1} \equiv \int g_s(x-\hat{x}) \varepsilon(\hat{x})^{-1} d\hat{x} \quad (\text{II-32})$$

On aura donc $\frac{d\bar{\varepsilon}}{dh} = -\tilde{\varepsilon}(x)^2 (\varepsilon_1^{-1} - \varepsilon_2^{-1}) g_s(x-h)$, et donc une contribution à $\langle E^{(0)} \left| \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right| E^{(0)} \rangle$ à travers ds donnée par :

$$ds \frac{dh}{d\alpha} \int dx (\Delta \varepsilon_{12} |E_{\parallel}^{(0)}|^2) - \Delta(\varepsilon_{12}^{-1}) | \tilde{\varepsilon} E_{\perp}^{(0)}|^2) g_s(x-h) \quad (\text{II-33})$$

Où $\Delta\varepsilon_{12} \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ et $\Delta(\varepsilon_{12}^{-1}) = \varepsilon_1^{-1} - \varepsilon_2^{-1}$. Notons que $D_{\perp} = \tilde{\varepsilon}E_{\perp}$ est continu et que, lorsqu'on prend la limite $s \rightarrow 0$, $g_s(x-h)$ devient $\delta(x-h)$ donnant le résultat bien défini suivant:

$$\langle E^{(0)} | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E^{(0)} \rangle = \int ds \frac{dh}{d\alpha} (\Delta\varepsilon_{12} |E_{\parallel}^{(0)}|^2 - \Delta\varepsilon_{12}^{-1} |D_{\perp}^{(0)}|^2) \quad (\text{II-34})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (II-25), on aura le vrai premier ordre de la théorie de perturbation pour les déformations des interfaces avec un changement arbitraire du contraste de l'indice.

La dérivée de la fréquence de résonance du mode optique d'une structure est obtenue en respectant un certain paramétrage de la déformation de la surface [17]. Ceci entraîne que la dérivée de la dispersion par rapport à α , à partir des équations (II-25) et (II-34) sera égale à :

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = - \frac{\omega^{(0)} \int ds \frac{dh}{d\alpha} (\Delta\varepsilon_{12} |E_{\parallel}^{(0)}|^2 - \Delta\varepsilon_{12}^{-1} |D_{\perp}^{(0)}|^2)}{2 \int dv \varepsilon |E|^2} \quad (\text{II-35})$$

Finalement, la contribution du mouvement des interfaces est donnée par :

$$g_{OM,MI} = - \frac{\omega^{(0)} \int (u \cdot \hat{n}) (\Delta\varepsilon_{12} |E_{\parallel}|^2 - \Delta\varepsilon_{12}^{-1} |D_{\perp}^{(0)}|^2) ds}{2 \int E^* D dv} \quad (\text{II-36}) [23]$$

Où $g_{OM,MI}$ est le taux de couplage optomécanique pour les mouvement des interfaces, U est le champ de déplacement normalisé, \hat{n} le vecteur unitaire normale à la surface dirigé vers l'extérieur, E le champ électrique, D est le champ de déplacement, les notations \parallel et \perp indiquent respectivement les composantes du champ électromagnétique parallèle et perpendiculaire à la surface. Notons aussi que $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{matériau} - \varepsilon_{air}$ et que $\Delta\varepsilon^{-1} \equiv \varepsilon^{-1}_{matériau} - \varepsilon^{-1}_{air}$, où ε est la permittivité.

Donc d'après l'équation (II-26), le taux de couplage du mouvement des interfaces g_{MI} s'écrit :

$$g_{MI} = - \frac{\omega^{(0)} \int (u \cdot \hat{n}) (\Delta\varepsilon_{12} |E_{\parallel}|^2 - \Delta\varepsilon_{12}^{-1} |D_{\perp}^{(0)}|^2) ds}{2 \int E^* D dv} \sqrt{\hbar / 2m_{eff}\Omega_m} \quad (\text{II-37})$$

II.4.2.2. Taux de couplage de l'effet photoélastique

Le taux de couplage optomécanique de l'effet photoélastique est obtenue aussi par la théorie des perturbations au premier ordre à partir de l'équation (II-25) :

$$g_{OM,PE} = -\frac{\omega^{(0)}}{2} \frac{\langle E | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E \rangle}{\int E^* D dv} \quad (\text{II-38}) \quad [23]$$

Où $g_{OM,PE}$ est le taux de couplage optomécanique de l'effet photoélastique et l'amplitude U est paramétrée par la coordonnée généralisée.

Dans un milieu isotrope avec un indice de réfraction n , on a :

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = -\varepsilon_0 n^4 p_{ijkl} S_{kl}$$

où p_{ijkl} est le tenseur de photoélasticité de rang 4 et S_{kl} le tenseur de déformation.

Pour le silicium, qui est un cristal cubique avec classe de symétrie avec les axes x et y alignés respectivement selon les directions $[100]$ et $[010]$ du cristal, nous pouvons utiliser la notation d'indice contracté avec quelques simplifications et on obtient l'expression suivante [23] :

$$\begin{aligned} \langle E | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E \rangle = & -\varepsilon_0 n^4 \int [2\text{Re}\{E_x^* E_y\} p_{44} S_{xy} + 2\text{Re}\{E_x^* E_z\} p_{44} S_{xz} + 2\text{Re}\{E_y^* E_z\} p_{44} S_{xz} + \\ & |E_x| 2(p_{11} S_{xx} + p_{12}(S_{yy} + S_{zz})) + |E_y| 2(p_{11} S_{yy} + p_{12}(S_{yy} + S_{zz})) + |E_z| 2(p_{11} S_{zz} + p_{12}(S_{xx} \\ & x + S_{yy})) dv \quad (\text{II-39}) \end{aligned}$$

Donc d'après l'équation (II-26), le taux de couplage photoélastique g_{PE} s'écrit :

$$g_{PE} = -\frac{\omega^{(0)}}{2} \frac{\langle E | \frac{d\varepsilon}{d\alpha} | E \rangle}{\int E^* D dv} \sqrt{\hbar/2m_{eff}\Omega_m} \quad (\text{II-40})$$

La figure II.3[24],montrent les résultats des calculs des taux de couplage g_{PE} et g_{MI} , la figure représente deux modes phononiques dont l'un à l'intérieur de la bande interdite partielle (a'), à 5,35 GHz et l'autre à l'intérieur de la bande interdite absolue, (b') à 5,87 GHz,les couplages OM importants.

Les distributions des champs de déplacement sont insérées dans la figure II.3.Les deux modes phononiques donnent des valeurs élevées pour chaque contribution distincte des effets PE et MI . En tenant compte des signes, nous pouvons voir que l'effet total peut être soit additif comme dans le cas du mode (a'), ce qui conduit à un couplage optomécanique élevé, ou soustractif comme dans le cas du mode (b'), entraînant ainsi un couplage OM total faible.

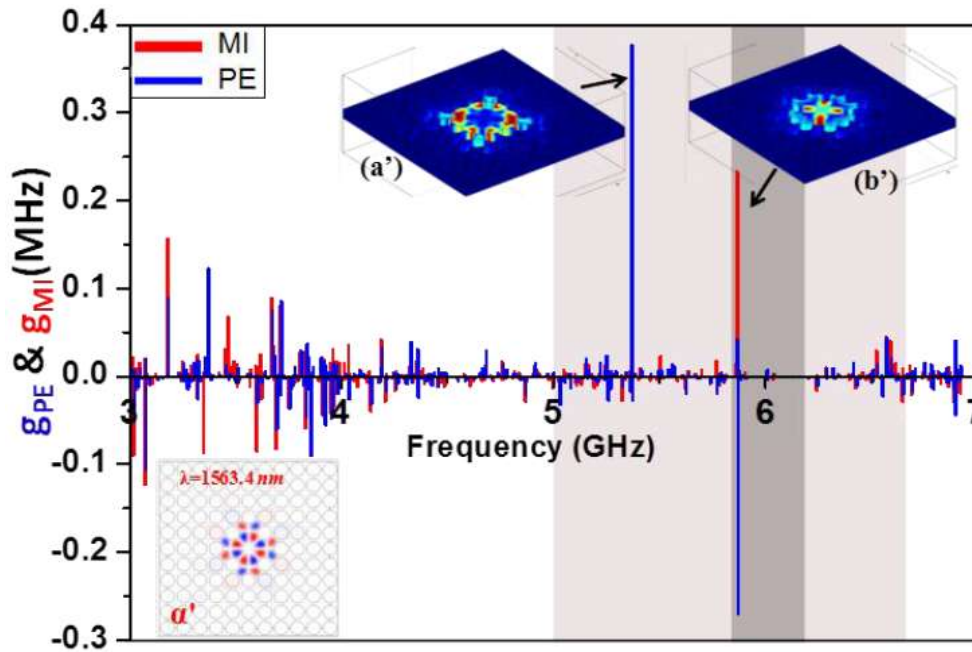


Figure II.3. Cavité en croix : Calcul du taux de couplage OM entre le mode photonique et tous les modes phononiques dans l'intervalle [3-7] GHz de la cavité en croix. L'amplitude des contributions MI et PE est représentée à l'aide de barres rouge et bleu. Les champs de déplacement des modes phononiques (a') et (b') qui présentent un fort couplage sont insérés dans la figure [24].

II.4.3. Modulation de la fréquence photonique

Le modèle de la supercellule est utilisé dans le cadre d'un modèle quasi-statique pour obtenir la modulation de la fréquence propre d'un mode de cavité optique en présence d'un mode de cavité acoustique. Les fréquences acoustiques utilisées en (Gigahertz) et optiques (Terahertz) justifie l'étude quasi-statique : Lors de la recherche des modes optiques, les paramètres optiques et géométriques de la structure sont figés à différents instants de la période acoustique ($0 \leq \Omega t \leq 2\pi$) [13], c'est une méthode quasi statique qui consiste à résoudre les équations de propagation acoustique en sauvegardant les valeurs des déplacements acoustiques u_i en chaque point du maillage ainsi que celles des déformations S_{ij} correspondantes. Ces paramètres suivent la même périodicité que les champs de déformations et de déplacements acoustiques qui les ont engendrés. La période acoustique est échantillonnée en plusieurs intervalles de temps et les modes de cavité photoniques sont calculés dans la structure perturbée à chaque pas de temps, la procédure permet d'obtenir l'évolution de la fréquence électromagnétique pendant une période acoustique. En général, chaque mode optique oscille sinusoidalement autour de sa fréquence initiale avant la déformation.

L'importance du couplage optomécanique se manifeste par l'amplitude de cette modulation pour les deux mécanismes photoélastique (PE) et le mouvement des interfaces (MI).

Prenons à titre d'exemple la modulation de la fréquence de résonance (courbes en trait plein rouge) des modes optiques de polarisation TM est représenté dans la figure II.4 [13] : Le mode non dégénéré α et des modes deux fois dégénérés β et γ sous l'influence des modes acoustiques B et F, la fréquence optique réduite $\omega a/2\pi c$ est représentée sur une période acoustique ($0 < \Omega t \leq 2\pi$). Pour comparer l'amplitude des deux mécanismes acousto-optiques, ils rajoutent sur le même graphique dans la figure II.4, les courbes représentatives de leur contribution : les courbes en tirets verts et en tirets bleus représentent les contributions des effets photo-élastiques (PE) et mouvement des interfaces (MI) respectivement.

Les modes optiques dégénérés β et γ sont représentés simultanément sur le même graphe en trait épais et trait fin.

La colonne de gauche représente l'influence du mode B et la colonne de droite celle du Mode F. La première ligne représente l'évolution du mode α et la deuxième ligne celle des modes β et γ .

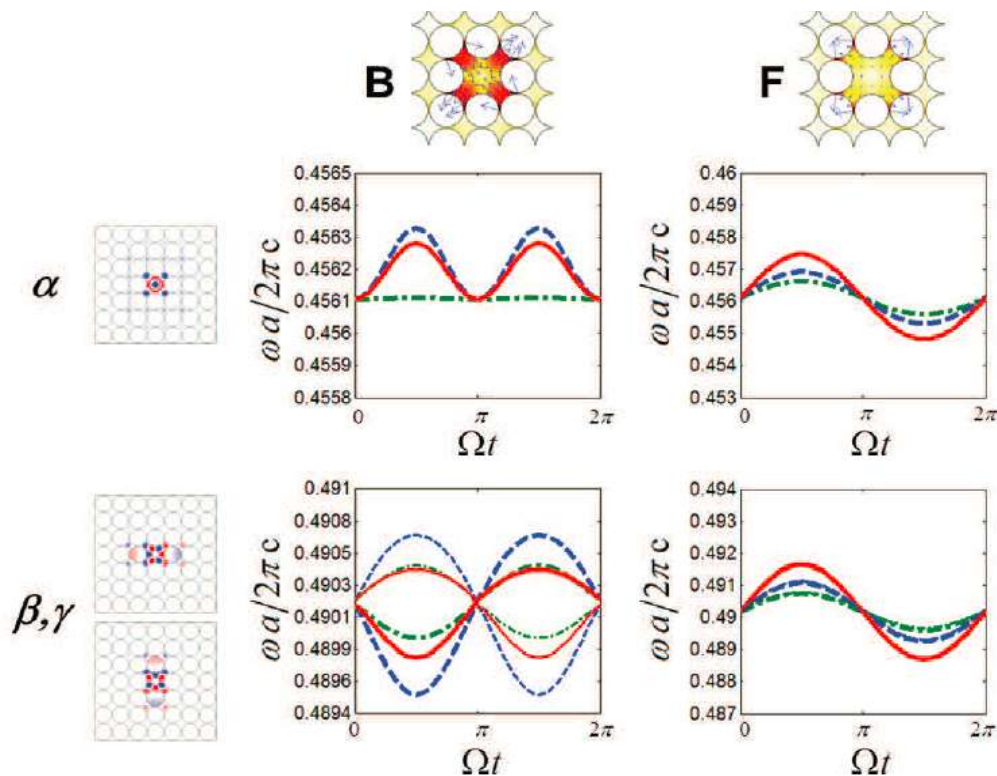


Figure II.4. Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), et les deux effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques B et F et les modes optiques en polarisation TM α , β et γ [13].

II.5.Conclusion

Ce chapitre nous a permis de montrer que l'interaction entre un mode photonique et un mode phononique est connue sous le nom "interaction acousto-optique" ou "couplage acousto-optique" qui s'est traduit par la modulation des propriétés optiques du cristal phoxonique sous l'effet d'une onde élastique, ce couplage, peut être calculé sur la base de la modification d'une part de la permittivité diélectrique (effet photoélastique) et d'autre part de la géométrie de la cavité phoxonique (effet de mouvement des interfaces).

D'une autre part, on a pu constater que l'estimation du couplage peut se faire selon deux méthodes :le taux de couplage optomécanique (sur la base d'une théorie de perturbation du premier ordre) et la modulation de la fréquence du mode photonique, cette dernière peut être parfaitement sinusoïdale.

Bibliographie:

- [1] O. Katz, F. Ramaz, S. Gigan, M. Fink, Controlling light in complex media beyond the acoustic diffraction-limit using the acousto-optic transmission matrix, ArXiv Preprint ArXiv:1707.02421, (2017).
- [2] R.W. Haupt, A. Samir, C.M. Wynn, J.H. Kyung, K.W. Holman, Non-contact laser ultrasound system, (2017).
- [3] V. Kazakov, G. Korol, O. Moskaletz, Investigations of spread function of the optical spectral device based on acousto-optic tunable filter, in: Optical Modelling and Design IV, International Society for Optics and Photonics, p. 98891O, (2016).
- [4] C. Li, G. Guan, Z. Huang, R.K. Wang, G. Nabi, Full skin quantitative optical coherence elastography achieved by combining vibration and surface acoustic wave methods, in: Dynamics and Fluctuations in Biomedical Photonics XII, International Society for Optics and Photonics, p. 93220O, (2015).
- [5]M. Li, H. Liang, R. Luo, Y. He, Q. Lin, High-Q two-dimensional lithium niobate photonic crystal slab nanoresonators, ArXiv Preprint ArXiv:1806.04755, (2018).
- [6]A. D. Yablon, Optical and mechanical effects of frozen-in stresses and strains in optical fibers , IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 10, no 2, p. 300–311, (2004).

- [7] D.F. Nelson, M. Lax, Theory of the photoelastic interaction, *Physical Review B*. 3 ,2778, (1971).
- [8] Gaididei, Y. B.; Christiansen, P. L.; Ramanujam, P. S. Theory of photoinduced deformation of molecular films. *Applied Physics B*, 74, 139–146,(2002).
- [9] R. Van Laer, B. Kuyken, D. Van Thourhout, R. Baets, Interaction between light and highly confined hypersound in a silicon photonic nanowire, *Nature Photonics*. 9 ,199, (2015).
- [10] M. Lipson, P. McEuen, A. Barnard, S. Manipatruni, M. Zhang, G. Wiederhecker, Optomechanical oscillator network, control and synchronization methods, and applications, (2016).
- [11] M.H. Matheny, M. Grau, L.G. Villanueva, R.B. Karabalin, M.C. Cross, M.L. Roukes, Phase synchronization of two anharmonic nanomechanical oscillators, *Physical Review Letters*. 112 ,014101, (2014).
- [12] Q. Rolland, M. Oudich, S. El-Jallal, S. Dupont, Y. Pennec, J. Gazalet, J.C. Kastelik, G. Lévêque, B. Djafari-Rouhani, Acousto-optic couplings in two-dimensional phoxonic crystal cavities, *Applied Physics Letters*. 101 ,061109, (2012).
- [13] Hagood, N. W.; von Flotow, A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*., 146, 243–268, (1991).
- [14] Georgiev, V. B.; Cuenca, J.; Gautier, F.; Simon, L.; Krylov, V. V. Damping of structural vibrations in beams and elliptical plates using the acoustic black hole effect. *Journal of sound and vibration*, 330, 2497–2508,(2011).
- [15] Doebling, S. W.; Farrar, C. R.; Prime, M. B.; Shevitz, D. W. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review, (1996).
- [16] Baker, C.; Hease, W.; Nguyen, D.-T.; Andronico, A.; Ducci, S.; Leo, G.; Favero, I. Photoelastic coupling in gallium arsenide optomechanical disk resonators. *Optics express*, 22, 14072–14086,(2014).
- [17] E. Verhagen, S. Deleglise, S. Weis, A. Schliesser and T. J. Kippenberg ,Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode. *Nature* 482, 63-67,(2012).
- [18] M. Eichenfield, J. Chan, A.H. Safavi-Naeini, K.J. Vahala, O. Painter, *Opt. Express* 17, 20078 ,(2009).
- [19] Jasper Chan, Amir H. Safavi-Naeini, Jeff T. Hill, Seán Meenehan et Oskar Painter : Optimized optomechanical crystal cavity with acoustic radiation shield. *Applied Physics Letters*, 101(8),(2012).

[20] S. G. Johnson, M. Ibanescu, M. A. Skorobogatiy, O. Weisberg, J. D. Joannopoulos, and Y. Fink. Phys. Rev. E 65, 066611 ,(2002).

[21] S. G. Johnson, M. Ibanescu, M. Skorobogatiy, O. Weisberg, T. D. Engeness, M. Soljacic, S. A. Jacobs, J. D. Joannopoulos, and Y. Fink, Opt. Express 9, 748 ,(2001).

[22] J. Chan, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, S. Meenehan, and O. Painter, Appl. Phys. Lett. 101, 081115,(2012).

[23] S. El-Jallal et al., Analysis of optomechanical coupling in two-dimensional square lattice phoxonic crystal slab cavities , Physical Review B, vol. 88, no 20, p. 205410, (2013).

[24] H. M. Lai, P. T. Leung, K. Young, P. W. Barber, et S. C. Hill, Time-independent perturbation for leaking electromagnetic modes in open systems with application to resonances in microdroplets, Physical Review A, vol. 41, no 9, p. 5187, (1990).

Chapitre III

Modélisation d'un cristal phoxonique

III.1. Introduction

Le dimensionnement des cristaux photoniques et phononiques consiste à déterminer les paramètres géométriques permettant le confinement simultané des ondes acoustiques et optiques [1-5]. Dans ce contexte, nous présentons dans cette partie de la thèse une investigation sur la largeur maximale de la bande interdite phoxonique. Pour cela nous avons étudié l'évolution des bandes interdites des cristaux photoniques et phononiques sur silicium en fonction de la variation géométrique de la structure. Nous avons tracé les courbes de dispersion et de transmission photonique et phononique afin d'optimiser la valeur du rayon interne de la structure circulaire insérée dans les trous d'air.

III.2. Méthode de calculs - Les éléments finis -

Ces dernières années, plusieurs publications sont parues indiquant la complexité des études expérimentales des cristaux phononiques et photoniques [6,7]. Pour cela, il est nécessaire de développer une nouvelle méthode pour modéliser les diagrammes de dispersion des structures de cristaux phononiques-photoniques [8,9]. La méthode des éléments finis (FEM) fait partie des méthodes développées pour la résolution numérique. Elle est largement utilisée pour les calculs théoriques et la modélisation [10].

Le domaine de calcul est discrétisé en un certain nombre d'éléments appelés « éléments finis ». Les solutions recherchées sont développées sur un ensemble de fonctions de bases dans chaque élément. Le choix de ces fonctions de base dépend du système étudié et du type de conditions aux limites requises : continuité de la fonction et / ou de ses dérivées [11,12]. Les fonctions d'ondes solutions du problème sont ainsi interpolées en termes des valeurs qu'elles-mêmes ou leurs dérivées prennent aux nœuds du maillage. Ceci facilite l'intégration des conditions aux limites dans la formulation. D'un point de vue numérique, le choix des fonctions de base est aussi dicté par le nécessaire compromis entre le degré d'approximation de la solution et le nombre de degré de liberté, lié au coût total de calcul [13,14].

Le problème à un système d'équations linéaires est ramené grâce à la projection des équations différentielles sur les fonctions de base, dans chacun des éléments finis. Concernant les interfaces hétérogènes, les conditions aux limites assurent l'assemblage des matrices élémentaires en une matrice globale du système complet.

La méthode des éléments finis peut présenter plusieurs avantages : d'une part, la méthode utilise un maillage directement adapté à la géométrie étudiée, par rapport à la méthode des différences finies dont le maillage est strictement parallélépipédique et génère des discontinuités aux interfaces [15]. Ceci permet aussi d'optimiser le maillage en évitant le recours à un maillage excessivement fin, ce maillage, suivant le domaine étudié et les équations mises en jeu, peut être triangulaire ou quadrangulaire. A titre d'exemple, la figure III.1 illustre le maillage utilisé dans les éléments finis (maillage triangulaire) et le maillage pour la méthode des différences finies, ce dernier nécessite un plus grand nombre de nœuds vis-à-vis du premier afin de réduire les discontinuités aux interfaces solide-air, en particulier pour les inclusions à faibles rayons de courbure [16].

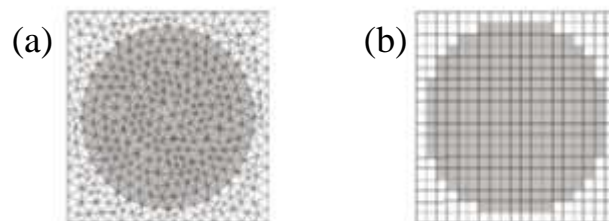


Figure III.1. (a) Maillage triangulaire d'une cellule unitaire d'un réseau carré utilisé pour les éléments finis, (b) maillage carré d'une cellule unitaire pour les différences finies.

III.3. Modélisation d'un cristal phoxonique avec large bande interdite

Le cristal phoxonique bidimensionnel proposé consiste en un réseau carré de trous d'air gravés dans une matrice de silicium (Si). Le silicium a été choisi principalement pour le contraste élevé de son indice de réfraction à l'air et pour assurer la possibilité d'ouvrir des bandes interdites pour les deux types d'ondes.

Le rayon du cylindre est $r/a = 0,48$ (où a est le paramètre de maille), cette valeur du rayon correspond à un facteur de remplissage de $f = \pi r^2/a = 0,72$. Afin d'optimiser la largeur de la bande interdite de la structure proposée, un disque symétrique avec un rayon intérieur r_i de Si est ajouté au centre des structures. Le tableau III.1 rassemble les paramètres acoustiques (densités et constantes élastiques) et optiques (indices de réfraction) pour le silicium .

Table III.1. Les paramètres élastiques et optique du Silicium.

Matériau	Masse volumique (Kg/m ³)	Constantes élastiques (10 ¹⁰ N/m ²)			Indice de réfraction n($\lambda=1150$ nm)
		ρ	c ₁₁	c ₁₂	
Silicium	2 331	16.57	6.39	7.962	3.5

Dans le cas d'un cristal parfait, la cellule unitaire choisie pour le calcul par éléments finis est réduite à une maille carrée d'un côté a , un rayon r du trou d'air, et un rayon interne r_i de la structure ajoutée (figure III.2a). La simulation de nos calculs nous a permis d'optimiser l'épaisseur a_i pour une valeur égale à $a/10$. La cavité phoxonique est créée en remplissant un trou d'air de silicium. Le calcul numérique est effectué sur la base de 7x7 cellules unitaires dans quelles conditions périodiques sont imposées sur chacun des points du réseau carré (figure III.2b). Pour cette structure, la cavité est répétée périodiquement dans le plan (x, y) avec une période de $7a$. Cette distance entre les cavités a été optimisée afin d'éviter le couplage entre les modes de deux cavités adjacentes.

Dans les calculs, le cristal infini est reconstitué en appliquant des conditions aux limites périodiques sur chaque point du réseau carré. Afin d'exprimer les mêmes propriétés de l'onde acoustique et optique à l'entrée et à la sortie de la cellule, telles conditions aux limites périodiques sont introduites sur les limites de la cellule selon les directions de périodicité x et y. En ce qui concerne les problèmes de propagation des ondes, le théorème de Bloch-Floquet permet d'exprimer ce comportement périodique sur le terrain. Dans notre travail, les diagrammes de dispersion de la structure proposée sont calculés dans la zone de Brillouin

réduite associée au réseau carré (figure III.2c). En effet, en faisant varier le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin irréductible, le diagramme de dispersion correspondant est obtenu.

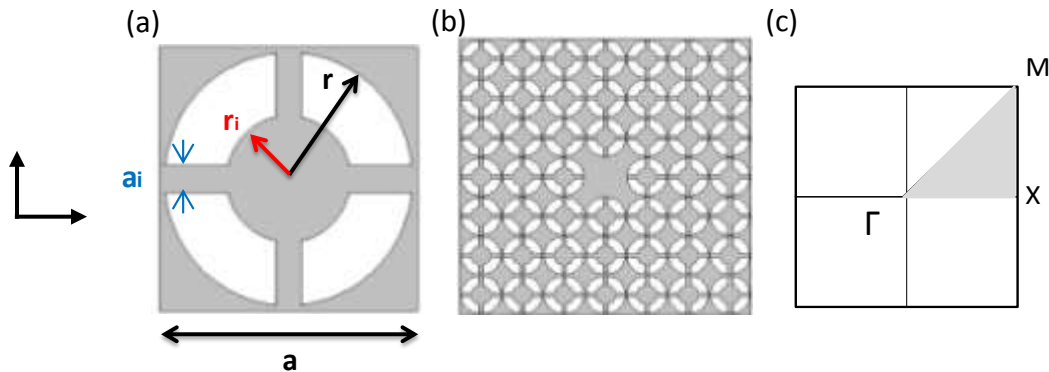


Figure III.2. (a) Maille élémentaire. (b) Cavitité L1 dans une supercellule. (c) Première zone de Brillouin.

III.3.1. Diagramme de bande phononique et photonique

Nous étudions théoriquement l'existence simultanée d'une large bande interdite phononique et photonique en cristal phoxonique par optimisation géométrique. En analysant l'effet de la variation du rayon interne de la structure insérée dans les trous d'air, nous discutons des propriétés structurelles les plus appropriées pour l'ouverture d'une large bande interdite phononiques et photoniques simultanément. Nous présentons également la sensibilité analysée sur les cristaux phoxoniques optimisés et nous suggérons les structures relativement robustes. Le but de cette section est de trouver des bandes interdites phononiques-photoniques doubles dans la structure périodique bidimensionnelle de la figure III.2. Jusqu'à présent, l'étude des diagrammes de dispersion acoustique et optique dans la première zone de Brillouin montre que les courbes de dispersion phononiques sont composées d'un mélange de vibrations transversales et longitudinales, tandis que les courbes de dispersion optique sont calculées pour la polarisation TM et TE. Les fréquences phononiques et photoniques sont indiquées en fréquence réduite, $(\Omega a / 2\pi ct)$ et $(\omega a / 2\pi c)$ respectivement, avec $ct = 5844$ (m/s) représente la vitesse transversale du son le long de la direction [100] confondu avec la direction de propagation, et $c = 3 \times 10^8$ (m/s) est la vitesse de la lumière dans le vide. De nombreuses études se concentrent sur l'effet des paramètres géométriques de la structure phononique et photonique sur la largeur de la bande interdite. Dans ce travail, nous étudions l'impact du rayon interne du disque (ri) sur la largeur et la position de la bande interdite absolue et nous montrons l'efficacité des valeurs optimales du ri pour avoir une large bande interdite phoxonique absolue.

III.3.2. Optimisation géométrique de la bande interdite

III.3.2.1. Cas phononique

La variation des courbes de dispersion phononique de la structure proposée en fonction du rayon interne r_i est représentée sur la figure III.3. Le diagramme de dispersion phononique est calculé dans la direction $\Gamma X M \Gamma$. Nous pouvons voir que l'ouverture de la bande interdite est absolue pour toutes les directions de la zone de Brillouin, et une augmentation graduelle de l'ouverture de la bande interdite est obtenue pour r_i jusqu'à la valeur $r/1,5$. Une gamme de fréquence de [0,45-0,62], [0,42-0,70], [0,4-0,75] et [0,4-0,82] est obtenue pour $r_i = r/3$, $r/2,5$, $r/2$ et $r/1,5$ respectivement et une diminution de la bande interdite de [0,4-0,8] est obtenue pour $r_i = r/1,25$. Nous notons que la largeur de la bande interdite est sensible à la variation rayon interne r_i .

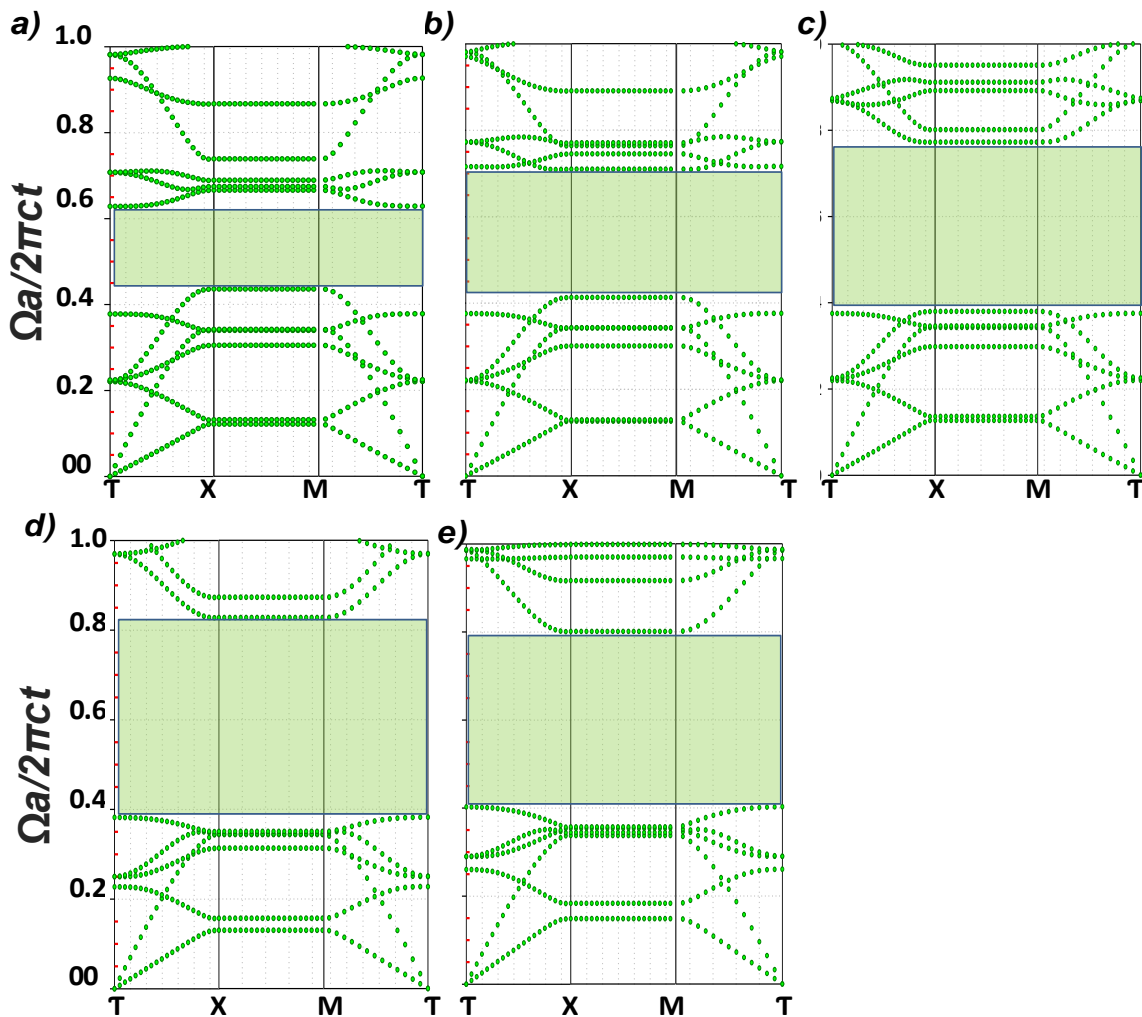


Figure III.3. Diagramme des courbes de dispersion du cristal phoxonique pour différentes valeurs du rayon interne r_i . (a) $r_i = r/3$, (b) $r_i = r/2,5$, (c) $r_i = r/2$, (d) $r_i = r/1,5$ et (e) $r_i = r/1,25$, zones hachurées correspondant à la bande interdite.

III.3.2.2. Cas photonique

III.3.2.2.1. Polarisation TM

Comme le cas phononique, l'évolution de la bande interdite du cristal photonique avec polarisation TM selon le rayon interne r_i est donnée sur la figure III.4. On peut voir que la bande interdite est absolue pour toutes les directions de la zone Brillouin et une variation progressive avec une valeur jusqu'à $r_i = r/2$. Une gamme de fréquences de [0,58-0,62], [0,58-0,68] et [0,56-0,82] est obtenue pour $r_i = r/3$, $r/2,5$, $r/2$ respectivement. Nous notons que la largeur de la bande interdite est considérable pour les valeurs minimales de r_i . Puis la bande interdite se divise en deux à $r_i = r/1,5$, qui ont une largeur relativement faible correspondant aux domaines fréquentiels respectifs [0,54-0,56] et [0,66-0,68]. À $r_i = r/1,25$, la largeur du gap est étroite (voir la figure III.4).

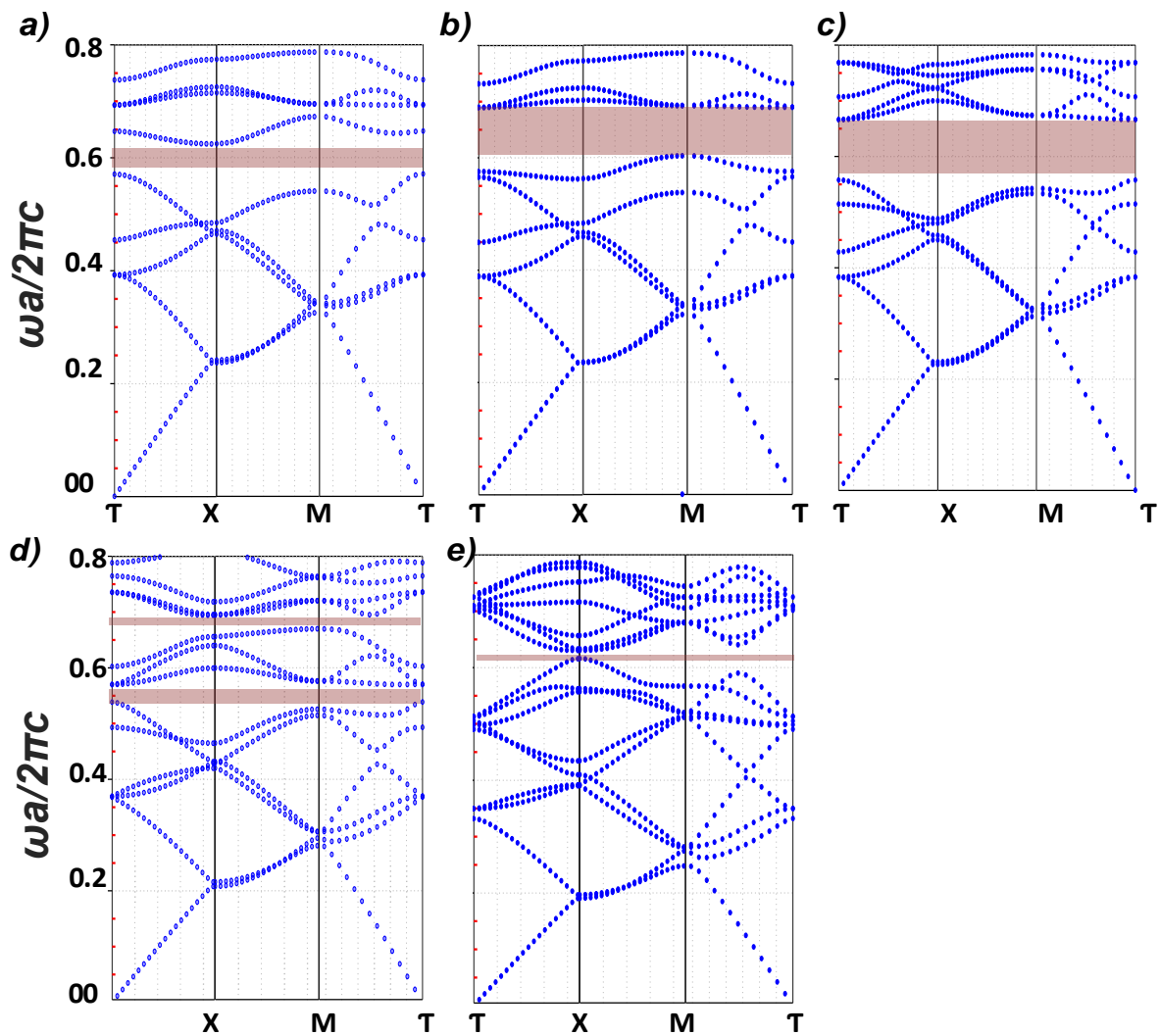


Figure III.4. Diagramme des courbes de dispersion du cristal photonique (polarisation TM) pour différentes valeurs du rayon interne r_i . (a) $r_i = r/3$, (b) $r_i = r/2,5$, (c) $r_i = r/2$, (d) $r_i = r/1,5$ et (e) $r_i = r/1,25$, zones hachurées correspondant à la bande interdite.

III.3.2.2.2. Polarisation TE

La figure III.5 montre l'évolution des courbes de dispersion et l'ouverture de la bande interdite dans la direction ΓX pour la polarisation TE pour toutes les valeurs de ri , l'ouverture de la bande interdite est nulle pour les autres directions XM et $M\Gamma$ pour toutes les valeurs de ri , nous ne sommes pas intéressés par cette polarisation puisque la bande interdite n'est pas absolue, ce qui nous empêchera de confiner ce type de polarisation dans la cavité.

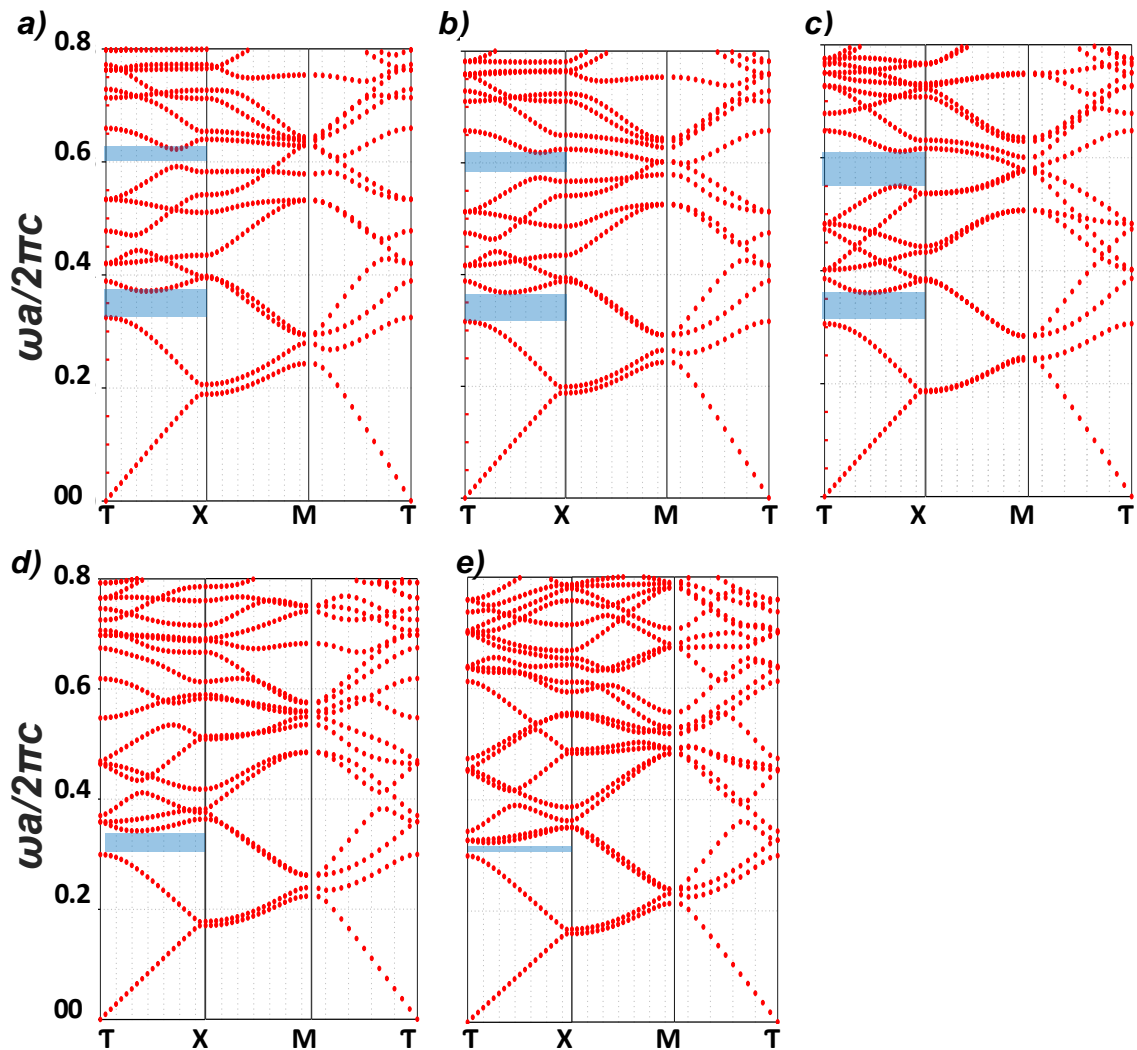


Figure III.5. Diagramme des courbes de dispersion du cristal photonique (polarisation TE) pour différentes valeurs du rayon interne ri . (a) $ri = r/3$, (b) $ri = r/2,5$, (c) $ri = r/2$, (d) $ri = r/1,5$ et (e) $ri = r/1,25$, zones hachurées correspondant au bande interdite.

L'évolution en 3D de la bande interdite en fonction du rayon ri et de l'épaisseur ai est présentée à la figure III.6a et à la figure III.6b pour les cristaux phononiques et photoniques respectivement. La variation de ces paramètres géométriques nous permet de balayer toutes les possibilités des valeurs optimales pour des ouvertures de la bande interdite maximale.

Ces figures représentent également des élévations et des diminutions correspondant à la variation des gaps phononiques et photoniques simultanément. En effet, pour les cristaux phononiques, la forme de la courbe montre un écart maximal de 95% pour les valeurs $ai = a/15$ et $ri = r/1,5$ et dans le cas photonique, elle présente un écart maximum de 27% pour les valeurs de ai et ri égal à $a/5$ et $r/2,4$, respectivement.

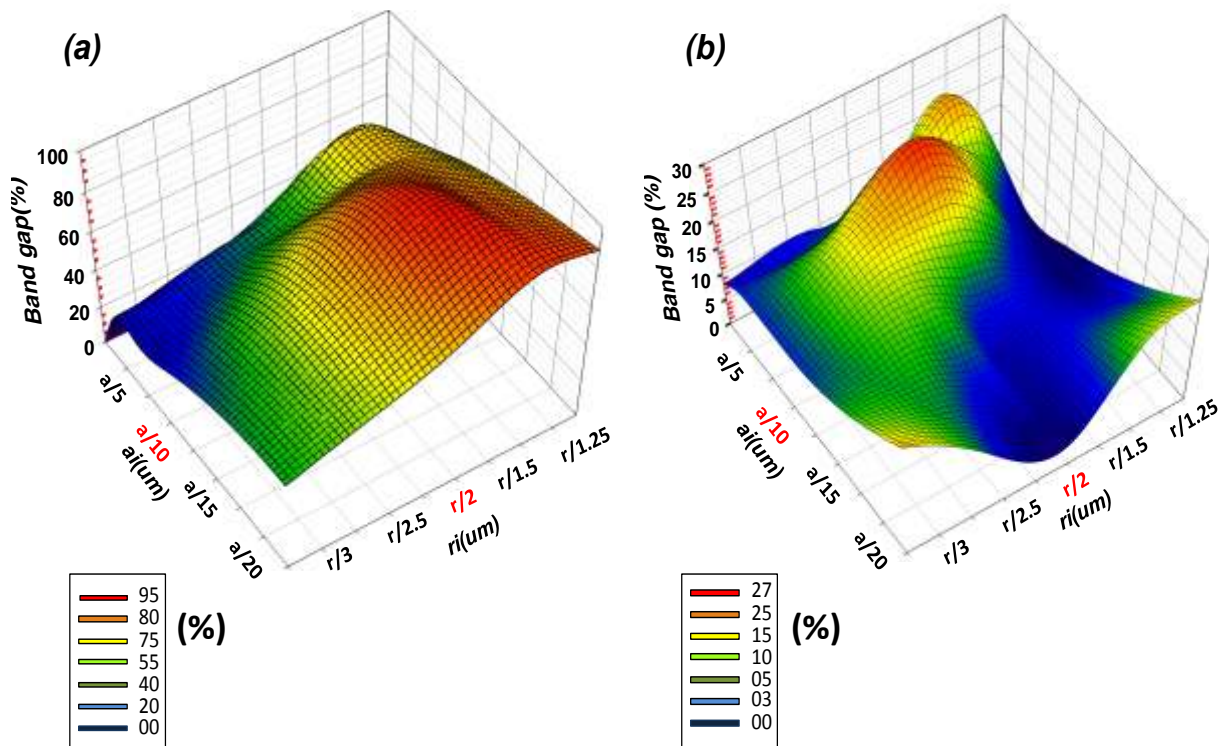


Figure III.6. 3D Évolution de la bande interdite absolue en fonction du rayon interne ri et de l'épaisseur ai pour (a) un cristal phononique et (b) un cristal photonique avec une polarisation TM.

De plus, l'étude de l'évolution en 3D du gap à la fois phononique et photonique permet de choisir une épaisseur optimale de $ai = a/10$. Comme le montre la figure III.7 qui représente l'évolution de la bande interdite absolue en fonction de ri pour l'épaisseur $ai = a/10$, un pic phononique d'une ouverture de 77% qui représente la valeur du large gap phononique absolu est observé aux valeurs de ri entre $r/2$ et $r/1,5$, et un pic photonique d'une ouverture de 20% est observé pour les valeurs de ri entre $r/2,5$ et $r/2$ qui est la valeur du gap photonique élevé. Les résultats montrent que la valeur du rayon interne $ri = r/2$ est optimale pour obtenir une largeur de la bande interdite phononique et photonique maximale de 75% et 15% simultanément.

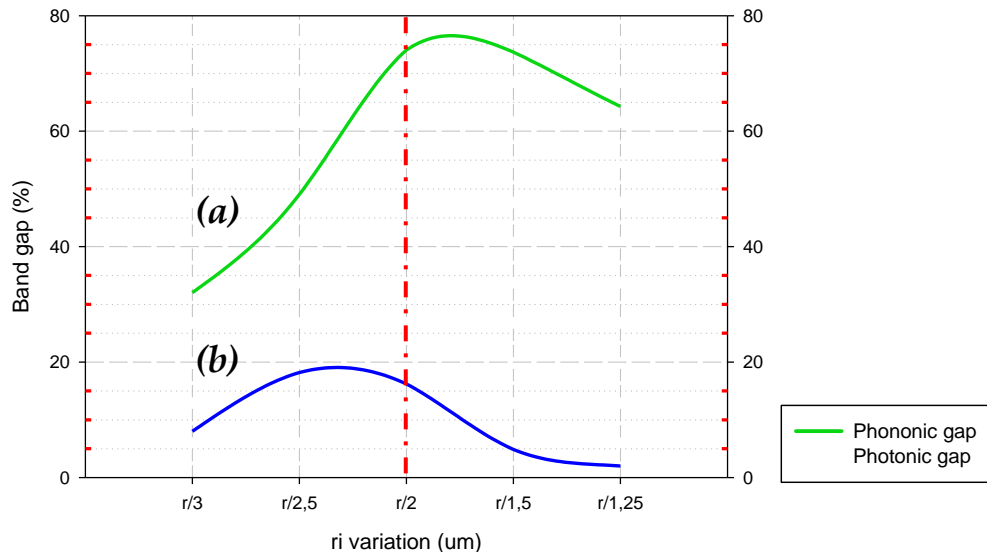


Figure III.7. Evolution de la bande interdite absolue en fonction du rayon interne r_i pour l'épaisseur $a_i = a/10$, pour (a) cristal photonique et (b) cristal photonique avec polarisation TM.

La figure III.8 montre les courbes de dispersion phononique (a) et photonique (b) TM pour la valeur optimisée $r_i = r/2$ et $a_i = a/10$. Les zones en surbrillance représentent la bande interdite absolue. Cette présentation montre un large intervalle de bande interdite absolue qui contiendra le maximum de modes phononiques et photoniques dans la cavité phoxonique.

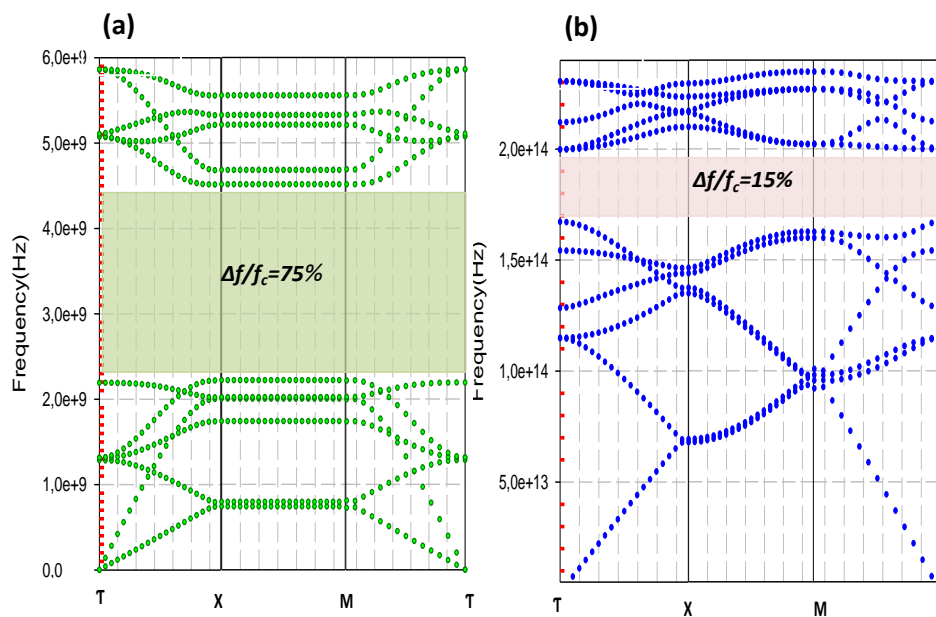


Figure III.8. Courbes de dispersion et bande interdite absolue pour $r_i = r/2$ et $a_i = a/10$ (a) cristal phononique (b) cristal photonique (TM), zones hachurées correspondant à la bande interdite, f_c est la fréquence centrale de la bande écart.

III.3.3. Optimisation du matériau

Nous appliquons cette structure aux différents matériaux Aluminium (*Al*), Dioxyde de silicium (*SiO₂*), Métal et époxy, afin d'étudier la largeur des bandes interdites phononique et photonique en fonction de la valeur du rayon interne suivant toutes les polarisations. Le tableau III.2 regroupe les paramètres élastiques et optiques des différents matériaux appliqués dans la conception des cristaux phoxoniques.

Table III.2. Paramètres optiques et élastiques.

Matériau	Masse Volumique (kg/m ³)	Constantes Élastiques (10 ¹⁰ N/m ²)			Indice de réfraction
	ρ	c_{11}	c_{12}	c_{44}	
Al	2700	10,2	5	2,60	1,1978
SiO ₂	2203	7,85	1,61	3,12	1,4585
Métal	7900	26,4	10,2	8,10	1,301
Epoxy	7780	0,754	$c_{11}-2c_{44}$	0,148	1,508

La figure III.9a montre l'évolution des bandes interdites phononique et photonique TM figure III.9b en fonction du rayon ri pour les différents matériaux cités précédemment. La largeur des bandes interdites absolue pour la polarisation TE est nulle pour tous les matériaux suivant toutes les valeurs du rayon interne. L'évolution du gap phononique croit pour tous les matériaux en fonction de ri . A l'exception du Si, l'ouverture maximale des gaps se situe aux environs de $r/l,5$. Par contre, en photonique l'évolution est différente.

L'ouverture des gaps est très faible pour certains matériaux comme l'Aluminium, l'époxy et le SiO₂. A l'exception du Si, la largeur des gaps des matériaux s'annule pour les grandes valeurs de ri . Cette figure permet de choisir la valeur de ri idéale pour des ouvertures maximales en phononique et photonique simultanément, pour avoir un cristal phoxonique. Ce choix est caractéristique du matériau considéré.

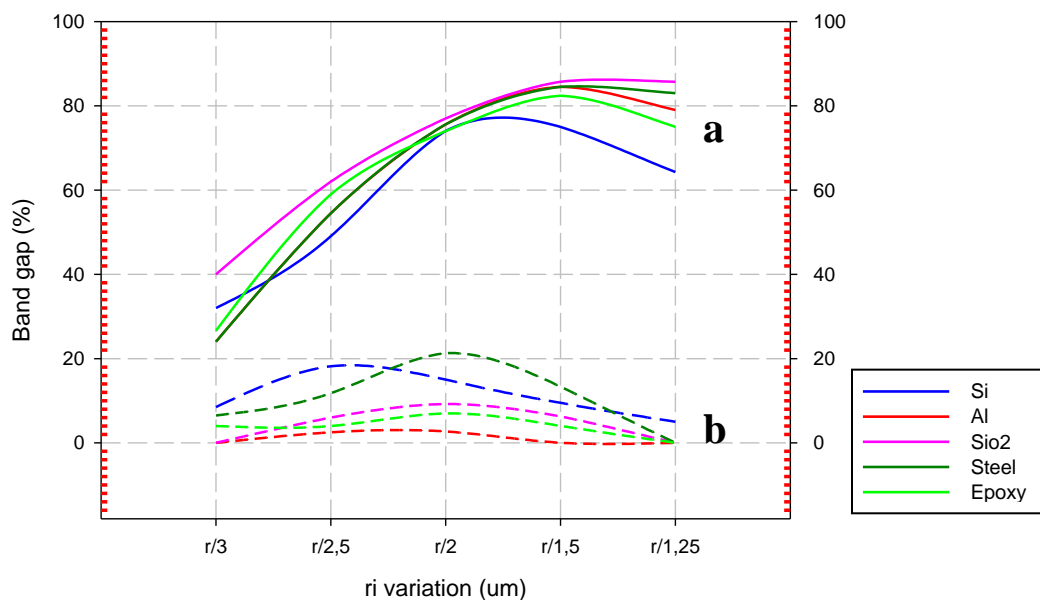


Figure III.9. Evolution de l'ouverture absolue de la bande interdite suivant le rayon interne r_i , a) cas phononique b) cas photonique polarisation (TM) pour différents matériaux.

III.4. Etude de la transmission

L'étude de la transmission des ondes élastiques et électromagnétiques dans la structure phoxonique, peut nous montrer des informations supplémentaires sur l'évolution de la largeur de la bande interdite, selon les différentes polarisations de l'onde d'excitation élastique suivant la variation géométrique ce qui était impossible à observer en courbes de dispersions. La transmission est calculée en créant une source générant des ondes de fréquences qui traversent le cristal jusqu'à ce qu'elles soient interceptées dans leur production en enregistrant les valeurs des champs de déplacement ou des champs électromagnétiques en fonction du temps.

La figure III.10 montre le mécanisme du calcul de la transmission dans le cristal phoxonique, Le schéma montre deux zones homogènes, une zone d'excitation située avant le cristal est à partir de laquelle une onde acoustique progressive est lancée. La direction x correspond alors à la direction de propagation des ondes. Une zone de détection située après le cristal et où est collecté le champ de déplacement pour le cas phononique et magnétique pour le cas photonique en fonction du temps. Les conditions aux limites appliquées dans le système est la PML selon la direction x et des conditions aux limites périodiques selon la direction y .

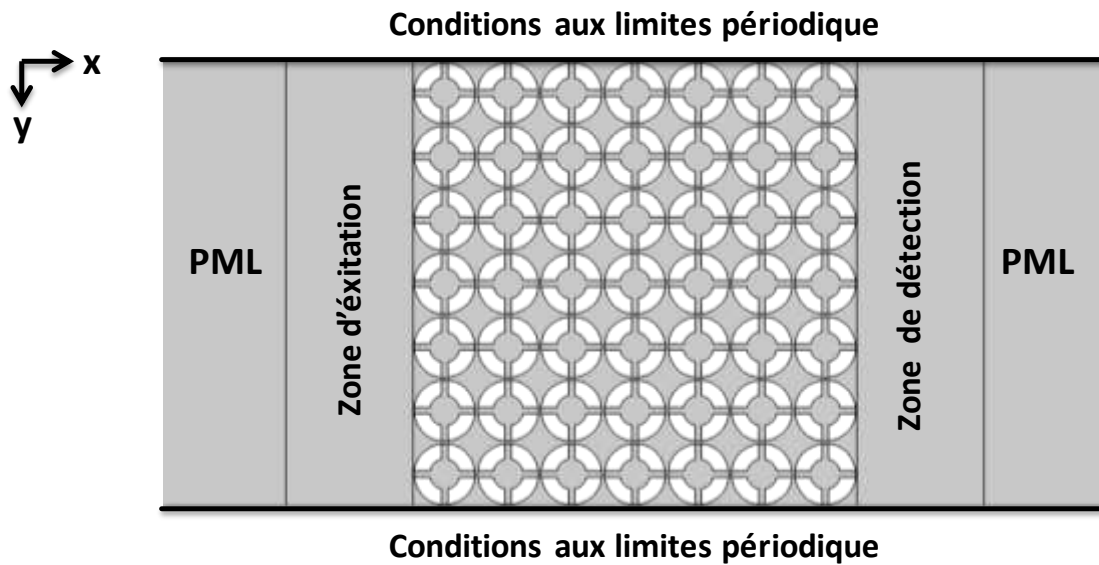


Figure III.10. Schéma d'un cristal phoxonique de dimension finie pour le calcul des courbes de transmissions phononiques et photoniques.

III.4.1. Etude de la transmission phononique

En envoyant dans la zone d'excitation du système de la figure III.1 une gamme de fréquences d'onde élastique progressive dans la direction x d'une polarisation à la fois symétrique (onde longitudinale) et antisymétrique (onde transversale), et après transmission dans le cristal phononique, certaines gammes de fréquences ne peuvent se propager par le cristal phononique, on parle alors des gammes de fréquences de la bande interdite absolue.

Le calcul des courbes de transmissions de l'onde élastique suivant la variation du rayon interne r_i est représenté dans la figure III.11a pour une excitation Symétrique, figure III.11b pour l'excitation antisymétrique.

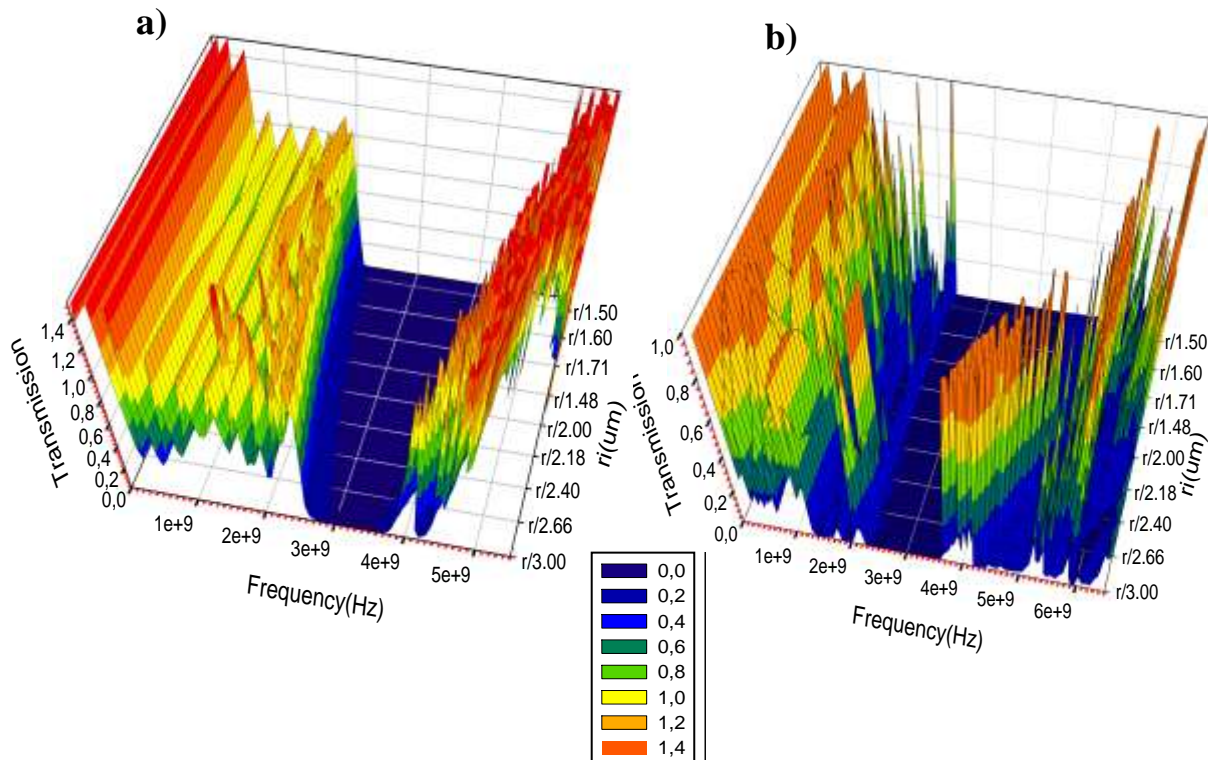


Figure III.11. Courbes de transmission phononiques en 3D suivant la variation du rayon interne r_i a) Excitation Symétrique b) Excitation antisymétrique.

La figure III.11 montre une représentation en 3D des courbes de transmissions et qui explique efficacement le comportement de la bande interdite avec la variation du rayon interne r_i pour les deux excitations symétriques (onde longitudinale) et antisymétrique (onde transversale). Nous constatons dès le premier moment que la variation du gap (couleur bleu) est progressive selon r_i : des largeurs du gap étroit sont associées aux valeurs faibles du rayon r_i et une large bande interdite pour des valeurs plus importantes de r_i . La variation de la bande interdite semble la même pour les deux excitations, mais nous pouvons détailler cette variation en faisant un échantillonnage à des valeurs de r_i et en traçant les courbes de transmission associées comme il est défini dans la figure III.12.

La figure montre des courbes de transmissions de différentes excitations symétrique et antisymétrique, et la variation des ouvertures de la bande interdite selon le rayon interne r_i est semblable par rapport à la méthode des courbes de dispersions utilisées auparavant. Cette figure montre que pour chaque valeur de r_i , il y a deux bandes interdites différentes qui sont des bandes associées aux excitations symétrique et antisymétrique.

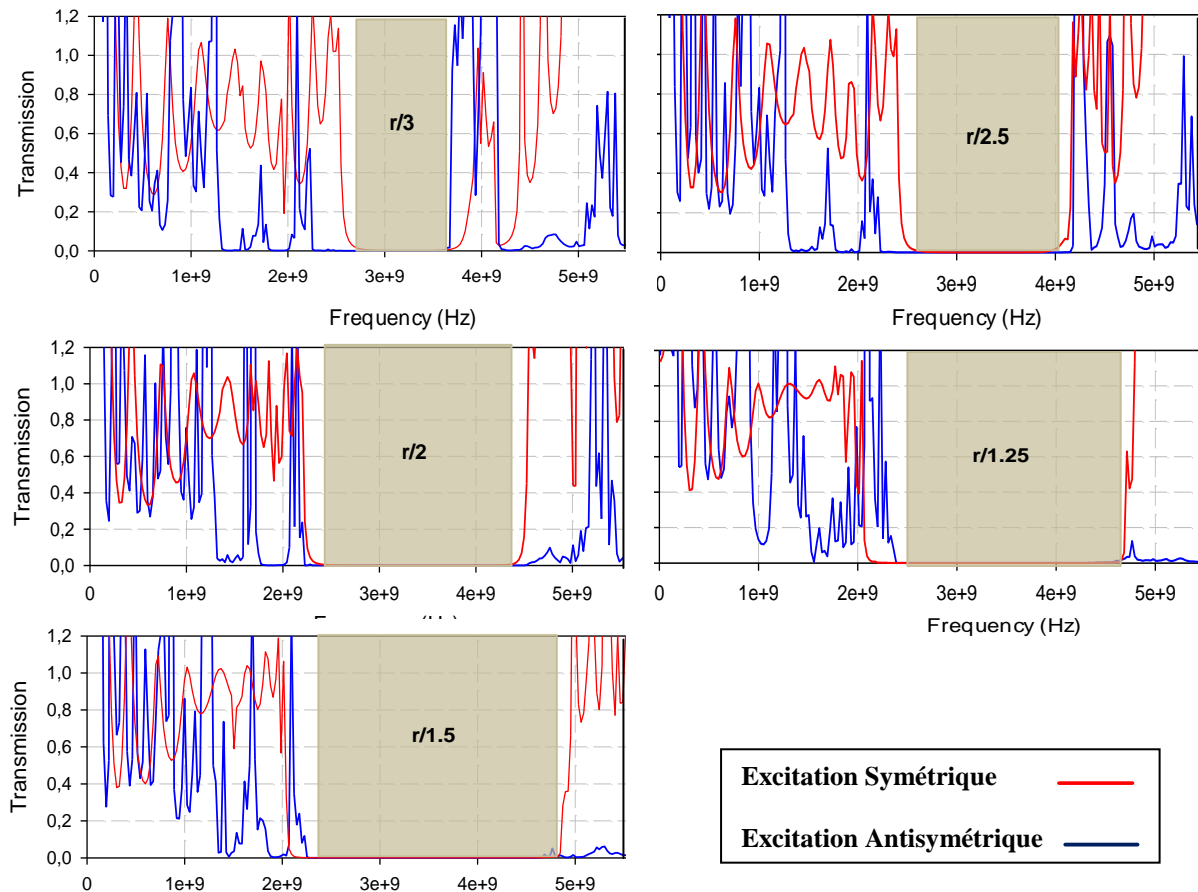


Figure III.12. Variation des courbes de transmission phononique pour les deux excitations symétrique et antisymétrique suivant les différentes valeurs du rayon interne r_i .

La variation du rayon interne r_i montre une superposition des bandes interdites symétrique et antisymétrique progressivement. Cette propriété montre que la structure présente la même bande interdite quelle que soit la nature d'excitation. Ceci est bénéfique pour certaines applications telle que le filtrage phonique.

III.4.2. Etude de la transmission photonique

De la même manière que pour le cas phononique, en envoyant dans la zone d'excitation du système de la figure III.10 une gamme de fréquences d'onde électromagnétique progressive dans la direction x d'une polarisation (TM), après transmission dans le cristal photonique, certaines gammes de fréquences ne se propagent pas dans le cristal photonique. On parle alors des gammes de fréquences de la bande interdite photonique absolue.

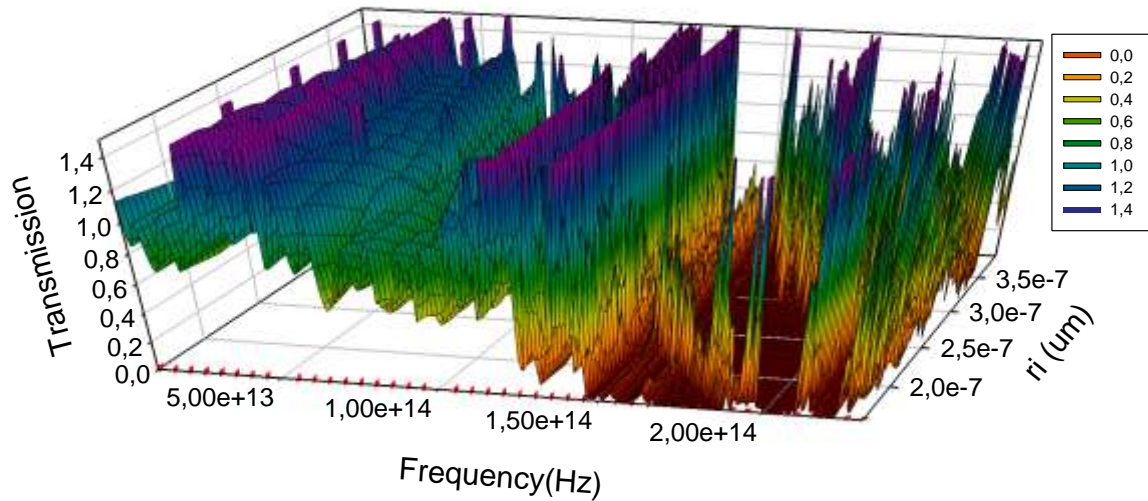


Figure III.13. Courbes de transmission photoniques d'une polarisation (TM) en 3D suivant la variation du rayon interne r_i

Le calcul des courbes de transmission électromagnétique (TM) suivant la variation du rayon r_i est représenté en 3D dans la figure III.13. Cette figure montre une transmission du signal dans le cristal jusqu'à la fréquence $1,50 \cdot 10^{14}$ (Hz). A partir de cette fréquence, c'est le début de la variation de la bande interdite comme il est défini clairement dans la figure III.14.

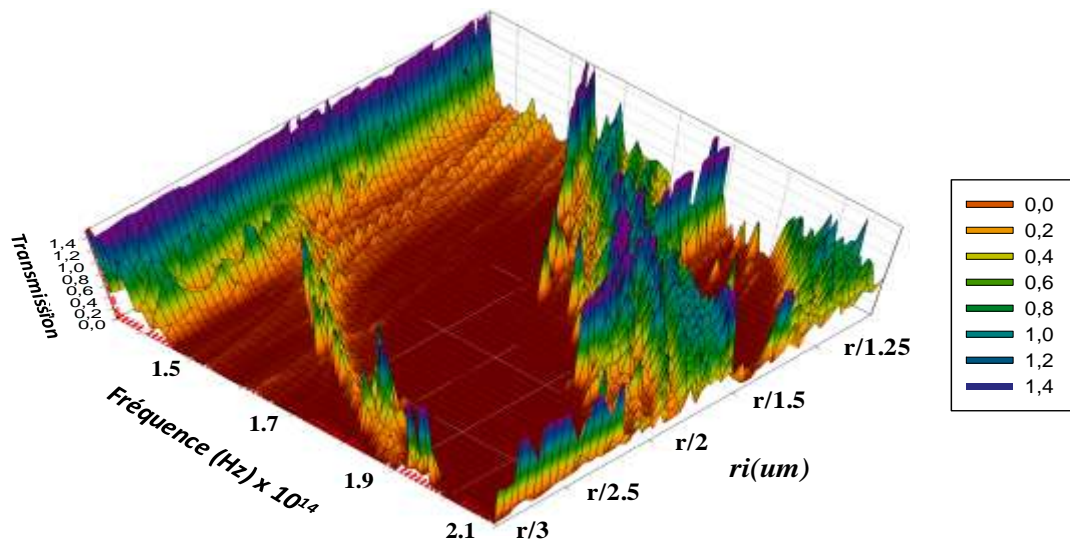


Figure III.14. Evolution de la bande interdite photonique (TM) en 3D suivant le rayon r_i .

La variation en 3D du gap nous montre un balayage de l'apparition de la bande interdite photonique et son comportement suivant le rayon interne. En faisant un échantillonnage du signal de la figure III.13, on peut avoir les courbes de transmission pour chaque valeur de r_i (figure III.15) et en déduire la largeur de la bande interdite.

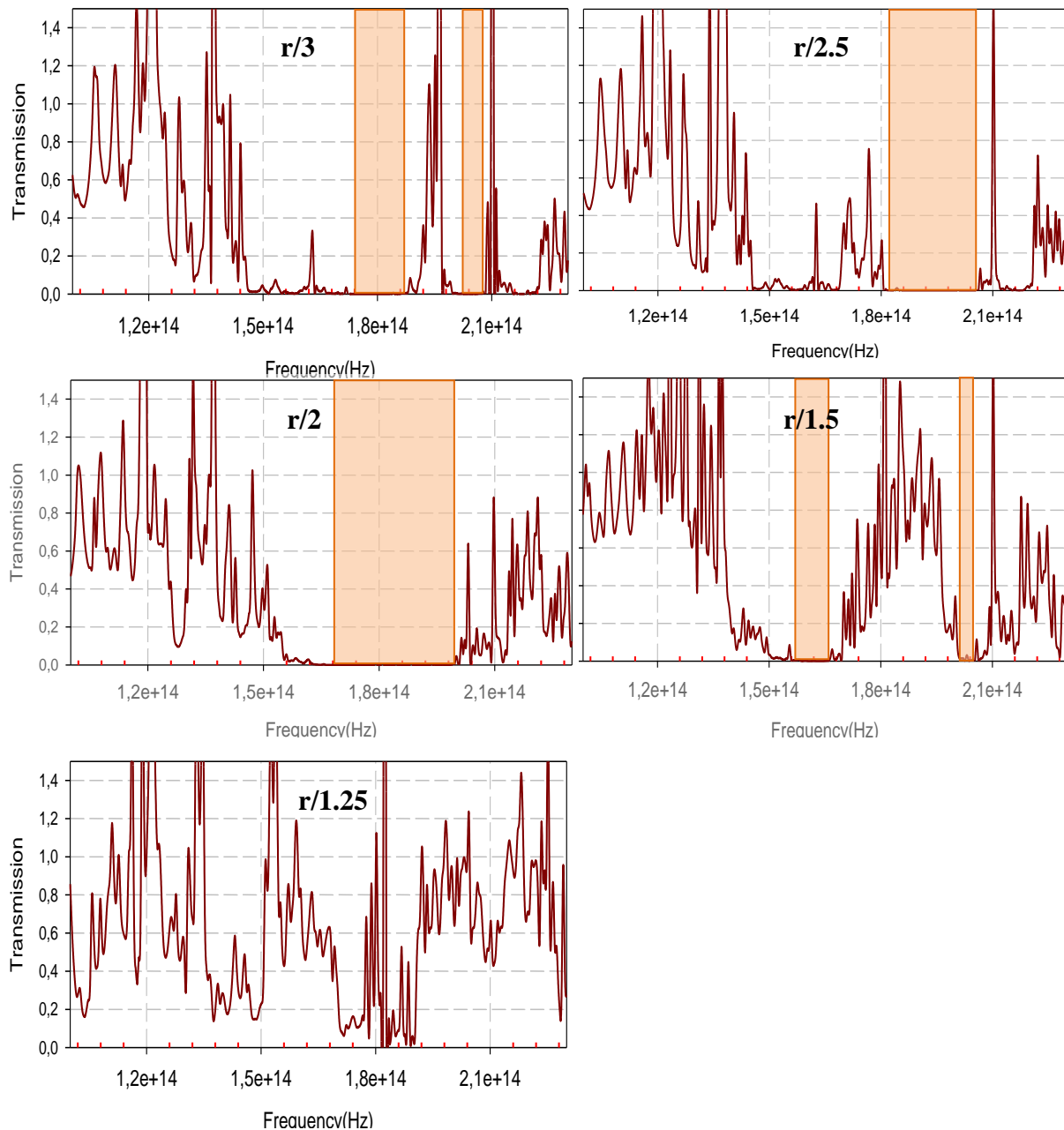


Figure III.15. Variation des courbes de transmission photonique (TM) suivant les différentes valeurs du rayon interne r_i .

Sur la figure III.15 on peut constater directement une valeur optimale pour une large bande interdite électromagnétique de la polarisation (TM) et $r_i = r/2$, comme constaté pour le calcul des courbes de dispersions. Donc l'étude en transmission donne l'évolution des bandes interdites photonique et phononique en 3D conduisent à une nouvelle investigation de la bande interdite photonique et phononique. De plus, cette étude et plus étendue en phononique permettant de tracer des courbes en transmission pour les deux polarisation symétrique et

antisymétrique pour le cas phononique où il était impossible de voir les courbes de dispersion qui étaient un mélange des branches symétrique et antisymétrique.

La figure III.16 montre les courbes de dispersion et de transmission pour la valeur optimisée de $r_i = r/2$ et le gap absolu pour la structure du cristal phoxonique proposé.

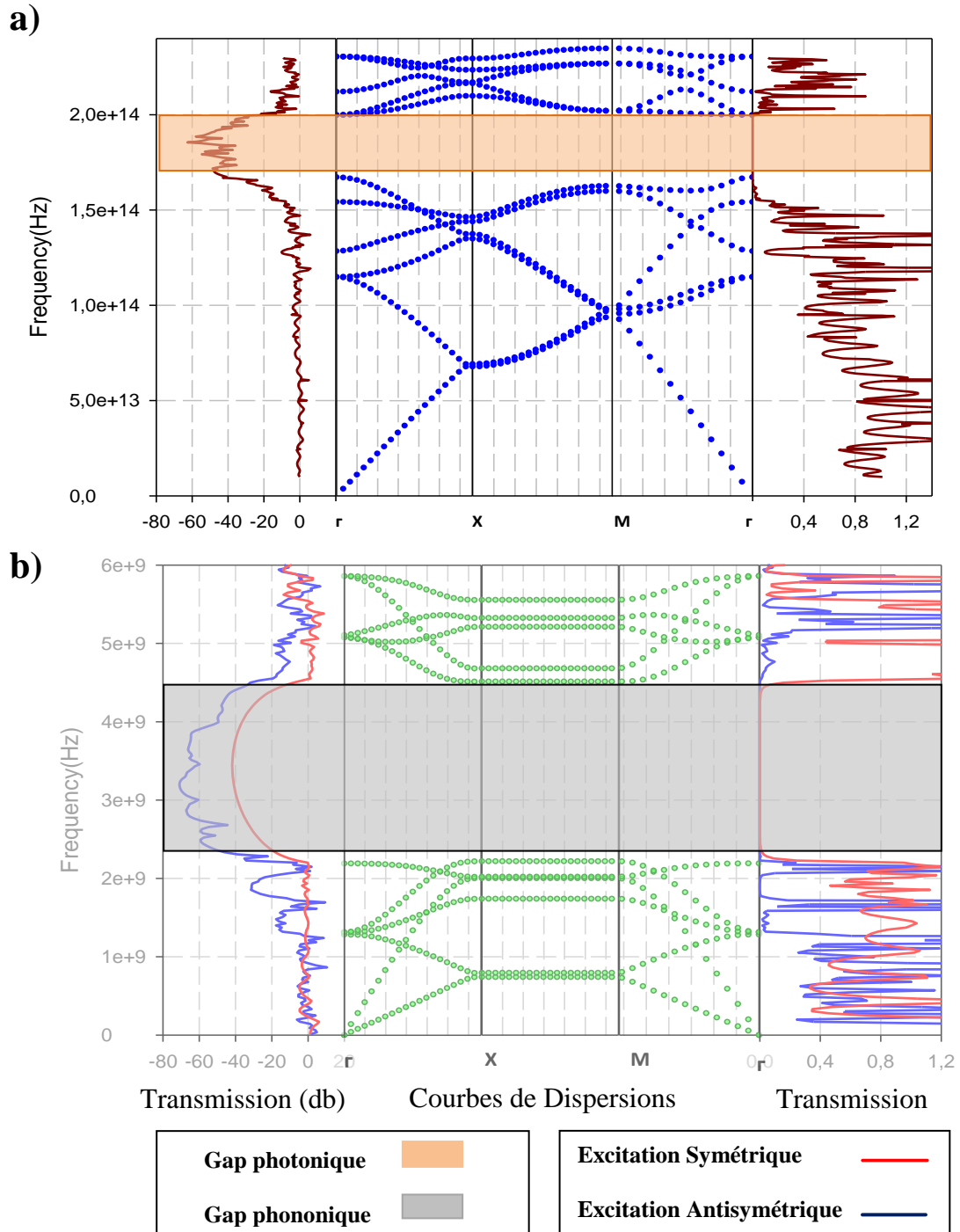


Figure III.16. Courbes de dispersion et de transmission pour la structure optimisé a) cas photonique, polarisation TM b) cas phononique polarisation symétrique et antisymétrique.

La figure III.17 montre une présentation des courbes de dispersions et de transmission phononique pour les deux excitations symétrique et antisymétrique de la structure référence, la structure du cristal phoxonique en absence du disque inséré dans les trous d'air.

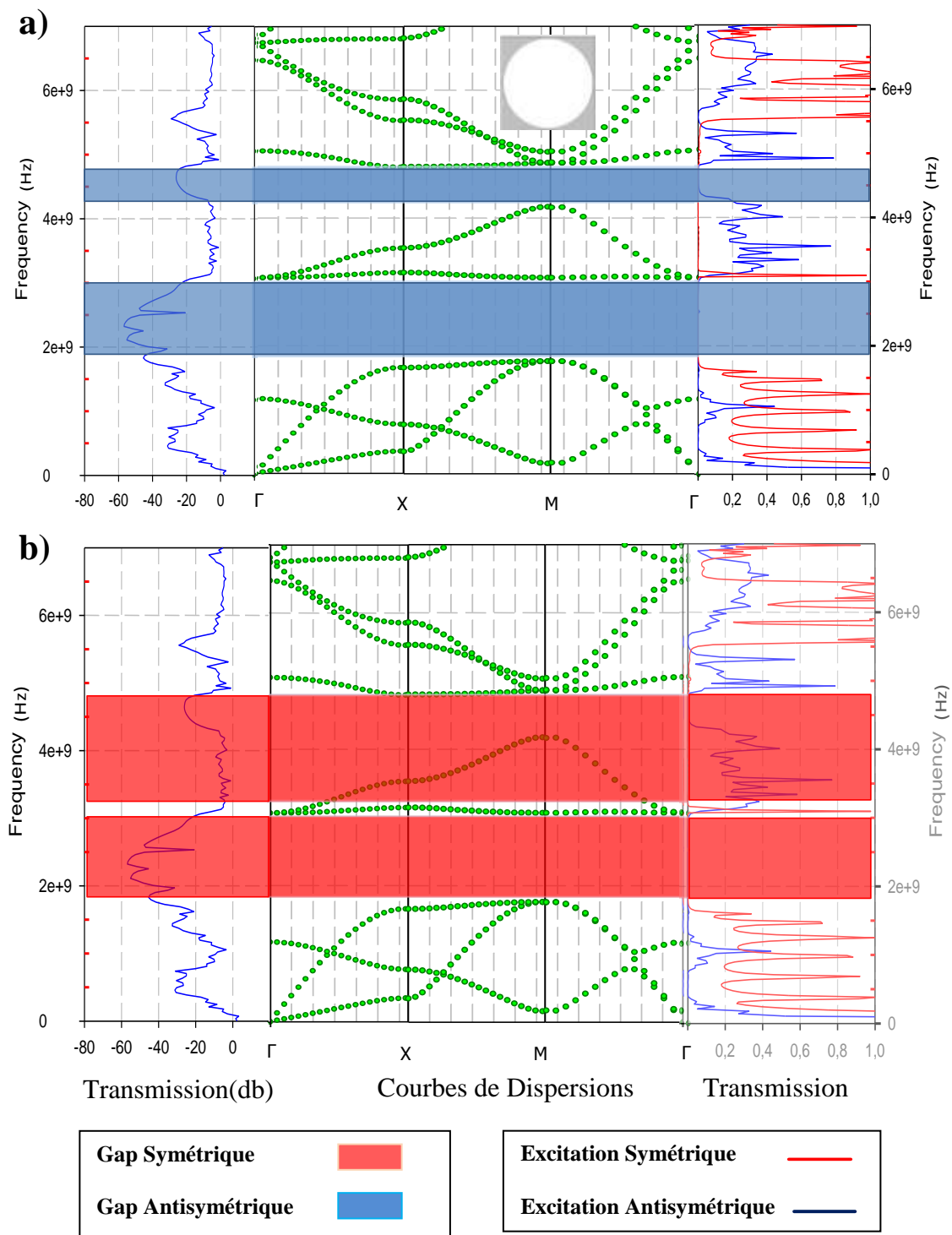


Figure III.17. Courbes de dispersion et de transmission phononique a) excitation antisymétrique, b) excitation symétrique, pour la structure référence en absence du disque inséré dans les trous.

Cette représentation montre que le gap phononique est différent d'une excitation à une autre. Pour le cas antisymétrique, on obtient deux bandes interdites dans la plage de fréquence de [1,8-3]Ghz et [4,25-4,75]Ghz plus étroite et pour le cas symétrique des bandes interdites entre [1,8-3]Ghz et [3,25-4,75]Ghz.

En comparant les résultats obtenus dans la figure III.16b qui correspond au cas phononique en présence du disque inséré dans les trous d'air, on confirme l'avantage très intéressant pour cette structure où les bandes interdites phononique antisymétrique et symétrique sont identiques avec une large bande de fréquence entre [2,3-4,5]Ghz.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons modélisé un cristal phoxonique dans le but de créer une cavité optomécanique. La simulation du gap en fonction des paramètres géométriques en utilisant le logiciel COMSOL MULTIPHYSICS basé sur la méthode des éléments finis a permis de montrer que la valeur du rayon interne $r_i = r/2$ est optimale pour obtenir une largeur phononique et photonique (TM) maximale de 75% et 15% simultanément. Cette ouverture obtenue pour le Si reste la meilleure par rapport aux gaps de l'aluminium, de SiO₂ et de l'époxy. L'étude approfondie en transmission nous a montré que les bandes interdites apparaissent simultanément en excitation symétrique et antisymétrique.

Bibliographie :

- [1] Z. Wang, T.-B. Yu, T.-B. Wang, W.-X. Liu, N.-H. Liu, Q. Liao, Acousto-optic interactions for terahertz wave using phoxonic quasicrystals, Journal of Physics D: Applied Physics ,(2018).
- [2] T. Joshi, J.-H. Kang, L. Jiang, S. Wang, T. Tarigo, T. Lyu, S. Kahn, Z. Shi, Y.-R. Shen, M.F. Crommie, Coupled One-Dimensional Plasmons and Two-Dimensional Phonon Polaritons in Hybrid Silver Nanowire/Silicon Carbide Structures, Nano Letters. 17 ,3662–3667, (2017).
- [3] R.N. Patel, C.J. Sarabalis, W. Jiang, J.T. Hill, A.H. Safavi-Naeini, Engineering phonon leakage in nanomechanical resonators, Physical Review Applied. 8 , 041001, (2017).

- [4] J. Chen, S. Huo, Investigation of dual acoustic and optical asymmetric propagation in two-dimensional phoxonic crystals with grating, *Optical Materials Express*. 7 ,1716–1724, (2017).
- [5] T.-X. Ma, Y.-S. Wang, C. Zhang, Simultaneous Guidance of Surface Acoustic and Surface Optical Waves in Phoxonic Crystal Slabs, *Crystals*. 7 , 350, (2017).
- [6] H. Ge, X. Ni, Y. Tian, S.K. Gupta, M.-H. Lu, X. Lin, W.-D. Huang, C.T. Chan, Y.-F. Chen, Experimental Observation of Acoustic Weyl Points and Topological Surface States, *ArXiv Preprint ArXiv:1803.00828*,(2018).
- [7] F. Li, X. Huang, J. Lu, J. Ma, Z. Liu, Weyl points and Fermi arcs in a chiral phononic crystal, *Nature Physics*. 14,30, (2018).
- [8] R. Zhang, J. Sun, Design of silicon phoxonic crystal waveguides for slow light enhanced forward stimulated Brillouin scattering, *Journal of Lightwave Technology*. 35 ,2917–2925, (2017).
- [9] F.G. Santos, Y.A. Espinel, G.O. Luiz, R.S. Benevides, G.S. Wiederhecker, T.P.M. Alegre, Hybrid confinement of optical and mechanical modes in a bullseye optomechanical resonator, *Optics Express*. 25, 508–529, (2017).
- [10] Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. *The finite element method for solid and structural mechanics*; Elsevier, (2005).
- [11] J.N. Reddy, *Solutions Manual for an Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-hill, (2017).
- [12] G. Romano, R. Barretta, M. Diaco, F.M. de Sciarra, Constitutive boundary conditions and paradoxes in nonlocal elastic nanobeams, *International Journal of Mechanical Sciences*. 121,151–156, (2017).
- [13] Q. Yang, A.C. To, Multiresolution molecular mechanics: A unified and consistent framework for general finite element shape functions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 283, 384–418, (2015).
- [14] B. Hiatt et University of Southampton : *Photonic Crystal Modelling Using Finite Element Analysis*. Thèse de doctorat, (2002).

[15] S. BAHLAK : Contribution à l'étude d'un modulateur acousto-optique à puits quantiques. Thèse de doctorat, (1997).

[16] Dreischarf, M.; Zander, T.; Shirazi-Adl, A.; Puttlitz, C. M.; Adam, C. J.; Chen, C. S.; Goel, V. K.; Kiapour, A.; Kim, Y. H.; Labus, K. M. Comparison of eight published static finite element models of the intact lumbar spine: predictive power of models improves when combined together. *Journal of biomechanics*, 47, 1757–1766, (2014).

Chapitre IV

Les modes phononiques et photoniques combinés dans une cavité optomécanique

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons étudier la cavité créée au centre d'un cristal phoxonique à réseaux carrés fabriqués à partir de silicium en utilisant le défaut ponctuel correspondant à l'omission d'un trou de la structure : cavité « L1 ». Par la suite, la conception, les diagrammes de dispersion phononiques et photoniques et la fréquence de résonance de la cavité sont numériquement analysés par la méthode des éléments finis (FEM). L'obtention des bandes interdites est une condition essentielle au confinement des ondes optiques et acoustiques dans les cristaux photoniques et phononiques, essentiellement le confinement d'une onde dans un défaut de la structure. Aussi, l'ensemble des résultats établis précédemment sont largement exploités afin de choisir les paramètres géométriques adéquats dans notre cas de la structure pour l'étude du confinement des ondes dans un cristal phoxonique : la recherche de modes de défauts. En outre, nous démontrons l'existence d'un grand nombre de modes de cavité phoxonique bien localisés avec un facteur de qualité élevé de 10^5 . Cette configuration de structure est signe de promesses considérables en ce qui concerne le confinement simultané des ondes acoustiques et optiques.

IV.2. Cavité phoxonique

La conception géométrique des cavités phoxoniques ou optomécaniques [1-3], est un point important aussi pour réaliser l'interaction acousto-optique [4,5]. En effet, nous avons vu précédemment que l'optimisation géométrique de la cellule unitaire est la base pour l'obtention d'un large gap phononique et photonique, cette optimisation qui va nous permettre de créer une cavité dans le cristal phoxonique choisi dans le but d'avoir des modes de résonances phononiques et photoniques pour favoriser des interactions acousto-optiques ou un couplage phonon photon.

Nous utilisons dans nos calculs la méthode de la supercellule qui permet d'établir les diagrammes de dispersion de manière analogue à une cellule unitaire [6]. Dans ce qui suit, seule la direction du vecteur d'onde suivant ΓX est considérée. Le calcul numérique est effectué sur la base d'une supercellule 7×7 dans laquelle nous imposons des conditions périodiques sur chacun des segments du carré (figure III.2.b) [7]. Pour ce modèle, la cavité est répétée périodiquement dans le plan (x, y) avec une période $7a$, cette distance entre cavité a été optimisée de manière à ne pas augmenter le temps de calcul tout en évitant le couplage entre deux cavités voisines.

IV.2.1. Courbes de dispersion du cavité phoxonique

L'analyse de la variation des courbes de dispersions d'une cavité phoxonique a été récemment étudiée en tenant compte de la géométrie de la cavité soit en rajoutant des structures à l'intérieur ou en manipulant la disposition des trous. La création d'une cavité en enlevant un trou (cavité L1, figure III.2.b) dans la structure parfaite a introduit de nouvelles branches plates à l'intérieur des bandes interdites phononiques et photoniques. Leurs courbes de dispersion sont tracées le long d'une seule direction (ΓX) de la zone de Brillouin car les branches associées aux modes localisés ont une vitesse de groupe nulle et sont donc indépendantes du vecteur d'onde. La figure IV.1 représente les courbes de dispersion du cristal phoxonique en fonction du rayon interne r_i , la cavité est créée en remplissant dans le cristal parfait un trou d'air avec du silicium. Elles sont élargies en fréquences dans la région de la bande interdite correspondant aux zones hachurées.

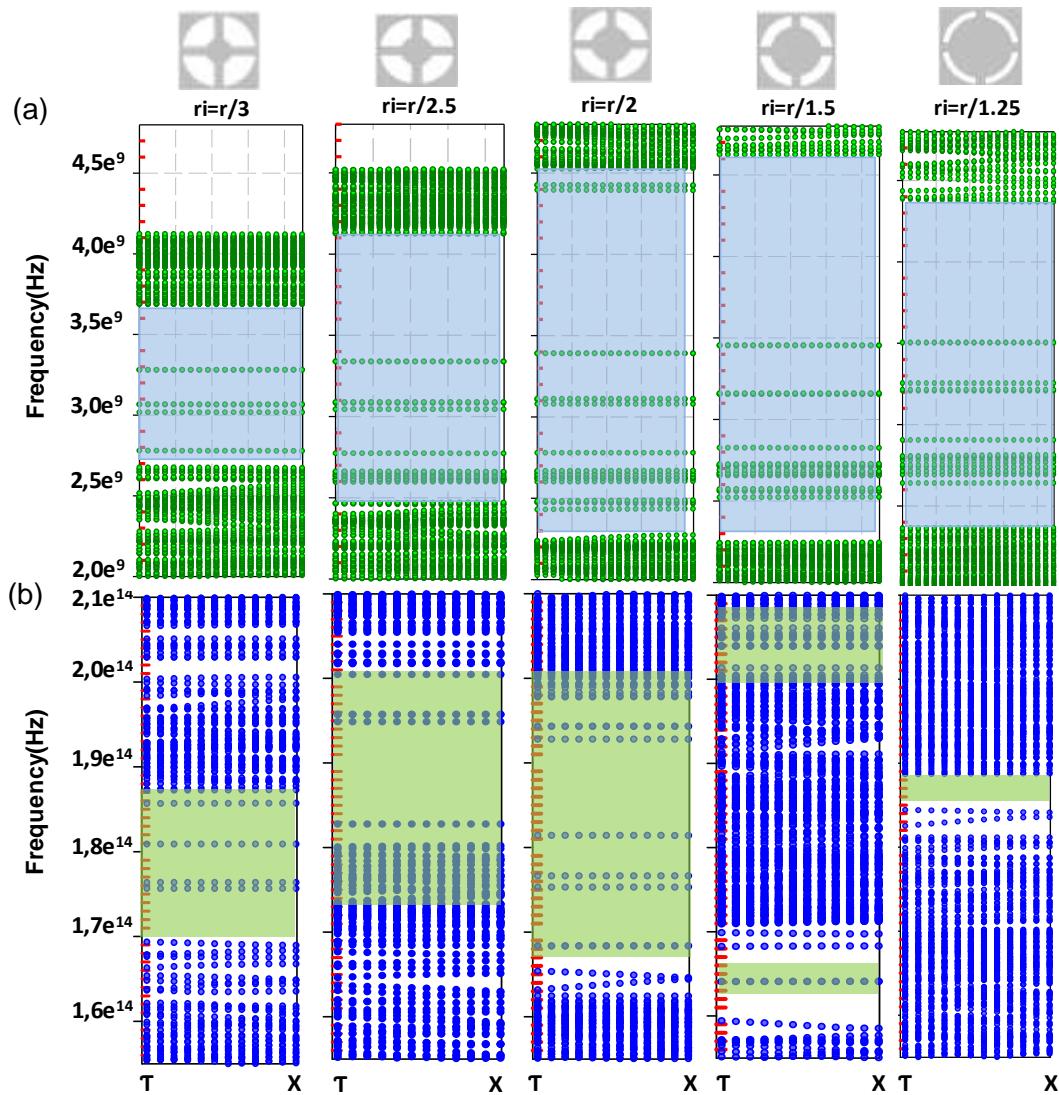


Figure IV.1. Présentation de la bande interdite absolue en fonction du rayon interne ri et de l'épaisseur ai pour (a) une cavité phononique et (b) une cavité photonique avec une polarisation TM.

IV.2.2. Les Modes phononiques et photoniques de la cavité phoxonique

Plusieurs travaux ont étudié des optimisations géométriques dans des cavités phoxoniques [8-12], dans le but de multiplier le nombre des modes phononiques et photoniques avec une bonne localisation [13]. Dans ces travaux, les auteurs ont choisi une cavité en forme L3 (une rangée de trois trous est retirée) et qui a pu fournir plusieurs modes photoniques et phononiques à l'intérieur des bandes interdites. En effet, ils ont d'abord étudié une cavité L1 simple (un seul trou enlevé) et ont constaté qu'elle fournit seulement un mode photonique qui peut se coupler avec un seul mode phononique. Ils ont choisi la cavité L3 qui présente plus de

modes photoniques avec un confinement plus élevé, donnant un couplage plus intense avec les modes phononiques.

Dans cette partie nous montrons que notre choix du rayon interne r_i de la structure ajoutée à l'intérieur des trous d'air, est optimisé pour avoir le plus grand nombre des modes phononique et photonique bien localisés dans la cavité. On procède à une comparaison avec la structure en absence du disque inséré.

La figure IV.1.a montré la présence des modes de cavités phononiques pour toutes les valeurs de r_i . Leurs positions en fréquence varient faiblement. Nous pouvons observer aussi la naissance des branches plates associées à des modes à hautes fréquences pour la valeur de $r_i=r/2$. Dans le cas de la cavité photonique (figure IV.1.b), nous obtenons des branches plates insérées dans le gap pour les valeurs de r_i se trouvant entre $r/3$ et $r/2$ et des variations brusques des positions en fréquences des branches plates. La valeur de $r_i=r/1,5$ décompose le gap précédent en deux gaps rétrécis avec apparition des branches à basses et hautes fréquences distribuées sur ces derniers. Pour la valeur de $r_i=r/1,25$, il y a l'absence des branches dans le présent gap étroit qui explique une absence des modes de cavité photonique pour cette valeur.

Notre travail consiste à étudier la largeur des bandes interdites et les courbes de dispersion de la cellule élémentaire et de la cavité du cristal phoxonique et leur évolution en faisant varier le rayon r_i dans le but d'optimiser la valeur idéale de r_i correspondant à une largeur du gap absolue pour obtenir le maximum des modes phononiques et photoniques bien localisés. Ces derniers peuvent agir sur l'interaction entre le mode phononique et photonique.

D'après les calculs effectués, notre étude aboutit au choix de la valeur optimale du gap à la fois phononique et photonique, dans l'intervalle de r_i entre $r/2,5$ et $r/2$ puisque le gap photonique se décompose au voisinage de la valeur $r/1,5$. Ce choix reste strictement lié au nombre des modes correspondant à ces valeurs et à leurs localisations.

Les courbes de dispersion de la cavité phoxonique (figure IV.1) permettent de designer l'apparition des modes phononiques et photoniques, mais cela reste global et insuffisant. Pour y remédier et trouver la bonne localisation des modes et leurs natures, on calcule les cartes des champs élastique et électromagnétique pour les différentes valeurs de r_i . La figure IV.2 montre une représentation élargie et des informations multiples sur la présence, la localisation et les

fréquences de résonances des modes phononiques et photoniques. Cette représentation va nous permettre d'optimiser la valeur idéale du rayon ri .

Pour la valeur de $ri=r/2,5$ nous obtenons 6 modes phononiques bien localisés et 6 modes photoniques avec un mode 1 moins localisé. Par contre pour la valeur de $ri=r/2$ nous avons 9 modes phononiques et 11 modes photoniques bien localisés.

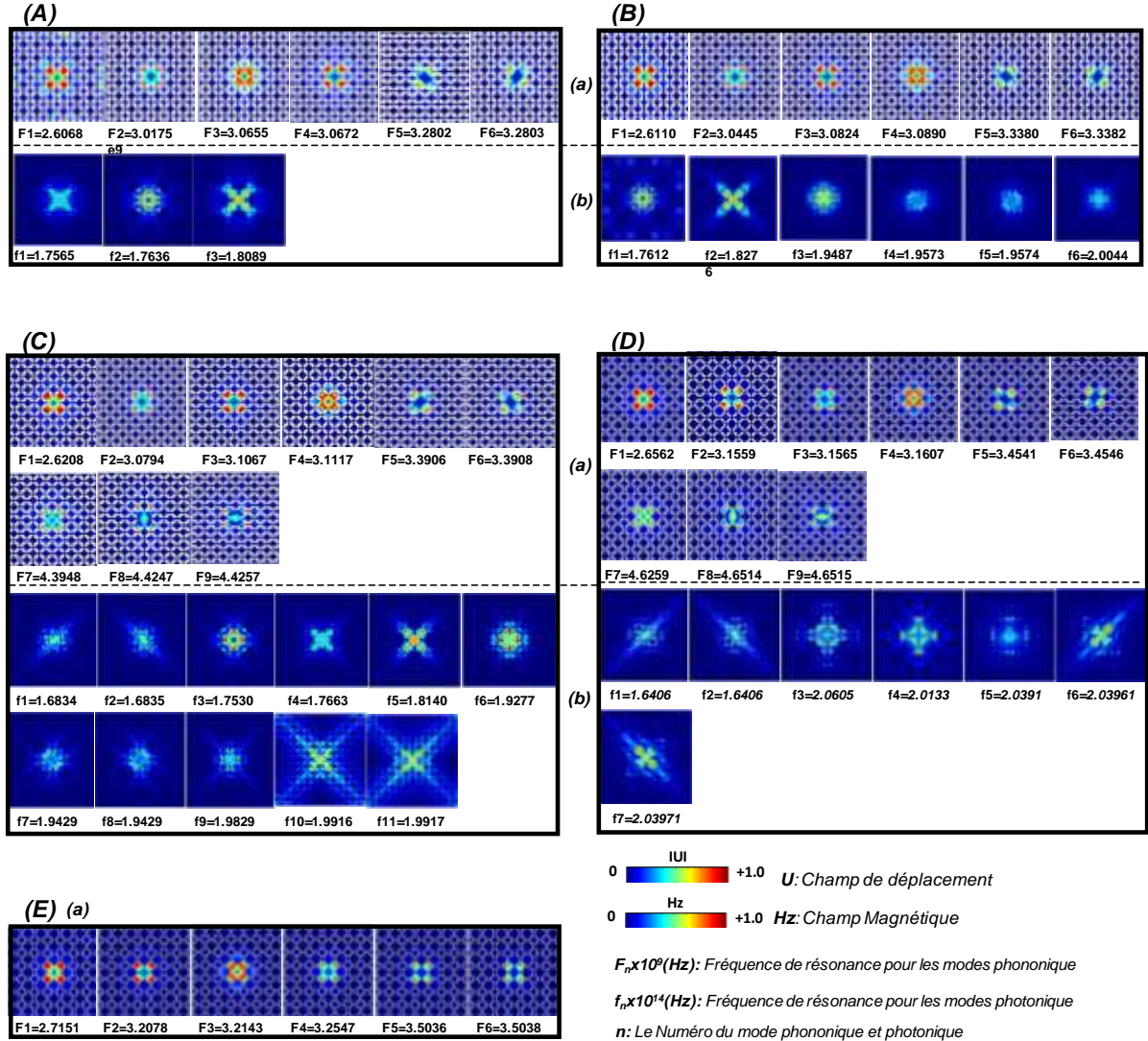


Figure IV.2. Présentation des cartes des champs phononiques a) et photoniques b) pour les différentes valeurs du rayon interne ri . A), B), C), D) et E) correspondent à $r/3, r/2,5, r/2, r/1,5$ et $r/1,25$ respectivement.

Nous constatons que la cartographie des champs a montré le nombre des modes phononiques et photoniques et leur localisation. Une bonne localisation sur la carte du champ correspond à une branche bien plate dans le gap de la cavité du cristal phoxonique, contrairement à un mode moins localisé qui présente une branche un peu courbée.

En conclusion, nous pouvons confirmer notre choix pour la valeur $ri=r/2$ qui donne un large gap de 75% en phononique et de 15% en photonique et le maximum des modes phononiques et phoniques bien localisés. L'évolution des fréquences de résonances des modes est différente entre le cas phononique (de l'ordre de $F_n \times 10^9 \text{ Hz}$) et le cas photonique (de l'ordre de $F_n \times 10^{14} \text{ Hz}$). La figure IV.3.b illustre bien cette différence où les traits verticaux représentent la largeur des gaps et les traits horizontaux montrent l'évolution des modes de cavité.

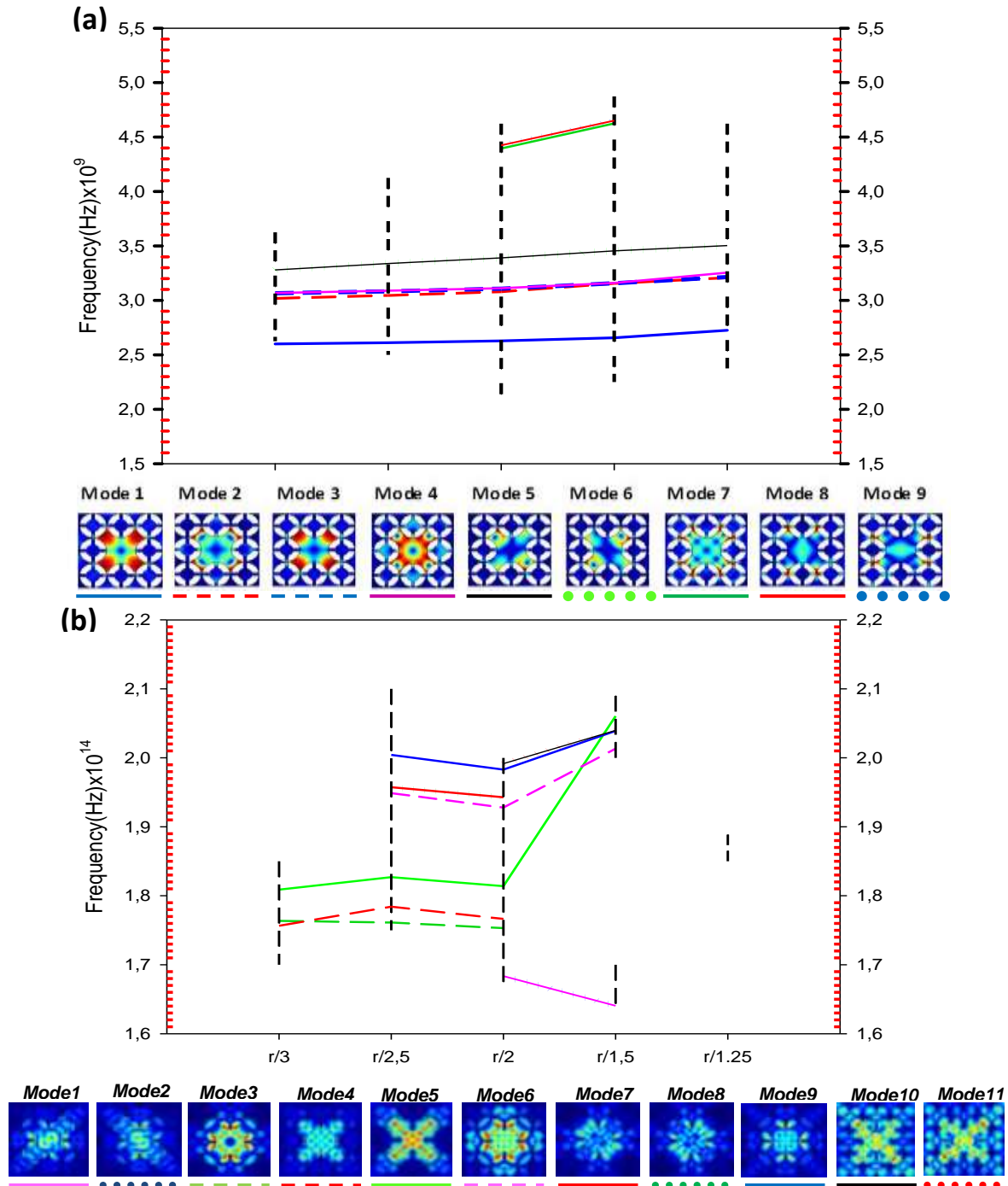


Figure IV.3. Evolution de la fréquence de résonance des modes en fonction de la variation du rayon interne ri : (a) cas phononique, (b) cas photonique.

En effet, la présence de la bande interdite phononique et photonique est une condition importante pour la localisation des modes de la cavité. La largeur de cette bande influe sur la position de la fréquence des modes localisés. Comme on peut le voir sur la figure IV.3a, les modes 1 à 5 ont une variation de fréquence inférieure.

Quelle que soit la largeur de la bande interdite, tous les modes sont situés dans la bande interdite pour toutes les valeurs de ri . D'autre part, la présence des modes de résonance 7, 8 et 9 nécessite une large bande interdite du fait de leur fréquences élevées. Ces modes sont visibles et localisés pour les valeurs de $ri = r/2$ et $r/2,5$ et leurs évolutions en fréquence sont rapides. On peut observer leurs fortes pentes illustrées sur la figure. Par conséquent, ces modes à haute fréquence sont plus sensibles à la variation géométrique.

Pour le cas photonique, il est un peu différent, vu les variations brusques de la position des bandes interdites, comme nous avons déjà signalé que la présence des modes est associée à l'apparition de la bande interdite. Pour cela, la variation des fréquences de résonance des modes photoniques va suivre les variations des bandes interdites associées, comme il est indiqué sur la figure IV.3b.

Il y a des modes qui apparaissent à basses fréquences comme le mode 1 et 2 qui sont contenus dans les bandes interdites associées au rayon $r/2$ et $r/1,5$.

Les modes 3 et 4 apparaissent dans les bandes interdites associées aux valeurs $r/3$, $r/2,5$ et $r/2$. Pour le mode 5 on note sa présence pour toutes les valeurs de ri , pour les modes de 6 jusqu'à 11 qui sont des modes de hautes fréquences leur localisation est dans les bandes interdites associées aux valeurs $r/2,5$, $r/2$ et $r/1,5$. Cette figure peut nous montrer que seule la bande interdite associée a la valeur de $ri=r/2$ contient tous les modes photoniques.

Pour illustrer l'évolution temporelle du mode phononique 1, qui représente un mode de pression traction exercé sur les diagonales de la cavité pour les deux cas figure IV.4a en absence [14] et IV.4b en présence du disque au centre du trous d'air. La figure montre la cartographie des champs de déplacements phononiques à chaque $1/4$ de la période.

Les couleurs du bleu au rouge foncé représentent les valeurs absolues des déplacements normalisés. Ces cartographies donnent une vue globale de l'évolution de la déformation et de la géométrie de la cavité en fonction du temps.

Les flèches nous renseignent d'une part sur le sens de la déformation de la cavité aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $\Omega t = 3\pi/2$ et d'autre part sur l'absence de la déformation aux instants $\Omega t = 0, \pi$ et 2π .

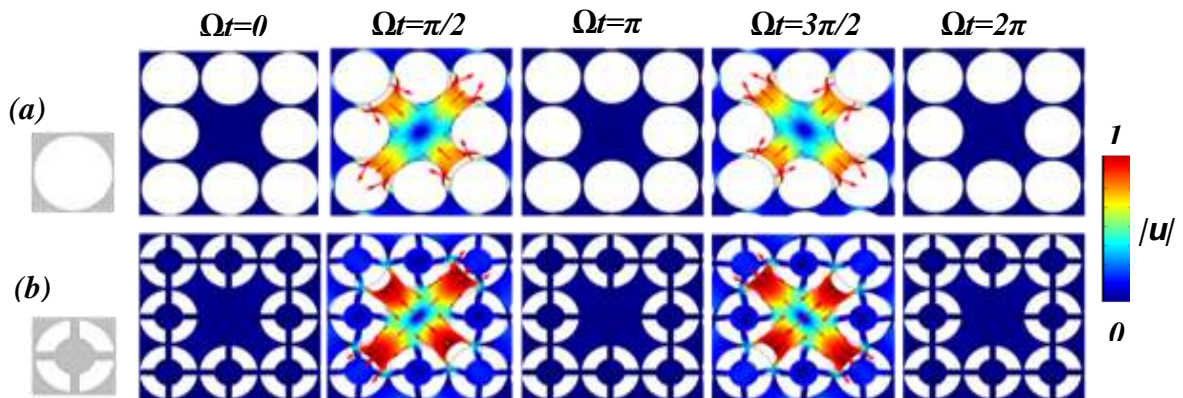


Figure IV.4. Evolution des déplacements du mode phononique 1 de la cavité en fonction du temps pour $\Omega t = \pi/2$ et $\Omega t = 3\pi/2$, a) cavité de référence[14], b) cavité en présence du disque.

Nous pouvons remarquer que la présence de disque avec un rayon interne de $r_i = r/2$ à l'intérieur de la structure rend la déformation plus importante et les forces exercées sur les parois sont plus focales.

De la même manière les autres modes sont représentés aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $\Omega t = 3\pi/2$ dans la figure IV.5. L'évolution dans le temps du Mode 1 est telle que la cavité est étirée le long d'une diagonale et contractée le long de l'autre pendant une demie période acoustique. Le Mode 2 est un mode de torsion avec deux mouvements de sens différents, dans ce cas la cavité est tordue dans deux sens inverses entraînant une rotation dans le plan pendant une période acoustique ($0 < \Omega t < 2\pi$), où t est le temps et Ω la pulsation phononique. Pour le mode 3, la cavité est alternativement étirée le long d'un côté du réseau carré pendant que l'autre côté se contracte. Le mode 4 montre un mouvement de respiration avec une déformation homothétique de la forme de la cavité. Enfin, les Modes 5 et 6 sont dégénérés et leurs distributions des champs sont orthogonales.

Les modes 7,8 et 9 apparaissent en présence du disque placé au centre de la structure influant sur les modes cachés par rapport à la structure de référence. Le mode 7 représente un mode de torsion aussi, avec un mouvement dans le sens des aiguilles d'une montre à l'intérieur et dans le sens inverse exercé sur les parois de la cavité. Les modes 8 et 9 font apparaître des déformations de cisaillement.

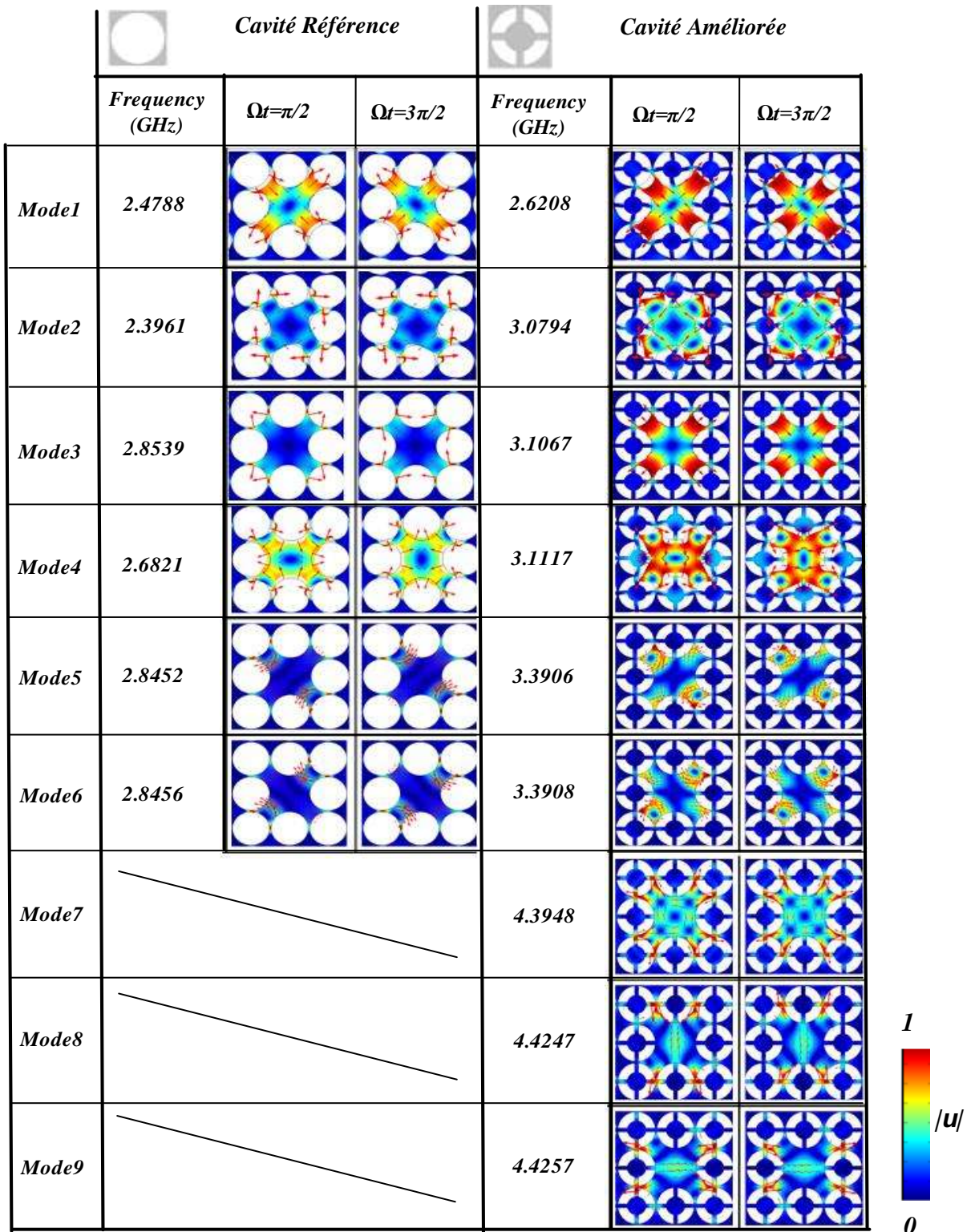


Figure IV.5. Evolution des déplacements des modes de cavité acoustiques en fonction du temps pour $\Omega t = \pi/2$ et $\Omega t = 3\pi/2$, a) cavité de référence [14], b) cavité en présence du disque.

Les modes phononiques peuvent être classés en fonction de leurs symétries, par rapport aux deux plans de symétrie P et P' de la cavité [14], représentés dans figure IV.6. On analyse la

symétrie des modes à partir des cartes des champs de la figure IV.5, vis à vis des plans P et P' les modes phononique (1) et (2) sont de symétrie (Antisymétrique-Antisymétrique), (3) et (4) de symétrie (Symétrique-Symétrique). Les deux autres modes (5) et (6) sont dégénérés et l'une des présentations pourrait être (Antisymétrique-Symétrique) pour (5) et (Symétrique-Antisymétrique) pour (6). Le mode (7) est d'une symétrie (Antisymétrique-Antisymétrique), les modes 8 et 9 sont de symétrie (Symétrique Antisymétrique) et (Antisymétrique-Symétrique) respectivement.

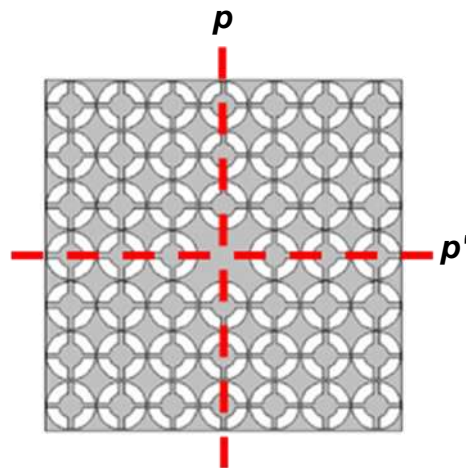


Figure IV .6. Représentation de la cavité phoxonique avec les plans de symétries (p, p')

Plusieurs travaux ont montré que la symétrie des modes phononiques est essentielle pour estimer la valeur du couplage optomécanique [13,14]. En effet, quelle que soit la symétrie du mode photonique, les taux de couplage s'annulent, sauf si le mode acoustique est de symétrie (Symétrique-Symétrique) par rapport aux deux plans de symétrie de la cavité ($p-p'$). Cependant, lorsqu'on a des modes photoniques dégénérés, les modes correspondants peuvent donner un couplage différent de zéro, même avec un mode phononique qui n'est pas de symétrie (Symétrique-Symétrique) [13,14].

IV.2.3. Calcul des déformations

Comme on a vu précédemment comment la figure II.5 représente des cartes de champs des modes phononiques pour les deux cas (présence et absence du disque inséré dans les trous d'air) ou on a pu conclure les natures et la symétrie des modes par rapport au plan de symétrie de la cavité phoxonique. Cette symétrie influence fortement l'interaction acousto-optique

selon [14], c'est à dire la valeur du taux de couplage acousto-optique des mouvements des interfaces et photoélastique.

Un autre facteur important peut influencer la valeur du taux de couplage acousto-optique des mouvements des interface $g_{OM,MI}$, c' est la déformation de la cavité induite par les différents mouvements des modes phononiques qui peuvent se traduire par l'intégrale du déplacement normalisé u de la cavité selon l'équation (II-36).

$$g_{OM,MI} = - \frac{\omega^{(0)} \int (u \cdot \hat{n}) (\Delta \varepsilon_{12} |E_{\parallel}|^2 - \Delta \varepsilon_{12}^{-1} |D_{\perp}^{(0)}|^2) ds}{2 \int E * D dv}$$

La figure IV.7 montre les courbes de déplacements normalisés ($\int u ds$) de la cavité phoxonique en absence du disque (cas référence) et en présence de disque (selon le rayon interne r_i) pour les deux modes phononique (Mode 1 et 3) symétrique par rapport au plan (p,p') de la cavité.

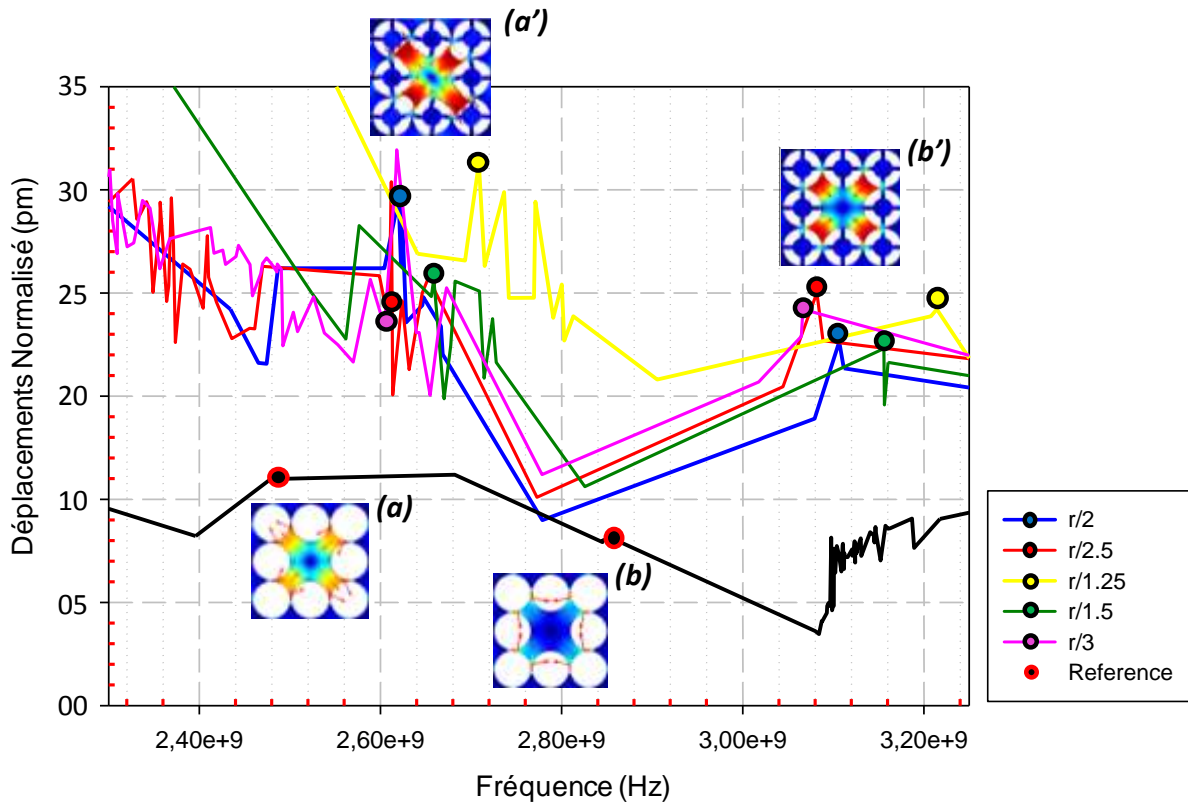


Figure IV.7. Représentation des déformations normalisées en Picomètre (pm) pour le Mode 1 et 3 en absence du disque (a et b) et présence du disque (a' et b') respectivement.

La représentation des déformations de la cavité pour le cristal référence montre une légère augmentation à partir de la fréquence 2,4 Ghz suivie d'une stabilité jusqu'à la valeur 2,7 Ghz, au-delà de cette fréquence, une diminution intéressante de la valeur du déplacement a été observée.

Pour le cas où le disque est inséré à l'intérieur des trous d'air, les valeurs des déplacements sont en général plus importantes et diffèrent d'un rayon à l'autre. Pour $r_i=r/3$, $r/2,5$, $r/2$ et $r_i=r/1,5$ les déplacements sont très proches. Une forte diminution à partir de la fréquence 2,65 Ghz où on observe une égalité de déplacement entre le cas référence et le cas de présence du disque pour le rayon $r_i=r/2$ à la fréquence 2,77 Ghz.

Pour $r_i=r/1,25$, on obtient les valeurs de déplacement les plus importantes. Au-delà de la fréquence 2,8 Ghz, une diminution légère a été notée en comparant avec les autres valeurs du rayon interne r_i .

L'augmentation des déformations de la cavité, augmente le déplacement des interfaces air/solide, l'intensité des déplacements est liée à la nature des mouvements des modes phononiques confinés dans la cavité.

Notre étude est focalisée sur deux modes phononiques (mode 1 et 3) qui sont des modes symétriques par rapport au plan ($p-p'$) de la cavité. Cette propriété est une condition maîtresse qui agit fortement sur l'augmentation du taux de couplage acousto-optique [14].

D'autre part, d'après la formule (II-36) l'augmentation de la valeur du taux de couplage acousto-optique des mouvements des interfaces $g_{OM,MI}$, est liée à la valeur de l'intégrale du déplacement normalisé associée au mode phononique localisé dans la cavité.

La figure IV.7 montre les valeurs des déplacements du mode 1 en absence du disque (a) et présence du disque (a') d'une valeur de (12 et 30) Pm respectivement, pour le mode 3, en absence du disque (b) et présence du disque (b') d'une valeur de (7 et 25) Pm .

D'après ces valeurs des déplacements normalisés associés au mode phononique localisé dans la cavité, on obtient qu'en présence du disque on aura une multiplication de deux à trois de la valeur des déplacements par rapport au cristal référence.

On peut conclure donc que la valeur du taux de couplage $g_{OM,MI}$ des mouvements des interfaces augmente en insérant le disque à l'intérieur des trous d'air en comparant avec la structure référence (en absence du disque).

IV.3. Etude en transmission

Comme nous l'avons présenté précédemment, l'étude en transmission a pu nous donner des informations supplémentaires sur l'évolution en 3D des bandes interdites photonique et phononique (Excitation Symétrique, Antisymétrique) et leur superposition selon les différentes valeurs de r_i .

Dans cette partie, l'étude de la transmission va nous permettre de faire une investigation sur les modes phononiques et leur apparition dans le gap d'excitation Symétrique ou Antisymétrique. Cette étude est importante pour choisir la polarisation de l'onde élastique pour le rayon interne associé. La figure IV.8 montre une représentation en 3D des bandes interdites phononiques a) excitation Symétrique, b) excitation antisymétrique) et présente des pics à l'intérieur qui représentent des modes phononiques pour les deux excitations.

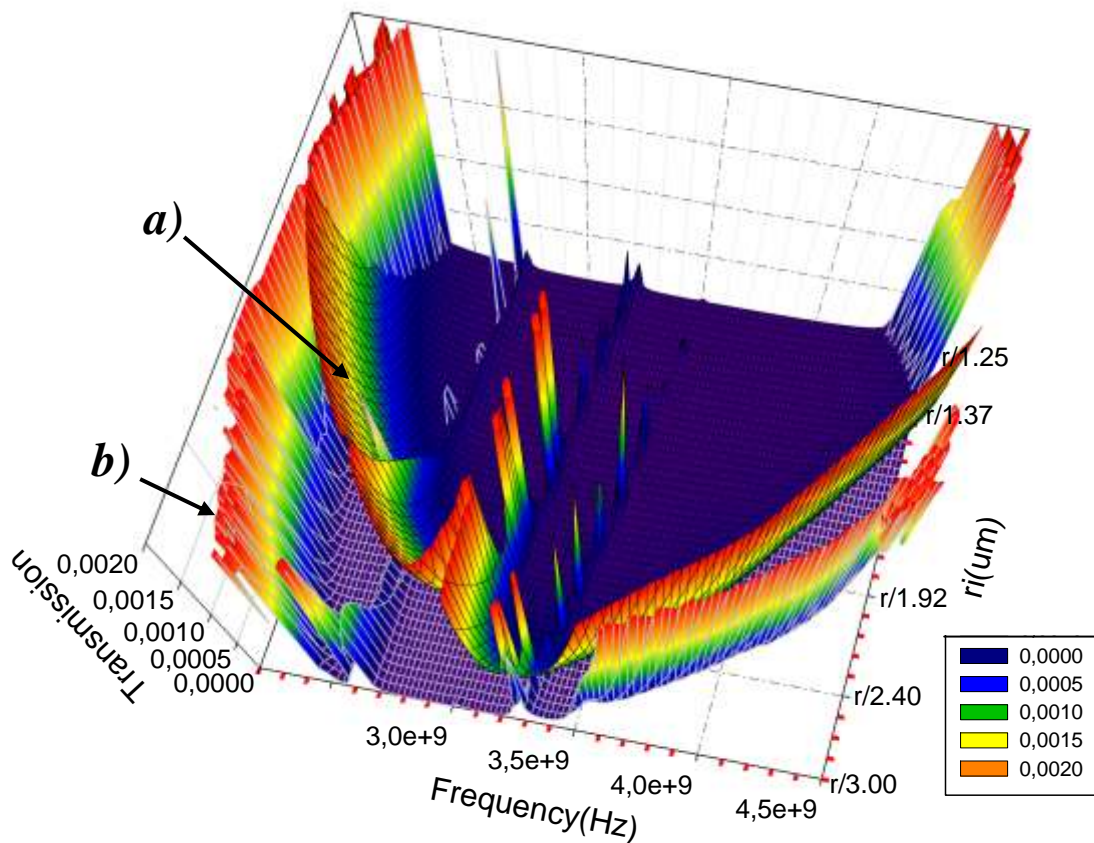


Figure IV.8. Investigation des modes phononiques dans les cavités phononique associée à a) excitation Symétrique b) excitation Antisymétrique.

En faisant une coupe de la courbe 3D de la figure IV.8 pour la valeur du rayon $r_i = r/2$ comme titre d'exemple, on obtient en détail les modes phononiques associés à chaque excitation (figure IV.9). Cette figure montre clairement que l'apparition d'un mode phononique est relié à la nature de la polarisation de l'onde élastique.

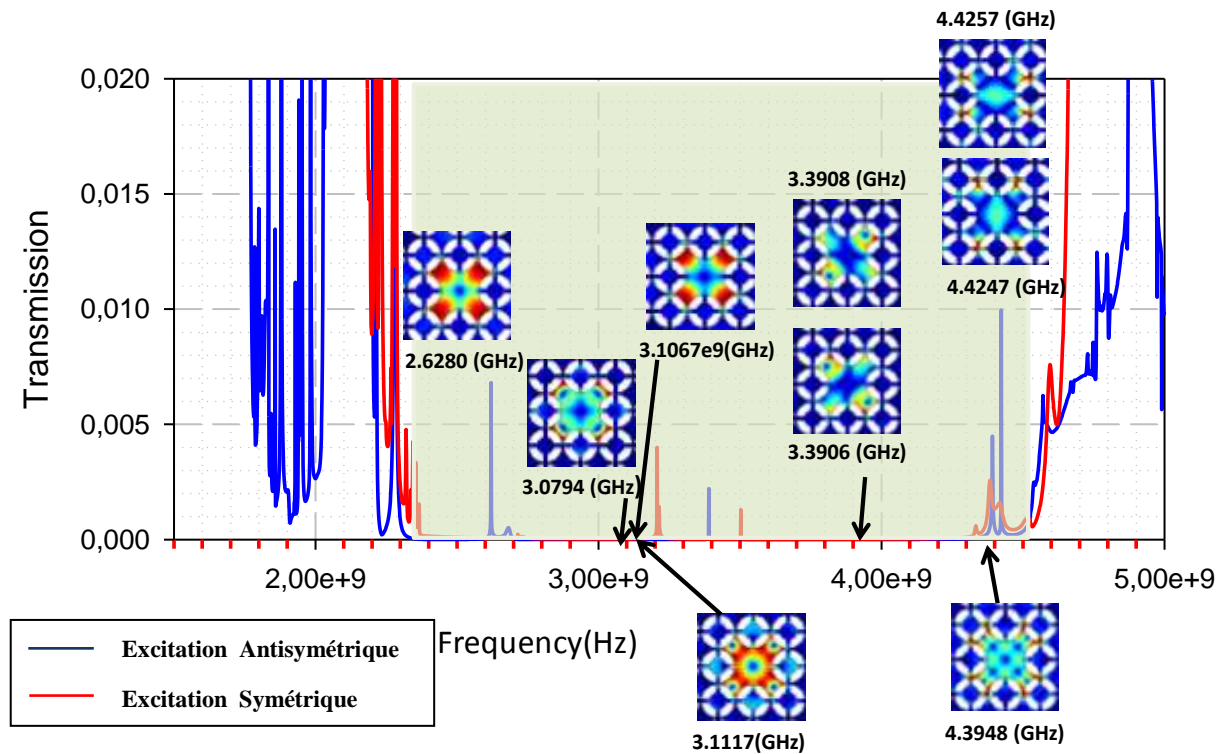


Figure IV.9. Courbes de transmission phononique pour $r_i = r/2$ avec les deux polarisations, la zone hachurée représente la bande interdite, à l'intérieur des pics associés aux modes de résonance de la cavité phononique.

La figure IV.10 montre des courbes de transmission des modes phononiques pour la valeur $r_i = r/2$. Cette représentation montre qu'il y a des modes qui apparaissent dans les deux excitations symétrique et antisymétrique. Cela veut dire pour les deux polarisations avec la même fréquence de résonance on a les modes 1,2, 3,4 et 5. Il y a des modes qui apparaissent pour une seule polarisation comme le cas du mode 7 et 8 résultant de l'excitation antisymétrique, tandis que les mode 6 et 9 résultent de l'excitation Symétrique. Donc, le choix de la nature de la polarisation est important pour choisir le mode ciblé. La figure IV.11 montre une nette représentation des modes phononiques pour les différentes valeurs de r_i . Cette figure montre que la présence du mode pour certaines polarisations (symétrique ou antisymétrique) est liée à la valeur du rayon r_i (Il y a des modes qui changent leurs apparitions, une fois en excitation

symétrique et une autre fois en antisymétrique et une autre fois dans les deux en même temps).

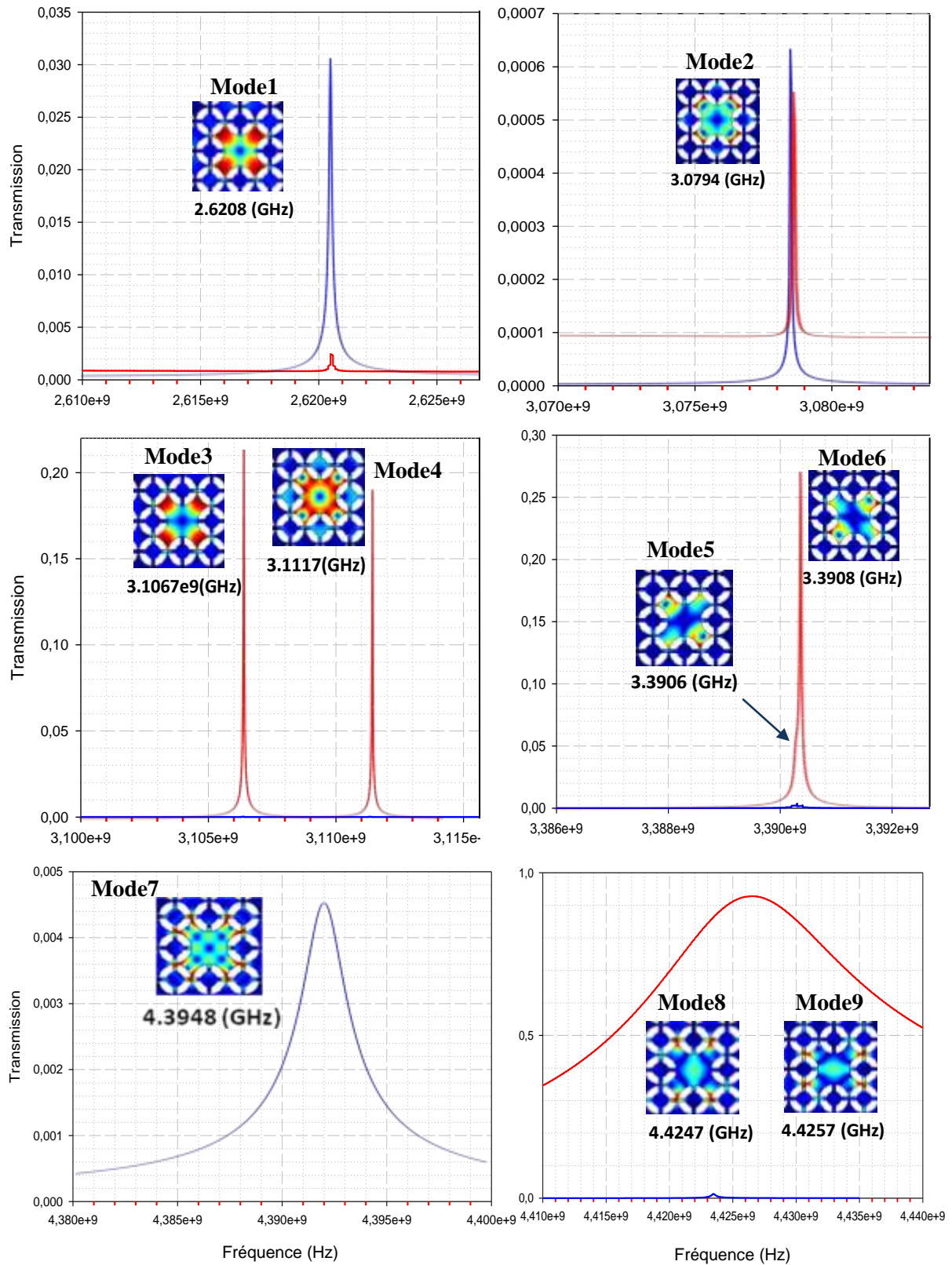


Figure IV.10. Courbes de transmissions des modes phononiques pour $r_i = r/2$ avec les deux polarisations (en rouge polarisation Symétrique), (en bleu polarisation Antisymétrique).

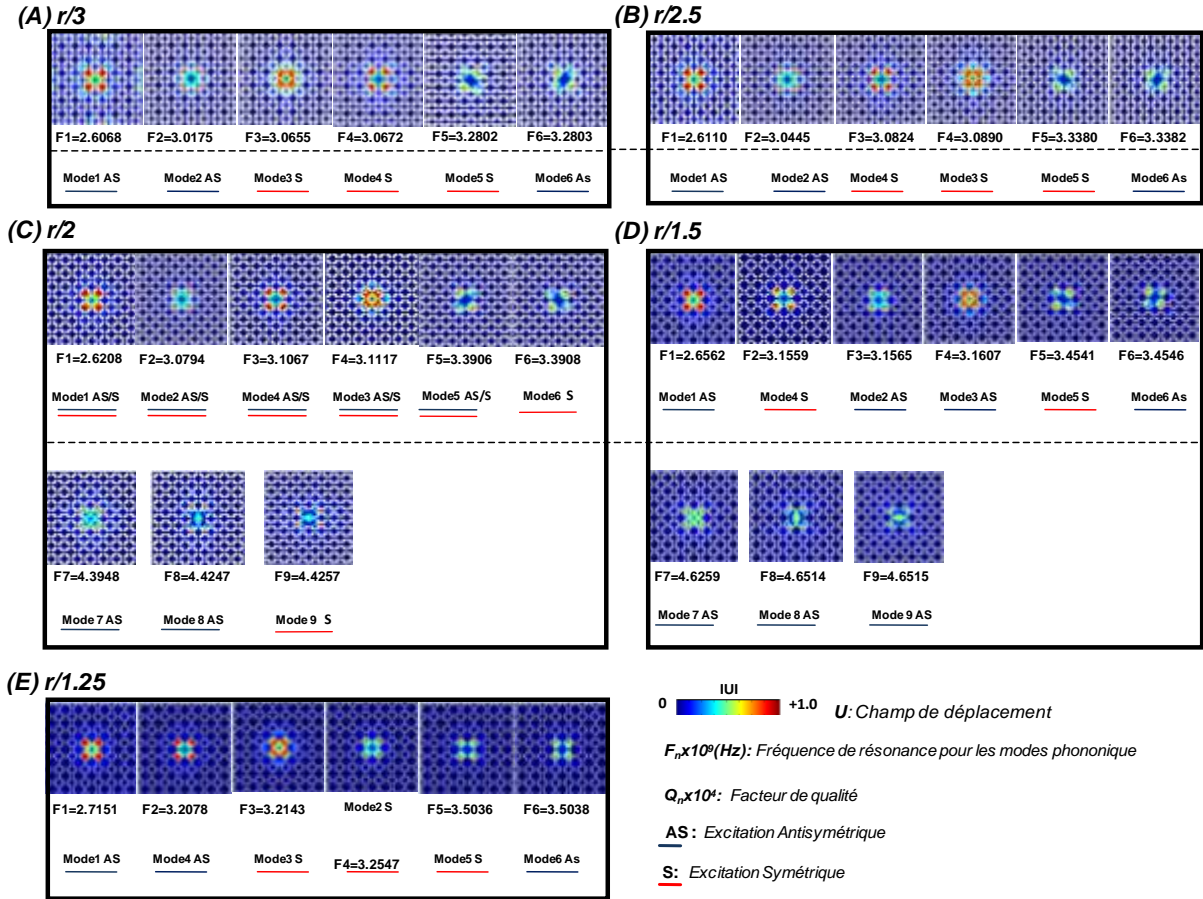


Figure IV.11. Présentation des cartes des champs phononiques pour les différentes valeurs du rayon interne r_i , A),B),C),D) et E) correspond au $r/3, r/2.5, r/2, r/1.5$ et $r/1.25$ respectivement. (en rouge polarisation Symétrique), (en bleu polarisation Antisymétrique).

IV.4. Le facteur de qualité Qf

Une autre caractéristique importante de l'appareil optomécanique est le facteur de qualité (QF) des modes pour la cavité phononique et photonique impliquées dans l'interaction acousto-optique. L'interaction acousto-optique dans les micro et nano structures périodiques, utilise des modes de résonances optiques et acoustiques qui doivent présenter une meilleure localisation. Ceci se traduit par une recherche du facteur de qualité élevé. Il y a des travaux qui ont étudié théoriquement l'interaction acousto-optique dans un défaut de la cavité créée à l'intérieur d'une structure phoxonique ondulée avec des trous périodiques [15]. En effet, ils ont

montré que les trous et les ondulations sont respectivement favorables à créer les bandes interdites photoniques et phononiques. Ainsi, cette structure est appropriée pour fournir des bandes interdites phononiques et photoniques simultanées. En outre, les modes acoustique et optique confinés peuvent exister même dans une cavité simple obtenue en créant un espace entre deux trous en silicium [13,14]. L'inconvénient de ces cavités est que malgré un fort couplage optomécanique, le facteur de qualité de leurs modes photoniques et phononiques sont plutôt faibles et évalués à moins de 10^3 lors du calcul le coefficient de transmission. Pour cette raison, cette structure ne peut pas convenir à l'observation d'une expérience du couplage optomécanique.

Le but de ce travail est d'optimiser la structure phoxonique proposée pour obtenir un facteur de qualité élevé pour les modes phononiques et photoniques. Le calcul du spectre de transmission du cristal phoxonique proposé avec différentes valeurs du rayon interne, nous permettra de calculer le facteur de qualité des modes phononiques et photoniques figures [IV.12a](#) et [IV.12b](#).

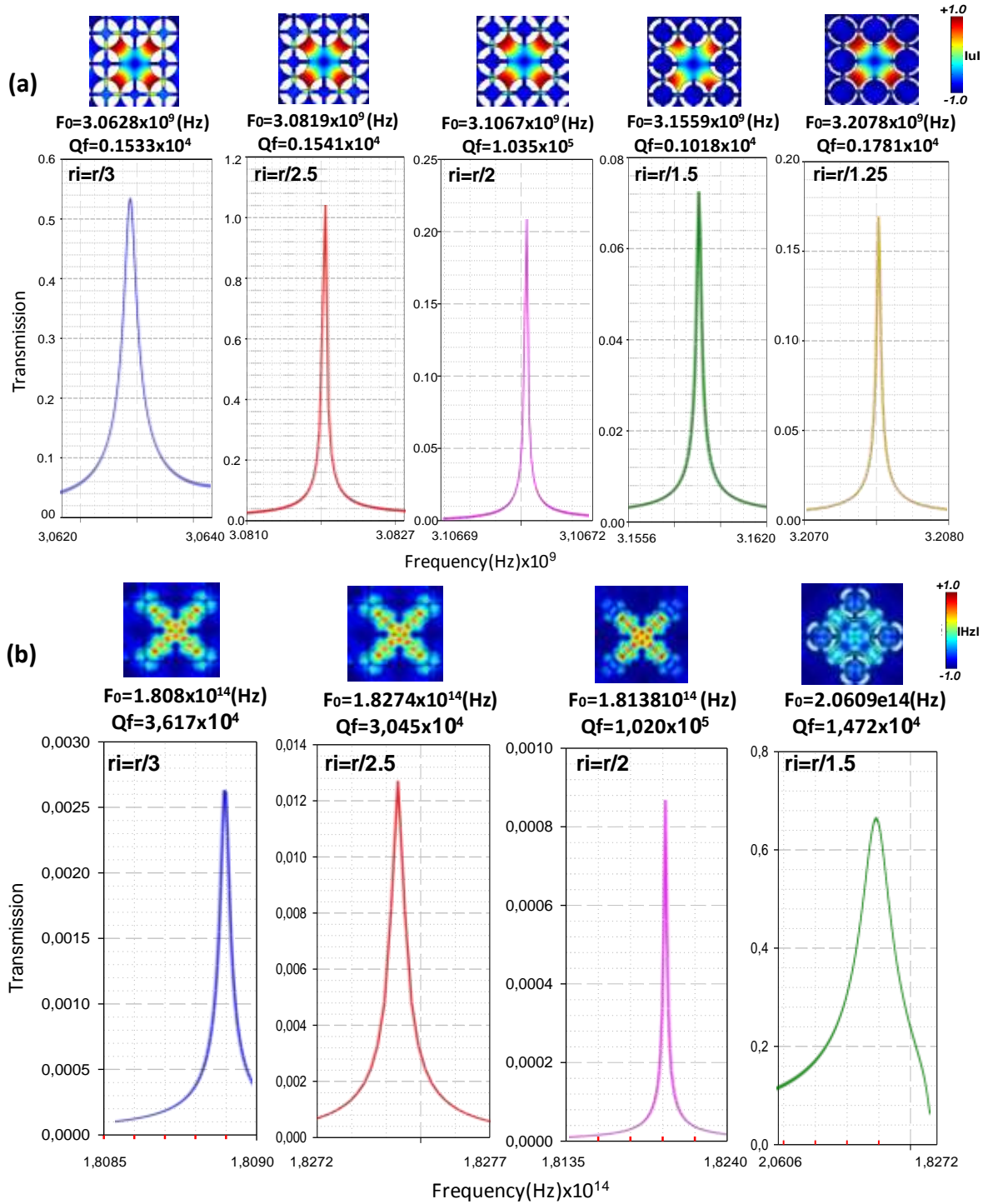


Figure IV.12. Spectres de transmission du cristal phoxonique proposé avec différentes valeurs du rayon interne r_i . La distribution du champ du mode phononique et photonique localisée est également mentionnée. F_0 est la fréquence de résonance, Q_f est le facteur de qualité.

Le facteur de qualité de la structure proposée est défini par la relation entre la fréquence de résonance $F0$ et la largeur à mi-hauteur ΔF , ($Q = F0 / \Delta F$). La figure IV.13 montre l'évolution du facteur de qualité des modes phononiques et photoniques par rapport au rayon interne r_i . Les variations calculées du facteur de qualité à mesure que le rayon interne augmente sont qualitativement similaires pour les modes phononique et photonique. En d'autres termes, le facteur de qualité augmente considérablement avec le rayon interne, atteint un maximum, puis diminue. Cette figure montre qu'un facteur de qualité élevé supérieur à 10^5 est obtenu pour $r_i = r/2$. Cependant, pour les autres valeurs du rayon interne, le facteur de qualité calculé est de l'ordre de 10^4 .

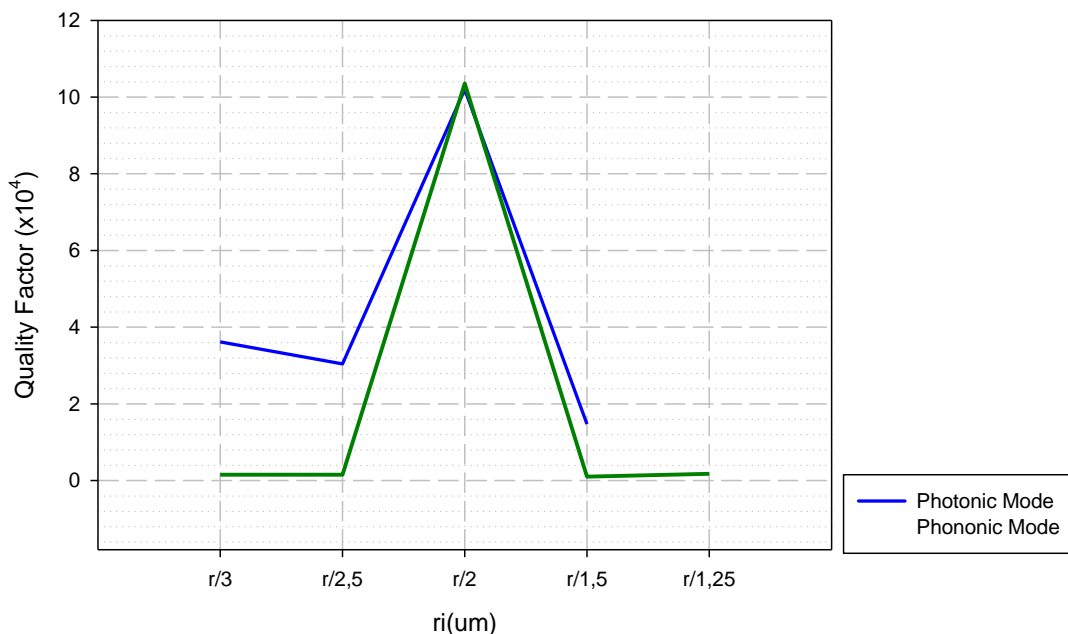


Figure IV.13. Evolution du facteur de qualité des modes phononiques et photoniques de la cavité phoxonique, en fonction du rayon interne (r_i).

Comme on peut l'observer sur la figure IV.13, on peut confirmer le choix de la valeur optimale du rayon interne $r_i = r/2$ qui donne lieu à une bande interdite phononique et photonique plus large. D'un point de vue expérimental, la cavité conçue avec des facteurs de haute qualité de l'ordre de 10^5 est très intéressante pour le couplage optomécanique. De plus, ce résultat montre que le facteur de qualité de la cavité conçue est amélioré par rapport à celui d'une cavité sans disque. De plus, les modes phononiques et photoniques fondamentaux dans la structure optimisée sont probablement augmentés en changeant la valeur du rayon interne, comme le montre la figure IV.13.

Cette technique est efficace pour les cavités phoxoniques bien que le facteur de qualité des modes phononiques et photoniques soit augmenté d'un rapport approprié.

IV.5. Conclusion

Une étude de la cavité optomécanique est réalisée en étudiant les modes phononiques et photoniques et en exploitant les diagrammes des bandes de dispersions. La distribution des champs élastiques et optiques donne avec précision les fréquences de résonances des modes et leurs évolutions en fonction du rayon ri . L'étude montre qu'un plus grand nombre des modes photonique et phononique peuvent participer à l'interaction acousto-optique pour la valeur du rayon $ri = r/2$. En plus, une augmentation du taux de couplage optomécanique des mouvement des interfaces $g_{OM,MI}$ est prévue résultant de l'augmentation des déplacements de la cavité due aux modes phononique confinés pour le cas de l'insertion du disque à l'intérieur des trous d'air pour $ri = r/2$ par rapport à la référence.

L'étude en transmission permet le choix de la nature de l'excitation de l'onde élastique (Symétrique ou Antisymétrique) pour obtenir le mode phononique désiré associé à la valeur du rayon ri . En plus, on a pu conclure que pour la valeur $ri = r/2$ l'apparition des modes phononiques ne dépend pas de l'excitations Symétrique ou Antisymétrique.

Enfin, le facteur de qualité correspondant peut atteindre la valeur 10^5 qui reste un bon résultat pour la visibilité des interactions acousto-optiques dans une expérience optomécanique.

Bibliographie :

- [1] M. Kalae, T.K. Paraiso, H. Pfeifer, O. Painter, Design of a quasi-2D photonic crystal optomechanical cavity with tunable, large x 2-coupling, Optics Express. 24 , 21308–21328, (2016).
- [2] H. Pfeifer, T. Paraiso, L. Zang, O. Painter, Design of tunable GHz-frequency optomechanical crystal resonators, Optics Express. 24, 11407–11419, (2016).
- [3] S. Cui, X. Zhang, T. Liu, J. Lee, D. Bracher, K. Ohno, D. Awschalom, E.L. Hu, Hybrid plasmonic photonic crystal cavity for enhancing emission from near-surface nitrogen vacancy centers in diamond, ACS Photonics. 2 , 465–469, (2015).

- [4] E.P. Alcusa-Sáez, A. Díez, E. Rivera-Pérez, W. Margulis, L. Norin, M.V. Andrés, Acousto-optic interaction in polyimide coated optical fibers with flexural waves, *Optics Express*. 25 ,17167–17173, (2017).
- [5] V. Laude, A. Belkhir, A.F. Alabiad, M. Addouche, S. Benchabane, A. Khelif, F.I. Baida, Extraordinary nonlinear transmission modulation in a doubly resonant acousto-optical structure, *Optica*. 4,1245–1250, (2017).
- [6] S. Kokott, S.V. Levchenko, P. Rinke, M. Scheffler, First-principles supercell calculations of small polarons with proper account for long-range polarization effects, *New Journal of Physics*. 20 , 033023, (2018).
- [7] J.Q. Gan, Z.Y. Zhou, A.B. Yu, Structure analysis on the packing of ellipsoids under one-dimensional vibration and periodic boundary conditions, *Powder Technology*. 335 , 327–333, (2018).
- [8] M. Kemiche, J. Lhuillier, S. Callard, C. Monat, Design optimization of a compact photonic crystal microcavity based on slow light and dispersion engineering for the miniaturization of integrated mode-locked lasers, *AIP Advances*. 8, 015211, (2018).
- [9] M. Galli, A. Simbula, M. Shatzl, L. Zagaglia, F. Alpeggiani, F. Shöffler, T. Fromherz, D. Gerace, High-Q/V photonic crystal cavities realized by an effective Aubry-André-Harper bichromatic potential, in: *Transparent Optical Networks (ICTON), 2017 19th International Conference On, IEEE*, pp. 1–4, (2017).
- [10] H.-W. Dong, Y.-S. Wang, C. Zhang, Inverse design of high-Q wave filters in two-dimensional phononic crystals by topology optimization, *Ultrasonics*. 76 , 109–124, (2017).
- [11] P. Seidler, Optimized process for fabrication of free-standing silicon nanophotonic devices, *Journal of Vacuum Science & Technology B, Nanotechnology and Microelectronics: Materials, Processing, Measurement, and Phenomena*. 35 , 031209, (2017).
- [12] H.-W. Dong, Y.-S. Wang, C. Zhang, Topology optimization of chiral phoxonic crystals with simultaneously large phononic and photonic bandgaps, *IEEE Photonics Journal*. 9 , 1–16, (2017).
- [13] S. El-Jallal, M. Oudich, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, J.-C. Beugnot, A. Martínez, J.M. Escalante, A. Makhoute, Analysis of optomechanical coupling in two-

dimensional square lattice phoxonic crystal slab cavities, *Physical Review B*. 88 , 205410, (2013).

[14] Q. Rolland, M. Oudich, S. El-Jallal, S. Dupont, Y. Pennec, J. Gazalet, J.C. Kastelik, G. Lévêque, B. Djafari-Rouhani, Acousto-optic couplings in two-dimensional phoxonic crystal cavities, *Applied Physics Letters*. 101, 061109, (2012).

[15] J. Chan, A.H. Safavi-Naeini, J.T. Hill, S. Meenehan, O. Painter, Optimized optomechanical crystal cavity with acoustic radiation shield, *Applied Physics Letters*. 101 , 081115, (2012).

Conclusion générale

Dans ce présent travail, nous avons étudié les structures de bandes élastiques et optiques motivées par des paramètres géométriques optimums favorisant d'une part un large gap photonique et phononique absolu, et d'autre part un grand nombre de modes avec un facteur de qualité élevé. En premier, nous avons énuméré les structures périodiques, nous avons notamment vu qu'un matériau composite présentant une périodicité spatiale dans une, deux ou trois directions de l'espace est capable de bloquer la propagation des ondes dans certaines directions et gammes de fréquences. Il s'agit des ondes acoustiques (cristaux phononiques), des ondes électromagnétiques (cristaux photoniques) et des deux types d'ondes simultanément (cristaux phoxoniques). Nous avons démontré également le confinement des modes de résonance photonique et phononique dans une cavité phoxonique qui sont l'origine du couplage acousto-optique dans les cavités et les guides. Ensuite nous avons montré qu'un changement local des propriétés optiques du matériau est dû à la déformation des parois d'une cavité phoxonique, induite par une vibration d'une onde élastique. Nous avons noté qu'un couplage acousto-optique provoque une modulation des propriétés optiques, en milieu confiné, qui est basée sur la modification d'une part de la permittivité diélectrique (effet photo élastique) et d'autre part de la géométrie de la cavité phoxonique (effet de mouvement des interfaces).

Pour approfondir notre étude, nous avons modélisé un cristal phoxonique dans le but de créer une cavité optomécanique. La simulation du gap en fonction des paramètres géométriques en utilisant le logiciel COMSOL MULTIPHYSICS basé sur la méthode des éléments finis a permis de montrer que la valeur du rayon interne $r_i = r/2$ est optimale pour obtenir une largeur phononique et photonique (TM) maximale de 75% et 15% simultanément. Cette

Conclusion générale

ouverture obtenue pour le Silicium reste la meilleure par rapport aux gaps de l'aluminium, de SiO_2 et de l'époxy. L'étude approfondie en transmission nous a montré que les bandes interdites et les modes apparaissent simultanément en excitation symétrique et antisymétrique. Enfin, une étude de la cavité optomécanique est réalisée en étudiant les modes phononiques et photoniques et en utilisant les diagrammes des bandes de dispersions et de transmission. La distribution des champs élastiques et optiques donne avec précision les fréquences de résonances des modes et leurs évolutions en fonction du rayon r_i . L'étude montre qu'un plus grand nombre de modes d'interaction acousto-optique a été obtenu pour la valeur du rayon $r_i = r/2$. Le facteur de qualité correspondant peut atteindre la valeur 10^5 qui reste un bon résultat pour la visibilité des interactions acousto-optique dans une expérience optomécanique.

Résumé

Interaction acousto-optique dans les micro et nano structures périodiques

Les structures phoxoniques (aussi appelées phononique-photonique) consistent en une périodicité de l'indice de réfraction et de l'impédance acoustique de façon systématique et confinent les ondes acoustiques et électromagnétiques. Elles conduisent à de nouvelles applications acousto-optiques ou optomécaniques. L'objectif essentiel de ce travail est de modéliser un cristal qui permet de coupler les phénomènes de bandes interdites photoniques et phononiques dans le but d'étudier les interactions acousto-optiques pouvant se produire dans une cavité optomécanique en insérant à l'intérieur des inclusions un disque en silicium de rayon r_i . Cette analogie entre l'optique et l'acoustique nous permet d'une part, d'augmenter l'efficacité des isolants et d'autre part, d'améliorer les caractéristiques acoustiques et optimiser les performances électromécaniques de certains types de transducteurs utilisés en imagerie médicale. La simulation de la bande interdite en fonction des paramètres géométriques en utilisant le logiciel COMSOL MULTIPHYSICS basé sur la méthode des éléments finis a permis de montrer que la valeur du rayon interne $r_i = r/2$ est optimale pour obtenir une largeur phononique et photonique (TM) maximale de 75% et 15% simultanément. Cette ouverture obtenue pour le Si reste la meilleure par rapport aux gaps de l'aluminium, de SiO_2 et de l'époxy. Enfin, une étude approfondie en transmission (résultats en accord avec la littérature) a été effectuée et a pu montrer une autre forme d'investigation de la bande interdite qui n'a fait que confirmer le choix de la valeur du rayon interne. La largeur de la bande interdite absolue obtenue lors de l'insertion d'un disque à rayon interne optimisé de $r_i := r/2$ favorise la présence d'un grand nombre de modes bien localisés avec un facteur de qualité élevé qui peut atteindre 10^5 . En conclusion, la cavité phoxonique conçue avec un facteur de qualité élevé peut être utilisée pour améliorer l'interaction acousto-optique.

Mots clés : *Bande interdite ; Modes de cavité ; Cristaux photoniques ; Cristaux phononiques ; Couplage acousto-optique ; Comsol Multiphysics.*

Summary

Acousto-optical interaction in micro and nano periodic structures

Phoxonic structures (also called phononic-photonic) consist of a periodicity in the refractive index and acoustic impedance in a systematic way and confine acoustic and electromagnetic waves. They lead to new acousto-optical or optomechanical applications. The main objective of this work is to model a crystal that allows the coupling of photonic and phononic band gap phenomena in order to study the acousto-optical interactions that can occur in an optomechanical cavity by inserting a silicon disc of radius r_i inside inclusions. This analogy between optics and acoustics allows us, on one hand, to increase the efficiency of the insulators and on the other hand, to improve the acoustic characteristics and optimize the electromechanical performances of certain types of transducers used in medical imaging. The simulation of the gap according to the geometric parameters using the COMSOL MULTIPHYSICS software based on the finite element method has shown that the internal radius value $r_i = r/2$ is optimal to obtain a maximum phononic and photonic (TM) width of 75% and 15% simultaneously. This opening obtained from Silicon remains the best compared to gaps of aluminum, SiO₂ and epoxy. Finally a thorough study on transmission (results in accordance with the literature) was carried out and has shown another form of investigating of the band gap that confirmed the choice of the inner radius value. The width of the absolute band gap obtained by inserting an internal disc with optimized radius $r_i = r/2$ insures the presence of a large number of well localized modes with a high quality factor which can reach 10^5 . In conclusion, the phoxonic cavity designed with a high quality factor can be used to improve the acousto-optical interaction.

Key words: Band gap; Cavity modes; Photonic crystals; Phononic crystals; Acousto-optical coupling; Comsol Multiphysics.

ملخص

التفاعل الصوتي-البصري في العناصر الدورية الميكرونية والنانوية

تتضمن العناصر الفوكسونية (وتدعى أيضاً الفونونية / الفوتونية) تواتر دوريا في معامل الانكسار والممانعة الصوتية تلقائياً، كما تحصرُ الموجات الصوتية والكهرومغناطيسية وتؤدي إلى تطبيقات جديدة صوتية- بصرية أو بصرية- ميكانيكية. الهدف الرئيسي من هذا العمل هو تصميم بلورة تسمح بربط ظاهرتي فجوة النطاق الفوتوني والفونوني من أجل دراسة التفاعلات الصوتية-البصرية التي يمكن أن تحدث في تجويف بصري- ميكانيكي عن طريق إدراج قرص من مادة السيليسيوم نصف قطره الداخلي r_i .

هذه المطابقة بين البصريات والصوتيات يسمح من ناحية بزيادة كفاءة العوازل، ومن ناحية أخرى بتحسين الخصائص الصوتية والأداء الكهروميكانيكي لأنواع معينة من المحولات المستخدمة في التصوير الطبي. أظهرت محاكاة الفجوة بناءً على المعايير الهندسية باستخدام برنامج COMSOL MULTIPHYSIC واستناداً إلى طريقة العناصر المحدودة، برهنت أن نصف القطر الداخلي $r_i = r/2$ هي الأمثل للحصول على أقصى فجوة نطاق صوتي وبصري (استقطاب عمودي) بنسبتي 75% و 15% على التوالي. وتظل هذه الفجوة التي تم الحصول عليها بالنسبة لمادة السيليسيوم الأفضل مقارنة بفجوات الألمنيوم وثنائي أكسيد السيليسيوم.

أخيراً أجريت دراسة شاملة حول الإنتقال (حيث تتوافق نتائجها مع الدراسات) وأظهرت طريقة أخرى لدراسة فجوة النطاق التي أكدت قيمة النصف القطر الداخلي. يضمن عرض فجوة النطاق المطلق المُحصّل عن طريق إضافة قرص داخلي بنصف قطر r_i ، تم تحسينه حتى قيمة $r_i = r/2$ تواجد عدد كبير من الأنماط المتموضعة بشكل جيد مع عامل جودة عالي يمكن أن يصل إلى 10^5 . وفي الختام، يمكن توظيف التجويف الفوكسوني بعامل جودة عالي في تحسين التفاعل البصري الصوتي.

الكلمات المفتاحية: فجوة النطاق ، أنماط التجويف ، البلورات الفوتونية ، البلورات الصوتية ،

التوصيل البصري الصوتي، ComsolMultiphysic،