

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université des Frères Mentouri Constantine**

**Faculté des Sciences de la Technologie**

**Département d'électronique**

**THESE**

Présentée pour obtenir

LE DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCES

SPECIALITE : **ELECTRONIQUE**

Par

**Mme AIB SAMIA**

Intitulée

*Modélisation des Effets des Matériaux Complexes Anisotropes sur  
la Propagation Guidée en Optohyperfréquence. Nouvelle  
Application au Cas des Milieux Chiraux-Métamatériaux et  
Tellegen*

Soutenu le : 21/12/ 2017

Devant le jury :

**Président Mr A.H. CHAABI**

Prof. U. Frères Mentouri Constantine 1

**Rapporteur Mme F. BENABDELAZIZ**

Prof. U. Frères Mentouri Constantine 1

**Examineur Mr F. BOUTTOUT**

Prof. U. Bordj Bou Arréridj

**Examineur Mr T. FORTAKI**

Prof. U. Batna 2

**Examineur Melle Z. ZIARI**

Prof. U. Frères Mentouri Constantine 1

---

## **Remerciements**

*Ce travail a été réalisé dans le laboratoire des Micro-ondes et Microsystèmes de l'Université des frères Mentouri Constantine1. Il a été dirigé par le professeur Benabdelaziz Fatiha. Cette tâche a été assumée avec efficacité, rigueur et humanisme. Jour après jour, elle m'a transmis sa passion pour la recherche, et a toujours su m'écouter et respecter ma liberté d'initiative. Je lui saurais gré aussi de la patience et de la confiance qu'elle m'a témoignée. Je lui adresse ici ma sincère et profonde reconnaissance. J'espère qu'il nous sera possible, dans l'avenir de poursuivre cette recherche ensemble.*

*Mes remerciements vont également au Dr. Zebiri Chemseddine, qui a contribué dans certaines étapes de ce travail, sans oublié ses conseils et ses compétences, qu'il m'a prodigués, et dont j'ai largement bénéficié. Je lui suis très reconnaissante.*

*J'adresse mes plus respectueux remerciements au professeur A.H. Chaabi enseignant à l'université des Frères Mentouri Constantine 1 pour l'honneur qu'il me fait de présider ce jury de thèse. Je tiens à lui exprimer ici tous mes respects.*

*J'exprime mes sincères remerciements au professeur F. Bouttout enseignant à l'université de Bourdj Bou Arrérige, pour avoir bien voulu accepter de participer au jury de cette thèse.*

*Je remercie très vivement Professeur T. Fortaki enseignant à l'université de Batna 2 pour avoir accepté de juger notre travail. Vous nous faites l'honneur de bien vouloir siéger dans le jury de cette thèse.*

*J'adresse également mes remerciements et respects au Professeur Z. Ziari à l'université des Frères Mentouri 1 Constantine, qui a accepté de participer au Jury.*

*Je remercie Dr Mezache Zinelabiddine, Enseignant à l'Université de Sétif, qui a su m'aider tout au début de mon intégration au laboratoire.*

*Je remercie aussi Dr Sayad Djamel Enseignant à l'Université de Skikda pour sa contribution dans ma production scientifique.*

*Mes remerciements vont également à tous les enseignants de notre département qui ont contribué à ma formation.*

*J'adresse mes salutations à tous les thésards et ex-thésards de notre laboratoire, avec lesquels une ambiance dynamique a régné pendant les années passées ensemble.*

*Enfin je remercie tous ceux et celles qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce modeste travail.*

*Merci*

## *Dédicace*

*À mes très chers parents,*

*À mon mari,*

*Qui sans lui ce travail n'aurait jamais vu le jour. Sa présence, son soutien, ses encouragements pendant les moments difficiles que j'ai vécus, sa patience m'étaient d'une utilité démesurée.*

*À mes enfants*

*À ma soeur et mes frères,*

*À toute la famille Aib et Azzam,*

*Et spécialement M. Azzam Rabah pour ses contributions d'encouragements tout au long de la progression de cette recherche.*

*Je dédie ce modeste travail*

# *Sommaire*

<i>Introduction générale</i> .....	1
------------------------------------	---

### *Chapitre I : Etat de l'art et notions de base de l'électromagnétisme*

I.1. Introduction .....	5
I.2. Etat de l'art.....	5
I.3. Notions de base en électromagnétique .....	9
I.3.1. Spectre électromagnétique .....	9
I.3.2. Les paramètres physiques d'un milieu simple.....	10
I.3.3. Indice optique d'un milieu.....	11
I.3.4. Impédance d'un milieu.....	14
I.3.5. Vitesse de phase.....	14
I.3.6. Vitesse de groupe.....	15
I.3.7. Puissance et vecteur de Poyting.....	16
I.3.8. Les conditions aux limites.....	17
I.3.8.1. la composante tangentielle du champ électrique.....	18
I.3.8.2. La composante tangentielle du champ magnétique.....	18
I.3.8.3. La composante normale du champ d'induction.....	18
I.3.8.4. La composante normale du champ de déplacement .....	18
I.3.8.5. En résumé.....	19
I.4. Comportement électromagnétiques des différents types de matériaux.....	19
I.4.1. Les matériaux magnétiques.....	19
I.4.2. Les matériaux diélectriques et les métaux.....	21
I.5. Les matériaux bi-anisotrope et les matériaux anisotrope.....	22
I.6. Les matériaux réciproque et les matériaux non-réciproque.....	23
I.6.1. Le milieu chiral.....	24
I.6.1.1. L'activité optique.....	25
I.6.1.2. Le pouvoir rotatoire.....	25
I.6.1.3. Le dichroïsme circulaire.....	26
I.6.2. Les milieux Tellegen .....	27
I.7. Conclusion.....	27
I.8. Référence.....	27

### *Chapitre II : Les matériaux main gauche et leurs applications*

II.1. Introduction.....	33
II.2. Les équations de Maxwell .....	33
II.2.1. Propagation d'une onde dans le vide.....	34
II.2.2. relations de dispersion dans le vide.....	36
I.2.3. Propagation d'une onde dans un milieu .....	36

II.2.4. Condition de propagation .....	37
II.2.5. Les milieux opaques.....	39
II.2.6. Les milieux transparents.....	39
II.3. La théorie des métamatériaux.....	40
II.3.1. Permittivité négative.....	41
II.3.2. Perméabilité négative.....	42
II.3.3. Milieu à permittivité et perméabilité négative simultanément.....	43
II.4. Milieu à indice de réfraction négative avec permittivité et perméabilité non négatives.....	44
II.4.1. Milieu chiral anisotrope nihilité.....	45
II.4.1.1. Les équations constitutives dans un milieu chiral anisotrope nihilité.....	45
II.4.1.2. L'équation de propagation dans un milieu chiral anisotrope nihilité.....	46
II.4.2. Milieu chiral métamatériau.....	46
II.5. Les domaines des applications des métamatériaux.....	47
II.5.1. L'invisibilité rêve ou réalité.....	47
II.5.2. Les super lentilles.....	48
II.5.3. Miniaturisation d'antennes et de circuits.....	49
II.6. Conclusion.....	50
II.7. Références.....	50

*Chapitre III : Développement des équations de Maxwell dans une structure planaire à cœur chiral anisotrope*

III.1. Introduction .....	54
III.2. Formulation du problème.....	55
III.2.1. Les équations constitutives du milieu.....	55
III.2.2. Classification des différents milieux en fonction de $[\chi]$ et $[\xi]$ .....	56
III.3. Détermination de la composante longitudinale du champ électrique et magnétique.....	57
III.3.1. L'équation d'onde pour le champ électrique .....	57
III.3.2. L'équation d'onde pour le champ magnétique.....	58
III.3.3. Le découplage des équations différentielles obtenues.....	60
III.4. La solution des deux équations différentielles découplées.....	61
III.4.1. La première région de propagation.....	61
III.4.1.1. Les conditions aux limites.....	62
III.4.1.2. Les composantes transversales des champs électrique et magnétique.....	63
III.4.2. Deuxième région de propagation.....	68
III.4.3. Troisième région de propagation.....	69
III. 5. Conclusion.....	71

---

<i>Chapitre IV : Résultats et commentaire</i>	
IV.1 Introduction.....	73
IV.2. Résultat de calcul.....	74
IV.2.1. Cas isotrope.....	74
IV.2.1.1. Commentaire.....	75
IV.2.2. Cas bi-isotrope.....	75
IV.2.2.1. Commentaire.....	78
IV. 2.3. Cas du milieu anisotrope.....	78
IV. 2.3.1. Commentaire.....	79
IV.2.4. Cas du milieu bi-anisotrope.....	79
IV.2.4.1 Commentaire.....	80
IV.2.4.2. Le premier exemple.....	81
IV.2.4.3. Le deuxième exemple.....	81
IV.2.4.4. Le troisième exemple.....	82
IV.2.4.5. Commentaire.....	83
IV.2.5. Le cas du milieu chiral anisotrope nihilité.....	83
IV.2.5.1. Commentaire.....	84
IV.3. Conclusion.....	84
IV.4. Références.....	85

*Chapitre V : Développement des équations de Maxwell dans un milieu Tellegen anisotrope.*

V.1. Introduction.....	88
V.2. La solution des équations de Maxwell dans un milieu Tellegen anisotrope.....	88
V.2.1. Détermination de la composante longitudinale du champ électrique et magnétique.....	89
V.2.2. Ecriture des composantes transversales des champs en fonction des composantes longitudinales.....	91
V.2.3. L'équation de dispersion pour un milieu Tellegen anisotrope.....	94
V.2.4. L'équation de dispersion pour un milieu Tellegen isotrope.....	95
V.2.5. Les équations des ondes dans un milieu Tellegen nihilité.....	95
V.3. Comparaison entre la propagation d'une OEM dans les deux milieux chiral et Tellegen.....	96
V.4. Conclusion .....	97
V.5. Références.....	97
<i>Conclusion générale.....</i>	100

## Symboles et leurs Unités

symbole	Unités	Nomination Désignation
c	299 792 458 ms <sup>-1</sup>	Vitesse de la lumière dans le vide
$\epsilon_0$	8.854187817610 <sup>-12</sup> F m <sup>-1</sup>	Permittivité du vide
$\epsilon_r$	Sans dimension	Permittivité relative
$\epsilon$	F m <sup>-1</sup>	Permittivité absolue
$\mu_0$	1.2566370614.10 <sup>-6</sup> H m <sup>-1</sup>	Perméabilité du vide
$\mu_r$	Sans dimension	Perméabilité relative
$\mu$	H m <sup>-1</sup> ou (N . A <sup>-2</sup> )	Perméabilité absolue
E	V m <sup>-1</sup>	Champ électrique
B	T ou (Web/m <sup>2</sup> )ou(V.s/m <sup>2</sup> )	Champ du flux magnétique
D	C m <sup>-2</sup>	Champ de Déplacement électrique
H	A m <sup>-1</sup>	Champ magnétique
$\sigma$	C m <sup>-2</sup>	Conductivité électrique
$\rho$	C m <sup>-3</sup>	Densité volumique de charges électriques
J	A.m <sup>-2</sup>	Densité volumique de courant
T	s	Période
$\lambda_0$	Cm, mm	Longueur d'onde dans le vide
$\chi_m$	Sans dimension	Susceptibilité magnétique
$\chi_e$	Sans dimension	Susceptibilité électrique
$\chi_{em}$	Sans dimension	Susceptibilité croisée
$\chi_{me}$	Sans dimension	Susceptibilité croisée
$\lambda$	Cm, mm	Longueur d'onde d'étude
S	J/(m <sup>2</sup> secs)	Vecteur de Pointing
$\beta$	rad/m	Constante de propagation
$\omega$	Rad/s	Pulsation
f	Hz	Fréquence
$\eta$	$\Omega$	Impédance du milieu

# *Introduction Générale*

## Introduction générale

L'interaction fondamentale entre la lumière et la matière permet de générer, de manipuler et de détecter les propriétés de la lumière. Les composants optiques traditionnels, qui atteignent déjà ce niveau très élevé sont: les connexions de fibres optiques qui guident le signal optique sur de longues distances, les systèmes de lentilles pour l'imagerie optique, les microcavités diélectriques pour confiner l'énergie électromagnétique, ou les certains exemples des dispositifs non linéaires qui permettent des manipulations de fréquences, pouvant faire l'objet d'applications dans le domaine fréquentiel ou spectral.

Durant ces dernières années seulement, la communauté scientifique internationale des micro-ondistes a reconnu le potentiel des effets des nouveaux matériaux complexes dans la conception de nouveaux composants et systèmes. Ces matériaux complexes ont, en effet, attiré l'attention de plusieurs groupes de chercheurs travaillant dans le domaine électromagnétique, ondes millimétriques, micro-onde et ondes optiques. La classe de ces milieux (qui est définie des fois par le label "exotic") contient plusieurs types de matériaux dont la caractéristique commune sont les pertes. Les milieux bi-anisotropes, qui sont un sous groupe de ces nouveaux matériaux dont les propriétés de leurs paramètres physiques (permittivité, perméabilité et paramètres magnétoélectriques) sont des tenseurs. Ils sont caractérisés par des relations constitutives, qui présentent un couplage entre les champs électrique, magnétique et le milieu de propagation [1].

En outre les milieux chiraux forment un sous ensemble des milieux bi anisotropes. Où la chiralité est une propriété géométrique. Certaines molécules existent, en effet, sous deux formes jumelles, image l'une de l'autre dans un miroir plan, de même composition chimique, mais non superposables par translation ou rotation dans l'espace [2]. Parmi les applications récentes des milieux chiraux sont celles dans le domaine des métamatériaux. Par définition les métamatériaux sont des matériaux composites artificiels dont la structure interne, d'échelle typique bien en dessous de la longueur d'onde incidente, interagit avec les ondes de sorte à engendrer des réponses inhabituelles et inconnues, voire inobservées dans les matériaux naturels [3]. L'avènement des métamatériaux électromagnétiques, avec une permittivité et une perméabilité simultanément négatives, par Victor Veselago en 1968 [4] mène à

l'apparition des études de plus en plus nombreuses sur leurs applications en électromagnétisme. Les métamatériaux sont devenus, depuis les années 2000, l'une des technologies émergentes les plus prolifiques, car ils touchent à des domaines très différents comme le domaine militaire, médicale, aérospatial, acoustique, ou simplement dans les télécommunications et la science des matériaux en générale. Ils sont à l'origine d'un nouveau mot clé dans la recherche scientifique, c'est le terme "metadevices" désignant toute nouvelle fonctionnalité pratique issue de ce type de structure [5].

Le concept des milieux main gauche (left-handed en anglais) chiraux méta matériaux qui supportent les ondes inversées (backward wave en anglais), et qui ont un indice de réfraction négatif, sont plus faciles et simples à réaliser que les milieux méta matériaux classiques qui nous imposent une permittivité et une perméabilité négatives en même temps. [6-7].

Dans notre travail on s'intéresse à l'étude théorique des guides d'ondes planes à cœurs bi-anisotropes, selon une diversification de leurs paramètres physiques. Nous avons modélisé et étudié la propagation d'ondes dans un milieu réciproque anisotrope chiral et dans un milieu non-réciproque Tellegen anisotrope, et cela consiste à chercher les solutions des équations de Maxwell qui sont parfaitement définies lorsque nous connaissons les caractéristiques électromagnétiques des milieux de propagation, et les conditions aux limites sur les surfaces qui limitent ou séparent ces milieux. Nous avons démontré que les milieux chiraux peuvent se comporter comme des milieux main gauche à indice de réfraction négatif sous certaines conditions ainsi que les milieux chiraux nihilités. Pour cela notre thèse est structurée en Cinq chapitres.

Le premier chapitre relate un état de l'art des travaux publiés dans la littérature internationale en optique sur la nature de la lumière en électromagnétique. Dans lequel nous rappelons également les évènements scientifiques qui ont conduit à la naissance de cette branche dans le domaine de l'électromagnétique. Nous introduisons le domaine des milieux chiraux et leurs propriétés, ainsi que les milieux chiraux métamatériaux tout en citant des rappels de notions fondamentales de l'électromagnétisme dans ces milieux, qui seront utiles pour la compréhension de notre travail.

Le deuxième chapitre est consacré à la définition des métamatériaux à indice de réfraction négatif ainsi que leurs applications dans divers domaines, (l'invisibilité, les super lentilles, la miniaturisation des composants optiques,.....etc).

Le troisième chapitre est consacré aux différentes étapes théoriques développées analytiquement, et destinées à la modélisation des milieux chiraux anisotropes, ainsi que la présentation de nos calculs pour la résolution des équations de Maxwell dans les milieux chiraux anisotropes et l'obtention des résultats très importants et plus généraux. Une comparaison de nos résultats, d'un cas particulier traité, a été menée avec ceux existants dans la littérature publiée [2].

Le quatrième chapitre porte sur l'exécution de nos programmes développés sous l'environnement Matlab Professionnel et les tracés des courbes illustrant la diversité des milieux considérés dans notre recherche, relativement à différentes valeurs des paramètres physiques uniaxiaux et biaxiaux. Nous présentons les résultats commentés du comportement du milieu chiral considéré comme un milieu métamatériau, (milieu main gauche, à indice de réfraction négatif). L'obtention de la valeur seuil des paramètres physiques qui permettent la transformation des milieux chiraux classiques vers des milieux chiraux métamatériaux dans le cas du milieu chiral isotrope.

Le cinquième chapitre est un développement des équations de Maxwell dans un autre milieu qui est bi-anisotrope achiral et non-réciproque c'est le milieu Tellegen anisotrope. Les mêmes étapes sont suivies que celles dans le milieu chiral anisotrope, sauf que, dans ce cas, les relations constitutives sont caractérisés seulement par le paramètre de la non-réciprocité, pour l'obtention les équations de dispersions. Nous faisons une comparaison entre les deux résultats, celles des milieux chiraux anisotropes réciproques et les milieux Tellegen anisotropes non-réciproques.

Et en fin une conclusion générale permettant de localiser les résultats de notre recherche comparativement aux autres travaux de la littérature internationale publiée, et de souligner les perspectives pour l'exploitation de nos résultats dans des applications d'actualités des milieux chiraux main gauche, ainsi que des composants optiques utiles.

Et d'une annexe présentant les algorithmes de nos programmes développés sous l'environnement Matlab Professionnel, pour tracer les allures des courbes de dispersions.

### Références

- [1] Lindell, I. V., Sihvola, A. H., & Suchy, K. (1995). Six-vector formalism in electromagnetics of bi-anisotropic media. *Journal of electromagnetic Waves and Applications*, 9(7-8), 887-903.
- [2] Pelet, P., & Engheta, N. (1990). The theory of chirowaveguides. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 38(1), 90-98.
- [3] Lannebere, S. (2011). *Étude théorique de métamatériaux formés de particules diélectriques résonantes dans la gamme submillimétrique: magnétisme artificiel et indice de réfraction négatif* (Doctoral dissertation, Université Bordeaux 1).
- [4] Veselago, V. G. (1968). Electrodynamics of media with simultaneously negative magnetic and electric permeabilities. *Sov. Phys.—Usp.*, 10, R04.
- [5] Marcellin, S. (2016). *Métamatériaux" tout-diélectrique" pour le térahertz*(Doctoral dissertation, Université Paris-Saclay).
- [6] Wang, B., Zhou, J., Koschny, T., Kafesaki, M., & Soukoulis, C. M. (2009). Chiral metamaterials: simulations and experiments. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 11(11), 114003.
- [7] Zhang, S., Park, Y. S., Li, J., Lu, X., Zhang, W., & Zhang, X. (2009). Negative refractive index in chiral metamaterials. *Physical review letters*, 102(2), 023901.

# *Chapitre I*

*Etat de l'art et notions de base de  
l'électromagnétisme*

## I.1. Introduction

Pour bien comprendre le mécanisme de l'électromagnétisme et l'interaction entre la lumière et la matière il faut d'abord connaître l'histoire de ce mécanisme depuis l'antiquité jusqu'à nos jours ainsi que les pionniers dans ce domaine, et la future perspective de cette science. Nous effectuerons une chronologie de diverses publications et résultats expérimentant dans chaque domaine séparément (le domaine de propagation des OEM dans un milieu classique, dans un milieu chiral et dans un milieu chiral métamatériau). Pour assimiler les approches modernes de caractérisation électromagnétique du milieu chiral anisotrope métamatériau, nous avons besoin de connaître quelques notions de base de l'électromagnétisme de matériau. Dans ce chapitre nous expliquons quelque notion de base très important pour qu'on puisse comprendre notre travail.

## I.2. Etat de l'art

D'un point de vue historique, les premières idées sur la nature de la lumière ont été développées dans l'antiquité par Al Hassan Ibn el Haytham (965–1039) nommé Alhazen en Europe [1]. Il a été un des premiers physiciens à étudier la lumière, et selon lui sa réfraction est causée par un ralentissement ou une accélération de la lumière lors de son déplacement, et dans un milieu plus dense la lumière se propage plus lentement [2]. Il trouve aussi un rapport entre l'angle d'incidence et l'angle de réfraction mais ce rapport n'est constant que lorsque c'est la même matière qui réfracte le rayon lumineux. Il explique aussi le pouvoir grossissant des lentilles, et il établit les lois de la réflexion. Une traduction latine de l'optique d'Alhazen parut sous le titre de *aspectibus* (en arabe *Kitabe al-Manazir* " كتاب المناظر ", en latin *De Aspectibus* ou *Opticae Thesaurus: Alhazeni Arabis*) [3-4] qui est un ouvrage de sept volumes. Ses idées furent diffusées en Europe par les écrits de Roger Bacon (1219-1292). Roger Bacon avait fait connaître les idées d'Alhazen sans traduire exactement son livre [5].

En 1621, Snell (1580–1650) énonça les lois de la réfraction, mais sans les publier, et elles ne furent diffusées que grâce à Descartes (1596–1650) [6]. Boyle (1627–1691) et Hooke (1635–1703) découvrirent de manière indépendante les premiers effets d'interférences observés [7] et connus aujourd'hui sous le nom

d'anneaux de Newton. Hooke fut également le premier à considérer la lumière comme une vibration se propageant à vitesse infinie ou extrêmement grande [7]. Contrairement Roemer (1644–1710) prouve en observant les éclipses des satellites de Jupiter, que la vitesse de propagation de la lumière était en fait finie [7]. La théorie ondulatoire de Hooke fut grandement améliorée par Huygens (1629–1695), qui put ainsi retrouver les lois de la réflexion et de la réfraction [8]. Cependant, à la même époque, Newton (1642–1727) découvrit que la lumière blanche pouvait être décomposée en plusieurs couleurs par un prisme et refusa la théorie ondulatoire de la lumière au profit d'une théorie corpusculaire [9]. La théorie ondulatoire de la lumière de Hooke et Huygens fut ainsi ignorée pendant près d'un siècle en raison de la grande autorité scientifique dont jouissait Newton à cette époque [10-11].

La théorie ondulatoire de la lumière revint au premier plan lorsque Young (1773–1829) découvrit et étudia, en 1801, les phénomènes d'interférences de la lumière à travers des fentes [12], et surtout, grâce à Fresnel (1788–1827) [12], qui en synthétisant les travaux de Huygens et de Young, il a pu expliquer aussi bien la propagation rectiligne de la lumière que les phénomènes de diffraction. Fresnel déduisit aussi les lois des coefficients de réflexion et de transmission à l'interface entre deux milieux.

Malus en 1809 observa l'existence de deux images lorsque la lumière était réfractée à travers un cristal doublement réfractant tel que la calcite ( $\text{CaCO}_3$ , Carbonate de Calcium) [13]. Arago en 1811 a édité un ouvrage intitulé: une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes et sur quelques autres phénomènes d'optique [14], dans lequel il a cité les phénomènes de l'activité optique et il a trouvé que les cristaux de quartz tournent le plan de polarisation d'une lumière polarisée linéairement qui est transmise dans la direction de l'axe optique. Biot publia son mémoire en 1812 sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière subit en traversant certains cristaux [15], et en 1838 un autre mémoire sur la polarisation circulaire et sur ses applications dans le domaine de la chimie organique. Il trouva aussi que l'activité optique apparait aussi dans les fluides, comme les solutions d'acide tartrique, dans de l'eau et de l'huile de térébenthine [16]. Alors que Fresnel dans son célèbre mémoire (1822), a démontré qu'un rayon lumineux se déplaçant le long de l'axe de quartz est

résolu en deux rayons polarisés circulairement de sens opposés de rotation. Ces derniers se propagent avec des vitesses  $v_L$  et  $v_R$  un peu différentes [17], ce qui donne lieu à des indices de réfraction  $n_L$  et  $n_R$  différents. Quand ils se recombinent à la face de sortie, le plan de polarisation est tourné par un angle:  $\alpha = (n_L - n_R) \pi / \lambda$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde. Ces découvertes ont conduit à la constatation de la cause fondamentale de l'activité optique.

En 1848 Pasteur édita son mémoire sur les relations qui peuvent exister entre la forme cristalline, sa composition chimique et le sens de la polarisation rotatoire. IL prouva que l'activité optique d'un milieu est causée par la dissymétrie moléculaire [18].

Cependant, l'avancée la plus importante en ce qui concerne notre compréhension de la lumière fut l'œuvre de James Clerk Maxwell (1831–1879) [19]. En faisant la synthèse de travaux en électricité et magnétisme, notamment ceux de Faraday (1791–1867), il comprit que la lumière, l'électricité et le magnétisme étaient des phénomènes liés et que la vitesse de propagation de la lumière pouvait être calculée, il établit ainsi ce qui fut confirmé expérimentalement par Hertz (1857–1894) que la lumière visible est en réalité un rayonnement électromagnétique [19]. Cette onde électromagnétique est caractérisée par sa fréquence de vibration  $f$ , ou encore sa période temporelle  $T = 1/f$ . Dans le vide, la longueur d'onde de la vibration  $\lambda_0$  est reliée à sa fréquence  $f_0$  par la vitesse de la lumière  $c$  telle que:  $\lambda_0 = cT = c/f_0$ . La question principale était de savoir comment les longueurs d'ondes ont affecté le pouvoir de rotation.

Suivi les pionniers dans le 19<sup>ème</sup> siècle, les recherches dans le 20<sup>ème</sup> siècle ont été continuellement fait sur le milieu chiral. Pour ne citer que quelques-uns :

En 1920 Lindman a publié son travail qui a introduit une nouvelle approche pour l'étude de la chiralité, quand il a conçu des modèles macroscopiques pour le phénomène de l'activité optique des milieux chiraux, en utilisant des micro-ondes au lieu de lumière et du fil en spirale au lieu de molécules chirales [20]. La validité du modèle a été vérifiée quelques années plus tard par Pickering [20-21]. Une contrepartie théorique des expériences de Lindeman a été donnée par Jaggard. En 1979, Dans leur article, ils ont étudié l'interaction des ondes électromagnétiques avec

une collection d'hélices métalliques courtes, orientées de façon aléatoire, mettant en évidence l'activité optique dans de tels milieux [22].

D'autre coté, en 1968, le physicien moscovite Victor Veselago a exploré un monde analogue, où les lois de l'optique seraient inversées et le comportement de la lumière dans un matériau d'indice de réfraction négatif a été calculé théoriquement [23]. Kong en 1975 a écrit un livre où il a recueilli de nombreuses informations et références sur les milieux bi-anisotropes généraux, [24]. Plus récemment, Engheta et Michelson (1982) ont fait des études sur le rayonnement de transition à l'interface chiral-achiral [25]. En 1990 la notion de chirowaveguide était définie par Pelet et Engheta [26]. Depuis lors, plusieurs études ont été faites sur ce type de structure.

En 2003, Tretyakov a discuté la possibilité de réaliser une réfraction négative par un milieu chiral nihilité. Il a d'abord proposé l'idée de fabriquer un métamatériau composé de particules chirales, telles que des fils hélicoïdaux [27]. En 2004, Pendry a discuté la possibilité d'obtenir une réfraction négative dans les milieux chiraux Métamatériaux. Il a analysé les conditions pour réaliser une réfraction négative dans les métamatériaux chiraux et a montré qu'ils sont plus simples que pour les métamatériaux réguliers, qui nécessitent à la fois des résonances électriques et magnétiques pour avoir une permittivité négative et une perméabilité négative [28]. Dans les milieux chiraux métamatériaux, comme mentionné ci-dessus, ni  $\varepsilon$  ni  $\mu$  ne doivent être négatifs. Tant que le paramètre chiral est suffisamment grand, une réfraction négative peut être obtenue dans des métamatériaux chiraux. Pendry a ensuite proposé un modèle pratique d'un milieu chiral métamatériau, fonctionnant dans le régime des micro-ondes avec des rouleaux suisses tordus en tant qu'une structure élémentaire [29].

De nos jours, un travail important est en cours d'élaboration dans le domaine des milieux chiraux, ainsi que les milieux chiraux métamatériaux qui sont l'un des sujets les plus intéressants et qui sont à l'étude. Le fait d'offrir un itinéraire plus simple à la réfraction négative, avec une chiralité suffisamment grande, sans  $\varepsilon$  ni  $\mu$  négatif, parce que la chiralité peut remplacer ces conditions, ce sujet a été constamment approché par des chercheurs. Il devient donc important d'analyser les milieux chiraux afin de développer des nouvelles applications.

Les métamatériaux chiraux à grande activité optique ont également été proposés et conçus pour des applications de contrôle de polarisation aux ondes

hyperfréquences et aux fréquences optiques. Ils possèdent des applications importantes dans différents domaines récents et d'actualités, tels que les bio-capteurs où les métamatériaux peuvent être utilisés pour fournir des modes de guidage plus sensibles [30]. En super lentille (lentille parfaite) où les ondes de propagations et les ondes évanescentes contribuent à la résolution de l'image et la limite de diffraction sera possible [31]. En cloquage et en invisibilité (Capuchon d'invisibilité de Harry Potter), où les chercheurs ont inventé des matériaux qui peuvent être enveloppés autour d'un objet pour le rendre invisible [32]. Egalement une détection à distance via des champs électromagnétiques haute fréquence sera possible, dans le domaine des antennes métamatériaux où la taille, l'efficacité de la bande passante et la directivité de l'antenne sont manipulés [33].

La perspective future du métamatériaux est située aussi dans le domaine sismique où les métamatériaux sont conçus pour contrer les effets néfastes des ondes sismiques [34].

Dans le domaine de Metactronic où la future électronique sur une échelle nanométrique peut être conçue et les nanoparticules jouent le rôle d'éléments nano-circuits groupés (intégrées), tels que les nano-condensateurs, les nano-résistances, les nano-inductances. Ces composants nano-électroniques optiques fonctionneront avec la lumière au lieu du transport des électrons [35]. Dans les dispositifs de récolte de puissance (power harvesting en anglais) qui convertissent un type d'énergie en un autre et il pourrait potentiellement être intégré dans un téléphone portable, ce qui permet au téléphone de se recharger sans fil (Wirless) [36].

### **I.3. Notions de base en électromagnétique**

L'électromagnétisme classique occupe une grande partie dans la physique parce que ces théories présentent la base fondamentale de beaucoup de technologies qui jouent un rôle plus important dans notre vie (Télécommunication, Wirless, WiFi, GPS,.....)

#### **I.3.1. Spectre électromagnétique**

Le spectre électromagnétique est la plage de toutes les fréquences possibles du rayonnement électromagnétique. Le spectre électromagnétique s'étend des fréquences inférieures utilisées pour la radio moderne au rayonnement gamma à l'extrémité de longueur d'onde courte, couvrant des longueurs d'ondes de milliers de kilomètres jusqu'à une fraction de la taille d'un atome. Le spectre visible correspond à

la partie du spectre électromagnétique qui est visible à (peut être détectée par) l'œil humain. Le rayonnement électromagnétique dans cette plage de longueur d'onde est appelé lumière visible ou tout simplement la lumière. Un œil humain typique répondra aux longueurs d'ondes d'environ 400 à 750nm.

Suivant la fréquence, les ondes électromagnétiques prennent différentes appellations comme on peut le voir sur la figure. I.1

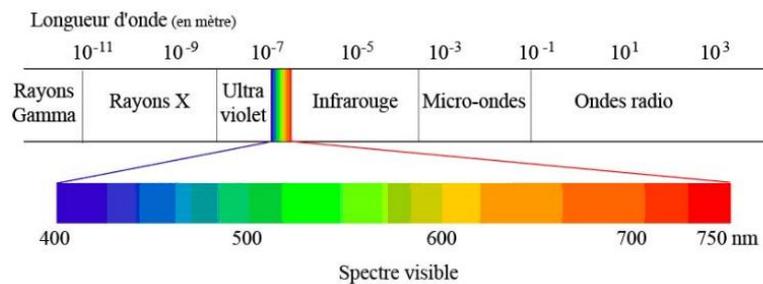
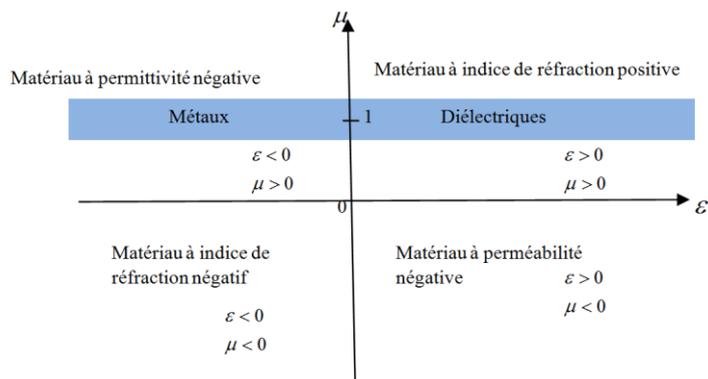


Fig. I.1 Spectre électromagnétique

### I.3.2. Les paramètres physiques d'un milieu simple

Les propriétés électromagnétiques des matériaux naturels "simples" sont représentées par deux grandeurs de première importance, intervenant dans les équations de Maxwell : la permittivité électrique  $\varepsilon$  et la perméabilité magnétique  $\mu$ . Ces grandeurs, qui en général dépendent de la fréquence  $f$ , décrivent la réponse du matériau à une excitation électrique et magnétique, respectivement. On peut alors représenter l'ensemble des matériaux dans un plan contenant toutes les valeurs (réelles) possibles de  $\varepsilon$  et  $\mu$  pour des fréquences supérieures à quelques dizaines de Gigahertz.

Les matériaux naturels ont une perméabilité très proche de un. Selon les signes de  $\varepsilon$  et  $\mu$ , quatre combinaisons sont possibles comme démontré dans la figure. I.2:



**Fig. I.2. Classification des matériaux en fonction de leurs réponses électrique  $\epsilon$  et magnétique  $\mu$**

Dans le premier cadran où les valeurs de  $\epsilon > 0$  et  $\mu > 0$ , ce matériau est appelé matériau main droite à indice de réfraction et constante de propagation positive, ce sont les diélectriques classiques où il ya une propagation de l'onde électromagnétique.

Dans le deuxième cadran où  $\epsilon < 0$  et  $\mu > 0$  ont est dans les structure à plasma et les métaux où la transmission de la lumière n'est pas possible (milieux opaques). Ici l'indice de réfraction et la constante de propagation sont imaginaires. L'onde est évanescence suivant l'axe de propagation.

Dans le troisième cadran où  $\epsilon > 0$  et  $\mu < 0$ , on se trouve dans le domaine des ferrites et de la structure réalisée par Pendry (SRR). Comme le cas précédent le milieu est opaque et l'onde est évanescence.

Dans le quatrième cadran où  $\epsilon < 0$  et  $\mu < 0$ , on se trouve dans le domaine des milieux main gauche (LHM) avec un indice de réfraction négative et vitesse de phase négative. Il y a une propagation de l'onde électromagnétique.

### **I.3.3. Indice optique d'un milieu:**

Indice optique d'un milieu nommé aussi indice de réfraction est défini comme le rapport entre les vitesses de la lumière dans le vide et dans le milieu considéré. Dans l'air elle vaut 1.000292, ce qui signifie que la lumière s'y déplace quasiment à la même vitesse que dans le vide. L'indice de l'eau, est quant a lui, de 1.33. plus un milieu est dense plus la lumière est ralentie, plus l'indice de réfraction est augmenté.

La déviation d'un rayon lumineux traversant deux milieux est d'autant plus importante que le rapport entre les indices est grand. Par ailleurs, dans la réfraction classique les rayons incidents sont toujours réfractés de l'autre côté de l'axe perpendiculaire à l'interface.

Sur le plan microscopique, l'indice de réfraction reflète les propriétés électromagnétiques des matériaux. Ces derniers interagissent avec les ondes lumineuses, combinaisons de champ électrique et magnétique. De ce point de vue l'indice de réfraction est déterminé par deux grandeurs fondamentales : la permittivité électrique, relative au comportement des électrons d'un matériau face à un champ électrique et la perméabilité magnétique, mesure de la réponse de ces électrons à un champ magnétique. Dans la plus part des matériaux, les diélectriques par exemple, ces grandeurs ont une valeur positive. D'un point de vue physique, cela signifie que la force engendrée par les champs électriques et magnétiques associés à l'onde électromagnétique s'oppose au mouvement des électrons.

L'idée de Veselago était de considérer un matériau dont la permittivité et la perméabilité seraient simultanément négatives. Prenant en compte les implications physiques d'une telle coïncidence, Veselago démontra que l'indice de réfraction prendrait une valeur négative [23]. La relation de Snell- Descartes montra que les rayons incidents et réfractés se situeraient alors du même côté de l'axe perpendiculaire à l'interface. Les lois de l'optique géométrique seraient ainsi inversées.

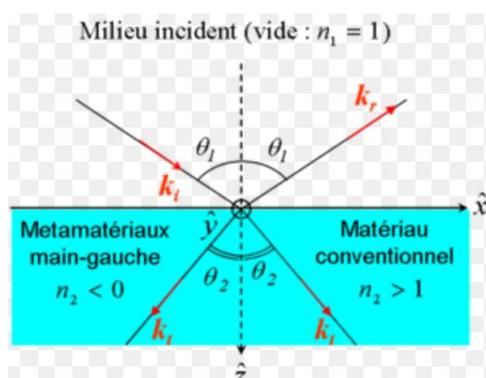


Fig. I.3 les lois de la réfraction (réfraction négative, réfraction conventionnelle)

[37]

On définit l'indice optique d'un milieu par la relation:

$$n = \frac{k}{k_0} \quad (\text{I. 1})$$

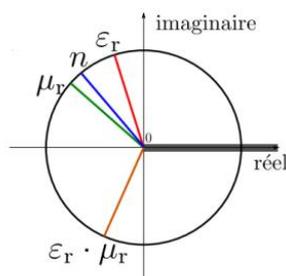
Ce qui donne

$$n^2 = \frac{k^2}{k_0^2} = \frac{\omega^2(\varepsilon \mu)}{\omega^2(\varepsilon_0 \mu_0)} = \frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0} = \varepsilon_r \mu_r \quad (\text{I. 2})$$

$$D'où: n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (\text{I. 3})$$

Avec les paramètres  $\varepsilon_r, \mu_r$ : permittivité et perméabilité relative respectivement qui sont en générale complexes. Cette expression est bien définie lorsque les deux parties réelles de  $\varepsilon_r$  et de  $\mu_r$  sont positives, ou lorsqu'une des deux est négative (comme c'est le cas pour les matériaux classiques).

Mais lorsque les deux parties réelles sont négatives simultanément il faut considérer avec attention la définition de la racine carrée complexe. Pour illustrer la situation nous avons représenté en exemple sur la figure. I.4 les arguments de  $\varepsilon_r$  et de  $\mu_r$ , du produit  $\varepsilon_r \mu_r$  et de  $n$  dans le plan complexe [37].



**Fig. I.4. les arguments de  $\varepsilon_r$  et de  $\mu_r$ , du produit  $\varepsilon_r \cdot \mu_r$  et de  $n$  dans le plan complexe [37].**

On a pour tout nombre complexe de module  $\rho$  et d'argument  $\theta$  avec  $\begin{cases} \rho \in [0 +\infty[ \\ \theta \in [0 2\pi[ \end{cases}$

s'écrit  $z = \rho e^{i\theta}$ . Dans l'exemple de la figure. I.4. on voit que, lorsque les parties réelles de  $\varepsilon_r$  et de  $\mu_r$  sont simultanément négatives (avec des parties imaginaires positives) on observe que l'indice "n" a une partie réelle négative et une partie imaginaire positive de plus pour le cas de  $\varepsilon_r$  et  $\mu_r$  strictement réelles (sans perte) et négatifs on a

pour ces deux nombres complexes un argument  $\theta = +\pi$  le produit  $(\varepsilon_r \mu_r)$  a donc un argument égale à  $2\pi$ , et l'indice de réfraction (n) a un argument égale à  $\pi$ , c'est à dire qu'il est réel négatif, et on trouve bien la formule donnée par Veselago pour un milieu sans perte de permittivité et de perméabilité simultanément négatives:

$$n = -\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (\text{I. 4})$$

### I.3.4. Impédance d'un milieu

L'impédance est une notion de première importance en électronique ou dans la description des lignes à transmission. Cette notion peut s'étendre à de nombreux domaines de la physique, et comme de nombreuses théories des métamatériaux utilisent le formalisme des lignes à transmission, il est utile de définir cette notion en électromagnétique.

$$z = \frac{|E_0|}{|H_0|} \quad (\text{I. 5})$$

Cette définition donne, en utilisant les équations de Maxwell:

$$z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (\text{I. 6})$$

Dans le vide cette impédance vaut:

$$z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\Omega \quad (\text{I. 7})$$

### I.3.5. Vitesse de phase

Nous considérons maintenant une onde plane monochromatique se propageant suivant l'axe des z de vecteur d'onde  $k = k\hat{e}_z$ . Nous supposons en plus que le milieu est sans perte, donc k est réel.

L'équation de l'onde est la suivante:  $E = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$  (I. 8)

Et la phase totale de cette onde est égale à  $kz - \omega t + \varphi$  avec  $\varphi$  est la phase à l'origine associé à  $E_0$ . Si on cherche à connaître la vitesse de déplacement d'un point

(immatériel) de l'onde associé à une phase donnée, on écrit que la phase de ce dernier reste inchangée après un déplacement  $\Delta z$  en une durée  $\Delta t$ .

$$kz - \omega t + \varphi = k(z + \Delta z) - \omega(t + \Delta t) + \varphi \Rightarrow \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} \quad (\text{I. 9})$$

Cette vitesse de propagation, dite vitesse de phase  $v_\varphi$  est donné par:

$$v_\varphi = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} \quad (\text{I. 10})$$

Dans le vide, on en déduit que la vitesse de phase est :

$$v_\varphi = \frac{\omega_0}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c. \quad (\text{I. 11})$$

Dans un milieu avec perte,  $k$  devient complexe et la vitesse de phase est alors donnée

$$\text{par : } v_\varphi = \frac{\omega}{\text{Re}(k)} = \frac{1}{\text{Re}(\sqrt{\varepsilon \mu})} \text{ en plus on a } n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = c\sqrt{\varepsilon \mu} \text{ donc } \frac{c}{n} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

$$\text{Alors } v_\varphi = \frac{c}{\text{Re}(n)} \quad (\text{I. 12})$$

Dans un métamatériau à indice négatif, la vitesse de phase devient négative et pointe dans une direction opposé au vecteur de Poynting (sens de propagation).

### I.3.6. Vitesse de groupe

Cependant une onde monochromatique ( $\omega$  unique) est une onde idéale qui dans la réalité n'existe pas, une OEM est toujours composé de plusieurs fréquences  $\omega$ , ce qui peut se traduire par une largeur en fréquence  $\Delta\omega$ . Considérons dans ce cas notre OEM dans le vide comme une superposition de plusieurs ondes, disons deux ondes pour simplifier le problème, ayant pour fréquences  $\omega_1 = (\omega + \Delta\omega)$  et  $\omega_2 = (\omega - \Delta\omega)$ , le nombre d'ondes associé est respectivement  $k_1 = (k + \Delta k)$ ,  $k_2 = (k - \Delta k)$ . Ainsi on a

$$\begin{cases} E_1(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i[(k+\Delta k)r - (\omega + \Delta\omega)t]} \\ E_2(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i[(k-\Delta k)r - (\omega - \Delta\omega)t]} \end{cases} \quad (\text{I. 13})$$

Après simplification on trouve:

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{r}, t) &= E_0 e^{i[(k\mathbf{r} - \omega t) + (\Delta k\mathbf{r} - \Delta\omega t)]} \\ E_2(\mathbf{r}, t) &= E_0 e^{i[(k\mathbf{r} - \omega t) - (\Delta k\mathbf{r} - \Delta\omega t)]} \end{aligned} \quad (\text{I. 14})$$

On a donc deux termes de propagation  $(k\mathbf{r} - \omega t)$  et  $(\Delta k\mathbf{r} - \Delta\omega t)$  commune à ces deux ondes [38]. Comme pour l'équation (I. 9)

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta\kappa} \quad (\text{I. 15})$$

On appelle cette vitesse de propagation la vitesse de groupe. Dans le cas général dans un milieu dispersif, la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont différentes  $v_g \neq v_\phi$ . Dans un milieu d'indice de réfraction négatif, ces deux vitesses sont même de signes opposés, nous le verrons plus en détail par la suite.

### I.3.7. Puissance et vecteur de Poynting

Depuis 1884, on sait, par l'entremise du physicien anglais John H. Poynting que le vecteur  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$  joue un rôle important dans la quantité d'énergie transportée par une onde électromagnétique, d'où le nom de vecteur de Poynting [39]:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{I. 16})$$

En regardant les unités résultantes de ce produit, des  $V/m \cdot A/m = \text{Watt}/m^2$  on est convaincu facilement qu'il s'agit d'une densité de puissance. On pourrait aussi présenter la chose d'un angle plus physique en démontrant que le travail nécessaire pour produire l'onde et la puissance instantanée  $p(t)$  fournie par la source, équivaut à l'intégrale du vecteur de Poynting  $\vec{S}$  sur une surface fermée entourant complètement la source:

$$p(t) = \oint_S \vec{S} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{I. 17})$$

Le vecteur de Poynting pointe dans la direction de propagation de l'onde tout simplement et en parallèle avec  $\vec{k}$  si  $\epsilon, \mu > 0$  et les deux paramètres sont scalaires, dans le sens opposé si  $\epsilon, \mu < 0$  et non parallèle si  $\epsilon, \mu$  sont des tenseurs (voir Figure.

I.5) [40]. L'onde électromagnétique est donc le moyen de propagation de la puissance fournie par une source rayonnante.

Dans un volume délimité par une surface fermée, outre les sources, différentes composantes sont susceptible de modifier le bilan de puissance, i. e. la différence de puissance entre ce qui entre et ce qui sort du volume. Pour ce faire, on utilise le théorème de la divergence:

$$p(t) = \oint_s \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{S}) dv \quad (\text{I. 18})$$

Après simplification et application du théorème de faraday et ampère on trouve [38]:

$$\oint_s \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} = -\iiint_V p_d dv - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V w_e dv - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V w_m dv \quad (\text{I. 19})$$

Où  $p_d$ ,  $w_e$  et  $w_m$  sont respectivement la densité de puissance dissipée, la densité d'énergie électrique emmagasinée et la densité d'énergie magnétique emmagasinée.

La densité de puissance (la puissance moyenne) est définie comme suit [39]

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^* \quad (\text{I. 20})$$

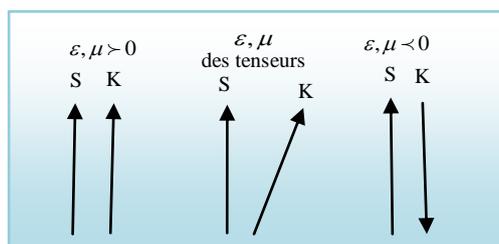


Fig. I.5 Schéma des directions des vecteurs  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{K}$  par rapport au nature et signe de  $\epsilon$  et  $\mu$  [40]

### I.3.8. Les conditions aux limites:

Dans la grande majorité des problèmes de l'électromagnétisme, on est confronté à plusieurs milieux. Il faut savoir comment réagissent les champs à la frontière entre différents milieux, certains composants sont continues alors que leur valeur est identique d'un côté à l'autre de la frontière; d'autres composants sont discontinues. On pourrait ajouter que les problèmes les plus intéressants font appel à ces conditions aux limites d'où leur grande importance.

Les champs qui interviennent dans les relations des conditions aux limites sont mesurés d'une part et d'autre par rapport à la surface de séparation, on trouve:

### **I.3.8.1. La composante tangentielle du champ électrique:**

C'est la partie du vecteur du champ électrique qui est en parallèle à la surface de séparation, notées  $E_{\parallel,2}$  dans le milieu #1 et #2.

$$a_n \times (E_1 - E_2) = 0 \quad (\text{I. 21})$$

$$E_{\parallel 1} = E_{\parallel 2} \quad (\text{I. 22})$$

Où  $a_n$  est le vecteur unitaire qui est normale à la surface de séparation.

### **I.3.8.2 La composante tangentielle du champ magnétique:**

Les composantes tangentielles du champ magnétique au plan de séparation, notées  $H_{\parallel,2}$  dans les deux milieux #1 et #2 sont discontinues avec la présence d'un courant de surface  $J_s$  [39]. La discontinuité dépend de l'importance du courant de surface, en pratique un courant de surface n'est rencontré que sur un conducteur parfait.

$$a_n \times (H_1 - H_2) = J_s \quad (\text{I. 23})$$

$$H_{\parallel 1} - H_{\parallel 2} = J_s \quad (\text{I. 24})$$

### **I.3.8.3. La composante normale du champ d'induction**

Elle correspond à la partie normale et à la surface de séparation du champ d'induction, notées  $B_{\perp,2}$  dans le milieu #1 et #2 respectivement, la condition est donnée par:

$$a_n \cdot (B_1 - B_2) = 0 \quad (\text{I. 25})$$

$$B_{\perp 1} = B_{\perp 2} \quad (\text{I. 26})$$

### **I.3.8.4 La composante normale du champ de déplacement:**

Les composantes normales du champ de déplacement noté,  $D_{\perp,2}$  au plan de séparation sont discontinues, à cause de la présence d'une charge surfacique  $\rho_s$ .

$$\mathbf{a}_n \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (\text{I. 27})$$

$$D_{\perp 1} - D_{\perp 2} = \rho_s \quad (\text{I. 28})$$

La composante normale du champ de déplacement ne sera continue qu'en l'absence de charges surfaciques sur la surface de séparation

### I.3. 8. 5. En résumé

On peut résumer les conditions aux limites par la figure. I.6

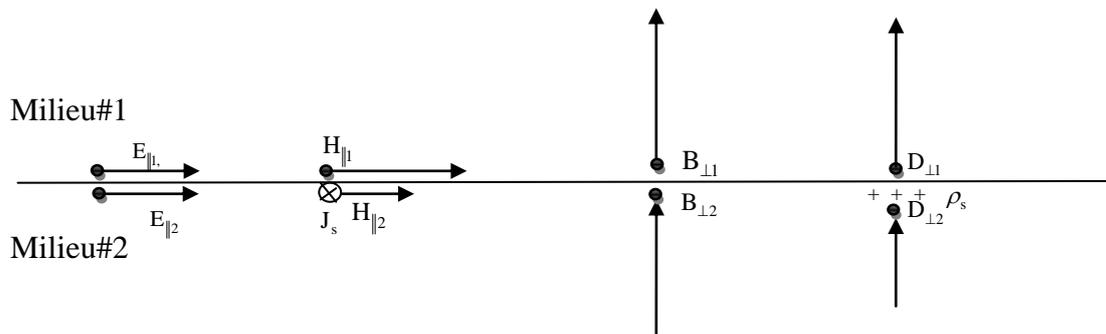


Fig. I.6 Composantes des champs à l'interface entre deux matériaux quelconques [39]

## I.4. Comportement électromagnétique du différent type de matériaux

**I.4.1. Les matériaux magnétiques:** un matériau magnétique est composé d'un ensemble de cristaux. Chaque cristal est une structure spatiale périodique d'ions simples. Chacun de ces ions formés d'un noyau et d'un nuage d'électrons. A l'intérieure d'un atome l'électron tourne autour d'un noyau ou il décrit une orbite dont le déplacement de charge est équivalent à un courant. D'après la loi d'Ampère ce courant crée un moment magnétique appelé "moment orbital". En parallèle, la rotation de l'électron sur lui même donne un moment magnétique dit "moment de spin". Le moment magnétique donc total de l'atome est la somme des moments orbitaux et les moments de spin [41].

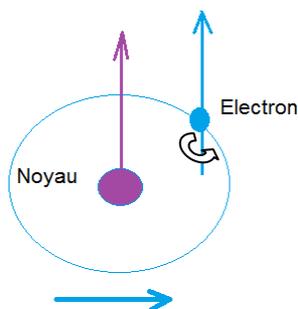


Fig. I.7 Mouvement de l'électron [41]

L'application d'un champ magnétique " $\vec{H}$ " donne une induction magnétique " $\vec{B}$ " défini par la relation suivante:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I. 29})$$

$$\text{Avec } \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \quad (\text{I. 30})$$

Où " $\vec{m}$ " est le moment magnétique, " $V$ " est un élément de volume. Le coefficient de proportionnalité entre les deux grandeurs " $\vec{M}$ " et " $\vec{H}$ " est donné par la susceptibilité magnétique relative " $\chi_m$ ", ainsi qu'une perméabilité relative " $\mu_r$ "

$$\vec{M} = \mu_0 \chi_m \vec{H} \quad (\text{I. 31})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi_m) = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{I. 32})$$

A partir des valeurs de ce paramètre " $\chi_m$ " il est possible de définir les grands groupes de matériaux magnétiques [41]:

- **Diamagnétiques:**  $\chi_m < 0$ , de l'ordre de  $(-10^{-6})$ .
- **Paramagnétiques:**  $\chi_m > 0$ , inférieur à  $10^{-3}$ .
- **Ferromagnétisme:** l'aimantation est très grande : " $\chi_m$ " est très grand et varie avec " $H$ ".
- **Antiferromagnétique:** dans ce cas " $\chi_m$ " est faiblement positive à cause de l'équilibre des moments dans un arrangement antiparallèle en deux sous réseaux d'aimantations égales et opposées.

- **Ferrimagnétismes:** les deux sous-réseaux de nature différente sont déséquilibrés. Ce phénomène existe dans des matériaux comme les ferrites, ou ils sont utilisés en électronique haute fréquence en raison de leur forte résistivité. [41]

#### I.4.2. Les matériaux diélectriques et métaux

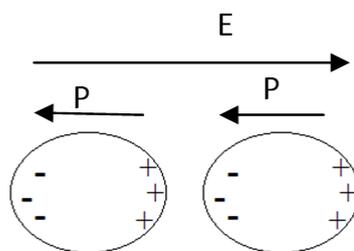
Comme il a été dit que les matériaux sont constitués d'atomes chacun ayant un noyau de charge positive et autour du quel gravitent les électrons de charge négative. Un ion est un atome dont le nombre de charges positives diffère de celui de charges négatives. Certains électrons sont situés dans les bandes d'énergies telles qu'ils peuvent se déplacer d'un atome à l'autre, ce sont des électrons libres. Par opposition à la majorité qui sont intimement liés au noyau. La capacité d'un électron libre de se déplacer d'un atome à l'autre (sa mobilité) est liée au type de matériau. Lorsque un grand nombre d'électrons mobiles, sa implique que le matériau est conducteur. Par contre il existe des matériaux ou un peu d'électrons qui sont disponible a participé à la conduction, ce sont les matériaux isolants appelé aussi les diélectriques. Entre les deux extrêmes on trouve les semi-conducteurs [39].

Si on applique un champ électrique à un milieu diélectrique, les atomes constitués le milieu deviennent polarisées i.e. le nuage d'électron de l'atome a tendance à être décentré créant ainsi un dipôle électrique comme montré sur la figure. I.8. L'intensité du dipôle est définie par le moment dipolaire électrique  $p$  donné par [39]:

$$p = Q d \quad (\text{I. 33})$$

où  $d$  est le vecteur de déplacement entre le centre du nuage des charges négatives et le noyau positif, chaque charge ayant  $Q$  Coulombs.  $\vec{P}$  est la somme vectorielle des moments dipolaires par unité de volume, il s'appelle le vecteur de polarisation mesuré en  $C/m^2$ , il varie d'un matériau à l'autre mais il est directement proportionnelle au champ électrique ambiant dans le diélectrique  $\vec{E}$  via la susceptibilité  $\chi_e$ :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (\text{I. 34})$$



**Fig. I.8 Effet de la polarisation et moment dipolaire [39]**

Or le champ ambiant est la superposition du champ appliqué externe  $\vec{E}_a$  (qui ne tient pas compte de la polarisation comme dans le vide) et du champ secondaire  $\vec{E}_s$  résultant de la polarisation  $\vec{P}$ , ce dernier étant lui-même résultant du champ ambiant.

On définit un nouveau champ vectoriel  $\vec{D}$  appelé le champ de déplacement:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I. 35})$$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \\ &= \varepsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{I. 36})$$

$$\text{avec } \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (\text{I. 37})$$

### **I.5. Les matériaux bi-anisotropes et les matériaux anisotropes:**

La principale caractéristique distinctive des milieux isotropes est que la réponse électromagnétique est invariable du sens de propagation et de la polarisation du champ électromagnétique. Par conséquent, les paramètres physiques des milieux isotropes peuvent être réduits en coefficients scalaires (permittivité et perméabilité dans les matériaux simples). Les modèles de milieux homogènes isotropes fournissent des informations précieuses sur la principale propriété des matériaux électromagnétiques artificiels. Cependant, en pratiques de nombreux matériaux ne sont pas isotropes tout en restant assez homogène, ils sont appelés des matériaux anisotropes. Par exemple, La plupart des métamatériaux connus sont anisotropes car leur microstructure externe ou leur nanostructure possède certains dispositifs en forme de réseau avec une direction d'axe distincte. Cela implique que l'orientation du champ par rapport à la structure interne affecte la réponse du milieu [40]. Lorsque le champ électrique appliqué à une molécule (naturelle ou artificielle) excite non seulement le moment dipolaire électrique, mais aussi le moment dipolaire magnétique. De même, le champ magnétique peut dans le cas général exciter les deux polarisations

magnétiques et électriques. Les matériaux à couplage magnéto-électrique sont appelés matériaux bi-isotropes si leur réponse est isotrope ou matériaux bi-anisotropes, si leur réponse est anisotrope. Dans les matériaux bi-anisotropes, la polarisation électrique et la magnétisation peuvent être exprimées sous les formes suivantes:

$$\vec{P} = \vec{P}_0 + \varepsilon_0 [\chi_e(\omega)].\vec{E} + \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} [\chi_{em}(\omega)].\vec{H} \quad (\text{I. 38})$$

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \mu_0 [\chi_m(\omega)].\vec{H} + \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} [\chi_{me}(\omega)].\vec{E} \quad (\text{I. 39})$$

où  $P_0$  et  $M_0$  sont la polarisation électrique et la magnétisation statique qui existent en l'absence de champs alternatifs externes, par exemple, dans les matériaux ferroriques et multi-ferroriques. Les tenseurs sans dimension  $[\chi_{e,m}(\omega)]$  sont les susceptibilités électriques et magnétiques d'un milieu anisotrope, et les tenseurs sans dimension  $[\chi_{em}(\omega)]$  et  $[\chi_{me}(\omega)]$  décrivent la polarisation électrique d'un milieu bi-anisotrope induite par un champ magnétique et la magnétisation causée par un champ électrique respectivement. Ces derniers termes décrivent l'effet magnéto-électrique linéaire observé dans plusieurs matériaux d'oxyde ainsi que dans des matériaux bi-anisotropes artificiels qui se réfèrent tous à la classe des métamatériaux [40]. Les relations constitutives générales sont représentées par les interrelations linéaires entre les densités du vecteur électrique et le flux magnétique et les intensités du champ électrique et le champ magnétique. Des relations (I. 29), (I. 35) (I. 38) et (I. 39) nous arrivons aux relations constitutives des milieux bi-anisotropes:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon].\vec{E} + \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} [\chi_{em}(\omega)].\vec{H} \quad (\text{I. 40})$$

$$\vec{B} = \mu_0 [\mu].\vec{H} + \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} [\chi_{me}(\omega)].\vec{E} \quad (\text{I. 41})$$

## I.6. Les matériaux réciproques et les matériaux non réciproques

Les matériaux électromagnétiques peuvent être devisés en deux catégories: les matériaux réciproques et les matériaux non réciproques. La notion de réciprocité est directement liée à la symétrie par rapport à l'opération d'inversion du temps [42]. La plupart des matériaux naturels sont réciproques, Sauf pour un matériau magnétique naturellement polarisé, tels que les ferrites et antiferromagnétiques, En termes pratiques, la réciprocité signifie une inversion de la réponse des milieux lorsque la

position de la source de champ et de la sonde est interchangeable. Pour que le milieu bi-anisotrope soit réciproque, ses paramètres physiques doivent obéir aux relations suivantes:

$$[\varepsilon] = [\varepsilon]^T, \quad [\mu] = [\mu]^T, \quad [\chi_{me}] = -[\chi_{em}]^T = j[\xi]. \quad (\text{I. 42})$$

Où l'exposant T désigne le transposé. Le tenseur  $[\xi]$  (réel pour les milieux sans perte) est généralement appelé le tenseur de chiralité. De ces relations, nous voyons que la permittivité et la perméabilité des milieux réciproques sont des tenseurs symétriques, tandis que les tenseurs de couplage croisé magnéto-électrique sont négativement transposés. Il est intéressant de noter que les conditions de réciprocité ci-dessus réduisent le nombre des paramètres physiques décrivant le milieu bi-anisotrope de 36 à 21 valeurs complexes. Dans le cas contraire un milieu est non réciproque si un de ces conditions (I. 42) n'est pas satisfaisant.

Dans le cas général d'un milieu bi-anisotrope non réciproque, les relations constitutives prennent la forme:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon] \vec{E} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} ([\chi] - j[\xi]) \vec{H} \\ \vec{B} = \mu_0 [\mu] \vec{H} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} ([\chi] + j[\xi]) \vec{E} \end{cases} \quad (\text{I. 43})$$

Où  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont respectivement les champs électrique et magnétique, alors que  $\vec{D}$  et  $\vec{B}$  sont respectivement les densités des flux électrique et magnétique,  $[\varepsilon]$  et  $[\mu]$  sont les tenseurs de permittivité électrique et de perméabilité magnétique,  $[\chi]$  est le tenseur du paramètre de non-réciprocité (le paramètre Tellegen) et  $[\xi]$  le tenseur du paramètre de chiralité,  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont la permittivité et la perméabilité du vide.

### I.6.1. Le milieu chiral

On dit, un objet est chiral si on ne peut pas le superposer par translation ou rotation à son image dans un miroir plan. La conséquence de cette propriété est connue sous le nom de l'activité optique [43] Pour qu'une structure soit chirale, elle doit être dissymétrique, c'est à dire qu'elle ne doit pas posséder certains éléments de symétrie, ce qui signifierait une absence totale de symétrie. D'une façon plus précise, la chiralité implique l'absence :

- de plan de symétrie;
- de centre de symétrie;
- d'axe inverse de symétrie.

Le milieu chiral réciproque est caractérisé par les relations constitutives suivantes :

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon] \vec{E} - j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi] \vec{H} \\ \vec{B} = \mu_0 [\mu] \vec{H} + j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi] \vec{E} \end{cases} \quad (\text{I. 44})$$

### I.6.1.1. L'activité optique:

L'activité optique est la propriété que possède une structure chirale d'interagir avec un rayonnement électromagnétique. Elle se manifeste par l'existence du pouvoir rotatoire, le phénomène de dispersion optique, le dichroïsme circulaire et la polarisation circulaire d'émission [44]. Une substance est dite optiquement active si elle fait tourner le plan de polarisation de la lumière polarisée, comme montrée dans la figure. I.9. Les physiciens et les chimistes développaient alors des théories dans le but d'expliquer et quantifier le phénomène d'activité optique [45].

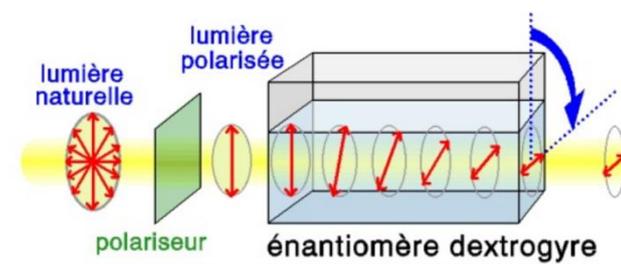
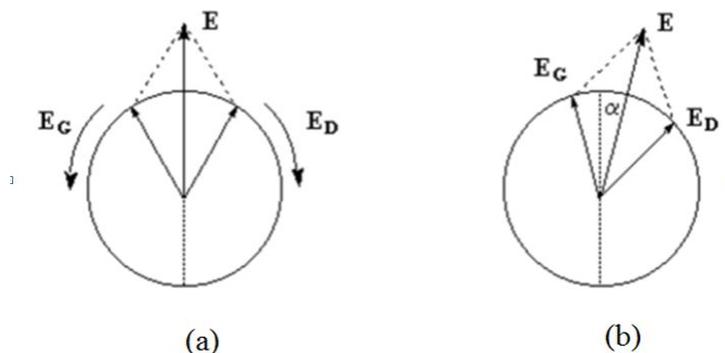


Fig. I.9. Le phénomène de l'activité optique [46]

### I.6.1.2. Le pouvoir rotatoire:

Une lumière polarisée rectilignement dans un plan vertical est caractérisée par le vecteur champ électrique  $E$ . Le vecteur  $E$  peut être considéré comme la somme de deux vecteurs  $E_G$  et  $E_D$  en phase, de même amplitude et de même fréquence mais tournant en sens inverse, comme montrée dans la figure. I.10.



**Fig. I.10 Théorie de Fresnel du pouvoir rotatoire [15]**

Dans un milieu inactif figure. I.10 (a) les champs se déplacent à la même vitesse. A la sortie du milieu, le plan dans lequel vibre  $E$  n'a pas changé de direction.

Un milieu actif figure. I.10 (b) possède des propriétés physiques dissymétriques pour les champs  $E_G$  et  $E_D$ . Cette dissymétrie se traduit, à l'échelle macroscopique, par des indices  $n_G$  et  $n_D$  différents. La vitesse de  $E_G$  est alors différente de celle de  $E_D$ .

$$v_G = c/n_G \text{ et } v_D = c/n_D \quad (\text{I. 46})$$

A la sortie du milieu optiquement actif, on peut montrer que l'un des champs présente un certain déphasage par rapport à l'autre. La lumière est toujours polarisée rectilignement mais le plan de vibration a tourné d'un angle  $\alpha$ , donné par la formule de Fresnel suivante :

$$\alpha = \pi \cdot (n_d - n_g) L / \lambda \quad (\text{I. 47})$$

Où,  $\alpha$  : pouvoir rotatoire ou angle de rotation du plan de polarisation.

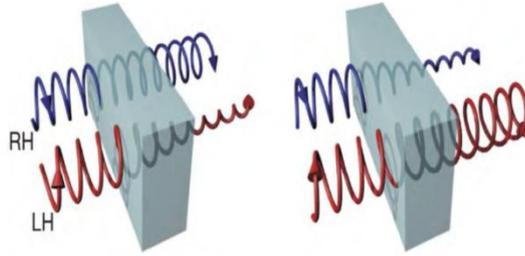
$L$  : épaisseur de substance active traversée.

$\lambda$  : longueur d'onde de la lumière.

### I.6.1.3. Le dichroïsme circulaire

Certains matériaux ont la propriété d'absorber presque totalement la composante polarisée dans une direction donnée et de laisser passer la composante complémentaire. On les appelle des matériaux dichroïques [44]. Cet effet repose en général sur une grande différence de mobilité des électrons dans deux directions

différentes (figure. I.11). Une onde dont la polarisation est dirigée selon la direction de grande mobilité met facilement les électrons en mouvement, est donc facilement absorbée [45]. En fait, une onde polarisée circulaire gauche et une onde polarisée circulaire droite traversant un milieu chiral, ne sont pas absorbées identiquement [43].



**Fig. I.11 représentation du dichroïsme circulaire [47]**

## I.6.2. Les milieux Tellegen

Les milieux Tellegen sont des milieux bi-isotropes non chiral (voir chapitre V). Ils sont caractérisés par la non-réciprocité leurs relations constitutives sont définie par

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0[\varepsilon]\vec{E} + \sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\chi]\vec{H} \\ \vec{B} = \mu_0[\mu]\vec{H} + \sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\chi]\vec{E} \end{cases} \quad (\text{I. 48})$$

## I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons dressé un état de l'art, où dans un premier lieu, nous avons cité les travaux réalisés depuis l'antiquité sur la propagation de l'onde électromagnétique et ses interactions avec les milieux, jusqu'à nos jours. Ainsi nous avons cité les futures perspectives dans le domaine des métamatériaux chiraux. Ensuite nous avons présenté les différentes caractéristiques et définitions en électromagnétisme, en ce qui concerne la propagation d'onde dans un milieu main droite (RHM) et dans un milieu main gauche (LHM), comme notions de base contribables pour plus de compréhension quant à la suite de notre recherche de thèse.

## I. 8. Les références

- 
- [1] Rached, R. (1968). Le «Discours de la lumière» d'Ibn al-Haytham (Alhazen). Traduction française critique. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 21(3), 197-224.
- [2] Zghal, M., Bouali, H. E., Lakhdar, Z. B., & Hamam, H. (2007, June). The first steps for learning optics: Ibn Sahl's, Al-Haytham's and Young's works on refraction as typical examples. In *Education and Training in Optics and Photonics* (p. ESB2). Optical Society of America
- [3] Smith, A. M. (2007). Le De aspectibus d'Alhazen: Révolutionnaire ou réformiste?. *Revue d'histoire des sciences*, 60(1), 65-82.
- [4] Federici Vescovini, G. (1998). Alhazen vulgarisé: Le De li aspecti d'un manuscrit du Vatican (moitié du XIVe siècle) et le troisième commentaire sur l'optique de Lorenzo Ghiberti. *Arabic sciences and philosophy*, 8(1).
- [5] Roger Bacon et Kepler lecteurs d'Alhazen - Savoirs, Textes, Langage
- [6] R. Descartes, "Oeuvres complètes de Descartes," T. IV, Paris, 1965.
- [7] Histoire de la mesure de la vitesse de la lumière - oncle Dom
- [8] Rauch, J. À travers un prisme, Research supported by the U.S. National Science Foundation under grant DMS 0104096.
- [9] DOGLAS C. GIANCOLI, PHYSIQUE GENERALE 3, ondes optique et physique moderne, 1989 by prentice-hall Inc., Englewood Clifles, New Jersey
- [10] Regarde sur l'optique de Newton, 1704-2004, par centre interdisciplinaire bordelais d'étude des lumières, Jean Mondot
- [11] Isaac Newton PRINCIPE MATHEMATIQUES DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, 1990, Edition Jacques Gabay, ISBN 2-87647-070-5
- [12] Boyer, R. (1972). *Étude expérimentale de la diffraction de la lumière en vue d'une analyse comparée des théories de Fresnel et Young* (Doctoral dissertation, University of Ottawa (Canada)).
- [13] Malus, E. L. (1809). Sur une propriété de la lumière réfléchi. *Mém. Phys. Chim. Soc. d'Arcueil*, 2, 143-158.

- [14] Arago, C. F. M. (1811). Memoire sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passagea travers certains corps diaphanes, et sur quelques autres nouveaux phenomenes d'optique. *Mem. Inst. France, Part I 12 (1811)*, 535-539.
- [15] JB Biot (1812), Mémoire sur un nouveau genre d'oscillations que les molecules de la lumière éprouvent, en traversant certains cristaux, *Mém. Inst.*, 1, 1–372.
- [16] Biot, J. B. (1833). *Mémoire sur la polarisation cirulaire et sur ses application al la chimie organique.*
- [17] Fresnel, A. (1822). *Extrait d'un" Mémoire sur la double réfraction particulière que présente le cristal de roche dans la direction de son axe"*.
- [18] Pasteur, L. (1848). *Recherches sur les relations qui peuvent exister entre la forme cristalline, la composition chimique et les sens de la polarisation rotatoire.* Impr. Bachelier.
- [19] Maxwell, J. C. (1864). *A dynamical theory of the electromagnetic field* (pp. 526-528). The Society.
- [20] Margineda, J., García-Collado, A. J., Martín, E., Molina-Cuberos, G. J., and Núñez, M. J. (2012). Electromagnetic Characterization of Chiral Media. INTECH Open Access Publisher.
- [21] Lindell, I. V., Sihvola, A. H., & Kurkijarvi, J. (1992). Karl F. Lindman: The last Hertzian, and a harbinger of electromagnetic chirality. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 34(3), 24-30.
- [22] Jaggard, D. L., Mickelson, A. R., & Papas, C. H. (1979). On electromagnetic waves in chiral media. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 18(2), 211-216.
- [23] Veselago, V. G. (1968). The electrodynamic of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet physics uspekhi*, 10(4), 509.
- [24] J. A. Kong, *Electromagnetic wave Theory*; New York, Wiley-Interscience, 1975. 348 p.

- [25] Engheta, N. A. D. E. R., & Mickelson, A. (1982). Transition radiation caused by a chiral plate. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 30(6), 1213-1216.
- [26] Pelet, P., & Engheta, N. (1990). The theory of chirowaveguides. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 38(1), 90-98.
- [27] Tretyakov, S., Nefedov, I., Sihvola, A., Maslovski, S., & Simovski, C. (2003). Waves and energy in chiral nihility. *Journal of electromagnetic waves and applications*, 17(5), 695-706.
- [28] Pendry, J. B. (2004). A chiral route to negative refraction. *Science*, 306(5700), 1353-1355.
- [29] Demetriadou, A., & Pendry, J. B. (2009). Extreme chirality in Swiss roll metamaterials. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 21(37), 376003.
- [30] Sabah, C., Dincer, F., Karaaslan, M., Bakir, M., Unal, E., & Akgol, O. (2015). Biosensor applications of chiral metamaterials for marrowbone temperature sensing. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 29(17), 2393-2403.
- [31] Fang, N., & Zhang, X. (2003). Imaging properties of a metamaterial superlens. *Applied Physics Letters*, 82(2), 161-163.
- [32] Alitalo, P., & Tretyakov, S. (2009). Electromagnetic cloaking with metamaterials. *Materials today*, 12(3), 22-29.
- [33] He, S., Cui, Y., Ye, Y., Zhang, P., & Jin, Y. (2009). Optical nano-antennas and metamaterials. *Materials Today*, 12(12), 16-24.
- [34] Torres-Silva, H., & Cabezas, D. T. (2013). Chiral seismic attenuation with acoustic metamaterials. *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, 5(01), 10.
- [35] Engheta, N., Salandrino, A., & Alù, A. (2005). Circuit elements at optical frequencies: nanoinductors, nanocapacitors, and nanoresistors. *Physical Review Letters*, 95(

- [36] Rufangura, P., & Sabah, C. (2016). Design and characterization of a dual-band perfect metamaterial absorber for solar cell applications. *Journal of Alloys and Compounds*, 671, 43-50.
- [37] Sylvain LANNEBERE, (2011). Etude théorique de métamatériaux formée de particules diélectriques résonantes dans la gamme submillimétrique: magnétisme artificiel et indice de réfraction négatif; grade, docteur, Université Bordeaux, Ecole Doctorale des Sciences Physiques et de L'ingénieur, Spécialité: Electronique.
- [38] Simon Marcelin, (2016). Métamatériaux " tout-diélectrique" pour le térahertz, Thèse de doctorat, spécialité Physique, présentée et soutenue à Orsay,
- [39] Dominic Grenier, (2015). Electromagnétisme et transmission des ondes. GEL-2900/GEL-3002. Département de génie électrique et de génie informatique, University Laval Québec (QC), G1V .0A6.
- [40] Victor Veselago, Leonid Braginsky; Valery Sheclover; Christian Hafner; 2006 Negative Refractive Index Material; J. Comput. Theor. Nanosci. Vol. 3 No. 2
- [41] Fatima Djerfaf, (2012). Caractérisation large bande diélectrique et magnétique de couche mince et de substrats. Thèse de doctorat, Université de Sétif.
- [42] N.Johnson, M. Kafesaki, A. Schuchinsky, G. Sharp, A. Sihvola, C.Simovski, S. Tretyakovem Q. Vinogradov, M. Zenger, (2011). Electromagnetic characterisation of complex nanostructured materials: an overview FP7 NMP CSA ECONAM.
- [43] Rachid Oussaid, (2004), Modélisation des matériaux, influence de la microstructure sur le comportement fréquentiel. Thèse de doctorat en électronique appliquée, Université des sciences et de la technologie Houari Boumedienne, Algérie,
- [44] Laureen Mangot, (2011), Spectroscopie ultra-rapide de l'activité optique de molécules chirales, Thèse de doctorat en physique. Université de Strasbourg, France,
- [45] M. Billardon, J.C. Rivoal, J. Badoz. Mesure du dichroïsme circulaire. Description de différents montages à très hautes performances. *Revue de Physique Appliquée*, 1969, 4 (3), pp.353-364.
- [46] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Circular\\_pouvoir\\_rotatoire.png](http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Circular_pouvoir_rotatoire.png)
- [47] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Circular\\_dichroism.png](http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Circular_dichroism.png)

# *Chapitre II*

*Les matériaux main gauche  
et leurs applications*

## II.1. Introduction

Durant ces dernières années, les matériaux dits main gauche (MMG) ou (LHM) ont été largement étudiés. La caractéristique physique la plus intéressante de ces matériaux est l'indice de réfraction négatif. Dans les matériaux ordinaires, la permittivité et la perméabilité sont positives, tandis que les matériaux main gauche peuvent avoir une permittivité ou une perméabilité négative ou les deux négatifs à la fois. En effet, l'indice de réfraction est inférieur à zéro, par conséquent, la vitesse de phase et de groupe des ondes électromagnétiques sont opposées.

Dans la première partie de ce chapitre nous allons présenter, en premier lieu, les métamatériaux, leurs définitions et leurs caractéristiques, ainsi que différentes structures. Le premier type de structure présenté est celui des résonateurs (RAF) ou (SRR) qui est susceptible d'exhiber une perméabilité négative au voisinage de la fréquence de résonance, alors que le deuxième type exposé est, un réseau de fil métallique périodique, caractérisé par la partie réelle de sa permittivité négative. La dernière structure montrée est un assemblage de deux réseaux afin d'aboutir à une perméabilité, une permittivité et un indice de réfraction négatifs simultanément.

Nous aborderons dans la deuxième partie, de cette étape de notre travail, quelques applications intéressantes, des métamatériaux dans différents domaines.

Le développement analytique de nos calculs est basé essentiellement sur les équations de Maxwell que nous présentons comme rappel tout au début de ce chapitre, ainsi que leurs applications dans la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux. Parce que Tout l'électromagnétisme est contenu dans les équations de Maxwell [1].

## II.2. Les équations de Maxwell

Le champ électromagnétique est régi par les équations de Maxwell. Ces dernières furent une révolution et permirent le développement de nombreuses applications encore inimaginables il ya plus d'un siècle. Ces équations sont toujours utilisées de manière intensive aussi bien dans l'industrie qu'au niveau fondamental. Pour un milieu homogène et isotrope (cas général de la propagation en espace libre ou guidée), celles-ci sont données par les équations suivantes:

- Théorème de Gauss pour  $\vec{E}$  ou équation de Maxwell-Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II. 1})$$

- Equation du flux magnétique ou équation de Maxwell-Thomson

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 2})$$

- Equation de Maxwell-Faraday

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 3})$$

- Equation de Maxwell-Ampère

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \left( \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) \quad (\text{II. 4})$$

Où:  $\rho$  est la densité volumique de charges libres,  $\vec{J}$  est le vecteur densité de courant issue de ces charges libres,

Les relations constitutives reliant les vecteurs  $\vec{D}$  et  $\vec{B}$  à  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  pour un matériau linéaire sont:

$$\vec{B} = [\mu] \vec{H} + [\zeta] \vec{E} \quad (\text{II. 5})$$

$$\vec{D} = [\varepsilon] \vec{E} + [\zeta'] \vec{H} \quad (\text{II. 6})$$

Où:  $[\zeta]$ ,  $[\zeta']$  sont les tenseurs traduisant le couplage magnéto-électrique, Dans le cas bi-anisotrope le plus générale. En l'absence de couplage magnéto-électrique et pour un matériau isotrope, les relations constitutives deviennent scalaires:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II. 7})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II. 8})$$

### II.2.1. Propagation d'une onde dans le vide

Dans le vide, au voisinage de tout point où les charges et les courants sont nuls, les équations de Maxwell s'écrivent

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{II. 9})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 10})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 11})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II. 12})$$

En utilisant (II. 11) et (II. 12), Les équations pour  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  s'écrivent alors:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II. 13})$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.14})$$

En prenant comme base celle des ondes planes, les opérateurs élémentaires s'écrivent

$$\begin{cases} \vec{\nabla} = j\vec{k} \\ \partial / \partial t = -j\omega \end{cases} \quad (\text{II. 15})$$

En appliquant la solution en onde plane l'équation (II. 15) aux équations de Maxwell dans le vide, celles-ci deviennent :

$$j\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{II. 16})$$

$$j\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 17})$$

$$j\vec{k} \times \vec{E} = j\omega \vec{B} \quad (\text{II. 18})$$

$$j\vec{k} \times \vec{B} = -j\omega \varepsilon_0 \mu_0 \vec{E} \quad (\text{II. 19})$$

D'après (II. 16) et (II. 17),  $\vec{k} \perp \vec{E}$  et  $\vec{k} \perp \vec{B}$  ce qui assure que le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est perpendiculaire au plan de polarisation formé par  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  d'une onde plane dans le

vide. C'est une onde dite transverse électrique et magnétique (TEM). De plus, d'après (II. 18) ou (II. 19), le trièdre  $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$  est direct et  $\vec{B} \perp \vec{E}$ .

## II.2.2. Relation de dispersion dans le vide

Nous résolvons maintenant l'équation d'onde (II. 13) en prenant comme solution une onde plane se propageant dans le vide selon le vecteur d'onde  $k_0$  :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(k_0 \vec{r} - \omega t)} \quad (\text{II. 20})$$

D'après (II. 15) On peut définir:

$$\nabla^2 = -k_0^2, \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2 \quad (\text{II. 21})$$

En remplaçant ces valeurs dans l'équation d'onde (II. 13), on obtient:

$$-k_0^2 \vec{E} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \vec{E} = 0 \quad (\text{II. 22})$$

On déduit ainsi l'équation de dispersion

$$k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \quad (\text{II. 23})$$

On définit la vitesse de propagation de la lumière dans le vide  $c$  par :

$$c = \frac{k_0}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{II. 24})$$

D'après (II. 24) on trouve également que le module du vecteur d'onde dans le vide a pour expression:

$$|k_0| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (\text{II. 25})$$

Où:  $\lambda_0 = cT = \frac{c}{f}$  est la longueur d'onde dans le vide.

## II.2.3. Propagation d'une onde dans un milieu

Pour mieux comprendre les métamatériaux (MMs), il est nécessaire de comprendre la réponse des matériaux classiques aux ondes électromagnétiques. Cette réponse

concernant les matériaux homogènes est principalement contrôlée par deux paramètres. Un de deux paramètres, la permittivité  $\varepsilon(\omega)$ , qui décrit la réponse d'un matériau à la composante électrique des ondes électromagnétiques tandis que l'autre, la perméabilité  $\mu(\omega)$ , représente la réponse magnétique à une fréquence donnée comme  $\omega$ .

## II.2.4. Conditions de propagation

Dans un milieu matériel, les équations de Maxwell s'écrivent selon les expressions : (II. 1), (II. 2), (II. 3), (II. 4).

Pour le cas d'un milieu neutre ( $\rho=0$ ) et non conducteur  $\vec{J}=\vec{0}$  les équations de Maxwell deviennent alors:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 26})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{II. 28})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 29})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II. 30})$$

On remarque qu'elles ont la même forme que dans le vide, en remplaçant  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  par les paramètres  $\varepsilon$  et  $\mu$  correspondant au milieu considéré, donc l'équation d'onde dans le milieu matériel est:

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II. 31})$$

Il convient de noter que pour un milieu conducteur de conductivité  $\sigma$ , pour lequel  $\vec{J}$  et  $\vec{E}$  obéissent à la relation:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II. 32})$$

L'équation de Maxwell (II. 4) devient alors:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \left( \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu \left( \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{II. 33})$$

$$\text{Or on a } \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -j\omega \vec{E} \quad (\text{II. 34})$$

On peut donc écrire:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \left( \frac{j\sigma}{\omega} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu \left( \frac{j\sigma}{\omega} + \varepsilon \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu \varepsilon_{\text{eq}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II. 35})$$

$$\text{Avec la permittivité complexe } \varepsilon_{\text{eq}} = \frac{j\sigma}{\omega} + \varepsilon \quad (\text{II. 36})$$

Les équations de Maxwell ont alors de nouveau la même forme que dans le vide:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \varepsilon_{\text{eq}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II. 37})$$

La résolution de l'équation (II. 37) en utilisant comme précédemment, une solution particulière sous forme d'une onde plane de vecteur d'onde  $\vec{k}$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(kr - \omega t)} \quad (\text{II. 38})$$

Et l'application des mêmes étapes que dans le cas du vide nous mène à l'obtention de l'équation de dispersion suivante:

$$k^2 = \varepsilon_{\text{eq}} \mu \omega^2 \quad (\text{II. 39})$$

Pour la plupart des matériaux, la réponse au rayonnement électromagnétique à une fréquence  $\omega$  peut être décrite par les seuls paramètres  $\varepsilon(\omega)$  et  $\mu(\omega)$ :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + j\varepsilon_2(\omega) \quad (\text{II. 40})$$

$$\mu(\omega) = \mu_1(\omega) + j\mu_2(\omega) \quad (\text{II. 41})$$

Cependant les constantes de permittivité et de perméabilité d'un milieu déterminent la dynamique de la propagation d'une onde dans un milieu. Ceci est dû à la relation de dispersion (II. 39) :

Selon les valeurs de ces paramètres, on peut définir des milieux avec des caractéristiques différentes.

### II.2.5. Les milieux opaques

Le milieu est dit opaque lorsque la permittivité ou la perméabilité devient négative ( $\varepsilon < 0$  ou  $\mu < 0$  avec l'autre paramètre positif). Dans ce cas  $k$  devient imaginaire et en le remplaçant dans la relation (II. 38) on trouve:

$$k = j|k| \quad (\text{II. 42})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{(-|k|x - j\omega t)} \quad (\text{II. 43})$$

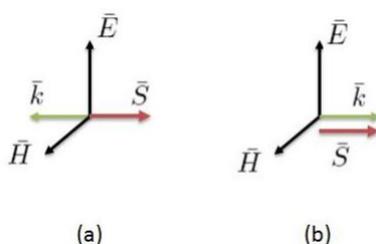
D'après la formule (II. 43) la dépendance du module de  $E$  avec la distance parcourue est exponentiellement décroissante. On peut dire que le matériau est opaque et l'onde dans ce cas est évanescence.

### II.2.6. Les milieux transparents

Les milieux peuvent être considérés comme transparents lorsque les valeurs effectives de la permittivité et la perméabilité sont à la fois positives ou négatives. Les matériaux transparents comme les matériaux diélectriques peuvent représenter le milieu dans lequel  $\varepsilon > 0$  et  $\mu > 0$ . Il faut noter que des valeurs relatives extrêmes de la permittivité et de la perméabilité peuvent être obtenues grâce à des matériaux ferroélectriques ou ferromagnétiques.

Lorsque  $\varepsilon < 0$  et  $\mu < 0$  en même temps, le milieu est transparent. D'après la relation (II. 39),  $k$  est réel. Donc afin d'être compatible avec les équations de Maxwell, il faut choisir la solution négative de  $k$ . Ces milieux sont aussi connus sous le nom de Milieu Main Gauche. Le physicien russe Victor Veselago a introduit en 1968 une théorie décrivant le comportement des milieux ayant une permittivité et une perméabilité négatives [2]. Dans ce type de matériaux, grâce à leur caractéristique particulière d'avoir une vitesse de phase inversée, un certain nombre de phénomènes fascinants peuvent exister.

Dans le cas d'un milieu où la permittivité et la perméabilité du milieu sont positives, le trièdre  $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$  est direct et suit la loi de la main droite. Le vecteur de Poynting qui décrit le sens de propagation du flux d'énergie est dans la même direction que le vecteur d'onde. Alors que dans le cas d'un milieu où la permittivité et la perméabilité sont négatives, le trièdre  $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$  n'est plus direct. Le vecteur d'onde change de sens. C'est à dire que le vecteur d'onde est dans le sens opposé au vecteur de Poynting. Pour mieux comprendre les caractéristiques de ce genre de milieu par rapport au milieu naturel, un schéma de ces vecteurs est présenté sur la figure. II.1.



**Fig. II.1** Le trièdre de  $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ . (a) matériau main gauche. (b) matériau main droite

Nous pouvons constater que le trièdre correspond plus à la position des doigts de la main gauche et suivra (la loi de la main gauche). Comme c'est montré sur la figure. II.1.(a), ces matériaux ont les vecteurs  $\vec{E}, \vec{H}$  et  $\vec{k}$  qui forment un trièdre inversé, ce qui veut dire que leur vecteur d'onde devient négatif (change de sens) par rapport à celui des matériaux naturels figure. II.1.(b). Par conséquent, le front d'onde se propage vers l'arrière dans le milieu, et est antiparallèle par rapport à la direction du flux d'énergie. Pour cette raison, ces milieux définis par Veselago sont connus sous le nom de Matériaux Main Gauche (MMG).

### II.3. La théorie des métamatériaux

Les métamatériaux ordinaires s'obtiennent en assemblant des briques de base de taille fortement sub-longueur d'onde. La fonction de ces éléments est d'interagir avec le champ électrique ou le champ magnétique, c'est à dire d'influer sur la permittivité et la perméabilité effective de la structure, pour les rendre négatives.

### II.3.1. Permittivité négative:

En physique, un plasmon est une oscillation collective de densité électronique. La permittivité électrique peut être donnée par:

Suivant le modèle de Drude [3] :

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (\text{II. 44})$$

Suivant le modèle de Lorentz :

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_{ep}^2 - \omega_{eo}^2}{\omega^2 - \omega_{eo}^2 + i\omega\gamma} \quad (\text{II. 45})$$

Où  $\omega_{ep}$ ,  $\omega_{eo}$  sont la fréquence du plasma électrique et la fréquence de résonance électrique,  $\gamma$  représente les pertes.

À partir de l'équation. (II. 44), On constate que la partie réelle de la permittivité effective est essentiellement négative en dessous de la fréquence du plasma, avec la fréquence plasma est donnée par [3]

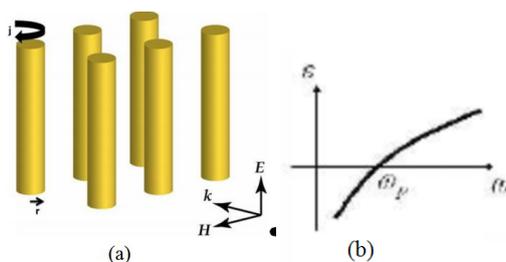
$$\omega_{ep}^2 = \frac{n_{\text{eff}} e^2}{\varepsilon_0 m_{\text{eff}}} \quad (\text{II. 46})$$

Où  $n_{\text{eff}}$ ,  $m_{\text{eff}}$  et  $e$  sont respectivement la densité électronique efficace, la masse d'électrons efficace et la charge d'électrons.

Les matériaux naturels qui produisent une réponse négative à la composante électrique de la lumière sont connus depuis plusieurs décennies. Pour chaque métal en dessous de sa fréquence de plasma (la fréquence à laquelle il devient transparent) on obtient des valeurs négatives de la permittivité. Cette permittivité négative est le résultat de la réponse des électrons libres dans le métal qui réagissent au rayonnement électromagnétique externe [3].

En général, la fréquence plasma du métal est autour des fréquences visibles ou ultraviolettes. La réponse électromagnétique du métal est dominée par le concept de permittivité négative à proximité des fréquences du plasma. Cependant, à des fréquences plus basses en considérant les proches de l'infrarouge et en allant vers le bas du spectre, le facteur de perte  $\gamma$  l'affirme soi-même, donc la fonction diélectrique  $\varepsilon(\omega)$  devient imaginaire [3]. En conséquence la fréquence du plasma doit être

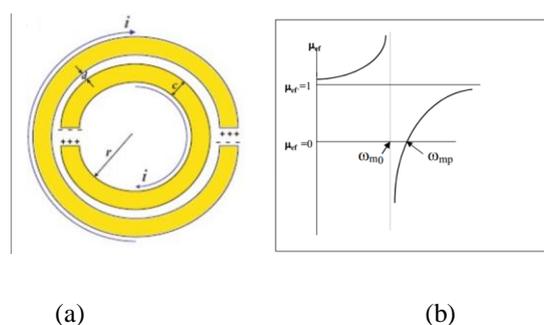
modifiée. Selon l'équation (II. 46) la fréquence du plasma peut être réduite tout en variant la densité d'électrons et la masse effective des électrons. Pour obtenir des valeurs de permittivité négative aux fréquences plus basses, notamment au voisinage de la gamme des micro-ondes, Pendry et son partenaire ont proposé le réseau de fils métalliques minces (thin metallic wire medium en anglais) [4]. Dans une telle structure, la densité d'électrons  $n_{\text{eff}}$  est diminuée en raison de la concentration du métal dans les fils métalliques [5].



**Fig. II.2 (a) Réseau de fils métalliques très fins proposé par Pendry, avec un champ électrique parallèle aux fils (b) permittivité négative quand  $\omega < \omega_p$  [5]**

### II.3.2. Perméabilité négative :

Veselago avait déjà révélé dans sa publication le fait qu'aucun matériau ne possède naturellement une perméabilité négative à haute fréquence [2]. Pendry a montré en 1999 que les structures métalliques en forme d'anneau fendu (split ring resonator) pouvaient donner naissance à une perméabilité négative dans la gamme des micro-ondes (autour de la fréquence de résonance) [6].



**Fig. II.3 (a) Résonateur à anneau fendu de Pendry pour générer une perméabilité négative (b) obtention d'une perméabilité négative quand  $\omega_{m0} > \omega > \omega_{mp}$  [6]**

La perméabilité effective générique du milieu à base de SRR est donnée par la relation suivante:

Modèle de Drude [7]

$$\mu_r = 1 - \frac{\omega_{mp}^2}{\omega^2 + j\omega\Gamma} \quad (\text{II. 47})$$

Modèle de Lorentz [6].

$$\mu_r = 1 - \frac{\omega_{mp}^2 - \omega_{mo}^2}{\omega^2 - \omega_{mo}^2 + j\omega\Gamma} \quad (\text{II. 48})$$

Où  $\omega_{mo}$  est la fréquence de résonance du SRR [6],  $\Gamma$  : représente la résistance d'amortissement et  $\omega_{mp}$  est la fréquence plasma magnétique.

$$\omega_{mo}^2 = \frac{3lc^2}{\pi r^3 \ln(2c_0/d)} \quad (\text{II. 49})$$

$$\omega_{mp} = 1/\sqrt{1-F} \omega_{m0} \quad (\text{II. 50})$$

$$F = \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (\text{II. 51})$$

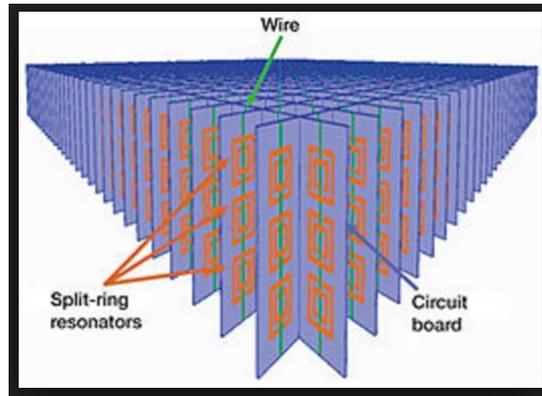
Où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $c_0$  est la Largeur de l'anneau,  $d$  est L'espace entre deux anneaux.

Le RAF présente une perméabilité négative dans un régime de fréquences allant de  $\omega_{mo} < \omega < \omega_{mp}$  (Figure. II.3. (b))

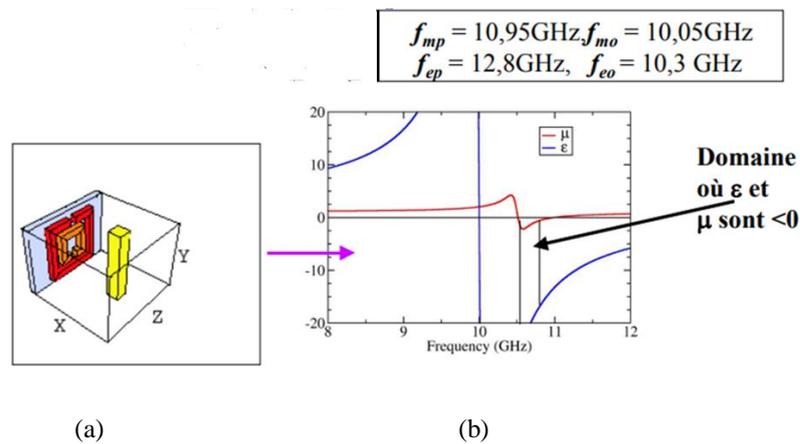
### II.3.3. Milieu à permittivité et perméabilité négatives simultanément

Dans cette partie nous nous intéressons aux matériaux, qui présentent à la fois une perméabilité et une permittivité négative, ainsi qu'un indice de réfraction négatif. Pour cela la structure proposée dans cette partie est un assemblage de deux réseaux périodiques constitués de fils métalliques et de résonateurs en anneau fendu (RAF). Ce dernier est présenté dans la section précédente, il permet d'avoir une perméabilité négative dans une bande de fréquence autour de la fréquence de résonance. Le

deuxième réseau est un réseau de fils métallique caractérisé par une permittivité négative au dessous de la fréquence plasma comme illustré dans la section précédente. L'assemblage de ces deux réseaux contribue à avoir une permittivité et une perméabilité négatives à la fois dans une plage de fréquence bien précise comme illustré dans la figure. II.4. [8].



**Fig. II.4** Matériau à indice de réfraction négatif à base de réseau de fil métallique et des RAF carrés [8]



**Fig. II.5** (a) assemblage des deux réseaux (RAF) carré et fil métallique. (b) Perméabilité magnétique et permittivité électrique en fonction de la fréquence [8]

## II.4. Milieu à indice de réfraction négatif avec permittivité et perméabilité non négatives

A cause de la difficulté rencontrée pendant la réalisation des milieux à indice de réfraction négatif et la nécessité de fonctionner dans la plage fréquentielle des fréquences de résonances électrique et magnétique, pour obtenir une permittivité et une perméabilité négative à la fois. D'autres études ont été faites sur les milieux chiraux, dont le but est d'obtenir un indice de réfraction négatif avec permittivité et perméabilité non négatives, ce sont les milieux chiral nihilité et chiral métamatériau.

### II.4.1. Milieu chiral nihilité

On a déjà définie les milieux chiraux dans le chapitre précédent, cependant, dans un milieu chiral nihilité la perméabilité et la permittivité sont simultanément nulles, et en plus de cela le paramètre de chiralité non nul à une certaine fréquence. Tretyakov a discuté la possibilité de réaliser une réfraction négative par le milieu chiral nihilité [9]. Pour obtenir une réfraction négative pour un des modes polarisés circulairement,  $\xi$  doit être plus grande que  $\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$ . Un commentaire détaillé de cette condition est donné dans le chapitre IV (chapitre de nos résultats).

Ce type de milieu s'est avéré être doté d'un phénomène intéressant, qui est la réflexion négative (propriété spécifique pour les métamatériaux). Il est un cas particulier des métamatériaux chiraux

#### II.4.1.1. Les équations constitutives dans un milieu chiral nihilité

Pareillement à ce qui a été déjà mentionné précédemment les équations constitutives dans un milieu chiral ont la forme des expressions suivantes:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon] \vec{E} - j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi] \vec{H} \\ \vec{B} = \mu_0 [\mu] \vec{H} + j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi]^T \vec{E} \end{cases} \quad (\text{II. 52})$$

Dans un milieu chiral nihilité où:  $[\varepsilon]=0$ ,  $[\mu]=0$  et  $[\xi] \neq 0$  les relations constitutives deviennent:

$$\begin{cases} \vec{D} = -j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi] \vec{H} \\ \vec{B} = j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi]^T \vec{E} \end{cases} \quad (\text{II. 53})$$

### II.4.1.2. L'équation de propagation dans un milieu chiral anisotrope nihilité

En supposant que l'onde électromagnétique est propagée selon l'axe  $z$ , Après manipulation algébrique des équations de Maxwell, les équations d'onde pour le champ électrique et magnétique sont déduites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \Delta \vec{E} + \beta_0^2 [\xi]^2 \vec{E} = 0 \\ \Delta \vec{H} + \beta_0^2 [\xi]^2 \vec{H} = 0 \end{cases} \quad (\text{II. 54})$$

### II.4.2. Milieu chiral métamatériau

Pendry et tretyakov ont traité en général la possibilité d'obtenir une réfraction négative dans les métamatériaux chiraux. Ils ont analysé les conditions pour réaliser une réfraction négative dans les métamatériaux chiraux qui sont : petits  $\varepsilon$  et  $\mu$ , gros  $\xi$  à la résonance [10] [11]. Ils ont montré que la réalisation des milieux a indice de réfraction négative est plus simple, quand on utilise les milieux chiraux métamatériaux, et que les milieux métamatériaux ordinaires qui nécessitent une permittivité et une perméabilité négative à la fois. Ce qui concorde avec nos résultats théoriques (présentés dans le chapitre IV).

Costa Soukouli et son équipe démontrent expérimentalement et numériquement que les métamatériaux chiraux basés sur des fils croisés bicouches, donnent une activité optique énorme, un dichroïsme circulaire et un indice de réfraction négatif [12].

Le design chiral présenté, comme montré dans la Figure. II.6, offre une géométrie beaucoup plus simple et un moyen plus efficace pour réaliser un indice de réfraction négatif à n'importe quelle fréquence. Ils ont montré que, lors des résonances chirales, une forte chiralité s'est produite autour des fréquences de résonance. Une étude plus approfondie montre que les résonances chiraux sont soit à la résonance électrique (haute fréquence), soit à la résonance magnétique (base fréquence). L'indice de réfraction négatif du milieu chiral métamatériau provient de cette forte chiralité [12].

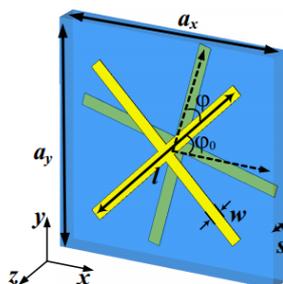


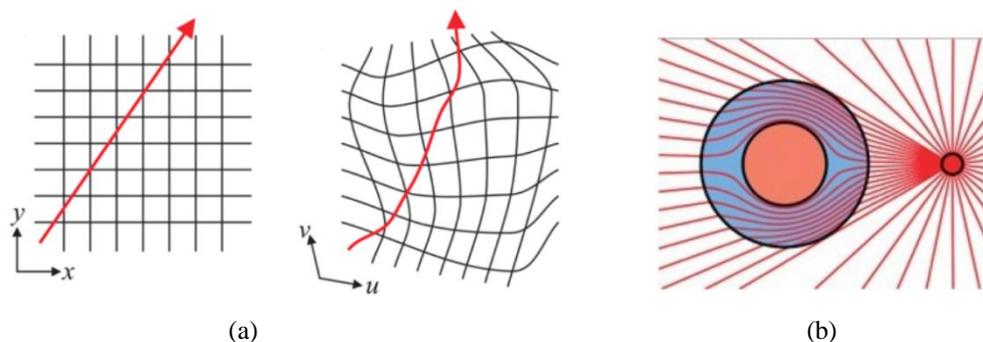
Fig. II.6. milieu chiral métamatériau basé sur des fils croisés [12]

## II.5. Les domaines des applications des métamatériaux

Les années récentes ont vu un engouement particulièrement fort pour le domaine des métamatériaux, à cause de leurs applications potentiellement révolutionnaires (super lentille, invisibilité et camouflages électromagnétique, l'association des métamatériaux avec des filtres microruban, avec des circuits en technologie MMIC, avec des guides d'ondes et des antennes, etc... ). Un des avantages majeur des métamatériaux est la miniaturisation des dimensions des composants. Ces applications peuvent servir tant dans le domaine militaire que médical, aérospatial, ou simplement dans les télécommunications. Nous détaillerons ici ces quelques applications importantes des métamatériaux, à l'aide d'exemples tirés de la littérature

### II.5.1. L'invisibilité rêve ou réalité

En 2006, Sir John Pendry et son équipe ont réussi à soustraire des objets à l'influence de la lumière pour les rendre invisibles [13]. Ils ont en effet mis au point une équation permettant de tordre les rayons lumineux à volonté. Par conséquent son utilité était de faire contourner aux rayons lumineux l'objet que l'on veut rendre invisible comme le montre la Figure. II.7



**Fig. II.7 (a) Transformation optique de l'espace cartésien. (b) Principe de fonctionnement de l'invisibilité sphérique à base de transformation optique [14]**

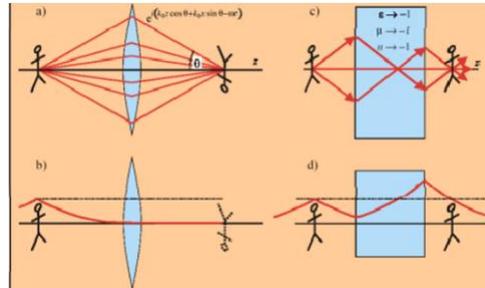
Quant au principe il reste simple: transformer l'espace libre en un espace courbé avec un trou, en étirant et en comprimant l'espace cartésien [14], où on peut plier le rayon à volonté et contrôler sa propagation. Car les équations de Maxwell sont formellement invariantes sous une transformation de coordonnées. Il est possible de réinterpréter la propagation électromagnétique dans le système de coordonnées transformées, en tant que propagation dans le système de coordonnées non transformé, avec une distribution fonctionnelle spécifique des tenseurs de perméabilité et de permittivité [15]. On utilise un métamatériau permettant d'appliquer l'équation de Pendry [14] dans lequel on fait entrer la lumière, qui contourne alors le centre pour reformer l'image initiale intacte de l'autre côté. On a alors l'illusion qu'il n'y a rien à l'intérieur du métamatériau, créant ainsi une invisibilité parfaite.

### II.5.2. Les super lentilles

Depuis plus d'un siècle, il existe une loi immuable en optique : un microscope optique, quel qu'il soit, ne peut visualiser les détails d'un objet dont l'ordre de grandeur est inférieur à celui de la longueur d'onde de la lumière avec laquelle on l'observe. Il s'agit de la limite de diffraction.

C'est en 2000 que John Pendry a pensé pour la première fois qu'il était possible de passer outre la résolution spatiale d'un système optique et ce, grâce, en partie, à l'indice de réfraction négatif que possède les métamatériaux [16]. Ces derniers vont réfracter la lumière dans la direction opposée de la réfraction classique. Ils pourraient amplifier et focaliser les ondes dites évanescentes. C'est grâce à ces ondes que des détails plus fins que la longueur d'onde peuvent être observés (voir Figure. II.8) Prenons par exemple la résolution d'un microscope traditionnel : elle est

à peu près égale à l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la lumière. Si l'on tente d'observer en dessous de cette résolution, des interférences viendront brouiller l'image.



**Fig. II.8 (a) onde propagatrice à travers une lentille classique. (c) onde propagatrice à travers une super lentille (b) onde évanescente à travers une lentille classique (d) onde évanescente à travers une super lentille [16]**

Les scientifiques se sont donc mis en tête de fabriquer une super lentille capable de battre les limites de la diffraction. Ce n'est qu'en 2006 que l'Américain Costas Soukoulis et son équipe ont réussi à produire un métamatériau agissant sur les ondes lumineuses de l'ordre de 780 nanomètres (correspondant à la couleur rouge) [17].

Peu de temps après, l'équipe californienne dirigée par Xiang Zhang a réussi à produire les premières super-lentilles, qui sont faites à partir d'oxyde d'argent et d'aluminium [18]. Il s'agit d'un demi-cylindre pavé de coquilles de 35 nanomètres d'épaisseur. Cette nouvelle lentille, associée à un microscope a accompli l'exploit (impensable pour une lentille classique) de distinguer deux lignes séparées de 100 nanomètres.

Ce type de lentille qui permettra sans aucun doute à la science de faire un grand pas en avant.

### II.5.3. Miniaturisation d'antennes et de circuits

Dans la communication sans fil (wireless), l'antenne joue un rôle important. Il devrait être compact et efficace pour plus de commodité. Les chercheurs ont démontré que l'utilisation des métamatériaux (sub-longueur d'onde) améliore les performances des antennes, comme le gain et l'efficacité du système d'antenne miniaturisé [19]. C'est certainement l'application la plus concrète des métamatériaux, puisqu'il existe par exemple déjà des téléphones portables à antennes métamatérielles (par exemple le

LG Chocolate BL40, commercialisé en 2009) [20]. Les résonateurs électriques et magnétiques développés dans la gamme gigahertz ont été beaucoup étudiés et adaptés pour des applications en télécommunications, et les techniques de fabrication dans ces gammes de fréquence sont aisées. Ainsi, les progrès récents, réalisés notamment en matière d'accordabilité et de magnétisme artificiel, permettent d'améliorer les caractéristiques des antennes (en termes notamment de miniaturisation et d'amélioration de leur directivité).

Il y a d'autre domaine d'application des métamatériaux comme les bio-capteurs [21], dans la médecine, dans le domaine de la récolte de l'énergie (power harvesting) qui est directement liée à l'efficacité des cellules solaires. Nano-antennes peuvent être employées pour récolter la propagation de la lumière externe à un espace très limité pour l'absorption dans une cellule solaire organique [22-23] dans le domaine sismique [24], ainsi que dans la métactronique [25].....ect.

## II. 6. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter l'univers des métamatériaux et d'aborder leurs principales propriétés. Nous avons constaté que les métamatériaux constituent un domaine fertile, on trouve leurs applications dans plusieurs domaines. Avant d'avoir détaillé notre travail dans le chapitre III et IV (calcul des équations de Maxwell pour la propagation dans un milieu chiral anisotrop et les résultats de l'indice de réfraction négatif), nous avons pu exposer la problématique de cette thèse à savoir l'aboutissement à un indice de réfraction négatif (milieu métamatériau) à partir d'un milieu chiral anisotrope, et la contribution à la facilitation de la fabrication des milieux métamatériaux.

Quoi qu'il en soit, les métamatériaux nous promettent à coup sûr de futures applications révolutionnaires qui trouveront leur utilité dans le monde de demain.

## II. 7. Références

- [1] Feynman, R., Leighton, R., & Sands, M. (2013). *Le cours de physique de Feynman*. Dunod.
- [2] Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet physics uspekhi*, 10(4), 509.

- 
- [3] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., & Stewart, W. J. (1998). Low frequency plasmons in thin-wire structures. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 10(22), 4785.
- [4] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., & Stewart, W. J. (1998). Low frequency plasmons in thin-wire structures. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 10(22), 4785.
- [5] Pendry, J. B., Holden, A. J., Stewart, W. J., & Youngs, I. (1996). Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical review letters*, 76(25), 4773.
- [6] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., & Stewart, W. J. (1999). Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 47(11), 2075-2084.
- [7] Nanostructured metamaterials, Exchange between experts in electromagnetics and material science, Editors Sergei Tretyakov; Philippe Barois; Toralf Scharf; Volodymyr Kruglyak and Iris Bergmair; EUR 24409 EN; 2010.
- [8] Shelby, R. A., Smith, D. R., & Schultz, S. (2001). Experimental verification of a negative index of refraction. *science*, 292(5514), 77-79.
- [9] Tretyakov, S., Nefedov, I., Sihvola, A., Maslovski, S., & Simovski, C. (2003). Waves and energy in chiral nihility. *Journal of electromagnetic waves and applications*, 17(5), 695-706.
- [10] Pendry, J. B. (2004). A chiral route to negative refraction. *Science*, 306(5700), 1353-1355.
- [11] Tretyakov, S., Sihvola, A., & Jylhä, L. (2005). Backward-wave regime and negative refraction in chiral composites. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, 3(2), 107-115.
- [12] Zhou, J., Dong, J., Wang, B., Koschny, T., Kafesaki, M., & Soukoulis, C. M. (2009). Negative refractive index due to chirality. *Physical Review B*, 79(12), 121104.
- [13] Cummer, S. A., Popa, B. I., Schurig, D., Smith, D. R., & Pendry, J. (2006). Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures. *Physical Review E*, 74(3), 036621.

- 
- [14] Pendry, J. B., Schurig, D., & Smith, D. R. (2006). Controlling electromagnetic fields. *science*, 312(5781), 1780-1782.
- [15] Fleury, R., & Alu, A. (2014). Cloaking and invisibility: A review. In *Forum for Electromagnetic Research Methods and Application Technologies (FERMAT)*(Vol. 1, No. EPFL-ARTICLE-223081).
- [16] Pendry, J. B. (2000). Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, 85(18), 3966.
- [17] Dolling, G., Wegener, M., Soukoulis, C. M., & Linden, S. (2007). Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength. *Optics letters*, 32(1), 53-55.
- [18] Zhang, X., & Liu, Z. (2008). Superlenses to overcome the diffraction limit. *Nature materials*, 7(6), 435.
- [19] Alu, A., & Engheta, N. (2013). Theory, modeling and features of optical nanoantennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 61(4), 1508-1517.
- [20] Lannebere, S. (2011). *Étude théorique de métamatériaux formés de particules diélectriques résonantes dans la gamme submillimétrique: magnétisme artificiel et indice de réfraction négatif* (Doctoral dissertation, Université Bordeaux 1).
- [21] Sabah, C., Dincer, F., Karaaslan, M., Bakir, M., Unal, E., & Akgol, O. (2015). Biosensor applications of chiral metamaterials for marrowbone temperature sensing. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 29(17), 2393-2403.
- [22] He, S., Cui, Y., Ye, Y., Zhang, P., & Jin, Y. (2009). Optical nano-antennas and metamaterials. *Materials Today*, 12(12), 16-24.
- [23] Hamouche, H., Shabat, M. M., & Schaadt, D. M. (2017). Multilayer solar cell waveguide structures containing metamaterials. *Superlattices and Microstructures*, 101, 633-640.
- [24] Kim, S. H., & Das, M. P. (2012). Seismic waveguide of metamaterials. *Modern Physics Letters B*, 26(17), 1250105.
- [25] Engheta, N. (2007). Circuits with light at nanoscales: optical nanocircuits inspired by metamaterials. *Science*, 317(5845), 1698-1702.

# *Chapitre III*

*Développement des équations de Maxwell  
dans une structure planaire à cœur chiral  
anisotrope*

### III.1. Introduction

Le développement analytique de nos calculs est basé essentiellement sur les équations de Maxwell que nous avons déjà présenté dans le chapitre précédent, afin d'étudier pour caractériser la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux bi-anisotropes. Dans ce chapitre on s'intéresse au guide d'ondes plan à cœur chiral, En premier lieu nous avons modélisé et étudié la propagation d'ondes dans un milieu anisotrope chiral (dont les tenseurs de chiralité, de permittivité et de perméabilité sont diagonaux) Etude dans laquelle nous avons appliqué le formalisme A des relations constitutives (III. 3), spécifiques au choix de notre structure et permettant d'alléger notre développement des calculs analytiques des équations de Maxwell.

Pour une onde plane qui se propage selon l'axe  $oz$ , le caractère ondulatoire  $e^{(j\omega t)}$  et le caractère propagatif  $e^{(\gamma z)}$  sont associés aux champs électromagnétiques  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ . L'équation de propagation s'écrit alors:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y).e^{(j\omega t - \gamma z)} \\ \vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y).e^{(j\omega t - \gamma z)} \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

$\gamma$  : est appelée la constante de propagation, elle est définie par :

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (\text{III. 2})$$

Avec  $\alpha$  et  $\beta$  : l'atténuation et respectivement la constante de phase.

A partir de la forme de  $\gamma$  on peut citer trois cas:

$\gamma = \alpha$  dans ce cas l'onde électromagnétique est évanescence

$\gamma = j\beta$  dans ce cas l'onde électromagnétique est propagatrice.

$\gamma = \alpha + j\beta$  dans ce cas l'onde électromagnétique est propagatrice avec des pertes.

Dans tout ce qui suit on considère  $\gamma = j\beta$

### III.2. Formulation du problème

Dans cette section, nous étudions le guide d'onde chiral à plaques parallèles, représenté sur la Figure. III.1, constitué de deux plaques infinies, parfaitement conductrices placées à

$x = \pm \frac{a}{2}$ . La direction de propagation du guide d'onde chiral est le long de l'axe  $z$ , tandis que les grandeurs de champ sont toutes indépendants de l'axe  $y$  [2].

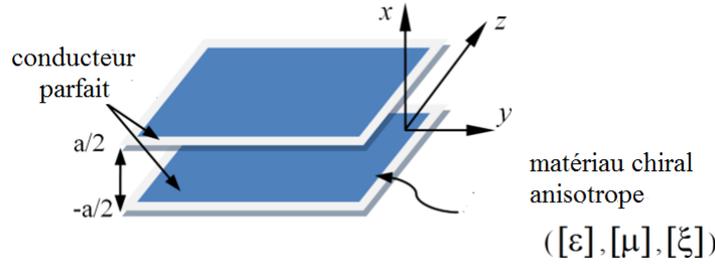


Fig. III.1 Guide d'ondes à plaques parallèles rempli d'un matériau chiral anisotrope.

#### III.2.1. Les équations constitutives du milieu

Le milieu bi anisotrope est spécifié par les équations constitutives suivantes:

$$\begin{cases} \vec{B} = [\mu]\vec{H} + ([\chi] + j[\xi])\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\vec{E} \\ \vec{D} = [\varepsilon]\vec{E} + ([\chi] - j[\xi])\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\vec{H} \end{cases} \quad (\text{III. 3})$$

Par conséquent ce chapitre sera axé sur le milieu Pasteur qui est chiral réciproque anisotrope. Donc le milieu est caractérisé par les équations constitutives suivantes:

$$\begin{cases} \vec{B} = [\mu]\vec{H} + j\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\xi]\vec{E} \\ \vec{D} = [\varepsilon]\vec{E} - j\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\xi]\vec{H} \end{cases} \quad (\text{III. 4})$$

Où les tenseurs de perméabilité, de permittivité et l'élément magnétoélectrique sont respectivement :

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\xi] = \begin{bmatrix} \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & \xi_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 5})$$

### III.2.2. Classification des différents milieux en fonction de $[\chi]$ et $[\xi]$

Il sera aussi utile de citer les différentes classifications d'un milieu en fonction des paramètres de chiralité et de non-réciprocité, en résumé dans le tableau. III.1.

**Tab. III.1. Classifications d'un milieu en fonction des paramètres de chiralité et du non-réciprocité**

	$([\xi]=0)$ : cas du milieu achiral	$([\xi] \neq 0)$ : cas du milieu chiral
$([\chi]=0)$ : cas du milieu réciproque	Milieu isotrope (ou anisotrope) simple	Milieu chiral (ou Pasteur)
cas du milieu non réciproque ( $[\chi] \neq 0$ )	Milieu Tellegen	Milieu bi isotrope (ou bi anisotrope) générale

#### - 1<sup>ère</sup> équation de Maxwell

On a :

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III. 6})$$

De l'équation (III. 4), concernant  $(\vec{B})$ , on trouve :

$$\text{La 1<sup>ère</sup> équation devienne } \text{rot} \vec{E} = -j\omega \left( [\mu] \vec{H} + j\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\xi] \vec{E} \right) \quad (\text{III. 7})$$

#### - 2<sup>ème</sup> équation de Maxwell :

On a :

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III. 8})$$

De l'équation (III. 4), concernant  $(\vec{D})$ , on trouve :

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ équation devienne } \text{rot}\vec{H} = j\omega\left([\varepsilon]\vec{E} - j\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\xi]\vec{H}\right) \quad (\text{III. 9})$$

### III.3. Détermination de la composante longitudinale du champ électrique et magnétique:

De l'équation (III. 7) on trouve:

$$\text{rot}\vec{rot}\vec{E} = -j\omega[\mu]\text{rot}\vec{H} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}[\xi]\text{rot}\vec{E} \quad (\text{III. 10})$$

On remplace le rotationnel des champs électrique et magnétique par ses expressions, on trouve

$$\text{rot}\vec{rot}\vec{E} = \left(\omega^2[\mu][\varepsilon] + \beta_0^2[\xi]^2\right)\vec{E} - 2j\omega\beta_0([\mu][\xi])\vec{H} \quad (\text{III. 11})$$

D'autre part, on a :

$$\text{rot}\vec{rot}\vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}) - \Delta\vec{E} \quad (\text{III. 12})$$

$$\text{Or : } (\vec{\nabla}\cdot\vec{E}) = 0 \quad (\text{III. 13})$$

#### III. 3. 1. L'équation d'onde pour le champ électrique :

L'équation d'onde pour le champ électrique est donnée par la relation suivante:

$$\Delta\vec{E} + \left(\omega^2[\mu][\varepsilon] + \beta_0^2[\xi]^2\right)\vec{E} - 2j\omega\beta_0([\mu][\xi])\vec{H} = 0 \quad (\text{III. 14})$$

$$\Delta\vec{E} + [A_1]\vec{E} + j[A_2]\vec{H} = 0 \quad (\text{III. 15})$$

$$[A_1] = \left(\omega^2[\mu][\varepsilon] + \beta_0^2[\xi]^2\right) \quad \text{et} \quad [A_2] = -2\omega\beta_0([\mu][\xi]) \quad (\text{III. 16})$$

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \omega^2\mu_x\varepsilon_x + \beta_0^2\xi_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2\mu_y\varepsilon_y + \beta_0^2\xi_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2\mu_z\varepsilon_z + \beta_0^2\xi_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 17})$$

$$[A_2] = -2\omega\beta_0 \begin{bmatrix} \mu_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \xi_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 18})$$

Le Laplacien en coordonnées cartésiennes est :

$$\Delta f_z(x, y, z, t) = \frac{\partial^2 f_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} \quad (\text{III. 19})$$

Pour la structure planaire, on a :

$$\frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} = -\beta^2 f_z \quad (\text{III. 20})$$

Pour le champ électrique :

$$\Delta \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^2 \mu_x \varepsilon_x + \beta_0^2 \xi_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \mu_y \varepsilon_y + \beta_0^2 \xi_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} - 2j\omega\beta_0 \begin{bmatrix} \mu_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \xi_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III. 21})$$

$$\Delta E_z + (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) E_z - 2j\omega\beta_0 \mu_z \xi_z H_z = 0 \quad (\text{III. 22})$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \beta^2 E_z + (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) E_z - 2j\omega\beta_0 \mu_z \xi_z H_z = 0 \quad (\text{III. 23})$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + ((\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2) E_z - 2j\omega\beta_0 \mu_z \xi_z H_z = 0. \quad (\text{III. 24})$$

### III.3.2. L'équation d'onde pour le champ magnétique :

Pour le champ magnétique, d'après : (III. 9) on a

$$\text{rot} \text{rot} \vec{H} = j\omega \varepsilon \text{rot} \vec{E} + \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \xi \text{rot} \vec{H} \quad (\text{III. 25})$$

On remplace le rotationnel des champs électrique et magnétique par ses expressions, on trouve :

$$\text{rot} \text{rot} \vec{H} = (\omega^2 [\varepsilon \mu] + \beta_0^2 [\xi]^2) \vec{H} + 2j\omega\beta_0 ([\varepsilon \xi]) \vec{E} \quad (\text{III. 26})$$

D'autre part, on a :

$$\text{rot}\bar{\text{rot}}\bar{\text{H}} = \bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} \cdot \bar{\text{H}}) - \Delta \bar{\text{H}} \quad (\text{III. 27})$$

$$\text{Or : } (\bar{\nabla} \cdot \bar{\text{H}}) = 0 \quad (\text{III. 28})$$

$$\Delta \bar{\text{H}} + (\omega^2 [\varepsilon] [\mu] + \beta_0^2 [\xi]^2) \bar{\text{H}} + 2j\omega\beta_0 ([\varepsilon] [\xi]) \bar{\text{E}} = 0 \quad (\text{III.29})$$

Les équations (III. 14) et (III. 29) présentent les équations d'onde pour le champ électrique et le champ magnétique ils présentent un couplage entre le champ  $\bar{\text{E}}$  et l'induction  $\bar{\text{H}}$ , et comparativement au guide d'onde conventionnel à cœur non chiral (c à d  $[\xi]=0$ ), les équations (III. 14) et (III. 29) peuvent être découplées

$$\Delta \bar{\text{H}} + [\text{A}_3] \bar{\text{H}} + j[\text{A}_4] \bar{\text{E}} = 0 \quad (\text{III. 30})$$

$$[\text{A}_3] = [\text{A}_1] = \begin{bmatrix} \omega^2 \mu_x \varepsilon_x + \beta_0^2 \xi_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \mu_y \varepsilon_y + \beta_0^2 \xi_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 31})$$

$$[\text{A}_4] = 2\beta_0 \omega \begin{bmatrix} \varepsilon_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \xi_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 32})$$

Donc on a

$$\Delta \begin{bmatrix} \text{H}_x \\ \text{H}_y \\ \text{H}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^2 \mu_x \varepsilon_x + \beta_0^2 \xi_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \mu_y \varepsilon_y + \beta_0^2 \xi_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{H}_x \\ \text{H}_y \\ \text{H}_z \end{bmatrix} + j2\beta_0 \omega \begin{bmatrix} \varepsilon_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \xi_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{E}_x \\ \text{E}_y \\ \text{E}_z \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III. 33})$$

$$\Delta \text{H}_z + (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) \text{H}_z + j2\beta_0 \omega \varepsilon_z \xi_z \text{E}_z = 0 \quad (\text{III. 34})$$

$$\frac{\partial^2 \text{H}_z}{\partial x^2} - \beta^2 \text{H}_z + (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) \text{H}_z + j2\beta_0 \omega \varepsilon_z \xi_z \text{E}_z = 0 \quad (\text{III. 35})$$

$$\frac{\partial^2 \text{H}_z}{\partial x^2} + ((\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2) \text{H}_z + j2\beta_0 \omega \varepsilon_z \xi_z \text{E}_z = 0. \quad (\text{III. 36})$$

Les composantes longitudinales satisfont les équations différentielles couplées suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_z}{\partial x^2} + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{E}_z - 2j\omega\beta_0 \mu_z \xi_z \mathbf{H}_z = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{H}_z}{\partial x^2} + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{H}_z + j2\beta_0 \omega \varepsilon_z \xi_z \mathbf{E}_z = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 37})$$

L'examen de ces deux équations couplées montre que  $\xi_z$  est l'unique paramètre de couplage, et qui permet l'apparition des modes bifurqués. L'annulation de ce paramètre supprime le couplage même avec la présence des autres paramètres de chiralité  $\xi_x$  et  $\xi_y$ .

### III.3.3. Le découplage des équations différentielles obtenues :

$$\text{Si on prend: } \mathbf{H}'_z = \sqrt{\frac{\mu_z}{\varepsilon_z}} \mathbf{H}_z \quad (\text{III. 38})$$

et

$$\begin{cases} (\mathbf{E}_z + j\mathbf{H}'_z) = \mathbf{A}_z \\ (\mathbf{E}_z - j\mathbf{H}'_z) = \mathbf{G}_z \end{cases} \quad (\text{III. 39})$$

39)

On trouve

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_z}{\partial x^2} + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{E}_z - 2j\omega\beta_0 \sqrt{\varepsilon_z \mu_z} \xi_z \mathbf{H}'_z = 0 \quad (\text{III. 40})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}'_z}{\partial x^2} + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{H}'_z + j2\beta_0 \omega \sqrt{\varepsilon_z \mu_z} \xi_z \mathbf{E}_z = 0 \quad (\text{III. 41})$$

Ensuite, on trouve

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{A}_z + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{A}_z - 2\omega\beta_0 \sqrt{\varepsilon_z \mu_z} \xi_z \mathbf{A}_z = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{G}_z + \left( (\omega^2 \mu_z \varepsilon_z + \beta_0^2 \xi_z^2) - \beta^2 \right) \mathbf{G}_z + 2\omega\beta_0 \sqrt{\varepsilon_z \mu_z} \xi_z \mathbf{G}_z = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 42})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + \left( \left( \omega \sqrt{\mu_z \varepsilon_z} - \beta_0 \xi_z \right)^2 - \beta^2 \right) A_z = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} G_z + \left( \left( \omega \sqrt{\mu_z \varepsilon_z} + \beta_0 \xi_z \right)^2 - \beta^2 \right) G_z = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 43})$$

Et on a :

$$\begin{cases} K_{+z} = \left( \omega \sqrt{\mu_z \varepsilon_z} - \beta_0 \xi_z \right) \\ K_{-z} = \left( \omega \sqrt{\mu_z \varepsilon_z} + \beta_0 \xi_z \right) \end{cases} \quad (\text{III. 44})$$

Donc

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + (K_{+z}^2 - \beta^2) A_z = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} G_z + (K_{-z}^2 - \beta^2) G_z = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 45})$$

Avec:

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(K_{+z}^2 - \beta^2)} \\ U_2 &= \sqrt{(K_{-z}^2 - \beta^2)} \end{aligned} \quad (\text{III. 46})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_z + U_1^2 A_z = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} G_z + U_2^2 G_z = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 47})$$

### III.4. La solution des deux équations différentielles découplées

On déduit les deux équations différentielles découplées (III. 47), Faciles à résoudre.  
Suivant le signe de  $U_1$  et  $U_2$ , on trouve trois régions de propagation :

#### III. 4.1. La première région de propagation

C'est la région d'onde rapide-rapide.

$$\text{Quand: } \beta < K_{-z} < K_{+z} \quad (\text{III. 48})$$

On a :

$$v_p = \omega / \beta \quad (\text{III. 49})$$

$$\begin{cases} v_{\text{RCP}} = \omega / k_{+z} \\ v_{\text{LCP}} = \omega / k_{-z} \end{cases} \quad (\text{III. 50})$$

$$\text{donc } v_p > v_{\text{LCP}} > v_{\text{RCP}} \quad (\text{III. 51})$$

Dans ce cas on trouve que la vitesse de phase du guide d'onde est supérieure aux vitesses des ondes RCP et LCP suivant l'axe oz, on appelle cette région (la région rapide-rapide-onde). Dans ce cas les deux ondes peuvent se propager

La solution est de la forme:

$$\begin{cases} A_z = A_1 \cos U_1 x + A_2 \sin U_1 x \\ G_z = B_1 \cos U_2 x + B_2 \sin U_2 x \end{cases} \quad (\text{III. 52})$$

Donc :

$$\begin{cases} E_z = (A_z + G_z) / 2 \\ H'_z = \frac{1}{2j} (A_z - G_z) \end{cases} \quad (\text{III. 53})$$

$$\begin{cases} E_z = \frac{A_1}{2} \cos U_1 x + \frac{A_2}{2} \sin U_1 x + \frac{B_1}{2} \cos U_2 x + \frac{B_2}{2} \sin U_2 x \\ H'_z = \frac{A_1}{2j} \cos U_1 x + \frac{A_2}{2j} \sin U_1 x - \frac{B_1}{2j} \cos U_2 x - \frac{B_2}{2j} \sin U_2 x \end{cases} \quad (\text{III. 54})$$

### III.4.1.1. Les conditions aux limites

La constante de propagation des modes propagatifs est une quantité réelle positive. Et les conditions aux limites spécifiques, imposées par la structure adoptée, font que les composantes tangentielles de E sont nulles à la surface des parois métalliques.

$$\begin{cases} E_z = 0 \rightarrow x = \pm a/2 \\ E_y = 0 \rightarrow x = \pm a/2 \end{cases} \quad (\text{III. 55})$$

$$\begin{cases} x = +\frac{a}{2} \rightarrow E_z = \frac{A_1}{2} \cos U_1 \frac{a}{2} + \frac{A_2}{2} \sin U_1 \frac{a}{2} + \frac{B_1}{2} \cos U_2 \frac{a}{2} + \frac{B_2}{2} \sin U_2 \frac{a}{2} \\ x = -\frac{a}{2} \rightarrow E_z = \frac{A_1}{2} \cos U_1 \frac{a}{2} - \frac{A_2}{2} \sin U_1 \frac{a}{2} + \frac{B_1}{2} \cos U_2 \frac{a}{2} - \frac{B_2}{2} \sin U_2 \frac{a}{2} \end{cases} \quad (\text{III. 56})$$

### III.4.1.2. Les composantes transversales des champs électrique et magnétique

En estimant cette foi ci

$$\vec{H}' = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \quad (\text{III. 57})$$

$$r\vec{ot}\vec{H} = j\omega(\varepsilon\vec{E} - j\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{H}) \quad .x \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (\text{III. 58})$$

$$r\vec{ot}\vec{E} = -j\omega\left(\mu\vec{H}' + j\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{E}\right) \quad x\left(\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right) \quad (\text{III. 59})$$

On trouve

$$r\vec{ot}\vec{H}' = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\vec{E} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{H}' \quad x(j) \quad (\text{III. 60})$$

$$r\vec{ot}\vec{E} = -j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\vec{H}' + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{E} \quad (\text{III. 61})$$

$$r\vec{ot}(\vec{E} + j\vec{H}') = -\omega\sqrt{\mu\varepsilon}(\vec{E} + j\vec{H}') + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi(\vec{E} + j\vec{H}') \quad (\text{III. 62})$$

$$\vec{E} + j\vec{H}' = \vec{A} \quad (\text{III. 63})$$

$$r\vec{ot}\vec{A} = -\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\vec{A} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{A} \quad (\text{III. 64})$$

$$r\vec{ot}\vec{A} = (-\omega\sqrt{\mu\varepsilon} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi)\vec{A} \quad (\text{III. 65})$$

$$r\vec{ot}\vec{H}' = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\vec{E} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{H}' \dots\dots\dots x(-j) \quad (\text{III. 66})$$

$$r\vec{ot}(\vec{E} - j\vec{H}') = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}(\vec{E} - j\vec{H}') + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi(\vec{E} - j\vec{H}') \quad (\text{III. 67})$$

$$\vec{E} - j\vec{H}' = \vec{G} \quad (\text{III. 68})$$

$$\text{rot } \vec{G} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}\vec{G} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi\vec{G} \quad (\text{III. 69})$$

$$\text{rot } \vec{G} = (\omega\sqrt{\mu\varepsilon} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi)\vec{G} \quad (\text{III. 70})$$

De l'équation (III. 65) (III. 70) on trouve :

$$\frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y = (-\omega\sqrt{\mu_x\varepsilon_x} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_x)A_x = -k_{+x}A_x \quad (\text{III.71})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} A_x - \frac{\partial}{\partial x} A_z = (-\omega\sqrt{\mu_y\varepsilon_y} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_y)A_y = -k_{+y}A_y. \quad (\text{III. 72})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x = (-\omega\sqrt{\mu_z\varepsilon_z} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_z)A_z = -k_{+z}A_z \quad (\text{III. 73})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} G_z - \frac{\partial}{\partial z} G_y = (\omega\sqrt{\mu_x\varepsilon_x} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_x)G_x = k_{-x}G_x \quad (\text{III. 74})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} G_x - \frac{\partial}{\partial x} G_z = (\omega\sqrt{\mu_y\varepsilon_y} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_y)G_y = k_{-y}G_y \quad (\text{III. 75})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} G_y - \frac{\partial}{\partial y} G_x = (\omega\sqrt{\mu_z\varepsilon_z} + \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\xi_z)G_z = k_{-z}G_z \quad (\text{III. 76})$$

$$\text{En prenant: } \frac{\partial}{\partial x} = \partial_x, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \partial_y, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \partial_z \quad (\text{III. 77})$$

Et

$$\begin{cases} k_{+i} = \left( \omega\sqrt{\mu_i\varepsilon_i} - \beta_0\xi_i \right) = \beta_0 \left( \sqrt{\mu_i\varepsilon_i} - \xi_i \right) = \beta_0 n_{+i} \\ k_{-i} = \left( \omega\sqrt{\mu_i\varepsilon_i} + \beta_0\xi_i \right) = \beta_0 \left( \sqrt{\mu_i\varepsilon_i} + \xi_i \right) = \beta_0 n_{-i} \end{cases} \quad \text{et } i=x, y \text{ et } z. \quad (\text{III. 78})$$

$k_{\pm i}$  : le nombre d'onde droite et gauche, et  $n_{\pm i}$  : l'indices de réfractions des ondes RCP et LCP selon les trois directions du système de coordonnées cartésien.

En prenant (III. 71) et (III. 72), le système peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} k_{+x} & j\beta \\ -j\beta & k_{+y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial_y A_z \\ \partial_x A_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 79})$$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} \begin{bmatrix} k_{+y} & -j\beta \\ j\beta & k_{+x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\partial_y A_z \\ \partial_x A_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 80})$$

80)

$$\begin{cases} A_x = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (-k_{+y}\partial_y A_z - j\beta\partial_x A_z) \\ A_y = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (-j\beta\partial_y A_z + k_{+x}\partial_x A_z) \end{cases} \quad (\text{III. 81})$$

Comme les champs sont indépendants de  $y$ , les expressions de  $A_x$  et  $A_y$  sont alors données par :

$$\begin{cases} A_x = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (j\beta U_1 A_1 \sin U_1 x - j\beta U_1 A_2 \cos U_1 x) \\ A_y = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (-k_{+x} U_1 A_1 \sin U_1 x + k_{+x} U_1 A_2 \cos U_1 x) \end{cases} \quad (\text{III. 82})$$

En prenant (III. 74) et (III. 75) on trouve :

$$\begin{bmatrix} -k_{-x} & j\beta \\ -j\beta & -k_{-y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial_y G_z \\ \partial_x G_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 83})$$

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} \begin{bmatrix} -k_{-y} & -j\beta \\ j\beta & -k_{-x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\partial_y G_z \\ \partial_x G_z \end{bmatrix} \quad (\text{III. 84})$$

$$\begin{cases} G_x = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} (k_{-y}\partial_y G_z - j\beta\partial_x G_z) \\ G_y = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} (-j\beta\partial_y G_z - k_{-x}\partial_x G_z) \end{cases} \quad (\text{III. 85})$$

$$\begin{cases} G_x = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} (j\beta B_1 U_2 \sin U_2 x - j\beta B_2 U_2 \cos U_2 x) \\ G_y = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} (k_{-x} B_1 U_2 \sin U_2 x - k_{-x} B_2 U_2 \cos U_2 x) \end{cases} \quad (\text{III. 86})$$

$$E_y = (A_y + G_y)/2$$

$$E_y = \frac{-k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_1 \sin U_1 x + \frac{k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_2 \cos U_1 x + \dots$$

$$\frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_1 \sin U_2 x - \frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_2 \cos U_2 x$$
(III. 87)

Quand  $x = \frac{a}{2} \rightarrow$

$$E_y = \frac{-k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_1 \sin \frac{U_1 a}{2} + \frac{k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_2 \cos \frac{U_1 a}{2} + \dots$$

$$\frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_1 \sin \frac{U_2 a}{2} - \frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_2 \cos \frac{U_2 a}{2}$$
(III. 88)

Quand  $x = -\frac{a}{2} \rightarrow$

$$E_y = \frac{k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_1 \sin \frac{U_1 a}{2} + \frac{k_{+x}U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_2 \cos \frac{U_1 a}{2} - \dots$$

$$\frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_1 \sin \frac{U_2 a}{2} - \frac{k_{-x}U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_2 \cos \frac{U_2 a}{2}$$
(III. 89)

D'après (III. 56), (III. 88), (III. 89) La solution est donnée sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{U_1 a}{2} & \sin \frac{U_1 a}{2} & \cos \frac{U_2 a}{2} & \sin \frac{U_2 a}{2} \\ \cos \frac{U_1 a}{2} & -\sin \frac{U_1 a}{2} & \cos \frac{U_2 a}{2} & -\sin \frac{U_2 a}{2} \\ -f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & +f_2 \sin \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cos \frac{U_2 a}{2} \\ f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & -f_2 \sin \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cos \frac{U_2 a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0$$
(III. 90)

On a

Si on prend la ligne 1 + la ligne 2 de la matrice (III. 90), on obtient:

$$\cos \frac{U_1 a}{2} A_1 + \cos \frac{U_2 a}{2} B_1 = 0$$
(III. 91)

Si on prend la ligne 3 - la ligne 4 de la matrice (III. 90) on obtient:

$$-f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} A_1 + f_2 \sin \frac{U_2 a}{2} B_1 = 0$$
(III. 92)

Ce système d'équations ((III. 91) et (III. 92)) peut être donné sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{U_1 a}{2} & \cos \frac{U_2 a}{2} \\ -f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & +f_2 \sin \frac{U_2 a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III. 93})$$

Si on prend la ligne 1 – la ligne 2 de la matrice (III. 90), on obtient:

$$\sin \frac{U_1 a}{2} A_2 + \sin \frac{U_2 a}{2} B_2 = 0 \quad (\text{III. 94})$$

Si on prend la ligne 3 + la ligne 4 de la matrice (III. 90), on obtient :

$$f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} A_2 - f_2 \cos \frac{U_2 a}{2} B_2 = 0 \quad (\text{III. 95})$$

Ce système d'équations ((III. 94) et (III. 95)) peut être donné sous la forme:

$$\begin{bmatrix} \sin \frac{U_1 a}{2} & \sin \frac{U_2 a}{2} \\ f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & -f_2 \cos \frac{U_2 a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III. 96})$$

Avec :

$$\begin{cases} f_1 = \frac{k_{+x} U_1}{(k_{+x} k_{+y} - \beta^2)} \\ f_2 = \frac{k_{-x} U_2}{(k_{-x} k_{-y} - \beta^2)} \end{cases} \quad (\text{III. 97})$$

Donc le système d'équations d'ordre quatre peut être séparé en deux systèmes d'équations d'ordre deux, selon les expressions (III. 93) et (III. 96) :

On a :

$$A_1 = f_2 \cos \frac{U_1 a}{2} \sin \frac{U_2 a}{2} + f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} \cos \frac{U_2 a}{2} = 0 \quad (\text{III. 98})$$

et

$$A_2 = -f_2 \sin \frac{U_1 a}{2} \cos \frac{U_2 a}{2} - f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} \sin \frac{U_2 a}{2} = 0 \quad (\text{III. 99})$$

Suite à des transformations trigonométriques, on obtient après développement les expressions suivantes:

$$A_1 = \left(\frac{f_1}{2} + \frac{f_2}{2}\right) \sin\left(\frac{U_1 a}{2} + \frac{U_2 a}{2}\right) + \left(\frac{f_1}{2} - \frac{f_2}{2}\right) \sin\left(\frac{U_1 a}{2} - \frac{U_2 a}{2}\right) = 0 \quad (\text{III. 100})$$

et

$$A_2 = -\left(\frac{f_1}{2} + \frac{f_2}{2}\right) \sin\left(\frac{U_1 a}{2} + \frac{U_2 a}{2}\right) + \left(\frac{f_1}{2} - \frac{f_2}{2}\right) \sin\left(\frac{U_1 a}{2} - \frac{U_2 a}{2}\right) = 0 \quad (\text{III. 101})$$

### III.4.2. Deuxième région de propagation

C'est la région d'ondes rapide-lente.

$$\text{Cas de la région où: } K_{-z} < \beta < K_{+z} \quad (\text{III. 102})$$

Donc on a:

$$v_{\text{LCP}} > v_p > v_{\text{RCP}} \quad (\text{III. 103})$$

Les solutions relatives à ces conditions seront les suivantes:

$$\begin{cases} A_z = A_1 \cos U_1 x + A_2 \sin U_1 x \\ G_z = B_1 \cosh U_2 x + B_2 \sinh U_2 x \end{cases} \quad (\text{III. 104})$$

Avec:

$$\begin{cases} U_1 = \sqrt{(k_{+z}^2 - \beta^2)} \\ U_2 = \sqrt{(\beta^2 - k_{-z}^2)} \end{cases} \quad (\text{III. 105})$$

Dans cette région uniquement l'onde RCP peut se propager, tandis que la LCP devient une onde lente relativement à la RCP.

Dans ce cas on trouve

$$E_z = \frac{A_1}{2} \cos \sqrt{K_{+z}^2 - \beta^2} x + \frac{A_2}{2} \sin \sqrt{K_{+z}^2 - \beta^2} x + \frac{B_1}{2} \cosh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x + \frac{B_2}{2} \sinh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x \quad (\text{III. 106})$$

$$\begin{cases} A_x = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (j\beta U_1 A_1 \sin U_1 x - j\beta U_1 A_2 \cos U_1 x) \\ A_y = \frac{1}{k_{+x}k_{+y} - \beta^2} (-k_{+x} U_1 A_1 \sin U_1 x + k_{+x} U_1 A_2 \cos U_1 x) \end{cases} \quad (\text{III. 107})$$

$$\begin{cases} G_x = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} \left( -j\beta B_1 \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} \sinh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x - j\beta B_2 \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} \cosh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x \right) \\ G_y = \frac{1}{k_{-x}k_{-y} - \beta^2} \left( -k_{-x} B_1 \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} \sinh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x - k_{-x} B_2 \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} \cosh \sqrt{\beta^2 - K_{-z}^2} x \right) \end{cases} \quad (\text{III. 108})$$

$$\begin{aligned} E_y &= (A_y + G_y) / 2 \\ E_y &= \frac{-k_{+x} U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_1 \sin U_1 x + \frac{k_{+x} U_1}{2(k_{+x}k_{+y} - \beta^2)} A_2 \cos U_1 x - \dots \\ &\quad \frac{k_{-x} U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_1 \sinh U_2 x - \frac{k_{-x} U_2}{2(k_{-x}k_{-y} - \beta^2)} B_2 \cosh U_2 x \end{aligned} \quad (\text{III. 109})$$

Après application des conditions aux limites on trouve :

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{U_1 a}{2} & \sin \frac{U_1 a}{2} & \cosh \frac{U_2 a}{2} & \sinh \frac{U_2 a}{2} \\ \cos \frac{U_1 a}{2} & -\sin \frac{U_1 a}{2} & \cosh \frac{U_2 a}{2} & -\sinh \frac{U_2 a}{2} \\ -f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & -f_2 \sinh \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cosh \frac{U_2 a}{2} \\ f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & f_2 \sinh \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cosh \frac{U_2 a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 110})$$

On peut déduire

$$\begin{cases} \Delta_1 = -f_2 \cos \frac{U_1 a}{2} \sinh \frac{U_2 a}{2} + f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} \cosh \frac{U_2 a}{2} = 0 \\ \Delta_2 = -f_2 \sin \frac{U_1 a}{2} \cosh \frac{U_2 a}{2} - f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} \sinh \frac{U_2 a}{2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.111})$$

### III.4.3. Troisième région de propagation

C'est la région d'onde lente-lente.

$$\text{Quand : } K_{-z} < K_{+z} < \beta \quad (\text{III. 112})$$

On trouve la solution suivante:

$$\begin{cases} A_z = A_1 \cosh U_1 x + A_2 \sinh U_1 x \\ G_z = B_1 \cosh U_2 x + B_2 \sinh U_2 x \end{cases} \quad (\text{III. 113})$$

Dans ce cas ni l'onde RCP ni l'onde LCP ne peuvent se propager, les deux ondes sont lentes. On appelle ce cas (la région d'onde-lente-lente).

On trouve :

$$E_z = \frac{A_1}{2} \cosh U_1 x + \frac{A_2}{2} \sinh U_1 x + \frac{B_1}{2} \cosh U_2 x + \frac{B_2}{2} \sinh U_2 x \quad (\text{III. 114})$$

$$\begin{cases} A_x = \frac{1}{k_{+x} k_{+y} - \beta^2} (-j\beta U_1 A_1 \sinh U_1 x - j\beta U_1 A_2 \cosh U_1 x) \\ A_y = \frac{1}{k_{+x} k_{+y} - \beta^2} (k_{+x} U_1 A_1 \sinh U_1 x + k_{+x} U_1 A_2 \cosh U_1 x) \end{cases} \quad (\text{III.115})$$

$$\begin{cases} G_x = \frac{1}{k_{-x} k_{-y} - \beta^2} (-j\beta B_1 U_2 \sinh U_2 x - j\beta B_2 U_2 \cosh U_2 x) \\ G_y = \frac{1}{k_{-x} k_{-y} - \beta^2} (-k_{-x} B_1 U_2 \sinh U_2 x - k_{-x} B_2 U_2 \cosh U_2 x) \end{cases} \quad (\text{III. 116})$$

$$E_y = (A_y + G_y) / 2$$

$$E_y = \frac{k_{+x} U_1}{2(k_{+x} k_{+y} - \beta^2)} A_1 \sinh U_1 x + \frac{k_{+x} U_1}{2(k_{+x} k_{+y} - \beta^2)} A_2 \cosh U_1 x - \dots \quad (\text{III. 117})$$

$$\frac{k_{-x} U_2}{2(k_{-x} k_{-y} - \beta^2)} B_1 \sinh U_2 x - \frac{k_{-x} U_2}{2(k_{-x} k_{-y} - \beta^2)} B_2 \cosh U_2 x$$

Après application les conditions aux limites on trouve :

$$\begin{bmatrix} \cosh \frac{U_1 a}{2} & \sinh \frac{U_1 a}{2} & \cosh \frac{U_2 a}{2} & \sinh \frac{U_2 a}{2} \\ \cosh \frac{U_1 a}{2} & -\sinh \frac{U_1 a}{2} & \cosh \frac{U_2 a}{2} & -\sinh \frac{U_2 a}{2} \\ f_1 \sinh \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cosh \frac{U_1 a}{2} & -f_2 \sinh \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cosh \frac{U_2 a}{2} \\ -f_1 \sin \frac{U_1 a}{2} & f_1 \cos \frac{U_1 a}{2} & f_2 \sinh \frac{U_2 a}{2} & -f_2 \cosh \frac{U_2 a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 118})$$

On peut déduire :

$$\begin{cases} A_1 = -f_2 \cosh \frac{U_1 a}{2} \sinh \frac{U_2 a}{2} - f_1 \sinh \frac{U_1 a}{2} \cosh \frac{U_2 a}{2} = 0 \\ A_2 = -f_2 \sinh \frac{U_1 a}{2} \cosh \frac{U_2 a}{2} - f_1 \cosh \frac{U_1 a}{2} \sinh \frac{U_2 a}{2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 119})$$

### III.5. Conclusion

On a développé les équations de Maxwell dans un milieu chiral anisotrope. Ce dernier est caractérisé par les paramètres physiques : tenseurs de permittivité, de perméabilité et de paramètre de chiralité diagonaux. On a trouvé comme résultat les équations d'ondes différentielles relatives aux champs électrique et magnétique couplés par l'intermédiaire du paramètre de chiralité  $[\xi]$ . Leurs résolutions respectives nous ont menés à l'obtention des composantes longitudinales satisfaisant les équations différentielles couplées. L'examen de ces deux équations couplées montre que  $\xi_z$  est l'unique paramètre de couplage, et qui permet l'apparition des modes bifurqués. L'annulation de ce paramètre supprime le couplage même avec la présence des autres paramètres de chiralité  $\xi_x$  et  $\xi_y$ .

On a trouvé aussi trois régions pour la propagation d'onde : la région d'onde rapide-rapide où les deux modes (RCP et LCP) peuvent se propager, la région d'onde rapide-lente où une onde peut se propager et l'autre ne le peut pas, la région d'onde lente-lente où les deux modes ne peuvent pas se propager. Un calcul des équations de dispersion de chaque région a été effectué. Dans le chapitre suivant on s'intéresse à la solution de l'équation de dispersion dans la première région.

# *Chapitre IV*

## *Résultats et commentaires*

## IV.1. Introduction

Le milieu chiral est un sous-ensemble d'un milieu bi-anisotrope. Ce matériau présente des applications intéressantes dans la propagation des ondes électromagnétiques [1], [2], [3]. Par définition, la chiralité est une notion purement géométrique, due à l'absence de symétrie bilatérale d'un objet [1]. Ainsi, l'objet chiral est un corps tridimensionnel qui ne peut être superposé à son image miroir par translation ou rotation [1]. En outre, le concept de chiralité conduit à des notions d'ondes gauche et droite où: RCP (right circularly polarized) et LCP (left circularly polarized), où chacune d'elles a un indice de réfraction et une vitesse de phase différents. Les deux indices de réfraction correspondant sont:  $n_{\pm} = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \pm \xi$  [4]. ( $\mu_r$ : perméabilité relative,  $\varepsilon_r$ : permittivité relative).

Cependant, le milieu chiral anisotrope joue un rôle crucial, en ayant des matériaux d'indice de réfraction négatif, qui ont ouvert de nouveaux horizons dans l'optique et font l'objet d'importants intérêts scientifiques [5]-[8]. Il a été indiqué par des résultats théoriques et expérimentaux que les matériaux chiraux anisotropes peuvent avoir un indice de réfraction négatif comme les milieux isotropes avec une permittivité et une perméabilité simultanément négatives. L'indice de réfraction négatif peut être atteint en augmentant le paramètre de chiralité ou en opérant à proximité des zones de fréquence de résonance électrique et/ou magnétique, où la valeur  $\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$  devient plus petite que la valeur  $\xi$  du paramètre de chiralité. Cette dernière devient grande dans les régions avoisinant les fréquences de résonance, comme indiqué dans [9] [10]. Généralement, les matériaux chiraux naturels, tels que le quartz la solution de sucre, ont  $\xi < 1$  et,  $\sqrt{\mu_r \varepsilon_r} > 1$ , donc une réfraction négative n'est pas possible dans ces matériaux [11]. Cependant, avec des métamatériaux chiraux artificiels, les paramètres macroscopiques peuvent être clairement identifiés. En outre, la notion de chiralité nulle, lorsque les valeurs de  $\mu_r$  et  $\varepsilon_r$  du milieu sont petites et très proches de zéro, rend l'indice de réfraction négatif pour l'un des modes de polarisation circulaire, même lorsque  $\xi$  est petit [4] [12]. De plus, il est plus simple de réaliser une réfraction négative dans les métamatériaux chiraux qu'avec les métamatériaux réguliers [13].

Dans ce chapitre on s'intéresse à la solution des équations de dispersions dans la première région de propagation (trouvées dans le troisième chapitre) selon la diversité de ses paramètres physiques.

## IV.2. Résultats de calcul

D'après les résultats obtenus dans le chapitre III, les équations de dispersions dans un milieu chiral anisotrope, dans la première région de propagation, sont données par les équations (III. 100) et (III. 101)

La solution de l'une des deux équations de dispersion nous donne le mode RCP et la solution de l'autre nous donne le mode LCP.

Initialement, afin de pouvoir comparer nos résultats, on a simplifié les paramètres du matériau adopté aux cas les plus simples, qui sont respectivement: l'isotrope, l'anisotrope de forme uni-axiale, et le bi-isotrope. Par la suite nous avons traité notre cas de matériau bi-anisotrope, qui représente l'ensemble des cas suscités.

Nous commençons par l'étude du cas le plus simple:

### IV.2.1. Cas isotrope

L'élément magnétoélectrique dans ce cas est nul, la perméabilité  $\mu$  et la permittivité  $\varepsilon$  sont scalaires, et les équations (III. 100) et (III.101) deviennent

$$A_1 = \left( \frac{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}{\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \beta^2}} \right) \sin(\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \beta^2} a) = 0 \quad (\text{IV. 1})$$

$$A_2 = -\left( \frac{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}{\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \beta^2}} \right) \sin(\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \beta^2} a) = 0 \quad (\text{IV. 2})$$

Avec la fréquence de coupure suivante :

$$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\mu\varepsilon}a} \quad (\text{IV. 3})$$

Dans ce cas les expressions des champs deviennent :

$$E_x = \frac{j}{2} \left( \frac{\beta}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} A_1 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x - \frac{\beta}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} A_2 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right) + \dots \quad (\text{IV. 4})$$

$$+ \frac{j}{2} \left( \frac{\beta}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} B_1 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x - \frac{\beta}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} B_2 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right)$$

$$E_y = \frac{1}{2} \left( \frac{-k}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} A_1 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x + \frac{k}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} A_2 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right) + \dots \quad (\text{IV. 5})$$

$$+ \frac{1}{2} \left( \frac{k}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} B_1 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x - \frac{k}{\sqrt{k^2 - \beta^2}} B_2 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right)$$

$$E_z = \frac{1}{2} \left( A_1 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x + A_2 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x + B_1 \cos \sqrt{k^2 - \beta^2} x + B_2 \sin \sqrt{k^2 - \beta^2} x \right) \quad (\text{IV. 6})$$

Avec

$$K = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (\text{IV. 7})$$

#### IV.2.1.1. Commentaire:

Cette étude du cas simple montre une superposition des modes RCP et LCP, du à l'absence de la chiralité.

#### IV.2.2. Cas bi isotrope

L'élément magnétoélectrique dans ce cas est scalaire, la perméabilité  $\mu$  et la permittivité  $\varepsilon$  sont scalaires, et les équations (III. 100) et (III. 101) deviennent

$$A_1 = \left( \frac{k_+}{2\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} + \frac{k_-}{2\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} \right) \sin \left( \frac{\sqrt{k_+^2 - \beta^2} a}{2} + \frac{\sqrt{k_-^2 - \beta^2} a}{2} \right) + \dots \quad (\text{IV. 8})$$

$$\left( \frac{k_+}{2\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} - \frac{k_-}{2\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} \right) \sin \left( \frac{\sqrt{k_+^2 - \beta^2} a}{2} - \frac{\sqrt{k_-^2 - \beta^2} a}{2} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 = & -\left(\frac{k_+}{2\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} + \frac{k_-}{2\sqrt{k_-^2 - \beta^2}}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{k_+^2 - \beta^2} a}{2} + \frac{\sqrt{k_-^2 - \beta^2} a}{2}\right) + \dots \\ & \left(\frac{k_+}{2\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} - \frac{k_-}{2\sqrt{k_-^2 - \beta^2}}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{k_+^2 - \beta^2} a}{2} - \frac{\sqrt{k_-^2 - \beta^2} a}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

La fréquence de coupure devienne :

$$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\epsilon\mu a}} \quad (\text{IV. 10})$$

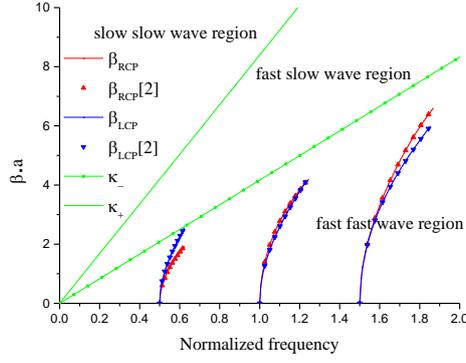
Les expressions des champs deviennent :

$$\begin{aligned} E_x = & \frac{j}{2} \left( \frac{\beta}{\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} A_1 \sin \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x - \frac{\beta}{\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} A_2 \cos \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x \right) + \dots \\ & \frac{j}{2} \left( \frac{\beta}{\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} B_1 \sin \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x - \frac{\beta}{\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} B_2 \cos \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x \right) \end{aligned} \quad (\text{IV. 11})$$

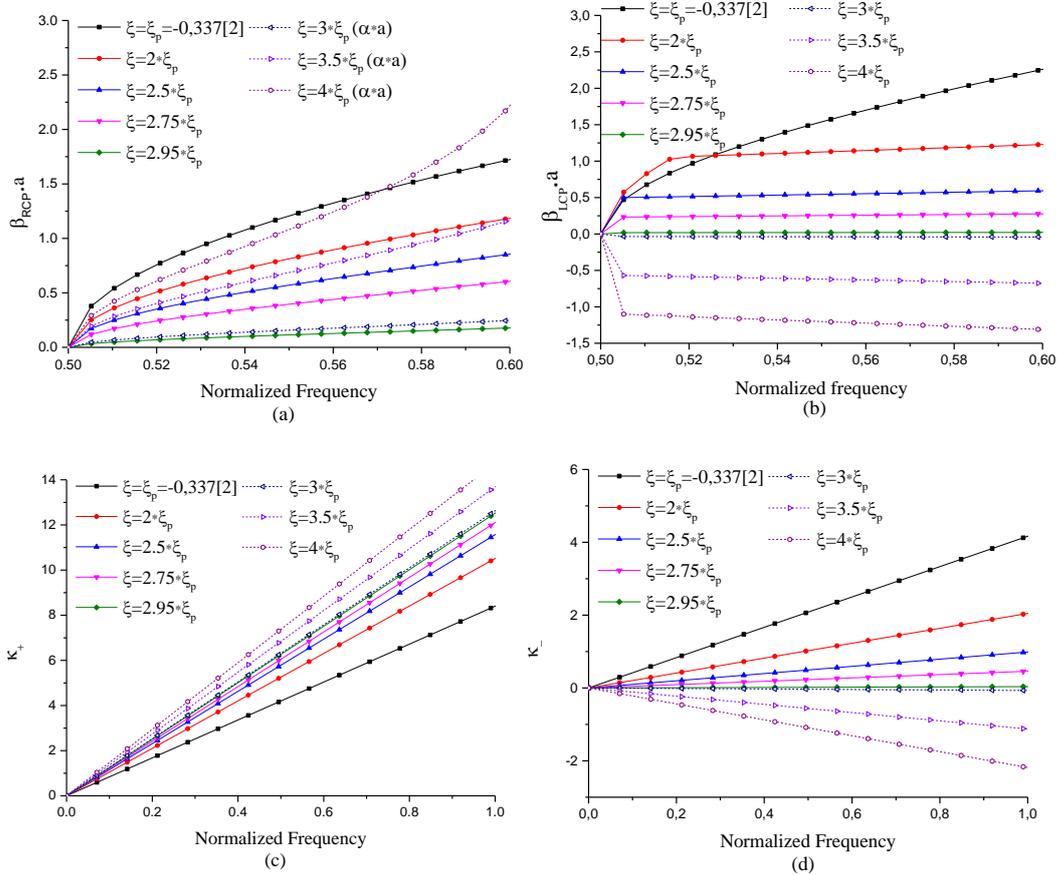
$$\begin{aligned} E_y = & \frac{1}{2} \left( \frac{-k_+}{\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} A_1 \sin \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x + \frac{k_+}{\sqrt{k_+^2 - \beta^2}} A_2 \cos \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x \right) + \dots \\ & \frac{1}{2} \left( \frac{k_-}{\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} B_1 \sin \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x - \frac{k_-}{\sqrt{k_-^2 - \beta^2}} B_2 \cos \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x \right) \end{aligned} \quad (\text{IV. 12})$$

$$E_z = \frac{1}{2} \left( A_1 \cos \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x + A_2 \sin \sqrt{k_+^2 - \beta^2} x + B_1 \cos \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x + B_2 \sin \sqrt{k_-^2 - \beta^2} x \right) \quad (\text{IV. 13})$$

Les résultats de simulation pour le cas bi-isotrope sont donnés dans la figure. IV.1. et Figure. IV.2.



**Fig. IV.1.** Les constantes de propagations normalisées  $\beta_{RCP}$  et  $\beta_{LCP}$ , dans un guide d'onde chiral isotrope, dans la région rapide-rapide-onde avec  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  and  $\xi = -0.337$ .



**Fig. IV.2** Les constantes de propagations normalisées et nombres d'ondes ( $\kappa_+$ ,  $\kappa_-$ ) dans un guide d'onde à cœur chiral isotrope dans la région rapide-rapide-onde avec  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  et  $\xi$  varies. (a) La constante de propagation normalisée  $\beta_{RCP}$ , (b) La constante de propagation normalisée  $\beta_{LCP}$ , (c) Le nombre d'onde positive ( $\kappa_+$ ) et (d) Le nombre d'onde négative ( $\kappa_-$ ).

Les résultats de L'influence du paramètre de chiralité sur la nature de propagation, sont donnés dans la figure. IV.2.

Avec  $\Omega = \omega \cdot a \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \frac{\Omega}{2\pi} = f \cdot a \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  : est la fréquence normalisée.

#### IV.2.2.1. Commentaire:

Ces résultats illustrent la bifurcation des modes RCP et LCP, qui naissent de la même fréquence de coupure, caractéristique essentielle d'un matériau chiral. Selon la figure. IV.1, illustrant nos résultats du 2<sup>ème</sup> cas, qui concorde bien avec ce de [2].

Comme illustré par la Figure. IV.2, l'effet de la chiralité sur les modes RCP et LCP est tout à fait différent. Pour le premier cas (figure. IV.2a), le mode RCP diminue en gardant la même forme jusqu'à ce que la condition  $\sqrt{\mu_t \varepsilon_t} > |\xi|$  ne soit plus satisfaite pour  $\xi \geq 3^* \xi_p$ , où le mode devient évanescent  $\alpha_{RCP} = j\beta_{RCP}$ . Tandis que le deuxième mode (figure. IV.2b), le LCP devient quasi constant avec l'augmentation de  $\xi$  et changement de signe ( $\beta_{LCP} < 0$ ) pour.  $\xi \geq 3^* \xi_p$ , alors la valeur  $3^* \xi_p$  représente la valeur seuil qui permet le changement de signe de  $\beta_{LCP}$ . Cela s'explique par l'allure et le signe de  $k_+$  et  $k_-$  montrés dans les figures. IV.2c et 2d, car le signe de  $k_+$  et  $k_-$  concorde respectivement avec le signe de  $n_+$  et  $n_-$ .

Il convient de noter que, pour des valeurs élevées de  $\xi$  et pour cette condition  $\sqrt{\mu_t \varepsilon_t} < |\xi|$ , le milieu chiral se comporte comme un métamatériau pour lequel le premier mode devient évanescent et le second devient une onde de retour (backward wave en anglais).

#### IV.2.3. Cas du milieu anisotrope

L'élément magnétoélectrique dans ce cas est nul, la perméabilité  $\mu$  et la permittivité  $\varepsilon$  sont des tenseurs, et les équations (III. 100) et (III. 101) deviennent

$$A_1 = \left( \frac{k_x \sqrt{k_z^2 - \beta^2}}{(k_x k_y - \beta^2)} \right) \sin(\sqrt{k_z^2 - \beta^2} a) = 0 \quad (\text{IV. 14})$$

$$A_2 = - \left( \frac{k_x \sqrt{k_z^2 - \beta^2}}{(k_x k_y - \beta^2)} \right) \sin(\sqrt{k_z^2 - \beta^2} a) = 0 \quad (\text{IV. 15})$$

Avec la fréquence de coupure

$$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\mu_z \varepsilon_z} a} \quad (\text{IV. 16})$$

Les expressions des champs deviennent :

$$E_x = \frac{j\beta U}{2(k_x k_y - \beta^2)} (A_1 + B_1) \sin Ux - \frac{j\beta U}{2(k_x k_y - \beta^2)} (A_2 + B_2) \cos Ux \quad (\text{IV. 17})$$

$$E_y = \frac{-k_x U}{2(k_x k_y - \beta^2)} (A_1 - B_1) \sin Ux + \frac{k_x U}{2(k_x k_y - \beta^2)} (A_2 - B_2) \cos Ux \quad (\text{IV. 18})$$

$$E_z = \frac{A_1 + B_1}{2} \cos Ux + \frac{A_2 + B_2}{2} \sin Ux \quad (\text{IV. 19})$$

Avec :

$$U_1 = U_2 = \sqrt{(K_z^2 - \beta^2)} = U \quad (\text{IV. 20})$$

#### IV.2.3.1. Commentaire:

Le cas de l'anisotropie mène également à la superposition des modes RCP et LCP, avec seulement un décalage des fréquences de coupure relativement aux cas isotrope.

#### IV.2.4. Cas du milieu bi-anisotrope

L'élément magnétoélectrique, la perméabilité  $\mu$  et la permittivité  $\varepsilon$  sont, cette fois ci, des tenseurs. Les résultats originaux concernant les expressions des fréquences de coupure ont été atteint. La particularité de ces résultats est la possibilité de contrôler les fréquences de coupure spécifiques par le choix des paramètres physiques adéquats. Pour chaque cas, la fréquence de coupure spécifique en fonction des paramètres constitutifs est clairement indiquée dans le tableau. IV.2.

**Tab. IV.2. Les trois cas de valeurs de fréquence de coupure relatifs aux conditions sur les paramètres physiques.**

Cas	Conditions sur les paramètres physiques	Les fréquences de coupures
Le premier cas	$\begin{cases} \xi_z \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry}} = \xi_y \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \\ \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \neq  \xi_z  \end{cases}$	$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\mu_z \varepsilon_z} a}$
Le deuxième cas	$\begin{cases} \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry}} \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} = \xi_z \xi_y \\ \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \neq  \xi_z  \end{cases}$	$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \xi_z a}$
Le troisième cas	$\begin{cases} \xi_z \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry}} \neq \xi_y \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \\ \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry}} \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \neq \xi_z \xi_y \\ \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \neq  \xi_z  \end{cases}$	$f_c = \frac{n}{2\sqrt{\mu_z \varepsilon_z} a} = \frac{n'}{2\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \xi_z a}$ <p>avec <math>\frac{n'}{n} = \frac{\sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}}}{\xi_z}</math></p>

#### IV.2.4.1. Commentaire

Nos calculs de la fréquence de coupure du premier cas ont abouti à une expression qui est fonction des composants des axes optiques  $\varepsilon_z$  et  $\mu_z$ , ce qui a coïncidé avec la formule du cas bi-isotrope conventionnel [2], et il est obtenu à partir d'un cas bi-anisotrope, quand  $\xi_z \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry}} = \xi_y \sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}}$  et  $\sqrt{\mu_{tz} \varepsilon_{tz}} \neq |\xi_z|$ . Le deuxième cas est parvenu à une nouvelle et intéressante expression de la fréquence de coupure, qui est fonctionne seulement du paramètre de chiralité  $\xi_z$ . Où ce dernier annule l'effet direct des deux paramètres (perméabilité  $\mu_z$  et permittivité  $\varepsilon_z$ ) sur la valeur de la fréquence de coupure. Le paramètre chiral reste le seul facteur d'influence. Par conséquent, il est plus facile d'avoir des fréquences de coupure beaucoup plus élevées avec des paramètres chiraux faibles, ce qui entraîne des résultats importants et intéressants, qui peuvent être utilisés dans la conception d'appareillage optique tels que les filtres passe-haut. Le troisième cas est une combinaison des deux premiers cas.

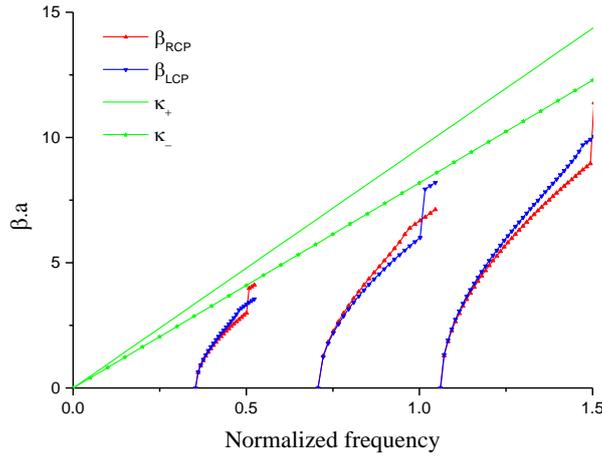
Compte tenu de la formule de fréquence de coupure classique obtenue dans le cas bi-anisotrope (ligne 1 du tableau. IV.2), l'effet de la chiralité sur la constante de

propagation dans la région à ondes rapides-rapides, est traité à travers les trois exemples suivants.

#### IV.2.4.2. Le premier exemple:

En considérant les paramètres physiques suivants:  $[\varepsilon_r] = \text{diag}[1, 2, 2]$ ,  $[\mu_r] = \text{diag}[1, 1, 1]$  et  $[\xi] = \text{diag}[-0.11, -0.11, -0.11]$ , la condition  $\sqrt{\mu_{tz}\varepsilon_{tz}} > |\xi_z|$  reste toujours satisfaite

Le résultat de simulation est représenté dans la figure. IV.3.

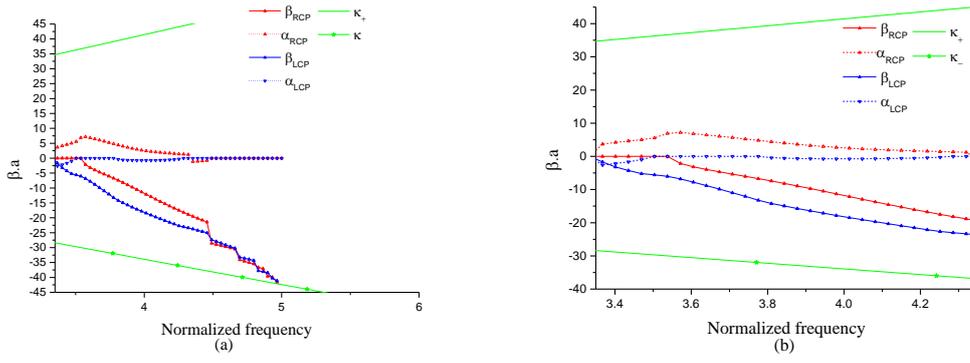


**Fig. IV.3 Les constantes de propagations normalisées  $\beta_{RCP}$  et  $\beta_{LCP}$ , dans un guide d'onde chiral anisotrope, avec  $\varepsilon_{tx} = 1, \varepsilon_{ty} = \varepsilon_{tz} = 2, \mu_{tx} = \mu_{ty} = \mu_{tz} = 1, \xi_x = \xi_y = \xi_z = -0.11$ .**

#### IV.2.4.3. Deuxième exemple

En prenant, cette fois ci, les paramètres physiques suivants:  $[\varepsilon_r] = \text{diag}[1, 0.15/10, 0.15]$ ,  $[\mu_r] = \text{diag}[1, 0.15/10, 0.15]$  et  $[\xi] = \text{diag}[-0.15, -0.15, -10*0.15]$ , dans ce cas on a la condition suivante:  $\sqrt{\mu_{tz}\varepsilon_{tz}} < |\xi_z|$  qui est satisfaite, donc la relation suivante:  $\sqrt{\mu_{ty}\varepsilon_{ty}} < |\xi_y|$  est aussi satisfaite, car on travaille sous cette condition:  $\xi_z \sqrt{\mu_{ty}\varepsilon_{ty}} = \xi_y \sqrt{\mu_{tz}\varepsilon_{tz}}$ .

Le résultat de simulation est représenté dans la figure. IV.4.

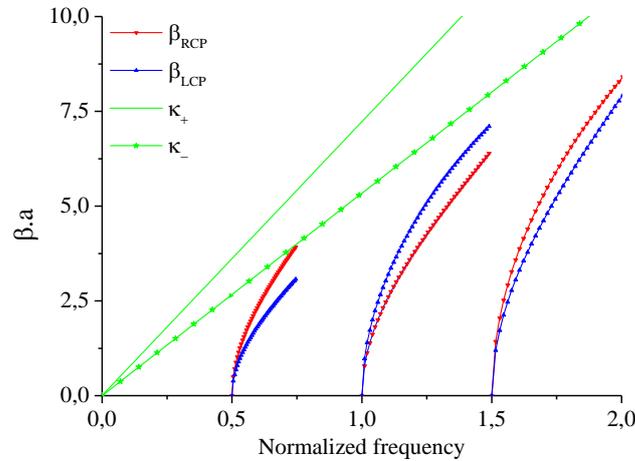


**Fig. IV.4 (a).** Les constantes de propagations normalisées  $\beta_{\text{RCP}}$  et  $\beta_{\text{LCP}}$ , dans un guide d'onde chiral anisotrope, (b) Zoom d'une partie de Fig. IV.4a. avec

$$\varepsilon_{\text{rx}} = 1, \varepsilon_{\text{ry}} = 0.015, \varepsilon_{\text{rz}} = 0.15, \mu_{\text{rx}} = 1, \mu_{\text{ry}} = 0.015, \mu_{\text{rz}} = 0.15, \xi_x = \xi_y = -0.15, \xi_z = -1.5.$$

#### IV.2.4.4. Troisième exemple:

En considérant les paramètres physiques suivants:  $[\varepsilon_r] = \text{diag}[0.15, 1, 1]$ ,  $[\mu_r] = \text{diag}[0.15, 1, 1]$  et  $[\xi] = \text{diag}[-1.5, -0.15, -0.15]$ , on remarque que la condition suivante:  $\sqrt{\mu_{\text{rx}} \varepsilon_{\text{rx}}} < |\xi_x|$  est satisfaite alors que cette condition:  $\sqrt{\mu_{\text{rz}} \varepsilon_{\text{rz}}} > |\xi_z|$  est également toujours satisfaite. Le résultat de simulation est donné dans la figure. IV.5.



**Fig. IV.5** Les constantes de propagations normalisées  $\beta_{\text{RCP}}$  et  $\beta_{\text{LCP}}$ , dans un guide

d'onde chiral anisotrope, avec  $\varepsilon_{\text{rx}} = 0.15, \varepsilon_{\text{ry}} = \varepsilon_{\text{rz}} = 1, \mu_{\text{rx}} = 0.15, \mu_{\text{ry}} = \mu_{\text{rz}} = 1$

$$, \xi_x = -1.5, \xi_y = \xi_z = -0.15$$

#### IV.2.4.5. Commentaires

La figure. IV.3. montre l'allure des constantes de propagation  $\beta_{\text{RCP}} > 0$  et  $\beta_{\text{LCP}} > 0$  classiques, avec la condition  $\sqrt{\mu_{\text{tz}} \varepsilon_{\text{tz}}} > |\xi_z|$  qui est satisfait. Dans la figure. IV.4, nous remarquons que les deux modes se comportent différemment pour le cas de ces valeurs des paramètres physiques. Le mode LCP ( $\beta_{\text{LCP}} < 0$ ) apparaît plus tôt en mode inversé avec le mode RCP comme mode évanescents ( $\alpha_{\text{RCP}} \neq 0$  et  $\beta_{\text{RCP}} = 0$ ,  $\alpha_{\text{RCP}}$  représente les pertes), puis, ce dernier se transforme en mode inversé, ( $\alpha_{\text{RCP}} \rightarrow 0$  et  $\beta_{\text{RCP}} < 0$ ). Cependant, les vitesses de phase des deux modes inversés (RCP et LCP) sont négatives ( $\frac{\omega}{\beta_{\text{LCP}}} < 0$  et  $\frac{\omega}{\beta_{\text{RCP}}} < 0$ ). Cela signifie que la propagation de l'onde de retour ou un indice de réfraction négatif (milieu métamatériau) peut être obtenu en utilisant un milieu chiral anisotrope, dont leurs paramètres physiques suivant l'axe des "oz" qui font satisfaire la condition suivante:  $\sqrt{\mu_{\text{tz}} \varepsilon_{\text{tz}}} < |\xi_z|$ . On constate que ce résultat concorde bien avec celui du cas isotrope présenté dans [14]. La figure. IV.5, qui confirme que la condition  $\sqrt{\mu_{\text{tx}} \varepsilon_{\text{tx}}} < |\xi_x|$  n'a aucun impact sur la nature de propagation (propagation dans un milieu main droite ou main gauche). En conséquence,  $\xi_z$  est le seul paramètre d'influence sur la nature des modes de propagation qui permet de passer du milieu chiral anisotrope au milieu métamatériau.

#### IV.2.5. Le cas du milieu chiral anisotrope nihilité

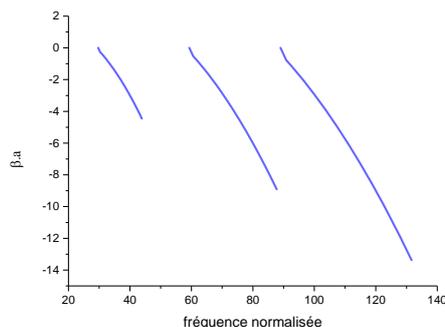
Dans un milieu chiral nihilité où:  $[\varepsilon] = 0$ ,  $[\mu] = 0$  et  $[\xi] \neq 0$  Les équations de dispersions deviennent :

$$A_1 = A_2 = \frac{-2\beta_0 \xi_x U}{(\beta_0^2 \xi_x \xi_y - \beta^2)} = 0 \quad (\text{IV.21})$$

Avec :

$$U_1 = U_2 = U = \sqrt{(\beta_0^2 \xi_z^2 - \beta^2)} \quad (\text{IV.22})$$

Le résultat de simulation dans ce cas est représenté dans la figure. IV.6.



**Fig. IV.6.** La constante de propagation dans un milieu chiral nihilité avec  $[\varepsilon]=0$ ,  $[\mu]=0$

$$[\xi]=[-0.674; -0.674; 0.0169]$$

#### IV.2.5.1. Commentaire:

On observe qu'il n'y a pas de bifurcation et cela est observé d'abord dans les équations de dispersions. La constante de propagation est négative donc la vitesse de phase est négative donc le milieu chiral nihilité se comporte comme un milieu métamatériau

### IV.3. Conclusion

Dans ce chapitre, notre étude s'est portée sur différents cas de propagation des ondes dans un guide d'ondes en plaques métalliques parallèles rempli d'un milieu chiral anisotrope, où plusieurs cas d'étude sont considérés en utilisant des paramètres physiques spécifiques. Les résultats intéressants et originaux de ces cas ont été obtenus à partir d'un examen adéquat, basé sur un choix ciblé des fréquences de coupure. La première originalité de ce travail de recherche est la prise en compte des trois paramètres constitutifs des tenseurs bi-axiaux. En effet, ce cas d'anisotropie a conduit à des résultats pour diverses applications, où il est possible de contrôler les fréquences de coupure spécifiques par le choix des paramètres physiques adéquats. La deuxième originalité est la nouvelle expression calculée de la fréquence de coupure par rapport à la chiralité dans un cas particulier. Ce résultat contribuera sans aucun doute à la conception de dispositifs optiques tels que les filtres passe-haut, car l'effet de la chiralité annule l'effet direct de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique sur l'expression de la fréquence de coupure. La troisième originalité est la possibilité de passer du milieu chiral anisotrope conventionnel au milieu main gauche

(métamatériau), par un choix simple des paramètres physiques, qui pourra satisfaire à la condition suivante  $\sqrt{\mu_{rz}\varepsilon_{rz}} < |\xi_z|$ . Le paramètre de couplage  $\xi_z$  est le seul paramètre d'influence sur la nature des modes de propagation, et permet le passage du milieu chiral conventionnel au milieu métamatériau.

Le milieu chiral nihilité est caractérisé par la superposition du deux modes (RCP et LCP) et la constante de propagation négative. Alors le milieu chiral nihilité se comporte comme un milieu métamatériau.

#### IV.4. Références

- [1] Pelet, P., & Engheta, N. (1990). The theory of chirowaveguides. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 38(1), 90-98.
- [2] Zebiri, C., Daoudi, S., Benabdelaziz, F., Lashab, M., Sayad, D., Ali, N. T., & Abd-Alhameed, R. A. (2016). Gyro-chirality effect of bianisotropic substrate on the operational of rectangular microstrip patch antenna. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 51(3), 249-260.
- [3] Sayad, D., Benabdelaziz, F., Zebiri, C., Daoudi, S., & Abd-Alhameed, R. A. (2016). Spectral Domain Analysis of Gyrotropic Anisotropy Chiral Effect on the Input Impedance of a Printed Dipole Antenna. *Progress In Electromagnetics Research M*, 51, 1-8.
- [4] Ahmad, F., Ali, S. N., Syed, A. A., & Naqvi, Q. A. (2012). Chiral and/or chiral nihility interfaces: Parametric dependence, power tunneling and rejection. *Progress In Electromagnetics Research M*, 23, 167-180.
- [5] Pendry, J. B. (2000). Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, 85(18), 3966.
- [6] Fleury, R., & Alu, A. (2014). Cloaking and Invisibility: a Review (Invited Review). *Progress In Electromagnetics Research*, 147, 171-202.
- [7] Sabah, C., Dincer, F., Karaaslan, M., Bakir, M., Unal, E., & Akgol, O. (2015). Biosensor applications of chiral metamaterials for marrowbone temperature sensing. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 29(17), 2393-2403.

- 
- [8] Engheta, N., Salandrino, A., & Alù, A. (2005). Circuit elements at optical frequencies: nanoinductors, nanocapacitors, and nanoresistors. *Physical Review Letters*, 95(9), 095504.
- [9] Zhou, J., Dong, J., Wang, B., Koschny, T., Kafesaki, M., & Soukoulis, C. M. (2009). Negative refractive index due to chirality. *Physical Review B*, 79(12), 121104.
- [10] Tretyakov, S., Sihvola, A., & Jylhä, L. (2005). Backward-wave regime and negative refraction in chiral composites. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, 3(2), 107-115. 0509287-1
- [11] Wang, B., Zhou, J., Koschny, T., Kafesaki, M., & Soukoulis, C. M. (2009). Chiral metamaterials: simulations and experiments. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 11(11), 114003.
- [12] Tretyakov, S., Nefedov, I., Sihvola, A., Maslovski, S., & Simovski, C. (2003). Waves and energy in chiral nihility. *Journal of electromagnetic waves and applications*, 17(5), 695-706.
- [13] Pendry, J. B. (2004). A chiral route to negative refraction. *Science*, 306(5700), 1353-1355.
- [14] Sabah, C. (2008). Left-handed chiral metamaterials. *Central European Journal of Physics*, 6(4), 872-878.

# *Chapitre V*

*Développement des équations de Maxwell  
dans un milieu Tellegen anisotrope*

## V.1. Introduction

Le concept de milieu isotrope non réciproque a été introduit par Tellegen dès 1948 [1]. Il a resurgi au milieu des années 90, ce qui a donné lieu à un débat majeur sur la question de savoir si les milieux bi-isotropes linéaires peuvent effectivement être non-réciproques. Dans un milieu bi-isotrope linéaire, le paramètre Tellegen affecte la phase d'un champ électrique de propagation tandis que le paramètre chiral affecte sa polarisation [2]. Une OEM qui se propageant dans un milieu Tellegen présenterait alors un angle entre les champs électriques et magnétiques égal à  $\frac{\pi}{2} + \delta$  (où  $\delta$  est un paramètre caractérisant la non-réciprocité du milieu) [2] [3].

Au cours des dernières années, quelques concepts de l'optique intégrée comme les isolateurs et les circulateurs ont été présentés. La plupart d'entre eux s'appuient sur des structures complexes. Les communications optiques et informatiques nécessitent une propagation de la lumière non-réciproque sur la puce pour isoler et stabiliser différents composants optiques à l'échelle à puce [4]. Dans ce chapitre nous avons étudié la propagation des ondes électromagnétiques dans un guide d'onde à cœur achiral non-réciproque bi-anisotrope, nous calculons les équations de dispersion ainsi que les expressions des champs transversales et longitudinales. Cette étude permet de contribuer à la solution de certaines difficultés rencontrées lors de la conception de ces composants optiques.

## V.2. La solution des équations de Maxwell dans un milieu Tellegen anisotrope:

Comme dans le cas traité précédemment dans le troisième chapitre concernant la propagation d'OEM dans un milieu chiral anisotrope, on prend dans tout ce qui suit  $\gamma = j\beta$ .

Le plus simple milieu non réciproque est le milieu Tellegen, il est caractérisé par les relations constitutives définies dans le premier chapitre par l'équation (I. 48)

Les tenseurs de perméabilité, de permittivité et l'élément magnétoélectrique (le paramètre Tellegen) sont données par :

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \text{ et } [\chi] = \begin{bmatrix} \chi_x & 0 & 0 \\ 0 & \chi_y & 0 \\ 0 & 0 & \chi_z \end{bmatrix} \quad (\text{V. 1})$$

### - 1<sup>ère</sup> équation de Maxwell

On a :

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{où} \quad \vec{B} = [\mu] \vec{H} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \vec{E} \quad (\text{V. 2})$$

$$\text{Alors la 1<sup>ère</sup> équation devienne } \text{rot} \vec{E} = -j\omega \left( [\mu] \vec{H} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \vec{E} \right) \quad (\text{V. 3})$$

### - 2<sup>ème</sup> équation de Maxwell :

On a :

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{où} \quad \vec{D} = [\varepsilon] \vec{E} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \vec{H} \quad (\text{V. 4})$$

$$\text{Alors la 2<sup>ème</sup> équation devienne } \text{rot} \vec{H} = j\omega \left( [\varepsilon] \vec{E} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \vec{H} \right) \quad (\text{V. 5})$$

## V.2.1. Détermination de la composante longitudinale du champ électrique et magnétique:

On a :

$$\text{rot} \vec{H} \text{rot} \vec{E} = -j\omega \left( [\mu] \text{rot} \vec{H} + \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \text{rot} \vec{E} \right) \quad (\text{V. 6})$$

$$\text{rot} \vec{H} \text{rot} \vec{E} = -j\omega [\mu] \text{rot} \vec{H} - j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} [\chi] \text{rot} \vec{E} \quad (\text{V. 7})$$

En remplaçant le rotationnel des champs électrique et magnétique par ses expressions, on trouve :

$$\text{rot} \vec{H} \text{rot} \vec{E} = \left( \omega^2 [\mu] [\varepsilon] - \beta_0^2 [\chi]^2 \right) \vec{E} \quad (\text{V. 8})$$

D'autre part, on a :

$$\text{rot} \vec{\text{rot}} \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad (\text{V. 9})$$

$$\text{Or : } (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \quad (\text{V. 10})$$

L'équation d'onde pour le champ électrique est:

$$\Delta \vec{E} + (\omega^2 [\mu] [\varepsilon] - \beta_0^2 [\chi]^2) \vec{E} = 0 \quad (\text{V. 11})$$

$$\Delta \vec{E} + [\mathbf{A}] \vec{E} = 0 \quad (\text{V. 12})$$

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \omega^2 \mu_x \varepsilon_x - \beta_0^2 \chi_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \mu_y \varepsilon_y - \beta_0^2 \chi_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \mu_z \varepsilon_z - \beta_0^2 \chi_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{V. 13})$$

Le Laplacien en coordonnées cartésiennes est :

$$\Delta f_z(x, y, z, t) = \frac{\partial^2 f_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} \quad (\text{V. 14})$$

Pour la structure planaire, on a :

$$\frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} = -\beta^2 f_z \quad (\text{V. 15})$$

Pour le champ électrique :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + ((\omega^2 \mu_z \varepsilon_z - \beta_0^2 \chi_z^2) - \beta^2) E_z = 0 \quad (\text{V. 16})$$

Pour le champ magnétique, on suit les mêmes étapes que celles du champ électrique, on trouve l'équation d'onde pour le champ magnétique est :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + ((\omega^2 \mu_z \varepsilon_z - \beta_0^2 \chi_z^2) - \beta^2) H_z = 0. \quad (\text{V. 17})$$

Donc les composantes longitudinales permettent de satisfaire les équations différentielles découplées (V. 16) et (V. 17). Au contraire pour le cas du milieu chiral, où les équations différentielles des composantes longitudinales sont couplées par l'intermédiaire du paramètre de chiralité suivant l'axe optique (voir chapitre III)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + U^2 E_z = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z + U^2 H_z = 0 \end{cases}, \quad (\text{V. 18})$$

$$\text{avec } U = \sqrt{\beta_0^2 n_z^2 - \beta^2} \quad (\text{V. 19})$$

On trouve la solution suivante:

$$\begin{cases} E_z = A_1 \cos Ux + A_2 \sin Ux \\ H_z = B_1 \cos Ux + B_2 \sin Ux \end{cases} \quad (\text{V. 20})$$

### V.2.2. Ecriture des composantes transversales des champs en fonction des composantes longitudinales:

Substituant les tenseurs de perméabilité et de l'élément magnétoélectrique dans l'équation (V. 3), on trouve

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -j\omega\mu_x H_x - j\beta_0\chi_x E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -j\omega\mu_y H_y - j\beta_0\chi_y E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -j\omega\mu_z H_z - j\beta_0\chi_z E_z \end{aligned} \quad (\text{V. 21})$$

Substituant les tenseurs de permittivité et de l'élément magnétoélectrique dans l'équation (V. 5), on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j\omega\varepsilon_x E_x + j\beta_0\chi_x H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\varepsilon_y E_y + j\beta_0\chi_y H_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j\omega\varepsilon_z E_z + j\beta_0\chi_z H_z \end{aligned} \quad (\text{V. 22})$$

Donc pour une structure planaire dont la propagation est suivant l'axe oz, on a:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 & ; \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\
\frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\beta E_y & ; \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} = -j\beta H_y \\
\frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\beta E_x & ; \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = -j\beta H_x
\end{aligned} \tag{V. 23}$$

En remplaçant ces dérivées dans le système d'équations précédent (V. 21) et (V. 22), on trouve:

$$j\beta E_y = -j\omega\mu_x H_x - j\beta_0 \chi_x E_x. \tag{V. 24}$$

$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_y H_y - j\beta_0 \chi_y E_y \tag{V. 25}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu_z H_z - j\beta_0 \chi_z E_z \tag{V. 26}$$

$$j\beta H_y = j\omega\varepsilon_x E_x + j\beta_0 \chi_x H_x \tag{V. 27}$$

$$-j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon_y E_y + j\beta_0 \chi_y H_y. \tag{V. 28}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega\varepsilon_z E_z + j\beta_0 \chi_z H_z \tag{V. 29}$$

De (V. 24) et (V. 27) on obtient

$$E_y = \frac{1}{j\beta} (-j\omega\mu_x H_x - j\beta_0 \chi_x E_x) \tag{V. 30}$$

$$H_y = \frac{1}{j\beta} (j\omega\varepsilon_x E_x + j\beta_0 \chi_x H_x) \tag{V. 31}$$

On remplace (V. 30) et (V. 31) dans (V. 25), on trouve :

$$E_x = \frac{-\omega\beta_0(\mu_y \chi_x - \mu_x \chi_y)}{\left(\omega^2 \varepsilon_x \mu_y - \beta_0^2 \chi_y \chi_x\right) - \beta^2} H_x - \frac{j\beta}{\left(\omega^2 \varepsilon_x \mu_y - \beta_0^2 \chi_y \chi_x\right) - \beta^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \tag{V. 34}$$

On remplace (V. 30) et (V. 3) dans (V. 28), on trouve :

$$H_x = \frac{-\beta_0 \omega (\varepsilon_y \chi_x - \varepsilon_x \chi_y)}{\left(\omega^2 \mu_x \varepsilon_y - \beta_0^2 \chi_x \chi_y\right) - \beta^2} E_x + \frac{-j\beta}{\left(\omega^2 \mu_x \varepsilon_y - \beta_0^2 \chi_x \chi_y\right) - \beta^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \tag{V. 33}$$

On remplace (V. 33) dans (V. 32), on trouve:

$$E_x = \frac{1}{A} \left[ -j\beta \left( (\omega^2 \mu_x \varepsilon_y - \beta_0^2 \chi_x \chi_y) - \beta^2 \right) \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\omega \beta_0 \beta (\mu_y \chi_x - \mu_x \chi_y) \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (V. 34)$$

Avec:

$$A = \beta_0^4 n_y^2 n_x^2 - \beta^2 \beta_0^2 (\varepsilon_{rx} \mu_{ry} + \mu_{rx} \varepsilon_{ry} - 2\chi_y \chi_x) + \beta^4 \quad (V. 35)$$

On remplace (V. 32) dans (V. 33), on trouve

$$H_x = \frac{1}{A} \left( j\beta \beta_0 \omega (\varepsilon_y \chi_x - \varepsilon_x \chi_y) \frac{\partial E_z}{\partial x} - j\beta \left( (\omega^2 \varepsilon_x \mu_y - \beta_0^2 \chi_y \chi_x) - \beta^2 \right) \frac{\partial H_z}{\partial x} \right). \quad (V. 36)$$

On remplace dans (V. 30) et (V. 31), on trouve :

$$E_y = \frac{j\beta_0}{A} (\beta_0^2 \chi_y n_x^2 - \chi_x \beta^2) \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{j\omega}{A} (\beta_0^2 \mu_y n_x^2 - \mu_x \beta^2) \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (V. 37)$$

D'après la relation (V. 20), on trouve :

$$E_y = \frac{j\beta_0}{A} C_1 (-A_1 \sin(Ux) + A_2 \cos(Ux)) + \frac{j\omega}{A} C_2 (-B_1 \sin(Ux) + B_2 \cos(Ux)) \quad (V. 38)$$

Avec:

$$C_1 = U (\beta_0^2 \chi_y n_x^2 - \chi_x \beta^2) \quad (V. 39)$$

$$C_2 = U (\beta_0^2 \mu_y n_x^2 - \mu_x \beta^2) \quad (V. 40)$$

$$A = \beta_0^4 n_y^2 n_x^2 - \beta^2 \beta_0^2 (\varepsilon_{rx} \mu_{ry} + \mu_{rx} \varepsilon_{ry} - 2\chi_y \chi_x) + \beta^4 \quad (V. 41)$$

$$U = \sqrt{\beta_0^2 n_z^2 - \beta^2} \quad (V. 42)$$

$$n_x = \sqrt{\mu_{rx} \varepsilon_{rx} - \chi_x^2} \quad (V. 43)$$

$$n_y = \sqrt{\mu_{ry} \varepsilon_{ry} - \chi_y^2} \quad (V. 44)$$

$$n_z = \sqrt{\mu_{rz} \varepsilon_{rz} - \chi_z^2} \quad (V. 45)$$

Après application les conditions au limites l'équation (III. 55) on trouve :

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{Ua}{2} & \sin \frac{Ua}{2} & 0 & 0 \\ \cos \frac{Ua}{2} & -\sin \frac{Ua}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{j\beta_0 C_1}{A} \sin \frac{Ua}{2} & \frac{j\beta_0 C_1}{A} \cos \frac{Ua}{2} & -\frac{j\omega C_2}{A} \sin \frac{Ua}{2} & +\frac{j\omega C_2}{A} \cos \frac{Ua}{2} \\ \frac{j\beta_0 C_1}{A} \sin \frac{Ua}{2} & \frac{j\beta_0 C_1}{A} \cos \frac{Ua}{2} & \frac{j\omega C_2}{A} \sin \frac{Ua}{2} & \frac{j\omega C_2}{A} \cos \frac{Ua}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 46})$$

Ce système d'équations peut être donné sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{Ua}{2} & 0 \\ \frac{j\beta_0 C_1}{A} \sin \frac{Ua}{2} & +\frac{j\omega C_2}{A} \sin \frac{Ua}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 47})$$

et

$$\begin{bmatrix} \sin \frac{Ua}{2} & 0 \\ \frac{j\beta_0 C_1}{A} \cos \frac{Ua}{2} & \frac{j\omega C_2}{A} \cos \frac{Ua}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 48})$$

Donc:

$$\frac{j\omega C_2}{A} \cos \frac{Ua}{2} \sin \frac{Ua}{2} \quad (\text{V. 49})$$

$$\frac{j\omega C_2}{A} \sin(Ua) = 0 \quad (\text{V. 50})$$

### V.2.3. L'équation de dispersion pour un milieu Tellegen anisotrope:

$$\frac{j\omega \sqrt{\beta_0^2 n_z^2 - \beta^2} (\beta_0^2 \mu_y n_x^2 - \mu_x \beta^2)}{\beta_0^4 n_y^2 n_x^2 - \beta^2 \beta_0^2 (\varepsilon_{rx} \mu_{ry} + \mu_{rx} \varepsilon_{ry} - 2\chi_y \chi_x) + \beta^4} \sin(\sqrt{\beta_0^2 n_z^2 - \beta^2} a) = 0 \quad (\text{V. 51})$$

$$U = \sqrt{\beta_0^2 (\mu_{tz} \varepsilon_{tz} - \chi_z^2) - \beta^2} \quad (\text{V. 52})$$

$$A = \beta_0^4 n_y^2 n_x^2 - \beta^2 \beta_0^2 (\varepsilon_{rx} \mu_{ry} + \mu_{rx} \varepsilon_{ry} - 2\chi_y \chi_x) + \beta^4 \quad (\text{V. 53})$$

Pour  $\beta = 0$  on trouve les fréquences de coupures suivantes :

$$\omega a \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 (\mu_{tz} \varepsilon_{tz} - \chi_z^2)} = n\pi \Rightarrow \omega a = \frac{n\pi}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 (\mu_{tz} \varepsilon_{tz} - \chi_z^2)}} \text{ avec } n \neq 0 \quad (\text{V. 54})$$

#### V.2.4. L'équation de dispersion pour un milieu Tellegen isotrope

Un cas particulier quand le milieu est Tellegen isotrope, après calcul on trouve :

$$C_2 = \mu \sqrt{\beta_0^2 n^2 - \beta^2} (\beta_0^2 n^2 - \beta^2) \quad (\text{V. 55})$$

$$U = \sqrt{\beta_0^2 n^2 - \beta^2} \quad (\text{V. 56})$$

$$A = (\beta^2 - \beta_0^2 n^2)^2 \quad (\text{V. 57})$$

L'équation de dispersion pour un milieu Tellegen isotrope devienne :

$$\Delta = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{(\beta_0^2 n^2 - \beta^2)}} \sin\left(\sqrt{\beta_0^2 n^2 - \beta^2} a\right) = 0 \quad (\text{V. 58})$$

La fréquence de coupure devienne:

$$\omega a = \frac{n\pi}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 (\mu_r \varepsilon_r - \chi^2)}}, \text{ avec } n \neq 0 \quad (\text{V. 59})$$

#### V.2.5. Les équations des ondes dans un milieu Tellegen nihilité

Un milieu Tellegen nihilité est caractérisé par les tenseurs de permittivité et de perméabilité égale à zéro et le tenseur de la non-réciprocité différente de zéro

Les équations des ondes pour le champ électrique et magnétique dans un milieu Tellegen nihilité deviennent :

$$\Delta \vec{E} - \beta_0^2 [\chi]^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{V. 60})$$

$$\Delta \vec{H} - \beta_0^2 [\chi]^2 \vec{H} = 0 \quad (\text{V. 61})$$

### V.3. Comparaison entre la propagation d'une OEM dans les deux milieux chiral et Tellegen

Le tableau V.1 présente une comparaison entre les résultats de calculs de la propagation d'OEM dans un milieu chiral anisotrope et dans un milieu Tellegen anisotrope.

**Tab. V. 1 Comparaison entre la propagation d'une OEM dans les deux milieux chiral et Tellegen**

	Milieu chiral	Milieu Tellegen
L'équation d'onde pour $\vec{E}$ et $\vec{H}$	$\Delta \vec{E} + (\omega^2 [\mu] [\varepsilon] + \beta_0^2 [\xi]^2) \vec{E} - 2j\omega\beta_0 ([\mu] [\xi]) \vec{H} = 0$ $\Delta \vec{H} + (\omega^2 [\mu] [\varepsilon] + \beta_0^2 [\xi]^2) \vec{H} - 2j\omega\beta_0 ([\mu] [\xi]) \vec{E} = 0$	$\Delta \vec{E} + (\omega^2 [\mu] [\varepsilon] - \beta_0^2 [\chi]^2) \vec{E} = 0$ $\Delta \vec{H} + (\omega^2 [\mu] [\varepsilon] - \beta_0^2 [\chi]^2) \vec{H} = 0$
l'indice de réfraction	$n_{\pm i} = \sqrt{\mu_i \varepsilon_i} \pm \xi_i, i = x, y, z$	$n_i = \sqrt{\mu_i \varepsilon_i - \chi_i^2}, i = x, y, z$
La constante de propagation	$\beta_{\pm i} = \left( \omega \sqrt{\mu_i \varepsilon_i} \mp \beta_0 \xi_i \right), i = x, y, z$	$\beta_i = \beta_0 \sqrt{\mu_i \varepsilon_i - \chi_i^2}$ $i = x, y, z$
Milieu nihilité	Chiral nihilité	Tellegen nihilité
L'indice de réfraction	$n_{\pm i} = \pm \xi_i, i = x, y, z$	$n_i = j \chi_i , i = x, y, z$
L'équation d'onde	$\Delta \vec{E} + \beta_0^2 [\xi]^2 \vec{E} = 0$ $\Delta \vec{H} + \beta_0^2 [\xi]^2 \vec{H} = 0$	$\Delta \vec{E} - \beta_0^2 [\chi]^2 \vec{E} = 0$ $\Delta \vec{H} - \beta_0^2 [\chi]^2 \vec{H} = 0$
La constante de propagation	$\beta_{\pm i} = \mp \beta_0 \xi_i, i = x, y, z$	$\beta_i = \beta_0 j \chi_i , i = x, y, z$

#### V.4. Conclusion

Nous avons développé les équations de Maxwell dans un milieu Tellegen anisotrope qui est un milieu bi-anisotrope non-réciproque. Nous avons abouti aux équations d'ondes électrique et magnétique découplées. Les résultats obtenus montrent qu'il n'y a pas bifurcation des modes, contrairement au cas du milieu chiral, parce qu'au niveau des équations d'ondes électriques et magnétiques obtenues, on constate qu'il n'y a pas couplage entre le champ électrique et magnétique, même s'il y a un couplage au niveau des relations constitutives, représenté par le paramètre de la non-réciprocité (le paramètre Tellegen). Le but de ce chapitre est d'étudier les propriétés fondamentales des milieux non-réciproques

Une comparaison entre les deux milieux de propagation (milieu chiral anisotrope et milieu Tellegen anisotrope) est présenté dans le tableau V.1. Le milieu chiral présente un couplage au niveau des équations d'ondes électrique et magnétique, donc possibilité d'obtention de deux solutions de la constante de propagation suivant chaque axe cartésien et deux autres relatives aux indices de réfractons suivant également chaque axe cartésien, donc il y a existence d'un pouvoir rotatoire généré par le milieu sus-cité. Lorsqu'on augmente le paramètre de chiralité suivant l'axe  $oz$   $\xi_z$  devant  $\sqrt{\varepsilon_z \mu_z}$  on obtient un indice de réfraction négatif. Par contre dans le milieu Tellegen il n'y a pas couplage au niveau des équations de propagation électrique et magnétique et il ya qu'une solution unique de la constante de propagation suivant chaque axe cartésien et un indice de réfraction suivant aussi chaque axe cartésien, donc absence du phénomène de bifurcation et celui du pouvoir rotatoire. Dans ce cas l'augmentation du paramètre de la non-réciprocité  $\chi_z$  devant  $\sqrt{\varepsilon_z \mu_z}$  nous donne uniquement un indice de réfraction imaginaire donc des modes évanescents.

## V.5. Références

- [1] B. D. H. TELLEGEN (1948). THE GYRATOR, A NEW ELECTRIC NETWORK ELEMENT. *Philips Res. Rep.* 3, 81-101, ~94
- [2] Canto, J. R., Paiva, C. R., & Barbosa, A. M. (2011). Modal Analysis of BI-Isotropic H-Guides. *Progress In Electromagnetics Research*, 111, 1-24.
- [3] Younes Ra'di\*, Viktor S. Asadchy, and Sergei A. Tretyakov (2015) Nihility in non-reciprocal bianisotropic media, EDP Sciences, DOI: 10.1051/epjam/2015009

[4] Stéphane Mallegol, (2004), Caractérisation et application de matériaux composites nanostructurés à la réalisation de dispositifs hyperfréquences non réciproques. Doctorat en électronique, Université de Bretagne Occidentale.

# *Conclusion Générale*

---

## Conclusion générale

Au cours de ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à l'étude de la propagation d'onde électromagnétique dans un milieu complexe exotique anisotrope. Cela a nécessité une approche des plus rigoureuses. Avant d'entamer cette étude une recherche dans l'historique du phénomène de la chiralité a été un élément important pour cerner la compréhension de ce milieu. Dont nous avons pu ainsi assiéger que la chiralité électromagnétique, caractérisée par la bifurcation des deux modes (RCP, LCP) qui sont la cause de l'activité optique et le dichroïsme circulaire, peut contribuer à la réalisation des métamatériaux. Ces derniers ont une grande utilité dans divers domaines, tel que l'invisibilité, les super lentilles, la miniaturisation des composants optiques comme les nano antennes, etc.....

Notre première démarche était orientée vers l'étude des différents cas de propagation des ondes dans un guide d'ondes en plaques métalliques parallèles rempli d'un milieu réciproque chiral anisotrope infini. Où, nous avons développé le formalisme des opérateurs transversaux et longitudinaux. Nous avons décelé trois régions de propagation : la région d'onde rapide-rapide, la région d'onde rapide-lente et la région d'onde lente-lente. Cependant trois cas d'étude sont considérés en utilisant des paramètres physiques spécifiques. Des résultats intéressants et originaux de ces cas ont été obtenus à partir d'un examen adéquat, basé sur un choix ciblé des fréquences de coupure.

La première originalité de ce travail de recherche est la prise en compte des trois paramètres constitutifs des tenseurs bi-axiaux. En effet, ce cas d'anisotropie a conduit à des résultats destinés pour diverses applications, où il est possible de contrôler les fréquences de coupure spécifiques aux besoins des réalisations technologiques par le choix des paramètres physiques adéquats des matériaux choisis.

La deuxième originalité est la nouvelle expression calculée de la fréquence de coupure par rapport à la chiralité dans un cas particulier. Ce résultat contribuera sans aucun doute à la conception de dispositifs optiques tels que les filtres passe-haut, car l'effet de la chiralité annule l'effet direct de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique sur l'expression de la fréquence de coupure.

La troisième originalité est la possibilité de passer du milieu chiral anisotrope conventionnel au milieu main gauche (métamatériau), par un choix simple des paramètres physiques, qui en satisfaisant à la condition suivante:  $\sqrt{\mu_{tz}\varepsilon_{tz}} < |\xi_z|$ , et que  $\xi_z$  est le seul paramètre d'influence sur la nature des modes de propagation. Il est le paramètre de couplage, et permet le passage du milieu chiral conventionnel au milieu métamatériau, alors que les deux autres paramètres ( $\xi_x, \xi_y$ ) n'influent pas sur le passage, même si les conditions  $\sqrt{\mu_{tx}\varepsilon_{tx}} < |\xi_x|$  et  $\sqrt{\mu_{ty}\varepsilon_{ty}} < |\xi_y|$  sont satisfaites. Donc un choix adéquat des paramètres physiques dans un milieu chiral anisotrope (la chiralité suivant l'axe oz grand devant la permittivité et la perméabilité suivant l'axe oz) permet de réaliser un milieu métamatériau à indice de réfraction négatif.

La quatrième originalité de cette recherche est que notre travail soit basé sur un calcul généralisé où les milieux considérés étaient bi anisotropes selon le cas axial ce qui nous a permis de traiter une diversité importante de structures implantées sur des milieux tels que: les méta matériaux ( $\mu < 0, \varepsilon < 0$ ), les plasmas ( $\mu > 0, \varepsilon < 0$ ), les matériaux magnétiques ( $\mu < 0, \varepsilon > 0$ ), et les diélectriques ( $\mu > 0, \varepsilon > 0$ ), relatifs au choix des valeurs de leurs paramètres physiques.

Pour les cas particuliers déduits de cette étude généralisée, basée sur une simple formulation des paramètres physiques du milieu du cœur du guide d'onde. Ce dernier peut être anisotrope (ou isotrope) chiral, comme il peut être anisotrope (ou isotrope) achiral. Le cas particulier (chiral isotrope) déduit de cette étape de notre recherche, est conforme parfaitement à celui de la littérature publiée. Un programme développé sous l'environnement MATLAB, Professionnel 2011, a été élaboré. Ce qui est une autre originalité de notre travail.

La seconde démarche adoptée nous a permis d'étudier la propagation d'onde électromagnétique dans un autre milieu non réciproque Tellegen anisotrope qui est un milieu bi-anisotrope achiral. Nous avons suivi les mêmes étapes de calculs, que celles démontrées dans le cas d'un milieu chiral anisotrope, sauf que les relations constitutives qui caractérisent le milieu sont seulement en fonction du paramètre de la non réciprocité. Nous avons, par conséquent, abouti aux équations de dispersions et aux fréquences de coupure pour le milieu Tellegen anisotrope, et le milieu Tellegen nihilité.

Les résultats obtenus montrent qu'il n'y a pas de bifurcation des modes, contrairement au cas du milieu chiral, parce qu'au niveau des équations d'ondes électriques et magnétiques obtenues, on constate qu'il n'y a pas de couplage entre le champ électrique et magnétique, même s'il y a un couplage au niveau des relations constitutives, représenté par le paramètre de la non-réciprocité (le paramètre Tellegen).

Une comparaison entre les deux milieux de propagation (milieu chiral anisotrope et milieu Tellegen anisotrope) est présentée dans un tableau (chapitre V). Le milieu chiral présente un couplage au niveau des équations d'ondes électrique et magnétique, donc possibilité d'obtention de deux solutions de la constante de propagation suivant chaque axe cartésien et deux autres relatives aux indices de réfractifs suivant également chaque axe cartésien, donc il y a existence d'un pouvoir rotatoire généré par le milieu sus-cité. Lorsqu'on augmente le paramètre de chiralité suivant l'axe  $oz$   $\xi_z$  devant  $\sqrt{\varepsilon_z \mu_z}$  on obtient un indice de réfraction négatif. Par contre dans le milieu Tellegen il n'y a pas de couplage au niveau des équations de propagation électrique et magnétique et il y a qu'une solution unique de la constante de propagation suivant chaque axe cartésien et un indice de réfraction suivant aussi chaque axe cartésien, donc absence du phénomène de bifurcation et celui du pouvoir rotatoire. Dans ce cas l'augmentation du paramètre de la non-réciprocité  $\chi_z$  devant  $\sqrt{\varepsilon_z \mu_z}$  nous donne uniquement un indice de réfraction imaginaire donc des modes évanescents.

Comme futures perspectives de notre travail nous continuons à s'intéresser aux composants optiques à base de métamatériaux chiraux. La conception des nano antennes à base de métamatériaux chiraux. Ainsi que les cellules solaires à base de métamatériaux chiraux.

---

## Résumé

L'objectif de notre travail consiste à étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans des guides d'onde à plaque parallèle à cœurs bi-anisotropes. Cependant, nous nous sommes intéressés dans une première étape aux milieux chiraux anisotropes, comme étant des milieux d'un effet adéquat sur les caractéristiques des structures traitées. Une étude théorique de la propagation des ondes électromagnétiques dans une structure guidée est présentée. Le guide d'onde est rempli d'un matériau chiral ayant des paramètres constitutifs anisotropes diagonaux. La caractérisation de propagation dans ce milieu est basée sur la formulation algébrique des équations de Maxwell associées aux relations constitutives. Trois régions de propagation sont identifiées: la région à ondes rapide-rapide, la région à ondes rapide-lente et celle à ondes lente-lente. Notre travail s'articule essentiellement sur la propagation dans la première région, où les équations modales de dispersion sont obtenues et résolues. Le calcul des fréquences de coupure conduit à trois cas de propagation de l'onde plane dans un milieu chiral anisotrope. La particularité de ces résultats est la possibilité de contrôler les fréquences de coupures appropriées des modes propagés en choisissant les valeurs des paramètres physiques adéquates du substrat. La spécificité de cette étude réside dans le décèlement des modes de bifurcation contribuant à la possibilité de conception de dispositifs optiques tels que : les filtres passe-haut, ainsi que les valeurs des constantes de propagation positives et négatives. Cette dernière est une caractéristique importante des métamatériaux qui désigne le phénomène des ondes inversées. Les résultats originaux du métamatériau chiral anisotrope biaxial sont obtenus et discutés. Dans la deuxième étape de notre recherche nous nous sommes intéressés à la modélisation de la propagation de l'onde électromagnétique dans un autre milieu non-réciproque Tellegen anisotrope. Nous avons suivi les mêmes étapes de calcul que celles du milieu chiral anisotrope, sauf que, dans ce cas les relations constitutives sont en fonction du paramètre de couplage de la non-réciprocité. Nous avons abouti aux équations des ondes électriques et magnétiques découplés, et des équations de dispersion des milieux Tellegen anisotropes, Tellegen isotropes et Tellegen nihilité. Une comparaison entre la propagation dans les deux milieux (Tellegen et chiral) est présentée dans un tableau.

**Mots clés :** guide d'onde à plaque parallèle, milieu bi anisotrope, milieu chiral, milieu Tellegen, métamatériau.

**Abstract**

The aim of our work is to study the propagation of electromagnetic waves in parallel plate waveguides with bi-anisotropic cores. However, we are interested in the first step to anisotropic chiral media, as media of an adequate effect on the characteristics of the structures treated. A theoretical study of electromagnetic wave propagation in guided structure is presented. The waveguide is filled with a chiral material having diagonal anisotropic constitutive parameters. The propagation characterization in this medium is based on algebraic formulation of Maxwell's equations combined with the constitutive relations. Three propagation regions are identified: the fast-fast-wave region, the fast-slow-wave region, and the slow-slow-wave region. Our work focuses completely on the propagation in the first region, where the dispersion modal equations are obtained and solved. The cut-off frequencies calculation leads to three cases of the plane wave propagation in anisotropic chiral medium. The particularity of these results is the possibility of controlling the appropriate cut-off frequencies of the propagated modes by choosing the adequate physical parameters values of the substrate. The specificity of this study lies in the bifurcation modes confirmation, and the possible contribution to the design of optical devices such as high pass filters, as well as positive and negative propagation constants. This negative constant is an important feature of metamaterials which shows the phenomenon of backward waves. Original results of the biaxial anisotropic chiral metamaterial are obtained and discussed.

In the second step of our research we are interested in the modeling of the propagation of the electromagnetic wave in another non-reciprocal Tellegen anisotropic medium. We have followed the same calculation steps as those of the anisotropic chiral medium, except that, the constitutive relations are as a function of the coupling parameter of the non-reciprocity. We have obtained the equations of decoupled electric and magnetic waves, and dispersion equations of Tellegen anisotropic, Tellegen isotropic and Tellegen nihility medium. A comparison between propagation in both media (Tellegen and chiral) is presented in a table.

**Key words:** parallel plate waveguide, bianisotropic medium, chiral medium, Tellegen medium, metamaterial.

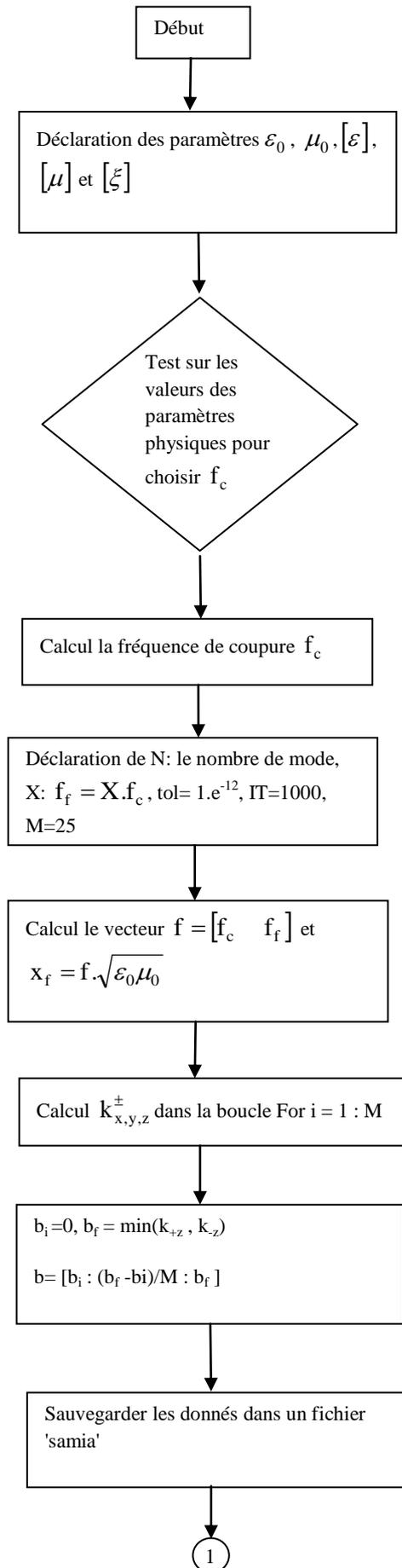
## خلاصة

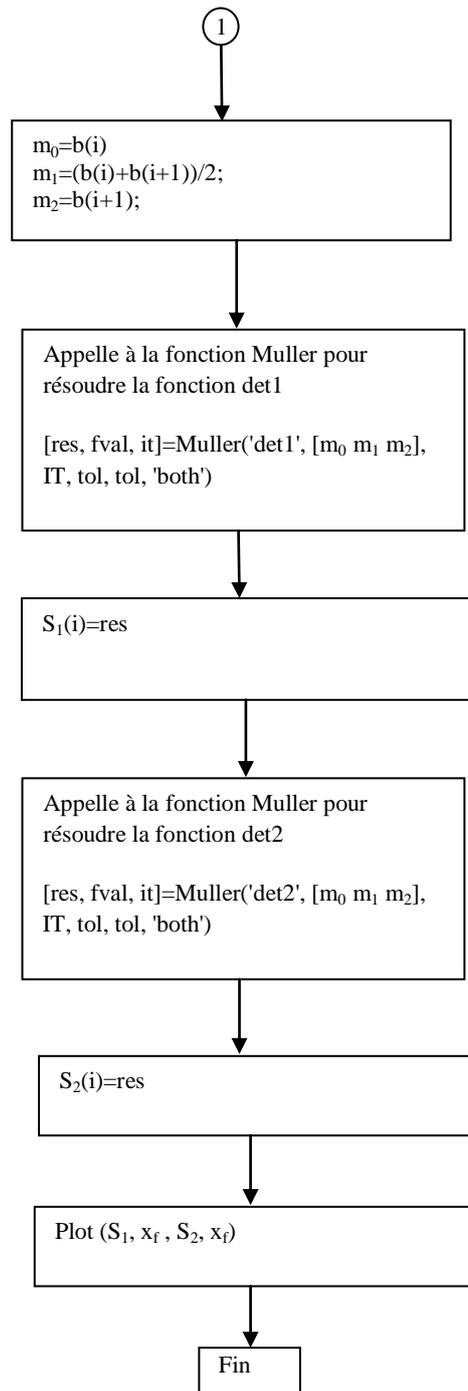
الهدف من عملنا هو دراسة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية في موجيات موجية ذات لوحات متوازية، ذات نواة ثنائية متباينة الخصائص. لذلك اهتمنا في أول مرحلة بالوسط مروان متباين الخصائص، لأنها وسائط ذات تأثير كاف على خصائص الهياكل التي يتم معالجتها. و تعرض دراسة نظرية لنشر الموجات الكهرومغناطيسية في بنية موجية. حيث الموجه الموجي معبئ بمادة مروان التي عواملها التكوينية متباينة الخصائص و قطرية. و يستند توصيف الانتشار في هذه المادة الى الصيغة الجبرية لمعادلات ماكسويل المرتبطة بالعلاقات التكوينية. و قد تم تحديد ثلاث مناطق انتشار: منطقة الموجات سريعة- سريعة، منطقة الموجات سريعة- بطيئة، منطقة الموجات بطيئة- بطيئة. و يركز عملنا على الانتشار في المنطقة الأولى، حيث يتم الحصول على معادلات التشتت و حلولها. حساب ترددات القطع يؤدي الى ثلاث حالات لانتشار الموجة المستوية في وسط مروان متباين الخصائص. خصوصية هذه النتائج هو امكانية التحكم في ترددات القطع الخاصة بالموجات المنتشرة عن طريق اختيار قيم المعاملات الفزيائية المناسبة للركيزة. و تكمن خصوصية هذه الدراسة في اكتشاف موجات متشعبة التي قد تسهم في امكانية تصميم أجهزة بصرية مثل مرشحات تمرير عالية، فضلا عن قيم ثوابت الانتشار الايجابية و السلبية. هذه الأخيرة هي صفة هامة خاصة بالمواد الفوقية و التي تعين ظاهرة الموجات المقلوبة. و يتم الحصول على النتائج الأصلية من المادة الفوقية لمروان متباينة الخواص ثنائية المحور و مناقشتها.

في المرحلة الثانية من بحثنا اهتمنا بنمذجة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية في وسط اخر غير متبادل تلجن متباين الخواص. اتبعنا نفس الخطوات الحسابية لتلك الخاصة بالوسط مروان متباين الخصائص الا أنه في هذه الحالة العلاقات التأسيسية هي بدلالة معامل الاقتران الغير متبادل. لقد حصلنا على معادلات الموجات الكهروبنائية و المغناطيسية الغير متزاوجة و معادلات التشتت الخاصة بوسائط تلجن متباين الخواص و تلجن متماثل الخواص و تلجن نيهيليئي. يتم عرض مقارنة للانتشار في الوسطين (مروان و تلجن) في جدول.

**الكلمات المفتاح:** موجيات موجية ذات لوحات متوازية، وسط متباين الخصائص، الوسط مروان

، الوسط تلجن، المادة الفوقية

**Organigramme de calcul de  $\beta_{RCP}$  et  $\beta_{LCP}$** 



## L'organigramme des fonctions det1 et det2

