

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

N° D'ORDRE :
SERIE:

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT DE CHIMIE INDUSTRIELLE

THÈSE

En vue de l'obtention
DU DOCTORAT EN SCIENCES
EN GENIE DES PROCEDES

Par

KOUACHI SABRI

Étude et Simulation par Modèles Mathématiques des Étapes Élémentaires lors du Contact Particule – Bulle en Flottation

- Jury -

MR. A.H. MENIAI	Professeur, Université de Constantine	Président
MR. M. BOUHENGUEL	Professeur, Université de OEB	Rapporteur
MR. M. BENCHEIKH - LEHOCINE	Professeur, Université de Constantine	Examineur
MR. MALEK RASSOUL Y. EL HILO	Professeur, Université de OEB	Examineur
MR. A. HASSEINE	Professeur, Université de Biskra	Examineur

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je ne saurais exprimer suffisamment toute ma gratitude à mon encadreur le Professeur Bouhenguel Mustapha. J'ai pu tout au long de ce travail de recherche bénéficier de sa compétence, mais également de ses encouragements et de ses précieux conseils qui m'ont permis de mener à bien cette étude.

Je tiens aussi à remercier le professeur Meniai Abdeslam-Hassen qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et me faire l'honneur de présider le jury.

Je remercie également le professeur Bencheikh Lehocine Mossaab de l'université de Constantine, le professeur Malek Rassoul Yacine El Hilo de l'université Larbi Ben M'Hidi de Oum El Bouaghi et le professeur Abdelatif Hasseine de l'université de Biskra d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail et particulièrement ma famille.

Sommaire

Nomenclature	
Introduction.....	01

Chapitre I

Etude bibliographique sur la théorie de flottation

1 Historique du procédé et domaine d'application.....	05
2 Principe de la flottation	06
3 Types de flottation.....	07
3.1 Flottation en colonne.....	07
3.2 Flottation naturelle	08
4 Réactifs de flottation	08
4.1 Moussants	08
4.2 Collecteurs ou surfactant.....	09
4.3 Agents modifiant le pH.....	11
4.4 Activants et dépresseurs.....	11
5 Thermodynamique de flottation.....	11
5.1 Thermodynamique à l'interface liquide air	12
5.2 Thermodynamique du mouillage et eau liée.....	13

Chapitre II

Etude de la collision particule – bulle

Introduction.....	15
1 Théorie des trois zones	15
2 Collision particule – bulle.....	17
3 Equation de trajectoire de la particule	18
4 Mobilité de surface de la bulle et régime d'écoulement du liquide	22
4.1 Vitesse terminale de la bulle d'air	24
5 Probabilité et Efficacité de collision particule – bulle	26
5.1 Ligne de courant	26
6 Modèles d'efficacité et de probabilité de la collision particule – bulle.....	30
6.1 Modèle de Langmuir et Blodgett.....	31
6.2 Modèle de Sutherland	31
6.3 Modèle de Gaudin.....	32
6.4 Modèle de Weber – Paddock	32
6.5 Modèle de Yoon – Lutterell	33
6.6 Modèle de Nguyen.....	35
6.7 Modèle de Bloom et Heindel	36
6.8 Equation générale de Sutherland	36

Chapitre III

Attachement, Détachement et Cinétique de Flottation

Introduction.....	39
1 Attachement particule – bulle.....	39

2	Notion des films liquides minces	40
2.1	Notion de pression de disjonction.....	42
3	Etape élémentaires d'attachement	43
3.1	1ère étapes élémentaires de l'attachement particule – bulle.....	43
3.2	2ème étapes élémentaire de l'attachement particule – bulle	45
3.3	3ème étapes élémentaire de l'attachement particule – bulle	47
3.3.2	Modèle de Hansjoachim Stechemesser.....	49
4	Méthodes de l'estimation de l'angle de contact à l'équilibre de TPC	52
4.1	Modèles de calcul de l'angle de contact d'une surface solide	52
4.1.1	Equilibre des trois interfaces.....	52
4.1.2	Modèle de Neumann	54
4.1.3	Modèle de Owens et Wendt.....	54
4.1.4	Modèle de Fowkes	54
4.1.5	Modèle de Good Von Oss.....	55
4.2	Calcul de l'angle de contact d'une surface sphérique à l'équilibre	55
4.2.1	Influence de la tension de ligne sur l'angle de contact apparent	56
4.2.2	Aucune pression de Laplace, seulement la tension de ligne.....	57
4.2.3	Aucune tension de ligne, seulement la pression de Laplace.....	57
4.2.4	Calcul de l'angle de contact en fonction de la tension de ligne	58
4.2.5	Relation de la tension de ligne à la ligne de contact.....	58
5	Notion du temps d'induction	60
6	Probabilité et Efficacité d'attachement par glissement	61
6.1	Modèle de Nguyen	61
6.2	Modèle de Dobby et Finch.....	62
7	Stabilité et détachement particule – bulle	64
8	Cinétique de Flottation	65
8.1	Cinétique de Flottation en régime turbulent	66

Chapitre IV

Résultats et Discussion

	Introduction	70
1	Vitesse terminale de la particule	70
2	Probabilité et Efficacité de collision	71
3	Temps de contact	81
3.1	Temps de contact de collision.....	82
3.2	Temps de contact de glissement	82
3.3	Temps d'expansion de la ligne de TPC	85
3.4	Temps d'induction	88
4	Angle de contact à l'équilibre de TPC	89
4.4	Angle de contact d'une surface plane	89
4.4	Angle de contact à l'équilibre de TPC d'une surface sphérique.....	91
5	Efficacité d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle	94
6	Efficacité de collection particule – bulle	106
7	Cinétique de Flottation	107
8	Remarques générale	120
	Conclusion générale	121
	Résumé	
	Annexe	
	Bibliographie	
	Article Publié	

Nomenclature

Lettres Latines

a_c	L'accélération additionnelle qui détermine les force de détachement.
A_{cell}	Superficie de la cellule de flottation.
Ar	Nombre d'Archimède
a_{TPC}	Mobilité de l'expansion du TPC
Bo	Nombre de Bond modifié
C	Nombre capillaire $C_a = v_{PS}\eta_L/\gamma$
C_D	Coefficient de traîné
C_B	paramètre de rigidité ($C_B = 4$ bulle mobile, $C_B = 1$ bulle immobile)
d_B	Diamètre de la bulle d'air
d_P	Diamètre de la particule solide
E_a	Efficacité d'attachement
Ea	Nombre de Eoetvoes
E_C	Efficacité de collision
E_d	Energie d'interaction de dispersion
E_k	Energie cinétique de la particule à la distance h_0 .
E_{stab}	Efficacité de stabilité de l'agrégat bulle – particule
F	Energie libre de Helmholtz
F_{ca}	Force capillaire
F_{HYD}	Forces hydrostatiques à la surface de TPC
F_G	Forces gravitationnelles (gravité et flottabilité) de la particule
ΔG	Energie libre de surface
G_{fr}	Débit du gaz
h	Epaisseur du film Liquide mince
h_{cr}	Epaisseur critique du film Liquide mince
K	Nombre de Stockes
k_B	Constante de Boltzmann
k	Constante cinétique de flottation
K_r	Nombre critique de Stockes

l	Longueur capillaire
L_y	Nombre de Lyashchenko
n	Facteur de la mobilité interfacial
N_B	Nombre des bulles par unité de volume par unité de temps
N_P	Nombre des particules par unité de volume par unité de temps
P_a	Probabilité d'attachement
P_c	Probabilité de collision
P_d	Probabilité de détachement
Q_P	Débit volumique dans la cellule de flottation
R	Récupération des particules
r_o	Rayon du film
r	Distance d'intercentre entre la particule et la bulle
r_c	Rayon critique de la ligne de TPC
R_B	Rayon de bulle
R_C	Rayon de collision
R_P	Rayon de particules
S_B	Aire de surface de la bulle
t_{ind}	Temps d'induction
t_r	Temps de rupture du film
t_{TPC}	Temps de l'expansion de TPC
t_S	Temps de glissement
t_v	Temps de vie moyen des vortex turbulents dans la cellule de flottation
v_0	Vitesse d'approche initiale
v_B	Vitesse de la bulle d'air
v_P	Vitesse de la particule
v_{PS}	Vitesse de sédimentation de la particule
v_ϕ	Vitesse de glissement de la particule au dessus de la surface de la bulle
V_a	Vitesse de sédimentation limite de la particule
V_d	Vitesse de drainage du film
V_f	Volume de la cellule de flottation
V_g	Vitesse superficielle du gaz
V_{TPC}	Vitesse du TPC relative à l'espace environnant
\overline{V}_P^2	Racines carrées de la vitesse moyenne de fluctuations de la particule

\overline{V}_B^2	Racines carrées de la vitesse moyenne de fluctuations de la bulle
w_ϕ	Vitesse relative bulle – eau dans la direction tangentielle
W	Travail thermodynamique
W_a	Travail d'adhérence
X_s	Proportion de type de particules capable de flotter
z_0	Profondeur de déformation de l'interface liquide – gaz à la ligne de TPC
z_{ij}	Nombre de collision par unité de volume par unité de temps
Z_{PB}	Fréquence de collision bulle – particule
U_P	Vitesse de fluctuation turbulente de la particule relative au fluide
U_P	Vitesse de fluctuation turbulente de la bulle relative au fluide
u_ϕ	Composant tangentiel de l'écoulement du liquide
u_r	Composant radial de l'écoulement du liquide

Lettres grecques

α	Angle central
α_e	Angle central à l'équilibre correspondant à l'équilibre de TPC
α_f	Proportion du minéral flottant lentement
α_m	Angle maximal de transition
θ	Angle de contact
θ_Y	Angle de contact de Young
θ_R	Angle de contact dynamique
\mathcal{G}	Angle selon le modèle de Young- Zhou
Θ_a	Angle de contact apparent à l'avancée
Θ_r	Angle de contact apparent au retrait
ρ_B	Masse volumique de la bulle d'air
ρ_P	Densité de la particule
ρ_L	Densité du liquide
η_l	Viscosité du liquide
ϕ	Angle polaire de position
ϕ_a	Angle d'adhésion

ϕ_f	Angle polaire dans le début du glissement
ϕ_m	Angle polaire à la fin du glissement
ϕ_t	Angle de tangence
Π	Pression de disjonction
ε	Énergie de dissipation turbulente
λ	Changement d'énergie libre de l'expansion de TPC
v	Vitesse de déplacement moléculaire à l'équilibre de TPC
ν	Viscosité cinématique
η	Constante de <i>Planck</i>
γ_{GL} ou γ	Tension superficielle à l'interface liquide – gaz
γ_{GS}	Tension superficielle à l'interface gaz – solide
γ_{SL}	Tension superficielle à l'interface liquide – solide

Introduction générale

La simulation est une méthode de description des processus, sous l'aspect qualitatif et quantitatif, à l'aide de ce que l'on appelle les modèles mathématiques. Dans la construction d'un modèle mathématique, le phénomène réel est simplifié, schématisé, et le schéma obtenu est décrit en fonction de la complexité du phénomène par tel ou tel appareil mathématique.

Le modèle doit tenir compte de tous les facteurs qui exercent une influence primordiale sur le processus, tout en évitant de s'encombrer d'une masse de facteurs peu importants, secondaires, dont la prise en compte ne ferait que compliquer la discussion mathématique et gêner une vue d'ensemble de recherches effectuées. Suivant le processus considéré, la description mathématique qui compose la structure du modèle se présente sous la forme d'un système d'équations finies ou d'équations différentielles traduisant l'influence mutuelle des divers paramètres, sans que d'ailleurs, la présence dans cette description d'équation d'un type donné exclue la possibilité que les équations de l'autre type y figurent également.

Le modèle doit offrir une description qualitative et quantitative suffisamment fidèles des propriétés du processus à simuler, c'est à dire être adéquat avec le processus. Pour tester l'adéquation du modèle mathématique au processus réel, il faut comparer les résultats d'une mesure prise au cours du processus avec les résultats de la prévision faites par le modèle dans les conditions identiques. Ainsi le modèle par lequel est interprété un processus chimique se présente sous la forme d'une certaine écriture mathématique, qui fait la jonction entre les faits d'expérience et établit une corrélation entre les paramètres du processus étudié. Pour ce faire on utilise, outre les données expérimentales qui s'avèrent indispensables, des méthodes théoriques. Le but final de l'élaboration d'un modèle mathématique consiste en la précision des résultats relatifs à la conduite du processus et en la formulation de recommandations concernant les possibilités d'influer sur le cours du dit processus.

Parmi les procédés qui ont fait la grande attention des chercheurs dans le domaine de la modélisation et la simulation est le procédé de traitement des minerais par flottation, qui est considérée comme la principale technique de séparation physico-chimique utilisée actuellement dans l'industrie minière. Elle permet de séparer les éléments valorisables d'un minerai de leur gangue, lorsque les méthodes les plus simples et moins onéreuses ne sont pas applicables. Actuellement son usage a été étendu à plusieurs domaines de séparations industrielles. Elle peut être utilisée pour la récupération, la concentration et la valorisation des composés solides en suspension de nature diverses (flocs, particules, colloïdes, etc), de dispersions liquides (huiles,

solvant) ou de substances solubles. La flottation est en concurrence avec d'autres procédés de séparation tels que la décantation, la filtration, la centrifugation etc. Elle mérite une grande attention, ce qui explique qu'elle constitue le thème d'un grand nombre de travaux de recherches toujours en cours. Cependant, actuellement, il existe des bases expérimentales assez abondantes, mais dont l'interprétation n'est pas toujours aisée. Malgré son importance, la flottation n'est pas totalement maîtrisée sur le plan scientifique car elle dépend toujours des processus empiriques qui peuvent être assez coûteux et long.

La flottation est maintenant considérée le résultat d'une succession de microprocessus. Le mécanisme pour lequel l'interaction particule - bulle se produit occupe de considérables attentions. Elle implique les interactions complexes des 3 phases (solide, liquide et gaz) dont seulement l'approche fondamentale basée sur la science de l'hydrodynamique colloïdale peut fournir l'idée sur le mécanisme gouvernant.

Dans la littérature, la construction des modèles de flottation, est approchée dans diverses manières développées à partir des équations fondamentales des sciences et de l'engineering aux connaissances empiriques. Les modèles disponibles sont utilisés non seulement pour la simulation et le contrôle du procédé, mais également comme un outil de l'analyse du procédé. Dans la modélisation et l'analyse de l'interaction particule – bulle, la mesure de l'efficacité du procédé est exigée.

On se propose dans notre travail d'étudier et de calculer les modèles des efficacités des subprocessus de l'interaction particule – bulle et les paramètres explicites influençant en cours, afin de calculer le tendance générale de flottation des particules solides en montrant l'influence des divers paramètres mis en jeu, en réalisant un programme de simulation du procédé, qui sera interactif et qui offre beaucoup de fonctionnalités, ainsi que tous les avantages liés à son fonctionnement Windows.

La présente thèse est structurée en quatre chapitres :

En premier lieu, on illustre une vue générale sur le principe et les types du procédé de flottation utilisés dans l'industrie minérale, ainsi elle fait appelle à différents types de réactifs chimiques utilisés dans ce procédé. Le premier chapitre est consacré aussi à l'étude du procédé du point de vue thermodynamique.

Nous présentons dans le deuxième chapitre une étude théorique détaillée et appropriée du phénomène de rencontre ou de collision particule – bulle, tout en élucidant à l'aide de plusieurs modèles les différents mécanismes possibles que propose chaque auteur. Cela permet de construire son modèle basé sur des hypothèses scientifiques acceptables menant à la description adéquate du microprocessus dans une analyse des différentes approches

hydrodynamiques, ou de surface soit pour la bulle, soit pour la particule, soit pour l'ensemble particule – bulle.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une étude de l'étape décisive pour la réussite et la détermination de l'interaction particule – bulle et les différentes étapes élémentaires incluses. L'attachement est un microprocessus très compliqué à cause des divers phénomènes qui interviennent. Nous avons proposé d'effectuer au moyen d'une étude purement théorique en élucidant étape par étape le déroulement de ce phénomène.

Le troisième chapitre décrit les détails permettant d'expliquer les causes principales de la destruction et les forces agissantes après l'attachement sur l'agrégat particule – bulle présentées dans deux modèles pour le calcul de l'efficacité de stabilité de l'agrégat particule – bulle. Pour évaluer le procédé nous avons proposé de décrire le modèle de calcul de la constante de cinétique de flottation développé en considérant un régime turbulent.

Le dernier chapitre est consacré à l'exploitation du programme numérique. Plusieurs facteurs influent sur l'attachement particule – bulle. Les études expérimentales et théoriques consécutives ont permis d'éclaircir la plupart des facteurs indiquant la grande efficacité d'attachement des petites particules par rapport à celle des particules de tailles grossières à savoir le temps de glissement, d'induction, l'hydrophobicité de surface et la taille et les vitesses des bulles d'air. Nous présentons une nouvelle méthode que nous avons développé permettant ainsi de calculer l'angle de contact d'une surface sphérique à l'équilibre de TPC, permettant de donner les valeurs des angles de contact des différents minéraux et d'expliquer la cause de la grande efficacité d'attachement des petites particules par rapport à celle des particules de grandes tailles.

Pour avoir une idée sur la tendance de la flottation des particules solides des différents minéraux nous avons calculé la constante de cinétique de flottation, en présentant le modèle de l'équation générale de la cinétique de flottation dans un régime turbulent. Ce modèle inclut la fréquence de collision entre la particule et la bulle et les efficacités de collision, d'attachement et de la stabilité de l'agrégat particule – bulle.

On utilise en outre pour le calcul de l'efficacité de collision l'équation générale de Sutherland (ECG), et celui de Dobby et Finch pour le calcul de l'efficacité d'attachement développés en tenant compte de l'effet des forces d'inertie dans l'interaction particule – bulle, pour les particules de quartz, de chalcopirite et de galène.

Plusieurs résultats montrés illustre le concept de l'influence des paramètres explicites, à savoir les propriétés physicochimiques des bulles d'air et des particules solides en interaction

(tailles et vitesses, angle de contact), le temps de contact et le régime d'écoulement dans les machines de flottation (stokes, intermédiaire, et potentiel).

Pour une analyse plus appropriée nous avons incorporé dans l'équation générale de la cinétique de flottation le modèle de collision de Sutherland et le modèle d'attachement de Nguyen développés tout en considérant un régime potentiel, en négligeant l'effet des forces d'inertie, et en utilisant les même espèces minérales. De meilleurs résultats ont été obtenus dans une analyse comparative révélant l'idée sur l'influence des forces d'inertie lors de la flottation des particules de classe granulométrique [10 – 100 μ m].

CHAPITRE I

Étude bibliographique sur la théorie de flottation

Chapitre I

Étude bibliographique sur la théorie de flottation

1. Historique du procédé et domaine d'application :

L'utilisation de la flottation naturelle est très ancienne. Elle a été appliquée depuis déjà 2000 ans en minéralurgie pour séparer le minerai de sa gangue.

A la fin du *XIXe* siècle, la découverte de gisements métalliques à minéralisations fines et dispersées a rendu les méthodes d'enrichissement basées sur l'exploitation des propriétés massiques des minéraux difficilement applicables. C'est ainsi que le procédé de flottation, qui fait appel aux propriétés superficielles des phases minérales en milieu aqueux, est apparu comme un procédé miracle, capable de fournir des concentrés marchands à la métallurgie à partir de tonnages de plus en plus importants de minerais. Trois grandes périodes ont marqué le développement de ce procédé, liées à la mise sur le marché industriel de grandes quantités de réactifs, appelés collecteurs, qui confèrent l'hydrophobicité nécessaire aux surfaces minérales. Dans un premier temps, pour flotter les sulfures on fit appel aux acides gras naturels, dont les consommations étaient élevées. Dans un deuxième temps, vers les années 1920 – 1930, on synthétisa des collecteurs de type dithiocarbonates et dithiophosphates, ayant une grande affinité pour les sulfures conduisant à de faibles consommations. Enfin, arrivèrent sur le marché, dans un troisième temps, d'autres collecteurs de synthèse tels que les amines, les alkylsulfonates et les alkylsulfates, permettant de flotter des oxydes et des sels. Dès le début, la sélectivité a été un des principaux moteurs de flottation, qui a nécessité bon nombre de travaux scientifiques et techniques, depuis la compréhension des phénomènes de surface jusqu'à la recherche de réactifs modulant l'action des collecteurs, ou la découverte de réactifs nouveaux. C'est ainsi que, plus récemment, sont apparus les collecteurs chélatants, qui font l'objet d'études pour le traitement des gisements à minéralisations complexes.

La flottation, jusqu'alors réservée au seul domaine de minéralurgie, a rapidement été appliquée à bien d'autres domaines de séparations industrielles. Ceci est lié à la diversification des procédés de génération des bulles et à l'apparition sur le marché de toute une gamme d'agents chimiques. Ces deux tendances ont en effet considérablement élargi les possibilités du procédé.

Actuellement, un grand nombre d'industries utilisent les possibilités de la flottation comme moyen de séparation à grande échelle. La flottation peut ainsi être utilisée pour la

récupération, la concentration et la valorisation de composés solides en suspension de nature diverses (particules, floques colloïdes), de dispersion liquides (huiles, solvants,...) ou de substances solubles.

En dehors de l'industrie minérale, le procédé de flottation, c'est développé dans d'autres applications dont les principales sont l'industrie papetière pour le désencrage des vieux papier, et le traitement des eaux pour la séparation des huiles insolubles et des matières en suspension [1].

2. Principe de la flottation :

Le principe de la flottation peut être décrit de la manière suivante :

Les particules solides que l'on désire séparer, et qui doivent être idéalement constituées d'une seule phase, sont mises en suspension dans l'eau, et le système est appelé pulpe. On traite tout d'abord cette pulpe avec certains réactifs chimiques, dont le rôle est de rendre hydrophobe la surface de certains solides, de manière à ce qu'elle ait une plus grande affinité pour l'air que pour l'eau.

Parmi les réactifs qui sont utilisés, un ou plusieurs sont appelés collecteurs, plus généralement, surfactants et ont pour fonction de modifier l'hydrophobicité à la surface des particules. A la fin de la phase de conditionnement, la surface des particules constituées de la phase solides que l'on désire séparer est seule devenue hydrophobe, ce qui permet de réaliser une flottation différentielle. La pulpe ainsi conditionnée est alors introduite dans des cellules de flottation, c'est-à-dire des réacteurs munis d'agitateurs, de diaphragme, ou d'électrodes qui dispersent ou engendrent des bulles d'air dans la suspension. Les bulles d'air vont se fixer sur les particules dont la surface est hydrophobe. Sous l'action de la poussée d'Archimède résultante, l'ensemble particule + bulle flotte à la surface de la cellule dans une écume (mousse) dynamiquement stable, formée un agent moussant [1].

La flottation peut être décomposée en un certains nombre d'opération élémentaires :

- a) adsorption de surfactants à l'interface solide/solide aqueuse, afin de conférer une hydrophobicité suffisante à l'interface;
- b) modulation de l'adsorption de ces surfactants;
- c) contact entre les particules solides et les bulles d'air;
- d) transfert de l'agglomérat élémentaire particule – bulle dans l'écume.

3. Type de flottation :

3.1 Flottation en colonne :

La colonne de flottation, telle que nous la connaissons, a été inventée par Pierre **Boutin** et Rémi **Tremblay** au début des années 60 au Canada. Cependant, il a fallu attendre le début des années 80 pour que son utilisation soit plus répandue. Depuis la dernière décennie, la flottation en colonne est devenue une des plus importantes technologies de séparation dans l'industrie du traitement de minerais. Certains s'en servent pour effectuer la séparation de divers métaux métalliques (**cuivre, molybdène, fer, plomb, zinc, nickel, or et l'argent**). D'autres s'en servent pour la séparation de certains minéraux d'application industriel (**charbon, kadinite, phosphate, astrakanite, carbonate, etc.**).

Cet appareil est en principe un simple tuyau avec une hauteur plus grande que l'aire de sa surface transversale. Il n'y a pas de partie mobile à l'intérieur de la colonne. Celle-ci se présente en deux zones différentes : la zone de collection et la zone d'écume. Ces deux zones se trouvent séparées par l'interface pulpe-écume, laquelle détermine la longueur de chacune d'elles. Elles se différencient de plus par leur contenu d'air (10 à 25% pour la zone de collection et supérieur à 60% pour la zone d'écume). Les colonnes industrielles ont généralement une hauteur de 9 à 15m et un diamètre de 0.5 à 3m. La zone de collection est approximativement de 75 à 90% de la longueur totale. Un système de génération de bulles d'air est inclus à la base de la colonne et un débit d'eau de lavage est additionné au sommet pour pouvoir effectuer un nettoyage de la mousse (concentré) [2].

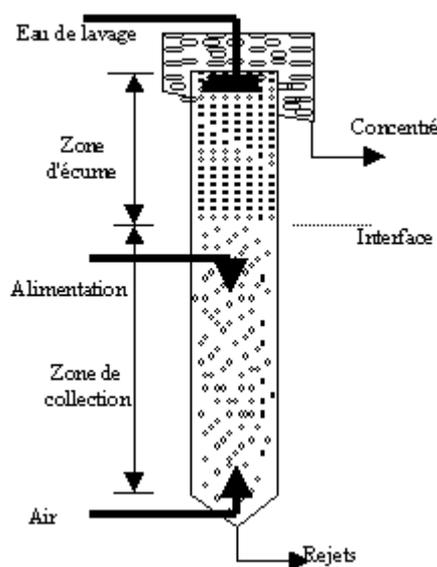


Fig 1.1 : Schéma d'une colonne de flottation

3.2 Flottation naturelle :

Généralement utilisée pour les processus primaires de séparation. Cette flottation peut être précédée par une phase où les gouttelettes vont adhérer les unes avec les autres.

La flottation naturelle peut être le résultat d'un dégagement gazeux lors d'une fermentation par exemple. C'est le cas avec l'écume dans les digesteurs qui peuvent contenir jusqu'à 20 à 40 % de solide en suspension (SS) même si leur densité est seulement de 0.7 ou 0.8 kg.l⁻¹.

La flottation naturelle est améliorée si l'on injecte des bulles d'air dans la masse liquide. La flottation aidée est particulièrement utilisée pour enlever les graisses qui sont contenues dans les liquides ayant une turbidité importante.

Pour une élimination plus poussée d'huiles, on utilise des aérateurs mécaniques pour diffuser de fines bulles d'air. L'effet de transport de l'air dû aux bulles permet de pousser les particules à la surface du liquide dans le but de favoriser leur accumulation. Il y a trois types de flottation : flottation naturelle, aidée et induite.

Flottation naturelle	Flottation aidée	Flottation induite
Applicable si la différence de densité est naturellement suffisante pour la séparation.	On utilise ce terme lorsque des moyens extérieurs sont utilisés pour faciliter la séparation de particules qui flottent naturellement.	Lors d'une flottation induite on diminue artificiellement la densité des particules pour leur permettre de flotter. Cette opération est basée sur la capacité qu'on a certains liquides ou solides à se lier avec des bulles de gaz pour former des particules gazeuses ayant une densité inférieure au liquide.

4. Réactifs de flottation :

On classe les réactifs de flottation suivant leurs propriétés, en:

4.1 Moussants :

Le moussant, par définition, intervient à l'interface liquide/gaz. Il a trois fonctions essentielles. La première fonction est de créer des interfaces liquide gaz importantes. Les bulles d'air dispersées dans les pulpes ont des distributions dimensionnelles très étendues, allant généralement du dixième de millimètre à plusieurs millimètres au départ, suivant les dispositifs utilisés.

En présence de moussant, les bulles sont beaucoup plus petites de 0.1 à 1mm (0.5mm en moyenne). Elles ont une forme très voisine d'une sphère (en raison de la très grande élasticité de leur surface que leur confère le tensioactif adsorbé), alors que les bulles, en absence des moussants, ont des formes allongées. La forme intervient sur la vitesse d'ascension des bulles dans les pulpes, qui est d'autant plus faible que la forme se rapproche de celle d'une sphère pour un volume donné. Enfin, l'aire globale de l'interface liquide - gaz augmente avec la finesse des bulles.

La deuxième fonction consiste à faciliter la fixation à l'interface liquide gaz des particules collectées, par coadsorption avec le collecteur, comme le démontre l'augmentation de l'angle de contact. Le revêtement collecteur se trouverait donc plus solidement adsorbé.

La troisième fonction est de donner une écume (mousse - particules) pseudostable au dessus de la cellule de flottation. L'écume sert de milieu de séparation des particules solides que l'on désire récupérer de celles qui ne flottent pas. Son rôle mécanique est essentiel. Elle a également, suivant sa hauteur, un rôle de concentration secondaire. En raison de la grande turbulence existant dans les cellules de flottation et des courants parasites qui existent dans les traînées des particules et des bulles qui pénètrent dans l'écume, une certaine quantité de particules hydrophiles est entraînée mécaniquement. Ces particules retombent dans la pulpe, drainées par le courant d'eau descendant de la partie supérieure de l'écume et provenant de la rupture des films d'eau composant les bulles d'air, dans des conditions de faible turbulence [1,3].

4.2 Collecteurs ou surfactants :

Ce sont des tensioactifs organiques, comme le dithiophosphate ou le xanthate, donnant l'hydrophobicité aux surfaces de certains minéraux.

4.2.1 Le concept de surfactant :

a. Propriétés caractéristiques :

Les tensioactifs ont des propriétés très particulières qui sont liées à leurs caractères amphiphiles (lipophile, hydrophile). Leurs molécules sont constituées d'une longue chaîne hydrocarbonée hydrophobe et d'un groupe polaire hydrophile. Grâce à cette double nature, les molécules tensioactives forment des agrégats moléculaires en solution aqueuse connus sous le terme de micelles. Dans ces derniers, les groupes polaires sont orientés de manière à avoir un contact maximal avec l'eau, tandis que la partie polaire est éloignée le plus possible des molécules d'eau [4].

Les propriétés des tensioactifs sont à l'origine de leurs nombreuses applications industrielles tels que les inhibiteurs de corrosion, agents de flottation des métaux précieux et surtout détergents.

Les tensioactifs permettent de stabiliser les bulles. Si nous soufflons dans un verre d'eau avec une paille, la bulle, lorsqu'elle atteint la surface, crève. Et si nous mettons du sirop dans l'eau, lorsqu'elle atteint la surface, la bulle reste. L'augmentation de surface due à la présence de la bulle ne provoque pas une grande augmentation d'énergie car la tension superficielle est faible. Donc la bulle est stable.

b. Classification :

Les tensioactifs se classent selon les quatre grandes catégories suivantes :

1. Les tensioactifs non ioniques ou neutres :

Ce sont des oxydes de polyxyéthylène ou de polyoxypropylène comportant une fonction alcool ou polyéthylène-6 dodécanol. Comme exemple on cite le composé de formule brute $\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_{11} \text{O}(\text{CH}_2 \text{CH}_2 \text{O})_6 \text{H}$.

2. Les tensioactifs cationiques :

Ce sont généralement des halogénures d'ammonium quaternaire à longue chaîne hydrocarbonée dont le plus courant est le bromure de *n-hexadécyltriméthylammonium* (CTAB ou HTMA). Un exemple est celui dont la formule chimique est $[\text{n-C}_{16}\text{H}_{33}\text{N}(\text{CH}_3)_3]^+ \text{Br}^-$.

3. Les tensioactifs anioniques :

Les tensioactifs anioniques sont constitués d'une longue chaîne hydrophobe et d'un groupement anionique sulfate, sulfonâtes ou carboxylate. Par exemple le $\text{n-C}_{12}\text{H}_{25}\text{OSO}_3^- \text{Na}^+$.

4. Les tensioactifs zwitterioniques :

Ce genre de les tensioactifs possèdent à la fois un groupe cationique, le plus souvent un ammonium quaternaire, et un groupe anionique sulfate ou carboxylate, comme exemple le $\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_{11} \text{N}^+ (\text{CH}_3)_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 \text{SO}_3^-$.

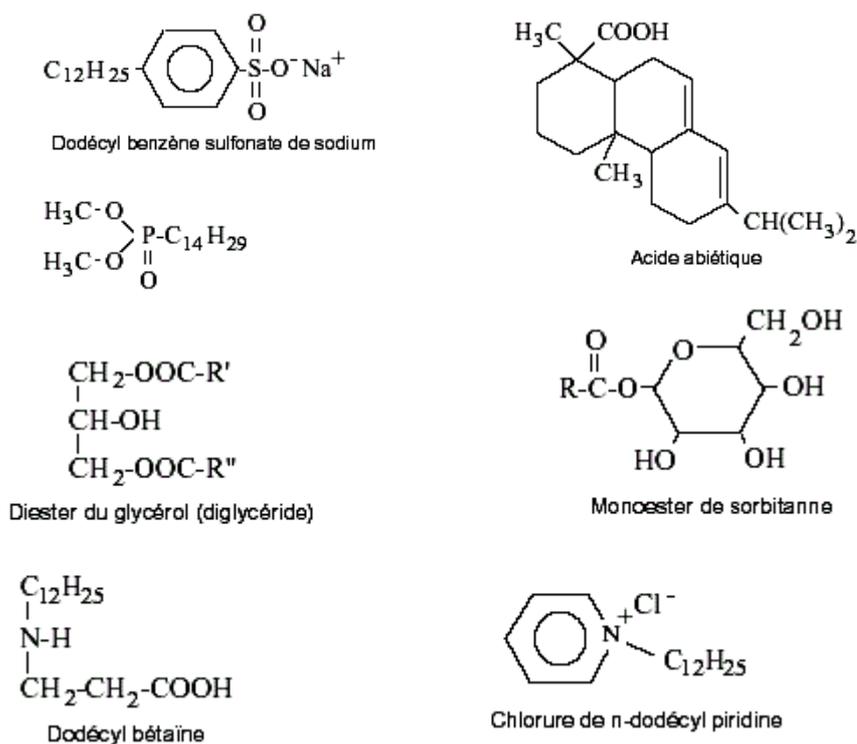


Fig 1.2 : Formule développée de quelques surfactant courants [4]

4.3 Agents modifiant le pH :

Les phénomènes de surface étant très souvent sensibles au pH de la solution, des agents modifiant celui-ci (acide sulfurique, chaux...) sont couramment ajoutés dans la cellule;

4.4 Activants et dépresseurs :

Sont des réactifs chimiques permettant la sélectivité de l'hydrophobisation entre les différentes phases minérales du minerai. Ils sont extrêmement variés, en fonction notamment des minéraux présents et de leurs interactions. On utilise aussi bien des sels métalliques (sulfate de cuivre, de zinc, de fer, bichromate...) que des oxydants et réducteurs (sulfites, permanganate de potassium...) ou des produits organiques (amidon, etc.). Ces réactifs sont généralement utilisés à des doses allant de quelques dizaines de grammes à quelques kilos par tonne de minerai. Certains ne sont pas biodégradables (cyanure de potassium) et se retrouvent en partie dans les rejets de traitement, d'où un impact possible sur l'environnement, ce qui nécessite des précautions particulières.

5. Thermodynamique de flottation :

L'application des principes de la thermodynamique aux systèmes de flottation permet de comprendre les mécanismes réactionnels et de prévoir si une transformation peut avoir lieu ou non, sans toutefois connaître la cinétique de cette transformation et sans pouvoir

indiquer la récupération d'un minerai dans des conditions particulières. La principale critique de l'application de la thermodynamique vient du fait que, pendant le temps où se déroule l'opération de flottation, le système auquel on applique les lois thermodynamiques n'est en équilibre. Aussi cette démarche ne doit elle être considérée que comme une approche simplificatrice pour des phénomènes très complexe [1,3].

5.1 Thermodynamique à l'interface liquide-air :

La tension superficielle γ est encore définie comme le travail nécessaire pour accroître l'interface entre deux fluides d'une unité de surface A . Si l'on considère l'accroissement infinitésimal dA , le travail nécessaire dW_r s'écrit, pour une transformation réversible :

$$dW_r = \gamma dA \quad (1.1)$$

L'expression générale de la variation de l'énergie libre G du système s'écrivant :

$$dG = -SdT + VdP + \sum \mu_i N_i + \gamma dA \quad (1.2)$$

Avec T la température, S l'entropie, et N_i le nombre de moles du constituant i .

On a, à pression, température et composition constantes :

$$dG = \gamma dA \quad (1.3)$$

On a pour un accroissement infinitésimal, l'expression générale :

$$\gamma = \left(\frac{\partial G}{\partial A} \right)_{P,T,N} \quad (1.4)$$

Où G étant l'énergie libre de surface.

Comme à pression et composition constantes, on a par unité d'aire :

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{P,n} = -S_s \quad (1.5)$$

Ou encore

$$\frac{d\gamma}{dT} = -S_s \quad (1.6)$$

L'énergie superficielle totale E_s est donnée par la relation :

$$E_s = G + TS_s \quad (1.7)$$

$$E_s = \gamma - T \frac{d\gamma}{dT} \quad (1.8)$$

Dans un système à composants multiples, l'accumulation d'un ou plusieurs composants à l'interface constitue le phénomène d'adsorption. Dans le cas de substances dissoutes dans un solvant l'équilibre de *Gibbs* donne la relation entre la tension superficielle

γ entre deux phase et l'entropie superficielle S_s , la température T , le potentiel chimique μ_i de l'espèce i en solution et sa concentration molaire par unité d'aire à l'interface liquide – air (Γ_i , en mole/m²).

$$d\gamma = -S_s dT - \sum \Gamma_i d\mu_i \quad (1.9)$$

Comme le procédé de flottation se déroule à température constante, il vient l'équation de Young :

$$d\gamma = -\sum \Gamma_i d\mu_i \quad (1.10)$$

En approximant $d\mu_i$ en fonction de l'activité a_i soit :

$$d\mu_i = RT d \ln(a_i) \quad (1.11)$$

Il vient :

$$\Gamma_i = -\frac{1}{RT} \frac{\partial \gamma}{\partial \ln(a_i)} \quad (1.12)$$

On détermine ainsi la densité d'adsorption qui peut être soit négative, soit positive selon le signe du terme $\frac{\partial \gamma}{\partial \ln(a_i)}$.

Pour un agent tensioactif ionique univalent, l'électroneutralité exigée et à peu près égale au nombre des ions ioniques d'agent tensioactif et les cations présents à l'interface. En conséquence, l'équation 1.12 est divisée par deux, et pour un agent tensioactif ionique univalent simple, la concentration de surface devient :

$$\Gamma_i = -\frac{1}{2RT} \frac{\partial \gamma}{\partial \ln(a_i)} \quad (1.13)$$

5.2 Thermodynamique du mouillage et eau liée :

Le contact bulle particule est le facteur clé contrôlant le procédé de flottation par écume. L'équation de Young, décrit le système solide liquide air à partir des tensions superficielles γ_{SG} , γ_{SL} , γ_{LG} et de l'angle de contact θ entre la bulle et le solide (Fig.1.3) elle s'écrit :

$$\gamma_{SG} = \gamma_{SL} + \gamma_{LG} \cos \theta \quad (1.14)$$

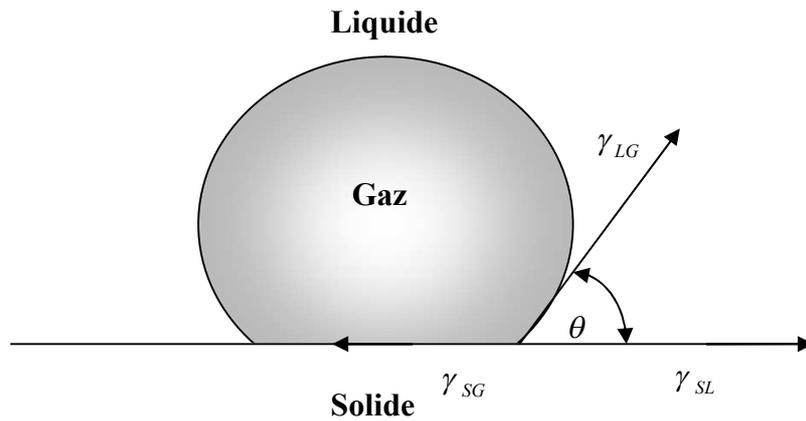


Fig 1.3 : Angle de contact pour un système solide – liquide – gaz.

La variation de l'énergie libre, correspondant au remplacement d'une unité d'aire de l'interface solide – liquide par unité d'aire de l'interface solide – gaz, est donnée par l'équation de Dupré :

$$\Delta G = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LG}) \quad (1.15)$$

Par combinaison des équations 1.14 et 1.15, il vient :

$$\Delta G = \gamma_{LG} (\cos \theta - 1) \quad (1.16)$$

Toutefois, l'équation de Young ne s'applique qu'à un système idéal en équilibre, où tous les effets gravitaires et d'hystérésis sont absents et l'équation de Dupré implique qu'il n'y ait pas d'effets secondaires consommateurs d'énergie, tels que la déformation de la bulle.

La condition du contact entre bulle et particule est donnée par la relation suivante :

$$\Delta G = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} - \gamma_{LG} < 0 \quad (1.17)$$

Ce qui prouve que pour tous $\theta > 0$, c-à-d pour toutes les bulles qui s'attachent à la surface, ou pour toutes les surfaces qui ne sont pas parfaitement mouillées, l'énergie libre de Gibbs pour le processus de l'adhérence est négative $\Delta G < 0$ le processus est thermodynamiquement favorisée [3,5].

CHAPITRE II

Étude bibliographique sur la théorie de flottation

Chapitre II

Étude de la collision particule – bulle

Introduction :

Au début de l'histoire de la flottation minérale, deux mécanismes de l'interaction des particules solides avec les bulles d'air ont été proposés. Dans le premier, on a supposé que les bulles d'air précipitent sur les surfaces des particules dans la zone de gaz supersaturé dans la machine de flottation. L'autre mécanisme implique la collision de la particule avec la bulle avant leur attachement énoncé en 1927 par **Taggart**. Dans son premier test, il a observé des particules solides chutant sur des bulles stationnaires mais elles s'attachent plus, même en présence des collecteurs. Basé sur ces observations, il a énoncé que la théorie de collision était insatisfaisante. **Gaudin** (1932) et d'autres investigateurs ont proposé la théorie de collision, où les bulles doivent rencontrer des particules avant que leur attachement se produit.

Plus tard, en 1940 **Bogdanov** et **Filanowsky** ont présenté le mécanisme de collision, en démontrant que les particules hydrophobes tombées sur une bulle stationnaire adhèrent à sa surface. En 1941 **Ramsey** et **Malozemoff** ont également confirmé le mécanisme de collision. Ils ont constaté que la capacité de fonctionnement de la machine mécanique de flottation accrue avec la diminution de l'écoulement de gaz. Au début des années 60, le mécanisme de collision est devenu largement admis, avec l'apparition des travaux présentés par **Sutherland** dans une publication célèbre intitulée "**Cinétique du procédé de Flottation**" [6].

1. Théorie des trois zones :

Derjaguin et **Dukhin** ont essayé d'unir l'aspect hydrodynamique et diffusionnel des forces de surface dans la flottation des particules de petites et de tailles moyennes, et ils ont élucidé le processus d'interaction en présentant la théorie des trois zones d'interaction particule – bulle autour de la surface de la bulle comme modèle montré dans la figure 2.1.

Ces zones se superposent, la zone 1 est le secteur le plus loin de la surface de la bulle. Dans cette zone, les forces hydrodynamiques dominent. Les forces de résistance hydrodynamique agissent pour balayer la particule autour de la bulle, les forces de viscosité retardent le mouvement relatif entre la particule et la bulle, tandis que l'inertie de la particule et les forces de pesanteur ou gravitationnelles conduisent la particule vers la surface de la bulle. L'interaction entre la particule et la bulle dans cette zone est un véritable subprocessus de collision de nature [6,7].

Derjaguin et **Dukhin** ont identifié la zone 2 comme région où les effets de diffusion sont importants. Un champ électrique fort existe dans cette zone, parce que l'écoulement du

liquide autour de la bulle en mouvement provoque un courant tangentiel sur sa surface qui détruit l'équilibre de distribution des ions adsorbés au voisinage. Là où le surfactant est présent, il est continuellement balayé du haut vers le bas de la surface de la bulle. Le transport de surfactant ionique sur la surface mobile de la bulle aura lieu donc, menant à l'établissement d'un gradient de concentration. Et en raison de leurs différentes mobilités, les ions sont uniformément concentrés près de la partie arrière de la surface de la bulle, qui a comme conséquence un champ électrique de fort gradient de l'ordre de 3000 Vcm^{-1} , s'établi quand les coefficients de diffusion des cations et des anions diffèrent [8]. Par conséquent, les particules chargées entrant dans la zone 2 éprouveront une force électrophorétique, et avec précision de la même manière que dans une cellule d'électrophorèse et ils seront attirés. **Derjaguin** et **Dukhin** ont inspiré le terme diffusiophoresis de ce phénomène c-à-d la force diffusiophorétique agit donc sur la particule comme force additionnelle. Jusqu'ici, cependant, l'évidence confirmant la présence ou l'absence de ce phénomène dans la flottation est équivoque. Aussi, le mouvement de la particule dans la zone 2 est contrôlé en plus des forces existantes dans la zone 1, la force de diffusion et les forces électrophorétiques. Cette zone s'appelle la zone diffusiophorétique, par conséquent l'interaction particule – bulle dans cette zone correspond à un subprocessus (microprocessus) de collision.

La zone 3, est la région la plus proche de la surface de la bulle, les forces de surface d'origine moléculaire deviennent significatives une fois que la couche mince entre la bulle et la particule est beaucoup réduite au-dessous de quelques 100 nanomètres. Ces forces peuvent accélèrent, retardent ou même empêchent l'amincissement du film liquide entre la particule et la bulle, et par conséquent, l'attachement des particules sur la surface de la bulle peut être favorisé ou prohibé. La zone 3 est considérée comme une zone de subprocessus d'attachement [7,8].

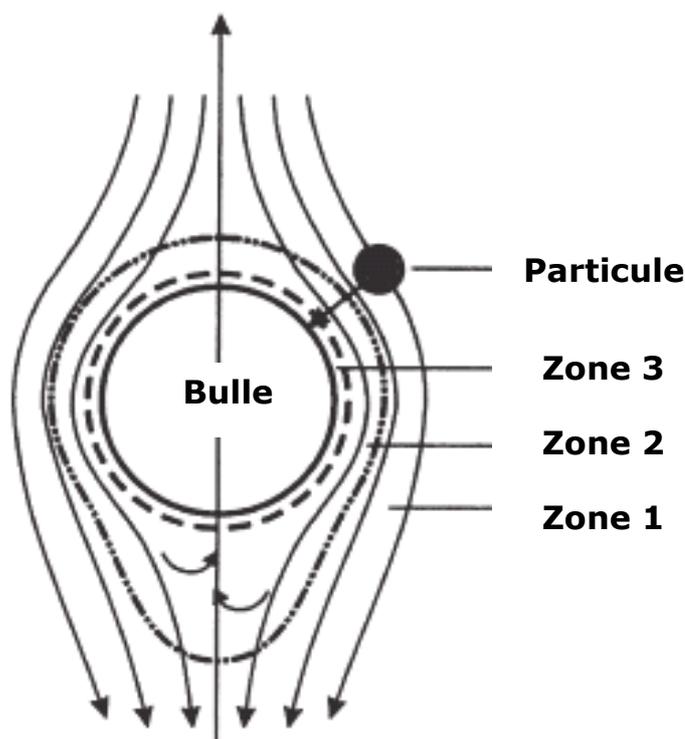


Fig 2.1 : Zone (1) Hydrodynamique, Zone (2) diffusiophorétique, et Zone (3) Forces de surface. Modèle des trois zones d'interaction particule – bulle autour de la surface de la bulle de rayon R_B selon (Derjaguin et Dukhin, 1960) [6,7,8].

2. Collision particule – bulle :

Dans la flottation l'événement de collision doit se produire en premier temps. Selon Schulze, la collision ne peut être définie que quand une particule approche une bulle à une distance à laquelle les forces de surface (**Forces de DLVO Derjaguin – Landau – Verwey – Overbeek**, et les forces **non –DLVO**) commencent à agir. Les particules se déplacent à cette distance principalement sous l'action des forces hydrodynamiques, forces de gravité, des forces d'inertie de la particule, et aussi bien les forces de résistance, et la flottabilité statique du liquide [9].

Selon **Deryaguin et Dukhin**, la collision est l'approche d'une particule pour rencontrer une bulle et est régie par la mécanique des liquides de la particule dans le champ des forces hydrodynamiques autour de la bulle. La limite du processus de collision est déterminée par la limite zonale entre les interactions hydrodynamiques de long impact et les forces interfaciales. La distance de séparation interfaciale à la limite zonale est de l'ordre de sub-micromètre.

Dans l'étape de collision la distance entre la particule et la bulle est tout à fait petite. Puisque la bulle est habituellement beaucoup plus grande que la particule, l'image physique est

d'une particule solide approchant une interface gaz - liquide qui est presque plane. L'interface est déformable et si l'inertie de la particule est assez grande, elle peut causer une dépression formée dans la surface de la bulle, et peut même rebondir plus loin. Si la surface de la bulle est contaminée par un surfactant (collecteurs, moussant. ou même des impuretés) l'image physique peut être attribuée à un solide sphérique approchant un mur solide plat [10].

3. Equation de trajectoire de la particule :

Lors de l'approche particule – bulle, trois régimes distincts du mouvement de la particule autour de la bulle ont été identifiés. D'abord, avant d'heurter la surface de la bulle, la particule change sa position radiale rapidement. Ceci correspond à la rencontre d'interaction régie par le mouvement des particules dans la phase liquide. En second lieu, quand elle entre en contact avec la surface de la bulle, la particule ralentie et sa position radiale demeure presque inchangée pour un certains temps. Le mouvement de la particule sur la surface de la bulle entraîne l'amincissement du film liquide mince. Troisièmement, si la particule est hydrophobe, la rupture du film et l'expansion du contact des trois phases (TPC) auront lieu, ayant pour résultat le changement rapide des distances d'intercentre r entre la particule et la bulle (fig 2.2). Après la formation d'un TPC stable, la particule est déplacée avec des distances d'intercentre presque constantes [11].

L'équation de trajectoire de la particule, la plus fréquemment résolue numériquement, est l'équation clé dans toute description du dépôt des particules d'un écoulement sur une surface sphérique. Sous sa forme exacte, cette équation est la suivante [12]:

$$K^I \frac{d\bar{V}}{d\tau} - K^{II} \frac{d\bar{U}}{d\tau} = \bar{U} - \bar{V} + 3\sqrt{\frac{K^{II}}{3\pi}} \int_0^\tau \frac{\frac{d}{d\tau'} \bar{U}(\tau') - \frac{d}{d\tau'} \bar{V}(\tau')}{\sqrt{\tau - \tau'}} d\tau' \quad (2.1)$$

$\bar{U}(\bar{r}, \phi) = u(\bar{r}, \phi)/v_B$, $\bar{V}(\bar{r}, \phi) = v_p(\bar{r}, \phi)/v_B$ et $\tau = tv_B/R_B$ sont des quantités adimensionnelles; $u(\bar{r}, \phi)$ est la distribution de vitesse de l'écoulement du liquide autour de la bulle; $v_p(\bar{r}, \phi)$ est la distribution de vitesse de la particule; t le temps; $\bar{r} = r/R_B$ où r est la distance entre le centre de la bulle et celui de la particule (distance d'intercentre); ϕ est l'angle mesuré à partir de la direction d'ascension de la bulle (angle polaire); v_B est la vitesse d'ascension de la bulle d'air; $K^I = K \left(1 + \rho_L/2\rho_p\right)$ $K^{II} = \left(3K\rho_L/2\rho_p\right)$, η_L est la viscosité dynamique du liquide, et K est le nombre de Stokes. Notant que cette équation est nommée

l'équation de **Boussineq – Oseen – Basset (BBO)**, et la troisième limite du côté droit s'appelle l'intégrale de Basset. Avec des valeurs suffisamment petites de K ($K \ll \rho_p / 9\rho_L$), l'intégrale de Basset peut être négligée. L'intégrale de Basset explique les dérivations du modèle d'écoulement à l'état d'équilibre, et il est habituellement interprété comme résistance additionnelle d'écoulement. Dans certaines conditions elle peut avoir une grande influence sur le mouvement de la particule.

3.1 Description approximative de la trajectoire des particules :

Il y a trois approximations, qui peuvent être employées pour décrire la trajectoire des particules données par l'équation 2.1. Dans la première approximation, l'inertie est complètement négligée, et les particules déplacent le long de la ligne de courant du liquide. Dans la deuxième approximation, les vitesses des particules et du liquide sont différentes, tandis que l'accélération de chacune est prise comme identique. Dans la troisième, les accélérations des particules et de liquide sont différentes. Ces approximation impliquent la négligence des forces d'inerties. Nous commençons par l'équation suivante:

$$K^I \frac{d\bar{V}}{d\tau} - K^{II} \frac{d\bar{U}}{d\tau} = \bar{U} - \bar{V} \quad (2.2)$$

C'est l'équation 2.1 modifiée avec l'absence de l'intégrale de Basset (c.-à-d. K est petit). En utilisant la deuxième approximation dans la première limite de l'équation 2.2, l'accélération des particules est remplacée par l'accélération du liquide au même point dans le champs de l'écoulement de sorte que :

$$\bar{V} = \bar{U} - K^{III} \frac{d\bar{U}}{d\tau} \quad (2.3)$$

avec $K^{III} = K^I - K^{II}$

A partir des équations des distributions de vitesse du liquide, et de l'équation d'Euler (**Dukhin**1995) pour l'accélération d'un élément de volume du liquide, les équations de vitesse des particules seront dérivées à partir de l'équation 2.3 [12]:

Trajectoire radiale de la particule :

$$v_{Pr} = \bar{U}_r - K^{III} \left(\bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\partial \bar{U}_\phi}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} - \frac{\partial \bar{U}_\phi^2}{r} \right) \quad (2.4)$$

Trajectoire tangentielle de la particule :

$$v_{P\phi} = \bar{U}_\phi - K^{III} \left(\bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\phi}{\partial r} + \frac{\partial \bar{U}_\phi}{r} \frac{\partial \bar{U}_\phi}{\partial \phi} - \bar{U}_r \bar{U}_\phi \right) \quad (2.5)$$

Quand les forces d'inerties diminues (c-à-d diminutions de K), leurs influences est maintenue pour le composant radial de la vitesse \bar{V}_r sur la surface, de cela \bar{U}_r est très petite et les petites inerties radiales ajoutés à \bar{U}_r sont de même ordre que \bar{U}_r . Pour le composant tangentiel de vitesse, la situation est complètement différente, \bar{U}_ϕ prend une valeur maximale pour une valeur fixe de ϕ . Donc le terme d'inertie est pris en compte dans l'équation 2.4 et omis dans l'équation 2.5 et par conséquent :

$$\bar{V}_\phi \cong \bar{U}_\phi \tag{2.6}$$

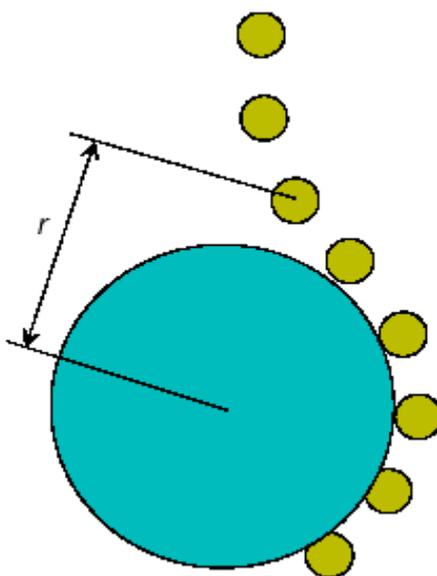


Fig 2.2 : Notion de l'approche particule – bulle dans la flottation.

3.2 Vitesse terminale de la particule en fonction du nombre d'Archimède Ar :

Beaucoup d'équations explicites dans la littérature prévoient la vitesse terminale de la particule en se basant sur le nombre d'Archimède (Ar) qui caractérise le mouvement d'un corps dans un liquide, dû à leur différence de densité, et c'est le rapport entre les forces gravitationnelles, les forces d'inertie et les forces de viscosité. Le premier groupe de ces équations est dérivé à partir des corrélations du nombre de Reynolds des particules avec le nombre d'Archimède. Ces équations contiennent beaucoup de constantes numériques qui sont plutôt difficiles à employer. Dans le deuxième groupe, la vitesse est directement dérivée à partir des corrélations entre le nombre de **Lyashchenko** (Ly) et le nombre d'Archimède (Ar) comme suit :

$$Ly = \frac{4 Re_P}{3C_D} = v_P^2 \frac{\rho_P}{g\eta_L \Delta\rho} \quad (2.7)$$

D'où
$$Ar = d_p^3 \frac{\rho_L g \Delta\rho}{\eta_L^2} \quad (2.9)$$

La corrélation entre Ly et Ar pour un nombre de Reynolds compris entre 0 et 1000 est donnée par la relation suivante [13]:

$$Ly = \frac{(Ar)^2}{18^3} \frac{1}{1 + \alpha \cdot (Ar)^\beta} \quad (2.10)$$

Les paramètres α et β sont donnés dans le tableau 1, l'expression de la vitesse de la particule est :

$$v_P = v_{PS} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{1 + \alpha \cdot (Ar)^\beta}} \quad (2.11)$$

La formule de Stokes de la vitesse de la particule comme suit :

$$v_{PS} = \frac{d_p^2 g \Delta\rho}{18\eta_L} \quad (2.12)$$

Les particules qui obéissent à la loi de vitesse décrite par cette équation s'appellent les particules Stokesian ou de Stokes.

Tableau 2.1 : Les paramètres α et β dans l'équation 2.11 [13].

Nombre d'Archimède	α	β
$Ar \leq 17845$	0.0294	0.887
$17845 \leq Ar \leq 512000$	0.0014	1.198

Pour un nombre de Reynolds très petit et qui n'est pas égale à 0 ($Re < 1$), il y a une autre procédure pour obtenir une relation entre le nombre d'Archimède et le nombre de Reynolds en utilisant la loi de **Oseen** (**Oseen**, 1913, 1927) utilisant le coefficient de traîné.

$$v_P = 2v_{PS} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{Ar}{24}}\right)^{-1} \quad (2.13)$$

3.3 Vitesse de la particule solide pour des nombres d'Archimède plus élevés :

Pour de plus grands nombres d'Archimède, le rapport entre Ly et Ar est évalué en employant les résultats numériques du coefficient de traînée C_D en fonction de Re_P pour un écoulement régulier et axisymétrique du liquide autour de la particule [13,14] :

$$(Ly)^{1/3} = \frac{(Ar)^{2/3}}{18} \frac{1}{f(Ar)} \quad (2.14)$$

$f(Ar)$ est une fonction du nombre d'Archimède dans le rang intermédiaire donnée pour $17854 \leq Ar \leq 512000$ comme suit :

$$f(Ar) = 1 + \frac{Ar}{96} \left(1 + 0.079 Ar^{0.749}\right)^{-0.755} \quad (2.15)$$

L'erreur relative maximale de cette corrélation est de 1.8%. La vitesse des particules pour un nombre d'Archimède intermédiaire est [14] :

$$v_P = v_{PS} \cdot \left(1 + \left(\frac{Ar}{96}\right) \left(1 + 0.079 Ar^{0.749}\right)^{-0.755}\right)^{-1} \quad (2.16)$$

Cette formule est capable de décrire la vitesse de sédimentation des particules solides pour des nombres d'Archimède élevé, et fournit ainsi une approximation utile pour la vitesse des particules solides dans la modélisation du processus de flottation.

4. Mobilité de surface de la bulle et régime d'écoulement du liquide autour de sa surface :

Dans la plupart des modèles de collision, l'intention principale a été focalisée aux bulles d'air avec des surfaces complètement retardées (immobilisée), puisqu'on le croit que pendant la flottation, la surface de la bulle est complètement immobile par la présence des agents tensioactifs intentionnellement en excès (collecteur, mousse), ou des impuretés tensioactives de l'eau. Le problème du degré de retardement de la surface de la bulle n'est pas encore résolu et une grande incertitude existe toujours quand la théorie de collision est appliquée dans l'environnement industriel de flottation.

Les particules solides déplaçant à proximité d'une bulle sont soumises au composant tangentiel u_ϕ et radial u_r de l'écoulement du liquide. Le mouvement des particules dans la direction radiale de la surface de la bulle mène à la collision. Dans le cas d'un mouvement tangentiel la particule glisse au dessus de la surface de la bulle.

La superposition des forces hydrodynamiques et d'interface sur le champ de l'écoulement de la bulle d'air se manifeste dans leur vitesse d'ascension dans le liquide v_B . La vitesse v_B augmente presque linéairement en fonction de la taille d'une petite bulle et atteint un maximum d'environ 30 cm/s pour un diamètre ≈ 1.5 mm. Les 2 nombres caractéristiques décisifs sont le nombre de **Eoetvoes**, et le nombre de **Reynolds** [15,16]:

$$Ea = \frac{g\Delta\rho d_B^2}{\gamma} \quad (2.17)$$

Le nombre de Reynolds par rapport à une bulle d'air est défini comme suit :

$$Re_B = \frac{v_B d_B \rho_L}{\eta_L} \quad (2.18)$$

Dans la plupart des littératures en domaine de flottation, les faits suivants sont substantiels pour modeler l'interaction particule – bulle :

1 - Pour des bulles d'air de petits diamètre la loi de Stokes pour les particules solides est valide, en se basant sur la supposition que l'interface liquide – bulle est rigide, c-à-d complètement immobile. La surface de la bulle dans ce cas-ci est couverte de molécules de surfactant, et à l'intérieur de la bulle aucun vortex ne se produit.

2- Dans le cas contraire, quand la surface de la bulle est complètement mobile, non seulement un écoulement aura lieu sous son environnement externe mais également il formera un vortex circulaire dans la bulle elle-même.

3 - Selon le type de surfactant, l'adsorption sur la surface de la bulle, la vitesse d'ascension de la bulle, et la localité sur la surface de la bulle, pour chaque condition, le passage d'un état complètement retardé (quasi rigide) à l'état complètement libre serait possible, et les composantes normales et tangentielles de l'écoulement du liquide sur la surface de la bulle changent leurs valeurs en fonction du degré de retardement (fig 2.4).

Pour les bulles mobiles caractérisées par le paramètre de rigidité ($C_B = 4$) la vitesse radiale du liquide est :

$$u_r \approx \frac{z}{R_B} \quad (2.19)$$

z est une distance arbitraire de la surface de bulle. La vitesse tangentielle $u_\phi = const.$ Pour des bulles d'air rigides caractérisés par le paramètre de rigidité ($C_B = 1$). Les vitesses radiales et tangentielles du liquide sont :

$$u_r \approx \left(\frac{z}{R_B}\right)^2 \quad (2.20)$$

$$u_\phi \approx \frac{z}{R_B} \quad (2.21)$$

C_B est une constante employée pour caractériser le degré de retardement de la bulle, qui résulte que la surface de la bulle est couverte par un surfactant [17].

Les deux cas limite approximatifs pour le champ de l'écoulement à proximité des bulles d'air dans des solutions d'agent tensioactif sont l'écoulement de Stokes ($Re_B \ll 1$), et l'écoulement potentiel ($Re_B \gg 500$). Les composantes tangentiel de l'écoulement du liquide u_ϕ , seraient égal à zéro quand $r = R_B$ dans le cas de l'écoulement de Stokes, et différents de zéro dans le cas de l'écoulement potentiel [18].

4.1 Vitesse terminal de la bulle d'air :

La taille et la forme de la bulle, les densités et les viscosités du milieu liquide, la circulation interne, la température, et la présence des composés tensio-actifs sont la plupart des paramètres importants affectant la vitesse d'ascension de la bulle. Après sa formation à l'intérieur de liquide, la bulle d'air accélère immédiatement et à une certaine distance du point de sa formation elle atteint sa vitesse terminale, qui est déterminée par l'équilibre entre toutes les forces agissantes. L'ascension de la bulle est due à la force de flottabilité, qui agit contre les forces de résistance ou de traînée. Puisque la densité et la viscosité du gaz dans une bulle sont très petites en comparaison avec les valeurs dans le liquide, la force de résistance exercée par le liquide sur une bulle d'air en ascension est donnée par l'équation suivante [19] :

$$F_d = -\frac{1}{2}\pi R_B^2 C_D \rho_L v_B^2 \quad (2.22)$$

Pour le mouvement de la bulle dans un liquide pure, la théorie de **Hadamard** et **Rybczynski** donne la solution analytique exact, mais elle est valide seulement dans des conditions de l'écoulement de Stokes, c-à-d $Re_B \ll 1$.

Levich a développé un modèle de mouvement de la bulle, en supposant que la taille de la bulle est assez grande et les forces d'inertie dominant les forces de viscosités, en déterminant le coefficient de traînée de la bulle en ascension qui est égal à :

$$C_D = \frac{48}{Re_B} \quad (2.23)$$

Ce modèle est valide pour $Re_B < 50$, c-à-d pour $d_B < 0.5$ mm. **Moore** a développé la théorie de **Levich**, en intégrant les contraintes normales au-dessus de l'interface de la bulle, pour avoir la relation :

$$C_D = \frac{32}{Re_B} \quad (2.24)$$

Pour des nombres de Reynolds très élevés, l'écoulement du liquide autour de la bulle produit une contrainte qui cause la déformation de sa forme. Les déformations de forme sont contrebalancées par la force de la tension superficielle qui tend à reconstituer la forme sphérique

de la bulle. On l'accepte généralement que la forme et la vitesse de la bulle agissent mutuellement. La forme de la bulle dépend de sa vitesse, de sa section de surface, de la différence de pression, de la densité du liquide et de la tension superficielle. L'impact de tous ces paramètres peut être représenté par un nombre adimensionnel défini par le degré de déformation.

Le Mouvement de la bulle dans des solutions de surfactant (appelé liquides contaminés) est un problème beaucoup plus complexe que celui dans les liquides purs. La présence des composés tensioactifs affecte la rhéologie de l'interface du liquide, parce qu'il existe des variations de viscosité, d'élasticité, et de gradient de la tension superficielle.

Frumkin et **Levich** ont développés une théorie appelée la théorie d'adsorption pour expliquer les vitesses inférieures des bulles dans les solutions de surfactant. Les molécules de surfactant sont transportés à l'interface de la bulle par convection et par diffusion. La quantité des molécules adsorbées et désorbées de surfactant sont semblables, mais les molécules adsorbées au dessus de la surface de bulle s'accumulent progressivement à la partie inférieure de la bulle. L'augmentation de la concentration de surface mène à la désorption de la partie inférieure de la bulle, tandis que la réduction de la concentration de la partie supérieure cause le cinétique d'adsorption des molécules de surfactant. Ainsi, le mouvement de la bulle mène à une distribution non uniforme des surfactants adsorbés et le gradient de tension superficielle est induit. Ce gradient retarde la mobilité de la surface de la bulle et par conséquent la vitesse de la bulle est abaissée.

Dans le développement des modèles de collision et d'attachement, de diverses équations théoriques, semi théoriques et expérimentales sont développées pour décrire la vitesse de la bulle d'air citons par exemple :

Une équation de vitesse d'ascension de la bulle d'air quand elle rapproche à une surface solide a été dérivée par **Nguyen** et **Van**, en utilisant les conditions de flottation en mousse, c-à-d, ils ont dérivé une expression de la vitesse de la bulle en tenant compte de la présence des agents tensioactifs obtenu indirectement à partir du nombre de Reynolds qui ait la suivante [18] :

$$R_B = \left(\frac{9\eta_L^2 \text{Re}_B (1 + 0.15 \text{Re}_B^{0.687})}{4\rho_L^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.25)$$

Récemment **Ng** a proposé des relations, basées sur des corrélations avec des données expérimentales pour décrire le mouvement de la bulle pour des nombres de Reynolds plus élevés. Le modèle décrit par **Ng** a été basé sur la solution de l'équation de **Oseen** pour le

mouvement d'un objet dans un liquide visqueux. La vitesse v_B pour une surface complètement immobile est donnée par la relation suivante :

$$v_B = \frac{2R_B^2 \rho_L g}{9\eta_L} \left(\frac{7}{6} \text{Re}_B^{0.15} + 0.02 \text{Re}_B \right)^{-1} \quad (2.26)$$

D'autres formules de la vitesse terminale de la bulle d'air ont été développées pour tester les modèles de développement des probabilités ou des efficacités de collision ou d'attachement.

5. Probabilité et Efficacité de collision particule – bulle :

Le point de vue de base dans l'étude du procédé de séparation par flottation est que c'est un processus de plusieurs étapes de probabilité se composant d'une succession de microprocessus avec une mesure de la probabilité ou l'efficacité associée. Cette succession inclue l'approche d'une particule à une bulle d'air. Parmi les trois sous processus de l'interaction particule – bulle, le subprocessus de collision est étudié plus intensivement, et de nombreux modèles ont été proposés pour l'évaluation de la probabilité et l'efficacité de collision. En raison de la complexité du phénomène de collision, une image simplifiée du système a été fréquemment adoptée, en pour résultats d'élaborer des modèles mathématiques basés sur une analyse hydrodynamique du système particule – bulle.

Ces modèles diffèrent dans leurs études par le choix du régime d'écoulement, des forces agissantes lors de l'approche particule – bulle, et du type de surface de la bulle en interaction (mobile ou immobile) [18].

La collision est généralement mesurée en termes de probabilité de collision (P_C), ou d'efficacité de collision (E_C). L'efficacité de collision est définie comme étant le rapport entre le nombre des particules traversant le même chemin de la bulle et le nombre des particules heurtant réellement la bulle d'air. Par conséquent elle est déterminée par le rapport du nombre des particules dans un courant de section de surface égale à πR_C^2 et le nombre des particules approchant à une bulle dans un tube de courant ayant une trajectoire de section égale à l'aire projeté de la bulle d'air et la particule solide $\pi(R_B + R_p)^2$ [7,11,16,17,18,19].

5.1 Ligne de courant :

Quand une bulle d'air ascensionne dans un milieu non agité de suspension de particules, l'écoulement du liquide autour de la bulle, forme un nombre infini de lignes de courant qui peuvent être représentées mathématiquement par une fonction de courant. Si les particules dans la suspension sont assez petites et qui peuvent être considérées sans inertie, la trajectoire des particules correspondrait alors à la ligne de courant.

L'écoulement du liquide autour d'une bulle d'air est régi par l'équation de continuité de Navier Stokes. Des solutions exactes de ces équations peuvent être analytiquement dérivées quand le nombre de Reynolds est égale à 0 (écoulement de Stokes) ou infiniment grand (écoulement potentiel). Pour des bulles ayant des nombres de Reynolds entre ces deux cas limites, l'équation de continuité de Navier Stokes est numériquement résolue [17]. Les fonctions de courant de l'écoulement de Stokes et potentiel, sont données par :

$$\psi_{Stokes} = \left[\frac{1}{2}r^2 - \frac{3}{4}r + \frac{1}{4}\frac{1}{r} \right] \sin^2 \phi \quad (2.27)$$

$$\psi_{Potentiel} = \left[\frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{r} \right] \sin^2 \phi \quad (2.28)$$

Les deux champs de l'écoulement donnent un profil symétrique en fonction du plan équatorial de la bulle comme le montre la figure 2.3. Cependant, dans la mesure où le nombre de Reynolds excède 0, le champ de l'écoulement du liquide autour de la bulle perd sa symétrie et devient de plus en plus asymétrique, avec les lignes de courant plus ou moins comprimées vers l'hémisurface de la bulle. Un modèle a été dérivé par **Yoon** et **Luttrell** (1989) permettant de prévoir la fonction de courant pour un nombre de Reynolds intermédiaire en combinant l'écoulement potentiel et de Stokes [20].

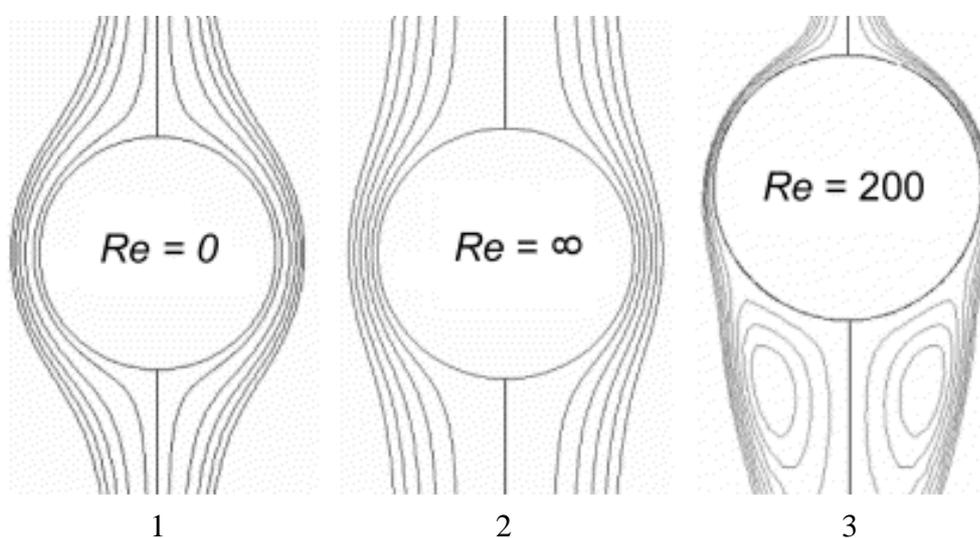


Fig 2.3 : Lignes de courant passant des bulles aux $Re = 0$ (écoulement de Stokes), $Re = \infty$ (écoulement potentiel) et $Re = 200$ (résultats numériques). Les lignes de courant asymétriques dans l'image 3 sont beaucoup plus complexes que ceux pour les 2 autres cas.

La signification de l'asymétrie de l'écoulement du liquide traversant la bulle à un nombre de Reynolds intermédiaire est illustrée dans la figure 2.4. L'asymétrie de l'écoulement du liquide près de la surface de la bulle influence sur la collision bulle - particule et les interactions d'attachement. Puisque les lignes de courant du liquide sont comprimées vers le côté faciale de la bulle, la vitesse radiale du liquide change sa direction loin de la surface de la bulle avant que le liquide passe l'équateur (ce changement intervient à l'équateur dans les champs de l'écoulement de Stokes et l'écoulement potentiel). Par conséquent, l'aire de collision des particules n'est pas l'hémisphère facial entier de la surface de la bulle, et par la suite, l'angle de collision ϕ_C , (angle maximal de collision ou également l'angle maximal de contact au glissement) est plus petit que $\pi/2$ [17].

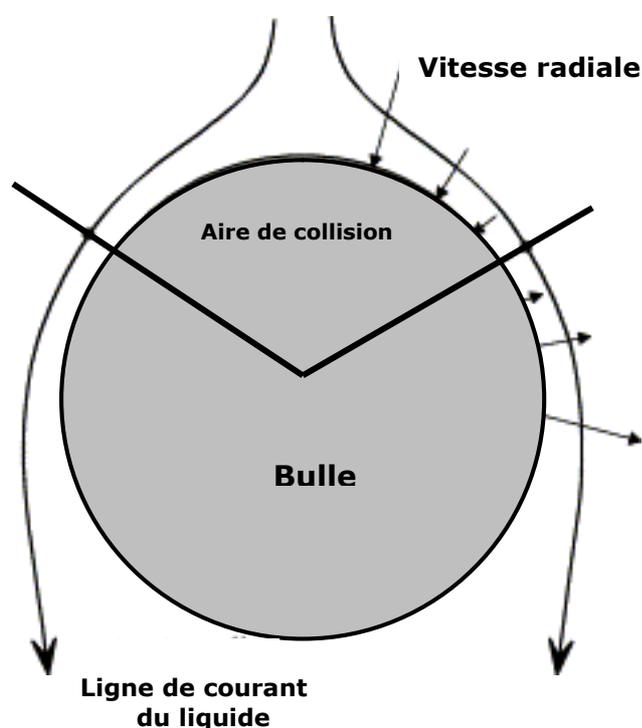


Fig 2.4 : Aire de collision et direction de la vitesse radiale de l'écoulement du liquide à un nombre de Reynolds intermédiaire.

Une fois que la trajectoire de la particule est connue, il est possible de dériver une expression de la probabilité de collision P_C ou de l'efficacité de collision E_C . Seulement les particules qui se trouvent dans un rayon de collision limité R_C au chemin de projection de la bulle peuvent heurter la bulle d'air, par conséquent la probabilité de collision est donnée par le rapport [17]:

$$P_C = \frac{N_p (v_p + v_B) \pi R_C^2}{N_p (v_p + v_B) \pi (R_B + R_p)^2} \quad (2.29)$$

N_p est la concentration en nombre des particules solides, v_p et v_B sont les vitesses de la particule et de la bulle respectivement.

$$P_C = \frac{R_C^2}{(R_B + R_p)^2} \quad (2.30)$$

Pour des raisons de densité afin d'avoir une flottation, la supposition de base est que le diamètre de la bulle est beaucoup plus grand que celui de la particule, l'équation 2.68 devient :

$$P_C = \left(\frac{R_C}{R_B} \right)^2 \quad (2.31)$$

La détermination d'une expression de R_C est un exercice non trivial qui a occupé l'attention de beaucoup de chercheurs en hydrodynamique colloïdale pendant ces dernières années, depuis le travail de **Sutherland** qui a traité l'écoulement potentiel autour de la bulle en absence des forces d'inertie et des effets de la gravité. Selon Sutherland (1948), et Gaudin (1957), R_C est déterminée en résolvant l'équation de mouvement de la trajectoire des particules frôlant l'équateur de la bulle. Le rayon R_C est habituellement déterminé par calcul numérique puisque le champ de l'écoulement du liquide autour de la bulle n'est pas analytiquement accessible. La dérivation spécifique d'une expression du rayon R_C dépend du rapport entre R_p et R_B , la nature du champ d'écoulement dans lequel la particule se déplace, et le rôle des forces d'inertie et de gravité dans le processus.

La fraction des particules atteignant la surface de la bulle, la forme de la trajectoire de la particule dans le courant de liquide, et l'interaction possible particule – bulle dépendent de la masse et de l'inertie des particules et du champ de l'écoulement lui-même. La quantité caractéristique correspondante est le nombre de Stokes K . Ce nombre est le rapport entre le diamètre des particules d_p et le diamètre de la bulle d'air d_B , ou plus généralement il caractérise le rapport entre les forces d'inerties d'une particule et les forces de résistance de la viscosité du liquide, qui apparaît quand la particule est déposée sur la surface de la bulle en écoulement, et il est donné par la relation [11, 21, 22, 23]:

$$K = \frac{\rho_p v_B d_p^2}{9 \eta_L d_B} = \frac{\text{Re}_B \rho_p d_p^2}{9 \rho_L d_B^2} \quad (2.32)$$

ρ_p est la densité de la particule, v_B la vitesse d'ascension de la bulle, η_L est la viscosité dynamique du liquide. Les étapes hydrodynamiques en acte élémentaire de flottation procèdent

plutôt différemment. Quatre régimes quantitativement différents quand les particules se déposent sur la surface de la bulle d'air, peuvent être différenciés, dépendant ainsi du nombre de Stokes :

$K \ll 1$: Les forces d'inertie n'ont pratiquement aucun effet sur le mouvement des particules, qui peuvent être considérées en inertie libre. Les particules suivent les lignes de courant du liquide librement. La collision due à l'impact avec la bulle n'est plus possible.

$K \leq 0.1$: Les forces d'inertie peuvent gêner la déposition de particule sur la bulle.

$0.1 < K < 1$: Impact inélastique des particules sur la surface de la bulle est caractéristique de ce régime, la force d'inertie joue un rôle au cours de l'attachement. Par conséquent, la collision particule – bulle peut avoir lieu avec un diamètre de particule plus petit que la bulle. La trajectoire de la particule dévie plus ou moins des lignes de courant du liquide. Une partie importante de l'énergie cinétique des particules est perdue pendant l'approche et à l'impact lui-même quand le film liquide est formé entre la bulle et la particule.

$K > 3$: La trajectoire de la particule dévia très légèrement de la ligne de courant, est l'impact est considéré comme quasi élastique.

6. Modèles d'efficacité et de probabilité de la collision particule – bulle :

Le mouvement des particules approchant une surface d'une bulle d'air est influencé par un certain nombre de facteurs, qui inclues [22] :

- La masse de la particule : l'effet de l'inertie ;
- Poids de la particule : l'effet de la gravité ;
- Écoulement du liquide passant au voisinage de la bulle d'air: effet d'interception.

L'effet de chacun de ces paramètres a été indépendamment modelé en utilisant l'équation 2.68. Les efficacités de collision en incluant les 3 effets, peuvent alors être combinées pour obtenir le comportement global [22,23]. Cependant, l'efficacité globale de collision n'est pas toujours une addition simple de ces effets. En particulier, quand l'efficacité de collision est contrôlée par deux ou plus d'effets, une équation complexe s'avère nécessaire pour prévoir le comportement du processus de collision. Dans ce cas-ci, d'autres facteurs, tels que la mobilité de la surface de bulle, doivent être inclus dans cette analyse [23].

L'équation modèle pour le calcul de la probabilité ou l'efficacité de collision est donnée par la relation suivante [24,25]:

$$E_C = A \times \left(\frac{d_P}{d_B} \right)^n \quad (2.33)$$

d_p , d_B sont les diamètres de la particule, est de la bulle d'air respectivement, A et n sont des paramètres qui changent en fonction du nombre de Reynolds comme le montre le tableau 2.2.

Tableau 2.2 : Valeurs de A et n pour différent conditions d'écoulement.

Condition d'écoulement	A	n	Nombre de Reynolds
Stokes	2/3	2	Re \rightarrow 0
Intermédiaire I	$\left(\frac{3}{2} + \frac{4 \text{Re}^{0.72}}{15} \right)$	2	$0 < \text{Re} < 300$
Intermédiaire II	$\frac{3}{2} \times \left(1 + \frac{\left(\frac{3}{16} \right) \text{Re}}{1 + 0.246 \text{Re}^{0.56}} \right)$	2	$200 < \text{Re} < 300$
Potentiel	3	1	Re \rightarrow ∞

6.1 Modèle de Langmuir et Blodgett (E_{C-LB}):

Dans l'étude de la coagulation des aérosols, **Langmuir** et **Blodgett** ont développé le premier modèle de collision pour l'interaction hydrodynamique avec effet de l'inertie entre une petite gouttelette stationnaire et une grande gouttelette en chute. Ils ont simplifié le système en supposant que la gouttelette est plus petite, et considérée comme un point de masse, c-à-d qu'ils ont ignoré sa taille. L'expression de l'efficacité de collision entre les gouttelettes, provoquées par la force d'inertie, a été dérivée à partir des calculs numériques approximatifs et est donnée par la forme simple suivante [26]:

$$E_{C-LB} = \left(\frac{K}{K + 0.2} \right)^2 \quad (2.34)$$

K est le nombre de Stokes. **Derjaguin** et **Dukhin** ont prouvé que les champs hydrodynamiques autour d'une bulle en ascension ou d'une gouttelette en chute sont identiques. Ainsi, le modèle de collision de **Langmuir** et **Blodgett** est également peut être appliqué à la collision particule – bulle.

Puisque le modèle calcule l'efficacité de collision provoquée par la force d'inertie, il est valide seulement pour des particules ayants un grand nombre de Stokes. Dans de telles conditions, la mobilité de surface de la bulle, la vitesse d'ascension, et la valeur de K , ont seulement un effet léger sur le calcul de E_{C-LB} .

6.2 Modèle de Sutherland (E_{C-SU}):

Sutherland a fait la première tentative pour développer un modèle de collision pour un système particule – bulle, avec la dérivation d'une expression de E_C , en supposant premièrement que, l'inertie des particules peut être négligée et les particules suivent les lignes de courants du liquide, de sorte que la trajectoire des particules et l'efficacité de collision pourront être déterminées à partir de ces lignes de courants; deuxièmement, la surface de la bulle est complètement mobile; troisièmement le régime de l'écoulement du liquide près de la surface de la bulle est potentiel.

$$E_{C-SU} = 3 \times \frac{d_P}{d_B} \quad (2.35)$$

L'expression du rayon de collision R_C développée par **Sutherland** est [27] :

$$R_C = \left(\frac{3d_P d_B}{4} \right)^{1/2} \quad (2.36)$$

Ce modèle est très simple sous sa forme et facile à employer. D'une manière primordiale, il a étendu la base pour le développement des autres modèles. L'acceptation de l'écoulement potentiel est très près de la réalité due à la mobilité de la surface de la bulle. **Schulze** a noté que ce modèle est une approximation suffisamment proche à l'effet d'interception, en cas des vitesses d'écoulement élevées autour de la bulle.

6.3 Modèle de Gaudin (E_{C-G}) :

En supposant un régime d'écoulement de Stokes au voisinage de la surface de la bulle, et en ignorant les forces d'inertie des particules, en considérant une surface de bulle complètement immobile ($C_B = 1$). **Gaudin** (1957) utilise l'équation ci-dessous pour exprimer l'efficacité de collision comme suit [28]:

$$E_{C-G} = \frac{3}{2} \left(\frac{d_P}{d_B} \right)^2 \quad (2.37)$$

Yoon a comparé le modèle de **Gaudin** avec les données expérimentales, et il a conclu que ce modèle est valable pour des bulles de diamètre plus petites que 100µm. Ceci est prévu, puisque pour des bulles dans cette classe de grandeur, l'acceptation de l'écoulement de Stokes est valide.

6.4 Modèle de Weber – Paddock (E_{C-WP}) :

Weber et **Paddock** ont proposé un modèle de collision des particules sphériques avec des collecteurs sphériques. Dans leur modèle, ils ont supposé que les particules sont très petites, l'interaction hydrodynamique entre les particules et le liquide est négligeable, les lignes de courant du liquide pourraient être caractérisées par la fonction de courant de Stokes, et que ces

fonctions de courant pourraient être rapprochées par la série de Taylor. Ils ont défini l'efficacité de collision comme étant le rapport entre le nombre des particules heurtant la surface de la bulle par unité de temps et le nombre des particules présentes sur la superficie projetée de la bulle par unité de temps. Le premier nombre est une fonction du composant radial de la vitesse relative entre la particule et la bulle, le deuxième, dépend des composants radiaux de la vitesse de sédimentation des particules et de la vitesse du liquide relative à la surface de la bulle. Par conséquent, l'efficacité de collision (c-a-d le rapport des deux nombres mentionnés ci-dessus) peut être disséquée en deux composantes; une concernant la vitesse de sédimentation des particules due à la pesanteur, et l'autre concernant la vitesse du liquide à la surface de la bulle. La première composante est dite l'effet gravitationnel et la deuxième c'est l'effet d'interception. Les deux effets dépendent du nombre de Reynolds par rapport à la bulle, et par la résolution numérique des équations de Navier Stokes, les deux auteurs ont obtenu des expressions pour les deux composantes de l'efficacité de collision. L'efficacité de collision (E_{C-WP}^g) due à l'effet de gravitation est donnée par la relation [6] :

$$E_{C-WP}^g = \sin^2 \phi_C \left(1 + \left(\frac{d_P}{d_B} \right) \right)^2 \left(\frac{v_P}{v_B} \right) \quad (2.38)$$

ϕ_C est l'angle maximal de collision au-dessus duquel aucune collision n'est possible, et sa valeur dépend de Re_B .

La vitesse du liquide auprès de la surface de la bulle, déterminée par la fonction de courant dépend de la mobilité de la surface de la bulle, et par conséquent l'expression mathématique de l'effet d'interception peut être entièrement différentes, reflétant différentes conditions aux limites. La composante d'interception de l'efficacité de collision (E_{C-WP}^{ic}) est donnée comme suit :

Pour une surface de bulle complètement mobile ($Re_B < 200$) :

$$E_{C-WP}^{ic} = \left(1 + \frac{2}{1 + (37/Re_B)^{0.85}} \right) \times \left(\frac{d_P}{d_B} \right) \quad (2.39)$$

Pour une surface de bulle complètement immobile ($200 < Re_B < 300$), et l'effet de l'inertie des particules est négligé :

$$E_{C-WP}^{ic} = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{(3/16) Re_B}{1 + 0.249 Re_B^{0.56}} \right) \times \left(\frac{d_P}{d_B} \right)^2 \quad (2.40)$$

6.5 Modèle de Yoon - Lutterell (E_{C-YL}):

Le modèle de collision de **Yoon et Lutterell** a été développé sur la base d'une hypothèse semblable à celle du modèle de **Sutherland**. Les particules sans inertie suivent les lignes de courant du liquide, tandis que leurs trajectoires peuvent être caractérisées par la fonction de courant du liquide. Ces suppositions impliquent que la collision peut se produire même au-dessus de la moitié supérieure de la bulle (c-à-d $\phi_c = 90^\circ$). Evidemment, ce modèle incorpore également l'effet d'interception à l'efficacité de collision. Ce modèle est plus général que le modèle de Sutherland puisqu'il considère différentes conditions d'écoulement sur la surface de la bulle [18].

6.5.1 Conditions d'écoulement de Stokes ($Re_B \ll 1$) :

Dans les cas où le nombre de Reynolds est beaucoup plus petit, les lignes de courant sont décrites par la fonction de courant de Stokes. Dans de telles circonstances, l'efficacité de collision d'une bulle d'aire complètement immobile ($C_B = 1$) est donnée par la relation qui est identique à celle de Gaudin :

$$E_{C-YL}^{(S)} = \frac{3}{2} \times \left(\frac{d_P}{d_B} \right)^2 \quad (2.41)$$

6.5.2 Condition de l'écoulement potentiel ($80 < Re_B < 500$):

Pour un écoulement potentiel, c-à-d un nombre de Reynolds très grand, l'expression de l'efficacité de collision est identique à celle du modèle de **Sutherland** pour une surface complètement mobile :

$$E_{C-YL}^{(P)} = 3 \left(\frac{d_P}{d_B} \right) \quad (2.42)$$

6.5.3 Condition de l'écoulement intermédiaire :

Selon **Yoon et Lutterell** les deux cas précédents sont utiles pour la détermination de l'efficacité de collision extrêmement à petits et grands nombres de Reynolds, mais ils sont inadéquats pour décrire le processus de flottation dans la plupart des cellules industrielles de flottation. Quand le nombre de Reynolds d'une bulle est très grand ou très petit, les fonctions de courant peuvent être dérivées en résolvant les équations de Navier Stokes. Dans la plupart des systèmes de flottation, les bulles d'air ont des nombres de Reynolds intermédiaire varie entre ces deux cas limite, pour lequel aucune solution analytique n'existe. Par conséquent, **Yoon et Luttrell** ont dérivé une fonction de courant empirique en analysant un grand nombre de lignes de courant, donnée comme suit :

$$\psi = v_B^2 R_B \sin^2 \phi \cdot \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{4} x + \frac{\text{Re}^{0.72}}{15} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + x - 1 \right) \right] \quad (2.87)$$

ψ est une fonction de courant (adimensionnelle), x une coordonnée radiale ($x = r/R_B$). En employant cette équation **Yoon** et **Luttrell** ont dérivé une expression de l'efficacité de collision donnée comme suit ;

$$E_{C-YL}^{(i)} = \left(d_P / d_B \right)^2 \left(\frac{3}{2} + \frac{4 \text{Re}_B^{0.72}}{15} \right) \quad (2.43)$$

Cette équation prouve que l'efficacité de collision augmente avec le carré du rapport du diamètre de la particule et de la bulle d'air, mais également c'est une fonction de Re_B .

6.6 Modèle de Nguyen (P_{C-NV}):

Nguyen a développé son premier modèle en utilisant les méthodes numériques. Plus tard, il a raffiné son modèle en utilisant une nouvelle approximation de la vitesse du liquide près de la surface de la bulle. Dans la dérivation de son modèle, il a supposé que, premièrement la collision particule – bulle est contrôlée par les forces hydrodynamiques et gravitationnelle; deuxièmement la distance entre la particule et la bulle (dans l'ordre de 100nm) pendant la collision est négligeable, en comparaison avec les tailles de la particule et de la bulle; troisièmement la bulle se comporte comme une sphère rigide (c-a-d la surface de la bulle est complètement immobile); quatrièmement, le mouvement de la bulle est inchangé par les particules car la taille des particules est beaucoup plus petite que la taille de la bulle; et finalement, la particule possède une inertie. Ce modèle est mathématiquement exprimé comme suit [6,19,29]:

$$P_{C-NV} = \frac{2Z}{2D(1 + v_P/v_B)} \left(\frac{d_P}{d_B} \right)^2 \left(\left((Q+B)^2 + 3L^2 \right)^{1/2} + 2(Q+B) \right)^2 \quad (2.44)$$

Avec :

$$Q = \frac{3}{2} + \frac{9 \text{Re}_B}{32 + 9.888 \text{Re}_B^{0.694}} \quad (2.45)$$

$$D = \frac{3 \text{Re}_B}{8 + 1.736 \text{Re}_B^{0.518}} \quad (2.46)$$

$$B = \frac{v_P/v_B}{(d_P/d_B)^2} \quad (2.47)$$

$$Z = \frac{\left[(Q+B)^2 + 3D^2 \right]^{1/2} - (Q+B)}{3D} \quad (2.48)$$

6.7 Modèle de Bloom et Heindel (P_{C-BH}):

Bloom et **Heindel** ont développé leur modèle en considérant les forces hydrodynamiques agissantes sur la particule en approche de la bulle d'air (c-à-d les forces de traînée, de gravité, et de flottabilité), et aussi les effets de sédimentations des particules solides. Ils ont développé une expression analytique exacte de P_C pour 3 régimes différents. L'expression de la probabilité de collision pour un écoulement intermédiaire est [18,30] :

$$P_{C-BH}^I = \frac{1}{1+G} \left(\frac{1}{2 \left(\frac{R_P + R_B}{R_B} \right)^3} \left(2 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^3 + 3 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^2 \right) + Y \right) + \frac{G}{1+G} \quad (2.49)$$

$$Y = \frac{2 \text{Re}_B^*}{\left(\frac{R_P + R_B}{R_B} \right)^4} \left(\left(\frac{R_P}{R_B} \right)^3 + 2 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^2 \right) \quad (2.50)$$

Pour un écoulement de Stokes :

$$P_{C-BH}^S = \frac{1}{1+G} \left(\frac{1}{2 \left(\frac{R_P + R_B}{R_B} \right)^3} \left(2 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^3 + 3 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^2 \right) \right) + \frac{G}{1+G} \quad (2.51)$$

Et pour un écoulement potentiel :

$$P_{C-BH}^P = \frac{1}{1+G} \left(\frac{1}{\left(\frac{R_P + R_B}{R_B} \right)^3} \left(\left(\frac{R_P}{R_B} \right)^3 + 3 \left(\frac{R_P}{R_B} \right)^2 + 3 \left(\frac{R_P}{R_B} \right) \right) \right) + \frac{G}{1+G} \quad (2.52)$$

6.8 Equation générale de Sutherland (EGS):

À l'exception du modèle de Sutherland et une version du modèle de **Weber** et **Paddock**, tout les modèles ont été développés en supposant que la surface des bulles d'air est immobile à cause de l'adsorption des surfactants.

Presque tous les modèles ignorent l'influence de l'inertie des particules, bien que les forces d'inertie aient une grande influence sur l'efficacité de collision même s'ils sont faibles.

Quelques chercheurs ont étudié l'effet des forces d'inertie sur l'efficacité de collision. **Levin** a démontré que quand on admet qu'une particule possède un point de masse, son dépôt

par l'effet de l'inertie sur la surface de la bulle peut seulement se produire à un nombre de Stokes plus grand que $1/12$. Cette valeur est également prise comme une valeur critique du nombre de Stokes K_{cr} , pour qu'une particule atteigne la surface d'une bulle d'air sous l'action des forces d'inertie, qui au-dessus et au-dessous duquel, les mécanismes de la collision particule – bulle sont différents. Selon la théorie de collision de **Dukhin**, quand $K \gg K_{cr}$, le dépôt des particules par cet effet sur la surface de la bulle est le mécanisme principal de collision, et l'efficacité de collision peut être décrite par le modèle de **Langmuir** et **Blodgett**, qui a été confirmé théoriquement et expérimentalement. Pour $K \gg K_{cr}$, les forces d'inertie ont un effet positif sur l'efficacité de collision, et donc elle dépend de la grandeur de K . Quand $K \ll K_{cr}$, les particules se déplacent le long de la ligne de courant du liquide, et par conséquent l'effet d'interception est le mécanisme principal de la collision [9, 19, 23, 31].

Pour des nombres de Stokes moyens ($K \approx K_{cr}$), l'efficacité de collision dépend de la taille des particules, et du nombre de Stokes et ni l'un ni l'autre ne peut être exclu. Les conditions trouvées dans les vrais systèmes de flottation, sont beaucoup plus liées aux nombres de Stokes moyens. Le développement courant du modèle de collision de **Dukhin** est limité aux nombres de Stokes moyens.

Le modèle de Sutherland a été amélioré en incorporant les forces d'inertie avec le composant tangentiel de la vitesse du liquide qui est différent de zéro. Par exemple, l'équation de Sutherland a été développée pour expliquer l'influence des forces d'inertie selon le travail de **Dukhin** (1983). De nos jours, ce développement, désignée sous le nom de **l'équation générale de Sutherland EGS**, décrit par **Dukhin** et **Dai** (1998) [21].

Le modèle de collision de **Dukhin** basé sur les interactions hydrodynamiques par l'effet de l'inertie entre une particule et une bulle d'air prend en considération l'effet de la mobilité de surface des bulles d'air, la taille des particules, et les forces d'inertie (positives ou négatives). L'expression mathématique du modèle de **Dukhin** ou **l'équation générale de Sutherland EGS** est développée en se basant sur l'équation de base de trajectoire de la particule, ou l'équation **Boussineq – Oseen – Basset (BBO)**. La solution finale de l'équation de **BBO** donne l'expression analytique de l'efficacité de collision dans les conditions de l'écoulement potentiel pour une surface de bulle mobile même si les surfactants sont présents dans l'état statique du liquide, il sont balayer vers la partie arrière de la bulle de sorte que la partie faciale de sa surface soit mobile, l'**EGS** est donnée par l'équation suivante :

$$E_C = E_{C-SU} \sin^2 \phi_t \times \exp \left[\frac{4E_{C-SU}}{3\beta} \left(\ln \frac{3}{E_{C-SU}} - 1.8 \right) - \frac{2 \left(\left(\frac{2}{3} \right) + \left(\frac{\cos^3 \phi_t}{3} \right) - \cos \phi_t \right)}{\beta \sin^2 \phi_t} \right] \quad (2.53)$$

E_{C-SU} est l'efficacité de collision attribuée à **Sutherland**. Au moment de l'approche particule – bulle, la particule éprouve une résistance hydrodynamique qui est traduit par la diminution de la composante normale de sa vitesse relative à la composante normale de la vitesse du liquide. Selon la loi de Stokes pour les forces de résistance du liquide, la particule est soumise à une force positive (vers la surface de la bulle) due à la différence de vitesse. Cette force d'inertie positive est nommée la force de pression hydrodynamique F_p . La composante tangentielle de la vitesse des particules est l'origine de la force centrifuge F_C , qui agit pour empêcher le dépôt des particules près de l'équateur de la bulle. Cette force centrifuge sera par conséquent mentionnée comme étant une force d'inertie négative. Les coordonnées $r_t (= R_B + R_P)$ et ϕ_t définies les points de tangence et l'angle ϕ_t est appelé l'angle maximal de collision ou l'angle de tangence. Il est une fonction complexe du nombre de Reynolds de la bulle donné comme suit [32,33] :

$$\phi_t = \arcsin \left(2\beta \cdot \left[(1 + \beta^2)^{1/2} - \beta \right] \right)^{1/2} \quad (2.54)$$

$$\beta = 2 \times \frac{f \times E_{C-SU}}{9K_3} \quad (2.55)$$

$$K_3 = K \cdot \frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_P} \quad (2.56)$$

Donc
$$K_3 = \frac{2v_B(\rho_P - \rho_L)R_P^2}{9\eta R_B} \quad (2.57)$$

CHAPITRE III

Attachement, Détachement et Cinétique de Flottation

Chapitre III

Attachement, Détachement et Cinétique de Flottation

Introduction :

On l'a énoncé dans la littérature de la flottation minérale, que les études les plus simples adressant la flottabilité d'un minerai particulier impliquent au moins 25 variables clairement identifiables, et une étude complète peut exiger la considération au moins de 100 variables. En outre, la connaissance générale des interactions entre ces variables est clairsemée. La flottation implique plusieurs paramètres où l'étude complète s'avère complexe, et des variables additionnelles devraient être considérées dans une étude complète de ce processus. Puisque les études expérimentales et le chemin du système peuvent être très coûteuses, il y a eu des efforts considérables de modéliser mathématiquement l'interaction particule – bulle pour prévoir les efficacités des microprocessus et les tendances générales avant que des expériences complètes soient exécutées. Ces modèles utilisent typiquement les divers modèles des microprocessus pour formuler et développer un modèle général de flottation.

1. Attachement particule – bulle:

L'attachement des bulles d'air sur la surface (solide) minérale a été l'élément de recherche depuis les années 30, c'est le point clé, pour lequel une meilleure séparation est possible. Pour son origine historique on commence par le travail de **Wark, Kabanov** et **Frumkin** qui ont développé le premier modèle de l'attachement d'une surface solide plane sur une bulle de gaz. À partir de 1932, **Frumkin** a prêté une attention particulière à la cinétique d'amincissement du film liquide mince entre une bulle d'air et une surface minérale. Il a développé une théorie thermodynamique en définissant la région de stabilité, et les conditions de formation d'un angle de contact entre ces deux surfaces. Ainsi le concept de la pression de disjonction a été présenté pour décrire l'action des forces de surface dans les films liquides minces. En 1972 **Blake** et **Kitchener**, ont fait une mesure très précise de l'épaisseur de ces films liquides sur les surfaces hydrophobes de quartz, en fonction de la concentration du sel, et ils ont montré qu'elle dépend des forces électriques de double couche [9]. C'est ainsi qu'ils ont constaté que l'instabilité des films sur les surfaces hydrophobes se produit à des épaisseurs de film moins d'environ 60 nm. Cette valeur, était plus petite que la gamme de la force électrique de double couche, représente ainsi les effets combinés de la force hydrophobe, l'hétérogénéité de surface et les perturbations externes. Ils ont laissé entendre la dépendance de longueur des

forces hydrophobes, l'information qui a été plus tard déterminée par des expériences sur les forces de surface en 1982.

En 1986 l'invention de la technique du microscope de force atomique *AFM* a permis à **Christenson** et **Claesson** de mesurer les forces d'interactions entre une bulle d'air et une surface hydrophobe permettant ainsi de calculer les forces électriques de double couche, les forces de Van der Waals et les forces hydrophobes. Enfin en 1989 **Schulze** et ses collaborateurs ont débuté l'analyse détaillée de l'attachement et de détachement, où ils ont réussi en 1997 d'éclaircir le phénomène d'attachement en démontrant qu'il y a trois étapes élémentaires qui peuvent expliquer le phénomène d'attachement particule – bulle [33,34].

L'attachement particule – bulle est une interaction trop compliquée entre les effets hydrodynamiques et les forces de surface. Il est parfois modélisé en utilisant l'énergie potentielle ou l'énergie d'activation attribuée par **Laskowski** (1989) et utilisée par **Yoon** (1991) comme modèle de l'équation d'Arrhenius. Cependant il est réalisé que le processus d'attachement est conduit par la combinaison des considérations thermodynamiques et cinétiques. Une idée proposée par **Sutherland**, révélera que si le temps de contact particule – bulle est plus long que le temps d'induction alors l'attachement se produira.

Les 3 étapes élémentaires gouvernantes le processus d'attachement sont [34,35]:

- 1) Amincissement du film liquide mince jusqu'à une épaisseur critique à laquelle il se rompt;
- 2) Rupture du film liquide mince, et formation d'une ligne de contact triphasé TPC, jusqu'à un rayon critique;
- 3) Expansion de la ligne de TPC pour former un périmètre stable de mouillage.

2. Notion des films liquides minces :

En acte élémentaire de flottation, l'attachement particule – bulle n'est pas seulement déterminé en fonction de l'angle de contact, mais aussi par les conditions nécessaires à la destruction des couches hydratées (film liquide mince) ayant une importante résistance sur les surfaces des minéraux et des bulles d'air.

L'apparition des films liquides minces est conditionnée par le déséquilibre des forces agissantes sur les molécules de couche limite du côté des phases en contact. En résultat, sur la mince couche limite orientée vers l'interface eau – solide et eau – gaz, les molécules d'eau se trouvent dans un état énergétique différent de celui où les molécules sont trouvées dans le volume approprié.

La stabilité des films liquide est l'un des sujets les plus importants en science de surface moderne. C'est lié aux applications diverses des films liquides dans les technologies chimiques, médecine, science du sol, des phénomènes de capillarité et de transfert de masse dans les corps poreux. Les films liquides jouent un rôle particulièrement important dans la flottation et les phénomènes de mouillage. Malgré le fait que les investigations sur les films de mouillage ont commencé il y a long temps, beaucoup de questions demeurent jusqu'à présent sans réponse. Ceci est relié à l'usage spécial de la structure de l'eau, qui est très sensible à la présence des gaz ou des molécules dissoutes, en particulier les ions, et également à l'état et le comportement aux interfaces du film (gaz, liquide ou solide). En raison de ces faits, même en présence de très peu d'additif il peut rigoureusement influencer la structure de l'eau et également, sur les propriétés des films liquides minces. Ceci nécessite de spéciales conditions de matériaux, et à la construction des cellules expérimentales, dans lesquelles les films liquides minces seront formés et étudiés [36].

L'un des premiers appareils pour la détermination optique de l'épaisseur d'un film liquide mince de mouillage formé entre une surface solide plane et une bulle d'air ont été développés par **Derjaguin** et **Kussakov** en 1939. En 1972 **Schulze** a employé un appareil semblable, où l'épaisseur du film a été déterminée à partir de l'intensité de la lumière d'interférence réfléchie [37].

Plus tard, **Schulze** et **Cichos** ont étudié les films formés à partir de diverses solutions d'électrolyte. Dans un premier temps, la relation obtenue, entre l'épaisseur du film et la concentration de la solution de KCl et le pH ont été considérés dans le cadre de la théorie des forces électrostatiques de répulsion. Les premiers résultats obtenus étaient de grand intérêt discuté à la cinquième conférence sur les forces de surface à Moscou en 1974 a comme titre « les forces de surface dans les films liquides minces et la stabilité des colloïdes ». **Schulze** a également prouvé qu'après l'addition des ions Al^{3+} de forte concentration, la surface de quartz devienne surchargée, et des films liquides se rompent à une certaine épaisseur critique entre 20 à 50 nm par l'effet des forces électrostatiques attractives. Plus tard **Schulze** a montré que la rupture d'un film liquide aura lieu en utilisant une concentration de dodécyl amine supérieur à 5×10^{-6} M. Les mêmes observations ont été obtenu par **Blake** et **Kitchener** qui ont constaté que les films rompent à une épaisseur moins de 60 nm en contact avec des surfaces de quartz rendu hydrophobe. Ensuite **Aronson** et **Princen** ont déterminé la concentration critique de la solution de bromure d'alkyl Triméthyl Ammonium (10^{-6} M), à laquelle le film liquide se rompt [38,39].

Les forces contrôlant la stabilité des films de mouillage sont les forces électrostatiques et hydrophobes. Bien que, le premier puisse agir à longue gamme, mais à des très petites épaisseurs l'attraction hydrophobe prédomine, et le film liquide rompra, et un angle de contact formera. Le degré de l'hydrophobicité de surface peut être contrôlé par l'adsorption des ions sur la surface solide, qui détruit les couches limites de l'eau de structure moléculaire modifiée. En d'autre part, les forces électrostatiques peuvent être fortement influencées, en particulier par l'addition des agents tensioactifs ioniques, et également par le pH et la composition de l'électrolyte du milieu [37].

2.1 Notion de la pression de disjonction :

Dans la région interfaciale entre deux phases macroscopiques à savoir entre une phase gaz – liquide ou solide – liquide ; les propriétés thermodynamique intensive change graduellement en passant d'une phase à une autre. Ceci fait augmenter la tension superficielle et l'énergie libre de surface spécifiquement.

Pour les films liquides, les deux régions interfaciales couvrantes, produisant les propriétés caractéristiques du film : l'énergie libre du film diffère remarquablement de l'énergie libre des interfaces. Le changement de l'énergie libre est accompagné d'une pression dans le film, cette pression est la **pression de disjonction**. Leur nom est historiquement associé à l'expérience de **Derjaguin, Obuchov et Kussakov** en 1930 sur les films libres entre les bulles d'air et les films de mouillage entre une bulle d'air et une surface solide.

Pour équilibrer les forces externes une pression additionnelle dans le film doit exister, qui disjoint les interfaces de telle manière à permettre au film liquide stable d'exister dans un équilibre hydrostatique avec la phase liquide d'où le film est formé. La force externe est la force capillaire sur l'interface liquide – gaz [33].

En générale la pression de disjonction est due aux forces d'interaction entre les deux interfaces des films liquides minces. Elle est une propriété intrinsèque du film liquide mince entre une bulle d'air et une particule solide. Une pression de disjonction répulsive existe dans le film entre une bulle et une particule hydrophile empêchant ainsi l'attachement particule – bulle. La pression de disjonction entre une bulle d'air et une particule hydrophobe est attractive, faisant l'instabilité du film liquide, et menant ainsi à sa rupture et la formation d'un contact particule – bulle[40].

2.1.1 Définition thermodynamique :

La pression de disjonction est d'origine interne, elle est donc une fonction de l'épaisseur du film liquide (h). Le signe de cette pression peut être positif ou négatif. Elle est une fonction

thermodynamique, et elle est déterminée en fonction de la variation de l'énergie libre de **Gibbs** G du système.

Derjaguin, Erikson et Toshev ont défini alternativement la pression de disjonction en termes de variables thermodynamiques comme suit "elle est le travail nécessaire pour changer l'épaisseur du film à température T , pression totale P , Aire du film A_f , et nombre de moles N_i , constants", et elle est égale à [39] :

$$\Pi_d(h) = -\frac{dW}{dh} \quad (3.1)$$

De même:
$$\Pi_d(h) = -\left(\frac{\partial G}{\partial h}\right)_{T,P,A_f,N_i} \quad (3.2)$$

À potentiel et température constants, l'équation 3.2 devient :

$$\Pi_d(h) = -2\left(\frac{d\gamma}{dh}\right)_{T,\mu_i} \quad (3.3)$$

Intégrons cette équation pour obtenir le rapport entre la tension superficielle du film et la pression de disjonction,

$$2\gamma(h) = 2\gamma(h = \infty) - \int_{\infty}^h \Pi_d dh \quad (3.4)$$

$2\gamma(h = \infty)$ est la tension superficielle de la solution.

3. Etapes élémentaires d'attachement :

3.1 1^{ère} étape élémentaire de l'attachement particule – bulle : Amincissement ou drainage du film liquide mince jusqu'à une épaisseur critique à laquelle il se rompt :

Quand une bulle est pressée par l'eau contre une surface solide, la forme du film liquide n'est plus plane parallèle. Plutôt la subsurface du film s'amincit rapidement et une petite cavité épaisse est emprisonnée au centre. C'est essentiellement un phénomène cinétique, provoqué par l'écoulement qui devient plus grand à la subsurface même du film dans le premier stage du drainage [9]. L'existence de cette cavité a été détectée par des techniques telles que l'interférométrie au laser. Des théories hydrodynamiques essayant de décrire le profil et l'évolution de cette cavité mais avec un succès très limité. La plupart des approches n'ont pas considéré l'équation différentielle rigoureuse décrivant la cinétique du drainage développée par **Buevich et Lipkina** en 1978, mais en échange ils ont employé de diverses approximations pour dériver des équations plus simples qui seront favorables à la solution analytique.

Le drainage du film liquide est l'étape de détermination quand une surface solide s'approche à une bulle d'air. Il a été adressé pour la première fois par **Reynolds**, il y a plus d'un

siècle, bien connu à l'époque comme "**Théorie de lubrification**". L'équation de Reynolds peut être employée pour déterminer la cinétique d'amincissement ou de drainage d'un film liquide, et elle est donnée par l'équation suivante [41,42]:

$$\frac{d\left(\frac{1}{h^2}\right)}{dt} = \frac{4}{3\eta_L r_0^2} P \quad (3.5)$$

h est l'épaisseur du film, r_0 est le rayon du film, P est la somme de la pression capillaire et la pression de disjonction Π ; ($P = P_\sigma + \Pi$). Dans le cas d'un film liquide formé entre une surface solide et une bulle d'air, l'équation 3.36, devient [42] :

$$\frac{d\left(\frac{1}{h^2}\right)}{dt} = \frac{16}{3\eta_L r_0^2} P \quad (3.6)$$

L'équation du rayon du film liquide r_0 peut être estimée en utilisant l'équation de **Derjaguin** [42]:

$$r_0 = R_B^2 \left(\frac{2\Delta\rho g}{3\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

L'équation de Reynolds développée sur le comportement de drainage, décrivant l'amincissement d'un film liquide mince parallèle, en tenant compte seulement des forces de **DLVO** est donnée par la relation [43]:

$$\frac{1}{h(t)^2} - \frac{1}{h_0^2} = \frac{4}{3} n \frac{P_\sigma - \Pi_\Sigma(h(t))}{\eta_L r_0^2} \quad (3.8)$$

h_0 est l'épaisseur initiale du film liquide à $t = 0$, n est le facteur de la mobilité interfacial du film ($n = 4$ dans le cas d'un écoulement entre une surface solide et une interface liquide – gaz complètement mobile sans adsorption), P_σ est la pression capillaire dans la bulle, t est le temps de drainage, Π_Σ est la pression de disjonction, qui est la somme du terme électrostatique et de Van der Waals dans cette équation.

Basé sur les forces agissant à l'interface bulle – particule pendant la mesure du temps de drainage, un modèle a été établi par **Nguyen** [37]. Dans ce modèle, il est supposé que le drainage du film liquide est contrôlé par les équilibres intermoléculaires, de surface et des forces dynamiques. Les aspects dynamiques de drainage peuvent être examinés en utilisant l'hydrodynamique de continuum, en commençant par l'équation de Stefan Reynolds, qui relie la force de résistance hydrodynamique F_μ , à la vitesse de drainage du film V_d comme suit :

$$F_\mu = - \frac{3\pi \eta_L V_d r_0^2}{2h^3} \quad (3.9)$$

L'équation de Stefan Reynolds a été dérivée pour les films liquides sur les surfaces planes parallèles, pour lesquelles V_d et h ne changent pas le long du film. L'équation de Stefan Reynolds est validée pour les films libres (de mousse) entre deux bulles, mieux que pour les films de mouillage entre une surface solide plane et une bulle d'air. Cette équation peut être employée comme première approximation pour calculer le temps d'amincissement d'un film liquide pendant la collision particule – bulle. Pendant l'interaction, la résistance hydrodynamique est équilibrée par la pression de disjonction, les forces intermoléculaires et de surfaces, la pression de Laplace (capillaire) P_σ , et tout autre force externe (gravitationnelle). En négligeant les forces externes, l'équation 3.39 devient [44,45]:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{h^3}{\eta_L r_0^2} (P_\sigma - \Pi) \quad (3.10)$$

Cette équation peut être numériquement intégrée pour donner le temps de drainage en fonction de l'épaisseur du film dans le cas où l'attachement se produit pendant la collision et non pendant le glissement.

Pendant le glissement, les lignes du courant de l'écoulement du liquide dans les films ne sont plus symétriques. Pour modéliser le drainage d'un film asymétrique pendant l'interaction par glissement ça exige habituellement une solution 2-D de l'équation de Navier Stokes ou une solution numérique très compliquée.

4.2 2^{ème} étape élémentaire de l'attachement particule – bulle : Rupture du film liquide mince et formation d'une ligne de contact de trois phases (TPC) :

Le mécanisme de la rupture du film liquide n'est pas clair, en particulier le cas d'un film asymétrique entre une surface solide et une bulle d'air. Différents mécanismes ont été proposés (Schulze, 1984; Ivanov, 1988), et inclus [42]:

1. les fluctuations capillaires croissantes qui résultent des forces de surface, c.-à-d. des forces électrostatiques de double couche, les forces moléculaires, et/ou les forces hydrophobes;
2. instabilité rapide due aux fluctuations de densité dans le film liquide mince ;
3. l'instabilité rapide due au déséquilibre énergétique de surface (Bifurcation);

Selon **Laskowski** et **Kitchner**, l'instabilité des films liquides sur les surfaces hydrophobes est fondamentalement due à une insuffisance de la liaison d'hydrogène dans ces films par rapport à la liaison d'hydrogène dans l'eau liquide.

Les films liquides macroscopiques sur les surfaces solides planes sont inconditionnellement stables si l'épaisseur du film liquide est plus grande que l'épaisseur critique h_{cr} [37,43,44,45] :

$$h_{cr} = 2\sqrt{\frac{\gamma}{\rho_L g}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.11)$$

θ est l'angle de contact à l'équilibre.

Pour les films liquides d'épaisseur $\leq 100\mu\text{m}$, la force de gravitation est négligeable, et la stabilité de tels films est régie par une concurrence entre les tensions interfaciales du système solide – gaz – liquide.

En se basant sur leur observations et leur analyses théoriques, **Attard** [46] a proposé que l'attraction de longue gamme entre les solides hydrophobes est due à un pont formé par des nano bulles préexistantes sur les surfaces hydrophobes, ou par le phénomène de nucléation des bulles (cavitation) quand les surfaces s'approchent les unes des autres, comme le montre la figure ci-dessous :

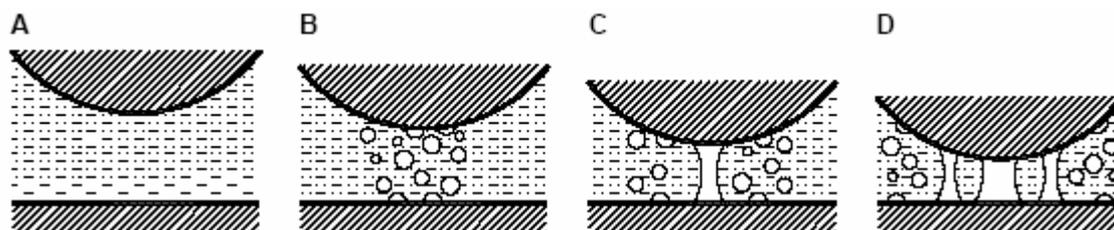


Fig 3.1 : Image schématique du phénomène de cavitation : (A) couches de densité moyenne inférieure (molécules adsorbées de gaz) ; (B) formation des nano bulles ; (C) formation d'un pont de cavité ; et (D) multiplication des ponts des cavités, menant à la rupture du film et ensuite de l'attachement [46].

Récemment, un certain nombre de recherche au moyen de la spectroscopie IR et l' AFM ont données l'évidence claire de l'existence de telles nano bulles.

Sharma et **Ruckenstein**, ont développé une théorie thermodynamique de la rupture du film liquide. Ils ont analysé le changement de l'énergie libre des trois phases du système associé à la rupture d'un film liquide uniforme séparant une surface solide d'une phase gazeuse. Ils ont constaté que l'épaisseur maximale du film (h_{max}) pendant la rupture dépend du diamètre du trou ou du diamètre critique de mouillage d (le trou dans la science de flottation est défini comme étant l'aire du solide exposé à une phase gazeuse après la rupture du film, il est nommé aussi le noyau de TPC qui est formées (d)), et de la mouillabilité caractéristique de la surface solide, défini par l'angle de contact d'équilibre [37,41] :

$$\frac{2h_{\max}}{d \sin \theta} = 1 + \frac{(1 - \sin \theta)^2}{\sin^2 \theta} \exp\left(\frac{-2h_{\max}}{d \sin \theta}\right) \quad (3.12)$$

Ce modèle estime que les films liquides sont moins stables quand ils sont étalés sur des surfaces solides macroscopiques et microscopiques plutôt que sur les surfaces solides submicroscopiques, parce que seulement des trous de petits diamètres, s'ils sont énergétiquement favorables, peuvent être formés sur les surfaces submicroscopiques dues à un facteur géométrique qui doit être pris en considération. De même pour les surfaces macroscopiques si la nucléation des trous est régie par des caractéristiques de rugosité ou d'hétérogénéité de la surface solide. En outre, l'équation 3.12 prédit que les films liquides plus minces restent stables sur les surfaces solides qui possèdent des interactions plus fortes avec le liquide de mouillage.

Dans l'interaction particule – bulle, l'aire maximale solide – gaz qui peut être formée après la rupture du film liquide est habituellement limitée par la taille, la forme, la topographie, et l'hétérogénéité de surface de la particule. Dans le cas des particules de diamètre $\leq 100 \mu\text{m}$, le diamètre du trou nucléé formé sur de telles particules peut être de plusieurs micromètres ou plus en raison des restrictions posé par la géométrie des particules. Les études récentes de l'*AFM* indiquent que le diamètre des petites bulles nucléées sur les surfaces (hétérogènes) hydrophobes immergées dans l'eau est moins de $0.1 \mu\text{m}$ [47]. Ces petites bulles activent non seulement la déstabilisation du film liquide, mais représentent également la taille des zones hydrophobes qui sont responsables à la création des trous de dimensions semblables.

3.3 3^{ème} Etape élémentaire de l'attachement particule – bulle : Expansion de la ligne de TPC pour former un périmètre stable de mouillage :

Après la rupture du film liquide mince, un TPC suffisamment grand, doit être formé dans un temps très court. **Schulze** nota [23], "la formation d'un trou primaire pendant la rupture de la couche mince aura lieu en microseconde ou même en nanoseconde, est donc il n'est pas aussi important dans l'évaluation de la cinétique de flottation. Mais la probabilité de l'expansion de TPC est importante et dépend de beaucoup de facteurs influençant, surtout, la rugosité de la surface de la particule, et la dynamique de démouillage. La puissance de l'élargissement du trou et l'expansion de TPC sont la différence des énergies interfaciales, et elle est donnée par la différence entre la valeur instantanée de l'angle de contact dynamique θ_R et l'angle de contact à l'équilibre θ . L'importance de l'intervalle temps t_{TPC} apparaît dans les cellules de flottation quand les forces perturbatrices externes s'exerceront sur les agrégats particule – bulle par suite de l'existence des vortex turbulents; la formation d'un TPC

suffisamment grand dans un temps très court est exigée afin d’avoir une forte force d’attachement requise pour empêcher la dislocation de l’agrégat particule – bulle. Par suite de ces considérations, pour avoir un attachement stable après la rupture du film, il faut que $t_{TPC} < t_v$, où t_v est le temps de vie moyen des vortex turbulents dans la cellule de flottation ; les temps de vie moyen des vortex laminaires et non laminaire ont été estimé par **Liepe** et **Albring** comme suit [23,48]:

1 - Pour un vortex laminaire (région de dissipation) $t_v \equiv t_{vl} \approx 0.6r_v^2/\nu$, avec ν la viscosité cinématique du liquide et $r_v \approx R_B + R_p$.

2 - Pour un vortex non laminaire (région d’inertie) $t_v \equiv t_{vnl} \approx 13r_v^{2/3}/\varepsilon^{1/3}$ avec ε l’énergie de dissipation turbulente (l’énergie de dissipation de **Kolmogorov**) dans la cellule de flottation.

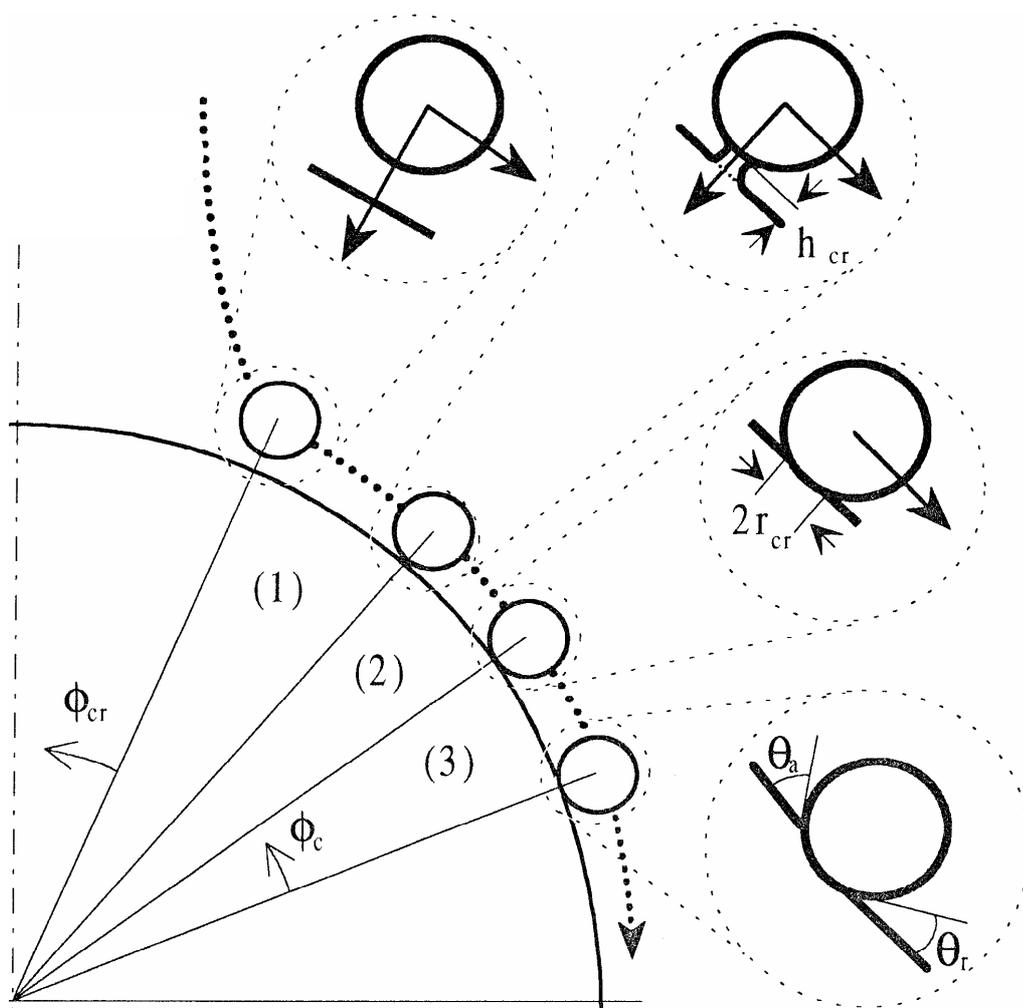


Fig 3.2 : Schéma générale représente les trois étapes élémentaires de l’attachement narticule – bulle.

3.3.1 Modèle de Hansjoachim Stechemesser (1997) :

Le contact des trois phases gaz – liquide – solide (TPC) entre une petite particule sphérique et une bulle d'air dans la flottation est schématiquement illustré dans la figure 3.3. L'équilibre des forces agissantes sur le périmètre instantané de la ligne de TPC dans la direction tangentielle et radiale peut être écrit comme suit [41,49]:

$$\frac{1}{A_m} \ln \left(\frac{d\alpha}{d\tau} + \sqrt{\left(\frac{d\alpha}{d\tau} \right)^2 + 1} \right) + \cos \theta - \cos \theta_y - \bar{\kappa} \cot \alpha - Bo \left[1 - \left(\frac{\rho_L}{\rho_P} \right) \cdot f(\alpha) \right] = 0 \quad (3.13)$$

$$\bar{\kappa} - \sin \theta - Bo \left[1 - n^{-1} \cdot f(\alpha) \right] \cot \alpha = 0 \quad (3.14)$$

$A_m = a_{TPC} \gamma_{LG} / (2v_m)$, v_m est la vitesse de déplacement moléculaire à l'équilibre de TPC.

$$n = \rho_P / \rho_L.$$

$$\bar{\kappa} = \frac{2\kappa}{d_p \gamma_{LG}}, \text{ avec } \kappa \text{ la tension de ligne, } \tau = t_{TPC} v / R_p, t_{TPC} \text{ est le temps d'expansion de}$$

TPC, Bo est le nombre de Bond modifié, $f(\alpha)$ est une fonction qui dépend du volume de la particule immergée dans le liquide.

Le premier terme de l'équation 3.13 décrit la force de mouvement de l'expansion de la ligne de TPC établie à base du concept de la cinétique moléculaire.

La tension de ligne dispose un grand effet sur l'expansion de TPC sur la surface courbée des particules solides pendant la flottation. Dans la flottation la tension de ligne est prise égale à $\kappa = 1.71 \mu J/m$ [41,49,50], la mobilité de déplacement de la ligne de TPC $a_{TPC} = 0.14 \text{ m/s/N/m}$, et la vitesse de déplacement moléculaire à l'équilibre de TPC, $v_m = 2.19 \text{ m/s}$. La valeur de κ est très proche des données déterminées expérimentalement. Les analyses basées sur la théorie de la cinétique moléculaire indiquent que les valeurs attribuées à a_{TPC} et v sont convenables. Ces données, décrivent très bien la cinétique de l'expansion de TPC lors de la flottation

Le mouvement du TPC peut être décrit par les 3 équations suivantes :

$$V_{TPC} = \vec{e} \cdot \vec{v}_P + R_p \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.15)$$

$$V_{TPC} = v_m \sinh \left(\left(\cos \theta_y - \cos \theta + \left(\frac{\kappa}{r} \right) \cos \alpha \right) A_m \right) \quad (3.16)$$

$$m \frac{dv_P}{dt} = -2\pi \gamma R_p \sin \alpha \sin(\alpha - \theta) + F_G + F_{HYD} \quad (3.17)$$

\vec{e} est un vecteur unitaire dans la direction tangentielle de la particule solide sphérique au contact des 3 phases, v_p est la vitesse de la particule (dans la direction gravitationnelle). Le dernier terme de l'équation 3.15 représente la vitesse du TPC relative à la particule. V_{TPC} est la vitesse du TPC relative à l'espace environnant, qui peut être évaluée en utilisant l'équation

$$V_{TPC} = \frac{R_p}{\sqrt{R_p - r_{TPC}^2}} \frac{dr}{dt}.$$

L'équation 3.60 est dérivée en se basant de la théorie de la cinétique moléculaire de l'expansion du TPC et de la supposition que le déséquilibre de l'énergie interfaciale et linéaire fournit une source motrice pour déplacer la ligne de TPC. Si l'équilibre de mouillage est établi, l'équation 3.16 devient $\cos\theta_Y - \cos\theta + (\kappa/r_{TPC})\cos\alpha = 0$.

Dans l'équation 3.17, $m \frac{dv_p}{dt}$ décrit l'effet de l'inertie sur le mouvement de TPC. F_g décrit les forces gravitationnelles (gravité et flottabilité) de la particule, et F_{HYD} représente les forces hydrostatiques à la surface de TPC dues à l'excès de la pression de Laplace. Le premier terme de l'équation 3.17 décrit la composante verticale de la force interfaciale liquide – gaz.

La vitesse de la particule due au mouvement du TPC est petite par rapport à la vitesse du mouvement de TPC à la surface de la particule. Qu'il est probablement due au fait que les particules solides sont petites, on néglige le premier terme de l'équation 3.15 et le terme d'inertie dans l'équation 3.17. En conséquence, les équations 3.15 et 3.17 peuvent être considérablement simplifiées sous les formes suivantes :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{v_m}{R_p} \sinh\left(\left(\cos\theta_Y - \cos\theta + \frac{\kappa}{R_p\gamma_{LG}} \cot\alpha\right)A_m\right) \quad (3.18)$$

$$\sin\alpha \sin(\alpha - \theta) = Bo \quad (3.19)$$

En se Basant sur les équations 3.18 et 3.19, la relation du temps d'expansion de TPC en commençant le calcul de α_0 jusqu'à α peut être estimée par l'équation :

$$\tau = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \operatorname{cosech}\left[\left(\cos\theta_Y - Bo + \frac{\kappa}{R_p\gamma_{LG}} \cot\alpha - \cot\alpha \sqrt{\sin^2\alpha - Bo^2}\right)A_m\right] d\alpha \quad (3.20)$$

Cette intégrale implique la fonction transcendante de l'angle centrale α , dont elle nécessite une méthode numérique pour leur évaluation. La relation du temps d'expansion de TPC évaluée est donnée par l'équation suivante :

$$t_{TPC} = t_{TPC0} + \frac{R_p/(1 + \kappa_r^2)}{a_{TPC}\gamma_{LG}(\cos\bar{\alpha}_i - \cos\theta_Y)} \left(\alpha_{i0} - \alpha + \kappa_r \ln \left| \frac{\sin\alpha_{i0} - \kappa_r \cos\alpha_{i0}}{\sin\alpha - \kappa_r \cos\alpha} \right| \right) \quad (3.21)$$

$$\alpha_{i0} \leq \alpha \leq \alpha_i$$

$\bar{\alpha}_i$ est la moyenne de l'intervalle $\langle \alpha_{i0}, \alpha_i \rangle$, $\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i + \alpha_{i0}}{2}$

avec $\kappa_r = \frac{\kappa}{a_{TPC} \gamma_{LG} (\cos \bar{\alpha}_i - \cos \theta_Y)}$. Le temps initial t_{i0} de l'expansion du TPC est égale à 0 à $i = 1$.

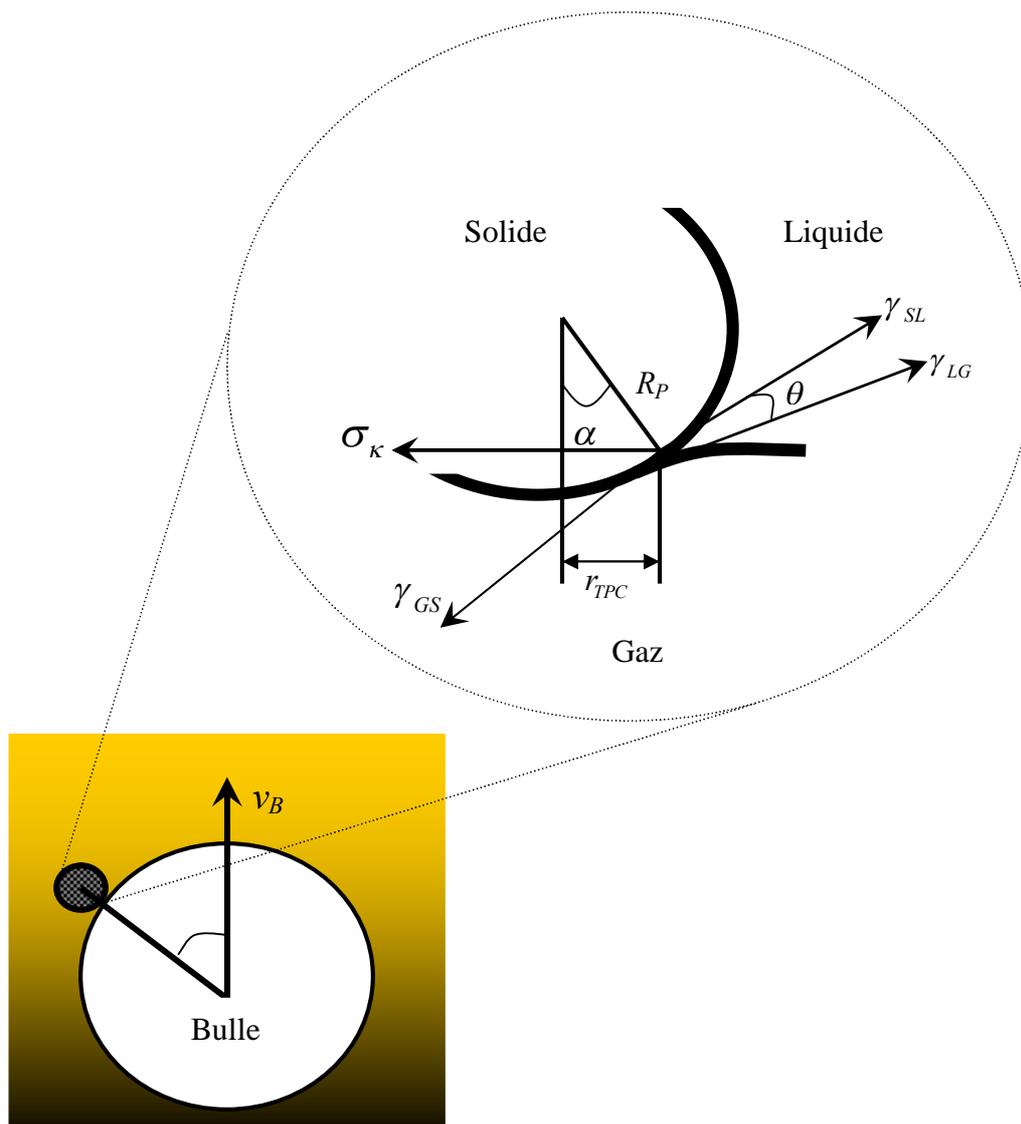


Fig 3.3: Expansion des trois phases en contact sur une surface courbée d'une petite particule pendant leur interaction avec la bulle en flottation.

4. Méthodes de l'estimation de l'angle de contact à l'équilibre de TPC :

4.1 Modèles de calcul de l'angle de contact d'une surface solide plane :

La mesure de l'angle de contact, est décrite par Thomas Young en 1805, demeure la méthode actuellement la plus simple et la plus précise pour caractériser les propriétés des surfaces des solides et de déterminer l'énergie d'interaction entre un liquide et un solide.

4.1.1 Equilibres des trois interfaces :

Considérons les 3 phases solide (S), liquide (L) et gaz (G) en équilibre le long d'une ligne E , un plan perpendiculaire à N coupe les 3 surfaces selon des courbes dont les tangentes portent les vecteurs unitaires t_{GL}^p , t_{LS}^p et t_{GS}^p comme le montre le schéma suivant :

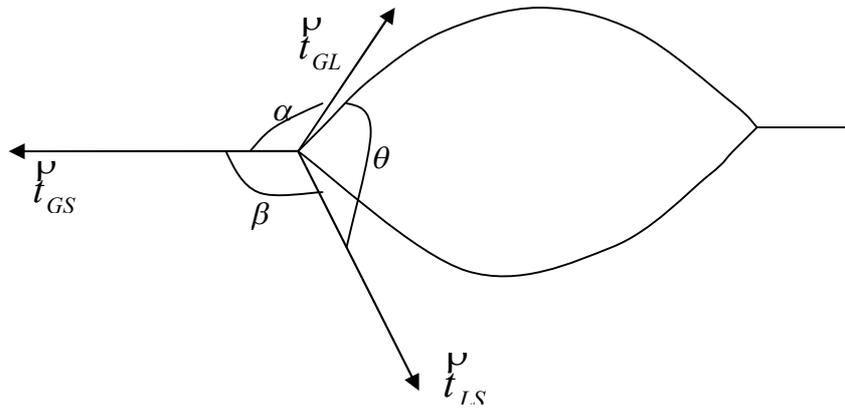


Fig.3.4 : Trois phases en équilibre.

A l'équilibre la résultante des forces appliquées en un point de la ligne de contact E est nulle [9]:

$$(\gamma_{GL}t_{GL} + \gamma_{LS}t_{LS} + \gamma_{GS}t_{GS})dE = 0 \quad (3.22)$$

Dans le plan perpendiculaire à la ligne de tension, la somme des composantes des forces selon la direction de chaque interface est nulle à l'équilibre :

$$\begin{cases} \gamma_{GL} + \gamma_{LS} \cos\theta + \gamma_{GS} \cos\alpha = 0 \\ \gamma_{GL} \cos\theta + \gamma_{LS} + \gamma_{GS} \cos\beta = 0 \\ \gamma_{GL} \cos\alpha + \gamma_{LS} \cos\beta + \gamma_{GS} = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Considérons le cas particulier très intéressant où la phase solide est indéformable ($\beta \approx \pi$) (Fig.1.3).

La forme d'une goutte à la surface d'un solide est régit par 3 paramètres :

- ✓ La tension superficielle solide liquide γ_{SL}
- ✓ La tension superficielle solide gaz γ_{SG} (γ_S)
- ✓ La tension superficielle interfaciale liquide gaz γ_{LG} (γ_L)

L'application de l'équation 3.23 conduit à :

$$\gamma_{GL} \cos \theta + \gamma_{LS} - \gamma_{GS} = 0 \quad (3.24)$$

L'équation 3.24 correspond à la relation de **Young-Dupré**.

Cette relation est vrai pour ($0 \leq \theta \leq \pi$) ; on a donc :

$$\gamma_{GS} \leq \gamma_{GL} + \gamma_{SL} \quad (3.25)$$

En fait dans les cas limites, où $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, une des interfaces solide-gaz ou solide-liquide respectivement disparaît, et on ne peut plus écrire l'équilibre des forces entre les trois interfaces.

Lorsque l'angle θ est compris entre 0 et $\pi/2$, on dit qu'il y a mouillage du solide par le liquide (exemple de l'eau sur le verre). Lorsque θ est compris entre $\pi/2$ et π , on est dans les condition de non mouillage (exemple du mercure sur le verre). Dans ce cas, l'inégalité 2.4 est forcément fausse et donc, par opposition, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\gamma_{GS} > \gamma_{GL} + \gamma_{SL} \quad (3.26)$$

Seules γ_{LG} et θ_y sont mesurables, par conséquent il est nécessaire d'avoir des relations supplémentaires pour estimer les inconnues γ_{SL} et l'énergie de surface γ_{SG} . Plusieurs modèles ont été développés pour calculer l'angle de contact pour une surface plane.

4.1.2 Modèle de Neumann :

Dans ce modèle on ne distingue pas les différentes composantes de l'énergie de surface et on n'essaie pas non plus de les relier aux propriétés physico-chimiques du matériau. L'équation reliant les composantes à l'angle de contact s'écrit [39,51]:

$$\theta = \frac{1}{\gamma_{SL}} \cdot \left(\frac{(0.015\gamma_S - 2)\sqrt{\gamma_S\gamma_L} + \gamma_L}{\gamma_L(0.015\sqrt{\gamma_S\gamma_L} - 1)} \right) \quad (3.27)$$

L'utilisation de cette équation doit être limitée à des systèmes qui ne sont pas trop polaires, et pour les comparaisons, aux valeurs obtenues avec un même liquide.

4.1.3 Modèle de Owens et Wendt :

Dans le modèle de **Owens** et **Wendt** on considère que l'énergie de surface s'exprime sous la forme :

$$\gamma_S = \gamma_S^d + \gamma_S^{nd} \quad (3.28)$$

Dans laquelle γ_S^d composante dispersive et γ_S^P composante non dispersive.

Les valeurs des composantes de la tension superficielle sont tabulées comme le montre les tableaux 2 et 3 (annexe).

L'équation reliant les composantes à l'angle de contact s'écrit alors [39] :

$$\theta = \arccos\left(\frac{2\sqrt{\gamma_S^d} \sqrt{\gamma_L^d} + 2\sqrt{\gamma_S^P} \sqrt{\gamma_L^d} - 1}{\gamma_L}\right) \quad (3.29)$$

Dans ce modèle on a besoin de deux liquides différents pour obtenir l'énergie de surface. Toutefois une approximation est faite sur le terme non dispersif en considérant qu'il est la moyenne géométrique de γ_S^P et de γ_L^P . Cette approximation ne permet pas de rendre compte du comportement des polymères polaires en milieu aqueux.

5.1.4 Modèle de Fowkes :

Fowkes est le premier a suggéré que la tension superficielle pourrait être divisé en deux composants due aux forces de dispersion γ^d d'une part et les interactions dipôle – dipôle et la liaison hydrogène d'une autre part γ^P . Puis, en assumant que seulement les forces de dispersion de London agissent à l'interface solide – liquide, et en estimant que les distances intermoléculaires et les énergies d'ionisation du liquide et de solide sont proches, et le travail d'adhérence peut être raisonnablement décrit comme moyenne géométrique [51] :

$$W_{SL} = 2\sqrt{\gamma_L^d \gamma_S^d} \quad (3.30)$$

Et sachant que l'équation de Young Dupré s'écrit :

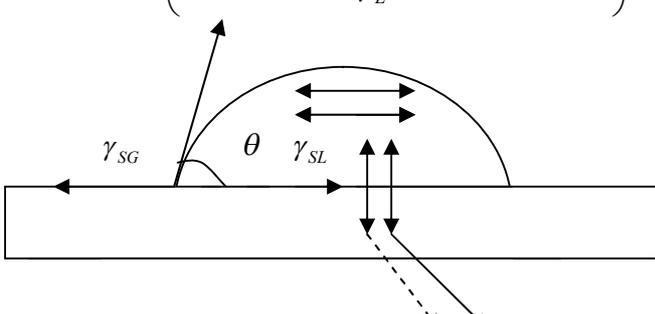
$$W_{SL} = \gamma_L (1 + \cos\theta) \quad (3.31)$$

Alors par combinaison de ces deux équations, l'équation de l'angle de contact de ce modèle s'écrit [52]:

$$\theta = \arccos\left(-1 + 2\sqrt{\gamma_S^d} \left(\frac{\sqrt{\gamma_L^d}}{\gamma_L}\right)\right) \quad (3.32)$$

5.1.5 Modèle de Good Van Oss :

Dans le modèle de **Good Van Oss** l'énergie de surface s'écrit $\gamma_S = \gamma_S^d + 2\sqrt{\gamma_S^+ \gamma_S^-}$ avec γ_S^d la composante dispersive (interaction dipôle - dipôle), γ_S^+ et γ_S^- sont les composantes polaires. La relation entre les composantes de l'énergie de surface du solide, celles du liquide et l'angle de contact de la goutte s'écrit [39] :

$$\theta = \arccos \left(\frac{2 \left(\sqrt{\gamma_S^d \gamma_L^d} + \sqrt{\gamma_S^+ \gamma_L^-} + \sqrt{\gamma_L^+ \gamma_S^-} \right)}{\gamma_L} - 1 \right) \quad (3.33)$$


$$(1 + \cos \theta) \gamma_L = -\Delta G_{SL}^{Tot} = -\Delta G_{SL}^{dt} - \Delta G_{SL}^p$$

$$(1 + \cos \theta) \gamma_L = 2 \left(\sqrt{\gamma_S^d \gamma_L^d} + \sqrt{\gamma_S^+ \gamma_L^-} + \sqrt{\gamma_L^+ \gamma_S^-} \right)$$

Fig 3.5 : L'énergie libre de surface selon le modèle de Good Van Oss.

4.2 Calcul de l'angle de contact d'une surface sphérique à l'équilibre de TPC :

Avant qu'un TPC soit établi, quelques forces agissent comme, par exemple, la force électrostatique de double couche. Puisque la dimension des particules est beaucoup plus petite que la longueur capillaire [51,52]; après la formation du TPC la force dominante est la force capillaire, donnée par la relation :

$$F_{Cap} = 2\pi R_p \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\theta - \alpha) \quad (3.34)$$

γ est la tension superficielle du liquide, R_p est le rayon de particules. Le paramètre α décrit la position de la particule dans l'interface (Fig.3.6). La force capillaire est égale à zéro pour $\alpha = \theta$. Cette supposition est employée pour déterminer l'angle de contact d'une particule sphérique.

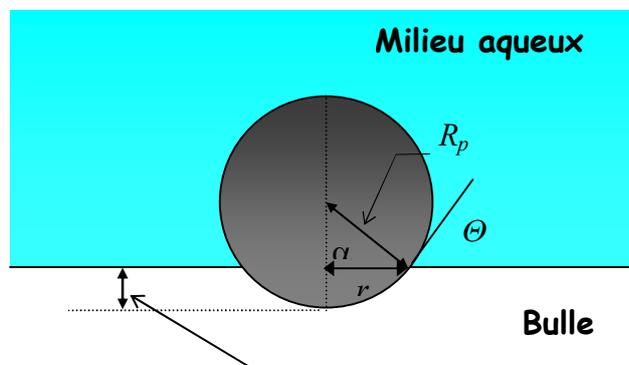


Fig. 3.6: Schéma d'une particule sphérique dans TPC sur la surface d'une bulle dans un milieu aqueux.

4.2.1 Influence de la tension de ligne sur l'angle de contact apparent :

Dans le calcul simple donné ci-dessus nous avons seulement considéré la force capillaire. La force capillaire est certainement la force dominante une fois qu'une ligne de *TPC* est formée [51]. Cependant, puisque la méthode est relativement sensible nous devons également considérer d'autres contributions. Le poids et la flottabilité sont négligeables. Nous tenons compte de deux autres facteurs: La tension de ligne et la pression de Laplace à l'intérieur de la bulle [52].

La tension de ligne κ est l'énergie exigée pour former une unité de longueur de ligne de *TPC*. Nous employons un modèle simple et nous supposons que la tension de ligne est constante et ne dépend pas de la courbure de la particule. L'énergie de la ligne entière de *TPC* est :

$$E = 2\pi r\kappa = 2\pi R_p\kappa \cdot \sin \alpha \quad (3.35)$$

La force causée par la tension de ligne est :

$$F_{lt} = \frac{dE}{dD} = \frac{dE}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dD} \quad (3.36)$$

Habituellement, la force est le gradient négatif de l'énergie potentielle. Dans ce cas-ci, nous employons la dérivée positive parce que l'augmentation de D va dans la direction négative. Avec $D = R_p - R_p \cos \alpha$ nous obtenons $\frac{d\alpha}{dD} = \frac{1}{R_p \cdot \sin \alpha}$, si nous différencions E nous obtenons l'expression suivante :

$$F_{lt} = 2\pi\kappa \cdot \cot \alpha \quad (3.37)$$

Contrairement à la force capillaire la force de la tension de ligne ne dépend pas de R_p . La pression de Laplace à l'intérieur de la bulle est donnée par $P = 2\gamma/R_b$, et on suppose que la bulle a une forme sphérique du rayon R_b . La pression de Laplace tend à pousser la particule hors de la bulle. Le résultat est une force d'ascension comme suit :

$$F_{La} = P\pi r^2 = P\pi R_p^2 \cdot \sin^2 \alpha \quad (3.38)$$

Dans le cas où l'effet de la force sur la particule est nul alors la somme de toutes ces forces égale à zéro. L'angle α sera égal à Θ , et nous obtenons :

$$2\pi R_p\gamma \sin \Theta \cdot \sin(\Theta - \theta) + P\pi R_p^2 \cdot \sin^2 \Theta + \kappa 2\pi \cdot \cot \Theta = 0 \quad (3.39)$$

L'angle Θ est l'angle déterminé à partir des distances D_b et D_a . Nous posons $\Theta \equiv \theta + \varepsilon$ avec l'angle ε décrit le changement de la position zéro de la force provoquée par la présence d'une tension de ligne et de la pression de Laplace. Ceci mène à :

$$2R_p\gamma \sin \Theta \cdot \sin \varepsilon + P.R_p^2 \cdot \sin^2 \Theta + 2\kappa \cdot \cot \Theta = 0 \quad (3.40)$$

À partir de cette équation et avec une valeur expérimentalement déterminée de Θ nous pouvons calculer ε , donc l'angle de contact $\theta = \Theta - \varepsilon$. Mais il est instructif de considérer deux cas spéciaux.

4.2.2 Aucune pression de Laplace, seulement la tension de ligne :

$$\sin \varepsilon = -\frac{\kappa \cos \Theta}{R_p\gamma \sin^2 \Theta} \quad (3.41)$$

L'effet de la tension de ligne dépend du rapport $\kappa/R_p\gamma$ et de l'angle de contact. Les valeurs de la tension de ligne rapportées dans plusieurs littératures sont de $-10^{-6}N$ à $+10^{-6} N$ [51,53,54]. L'effet de la tension de ligne augmente avec la diminution de la dimension des particules. Les tensions de ligne positives diminuent l'angle apparent de contact, alors que les tensions de ligne négatives l'augmentent.

4.2.3 Aucune tension de ligne, seulement la pression de Laplace :

Si la tension de ligne est négligeable, l'équation 2.41 peut être simplifiée:

$$\sin \varepsilon = -\frac{R_p}{2\gamma} \sin \Theta = -\frac{R_p}{R_b} \sin \Theta \quad (3.42)$$

4.2.4 Calcul de l'angle de contact en fonction de la relation de la tension de ligne :

Quand la particule sphérique est attachée à la bulle d'air, une ligne de contact triphasé est formée. La force équivalente du saut est la force capillaire due à la formation de ménisque. Cette force dépend de l'angle de contact, donnée par la relation 2.35. L'angle de contact dépend de la tension de ligne selon la relation suivante :

$$\cos \theta = \cos \theta^0 + \frac{\kappa^0}{R_p\gamma} \cot \alpha \quad (3.43)$$

θ^0 est définie comme étant la valeur de l'angle de contact pour une surface solide plane déjà calculé pour différentes surfaces solides.

4.2.5 Relation de la tension de ligne à la ligne de contact air – eau – particule :

La tension de ligne dépend du rayon de la particule, de la rugosité de surface et de la déformation de la ligne de contact des trois phases (TPC), selon la relation suivante [54] :

$$\kappa = \kappa^0 k(r_1, r_2, r) + \frac{W_d}{2\pi r} \quad (3.44)$$

κ^0 est la tension de ligne à l'équilibre thermodynamique; $k(r_1, r_2, r)$ est la correction de la rugosité (avec les rayons de rugosité r_1 et r_2) et r le rayon de la ligne de TPC; et W_d est le

travail de déformation de la ligne de contact, qui cause l'apparition des composantes de déformation dans la ligne de tension effective :

Écrivons l'équation de *Young* modifiée pour une surface rugueuse dans le cas de petits rayons de rugosité [54]:

$$\cos \theta = \cos \theta^0 + \frac{\cos \alpha}{\gamma} \left(\frac{\kappa(r_1) - \kappa(r_2)}{r_1 + r_2} \right) \quad (3.45)$$

L'expression de la tension de ligne peut être écrite par la formule suivante :

$$k = \frac{2\gamma^2 (P_2 - P_0)}{P_0 \sqrt{a\gamma + (P_0 - P_2)^2}} \left(\cos \theta^2 - \sqrt{\frac{a\gamma}{a\gamma + (P_0 - P_2)^2}} \right) \quad (3.46)$$

avec
$$r = \frac{2\gamma \sin \theta}{P_0} = \frac{2\gamma(P_0 - P_2)}{P_0 \sqrt{a\gamma + (P_0 - P_2)^2}} \quad (3.47)$$

P_0 et P_2 sont des pressions déterminer à partir des isothermes de la pression de disjonction.

Dans le cas où $P_0 \rightarrow 0$ et $r \rightarrow \infty$, κ est égal à la valeur κ^0 à l'équilibre,

L'effet de la déformation du solide sur l'angle de contact sera :

$$W_d = \frac{2(1-\chi^2)}{E} r \left[\frac{4}{3} P^2 r^2 - 4P_s r \gamma \sin \theta + \gamma^2 \sin^2 \theta \left(\frac{3}{2} + 3 \ln 2 - \ln \left(\frac{t_L}{r} \right) \right) + \gamma^2 (\Delta \cos \theta)^2 \left(3 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_L}{r} \right) \right) \right] \quad (3.48)$$

E est le module de Young, χ est le coefficient de Poisson, P_s est la surpression, avec $\Delta \cos \theta = \cos \theta^0 - (\gamma_{SG} - \gamma_{SL})/\gamma$, t_L est la largeur de la surface de contact entre la couche superficielle et le solide. Étant donné que $P_s \cdot r = k/t_L$ alors l'expression du composant de déformation de la tension de ligne s'écrit comme suit :

$$\kappa^{def} = \frac{1-\chi^2}{E} \left[\frac{4\kappa}{t_L} \left(\frac{k}{3t_L} - \gamma \sin \theta \right) + \gamma^2 \left(\sin^2 \theta \left(3.58 - \ln \left(\frac{t_L}{r} \right) \right) (\Delta \cos \theta)^2 \left(1.58 - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_L}{r} \right) \right) \right) \right] \quad (3.49)$$

On remarque ici, la complexité d'utilisation de ces équations à cause d'absence des données expérimentales nécessaires pour le calcul de l'angle de contact formé lors du contact particule – bulle, pour cela on procède comme suit :

On suppose que la surface du solide est parfaitement homogène, cela mènera à l'équation 2.44 [52,53,54].

L'équilibre du TPC l'équation reliant l'angle centrale α , de l'angle de contact θ est donnée par le modèle de **Hansjoachim Stechemesser** par l'expression [49]:

$$\sin \alpha \sin(\alpha - \theta) = Bo \quad (3.50)$$

avec Bo est le nombre de Bond modifié égale à :

$$Bo = \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{R_p}{l_c} \right\}^2 \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_L} \right) - f(\alpha) \right] \quad (3.51)$$

l_c est la longueur capillaire et f est une fonction de α égale à $f(\alpha) = (2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha) / 4$.

Remplaçons ces paramètres dans l'équation 3.50, et avec l'équation 3.43 on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \sin \alpha \sin(\alpha - \theta) = \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{R_p}{l_c} \right\}^2 \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_L} \right) - \left(\frac{2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha}{4} \right) \right] \\ \cos \theta = \cos \theta^0 + \frac{k^0}{R_p \gamma} \cot \alpha \end{cases} \quad (3.52)$$

On a un système de deux équations avec deux variables θ et α , donc on a recours à une méthode numérique pour le résoudre.

5. Concept du temps d'induction :

Le concept du temps d'induction est d'origine présenté pour la première fois par **Sven Nilsson** en 1934, où il a mesuré le temps d'induction en déplaçant une bulle vers et puis loin d'une surface minérale. Il a considéré que le temps d'induction correspond au temps de contact minimal pour réussir l'amincissement d'un film liquide jusqu'à l'épaisseur critique, où la rupture du film se produit. Ce temps de nos jours est appelé le temps de drainage du film liquide [42,79]. Les mesures du temps d'induction ont été encore raffinées par **Eigeles** (1939, 1964) en utilisant une surface minérale ou un lit de petites particules dans une solution avec une bulle captive fixe. Une méthode inverse de la méthode de **Eigeles**, emploie une bulle d'air en mouvement, développée par **Glembotsky** (1953). La technique de **Glembotsky** a été modernisée et largement utilisée par des techniques plus récentes. Une des avantages de la technique employant un lit de particules minérales est la possibilité d'estimer l'effet de la taille des particules sur le temps d'induction, ce temps mesuré n'est pas égal au temps d'induction développé par **Sven - Nilsson**, mais égal par définition celui estimé par **Schulze** (1989) à la somme du temps d'amincissement ou de drainage du film et le temps de l'expansion de la ligne de contact des trois phases (TPC) jusqu'à la formation d'un périmètre stable de mouillage c-à-d ;

$$t_{ind} = t_d + t_{TPC} \quad (3.53)$$

Récemment, **Nguyen** a signalé que le concept du temps d'induction devrait inclure le temps de rupture du film (t_r). Ainsi la définition courante pour le temps d'induction est la somme des trois paramètres [41,55,56,57,58] :

$$t_{ind} = t_d + t_r + t_{TPC} \quad (3.54)$$

Généralement le temps d'induction, est déterminé à base des données expérimentales pour des particules avec différents angles de contact et différentes fractions de tailles attachées à des bulles d'air de différents diamètres (0.75, 1.2 et 2mm). Les corrélations développées pour la détermination du temps d'induction en fonction des dimensions des particules avec différentes angle de contact sont bien précisent. Ils sont lié à la taille des particules par une équation empirique soutenue expérimentalement et théoriquement donnée comme suit [55]:

$$t_{ind} = A' d_p^{B'} \quad (3.55)$$

Dans le processus approprié, les paramètres A' et B' du temps d'induction sont ajustés indépendamment pour obtenir le bon accord entre la théorie et l'expérience pour le calcul de l'efficacité d'attachement E_a pour chaque condition expérimentale.

6. Probabilité et Efficacité d'attachement particule – bulle par glissement :

Avant l'apparition d'une ligne de TPC, le film liquide doit être suffisamment mince pour se rompt. Après la formation du film liquide, la particule commence à glisser au dessus de la surface de la bulle et elle réside pendant un temps, mentionné comme le temps de glissement.

Le processus de glissement abouti si le nombre de Stokes est très petit, ou généralement, si v_p est très petite [23,59]. L'efficacité d'attachement par glissement dépend de plus sur les circonstances de la rupture ou la stabilité du film liquide pendant le temps de glissement. Plus la probabilité de rupture est grande, et la vitesse de glissement est petite, et plus le temps de glissement est grand. Ce dernier dépend du mouvement tangentiel des particules dans le champ de l'écoulement auprès de la surface de la bulle, et par conséquent sur le composant tangentiel de l'écoulement du liquide. L'efficacité d'attachement peut donc être dérivée à partir de l'équation de mouvement de la particule dans le champ de l'écoulement de la bulle [59,60]. Presque la plupart des modèles de l'efficacité et de la probabilité d'attachement sont basés sur la grandeur relative du temps d'induction et du temps de glissement. Ces modèles supposent que la collision particule – bulle se produit au-dessus de la section de la surface de la bulle, entre l'angle $\phi = 0$ et $\phi = \phi_t$, où ϕ_t est l'angle de tangence ou l'angle maximal possible de collision.

Ces auteurs ont proposés que l'efficacité d'attachement E_a est le rapport entre la surface correspondant à ϕ_a et la surface correspondant à ϕ_i avec la supposition que la déformation de la surface de la bulle et en conséquence le rebondissement de la particule sont ignorés pour les petites particules [31,60,61,62,63,64,65,66].

Quelques auteurs préfèrent exprimer le phénomène d'attachement en termes de probabilité et d'autres l'exprime en termes d'efficacité, pour cela on mentionne chaque modèle selon le choix de son auteur.

6.1 Modèle de Nguyen (1998):

Dans son modèle, on a supposé premièrement que quatre forces agissent entre la bulle et la particule; La force de surface agissant dans la direction radiale le long de la ligne d'intercentre, la force de résistance ou la force de traînée, et les forces de gravitation et de flottabilité, respectivement. Et pour une analyse quantitative, **Nguyen** a supposé qu'aucune force de surface n'agit dans la direction tangentielle perpendiculaire à la ligne centrale bulle – particule [35], où il a utilisé la notion du temps d'induction.

$$P_a = \sec h^2 \left(\frac{2v_B A t_{ind}}{d_P + d_B} \right) \quad (3.56)$$

Dans les conditions de l'écoulement de Stokes le paramètre A est données par [40,67]:

$$A = \frac{v_{PS}}{v_B} + 1 - \frac{3}{4} \left(1 + \frac{d_P}{d_B} \right)^{-1} - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{d_P}{d_B} \right)^{-3} \quad (3.57)$$

Dans les conditions de l'écoulement potentiel [40] :

$$A = \frac{v_{PS}}{v_B} + 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d_P}{d_B} \right)^{-3} \quad (3.58)$$

6.2 Modèle de Dobby et Finch (1987) :

Dobby et Finch ont affirmé qu'il y a un angle spécifique de collision ϕ_a , pour lequel le temps de glissement serait égale au temps d'induction, ϕ_a est nommé l'angle d'adhésion selon **Jiang et Holtham** (1988), c'est un angle de collision spécifique, si la particule heurte la bulle d'air à cet angle, son temps de glissement serait égale au temps d'induction. Ajoutant que l'angle ϕ_a relie les temps de glissement et d'induction à l'efficacité d'attachement. Toutes les particules heurtent la bulle d'air à un angle plus petit que ϕ_a s'attacheront à la bulle d'air.

Dobby et Finch ont définie l'efficacité d'attachement (E_a) comme étant le rapport entre le nombre des particules attachées liées à l'aire projeté $\pi(d_B \sin \theta_a)^2 / 4$ correspondant à l'angle

ϕ_a , et le nombre des particules heurtant la bulle d'air liées à l'aire projeté $\pi(d_B \sin \theta_C)^2 / 4$.
L'équation de base de ce modèle est donnée par l'expression suivante [16,23,39,40,61] :

$$E_a = \frac{\pi(d_B \sin \theta_a)^2 / 4}{\pi(d_B \sin \theta_C)^2 / 4} = \frac{\sin^2 \phi_a}{\sin^2 \phi_C} \quad (3.59)$$

D'après **Dobby** et **Finch**, l'angle maximal de collision ϕ_C est une fonction du nombre de Reynolds de la bulle. Les expressions de ϕ_C ont été dérivées en allant parfaitement aux résultats expérimentaux de **Jowett** (1980), où les données montrent que la valeur de ϕ_C décroît linéairement avec le logarithme du nombre de Reynolds de la bulle comme suit [28]:

$$\phi_C = 78.1 - 7.37 \log \text{Re}_B \quad \text{Pour } 20 < \text{Re}_B < 400 \quad (3.60)$$

$$\phi_C = 85.5 - 12.49 \log \text{Re}_B \quad \text{Pour } 1 < \text{Re}_B < 20 \quad (3.61)$$

$$\phi_C = 85.0 - 2.5 \log \text{Re}_B \quad \text{Pour } 0.1 < \text{Re}_B < 1 \quad (3.62)$$

Dai et ces collaborateurs ont employé leur modèle décrivant l'angle maximal de collision qui est différent de celui utilisé par **Dobby** et **Finch**, c'est l'angle de tangence ϕ_t défini précédemment [21].

Puisque la vitesse de glissement, d'une particule dépend du régime d'écoulement du liquide sur la surface de la bulle, l'établissement d'un temps de glissement et un modèle de l'efficacité d'attachement doit être basée sur une bonne supposition de la condition de l'écoulement du liquide.

La vitesse de glissement d'une particule dépend du régime de l'écoulement du liquide au voisinage de la surface de la bulle. **Dai** et ces collaborateurs ont montré que l'écoulement du liquide autour de la surface de la bulle dans les conditions de flottation peut être décrit mieux par l'écoulement potentiel. Par conséquent, le modèle du temps de glissement dans ces conditions devrait être utilisé pour la détermination de l'angle d'adhésion ϕ_a .

Dobby et **Finch** ont dérivé l'expression du temps de glissement pour un écoulement potentiel d'une particule heurtant la bulle à un angle de collision ϕ et glisse jusqu'à un angle maximale de glissement $\phi = \pi/2$, donnée comme suit [28,55] :

$$t_S = \frac{d_P + d_B}{2(v_P + v_B) + v_B \left(\frac{d_B}{d_P + d_B} \right)^3} \ln \left(\cot \frac{\phi}{2} \right) \quad (3.63)$$

Cette équation permet de calculer l'angle d'adhésion ϕ_a .

$$\phi_a = 2 \arctan \exp \left[t_S \times \frac{2(v_P + v_B) + (v_B + v_P) \left(\frac{d_B}{d_P + d_B} \right)^3}{d_P + d_B} \right] \quad (3.64)$$

Si le temps de glissement est substitué par le temps d'induction, ϕ_a devient :

$$\phi_a = 2 \arctan \exp \left[t_{ind} \times \frac{2(v_P + v_B) + (v_B + v_P) \left(\frac{d_B}{d_P + d_B} \right)^3}{d_P + d_B} \right] \quad (3.65)$$

Substituons l'équation de l'angle de tangence, l'équation du temps d'induction 3.55, et l'équation 3.56 dans l'équation 3.59, on obtient :

$$E_a = \frac{\sin^2 \left(2 \arctan \exp \left[A' d_P^{B'} \frac{2(v_P + v_B) + (v_B + v_P) \left(\frac{d_B}{d_P + d_B} \right)^3}{d_P + d_B} \right] \right)}{\beta \cdot \left((1 + \beta^2)^{1/2} - \beta \right)} \quad (3.66)$$

7. Stabilité et détachement particule – bulle :

Le problème dans la flottation des particules solides n'est pas la capacité de s'attacher aux bulles d'air, mais la difficulté d'en rester attachées jusqu'à la zone de mousse. La compréhension de la stabilité de l'agrégat particule – bulle exige la détermination que si ou pas la force d'adhérence agissant sur la ligne de contact des trois phases, est assez grande pour empêcher la destruction de la stabilité de l'agrégat sous les conditions dynamiques qui existent dans les machines de flottation. Il y a beaucoup de circonstances dynamiques dans lesquelles une particule peut devenir isolée ; La turbulence peut littéralement déchirer le lien qui adhère la particule à la bulle, en particulier près de l'agitateur de la cellule de flottation. L'énergie libérée de l'extension et de fusion de la bulle d'air en ascension à travers l'interface pulpe – mousse, peut casser le lien de l'attachement. Aussi le poids de la particule peut être la cause de détachement si elle est grosse.

L'efficacité ou la probabilité de détachement est définie comme étant la fraction des particules attachées qui se détachent des bulles d'air, et elle est égale à [17,28,68]:

$$E_{det} = 1 - E_{stab} \quad (3.67)$$

La stabilité de l'agrégat particule – bulle a été théoriquement développée par **Schulze** [92], et expérimentalement étudiée par **Crawford** et **Ralston** (1988), donnant un rapport établi entre la taille maximal des particules flottées ($d_{P(\max)}$), l'angle de contact et la densité des particules pour une taille et une vitesse donnée de la bulle d'air [93].

En utilisant les résultats expérimentaux, **Schulze** à démontré une relation de l'efficacité de la stabilité de l'agrégat donnée comme suit [69,70]:

$$E_{stab} = 1 - \exp\left(1 - \frac{F_a}{F_{det}}\right) \quad (3.68)$$

Bloom et **Heindel** ont intensivement investigué sur cette forme, et ils ont conclu qu'une constante empirique doit être incluse dans cette équation pour s'accorder aux données expérimentales. La nouvelle forme de E_{stab} est [70,71] :

$$E_{stab} = 1 - \exp\left[A_S \left(1 - \frac{F_a}{F_{det}}\right)\right] \quad (3.69)$$

A_S est une constante empirique varie entre 0 et 1.

Réécrivons l'équation de la force de détachement en remplaçant chaque force par son expression cela mène à [71,72,73]:

$$F_{det} = 4R_p^2 \left[\Delta\rho g + \frac{1.9\rho_p \varepsilon^{2/3}}{(R_p + R_B)^{1/3}} \right] + 3R_p \left[\frac{2\gamma}{R_B} - 2R_B \rho_L g \right] \sin^2\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right) \quad (3.70)$$

De même pour F_a :

$$F_a = \left| 6\gamma \sin\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\pi + \frac{\theta}{2}\right) \right| \quad (3.71)$$

L'efficacité de la stabilité de l'agrégat bulle particule peut être réécrite comme suit [72,75,76,77] :

$$E_{stab} = 1 - \exp\left(1 - \frac{1}{B_O^*}\right) \quad (3.72)$$

Avec :

$$B_O^* = \frac{F_{det}}{F_a} = \frac{d_p^2 (\Delta\rho g + \rho_p a_c) + 1.5d_p (\sin^2 \omega) f(d_B)}{(6\gamma \sin \omega \sin(\omega + \theta))} \quad (3.73)$$

où

$$f(d_B) = \left(\frac{4\gamma}{d_B} - d_B \rho_L g \right) \quad (3.74)$$

8. Cinétique de Flottation :

La cinétique de flottation, dépend de la dimension des particules et de la taille des bulles, mais elle est aussi affectée par une multitude d'autres facteurs tels que les interactions entre les fractions granulométriques du minéral flotté et entre les minéraux flottés et non flottés, la coagulation des ultrafines, la précipitation des germes gazeux sur les surfaces minérales, l'action de la turbulence sur les agrégats, la saturation des bulles par les particules minérales, l'entraînement des ultrafines dans les mousses, etc.

La prédiction des constantes de vitesse de flottation du premier principe est de grande importance dans le traitement minéral. Les processus de base qui gouvernent le taux de récupération, ou l'efficacité de collection (E_{coll}), des particules dans une cellule de flottation sont bien assimilés et incluent les sous processus consécutifs de collision, d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle, représentés par les efficacités E_C , E_a , et E_{stab} , respectivement et donne l'équation de l'efficacité de collection comme suit [11,17,21] :

$$E_{coll} = E_C \cdot E_a \cdot E_{stab} \quad (3.75)$$

La collision est dominée par les effets hydrodynamiques à l'intérieur de la cellule de flottation (par exemple, vitesse de la bulle et la turbulence), alors que l'attachement est dominé par le comportement interfacial entre la particule et la bulle (par exemple, l'hydrophobicité de surface de la particule et l'influence du drainage du film liquide mince). Quant à la stabilité, son efficacité dépend de l'hydrodynamique et des événements interfaciaux. L'applicabilité des différents modèles précités est limitée aux approximations (par exemple, les conditions de l'écoulement du liquide, la mobilité de la surface de la bulle) inhérentes dans chaque modèle. La validité de l'équation 3.202 a été démontrée dans les études impliquant la plupart du temps des expériences sur un minéral simple dans des colonnes ou des cellules simples de flottation.

Si en se basant beaucoup sur l'évidence expérimentale, le processus de flottation peut être analogue à un réacteur chimique, où le taux global de déplacement des particules est exprimé en tant qu'une réaction d'ordre 1 sous la forme [66]:



Un modèle de flottation est semblable à un modèle de la cinétique chimique, dont son expression est donnée comme suit :

$$\frac{dN_p}{dt} = f(k, N_i) = -k_1 N_p^f + k_2 N_p^g \quad (3.76)$$

Le modèle prédit directement le changement de la concentration de la particule, N_p en fonction du temps t , et la constante de cinétique k . Le signe négatif indique que la

concentration diminue dû à la perte des particules flottées. Les indices f et g signifient l'ordre du processus. La plupart des chercheurs estiment que la flottation est un processus d'ordre 1, et il est en fonction que de la concentration des particules et de la constante de cinétique [57].

8.1 Cinétique de Flottation en régime Turbulent :

Plusieurs chercheurs ont effectué des mesures de la turbulence dans les cellules mécaniques de flottation. **Jordan** et **Spears** (1990) ont mesurés les paramètres de la turbulence tels que les vitesses de fluctuation turbulentes, et les énergies spectrales, et ils ont incorporés ces résultats dans les modèles de la micro-cinétique de flottation dans les systèmes agités. Autres chercheurs ont considéré que le micro environnement turbulent dans la cellule de flottation peut avoir un impact significatif sur le contact particule – bulle. **Schubert** et **Bischofberger** (1978) ont suggéré qu'on peut avoir une augmentation de récupération en minerais en fonction de la vitesse des agitateurs des cellules de flottation [78,79].

Parallèlement, **Ahmed** et **Jameson** (1985) ont trouvé des résultats optimales de la constante de cinétique de flottation en fonction de la vitesse de ces agitateurs, de la dimension et la densité des particules, et de la taille des bulles d'air. Et au contraire, une forte agitation mène à la diminution de la constante de cinétique de flottation des particules denses et de grandes tailles pour des bulles d'air de petites tailles.

Un modèle général de flottation a été développé dans les conditions de régime turbulent afin d'expliquer l'influence de la turbulence sur le cinétique de flottation. L'influence de l'hydrophobicité de surface et de la densité des particules, la turbulence, la taille des bulles d'air et leurs vitesses ont été incorporées dans ce modèle.

8.1.1 Fréquence de Collision :

Un modèle généralement utilisé développé par **Abrahamson** (1975) [38], donne l'expression de la fréquence de collision en fonction de la taille des particules i et j comme suit :

$$z_{ij} = \frac{4}{3} N_i N_j R_{ij}^3 G_v \quad (3.77)$$

z_{ij} est le nombre de collision par unité de volume par unité de temps entre particules de type i et j , G_v est le gradient de vitesse dans un fluide perpendiculaire à la direction du mouvement de la particule. R_{ij} est la somme des rayons des particules liées aux deux espèces distinctes. **Camp** et **Stein** (1943) ont appliqués ce modèle à des procédés industriels. Ils ont utilisés le gradient de vitesse moyen sur un fluide en turbulence \bar{G} au lieu de G_v .

\bar{G} est lié à l'énergie de dissipation turbulente par unité de masse (appelé aussi densité de l'énergie de *Kolmogorov*) ε , et à la viscosité cinématique ν par l'équation suivante [80]:

$$\bar{G} = \left(\frac{\varepsilon}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.78)$$

Saffman et Turner (1956) ont obtenu un résultat semblable à l'équation 3.210, la seule différence étant le remplacement de la valeur (4/3) par la valeur $\sqrt{8\pi/15}$.

En raison de la basse probabilité d'interception qui régit l'interaction entre les petites particules et les bulles d'air, plusieurs efforts sont souvent réalisés pour augmenter la fréquence de collision z en augmentant l'intensité de la turbulence dans le champ de l'écoulement entourant la bulle d'air ; mais cette augmentation a également un effet indésirable sur la stabilité de l'agrégat particule – bulle une fois formée.

À partir du modèle de **Abrahamson**, une expression a été développée pour la fréquence de collision dans la rencontre particule – bulle en flottation, en supposant une turbulence isotropique, c-à-d les vitesses de liquide sont tous égaux dans toutes les directions de l'échelle du processus de collision.

La fréquence de collision particule – bulle est donnée par la relation suivante [28,86,80,81,82]:

$$Z_{PB} = 5.0 N_P N_B \left(\frac{d_P + d_B}{2} \right)^2 (\bar{V}_P^2 + \bar{V}_B^2)^{1/2} \quad (3.79)$$

Z_{PB} est fréquence de collision particule – bulle ($m^{-3}s^{-1}$) [9], N_P et N_B sont les nombres de densité des particules et des bulles flottées par unité de volume, \bar{V}_P^2 et \bar{V}_B^2 sont les racines carrées des vitesses moyennes de fluctuations de la particule et de la bulle relatives à la vitesse turbulente du liquide respectivement.

Les vitesses relatives des particules et des bulles d'air dans les conditions de régime turbulent dans les cellules de flottation peuvent être rapprochées par l'expression suivante [80,81,82] :

$$\text{Pour } 30 \leq \text{Re} \leq 300 \quad \bar{V}_i = \frac{0.33 \varepsilon^{4/9} d_i^{7/9}}{\nu^{1/3}} \left(\frac{\rho_i - \rho_L}{\rho_L} \right)^{2/3} \quad (3.80)$$

Avec $\bar{V}_i = \bar{V}_P$ ou \bar{V}_B , , et ρ_i est la densité de la particule ou de la bulle d'air.

Sachons que $d_B \gg d_P$, alors d_P et \bar{V}_P^2 peuvent être négligées, et $d_{PB} \cong d_B$, et l'équation 3.79 devient :

$$Z_{PB} \cong 5 N_P N_B \left(\frac{d_B}{2} \right)^2 \left[\frac{0.33 \varepsilon^{4/9} d_B^{7/9}}{\nu^{1/3}} \left(\frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_L} \right)^{2/3} \right] \quad (3.81)$$

Si la concentration des bulles d'air est constante, et les particules récupérées représentent un petit volume, alors le taux de changement des solides est proportionnel à la concentration. Par conséquent, la cinétique de flottation Accordé à **Schulze** (1989) et **Amand** (1998) serait [83,84,85]:

$$\frac{dN_p}{dt} = kN_p = -Z_{PB} \cdot E_{coll} \quad (3.82)$$

La constant de cinétique de flottation peut être obtenu en combinant les équations 3.81 et 3.82 pour avoir [84,85]:

$$k = 5N_B \left(\frac{d_B}{2} \right)^2 \left[\frac{0.33 \varepsilon_d^{4/9} d_B^{7/9} \left(\frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_L} \right)^{2/3}}{\nu^{1/3}} \right] \bullet E_{Coll} \quad (3.83)$$

k est la constante de cinétique de flottation impliquant les propriétés physico-chimiques, et de surface du système. La forme de cette équation suggère qu'à un temps assez long, toutes les particules sont finalement récupérées, qui est typiquement non observée dans la pratique.

N_B est le nombre des bulles par unité de volume par unité de temps, et peut être liée au débit de gaz et au temps de séjour t_r des bulles d'air par l'équation :

$$N_B = \frac{6G_{fr}}{\pi d_B^3 \cdot V_{cel}} t_r \quad (3.84)$$

V_{cell} est le volume de la cellule de flottation. Le temps de séjour t_r peut également être exprimé comme étant le temps que les bulles d'air de vitesse v_B restent dans l'unité de volume :

$$t_r = \frac{1 \text{ unité de longueur}}{v_B} \quad (3.85)$$

En combinant les équations 3.81, 3.83, 3.84 et 3.85 nous obtenons l'expression finale de la constante de cinétique de flottation comme suit [85] :

$$k = 2.39 \frac{G_{fr}}{d_B \cdot V_{cell}} \left[\frac{0.33 \varepsilon_d^{4/9} d_B^{7/9} \left(\frac{\rho_P - \rho_L}{\rho_L} \right)^{2/3}}{\nu^{1/3}} \cdot \frac{1}{v_B} \right] \bullet E_C \cdot E_a \cdot E_{stab} \quad (3.86)$$

Terme mécanique
Terme primaire de turbulence
Processus élémentaire

Il y a une grande ressemblance avec l'expression de la constante de cinétique de flottation en absence de la turbulence. L'équation 3.86 fournit un modèle général du procédé de flottation basé sur des caractéristiques d'un écoulement turbulent aussi bien que les forces hydrodynamiques. Seulement que ce modèle ne prend pas en considération l'effet des forces de surface.

Chapitre IV

Résultats et Discussion

Chapitre IV

Résultats et Discussion

Introduction :

Pour rendre compte du fonctionnement d'un système ou du déroulement d'un processus, les chercheurs ont établi, à partir de diverses données et ils ont fait un certain nombre d'hypothèses, un schéma qui traduit la séquence des opérations: c'est l'ensemble des expressions mathématiques du schéma qui constitue le modèle. Les équations reliant les grandeurs variables comportent des paramètres que l'on choisit aussi judicieusement que possible. A partir de ces équations, on calcule au moyen d'un langage de programmation des valeurs théoriques des grandeurs mesurables qui sont confrontées aux résultats expérimentaux. On vérifie ainsi que le schéma est une bonne représentation du processus. À l'aide d'un langage de programmation on abouti à des résultats numériques permettant à une interprétation adéquate du procédé de séparation mis en jeux.

1. Vitesse terminale de la particule solide:

Dans la flottation, l'interaction particule – bulle est affectée par la vitesse terminale des particules solides est des bulles d'air. Avec précision la vitesse joue un rôle important dans le déroulement des étapes des microprocessus inclus dans l'interaction, c.-à-d. sur la détermination de la cinétique de flottation.

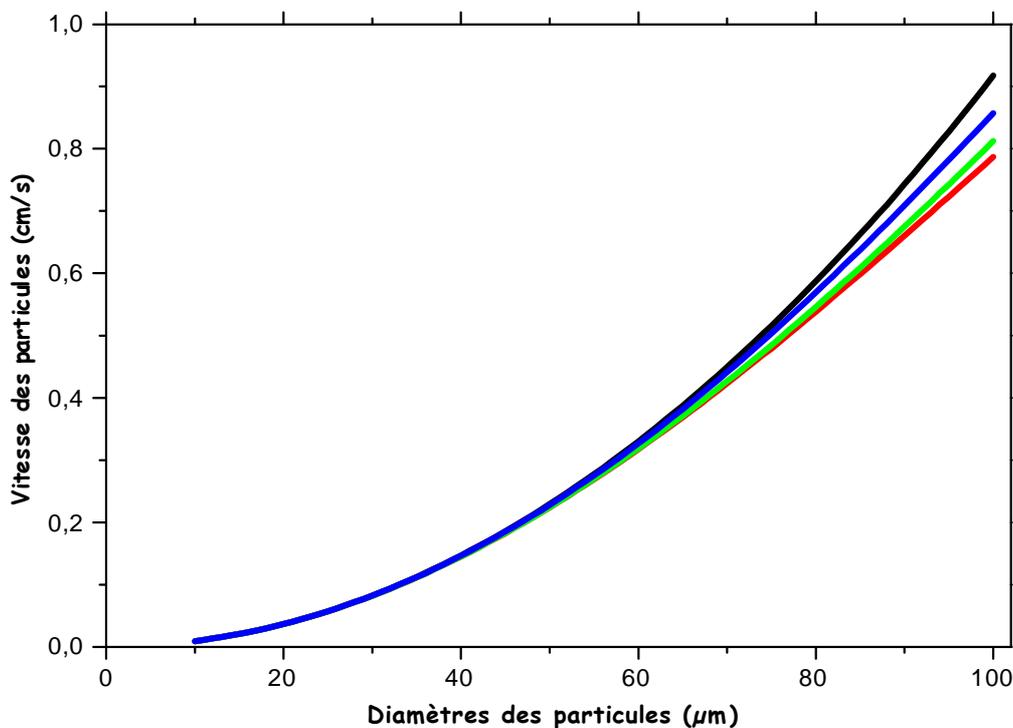


Fig 4.1 : Vitesse de la particule de quartz calculée pour différentes lois.

2. Probabilité et efficacité de collision :

En raison de la complexité du phénomène de collision, l'élaboration d'un modèle mathématique nécessite une analyse hydrodynamique du système particule – bulle, mais l'étude complète s'avère délicate en raison des différents phénomènes rencontrés au cours de la collision. Chaque modèle donne ces différentes raisons, et propose ces diverses simplifications et suppositions faites dans l'étude appropriée.

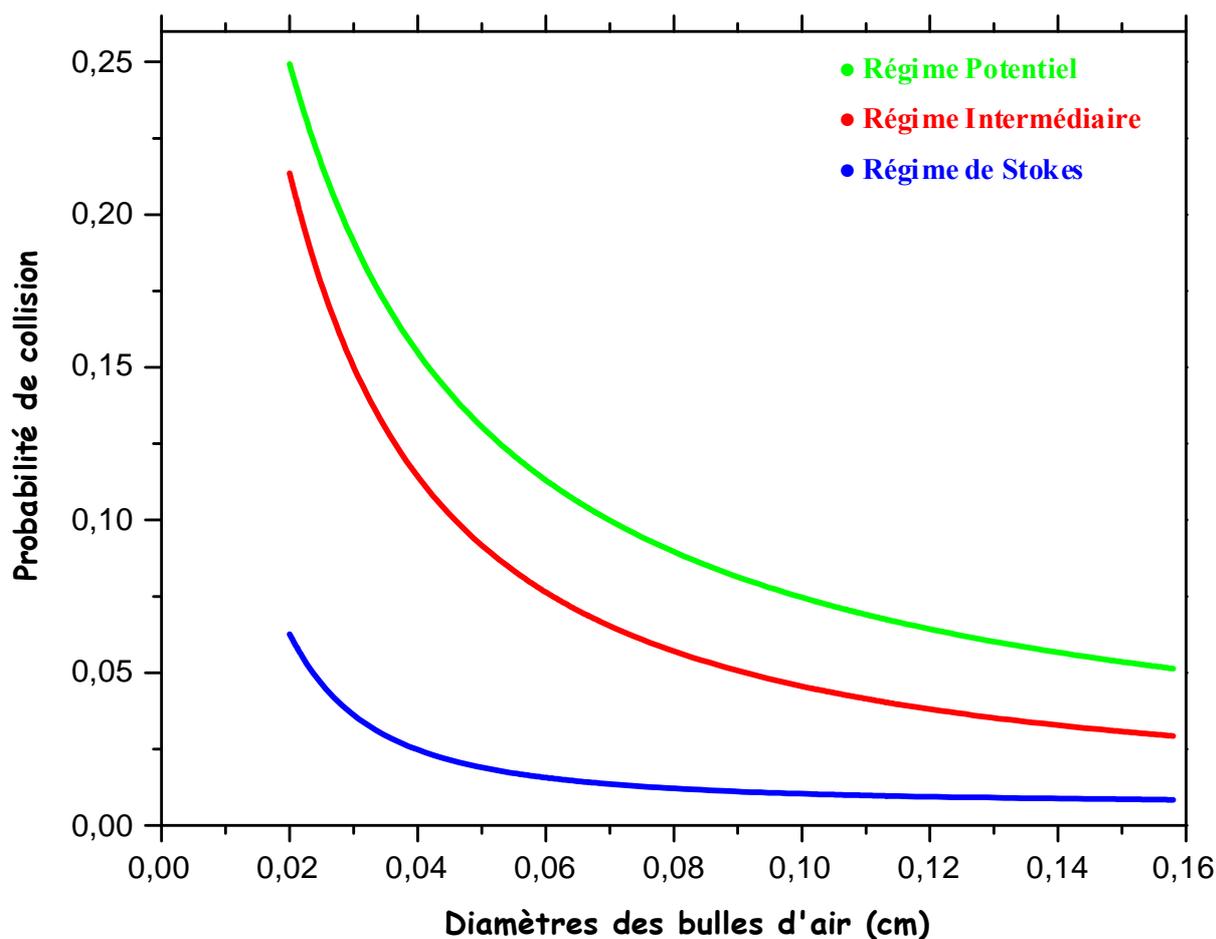


Fig 4.2 : Probabilité de collision en fonction de d_B pour différents régimes pour une particule de quartz de diamètre $d_p = 50 \mu\text{m}$ selon les modèles de **Bloom** et **Heindel**

La figure 4.2 représente la variation de la probabilité de collision en fonction du diamètre de la bulle. Elle diminue en fonction de la croissance de la taille de la bulle d'air.

L'expression de la probabilité de collision dépend de la valeur du rayon de collision R_C qui est en même temps sa détermination dépend de la valeur de la fonction de courant qui est

d'une part son expression diffère d'un écoulement à un autre (**Stokes**, **intermédiaire**, **potentiel**). Pour un écoulement potentiel la probabilité de collision est plus grande que celle des autres régimes, cela est due principalement à l'influence de la haute fréquence de collision éprouvée pour ce régime, car dans les vraies machines de flottation les petites particules éprouvent une basse probabilité de collision en absence de la turbulence, et pour réagir plusieurs efforts se sont focalisés dans le but d'augmenter la fréquence de collision en augmentant l'intensité de la turbulence dans les machines de flottation.

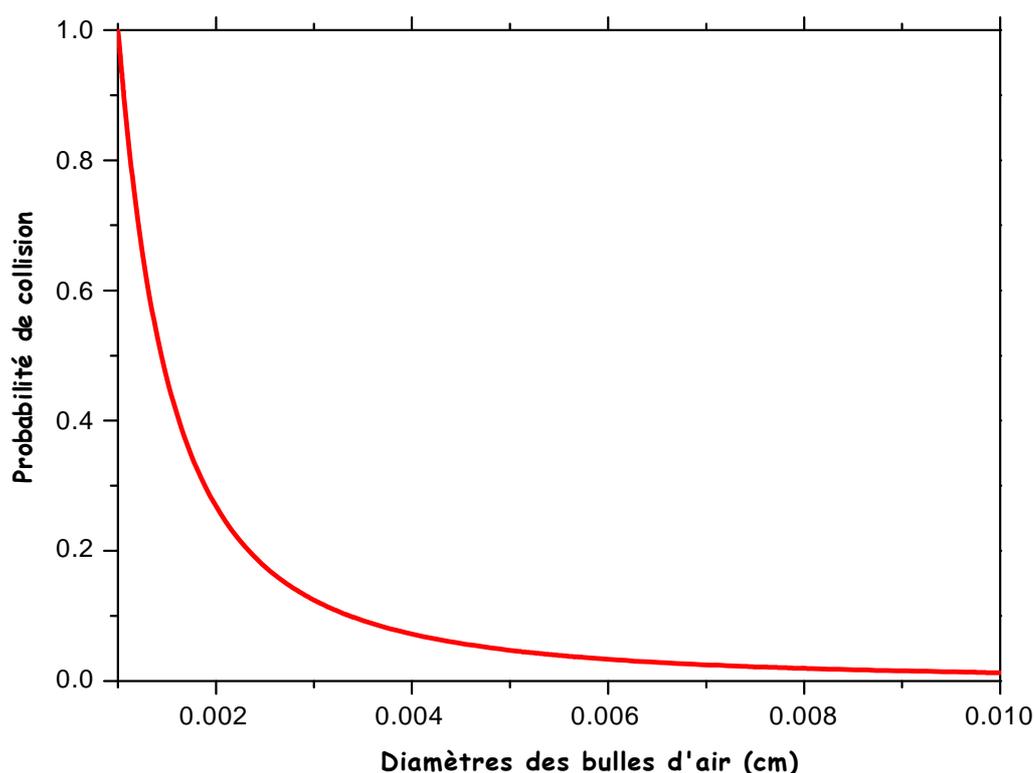


Fig 4.3 : Probabilité de collision en fonction de d_B selon le modèle de **Reay** et **Ratcliff** pour $d_P = 10 \mu m$.

En se basant sur leurs résultats expérimentaux, *Reay et Ratcliff* ont observés puis mesurés la proportion du nombre des particules de verres rassemblées par la bulle par unité de surface de la bulle, et ils ont estimé que ce rapport diminue en fonction de la croissance de la taille de la bulle d'air [28].

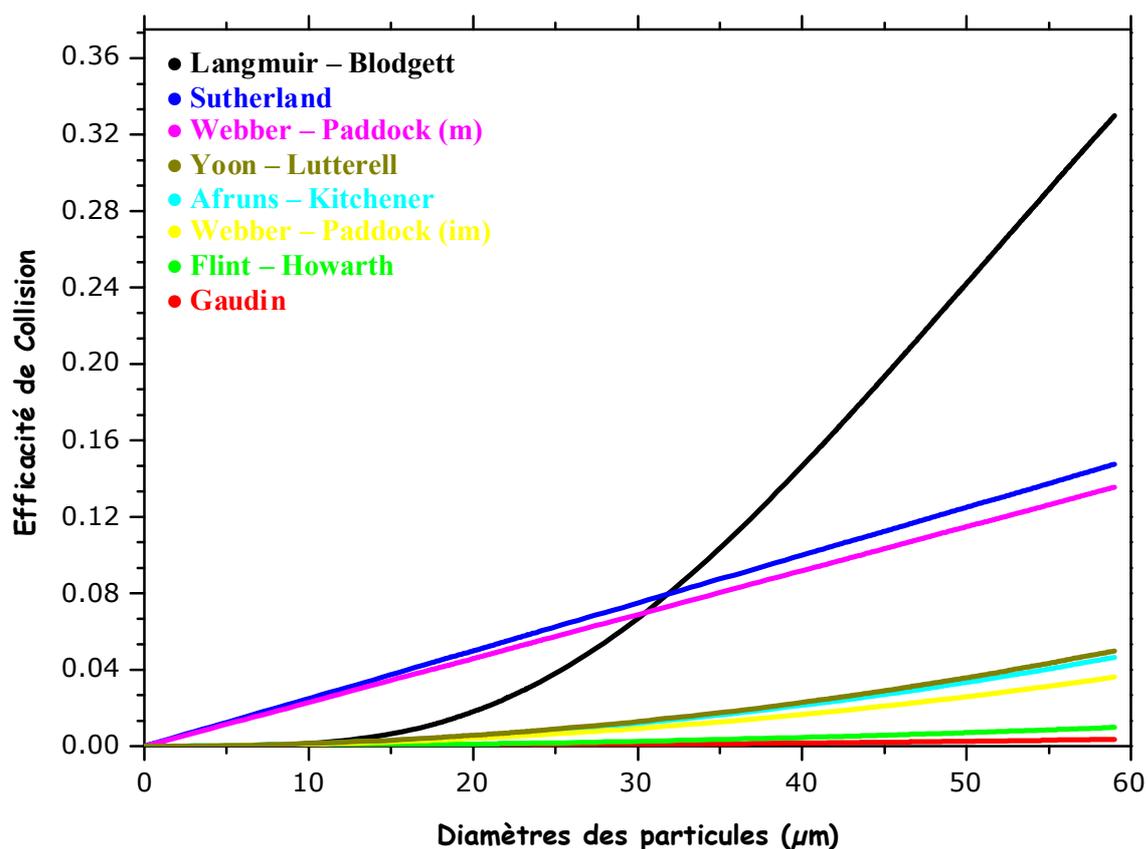


Fig 4.4 : Représentation de la différence de calcul des modèles de prédiction de l'efficacité de collision en fonction du diamètre des particules de quartz avec $d_B=0.12cm$.

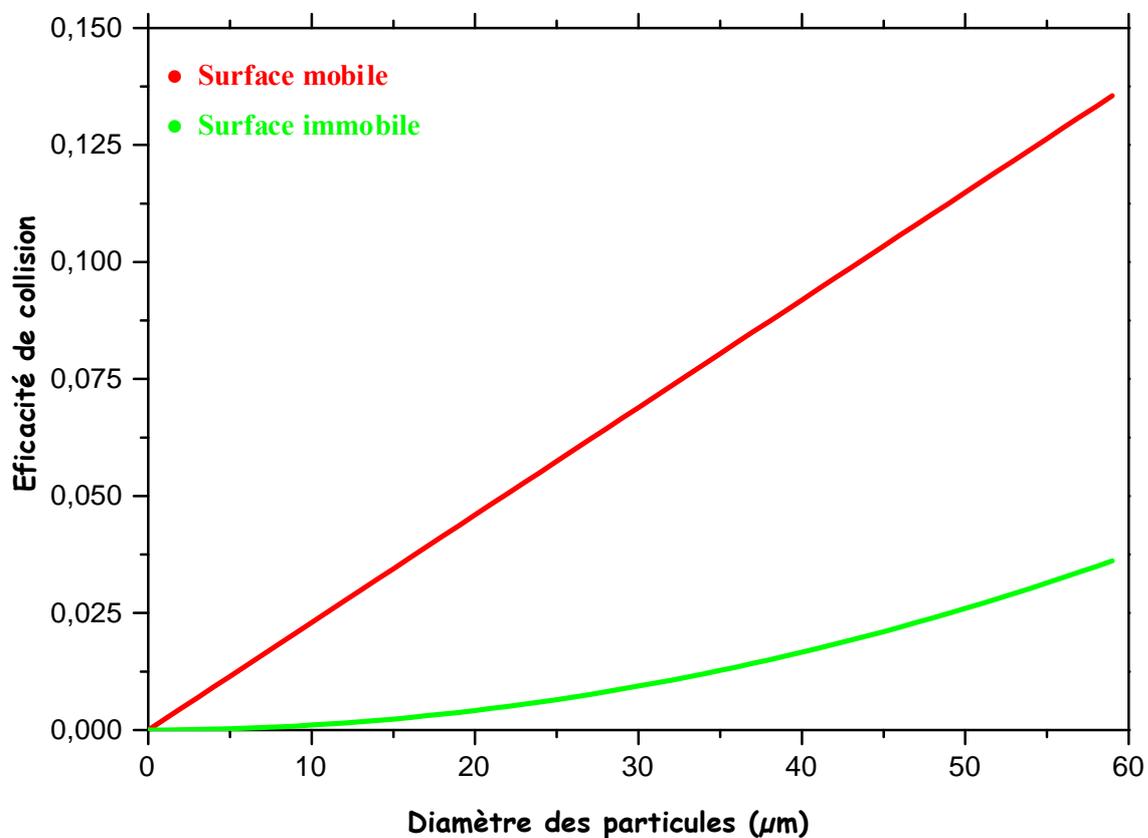


Fig 4.5 : Représentation de l'efficacité de collision des particules de quartz du modèle de Webber et Paddock montrant l'effet de la mobilité de surface de la bulle, avec $d_B=0.12cm$.

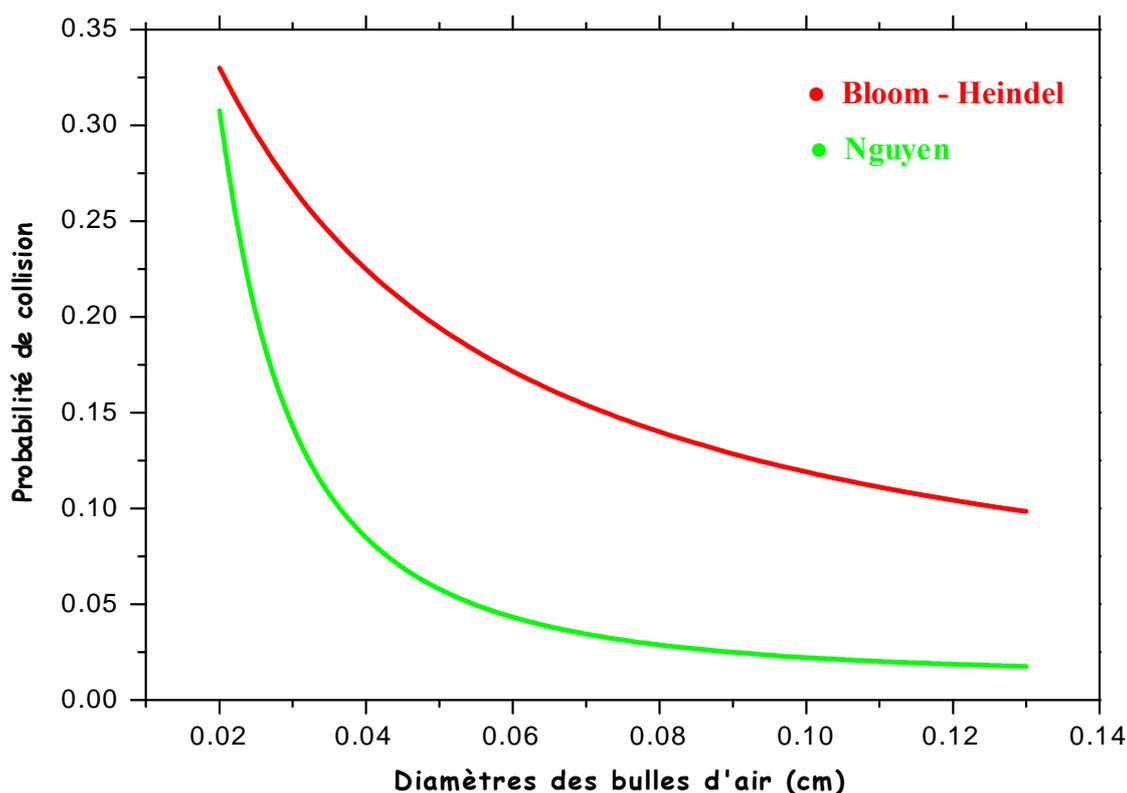
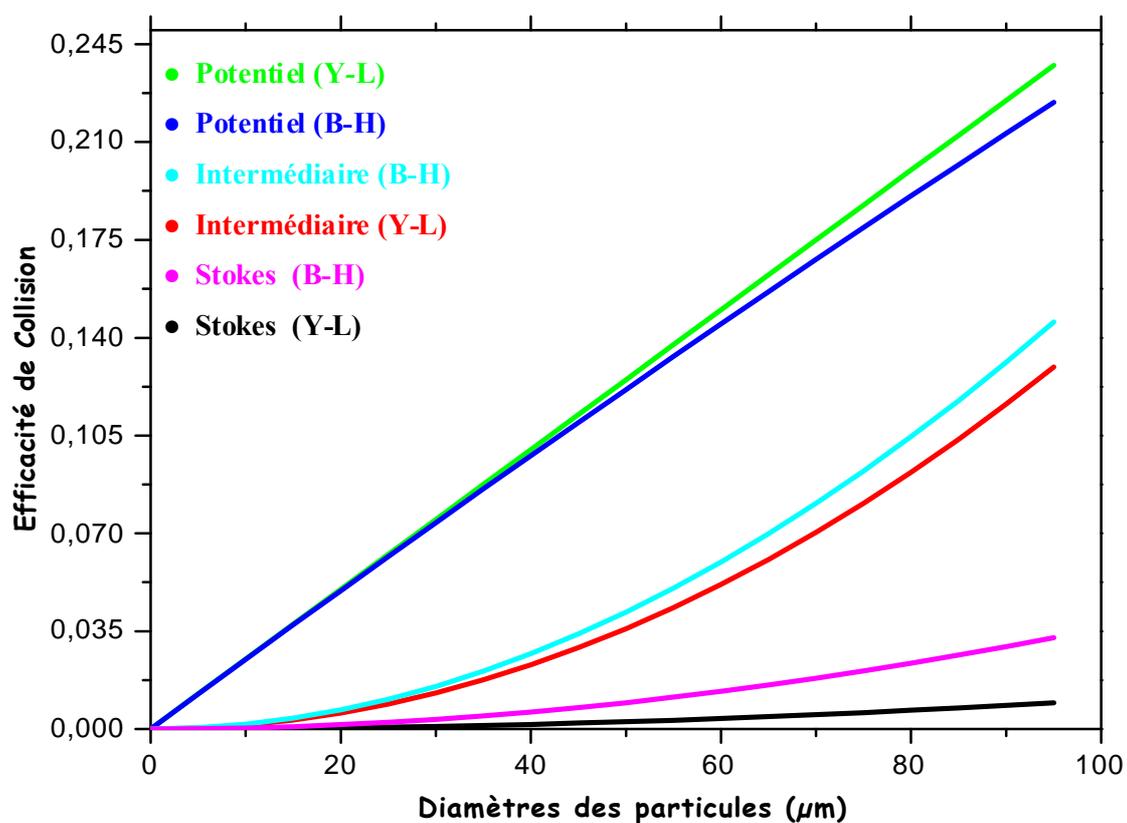
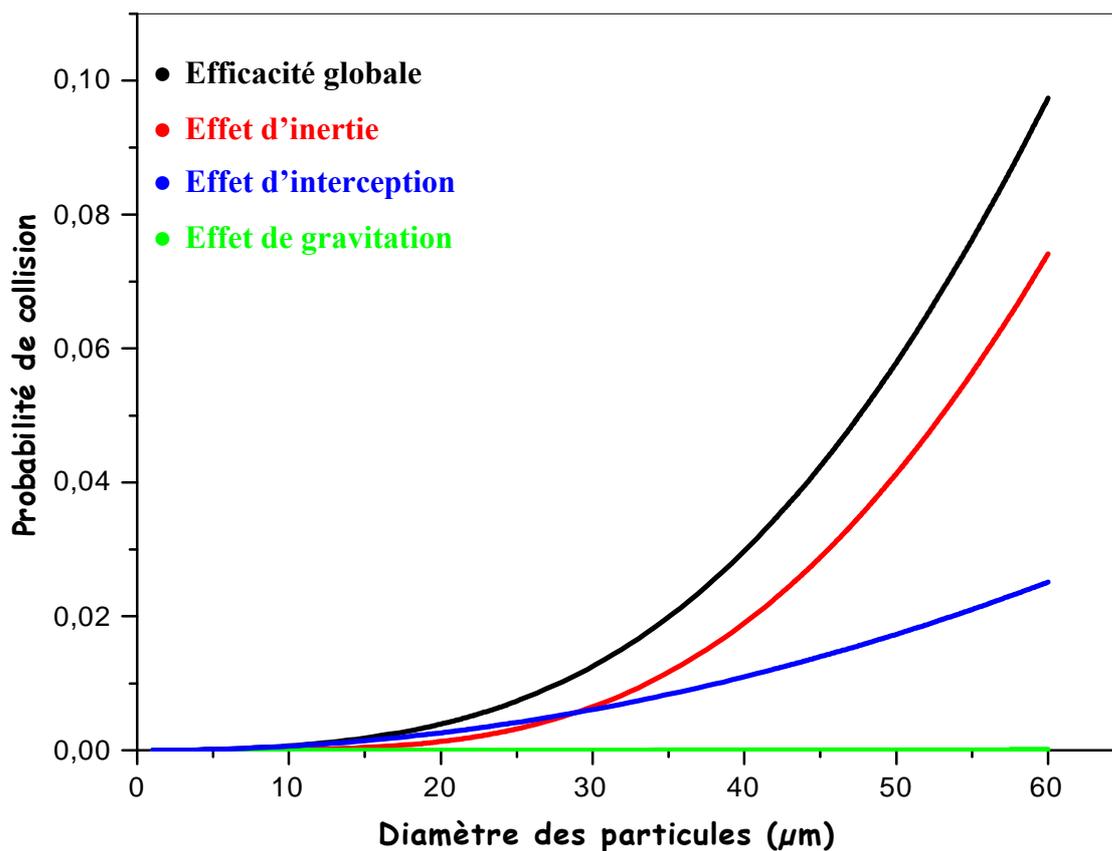


Fig 4.6: Représentation de la différence de calcul des modèles de la probabilité de collision de la particule de quartz pour un écoulement potentiel avec $d_p = 80 \mu m$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$.



Figs 4.6: Représentation de la différence de calcul de l'efficacité de collision des modèles de Bloom – Heindel et de Yoon – Lutterell pour différent régime d'écoulement



Figs 4.7: Représentation de l'efficacité globale de collision du modèle de Schulze et ces différents composants pour les particules de quartz avec $d_B=0.12\text{cm}$.

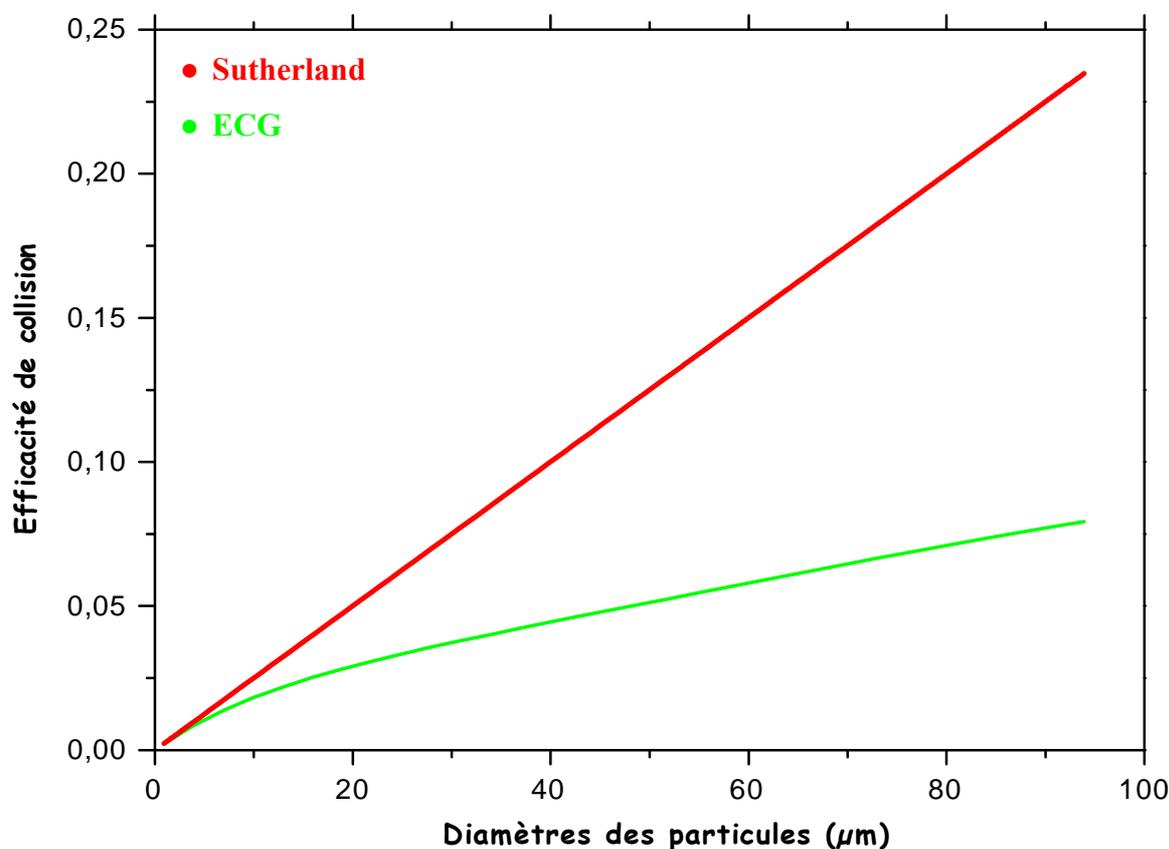


Fig 4.8 : Représentation de la différence de calcul de l'efficacité de collision des modèles de Sutherland et l'EGS en fonction du diamètre des particules de quartz.

Bien que la relation de l'efficacité ou la probabilité de collision est par convention applicables par tous les modèles, la différence de calcul dans chaque modèle apparait clairement dans les courbes des figures 4.4, 4.6 et 4.7 en raison que ces modèles diffèrent dans leurs études dans le choix du régime d'écoulement, des forces agissantes lors de l'approche particule – bulle à savoir les forces hydrodynamiques, de surface, d'inertie et de gravitation, du type de surface de la bulle en interaction (mobile ou immobile), le type du mécanisme de collision (inertiel, gravitationnel, ou d'interception), les approximations de la vitesse du liquide près de la surface de la bulle, et le choix de la valeur de l'angle maximal de collision pris en compte. Tous les modèles de développement de l'efficacité ou la probabilité de collision estiment qu'elle augmente en fonction de la croissance de la taille des particules solides, et diminue avec l'augmentation de la taille des bulles d'air bien qu'il y a d'autres facteurs qui influent sur cette efficacité de collision comme nous allons les voir.

La contamination de l'interface bulle – liquide par les surfactants affecte l'efficacité de collision due à l'immobilisation de l'interface qui modifie le champ de l'écoulement autour de la surface de la bulle, et diminue de plus en plus sa vitesse terminale. Due à la mobilité de la surface de la bulle, sa vitesse d'ascension est suffisamment grande, et par conséquent le régime de l'écoulement du liquide au voisinage de sa surface est caractérisé par l'écoulement potentiel et en conséquence l'efficacité de collision pour une surface mobile est plus grande que celle d'une surface immobile comme le montre le modèle de **Webber** et **Paddock** (figure 4.8).

Dans la figure 4.6, la valeur de l'angle maximal de collision pris dans le modèle de **Bloom** et **Heindel** est $\phi_C = \frac{\pi}{2}$, mais dans le modèle de **Nguyen** la valeur de cet angle est pris égale à

$$\frac{\pi}{2} \geq \phi_C \geq \frac{\pi}{4}.$$

La valeur de l'angle maximal de collision estimée par le modèle de **Yoon** et **Lutterell** est de même égale à celle estimée de **Bloom** et **Heindel**, mais la figure 4.15 montre la que l'efficacité de collision n'est pas la même pour les deux modèles pour les 3 régimes étudiés. Le modèle de **Yoon** et **Lutterell** est développé en supposant une collision par interception, alors que le modèle de **Bloom** et **Heindel** suppose une collision par effet de gravitation.

Dans la figure 4.7 **Schulze**, illustre l'influence de chaque effet sur la valeur de l'efficacité de collision. Mais il a surestimé sa valeur pour l'effet de l'inertie par rapport aux autres effets parce que dans son développement du modèle il a ignoré l'effet négatif des forces d'inertie.

La figure 4.8 montre les efficacités de collision calculées par deux modèles, le premier de **Sutherland** qui ignore totalement l'inertie des particules alors que l'autre développé par

Dukhin la prise en compte. L'efficacité de collision calculée par **Dukhin** est inférieure à celle calculée par **Sutherland**, à cause de la prise en considération de l'influence des effets négatifs des forces d'inertie. Nous pouvons expliquer l'effet des forces d'inertie en observant la figure 4.9 : Les lignes 1 et 2 correspondent au courant du liquide, les deux lignes discontinues 3 et 4 sont caractéristiques à la déviation de la trajectoire de la particule de la ligne du courant du liquide sous l'influence des forces d'inertie. La trajectoire de la particule 3 correspond à un petit nombre de Stokes, où l'effet négatif des forces d'inertie prédomine. Sous leurs influences la trajectoire de la particule 3 dévie de la ligne de courant du liquide dans la direction opposée de la surface de la bulle, parce que les forces d'inertie dans ce cas influence sur les composantes radiales de la vitesse de la particule. La trajectoire de la particule 4 correspond à un nombre de Stokes plus grand, où l'effet positif des forces d'inertie prédomine. Sous cette action la trajectoire de la particule dévie vers la surface de la bulle. Dans tous les cas l'angle d'impact pour les deux cas est presque le même, mais la différence dans le nombre de stokes pour les particules de même diamètre est possible, car elles peuvent être de même taille mais de densité différente. Cependant la ligne 3 correspond à une particule de densité inférieure mais de même diamètre [87].

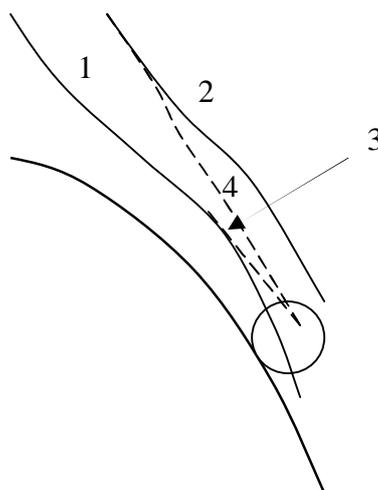


Fig 4.9 : Influence des forces d'inertie négative et positive sur la trajectoire de la particule solide

Nguyen estima que cette influence est associée non seulement à la taille et à la densité de la particule, mais aussi à l'écoulement du liquide autour de la surface de la bulle d'air. La vitesse du liquide dans la direction tangentielle de la surface de la bulle tend à pousser les particules solides plus loin de la surface de la bulle avant qu'elles entrent en contact [88].

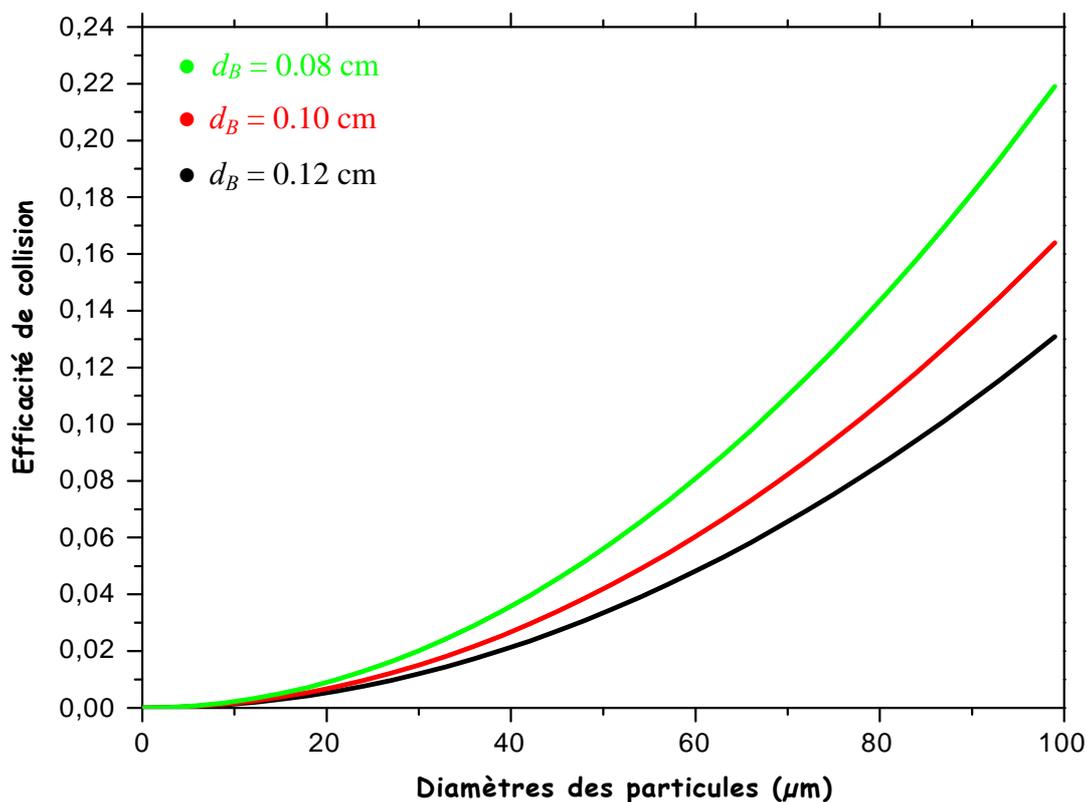


Fig 4.10: Influence de la taille des bulles d'air sur l'efficacité de collision des particules de quartz selon le modèle de Afruns et Kitchener, avec $d_B = 0.12$ cm, $v_B = 18$ cm/s.

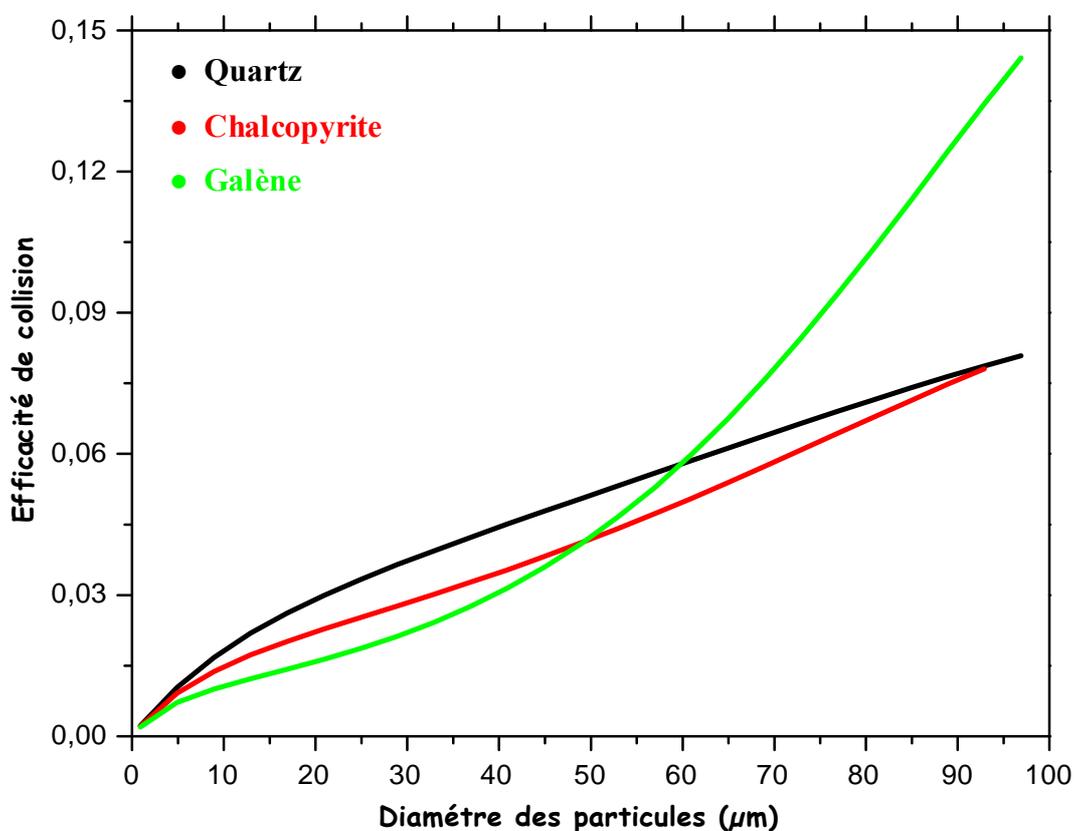


Fig 4.11 : Efficacité de collision en fonction du diamètre des particules de quartz, de chalcopyrite, et de la galène selon l'équation générale de Sutherland avec $d_B = 0.12$ cm, $v_B = 18$ cm/s.

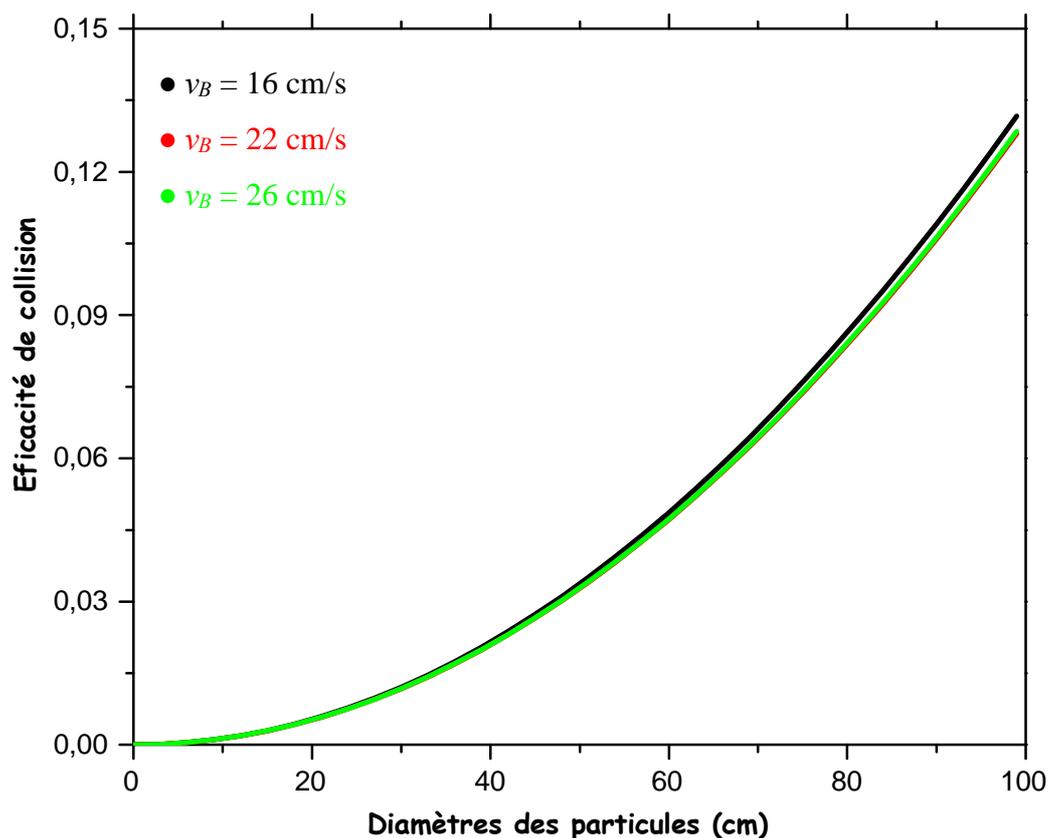


Fig 4.12 : Influence de la vitesse des bulles d'air sur l'efficacité de collision des particules de quartz selon le modèle de Afruns et Kitchener, avec $d_B = 0.12$ cm.

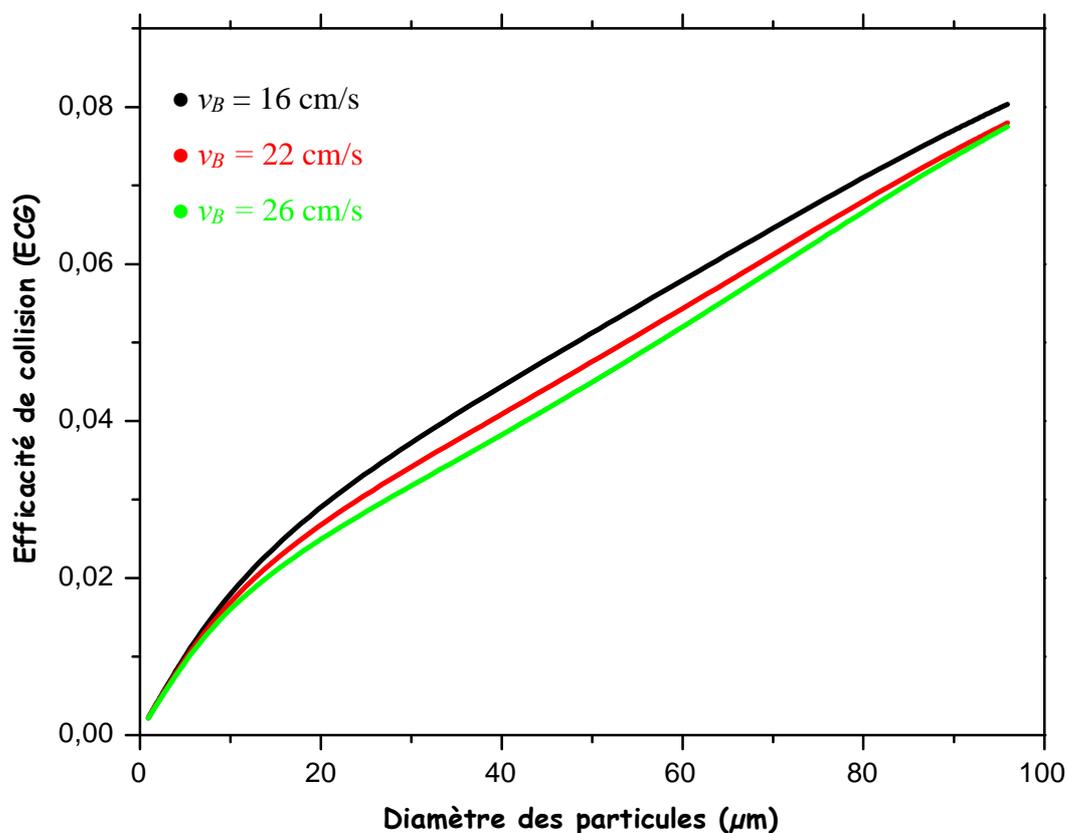


Fig 4.13 : Influence de la vitesse des bulles d'air sur l'efficacité de collision des particules de quartz appliquée à l'équation générale de Sutherland, avec $d_B = 0.12$ cm.

Dans la figure 4.10 l'efficacité de collision des particules avec les bulles d'air de petites tailles est supérieure par rapport à celle avec les bulles de grandes tailles. Ceci peut être expliqués à la raison que les bulles d'air de petites tailles ont l'aire de surface spécifique plus grande que celle des grandes bulles.

La figure 4.11 montre que l'efficacité de collision des particules de galène excède celle du quartz et la galène à partir d'un diamètre égale à 45 μm . Pour les particules de galène de petites tailles l'efficacité de collision est plus petites par rapport à celle du quartz et de la chalcopryrite due à l'effet négatif des forces d'inertie de l'écoulement du liquide à la surface de la bulle. Une fois la taille des particules de galène et grande, l'efficacité de collision augmente due à l'influence de leurs densités, qui domine l'effet négatif des forces d'inertie de l'écoulement du liquide, et cause ainsi l'augmentation de l'effet positif des forces d'inertie par suite de l'augmentation de la vitesse de sédimentation des particules en fonction de l'augmentation de la densité des particules de même diamètre comme le montre la figure 4.1 et la figure 4.9. L'influence de la densité sur l'efficacité de collision à été mieux expliquer par des études plus récentes, en développant une équation numérique expérimentale de l'angle de tangence qui incorpore l'effet des forces gravitationnelles et d'inertie dans l'équation de mouvement de la particule.

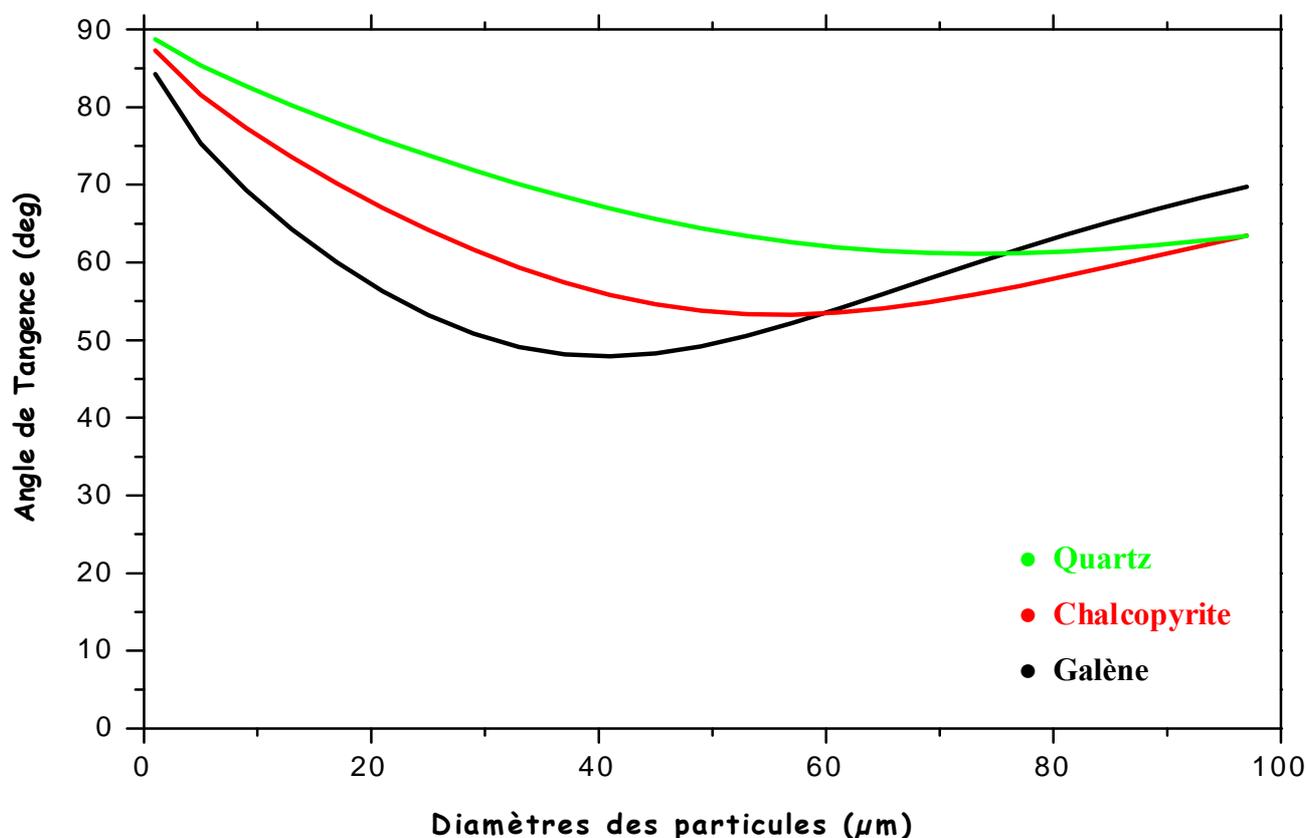


Fig 4.14 : Résultats numériques montrant l'influence de la densité sur de l'angle de tangence en fonction de la taille des particules solides.

La figure 4.14 montre l'influence de la densité des particules sur la valeur de l'angle de tangence, et de même sur l'efficacité de collision pour expliquer la tendance de la courbe de la figure 4.11, et l'apparition de l'influence des forces d'inertie positives à partir d'une taille de particule bien précise.

La figure 4.12 montre que l'augmentation de la vitesse de la bulle diminue très légèrement l'efficacité de collision des particules de quartz en appliquant le modèle de Afruns et Kitchener, mais en appliquant l'équation générale de Sutherland (fig 4.13) la différence de calcul devient significative. Cela est dû principalement à la diminution de l'angle maximal de collision ou de tangence dans l'équation générale de Sutherland en fonction de la croissance de la vitesse des bulles d'air comme le montre la figure ci-dessous.

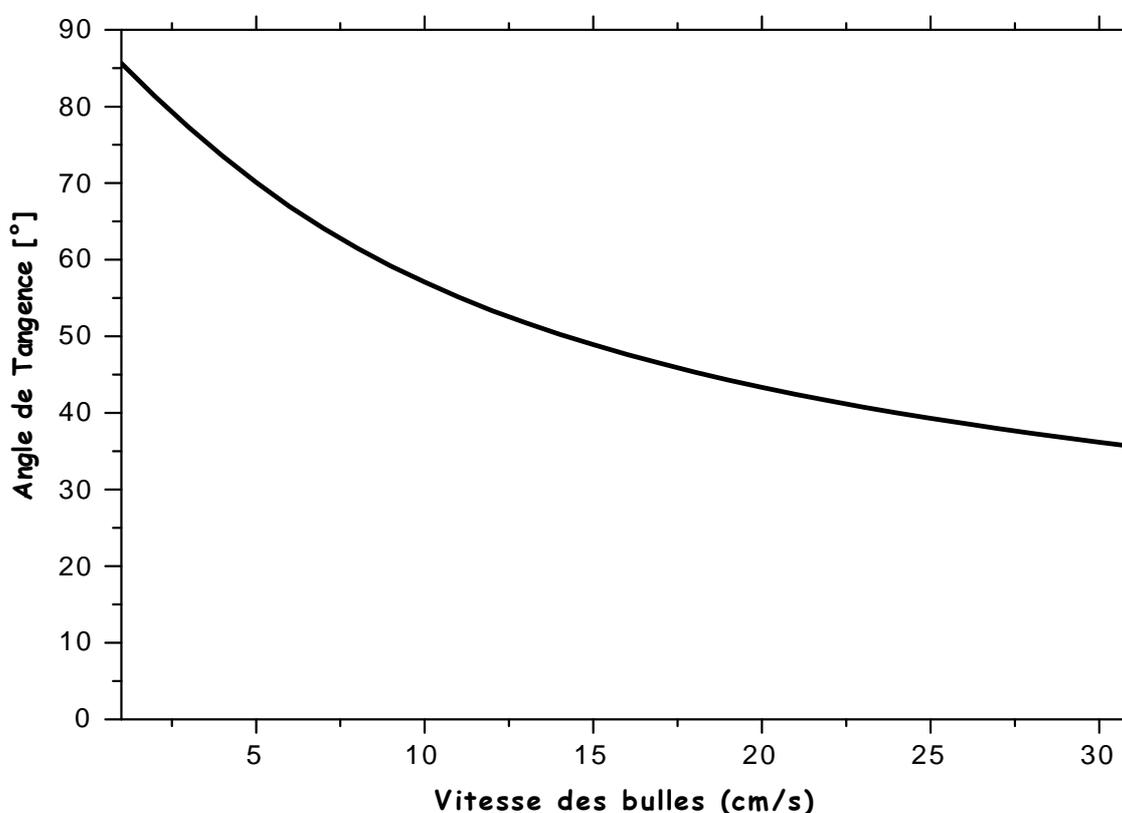


Fig 4.15 : Effet de la vitesse des bulles d'air sur la valeur l'angle maximal de collision ou de tangence, avec $d_B = 0.12$ cm, $d_P = 0.01$ cm.

3. Temps de Contacts :

L'efficacité d'attachement des particules est une fonction du temps de contact. Après la collision avec la bulle d'air, la particule déforme légèrement la surface de la bulle est puis glisse le long de sa surface jusqu'à atteindre l'angle maximal de collision.

Le temps de contact dans la flottation est le temps dans lequel la particule solide reste en contact avec la bulle d'air sans tenir compte si l'attachement s'effectue ou pas. D'après le

concept des trois zones, le temps de contact est le temps pendant lequel la particule reste au moins dans la zone hydrodynamique près de la surface de la bulle.

3.1 Temps de contact de collision :

Le temps de contact de collision des modèles précités est calculé en tenant en considération l'effet du mouvement des particules et des bulles d'air, la force de flottabilité, la taille de la bulle, ainsi que la taille et les densités des particules. Le temps de contact de collision croît en fonction de la taille des particules. Plus la taille des particules est grande plus la déformation de la surface de la bulle est de plus en plus importante et plus le temps de collision est grand, confirmé par tous les modèles du temps de contact de collision, comme le montre la figure ci-dessous.

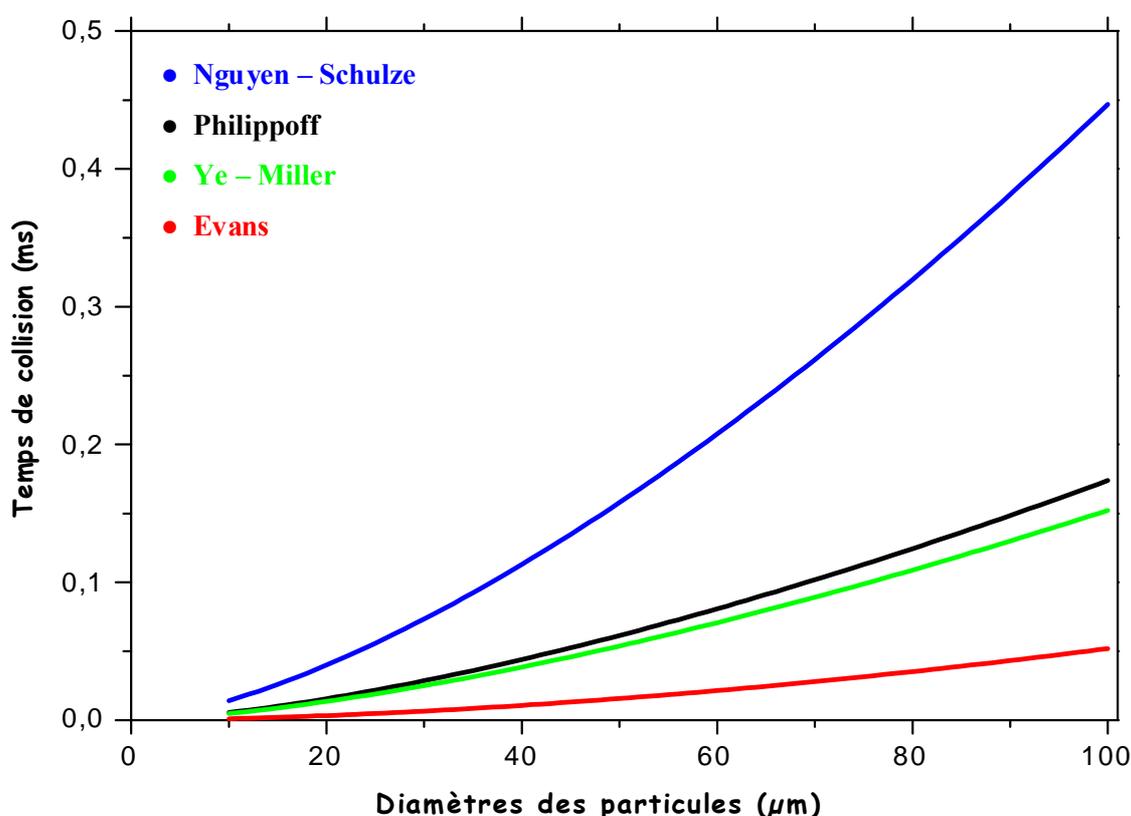


Fig 4.16 : Comparaison de calcul du temps de contact de collision pour différents modèles.

3.2 Temps de contact de glissement :

L'attachement particule – bulle inclue plusieurs phénomènes hydrodynamiques et physicochimiques dans un système dynamique se composant d'une particule solide, d'une bulle d'air, et d'une solution aqueuse de diverses espèces chimiques. L'attachement est considéré la combinaison optimale du drainage du film liquide formé, sa rupture, et de l'expansion de TPC pour former un agrégat stable.

Au cours de ces dernières années les phénomènes hydrodynamiques dans l'interaction d'attachement ont été étudiés en utilisant la technique du microscope à force atomique, mais la connaissance détaillée des forces intermoléculaire et de surface contrôlant l'attachement particule – bulle n'est plus disponible. Cependant les modèles d'approche traditionnelle basée sur le temps de glissement des particules solides restent très répandus. **Sutherland** était le premier qui a développé le temps de contact par glissement, ce qui a permis de déterminer l'efficacité d'attachement en fonction du temps d'induction, en supposant un écoulement potentiel près de la surface de la bulle d'air. Plus tard **Dobby** et **Finch** ont développé leur modèle en corrigeant les limites de l'intégration dans l'équation de mouvement par glissement au dessus de la surface de la bulle développée par **Sutherland**.

Les modèles du temps de glissement disponibles jusqu'à présent ont été développés en utilisant de simple interaction d'attachement par glissement, en incluant la supposition que la vitesse de glissement de la particule est simplement égale à la vitesse du liquide, et la résistance hydrodynamique sur la particule en glissement est différente de celle quand elle est plus loin de la surface de la bulle. Nous proposons de déterminer le temps de glissement en utilisant les modèles de **Dobby** et **Finch** et de **Nguyen**.

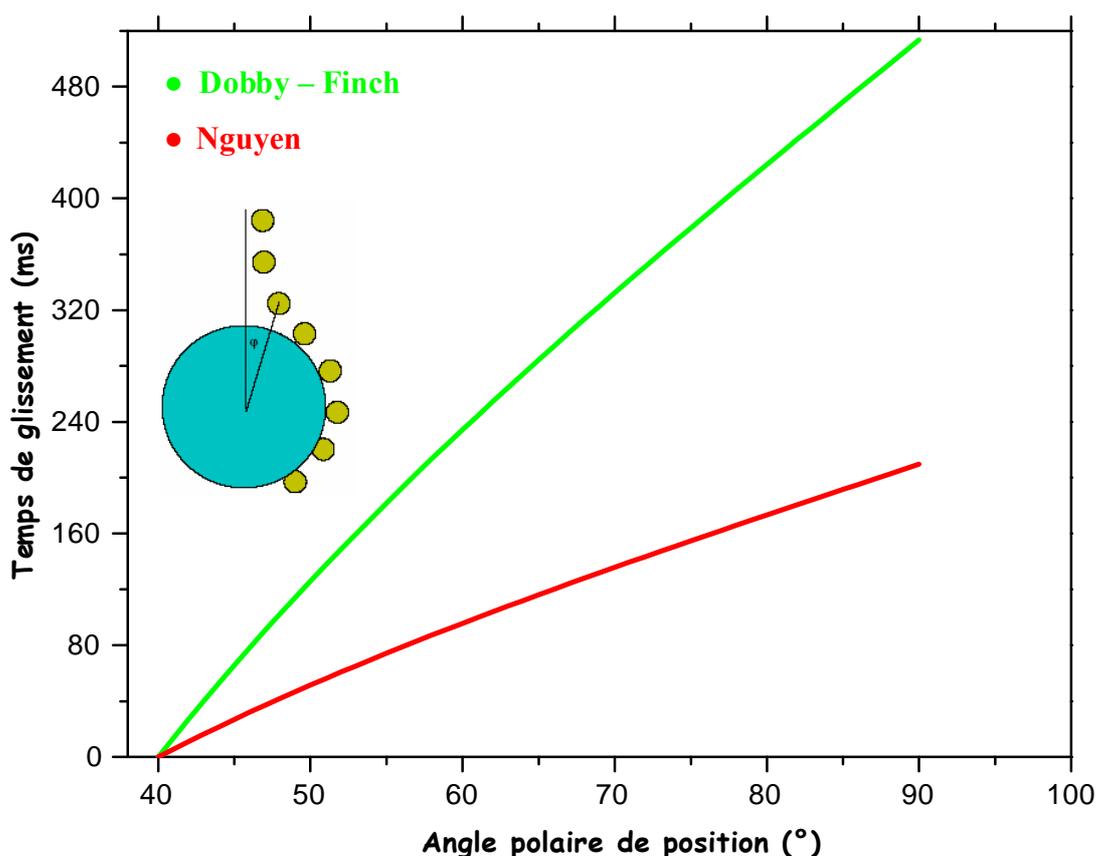


Fig 4.17 : Temps de contact de glissement en fonction de la position polaire de la particule avec $d_p = 80 \mu m$, $d_B = 0.12 cm$.

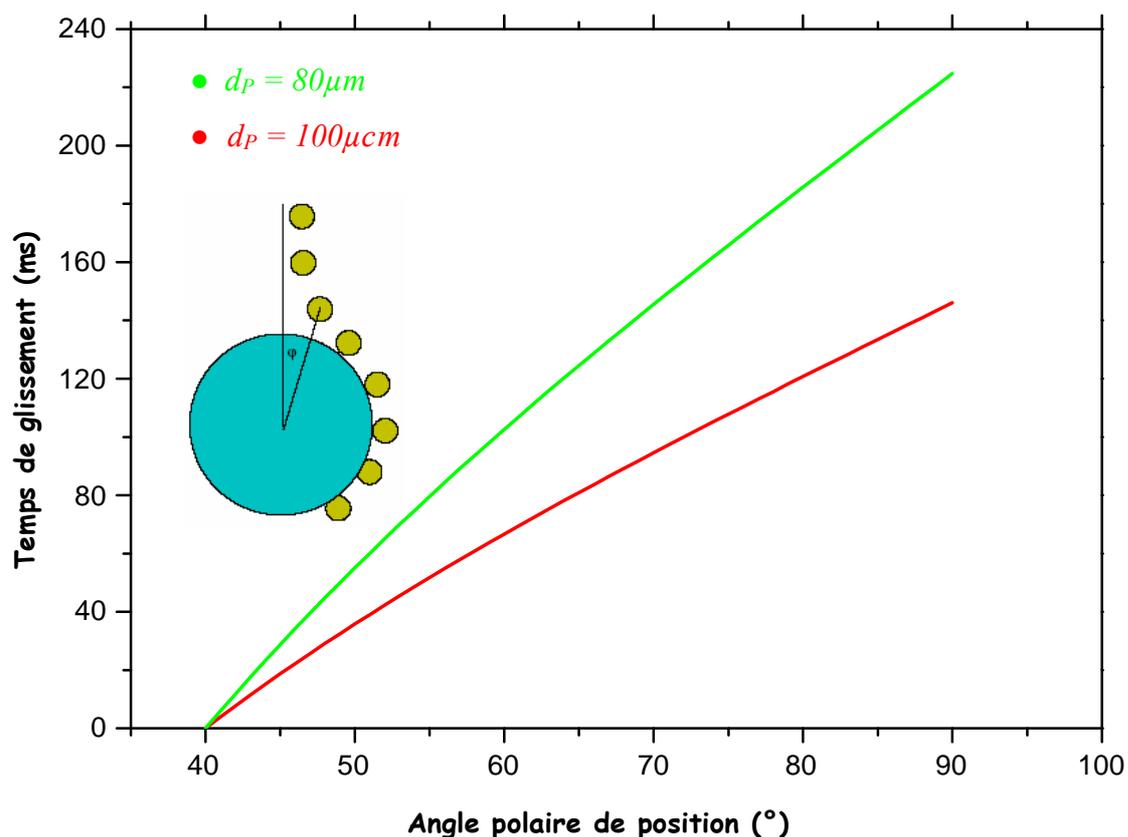


Fig 4.18 : Influence de la taille des particules sur le temps de contact de glissement selon le modèle de **Nguyen** avec $d_B = 0.12 \text{ cm}$.

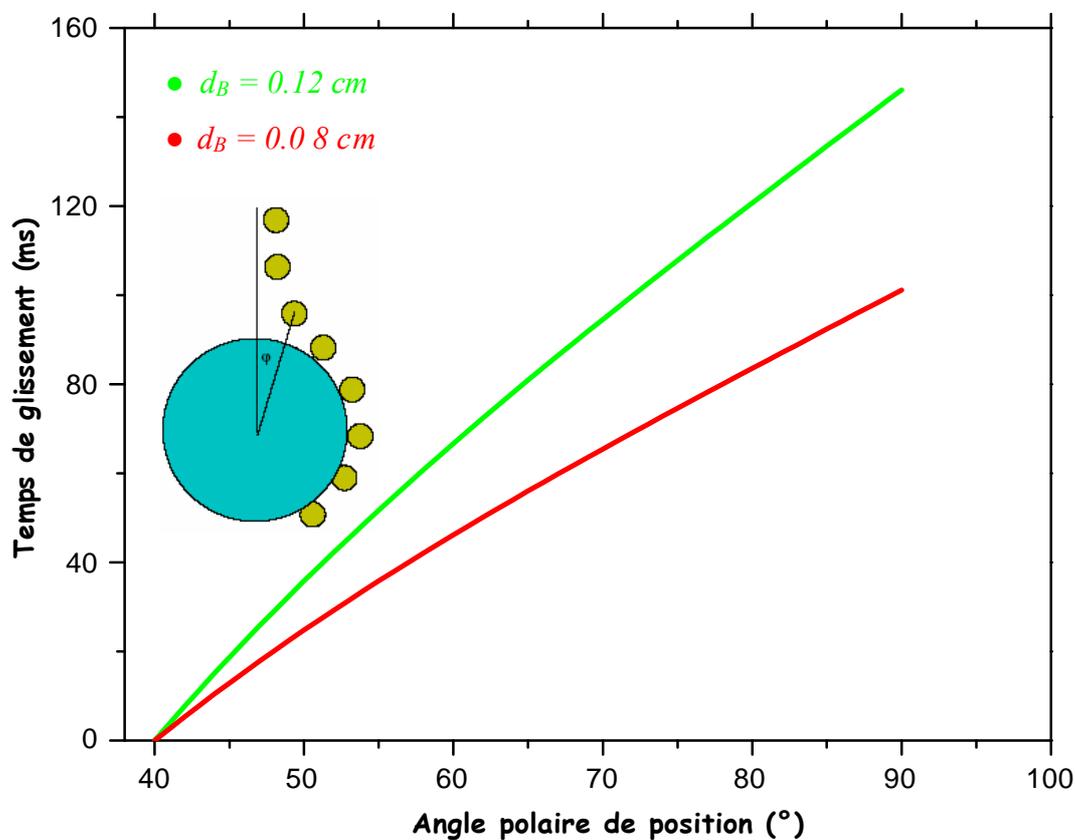


Fig 4.19 : Influence de la taille des bulles d'air sur le temps de contact de glissement selon le modèle de **Nguyen** avec $d_p = 100 \mu m$.

3.3 Temps d'expansion de la ligne de TPC :

Dans les modèles de calcul du temps d'expansion de TPC, que nous avons mentionné, l'étape de l'expansion de la ligne de contact des trois phases est théoriquement décrite par la théorie de la cinétique moléculaire du mouvement du TPC, une théorie impliquant l'effet de la ligne de tension sur le contact des trois phases pour des rayons de mouillage plus petits. Le concept du mouvement du TPC, c'est que son mouvement est conduit par les processus d'adsorption et de désorption auprès de la ligne de contact, et encore ce mouvement est déterminé par les statistiques de l'événement de la cinétique moléculaire qui se produit aux sites d'adsorption du solide dans la zone de TPC. Elle explique parfaitement le mouillage dynamique de l'angle de contact en fonction du temps, et elle est développée pour décrire la dépendance de la vitesse de TPC avec l'angle de contact dynamique.

a. Calcul de l'angle central à l'équilibre α_e :

On peut estimer la valeur de α_e en utilisant l'équation de l'angle de contact de Young à l'équilibre de TPC qui correspond à l'équilibre de l'angle central où $\alpha = \alpha_e$, donnée comme suit [69] :

$$\cos \theta_Y = Bo + \cot \alpha_e \sqrt{\sin^2 \alpha_e - Bo^2} - \left(\frac{\kappa}{R_P \gamma_{LG}} \right) \cot \alpha_e \quad (4.1)$$

Sachant que pour réaliser une meilleure flottation, l'angle de contact égale à 60° est suffisant, alors en utilisant l'équation ci dessus, la valeur de l'angle central à l'équilibre α_e trouvée dans ce cas est $\alpha_e = 16.61^\circ$.

b. Méthode de calcul de l'équation du modèle de H.J Stechemesser :

On procède dans le calcul du temps de TPC comme suit :

Pour la période initiale de l'expansion de la ligne de TPC, on choisi neuf intervalles pour l'angle central, où on commence par un angle égale à $\alpha_0 = 3.91^\circ$ et en termine le calcul pour $\alpha = 15^\circ$. Pour la dernière période de l'expansion de TPC avant qu'un équilibre de TPC soit établi, nous choisissons 4 intervalles, où on commence avec un angle $\alpha = 15^\circ$ jusqu'à $\alpha = 16.61^\circ$. Dans le total on obtient 13 intervalles, puis on divise chaque intervalle en 4 autres intervalles comme la montre les calculs suivants : L'équation 3.65 est valable que pour les particules de rayon varie entre $[10\mu\text{m} - 175\mu\text{m}]$.

a - Données :

$d_P = 100 \mu\text{m}$, $\rho = 2500 \text{ kg / m}^3$; $\gamma_{LG} = 72 \text{ mN m}^{-1}$; $\rho_L = 1000 \text{ kg m}^{-3}$; $\kappa = 1.71 \mu\text{J m}^{-1}$;
 $a_{TPC} = 0.14 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

α (Rad)	$\bar{\alpha}_i$ (rad)	κ_r	$\frac{R_p / (1 + \kappa_r^2)}{a\gamma_{LG} (\cos \bar{\alpha}_i - \cos \theta_Y)}$	Temps de TPC (ms)
3.91	0.079	0.487	16.25	0.00
0.075				0.0253
0.0824				0.0536
0.0895				0.0851
0.0967	0.101	0.480	16.29	0.0119
0.1039				0.0158
0.111				0.1998
0.1182				0.2452
0.1254	0.1218	0.4822	16.34	0.2944
-				-
-				-
-				-
0.2187	0.235	0.501	16.73	1.3674
0.2259				1.4909
0.2331				1.6222
0.2403				1.7617
-	0.272	0.512	16.91	-
-				-
0.2834				2.7829
0.2906				2.9915

b - Données :

$$d_P = 172.3 \mu\text{m}, \rho = 2500 \text{ kg / m}^3; \gamma_{LG} = 72 \text{ mN m}^{-1}; \rho_L = 1000 \text{ kg m}^{-3}; \kappa = 1.71 \mu\text{Jm}^{-1};$$

$$a_{TPC} = 0.14 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}.$$

α (rad)	$\bar{\alpha}_i$ (rad)	κ_r	$\frac{R_p / (1 + \kappa_r^2)}{a\gamma_{LG} (\cos \bar{\alpha}_i - \cos \theta_Y)}$	Temps de TPC (ms)
3.91	0.079	0.277	31.95	0.00
0.075				0.08613
0.0823				0.18439
0.0895				0.29550
0.0967	0.101	0.2786	32.06	0.42064
0.1039				0.56099
0.111				0.7174
-				-
-	0.1218	0.2799	32.18	-
-				-
-				-
-				-
0.2618	0.265	0.2941	33.57	15.4571
0.269				18.2705
0.276				22.4337
0.2834				30.1924
0.2906	0.272	0.2976	33.91	45.7326

b.2 Temps d'expansion pour différents diamètres de particules :

Tableau 4.1 : Valeur du temps d'expansion pour différents diamètres de particules.

d_p (μm)	Temps de TPC en (ms)	d_p (μm)	Temps de TPC en (ms)
10	0.01723	90	2.23913
20	0.07382	100	2.99150
30	0.17408	120	5.20033
40	0.32523	140	9.15242
50	0.53579	150	12.5763
60	0.81632	160	18.5621
70	1.18072	170	38.9217

On peut remarquer que le temps d'expansion des petites particules, est beaucoup moins petit que celui des grandes particules, et sachant que pour un temps d'expansion très rapide (c-à-d bref), l'attachement particule - bulle est plus probable. Dans la théorie la formation d'un TPC suffisamment grand dans un temps très court est exigée afin d'avoir une forte force d'attachement requise pour empêcher la dislocation de l'agrégat particule – bulle.

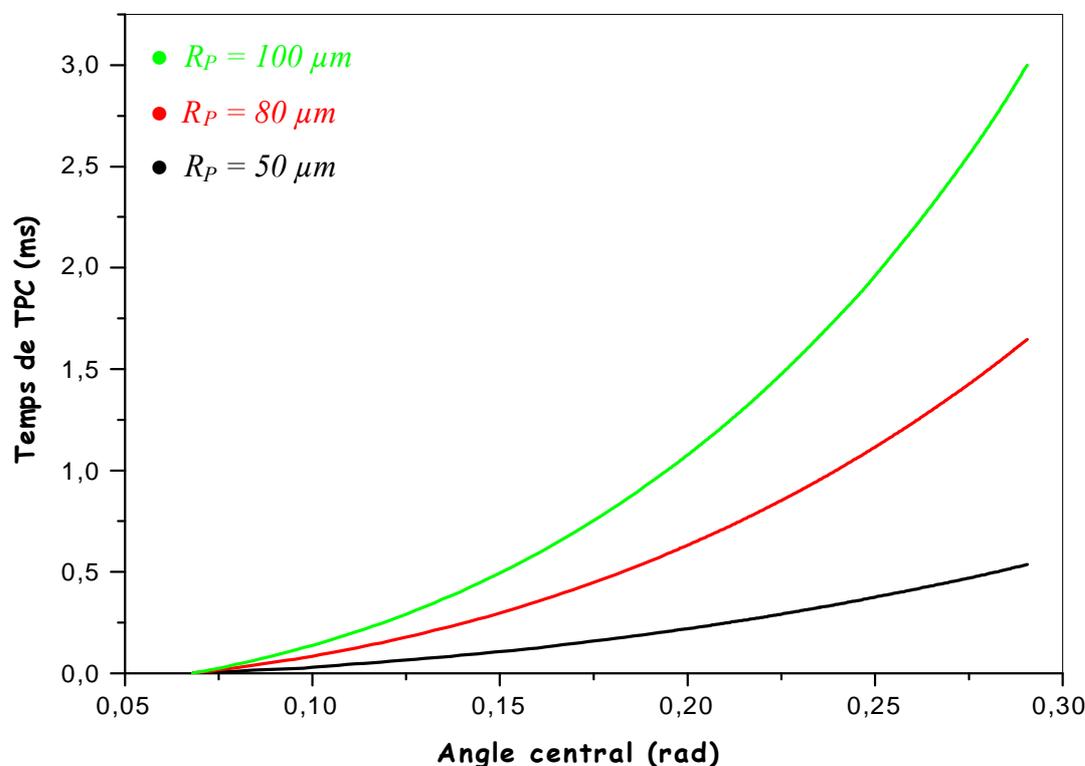


Fig 4.20 : Variations du temps d'expansion en fonction de l'angle central pour différentes valeurs de R_p selon le modèle de **Hansjoachim Stechemesser**.

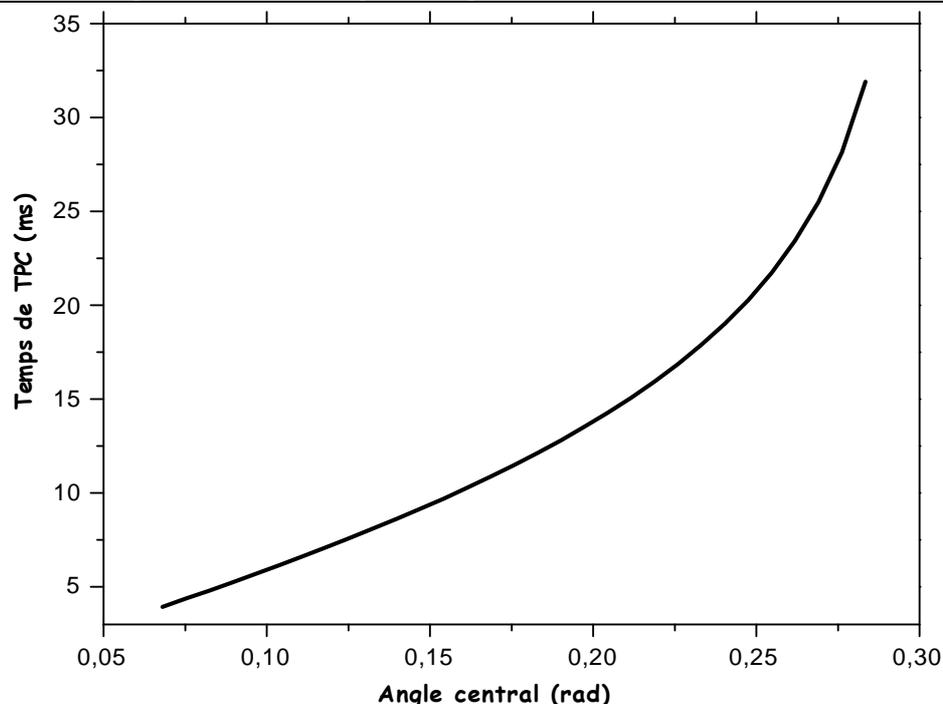


Fig 4.21 : Variation du tes d'expansion en fonction de l'angle central selon le modèle de **Nguyen** avec $R_p = 0.005 \text{ cm}$

3.4 Temps d'induction :

Le temps d'induction est une mesure physicochimique intégrale du processus d'attachement. Dans le calcul de l'efficacité d'attachement le temps d'induction varie directement avec la taille des particules solides donné par l'équation empirique 3.55.

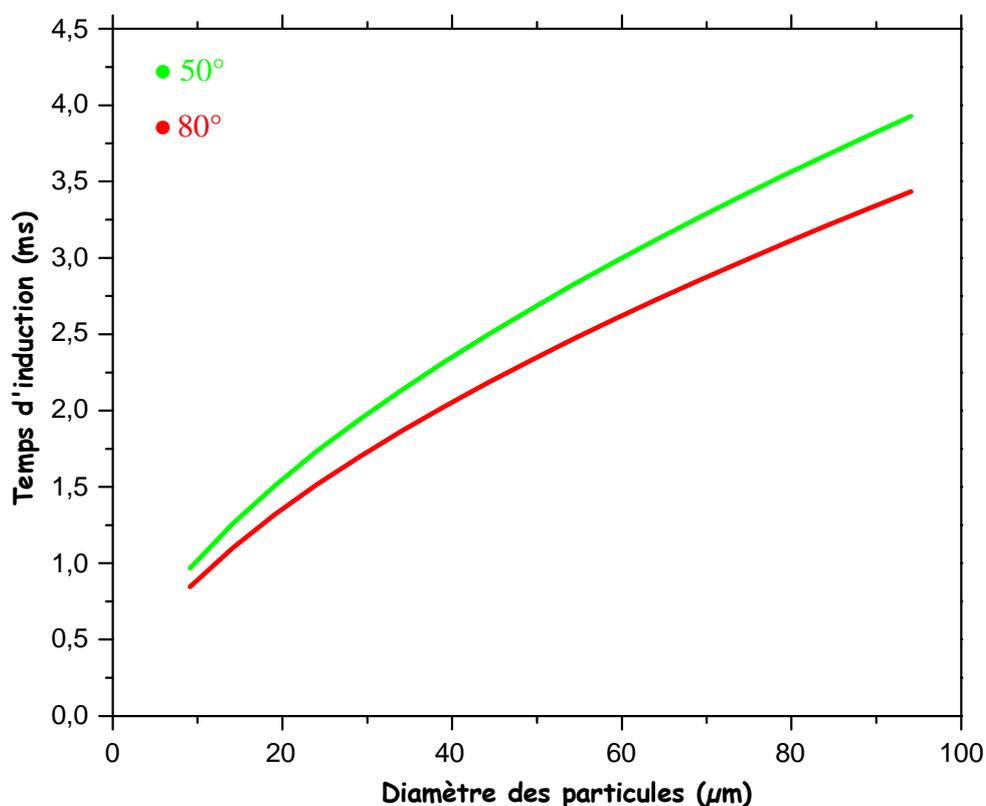


Fig 4.22 : Variation du temps d'induction en fonction du diamètre des particules pour deux valeurs de l'angle de contact.

4. Angle de contact à l'équilibre de TPC :

4.1 Angle de contact d'une surface solide plane :

Quelques résultats de l'angle de contact de plusieurs systèmes liquide – solide – air calculés à partir de 4 modèles, sont illustrés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 4.2 : Valeurs de l'angle de contact pour différents systèmes calculés pour différents modèles.

Système – Air	Good Van	Owens-Wendt	Neuman	Fowke
Eau – Téflon	116.633	116.633	106.73	116.633
Eau – Polypropylène	110.470	110.470	94.369	110.470
Eau – Polyisobutylène	111.017	111.017	95.492	111.017
Eau – Quartz (traité DAHCl)	108.592	78.232	79.208	108.592
Eau – Polyéthylène	105.256	105.256	82.821	105.256
Eau – Nylon 7.7	102.263	102.263	75.437	102.263
Eau – Polyvinylchloride	82.622	89.367	65.798	99.141
Eau – Charbon	88.3626	100.998	72.130	100.998
Eau – Polyméthylmetacrylate	72.6691	100.526	70.768	100.526
Eau – Bentonite argileuse	37.4583	55.580	46.532	100.175
Glycérol – Téflon	102.489	102.489	98.620	102.489
Glycérol – Polyéthylène	87.3199	87.319	73.277	87.319
Ethanol – Téflon	48.308	48.308	35.468	48.308
Toluène–Polypropylène Corona traitée	13.656	13.656	26.165	13.656
Méthanol – Téflon	50.871	50.871	35.880	50.871
Méthylèneiodide – Polystèrene	35.061	35.061	36.618	35.061
Cis Decalin – Polyisobutylène	40.335	40.335	41.242	40.335
Formamide –Talc	45.487	51.318	49.993	71.521
Ethylène Glycol – Téflon	91.999	91.999	82.827	91.999

En comparaison avec les résultats expérimentales, on peut conclure que les modèles de *Good Van Oss* et de *Fowkes* s'appliquent bien pour les surfaces possédant une énergie libre de surface moyenne et faible, par conséquent les modèles de *Owens et Wendt* et de *Neumann* s'appliquent bien pour les surface solides ayant une énergie libre faible (Téflon, Polyisobutylene, Polypropylène,.. etc), mais pour les surfaces ayant une énergie moyenne

(Carbonate de Calcium, Polyméthylmétacrylate (PMMA)), ces modèles donnent des divergences en comparaison avec le modèle de **Good Van Oss**, et en même temps divergent avec les résultats expérimentales. Donc, on peut conclure que le modèle de **Good Van Oss** s'applique bien pour les surfaces de grande hydrophobicité, par conséquent les valeurs des angles de contact d'une surface plane utilisées dans notre calcul des angles de contact des surfaces sphériques est présent celles du modèle de **Good Van Oss**. En concordance, avec ces résultats on peut évaluer un diagramme du degré d'hydrophobicité pour le système solide – eau – air.

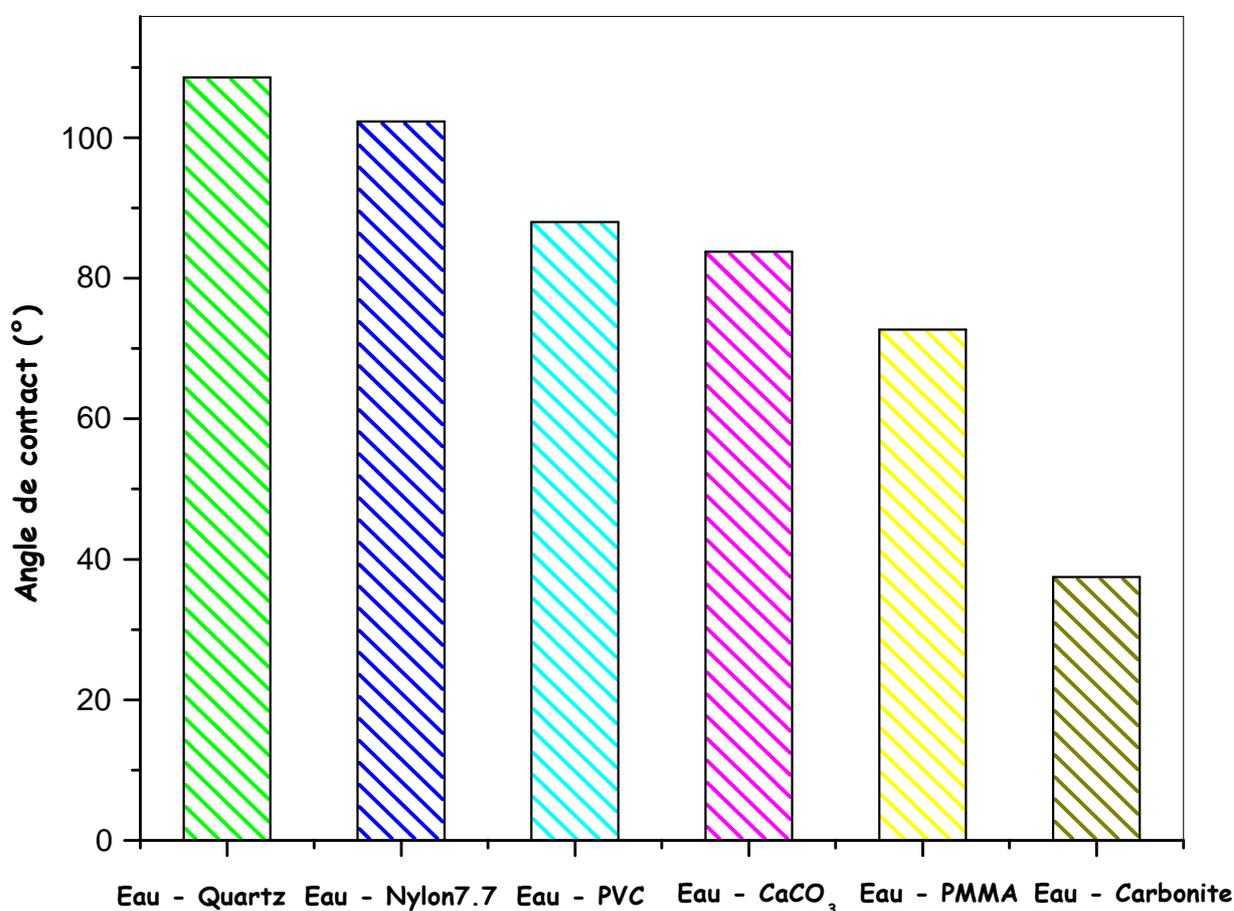


Fig 4.23 : Valeurs calculées de l'angle de contact des surfaces solides planes pour différents systèmes.

4.2 Angle de contact à l'équilibre de TPC d'une surface sphérique :

4.2.1 Méthode de Newton pour un système de deux équations :

Soient θ_n , α_n une solution approchée du système des équations :

$$F(\theta, \alpha) = \sin \alpha \sin(\alpha - \theta) - \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{R_p}{l_c} \right\}^2 \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_L} \right) - \left(\frac{2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha}{4} \right) \right] = 0 \quad (4.2)$$

$$G(\theta, \alpha) = \cos \theta - \cos \theta^0 - \frac{k^0}{R_p \gamma} \cot \alpha = 0 \quad (4.3)$$

où F et G sont des fonctions continûment dérivables. En posant :

$$\theta = \theta_n + h_n ; \quad \alpha = \alpha_n + k_n$$

On a

$$F(\theta_n + h_n ; \alpha_n + k_n) = 0$$

$$G(\theta_n + h_n ; \alpha_n + k_n) = 0$$

En appliquant la formule de Taylor et en se bornant aux termes linéaires par rapport à h_n et k_n , on a :

$$\begin{cases} F(\theta_n, \alpha_n) + h_n F'_x(\theta_n, \alpha_n) + k_n F'_y(\theta_n, \alpha_n) = 0 \\ G(\theta_n, \alpha_n) + h_n G'_x(\theta_n, \alpha_n) + k_n G'_y(\theta_n, \alpha_n) = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Si le Jacobien :

$$J(\theta_n, \alpha_n) = \begin{vmatrix} F'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & F'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \\ G'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & G'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \end{vmatrix} \neq 0 \quad (4.5)$$

Le système 4.5 mène à :

$$h_n = - \frac{1}{J(\theta_n, \alpha_n)} \begin{vmatrix} F(\theta_n, \alpha_n) & F'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \\ G(\theta_n, \alpha_n) & G'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \end{vmatrix} \quad (4.6)$$

$$k_n = - \frac{1}{J(\theta_n, \alpha_n)} \begin{vmatrix} F'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & F(\theta_n, \alpha_n) \\ G'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & G(\theta_n, \alpha_n) \end{vmatrix} \quad (4.7)$$

Par conséquent, on peut poser :

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{1}{J(\theta_n, \alpha_n)} \begin{vmatrix} F(\theta_n, \alpha_n) & F'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \\ G(\theta_n, \alpha_n) & G'_\alpha(\theta_n, \alpha_n) \end{vmatrix} \quad (4.9)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - \frac{1}{J(\theta_n, \alpha_n)} \begin{vmatrix} F'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & F(\theta_n, \alpha_n) \\ G'_\theta(\theta_n, \alpha_n) & G(\theta_n, \alpha_n) \end{vmatrix} \quad (4.10)$$

($n = 0, 1, 2, \dots$)

Les approximations initiales θ_0 et α_0 sont grossières.

10.2.2 Résultats de calcul :

Nous avons utilisés comme c'est déjà mentionné la méthode de *Newton* pour la résolution du système des deux équations, voici quelques résultats :

Tableau 4.3 : Valeurs de l'angle de contact des surfaces solides sphériques.

Rayon de la particule (μm)	Densité	Angle d'une surface plane	Angle d'une surface sphérique
10	2.65	10	22.13
10	2.65	15	24.1
10	2.65	20	26.80
10	2.65	30	33.84
10	2.65	40	42.28
10	2.65	50	51.40
10	2.65	60	60.87
10	2.65	60	60.87
20	2.65	60	60.45
30	2.65	60	60.30
40	2.65	60	60.23
50	2.65	60	60.18
80	2.65	60	60.13
90	2.65	60	60.10
10	2.65	40	42.30
20	2.65	40	41.19
30	2.65	40	40.81
40	2.65	40	40.61
50	2.65	40.1	40.0002

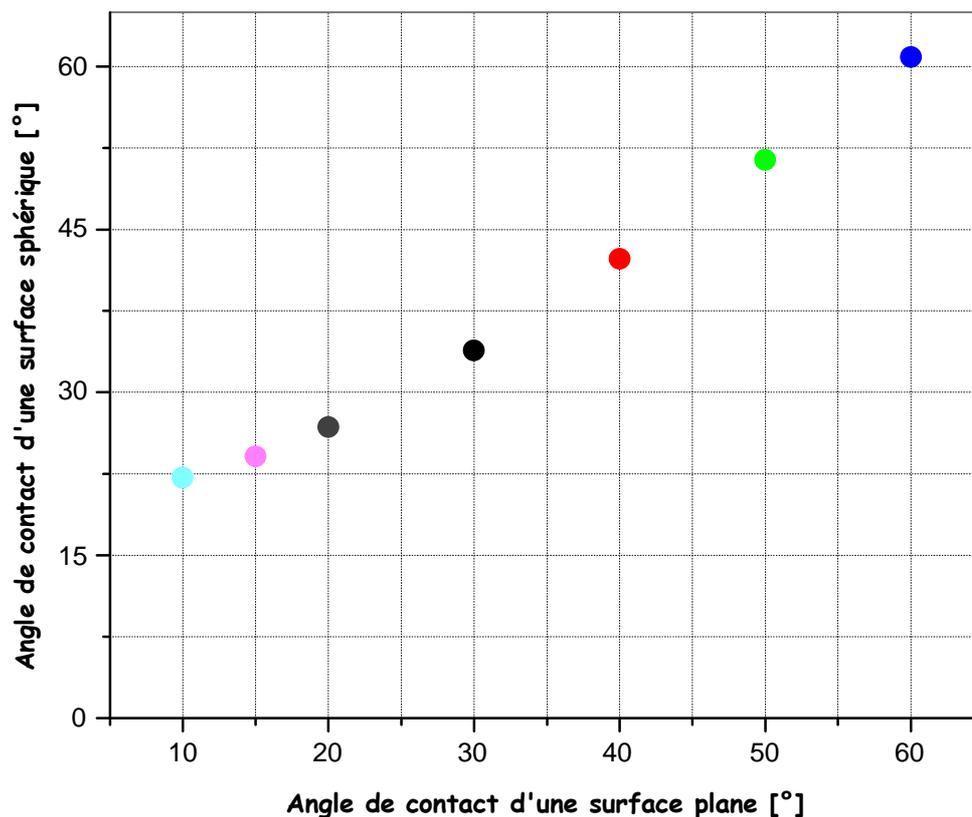


Fig 4.24 : Différence de l'angle de contact pour une surface sphérique et une surface plane d'un solide de diamètre $20\mu m$ et de densité $2.65g/cm^3$

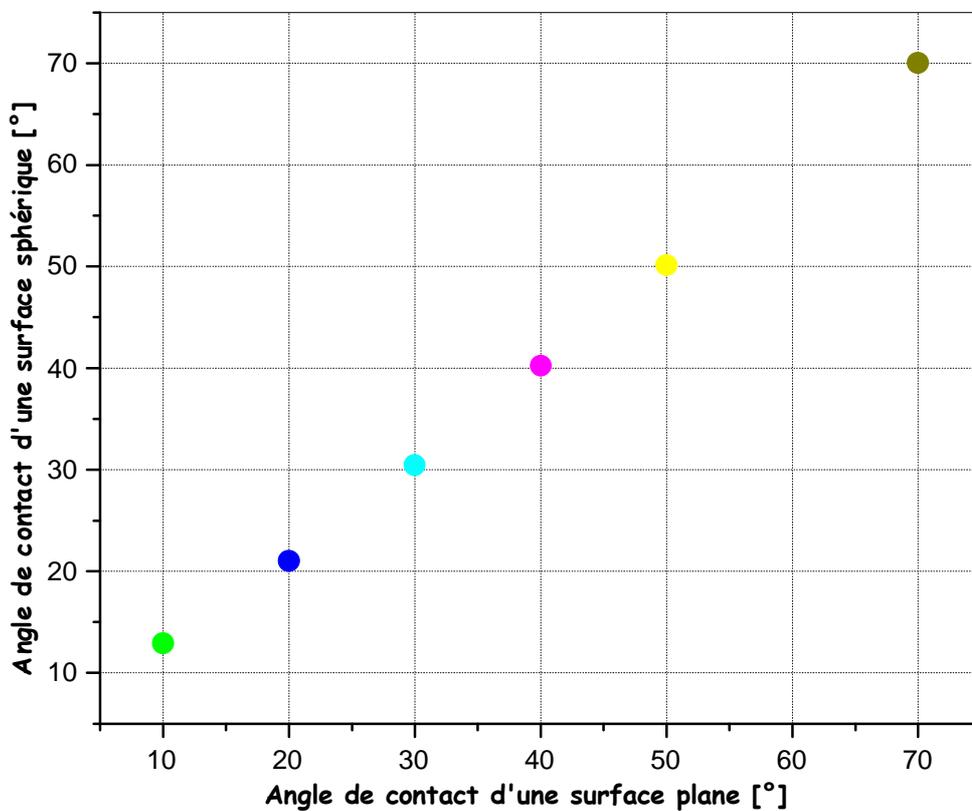


Fig 4.25 : Différence de l'angle de contact pour une surface sphérique et une surface plane d'un solide de diamètre $120\mu m$ et de densité $2.65g/cm^3$

On peut remarquer que quand la particule sphérique et de petite taille l'angle de contact d'une surface sphérique et plus grand que celui d'une surface plane, puis il demeure presque constant au delà de 40°, mais plus la taille de la particule est grande, c'est presque on trouve les même valeurs des angles de contact comme le montre les graphes des figures 4.24 et 4.25.

Tableau 4.4 : Valeurs de l'angle de contact montrant l'effet de la taille des particules sur l'angle de contact.

Rayon de la partic	Densité	Angle d'une surface p	Angle d'une surfa sphérique
10	2.65	10	22.13
10	2.65	20	26.79
100	2.65	10	12.90
100	2.65	20	20.999

Si dans le procédé de flottation, on prend deux particules de même composition, et de même densité mais de tailles différentes, donc ils possèdent le même angle de contact quand la surface est plane, mais l'angle de contact quand la surface est sphérique diffère, car l'angle de contact pour une petite particule est plus grand que celui d'une grande particule, comme le montre le tableau 4.4.

5. Efficacité d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle:

Les interactions d'attachement et de détachement sont des étapes décisives dans la rencontre particule – bulle dans la flottation, mais leur compréhension est très difficile à cause des différents phénomènes qui sont contrôlés avec un certains nombres de facteurs incluant la chimie et la chimie physique de surface des particules et des bulles d'air. Chacun de ces facteurs est difficile à mesurer et modeler mathématiquement. Les modèles développés jusqu'ici incluant les paramètres explicites permettant ainsi de prévoir leurs influences sur l'efficacité globale de l'interaction particule – bulle, et de ce fait sur la cinétique de flottation des particules solides.

Dans les vrais systèmes de flottation le détachement pose un grand problème pour les particules grossières, à cause de leurs poids et de l'effet de l'intensité de la turbulence qui cause la déstabilisation de l'agrégat particule – bulle. Mais par conséquent l'augmentation de l'intensité de turbulence favorise l'augmentation de la récupération des particules de taille intermédiaire par suite de l'augmentation de l'efficacité de collision.

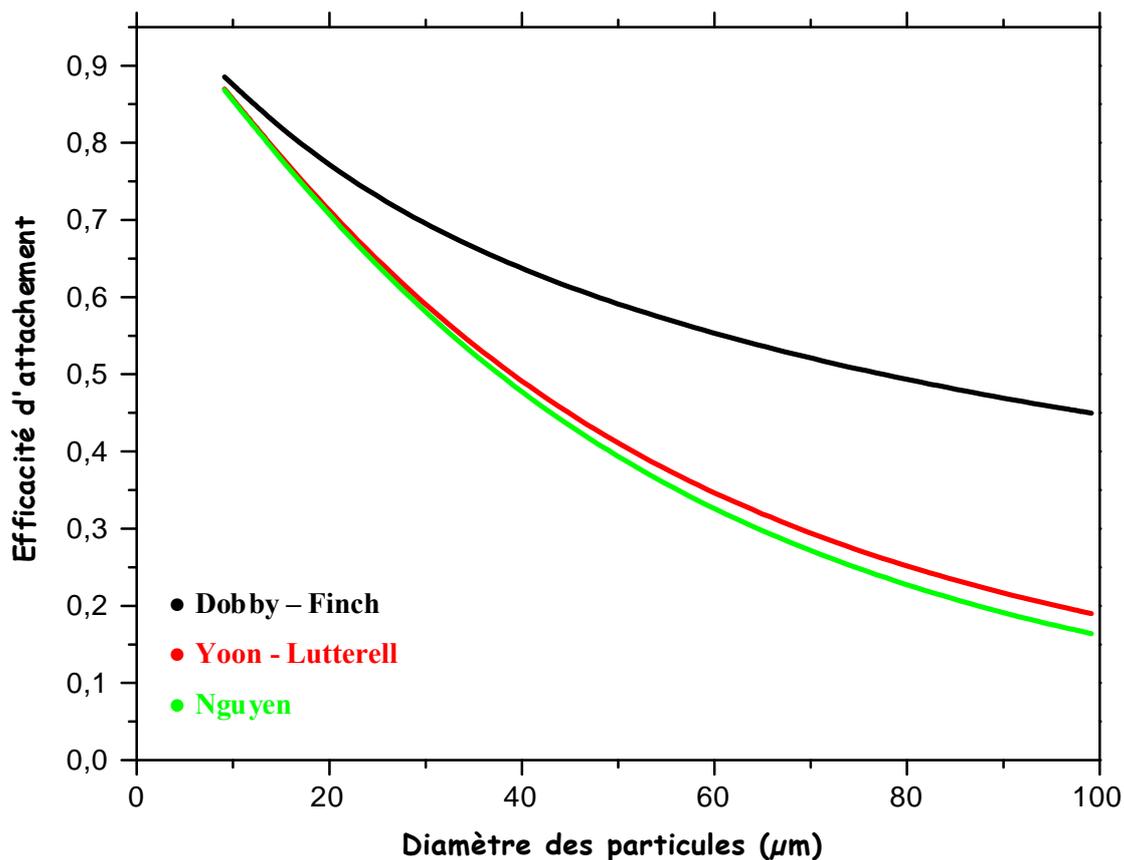


Fig 4.26 : Efficacité d'attachement en fonction du diamètre des particules pour un écoulement potentiel pour 3 modèles différents.

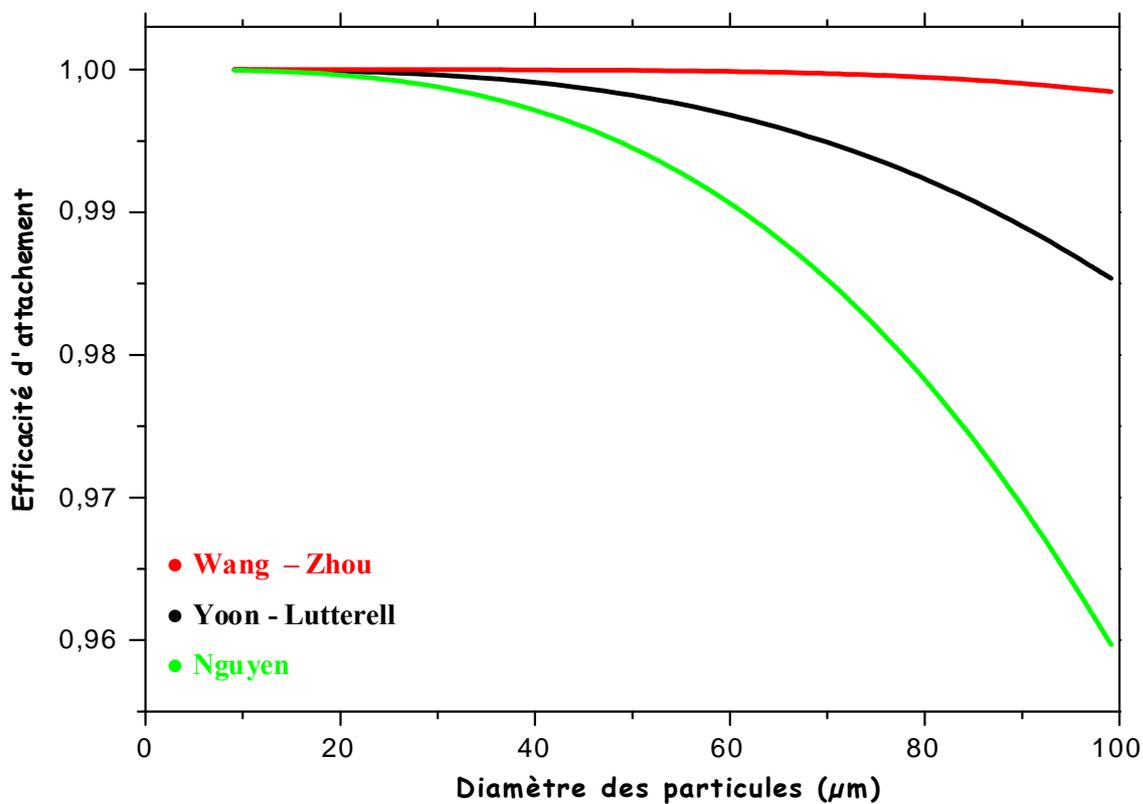


Fig 4.27 : Efficacité d'attachement en fonction du diamètre des particules développée pour un écoulement de Stokes pour 3 modèles différents.

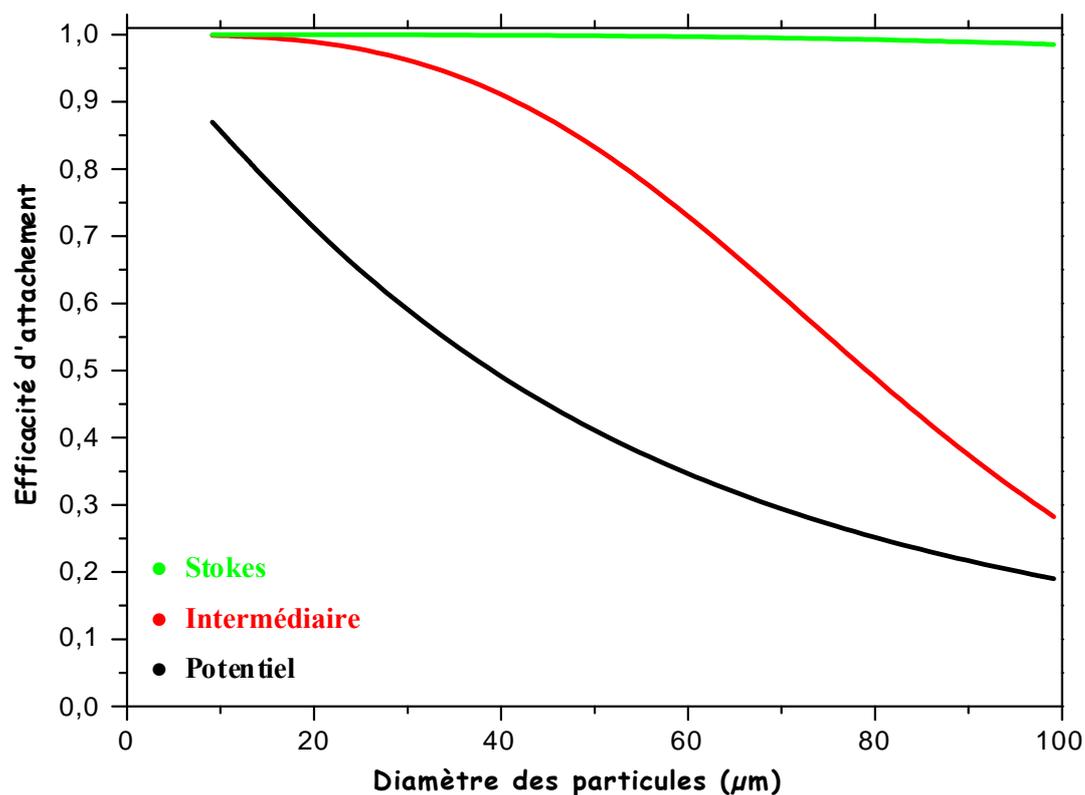


Fig 4.28: Efficacité d'attachement en fonction du diamètre des particules pour différents régimes d'écoulement selon le modèle de **Yoon** et **Lutterell**, avec $d_B = 0.12 \text{ cm}$, $\theta = 80^\circ$.

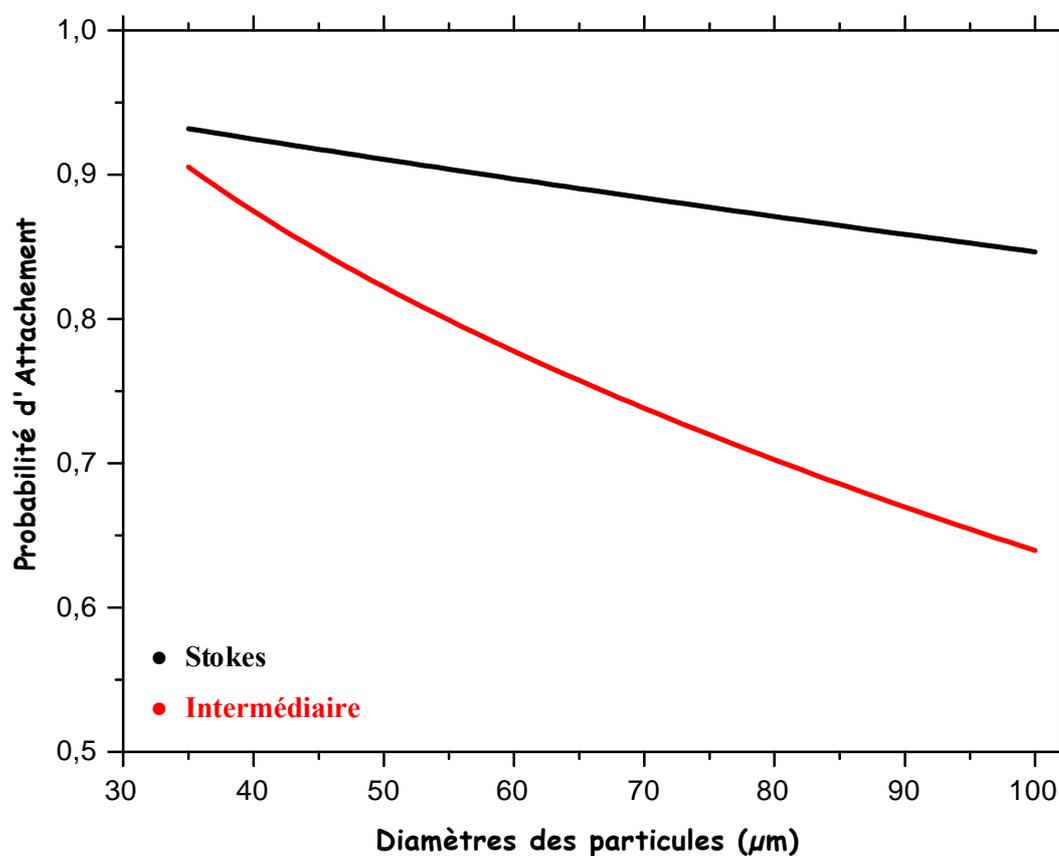


Fig 4.29 : Probabilité d'attachement en fonction du diamètre des particules pour deux régimes différents selon le modèle de **Bloom** et **Heindel**, avec $d_B = 0.12 \text{ cm}$.

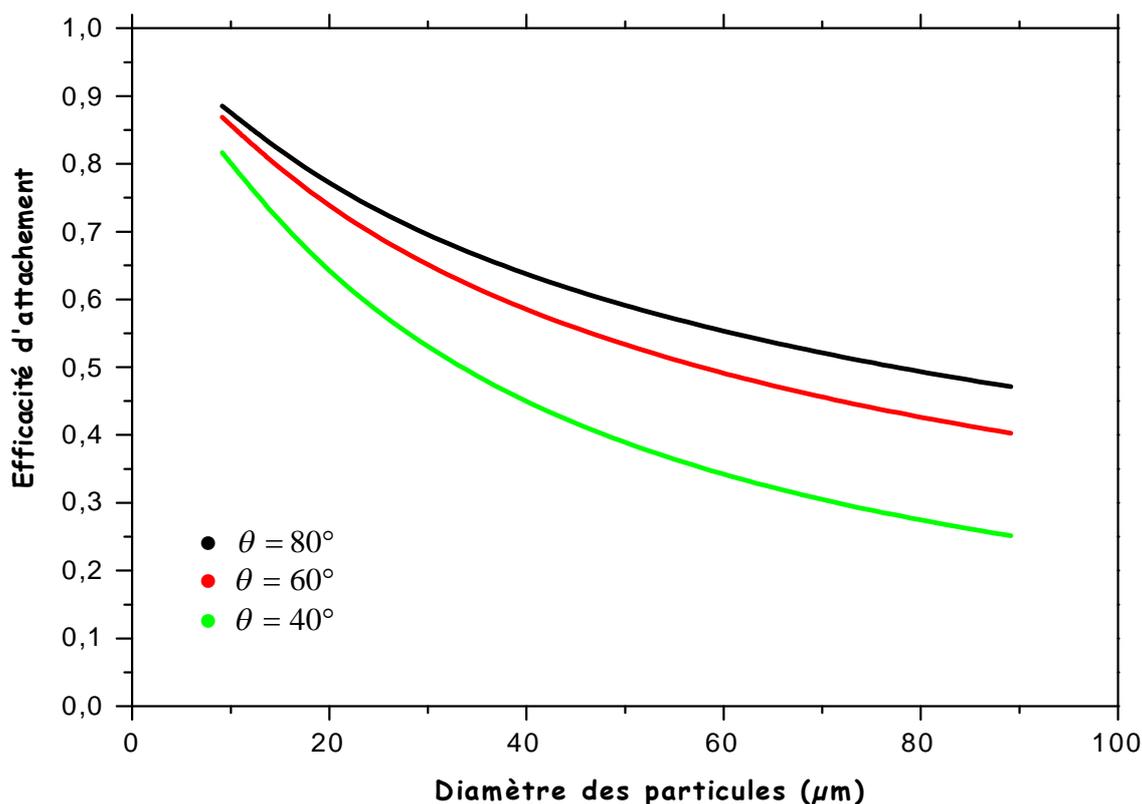


Fig 4.30 : Effet de l'hydrophobicité de surface de la particule de quartz sur l'efficacité d'attachement selon le modèle de **Dobby et Finch**, avec $d_B = 0.12 \text{ cm}$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$.

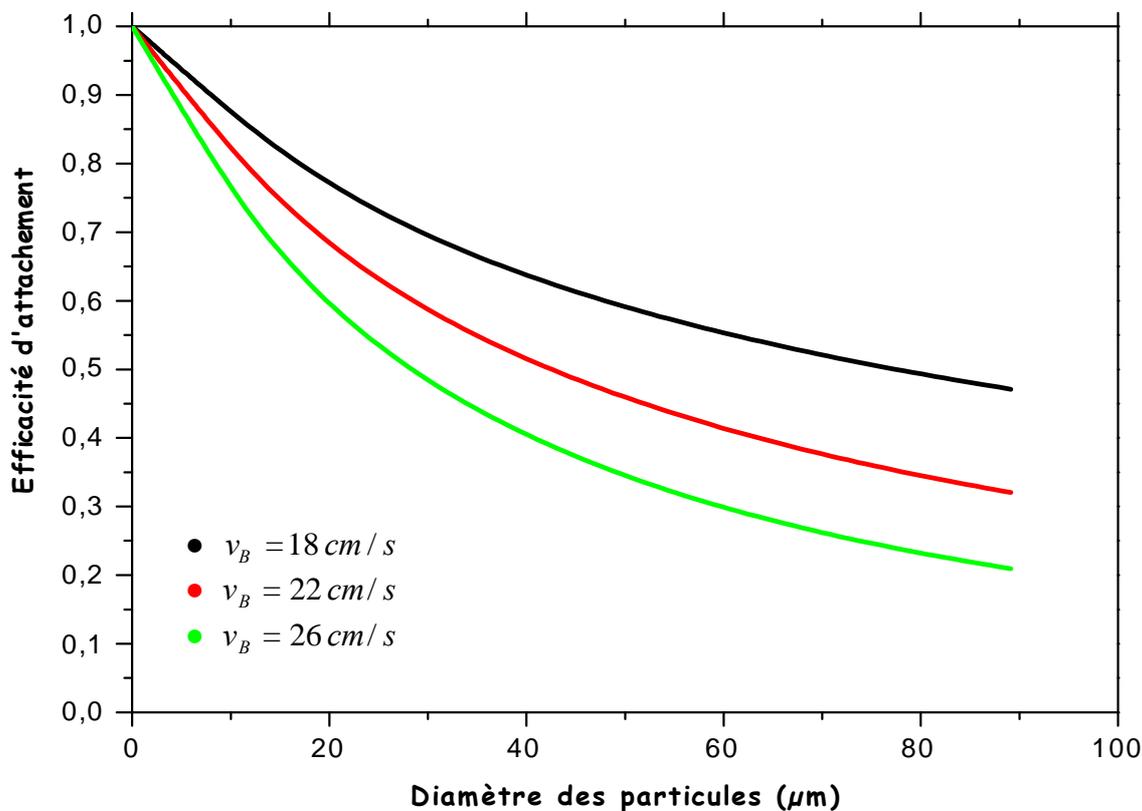


Fig 4.31 : Effet de la vitesse des bulles d'air sur l'efficacité d'attachement de la particule de quartz selon le modèle de **Dobby et Finch**, avec $d_B = 0.12 \text{ cm}$, $\theta = 80^\circ$.

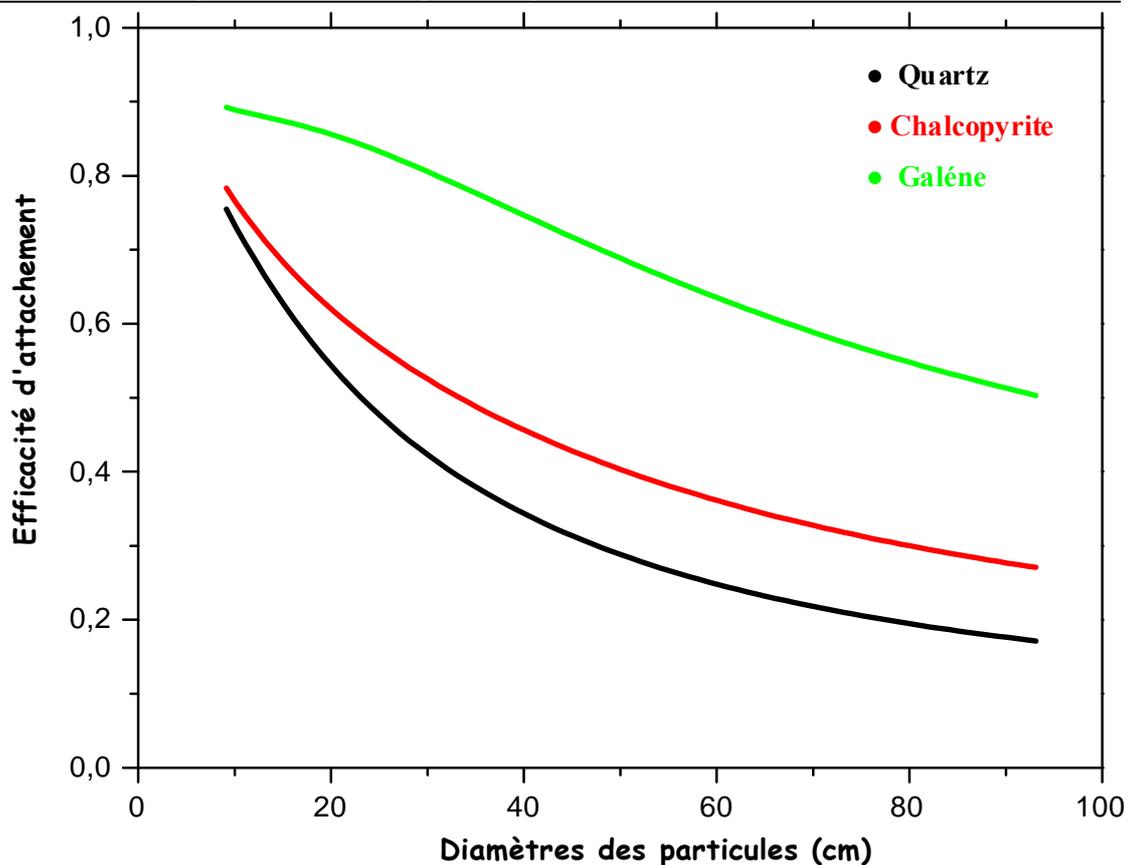


Fig 4.32 : Effet de la densité des particules solides sur l'efficacité d'attachement de la particule de quartz selon le modèle de **Dobby et Finch**, avec $d_B = 0.08 \text{ cm}$, $\theta = 80^\circ$.

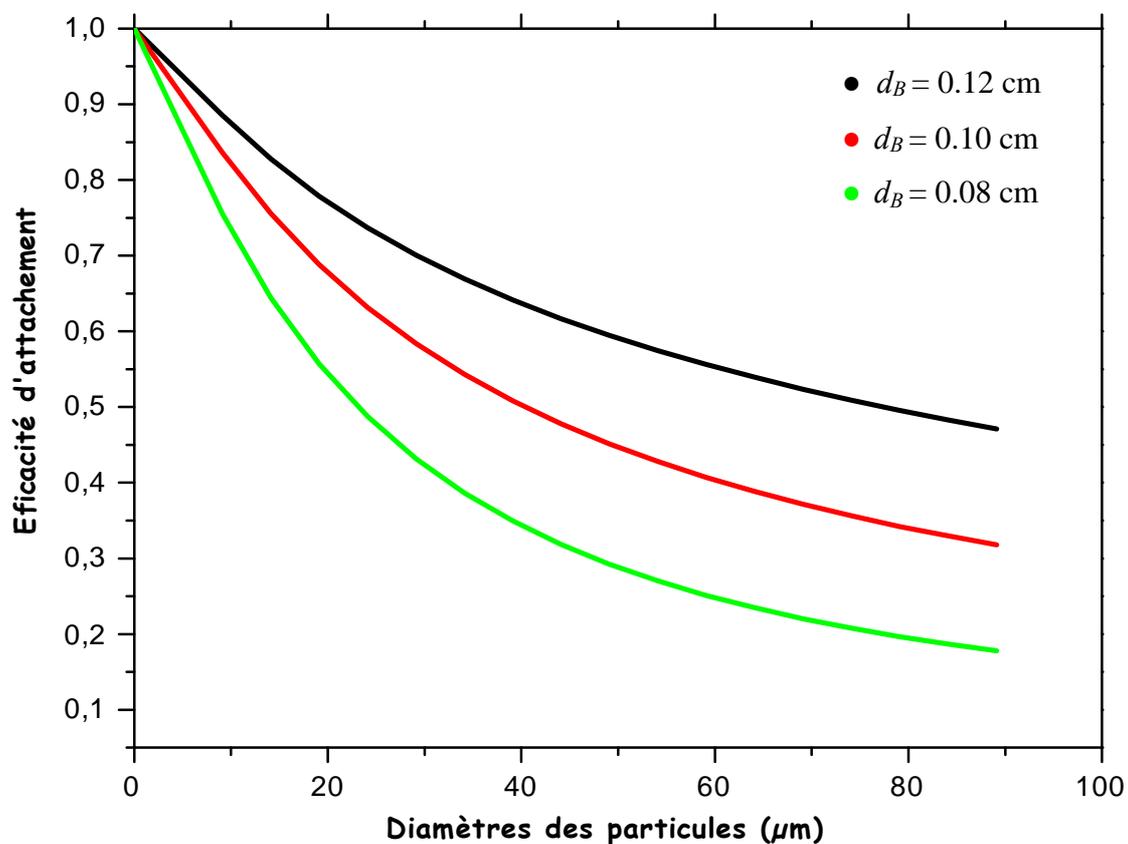


Fig 4.33 : Effet de la taille des bulles d'air sur l'efficacité d'attachement de la particule de quartz selon le modèle de **Dobby et Finch**, avec $\theta = 80^\circ$.

La différence de calcul montrée dans les modèles de calcul de l'efficacité ou la probabilité d'attachement, est indiquée dans les figures 4.26 et 4.27. Une étude complète s'avère impossible, et en fonction de la complexité du problème, le phénomène est simplifié selon les conditions de l'expérience par choix des forces exercées par le fluide sur le système particule – bulle, et les forces de surface, des conditions de flottation en absence ou en présence des collecteurs, et de l'angle de l'impact. Tous les modèles estiment de l'efficacité d'attachement diminue en fonction de la croissance de la taille des particules solides, ou par suite de plusieurs facteurs :

1- Dans la figure 4.1 la vitesse des particules solides croit en fonction de la croissance de leurs tailles, par conséquent leurs vitesses de glissement au dessus de la surface de la bulle d'air seraient plus grandes. Dans la figure 4.18 on remarque que les particules de grandes tailles possèdent un temps de glissement plus court que celui des particules de petites tailles, qui en effet diminue la probabilité d'attachement sachant que plus le temps de glissement est grand alors les étapes de drainage et de rupture du film liquide mince sont de plus en plus probables, la chose qui favorise plus l'attachement.

2- Les petites particules éprouvent un temps d'expansion plus court que celui des particules de grandes tailles, le facteur qui favorise plus l'attachement comme c'est déjà expliqué dans calcul du modèle de **Stechemesser** (fig 4.20).

3- La figure 4.22 montre que le temps d'induction augmente en fonction de l'augmentation de la taille des particules, et diminue en augmentant l'hydrophobicité de leurs surfaces; qui est en concordance avec les résultats expérimentales qui révèlent que le temps d'induction augmente pour les particules de traitement insuffisant par les collecteurs ce qui diminue l'intensité des forces hydrophobes par suite de diminution de l'angle de contact.

4- Les particules solides de petites tailles, possèdent un angle de contact plus grand que celui des particules de grandes tailles comme indiquées dans les figures 4.24 et 4.25.

Les figures 4.28 et 4.29 montrent une efficacité plus grande pour un écoulement de Stokes que celle des deux autres régimes. Pour un régime de Stokes la valeur de l'angle d'adhésion pour les mêmes vitesses est plus grande pour celle des autres régimes démontrés par les figures 4.34 et 4.35.

Pour un angle d'adhésion plus large, l'énergie cinétique de la particule serait plus petites parce qu'elle est déterminée par le composant normal de la vitesse du liquide dans l'approche de la particule vers la surface de la bulle d'air. La composante normale de la vitesse de la particule diminue en fonction de l'augmentation de cet angle. Par conséquent l'efficacité d'attachement augmente en fonction de l'augmentation de l'angle d'adhésion.

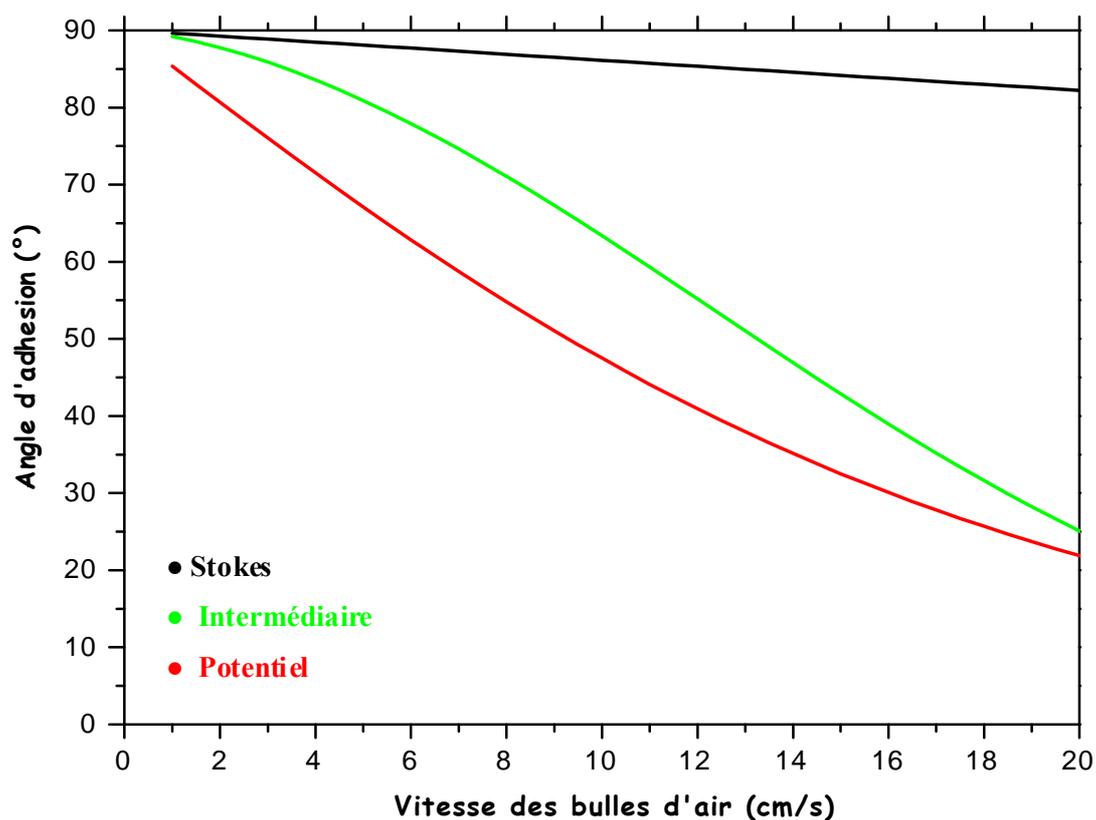


Fig 4.34 : Variation de la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la vitesse des bulles d'air, et l'effet du régime d'écoulement sur la valeur de cet angle $d_B = 0.12\text{cm}$, $\theta = 80^\circ$.

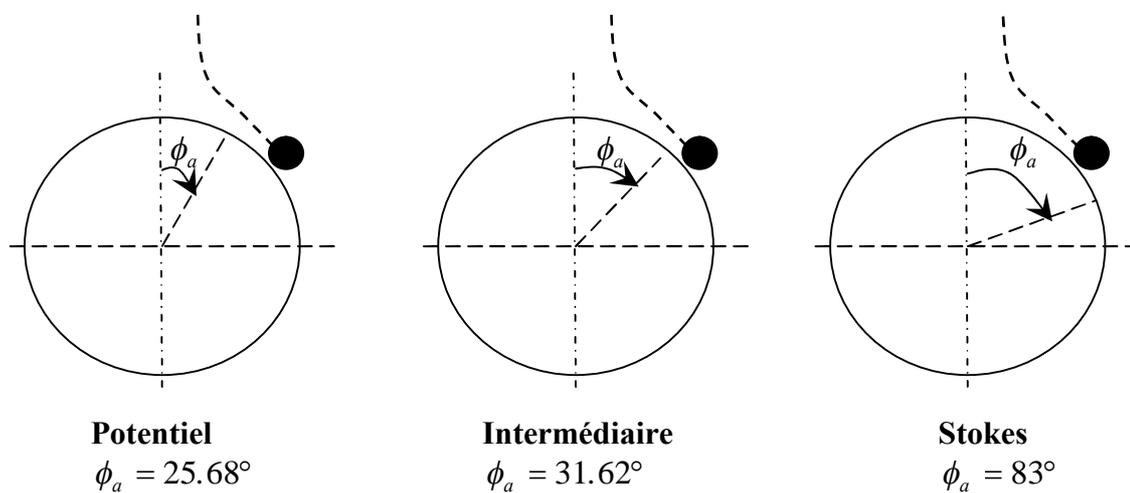


Fig 4.35 : Schéma montrant la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la vitesse des bulles d'air.

La figure 4.30 montre l'effet de l'angle de contact sur l'attachement particule – bulle. Une grande hydrophobicité de surface crée une forte attraction hydrophobe à cause de l'augmentation de l'énergie d'interaction et en conséquence la diminution de l'énergie potentielle totale entre la bulle et la particule. Elle favorise encore la cinétique de drainage, et la rupture du film liquide et facilite l'expansion du TPC dans un temps très court et par conséquent le temps d'induction serait plus court.

Dans la figure 4.31, l'augmentation de la vitesse des bulles d'air résulte d'une diminution de l'efficacité d'attachement pour les particules de plus en plus grandes qui sont plus affectées. Ceci est dû essentiellement à la diminution de l'angle d'adhésion en fonction de la croissance de la vitesse de la bulle d'air comme expliqué dans les figures 4.36 et 4.37.

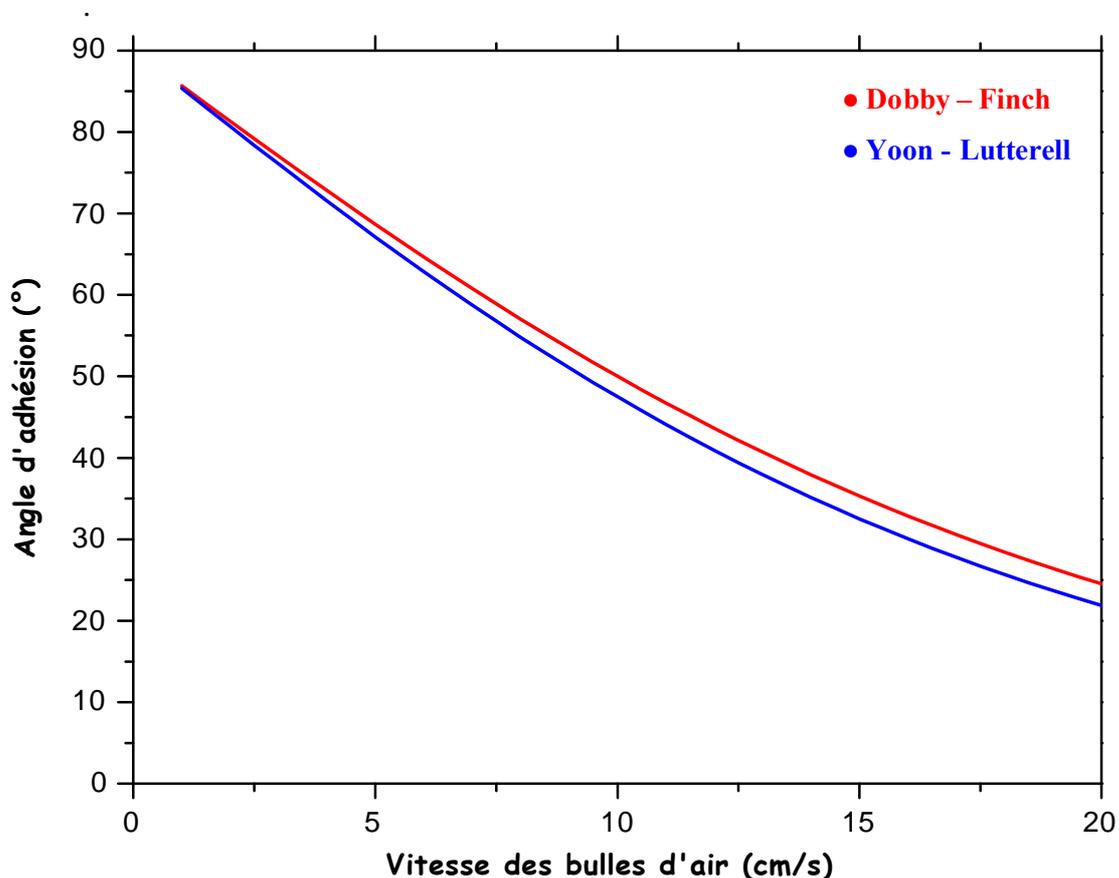


Fig 4.36 : Variation de la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la vitesse des bulles d'air, avec $d_B = 0.12\text{cm}$, $\theta = 80^\circ$.

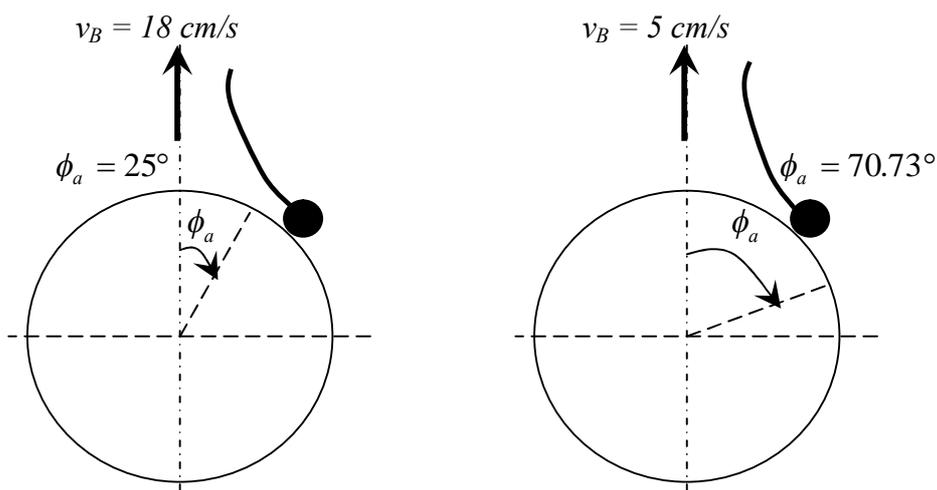


Fig 4.37 : Schéma montrant la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la vitesse des bulles d'air.

La figure 4.32 indique l'influence de la densité des particules sur l'efficacité d'attachement, elle augmente plus pour les particules de galène, en raison de l'influence de la densité ou de l'inertie sur l'angle maximal de collision comme le montre la figure ci-dessous.

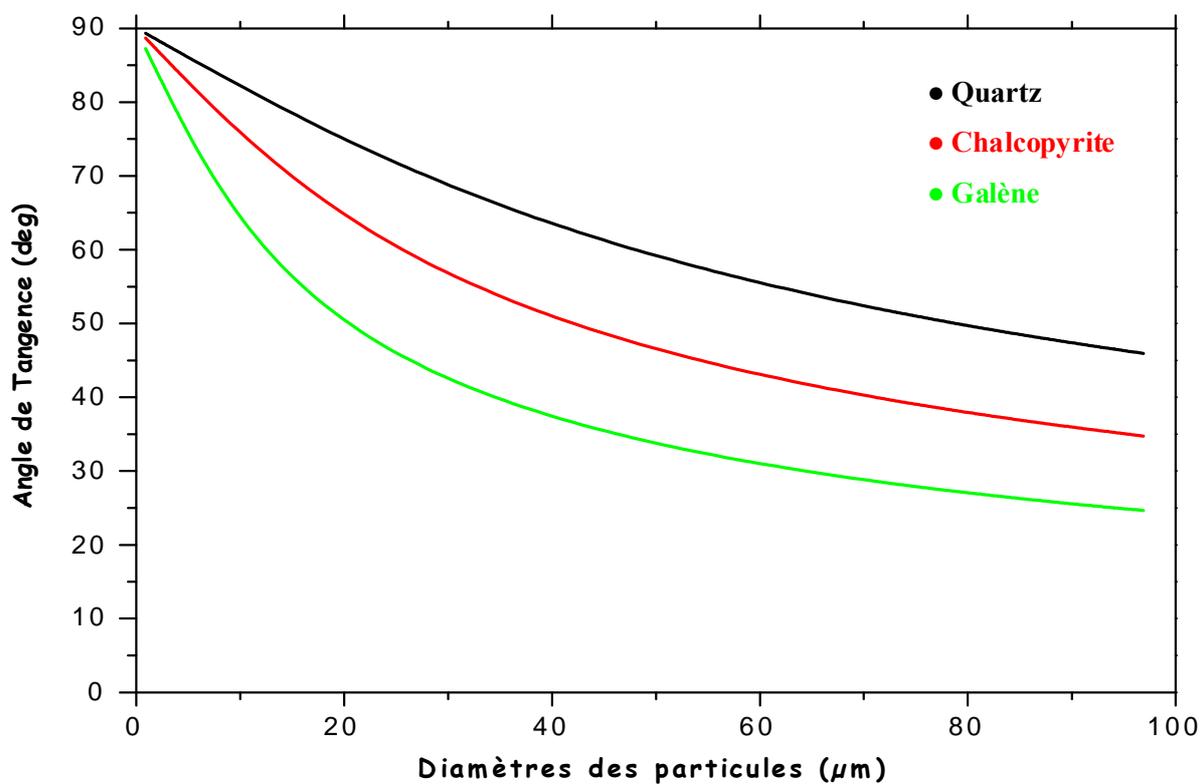


Fig 4.38 : Effet de la densité sur l'angle de tangence en fonction de la taille des particules.

Dans la figure 4.33 l'influence de la taille des bulles d'air sur l'efficacité d'attachement est montrée et expliquée en calculant la valeur de l'angle d'adhésion pour des bulles d'air de tailles différentes comme le montre les figures 4.39 et 4.40. D'un autre côté, plus la taille des bulles d'air est grande plus le temps de glissement est grand qui est un critère très important pour réussir un attachement parfait comme le montre la figure 4.19.

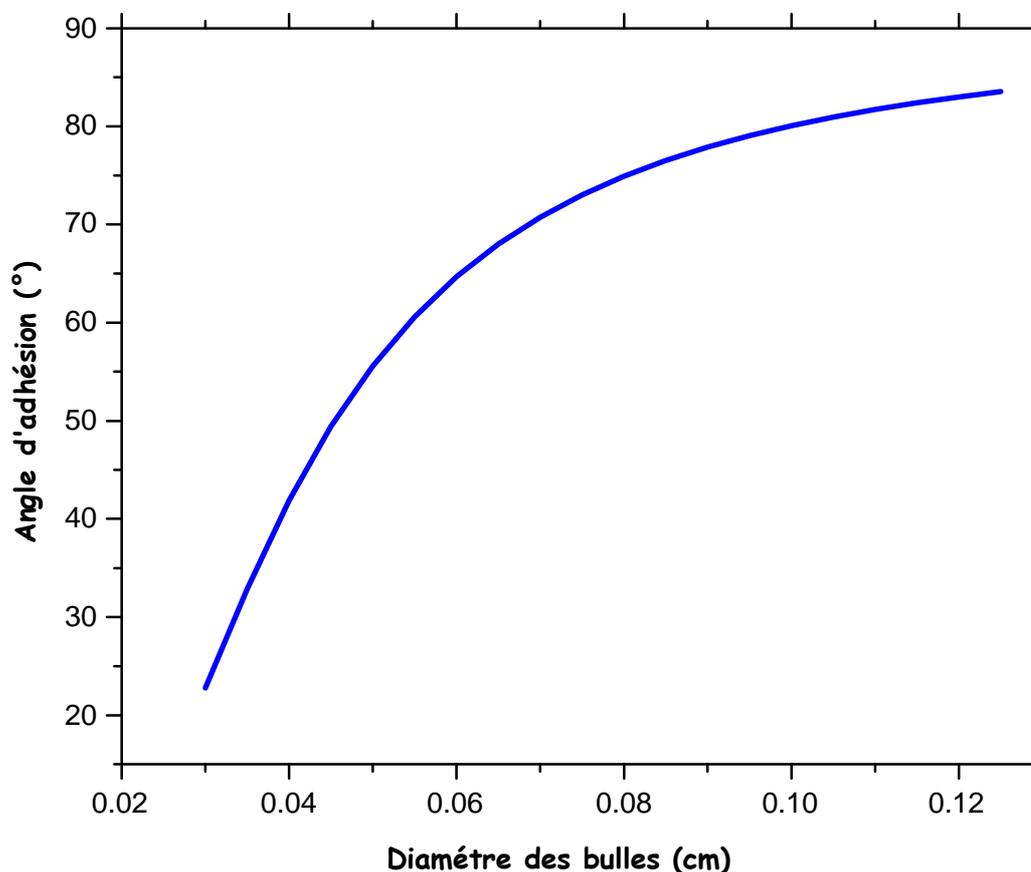


Fig 4.39 : Variation de la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la taille des bulles d'air $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$.

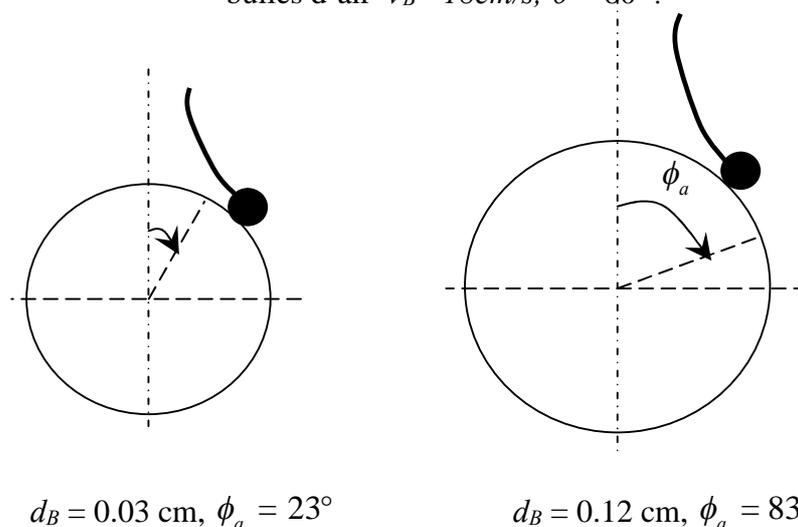


Fig 4.40 : Schéma montrant la valeur de l'angle d'adhésion en fonction de la taille des bulles d'air.

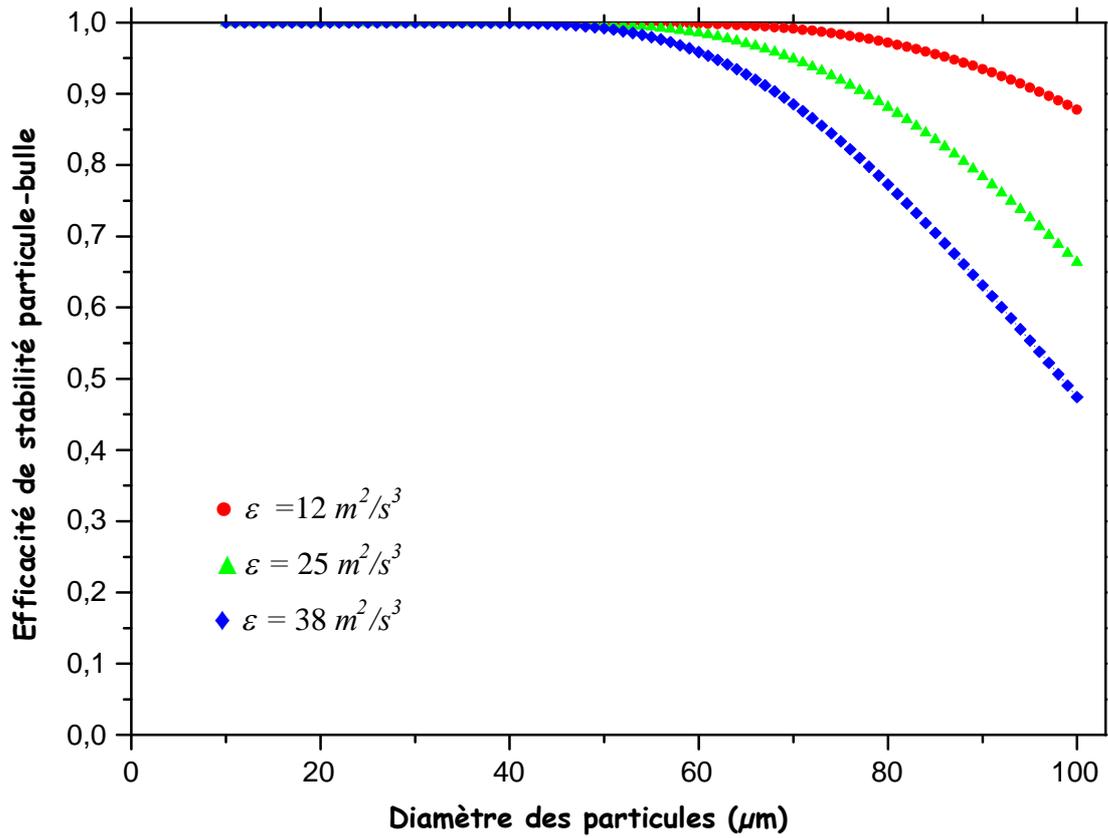


Fig 4.41 : Effet de la turbulence sur l'efficacité de la stabilité de l'agrégat particule – bulle de quartz, avec $d_B = 0.12\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$.

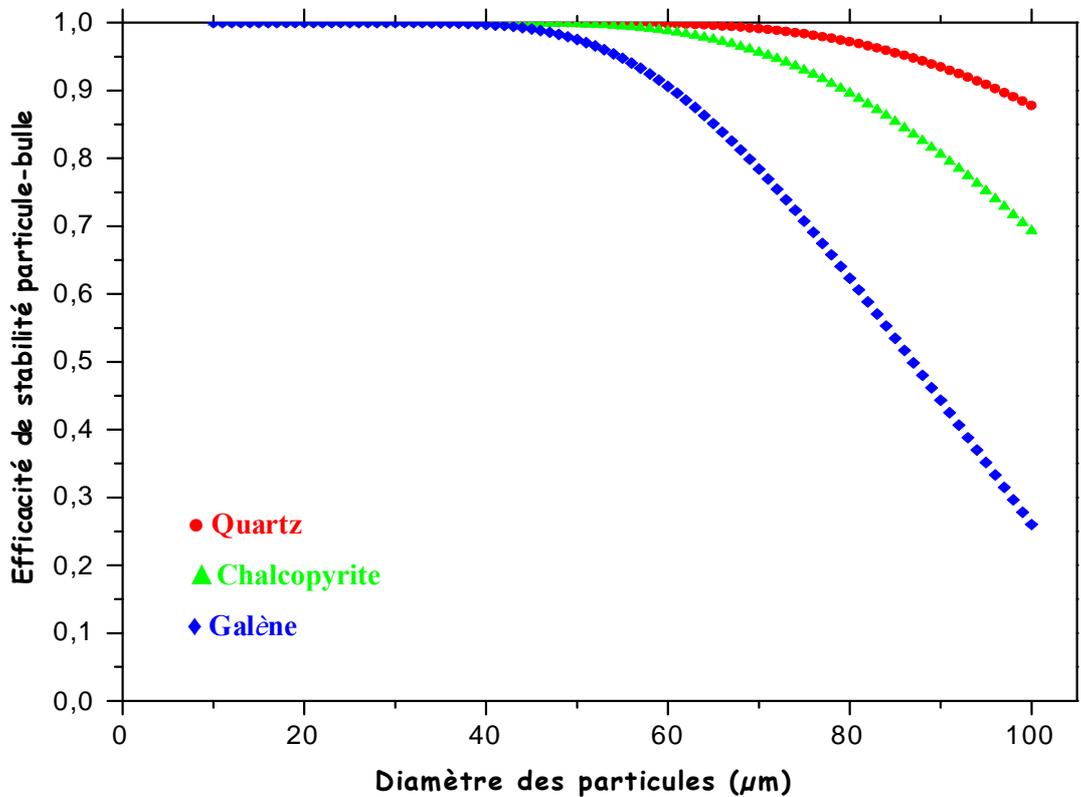


Fig 4.42 : Effet de la densité sur l'efficacité de la stabilité de l'agrégat particule – bulle, avec $d_B = 0.12\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 12 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

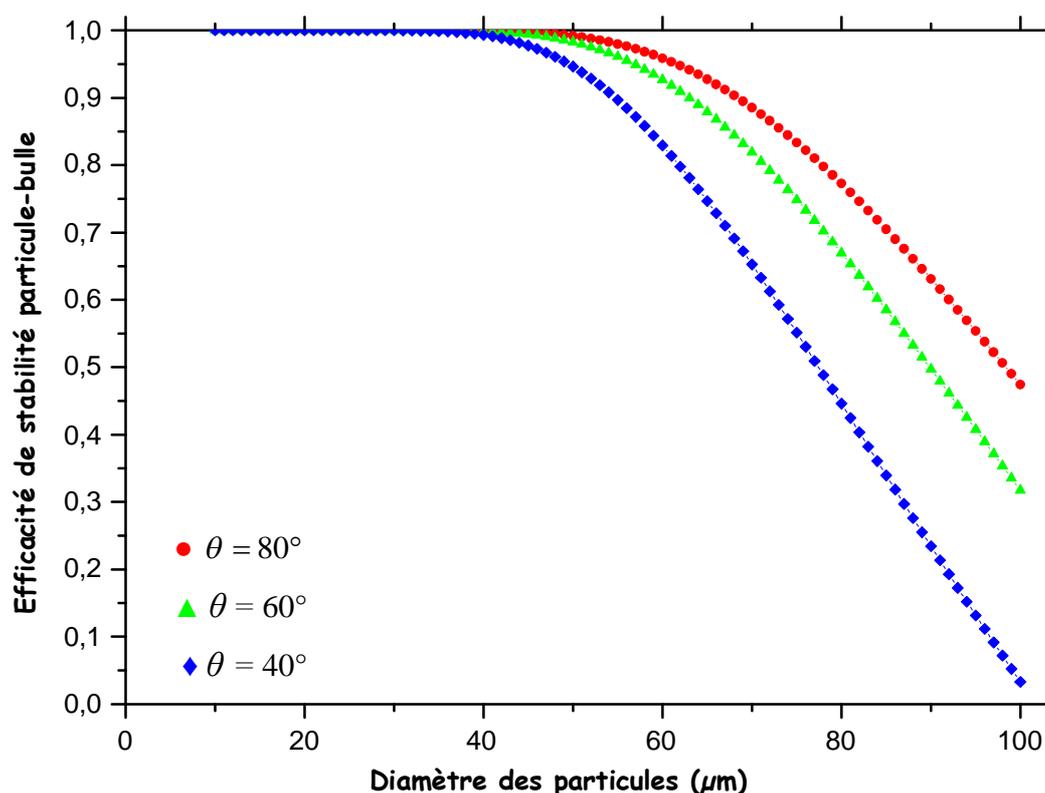


Fig 4.43 : Effet de l'hydrophobicité de surface sur l'efficacité de la stabilité de l'agrégat particule – bulle de quartz, avec $d_B = 0.12\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\varepsilon = 38\text{ m}^2/\text{s}^3$.

Tableau 4.5 : valeurs de la ténacité d'attachement d'une particule de diamètre $d_P = 50\ \mu\text{m}$ pour différentes valeurs de l'angle de contact.

Angle de contact ($^\circ$)	Ténacité de l'attachement
30	0,0809
40	0,1412
50	0,2157
60	0,3019
70	0,3974
80	0,4991
90	0,6040

Les figures 4.41 et 4.42 montrent l'évolution de l'efficacité de la stabilité de l'agrégat particule – bulle en fonction du diamètre des particules solides et explique l'influence des facteurs qui peuvent la déstabiliser et provoquer sa destruction à savoir la turbulence et la densité des particules. Les particules de petites tailles sont moins influencées en comparaison

avec celles de tailles de plus en plus grandes, c.-à-d. l'influence devient importante à partir d'un diamètre de particule égale à 50 μ m.

Dans la figure 4.43 la valeur de l'angle de contact influence beaucoup sur la stabilité de cet agrégat. Plus ce dernier est grand plus l'étape élémentaire de l'expansion de TPC fournit une aire de contact suffisamment large, c.-à-d. le rayon de mouillage serait plus grand menant à un pouvoir adhésif très important. En plus la ténacité de l'attachement des particules plus hydrophobe est plus grande que celles des particules modérément hydrophobes, comme le montre le tableau 4.5.

6. Efficacité de collection particule – bulle:

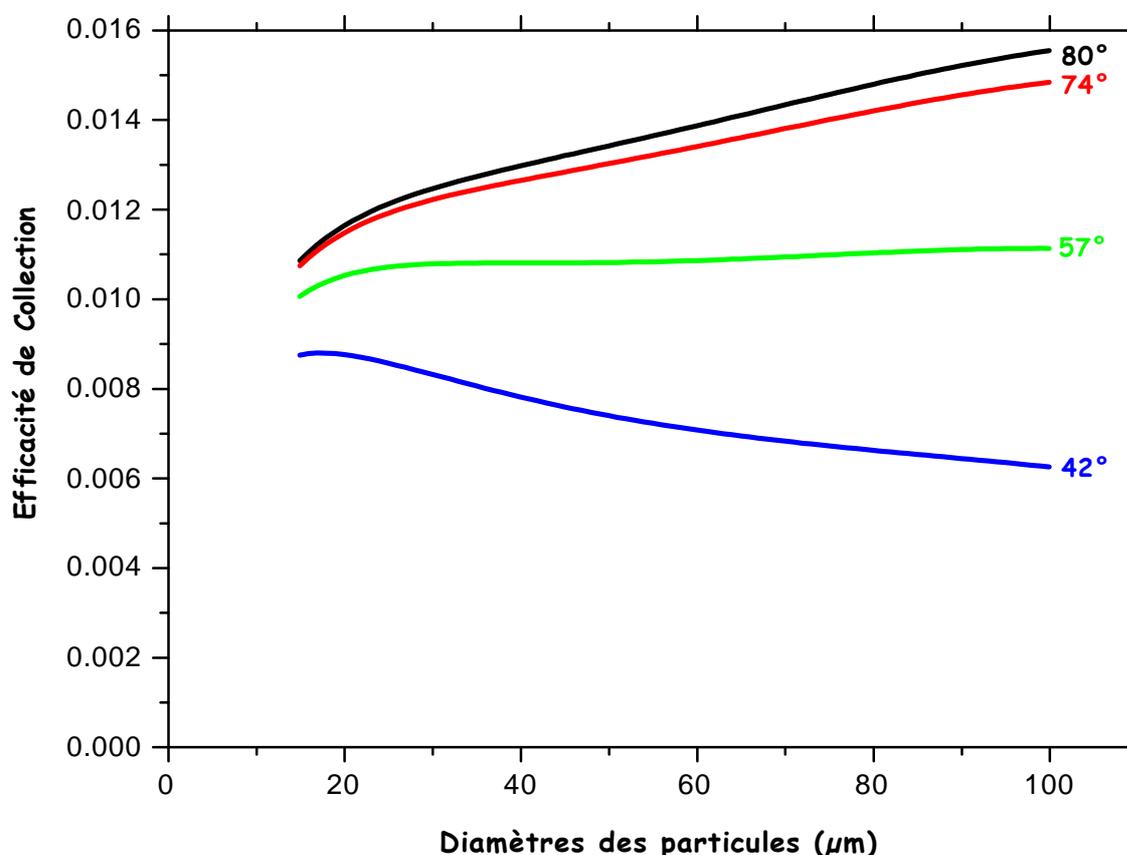


Fig 4.44 : Efficacité de collection en fonction du diamètre des particules de quartz pour différent angle de contact avec $d_B = 0.12\text{cm}$, $v_B = 18\text{ cm/s}$.

La figure 4.44 montre la variation de l'efficacité de collection définie par la relation (3.75) en fonction du diamètre des particules de quartz pour différents degrés d'hydrophobicités. Là où les particules sont fortement hydrophobe l'efficacité de collection croit parallèlement avec l'accroissement de la taille des particules, et diminue pour les particules modérément hydrophobes. Le degré auquel la taille des particules influence sur l'efficacité de collection

dépend de l'hydrophobicité de leurs surfaces. Plus l'hydrophobicité de surface augmente, l'efficacité de collection devient de plus en plus indépendante de la taille des particules. En particulier, à un angle très élevé, l'efficacité d'attachement serait égale à 1 indépendamment de la taille des particules [17].

7. Cinétique de flottation :

La prévision des constantes de cinétique de flottation du premier principe a de grande importance dans le domaine de traitement des minerais, parce que le taux de récupération des solides désiré leur dépend. Les processus de base qui régissent le taux de récupération, ou l'efficacité de collection (E_{coll}), des particules dans une cellule de flottation incluent les sous processus consécutif de collision d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle.

Dans le cadre de l'étude de la cinétique de flottation, le modèle général de flottation permet le calcul de la constante de cinétique de flottation des particules en fonction de leurs tailles. Ce modèle inclut la fréquence de collision entre les particules et les bulles, et leurs efficacités de collision, d'attachement, et de la stabilité de l'agrégat. En testant la validité et l'accord entre la théorie et l'expérience dans un milieu de régime turbulent, de bons résultats se sont révélés en appliquant pour l'efficacité collision, l'équation générale de Sutherland **EGS**, et pour l'efficacité d'attachement le modèle de **Dobby et Finch** [84,85]. Le modèle de l'efficacité de stabilité particule – bulle inclut les diverses forces agissant entre la bulle et la particule attachée, et il dépend principalement de l'angle de contact et de l'énergie de dissipation turbulente.

En utilisant les données expérimentales trouvées dans la littérature à savoir le débit de gaz, et le volume de la cellule de flottation, on peut ainsi tracer les courbes caractéristiques, en montrant l'influence des paramètres explicites sur la constante de la cinétique de flottation à savoir ; l'effet de la taille et la vitesse des bulles d'air, la taille et la densité des particules solides et l'effet de la variation de l'intensité de la turbulence.

Pour une étude comparative plus appropriée, dans le but de mieux connaître l'influence des forces d'inertie nous avons incorporer dans l'équation de la constante de cinétique de flottation, le modèle de l'efficacité de collision de **Sutherland** qui néglige l'effet de l'inertie des particules, et le modèle de **Nguyen** développé pour le calcul de l'efficacité d'attachement dans les conditions de régime potentiel.

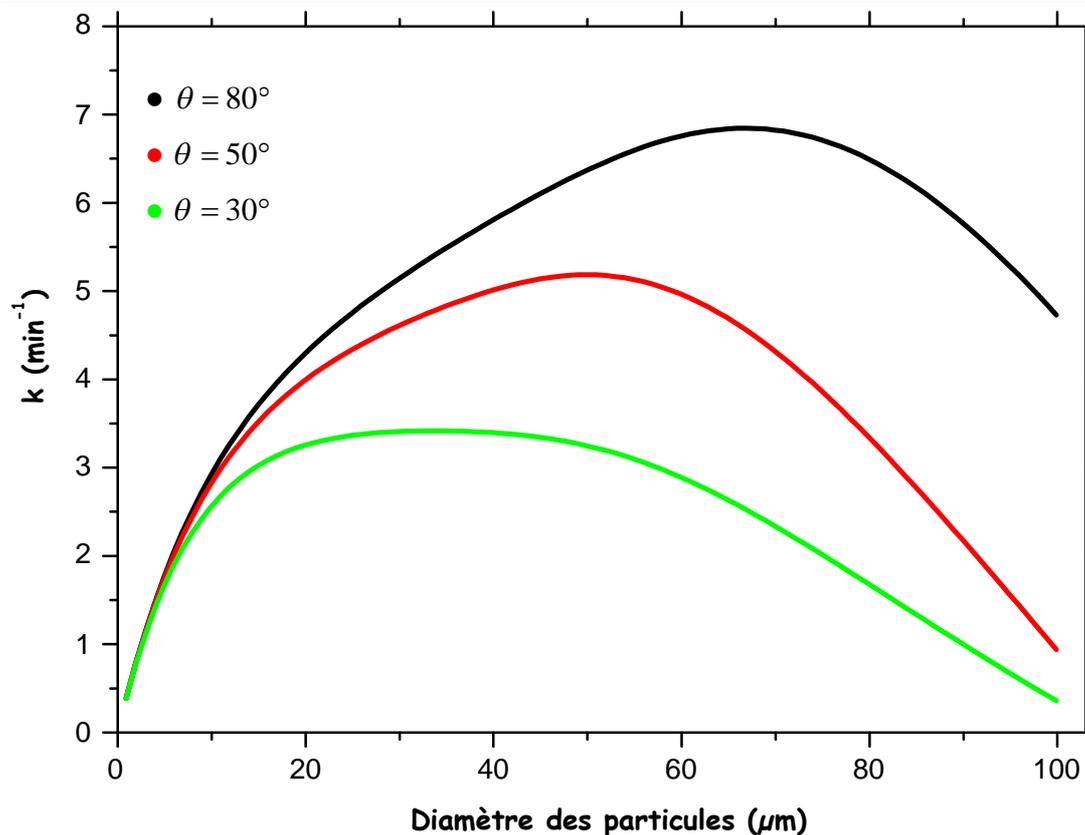


Fig 4.45 : Effet de l'hydrophobicité de surface sur la cinétique de flottation de la particule de quartz, avec $d_B = 0.14 \text{ cm}$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

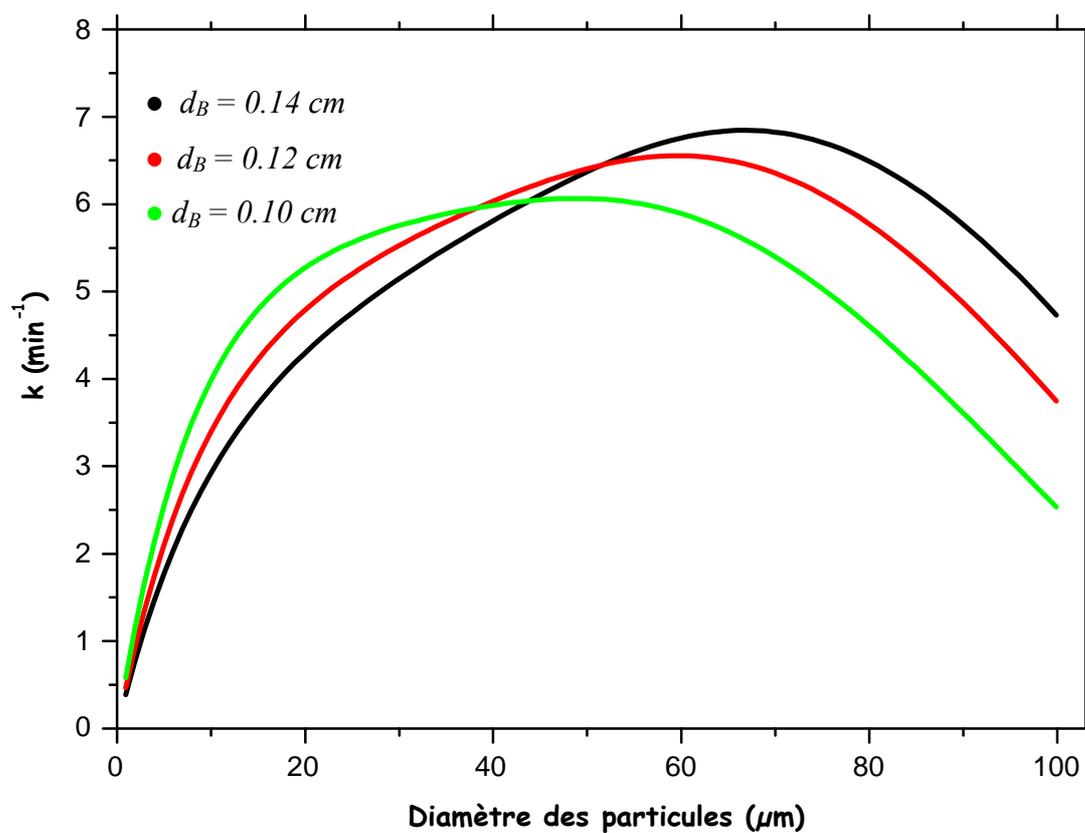


Fig 4.46 : Effet de la taille des bulles sur la cinétique de flottation de la particule de quartz, avec $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

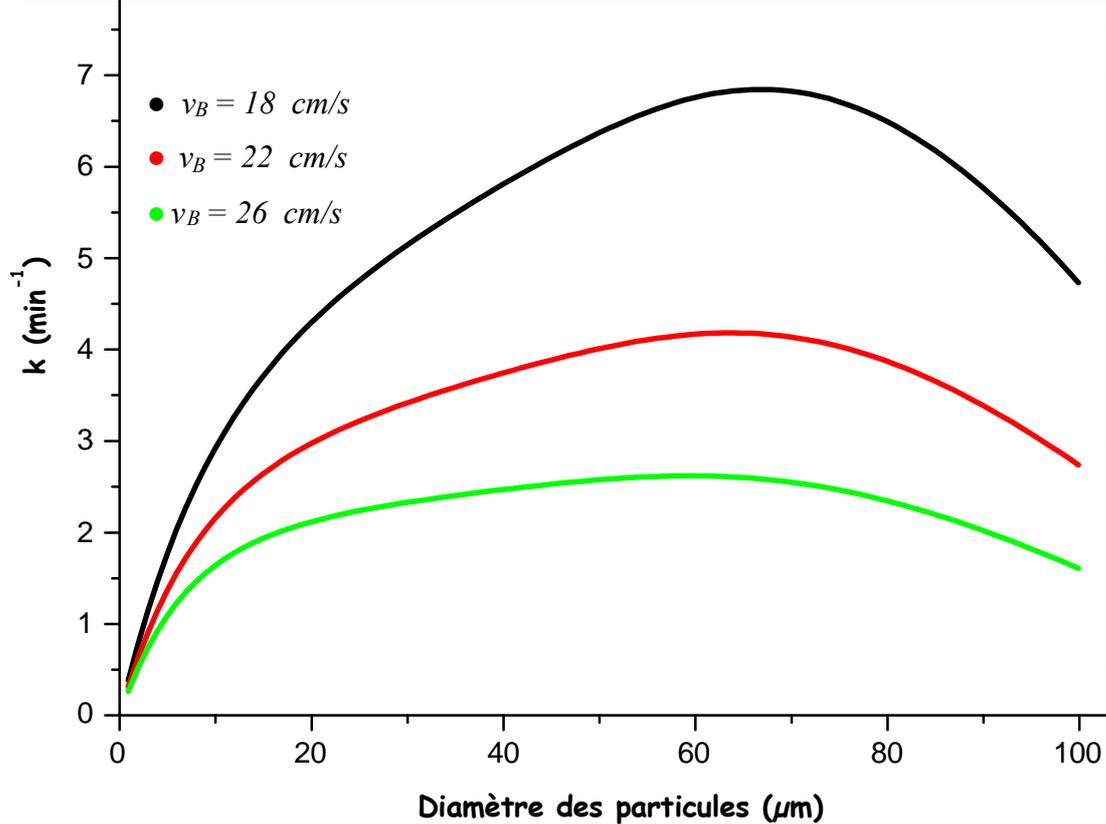


Fig 4.47 : Effet de la vitesse des bulles sur la cinétique de flottation de la particule de quartz, avec $d_B = 0.14 \text{ cm}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

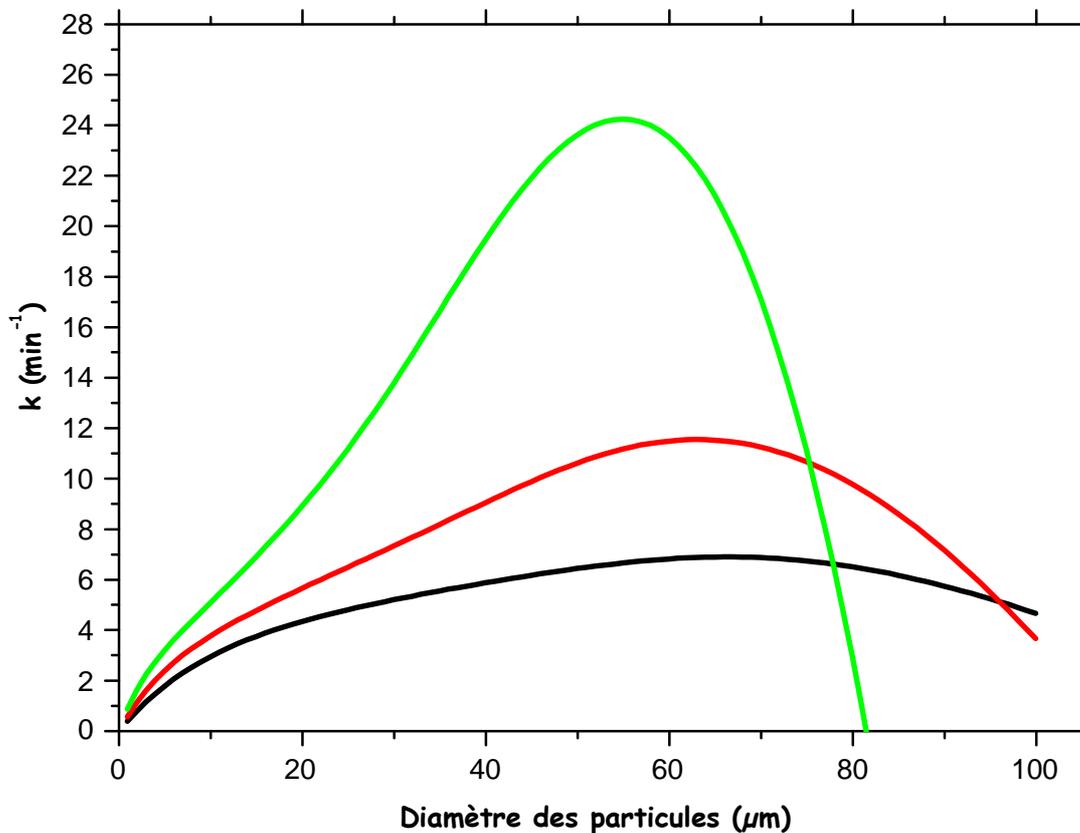


Fig 4.48 : Effet de la densité des minéraux sur constante de cinétique de flottation avec $d_B = 0.14 \text{ cm}$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

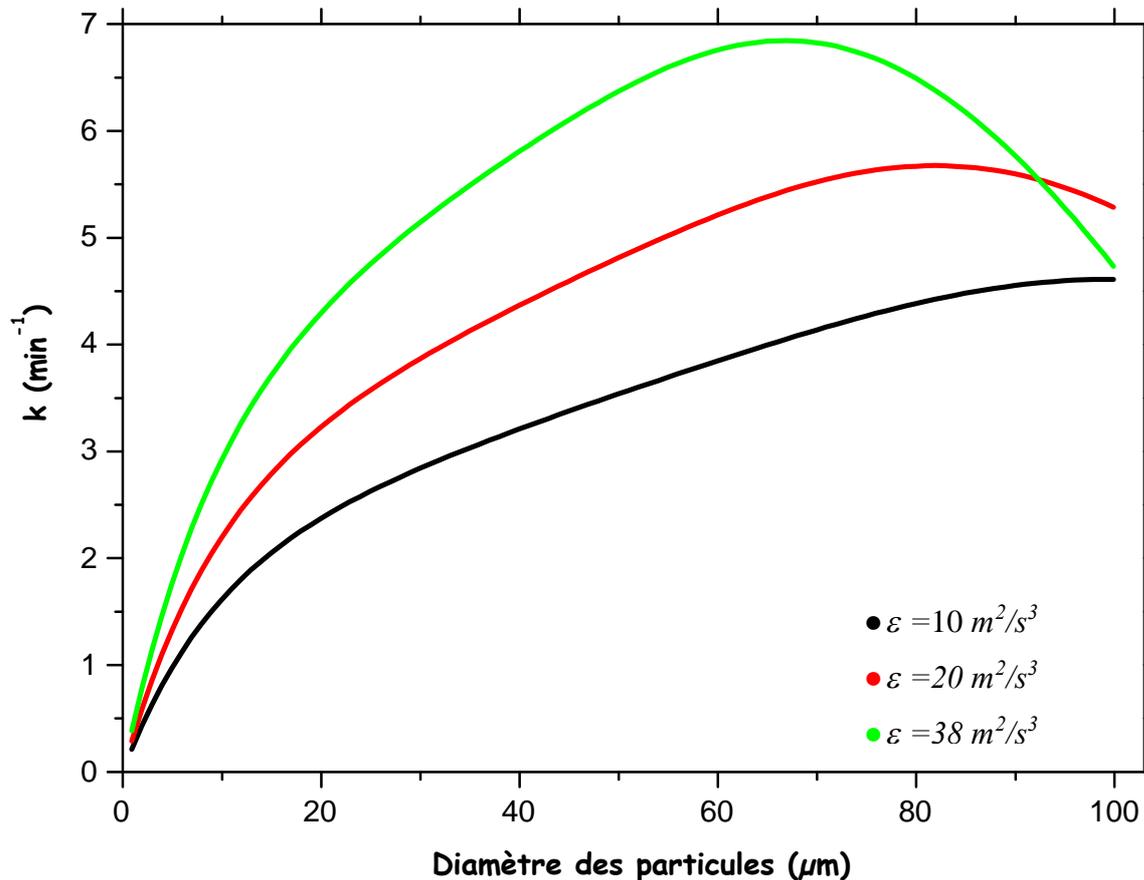


Fig 4.49 : Effet de la turbulence sur la cinétique de flottation de la particule de quartz, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$.

Les figures ci-dessus montrent une forme caractéristique de la variation de la constante de cinétique de flottation en fonction de la taille des particules solides. En observant ces figures on peut estimer que presque toutes les valeurs maximales de la constante de cinétique sont obtenues pour les particules de tailles intermédiaires. La raison pour laquelle la constante de la cinétique montre des valeurs inférieures pour les particules fines et grossière résulte de la combinaison des efficacités de collision, d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle. Ces valeurs inférieures sont le résultat des basses efficacités de collision pour les particules fines et de basses efficacités de stabilité de l'agrégat pour les particules de grandes tailles.

L'influence de l'hydrophobicité de surface, apparaît bien claire dans la figure 4.45. Plus l'angle de contact est grand, plus cette constante est grande. D'un point de vue cinétique dans le cas des particules fortement hydrophobes, les films liquides drainent rapidement, et la ligne de TPC est immédiatement formée, c-à-d un temps d'induction plus court, et l'attachement serait immédiat. En plus le périmètre d'attachement serait plus grand menant à l'établissement d'un pouvoir adhésif très fort, qui empêche la déstabilisation facile et le détachement de l'agrégat

particule – bulle. Dans les essais expérimentaux il a été observé pour les surfaces de Téflon dans des solutions de surfactant que l'attachement aura lieu juste après la première collision, mais dans une solution de l'eau distillée des collisions répétitives se produisent sans que l'attachement aurait lieu [86]. L'hydrophobicité de surface assure l'abaissement des forces de répulsion, et augmente le rayon d'action des forces d'attraction de surface. D'un point de vue thermodynamique le travail d'adhérence des particules fortement hydrophobes, crée une plus grande énergie potentielle pour le détachement. Cette énergie diminue en effet la probabilité de détachement et augmente ainsi la constante de cinétique de flottation.

L'influence de la taille des bulles d'air sur la constante de cinétique est montrée dans la figure 4.46. L'augmentation de la taille des bulles favorise l'augmentation de la constante de cinétique de flottation des particules de grandes tailles, et la diminue avec les particules fines. La figure 4.46 montre que les petites bulles sont bénéfiques pour les particules de petites tailles, et les bulles plus larges sont bénéfiques pour les particules de grandes tailles. Ceci affirme le phénomène observé dans les cellules et les colonnes de flottation, indiquant que les petites particules éprouvent une cinétique plus élevée avec les petites bulles par rapport à celle avec les grande bulles, qui est due principalement au fait que les grandes bulles ont l'aire de surface spécifique inférieure que celle des petites bulles, a comme conséquence moins de sites ou de places pour les particules potentielles de s'attachées. Cette figure montre aussi l'influence de l'accroissement de la taille des particules sur la cinétique de flottation. Une fois la taille des particules augmente leur cinétique diminue avec les petites bulles, et augmente avec les bulles de grandes tailles.

Dans la figure 4.47, l'augmentation de la vitesse des bulles d'air résulte d'une diminution de la constante de cinétique de flottation des particules de quartz. Cette augmentation diminue l'efficacité d'attachement par suite de l'influence de la vitesse sur la valeur de l'angle d'adhésion montré précédemment.

La figure 4.48 montre l'effet de la densité sur la constante de cinétique de flottation. Théoriquement plus la particule est dense plus les forces de détachement excèdent la ténacité de l'agrégat, et la déstabilise ce qui provoque un détachement rapide. La figure 4.48 montre que la constante de cinétique de flottation des particules de galène est plus grande que celle des autres particules, démontrant de ce fait l'effet positif des forces d'inertie dans l'interaction particule – bulle comme le montre la figure 4.9.

La figure 4.49 montre l'effet de l'énergie de dissipation turbulente ou la turbulence sur la constante de cinétique de flottation des particules de quartz. En augmentant la turbulence, l'efficacité de stabilité de l'agrégat diminue en raison de l'influence des forces d'accélération

ou des forces centrifuges sur cet agrégat, qui deviennent plus grande que la tension de surface et peuvent causer le détachement des particules grossières. Pour les petites particules et de tailles intermédiaires la constante de cinétique de flottation augmente par suite de l'augmentation de la fréquence de collision particule – bulle, qui est plus grande en appliquant un régime d'écoulement potentiel comme le montre la figure 4.2, et commence à diminuer quand la taille des particules devient grande. On peut estimé que la cinétique de flottation des petites particules est apparemment limitée par les efficacités de collision et d'attachement, alors que la cinétique des grosses particules est limitée par le détachement de la particule de la bulle d'air.

En appliquant dans l'équation de la constante de cinétique de flottation l'équation de l'efficacité de collision de **Sutherland** et celle d'attachement de **Nguyen**. Presque les mêmes résultats on été obtenus, c-à-d toutes les figures ci-dessous montrent des valeurs maximales pour les particules de tailles intermédiaires. Les deux modèles de collision supposent que la surface de la bulle d'air est complètement mobile, mais l'**EGS** tient en considération l'influence de l'effet positif et négatif des forces d'inertie.

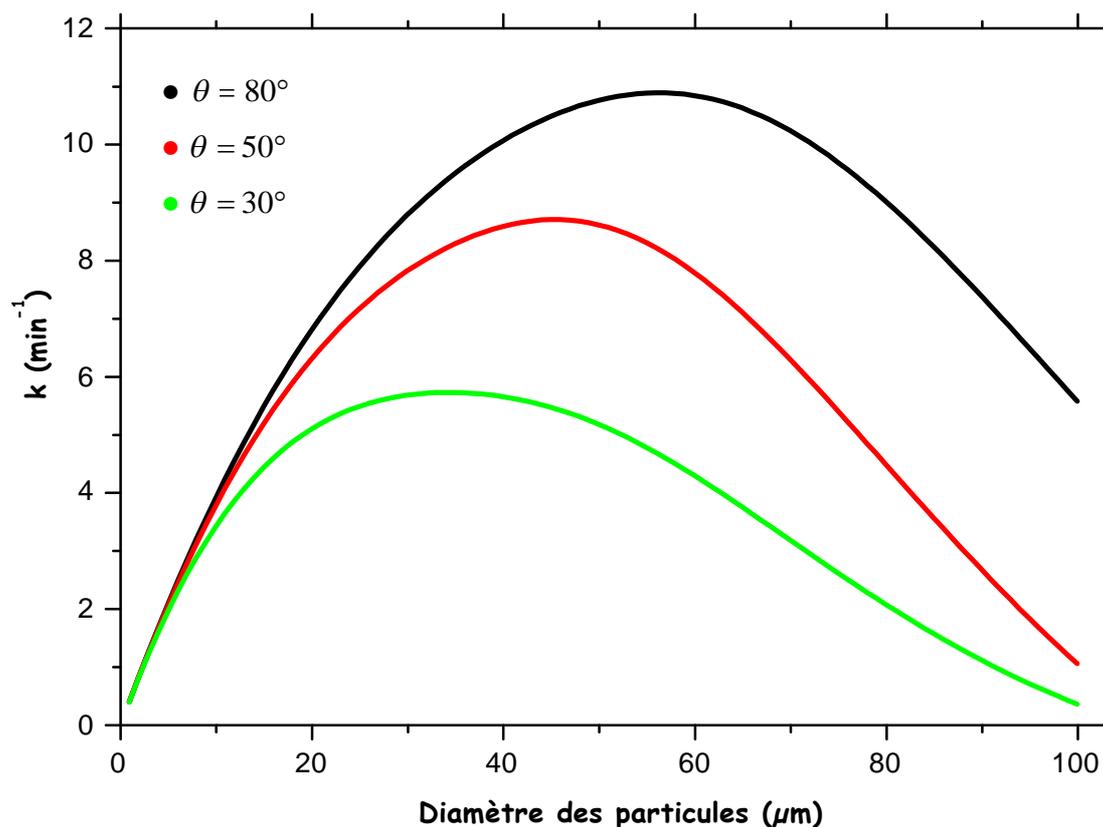


Fig 4.50 : Effet de l'hydrophobicité de surface sur la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz calculée en utilisant les modèles de collision **Sutherland** et de **Nguyen**, avec $d_B = 0.14 \text{ cm}$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

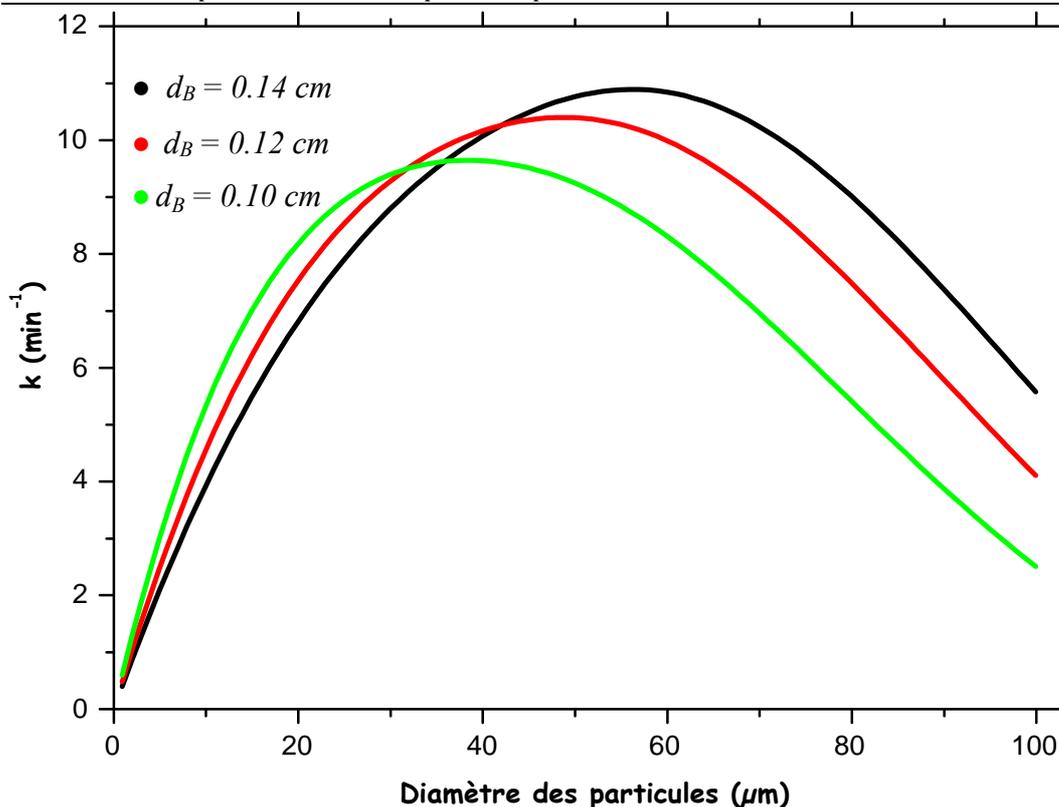


Fig 4.51 : Effet de la taille des bulles d'air sur la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz, calculée en utilisant les modèles de collision **Sutherland et de Nguyen**, avec $v_B = 18$ cm/s, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38$ m^2/s^3 .

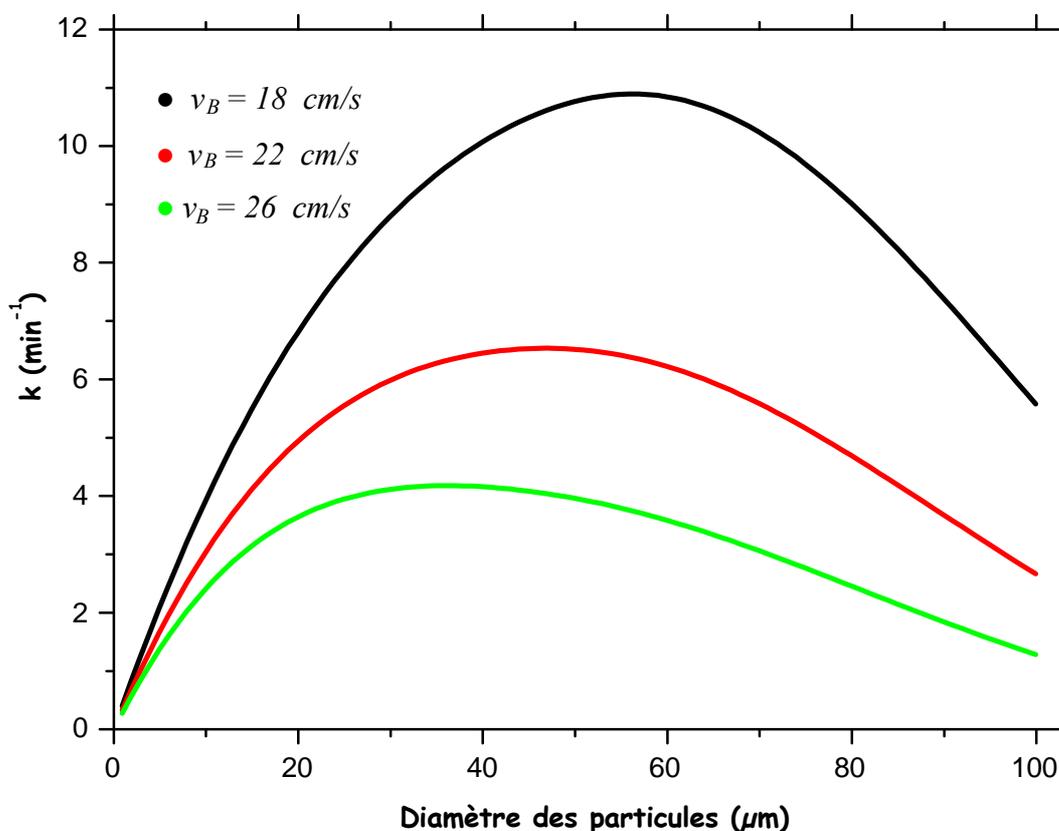


Fig 4.52 : Effet de la vitesse des bulles sur la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz, calculée en utilisant les modèles de collision **Sutherland et de Nguyen** avec $d_B = 0.14$ cm, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38$ m^2/s^3 .

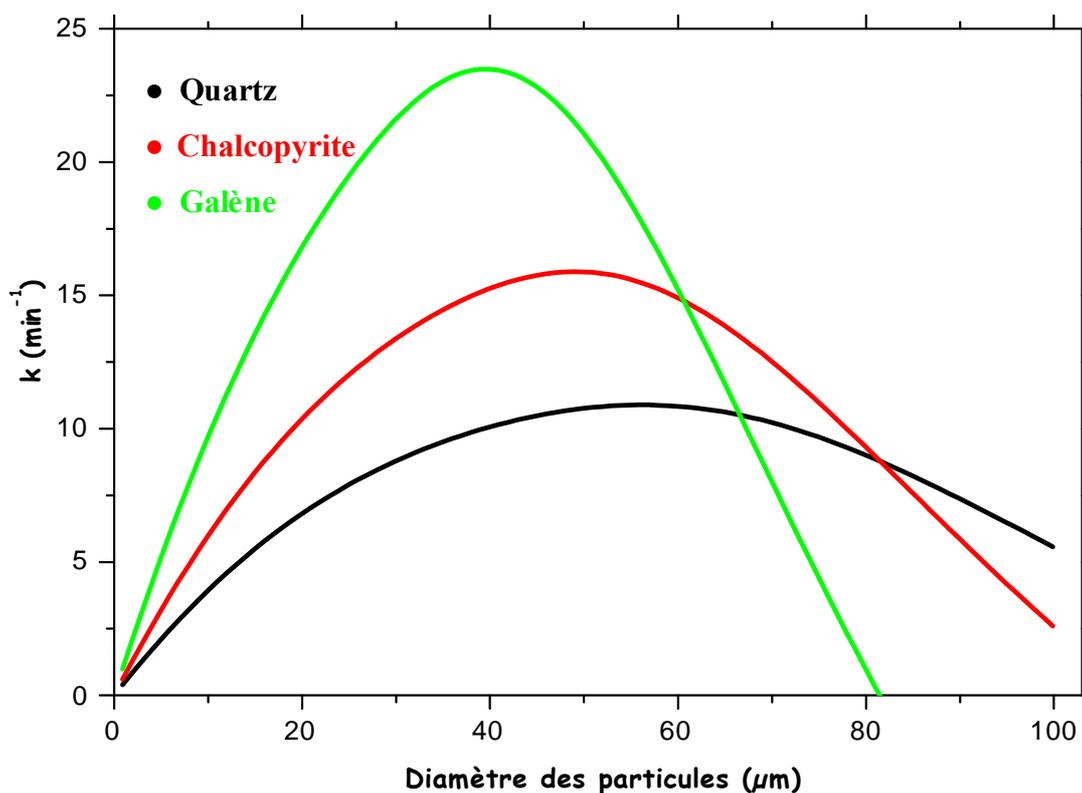


Fig 4.53 : Effet de la densité des particules sur la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz, calculée en utilisant les modèles de collision **Sutherland** et de **Nguyen** avec, $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

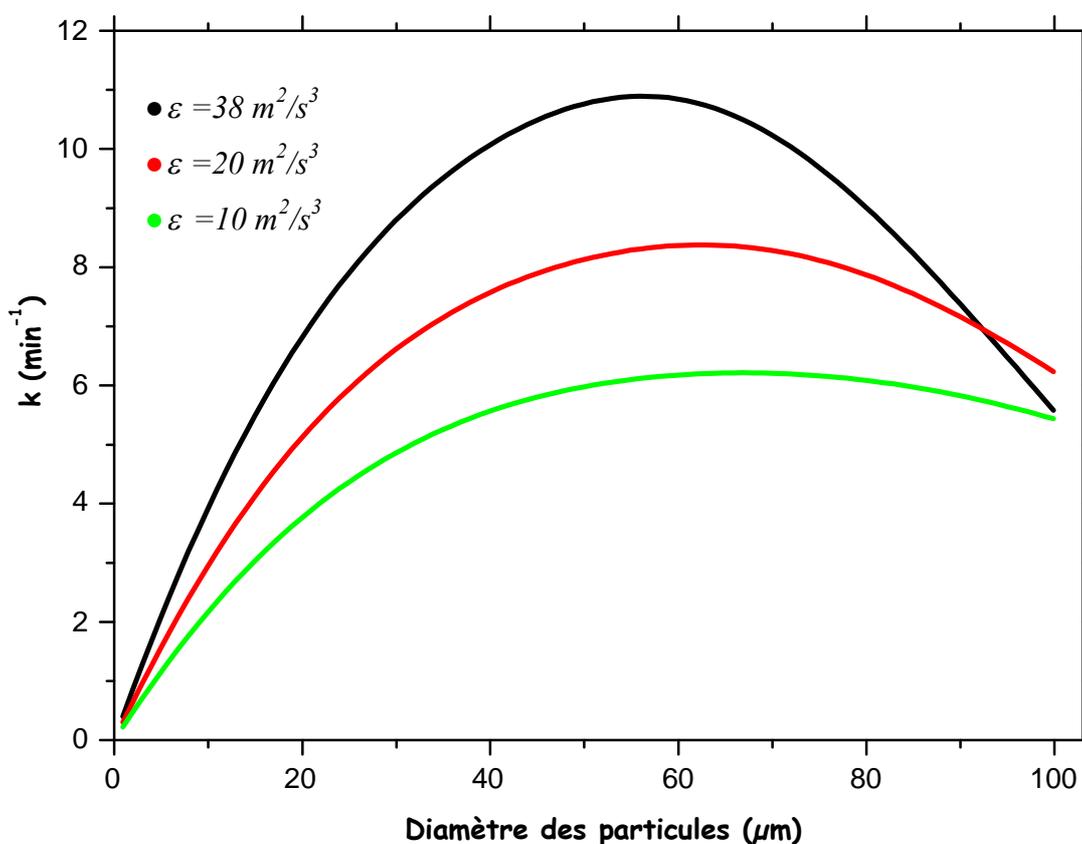


Fig 4.54 : Effet de la turbulence sur la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz, calculée en utilisant les modèles de collision **Sutherland** et de **Nguyen** avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$.

La constante de cinétique de flottation calculée en employant le modèle de l'efficacité de collision de Sutherland, et celui d'attachement de **Nguyen** donne des valeurs plus grandes que celle en employant l'EGS et le modèle de **Dobby** et **Finch** pour les particules de petites tailles et de tailles intermédiaire, et des valeurs inférieurs pour les particules de grandes tailles. Ceci revient comme c'est déjà mentionné à l'effet négatif et positif des forces d'inertie des particules de différentes tailles sur l'efficacité de collision, présent en considération dans l'équation générale de Sutherland.

Comparons les résultats de calcul de la constante de cinétique de flottation pour les particules de quartz, la chalcopryrite et la galène pour avoir une idée sur l'effet des forces d'inerties en employant des paramètres critiques qui peuvent influencés sur les deux modèles.

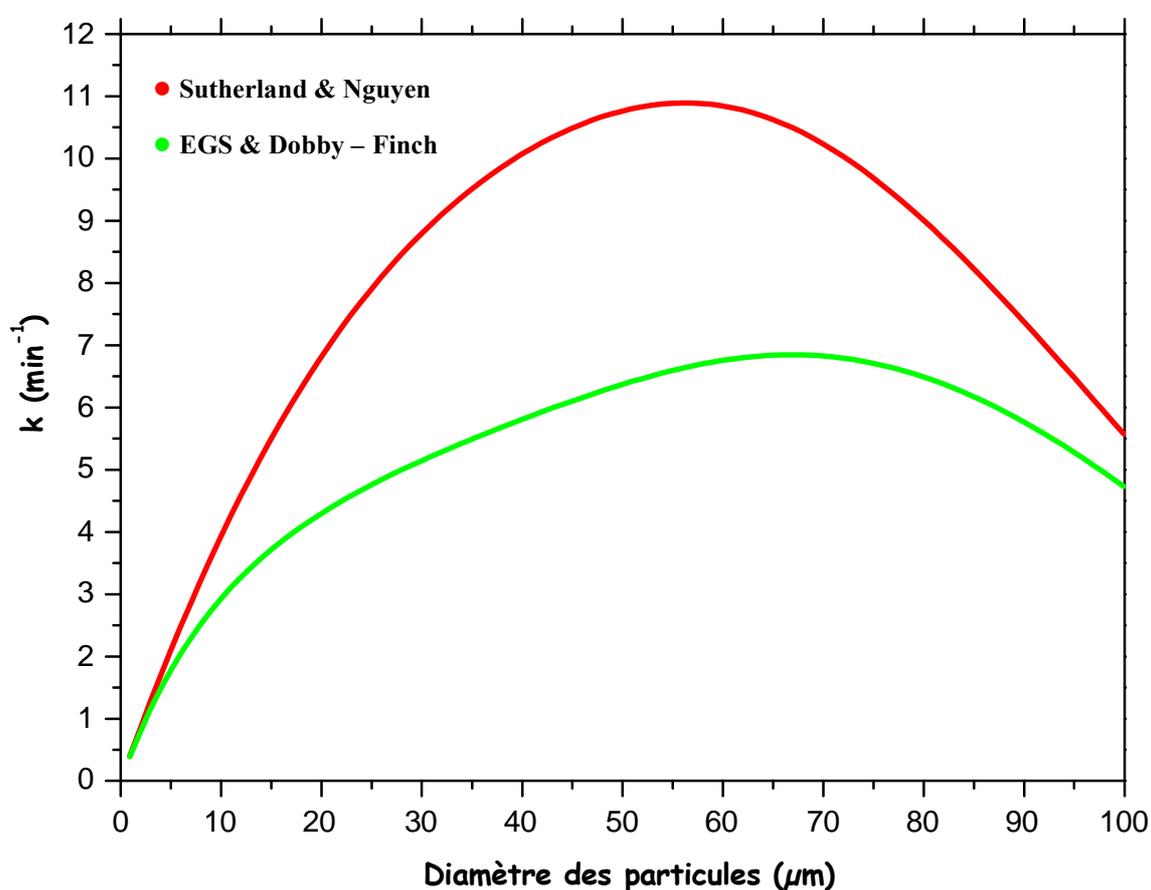


Fig 4.55 : Calcul comparative de la constante de cinétique de flottation de la particule de quartz, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{m}^2/\text{s}^3$.

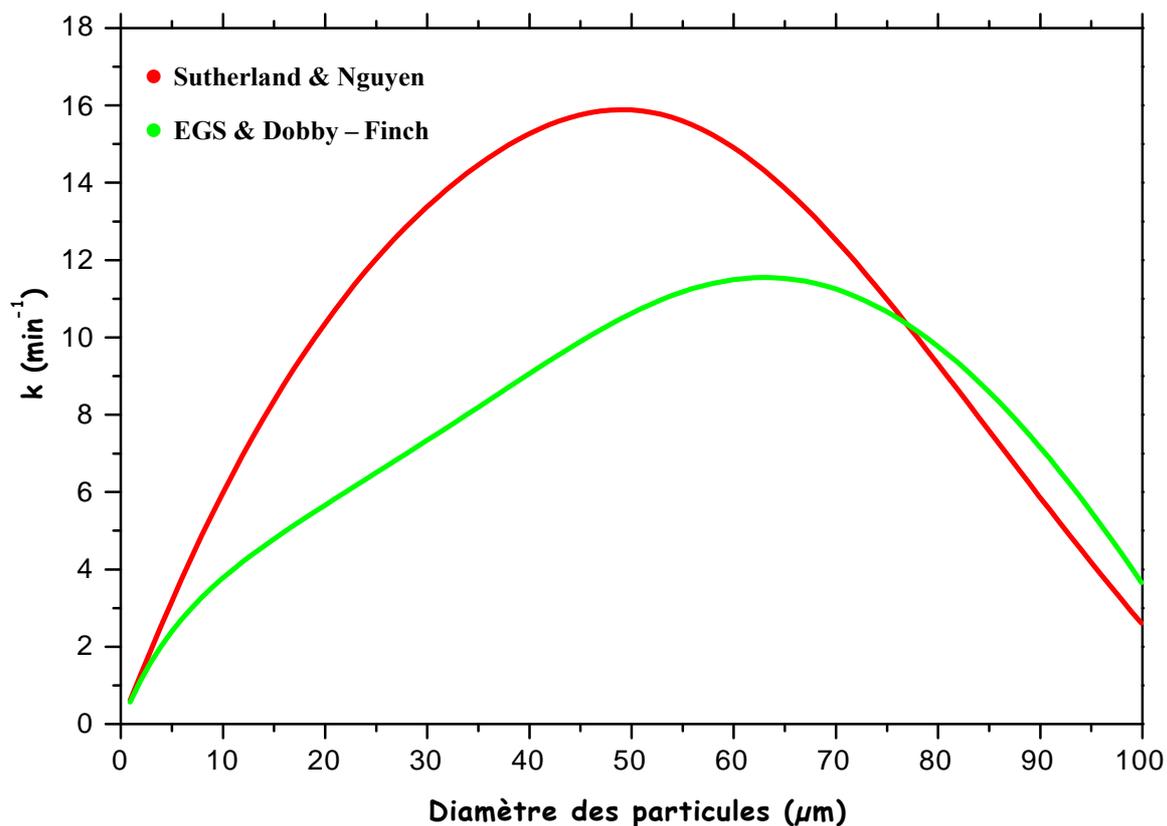


Fig 4.56 : Calcul comparative de la constante de la cinétique de flottation de la particule de chalcopyrite, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{m}^2/\text{s}^3$.

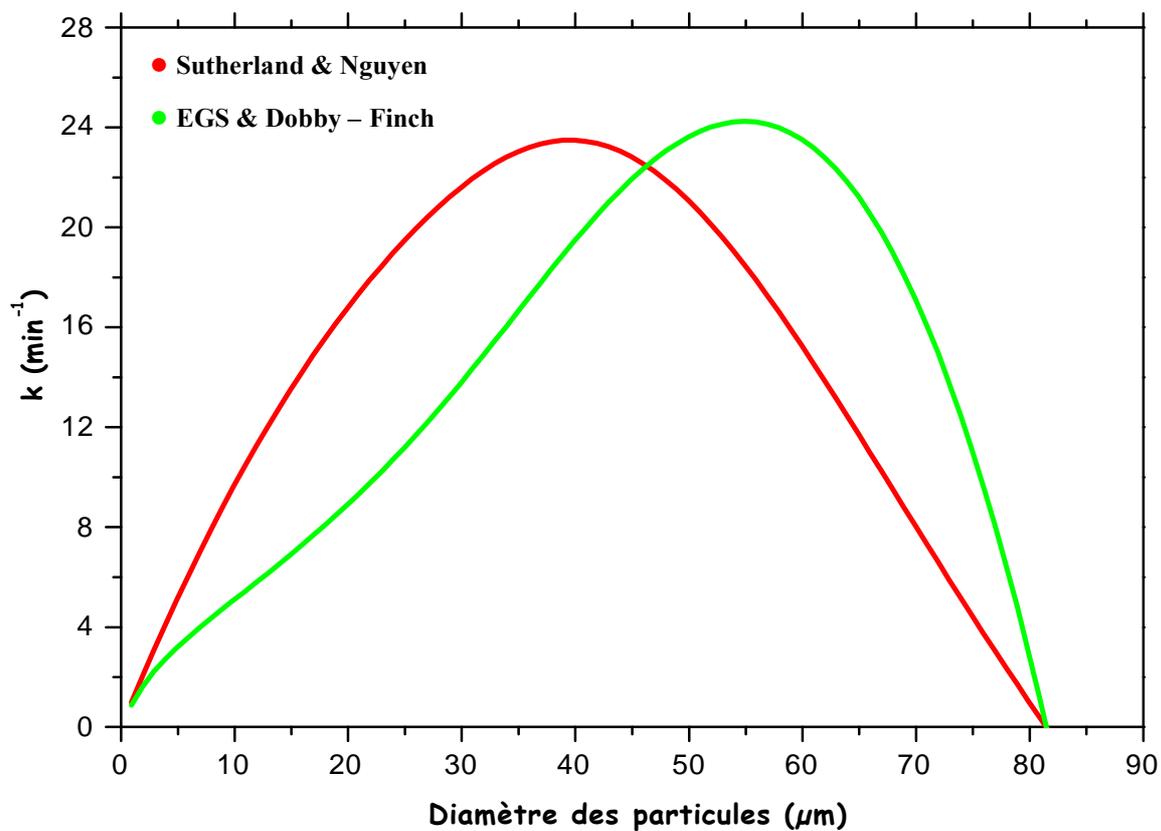


Fig 4.57 : Calcul comparative de la constante de la cinétique de flottation de la particule de galène, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{ m}^2/\text{s}^3$.

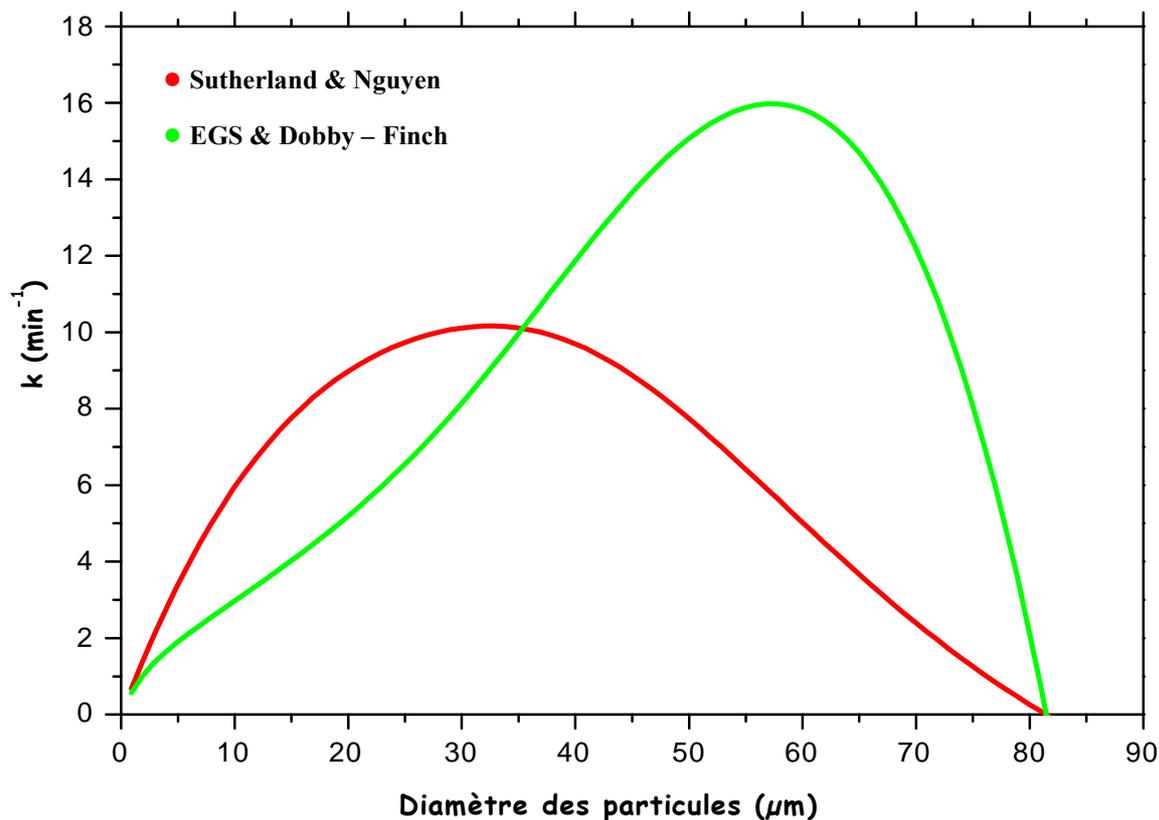


Fig 4.58 : Calcul comparative de la constante de la cinétique de flottation de la particule de galène, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 26\text{cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{ m}^2/\text{s}^3$.

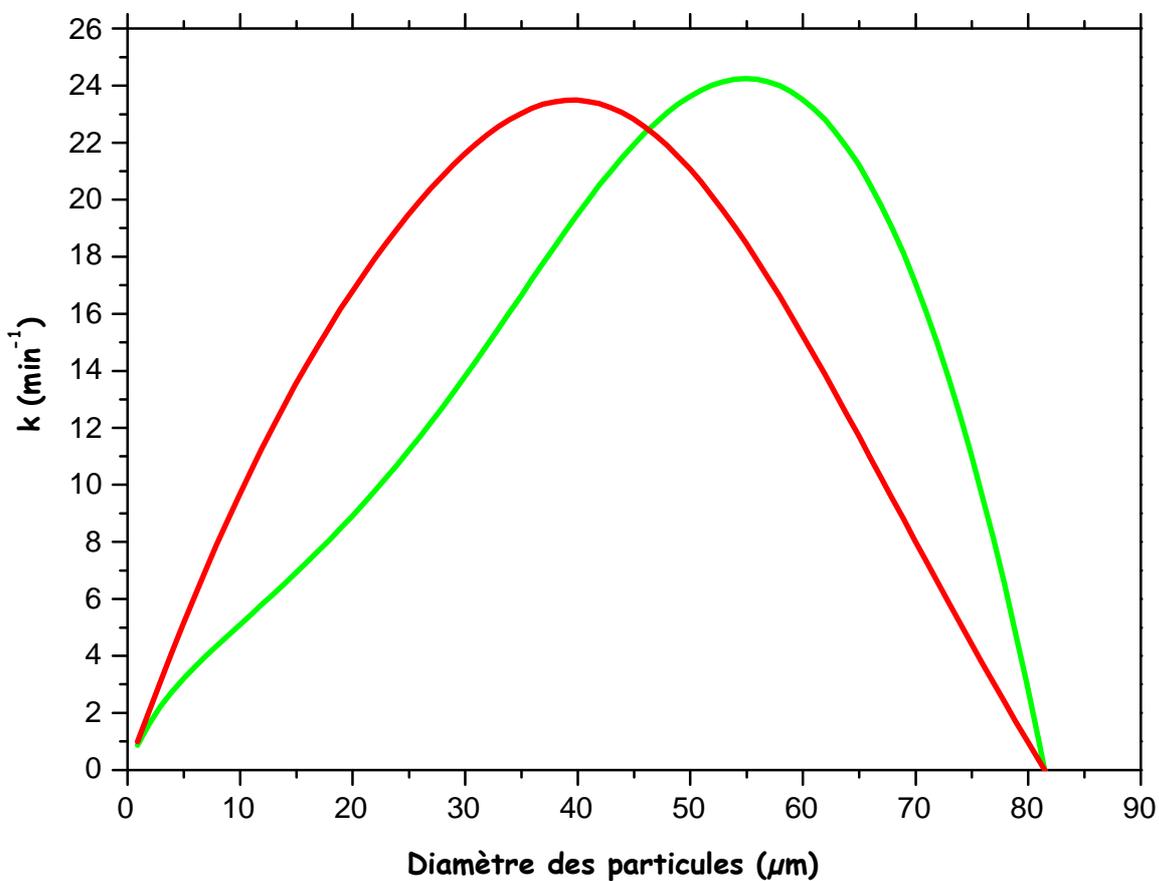


Fig 4.59 : Calcul comparative de la constante de la cinétique de flottation de la particule de galène, avec $d_B = 0.14\text{cm}$, $v_B = 18\text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{ m}^2/\text{s}^3$.

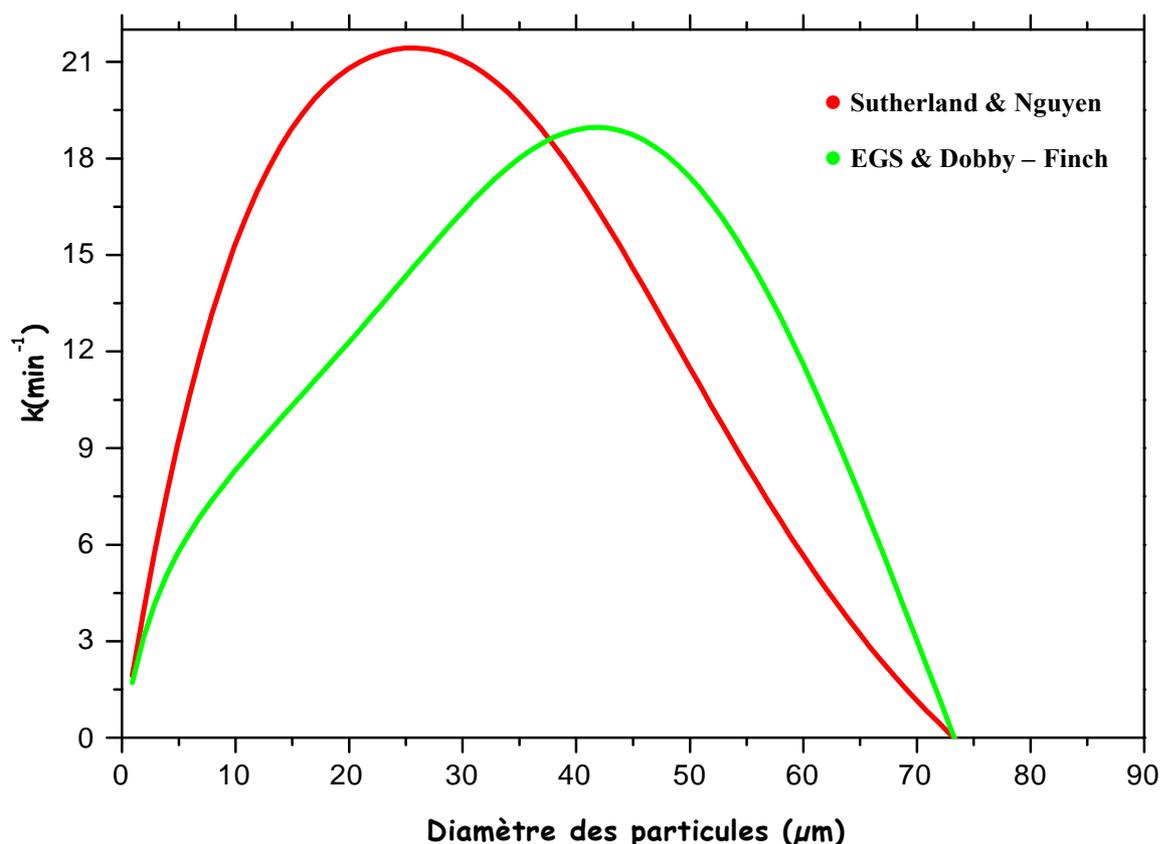


Fig 4.60 : Calcul comparative de la constante de la cinétique de flottation de la particule de galène, avec $d_B = 0.08\text{cm}$, $v_B = 18 \text{ cm/s}$, $\theta = 80^\circ$, $\varepsilon = 38\text{m}^2/\text{s}^3$.

Pour les particules de petites tailles et de mêmes densités, le nombre de Stokes serait plus petit où les forces d'inertie peuvent gêner la déposition de la particule sur la bulle d'air, comme ils n'auront pratiquement aucun effet sur le mouvement de la particule, pour cela les forces d'inertie négatives prédominent influençant ainsi sur la constante de cinétique incorporant l'efficacité de collision calculée par l'équation générale de Sutherland comme le montre les figures 4.56 et 4.57. L'influence des forces d'inertie est observée pour les particules de galène, et la chalcopryrite dans l'intervalle de taille entre 10 et $100\mu\text{m}$, mais pour la particule de quartz c'est au delà de $100\mu\text{m}$ que l'influence pourrait être distinguée (fig 4.55) à cause de leur densité qui est beaucoup plus inférieurs que celle de la chalcopryrite et la galène.

Une fois la taille de la particule augmente, l'effet positif des forces d'inertie prédomine ce qui augmente la constante de cinétique utilisant le premier modèle (**EGS & Dobby – Finch**). Pour la chalcopryrite les forces d'inertie négatives prédominent pour les particules de granulométrie $[0 - 77\mu\text{m}]$, et au delà de cette classe granulométrique l'effet de forces positives prédominent. Pour la galène les forces d'inertie négatives prédominent pour les particule de granulométrie $[0 - 46\mu\text{m}]$, et au delà de cette classe granulométrique l'effet des forces positives

prédominant. Plus la densité des particules est grande plus le nombre de Stokes est grand et plus l'effet positif des forces d'inertie augmente (Tab.3 Annexe).

Dans la figure 4.58 l'augmentation de la vitesse de la bulle d'air diminue l'efficacité d'attachement par suite de diminution de l'angle d'adhésion. Encore l'efficacité de collision diminue par suite de diminution de l'angle maximal de collision (fig 4.15). La constante de cinétique de flottation des particules de galène calculée en utilisant l'EGS est plus grande que celle calculée en utilisant le modèle de Sutherland. L'influence des forces d'inertie positives pour une bulle de vitesse égale à 26cm/s, commence à partir d'un diamètre de particule égale à 35 μm (fig 4.67), mais pour une vitesse égale à 18cm/s, l'action des forces d'inertie se manifeste une fois la particule atteint des diamètres au delà de 46 μm (fig 4.59).

Plus la vitesse des bulles d'air est grande plus le nombre de Stokes est grand (Tab.4 Annexe) et plus l'effet positif des forces l'inertie augmente en fonction de l'augmentation de la taille des particules que l'on peut démontré en utilisant le modèle de **Schulze** pour le calcul de la probabilité de collision tenant en considération l'influence de l'inertie des particules comme le montre dans la figure 4.61.

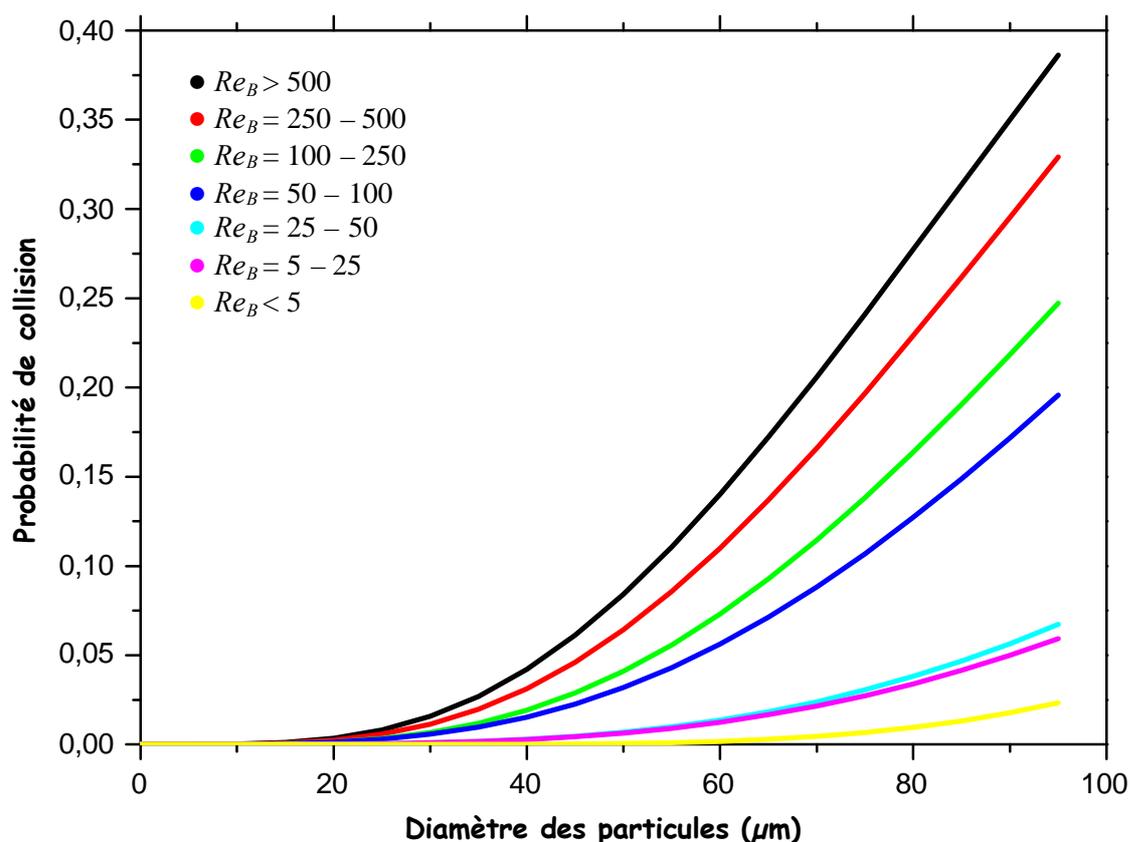


Fig 4.61 : Influence des valeurs du nombre de Reynolds des bulles d'air sur la probabilité de collision selon le modèle de **Schulze** pour l'effet de l'inertie.

En comparant les figures 4.47 et 4.60, on peut constater que l'influence des forces d'inertie positives pour une bulle de diamètre égale à 0.08cm, commence à partir d'un diamètre de particule égale à $37\mu\text{m}$ (fig 4.60), mais pour une bulle de diamètre égale à 0.14cm, ces forces prédominent une fois la particule atteint des diamètres supérieurs à $46\mu\text{m}$ (fig 4.66). Les résultats obtenus estiment que l'effet positif des forces d'inertie dans le cas de l'interaction avec des bulles d'air de petites tailles est plus grand que celui dans le cas de l'interaction avec des bulles de grandes tailles. Plus le diamètres des bulle d'air est petit plus le nombre de Stokes est grand et plus l'effet positif des forces d'inertie est grand (Tab.5 Annexe).

Cette étude comparative révèle que l'action des forces d'inertie positives surgie en fonction de l'accroissement de la taille des particules solides dans un intervalle granulométrique bien défini tous dépend des paramètres utilisés dans la modélisation des microprocessus dans l'interaction particule – bulle à savoir le type de minéraux, la taille et la vitesse des bulles d'air.

8. Remarques générales :

✚ Les facteurs principaux affectant l'efficacité de collision peuvent être divisés en trois catégories à savoir, les propriétés de la particule (diamètre, densité), les propriétés de la bulle (taille, vitesse et fluidité de type de surface de la bulle (mobile ou immobile)), et les propriétés du milieu de flottation (viscosité, présence de surfactant....)

✚ Actuellement, dans la modélisation de l'interaction particule – bulle, la surface de la bulle est considérée mobile, parce que l'on a prouvé dans des études expérimentales que pendant l'ascension, l'adsorption des surfactant se fait balayé par le liquide adjacent vers la surface arrière de la bulle. Tandis que la partie faciale de la bulle où se passe la collision et l'attachement reste mobile, même quand la bulle atteint sa vitesse terminal c-à-d même quand l'équilibre du transfert de masse des surfactants s'établie [62].

✚ Bien que le modèle de collision de Yoon et Luttrell soit plus général que celui de Gaudin ou de Sutherland, mais il souffre de la même insuffisance parce qu'il ignore l'influence des forces d'inerties, et suppose également une distribution uniforme de collision au-dessus de la surface supérieure entière de la bulle, qui s'est avérée un peu irréaliste.

✚ Il faut mentionner que la diminution de la probabilité de collision due à l'effet de l'inertie ne peut pas être expliquée par les méthodes de modélisation classiques. Dans ces méthodes, le rayon de collision est déterminé en forçant la trajectoire de la particule de passer par l'équateur de la bulle, cependant l'angle de collision serait 90° . Mathématiquement l'angle de collision présente la direction où la trajectoire de la particule serait tangentielle à la surface de la bulle. Il est évident que cet endroit de tangence dépend uniquement de l'équilibre des forces sur la particule, et elle ne peut pas être fixée à 90° . L'angle de collision est inférieur à

90° à cause de différents mécanismes par exemple l'écoulement asymétrique du liquide ou l'effet de l'inertie [88].

✚ Dans le cas de la flottation où la force d'inertie est négligeable, la collision se produit par effet d'interception et de ce fait l'efficacité de collision est une fonction du rapport entre la taille de la particule et la taille de la bulle (Equation de Sutherland), et elle dépend de la taille des particules solides. Sous l'influence des forces d'inertie, l'efficacité de collision dépend du nombre de Stokes (EGS).

✚ D'un point de vue thermodynamique, l'efficacité d'attachement dépend des forces de surface ou de l'énergie d'interaction entre la particule et la bulle, de l'énergie cinétique de la particule et la force de pression hydrodynamique qui peut dominer l'énergie potentielle d'interaction particule – bulle. D'un point de vue cinétique, l'efficacité d'attachement dépend de la grandeur relative du temps de contact particule – bulle, en particulier le temps de glissement dans le cas des particules fines. Pour des particules et des bulles de tailles données, le temps d'induction diminue en fonction de l'augmentation de l'angle de contact de la particule. Par conséquent, l'efficacité d'attachement augmente. Évidemment, plus la surface des particules est plus hydrophobe, plus l'attraction hydrophobe est forte ainsi moins d'énergie potentielle totale entre la particule et la bulle. L'hydrophobicité de surface des particules peut cinétiquement affecter l'efficacité d'attachement par son influence sur le drainage du film liquide, la rupture et l'expansion des trois phases en contact (TPC), c-à-d, sur le temps d'induction.

✚ Il a été montré que pour des particules de diamètre $d_p < 100\mu m$, le temps de contact serait principalement égale au temps de glissement. Tous les modèles réalisés indiquent que le temps de glissement diminue en fonction de l'augmentation de la taille des particules dues à l'accroissement de leurs vitesses de sédimentation.

Conclusion générale

Dans cette étude, on a étudié les différentes étapes permettant d'expliquer le déroulement des étapes élémentaires dans le procédé de flottation des particules de classe de granulométrie [10 – 100 μ m]. La recherche bibliographique effectuée lors de cette étude a permis d'éclaircir les étapes de l'interaction particule – bulle à travers le nombre considérable de travaux sur ce sujet.

Pour une meilleure interprétation, il s'est avéré préférable d'avoir recours aux modèles de prédiction des efficacités des étapes lors de l'interaction particule – bulle à savoir la collision, l'attachement et la stabilité de l'agrégat particule – bulle, ainsi aux modèles décrivant les paramètres explicites tels que l'hydrophobicité de surface des particules, les vitesses et les tailles des particules et des bulles d'air, le temps de contact et les valeurs de l'angle maximal de collision et celui d'adhésion, dans le but de bien décrire le procédé sous forme d'équations mathématiques traduisant l'influence mutuelle des diverses paramètres intervenant en cours.

Ainsi pour des résultats meilleurs, il a été nécessaire de faire le bon choix de la méthode de résolution et l'élaboration de l'algorithme de calcul, pour traduire numériquement les différentes équations et modèles de description du procédé, dans un environnement de simulation de Visual Basic offrant le confort et la facilité d'utilisation grâce à son outil de conception visuelle de l'interface utilisateur et de programmation événementielle.

Le déroulement du procédé de flottation est beaucoup plus compliqué, à cause des diverses notions appliquées lors de l'interaction particule – bulle. Plusieurs modèles ont été proposés afin de donner une description adéquate des étapes lors de cette interaction. Chaque modèle dans chaque étude propose et détaille ces propres suppositions sans sortir du concept ou néglige les paramètres explicites qui définissent le processus. Ces modèles diffèrent dans leurs études par le choix du régime d'écoulement, des forces agissantes, du type de surface de la bulle et de la particule, de la nature et du type de mécanisme de collision ou d'attachement et de la nature du milieu de flottation.

Bien que la maîtrise adéquate et la bonne compréhension du procédé viennent toujours au moyen des essais expérimentaux, mais une bonne adaptation n'est plus impossible à partir d'une continuité persistante vers une recherche théorique des divers notions rassemblées au moyen de la diversité des idées définies et expliquées dans les différents modèles cités dans la présente recherche.

Presque tous les facteurs influençant sur les étapes élémentaires de flottation ont été modelés, et démontrés théoriquement et expérimentalement, l'idée qui nous a poussé de penser à mettre les points pour établir une nouvelle méthode afin d'obtenir l'accord entre l'expérience et la théorie dans le calcul de l'angle de contact à l'équilibre immédiatement après l'expansion de la ligne de contact des trois phases en attachement de la surface solide sphérique sur la bulle d'air.

La méthode développée est basée sur deux équations obtenues de deux modèles différents. Le premier modèle est dérivé pour décrire théoriquement l'expansion de la ligne de contact des trois phases en utilisant la théorie de la cinétique moléculaire. Le deuxième modèle explique l'effet de la tension de ligne après formation d'un contact triphasé stable. De meilleurs résultats ont été obtenus en couplant les équations des deux modèles permettant ainsi de calculer l'angle de contact à l'équilibre des trois phases de surfaces des particules sphériques, afin d'éclaircir la tendance des petites particules de s'attacher aux bulles d'air par rapport aux particules de grandes tailles.

La constante de cinétique de flottation des particules de quartz, de la chalcopirite et de la galène a été calculée en utilisant l'équation générale de Sutherland, et le modèle d'attachement de Dobby et Finch. Cependant dans le but d'une étude comparative, on a tenté d'incorporer dans le modèle général de flottation, en utilisant les mêmes espèces minérales, le modèle de collision de Sutherland et le modèle d'attachement de Nguyen développés dans les conditions de régime potentiel et en ignorant l'effet de l'inertie des particules solides. Les résultats obtenus ont révélés que l'influence des forces d'inertie est importante et leur incorporation dans la construction des modèles de flottation est recommandable dans le but d'obtenir la tendance réelle de la flottation des particules des différentes espèces minérales.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Pierre Blazy, El Aid Jdid, Flottation Mécanisme et réactif, Technique de l'ingénieur, page J 3350.
- [2] Jocelyn Bouchard¹, René del Villar, Véronique Aubé, André Desbiens, on-line bias and froth depth measurement in flotation columns: a promising tool for automatic control and real-time optimization metallurgical and materials engineering(2002),1-8.
- [3] Pierre Blazy, El Aid Jdid, Flottation Aspects pratiques, Technique de l'ingénieur, page J 3360.
- [4] Jean-Louis Salager. Surfactifs types et usages, Laboratoire de formulation, Interfaces rhéologie et procédés, Los Andes, Faculté des Ingénieurs Mérida-Vénézuéla 2002.
- [5] Robert K. Prud'Homme, Flotation, Dept of Chemical Engineering, Princeton University, Princeton, NJ 09540.
- [6] Zongfu Dai, Daniel Fornasiero, John Ralston Particle - bubble collision models – a review, Advances in Colloid and Interface Science 85 2000 231-256
- [7] Graeme Gillies, Michael Kappl, Hans-Jergen Butt Direct measurements of particle – bubble interactions Advances in Colloid and Interface Science (2005) 260-268
- [8] John Ralston, Daniel Fornasiero, Robert Hayes Bubble–particle attachment and detachment in Flotation Int. J. Miner. Process. 56 1999 133–164
- [9] Chi M. Phan, Anh V. Nguyen, Jan D. Miller, Geoff M. Evans and Graeme J. Jameson Investigations of bubble–particle interactions International Journal of Mineral Processing 2003, 239-254
- [10] K. Malysa, M. Krasowska, M. Krzan Influence of surface active substances on bubble motion and collision with various interfaces Advances in Colloid and Interface Science 114–115 (2005) 205– 225
- [11] A.V. Nguyen, G.M. Evans and G.J. Jameson. Bubble–Particle Attachment Interaction in Froth Flotation. Department of Chemical Engineering The University of Newcastle Callaghan, NSW 2308 Australia
- [12] J.Ralston, S.S.Dukhin, N.A. Mishchuk. Wetting film stability and flotation kinetics. Advanced in Colloid and Interface Science 95 (2002) 145-236
- [13] Nguyen, A.V., Schulze, H.J. and Kmet, S., 1994. A simple algorithm for the calculation of the terminal settling velocity of a single solid sphere in water. Int. J. Miner. Process., 41: 305-310.

- [14] A.V. Nguyen, H. Stechemesser, G. Zobel, H.J. Schulze An improved formula for terminal velocity of rigid spheres *Int. J. Miner. Process.* 50 (1997) 53-61
- [15] Dai, Z., 1998, Particle-Bubble Heterocoagulation, PhD Thesis, University of South Australia.
- [16] Schulze, H. J., Flotation as a Heterocoagulation Process: Possibilities of Calculating the Probability of Flotation, *Surfactant Science Series (Coagulation and Flocculation)*, 47: 1993, 321-354.
- [17] Schulze, H. J., Radoev, B., Geidel, T., Stechemesser, H., and Topfer, E., Investigations of the Collision Process between Particles and Gas Bubbles in Flotation- A Theoretical Analysis, *International Journal of Mineral Processing*, 27: 1989, 263-278.
- [18] Theodore J. Heindel. Frederrick Bloom "Exact and approximate expressions for bubble particle collision" *Journal of Colloid and Interface Science* 213,(1999)101-111
- [19] A. Nguyen Van, S. Kmet, Collision efficiency for fine mineral particles with single bubble in a countercurrent flow regime, *Int. J. Min Process.* 35 (1992) 205 – 223
- [20] R.H. Yoon and G.H. Luttrell, The effect of bubble size on fine particle flotation. *Miner. Process. Extr. Metall. Review.* 5 (1989), 101–122.
- [21] Dai, S. Dukhin Dai Z., D. Fornaseiro and J. Ralston, The inertial hydrodynamic interaction of particles and rising bubbles with mobile surfaces. *J. Colloid Interface Sci.* 197 2 (1998), pp. 275–292.
- [22] H.J. Schulze, Hydrodynamics of bubble–mineral particle collisions. *Miner. Process. Extr. Metall. Review.* 5 (1989), 43–76.
- [23] J. Ralston, S.S. Dukhin and N.A. Mishchuk, Inertial hydrodynamic particle–bubble interaction in flotation. *Int. J. Miner. Process.* 56 1–4 (1999), 207–256.
- [24] R.-H. Yoon The role of hydrodynamic and surface forces in bubble – particle interaction *Int. J. Miner. Process.* 58 2000 129–143
- [25] Matis and Zouboulis *Flotation science and Engineering* “ New York edition 1984
- [26] Brendan Pyke *Bubble-Particle Capture in Turbulent Flotation Systems (Thèse de Doctorat)*, Ian Wark Research Institute University of South Australia August 2004
- [27] Vincent Sarrot, Pascal Guiraud, Dominique Legendre Determination of the collision frequency between bubbles and particles in flotation *Chemical Engineering Science* 60 (2005) 6107 – 6117
- [28] Gaudin, A. M., *Flotation*, 2nd ed., New York, 1957 McGraw Hill Book Co. Inc.

- [29] A.Nguyen Van, S. Kmet, Collision efficiency for fine mineral particles with single bubble in a countercurrent flow regime, *Int. J. Min Process.* 35 (1992) 205 – 223
- [30] Theodore J. Heindel. Frederrick Bloom " A Theoretical Model of Flotation Deinking Efficiency " *J. Colloid and Interface Sci.*, 190, 1997b, 182-197.
- [31] Zongfu Dai, Stanislav Dukhin, Daniel Fornaseiro, John Ralston The Inertial Hydrodynamic Interaction of Particles and Rising Bubbles with Mobile Surfaces *journal of colloid and interface science* 197, 275–292 (1998)
- [32] Cuong M. Nguyen , Anh V. Nguyen, Jan D. Miller Computational validation of the Generalized Sutherland Equation for bubble–particle encounter efficiency in flotation *Int. J. Miner. Process.* 81 (2006) 141–148
- [33] Nguyen, A.V., Schulze, H.J. *Colloidal Science of Flotation*, Marcel Dekker, Inc., New York, 2003.
- [34] Nguyen A. V. , Schulze H. J. , Ralston J., Elementary steps in particle-bubble attachment, *J. Miner. Process*, 51 (1997) 183–195.
- [35] Nguyen, A. V., Ralston, J., Schulze, H. J. (1998), 'On modeling of bubble-particle attachment probability in flotation', *Int. J. Miner. Process*, 53, 225-249.
- [36] N.V. Churaev Aqueous wetting films in contact with a solid phase *Advances in Colloid and Interface Science* 114–115 (2005) 3 – 7
- [37] Emil D. Maneva,T, Anh V. Nguyen Critical thickness of microscopic thin liquid films *Advances in Colloid and Interface Science* 114–115 (2005) 133– 146
- [38] Bayram Suha Aksoy. , *Hydrophobic Forces in Free Thin Film of Water in the Absence of Surfactants. (Thèse de Doctorat)*. The Faculty of the Virginia Polytechnic Institute M May, 1997
- [39] Ismail Yildirim. *Surface Free Energy Characterization of Powdered* (Thèse de Doctorat, Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Mining and Mineral Minerals Engineering, April 2001 Blackburg, Virginia.
- [40] Anh V. Nguyen, Linh T. T. Tran, Jan D. Miller particle particle interaction *encyclopedia of surface and colloid science second edition* Taylor and Francis 2007
- [41] Peter A. Kralchevsky, Krassimir D. Danov, and Nikolai D. Denkov *CHEMICAL Physics of colloid systems and interfaces Handbook of Surface and Colloid Chemistry" Chapter 5. Second Expanded and Updated Edition; K. S. Birdi, Ed.; CRC Press, New York, 2002.*

- [42] Manas Mukherjee Bubble Solid Interaction A Thesis Submitted for the Degree of Master of Science in the Faculty of Engineering Center for Advanced Study Department of Metallurgy Indian institute of science Bangalore – 560 012, India December 2004
- [43] K.W.Stockelliber; H.J.Schuze, A.Wenger “Metastable water film on hydrophobic silica surfaces “ *Progre Collois polym Sci* (2001) 118; 11 – 16
- [44] Yang, J.; Duan, J.; Fornasiero, D.; Ralston, J. Very small bubble formation at the solid–water interface. *J. Phys. Chem. B* 2003, 107 (25), 6139–6147.
- [45] K.Werner Stockelhuber Stability and rupture of aqueous wetting films *Eur. Phys. J. E* 12, 431–435 (2003).
- [46] Attard, P. Thermodynamic analysis of bridging bubbles and a quantitative comparison with the measured hydrophobic attraction. *Langmuir* 2000, 16 (10), 4455–4466.
- [47] Yang, J.; Duan, J.; Fornasiero, D.; Ralston, J. Very small bubble formation at the solid–water interface. *J. Phys. Chem. B* 2003, 107 (25), 6139–6147.
- [48] Theodore J. Heindel. Frederrick Bloom " Mathematical Modeling of the Flotation Deinking Process IPST Technical Paper Series Number 634 Submitted to Journal of Colloid and Interface Science Institute of Paper Science and Technology 1997.
- [49] Hans Joachim Stechemesser, Anh V. Ngyuen. Time of gaz – solid – liquid three phase contact expansion in flotation, *Int. J miner Process.* 56, 117 – 132 (1997)
- [50] Anh V. Nguyen, Lidia Alexandrova, Ljudmil Grigorov, Graeme J. Jameson Dewetting kinetics on silica substrates : Three phase contact expansion measurements for aqueous dodecylammonium chloride films *Minerals Engineering* 19 651–658 (2006)
- [51] Hans-Jürgen Butt, Stefan Ecke, Lars O. Microsphere tensiometry to determine the contact angle on individual particles. Russian Academy of Sciences, 31 Leninsky Prospect, 117915 Moscow, Russia
- [52] G. E. Yakubov, O. I. Vinogradova, and H.-J. Butt A Study of the Linear Tension Effect on the Polystyrene Microsphere Wettability with Water. *Colloid Journal*, Vol. 63, No. 4, 2001, pp. 518–525.
- [53] Ecke, S.; Preuss, M.; Butt, H.-J. Microsphere tensiometry to measure advancing and receding contact angles on individual particles. *J. Adhesion Sci. Technol.* 1999, 13, 1181–1191.

- [54] Olga I. Vinogradova and Gleb E. Yakubov, Forces between polystyrene surfaces in water–electrolyte solutions: Long-range attraction of two types *Journal of Chemical Physics* Volume 114, number 18, 8 MAY 2001.
- [55] Zongfu Dai, Daniel Fornasiero, and John Ralston Particle – Bubble Attachment in mineral Flotation` *Journal of Colloid and Interface Science* 217, 70-76 (1999)
- [56] Ye, Y. Khandrika, S. M., and Miller, J. D., 1989, Induction-Time Measurements at a Particle Bed, *International Journal of Mineral Processing*, 25: 221-240.
- [57] Weixing Wang, Zhiang Zhou, K. Nandakumar, Jacob H. Masliyah, Zhenghe Xu An induction time model for the attachment of an air bubble to a hydrophobic sphere in aqueous solutions *Int. J. Miner. Process.* 75 (2005) 69– 82
- [58] Guoxing Gu, Zhenghe Xu, Kumar Nandakumar, Jacob Masliyah Effects of physical environment on induction time of air–bitumen attachment *Int. J. Miner. Process.* 69 (2003) 235– 250
- [60] H.J. Schulze Probability of particle attachment on gas bubbles by sliding *Advances in Colloid and Interface Science*, 40 (1992) 283-305.
- [61] Heindel, T. J., and Bloom, F., “Mathematical Modeling of the Overall Flotation Deinking Process,” Project F00903 Report 1, IPST Member Company Report (December 1995).
- [62] Heindel, T. J., and Bloom, F., “Mathematical Modeling of the Overall Flotation Deinking Process: Probability of Attachment by Sliding Improvements,” Project F00903 Report 6, IPST Member Company Report (May 199813).
- [63] Bloom, F.; Heindel, T.J. An Approximate Analytical Expression for the Probability of Attachment by Sliding. *J. Colloid Interface Sci.* 1999,218, 564-577.
- [64] Bloom, F.; Heindel, T.J. A Theoretical Model of Flotation Deinking Efficiency. *J. Colloid Interface Sci.* 1997,190, 182- 197.
- [65] T.J. Heindel and F. Bloom May Theory of Dispersed Air Flotation IPST Technical Paper Series Number 857, Submitted to *Encyclopedia of Surface and Colloid Science* 2000
- [66] T.J. Heindel and F. Bloom A Preliminary Study Of Flotation Deinking Model Validation Project FOO903 Report 9 Member Companies Of The Institute Of Paper Science And Technology August 1999.

- [67] Shahbazi , B. Rezai , S.M. Javad Koleini The effect of hydrodynamic parameters on probability of bubble–particle collision and attachment *Minerals Engineering* 22 (2009) 57–63.
- [68] J. Ralston Controlled flotation processes: Prediction and manipulation of bubble particle Capture. *The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy* January/February 1999
- [69] Schulze, H. J. New Theoretical and Experimental Investigations on Stability of Bubble article *Aggregates in Flotation: A Theory on the Upper Particle Size of Floatability*. *Int. J. Miner. Process.* 1977,4,241-259.
- [70] Ralston, J. The Influence of Particle Size and Contact Angle in Flotation. In *Colloid Chemistry in Mineral Processing*, Laskowski, J.S., Ralson, J., Eds.; Elsevier: Amsterdam, 203-2331992.
- [72] Nguyen, A.V., New method and equations for determining attachment tenacity and particle size limit in flotation. *Int. J. Miner. Process.* 68, 167– 182, 2002.
- [73] Hubert C.R. Schimann Force and energy measurement of bubble-particle detachment *Masters of Sciences In Mining and Minerals Engineering* May 27, 2004 Blacksburg, Virginia
- [74] J. Ralston, S.S. Dukhin The interaction between particles and bubbles *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects* 151 3–14 (1999).
- [75] Heindel, T.J.; Bloom, F. New Measures for Maximizing Ink Particle Removal in a Flotation Cell. In *1997 TAPPI Recycling Symposium*, TAPPI Press: Atlanta, GAY 1997, 101-113.
- [76] Schulze, H.J.; Wahl, B.; Gottschalk, G. Determination of Adhesive Strength of Particles within the Liquid Gas Interface in Flotation by Means of a Centrifuge Method. *J. Colloid Interface Sci.* 1989,128 (1), 57-65.
- [77] T.J. Heindel The Fundamentals of Flotation Deinking IPST Technical Paper Series Number 656 June1997
- [78] Schubert, H., 1999. On the turbulence-controlled microprocesses in flotation machines. *Int. J. Miner. Process.* 56, 257–27
- [79] Heinrich Schubert Nanobubbles, hydrophobic effect, heterocoagulation and hydrodynamics in flotation *Int. J. Miner. Process.* 78 (2005) 11 –21
- [80] Bloom, F. and T. J. Heindel "On the structure of collision and detachment frequencies in flotation models." *Chemical Engineering Science* 57(13): 2467-2473, 2002.

- [81] P.T.L. Koh, M. Manickam, M.P. Schwarz CFD simulation of bubble–particle collisions in mineral a flotation cells mineral Engineering 13 (2000) 1455–1463
- [82] P.T.L. Koh, M.P. Schwarz CFD modelling of bubble–particle collision and efficiencies in a flotation cell Minerals Engineering 16 (2003) 1055–1059
- [83] Ray Newella, Stephen GranoHydrodynamics and scale up in Rushton turbine Flotation cells: Part 1 — Cell hydrodynamics International Journal of Mineral Processing 2006
- [84] Pyke, B., D. Fornasiero, et al. (2003). " Bubble particle heterocoagulation under turbulent conditions." Journal of Colloid and Interface Science **265**(1): 141-151.
- [85] J. Duan, D. Fornasiero, J. Ralston Calculation of the flotation rate constant of chalcopyrite particles in an ore Int. J. Miner. Process. 72 (2003) 227– 237
- [86] K. Malysa, M. Krasowska, M. KrzanInfluence of surface active substances on bubble motionand collision with various interfaces Advances in Colloid and Interface Science 114–115 (2005) 205– 225
- [87] Zongfu Dai, Stanislav Dukhin,Daniel Fornasiero, and John Ralston The Inertial Hydrodynamic Interaction of Particles and Rising Bubbles with Mobile Surfaces Journal of colloid and interface science 197, 275–292 (1998)
- [88] Anh V. Nguyen Particle–bubble encounter probability with mobile bubble surfaces Int. J. Miner. Process. 55 (1998) 73–86
- [89] Sam, A., Gomez, C.O., Finch, J.A., 1996. Axial velocity profiles of single bubbles in water frother solutions.Int. J. Miner. Process. 47, 177–196.

ANNEXE

Liquides	γ_L	γ_L^d	γ_L^p	γ_L^+	γ_L^-
Hexane	18.4	18.4	0	0	0
Heptane	20.3	20.3	0	0	0
Octane	21.6	21.6	0	0	0
Decane	23.8	23.8	0	0	0
Dodecane	25.35	25.35	0	0	0
Tetradecane	26.6	26.6	0	0	0
Cyclohexane	25.5	25.5	0	0	0
Carbon CCl ₄	27.0	27.0	0	0	0
Benzene	28.9	27.1	0	0	2.8
Toluene	28.5	28.5	0	0	2.3
Methanol	22.5	18.2	4.3	0.06	77
Ethano	22.4	18.8	2.6	0.019	68
Chloroform	27.15	27.15	0	3.8	0
cis-Decalin	32.2	32.2	0	0	0
Br-nathalene	44.4	44.4	0	0	0
Methylene I ⁻	50.8	50.8	0	0	0
Ethy glycol	48.0	29.0	19.0	1.92	47
Formamide	58.0	39.0	19.0	2.28	39.6
Glycerol	64.0	34.0	30.0	3.92	57.4
Eau	72.8	21.8	51.0	25.5	25.5

Tab.1 : Composantes de tension superficielle des différentes liquides à 20 °C en mJ/m²[49].

Solides	γ_S	γ_S^d	γ_S^p	γ_S^+	γ_S^-
Téflon FEP	18.5	18.5	0	0	0
Polyisobutylene	25.0	25.0	0	0	0
Polypropylene	25.7	25.7	0	0	0
Corona-traité polypropylene	33.0	33	0	0	0
Polyethylene	33.0	33	0	0	0
Nylon 6,6	37.7	37.7	0	0	0
Polymethylmetacrylate	40.6	40.6	0	0	12
Polystyrene	42.0	42.0	0	0	1.1
Polyvinylalcohol	42.0	42.0	0	0	17-7.5
Polyvinylchloride	43.8	43.0	0.75	0.04	3.5
PEO - M.W. 6,000	43.0	43.0	0	0	64
Polyoxytetramethyleneglycol - M.W. 2	44.0	41.4	2.6	0.06	27
Co-poly(ethylene glycol, propylene glycol)-M.W.2	43.0	43.0	0	0	64
Charbon	39.8	39.8	0	0	2.5
Talc	41.6	37.4	4.2	2	2.2
Calcium Carbonate	48.0	48.0	0	0	79
Quartz (non traité)	191	76.0	115	--	--
Quartz (traité-DAHCl)	35.3	28.2	7.1	--	--
Silica Gel	48.8	42.0	6.8	58.4	0.2
Bentonite clay	55.5	41.2	14.3	1.5	33.3
α -Alumina	44.8	43.7	1.1	0.004	80.5
Barite	52.9	26.2	26.7	1.5	118.9

Tab.2 : Composantes de tension superficielle des différentes surfaces solides à 20 °C en mJ/m² [49].

d_p (cm)	Galène	Chalcopyrite	Quartz
0,00089	0,00394	0,00609	0,01099
0,00129	0,00826	0,01279	0,02308
0,00169	0,01418	0,02194	0,03959
0,00209	0,02168	0,03354	0,06053
0,00249	0,03076	0,04760	0,08591
0,00289	0,04144	0,06411	0,11571
0,00329	0,05369	0,08307	0,14994
0,00369	0,06754	0,10449	0,18860
0,00409	0,08297	0,12837	0,23169
0,00449	0,09999	0,15470	0,27921
0,00489	0,11859	0,18348	0,33116
0,00529	0,13878	0,21472	0,38754
0,00569	0,16056	0,24841	0,44834
0,00609	0,18392	0,28455	0,51358
0,00649	0,20887	0,32315	0,58325
0,00689	0,23540	0,36420	0,65734
0,00729	0,26352	0,40771	0,73587
0,00769	0,29323	0,45367	0,81882
0,00809	0,32452	0,50209	0,90621
0,00849	0,35740	0,55296	0,99802
0,00889	0,39187	0,60628	1,09427
0,00929	0,42792	0,66206	1,19494
0,00969	0,46556	0,72029	1,30004
0,00810	0,50872	0,28978	0,19319
0,00840	0,54710	0,31164	0,20776
0,00870	0,58688	0,33430	0,22287
0,00900	0,62805	0,35775	0,23850
0,00930	0,67062	0,38200	0,25467
0,00960	0,71458	0,40704	0,27136
0,00990	0,75994	0,43288	0,28859

Tab.3 : Valeurs du nombre de Stokes pour différentes valeurs de densité des particules

d_p (cm)	$v_B = 31,6$ cm/s	$v_B = 18$ cm/s	$v_B = 12$ cm/s
0,0000912	2,02E-04	1,15E-04	7,68E-05
0,0004912	5,86E-03	3,34E-03	2,23E-03
0,0008912	1,93E-02	1,10E-02	7,33E-03
0,0012912	4,05E-02	2,31E-02	1,54E-02
0,0016912	6,95E-02	3,96E-02	2,64E-02
0,0020912	1,06E-01	6,05E-02	4,04E-02
0,0024912	0,150811526	8,59E-02	5,73E-02
0,0028912	0,203129787	0,115706841	7,71E-02
0,0032912	0,263224247	0,149937862	1,00E-01
0,0036912	0,331094905	0,188598363	0,125732242
0,0040912	0,406741761	0,231688345	0,154458896
0,0044912	0,490164815	0,279207806	0,186138537
0,0048912	0,581364067	0,331156747	0,220771165
0,0052912	0,680339518	0,387535168	0,258356779
0,0056912	0,787091167	0,44834307	0,29889538
0,0060912	0,901619014	0,513580451	0,342386967
0,0064912	1,023923059	0,583247312	0,388831541
0,0068912	1,154003302	0,657343653	0,438229102
0,0072912	1,291859744	0,735869474	0,49057965
0,0076912	1,437492384	0,818824776	0,545883184
0,0080912	1,590901222	0,906209557	0,604139705
0,0084912	1,752086258	0,998023818	0,665349212
0,0088912	1,921047493	1,094267559	0,729511706
0,0092912	2,097784925	1,19494078	0,796627187
0,0096912	2,282298556	1,300043481	0,866695654

Tab.4 : Valeurs du nombre de Stokes pour différentes valeurs de la vitesse de la bulle

d_P (cm)	$d_B = 0.08$ cm	$d_B = 0.1$ cm	$d_B = 0.12$ cm
0,0000912	1,73E-04	1,38E-04	1,15E-04
0,0004912	5,01E-03	4,01E-03	3,34E-03
0,0008912	1,65E-02	0,013192721	1,10E-02
0,0012912	3,46E-02	2,77E-02	2,31E-02
0,0016912	5,94E-02	4,75E-02	3,96E-02
0,0020912	9,08E-02	0,072639886	6,05E-02
0,0024912	0,128857949	0,103086359	8,59E-02
0,0028912	0,173560261	0,138848209	0,115706841
0,0032912	0,224906793	0,179925434	0,149937862
0,0036912	0,282897545	0,226318036	0,188598363
0,0040912	0,347532517	0,278026014	0,231688345
0,0044912	0,418811709	0,335049367	0,279207806
0,0048912	0,496735121	0,397388097	0,331156747
0,0052912	0,581302753	0,465042202	0,387535168
0,0056912	0,672514605	0,538011684	0,44834307
0,0060912	0,770370676	0,616296541	0,513580451
0,0064912	0,874870968	0,699896775	0,583247312
0,0068912	0,98601548	0,788812384	0,657343653
0,0072912	1,103804212	0,883043369	0,735869474
0,0076912	1,228237163	0,982589731	0,818824776
0,0080912	1,359314335	1,087451468	0,906209557
0,0084912	1,497035727	1,197628581	0,998023818
0,0088912	1,641401339	1,313121071	1,094267559
0,0092912	1,79241117	1,433928936	1,19494078
0,0096912	1,950065222	1,560052177	1,300043481

Tab.5 : Valeurs du nombre de Stokes pour différentes valeurs de diamètre de la bulle.



Calculation of the contact angle of a spherical surface with a bubble in flotation

M. Bouhenguel*, S. Kouachi, A. Bouchemma

*Applied Chemistry and Materials Technology Laboratory, Larbi Ben M'hidi University Center,
Oum El Bouaghi 04000, Algeria
email : mbouhenguel@yahoo.fr*

Received 8 April 2007; Accepted 2 July 2008

Abstract

We have developed a method for the calculation of contact angle of spherical particle in interaction with a bubble in the process of flotation. The balance of forces acting on the instantaneous TPC perimeter in the radial direction could connect the central angle α and the contact angle θ in only one equation depending on the modified Bond number Bo , which made it possible to couple this equation with the one of the contact angle in function of the linear tension. Some theoretical results are presented.

Keywords: Contact angle; Flotation; Models

1. Introduction

The measurement of contact angles, as described by Thomas Young in 1805, remains the simplest and the most precise method to characterize solid surface properties and to determine the energy of interaction between a liquid and a solid. To be able to understand and calculate contact angles, we need to know the phenomena happening during the contact between a solid and a gas, a solid and a liquid or between

these three phases and the balances of the phases present during the process of separation. In order to calculate the latter, one calculates the contact angle of the plane surfaces, especially of a surface supposed to be spherical and linked to an air bubble, during the ores separation by flotation.

The study of an interaction particle–bubble lays out a very important conventional and practical significance at the time of the process of flotation [1–4]. Since the majority of the ores of the world are recovered by flotation, much attention was given to these interactions so as to understand them.

*Corresponding author.

In the aqueous medium, at least three suitable forces of surface act between a bubble of air and a particle, namely; the electrostatic double layer force; the Van der Waals force; and if the contact angle is larger than zero, it is the hydrophobic attraction force. In the case of the hydrophobic solids, a strong attraction is observed at the time of the contact with the bubble of air leading, thus, to the realization of the three subprocesses controlling the process of flotation which are: the collision, the attachment and the stability of the aggregate particle bubble. The subprocess of attachment is the decisive point in which the best flotation would be possible. Because of this, much of the studies were aimed at understanding the stages thus produced. The attachment of air bubble on the mineral surface is possible after thinning down the liquid layer separating the air bubble from the ore until achieving a critical thickness. Then, the breaking of the thin film, the formation of a three-phase core of contact (a hole of a critical ray), and the expansion of the contact area between the air bubble and the ore surface to form a stable perimeter for damping all these stages will be possible if the formed contact angle is more than zero.

In this paper, the measurement of the contact angle of a spherical surface during flotation is achieved by calculating the plane surface using two models: Owens and Wendt model and Good Van Oss model. Determining the contact angle of a spherical surface is possible after coupling the equation depending on the linear tension and the equilibrium equation of three contact phases connecting the angle which describes the position of the particle in the interface and the contact angle θ [5–7].

2. Methods

2.1. Owens and Wendt model

In the model of Owens and Wendt, one considers that the energy of surface is expressed in

the form [8]

$$\gamma_S = \gamma_S^d + \gamma_S^{nd}$$

in which γ_S^d is a dispersive component and γ_S^p is a nondispersive component.

The equation connecting the components to the contact angle is then written:

$$\theta = \arccos \left(\frac{2\sqrt{\gamma_S^d} \sqrt{\gamma_L^d} + 2\sqrt{\gamma_S^p} \sqrt{\gamma_L^d}}{\gamma_L} - 1 \right) \quad (1)$$

In this model, one needs two different liquids to obtain the energy of surface. However, an approximation is made on the nondispersive term by considering that it is the geometric mean of γ_S^p and of γ_L^p . This approximation does not account for the possible polar polymer reaction in an aqueous medium.

2.2. Good Van Oss model

In the Good Van Oss model, the energy of surface is written (Fig. 1):

$$\gamma_S = \gamma_S^d + 2\sqrt{\gamma_S^+ \gamma_S^-}$$

where γ_S^d is the dispersive component (dipole–dipole interaction) and γ_S^+ and γ_S^- are the polar components.

The relation between solid surface energy and liquid components and the contact angle of the drop is written:

$$\theta = \arccos \left(\frac{2 \left(\sqrt{\gamma_S^d \gamma_L^d} + \sqrt{\gamma_S^+ \gamma_L^-} + \sqrt{\gamma_L^+ \gamma_S^-} \right)}{\gamma_L} - 1 \right) \quad (2)$$

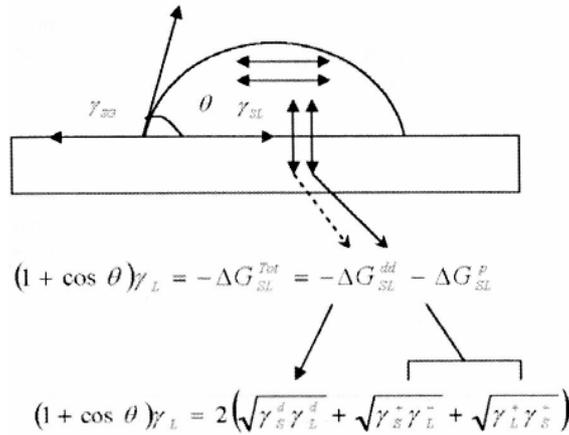


Fig. 1. Surface free energy according to the Good Van Oss model.

2.3. Calculation of the contact angle of a spherical surface related to the linear tension

When the spherical particle is attached to the air bubble, a three-phase contact system is formed. The equivalent force of the jump is the capillary force due to meniscus formation. This force depends on the contact angle given by the relation [9,10]:

$$F_{Cap} = 2\pi R_p \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\theta - \alpha)$$

where γ is the surface tension of the liquid and R_p is the radius of particle. The parameter α describes the position of the particle in the interface (Fig. 2). The capillary force is equal to zero for $\alpha = \theta$, which is the case when no meniscus is formed, and vice versa; i.e, a meniscus inevitably leads to a capillary force. This assumption is used to determine the contact angle of a spherical particle.

The capillary force depends on the contact angle which in turn is related to the linear tension κ^0 via the formula [11]

$$\cos \theta = \cos \theta^0 + \frac{\kappa^0}{R_p \gamma} \cot \alpha \tag{4}$$

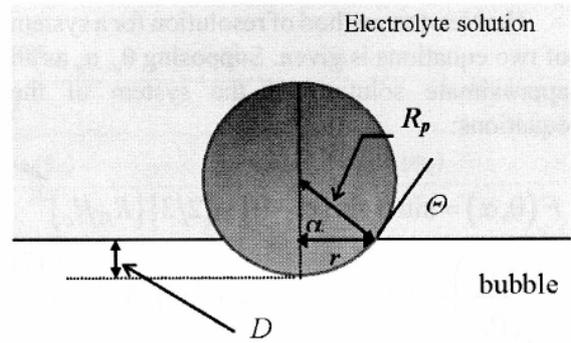


Fig. 2. Spherical particle in three contact phases on the surface of a bubble in an electrolyte solution.

where θ^0 is the contact angle measured on a plane surface.

At the three contact phase's equilibrium, the equation relating angle α to the contact angle θ is given by the following expression [12]:

$$\sin \alpha \sin(\alpha - \theta) = Bo \tag{5}$$

with Bo as the modified Bond number, which is equal to:

$$Bo = \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{R_p}{l_c} \right\}^2 \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_L} \right) - f(\alpha) \right] \tag{6}$$

where l_c is the capillary length, and f is a function of α equal to $f(\alpha) = (2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha) / 4$.

Let us replace these parameters in Eq. (6), and with Eq. (4) one obtains the system of equations according to:

$$\begin{cases} \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{R_p}{l_c} \right\}^2 \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_L} \right) - \left(\frac{2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha}{4} \right) \right] \\ \cos \theta = \cos \theta^0 + \frac{\kappa^0}{R_p \gamma} \cot \alpha \end{cases}$$

This system of two equations with two variables θ and α needs a numerical method to be solved.

The Newton method of resolution for a system of two equations is given. Supposing θ_n, α_n as an approximate solution of the system of the equations:

$$F(\theta, \alpha) = \sin \alpha \sin(\alpha - \theta) - \{2/3\} \{R_P/l_c\}^2 \left[\left(\frac{\rho_P}{\rho_L} \right) - \left((2 + 3 \cos \alpha - \cos^3 \alpha) / 4 \right) \right] = 0 \quad (7)$$

$$G(\theta, \alpha) = \cos \theta - \cos \theta^0 - \frac{k^0}{R_P \gamma} \cot \alpha = 0 \quad (8)$$

where F and G are continuously derivable functions. While posing

$$\theta = \theta_n + h_n; \quad \alpha = \alpha_n + k_n$$

Then one has

$$F(\theta_n + h_n; \alpha_n + k_n) = 0$$

$$G(\theta_n + h_n; \alpha_n + k_n) = 0$$

4. Results and discussion

4.1. Contact angle of a plane solid surface

Some results of the contact angle of several systems (liquid–solid–air) calculated on the basis of the two models (Good Van Oss and Owens and Wendt) are illustrated in Table 1.

The Good Van Oss model can be applied for surfaces having a free energy or average and weak surface. Consequently, the Owens and Wendt model can be applied only for surface solids having a weak free energy (Teflon, polyisobutylene, polypropylene, etc.), whereas with surfaces having average energy (calcium carbonate, polymethylmethacrylate), this model has divergences in comparison with the Good Van Oss model (Fig. 3).

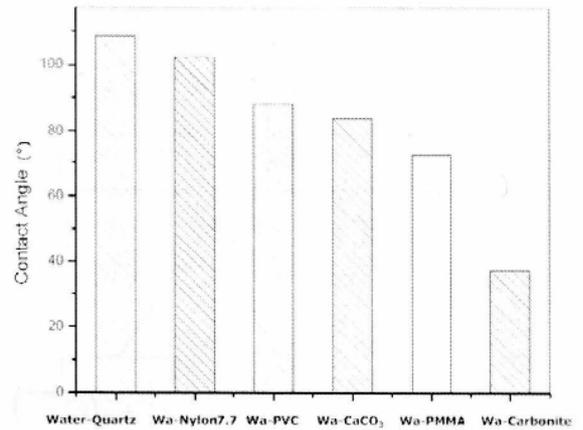


Fig.3. Calculated contact angle (Good theory) between water and planar solids.

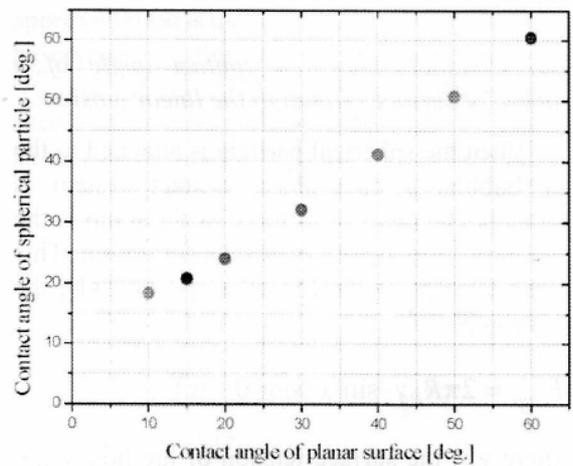


Fig. 4. Contact angle of a spherical surface vs a plane surface of a solid of diameter 20 μm and density 2.65 g/cm³.

4.2. Contact angle of a spherical surface

The calculated angles for plane surfaces and spherical surfaces were roughly similar. Below 40°, the contact angles for the spherical particles are higher than for those plane surfaces. Then, the values of the contact angles for the plane surfaces and those of spherical surfaces tend to remain the same.

Table 1
Calculated contact angles of sessile drop for various planar systems

System–air	Contact angle	
	Good Van Oss (θ_G)	Owens and Wendt (θ_W)
Water–Teflon	164	164
Water–polypropylene	111	111
Water–polyisobutylene	110	110
Water–quartz (treated DAHCl)	109	78
Water–polyethylene	105	105
Water–Nylon 7.7	102	102
Water–polyvinylchloride	88	95
Water–parbonate	84	96
Water–coal	88	101
Water–polymethylmethacrylate	72	101
Water–carbonite	37	55
Glycerol–Teflon	102	102
Glycerol–polyethylene	87	87
Ethanol–Teflon	48	48
Toluene–polypropylene	26	26
Methanol–Teflon	51	51
Methyleneiodide–polystyrene	35	35
Cis Decalin–polyisobutylene	40	40
Formamide–talc	45	51
Ethylene glycol–Teflon	92	92

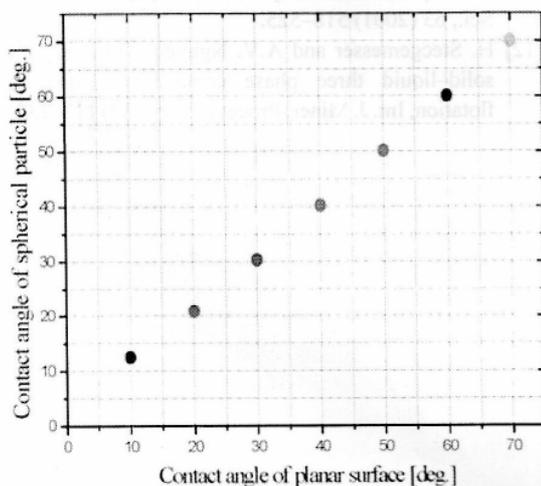


Fig. 5. Contact angle of a spherical surface vs a plane surface of a solid of diameter 120 μm and density 2.65 g/cm^3 .

Table 2
Calculated contact angle showing the effect of the particle size on the contact angle

Radius of the particle (μm)	ρ_s (g/cm^3)	Angle of a plane surface ($^\circ$)	Angle of a spherical surface ($^\circ$)
10	2.65	10	22
10	2.65	20	27
100	2.65	10	13
100	2.65	20	21

One can notice that when the spherical particle is small, the contact angle of a spherical surface is larger than that of a plane surface (Table 2); then it remains almost constant beyond 40° . The larger is the size of the particle, the closer are the contact angles shown in Figs. 4 and 5.

5. Conclusions

A difference exists between the contact angle of small spherical particles and contact angles on planar surfaces. This difference decreased with increasing contact angle and increasing particle size. This difference can be interpreted as the interaction energy between a particle and a bubble since the attractive hydrophobic interaction increases as the hydrophobicity of the particle increases.

References

- [1] M.C. Kaplan, A. Jegou, B. Chaufer, M. Rabiller-Baudry and M.C. Michalsky, Adsorption of lysozyme on membrane material and cleaning with non anionic surfactant characterized through contact angle measurements, *Desalination*, 146 (2002) 149–154.
- [2] W. Zhang, M. Wahlgren and B. Sivik, Membrane characterization by the contact angle technique II. Characterization of UF-membranes and comparison between the captive bubble and sessile drops as methods to obtain water contact angles, *Desalination*, 42 (1989) 263–273.
- [3] H.X. Sun, L. Zhang, H. Chai and H.L. Chen, Surface modification of poly(tetrafluorethylene) films via plasma treatment and graft copolymerization of acrylic acid, *Desalination*, 192 (2006) 271–279.
- [4] T.N. Hunter, R.J. Pugh, G.V. Franks and G.J. Jameson, The role of particles in stabilizing foams and emulsions, *Adv. Coll. Interface Sci.*, 137 (2008) 57–81.
- [5] P.A. Kralchevsky and N.D. Denkov, Capillary forces and structuring in layers of colloid particles, *Curr. Opin. Coll. Interf. Sci.*, 6 (2001) 383–401.
- [6] G.E. Yakubov, H.J. Butt and O.I. Vinogradova, Interaction forces between hydrophobic surfaces, *J. Phys. Chem.*, 104 (2000) 3407–3410.
- [7] S. Ecke, M. Preuss and H.J. Butt, Microsphere tensiometry to measure advancing and receding contact angles on individual particles, *J. Adhesion Sci. Technol.*, 13 (1999) 1181–1191.
- [8] I. Yildirim, Surface free energy characterization of powdered, PhD, Virginia Polytech Inst., Virginia, 2001.
- [9] A.V. Rapacchietta and A.W. Neumann, Force and free-energy analyses of a small particles at fluid interfaces: II Spheres, *J. Coll. Interf. Sci.*, 59 (1977) 555–567.
- [10] A.V. Rapacchietta, A.W. Neumann and S.N. Omenyi, Force and free-energy analyses of small particles at fluid interfaces: I Cylinders, *J. Coll. Interf. Sci.*, 59 (1977) 541–554.
- [11] G.E. Yakubov, O.I. Vinogradova and H.J. Butt, A study of the linear tension effect on the polystyrene microsphere wettability with water, *J. Coll. Interf. Sci.*, 63 (2001) 518–525.
- [12] H. Stegemeser and A.V. Nguyen, Time of gas–solid–liquid three phase contact expansion in flotation, *Int. J. Miner. Process.*, 56 (1987) 117–132.

Résumé :

L'étude et le calcul des différents paramètres influençant sur le procédé de flottation rendent possible de connaître les meilleures conditions pour réaliser une séparation sélective. Pour interpréter les phénomènes intervenant en cours, on a étudié les étapes élémentaires lors du contact particule – bulle à savoir la collision, l'attachement, et la stabilité de l'agrégat particule – bulle, permettant ainsi de construire un modèle général de flottation pour déterminer la tendance de flottation des particules des différentes classes de grandeurs.

Dans cette étude on a choisi d'étudier théoriquement le procédé de flottation des particules de granulométrie [10 – 100 μ m], en se basant sur plusieurs modèles. Cependant on a construit un programme de simulation permettant d'interpréter ces modèles en offrant le choix de saisir les données de calcul, avec d'autres avantages liés à son outil de conception visuelle de l'interface utilisateur et de programmation événementielle.

Le travail effectué montre étape par étape le déroulement du procédé de flottation à l'échelle particule – bulle. Les modèles proposés dans cette étude donnent une image générale sur l'étape lors du contact particule – bulle et traduit la complexité des phénomènes rencontrés que se soient hydrodynamiques, de surface ou même insurfaciales sous la forme d'une écriture mathématique, qui fait la jonction entre les faits d'expérience et établit une corrélation entre les paramètres du processus étudié.

La méthode développée pour le calcul de l'angle de contact des surfaces sphériques en contact avec les bulles d'air à l'équilibre de TPC donne de bons résultats et explique la tendance des particules de petites tailles de s'attacher aux bulles d'air par rapport aux particules de grandes tailles.

Presque la plupart des modèles de collision ignorent l'influence de l'inertie des particules. On a tenté dans cette étude d'expliquer l'influence des forces d'inertie en incorporant dans le modèle générale de flottation le modèle de collision de Sutherland et le modèle d'attachement de Nguyen développées en ignorant l'effet de l'inertie de particules. En utilisant pour le calcul comparatif les espèces; le quartz, la chalcopirite et la galène, les résultats obtenus expliquent l'importance des forces d'inertie non seulement dans la tendance de flottation des particules solides mais dans le développement des modèles de prédiction des efficacités de l'interaction particule – bulle en flottation.

Abstract:

The study and the calculation of the various parameters influencing on the process of flotation return possible knowledge best the conditions of carrying out a selective separation. To interpret the phenomena intervening in court, we have studied the elementary steps at the time of the contact particle - bubble with knowing the collision, the attachment, and the particle - bubble aggregate stability, thus allowing building a general flotation model in order to determine the tendency of flotation of the particles of the various classes of sizes.

In this study we have selected to study theoretically the process of flotation of the particles of sizes between 10 and 100um while basing on several models. However we have built a simulation program allowing to interpret these models by offering the choice to seize the calculation data, with other advantages related to his tools of visual design of the user interface and the event programming.

Our work shows step by step the process of flotation on the scale particle - bubble. The models suggested in this study to give a general image on the step at the time of the contact particle - bubble, and translated the complexity of the phenomena such as hydrodynamic, of surface or even insurfaciales intervening in the form of a mathematical equation, which makes the junction between the facts of experiment and establishes a correlation between the parameters of the studied process.

The method developed for the calculation of the contact angle of spherical surfaces in contact with the air bubbles at the equilibrium of the TPC gives a good results and explains the tendency of the small particles to attach to the air bubbles compared to the big sizes particles.

Nearly all models ignore the influence of particle inertia. We have tried in this study to explain the influence of the inertia by incorporating in the general flotation model the model of collision of Sutherland and the model of attachment of Nguyen developed by ignoring of the effect of the inertia of particles. By using for comparative calculation the species quartz, chalcopyrite and galena, the results obtained explain the importance of the inertial forces not only in the flotation tendency of the solid particles but in the development of the models of prediction of the efficiency of the particle - bubble interaction in flotation.

ملخص :

إن دراسة وحساب مختلف العناصر المؤثرة على طريقة الفصل بالطفو تجعل من الممكن معرفة الظروف التي يجب إتباعها من أجل طريقة فصل انتقائي.

لترجمة تدخل الظواهر على طريقة الفصل بالطفو درسنا الخطوات الأولية أثناء الاتصال جسيم - فقاعة الهواء مثلا الاصطدام، الارتباط، واستقرار المجموع جسيم - فقاعة الهواء، و ذلك لإمكانية ابتكار نموذج عام لطريقة الفصل بالطفو لكي يُقرّر ميل الفصل بالطفو للجسيمات مُختلفة الحجم.

في هذه الدراسة اخترنا دراسة طريقة الفصل بالطفو للجسيمات ذات الحجم بين 10 و 100 ميكرون إسنادا على نماذج رياضية مختلفة. حيث ألفنا برنامج تقليد يسمح بتفسير هذه النماذج و يمنح إمكانية بعرض اختيار معطيات الحساب، بالإضافة إلى الفوائد الأخرى المتعلقة بأدواته من التصميم البصري للسطح المستعمل والبرمجة الحديثة.

علما يُظهر خطوة خطوة طريقة الفصل بالطفو على المقياس الجسيم - فقاعة الهواء. النماذج المقترحة في هذه الدراسة تمت لإعطاء صورة عامة على الخطوة أثناء الاتصال جسيم - فقاعة الهواء ، وترجمت تعقيد الظواهر على سبيل المثال الظواهر الهيدروديناميكية، الظواهر السطحية أو حتى تدخل الظواهر اللاسطحية على شكل معادلات رياضية، التي تُعمل على التنسيق بين حقائق التجربة وتؤسس ارتباط رياضي بين المقاييس العملية المدروسة.

الطريقة التي طوّرت لحساب زاوية السطح البيئي بين فقاعة الهواء و سطح المعدن الكروي الشكل باتصال بفُقاعات الهواء عند توازن الأطوار غاز - سائل - صلب تُعطي نتائج جيدة وتوضح ميل الجسيمات الصغيرة للربط بفُقاعات الهواء مقارنة مع الجسيمات ذات الحجم الكبيرة.

تقريباً كلّ النماذج تُهمل تأثير قوى العزم للجسيمات. حاولنا في هذه الدراسة توضيح تأثير قوى العزم بدمج في النموذج العام لطريقة الفصل بالطفو نموذج الاصطدام لسوثرلاند ونموذج الارتباط ل Nguyen اللذان طوّرا بإهمال تأثير قوى العزم للجسيمات. بالاستعمال للحساب المقارن، للجسيمات المعدنية كوارتزة ، كالكوبيريت كبريتيد النحاس ، والجالينا، النتائج المحصلة أوضحت أهمية قوى العزم ليس فقط في ميل الطفو الجسيمات الصلبة لكن في تطوير نماذج تنبؤ كفاءة التداخل الجسيم - فقاعة الهواء في طريقة الفصل بالطفو