

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

## **THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de

### **DOCTORAT EN SCIENCES**

Spécialité : ELECTRONIQUE

Option : ELECTRONIQUE

Par :

**ABDELLICHE Fayçal**

## **THEME**

**CONTRIBUTION AU DIAGNOSTIC DES SIGNAUX ELECTROCARDIOGRAPHIQUES  
EN UTILISANT LES CONCEPTS DES FRACTALES**

Devant le Jury :

Président	M. Khamadja	<i>Professeur, Université de Constantine</i>
Rapporteur	A. Charef	<i>Professeur, Université de Constantine</i>
Examineurs	A. Bennia	<i>Professeur, Université de Constantine</i>
	Y. Ferdi	<i>Professeur, Université de Skikda</i>
	A. Goutas	<i>Maître de Conférence "A", Université de Skikda</i>

Année : 2011

# *Dédicaces*

*A ma glorieuse Nation,*

*A mes parents,*

*A ma femme et mes beaux-parents,*

*A mes frères, mes sœurs, mes belles-sœurs, mes beaux-frères,*

*A mes nièces et mes neveux,*

*A tous mes amis,*

*A tous ceux qui travaillent pour que cette Nation soit meilleure.*

# *Remerciements*

Cette thèse est l'occasion pour moi de remercier toutes les personnes qui ont contribué à ce travail ainsi que celles que j'ai pu rencontrer durant ces années d'études.

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma profonde reconnaissance au Professeur Abdelfatah Charef pour m'avoir proposé ce sujet de thèse passionnant qui m'a permis de me former dans le domaine de la recherche biomédicale. Je le remercie, aussi, de toujours m'avoir proposé de nouvelles idées de qualité pour mon travail. Je le remercie, également, de m'avoir témoigné de sa confiance et de son aide scientifique. Sans lui, la thèse n'aurait jamais vu le jour.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux personnes qui ont accepté de juger ce travail :

Je remercie Monsieur le Professeur Mohamed Khamadja, de l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury ;

Monsieur le Professeur Abdelhak Bennia, de l'université de Constantine, a accepté de me consacrer son temps en jugeant cette thèse. J'en suis honoré et je l'en remercie sincèrement ;

Je remercie également Monsieur le Professeur Youcef Ferdi, de l'université de Skikda, qui a bien accepté de juger ce travail de thèse ;

Je remercie le Docteur Ahcène Goutas, de l'université de Skikda, qui a bien accepté d'être membre du jury et de juger cette thèse ;

Je tiens également à exprimer ma plus vive reconnaissance à mon ami le Docteur Khaled Mesghouni, du laboratoire LAGIS de l'école centrale de Lille, pour m'avoir accueilli et accepté que je puisse travailler durant les mois de ma thèse au sein de son laboratoire.

J'adresse mes plus vifs remerciements à mon ami Larbi Koreïchi pour m'avoir invité pendant mes séjours à Paris. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Je remercie aussi toute l'équipe du laboratoire de traitement du signal, équipe système, pour leurs aides, serviabilités et leurs encouragements.

Mes remerciements du fond du cœur vont à ma famille qui a su me donner, sans cesse, son soutien, son amour et l'envie d'apprendre encore plus. Je ne manquerai pas de remercier ma très chère femme pour son soutien et son aide dans les moments difficiles. Elle était et continuera d'être, je le sais, un soutien sans faille.

Enfin, merci à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin durant ces années de recherche et d'études, un grand merci à tous mes amis et très spécialement mon petit ami Zakaria.

# *Table des matières*

<b>Remerciements</b> .....	i
<b>Liste des figures</b> .....	vii
<b>Liste des tableaux</b> .....	xi
<b>Introduction Générale</b> .....	1
1. Introduction .....	2
2. Objectif du travail .....	4
3. Plan de la thèse .....	4
<b>Chapitre 1 : Electrophysiologie cardiaque</b> .....	6
1.1. Introduction .....	7
1.2. Anatomie du cœur .....	7
1.3. Activité mécanique du cœur .....	7
1.3.1. Trajet sanguin .....	7
1.3.2. Battement cardiaque .....	9
1.4. Activité électrique du cœur .....	9
1.4.1. Fonction électrique du cœur .....	9
1.4.2. Tracé électrique du cœur .....	10
1.4.3. Définition d'un battement cardiaque standard .....	10
1.4.4. Fréquence cardiaque .....	12
1.4.5. Rythme cardiaque .....	12
1.5. Electrocardiographie de surface .....	14
1.5.1. Dérivations standard .....	14
1.5.1.1. Dérivations bipolaires des membres .....	14
1.5.1.2. Dérivations unipolaires des membres .....	15

1.5.1.3. Dérivations thoraciques (précordiales) .....	16
1.5.2. L'ECG normal .....	17
1.5.2.1. Durées des déflexions et intervalles .....	17
1.5.2.2. Amplitude des déflexions .....	17
1.5.3. Tracé Holter .....	18
1.5.4. Artefacts visibles sur l'ECG .....	18
1.6. Troubles du rythme et de la conduction cardiaque .....	19
1.7. Conclusion .....	23
<b>Chapitre 2 : Les ondelettes : définitions et propriétés</b> .....	<b>24</b>
2.1. Introduction .....	25
2.2. Transformée de Fourier .....	25
2.3. Transformée en ondelettes .....	27
2.3.1. Définitions .....	27
2.3.2. Quelques propriétés .....	30
2.3.2.1. Sélectivité en fréquence .....	30
2.3.2.2. Similarité .....	30
2.3.2.3. Symétrie .....	31
2.3.2.4. Orthogonalité .....	31
2.3.2.5. Régularité .....	31
2.3.2.6. Nombre de moments nuls .....	32
2.3.2.7. Facteur d'échelle minimal .....	32
2.3.2.8. Lien entre la fréquence et l'échelle .....	32
2.3.3. Transformée en ondelettes continue .....	32
2.3.3.1. Analyse .....	32
2.3.3.2. Reconstruction .....	33
2.3.4. Transformée en ondelettes discrète .....	34
2.3.5. Transformée en ondelettes orthogonale .....	34
2.3.6. Maxima du module de la transformée en ondelettes .....	35
2.3.7. Scalogramme .....	36

2.4. Botanique des familles d'ondelettes .....	36
2.4.1. Tableaux synoptiques des familles usuelles .....	37
2.4.2. Ondelettes sans filtres, réelles .....	37
2.4.2.1. Chapeau mexicain : <i>mexh</i> .....	37
2.4.2.2. Ondelette de Morlet : <i>morl</i> .....	39
2.4.2.3. Ondelettes gaussiennes : <i>gausN</i> .....	40
2.4.3. Ondelettes sans filtres, complexes .....	41
2.4.3.1. Ondelettes gaussiennes complexes : <i>cgauN</i> .....	41
2.4.3.2. Ondelettes de Morlet complexes : <i>cmorNb-Nc</i> .....	42
2.4.3.3. Ondelettes B-splines fréquentielles complexes : <i>fbspNm-Nb-Nc</i> .....	43
2.4.4. Ondelettes orthogonales à support compact .....	44
2.4.4.1. Ondelettes de Daubechies : <i>dbN</i> .....	45
2.4.4.2. Les Symlets : <i>symN</i> .....	46
2.4.4.3. Les Coiflets : <i>coifN</i> .....	47
2.4.5. Ondelettes biorthogonales à support compact : <i>biorNrNd</i> .....	47
2.4.6. Ondelettes orthogonales à support non compact .....	48
2.4.6.1. Ondelette de Meyer : <i>meyr</i> .....	48
2.4.7. Choix de l'ondelette .....	49
2.5. Conclusion .....	49
<b>Chapitre 3 : Introduction aux ondelettes fractionnaires</b> .....	<b>50</b>
3.1. Introduction .....	51
3.2. Modeler et construire une ondelette .....	51
3.2.1. Ondelettes fractionnaires réelles : <i>coleN</i> .....	52
3.2.2. Ondelette fractionnaire complexe : <i>ccol</i> .....	54
3.3. Exemples d'applications dans l'analyse des signaux .....	55
3.3.1. Repérer une discontinuité .....	56
3.3.1.1. Signal rectangulaire .....	56
3.3.1.2. Signal triangulaire .....	59
3.3.2. Détecter une singularité .....	59

3.3.3. Repérer les complexes QRS de l'ECG .....	64
3.4. Conclusion .....	68
<b>Chapitre 4 : Ondelettes fractionnaires pour la détection du complexe QRS</b> .....	<b>69</b>
4.1. Introduction .....	70
4.2. Principe des détecteurs du complexe QRS .....	71
4.2.1. Pré-processeur .....	71
4.2.2. Règle de décision .....	73
4.2.2.1. Seuil adaptatif en amplitude .....	73
4.2.2.2. Seuil adaptatif en temps .....	74
4.2.2.3. Période réfractaire .....	75
4.3. Etat de l'art sur la détection du complexe QRS .....	76
4.4. Validation et caractérisation des algorithmes de détection .....	77
4.4.1. Base de données MIT-BIH .....	77
4.4.1.1. Description .....	77
4.4.1.2. Fichiers de la base MIT-BIH .....	77
4.4.2. Paramètres d'évaluation des performances .....	78
4.5. Détection du complexe QRS .....	79
4.5.1. Filtrage par transformation en ondelettes .....	81
4.5.1.1. Choix du paramètre $m$ .....	82
4.5.1.2. Sélection des échelles de décomposition .....	82
4.5.2. Transformation non linéaire : produit multi-échelle .....	84
4.5.3. Prise de décision .....	85
4.6. Applications de l'algorithme de détection .....	87
4.6.1. Première application : ondelette réelle <i>cole2</i> .....	87
4.6.1.1. Prétraitement .....	87
4.6.1.2. Règle de décision .....	87
4.6.1.3. Résultats, discussion et comparaison .....	88
4.6.2. Deuxième application : ondelettes réelles <i>cole2</i> et <i>cole1</i> .....	91
4.6.2.1. Prétraitement .....	95

4.6.2.2. Règle de décision .....	95
4.6.2.3. Résultats, discussion et comparaison .....	95
4.6.3. Troisième application : ondelette complexe <i>ccol</i> .....	103
4.6.3.1. Prétraitement .....	107
4.6.3.2. Règle de décision .....	107
4.6.3.3. Résultats, discussion et comparaison .....	107
4.6.4. Discussion et comparaison avec d'autres algorithmes .....	120
4.7. Conclusion .....	123
<b>Conclusion générale</b> .....	124
1. Conclusion .....	125
2. Perspectives et suggestions .....	127
<b>Références</b> .....	128

# *Liste des figures*

1.1. Coupe schématique du cœur .....	8
1.2. Propagation de l'impulsion dans le cœur .....	11
1.3. Tracé électrique du cœur .....	11
1.4. Description d'un battement cardiaque .....	13
1.5. Disposition des électrodes des dérivations bipolaires .....	15
1.6. Triangle d'Einthoven .....	15
1.7. Circuit utilisé pour l'acquisition des dérivations augmentées .....	16
1.8. Position des électrodes pour les dérivations unipolaires précordiales .....	16
1.9. Signal ECG avec bruit musculaire .....	20
1.10. Signal ECG avec mouvements de la ligne de base .....	20
1.11. Signal ECG perturbé par le secteur (50 Hz) .....	21
1.12. Fibrillation ventriculaire .....	22
2.1. Pavage temps-fréquence pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante .....	27
2.2. Ondelette avec différents facteurs d'échelles (de gauche à droite : $a < 1$ , $a = 1$ et $a > 1$ ) .....	29
2.3. Ondelette avec différents facteurs de position $b$ .....	29
2.4. Pavage temps fréquence pour la transformée en ondelettes pour deux facteurs d'échelle $a_2 < 1 < a_1$ .....	31
2.5. Maximum local, minimum local et point d'inflexion .....	36
2.6. Ondelette chapeau mexicain : <i>mexh</i> .....	39
2.7. Ondelette de Morlet : <i>morl</i> .....	40
2.8. Ondelette dérivée huitième d'une fonction gaussienne : <i>gaus8</i> .....	41
2.9. Ondelette dérivée huitième d'une fonction gaussienne complexe : <i>cgau8</i> .....	42
2.10. Ondelette de Morlet complexe associée à $N_b = 1,5$ et $N_c = 1$ : <i>cmor1.5-1</i> .....	43
2.11. Ondelette B-spline fréquentielle complexe associée à $N_m = 2$ , $N_b = 1$ et $N_c = 0,5$ : <i>fbsp2-1-0.5</i> .....	44

2.12. Fonction d'échelle (à gauche) et ondelette (à droite) de Haar : <i>haar</i> .....	45
2.13. Ondelettes de Daubechies : <i>dbN</i> .....	46
2.14. Les symlets : <i>symN</i> .....	46
2.15. Les coiflets : <i>coifN</i> .....	47
2.16. Ondelettes biorthogonales : <i>biorNrNd</i> .....	48
2.17. Ondelette de Meyer : <i>meyr</i> .....	48
3.1. Distribution de Cole-Cole pour différentes valeurs de $m$ .....	53
3.2. (a) Fonction de Cole-Cole. (b), (c) et (d) ondelettes <i>cole1</i> , <i>cole2</i> et <i>cole3</i> (dérivées 1 <sup>ère</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup> respectivement) .....	53
3.3. Ondelette fractionnaire complexe de Cole-Cole associée à $m = 0.8$ et $f_c = 0,5$ : <i>ccol</i> .....	54
3.4. Analyse continue avec l'ondelette <i>mexh</i> .....	57
3.5. Analyse continue avec l'ondelette <i>cole2</i> .....	57
3.6. Analyse continue avec l'ondelette <i>cmor1-1.5</i> .....	58
3.7. Analyse continue avec l'ondelette <i>ccol</i> .....	58
3.8. Analyse continue avec l'ondelette <i>gaus1</i> .....	60
3.9. Analyse continue avec l'ondelette <i>cole1</i> .....	60
3.10. Analyse continue avec l'ondelette <i>cmor1-1.5</i> .....	61
3.11. Analyse continue avec l'ondelette <i>ccol</i> .....	61
3.12. Analyse continue avec l'ondelette <i>mexh</i> .....	62
3.13. Analyse continue avec l'ondelette <i>cole2</i> .....	62
3.14. Analyse continue avec l'ondelette <i>cmor1-1.5</i> .....	63
3.15. Analyse continue avec l'ondelette <i>ccol</i> .....	63
3.16. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette <i>mexh</i> .....	65
3.17. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette <i>cole2</i> .....	65
3.18. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette complexe <i>cmor1-1.5</i> .....	66
3.19. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette complexe <i>ccol</i> .....	66
3.20. Transformée en ondelettes du signal ECG pour $a = 2$ et $a = 32$ ( <i>gaus2</i> ) .....	67
3.21. Transformée en ondelettes du signal ECG pour $a = 2$ et $a = 32$ ( <i>cole2</i> ) .....	67
4.1. Schéma d'un détecteur du complexe QRS .....	71

4.2. Densité spectrale de puissance de l'ECG et de ses différentes composantes .....	72
4.3. Calcul du seuil adaptatif en amplitude .....	74
4.4. Calcul du seuil adaptatif en temps .....	75
4.5. Signal ECG normal avec des ondes R de grande amplitude .....	80
4.6. Signal ECG avec onde T d'amplitude importante .....	80
4.7. Variations du rapport signal sur bruit (SNR) en fonction de m pour trois enregistrements 105, 203 et 208 .....	83
4.8. Spectre d'amplitude de l'ondelette pour les échelles $2^1$ , $2^2$ , $2^3$ , $2^4$ et $2^5$ .....	83
4.9. Exemple de produit multi-échelle .....	86
4.10. (a) signal ECG : 100.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes ( <i>cole2</i> ) pour $2^3$ et $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle) .....	89
4.11. (a) signal ECG : 101.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes ( <i>cole2</i> ) pour $2^3$ et $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle) .....	89
4.12. (a) signal ECG : 102.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes ( <i>cole2</i> ) pour $2^3$ et $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle) .....	90
4.13. (a) signal ECG : 105.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes ( <i>cole2</i> ) pour $2^3$ et $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle) .....	90
4.14. Exemple de détection du complexe QRS (100.dat) .....	93
4.15. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) .....	93
4.16. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) .....	94
4.17. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) .....	94
4.18. (a) signal ECG : 100.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	96
4.19. (a) signal ECG : 101.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	97
4.20. (a) signal ECG : 102.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	97
4.21. (a) signal ECG : 105.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	98

4.22. (a) signal ECG : 108.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	98
4.23. (a) signal ECG : 203.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>cole2</i> ), (c) passage par zéro dans la TOC pour $2^4$ ( <i>cole1</i> ) .....	99
4.24. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) .....	104
4.25. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) .....	104
4.26. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) .....	105
4.27. Exemple de détection du complexe QRS (108.dat) .....	105
4.28. Exemple de détection du complexe QRS (203.dat) .....	106
4.29. (a) signal ECG : 100.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	108
4.30. (a) signal ECG : 101.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	109
4.31. (a) signal ECG : 102.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	110
4.32. (a) signal ECG : 105.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	111
4.33. (a) signal ECG : 108.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	112
4.34. (a) signal ECG : 203.dat, (b) et (c) parties réelles de TOC(ECG) pour $2^3$ et $2^4$ ( <i>ccol</i> ) .....	113
4.35. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) .....	117
4.36. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) .....	118
4.37. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) .....	118
4.38. Exemple de détection du complexe QRS (108.dat) .....	119
4.39. Exemple de détection du complexe QRS (203.dat) .....	119

# *Liste des tableaux*

2.1. Liste des familles d'ondelettes .....	38
2.2. Principales propriétés des familles d'ondelettes .....	38
4.1. Bande passante et fréquence centrale de l'ondelette pour les échelles $2^1$ , $2^2$ , $2^3$ , $2^4$ et $2^5$ .....	84
4.2. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH. Première application : ondelette <i>cole2</i> .....	92
4.3. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH. Deuxième application : ondelettes <i>cole1</i> et <i>cole2</i> .....	101
4.4. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH. Deuxième application : ondelettes <i>gaus1</i> et <i>gaus2</i> .....	102
4.5. Comparaison des résultats de la détection pour les enregistrements 105, 108, 203 et 208 .....	103
4.6. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH. Troisième application : ondelette complexe <i>ccol</i> .....	115
4.7. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH. Troisième application : ondelette complexe <i>cmor1-0.5</i> .....	116
4.8. Comparaison des résultats de la détection pour les enregistrements 105, 108, 203 et 208 .....	117
4.9. Comparaison des performances des algorithmes de détection proposés avec celles citées dans la littérature .....	121
4.10. Comparaison des performances des algorithmes de détection pour les enregistrements 105 et 108 .....	122

# *Introduction Générale*

---

## **1. Introduction**

Les maladies cardiovasculaires constituent un problème majeur de santé publique. Le cœur est l'organe central du système cardiovasculaire : il peut être affecté de nombreuses pathologies qui peuvent soit être bénignes, comme certaines tachycardies par exemple, soit s'avérer très sérieuses, comme l'infarctus du myocarde.

L'électrocardiogramme (ECG) est un signal qui représente les variations de l'activité électrique du cœur en fonction du temps. Ce signal peut être enregistré à partir de la peau par un matériel de détection : les électrodes. L'analyse automatique de l'ECG permet une étude détaillée qui aide au diagnostic des dysfonctionnements du cœur.

L'extraction des événements caractéristiques des signaux consiste à détecter les éléments qui les composent. De l'électrocardiogramme, on peut chercher à détecter et classer les différentes ondes qui le composent ainsi que les intervalles temporels entre les ondes. Les techniques appliquées couvrent un large champ du traitement du signal. Elles vont de la transformation non linéaire [1-2] aux réseaux de neurones [3-4] en passant par l'analyse fréquentielle par bancs de filtres [5-6], par ondelettes [6-11] ou par des procédés stochastiques et de la logique floue [4, 12]. Ces traitements fournissent une description des signaux qui peut être directement utilisée pour le raisonnement médical.

Le complexe QRS est l'onde de l'ECG la plus convoitée par les algorithmes d'analyse automatique. C'est l'onde la plus dominante de l'ECG. Il est lié au fonctionnement ventriculaire et a été abondamment étudié. La détection du complexe QRS est d'une importance capitale dans les systèmes de traitement automatique de l'ECG. En effet, une fois les pics R identifiés, la fréquence cardiaque peut être calculée, différents temps et amplitudes du cycle cardiaque peuvent être mesurés et repérer, ainsi, les anomalies. Les difficultés de la détection de QRS sont dues, essentiellement, à la présence, dans l'ECG, de bruits d'origines diverses, ainsi qu'à la grande variabilité de la forme du signal, d'un individu à l'autre, et même chez le même sujet, d'un cycle à un autre. Une séparation entre signal ECG et bruit devient, dans ce cas, nécessaire. Mais, cette séparation devient problématique lorsque le bruit est trop important ou trop difficile à distinguer des signaux physiologiques. C'est pourquoi, lorsqu'on se trouve dans un cas multivoie redondant, il est préférable de sélectionner les voies non contaminées par le bruit [13]. Les ondes P et T de grandes amplitudes peuvent, également, avoir des caractéristiques semblables à celles des complexes QRS et affectent, ainsi, la détection.

De nombreux algorithmes de détection existent dans la littérature [14-20]. La méthode classique de Pan et Tompkins [2], améliorée par la suite par Fokapu et al [21] présente l'avantage de la simplicité et de la rapidité d'exécution. Toutefois, elle ne donne pas de bons résultats pour certains signaux bruités ou dans le cas des formes particulières de l'ECG. Dans le cas des ECG fortement bruités, Le Page [22] a utilisé un filtrage par ondelettes préservant la forme de l'ECG et permettant d'appliquer ensuite la méthode de Pan et Tompkins. Pour le cas de forme particulière d'ECG, il a utilisé les chaînes de maxima pour une localisation approximative des QRS.

En général, l'opération de détection est réalisée en deux étapes : un pré-processeur et une règle de décision [23]. Le pré-processeur fournit des suites d'impulsions qui seront classées comme des complexes QRS ou du bruit. Ce pré-processeur peut être constitué d'une dérivation non entière, d'un filtrage passe-bande, d'un filtrage non linéaire, de réseaux de neurones ou d'une transformation en ondelettes. Dans le but d'accentuer ou d'amplifier les pics R, cette étape comprend, aussi, une transformation non linéaire (élévation au carré, dérivation, etc.) afin de réduire l'influence du bruit résiduel et des ondes P et T. La deuxième étape consiste en une prise de décision selon des critères de seuillage [24].

La transformée de Fourier constitue une référence inévitable pour toute application ayant trait au domaine du traitement du signal. Elle permet d'explorer la composition fréquentielle du signal et par ses propriétés de lui appliquer des opérations de filtrage. Mais, la transformation en ondelettes a été aussi utilisée très tôt dans le domaine du traitement du signal ; elle avait pour objectif de fournir un intermédiaire entre une analyse purement temporelle d'un signal et une analyse purement fréquentielle. Cette transformation fournit une description du signal dans le domaine temps-échelle, permettant ainsi la représentation des caractéristiques d'un signal à des résolutions différentes. L'ondelette est généralement une fonction oscillante de moyenne nulle qui dépend de deux paramètres  $a$  et  $b$  : l'un représente un changement d'échelle et l'autre représente une translation temporelle. Une famille d'ondelettes  $\psi_{a,b}(t)$  est obtenue par des translations (en changeant le paramètre  $b$ ) et des dilatations (en changeant le paramètre d'échelle  $a$ ) d'une ondelette mère  $\psi(t)$ . Les paramètres de translation et de dilatation de la transformée en ondelettes permettent de localiser l'information dans un signal en la représentant à différents niveaux allant d'une approximation grossière et globale à des représentations plus précises et plus localisées. Pour cette raison, cette technique s'avère très utile pour l'analyse de l'ECG, qui est caractérisé par des ondes localisées en temps ayant des composantes fréquentielles diverses. De plus, les différents types de bruit affectant l'ECG

apparaissent à des bandes fréquentielles apparentes, et ont donc différentes contributions à des échelles diverses [7]. Sous son aspect de filtre passe bande, les ondelettes sont utilisées pour éliminer le bruit. Elles représentent, donc, un bon outil d'analyse et de traitement du signal ECG en vue d'une détection des complexes QRS.

## **2. Objectif du travail**

L'objectif de notre travail est d'employer la distribution de Cole-Cole pour la conception d'ondelettes fractionnaires réelles et complexes. La fonction de Cole-Cole est largement utilisée dans la modélisation mathématique des diélectriques. Elle représente la distribution des temps de relaxation dans l'approximation du pôle à puissance fractionnaire (PPF) [25]. Ces ondelettes fractionnaires sont conçues par une simple dérivation ou par modulation de la distribution de Cole-Cole. L'algorithme de traitement du signal ECG et de détection du complexe QRS que nous avons développé repose sur l'emploi de la transformée en ondelettes continue utilisant ces ondelettes fractionnaires. Le fait d'utiliser différentes échelles va permettre de travailler dans des bandes de fréquences les plus favorables à la détection des QRS, tout en ayant filtré une partie du bruit. Une bonne détection des complexes QRS nécessite un traitement du signal plus élaboré. Le caractère de filtre passe bande de l'ondelette lui confère une bonne position dans le prétraitement de l'ECG. Les signaux ECG utilisés, en pratique, sont issus de la base de données MIT/BIH Arrhythmia Database qui comporte 48 enregistrements échantillonnés à 360 Hz de durée 30 minutes chacun et utilisant deux dérivations pour chaque patients [26]. Les performances des algorithmes sont mesurées en termes de non détection, fausse alarme et détection correcte [23].

## **3. Plan de la thèse**

Les travaux réalisés, faisant l'objet de cette thèse, sont présentés et exposés en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à une introduction de l'électrophysiologie du cœur.

Le deuxième chapitre interprète les définitions de la transformée en ondelettes et les propriétés des ondelettes les plus connues en privilégiant les aspects liés au traitement du signal.

Les ondelettes fractionnaires construites sont introduites en troisième chapitre. Il donne un aperçu sur la définition de ces ondelettes, la méthode de construction et quelques applications en analyse des signaux en offrant des exemples de comparaison avec les ondelettes déjà existantes.

Le quatrième chapitre traite de la détection du complexe QRS dans le signal ECG. Trois applications sont adoptées : la première utilise une ondelette fractionnaire réelle dérivée deuxième de la fonction de Cole-Cole, la deuxième emploie cette même ondelette fractionnaire associée à l'ondelette dérivée première de Cole-Cole et la troisième application concerne l'ondelette fractionnaire complexe. L'utilisation d'autres ondelettes similaires permettra d'envisager une comparaison partielle des résultats afin de juger de la qualité de ces ondelettes proposées. Les signaux tests choisis sont issus de la base de données MIT-BIH et une comparaison globale est effectuée en utilisant les résultats des algorithmes existant dans la littérature et utilisant cette même base de données.

Enfin, une conclusion générale fait part des principaux résultats de cette thèse et les perspectives de cet ouvrage de recherche.

# *Chapitre 1*

## *Electrophysiologie Cardiaque*

---

## 1.1. Introduction

Le système cardiovasculaire assure la circulation du sang dans l'organisme et permet ainsi son alimentation en oxygène et en nutriments. Le cœur, l'élément central du système cardiovasculaire, est un muscle fonctionnant comme une pompe, il propulse le sang à travers l'organisme via deux types de vaisseaux : les artères et les veines. Le fonctionnement du cœur se base sur la succession temporelle d'évènements mécaniques et électriques complexes, régulés d'une manière dynamique. La représentation des potentiels électriques dus aux courants électriques qui circulent dans le cœur est appelée électrocardiogramme (ECG). Ce signal peut être enregistré à partir de la peau par un matériel de détection : les électrodes.

## 1.2. Anatomie du coeur

Le cœur est un organe musculéux d'environ 250 à 350 grammes ayant une forme pyramidale triangulaire. Il est formé de trois parois de l'intérieur vers l'extérieur : l'endocarde, le myocarde et le péricarde. Il est situé dans la partie centrale du thorax, décalé du côté gauche, entre la deuxième et la cinquième côte [27]. Il est cloisonné en deux parties droite et gauche qui ne présentent pas de communication entre elles. Ces deux cœurs se composent eux-mêmes de deux cavités : une oreillette aux parois fines et un ventricule aux parois épaisses (Fig. 1.1).

## 1.3. Activité mécanique du coeur

Le cœur est une pompe qui irrigue l'organisme de sang. Ce phénomène mécanique est périodique, il se manifeste en quatre phases : le remplissage, la contraction (systole), l'éjection et le relâchement (diastole).

### 1.3.1. Trajet sanguin

Il existe deux circulations :

- La petite circulation ou circulation pulmonaire, qui permet de se recharger en dioxygène et d'éliminer le dioxyde de carbone, elle comprend la partie droite du cœur.

- La grande circulation qui permet d'irriguer les autres organes, elle comprend sa partie gauche.

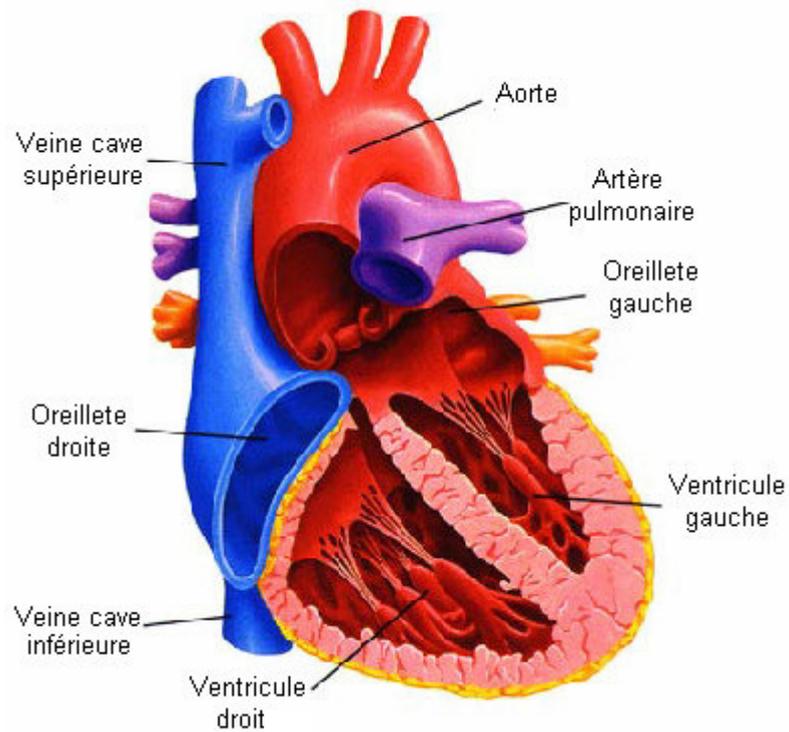


Fig. 1.1. Coupe schématique du cœur.

### 1.3.2. Battement cardiaque

Une révolution cardiaque, c'est-à-dire un battement du cœur, comprend : une phase de contraction permettant l'éjection du sang et une phase de remplissage. Le circuit du sang lors d'une révolution peut se diviser en plusieurs étapes :

- le sang entre par une veine dans l'oreillette (période de diastole) et passe ensuite par l'intermédiaire d'une valve auriculo-ventriculaire ouverte dans le ventricule ;
- l'oreillette entre en systole et éjecte le sang restant dans sa cavité dans le ventricule ;
- l'oreillette se relâche et reste en diastole jusqu'au début de la révolution suivante ;
- le ventricule entre en systole, la valve auriculo-ventriculaire se ferme (premier bruit entendu au stéthoscope) en même temps, la valve, entre le ventricule et l'artère, s'ouvre permettant l'éjection du sang vers les poumons ou l'ensemble des organes selon si c'est le ventricule gauche ou droit ;
- à la fin de la systole ventriculaire, la valve artérielle se ferme (deuxième bruit cardiaque) ;
- le sang revient ensuite au cœur par les veines caves et pulmonaires.

Ces étapes s'effectuent simultanément dans les cœurs gauche et droit. Le temps de la diastole est en général 2,5 fois plus grand que le temps de la systole [27-29]. Ce cycle dure à peine une seconde et fait appel à un mécanisme très compliqué basé sur les différences de pression dans les cavités cardiaques, qui provoquent l'ouverture ou la fermeture des différentes valves et permettent l'éjection ou le remplissage de sang [27-29].

## 1.4. Activité électrique du cœur

### 1.4.1. Fonction électrique du cœur

Le fonctionnement du cœur est automatique. Comme pour tous les muscles du corps, la contraction du myocarde est provoquée par la propagation d'une impulsion électrique le long des fibres musculaires cardiaques induite par la dépolarisation des cellules musculaires. Elle prend naissance dans la partie haute de l'oreillette droite dans la région dite "nœud sinusal SA" **(a)** puis se propage dans les oreillettes **(b)** entraînant leur contraction (systole auriculaire). L'impulsion arrive alors au nœud auriculo-ventriculaire (AV), seul point de passage électrique entre les oreillettes et les ventricules, une courte pause est alors introduite **(c)**, juste avant la propagation dans les fibres constituant le faisceau de His. Au passage de l'impulsion électrique **(d)**, les ventricules se contractent à leur tour (systole ventriculaire) **(e)**.

Après la diastole (décontraction du muscle), les cellules se repolarisent (**f**) (Fig. 1.2). Ainsi, Le cycle du battement cardiaque est terminé et le cœur est prêt pour un nouveau battement.

### 1.4.2. Tracé électrique du cœur

Le battement cardiaque peut être suivi grâce à l'enregistrement en surface du signal électrique qui l'accompagne. En effet, chaque phase du battement possède une marque électrique particulière. Dans la plupart des cas, on peut discriminer de manière rapide l'empreinte d'une contraction auriculaire de celle d'une contraction ventriculaire [27].

L'impulsion initiale qui vient du nœud SA, non visible sur l'ECG, se propage dans les oreillettes entraînant leurs contractions (Fig. 1.3). Elle laisse la trace d'une petite déflexion positive sur l'ECG : l'onde P (**a**). L'impulsion arrive alors au nœud auriculo-ventriculaire (AV), où se produit la courte pause se traduisant sur l'ECG par un petit segment plat. Elle emprunte, ensuite, les voies de conduction rapides (faisceau de His) entraînant une contraction rapide et brève des ventricules. Celles-ci dessinent sur l'ECG une suite de trois ondes appelées complexe QRS (**b**). L'onde Q est la première : c'est une onde dirigée vers le bas, qui n'est pas toujours visible sur le tracé ; la seconde est l'onde R : elle est de grande amplitude et dirigée vers le haut ; la dernière est dirigée vers le bas : c'est l'onde S. Après chaque complexe QRS, il se produit une pause puis apparaît l'onde T. Cette pause est le segment ST, dont l'étude est très importante pour l'identification de certaines pathologies [27-28]. L'onde T représente la phase de repolarisation des ventricules qui les rend de nouveau stimulables (Fig. 1.3). Les oreillettes ont également une onde de repolarisation qui est très petite, habituellement masquée par le complexe QRS et donc non observée.

### 1.4.3. Définition d'un battement cardiaque standard

L'ECG est enregistré sur un papier millimétré. Le temps, en seconde, est représenté sur l'axe horizontal (1 mm pour 0,04 s) ; les déflexions, en mV, sont représentées sur l'axe vertical (1 mm pour 0,1 mV). La ligne de base du tracé ECG est la ligne isoélectrique du cœur au repos qui est prise comme référence. Les différentes ondes et les intervalles les séparant, ont permis de dresser le standard ECG (Fig. 1.4). Un battement cardiaque est caractérisé par [27] :

- Onde P : dépolarisation des oreillettes. Sa durée est de l'ordre de 90 ms. C'est une onde positive dont l'amplitude est normalement inférieure ou égale à 0.2 mV ;
- Complexe QRS : dépolarisation des ventricules. Sa durée normale est comprise entre 85 et 95 ms. Toute onde supplémentaire, positive ou négative, sera appelée R', S', R'', etc.

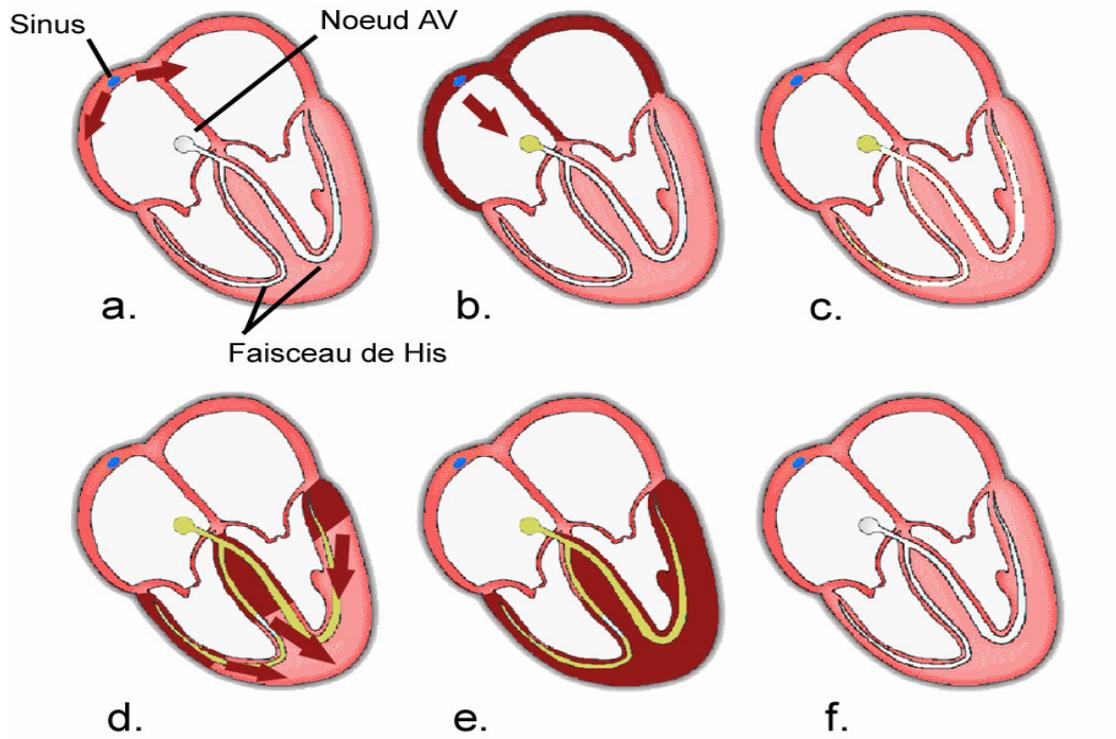


Fig. 1.2. Propagation de l'impulsion dans le cœur.

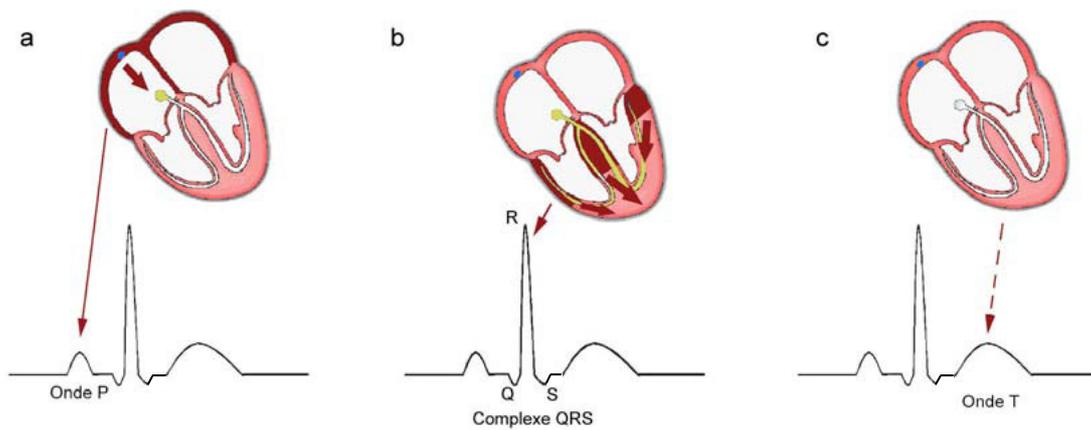


Fig. 1.3. Tracé électrique du cœur.

- Onde T : repolarisation des ventricules. Son amplitude est inférieure à 2 mV. L'onde T normale a une amplitude plus faible que le complexe QRS ;
- Onde U : repolarisation des fibres de Purkinje. C'est une onde positive qui suit l'onde T, visible essentiellement en quelques signaux ECG, dont la signification est discutable ;
- Intervalle RR : fréquence des battements cardiaques. Il correspond au délai entre deux dépolarisations ventriculaires. C'est cet intervalle qui permet de calculer la fréquence cardiaque ;
- Segment PR : pause du noeud AV. Le segment PR correspond au délai entre la fin de la dépolarisation des oreillettes et le début de celle des ventricules. C'est le temps pendant lequel l'onde de dépolarisation est bloquée au niveau du nœud AV. Il se mesure de la fin de l'onde P jusqu'au début du QRS. Sa durée est de 0,03 à 0,04 seconde ;
- Intervalle PR : durée de conduction auriculo-ventriculaire. L'intervalle PR correspond au délai entre le début de la dépolarisation des oreillettes et celle des ventricules. C'est le temps de propagation de l'onde de dépolarisation jusqu'aux cellules myocardiques ventriculaires ;
- Intervalle QT : durée de systole ventriculaire. Cet intervalle correspond au début de l'excitation des ventricules jusqu'à la fin de leur relaxation ;
- Segment ST : durée de stimulation complète des ventricules. Il correspond à la phase pendant laquelle les cellules ventriculaires sont toutes dépolarisées, le segment est alors isoélectrique.

#### 1.4.4. Fréquence cardiaque

La fréquence cardiaque est le nombre de contractions ventriculaires par unité de temps. Elle est exprimée en battement par minute (bat/min). Elle est en moyenne de 60 bat /min. Elle augmente durant l'inspiration et diminue durant l'expiration. La fréquence cardiaque de repos correspond à la fréquence cardiaque relevée après un repos complet en position allongé pendant environ 10 minutes. On estime qu'une fréquence cardiaque de repos supérieure à 80 bats/min est pathologique.

#### 1.4.5. Rythme cardiaque

Le rythme d'un tracé normal est sinusal, toutes les ondes P sont identiques, tous les QRS sont identiques, après chaque onde P se trouve un QRS. Il est modifié par l'émotion, la peur, la colère, l'effort physique et l'état physiologique de l'organisme. Le rythme cardiaque et la respiration sont parfaitement synchronisés pour obtenir les meilleures performances en

circulation sanguine et distribution d'oxygène dans l'organisme. Cela engendre moins de pertes d'énergies lors de la réalisation d'activités, qu'elles soient physiques ou intellectuelles.

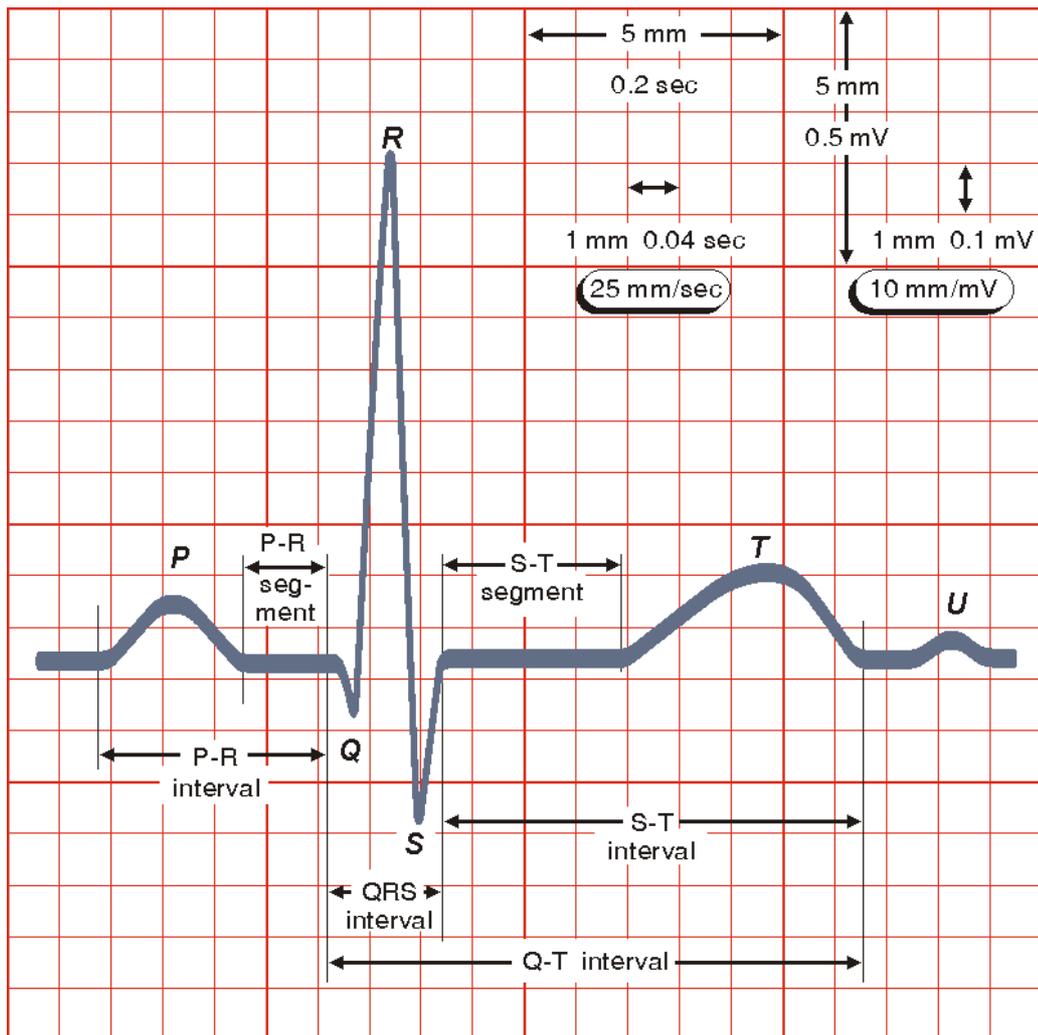


Fig. 1.4. Description d'un battement cardiaque.

## 1.5. Electrocardiographie de surface

Le corps humain étant électriquement conducteur, les potentiels d'actions générés lors de l'activité électrique cardiaque peuvent alors être recueillis par des électrodes placées sur la peau. Chaque paire d'électrodes constitue une dérivation. L'enregistrement de cette activité électrique du cœur, sur un plan frontal (par les dérivations des membres) et sur un plan horizontal (par les dérivations précordiales), est un électrocardiogramme (ECG).

Les électrodes peuvent être utilisées selon deux modes : l'un dit bipolaire où le potentiel d'une électrode est soustrait à un autre, et l'autre dit unipolaire où le potentiel d'une électrode est pris par rapport à un point de référence (la masse). Ces électrodes doivent être convenablement disposées et adaptées au circuit adjacent pour détecter le signal ECG qui change de morphologie en fonction de ces positions.

Toute activité électrique se dirigeant vers l'électrode est enregistrée par une déflexion positive et toute activité s'en éloignant est enregistrée par une déflexion négative. Enfin, Les différentes positions sont normalisées [27-28].

### 1.5.1. Dérivations standard

L'ECG est un enregistrement de surface de l'activité électrique du cœur par des électrodes reliées à un électrocardiographe qui amplifie le signal électrique. Les tissus se trouvant entre le cœur et les électrodes parasitent le signal, le tracé électrocardiographique n'est donc qu'une estimation de l'activité électrique générée par le cœur. L'ECG standard est enregistré sur 12 dérivations : six dérivations des membres et six thoraciques ou précordiales.

#### 1.5.1.1. Dérivations bipolaires des membres

Les dérivations bipolaires sont désignées par DI, DII et DIII. Elles explorent l'activité cardiaque dans le plan frontal. Les trois électrodes sont placées respectivement : au bras droit pour R, au bras gauche pour L et à la jambe gauche pour F (Fig. 1.5). Ce système de référence est schématisé par un triangle équilatéral dit triangle d'Einthoven, dont les sommets représentent les localisations des électrodes (Fig. 1.6). On considère que tous les vecteurs résultants instantanés ont pour origine commune le centre du triangle équilatéral et on recueille leurs projections sur les côtés de ce triangle en mesurant les différences de potentiel entre ses sommets.

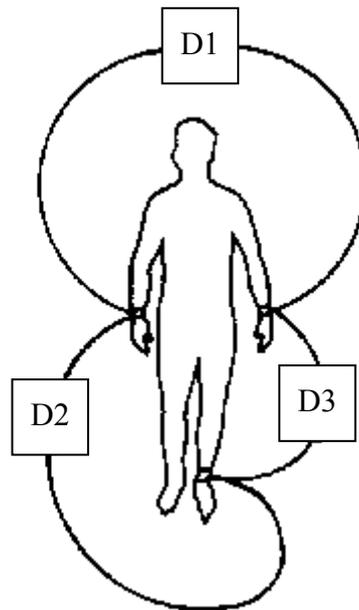


Fig. 1.5. Disposition des électrodes des dérivations bipolaires.

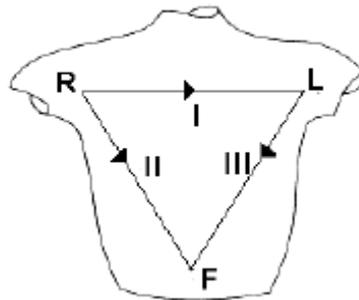


Fig. 1.6. Triangle d'Einthoven.

### 1.5.1.2. Dérivations unipolaires des membres

En 1934, Wilson introduit les dérivations unipolaires. Dans ce cas, on mesure la différence de potentiel entre un point de référence et chacun des points R, L et F. Dans le système, dit de Wilson, ce point de référence, appelé "borne centrale de Wilson", est virtuel, il est supposé demeurer à un potentiel invariable et de valeur pratiquement nulle.

Goldberger propose, en 1942, les "dérivations unipolaires augmentées des membres" (aVR, aVL, aVF). Celles-ci permettent d'obtenir des signaux de plus grande amplitude que ceux du

système de Wilson. Ces dérivations mesurent la différence de potentiel entre chacun des trois points et le potentiel moyen des deux autres. On obtient ainsi des déflexions augmentées d'un facteur 1,5 par rapport aux dérivations de Wilson (Fig. 1.7).

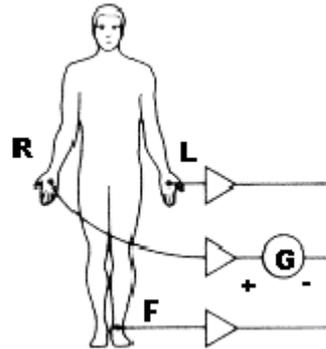


Fig. 1.7. Circuit utilisé pour l'acquisition des dérivations augmentées.

### 1.5.1.3. Dérivations thoraciques (précordiales)

En 1935, Kossman propose les dérivations unipolaires précordiales (V1 à V6) (Fig. 1.8). Ces six dérivations unipolaires parcourent transversalement la région précordiale antérieure et latérale gauche. Elles correspondent à la mesure de différence de potentiel entre chaque électrode et la borne centrale de Wilson.

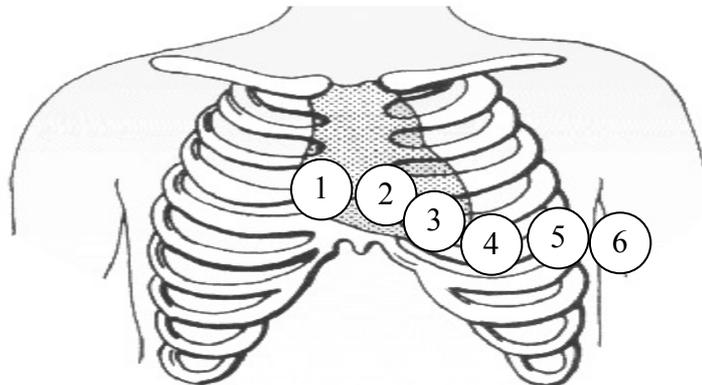


Fig. 1.8. Position des électrodes pour les dérivations unipolaires précordiales.

### 1.5.2. L'ECG normal

Pour l'ECG normal, les valeurs des paramètres, couramment constatées chez un adulte en bonne santé, sont présentées comme suit.

#### 1.5.2.1. Durées des déflexions et intervalles

Les déflexions se mesurent au moment précis où elles quittent la ligne isoélectrique jusqu'au moment où elles la retrouvent définitivement. La valeur normale de la durée des déflexions et des intervalles est la suivante :

- Onde P : inférieure ou égale à 0.11 s ;
- Onde Q : inférieure à 0.04 s ;
- Complexe QRS : inférieure à 0.1 s ; habituellement entre 0.06 et 0.08 s ;
- Intervalle PR : entre 0.12 et 0.2 s ; sa durée varie inversement par rapport à la fréquence cardiaque ;
- Intervalle QT : varie de la même façon que la fréquence cardiaque ;
- Onde T : sa durée moyenne est de 0.2 s.

#### 1.5.2.2. Amplitude des déflexions

Le voltage des déflexions positives (négatives) se mesure du bord supérieur (inférieur) de la ligne isoélectrique jusqu'au sommet de l'onde positive (négative) :

- Onde P : inférieure à 2.5 mm en DII ; inférieure à 2 mm en V1 et V2 ;
- Complexe QRS : on résume les amplitudes comme suit :

Plan frontal	Plan horizontal
R (DI) < 1,5 mV	R (V1) ≤ 0,5 mV
R (DII) < 2,3 mV	R (V6) ≤ 2,5 mV
R (DIII) < 1,8 mV	R (V1) ≤ 2,0 mV
R (aVL) < 1,2 mV	R (V2) ≤ 2,5 mV
R (aVF) < 2,1 mV	

Le rapport R/S doit rester :

< 1 en V1 et V2

< 2 en V6

- Onde Q : inférieure à 3 mm en V5 et V6 et, généralement, inférieure à 25% de l'onde R qui la suit quelle que soit la dérivation ;
- Onde T : inférieure à 5 mm en V6.

### 1.5.3. Tracé Holter

En pratique, la durée de l'ECG à 12 dérivations peut varier de quelques secondes à quelques minutes. Il permet le diagnostic et la localisation précise de certaines pathologies qui laissent des traces permanentes comme, par exemple, des zones du myocarde déficientes à la suite d'un infarctus. En revanche, la courte durée de cet examen est un obstacle à la détection systématique de pathologies qui apparaissent de manière sporadique, comme certains troubles du rythme par exemple.

C'est pourquoi, Norman Holter proposa, au début des années 60, un appareil "portatif" permettant d'enregistrer l'activité cardiaque pendant plusieurs heures ; cet archivage constitue ce que l'on appelle "l'examen Holter" [30]. L'enregistreur Holter se présente sous la forme d'un petit boîtier auquel sont reliées sept électrodes, permettant ainsi l'enregistrement sur 2 ou 3 dérivations (2 frontales et 1 transversale). Le patient se fait poser l'appareil chez un cardiologue et retourne ensuite à ses occupations habituelles. 24 heures plus tard, il revient chez le cardiologue pour se faire enlever l'appareil qui a en mémoire 24 heures d'enregistrements ECG effectués tandis que le patient a vécu une journée normale. Les résultats issus de l'analyse des quelques 100000 battements que compte l'enregistrement permettent ainsi de diagnostiquer une plus grande gamme de pathologies.

En outre, la longueur de l'enregistrement autorise par exemple le suivi du rythme cardiaque durant les phases diurne et nocturne. L'examen Holter est de plus en plus prescrit ; depuis quelque temps, la communauté des cardiologues commence à envisager des enregistrements Holter de très longues durées : 1 mois par exemple, ce qui correspond à plus de 2 millions de battements enregistrés.

### 1.5.4. Artefacts visibles sur l'ECG

Les artefacts désignent tout signal indésirable enregistré simultanément avec l'ECG par les électrodes. Ce sont des événements indésirables pouvant brouiller le tracé et, parfois, induire en erreur le diagnostic final. Ces bruits sont reconnaissables par l'œil expérimenté qui les identifie avant d'effectuer son diagnostic. Ils peuvent avoir des origines diverses :

mouvements du patient, mauvaise technique de l'opérateur, des défauts mécaniques de l'appareil. Les artefacts les plus courants sont :

- Artefacts de mouvement : ce sont des changements transitoires de la ligne isoélectrique (ligne de base) suscités par l'impédance entre l'électrode et la peau.
- Contractions musculaires (EMG) : ces bruits sont dus à l'activité électrique des muscles. L'aspect, le plus courant sur l'ECG, est une oscillation à haute fréquence liée à la tension musculaire du patient, qui n'est pas convenablement détendu, mais qui peut noyer les ondes P et T et empêcher, ainsi, un diagnostic fiable (Fig. 1.9).
- Mauvais contact électrode-peau : c'est un trouble dû à un mauvais contact entre l'électrode et la peau ; ce qui provoque, sur le tracé ECG, des sauts brusques de la ligne de base.
- Bruit respiratoire : lors de l'enregistrement de l'électrocardiogramme, l'activité respiratoire peut faire osciller la ligne de base de l'ECG à basse fréquence et à un rythme régulier (Fig. 1.10).
- Bruit dû au secteur : le réseau de distribution électrique peut parfois brouiller le signal électrocardiographique avec une onde dont l'harmonique principale est à 50 Hz. Ce type de bruit apparaît sur tout l'enregistrement et peut être assez fort mais il s'élimine facilement avec un filtre sélectif car c'est un bruit haute fréquence à bande étroite (Fig. 1.11).

D'autres artefacts, moins fréquents, peuvent provenir de la saturation des instruments de mesure, du mauvais déroulement du support magnétique, d'une position incorrecte des électrodes (déformation de l'amplitude), d'une mauvaise connexion entre les fils conducteurs et les électrodes (inversion du schéma de l'électrocardiogramme), ainsi que de certaines maladies généralisées.

## 1.6. Troubles du rythme et de la conduction cardiaque

Les dysfonctionnements du cœur peuvent avoir différentes origines et conséquences. Ils sont dus à une anomalie de la génération de l'excitation cardiaque ou à des anomalies de la conduction de cette excitation [27-28]. L'ECG est le meilleur outil pour diagnostiquer ces pathologies. Dans l'analyse de l'ECG, les pathologies ou anomalies sont détectées et classées en fonction de leur déviation par rapport au rythme normal qu'est le rythme sinusal. Chaque déviation visible sur l'ECG peut être attribuée à une anomalie physiologique.

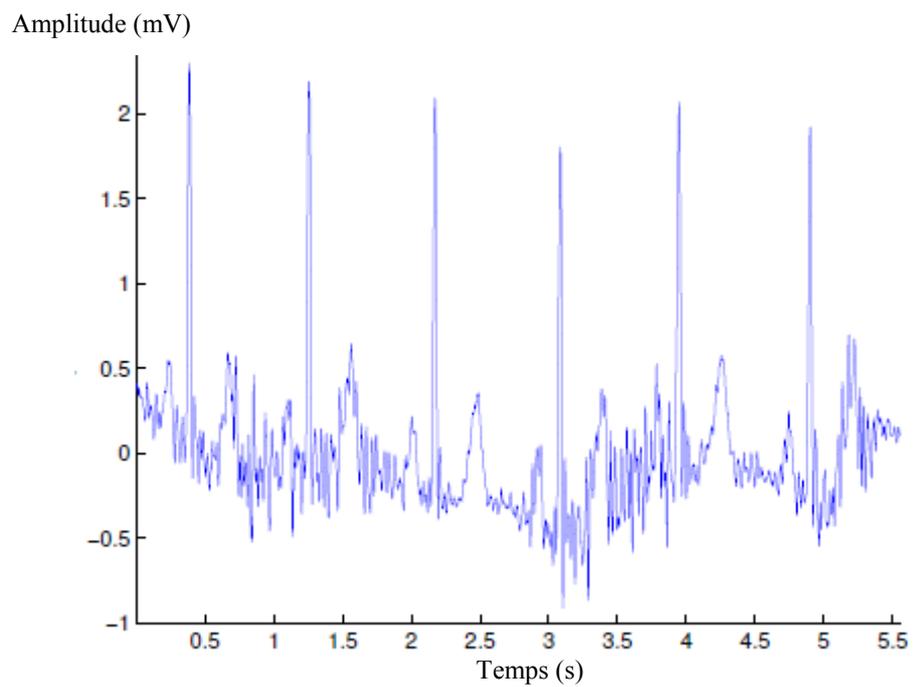


Fig. 1.9. Signal ECG avec bruit musculaire.

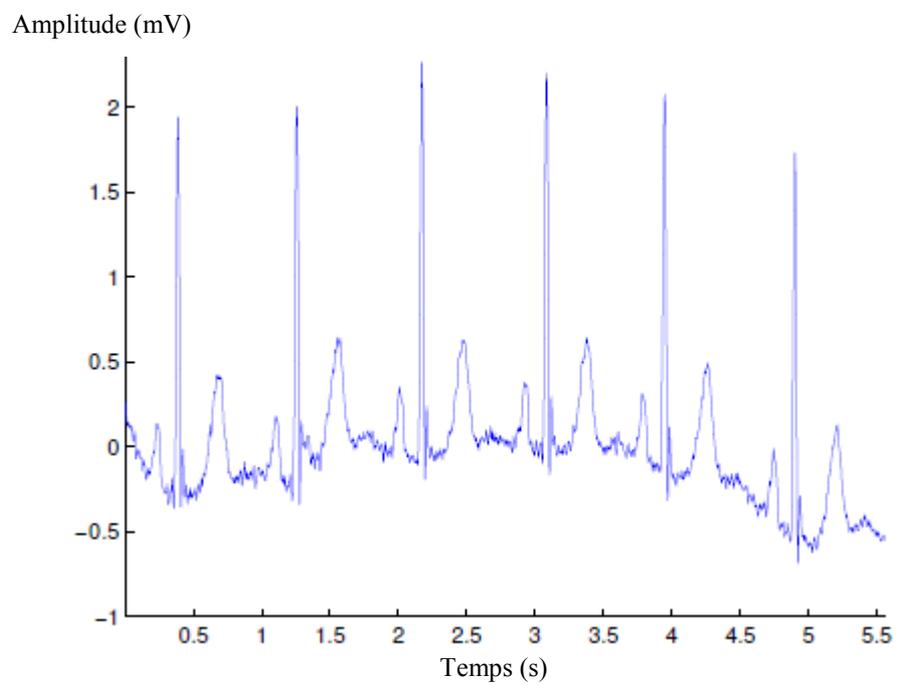


Fig. 1.10. Signal ECG avec mouvements de la ligne de base.

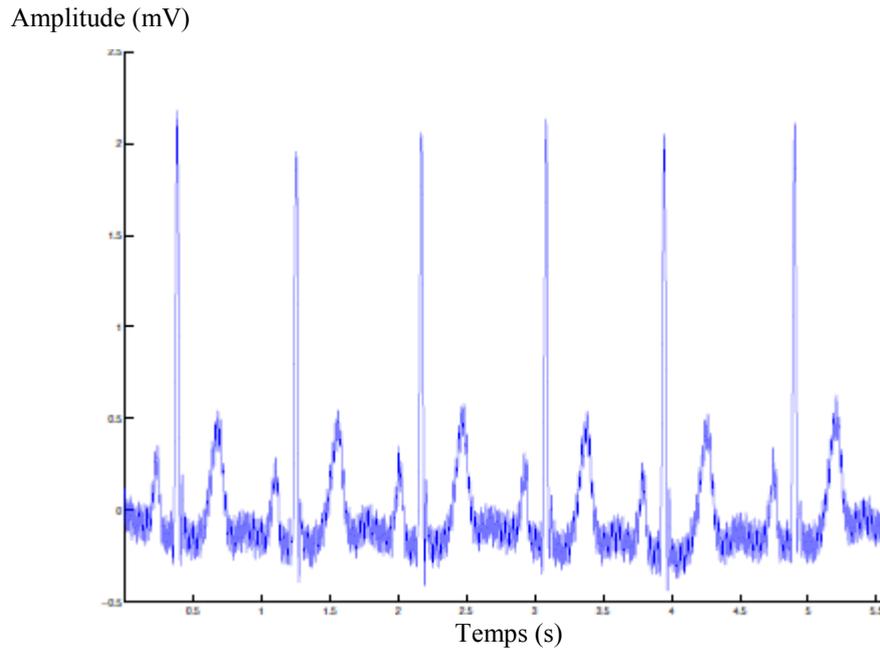


Fig. 1.11. Signal ECG perturbé par le secteur (50 Hz).

Ainsi, les blocs cardiaques sont dus à un défaut de conduction de l'onde de dépolarisation à travers le myocarde et les arythmies sont générées par un foyer ectopique prenant le relais ou supplantant le noeud sinusal. Ces pathologies ne sont pas exclusives, un patient peut être atteint d'arythmies et de blocs cardiaques.

- Blocs cardiaques : ils sont dus à une rupture de conduction du myocarde différencié qui altère la dépolarisation du myocarde. Ces ruptures peuvent être plus ou moins sévères : freinantes (allongement du temps de parcours), intermittentes (un stimulus sur 2 ou 3 est conduit) ou complète (aucune conduction). On peut citer : le bloc sino-auriculaire (bloc SA), les blocs auriculo-ventriculaires (BAV) et les blocs de branche qui sont dus au blocage de la dépolarisation dans une des branches du faisceau de His. Un bloc dans l'une ou l'autre branche provoque un retard dans la dépolarisation du ventricule auquel elle appartient. La dépolarisation des ventricules est désynchronisée et le complexe QRS est élargi.
- Arythmies : elles relèvent de l'entrée en jeu d'un foyer ectopique qui se situe dans n'importe quelle portion du cœur et dont la localisation peut être auriculaire, jonctionnelle (entre oreillettes et ventricules) ou ventriculaire. On peut mentionner les arythmies supraventriculaires : tachycardie supraventriculaire (TSV), fibrillation auriculaire (FA) et les

arythmies ventriculaires : arythmie extrasystolique, tachycardies ventriculaires (TV) et fibrillation ventriculaire (FV) qui est la cause principale de mort subite à cause des contractions complètement anarchiques des ventricules aboutissant très rapidement à une inefficacité cardio-circulatoire qui est mortelle en l'absence de manoeuvres de réanimation (Fig. 1.12).

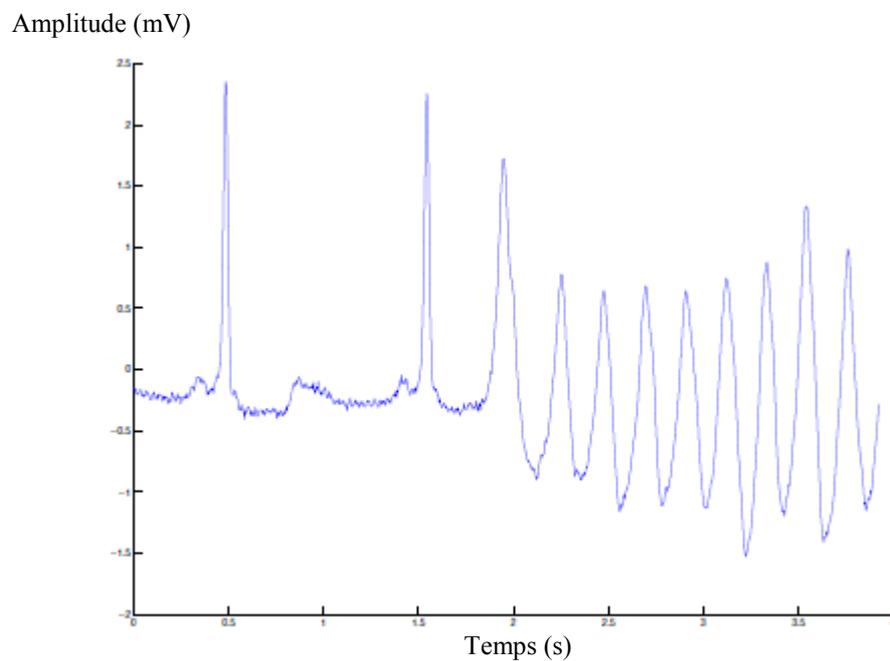


Fig. 1.12. Fibrillation ventriculaire.

## 1.7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a exposé la construction anatomique et le fonctionnement de cœur, élément central du système cardiovasculaire, qui permet l'alimentation en oxygène et en nutriments des organes. Composé, principalement, de quatre cavités : deux oreillettes et deux ventricules, leurs contractions successives peuvent être suivies depuis la surface du corps par des électrodes, collées à la peau, qui mesurent l'activité électrique des fibres musculaires cardiaques. Cet examen non invasif s'appelle l'électrocardiogramme (ECG) quand il est effectué pendant quelques minutes à l'hôpital, et l'examen Holter lorsqu'il est effectué sur 24 heures. L'analyse de ces enregistrements permet, à elle seule, de diagnostiquer un grand nombre de pathologies et de les localiser.

## *Chapitre 2*

### *Les Ondelettes : Définitions et Propriétés*

---

## 2.1. Introduction

La transformée de Fourier (1822) représente une référence inévitable pour toute application ayant trait au domaine du traitement du signal. Elle permet d'explorer la composition fréquentielle du signal et par ses propriétés de lui appliquer des opérateurs de filtrage. Très tôt dans l'histoire du traitement du signal, il est apparu que cette décomposition de Fourier n'était pas toujours satisfaisante et la première transformation en ondelettes (le nom n'est pas encore utilisé) est proposée par Haar 1910. La transformée en ondelettes remplace la sinusoïde de la transformée de Fourier par une famille de translations et dilatations d'une même fonction, l'ondelette. Les paramètres de translation et de dilatation permettent de localiser l'information dans un signal en la représentant à différents niveaux de détails allant d'une approximation grossière et globale à des représentations plus précises et plus localisées [31-34]. En ce chapitre, on propose un tour d'horizon qui se concentre sur les ondelettes et leurs applications en privilégiant les aspects liés au traitement du signal.

## 2.2. Transformée de Fourier

Les formules d'analyse et de synthèse de la transformée de Fourier pour un signal  $x(t)$  sont données par :

$$\text{Analyse :} \quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (2.1)$$

$$\text{Synthèse :} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (2.2)$$

Mais, l'analyse de Fourier propose une approche globale du signal, les intégrations sont faites de moins l'infini à plus l'infini, et les aspects temporels de  $x(t)$  disparaissent dans  $X(\omega)$ . Les parties transitoires des signaux sont quasiment impossibles à détecter à l'aide de  $X(\omega)$ . La première solution qui vient naturellement à l'esprit est de limiter le domaine d'intégration temporel à l'aide d'une fonction "fenêtre" que l'on pourra glisser pour localiser l'information dans le signal ; on obtient ainsi la transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFFG) [31-34] :

$$X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t - \tau)\exp(-j\omega t)dt \quad (2.3)$$

où  $x$  est le signal à analyser et  $g$  une fonction "fenêtre" appropriée centrée sur  $\tau$ . En fait, cette intégrale effectue le calcul de la transformée de Fourier de la portion du signal  $x(\cdot)g(\cdot - \tau)$  à  $\tau$  fixé, ses coefficients indiquent la valeur de la fréquence  $f$  du signal  $x(t)$  à l'instant  $\tau$ . Malgré cela, ces derniers ne peuvent décrire le contenu du signal strictement à l'instant  $\tau$  et à la fréquence  $f$ , car la fenêtre d'analyse  $g(t - \tau)$  est caractérisée par sa localisation en temps (mesurée par  $\Delta t$ ) et sa localisation en fréquence (mesurée par  $\Delta f$ ). Une localisation temps-fréquence idéale, infiniment précise ( $\Delta t = 0$  et  $\Delta f = 0$ ) est interdite par le principe d'incertitude d'Heisenberg [35], qui stipule que la résolution conjointe temps-fréquence est bornée inférieurement :

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi} \quad (2.4)$$

Gabor [34] a montré que seules les fenêtres dont l'enveloppe est gaussienne, qui porte le nom de gaborettes, vérifient l'égalité :

$$\Delta t \cdot \Delta f = \frac{1}{4\pi} \quad (2.5)$$

L'espace de représentation, appelé plan temps-fréquence, est donc pavé de cellules élémentaires dont la forme ne varie ni avec le temps ni avec la fréquence (Fig. 2.1). La résolution fréquentielle de la TFFG reste, en particulier, constante quelle que soit la fréquence analysée.

Or, Cette approche n'est pas pleinement satisfaisante à cause du choix de la fenêtre utilisée (Hanning, Hamming, Gauss, ...) et plus précisément du choix de sa largeur qui va compromettre la notion de résolution (temporelle et fréquentielle) et de stationnarité du signal. Si nous employons une fenêtre de longueur infinie, nous obtenons la TF qui donne la résolution parfaite de fréquence, mais aucune information du temps. En outre, afin d'obtenir une stationnarité, nous devons avoir une fenêtre assez étroite, dans laquelle le signal est stationnaire.

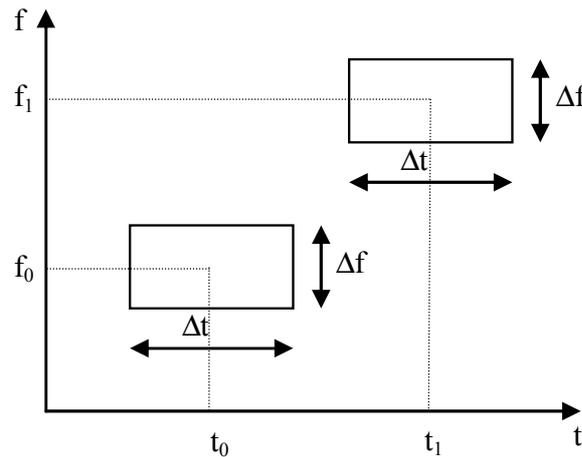


Fig. 2.1. Pavage temps-fréquence pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante.

Plus nous rendons la fenêtre étroite plus la résolution de temps est meilleure, et plus l'hypothèse de stationnarité est meilleure, mais plus pauvre la résolution de fréquence. De ce fait, le constat qui découle de tout ceci est qu'il faut faire varier la taille de la fenêtre d'analyse pour pouvoir agir pour toute une gamme de résolutions temporelles simultanément. C'est justement le principe de la transformation en ondelettes.

## 2.3. Transformée en ondelettes

La décomposition en ondelettes, ou l'analyse temps-échelle, a été développée comme une approche alternative à la TFFG pour surmonter le problème de résolution et la non stationnarité des signaux [31]. L'analyse par ondelettes est faite d'une manière semblable à l'analyse de la TFFG, en un sens, que le signal est multiplié par une fonction, ondelette (wavelet), semblable à la fonction fenêtre dans la TFFG, et la transformation est calculée séparément pour différents segments du signal dans le domaine temporel.

### 2.3.1. Définitions

Soit  $\psi$  une fonction choisie suffisamment régulière et bien localisée. Cette fonction  $\psi$  est appelée ondelette si elle vérifie la condition d'admissibilité suivante [31] :

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (2.6)$$

Où  $\Psi$  désigne la transformée de Fourier de  $\psi$ . La condition d'admissibilité implique en outre que la transformée de Fourier de l'ondelette à la fréquence du continu (pour  $\omega = 0$ ) doit être nulle. Soit,

$$\Psi(\omega)|_{\omega=0} = 0 \quad (2.7)$$

Ceci suppose, en particulier, deux conséquences importantes :

- la première est que les ondelettes doivent posséder un spectre de type passe-bande,
- la seconde apparaît en réécrivant l'équation (2.7) de façon équivalente sous la forme :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.8)$$

et montre que l'ondelette doit être à moyenne nulle. C'est une condition suffisante d'admissibilité beaucoup plus simple à vérifier. L'ondelette est donc une fonction à largeur temporelle finie (fenêtre temporelle) possédant un caractère oscillatoire. On est donc bien en présence d'une petite onde : une ondelette.

Cette condition minimale est souvent renforcée en exigeant que l'ondelette ait  $(m + 1)$  moments nuls, c'est-à-dire, vérifie l'équation :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \quad \text{pour } k = 0, \dots, m. \quad (2.9)$$

Pour fixer les idées, disons qu'une ondelette oscille, pendant un certain temps, comme une onde et se localise grâce à un amortissement. L'oscillation d'une ondelette se mesure par le nombre de moments nuls qui nous indiquent que l'information du signal peut être concentrée dans quelques coefficients d'ondelettes, cet aspect est utile dans la compression et la détection des singularités.

A partir de cette unique ondelette  $\psi$  (appelée ondelette mère), on construit par translation et dilatation, une famille de fonctions qui sont les atomes de base (souvent appelées ondelettes filles), elles sont de forme constante, mais de taille variable (Fig. 2.2 et 2.3) :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.10)$$

Avec  $a \in \mathbb{R}^{+*}$  : facteur d'échelle,  $b \in \mathbb{R}$  : paramètre de translation.

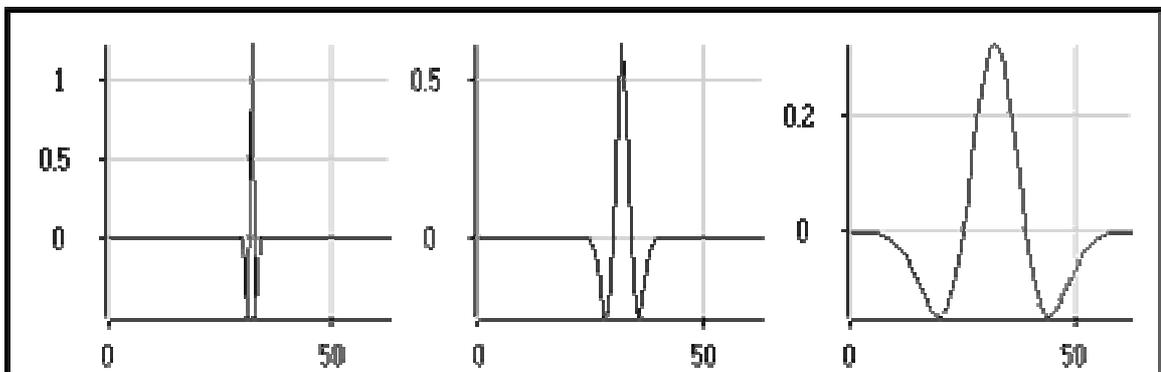


Fig. 2.2. Ondelette avec différents facteurs d'échelles  
(de gauche à droite :  $a < 1$ ,  $a = 1$  et  $a > 1$ ).

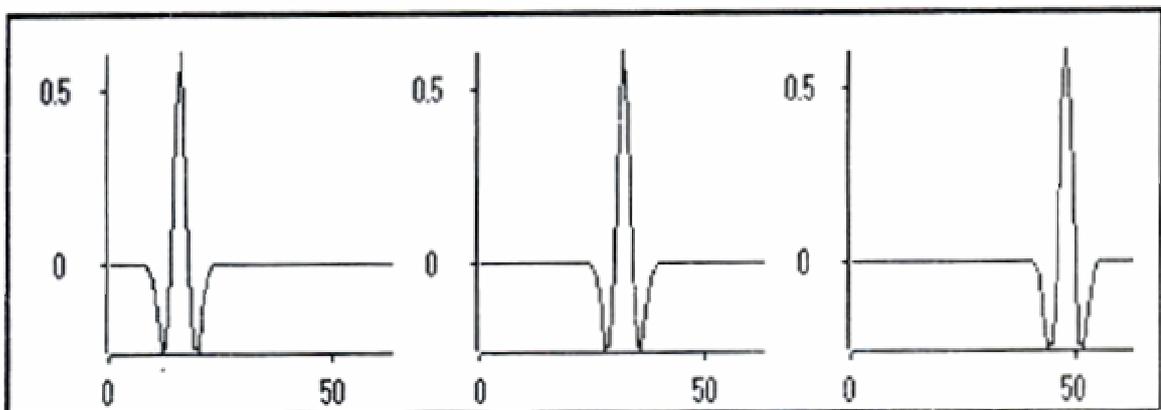


Fig. 2.3. Ondelette avec différents facteurs de position  $b$ .

Ces fonctions définissent l'espace bidimensionnel dans lequel l'information du signal est représentée comme le plan temps-échelle [33]. Quand l'échelle augmente, le support temporel de l'ondelette croît, tandis que le support fréquentiel décroît inversement :

$$\begin{aligned}\Delta t_{\psi_a} &= a \cdot \Delta t_{\psi} \\ \Delta f_{\psi_a} &= \Delta f_{\psi} / a\end{aligned}\tag{2.11}$$

Chaque atome se représente symboliquement sur le plan temps-fréquence, par un rectangle dont l'abscisse est l'intervalle temporel et l'ordonnée est l'intervalle fréquentiel. L'aire des rectangles qui couvrent le plan temps-échelle est ainsi préservée :

$$\Delta t_{\psi_a} \cdot \Delta f_{\psi_a} = \Delta t_{\psi} \cdot \Delta f_{\psi}\tag{2.12}$$

Mais, ceux-ci se déforment et s'allongent le long de l'axe des temps et des fréquences (Fig. 2.4). Ce mécanisme représente la richesse de l'analyse temps-échelle. Il permet, à une échelle petite, de réaliser un examen temporel précis du signal correspondant aux fréquences hautes. Bien au contraire, les basses fréquences sont scrutées avec une très forte résolution fréquentielle, mais, leurs instants d'occurrence sont moins précis.

## 2.3.2. Quelques propriétés

### 2.3.2.1. Sélectivité en fréquence

Dans l'analyse de Fourier, la fonction analysante est une sinusoïde de fréquence précise, et quand on la multiplie par le signal, le coefficient obtenu ne se réfère qu'à cette fréquence. En revanche, une ondelette est constituée d'un mélange de fréquences. Les coefficients d'ondelettes se réfèrent à ce mélange de fréquences. Plus la gamme de fréquence de l'ondelette est étroite, plus l'ondelette est sélective en fréquence.

### 2.3.2.2. Similarité

Toutes les ondelettes qui appartiennent à la même famille doivent être similaires, c'est à dire se déduire les unes des autres par combinaison linéaire de translations et de dilatations.

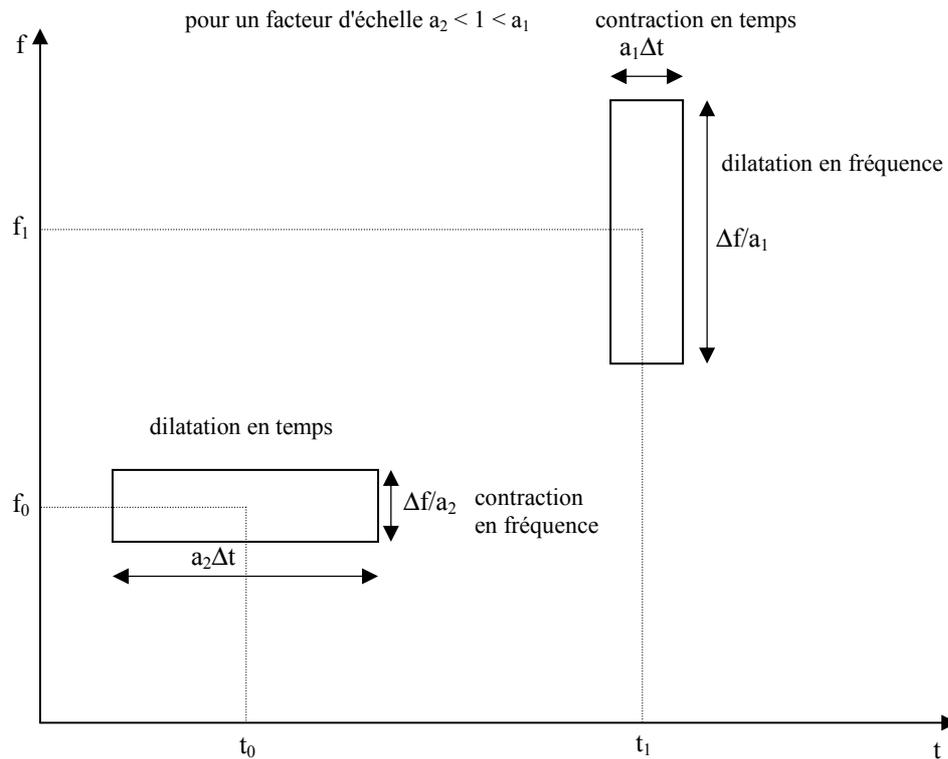


Fig. 2.4. Pavage temps fréquence pour la transformée en ondelettes pour deux facteurs d'échelle  $a_2 < 1 < a_1$ .

### 2.3.2.3. Symétrie

On souhaite parfois que l'ondelette présente des propriétés de symétrie temporelle afin d'éviter le déphasage dans la transformée en ondelettes [36].

### 2.3.2.4. Orthogonalité

Cette propriété est à l'origine de la popularité des ondelettes qui offrent des bases d'ondelettes orthogonales et non redondantes. Cela conduit à une décomposition unique [36].

### 2.3.2.5. Régularité

Une ondelette doit être suffisamment régulière car c'est la principale contribution des ondelettes dans le domaine du codage. Elle agit sur la qualité de la reconstruction du signal. Une ondelette est dite régulière si elle est très lisse et on peut l'approximer localement par un polynôme. L'ordre de régularité d'une ondelette est égal au nombre de ses moments nuls [36].

### 2.3.2.6. Nombre de moments nuls

Pour certaines applications, les ondelettes doivent également avoir un certain nombre de moments nuls, afin d'éliminer la partie polynomiale du signal et être ainsi plus sensible aux fluctuations les moins régulières [36].

### 2.3.2.7. Facteur d'échelle minimal

Théoriquement le facteur d'échelle,  $a$ , qui est strictement positif, peut varier jusqu'à  $+\infty$ . En pratique, Il convient de se fixer un nombre de points de discrétisation minimum,  $N_{\min}$ , de telle sorte que les valeurs discrètes de l'ondelette soient représentatives de sa forme continue. Soit  $a_{\min}$  le facteur d'échelle minimum, alors :  $a_{\min} = N_{\min} / N$ .

avec  $N_{\min}$  : nombre d'échantillons minimal de  $\psi_a(t)$

$N$  : nombre d'échantillons de l'ondelette mère  $\psi(t)$ .

### 2.3.2.8. Lien entre la fréquence et l'échelle

Si  $f_0$  est la fréquence centrale de l'ondelette mère  $\psi(t)$ , les autres ondelettes  $\psi_{a,b}(t)$  oscillent à la fréquence  $f = f_0/a$ . D'où l'identification :  $a = f_0/f$ .

## 2.3.3. Transformée en ondelettes continue

### 2.3.3.1. Analyse

La transformée en ondelettes remplace la sinusoïde de la transformée de Fourier par une famille de translations et dilatations d'une même fonction, l'ondelette. Pour un signal  $x(t)$  d'énergie finie, on définit sa transformée en ondelettes continue par la fonction  $WT(a,b)$  [31] :

$$WT(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (2.13)$$

Le signal  $x(t)$  est alors décrit par ses coefficients d'ondelettes  $WT(a,b)$  qui mesurent les fluctuations, à l'échelle " $a$ ", du signal  $x(t)$ . L'ondelette ayant été déplacée pour être centrée sur  $b$ , qui est le point autour duquel l'analyse se fait,  $a$  est le paramètre d'échelle qui décide de la finesse de l'analyse ; plus  $a$  est grand, plus  $\psi_a(t)$  est dilatée, donc plus l'analyse se fait sur une large zone de  $x(t)$ . Ainsi, de par ses propriétés de dilatation-contraction et de translation, la transformée en ondelette est caractérisée dans le plan temps-échelle par une fenêtre dont la

largeur diminue lorsqu'on se focalise sur les structures de petite échelle (hautes fréquences) ou s'élargit lorsqu'on s'intéresse au comportement à grande échelle (basses fréquences). Cette capacité d'adaptation en fonction de l'échelle d'analyse lui a valu la dénomination de "microscope mathématique". On peut voir la transformée en ondelettes continue comme un produit de convolution pour une échelle "a" fixée :

$$\text{WT}(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt = x * \psi_a^* \quad (2.14)$$

Où l'on a :

$$\psi_a^*(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^*\left(-\frac{t}{a}\right) \quad (2.15)$$

Comme  $\psi(0) = 0$  (car  $\psi$  est de moyenne nulle), on peut interpréter  $\Psi(\omega)$  comme la fonction de transfert d'un filtre passe-bande. En utilisant les propriétés de translation et de changement d'échelle de la transformation de Fourier, la transformée de Fourier de  $\psi_a(t)$  peut s'écrire :

$$\Psi_a(\omega) = \sqrt{a} \Psi(a\omega) \quad (2.16)$$

Par conséquent, la convolution (2.14) calcule la transformée en ondelettes d'un signal  $x(t)$  avec des filtres passe-bande dilatés.

### 2.3.3.2. Reconstruction

La condition d'admissibilité donnée par l'équation (2.6) garantit la possibilité de calculer la transformée inverse. En effet, de même que pour la transformée de Fourier et la transformée de Fourier à fenêtre glissante, on dispose, sous certaines conditions, d'une formule inverse pour la transformée en ondelettes [31]. La formule de reconstruction est donnée par :

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{WT}(a, b) \cdot \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (2.17)$$

Cette possibilité reste théorique car le calcul n'est possible que numériquement et sa convergence peut-être très lente.

### 2.3.4. Transformée en ondelettes discrète

La transformation en ondelettes continue est, en théorie, infiniment redondante puisque l'ondelette est translatée de manière continue. Morlet [34] a proposé de créer des bases de fonctions construites sur le modèle suivant :

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - kb_0) \quad (2.18)$$

avec  $a_0 > 1$  et  $b_0 > 0$  fixés et  $j, k \in \mathbb{Z}$ . Cette discrétisation attribue des valeurs à l'échelle  $a$  sur une échelle géométrique avec des paramètres de translation qui lui sont proportionnels :

$$a = a_0^j \quad \text{et} \quad b = kb_0 a_0^j \quad (2.19)$$

Une gamme d'échelles couramment utilisées est la gamme dyadique, soit  $a_0 = 2$  et  $b_0 = 1$ . On obtient, ainsi, des familles constituées des fonctions de la forme :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (2.20)$$

Cependant, on trouve, très souvent dans la littérature, une transformée en ondelettes dyadique où seul le paramètre d'échelle est échantillonné selon une suite dyadique  $\{2^j\}$   $j \in \mathbb{Z}$ , et le paramètre  $b$  reste une variable continue [31]. Une telle transformée, pour un signal  $x(t)$ , peut s'écrire en utilisant l'équation (2.14) :

$$\text{WT}(2^j, b) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{2^j} \right) dt \quad (2.21)$$

### 2.3.5. Transformée en ondelettes orthogonale

On cherche à représenter un signal  $x(t)$  par un ensemble de coefficients obtenus par projection de  $x$  sur une base orthogonale. Mallat [31] a mis en avant une certaine catégorie de décompositions en ondelettes discrètes qui peuvent être réalisées numériquement en un temps très court par une transformation en ondelettes rapide basée sur la notion d'Analyse Multi-Résolution (AMR) [37]. Cette analyse utilise des bases orthonormées d'ondelettes, ce qui

réduit la redondance à néant. On peut se limiter au calcul de la transformée en ondelette sur un maillage discret du plan temps-échelle appelé grille dyadique ( $a = 2^j, j \in \mathbb{Z}$ ). Du point de vue pratique, on introduit, dans l'AMR, une nouvelle fonction  $\varphi(t)$ , associée à l'ondelette mère, dite "père" ou "fonction d'échelle" de moyenne unitaire et qui présente, dans le domaine de Fourier, un spectre du type passe-bas. On définit les translatés et dilatés de la fonction d'échelle par :

$$\varphi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \varphi(2^{-j}t - n) \quad (2.22)$$

Cette fonction est telle que :

$$\langle \varphi_{j,n}, \psi_{j,n'} \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \varphi_{j,n}, \varphi_{j,n'} \rangle = \delta_{n,n'} = \begin{cases} 1 & \text{si } n = n' \\ 0 & \text{si } n \neq n' \end{cases} \quad \forall n, n' \quad (2.23)$$

ce qui révèle des propriétés d'orthogonalité avec ses translatées et avec l'ondelette associée.

Cependant, et dans ce cas là, on peut transformer un signal en ondelettes sans ondelettes ni fonction d'échelle, on n'a besoin que de filtres discrets. Ils sont caractéristiques de l'ondelette et de sa fonction d'échelle et la recherche de l'ondelette se ramène à la recherche de filtres. On réalise avec ces filtres complémentaires (passe bas et passe haut) des produits de convolution avec le signal. Le cadre d'analyse de ces ondelettes, qui s'expriment à l'aide de filtres discrets, est considérablement développé, et nous disposons de tout un jeu de théorèmes reliant les propriétés des ondelettes et celles des filtres discrets [31]. En définitive, la transformée en ondelette discrète peut être orthogonale ou biorthogonale. Toutefois, ce type de transformée est loin de notre objectif, nous ne nous étendrons donc pas plus sur ce modèle d'analyse.

### 2.3.6. Maxima du module de la transformée en ondelettes

La plupart des méthodes basées sur la transformée en ondelettes sont fondées sur le travail de Mallat [31,38] de détection des singularités utilisant les maxima locaux des coefficients en ondelettes issus de la décomposition d'un signal donné. Souvent, ce sont les singularités d'un signal qui contiennent le plus d'informations. Le calcul de la transformée en ondelettes permet de trouver leurs positions exactes. Un maximum local (resp. minimum) est un point en lequel une fonction  $f$  est plus grande (resp. plus petite) que ses voisins, ce qui peut se traduire mathématiquement par la définition suivante [39] : une fonction  $f$  est localement

maximum (resp. minimum) en  $x_0 \in I$  s'il existe  $V \subset I$ , un voisinage de  $x_0$ , tel que  $f(x_0) \geq f(x)$  (resp.  $f(x_0) \leq f(x)$ ) pour tout  $x$  dans  $V$  (Fig. 2.5).

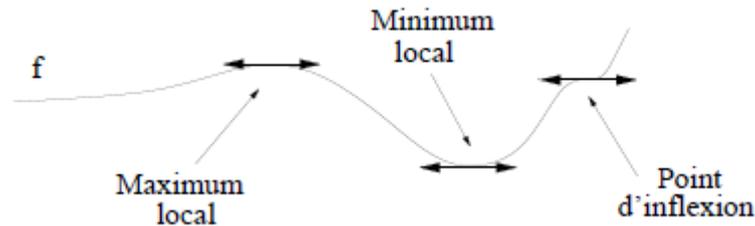


Fig. 2.5. Maximum local, minimum local et point d'inflexion.

En module, l'expression maxima locaux s'explique par les modules max et désigne, le plus souvent, les "maxima du module" de la transformée en ondelettes.

### 2.3.7. Scalogramme

Afin de permettre une interprétation graphique aisée, on définit la fonction  $|WT(a,b)|^2$ , appelée scalogramme (module au carré des coefficients ondelettes). Elle représente la densité d'énergie du signal pour chaque échelle  $a$  et position  $b$  [35]. Ainsi, la visualisation sous forme de carte d'énergie ou carte temps-échelle se fait par le calcul de cette grandeur dans le plan temps-échelle. Les coefficients en ondelettes sont colorés suivant un code défini.

## 2.4. Botanique des familles d'ondelettes

L'analyse en ondelettes, contrairement à l'analyse de Fourier, permet une liberté supplémentaire puisque le choix des atomes de la transformée, déduits de l'ondelette analysante, est laissé à l'utilisateur. En outre, on peut préférer la transformée continue à la transformée discrète si la redondance peut être mise à profit pour analyser le signal. On fait le choix contraire si une compression du signal est souhaitée. Dans ce second cas, on doit se restreindre aux ondelettes à filtres alors que, dans le premier cas, n'importe quelle fonction d'intégrale nulle convient. Il y a plusieurs types et familles d'ondelettes dont les propriétés diffèrent selon les principaux critères suivants [34] :

- l'existence de la fonction d'échelle  $\phi$  donc de filtres associés à l'ondelette ;

- l'orthogonalité ou la biorthogonalité de l'analyse qui en résulte ;
- le support des fonctions  $\psi(t)$  et  $\Psi(\omega)$  et la vitesse de convergence vers 0 quand le temps  $t$  ou la fréquence  $\omega$  tend vers l'infini, qui quantifient respectivement la localisation en temps et en fréquence de l'ondelette ;
- la symétrie, qui est utile pour éviter le déphasage ;
- le nombre de moments nuls de  $\psi$  ou de  $\varphi$ , qui permet de concentrer l'information du signal dans quelques coefficients, ce qui est très utile pour la compression ;
- la régularité, qui est utile pour obtenir des signaux et des images reconstruits lisses et réguliers.

On peut rajouter deux propriétés moins cruciales : l'existence d'une formule explicite et la facilité de tabulation.

#### 2.4.1. Tableaux synoptiques des familles usuelles

Avant de détailler quelques familles d'ondelettes usuelles, nous dressons dans le tableau 2.1 leur liste avec des noms courts associés afin de faciliter la lecture [34]. Le tableau 2.2 regroupe ces familles d'ondelettes suivant diverses propriétés essentielles : existence de filtres associés, orthogonalité ou biorthogonalité, support compact ou non, ondelettes réelles ou complexes [34].

#### 2.4.2. Ondelettes sans filtres, réelles

Dans certaines situations, les capacités d'analyse fine et locale des fonctions requièrent des analyses redondantes en temps et en échelle. C'est pourquoi on s'affranchit de l'exigence d'engendrer des bases et on s'intéresse à des ondelettes qui vérifient des conditions d'admissibilité très faibles. Ces ondelettes n'ont pas de fonction d'échelle associée et donc pas de filtres mais présentent l'avantage de posséder une formule explicite de définition. On en donne ici quelques exemples.

##### 2.4.2.1. Chapeau mexicain : *mexh*

C'est une fonction qui est proportionnelle à la dérivée seconde de la fonction gaussienne :

$$\psi(t) = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-0,25} \right) (1-t) e^{-t^2/2} \quad (2.24)$$

Tableau 2.1. Liste des familles d'ondelettes.

Nom de familles d'ondelettes	Nom court
Ondelette de Haar	<i>haar</i>
Ondelettes de Daubechies	<i>db</i>
Symlets	<i>sym</i>
Coiflets	<i>coif</i>
Ondelettes biorthogonales	<i>bior</i>
Ondelette de Meyer	<i>meyr</i>
Ondelettes de Battle et Lemarié	<i>btlm</i>
Ondelettes gaussiennes	<i>gaus</i>
Chapeau mexicain	<i>mexh</i>
Ondelette de Morlet	<i>morl</i>
Ondelettes gaussiennes complexes	<i>cgau</i>
Ondelettes de Shannon complexes	<i>shan</i>
Ondelettes B-splines fréquentielles complexes	<i>fbsp</i>
Ondelettes de Morlet complexes	<i>cmor</i>

Tableau 2.2. Principales propriétés des familles d'ondelettes.

Analyse discrète		Analyse continue	
Ondelettes à filtres		Ondelettes sans filtres	
Support compact		Support non compact	
Orthogonales	Biorthogonales	Orthogonales	Réelles
			Complexes
<i>db, haar, sym, coif</i>	<i>bior</i>	<i>meyr, btlm</i>	<i>gaus, mexh, morl</i>
			<i>cgau, shan, fbsp, cmor</i>

Elle oscille très peu comme on peut le voir sur son graphe représenté dans la figure 2.6. Elle est symétrique, ce qui permet de ne pas introduire de déphasage dans la transformée en ondelettes. Elle est particulièrement adaptée à la détection des discontinuités.

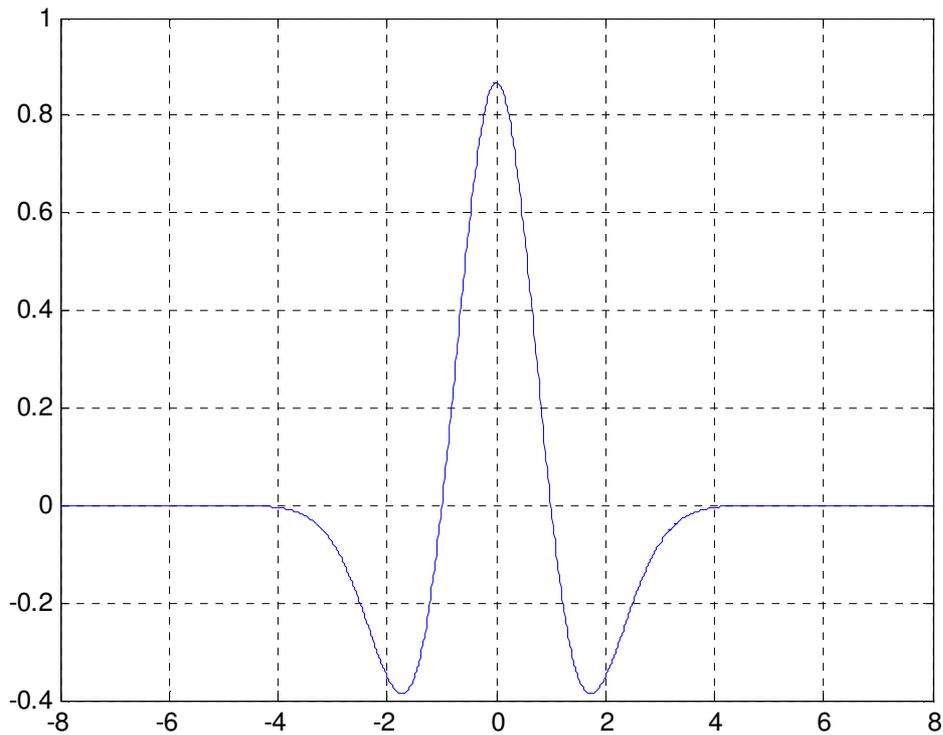


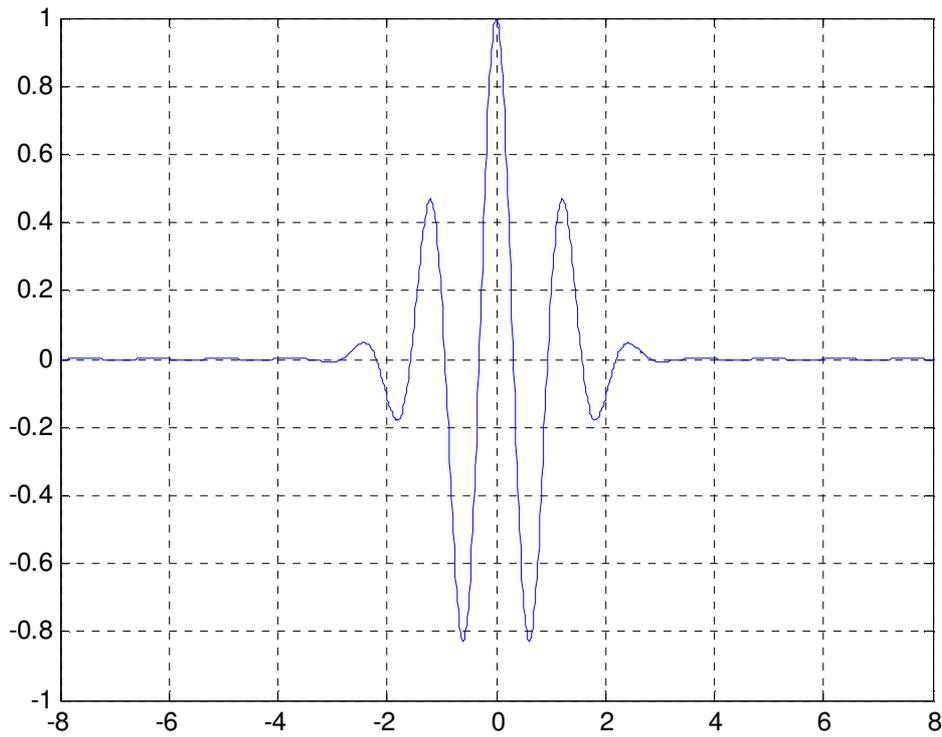
Fig. 2.6. Ondelette chapeau mexicain : *mexh*.

#### 2.4.2.2. Ondelette de Morlet : *morl*

Cette fonction ne vérifie qu'approximativement la condition d'admissibilité, elle est pourtant classique et est définie par :

$$\psi(t) = C e^{-t^2/2} \cdot \cos(5t) \quad (2.25)$$

où  $C$  est une constante de normalisation pour la reconstruction. Son graphe est représenté dans la figure 2.7. Elle oscille beaucoup plus que le chapeau mexicain.

Fig. 2.7. Ondelette de Morlet : *morl*.

### 2.4.2.3. Ondelettes gaussiennes : *gausN*

C'est la généralisation du chapeau mexicain en introduisant la famille à un paramètre des dérivées de la gaussienne. On part de :

$$f(t) = C_p e^{-t^2} \quad (2.26)$$

et on considère la dérivée d'ordre  $p$  de  $f$ , en fixant  $C_p$  de sorte que :

$$\|f^{(p)}\|^2 = 1 \quad (2.27)$$

Le graphe de la dérivée 8<sup>ème</sup> de la gaussienne est présenté dans la figure 2.8.

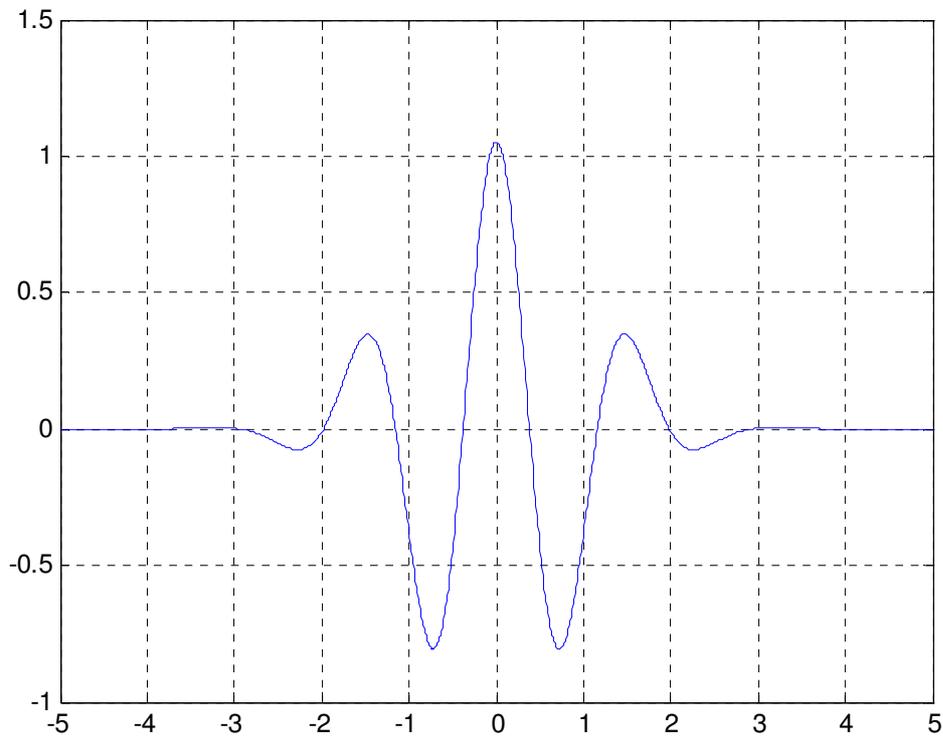


Fig. 2.8. Ondelette dérivée huitième d'une fonction gaussienne : *gaus8*.

### 2.4.3. Ondelettes sans filtres, complexes

Pour l'analyse de signal, il est parfois préférable d'utiliser des ondelettes à valeurs complexes, dans la mesure où l'on peut ainsi étudier séparément le module des coefficients d'ondelettes, qui donne la densité d'énergie en espace et en échelles, et leur phase qui détecte les singularités du signal quelque soit leur type.

#### 2.4.3.1. Ondelettes gaussiennes complexes : *cgauN*

On peut étendre la famille réelle à un paramètre des dérivées de la gaussienne au cas complexe. On part de :

$$f(t) = C_p e^{-t^2} \cdot e^{-jt} \quad (2.28)$$

et on considère, comme ci-dessus, la dérivée d'ordre  $N$  de  $f$ . Voici les parties réelle, imaginaire, le module et la phase de cette famille pour  $N = 8$  (Fig. 2.9).

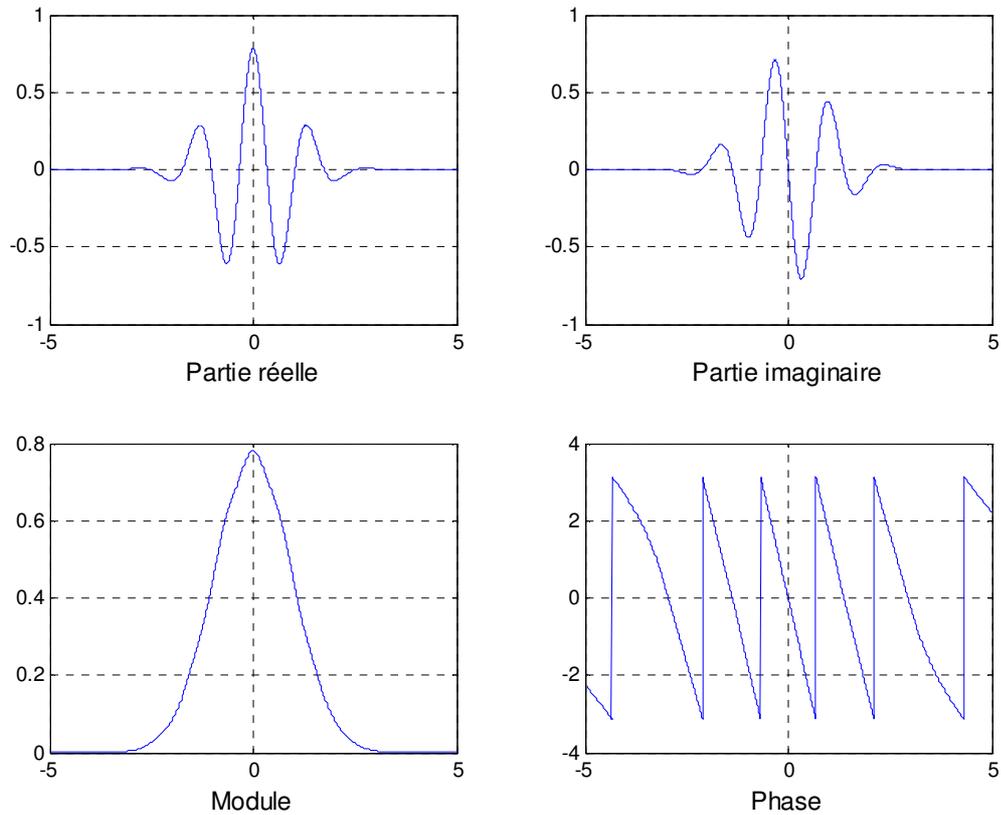


Fig. 2.9. Ondelette dérivée huitième d'une fonction gaussienne complexe : *cgau8*.

La partie réelle de l'ondelette coïncide avec l'ondelette réelle correspondante, à une constante de normalisation près.

#### 2.4.3.2. Ondelettes de Morlet complexes : *cmorNb-Nc*

Une ondelette de Morlet complexe est définie par :

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{-t^2/f_b} \quad (2.29)$$

Elle dépend de deux paramètres :  $f_b$  est un paramètre de fenêtre désigné par  $N_b$  dans le nom court et  $f_c$  la fréquence d'oscillation de l'ondelette désignée par  $N_c$ . La figure 2.10 présente les parties réelle et imaginaire ainsi que le module et la phase de cette ondelette pour  $N_b = 1,5$  et  $N_c = 1$ .

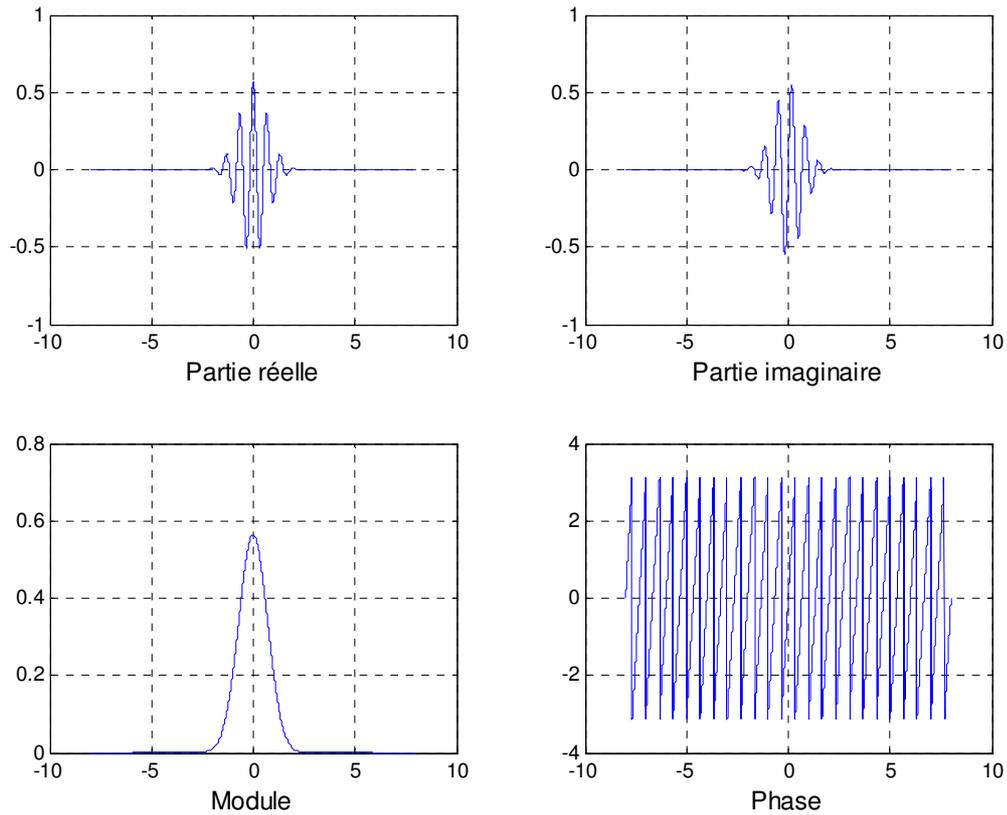


Fig. 2.10. Ondelette de Morlet complexe associée à  $N_b = 1,5$  et  $N_c = 1$  : *cmor1.5-1*.

### 2.4.3.3. Ondelettes B-splines fréquentielles complexes : *fbspNm-Nb-Nc*

Une ondelette B-spline fréquentielle complexe est définie par :

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{f_b}{m}} \left( \text{sinc} \left( \frac{\pi f_b t}{m} \right) \right)^m \cdot e^{j2\pi f_c t} \quad (2.30)$$

et dépend de trois paramètres : l'ordre de l'ondelette donné par un entier  $N_m = m > 1$ ,  $N_b = f_b$  est un paramètre de fenêtre et  $N_c = f_c$  la fréquence d'oscillation de l'ondelette. On trouve dans la figure 2.11 les parties réelle et imaginaire ainsi que le module et la phase de cette ondelette pour  $N_m = 2$ ,  $N_b = 1$  et  $N_c = 0,5$ . Signalons enfin que lorsque l'on fixe  $m = 1$ , on obtient une famille d'ondelettes à deux paramètres, appelées les ondelettes de Shannon.

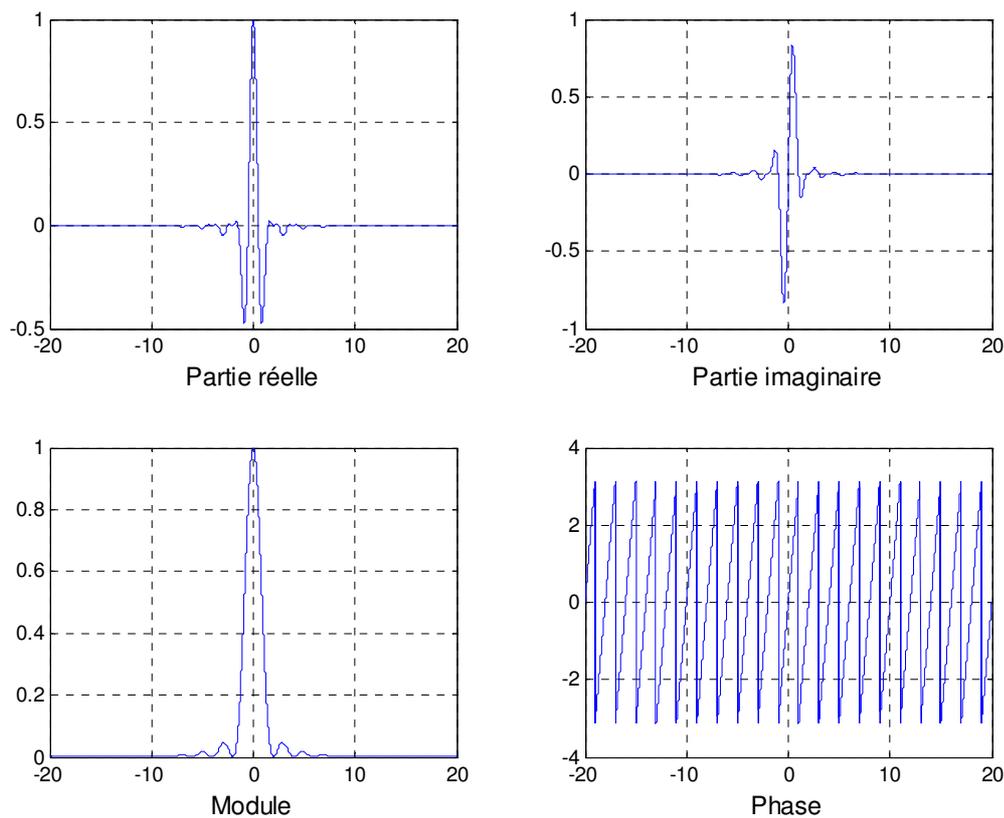


Fig. 2.11. Ondelette B-spline fréquentielle complexe associée à  $N_m = 2$ ,  $N_b = 1$  et  $N_c = 0,5$  :  $fbsp2-1-0.5$ .

#### 2.4.4. Ondelettes orthogonales à support compact

Dans ce cas, une fonction, appelée fonction échelle et notée  $\varphi$ , est associée à  $\psi$ . On la dilate et translate comme  $\psi$ . Ces ondelettes permettent des décompositions discrètes à l'aide d'algorithme rapide engendrant de ce fait des bases orthogonales. Elles sont définies directement par leurs filtres associés. Ainsi, l'ondelette n'est pas directement accessible puisque aucune formule analytique ne la définit.

### 2.4.4.1. Ondelettes de Daubechies : $dbN$

Cette famille d'ondelettes est la première permettant de manipuler des ondelettes orthogonales à support compact de régularité arbitraire. On dira que  $N$  est l'ordre de l'ondelette  $dbN$ . Pour  $N = 1$ ,  $db1$  est appelée ondelette de Haar, c'est la plus simple et la plus ancienne des ondelettes. Elle est discontinue et ressemble à un échelon (Fig. 2.12). Elle est bien localisée en espace, mais, en contrepartie, elle est discontinue et sa transformée de Fourier oscille beaucoup donnant une mauvaise localisation en fréquence. Elle est définie par :

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 0,5 \\ -1 & 0,5 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad (2.31)$$

La fonction d'échelle associée est la fonction échelon :

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad (2.32)$$

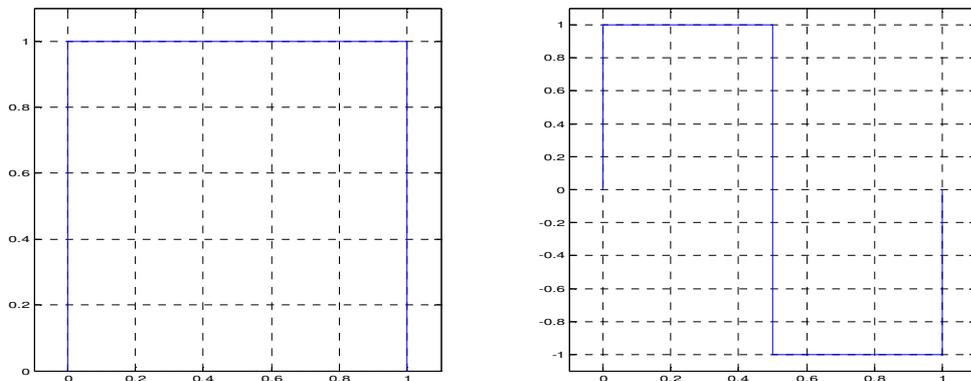


Fig. 2.12. Fonction d'échelle (à gauche) et ondelette (à droite) de Haar : *haar*.

Hormis  $db1$ , les ondelettes de cette famille n'ont pas d'expression explicite et sont asymétriques. Cependant, leur régularité augmente avec l'ordre et permettent une analyse orthogonale. Les ondelettes de cette famille pour les ordres 2, 3, 4 et 5 sont présentées dans la figure 2.13.

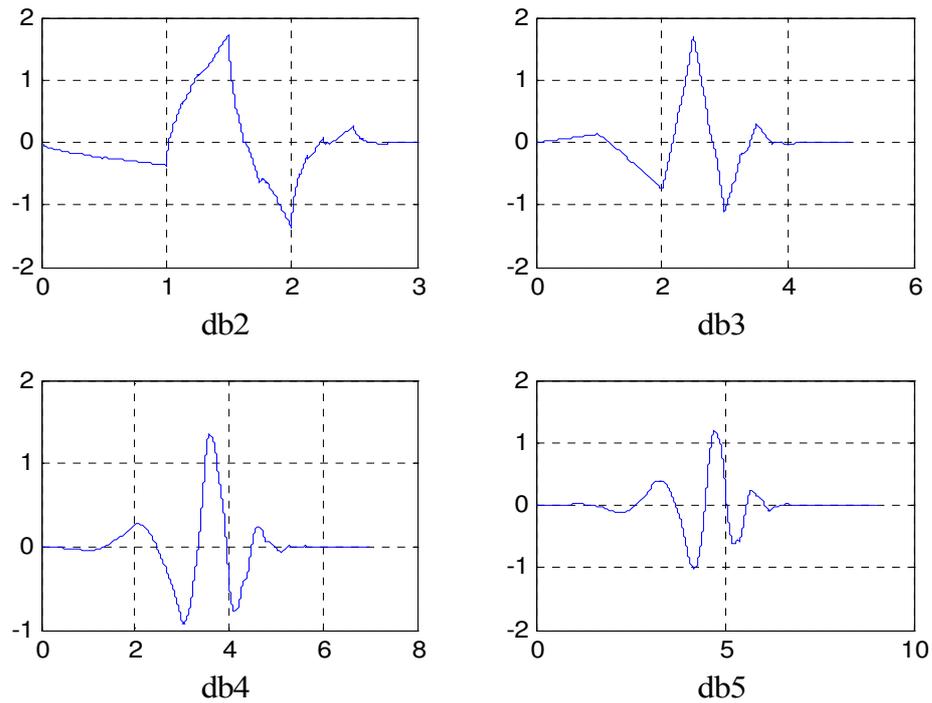


Fig. 2.13. Ondelettes de Daubechies :  $dbN$ .

#### 2.4.4.2. Les Symlets : $symN$

Proposées par I. Daubechies en modifiant la construction des  $dbN$ , les symlets constituent une famille d'ondelettes presque symétriques. A part la symétrie, les autres propriétés des deux familles sont similaires. Les symlets d'ordre 2 et 3 sont représentées dans la figure 2.14.

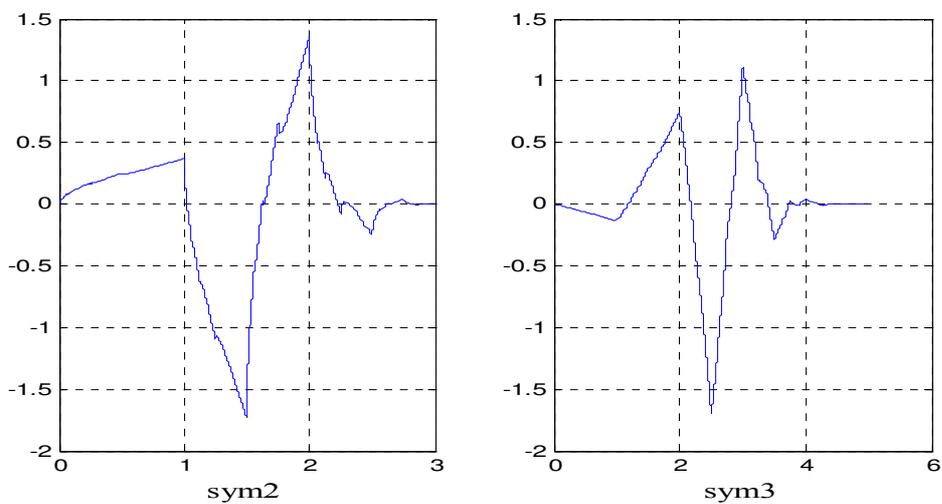


Fig. 2.14. Les symlets :  $symN$ .

### 2.4.4.3. Les Coiflets : $coifN$

Construites par I. Daubechies sur la demande de R. Coifman, les coiflets constituent une famille d'ondelettes possédant une propriété inhabituelle : la fonction d'échelle  $\varphi$  associée possède  $2N-1$  moments nuls. Les coiflets d'ordre 1 et 2 sont représentées à la figure 2.15.

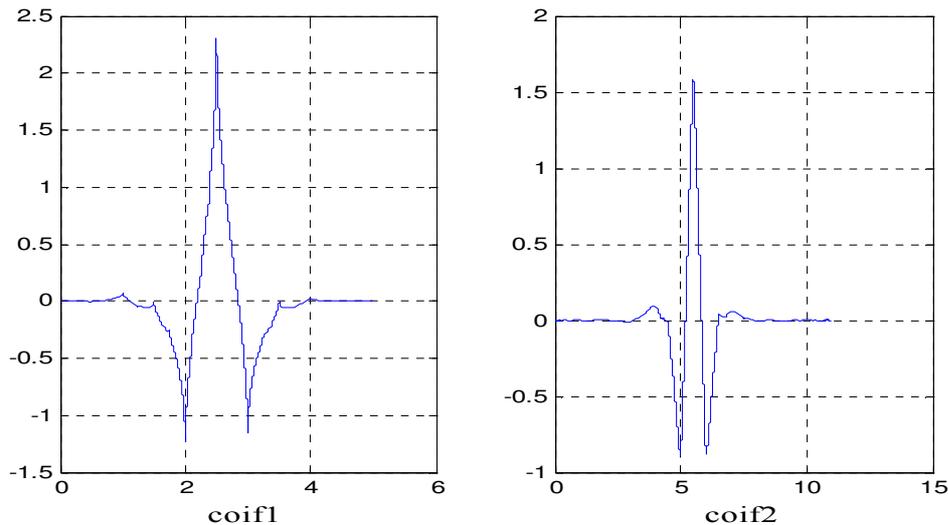
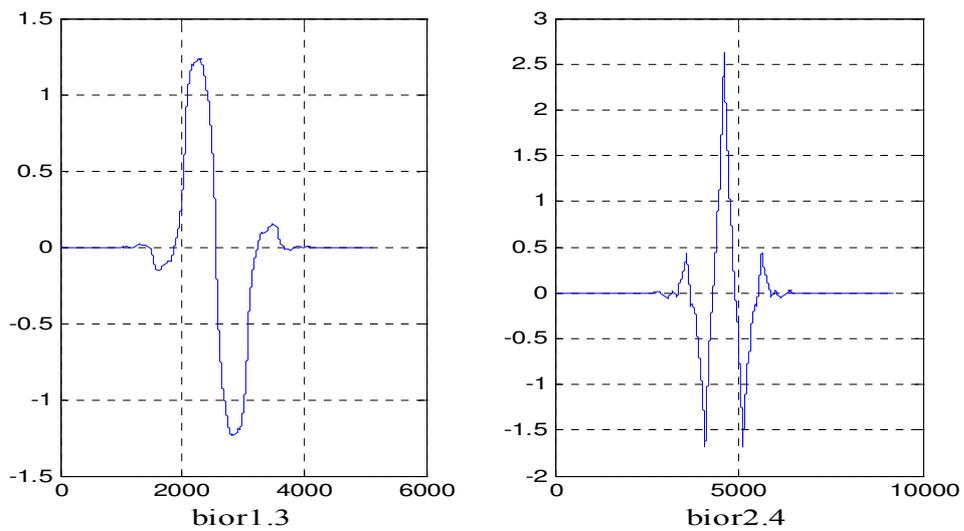


Fig. 2.15. Les coiflets :  $coifN$ .

Comme on peut le voir, les coiflets sont bien plus symétriques que les ondelettes de Daubechies  $dbN$ .

### 2.4.5. Ondelettes biorthogonales à support compact : $biorNrNd$

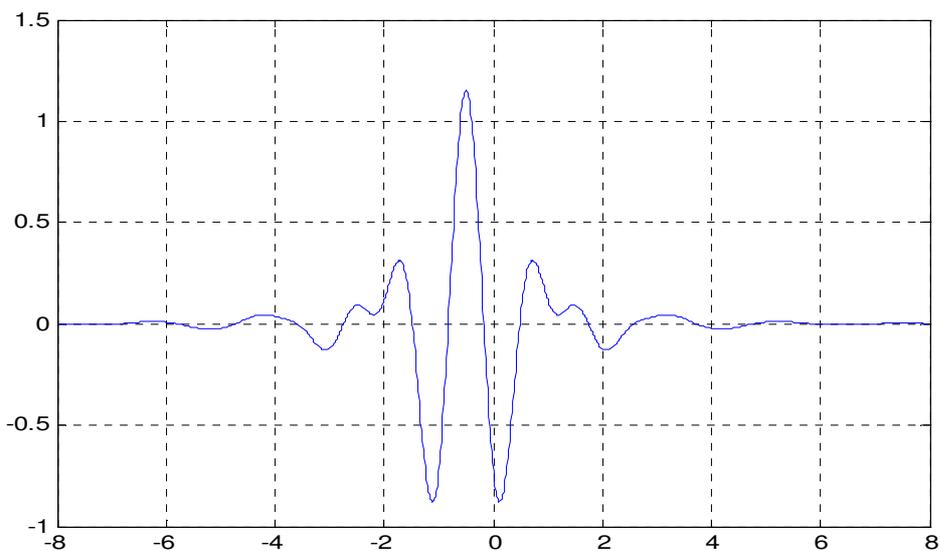
Les ondelettes biorthogonales étendent les familles d'ondelettes orthogonales. Dans ce cas, deux ondelettes sont introduites : la première pour la décomposition et la deuxième pour la reconstruction du signal. La figure 2.16 présente les ondelettes  $bior1.3$  et  $bior2.4$ . Les paramètres  $Nr$  et  $Nd$  représentent le nombre de moments nuls de la première et la deuxième ondelette respectivement.

Fig. 2.16. Ondelettes biorthogonales : *biorNrNd*.

## 2.4.6. Ondelettes orthogonales à support non compact

### 2.4.6.1. Ondelette de Meyer : *meyr*

C'est l'une des premières ondelettes. Il s'agit d'une ondelette orthogonale indéfiniment dérivable mais elle n'est pas à support compact, néanmoins, elle converge rapidement vers 0 à l'infini. De plus, elle est indéfiniment dérivable avec la même propriété de décroissance rapide pour ses dérivées (Fig. 2.17).

Fig. 2.17. Ondelette de Meyer : *meyr*.

### 2.4.7. Choix de l'ondelette

Le choix de l'ondelette adaptée n'est pas aisé. Il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser (continue ou discrète). En analyse d'image, il est souvent utile d'avoir une certaine redondance pour avoir plus d'informations. L'utilisation de la transformée en ondelettes continue est alors conseillée. Pour une analyse multirésolution, on préférera une base d'ondelettes orthonormale et si on veut un calcul exact, alors les ondelettes à support compact sont indiquées. On peut également avoir besoin d'une ondelette indéfiniment dérivable, il faudra alors utiliser une des ondelettes de Meyer. Pour détecter les frontières, on préférera des ondelettes symétriques. On voit donc qu'on ne peut parler d'une ondelette idéale adaptée à tous les cas. A chaque cas particulier correspond une ondelette particulière adaptée. Cependant, le choix est guidé par diverses considérations incluant, en particulier, une base physique ou à défaut la ressemblance entre le signal analysé et la famille d'ondelettes choisie.

## 2.5. Conclusion

Ce chapitre a sommairement présenté les bases théoriques de la transformée en ondelettes. Après avoir rappelé la transformée de Fourier, nous avons discuté de la limitation de cette dernière vis-à-vis des signaux non stationnaires. Une solution à ce problème a été introduite : la transformée de Fourier à fenêtre glissante. Mais, celle-ci n'est pas pleinement adéquate à cause du choix de la fenêtre d'analyse qui pourra compromettre la notion de résolution et de stationnarité du signal analysé. Cela nous a conduit à introduire la transformée en ondelette comme outil très performant dans l'analyse des signaux non stationnaires. Après avoir détaillé les propriétés et les caractéristiques de cette transformée, nous avons exposé une vue générale des principales ondelettes existant dans la littérature.

## *Chapitre 3*

### *Introduction aux Ondelettes Fractionnaires*

---

### 3.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'employer la distribution de Cole-Cole pour la conception d'ondelettes fractionnaires. La fonction de Cole-Cole est largement utilisée dans la modélisation mathématique des diélectriques. Elle représente la distribution des temps de relaxation dans l'approximation du pôle à puissance fractionnaire (PPF) [25]. Ces ondelettes fractionnaires sont conçues par une simple dérivation ou par modulation de la distribution de Cole-Cole. Après une exposition des différentes ondelettes fractionnaires construites et pour illustrer leurs facultés et propriétés, on proposera une analyse continue par transformée en ondelettes de quelques types de signaux. En effet, à l'inverse de ce qui se passe pour les séries de Fourier, les coefficients d'une transformée en ondelettes traduisent de façon simple, précise et fidèle les propriétés des signaux, du moins les propriétés qui correspondent à une discontinuité, une singularité, bref à un événement imprévu.

### 3.2. Modeler et construire une ondelette

Le choix des ondelettes mères est un problème important, mais très peu d'auteurs ont abordé ce sujet. Il n'y a pas d'ondelette adaptée à tous les cas. Pour certaines applications, il arrive que l'on ne trouve pas, parmi les ondelettes connues, une ondelette convenable. Il est alors naturel d'essayer de construire une nouvelle ondelette adaptée au problème spécifique à traiter. Ce problème ne présente pas une grande difficulté, surtout pour le cas continu, car les conditions requises pour obtenir de telles ondelettes sont relativement faibles, presque n'importe quelle fonction d'intégrale nulle peut convenir (Eq. 2.8). Prenons l'exemple de la gaussienne où toutes ses dérivées (*gausN*) satisfont la condition suffisante d'admissibilité et peuvent être considérées comme des ondelettes [34]. Dans notre travail, on part de la distribution de Cole-Cole donnée par [25,40] :

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sin(1-m)\pi}{\cosh(mt) - \cos(1-m)\pi} \right] \quad (3.1)$$

Où  $0 < m < 1$  : est l'ordre du système fractionnaire donné dans l'égalité :

$$H(s) = \frac{1}{1 + (s\tau_0)^m} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\tau)}{1 + s\tau} d\tau \quad (3.2)$$

Avec :  $s = j\omega$  est la fréquence complexe. Cette fonction irrationnelle est également la fonction de transfert de l'équation différentielle linéaire fondamentale d'ordre fractionnaire,  $0 < m < 1$ , donnée par [41] :

$$(\tau_0)^m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + x(t) = e(t) \quad (3.3)$$

Dans ce contexte, le paramètre  $m$  est utilisé pour modifier la forme de la distribution de Cole-Cole (Fig. 3.1), et donc des ondelettes associées. La fonction de Cole-Cole n'est pas à moyenne nulle, mais ses dérivées, en revanche, le sont. Elles vérifient donc la condition d'admissibilité (Eq. 2.8) et sont, donc, toutes des ondelettes. De plus, pour l'analyse du signal, on peut extraire des ondelettes à valeurs complexes de cette même fonction, dans la mesure où l'on peut ainsi étudier séparément le module, les parties réelles et imaginaires des coefficients d'ondelettes et la phase, pour la détection des singularités et des passages par zéro (zero-crossings) [38,42]. En effet, comme les signaux traités sont réels et l'ondelette est à valeurs complexes, les coefficients d'ondelettes obtenus seront à valeurs complexes.

### 3.2.1. Ondelettes fractionnaires réelles : *coleN*

De manière similaire aux ondelettes issues de la fonction gaussienne, on s'intéresse à la construction d'ondelettes réelles par une méthode directe basée sur une simple dérivation de la distribution de Cole-Cole :

$$\psi_n(t) = \frac{d^n g(t)}{dt^n} \quad (3.4)$$

On a appelé ces ondelettes "*coleN*", où  $N$  est l'ordre de la dérivée. Ces différentes dérivées (1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup>, ...) satisfont bien la condition d'admissibilité. La fonction de Cole-Cole et ses trois premières dérivées sont représentées sur la figure 3.2 pour  $m = 0,7$ . La transformée de Fourier des ondelettes est déduite de celle de Cole-Cole,  $G(\omega)$ , selon l'équation :

$$\Psi_n(\omega) = (j\omega)^n G(\omega) \quad (3.5)$$

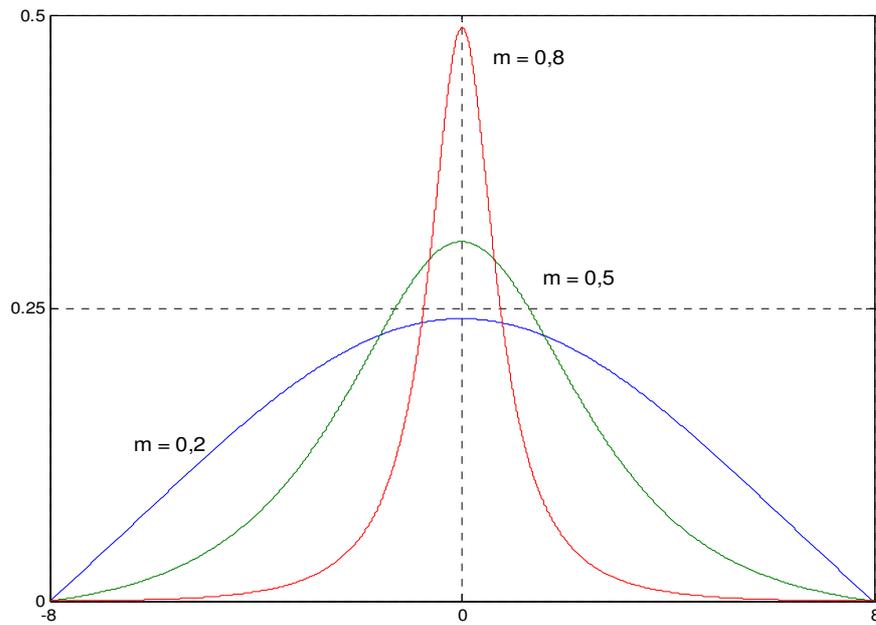


Fig. 3.1. Distribution de Cole-Cole pour différentes valeurs de  $m$ .

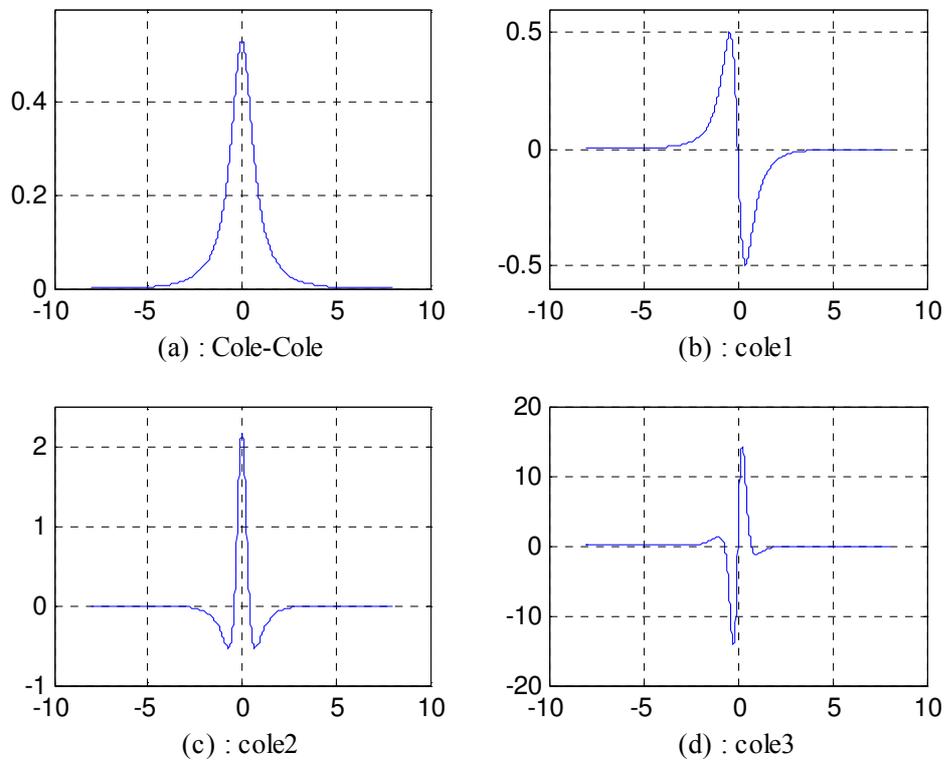


Fig. 3.2. (a) Fonction de Cole-Cole. (b), (c) et (d) ondelettes  $cole1$ ,  $cole2$  et  $cole3$  (dérivées 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> respectivement).

### 3.2.2. Ondelette fractionnaire complexe : *ccol*

Désignée par "*ccol*", cette ondelette fractionnaire complexe est construite en modulant une exponentielle complexe par une enveloppe représentant la fonction de Cole-Cole :

$$\psi(t) = g(t)\exp(j2\pi f_c t) \quad (3.6)$$

La fréquence  $f_c$  est la fréquence d'oscillation de l'ondelette. De la même manière, sa transformée de Fourier est aisément déduite de celle de Cole-Cole comme suit :

$$\Psi(\omega) = G(\omega - \omega_c) \quad (3.7)$$

La figure 3.3 présente les parties réelle et imaginaire ainsi que le module et la phase de cette ondelette pour  $f_c = 0,5$  et  $m = 0.8$ .

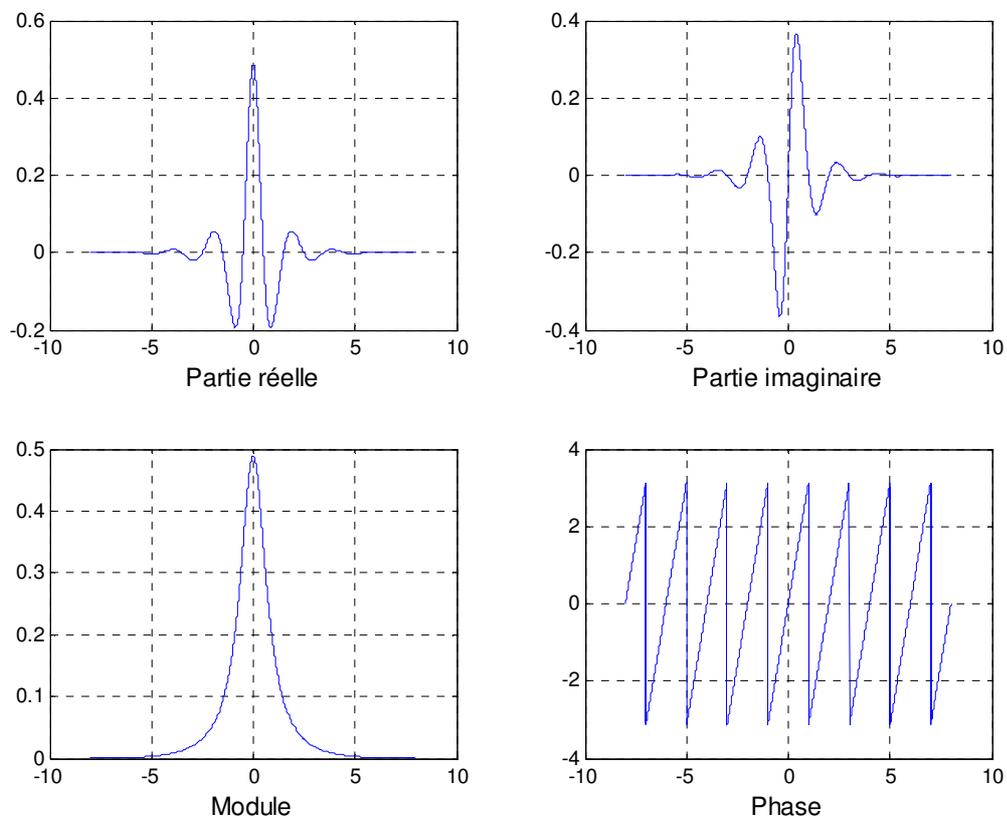


Fig. 3.3. Ondelette fractionnaire complexe de Cole-Cole associée à  $m = 0.8$  et  $f_c = 0,5$ : *ccol*.

On peut remarquer sur la figure précédente que les parties réelle et imaginaire de cette ondelette complexe satisfont la condition d'admissibilité et représentent effectivement des ondelettes qu'on peut utiliser dans l'analyse des signaux. De plus, on peut percevoir aussi que le maximum de la partie réelle correspond à un passage par zéro dans la partie imaginaire, et cela pourra être bénéfique dans la mesure où on peut utiliser les deux ondelettes simultanément en détection des maxima du module.

### 3.3. Exemples d'applications dans l'analyse des signaux

En analyse continue par ondelettes, la décomposition par niveau d'échelle fournit une technique de détection de forme et constitue ainsi un outil de zoom. En voici la raison : si un signal, en un point singulier à  $t_0$  inconnu et à une échelle  $a_0$  inconnue, coïncide avec l'ondelette analysante  $\psi((t-t_0)/a_0)$ , le coefficient d'ondelette associé est grand et permet d'estimer  $t_0$  et  $a_0$ .

Ainsi, pour des signaux physiques présentant des variations très rapides, des sauts, des marches, bref des discontinuités, l'analyse en ondelettes est bien adaptée, car l'ondelette va permettre de détecter ces singularités et de les analyser [34,38]. En effet, les singularités d'un signal se manifestent sur les coefficients de la transformée en ondelettes continue par une amplitude importante et par une décroissance des valeurs de ces coefficients avec l'échelle de résolution, alors que des coefficients d'ondelettes nuls indiquent que le signal est lisse. Pour présenter les bonnes propriétés, en analyse continue, des ondelettes fractionnaires construites dans l'analyse des signaux, nous allons nous concentrer, par des exemples, sur les trois aspects suivants [43] :

- repérer une discontinuité dans un signal ;
- détecter une singularité ou plus dans un signal ;
- repérer les complexes QRS dans le signal ECG.

Afin de permettre une interprétation graphique aisée, on définit la fonction  $|WT(a,b)|^2$ , appelée scalogramme (module au carré des coefficients ondelettes), et qui représente la densité d'énergie du signal pour chaque échelle  $a$  et position  $b$  [35]. Ainsi, la visualisation sous forme de carte d'énergie ou carte temps-échelle se fait par le calcul du scalogramme dans le plan temps-échelle. Les coefficients en ondelettes élevés sont de couleur claire par opposition aux coefficients plus faibles de couleur foncée. Les points singuliers du signal se manifesteront par des cônes visibles indiquant une sérieuse irrégularité du signal.

Pour une éventuelle comparaison, on utilisera également les deux ondelettes dérivée première et deuxième de la gaussienne, appelées respectivement *gaus1* et *gaus2* ; ainsi que l'ondelette de Morlet complexe, *cmor*, pour le cas complexe. L'ondelette *gaus2* est aussi appelée chapeau mexicain et est désignée par *mexh*.

### 3.3.1. Repérer une discontinuité

#### 3.3.1.1. Signal rectangulaire

L'exemple pris ici est un signal rectangulaire de longueur  $N = 1024$  échantillons. Elle présente deux discontinuités aux valeurs 0,1 et 0,9 (Fig. 3.4). Nous savons que la transformée de Fourier de la fenêtre rectangulaire donne la fonction sinus cardinal. Or, cette analyse purement fréquentielle n'informe pas sur le changement temporel et la position des deux discontinuités.

Effectuons une analyse à l'aide de la transformée en ondelettes continue. On prendra les échelles de 2 à 32 avec un pas de 0,5. Les coefficients sont colorés en valeur absolue.

En utilisant l'ondelette *mexh*, on note que les discontinuités sont parfaitement repérées aux petites échelles. Plus l'échelle augmente, plus large est le support de l'ondelette analysante et davantage de coefficients sont donc influencés par cette discontinuité. Ceci explique l'effet visuel de "cône" (Fig. 3.4), c'est-à-dire, une concentration des coefficients d'ondelettes de grande amplitude au voisinage des deux singularités quand l'échelle diminue.

Utilisons maintenant l'ondelette fractionnaire *cole2* qui est à support plus petit (Fig 3.5). Les coefficients sont colorés comme précédemment. On note que les discontinuités restent bien repérées aux petites échelles et l'effet de cône, toujours visible, est moins important. Les qualités des deux analyses sont semblables. Cela est clairement visible à l'échelle  $a = 4$  sur les coefficients d'ondelettes  $WT(a,b)$ .

Une question se pose pour le cas d'une ondelette complexe, est-ce qu'on aura des résultats pareils ? Effectivement, en examinant les figures 3.6 et 3.7 représentant des images temps-échelle de notre signal, le phénomène de cône est parfaitement visible sur les parties réelle, imaginaire ainsi que sur le module représentant toutes les coefficients d'ondelettes. Donc, les deux ondelettes complexes *cmor* et *ccol* fournissent similairement des résultats satisfaisants.

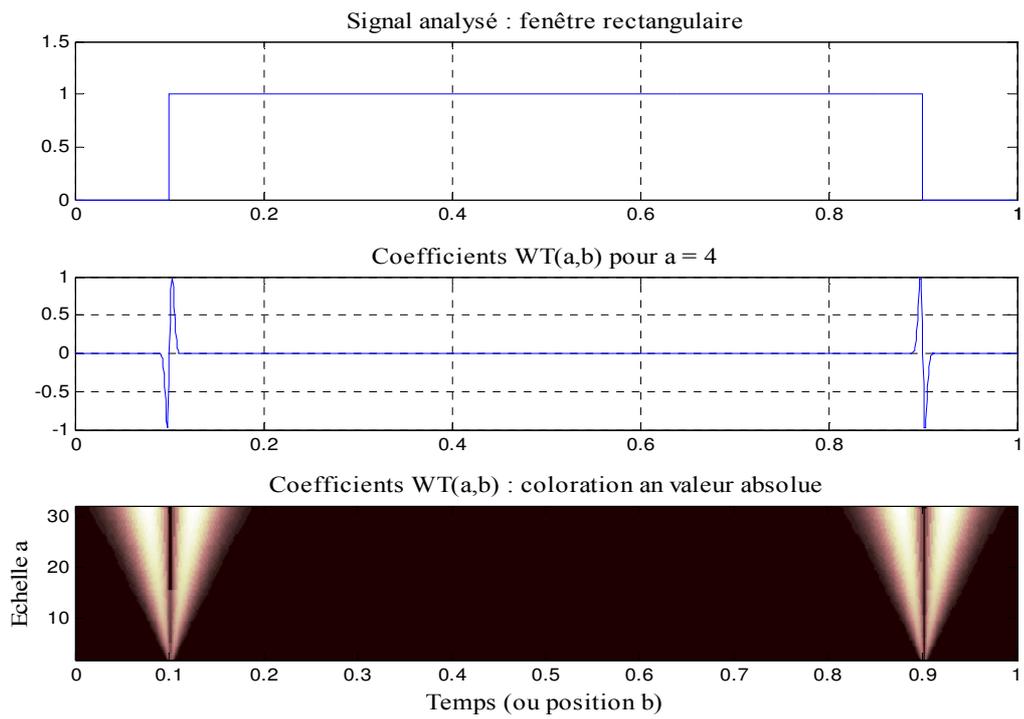


Fig. 3.4. Analyse continue avec l'ondelette *mexh*.

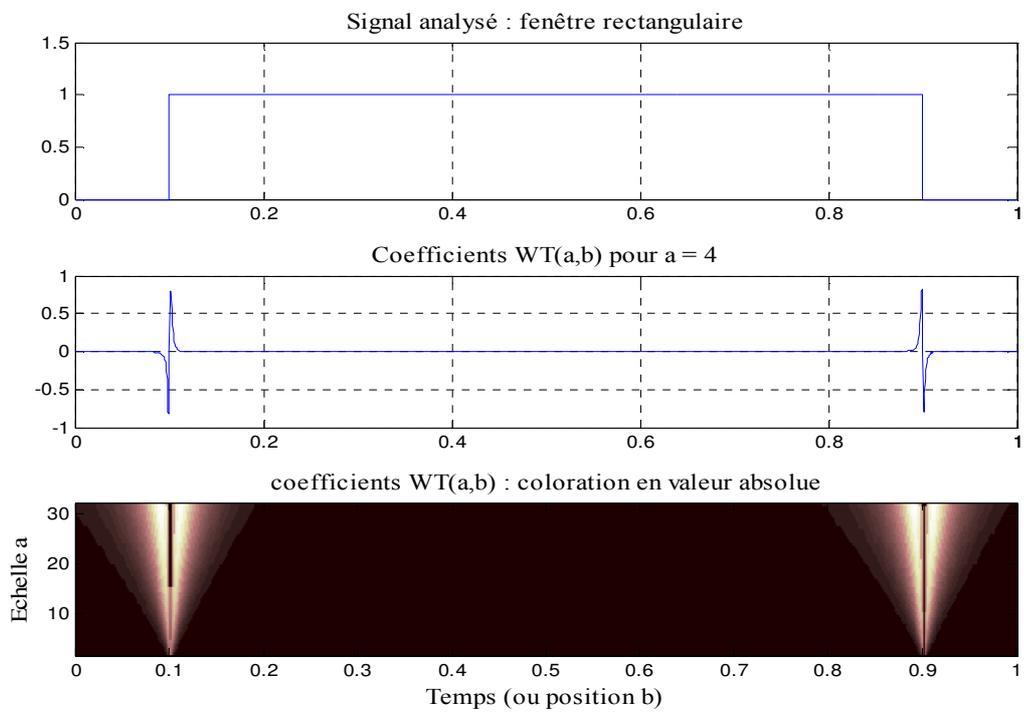


Fig. 3.5. Analyse continue avec l'ondelette *cole2*.

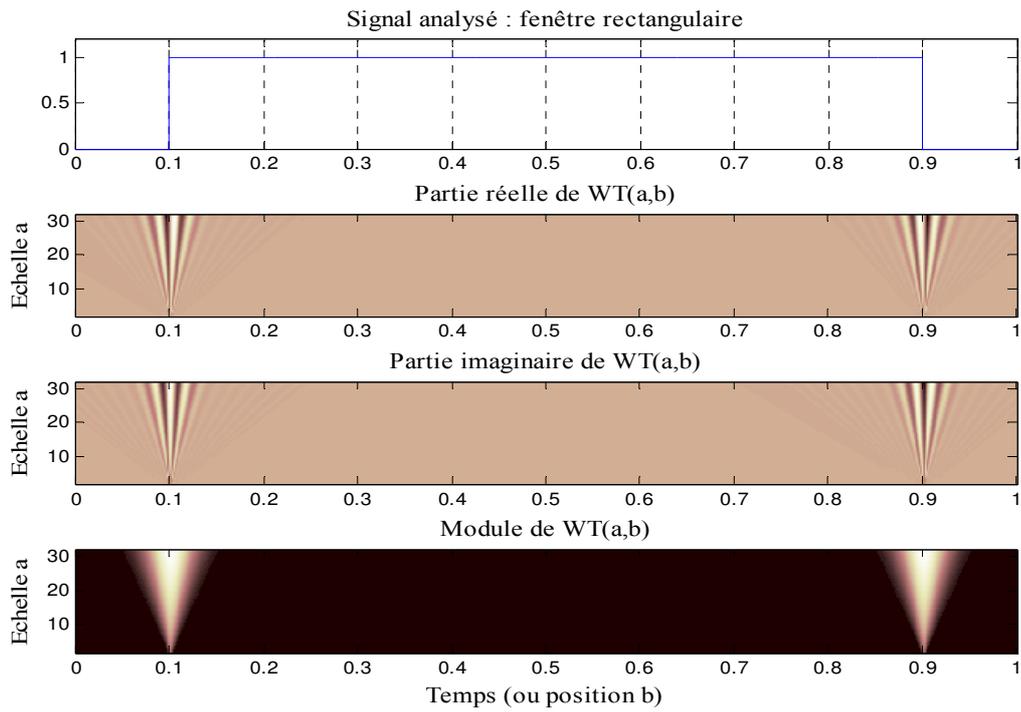


Fig. 3.6. Analyse continue avec l'ondelette *cmor1-1.5*.

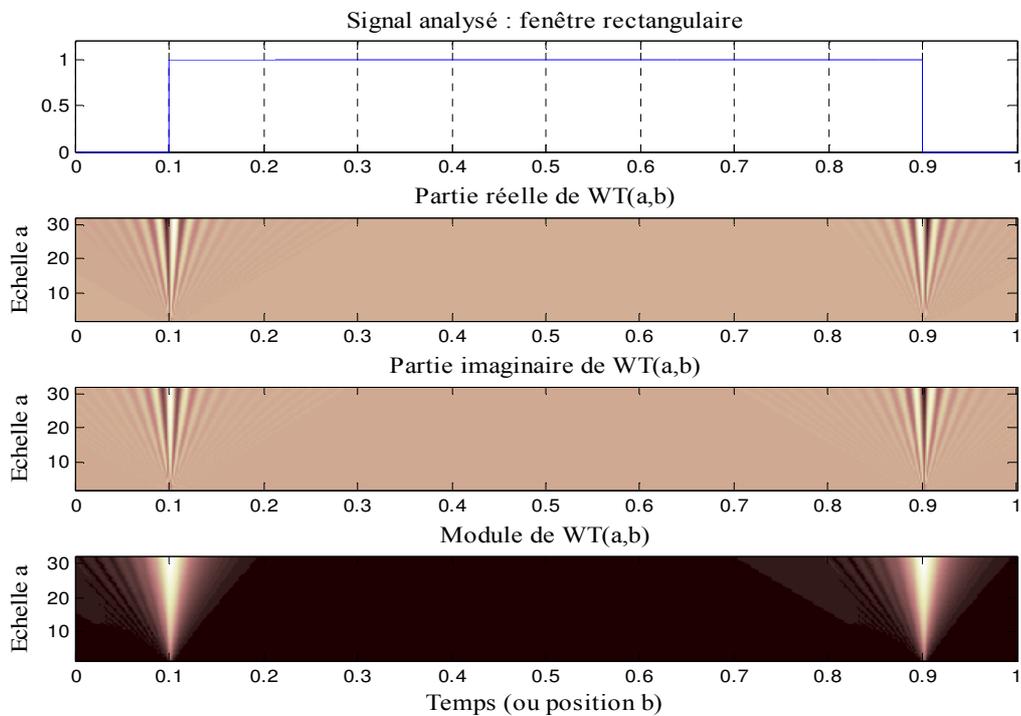


Fig. 3.7. Analyse continue avec l'ondelette *ccol*.

### 3.3.1.2. Signal triangulaire

On présente ici une fonction triangle avec trois discontinuités. L'une est clairement visible au milieu du signal ; les autres sont imperceptibles à l'œil nu. En effet, au milieu de chaque rampe il y a un petit palier invisible (Fig. 3.8). En effectuant une analyse avec les deux ondelettes *gaus1* et *cole1*, on remarque que toutes les discontinuités sont repérées, mais partiellement, en particulier pour les deux paliers (Fig. 3.8 et 3.9), ceci est à cause de la forme des deux ondelettes. Toutefois, l'effet de cône est visible trois fois : pour les paliers et surtout pour la pointe centrale. Ceci est nettement clair aux échelles  $a = 2$  et  $a = 12$  sur les coefficients d'ondelettes  $WT(a,b)$ .

Utilisant maintenant les deux ondelettes complexes, le résultat est nettement amélioré. Les figures 3.10 et 3.11 montrent que les trois singularités, identifiées par le phénomène de cônes dans le plan temps-échelle, sont bien distinguées.

### 3.3.2. Détecter une singularité

Le signal à analyser est la somme d'une gaussienne et d'un signal présentant deux singularités en  $x_1 = 0,2$  et  $x_2 = 0,8$  :

$$f(t) = e^{-128(t-0.5)^2} - 2|t - 0.8|^{0.6} - 2|t - 0.2|^{0.2} - At - B \quad (3.8)$$

Où A et B sont telles que :  $f(0) = f(1) = 0$ . Cette fonction est donc très régulière sauf en ces deux points (Fig. 3.12). On effectue une analyse pour les échelles variant de 2 à 32 avec l'ondelette *mexh* et l'ondelette fractionnaire *cole2*. On remarque sur les figures 3.12 et 3.13 qu'en dehors des points  $x_1$  et  $x_2$ , rien n'est décelable aux petites échelles dans cette zone qui ne contient pas de singularités. Le phénomène visible est le reflet des changements d'inflexion de la courbe. Par contre, aux points de singularités, se manifeste l'effet de cône, dès les petites échelles, de sommets  $x_1 = 0,2$  et  $x_2 = 0,8$  et se propage aux grandes échelles. Ceci est aussi visible, aux échelles  $a = 2$  et  $a = 32$ , sur les coefficients d'ondelettes  $WT(a,b)$ .

Comme précédemment, en appliquant la transformée en ondelettes complexe, les figures 3.14 et 3.15 révèlent des effets identiques au cas réel sur les cartes temps-échelle.

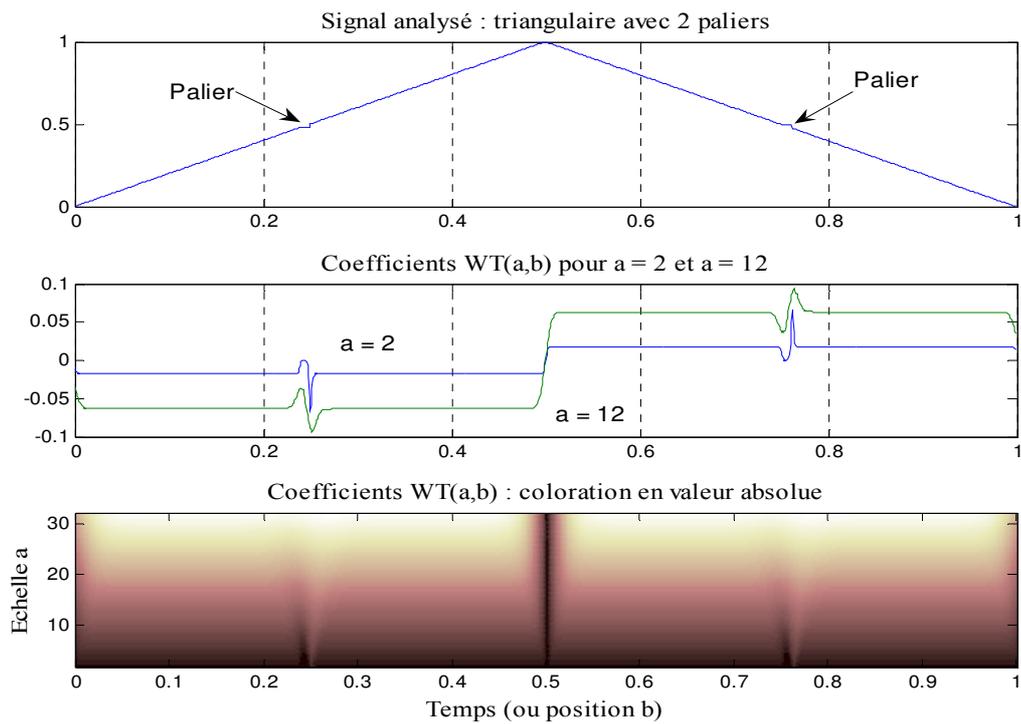


Fig. 3.8. Analyse continue avec l'ondelette *gaus1*.

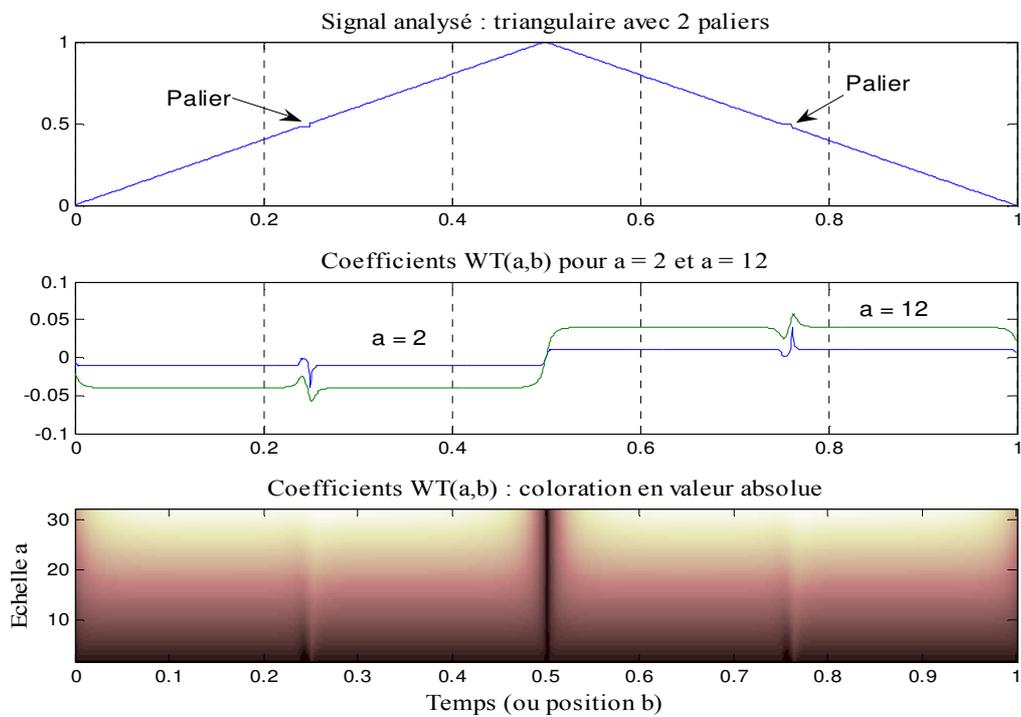


Fig. 3.9. Analyse continue avec l'ondelette *co1e1*.

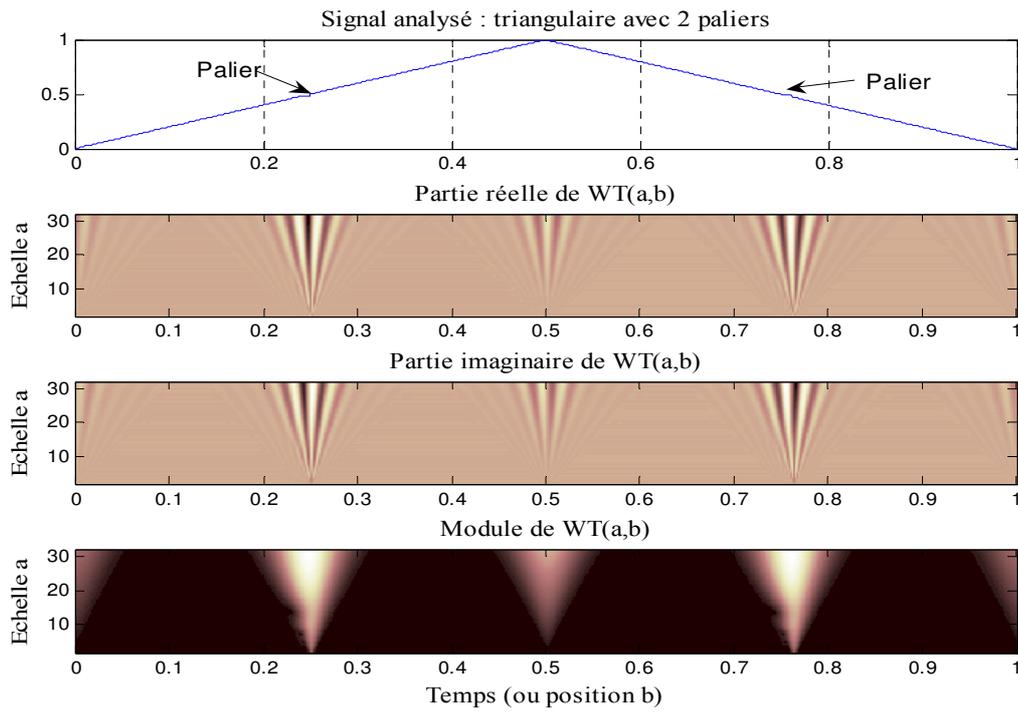


Fig. 3.10. Analyse continue avec l'ondelette *cmor1-1.5*.

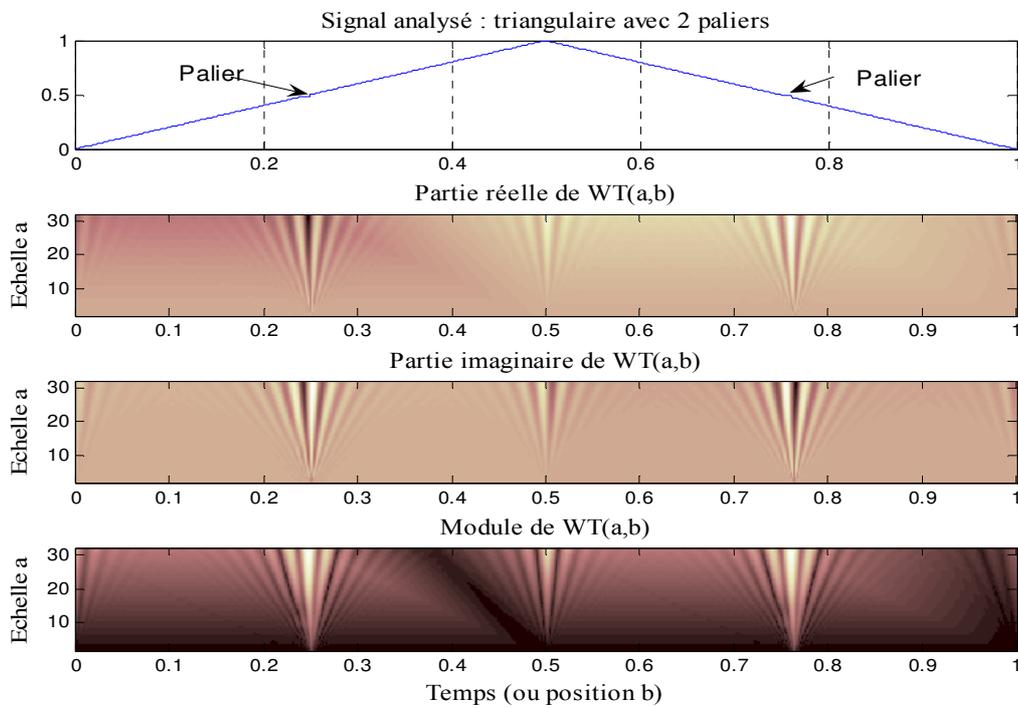


Fig. 3.11. Analyse continue avec l'ondelette *ccol*.

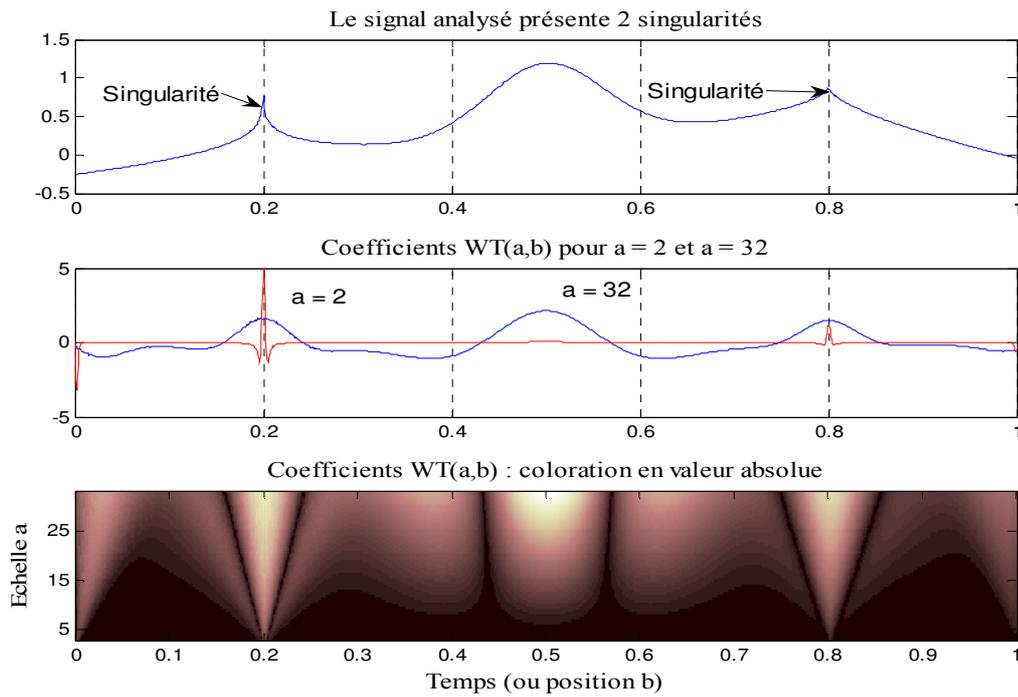


Fig. 3.12. Analyse continue avec l'ondelette *mexh*.

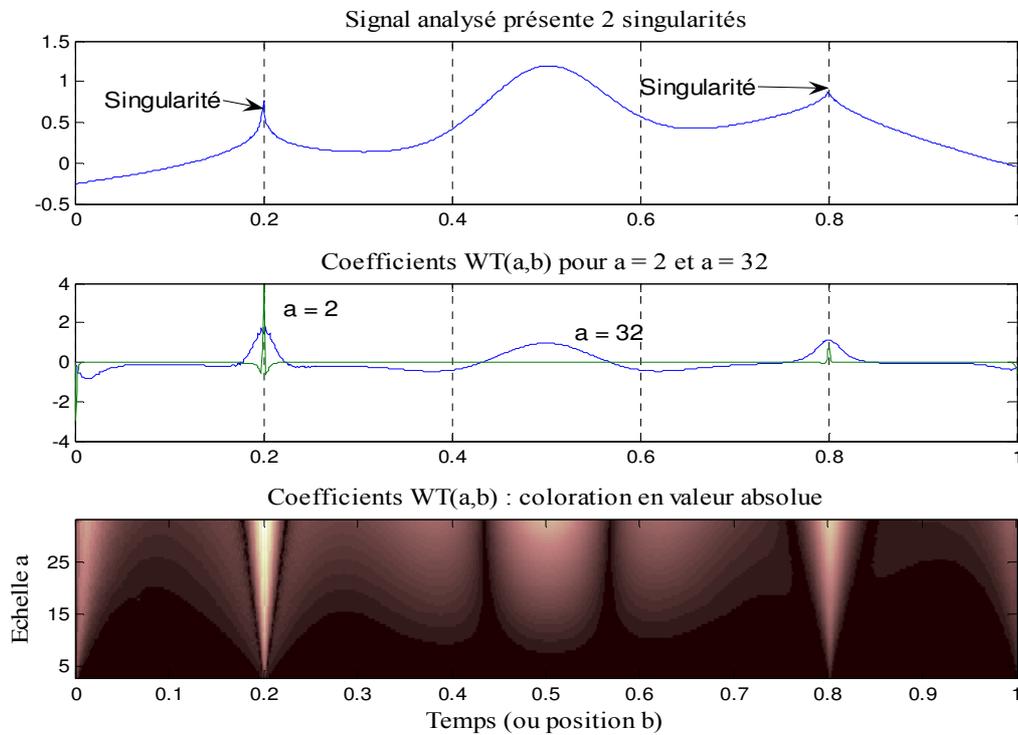


Fig. 3.13. Analyse continue avec l'ondelette *cole2*.

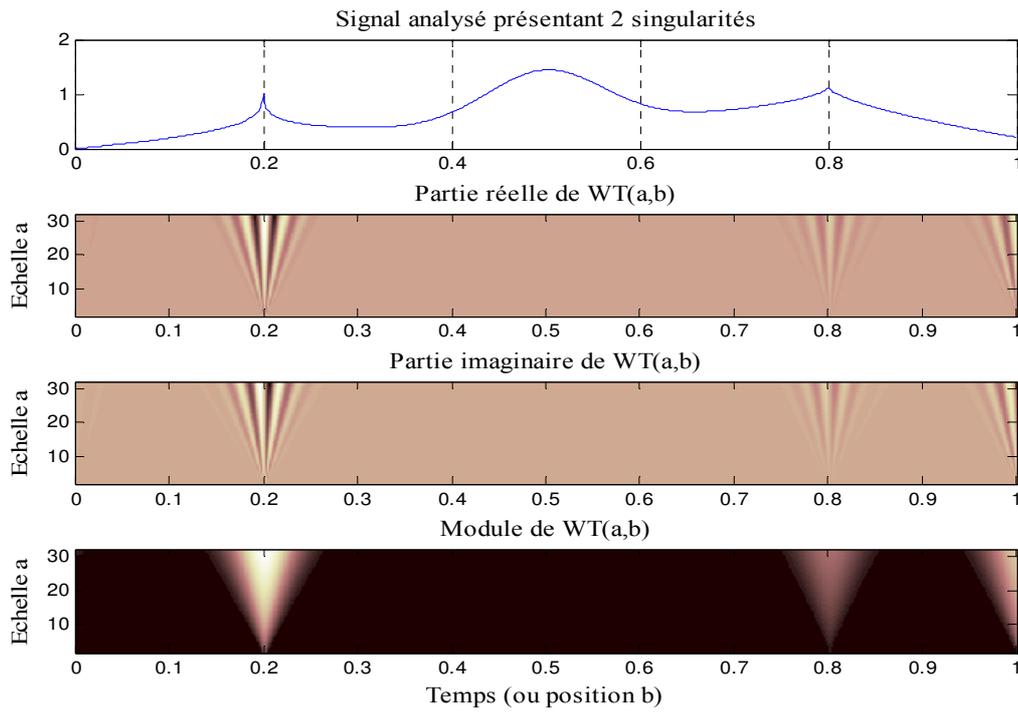


Fig. 3.14. Analyse continue avec l'ondelette *cmor1-1.5*.

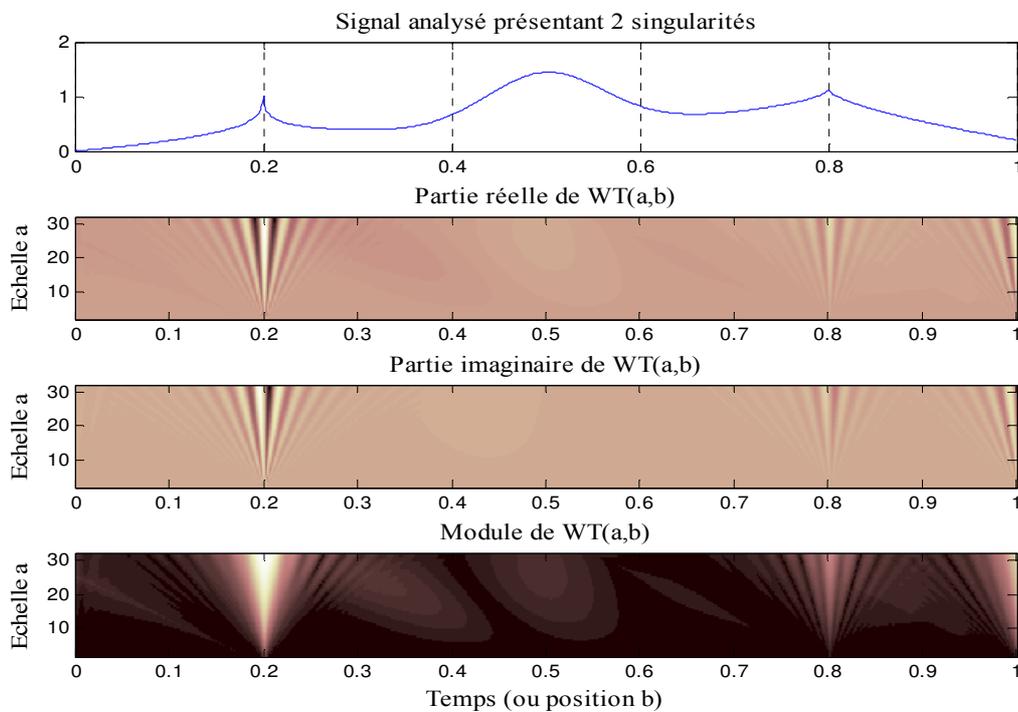


Fig. 3.15. Analyse continue avec l'ondelette *ccol*.

### 3.3.3. Repérer les complexes QRS de l'ECG

L'ECG est un signal bref et rapidement variable et est donc un bon candidat pour l'analyse en ondelettes. Il se décompose en séquences dont la plus importante est le complexe QRS. La localisation des formes par ondelettes permet la discrimination des pathologies cardiaques. Ici, on propose une détermination, à base d'ondelettes, de l'instant d'apparition du complexe QRS. Les ondelettes utilisées sont *mexh* et *cole2* à cause de leur grande similitude avec les complexes QRS. Les figures 3.16 et 3.17 montrent la bonne localisation des instants d'occurrence des complexes QRS caractérisés par l'effet de cône qui se manifeste dès les petites échelles. Plus l'échelle augmente, plus large est le support de l'ondelette analysante et davantage de coefficients sont donc influencés par les complexes QRS.

En conservant le même exemple d'application, on utilisera, dans ce cas, deux ondelettes complexes déjà décrites auparavant : *ccol* et *cmor*. On remarque, dans les figures 3.18 et 3.19, que les coefficients d'ondelettes montrent bien une bonne localisation des complexes QRS caractérisés par un effet de cône qui se manifeste aussi bien dans le module que dans les parties réelles et imaginaires. Plus l'échelle augmente, plus large est le support des ondelettes analysantes.

Dans les deux graphiques, présents en figures 3.20 et 3.21, on trouve, pour les deux échelles 2 et 32, les coefficients d'ondelettes. Pour l'échelle  $a = 2$ , les complexes QRS sont précisément localisés en temps, en dépit de la taille du support de l'ondelette. Cependant, pour une échelle grande,  $a = 32$ , la localisation est beaucoup plus mauvaise, le complexe QRS influence les coefficients sur un intervalle plus large.

En conséquence, les ondelettes fractionnaires de Cole-Cole réelles et complexes présentent des facultés comparables à celles des ondelettes existant dans la littérature.

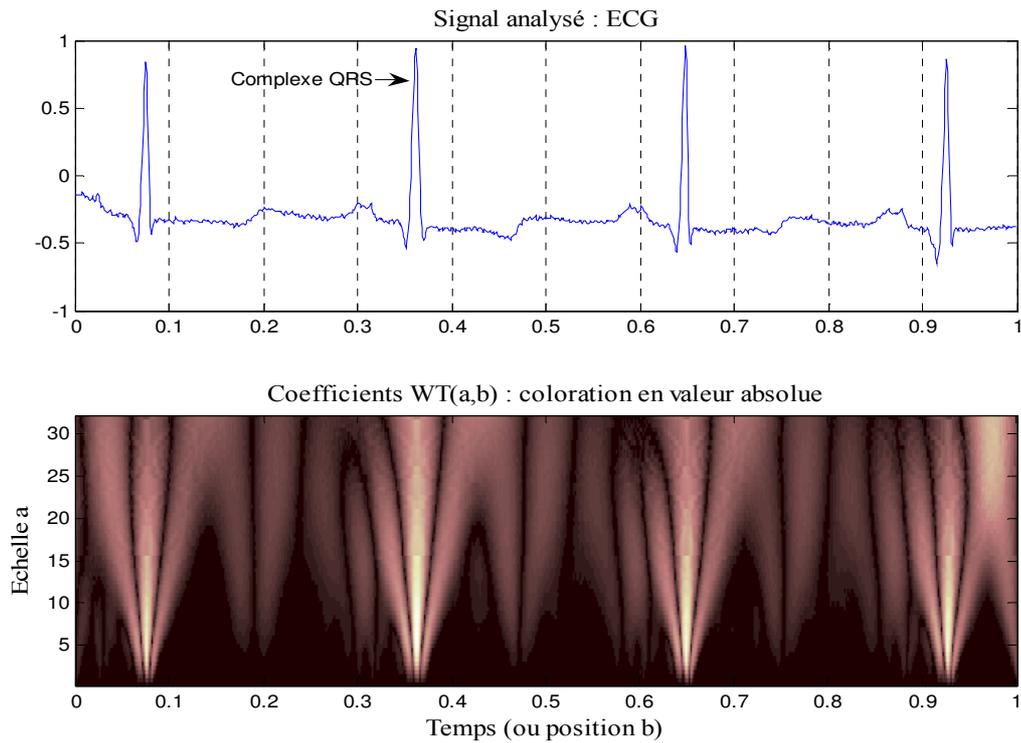


Fig. 3.16. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette *mexh*.

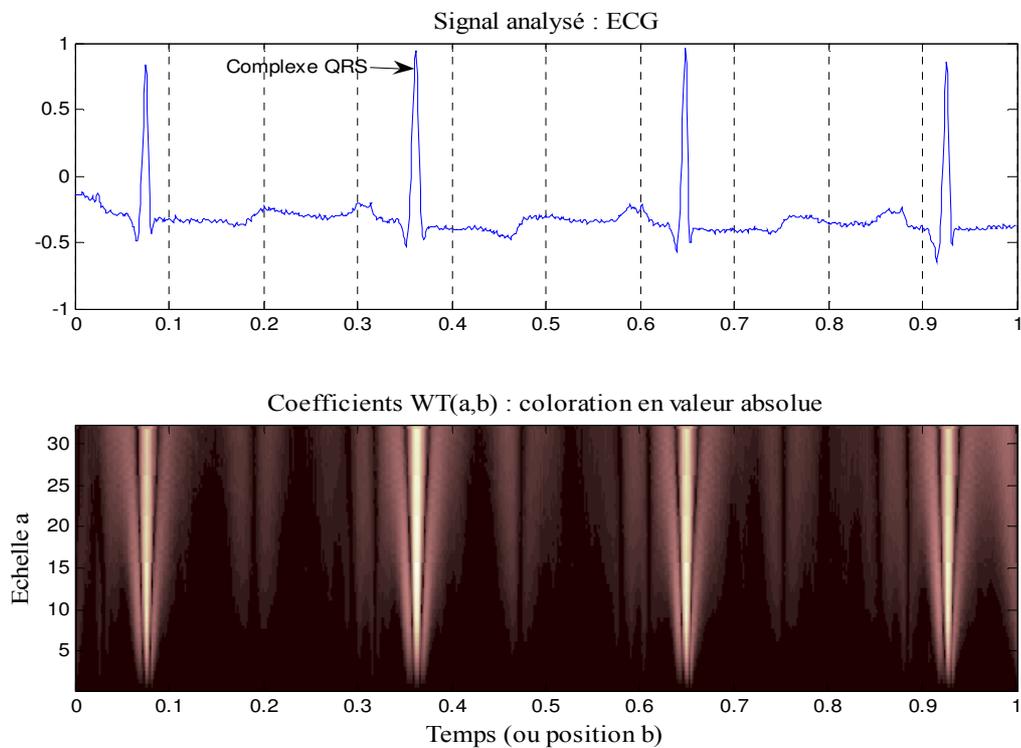


Fig. 3.17. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette *cole2*.

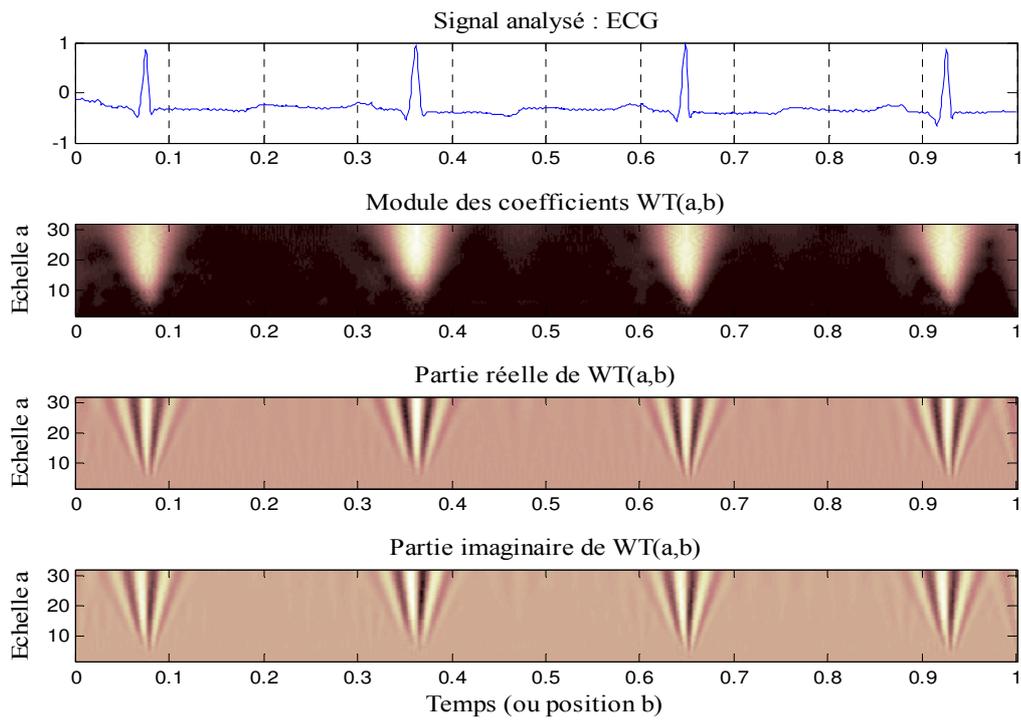


Fig. 3.18. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette complexe *cmor1-1.5*.

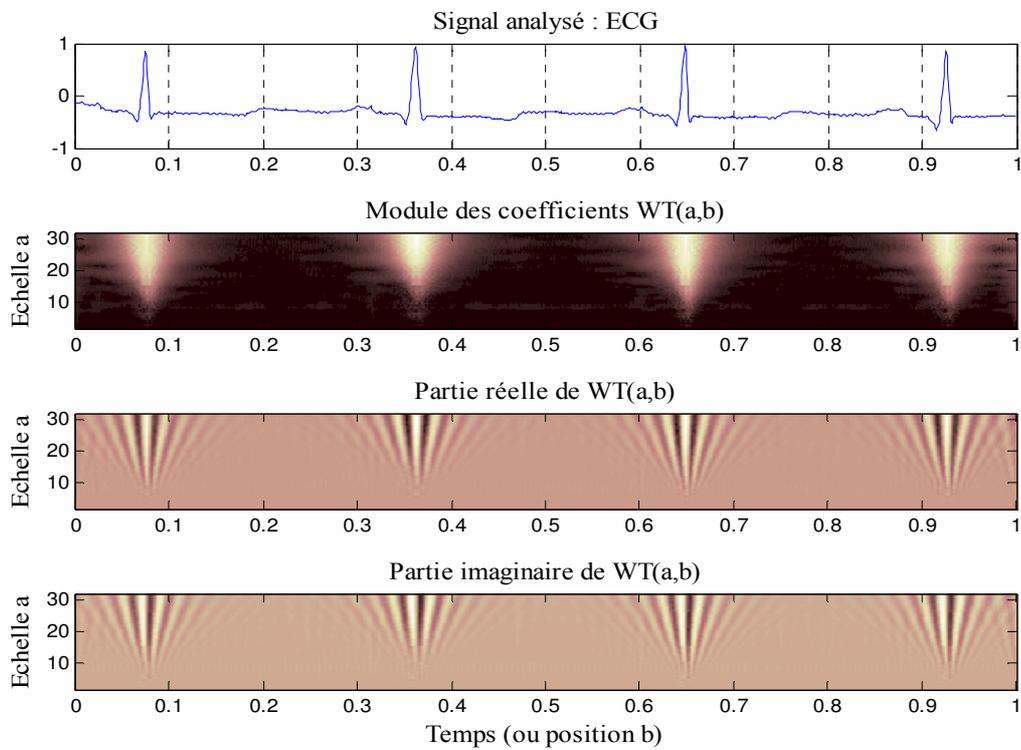


Fig. 3.19. Analyse continue de l'ECG avec l'ondelette complexe *ccol*.

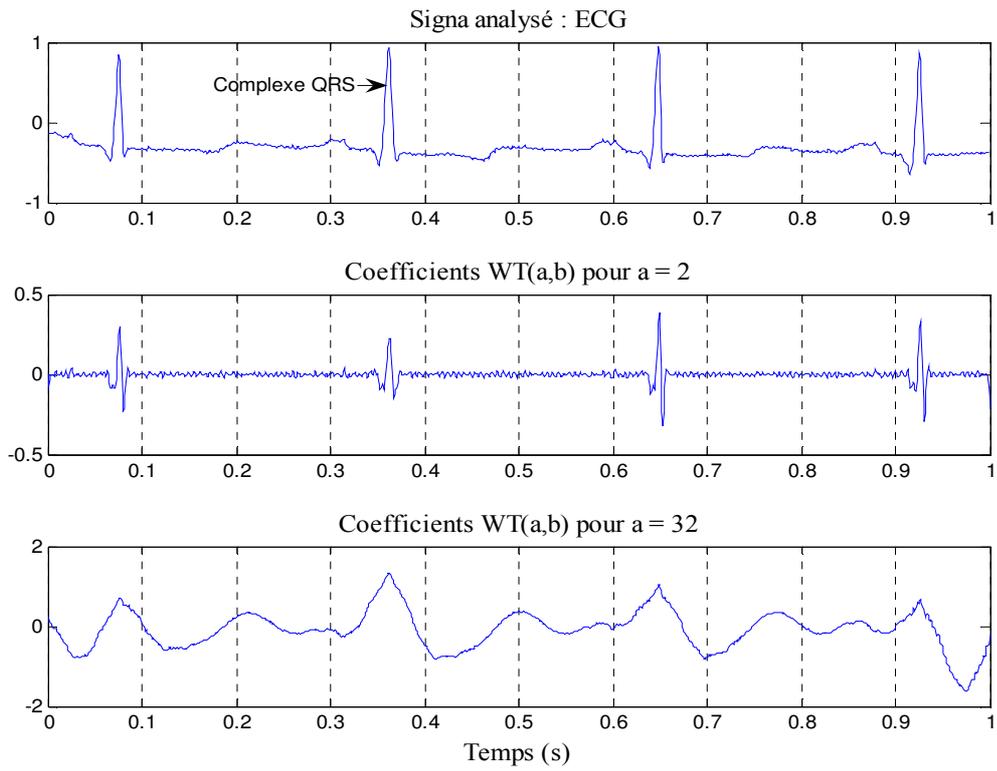


Fig. 3.20. Transformée en ondelettes du signal ECG pour  $a = 2$  et  $a = 32$  (*gaus2*).

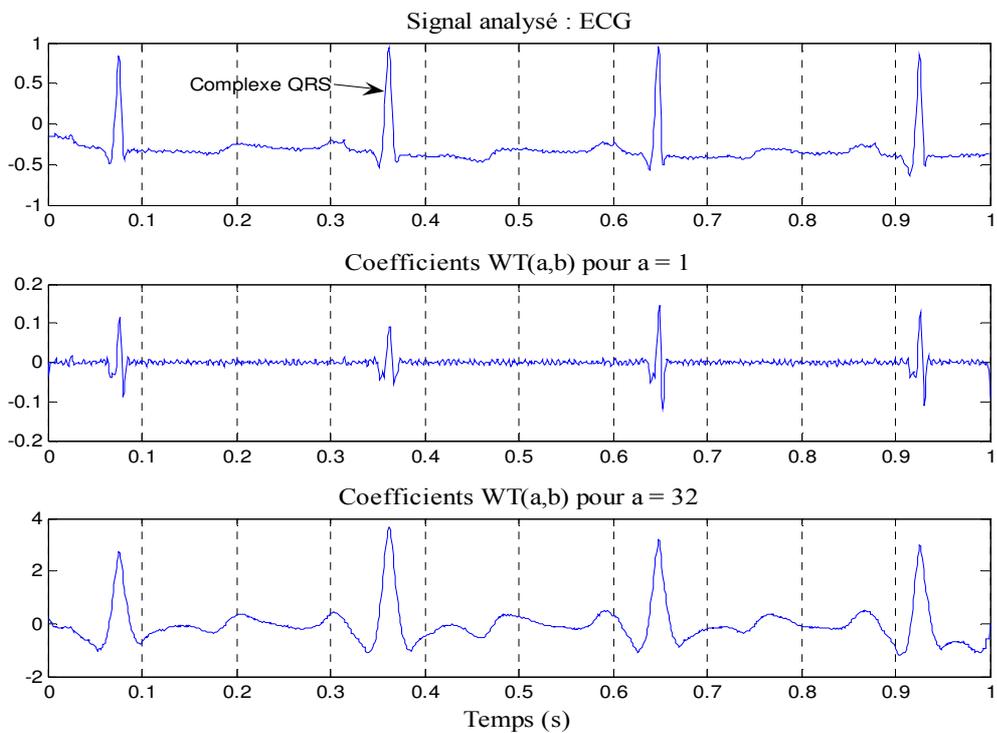


Fig. 3.21. Transformée en ondelettes du signal ECG pour  $a = 2$  et  $a = 32$  (*cole2*).

### 3.4. Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre repose sur l'étude d'une nouvelle série d'ondelettes réelles et complexe basées sur la distribution de Cole-Cole. On a montré que ces ondelettes présentent des caractéristiques et des propriétés intéressantes. L'approche ondelette retenue utilise une décomposition non orthogonale, plus souple au niveau du choix des échelles. L'emploi de ces ondelettes fractionnaires dans l'analyse continue de quelques types de signaux connus a dévoilé leurs capacités à se focaliser sur des coefficients d'ondelettes qui permettent une meilleure détection et une meilleure description des singularités et des discontinuités caractérisées par l'effet de cône d'influence. C'est-à-dire, des cônes visibles dans la décomposition continue qui indiquent une irrégularité du signal. En conclusion, ces résultats modestes serviront de base pour élaborer l'algorithme de détection du complexe QRS dans le chapitre suivant.

## *Chapitre 4*

# *Ondelettes Fractionnaires pour la Détection du Complexe QRS*

---

## 4.1. Introduction

La détection du complexe QRS est d'une importance capitale dans les systèmes de traitement automatique de l'ECG. En effet, une fois les pics R identifiés, il devient facile de calculer la fréquence cardiaque, d'analyser la variabilité du rythme cardiaque (Heart Rate Variability, HRV), de segmenter le signal ECG en vue de son analyse battement par battement ou sa compression et d'analyser la déviation du segment ST dans le but de déceler une ischémie du myocarde. Les difficultés de la détection de QRS résident, essentiellement, dans la grande variabilité de la forme du signal parce que leur morphologie varie d'un individu à l'autre, même chez le même sujet, elle varie d'un cycle à l'autre. En plus, des bruits d'origines diverses (contractions musculaires EMG, artefacts de mouvement, interférence avec le secteur, bruit respiratoire, mauvais contact entre les électrodes et la peau, saturation des amplificateurs [15]), présents dans l'ECG, ainsi que des ondes P et T de grandes amplitudes peuvent aussi être pris pour des complexes QRS [44]. Une bonne détection des complexes QRS nécessite donc un traitement du signal plus élaboré. L'idée générale est d'exploiter non seulement la grande dynamique des ondes R, mais aussi une propriété qui leur est propre : leurs variations rapides. Depuis plus de trente ans, les chercheurs ont largement travaillé sur la détection du QRS et ont proposé plusieurs méthodes de détection. Chacune possède des avantages et des inconvénients en terme de performance et de complexité. Avec les avancées en temps de calcul dans le domaine informatique, le poids de complexité a diminué par rapport à celui de la performance. Les performances de ces algorithmes sont mesurées en termes de non détection, fausse alarme, retard de détection et nombre d'opérations mathématiques. Ces techniques souffrent de deux problèmes majeurs : le premier est que la bande passante du complexe QRS diffère d'un individu à l'autre, et même chez le même sujet d'un cycle à l'autre. La deuxième difficulté est le choix du seuil de décision. Le seuil est généralement fixé empiriquement, des conditions additionnelles doivent être prises en compte avant la décision finale. Une méthode de détection utilisant le filtrage numérique adaptatif est proposée dans [16]. Le filtre adaptatif s'auto ajuste afin de compenser les variations de formes et les conditions de perturbations accentuées. De ce fait, pendant ces quinze dernières années plusieurs nouveaux algorithmes ont été proposés. On trouve, par exemple, des méthodes utilisant les réseaux de neurones, les algorithmes génétiques et la transformée en ondelettes [8-9, 17, 23, 45-46].

Dans ce chapitre, on présente un algorithme de détection du complexe QRS basé sur la transformée en ondelettes. On exposera l'utilisation d'ondelettes nouvelles réelles et complexes, qu'on a désignées "fractionnaires" et qui sont dérivées de la fonction de distribution de Cole-Cole et paramétrées par un coefficient  $m$  qui représente l'ordre du système fractionnaire.

## 4.2. Principe des détecteurs du complexe QRS

L'opération de détection du complexe QRS est réalisée, en général, en deux étapes : une étape de pré-processing et une étape de décision comme montré sur la figure (4.1) [23]. Le pré-processeur a pour but d'accroître les amplitudes des complexes QRS et réduire celles des ondes P et T ainsi que le bruit résiduel. Il peut comporter plusieurs techniques de traitement du signal : la dérivation non entière, le filtrage passe-bande, le filtrage non linéaire, les réseaux de neurones ou la transformation en ondelettes. Après, le signal subit une transformation non linéaire, par exemple, une dérivation pour identifier les fortes pentes autour de l'onde R et une élévation au carré pour quantifier l'énergie des complexes QRS. La sortie du pré-processeur fournit des suites d'impulsions qui seront classées comme des complexes QRS ou du bruit. La deuxième étape consiste, selon des critères de seuillage, en une prise de décision si le maximum est un vrai pic ou un pic illusoire de l'onde R.

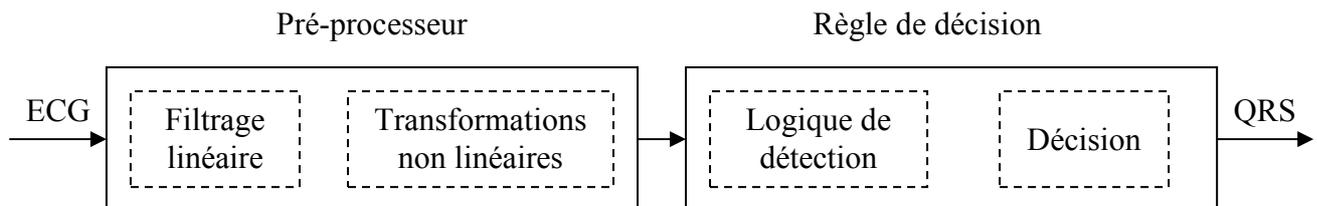


Fig. 4.1. Schéma d'un détecteur du complexe QRS.

### 4.2.1. Pré-processeur

Le pré-processeur, ou étape de prétraitement, a pour but de séparer les signaux utiles des bruits indésirables. En électrocardiographie, ces bruits sont bien identifiés mais certains ont la particularité de recouvrir la bande spectrale de l'ECG, ce qui les rend difficile à filtrer. Les

principales causes de bruits sont soit techniques, soit physiologiques [47]. Les bruits causés par les appareils de mesure peuvent être évités alors que le deuxième type de bruits représentés par l'activité bioélectrique des cellules ne peut pas être contourné. L'étape de prétraitement est traditionnellement fondée sur le filtrage et la dérivation (au sens mathématique) du signal. Cette fonction peut être assurée par des filtres numériques de dérivation première ou seconde ou aussi par une transformation en ondelettes. Les performances des détecteurs de QRS sont donc très liées à la qualité du filtrage. La figure (4.2) montre la densité spectrale de puissance de l'ECG et de ses différentes composantes [48]. Sur cette figure, on peut voir que l'énergie de l'ECG est répartie dans la bande [2 - 40] Hz qui recouvre aussi celle des bruits cliniques typiques.

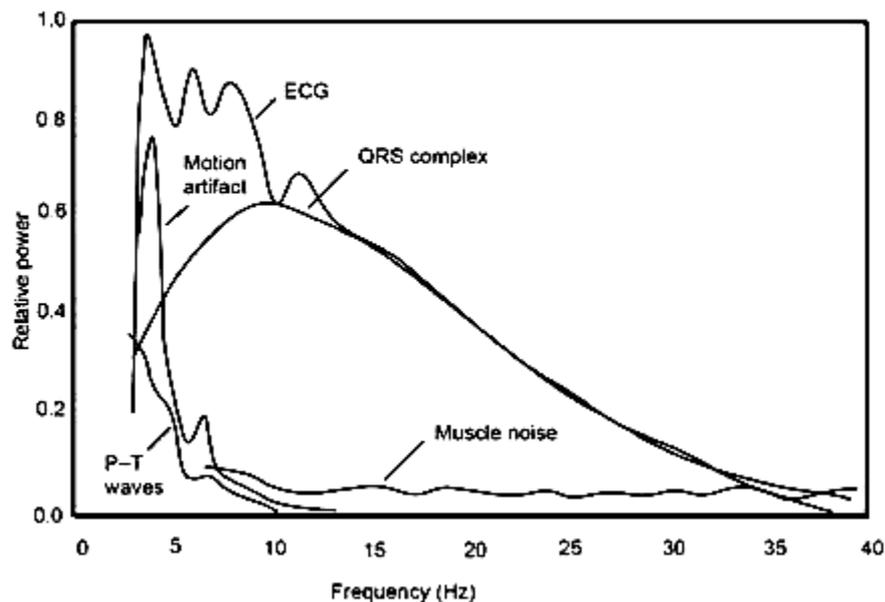


Fig. 4.2. Densité spectrale de puissance de l'ECG et de ses différentes composantes.

D'après les données physiologiques, les complexes QRS ont une énergie maximale dans la bande 5-15 Hz [48]. Il est donc naturel de tenter un filtrage du signal dans cette bande, afin d'atténuer les composantes non désirables, comme l'onde P, l'onde T, la dérive de la ligne de base et le bruit causé par le réseau électrique. Un filtre passe haut peut être utilisé pour filtrer les composantes du bruit de basse fréquence (P, T, fluctuation de la ligne de base) tandis que

les perturbations de hautes fréquences seront éliminées par un filtre passe bas, tout en conservant la bande des fréquences utiles du signal presque inchangée. Les filtrages haut et bas peuvent être effectués séparément ou par un seul filtre passe bande. Ces filtres passe bandes numériques ont des fréquences centrales qui se situent dans l'intervalle 10 Hz à 25 Hz [49]. Les transformations non linéaires (valeur absolue, transformation quadratique, intégration, produit multi-échelle pour les ondelettes, ...) ont pour but d'obtenir pour chaque complexe QRS un seul pic positif susceptible d'être repéré si sa valeur dépasse un certain seuil.

### 4.2.2. Règle de décision

Les stratégies de décision constituent le noyau des algorithmes de détection. Elles garantissent les bonnes performances de détection. Les impulsions issues du pré-processeur sont soumises à ces règles de décision. Le signal disponible possède un maximum absolu pour chaque complexe QRS ; il possède en outre d'autres maxima locaux, de plus faible amplitude en général, qui correspondent soit à du bruit, soit aux ondes P et T. Cette étape consiste donc en une recherche de maxima capable de ne pas prendre en considération les maxima trop faibles qui peuvent correspondre au bruit en effectuant un seuillage en amplitude (Fig. 4.3) et ceux trop proches qui risquent d'être introduits par les ondes T en effectuant un seuillage temporel (Fig. 4.4). Les seuils de détection constituent une règle très importante. L'amplitude des battements pouvant varier fortement au cours d'un même enregistrement et d'un enregistrement à l'autre, ces seuils ne peuvent pas être fixés a priori, ils sont donc calculés tout au long de l'analyse [13,15], ce sont des seuils adaptatifs.

#### 4.2.2.1. Seuil adaptatif en amplitude

Le seuil en amplitude permet de distinguer les maxima correspondant aux ondes R de ceux correspondant aux ondes P et T qui sont, en général, beaucoup plus faibles. L'algorithme calcule un seuil qui vaut 30 % de l'amplitude moyenne des 10 dernières ondes R détectées et recherche le prochain maximum :

$$\text{Seuil\_Amp} = 0.3 \times \text{AR}_{\text{moy}} \quad (4.1)$$

Où  $\text{AR}_{\text{moy}}$  est l'amplitude moyenne des 10 dernières ondes R détectées :

$$AR_{\text{moy}} = \frac{1}{10} \sum_{i=n-9}^n AR_i \quad (4.2)$$

Où  $AR_i$  est l'amplitude du pic  $R_i$  détecté. Si ce maximum est d'amplitude supérieure au seuil, il est considéré comme correspondant à un complexe QRS et est ainsi validé ; sinon, l'algorithme continue jusqu'au maximum suivant (Fig. 4.3). Autrement dit, le seuil est ajusté tout au long de l'algorithme. Parfois un seul seuil en amplitude peut s'avérer insuffisant et l'algorithme risque de manquer des ondes R de petites amplitudes à cause de cas pathologiques. Pour cela, une étape de rattrapage des ondes R oubliées doit être envisagée en adoptant d'abord un seuillage temporel permettant de définir s'il y a eu une onde R ratée, et ensuite l'application d'un deuxième seuil en amplitude habituellement pris comme un pourcentage du premier seuil (Fig. 4.3).

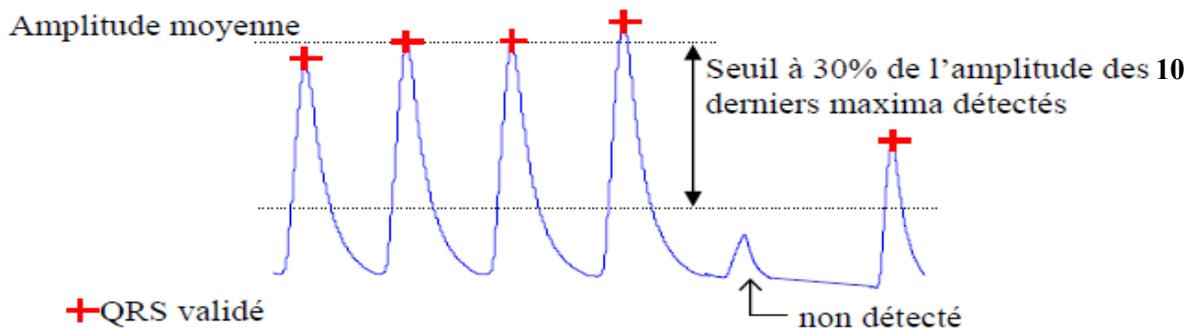


Fig. 4.3. Calcul du seuil adaptatif en amplitude [13].

#### 4.2.2.2. Seuil adaptatif en temps

Pour pallier cette difficulté et rattraper les battements manqués, on tient compte de la forte probabilité d'observer un QRS dans un certain intervalle de temps qui vaut 150% de la moyenne des 10 derniers intervalles RR validés. On calcule le seuil en temps par :

$$\text{Seuil\_Temp} = 1.5 \times RR_{\text{moy}} \quad (4.3)$$

Où  $RR_{\text{moy}}$  est la moyenne des 10 derniers intervalles RR. L'intervalle RR représente la différence des positions de deux pics R successifs :

$$RR = R_N - R_{N-1} \quad (4.4)$$

Si aucun nouveau complexe n'est détecté dans cet intervalle, l'algorithme revient, dans ce cas, à la dernière détection validée et réexamine cet intervalle avec un seuil abaissé à 10% de la moyenne des 10 derniers maxima, au lieu des 30% précédents (Fig. 4.4), c'est la recherche arrière. Ce système permet, dès lors, la détection d'éventuels complexes de petites amplitudes précédemment oubliés.

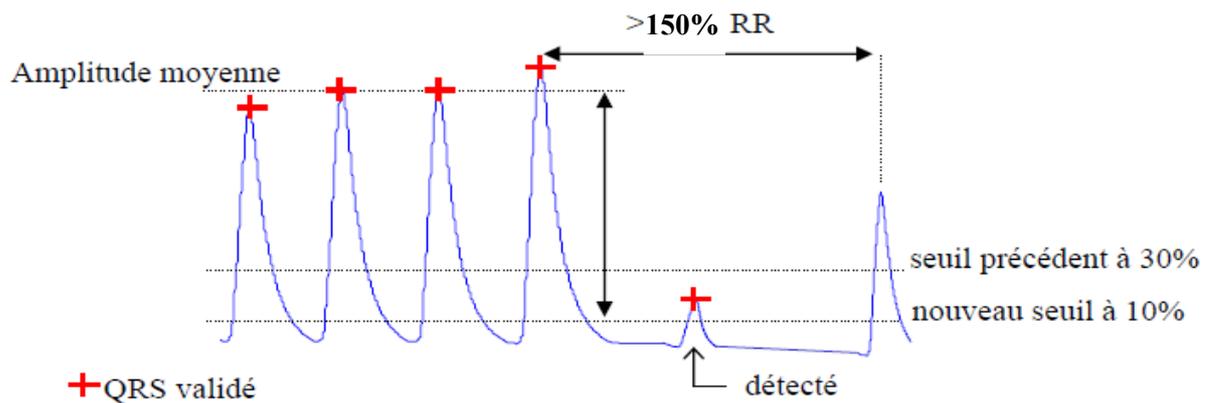


Fig. 4.4. Calcul du seuil adaptatif en temps [13].

#### 4.2.2.3. Période réfractaire

En plus des seuils de détection en amplitude et en temps, et afin d'améliorer le taux de détection et réduire le nombre de fausse alarme (fausse détection) et de non détection, les événements détectés dans l'intervalle de 200 ms suivant un complexe QRS détecté sont ignorés. Cet espace de temps correspond à la durée de la phase réfractaire du potentiel d'action. Elle vaut 72 échantillons puisque les signaux tests sont échantillonnés à 360 Hz [15].

### 4.3. Etat de l'art sur la détection du complexe QRS

Nous présentons dans cette partie, de façon très sommaire et non exhaustive, quelques algorithmes de détection du complexe QRS. La plupart de ces détecteurs utilisent une seule voie de l'ECG [49].

- **Algorithmes basés sur le calcul de la dérivée entière** : ces algorithmes sont basés sur le calcul des dérivées premières et secondes du signal ECG et l'élaboration d'un seuil combinés avec d'autres traitements (valeur absolue, lissage, sommation pondérée, élimination de la valeur moyenne).
- **Algorithmes basés sur le calcul de la dérivée non entière** : leur principe repose sur la conception de filtres (passe bande et passe bas) à phase linéaire basés sur la dérivation non entière. La fréquence centrale ainsi que les coefficients des filtres sont fonction des ordres de dérivation non entière. Les différents paramètres de ces filtres sont optimisés en utilisant des modèles fractionnaires de la densité spectrale de puissance du complexe QRS [15,50].
- **Algorithmes basés sur les réseaux de neurones** : un réseau de neurones est une somme pondérée de fonctions non-linéaires paramétrées, appelées "neurones cachés", des variables de la fonction à modéliser. Chaque neurone caché est généralement la tangente hyperbolique d'une somme pondérée des variables du modèle. Xue et al. [45] ont développé un algorithme de détection du complexe QRS qui utilise un filtre adaptatif basé sur les réseaux de neurones, généralement utilisé en reconnaissance de forme, pour éliminer la corrélation dans les composantes basses fréquences de l'ECG et du bruit qui l'affecte. Ils ont appliqué un filtre adapté pour la détection du complexe QRS dans le signal issu de ce prétraitement.
- **Algorithmes basés sur la transformée en ondelettes** : l'idée de la transformée en ondelettes a été exploitée dans de nombreux travaux récents pour détecter les complexes QRS et les ondes P et T. Par cette approche, on peut réaliser un filtre passe bande de type RIF à phase linéaire dont la fréquence centrale dépend de l'échelle. La détection du complexe QRS par ondelettes sur plusieurs échelles permet une bonne localisation du QRS. En effet, lorsqu'une ondelette mère utilisée pour la décomposition du signal ECG est assez régulière,

les passages par zéro ou les maxima du module obtenus sur les coefficients d'ondelettes correspondent aux extrema locaux du signal original.

#### **4.4. Validation et caractérisation des algorithmes de détection**

La validation des méthodes de détection est réalisée sur des signaux ECG sélectionnés dans des bases de données standard manuellement annotées par des cardiologues. On peut citer la base d'arythmies MIT-BIH (Massachusetts Institute of Technology-Beth Israel Hospital) de Physionet [26] et la base AHA (American Heart Association). Pour notre part, on a utilisé les signaux tests de la base MIT-BIH.

##### **4.4.1. Base de données MIT-BIH**

###### **4.4.1.1. Description**

Cette base a été établie par des chercheurs afin d'être utilisée comme une référence pour la validation et la comparaison des algorithmes de détection du complexe QRS du signal ECG. Elle contient deux dérivations : MLII et V5. Elle est constituée de 48 enregistrements de 30 min chacun échantillonnés à une fréquence de 360 Hz. Un avantage de cette base est qu'elle couvre un grand nombre de pathologies, ce qui permet de valider la détection des ondes R pour un grand nombre de cas. Les signaux sont numérotés de 100 à 124 pour le premier groupe qui comporte une variété de formes d'ondes et de 200 à 234 pour le deuxième qui comporte une variété de cas pathologiques. Chaque enregistrement a été annoté indépendamment par plusieurs cardiologues (deux au moins) rendant l'étude, ainsi, plus pratique. L'annotation est une date avec un label. La date correspond au moment d'apparition du pic R du complexe QRS et le label correspond au type du QRS (PVC, BBD, etc.).

###### **4.4.1.2. Fichiers de la base MIT-BIH**

Pour chaque enregistrement de la base de données, on distingue trois fichiers avec les extensions : dat, hea et atr.

###### **a. Fichier de données (\*.dat)**

Il contient les données numérisées du signal ECG. Deux signaux différents correspondant aux deux dérivations sont stockés dans le même fichier, exemple : 100.dat.

**b. Fichier header (\*.hea)**

C'est un fichier entête ; il contient les paramètres d'interprétation du fichier de données correspondant et qui permettent au programme de l'utiliser (fréquence d'échantillonnage, gain d'amplification, dérivations utilisées, nombre d'échantillons, pathologie, etc.).

**c. Fichier annotation (\*.atr)**

Il comporte les positions ou les moments d'apparition des pics R du complexe QRS du signal données. Ces emplacements ont été marqués manuellement par plusieurs cardiologues. On trouve un nombre donnant l'ordre du pic R ainsi qu'une marque correspondant au type du QRS (normal ou anormal).

**4.4.2. Paramètres d'évaluation des performances**

Les complexes QRS détectés seront comparés au fichier d'annotation associé à chaque enregistrement de la base de données pour déterminer l'erreur. Les performances de l'algorithme de détection sont évaluées en terme de :

- nombre de QRS correctement détectés TP (True Positive),
- nombre de QRS faussement détectés FP (False Positive) : c'est le nombre d'ondes R qui ont été détectées par l'algorithme alors qu'elles ne font pas partie de cette catégorie. Ces erreurs peuvent correspondre à des emplacements repérés par l'algorithme alors qu'il n'y avait aucune onde caractéristique, ou encore qu'il s'agit d'une autre onde caractéristique ou du bruit,
- nombre de QRS oubliés FN (False Negative) : c'est le nombre d'ondes étiquetées R que l'algorithme n'a pas détectées.

La procédure généralement utilisée pour le calcul des valeurs de TP, FP et FN est expliquée dans ce qui suit [51]. Notons par  $t_i$  l'instant du  $i^{\text{ème}}$  complexe QRS manuellement marqué par les cardiologues dans un enregistrement ECG de la base de données, et notons par  $t_j$  l'instant du  $j^{\text{ème}}$  complexe QRS automatiquement détecté par l'algorithme. Un battement  $t_j$  est considéré comme étant bien détecté (TP), si on a, pour un seuil choisi  $\theta$  :

$$|t_j - t_i| \leq \theta \quad (4.5)$$

Une fausse détection (FP) se produit lorsque  $t_j$  se trouve à une distance supérieure à  $\theta$  de  $t_i$  pour tout  $t_i$ . Finalement, un battement est considéré absent (FN) si aucune détection ne se produit à une distance plus petite que  $\theta$  de  $t_i$  pour tout  $t_i$ .

Pour la valeur du paramètre  $\theta$  de l'équation (4.5), nous l'avons choisi égal à 120 ms correspondant à la largeur d'un complexe QRS typique. Ceci est fait car lorsque le cardiologue marque un complexe QRS, il ne le fait pas forcément sur le sommet du pic R, mais quelque part à l'intérieur du complexe QRS. Pour juger de la qualité du détecteur, trois grandeurs sont habituellement mesurées :

- La sensibilité (Sensitivity), appelée aussi Probabilité de Détection,  $S_e$ , définie par :

$$S_e(\%) = \frac{TP}{TP + FN} \times 100 \quad (4.6)$$

- La spécificité ou la prédictibilité positive (Positive Predictivity),  $P^+$ , donnée par :

$$P^+(\%) = \frac{TP}{TP + FP} \times 100 \quad (4.7)$$

- Le taux d'erreur donné par :

$$TE(\%) = \frac{FN + FP}{NBT} \times 100 \quad (4.8)$$

Où NBT est le nombre de battements (nombre de QRS total qui est égal à la taille du vecteur annotation après lecture de \*.atr). Le taux de détection (TD) est défini par :

$$TD(\%) = 100 - TE(\%) \quad (4.9)$$

## 4.5. Détection du complexe QRS

Cette partie présente les détails de l'algorithme de détection du complexe QRS sur une seule voie. A première vue, cette détection semblerait pouvoir être effectuée par un simple seuillage du signal (Fig. 4.5), car les ondes R sont, en général, de plus grande amplitude que les autres. Mais ce n'est pas le cas chez tous les patients : parfois, l'onde T est d'amplitude comparable, ce qui pourrait être une sérieuse cause d'erreur (Fig. 4.6). Une bonne détection

des complexes QRS nécessite donc un traitement du signal plus élaboré. Dans cette contribution [43,52-54], et pour localiser efficacement les instants d'occurrence de l'onde R dans l'ECG, nous présentons une méthode basée sur "les maxima du module" de la transformée en ondelettes continue (TOC) à partir d'ondelettes fractionnaires réelles et complexes construites par dérivation et modulation de la fonction de Cole-Cole (Eq. 3.4 et 3.6). Cette méthode détecte les valeurs maximales des coefficients ondelettes à travers les échelles. Cette technique s'avère très utile pour l'analyse de l'ECG, qui est caractérisé par des ondes localisées en temps ayant des composantes fréquentielles diverses. De plus, les différents types de bruit, affectant l'ECG, apparaissent à des bandes fréquentielles apparentes, et ont donc différentes contributions à des échelles distinctes. De ce fait, notre algorithme de détection du complexe QRS examinera les étapes suivantes :



Fig. 4.5. Signal ECG normal avec des ondes R de grande amplitude.



Fig. 4.6. Signal ECG avec ondes T d'amplitude importante.

- Filtrage numérique : transformation en ondelettes du signal ECG pour les échelles dyadiques  $2^j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  et  $5$ .
- Transformation non linéaire : sélection de deux échelles correspondant à la bande passante la plus favorable à la détection du complexe QRS afin d'effectuer un produit multi-échelle des deux signaux transformés correspondants. On applique ensuite la méthode des "maxima du module" sur le produit pour obtenir notre signal à seuiller STC (Sequence to be Threshold Compared). La prise de décision se réalisera sur ce dernier signal.
- Prise de décision : calcul des différents seuils adaptatifs (en amplitude et en temps) et sélection des maximums ayant dépassé le seuil en amplitude. Enfin, décider si le maximum est un vrai pic ou un pic illusoire de l'onde R.

#### 4.5.1. Filtrage par transformation en ondelettes

Dans cette partie, un seul filtre a été mis en œuvre, il est basé sur une décomposition du signal par le biais de la transformée en ondelettes continue fondée sur des ondelettes fractionnaires (*coleN* et *ccol*) issues de la distribution de Cole-Cole. La transformée en ondelettes du signal ECG est donnée par (Eq. 2.13) :

$$WT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} ECG(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (4.10)$$

Pour  $a = 2^j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  et  $5$ .  $\psi^*(t)$  est le complexe conjugué de l'ondelette fractionnaire. On obtient une matrice composée de cinq lignes correspondant aux cinq échelles choisies et  $N$  colonnes, où  $N$  est la taille du signal ECG. Chaque ligne coïncide avec le signal transformé en ondelettes de l'ECG pour l'échelle  $a$ .

On peut voir la transformée en ondelettes continue comme un produit de convolution pour une échelle "a" fixée (Eq. 2.14). En effet :

$$WT(a, b) = ECG(t) * \psi_a^*(t) \quad (4.11)$$

$$\text{Avec : } \psi_a^*(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left( -\frac{t}{a} \right)$$

De ce fait, et comme  $\Psi(\omega)|_{\omega=0} = 0$  (car  $\psi$  est de moyenne nulle), la transformée en ondelettes du signal ECG est le résultat du filtrage de ce signal avec un filtre passe bande de fonction de transfert  $\Psi(\omega)$ . L'effet du filtrage est caractérisé par la multiplication du spectre  $ECG(\omega)$  par  $\sqrt{a}\Psi(a\omega)$  (Eq. 2.16). Pour une ondelette  $\Psi(\omega)$  de fréquence centrale  $f_0$  et de bande de fréquence  $B$ , le paramètre "a" définit un nouveau gabarit de filtre de fréquence centrale  $f_0/a$  et de bande  $B/a$ . Ainsi, l'analyse en ondelettes continue peut s'interpréter comme une analyse à banc de filtre.

#### 4.5.1.1. Choix du paramètre m

Le paramètre m dans les équations (3.1) et (3.2) représente une caractéristique de la distribution de Cole-Cole et du système fractionnaire associé. Il est utilisé pour modifier la forme de la distribution de Cole-Cole (Fig. 3.1), et donc des ondelettes proposées. Ce paramètre est choisi de façon à maximiser le rapport signal sur bruit (SNR) donné par l'équation [53,55] :

$$SNR(m) = \frac{E(ECG(k)^2)}{E((TOECG(k) - ECG(k))^2)} \quad (4.12)$$

Où  $ECG(k)$  représente le signal ECG et  $TOECG(k)$  est sa transformée en ondelettes utilisant une ondelette fractionnaire avec différentes valeurs de m. La figure 4.7 montre les variations du rapport signal sur bruit (SNR) en fonction du paramètre m pour trois signaux ECG les plus difficiles (105, 203 et 208) de la base de données MIT-BIH. Le maximum du SNR est atteint pour une valeur de l'ordre fractionnaire  $m = 0,79$ .

#### 4.5.1.2. Sélection des échelles de décomposition

En fixant l'ordre m égal à 0,79, une démarche importante à réaliser est de sélectionner les échelles de décomposition qui vont nous être utiles [53]. La figure 4.8 présente le spectre d'amplitude de l'ondelette fractionnaire proposée, *cole2*, pour différentes valeurs de l'échelle "a" choisies selon une suite dyadique  $a = 2^j$  ( $j \in \mathbb{Z}$ ). Le tableau 4.1 contient la fréquence centrale ainsi que la bande passante pour ces mêmes échelles ; la fréquence centrale pour chaque échelle est déduite de la relation :

$$f_a = f_0 / a \quad (4.13)$$

Où  $f_0$  est la fréquence centrale de l'ondelette mère.

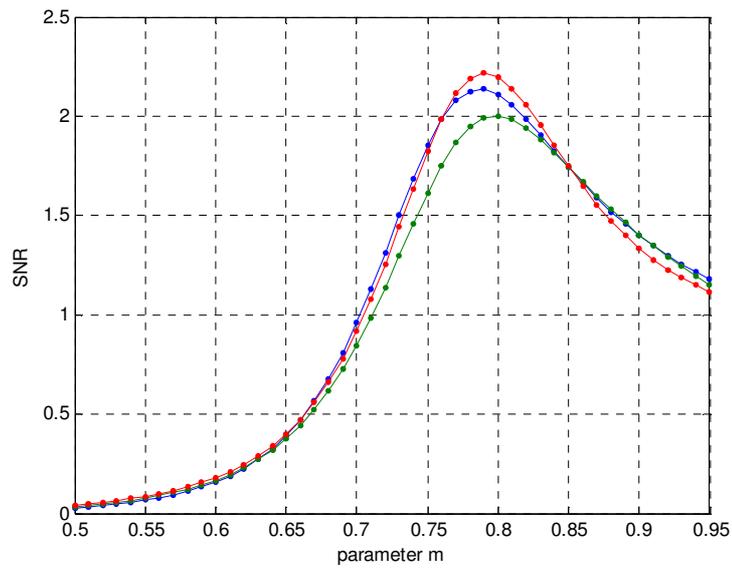


Fig. 4.7. Variations du rapport signal sur bruit (SNR) en fonction de  $m$  pour trois enregistrements 105, 203 et 208.

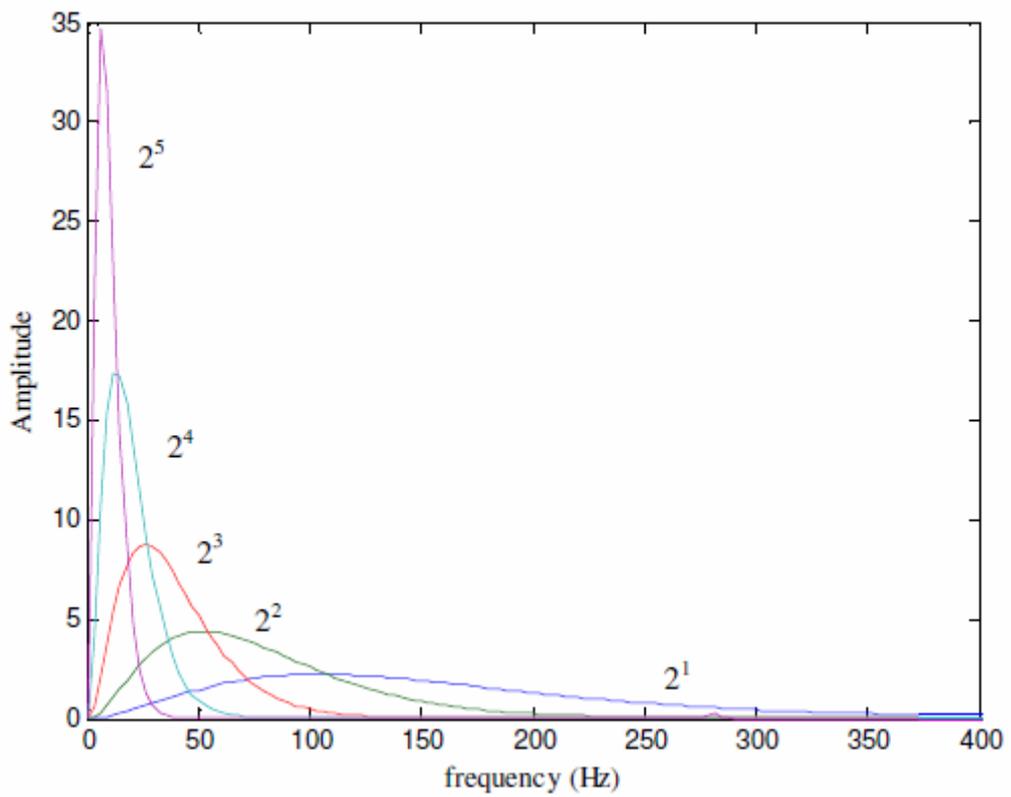


Fig. 4.8. Spectre d'amplitude de l'ondelette *cole2* pour les échelles  $2^1$ ,  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $2^4$  et  $2^5$ .

Tableau 4.1. Bande passante et fréquence centrale de l'ondelette *cole2*  
pour les échelles  $2^1$ ,  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $2^4$  et  $2^5$ .

Echelle a	Fréquence centrale (Hz)	Fréquence de coupure basse (Hz)	Fréquence de coupure haute (Hz)
$2^1$	109,3	54	177,3
$2^2$	53,1	27,03	88,7
$2^3$	25,2	13,6	44,35
$2^4$	12,6	6,86	22,31
$2^5$	6,3	3,63	11,14

De la même manière, la bande passante pour chaque échelle est retenue de celle de l'ondelette mère par le biais de la relation (2.16). On peut en déduire que pour les échelles  $2^3$ ,  $2^4$  et  $2^5$ , la bande passante de l'ondelette contient une bonne partie du spectre du complexe QRS. En se basant sur la valeur de la fréquence centrale pour chaque échelle, on choisira, par la suite, les échelles de décomposition  $2^3$  et  $2^4$  car elles interprètent le plus le spectre du complexe QRS. Donc, le choix de ces deux échelles permettra de préserver le contenu fréquentiel du complexe QRS, tout en atténuant les composantes indésirables de l'ECG.

#### 4.5.2. Transformation non linéaire : produit multi-échelle

Le fait d'utiliser différentes échelles va permettre de travailler dans des bandes de fréquences les plus favorables à la détection des QRS, tout en ayant filtré une partie du bruit. Sadler et al ont étudié l'efficacité de la méthode du produit multi-échelle en présence du bruit [56]. Après transformation en ondelettes continue du signal ECG, on effectue le produit multi-échelle des coefficients pour les deux échelles utilisées. Cette analyse calcule le produit suivant :

$$P_j(t) = \prod_{j=j_0}^{j=j_1} WT(2^j, b) \quad (4.14)$$

Le signal  $P_j(t)$  tend à rehausser les maxima en atténuant les faux pics. Ce produit ressortira des pics aux transitions présentes dans le signal et présentera de faibles valeurs ailleurs. Dans cette opération non linéaire sur les coefficients  $WT(2^j, b)$ , les complexes QRS produisent, à travers les échelles, des pics observés dans les coefficients de la transformée en ondelettes qui sont renforcés par le produit  $P_j(t)$ . La figure 4.9 illustre un exemple de produit multi-échelle appliqué à un échantillon du signal ECG où l'on peut remarquer des pics R amplifiés avec réduction du bruit. Enfin, la méthode "maxima du module" permettra d'obtenir un seul point pour chaque pic et évitera d'avoir des pics des deux côtés de l'axe des temps.

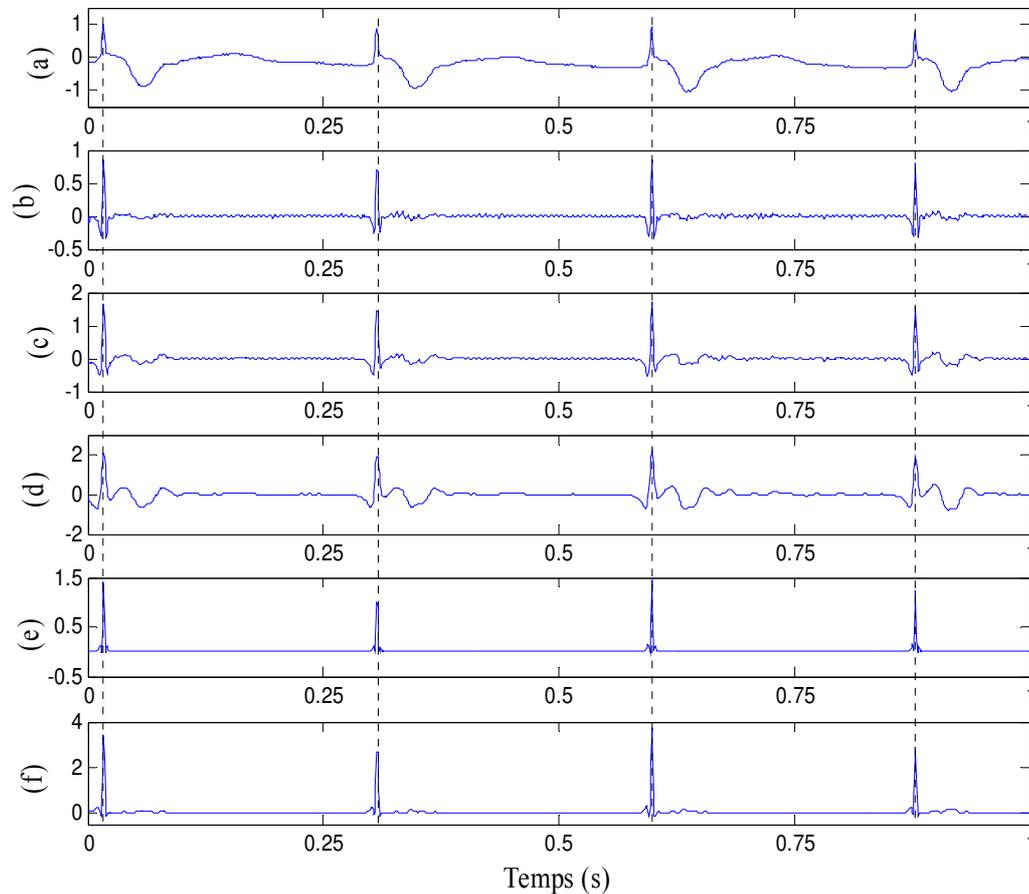


Fig. 4.9. Exemple de produit multi-échelle.

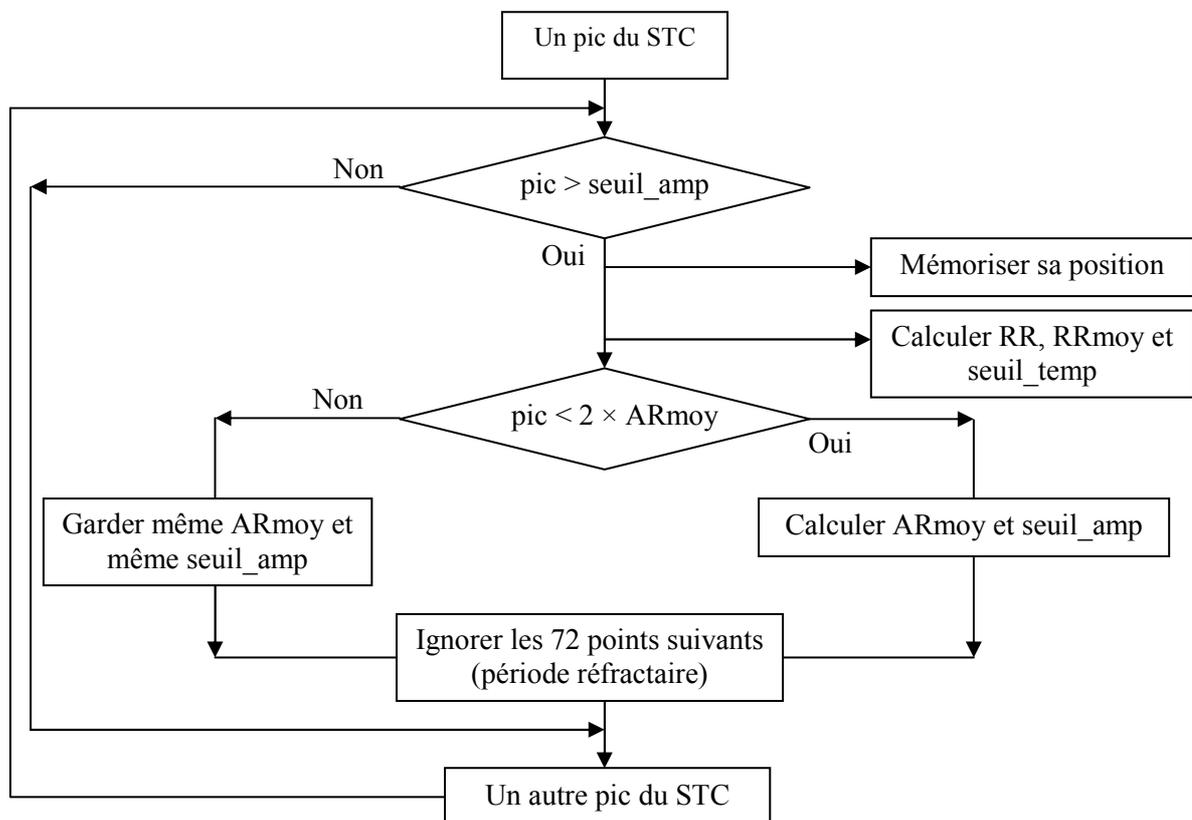
- (a) échantillon d'un signal ECG,
- (b), (c), (d) transformée en ondelettes pour  $a = 2^1, 2^2$  et  $2^3$  respectivement,
- (e) produit multi-échelle des coefficients correspondant à  $2^1$  et  $2^2$ ,
- (f) produit multi-échelle des coefficients correspondant à  $2^2$  et  $2^3$ .

### 4.5.3. Prise de décision

La stratégie de décision constitue le noyau de l'algorithme de détection ; elle garantit les bonnes performances de détection. A l'issue du traitement précédent, le signal disponible (STC) possède un maximum absolu pour chaque complexe QRS ; il possède en outre d'autres maxima locaux, de plus faible amplitude en général, qui correspondent soit au bruit, soit aux ondes P ou T. La règle de décision est définie comme un franchissement de l'amplitude du signal STC au dessus d'un seuil dont la valeur est fixée adaptativement. Quand l'amplitude atteint le seuil de détection calculé, l'algorithme marquera ce temps comme étant l'instant d'occurrence de l'onde R. A ce moment-là, on effectuera deux opérations :

1. test effectué sur l'amplitude de ce pic R si elle est inférieure à deux fois la valeur précédente de  $AR_{moy}$  ; si oui, on calcule la nouvelle moyenne des dix derniers pics R détectés,  $AR_{moy}$ , pour évaluer le nouveau seuil en amplitude en utilisant l'équation (4.1) ; sinon, on gardera la même valeur de  $AR_{moy}$  et donc, le même seuil précédent [8] ;
2. calcul du nouveau seuil en temps en utilisant l'équation (4.3).

Après, une nouvelle détection sur ce signal est autorisée 200 ms après l'onde R détectée précédemment. Cette valeur correspond à la durée de la phase réfractaire. Cette procédure de décision est schématisée sur l'organigramme ci-dessous.



## 4.6. Applications de l'algorithme de détection

Dans ces applications, l'algorithme proposé est testé sur des enregistrements ECG réels de la base "MIT-BIH arrhythmia database" [26]. Une seule voie a été utilisée (MLII). Ces signaux comprennent différents types de pathologies cardiaques (bloc de branche droit et gauche, fibrillation auriculaire, tachycardie ventriculaire, fibrillation ventriculaire, ...). Les résultats sont comparés avec ceux obtenus avec d'autres ondelettes similaires (*gaus2*, *gaus1*, *cmor*). Également, cette analyse nous permettra de comparer ces résultats avec des travaux et algorithmes de la littérature utilisant cette même base de données.

### 4.6.1. Première application : ondelette réelle *cole2*

Dans cette première étude, la transformée en ondelettes utilise l'ondelette deuxième dérivée de la fonction de Cole-Cole : *cole2*. Cette ondelette est similaire aux complexes QRS à détecter [53].

#### 4.6.1.1. Prétraitement

La transformée en ondelette continue est calculée dans le domaine temporel. Dans les figures 4.10 à 4.13, on représente en (a) une section du signal ECG, les signaux (b) et (c) exposent sa transformée en ondelettes continue pour les échelles  $2^3$  et  $2^4$  respectivement et enfin, en (d), on montre le signal STC qui représente les maxima du module du produit multi-échelle des coefficients ondelettes correspondant aux échelles  $2^3$  et  $2^4$ .

#### 4.6.1.2. Règle de décision

Après prétraitement, le signal disponible en (d), appelé communément signal à seuiller, possède un maximum absolu qui peut être un pic R ou du bruit. En utilisant l'équation (4.1), on peut calculer les différents seuils de décision. Si un maximum dépasse le seuil de détection, il est considéré comme un pic R ; il est ainsi validé et son instant d'occurrence est marqué. Son amplitude est utilisée pour estimer  $AR_{moy}$  et déterminer, ainsi, le nouveau seuil\_amp. L'étape de rattrapage des pics R éventuellement omis par l'algorithme, appelée souvent recherche arrière, est réalisée sur l'un des coefficients ondelettes correspondant à l'échelle  $2^3$  ou  $2^4$ . Le seuil arrière utilisé, seuilAR, est donné par :

$$\text{seuilAR} = 0,3 \times \text{WT}(2^j, b_k^j) \quad \text{pour } j = 3, 4 \quad (4.15)$$

$$k = 1 \dots N$$

Où  $\text{WT}(2^j, b_k^j)$  est la valeur du maximum du coefficient ondelette à l'échelle  $2^j$  correspondant à la position  $b_k^j$  du dernier pic R détecté dans le signal à seuiller (STC).

#### 4.6.1.3. Résultats, discussion et comparaison

Les figures 4.10 à 4.13 présentent quelques exemples de prétraitement des signaux ECG réels pour la détection de complexes QRS. Les cas désignés comportent des exemples de :

- signal de qualité acceptable (100.dat) : son examen ne pose, quasiment, pas de problème. Le signal à seuiller comporte des pics R bien visibles et de grandes amplitudes. Un simple seuillage permettra de détecter tous les pics ;
- signal avec un saut abrupt de la ligne de base (101.dat) : ce saut provoquera des fausses détections (FP) à cause des transitions qui vont être prises pour des pics R par l'algorithme de détection ; mais cela peut être corrigé dans la deuxième application en utilisant l'ondelette *cole1* ;
- signal avec des complexes QRS comportant deux pics R (102.dat) : l'algorithme a prévalu, dans le signal à seuiller, le pic de plus grande amplitude. Toutefois, même si ce pic n'est pas celui annoté dans la base, il reste très proche de ce dernier et il est, de ce fait, considéré comme un point appartenant au complexe QRS ;
- signal avec déviation graduelle de la ligne de base (105.dat) : on peut remarquer des ondes R d'amplitudes fortement atténuées dans le signal à seuiller (STC) mais, qui gardent des amplitudes suffisantes dans les coefficients ondelettes correspondant aux échelles. Une recherche arrière peut corriger quelques défauts ;

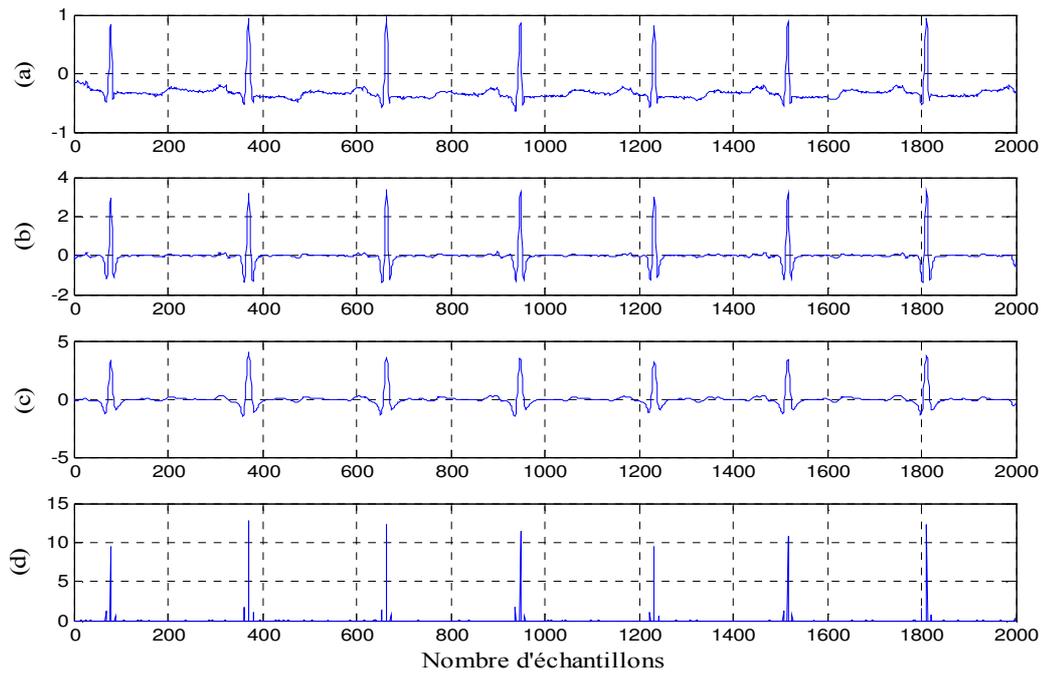


Fig. 4.10. (a) signal ECG : 100.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes (*cole2*) pour  $2^3$  et  $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle).

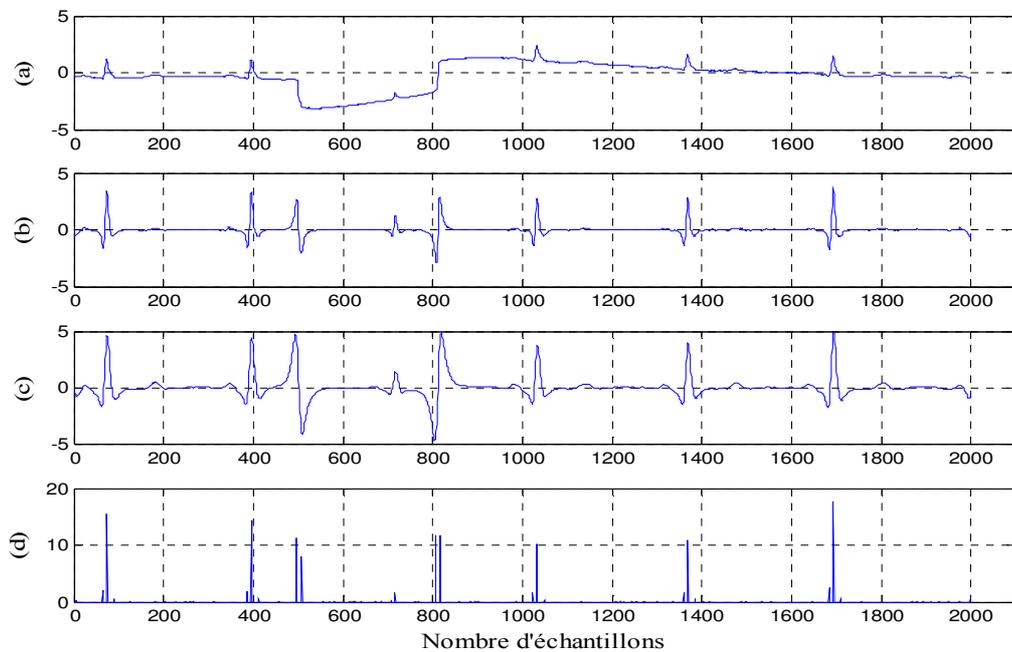


Fig. 4.11. (a) signal ECG : 101.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes (*cole2*) pour  $2^3$  et  $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle).

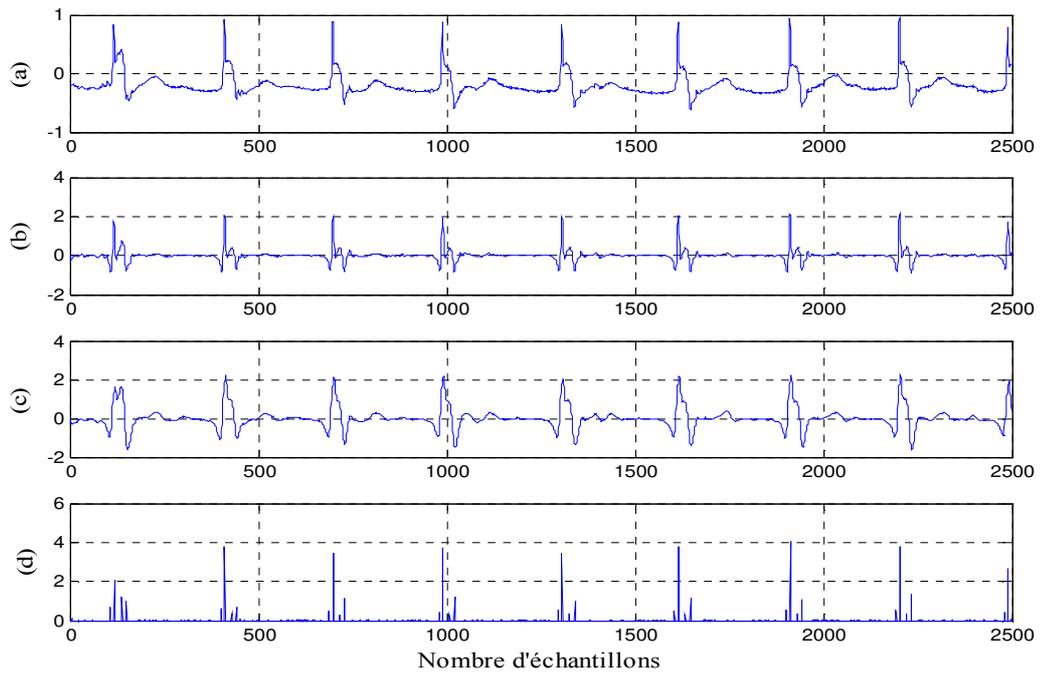


Fig. 4.12. (a) signal ECG : 102.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes (*cole2*) pour  $2^3$  et  $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle).

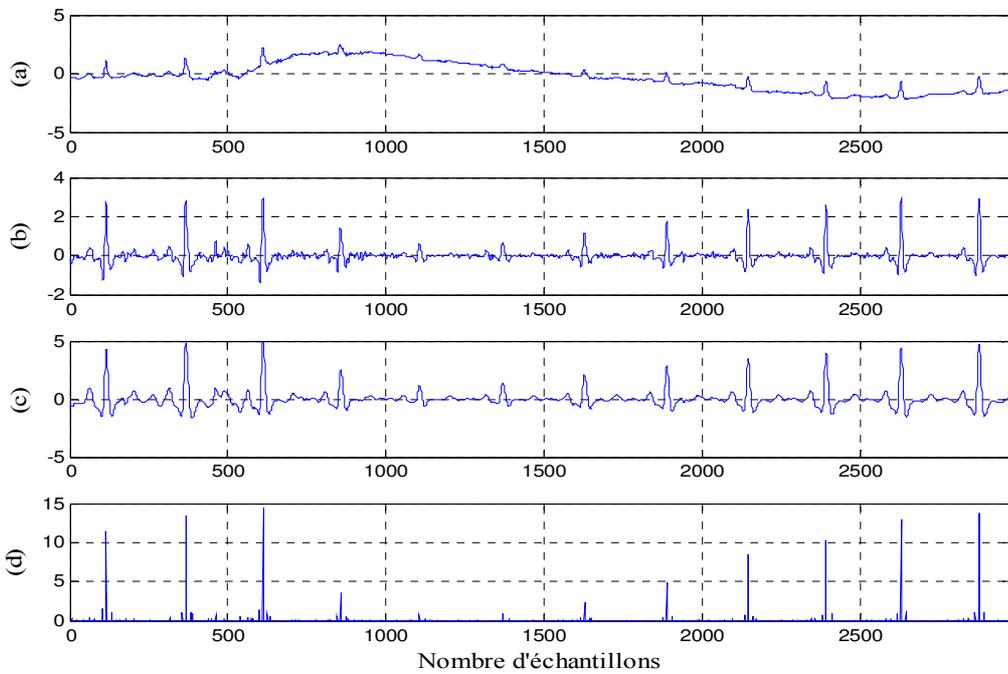


Fig. 4.13. (a) signal ECG : 105.dat, (b) et (c) sa transformée en ondelettes (*cole2*) pour  $2^3$  et  $2^4$ , (d) signal STC (maxima du module du produit multi-échelle).

Le tableau 4.2 montre les détails de la détection des complexes QRS pour chaque signal ECG. L'analyse des résultats du tableau confirme que l'algorithme peut identifier la position de l'onde R avec une précision raisonnable. En fait, la sensibilité " $S_e$ " et la valeur de la prédictibilité positive " $P^+$ " ont été calculées et ont données respectivement 99.67% et 99.56% pour un nombre de battements total égal à 98302. Le taux d'erreur "TE" est de 0.76%, ce qui nous donne un taux de détection total "TDT" égal à 99.24% de QRS repérés. Néanmoins, il y a quelques enregistrements qui n'ont pas été utilisés dans cette première application de l'ondelette fractionnaire (108, 114, 201, 203 et 223) et qui sont la cause d'une baisse du taux de détection au-dessous de 99%.

Les figures 4.14 à 4.17 présentent quelques exemples de détection du complexe QRS pour les signaux 100, 101, 102 et 105. On représente, en (a), une portion du signal original, en (b), l'annotation correspondante donnant l'endroit de chaque pic R et en (c), les positions des pics R détectées par l'algorithme.

- pour la figure 4.14, tous les pics ont été bels et bien détectés, ceci est certifié par le taux d'erreur zéro pour cet enregistrement ;
- pendant l'enregistrement de la figure 4.15, il y a eu, aux transitions, deux fausses alarmes (FP = 2) repérées par l'algorithme comme étant des pics R, en plus d'un QRS oublié (FN = 1) à cause de son amplitude faible ;
- la figure 4.16 présente des complexes QRS comprenant plus d'un pic R, mais cela n'a pas causé d'erreur ; un taux de détection de 100% est obtenu ;
- les amplitudes des QRS, dans la figure 4.17, diminuent graduellement avec la ligne de base. Ceci a occasionné l'oubli de plusieurs complexes.

#### 4.6.2. Deuxième application : ondelettes réelles *cole2* et *cole1*

Dans cette deuxième variante, nous avons utilisé, en plus de l'ondelette *cole2*, l'ondelette *cole1* pour un éventuel test de passage par zéro. Le principe est simple : l'ondelette *cole2* est la dérivée de l'ondelette *cole1*, donc, le maximum de *cole2* correspond à un passage par zéro de *cole1*. Ce second critère nous permettra de réduire le nombre de fausse alarme (FP) obtenu dans l'analyse précédente. Dans cette approche, on a utilisé tous les signaux ECG de la base de données MIT-BIH, c'est-à-dire, 24 heures. La transformée en ondelettes continue est calculée pour les deux ondelettes. Toutefois, pour l'ondelette *cole1*, on utilisera une seule échelle caractéristique qui inclut le mieux possible la bande passante du complexe QRS :  $2^4$ .

Tableau 4.2. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH.  
Première application : ondelette *cole2*.

N° Enr.	NBT	FN	FP	Se (%)	P+ (%)	TE (%)
100	2273	0	0	100,00	100,00	0,00
101	1865	2	5	99,89	99,73	0,38
102	2187	0	0	100,00	100,00	0,00
103	2084	0	0	100,00	100,00	0,00
104	2229	4	5	99,82	99,78	0,40
105	2572	15	81	99,42	96,93	3,73
106	2027	40	3	98,03	99,85	2,12
107	2137	9	1	99,58	99,95	0,47
108						
109	2532	5	0	99,80	100,00	0,20
111	2124	6	154	99,72	93,22	7,53
112	2539	0	0	100,00	100,00	0,00
113	1795	0	0	100,00	100,00	0,00
114						
115	1953	0	0	100,00	100,00	0,00
116	2412	25	3	98,96	99,87	1,16
117	1535	0	0	100,00	100,00	0,00
118	2278	0	0	100,00	100,00	0,00
119	1987	0	1	100,00	99,95	0,05
121	1863	3	46	99,84	97,59	2,63
122	2476	0	1	100,00	99,96	0,04
123	1518	3	0	99,80	100,00	0,20
124	1619	17	48	98,95	97,09	4,01
200	2601	3	3	99,88	99,88	0,23
201						
202	2136	17	0	99,20	100,00	0,80
203						
205	2656	6	0	99,77	100,00	0,23
207	1860	15	7	99,19	99,62	1,18
208	2955	47	11	98,41	99,62	1,96
209	3004	0	1	100,00	99,97	0,03
210	2650	44	7	98,34	99,73	1,92
212	2748	0	0	100,00	100,00	0,00
213	3251	9	2	99,72	99,94	0,34
214	2261	10	1	99,56	99,96	0,49
215	3363	1	1	99,97	99,97	0,06
217	2208	2	1	99,91	99,95	0,14
219	2154	7	0	99,68	100,00	0,32
220	2048	0	0	100,00	100,00	0,00
221	2427	11	1	99,55	99,96	0,49
222	2483	6	1	99,76	99,96	0,28
223						
228	2053	8	44	99,61	97,89	2,53
230	2256	0	0	100,00	100,00	0,00
231	1571	0	0	100,00	100,00	0,00
232	1780	0	1	100,00	99,94	0,06
233	3079	5	0	99,84	100,00	0,16
234	2753	0	0	100,00	100,00	0,00
<b>Totaux →</b>	<b>98302</b>	<b>320</b>	<b>429</b>	<b>99,67</b>	<b>99,56</b>	<b>0,76</b>

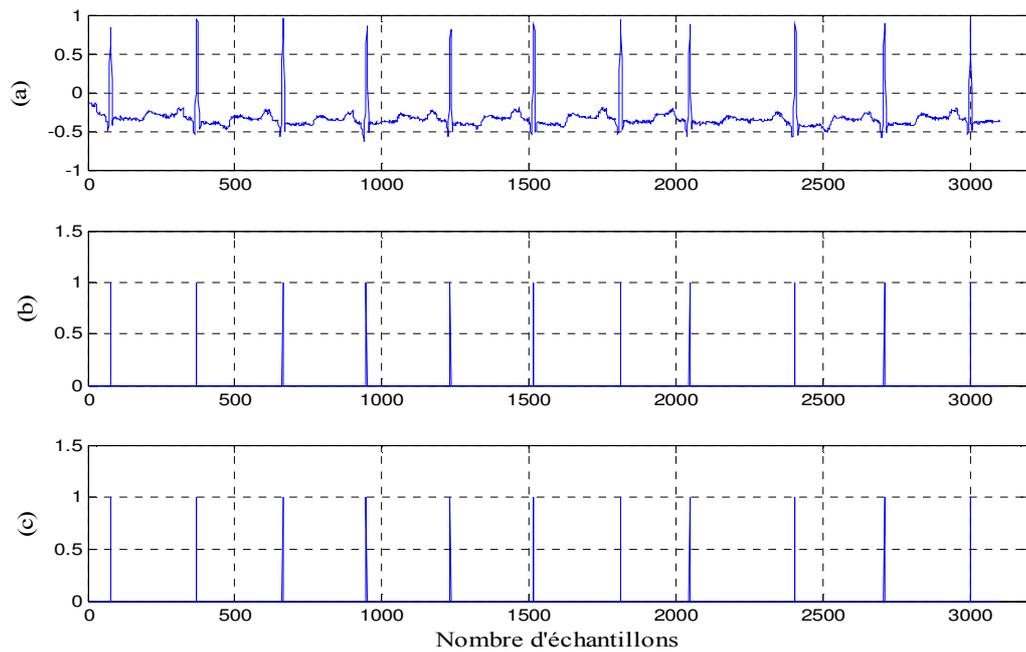


Fig. 4.14. Exemple de détection du complexe QRS (100.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole2*).

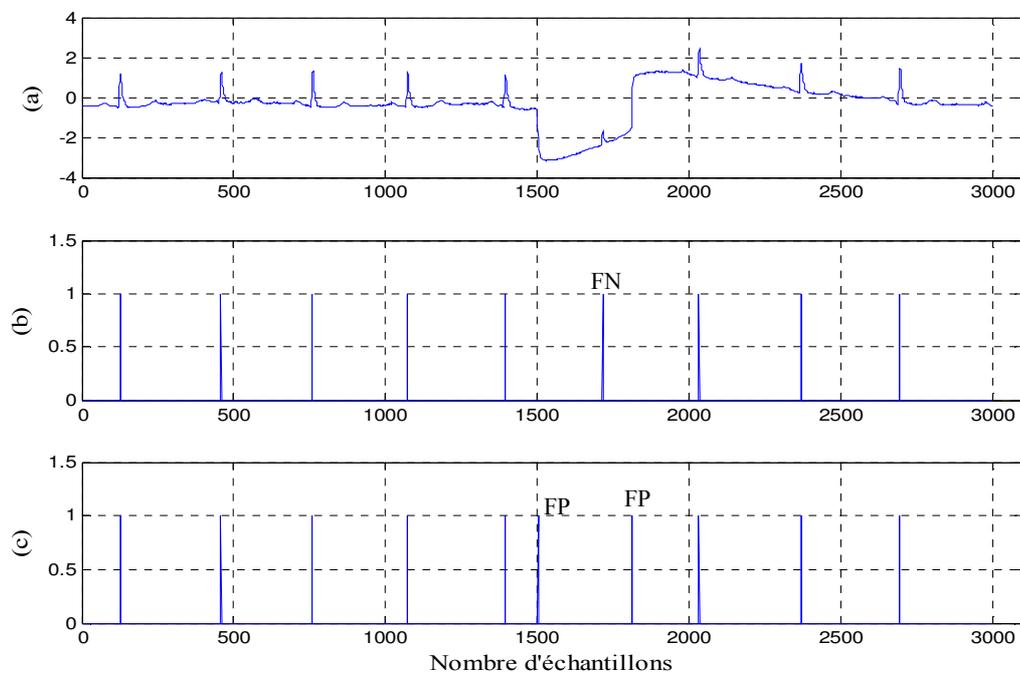


Fig. 4.15. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole2*).

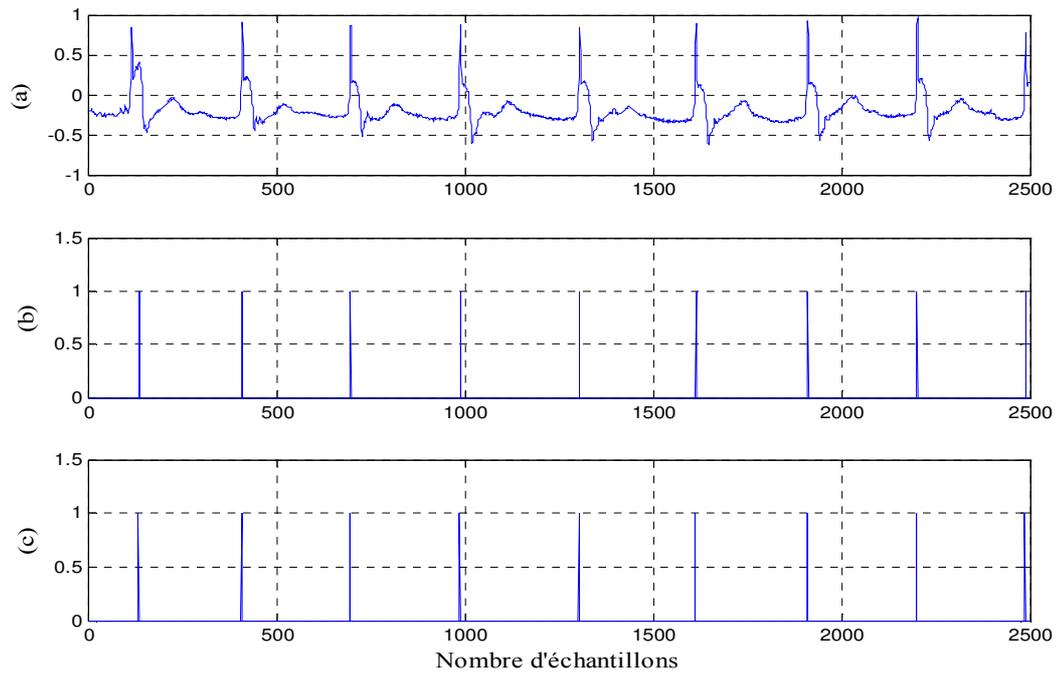


Fig. 4.16. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole2*).

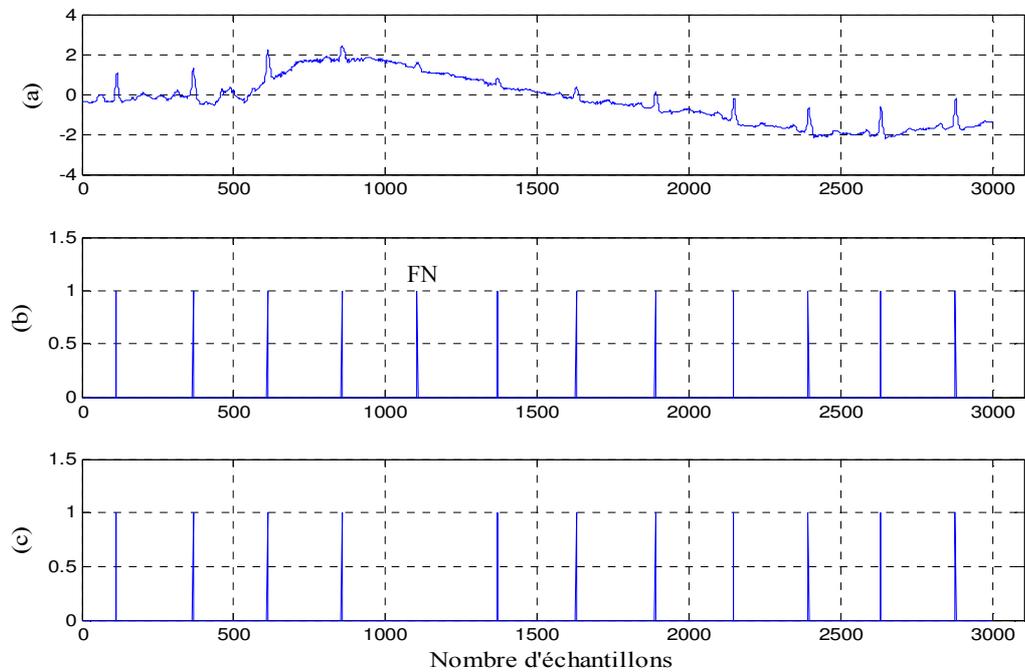


Fig. 4.17. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole2*).

#### 4.6.2.1. Prétraitement

Dans les figures 4.18 à 4.23, on représente en (a) une section du signal ECG, le signal en (b) montre les maxima du module du produit multi-échelle des coefficients ondelettes identiquement à la première application et enfin, en (c), on expose la transformée en ondelettes continue utilisant *cole1*.

#### 4.6.2.2. Règle de décision

En deuxième étape de cette analyse, la règle de décision appliquée au signal à seuiller, présent cette fois-ci en (b), est pratiquement la même, hormis quelques améliorations : un maximum dépassant le seuil de détection est considéré comme un pic R s'il coïncide avec un passage par zéro, à la même position, dans le signal en (c). Ce pic R est, de ce fait, validé et son instant d'occurrence est marqué. La recherche arrière des pics R, éventuellement oubliés par l'algorithme, est réalisée sur le signal à seuiller lui-même (en b). Le seuil arrière utilisé, pour ce cas, est donné par :

$$\text{seuilAR} = 0.5 \times \text{seuil\_amp} \quad . \quad (4.16)$$

#### 4.6.2.3. Résultats, discussion et comparaison

Les résultats du prétraitement, représentés sur les figures 4.18 à 4.23, fournissent quelques exemples de test du passage par zéro utilisant l'ondelette *cole1*. On a introduit les enregistrements écartés dans le premier cas :

- signal 100.dat : vu la bonne qualité de cet enregistrement, on représente, sur la figure 4.18, un seul QRS. On constate que le pic R, présent dans le signal à seuiller (b), coïncide avec un passage par zéro en (c) ;
- signal 101.dat : le problème des transitions prises, auparavant, pour des pics R est corrigé (Fig. 4.19). On remarque un rejet des maximums causés par ces transitions car elles ne marquent pas de passage par zéro en (c) ;
- signal 102.dat : dans la figure 4.20, entre deux pics R appartenant à un même complexe QRS, la sélection du pic R de grande amplitude est effectué par le biais du test de passage par zéro ;
- signal 105.dat : les pics R, malgré fortement atténués en (b), correspondent bien à un passage par zéro en (c) (Fig. 4.21). Une recherche arrière peut récupérer quelques pics ratés ;
- signal avec des ondes P de grandes amplitudes (108.dat) : les ondes R, malgré inversés, marquent une amplitude remarquable dans le signal à seuiller avec validation d'un passage par

zéro ; cela rend la détection plus aisée malgré la présence d'ondes P de grandes amplitudes (Fig. 4.22) ;

- signal avec bruit haute fréquence (203.dat) : le prétraitement a mis en évidence les pics R malgré la présence du bruit haute fréquence. Le signal à seuiller montre des pics dominants correspondant à des ondes R et vérifiant le test de passage par zéro (Fig. 4.23).

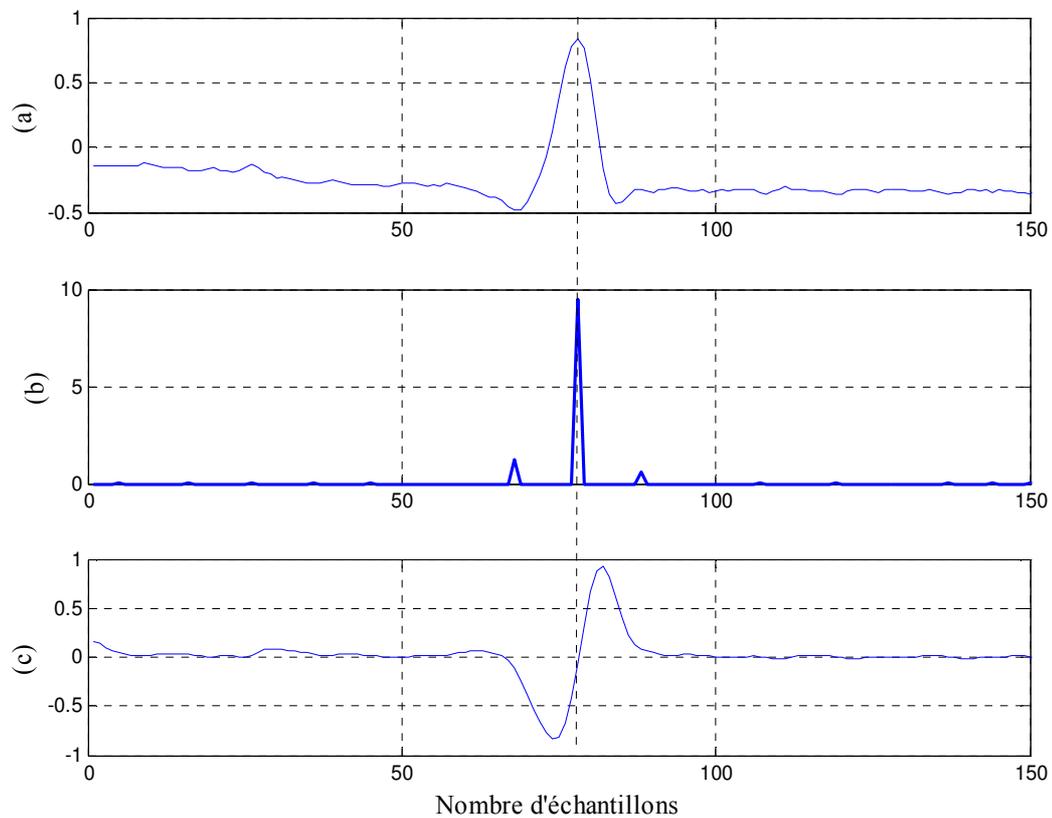


Fig. 4.18. (a) signal ECG : 100.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (*cole2*), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (*cole1*).

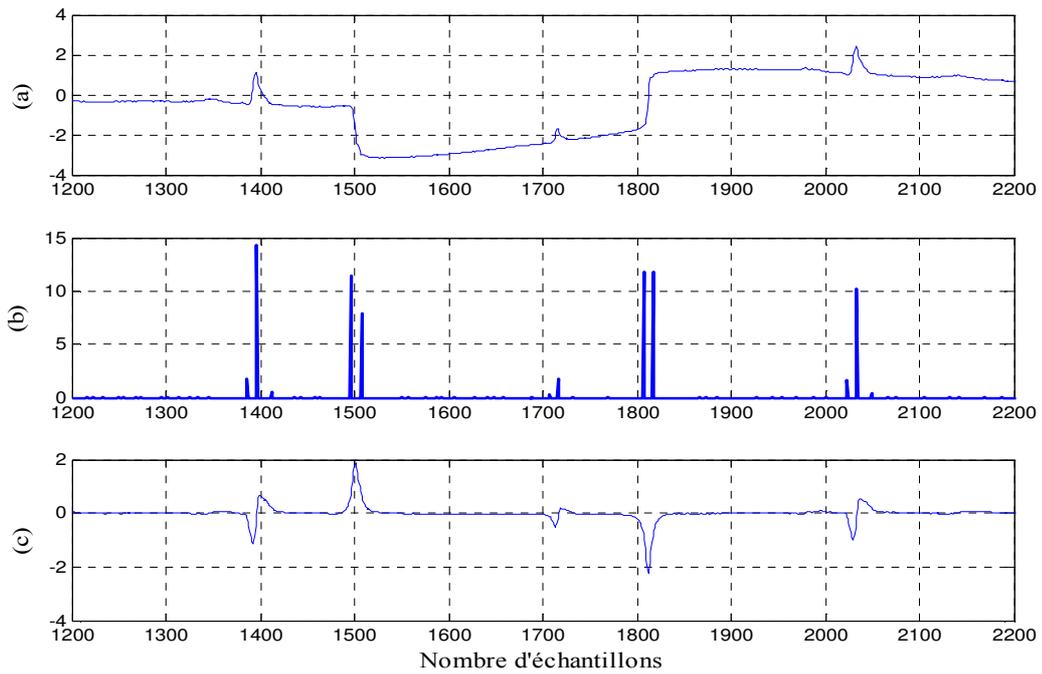


Fig. 4.19. (a) signal ECG : 101.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (*cole2*), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (*cole1*).

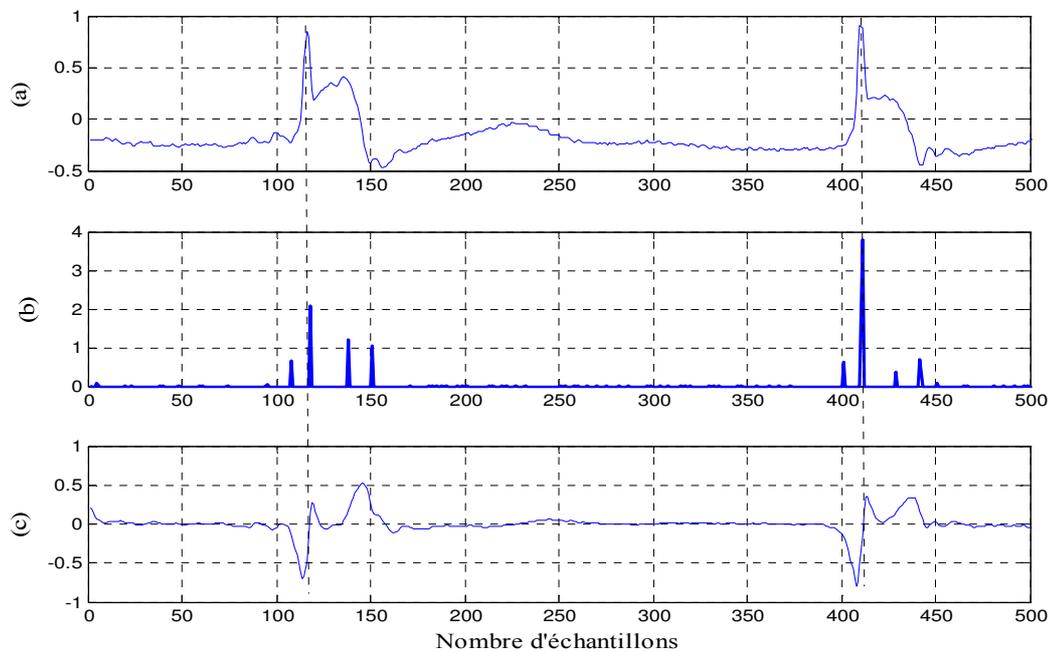


Fig. 4.20. (a) signal ECG : 102.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (*cole2*), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (*cole1*).

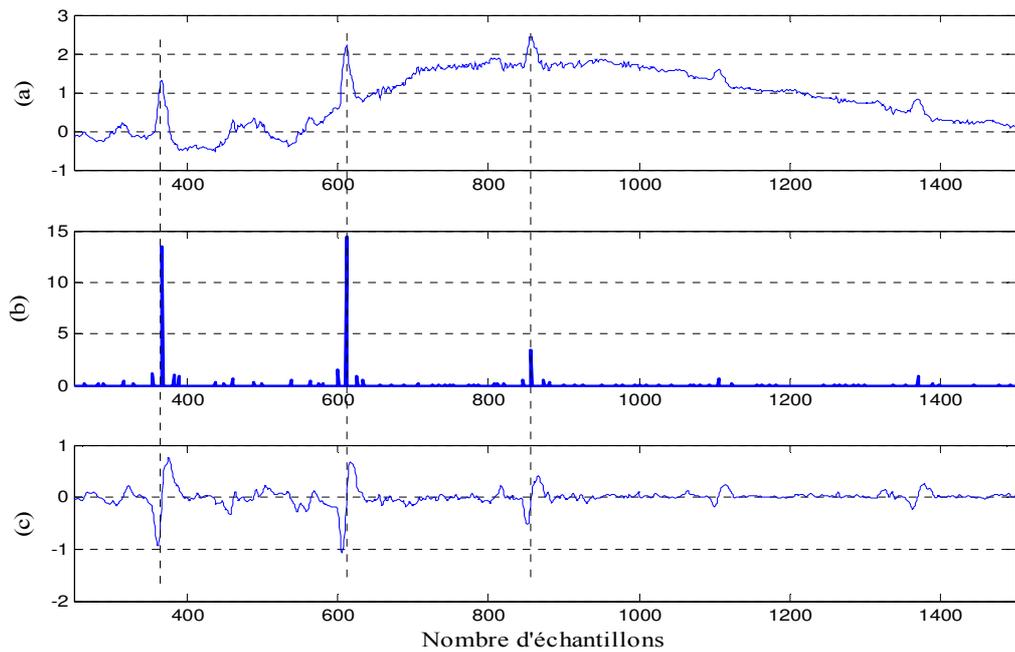


Fig. 4.21. (a) signal ECG : 105.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (*cole2*), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (*cole1*).

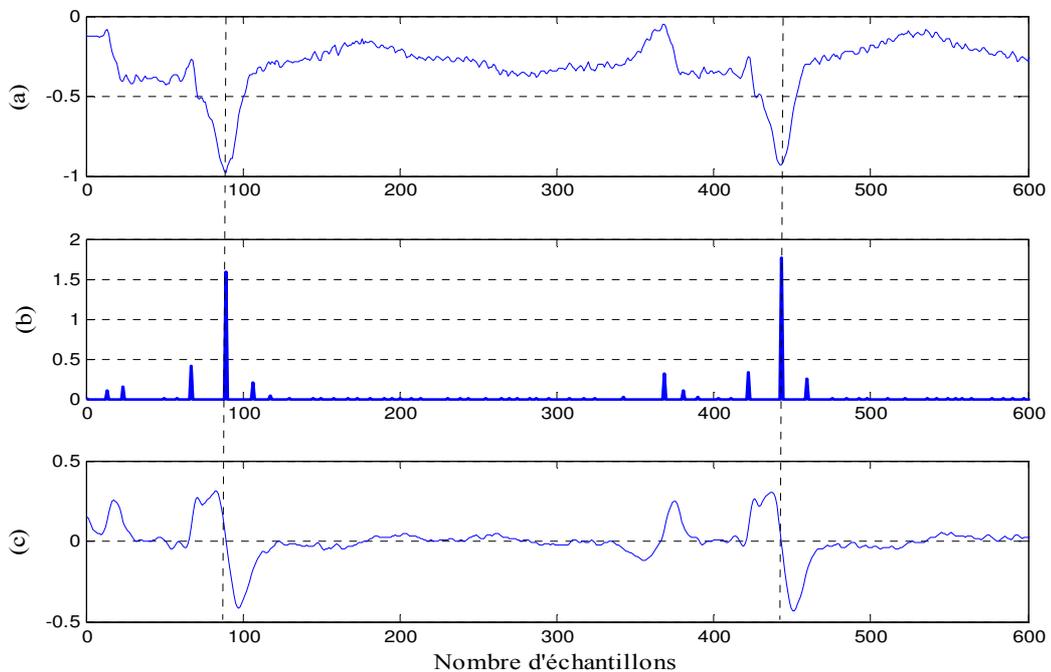


Fig. 4.22. (a) signal ECG : 108.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (*cole2*), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (*cole1*).

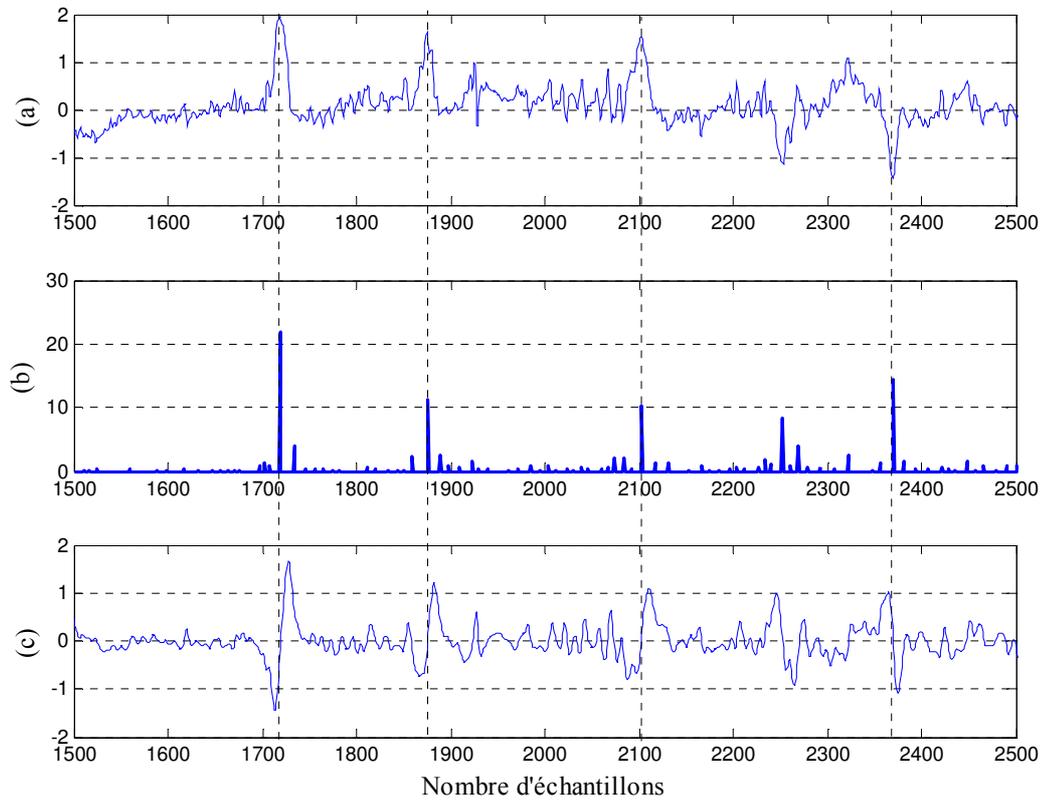


Fig. 4.23. (a) signal ECG : 203.dat, (b) maxima du module du produit multi-échelle pour  $2^3$  et  $2^4$  (cole2), (c) passage par zéro dans la TOC pour  $2^4$  (cole1).

Dans le tableau 4.3, on remarque une amélioration des pourcentages de détection avec une diminution des fausses alarmes. L'analyse des résultats du tableau confirme que l'algorithme peut identifier la position de l'onde R avec une précision plus rationnelle si on compare avec le premier cas. En fait, la sensibilité " $S_e$ " est évaluée à 99.66%, tandis que la prédictibilité positive " $P^+$ " est appréciée à 99.84%, et cela pour un nombre de battements total égal à 109492. Les taux d'erreur "TE" ont varié entre 0% et 4,08% avec une moyenne de 0.5%, ce qui nous donne un taux de détection total "TDT" égal à 99.50% de QRS repérés. Toutefois, il ne faut pas oublier qu'on a utilisé, cette fois-ci, toute la base de données, ce qui nous permet de témoigner de l'amélioration de cette analyse par rapport à la précédente.

Le même algorithme a été appliqué en utilisant les ondelettes dérivées première et deuxième de la gaussienne (*gaus2* et *gaus1*). Les résultats sont présentés dans le tableau 4.4. Les taux d'erreur "TE" se situent entre 0% et 4,53% avec une moyenne de 0.53%, ce qui nous donne un taux de détection total "TDT" égal à 99.47% de QRS repérés.

Dans l'ensemble, une comparaison préliminaire montre que l'algorithme proposé présente quelques avantages, en particulier, en ce qui concerne le taux de détection total. Néanmoins, en comparant, dans le tableau 4.5, les résultats pour les enregistrements les plus difficiles de la base, on remarque une nette primauté des ondelettes gaussiennes sur les ondelettes fractionnaires. Toutefois, ces ondelettes fractionnaires présentent des solutions prometteuses pour l'élaboration des algorithmes de traitement du signal ECG en vue d'une caractérisation de ses différentes ondes.

Dans les figures 4.24 à 4.28, on a exposé quelques échantillons de détection du complexe QRS comparés aux annotations données :

- le signal 100.dat n'a pas été tracé car il est sans complication et son taux de détection est de 100% ;
- la figure 4.24 confirme que le test de passage par zéro élimine les pics correspondant aux sauts abrupts de la ligne de base, malgré leurs amplitudes dominantes dans le signal à seuiller. Cela contribuera à la réduction des fausses détections ;
- l'enregistrement de la figure 4.25 est sans anomalie. Toutes les ondes sont belles et bien repérées ;
- le test de passage par zéro participe à la réduction du taux de fausses détections. Mais, il reste sans efficacité vis-à-vis des QRS ratés à cause de leurs amplitudes faibles. Pour cela, le signal de la figure 4.26, présentant une déviation graduelle de la ligne de base, montre des lacunes dans plusieurs QRS ;

Tableau 4.3. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH.  
Deuxième application : ondelettes *cole1* et *cole2*.

N° Enr.	NBT	FN	FP	Se (%)	P <sup>+</sup> (%)	TE (%)
100	2273	0	0	100,00	100,00	0,00
101	1865	1	0	99,95	100,00	0,05
102	2187	0	0	100,00	100,00	0,00
103	2084	1	0	99,95	100,00	0,05
104	2229	4	6	99,82	99,73	0,45
105	2572	11	36	99,57	98,61	1,83
106	2027	8	2	99,61	99,90	0,49
107	2137	3	1	99,86	99,95	0,19
108	1763	25	34	98,58	98,08	3,35
109	2532	5	0	99,80	100,00	0,20
111	2124	1	1	99,95	99,95	0,09
112	2539	0	0	100,00	100,00	0,00
113	1795	0	0	100,00	100,00	0,00
114	1879	3	3	99,84	99,84	0,32
115	1953	0	0	100,00	100,00	0,00
116	2412	22	1	99,09	99,96	0,95
117	1535	0	0	100,00	100,00	0,00
118	2278	0	0	100,00	100,00	0,00
119	1987	0	1	100,00	99,95	0,05
121	1863	2	1	99,89	99,95	0,16
122	2476	0	1	100,00	99,96	0,04
123	1518	3	0	99,80	100,00	0,20
124	1619	7	0	99,57	100,00	0,43
200	2601	3	1	99,88	99,96	0,15
201	1963	80	0	95,92	100,00	4,08
202	2136	11	0	99,49	100,00	0,51
203	2980	56	50	98,12	98,32	3,56
205	2656	4	0	99,85	100,00	0,15
207	1860	13	0	99,30	100,00	0,70
208	2955	37	7	98,75	99,76	1,49
209	3004	0	1	100,00	99,97	0,03
210	2650	20	9	99,25	99,66	1,09
212	2748	0	0	100,00	100,00	0,00
213	3251	3	0	99,91	100,00	0,09
214	2261	5	1	99,78	99,96	0,27
215	3363	0	0	100,00	100,00	0,00
217	2208	3	1	99,86	99,95	0,18
219	2154	12	0	99,44	100,00	0,56
220	2048	0	0	100,00	100,00	0,00
221	2427	6	0	99,75	100,00	0,25
222	2483	4	0	99,84	100,00	0,16
223	2605	9	4	99,65	99,85	0,50
228	2053	7	14	99,66	99,32	1,02
230	2256	0	0	100,00	100,00	0,00
231	1571	0	0	100,00	100,00	0,00
232	1780	0	1	100,00	99,94	0,06
233	3079	2	0	99,94	100,00	0,06
234	2753	3	0	99,89	100,00	0,11
<b>Totaux →</b>	<b>109492</b>	<b>374</b>	<b>176</b>	<b>99,66</b>	<b>99,84</b>	<b>0,50</b>

Tableau 4.4. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH.  
Deuxième application : ondelettes *gaus1* et *gaus2*.

N° Enr.	NBT	FN	FP	Se (%)	P+ (%)	TE (%)
100	2273	0	0	100,00	100,00	0,00
101	1865	1	3	99,95	99,84	0,21
102	2187	2	0	99,91	100,00	0,09
103	2084	5	0	99,76	100,00	0,24
104	2229	16	1	99,28	99,95	0,76
105	2572	6	31	99,77	98,81	1,44
106	2027	13	2	99,36	99,90	0,74
107	2137	13	3	99,39	99,86	0,75
108	1763	22	45	98,75	97,48	3,80
109	2532	5	0	99,80	100,00	0,20
111	2124	1	0	99,95	100,00	0,05
112	2539	0	0	100,00	100,00	0,00
113	1795	0	0	100,00	100,00	0,00
114	1879	10	2	99,47	99,89	0,64
115	1953	0	0	100,00	100,00	0,00
116	2412	28	1	98,84	99,96	1,20
117	1535	0	0	100,00	100,00	0,00
118	2278	0	0	100,00	100,00	0,00
119	1987	1	1	99,95	99,95	0,10
121	1863	2	0	99,89	100,00	0,11
122	2476	0	0	100,00	100,00	0,00
123	1518	0	0	100,00	100,00	0,00
124	1619	6	0	99,63	100,00	0,37
200	2601	3	1	99,88	99,96	0,15
201	1963	64	25	96,74	98,70	4,53
202	2136	14	1	99,34	99,95	0,70
203	2980	60	26	97,99	99,12	2,89
205	2656	6	0	99,77	100,00	0,23
207	1860	10	3	99,46	99,84	0,70
208	2955	26	6	99,12	99,80	1,08
209	3004	0	4	100,00	99,87	0,13
210	2650	22	8	99,17	99,70	1,13
212	2748	0	0	100,00	100,00	0,00
213	3251	5	0	99,85	100,00	0,15
214	2261	4	2	99,82	99,91	0,27
215	3363	2	1	99,94	99,97	0,09
217	2208	4	1	99,82	99,95	0,23
219	2154	18	1	99,16	99,95	0,88
220	2048	0	0	100,00	100,00	0,00
221	2427	7	1	99,71	99,96	0,33
222	2483	2	0	99,92	100,00	0,08
223	2605	14	0	99,46	100,00	0,54
228	2053	5	10	99,76	99,51	0,73
230	2256	0	0	100,00	100,00	0,00
231	1571	0	1	100,00	99,94	0,06
232	1780	0	2	100,00	99,89	0,11
233	3079	1	0	99,97	100,00	0,03
234	2753	1	0	99,96	100,00	0,04
<b>Totaux →</b>	<b>109492</b>	<b>399</b>	<b>182</b>	<b>99,64</b>	<b>99,83</b>	<b>0,53</b>

Tableau 4.5. Comparaison des résultats de la détection pour les enregistrements 105, 108, 203 et 208.

N° Enr.	NBT	Ondelettes <i>cole2</i> et <i>cole1</i>			Ondelettes <i>gaus2</i> et <i>gaus1</i>		
		FN	FP	TE (%)	FN	FP	TE (%)
105	2572	11	36	1,83	6	31	1,44
108	1763	25	34	3,35	22	45	3,80
203	2980	56	50	3,56	60	26	2,89
208	2955	37	7	1,49	26	6	1,08
Total	10270	129	127	<b>2,49</b>	114	108	<b>2,16</b>

- la figure 4.27 présente un signal bruité avec des ondes P de grandes amplitudes. Ceci a occasionné un taux d'erreur de 3.35%. Cependant, la majorité des complexes QRS ont été localisés ;
- dans la figure 4.28, une extrasystole ventriculaire (ESV) de faible amplitude n'a pas été détectée par l'algorithme. Ce signal (203.dat) reste l'un des signaux les plus difficiles à traiter de la base de données MIT-BIH. Néanmoins, on a pu réduire le taux de non détection au maximum.

#### 4.6.3. Troisième application : ondelette complexe *ccol*

Dans cette troisième étude, nous avons utilisé l'ondelette fractionnaire complexe, *ccol*. Son module est la fonction de Cole-Cole elle-même, sa partie réelle sera utilisée de la même façon que l'ondelette réelle *cole2* et sa partie imaginaire fera de même que l'ondelette *cole1*. En conséquence, cette troisième analyse est quasi identique à la précédente sauf qu'on utilise une ondelette fractionnaire complexe. D'après la figure 3.3 du chapitre 3, le choix  $f_c = 0.5$  nous confère une forme d'ondelette adéquate à la détection des complexes QRS vue la grande similitude de sa partie réelle avec la forme de ces derniers, en plus, elle présente peu d'oscillations dans sa partie imaginaire, ce qui facilite le test de passage par zéro.

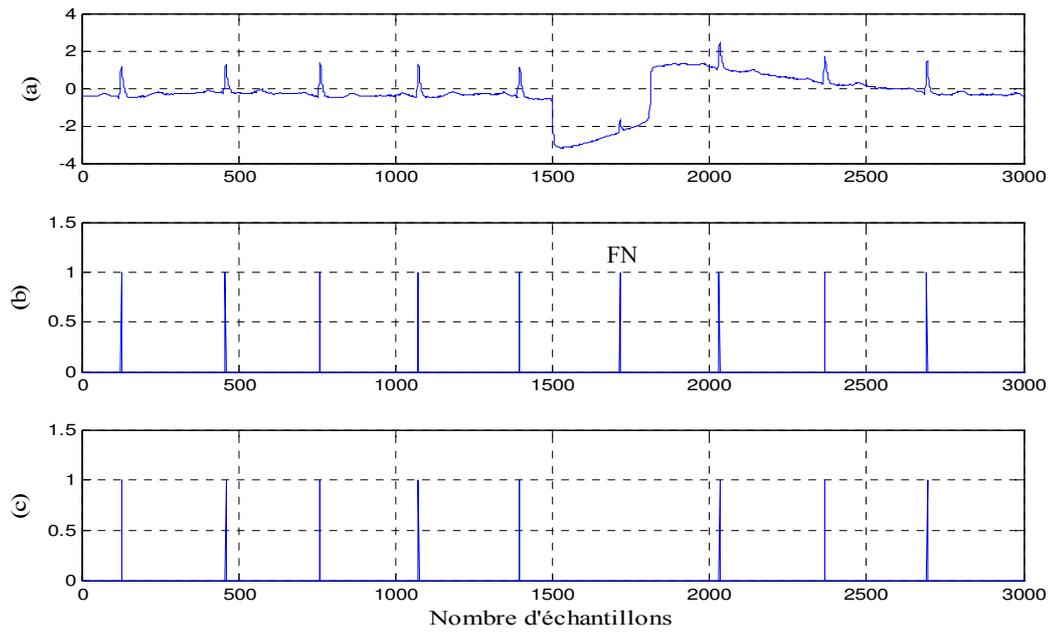


Fig. 4.24. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) :

(a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole1* et *cole2*).

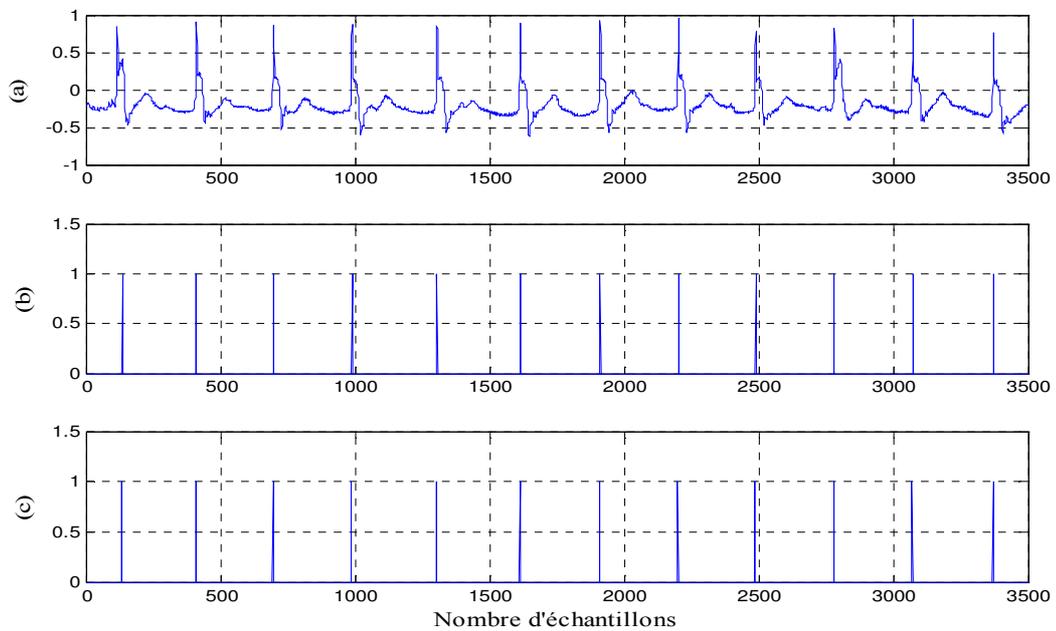


Fig. 4.25. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) :

(a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole1* et *cole2*).

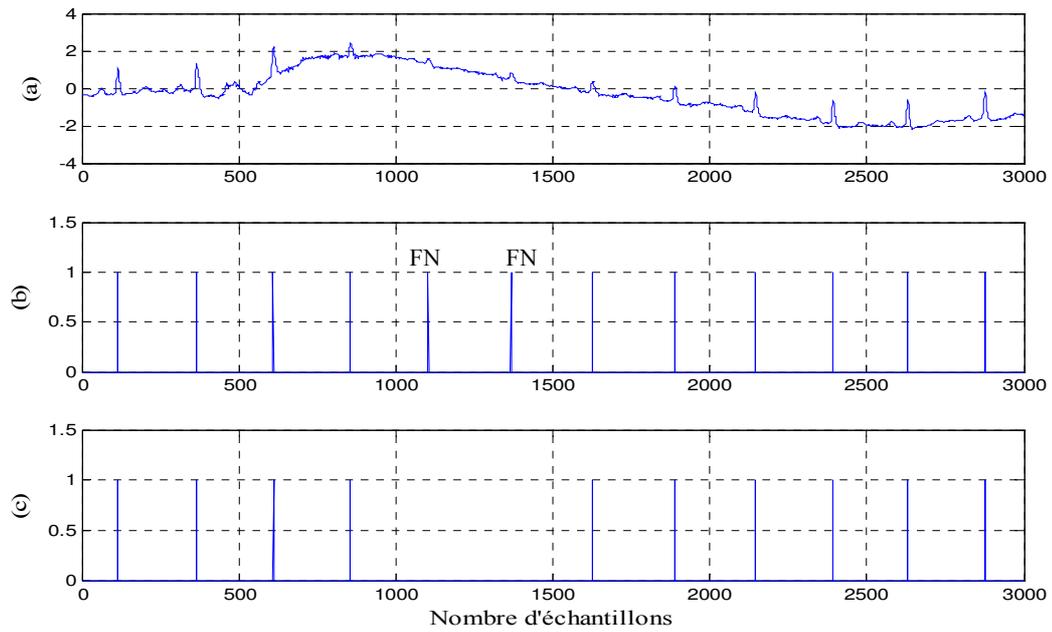


Fig. 4.26. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) :

(a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole1* et *cole2*).

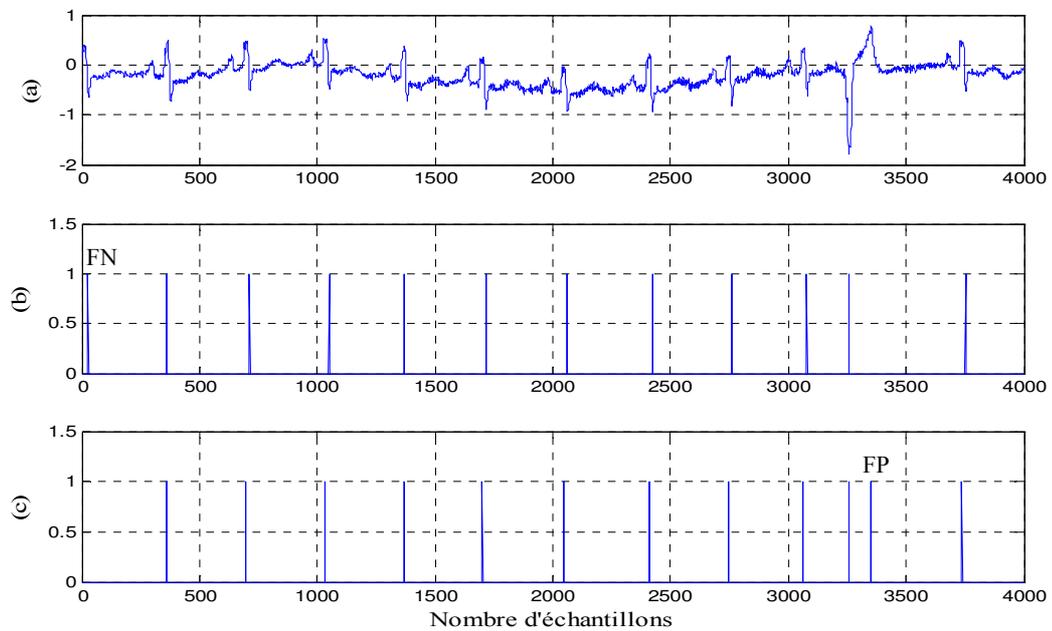


Fig. 4.27. Exemple de détection du complexe QRS (108.dat) :

(a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole1* et *cole2*).

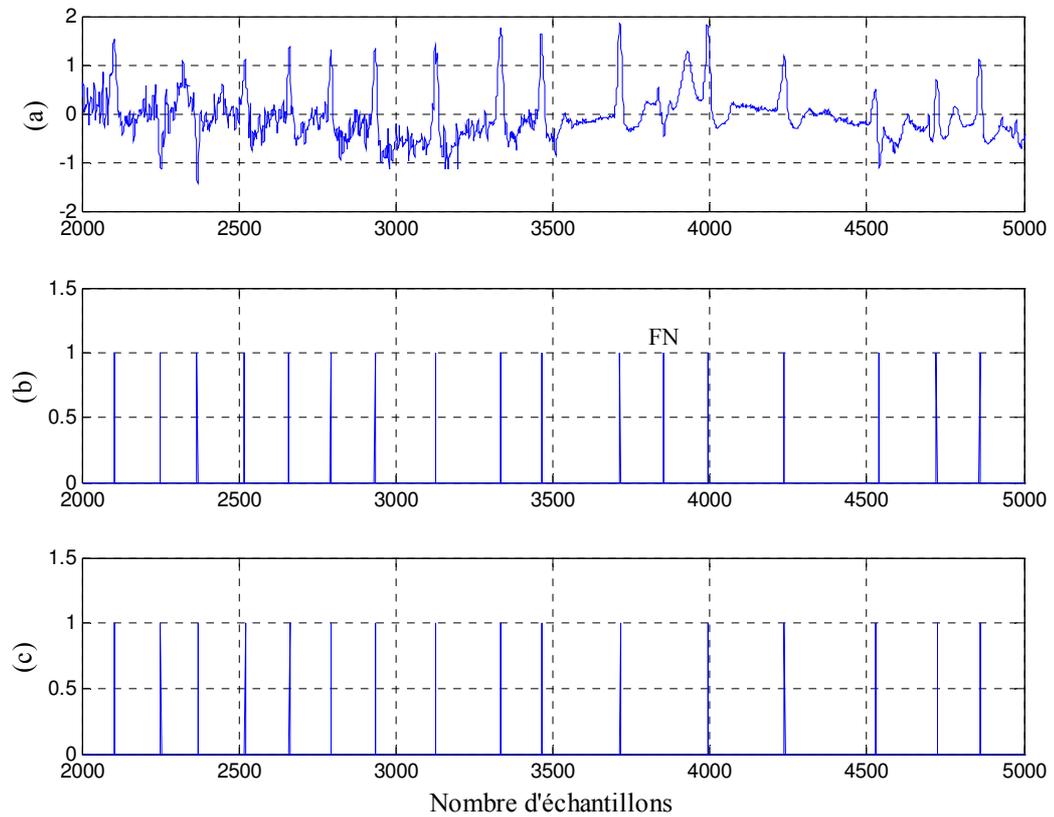


Fig. 4.28. Exemple de détection du complexe QRS (203.dat) :

(a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*cole1* et *cole2*).

#### 4.6.3.1. Prétraitement

Dans les figures 4.29 à 4.34, on représente en (a) une section du signal ECG, les signaux en (b) et (c) montrent la partie réelle de la transformée en ondelettes pour les échelles  $2^3$  et  $2^4$  respectivement ; en (d), on a présenté les maxima du module du produit multi-échelles des signaux en (b) et (c) et enfin en (e), on expose la partie imaginaire de la transformée en ondelettes pour l'échelle  $2^4$ . On remarque qu'un passage par zéro en (e) coïncide avec un maximum en (d).

#### 4.6.3.2. Règle de décision

En deuxième étape de cette analyse, la règle de décision appliquée au signal à seuiller, présent cette fois en (d), est pratiquement identique à la deuxième application : le maximum en (d) dépassant le seuil de détection est considéré comme un pic R s'il indique un passage par zéro, à la même position, dans le signal en (e). Ce pic R est, donc, validé avec marquage de son instant d'occurrence. La recherche arrière des pics R de petites amplitudes, causés par le produit multi-échelle, est réalisée sur le signal à seuiller lui-même (en d). Le seuil arrière utilisé est calculé de la même manière en utilisant l'équation (4.16).

#### 4.6.3.3. Résultats, discussion et comparaison

Identiquement à l'application précédente, Les résultats du prétraitement, représentés sur les figures 4.29 à 4.34, fournissent quelques exemples de test de passage par zéro utilisant la partie imaginaire des coefficients d'ondelettes complexes :

- signal 100.dat : même pour le cas de l'ondelette *ccol*, la bonne qualité de cet enregistrement a fait de sorte que le pic R, présent dans le signal à seuiller (d), coïncide avec un passage par zéro dans la partie imaginaire des coefficients ondelettes en (e) (Fig. 4.29) ;
- signal 101.dat : là aussi, les transitions ne marquent pas de passage par zéro (Fig. 4.30). Elles sont, donc, rejetées par l'algorithme ;
- signal 102.dat : la figure 4.31 indique que le pic R de grande amplitude l'emporte sur son voisin du fait de sa dominance dans le signal à seuiller, en plus qu'il observe un passage par zéro ;
- signal 105.dat : pour cet enregistrement, l'atténuation des pics R engendre toujours des problèmes d'amplitude dans le signal à seuiller (Fig. 4.32). La recherche arrière reste une solution pour la récupération des pics ratés ;

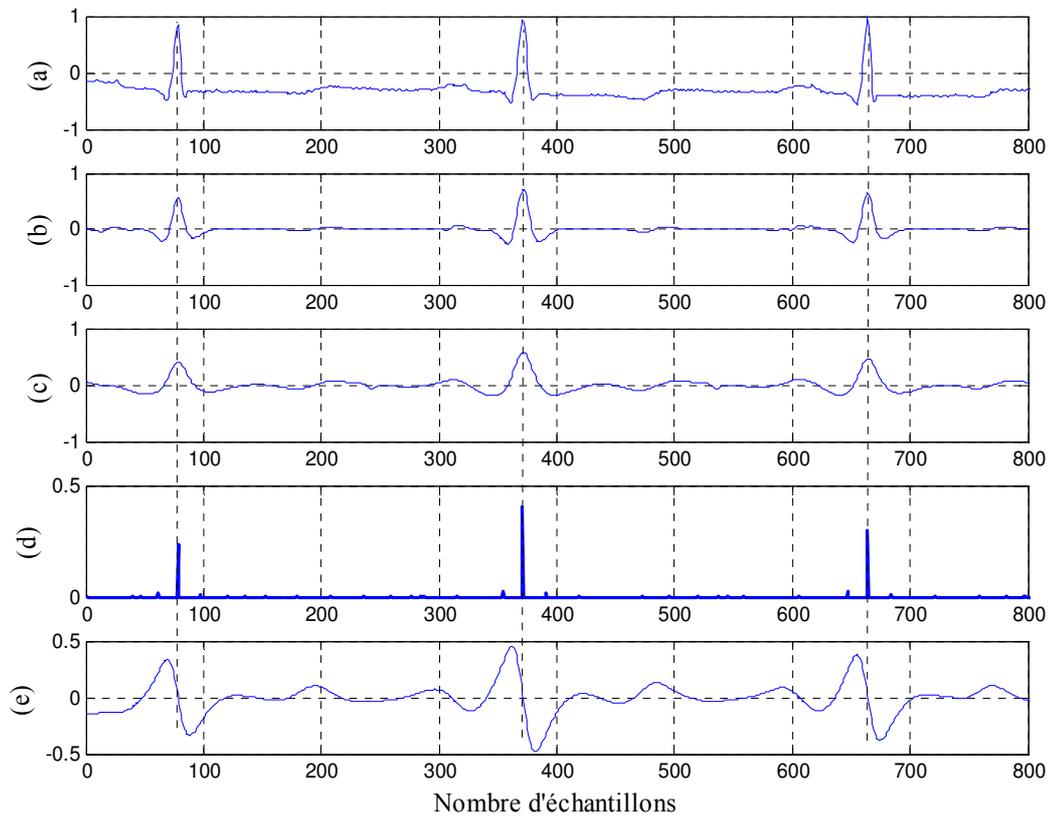


Fig. 4.29. (a) signal ECG : 100.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de  $\text{TOC}(\text{EGC})$  pour  $2^3$  et  $2^4$  (*ccol*),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (*ccol*).

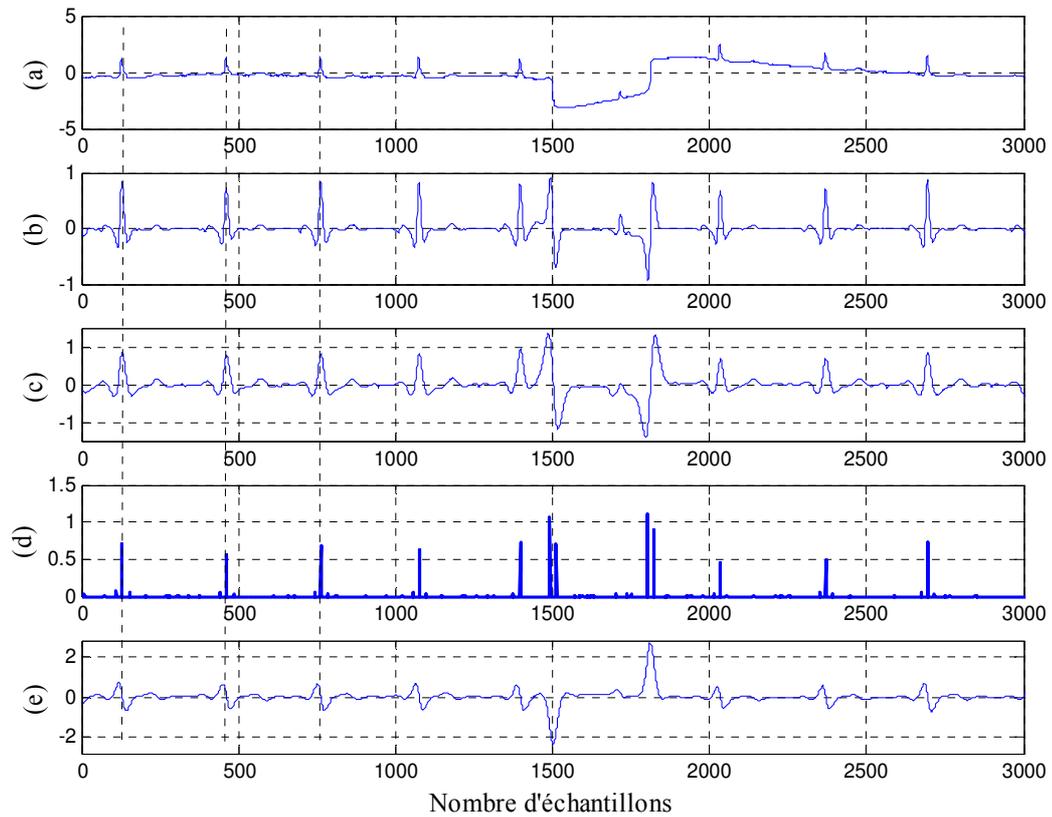


Fig. 4.30. (a) signal ECG : 101.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de TOC(EGC) pour  $2^3$  et  $2^4$  (ccol),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (ccol).

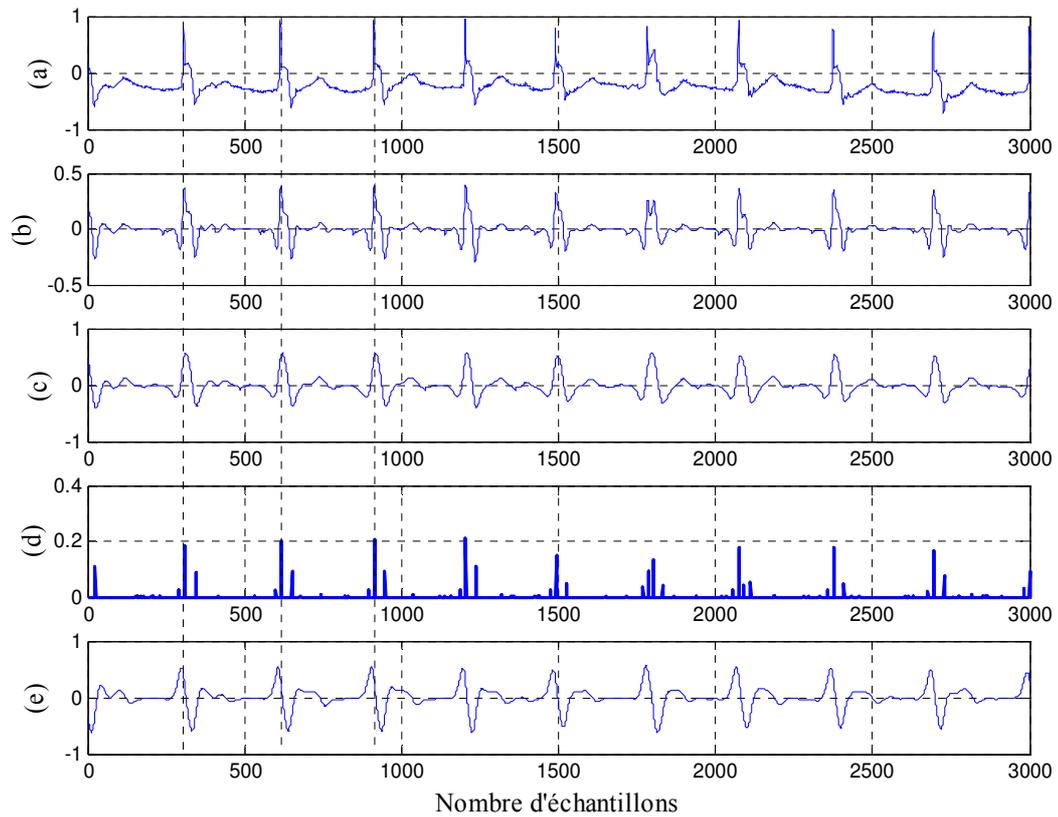


Fig. 4.31. (a) signal ECG : 102.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de TOC(EGC) pour  $2^3$  et  $2^4$  (ccol),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (ccol).

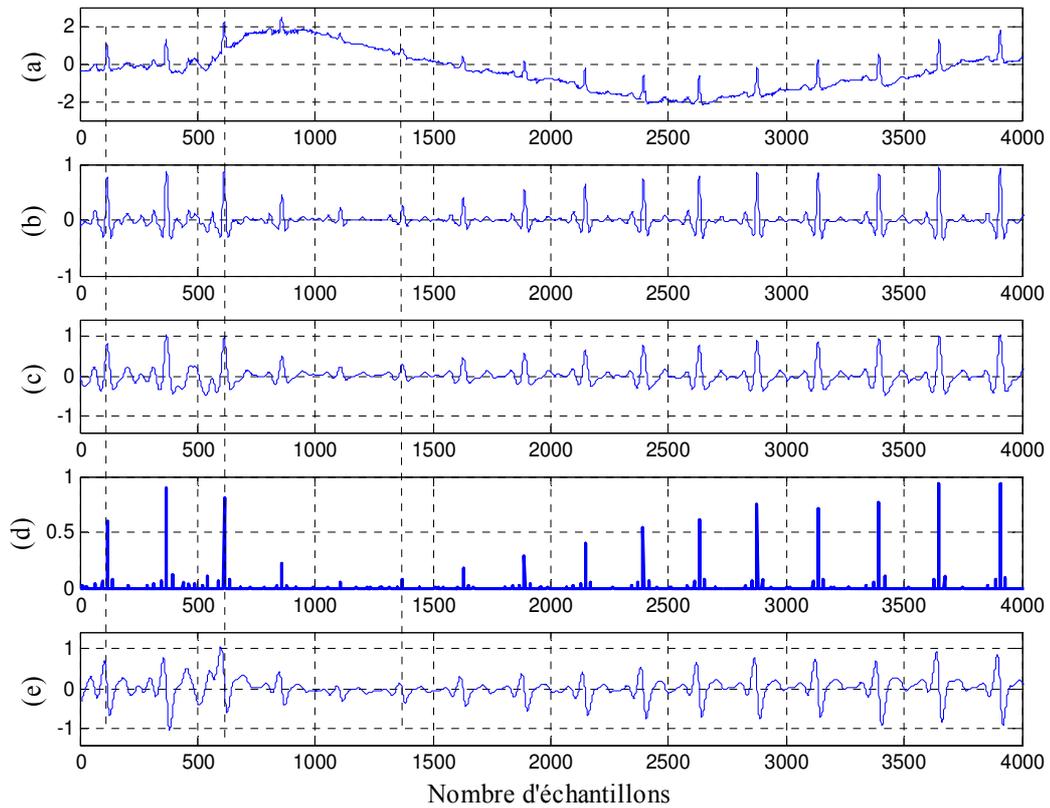


Fig. 4.32. (a) signal ECG : 105.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de TOC(EGC) pour  $2^3$  et  $2^4$  (ccol),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (ccol).

- signal 108.dat : la figure 4.33 présente des ondes R éminentes, marquant leurs présences dans les parties réelles des coefficients ondelettes. Le produit multi-échelle a permis de les accentuer rendant, ainsi, la détection plus aisée malgré la présence d'ondes P de grandes amplitudes ;
- signal 203.dat : identiquement à la deuxième application, le prétraitement a mis en évidence les pics R malgré la présence du bruit haute fréquence. Le signal à seuiller en montre des pics R dominants et vérifiant le test de passage par zéro (Fig. 4.34).

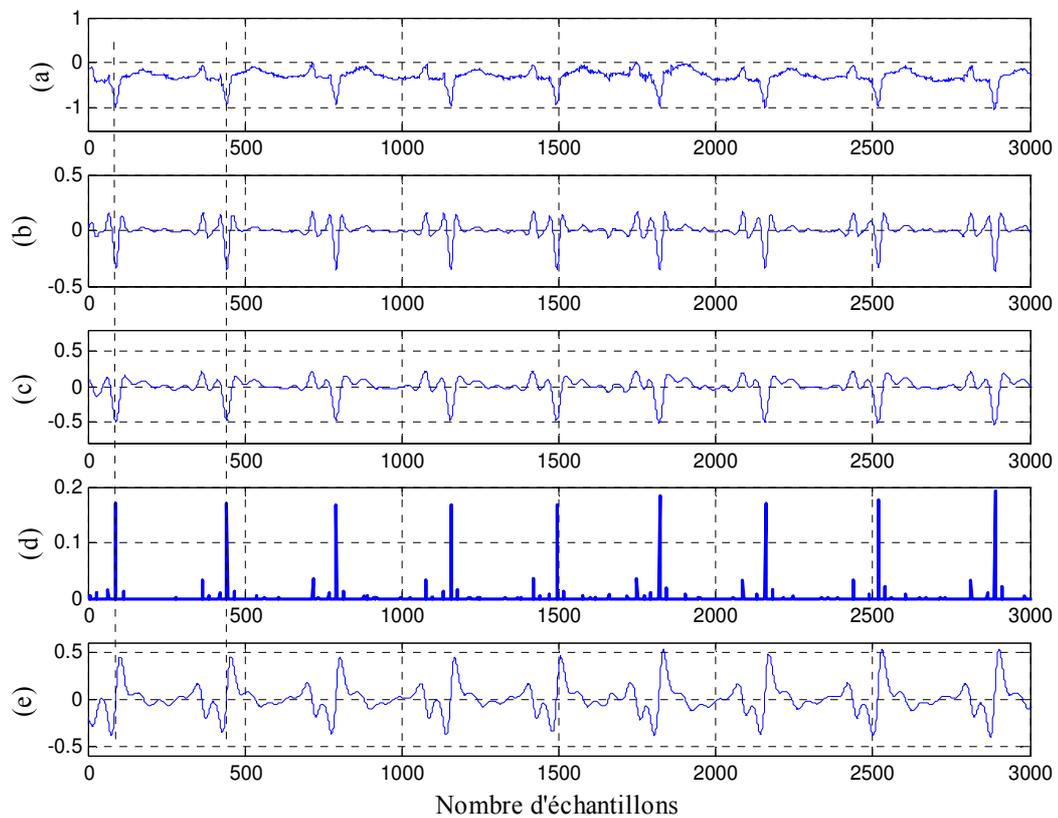


Fig. 4.33. (a) signal ECG : 108.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de TOC(EGC) pour  $2^3$  et  $2^4$  (*ccol*),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (*ccol*).

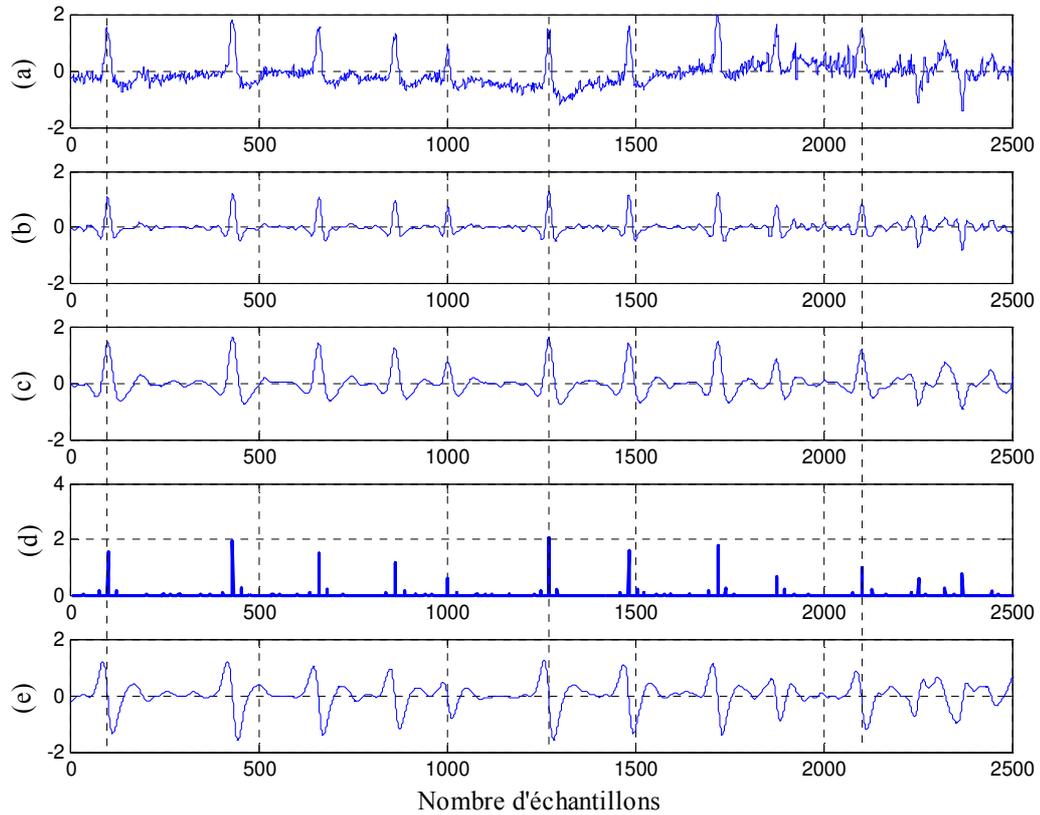


Fig. 4.34. (a) signal ECG : 203.dat,  
 (b) et (c) parties réelles de TOC(EGC) pour  $2^3$  et  $2^4$  (*ccol*),  
 (d) maxima du module du produit multi-échelle des signaux (b) et (c),  
 (e) passage par zéro testé sur la partie imaginaire pour  $2^4$  (*ccol*).

Dans le tableau 4.6, on remarque des pourcentages d'erreur variant entre 0% et 3,69% avec une moyenne de 0.58%, ce qui nous donne un taux de détection total "TDT" égal à 99.42% de QRS repérés. En fait, la sensibilité " $S_e$ " est évaluée à 99.57%, tandis que la prédictibilité positive " $P^+$ " est appréciée à 99.85%, et cela pour un nombre de battements total égal à 109492. Le même algorithme a été appliqué en utilisant l'ondelette de Morlet complexe *cmor1-0.5*. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.7. Les taux d'erreur "TE" se situent entre 0% et 3,86% avec une moyenne de 0.72%, ce qui nous donne un taux de détection total "TDT" égal à 99.28% de QRS repérés. Globalement parlant, l'algorithme proposé présente un taux total de détection meilleur. Cependant, le tableau 4.8 montre des taux d'erreur globaux similaires pour les enregistrements 105, 108, 203 et 208. On peut noter que l'ondelette fractionnaire complexe offre, elle aussi, une solution attrayante pour la conception d'algorithmes de traitement du signal ECG utilisant la transformée en ondelettes continue.

Les figures 4.35 à 4.39 exposent des échantillons de détection du complexe QRS concernant les mêmes enregistrements précédents. Encore une fois, le signal 100.dat n'a pas été tracé :

- dans la figure 4.35, on certifie que le test de passage par zéro élimine les pics correspondant aux sauts abrupts de la ligne de base ;
- l'enregistrement de la figure 4.36 est sans anomalie. Un taux d'erreur de 0% confirme la simplicité de traitement pour ce signal ;
- là aussi, le test de passage par zéro participe à la réduction du taux de fausses détections ; quoique, il reste sans intérêt face à une situation où les QRS sont ratés à cause de leurs amplitudes faibles. Donc, le signal de la figure 4.37 reporte les déficiences pour ce cas ;
- la figure 4.38 présente des ondes P de grandes amplitudes. Ceci a occasionné, encore une fois, un taux d'erreur de 3.35%. Cependant, la qualité du détecteur est acceptable ;
- dans la figure 4.39, l'extrasystole ventriculaire (ESV) de faible amplitude n'a pas, également, été détectée par l'algorithme. Pourtant, et pour ce signal très bruité, on a obtenu un taux d'erreur convenable.

Tableau 4.6. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH.  
Troisième application : ondelette complexe *ccol*.

N° Enr.	NBT	FN	FP	Se (%)	P+ (%)	TE (%)
100	2273	1	0	99,96	100,00	0,04
101	1865	2	0	99,89	100,00	0,11
102	2187	0	0	100,00	100,00	0,00
103	2084	3	0	99,86	100,00	0,14
104	2229	2	0	99,91	100,00	0,09
105	2572	30	32	98,83	98,76	2,41
106	2027	12	6	99,41	99,70	0,89
107	2137	9	1	99,58	99,95	0,47
108	1763	34	25	98,07	98,57	3,35
109	2532	2	0	99,92	100,00	0,08
111	2124	8	1	99,62	99,95	0,42
112	2539	0	0	100,00	100,00	0,00
113	1795	0	0	100,00	100,00	0,00
114	1879	15	1	99,20	99,95	0,85
115	1953	0	0	100,00	100,00	0,00
116	2412	25	1	98,96	99,96	1,08
117	1535	1	0	99,93	100,00	0,07
118	2278	0	0	100,00	100,00	0,00
119	1987	0	4	100,00	99,80	0,20
121	1863	2	0	99,89	100,00	0,11
122	2476	0	0	100,00	100,00	0,00
123	1518	0	0	100,00	100,00	0,00
124	1619	0	0	100,00	100,00	0,00
200	2601	3	2	99,88	99,92	0,19
201	1963	46	0	97,66	100,00	2,34
202	2136	14	0	99,34	100,00	0,66
203	2980	80	30	97,32	98,98	3,69
205	2656	5	0	99,81	100,00	0,19
207	1860	28	0	98,49	100,00	1,51
208	2955	21	14	99,29	99,53	1,18
209	3004	3	5	99,90	99,83	0,27
210	2650	26	5	99,02	99,81	1,17
212	2748	0	0	100,00	100,00	0,00
213	3251	7	0	99,78	100,00	0,22
214	2261	9	8	99,60	99,65	0,75
215	3363	0	3	100,00	99,91	0,09
217	2208	4	1	99,82	99,95	0,23
219	2154	6	0	99,72	100,00	0,28
220	2048	0	0	100,00	100,00	0,00
221	2427	3	3	99,88	99,88	0,25
222	2483	38	2	98,47	99,92	1,61
223	2605	6	0	99,77	100,00	0,23
228	2053	21	22	98,98	98,93	2,09
230	2256	0	2	100,00	99,91	0,09
231	1571	0	0	100,00	100,00	0,00
232	1780	3	0	99,83	100,00	0,17
233	3079	3	0	99,90	100,00	0,10
234	2753	0	0	100,00	100,00	0,00
<b>Totaux →</b>	<b>109492</b>	<b>472</b>	<b>168</b>	<b>99,57</b>	<b>99,85</b>	<b>0.58</b>

Tableau 4.7. Résultats de la détection du complexe QRS testée sur la base MIT-BIH.

Troisième application : ondelette complexe *cmor1-0.5*.

N° Enr.	NBT	FN	FP	Se (%)	P <sup>+</sup> (%)	TE (%)
100	2273	0	0	100,00	100,00	0,00
101	1865	1	3	99,95	99,84	0,21
102	2187	0	0	100,00	100,00	0,00
103	2084	3	0	99,86	100,00	0,14
104	2229	5	4	99,78	99,82	0,40
105	2572	28	35	98,91	98,64	2,45
106	2027	19	1	99,06	99,95	0,99
107	2137	10	21	99,53	99,02	1,45
108	1763	39	29	97,79	98,35	3,86
109	2532	12	2	99,53	99,92	0,55
111	2124	5	4	99,76	99,81	0,42
112	2539	0	0	100,00	100,00	0,00
113	1795	1	0	99,94	100,00	0,06
114	1879	12	24	99,36	98,73	1,92
115	1953	0	0	100,00	100,00	0,00
116	2412	25	4	98,96	99,83	1,20
117	1535	0	1	100,00	99,93	0,07
118	2278	0	1	100,00	99,96	0,04
119	1987	0	1	100,00	99,95	0,05
121	1863	2	1	99,89	99,95	0,16
122	2476	0	1	100,00	99,96	0,04
123	1518	3	0	99,80	100,00	0,20
124	1619	2	0	99,88	100,00	0,12
200	2601	3	3	99,88	99,88	0,23
201	1963	51	1	97,40	99,95	2,65
202	2136	9	1	99,58	99,95	0,47
203	2980	53	42	98,22	98,59	3,19
205	2656	5	0	99,81	100,00	0,19
207	1860	42	8	97,74	99,56	2,69
208	2955	32	6	98,92	99,8	1,29
209	3004	0	3	100,00	99,90	0,10
210	2650	34	5	98,72	99,81	1,47
212	2748	0	0	100,00	100,00	0,00
213	3251	5	0	99,85	100,00	0,15
214	2261	6	6	99,73	99,73	0,53
215	3363	13	0	99,61	100,00	0,39
217	2208	13	11	99,41	99,50	1,09
219	2154	6	0	99,72	100,00	0,28
220	2048	0	0	100,00	100,00	0,00
221	2427	6	0	99,75	100,00	0,25
222	2483	5	3	99,80	99,88	0,32
223	2605	55	1	97,89	99,96	2,15
228	2053	33	29	98,39	98,58	3,02
230	2256	0	0	100,00	100,00	0,00
231	1571	0	0	100,00	100,00	0,00
232	1780	0	2	100,00	99,89	0,11
233	3079	1	0	99,97	100,00	0,03
234	2753	1	0	99,96	100,00	0,04
<b>Totaux →</b>	<b>109492</b>	<b>540</b>	<b>253</b>	<b>99,51</b>	<b>99,77</b>	<b>0,72</b>

Tableau 4.8. Comparaison des résultats de la détection pour les enregistrements 105, 108, 203 et 208.

N° Enr.	NBT	Ondelette <i>ccol</i>			Ondelette <i>cmor1-0.5</i>		
		FN	FP	TE (%)	FN	FP	TE (%)
105	2572	30	32	2,41	28	35	2,45
108	1763	34	25	3,35	39	29	3,86
203	2980	80	30	3,69	53	42	3,19
208	2955	21	14	1,18	32	6	1,29
Total	10270	165	101	<b>2,59</b>	152	112	<b>2,57</b>

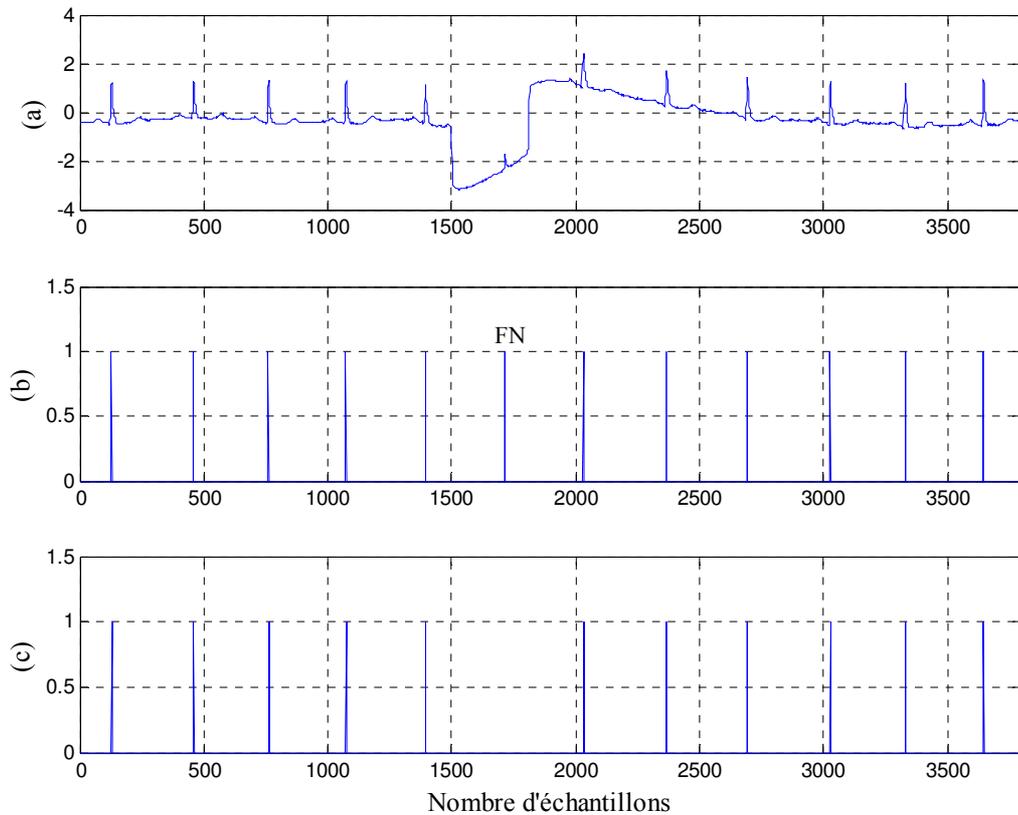


Fig. 4.35. Exemple de détection du complexe QRS (101.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*ccol*).

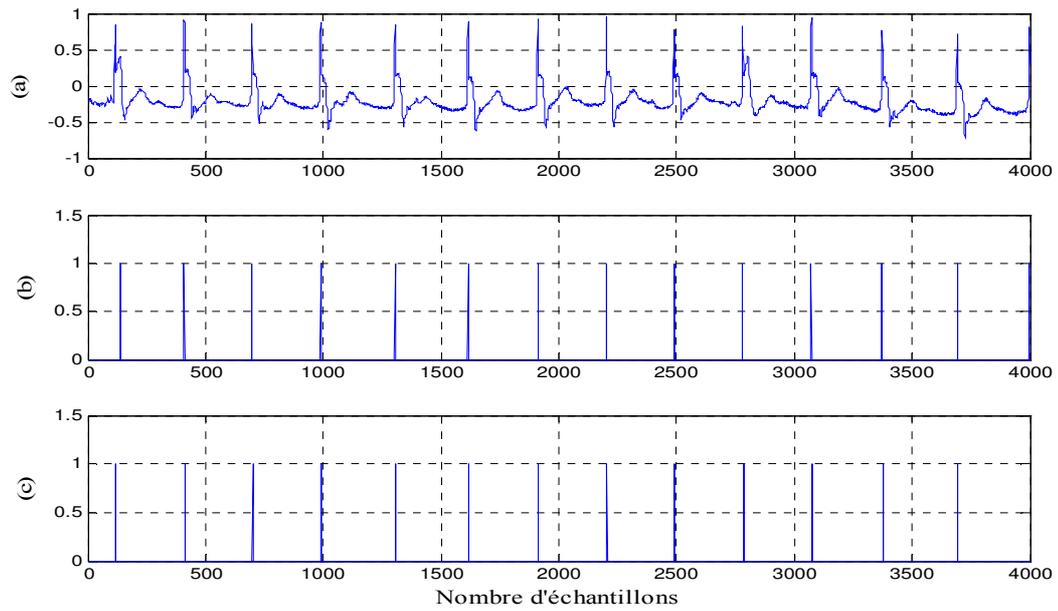


Fig. 4.36. Exemple de détection du complexe QRS (102.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*ccol*).

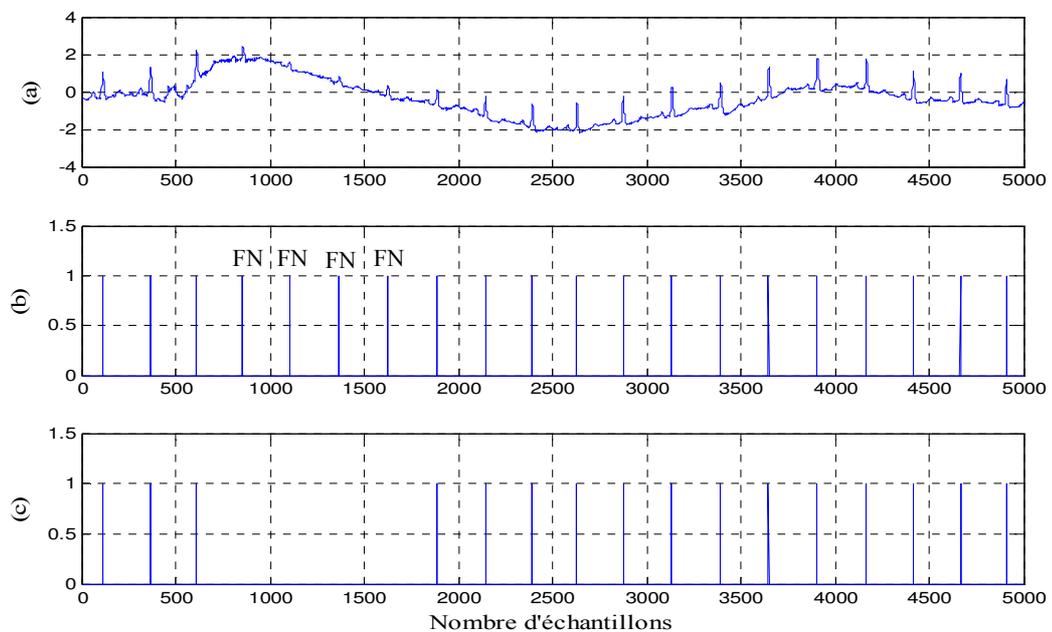


Fig. 4.37. Exemple de détection du complexe QRS (105.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*ccol*).

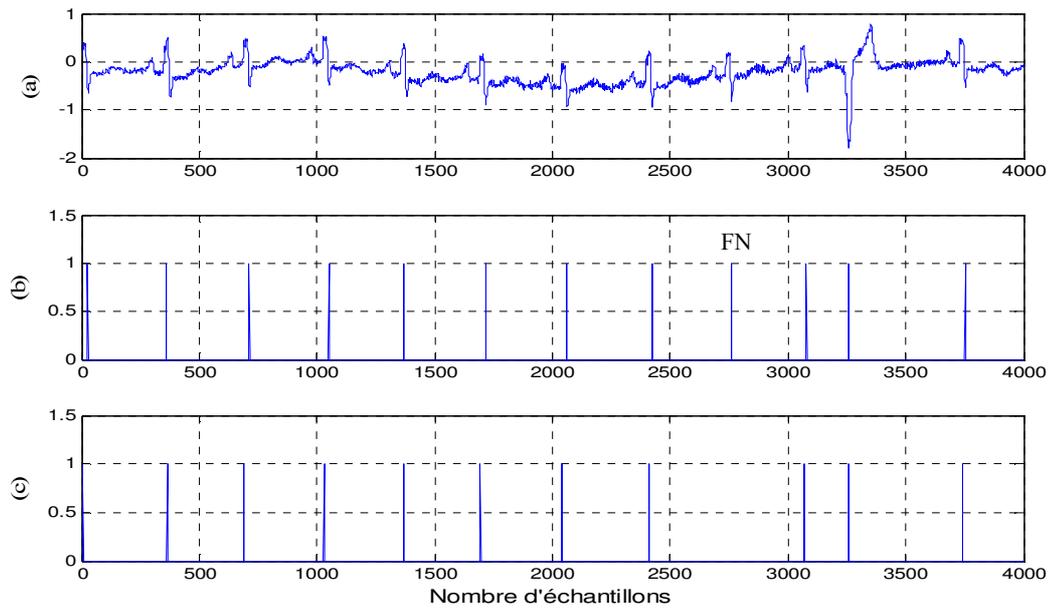


Fig. 4.38. Exemple de détection du complexe QRS (108.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*ccol*).

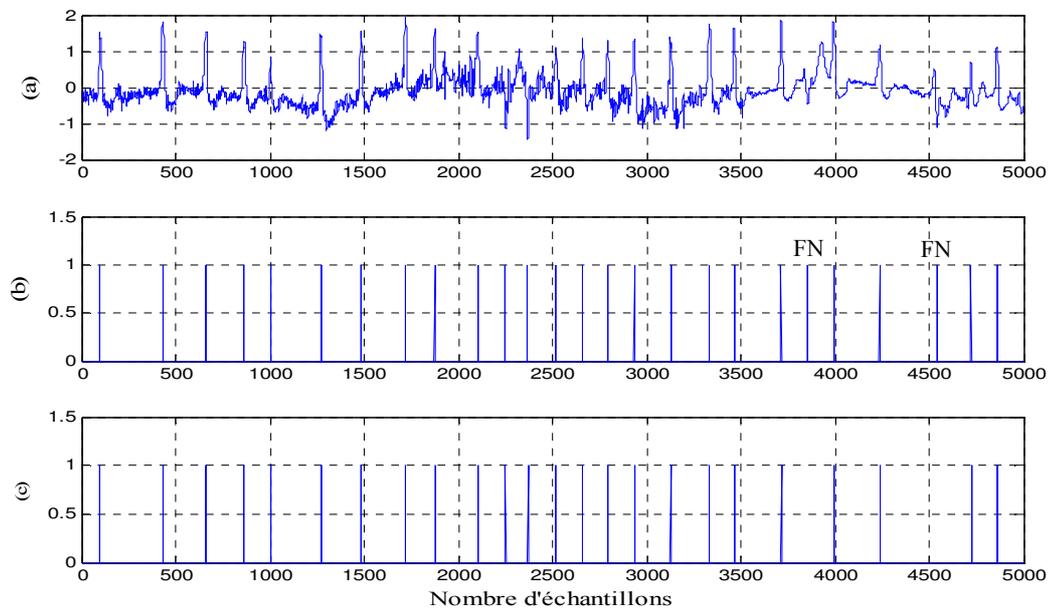


Fig. 4.39. Exemple de détection du complexe QRS (203.dat) :  
 (a) signal ECG, (b) annotation, (c) positions détectées par l'algorithme (*ccol*).

#### 4.6.4. Discussion et comparaison avec d'autres algorithmes

Une comparaison avec des algorithmes évoqués dans la littérature est menée en vue d'une évaluation des performances de nos algorithmes de détection proposés. Les principaux résultats sont reportés sur le tableau 4.9. La première application, utilisant l'ondelette *cole2*, n'a pas été citée car elle présente, clairement, un taux de détection non compétitif. Cependant, on mentionnera la version 2 améliorée, utilisant les deux ondelettes *cole2* et *cole1* et la version 3 utilisant l'ondelette complexe *ccol*. Les algorithmes, mis en compétition, utilisent différentes méthodes d'analyse et sont les plus cités dans la littérature. On leur adjoint deux autres algorithmes qui traitent, quant à eux, la notion de filtrage basée sur le principe de la dérivation non entière. En comparant ces résultats, on note que les performances de nos algorithmes sont proches de celles des détecteurs les plus compétitifs.

D'après la référence [57], les auteurs ont exposé une méthode de détection du complexe QRS. Ils ont appliqué leur algorithme sur quelques enregistrements (de 100 à 107 et 109). Une étude comparative avec des algorithmes proposés dans la littérature a été faite sur l'un des enregistrements les plus bruités : 105.dat. On a tiré profit de ces résultats publiés pour mener notre test comparatif. La même démarche a été suivie pour l'enregistrement 108.dat en comparant nos résultats avec d'autres algorithmes. Les performances, reportées sur le tableau 4.10, indiquent un bon comportement de nos algorithmes par rapport aux autres méthodes invoquées.

Tableau 4.9. Comparaison des performances des algorithmes de détection proposés avec celles citées dans la littérature.

Méthode utilisée	Nbre total de battements	FN	FP	TE (%)	Observations
Pan et al. [2]	109809 *	277	507	0,71	24 heures
Hamilton et al. [16]	109269	340	248	0,54	24 heures
Li et al. [8]	104184 *	112	65	0,17	214, 215 exclus
Poli et al. [46]	109963	441	545	0,90	24 heures
Lee et al. [14]	109481	335	137	0,43	24 heures
Bahoura et al. [9]	109809 *	184 *	135 *	0,29	24 heures
Ferdi et al. [15]	109492	256	146	0,37	24 heures
Christov et al. [58]	110050	294	215	0,46	24 heures
Martinez et al. [10]	109428	220	153	0,34	24 heures
Chen et al. [19]	102654	459	529	0,96	106, 108, 228 exclus
Yeh et al. [59]	116137	166	58	0,19	24 heures
Benmalek et al. [50]	107632	156	153	0,28	207 exclu
Algorithme proposé 2	109492	374	176	0,50	24 heures
Algorithme proposé 3	109492	442	195	0,58	24 heures

\* Valeurs recalculées à cause des anomalies qui existent dans les résultats fournis par les auteurs.

Tableau 4.10. Comparaison des performances des algorithmes de détection pour les enregistrements 105 et 108.

Méthode utilisée	Enregistrement					
	105			108		
	FN	FP	TE (%)	FN	FP	TE (%)
Pan et al. [2]	22	67	3,46	22	199	12,54
Hamilton et al. [16]	22	53	2,91	47	50	5,50
Xue et al. [45]	22	40	2,41	16	25	2,33
Li et al. [8]	13	15	1,09	15	13	1,59
Poli et al. [46]	5	86	3,54	25	143	9,53
Lee et al. [14]	4	41	1,75	11	9	1,13
Bahoura et al. [9]	15	27	1,63	29	20	2,78
Afonso et al. [5]	16	53	3,22	-	-	-
Ferdi et al. [15]	14	16	1,17	25	21	2,61
Chen et al. [19]	5	78	3,23	*	*	*
Zhang et al. [57]	0	21	0,99	*	*	*
Yeh et al. [59]	17	0	0,66	0	6	0,34
Benmalek et al. [50]	15	33	1,87	6	9	0,85
Algorithme proposé 2	11	36	1,83	25	34	3,35
Algorithme proposé 3	30	32	2,41	34	25	3,35

\* Enregistrement 108 non considéré par les auteurs.

## 4.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un algorithme de détection du complexes QRS basé sur la transformée en ondelettes. Les ondelettes utilisées sont fondées sur la distribution de Cole-Cole assez utilisée dans la modélisation des systèmes fractionnaires. Le choix du paramètre  $m$ , qui représente l'ordre du système fractionnaire, est basé sur la maximisation du rapport signal sur bruit (SNR). La transformée en ondelettes appliquée produit plusieurs signaux correspondant aux échelles de décomposition les plus favorables à la détection du complexe QRS. Leur choix est basé sur la bande passante du complexe QRS. Sur ces signaux, on a opéré une transformation non linéaire traduite par un produit multi-échelle. Puis, la méthode des maxima du module appliquée au produit multi-échelle nous a permis de générer le signal à seuiller. Des seuils de détection adaptatifs, en amplitude et en temps, sont calculés pour une meilleure détection du complexe QRS en minimisant les fausses alarmes et les non détections. Plusieurs ondelettes ont été appliquées sur les signaux tests de la base de données standard MIT-BIH : l'ondelette *cole2* seule, puis *cole2* et *cole1* afin d'améliorer la détection et minimiser les fausses alarmes en réalisant un test de passage par zéro et enfin, l'ondelette complexe *ccol* où on a utilisé la partie réelle des coefficients d'ondelettes pour la génération du signal à seuiller et leur partie imaginaire pour un test de passage par zéro. D'autres applications ont été faites en se servant des ondelettes présentant des similitudes avec nos ondelettes fractionnaires à savoir : *gaus2*, *gaus1* et *cmor* pour une éventuelle comparaison. Ces trois applications ont permis de détecter plus de 99% des complexes QRS. Cet aboutissement nous permet de classer ces algorithmes parmi ceux qui présentent un taux supérieur à 99% de détection.

## *Conclusion Générale*

---

## 1. Conclusion

Dans cette thèse, nous avons abordé le problème de la détection du complexe QRS du signal ECG par une approche basée sur la transformée en ondelettes utilisant des ondelettes fractionnaires réelles et complexes. Ces ondelettes ont été construites par dérivation et modulation de la distribution de Cole-Cole. Cette fonction de Cole-Cole est largement utilisée dans la modélisation mathématique des systèmes d'ordre fractionnaires. Plus précisément, il s'agit, dans le domaine du traitement de signal, d'ondelettes fractionnaires permettant de détecter les instants d'occurrence des pics R des signaux ECG, et dans le domaine mathématique, d'une nouvelle famille d'ondelettes avec des facultés acceptables. Il existe bien d'autres travaux antécédents et similaires donnant des résultats meilleurs, mais l'originalité de l'approche que nous avons présentée est qu'elle est basée, seulement, sur ces ondelettes fractionnaires sans avoir recours à d'autres techniques supplémentaires (filtrage linéaire et non linéaire, réseaux de neurones, logique floue, algorithmes génétiques, ...).

Nous avons, tout d'abord, donné certains concepts sur l'électrophysiologie cardiaque et le fonctionnement mécanique et électrique du cœur. Le signal électrique cardiaque (ECG) est la représentation des potentiels dus aux courants électriques qui circulent dans le cœur. Il est enregistré à partir de la peau par des électrodes.

Nous avons, ensuite, introduit la théorie des ondelettes. Les définitions et les propriétés de ces dernières ont été largement développées en s'appuyant sur des exemples de familles d'ondelettes les plus connues dans la littérature.

En tenant comptes de ces définitions et propriétés, nous avons présenté notre famille d'ondelettes fractionnaires basées sur la distribution de Cole-Cole. Elles sont construites par dérivation et modulation de cette fonction. Pour illustrer leurs facultés et propriétés, nous avons proposé une analyse continue par transformée en ondelettes de quelques types de signaux qui présentent des discontinuités et des singularités, bref des irrégularités occasionnelles. Cela nous a permis de dévoiler leurs capacités à se focaliser sur ces singularités et ces discontinuités en permettant une meilleure détection et une meilleure description.

Après cette étude préliminaire, nous avons développé un algorithme de détection du complexes QRS basé sur la transformée en ondelettes. Les ondelettes utilisées constituent la famille d'ondelettes fractionnaires créées. En se basant sur la bande passante du complexe QRS, la transformée en ondelettes est appliquée pour des échelles de décomposition les plus

favorables à la détection du complexe QRS. Sur les signaux obtenus, une transformation non linéaire est réalisée en accomplissant leur produit afin d'accentuer les pics R et réduire, par la même occasion, l'effet du bruit résiduel. Le signal à seuiller est obtenu en appliquant la méthode des maxima du module de la transformée en ondelettes sur ce produit de manière à obtenir seulement un seul pic pour chaque complexe QRS. Des seuils de détection adaptatifs, en amplitude et en temps, sont calculés pour une meilleure détection du complexe QRS en minimisant les fausses alarmes et les non détections.

Trois ondelettes ont été mises en œuvre sur les signaux tests de la base de données standard MIT-BIH : l'ondelette *cole2* seule, puis *cole2* et *cole1* et enfin, l'ondelette complexe *ccol*. L'application avec l'ondelette *cole2* n'a pas révélé des résultats prometteurs surtout avec les signaux tests les plus difficiles, ce qui nous a poussé à les écarter. L'utilisation de l'ondelette *cole2* associée à l'ondelette *cole1* ne laisse aucun doute sur l'augmentation de performance en terme de pourcentage de détection et de réduction du taux de fausse alarme qu'elle entraîne. Ceci montre bien que le test de passage par zéro, introduit dans l'étape de décision, a un rôle primordial sur la qualité du détecteur. C'est cette même méthode qui est employée dans la troisième application utilisant l'ondelette complexe *ccol* en substituant, respectivement, les ondelettes *cole2* et *cole1* par la partie réelle de *ccol* et sa partie imaginaire. Ces trois applications ont permis de détecter plus de 99% des complexes QRS. Cet aboutissement nous permet de classer ces algorithmes parmi ceux qui présentent un taux supérieur à 99% de détection. Pour une première comparaison, des analyses ont été faites en se servant des ondelettes présentant des similitudes avec nos ondelettes fractionnaires, à savoir : *gaus2*, *gaus1* et *cmor*. Les résultats établis, pour les trois ondelettes, montrent une certaine analogie en ce qui concerne le taux de détection total et une légère primauté des ondelettes *gaus2*, *gaus1* et *cmor* en consultant les résultats obtenus pour les signaux tests les plus difficiles de la base de données. En comparant les performances de nos algorithmes exposés avec celles des méthodes les plus populaires en ce domaine et utilisant la même base de signaux tests, nos solutions présentent quelques avantages et peuvent être réparties parmi les résultats les plus performants.

## 2. Perspectives et suggestions

Quant aux perspectives et suggestions de travaux futurs de recherche, elles s'inscrivent dans la continuité des travaux de cette thèse. Tout en restant dans le domaine du calcul fractionnaire, elles peuvent être comme suit :

- La méthode de détection que nous avons développée peut être étendue à la caractérisation du battement cardiaque tout entier : de la détection des ondes P et T à la mesure des différents intervalles et durées des ondes caractéristiques du signal ;
- Nos ondelettes construites ne sont utilisables que dans le cas continu car elles ne sont pas orthogonales et ne peuvent, donc, pas bénéficier des algorithmes rapides de décomposition. Ces algorithmes sont utilisés, notamment, dans la compression et le débruitage des signaux. On peut développer cette construction d'ondelettes fractionnaires en cherchant à concevoir des ondelettes fractionnaires orthogonales voire bi-orthogonales issues de cette distribution de Cole-Cole.

## *Références*

---

- 
- [1] A.K. Z129-132iarani and A. Konrad. A nonlinear adaptive method of elimination of power line interference in ECG signals. *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, 49(6):540-547, June 2002.
- [2] J. Pan and W.J. Tompkins. A real-time QRS detection algorithm. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 32: 230-236, 1985.
- [3] R. Silipo and C. Marchesi. Artificial neural networks for automatic ECG analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(5), pp. 1417-1425. 1998.
- [4] O.T. Inan, L. Giovangrandi and G.T.A. Kovacs. Robust neural-network-based classification premature ventricular contractions using wavelet transform and timing interval features. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, pp. 2507-2515, 2006.
- [5] V. Afonso, W.J. Tompkins, T. Nguyen and L. Shen. ECG beat detection using filter banks. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 46, pp. 192-202, 1999.
- [6] M.I. Vai and L.G. Zhou. Beat-to-beat ECG ventricular late potentials variance detection by filter bank and wavelet transform as beat-sequence filter. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 51, N° 8, pp. 1407-1413, 1999.
- [7] M. Akay. *Time frequency and wavelets in biomedical signal processing*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998.
- [8] C. Li, C. Zheng and C. Tai. Detection of ECG characteristic points using wavelet transforms. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*; 42: 21-28, 1995.
- [9] M. Bahoura, M. Hassani and M. Hubin. DSP implementation of wavelet transform for real time ECG waveforms detection and heart rate analysis. *Comput. Methods Programs Biomed.*; 52 (1): 35-44, 1997.
- [10] J.P. Martinez, R. Almeida, S. Olmos, A.P. Rocha and P. Laguna. A wavelet-based ECG delineator: evaluation on standard databases. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*; 51: 570-81, 2004.
- [11] A. Josko and R.J. Rak. Effective simulation of signals for testing ECG analyzer. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 54, N°3, pp. 1019-1024, 2005.
- [12] W. Zong and D. Jiang. Automated ECG rhythm analysis using fuzzy reasoning. *Computers in Cardiology*, Vol. 25, pp. 69-72, 1998.
- [13] R. Dubois, *Application des nouvelles méthodes d'apprentissage à la détection précoce d'anomalies en électrocardiographie*, Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 2004.
- [14] J. Lee, K. Jeong, J. Yoon and M. Lee. A simple real-time QRS detection algorithm. in *Proc. 18<sup>th</sup> Ann. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, 1396-1398, 1996.

- 
- [15] Y. Ferdi, J.P. Herbeuval and A. Charef. R-wave detection using fractional digital differentiation. *ITBM-RBM*, 24: 273-280, 2003.
- [16] P.S. Hamilton and W.J. Tompkins. Quantitative investigation on QRS detection rules using the MIT/BIH arrhythmia database. *IEEE Trans. Bio. Eng.*, 33: 1157-1165, 1986.
- [17] S. Kadambi, R. Murray and G.F. Boudreaux-Bartels. Wavelet transform-based QRS complex detector. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*; 47(7), pp. 838-848, 1999.
- [18] I. Romero Legarreta et al. R-wave detection using continuous wavelet modulus maxima. *Computer in Cardiology*; 30: 565-568, 2003.
- [19] S-W Chen, H-C Chen and H-L Chan. A real-time QRS detection method based on moving-averaging incorporating with wavelet denoising. *Comput. Methods Programs Biomed.*; 82, pp. 187-195, 2006.
- [20] J.C. Moraes, M.M. Freitas, F.N. Vilani and E.V. Costa. A QRS complex detection algorithm using electrocardiogram leads, *Computers in Cardiology*, pp. 205-208, 2002.
- [21] O. Fokapu and J.P. Girard. Evolution temporelle et fréquentielle de l'ECG : analyse battement par battement. *ITBM*, pp. 102-112, 1994.
- [22] R. Le Page. Détection et analyse de l'onde P d'un ECG: application au dépistage de la fibrillation auriculaire. Thèse de Doctorat, Université de Bretagne occidentale, 2003.
- [23] B-U. Köhler, C. Henning and R. Orglmeister. The principles of software QRS detection. *IEEE Eng. in Med. Biol. Mag.*; 21(1) : 42-57, 2002.
- [24] D. Tchiotso. Modélisations polynomiales des signaux ECG. Applications à la compression. Thèse de Doctorat, Institut Polytechnique de Lorraine, université de Nancy, 2007.
- [25] H.H. Sun, A. Charef, Y.Y. Tsao, and B. Onaral. Analysis of polarization dynamics by singularity decomposition method. *Ann. Biomed. Eng.*, 20, pp 321-335, 1992.
- [26] G.B. Moody and R.G. Mark. The MIT-BIH arrhythmia database on CD-ROM and software for use with it. In *Computers in Cardiology*; IEEE Computer Society Press, 185-188, 1990.
- [27] D. Dubin. *Lecture Accélérée de l'ECG*. Maloine édition, Paris, 1999.
- [28] A. R. Houghton and D. Gray. *Maîtriser l'ECG - de la théorie à la clinique*. Masson, 2000.
- [29] J. R. Hampton. *L'ECG Facile*. Sixième édition, EDISEM, Maloine, Paris, 2004.
- [30] J. Adamec and R. Adamec. *ECG Holter. Manuel d'interprétation électrocardiographique*. Médecine & Hygiène, 2000.

- 
- [31] S. Mallat. Une exploration des signaux en ondelettes. Editions de l'Ecole Polytechnique, Ellipses édition, Paris, 2000.
- [32] B. Burke Hubbard. Ondes et Ondelettes. La saga d'un outil mathématique. Pour la Science, Belin, Paris, 1995.
- [33] Y. Meyer. Ondelettes et opérateurs I - Ondelettes. Hermann, Paris, 1990.
- [34] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, and J.M. Poggi. Les ondelettes et leurs applications. Edition Hermès Science, Paris, 2003.
- [35] P. Flandrin. Temps fréquence. Traité des Nouvelles Technologies, série Traitement du Signal. Hermès, Paris, 1993.
- [36] A. Ouafi. Compression d'images fixes biomédicales par les transformées en ondelettes associées aux algorithmes de quantification vectorielle et de codage entropique. Thèse de Magister, Université Mohamed Khider, Biskra, 2001.
- [37] S. Mallat. A theory of multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intel., vol.11, no. 7, pp. 674-693, July 1989.
- [38] S. Mallat and W.L. Hwang. Singularity detection and processing with wavelets. IEEE Trans. Inf. Theory, 38, pp 617-643, 1992.
- [39] O. Le Cadet. Méthodes d'ondelettes pour la segmentation d'images. Applications à l'imagerie médicale et au tatouage d'images. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, septembre 2004.
- [40] H. Nezzari, A. Charef and M. Benmalek. Introduction d'une fenêtre de pondération d'ordre fractionnaire. In the Proceedings of CNIE'04, Oran, Algérie, décembre 2004.
- [41] A. Charef. Modeling and analog realization of the fundamental linear fractional order differential equation. Nonlinear Dynamics, N° 46, N°1-2, October 2006.
- [42] S. Mallat. Zero crossings of wavelet transform. IEEE Trans. Infor. Theory, 31, pp 1019-1033, 1991.
- [43] F. Abdelliche and A. Charef. Application d'une nouvelle famille d'ondelettes fractionnaires basées sur la fonction de Cole-Cole. 1<sup>ère</sup> Conférence Nationale sur les Systèmes d'Ordre Fractionnaire et leurs Applications, 18-19 Mai 2010, Skikda, Algérie.
- [44] G.M. Friesen, T.C. Jannett, M.A. Jadallah, S.L. Yates, S.R. Quint and H.T. Nagle. A comparison of the noise sensitivity of nine QRS detection algorithms. IEEE Trans. Biomed. Eng.; 37: 85-98, 1990.
- [45] Q. Xue, Y. H. Hu, and W. J. Tompkins. Neural-network-based adaptive matched filtering for QRS detection. IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. 39, pp. 317-329, 1992.

- [46] R. Poli, S. Cagnoni and G. Valli. Genetic design of optimum linear and nonlinear QRS detectors. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 42: 1137-1141, 1995.
- [47] P. Augustyniak. Time-frequency modelling and discrimination of noise in the electrocardiogram, *Physiol. Meas.*, Vol.24, pp. 753-767, 2003.
- [48] N.V. Thakor, J.G. Webster and W.J. Tompkins. Estimation of QRS complex power spectra for design of a QRS filter. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*; Vol. 31, 11: 702-705, 1984.
- [49] Y. Ferdi. Analyse et compression du signal électrocardiographique (ECG) par des algorithmes basés sur la dérivation non entière. Thèse de Doctorat. Université de Constantine, Algérie, 2001.
- [50] M. Benmalek and A. Charef. Digital fractional order operators for R-wave detection in ECG signal. *IET proceedings on Signal Processing*, Vol. 3, issue 5, pp. 381-391, 2009.
- [51] A. I. Manriquez. Segmentation de l'électrocardiogramme pour la modélisation de la dynamique du QT lors de l'exercice du handgrip. Thèse de Doctorat, université de Rennes 1, 2008.
- [52] F. Abdelliche, A. Charef, M.L. Talbi and M. Benmalek. A fractional wavelet for QRS detection. 2nd International Conference ICTTA'06, 24-28 April 2006, Damascus, Syria.
- [53] F. Abdelliche and A. Charef. Fractional wavelet for R-wave detection in ECG signal. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 36(2), pp. 79-91, 2008.
- [54] F. Abdelliche and A. Charef. R-Peak detection using a complex fractional wavelet. *ELECO 2009, 6<sup>th</sup> International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, 5-8 November, Bursa, Turkey, 2009.
- [55] R. Jané, P. Laguna, P. Caminal and H. Rix. Adaptive filtering of high-resolution ECG signals. *Computers in Cardiology Proceedings*, 23-26 Sept.; 347-350, 1990.
- [56] B.M. Sadler and A. Swami. Analysis of multiscale products for step detection and estimation. *IEEE Trans. Infor. Theory*; 45: 1043-1051, 1999.
- [57] F. Zhang and Y. Lian. Novel QRS Detection by CWT for ECG Sensor. *IEEE Biomedical Circuits and Systems Conference, BIOCAS 2007*, pp. 211-214, 2007.
- [58] I. Christov. Real time electrocardiogram QRS detection using combined adaptive threshold, *BioMedical Engineering OnLine*, vol.3, no.28, 2004.
- [59] Y-C Yeh and W-J Wang. QRS complexes detection for ECG signal: The difference operation method. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* (91), pp. 245-254, 2008.

## Résumé

L'électrocardiogramme (ECG) est un signal qui représente les variations de l'activité électrique du cœur en fonction du temps. Le complexe QRS est l'onde la plus convoitée dans l'analyse de l'ECG. La détection du complexe QRS est d'une importance capitale dans les systèmes de traitement automatique de l'ECG. Les difficultés de la détection de complexes QRS résident, essentiellement, dans la grande variabilité de la forme du signal et la présence de bruits d'origines diverses. De nombreux algorithmes de détection existent dans la littérature. L'opération est réalisée, en général, en deux étapes : un préprocesseur et une règle de décision. Le préprocesseur fournit des suites d'impulsions qui seront classées comme des complexes QRS ou du bruit. Le travail réalisé dans cette thèse présente un algorithme de traitement du signal ECG et de détection du complexe QRS que nous avons développé en se basant sur la transformée en ondelettes continue utilisant des ondelettes fractionnaires. Ces ondelettes fractionnaires sont des ondelettes conçues par simple dérivation ou par modulation de la distribution de Cole-Cole qui est largement utilisée dans la modélisation mathématique des systèmes d'ordre fractionnaire. Deux expériences de prétraitement et de détection de l'onde R sont présentées en utilisant la base de données MIT-BIH. La première expérience utilise une ondelette fractionnaire réelle et la seconde utilise une ondelette fractionnaire complexe. Les performances des algorithmes sont mesurées en terme de non détection, fausse alarme et retard de détection. Les résultats obtenus étaient très satisfaisants et elles sont comparables à celles des algorithmes les plus performants testés sur cette base de données.

**Mots-clés :** Electrocardiogramme (ECG), distribution de Cole-Cole, ondelette fractionnaire, complexe QRS, transformée en ondelettes.

## **Abstract**

The electrocardiogram (ECG) is the signal that represents the variations of the electrical activity of the heart as function of time. The QRS complex is the most coveted wave in the ECG analysis. QRS detection is of vital importance in the ECG automatic processing. The QRS detection difficulties lie, essentially, in the physiological and morphological variability of the ECG signal along with the noise contamination from various sources. Numerous detection algorithms exist in the literature. The detection operation is, in general, realized in two steps: a pre-processing step and a detection step. The pre-processing step gives a train of impulses which will be classified as QRS complexes or noise. The work realized in this thesis presents an ECG signal processing and QRS complex detection algorithm based on the continuous wavelet transform using proposed fractional wavelets. These fractional wavelets are wavelets derived from the derivatives and modulation of the Cole-Cole distribution function of relaxation times which is widely used in mathematical modelling of fractional order systems. Two pre-processing and R wave detection experiments have been evaluated using the MIT-BIH database. A real fractional wavelet has been used in the first experiment and the second one has used a complex fractional wavelet. The proposed algorithms performances have been measured in terms of non detection, false alarm, detection delay and the number of mathematical operations. The obtained results have been very satisfactory and comparable to the most high performance algorithms which use the MIT/BIH database.

**Key-words:** Electrocardiogram, Cole-Cole distribution, fractional wavelet, QRS complex, wavelet transform.

## ملخص

المخطط الكهربائي للقلب (ECG) هو إشارة تمثل تغيرات النشاط الكهربائي للقلب بدلالة الزمن. المركب QRS هو الموجة الأكثر طلبا في تحليل إشارة ECG. يكتسي الكشف عن المركب QRS أهمية قصوى في أنظمة التحليل الآلي لإشارة ECG. إن صعوبة الكشف عن هذا المركب QRS تكمن في وجود أشكال مختلفة له والتغير الكبير في شكل الإشارة زيادة على وجود، في أغلب الأحيان، عدة تشويشات ذات مصادر عديدة. يوجد العديد من الخوارزميات هدفها الكشف عن المركب QRS. تنقسم العملية عامة إلى مرحلتين : المعالجة المسبقة لإشارة ECG ثم معيار الفصل. تزودنا المعالجة المسبقة بسلسلة من الذبذبات التي يمكن تصنيفها كمركبات QRS أو كضجيج. تقدم لنا هذه الأطروحة خوارزمية لتحليل الإشارة ECG والكشف عن المركب QRS باستعمال موجيات كسرية. هذه الأخيرة أنشأت عن طريق الاشتقاق أو التضمين لدالة Cole-Cole التي استعملت كثيرا كنموذج رياضي للأنظمة الكسرية. قمنا بتجربتين لمعالجة الإشارة ECG والكشف عن المركب QRS باستخدام إشارات MIT-BIH database. التجربة الأولى تستعمل موجية كسرية حقيقية والثانية موجية كسرية مركبة. تقاس النتائج القياسية للخوارزمية بثلاث وحدات: عدم الكشف، الكشف الكاذب وتأخر الكشف. إن النتائج المحصلة عليها كانت جد مقنعة ومرضية وتقارن بنتائج خوارزميات الكشف عن المركب QRS المطبقة على هذه القاعدة من البيانات.

**كلمات المفاتيح:** المخطط الكهربائي للقلب (ECG)، دالة Cole-Cole، موجية كسرية، المركب QRS، التحويل للموجيات.