

EVALUATION NUMERIQUE DU FACTEUR D'INTENSITE DES CONTRAINTES EN MODE I POUR DES MATERIAUX A GRADIENT DE PROPRIETES MECANQUES

Y.ADJAL¹, L.ERROUANE¹, A.MOHAMED², T.HOUSSEM²

¹Laboratoire Structure en Composite et Matériaux Innovants – LSCMI, Faculté de Génie Mécanique, Département de Génie Maritime, BP 1505 El M'Naouer, UST-MB, Oran, Algérie ; adjaleng@gmail.com.

¹Laboratoire Structure en Composite et Matériaux Innovants – LSCMI, Faculté de Génie Mécanique, Département de Génie Maritime, BP 1505 El M'Naouer, UST-MB, Oran, Algérie ; herrouane@yahoo.fr

²Faculté de Génie Mécanique, Département de Génie Maritime, BP 1505 El M'Naouer, UST-MB, Oran, Algérie

RÉSUMÉ

Le but de cette étude fut d'analyser le comportement de fissures des matériaux à gradient de propriétés mécaniques, caractérisé par son facteur d'intensité de contrainte, qui permet de décrire l'état de contraintes à la pointe de fissure. L'évaluation numérique de ce facteur se fait grâce à la méthode des éléments finis par l'utilisation du code numérique Ansys. Le comportement mécanique des matériaux FGM a été décrit selon la fraction volumique du matériau constitutif, en se basant sur la loi de puissance. Une modélisation bidimensionnelle a été effectuée sur une plaque contenant une fissure transversale et composée de trois matériaux, munie par un maillage fin autour de la fissure grâce à des éléments spécifiques.

Une étude paramétrique a été menée dans le but de quantifier l'influence des différents paramètres physiques et géométriques sur le facteur d'intensité des contraintes tels que, la taille de la fissure, l'indice matériel et le rapport de module de Young entre deux matériaux. Les résultats obtenus montrent clairement que la distribution des propriétés de matériau est importante et doit être prise en compte dans la conception des structures en FGM. Une configuration appropriée est capable de prolonger la durée de vie résiduelle de la structure fissurée et assurer un fonctionnement sûr des structures.

Mots Clés: FGM, *Facteur d'intensité de contraintes, Méthode des éléments finis, Etat de contraintes*

1. INTRODUCTION

Les matériaux à gradient de propriétés mécaniques, (dite en anglais : Functionally Graded Materials), qui s'inscrivent dans une tendance relativement nouvelle de la science des matériaux. Ce sont des matériaux ayant une variation graduelle et continue des fractions volumiques de chaque constituant, générant des changements en conséquence des propriétés des matériaux. L'idée originale du concept des matériaux FGM a été proposée en 1984 par des chercheurs japonais, pour la préparation de nouveaux matériaux dans la construction de barrière thermique [2]. Cette technologie permet de résoudre le problème de l'interface entre deux matériaux par l'élimination de discontinuités et d'améliorer la résistance au délaminage et à la propagation des fissures [12]. L'utilisation de ce type de matériau dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion soumis à des charges thermiques sévères qui peuvent conduire à l'endommagement des composants structurels [11]. L'utilisation croissante des matériaux avancés dans les éléments de structures a éveillé l'intérêt des chercheurs pour l'étude de la réponse des plaques en FGM utilisées dans des domaines à fortes sollicitations mécaniques et thermiques. L'étude du comportement de fissures est un axe fondamental dans l'étude de la durée de vie d'une structure. Elle repose sur les principes de la mécanique de la rupture, notamment par le calcul du facteur d'intensité de contraintes. Ces dernières années de nombreuses recherches ont été consacrées afin d'analyser le comportement statique et dynamique de différents éléments structurels, telles que les plaques, les poutres en FGM sous chargement mécanique, ainsi que des charges thermiques. Pour les matériaux fonctionnellement gradués, des

solutions analytiques pour étudier le comportement de fissures sont limités à des géométries relativement simples et aussi à des conditions de chargement. Le premier modèle analytique a été proposé par Erdogan et al. [5] pour décrire le comportement de fissures des plaques FGM, ils ont traité le problème d'élasticité plane pour deux demi-plans collés contenant une fissure perpendiculaire à l'interface et d'identifier l'effet de variation de propriétés des matériaux à proximité du plan de diffusion sur le facteur d'intensité de contrainte. Gu, P. et al [6] ont été proposé une méthode simple pour déterminer la valeur numérique de facteur d'intensité de contraintes. L'effet de la non-homogénéité sur le calcul numérique de J-intégrale a également été étudié dans cette recherche. Ozturk et Erdogan [10], ont examiné le problème de fissure symétrique dans les matériaux FGM pour lesquelles, ils ont supposé que les propriétés de milieu varient dans une direction et symétrique à l'autre direction. Cas particulier de matériaux fonctionnellement gradués en époxy rempli de verre avec des fissures des bords parallèles à la direction du gradient élastique et soumis à une flexion pure ont été étudiées par C.-E. Rousseau et al. [3]. Plusieurs méthodes numériques ont été proposées pour évaluer l'état de contraintes au voisinage de fissure, parmi lesquelles, on trouve la méthode des éléments finis qui devient un outil indispensable pour analyser le comportement de fissures. Dans ce contexte, G. Anlas, M. H. Santare [1] ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier des plaques fissurées et non fissurées en matériaux fonctionnellement gradués. La variation de la propriété matérielle est discrétisé en attribuant des propriétés élastiques homogènes à chaque élément. L'analyse numérique de champ de contraintes et de déplacements à la pointe de fissure avec une fissure normale au gradient élastique a également été réalisée par Marur et al. dans [9]. M. Sevcika,b et al.[8] ont développé un modèle FE, en utilisant la loi de puissance pour étudier l'influence de la distribution matérielles de la couche FGM qui située entre deux différents matériaux homogènes sur le facteur d'intensité de contraintes. Un modèle numérique a été créé via commercial code Abaqus par E.Martinez-Paneda et al. [4], en se basant sur la loi exponentielle qui décrire la variation continue de matériau FGM par l'intégration des sousroutines (USDFLD,UMAT) écrites en fortran pour l'analyse du champ des contraintes à proximité de fissure. Au cours des deux dernières décennies, les méthodes sans maillage ont attiré une attention considérable dans la résolution de problèmes aux limites. Parmi lesquelles une méthode, dite MLPG, a également été utilisé pour l'analyse de la fissure 2-D dans les FGM [14]. Effet de l'angle entre la direction de gradation de matériau et la longueur de fissure sur le mode mixte des plaques FGM sous charge statique est étudié par la méthode MLPG dans [13]. R.J.Butcher [11] utilisé des mesures optiques pour connaître les paramètres de rupture du comportement à la pointe de fissure dans des matériaux fonctionnellement gradués et ces résultats sont également comparés avec des calculs numériques par éléments finis. Dans ce papier, nous allons nous attacher à la détermination du facteur d'intensité de contrainte dans le cas d'une fissure transversale présente dans une plaque en FGM composant de trois parties sollicitée au chargement normal. Ces calculs se fait grâce à la méthode des éléments finis par l'utilisation du code numérique ANSYS. Une étude paramétrique a été munie lors de calcul numérique afin de mettre en valeur les paramètres qui prouvent influencer le facteur d'intensité de contrainte.

2. Propriétés matérielles de plaque FGM

Une fonction de loi de puissance est utilisée pour décrire la variation de propriétés matérielle Figure 1, donnée comme suite

$$E(z)=(E_2-E_1)*(z/h+0.5)^n+E_1 \quad (1)$$

où E_2 et E_1 sont respectivement les modules de Young de la surface gauche ($z = -h/2$) et de la surface droite ($z = h/2$) de la plaque FGM, n est un paramètre matériel, h est l'épaisseur de la plaque. La variation de module de Young dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM est représentée sur la figures 2 pour différents rapports $E_2 / E_1 = 0.1$ et $E_2 / E_1 = 10$. Il est appariât clairement dans ces figures, que le module de Young varie suivant l'épaisseur, ce qui vérifié l'approche théorique du comportement mécanique des matériaux FGM.

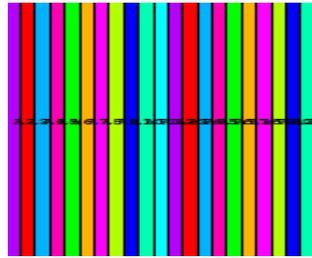


FIGURE 1. Discrétisation la plaque à gradient de propriété selon la loi de puissance.

Ce module d'Young change rapidement près de surface gauche pour $n < 1$ et augmenté rapidement près de la surface droite pour $n > 1$. La valeur de l'index "n" indique essentiellement la quantité et la distribution de matériau rigide dans la plaque. En effet avec des valeurs plus élevées de "n" la plaque tend vers le matériau moins rigide (la surface gauche) tandis que les valeurs inférieures de "n" tendent vers le matériau plus rigide (la surface droite).

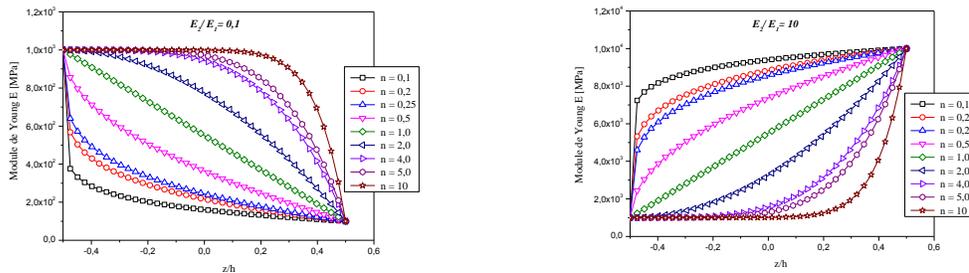


FIGURE 2. Variation du module de Young suivant l'épaisseur de la plaque pour différents valeur de l'index « n », pour $E_2/E_1 = 0.1, 10$

3. INFLUENCE DU RAPPORT DE MODULE DE YOUNG ET L'INDICE MATERIEL SUR LA VARIATION DU FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTES

Nous considérons le cas d'une plaque composée de trois couches deux homogène et l'autre est hétérogène rapportée à un système de coordonnées cartésiennes comme montré sur la figure 3. La plaque est composée de trois couches, nommées, "M1", "FGM", et "M2" de la face gauche à celle droite de la plaque. Dans la couche FGM, un changement continu du module de Young, suivant une loi de puissance.

Dans cette partie, nous visons à mettre en évidence l'effet de la longueur de fissure sur le FIC pour différents rapport de module de Young et de l'indice matériel « n ». A cet effet, en faisant varier la longueur de la fissure $0.09 \leq a \leq 2.7$ d'une manière croissante. Pour cela nous avons créé une fissure transversale qui est commencée par le matériau M1, et elle se propage jusqu'à ce que la pointe de la fissure atteindre le matériau M2.

Les propriétés des matériaux de la couche en FGM sont divisées en 22 couches pour les deux cas $E_2 / E_1 = 0,1$ et $E_2 / E_1 = 10$. Un maillage fin et raffiné est appliqué autour de la fissure figure 3 à l'aide du code de calcul Ansys APDL version 12 afin d'améliorer la convergence du calcul et d'aboutir à un résultat plus fiable.

Les figures .4.a ,4.b et 4.c illustrent les courbes typiques de l'évolution du FIC en fonction du rapport entre la longueur de fissure et la largeur de la plaque pour des rapports donnés.

À l'analyse de ces figures, on remarque que l'augmentation du FIC dans le cas du matériau M1 est due principalement à l'augmentation de la longueur de fissure. Ce facteur atteint des valeurs significativement différentes pour le rapport $E_2 / E_1 = 10$, mais dans le cas de $E_2 / E_1 = 10$, où il est considérablement plus faible.

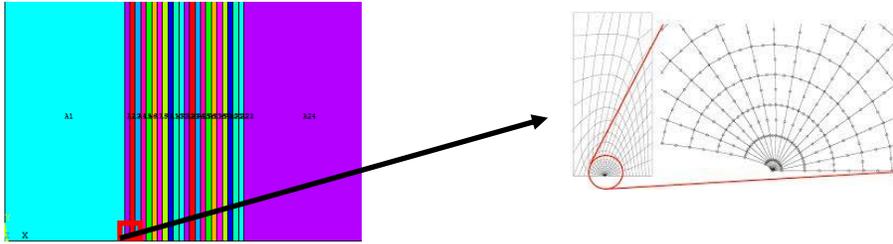


FIGURE 3. Modèle couplé de la géométrie par Ansys APDL

Pour le rapport $E_2 / E_1 = 0.1$, on observe une augmentation progressive du FIC dans la partie qui représentée par le matériau M1 ainsi que la partie présenté par de FGM. Ce facteur est presque constant en matériau M2 (variation trop petite de 0.4- 0.9). En comparaison avec celle du rapport $E_2 / E_1 = 10$ la courbe qui représente le facteur d'intensité de contrainte subit une chute au niveau des interfaces présentées par la partie FGM et la partie du matériau M2. Sur la lumière de ces résultats nous pouvons conclure que l'interface rigide causera un abaissement de facteur d'intensité de contrainte.

Pour l'index $n=10$ de la figure 4.c, on remarque une augmentation progressive du facteur d'intensité de contraintes dans les trois partie (M1, FGM et M2) pour le rapport $E_2/E_1=0.1$. Par contre pour le cas $E_2/E_1=10$ on observe une chute dans les valeurs du FIC au niveau de la partie rigide, présentée par le matériau M2.

Les résultats graphiques de la variation du facteur d'intensité de contrainte de plaque FGM en fonction de l'index « n » sont montrés sur les figure 5. Des différences significatives dans les valeurs des facteurs d'intensité de contraintes sont observées. Au niveau de la couche de FMG, le facteur d'intensité de contrainte diminue et commence à se développer vers le matériau M2. La diminution du module de Young apparaît immédiatement après l'interface et qui a provoqué l'augmentation du facteur d'intensité de contraintes.

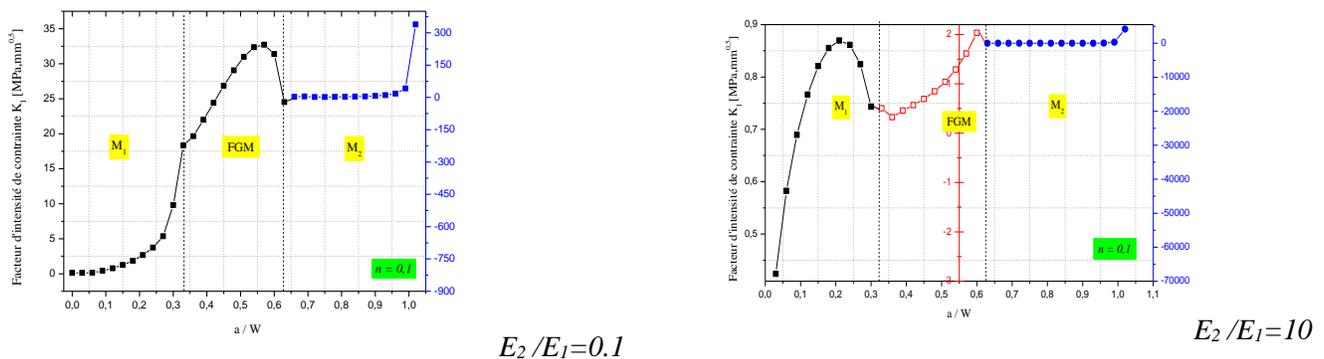


FIGURE 4.a. Variation du facteur d'intensité de contrainte $E_2 / E_1 = 0.1$, $E_2 / E_1 = 10$ et $n = 0.1$.

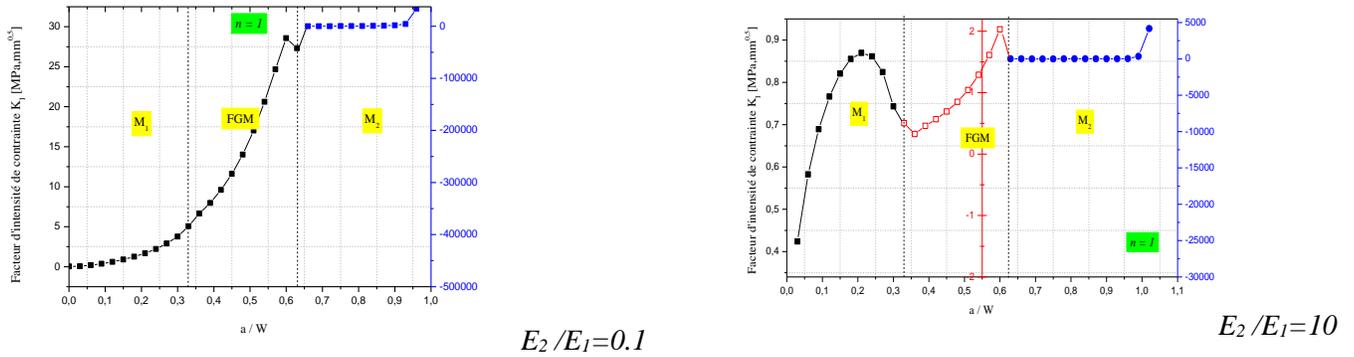


FIGURE 4.b. Variation du facteur d'intensité de contraintes $E_2/E_1=0.1$, $E_2/E_1=10$ et $n=1$.

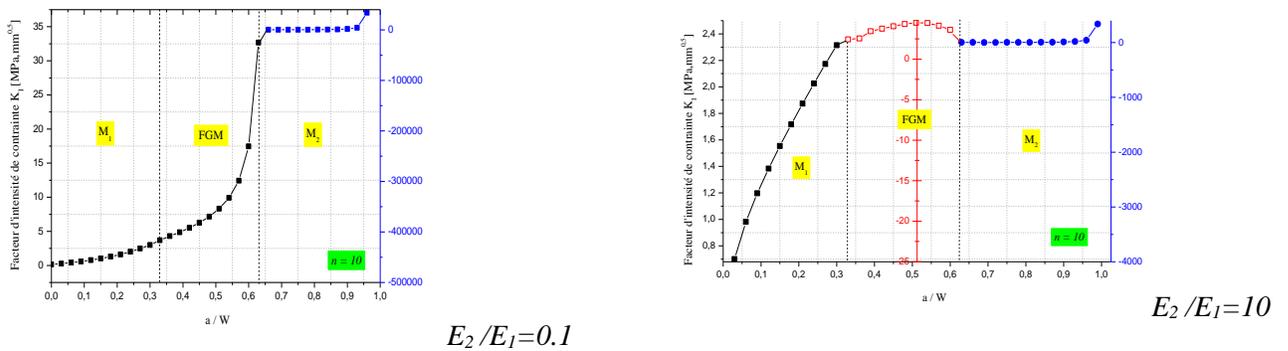


FIGURE 4.c. Variation du facteur d'intensité de contraintes, $E_2/E_1=0.1$ et $e_2/e_1=10$, avec $n=10$

Cependant une situation similaire se produit pour $n=10$, où une forte variation de la valeur du facteur d'intensité de contrainte se produit près de l'interface de la FGM et le matériau M2.

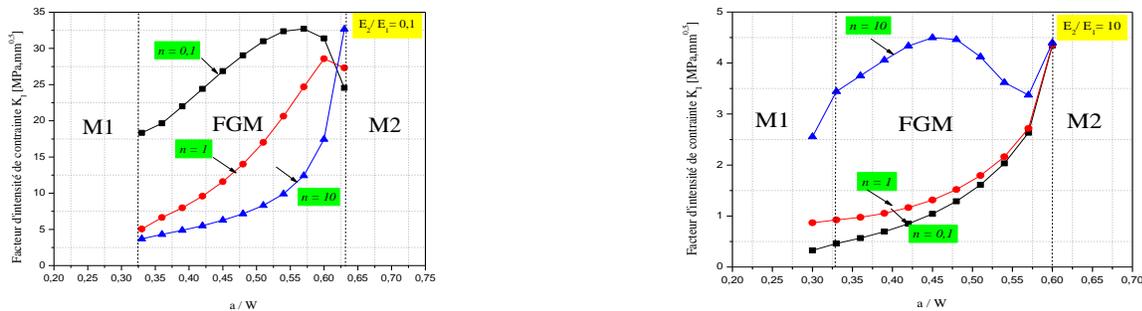


FIGURE 5. Variation du facteur d'intensité de contraintes $E_2/E_1=0.1$, 10 , pour différents indexe n .

4. CALCUL DU FIC D'UNE PLAQUE COMPOSEE PAR CERAMIQUE/FGM/METAL

Nous avons choisi un modèle numérique qui comporte trois parties telles que (céramique, FGM, métal) afin d'évaluer le comportement de la fissure pour deux types de matériaux les plus étudiés dans la littérature comme Céramique/Métal, dont ces caractéristiques mécaniques sont présentées dans le tableau 1.

	Céramique	Métal
Module de Young E [MPa.]	3,8E10 ⁵	7E10 ⁴
Coefficient de poisson ν	0.3	0.3
Masse Volumique ρ [Kg/m ³]	3960	2780

Tableau 1. Propriétés mécaniques de la plaque FGM

De cette figure, les mêmes constatations ont été remarqués que celles des courbes précédents de la figure 4. Dans la partie qui désigne la céramique, le matériau est purement isotrope, la courbe du facteur d'intensité de contrainte prenne une allure asymptotique après certain taille de fissure, puis cette courbe change dès que la fissure atteint la plaque en FGM pour un index $n=0.1$, dont le module de Young change d'une couche à une autre vers le matériau plus rigide (métal).

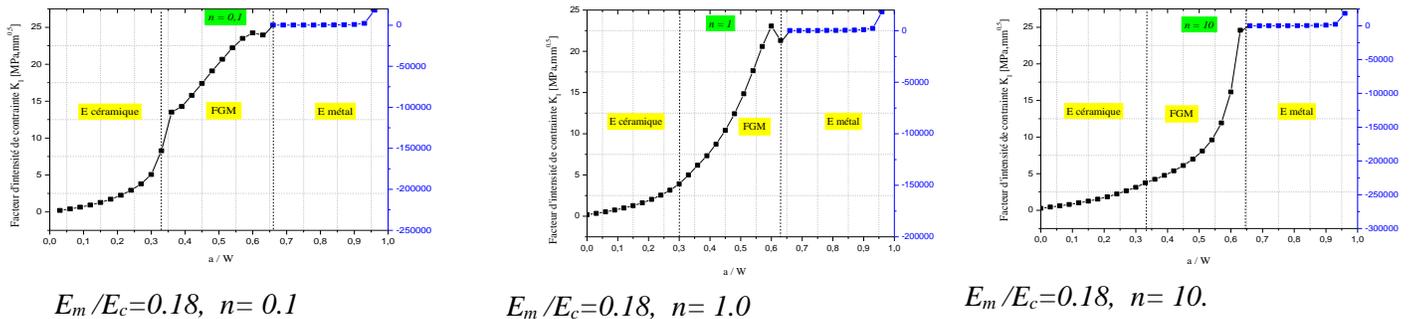


FIGURE 6. Variation du facteur d'intensité de contraintes $E_m/E_c=0.18$ pour différents index n .

5. CONCLUSIONS

L'utilisation des matériaux FGM dans des domaines critiques sont soumis à des chargements mécaniques et thermiques en provoquant un endommagement, nous a conduit à mettre en place une étude sur le comportement de fissure de ces matériaux.,c'est dans ce contexte que nous avons fait un calcul numérique grâce à la méthode des éléments finis pour évaluer l'influence des propriétés matérielle sur la variation de facteur d'intensité de contrainte afin d'optimiser ces matériaux. Les résultats obtenus montrent que le facteur d'intensité de contraintes diminue avec l'accroissement du rapport de module de Young entre les deux matériaux (métal et céramique) où est le comportement de la plaque FGM est intermédiaire entre ces deux cas. Ce facteur est moins important, lorsqu'il s'agit d'un matériau rigide ($E_2/E_1=10$) et cela est dû à son module de résistance élevé (70E4MPa). Par contre, elle est importante, lorsqu'il s'agit d'un matériau moins rigide ($E_2/E_1=0.1$) en vu de son faible module d'Young. La valeur L'index "n" indique essentiellement la quantité et la distribution de céramique dans la plaque. En effet avec des valeurs plus élevées de "n" la plaque tend vers le métal (la surface gauche) tandis que les valeurs inférieures de "n" tendent vers céramique (la surface droite). Lla distribution des propriétés matériau est importante et doit être prise en compte dans la conception des structures de FGM. Sur la lumière des résultats obtenus, nous pouvons dire qu'un faible facteur d'intensité de contrainte lui-même va contribue à l'amélioration de la durée de vie structures en FGM de manière plus significative.

REFERENCES

- [1] Anlas, G., Santare, M.H., Lambros, J. (2000). Numerical calculation of stress intensity factors in functionally graded materials. *Int.J. Frac.* 104(2), 131–143.
- [2] B. Kieback, A. Neubrand. (2003). Processing techniques for functionally gradient materials”.
- [3] C.-E. Rousseau and H. V. Tippur. (2002). Evaluation of crack tip fields and stress intensity factors in functionally graded elastic materials: cracks parallel to elastic gradient *International Journal of Fracture*, 114, 87-112.
- [4] E. Martinez-Paneda, R. Gallego (2011). Numerical analysis of quasi-static fracture in functionally graded materials" *Int JMech Mater Des* 11:405–42.
- [5] F. Erdogan, A. C. Kaya and P. F. Joseph. (1991). The crack problem in bonded nonhomogeneous materials. *Applied mechanics transaction Journal of ASME*, vol. 58, pp. 410-416,06.
- [6] Gu, P., Dao, M. & Asaro, R. J. (1999). A simplified method for calculating the crack tip field of functionally graded materials using the domain integral. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 101-108.
- [7] Koohkan, H., Baradaran, G. H. & Vaghefi, R. (2010). A completely meshless analysis of cracks in isotropic functionally graded materials. *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 224, No. 3, pp. 581-590.
- [8] M. Sevcika,b,, P. Hutara, L. Nahlika,b, Z. Knesla . (2009). An evaluation of the stress intensity factor in functionally graded materials *Applied and Computational Mechanics*. 3, 401–410.
- [9] Marur, P. R. & Tippur, H. V. (2000). Numerical analysis of crack-tip fields in functionally graded materials with a crack normal to the elastic gradient. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 5353-5370.
- [10] Ozturk, M. and Erdogan. (1997). Mode I crack problem in an inhomogeneous orthotropic medium”.
- International Journal of Engineering Science*, 35, pp.869-883. pp. 438–443.
- [11] R.J.Butcher, C-E Roussev. (1999) .A functionally graded particulate composite, Preparation, measurements and failure analysis, Vol. 47, pp.259-268.
- [12] Shiota, I. & Miyamoto, Y. (1997). *Functionally graded materials 1996*. ELSEVIER SCIENCE B.V.
- [13] Sladek, J., Sladek, V. & Zhang, Ch. (2008). Evaluation of the stress intensity factors for cracks in continuously nonhomogeneous solids, part I: Interaction integral. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 15, pp. 438–443.
- [14] Sladek, J., Sladek, V., Zhang, Ch. & Tan, C.H.L. (2006). Evaluation of fracture parameters for crack problems in FGM by a meshless method. *Theoretical and applied mechanics*, Vol. 44, No. 3, pp. 603-636.