

MODELISATION DE LA SOLIDIFICATION D'UN MATERIAU A CHANGEMENT DE PHASE (MCP) DANS UN CYLINDRE

D. GUERRAICHE¹, C. BOUGRIOU²

¹Départ. De Mécanique, FSI, Université de Batna, Algérie, djem_ta@yahoo.fr

²Départ. De Mécanique, FSI, Université de Batna, Algérie, cherif_bougriou@yahoo.fr

RÉSUMÉ

L'objectif de la présente étude est d'étudier le processus de transfert de chaleur lors de la solidification d'un matériau de changement de phase (MCP) dans un cylindre. Les matériaux utilisés sont le paraffin wax et le erythrol qui sont commercialisés pour l'utilisation dans les systèmes de stockage d'énergie thermique. Les équations de transfert de chaleur sont formulées en termes d'énergie dans un espace unidimensionnel. Une méthode numérique et analytique ont été utilisées pour simuler le problème de changement de phase solide-liquide. En faisant une prédiction en tout instant du champ de température et la position exacte de l'interface solide-liquide; la discrétisation se fait dans un maillage fixe par la méthode des différences finies utilisant le schéma de Granck-Nickolson. Le système d'équations obtenu est résolu d'après la méthode de Thomas (TDMA). Les résultats numériques sont présentés, analysés et confrontés à des résultats analytiques

Mots Clés: *matériaux de changement de phase, MCP, stockage d'énergie, transfert de chaleur.*

NOMENCLATURE

T_s : Température du solide

α_s : Diffusivité thermique du solide

T_L : Température du liquide :

α_L : Diffusivité thermique du liquide

T_a : Température ambiante ou extérieure

$S(t)$: Interface solide- liquide

h_s : Coefficient d'échange côté solide :

L_c : Chaleur latente

h_L : Coefficient d'échange côté liquide

1. INTRODUCTION

L'utilisation des éléments de stockage d'énergie ou cours de changement de phase au moyen des matériaux appelés matériaux de changement de phase (PCM) ont pris une grande importance dans l'industrie vue leurs capacités de stocker la chaleur. Les avantages des systèmes qui sont composés de PCM sont nombreux : Ils sont des systèmes autonomes n'ayant besoin d'aucun apport d'énergie et de peu de maintenance [1], Les MCP peuvent assurer un meilleur stockage de chaleur sans avoir un écart significatif de température grâce à leurs

grandes énergies latentes de fusion. Depuis le travail de Stefan en 1891 sur l'épaisseur de la calotte polaire, les problèmes de changement d'état solide-liquide portent le nom de ce physicien.

Le changement de phase dans une géométrie cylindrique présente une grande importance dans les études théoriques et expérimentales. Des études théoriques et expérimentales de la solidification et la fusion ont été développées ces dernières années. Alexiades et Salomon (1993), Beckerman et Wang (1995), Hu et Argyropoulos (1996), Kurz et Fisher (1998), Ismail (2002), Smimat (2002).

Le problème du changement de phase est fortement non-linéaire. Le déplacement de l'interface solide-liquide dépend du taux de transfert de chaleur au sein des phases solide et liquide. La modélisation du front de changement de phase nous permet de simuler de façon suffisamment précise les échanges conductifs dans le matériau à changement de phase liquide-solide. Cela nous permet d'optimiser la géométrie et les différentes conditions d'utilisation des MCP dans les domaines industriels (stockage de l'énergie, refroidissement des composants électroniques [9], chauffage et climatisation des bâtiments...etc) [2]. Donc la cinétique des transferts thermiques lors du changement de phase solide-liquide suscite beaucoup d'intérêt dans divers domaines scientifiques et secteurs technologiques.

2. MODELE MATHEMATIQUE

2.1. Position du problème

Notre but est de modéliser le phénomène de la solidification et le transfert de chaleur lors du changement d'état, dans un matériau à changement de phase (MCP) contenu dans un cylindre vertical de longueur L voir Figure (1), où les deux phases liquide et solide sont présentes voir figure 1. En s'intéressant aux aspects purement thermiques, nous considérons cependant ici que les phénomènes de changement d'état à l'équilibre, sans prendre en compte les phénomènes de surfusion ou de solidification rapide, ni la physique de la nucléation. L'objet de ce problème étant de calculer la répartition de température $T(x)$ le long du cylindre et de suivre le front de solidification par rapport au temps. On considère que les propriétés physiques (conductivité et chaleur spécifique) du MCP sont constantes, mais peuvent être différentes d'une phase à l'autre, supposé qu'il y a une géométrie plane pour l'interface solide liquide, qu'il y a un contact parfait dans cette dernière, et une température constante à la surface.

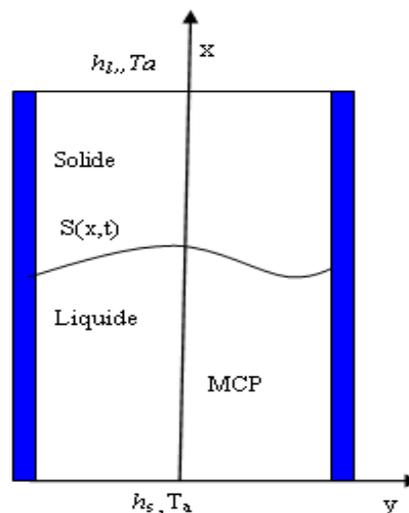


FIGURE 1. Géométrie du problème

2.2. Formulation Mathématique

Le processus de changement de phase dans le MCP appartient à une classe de problèmes dits frontière mobile, et la solution recherchée consiste à déterminer, au cours du temps, le champ de température dans les deux phases solide et liquide, ainsi que la position de l'interface $s(t)$. En supposant que ce problème de changement de phase est purement conductif et pour un corps pur, les équations de la chaleur dans la phase solide et liquide s'écrivent :

1. Région liquide :

La mise en équation du problème de changement de phase en présence du front de solidification s'appuie sur l'équation de la chaleur dans la phase liquide

$$\frac{\partial T_{sol}(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} \cdot c p_{sol}} \cdot \frac{\partial^2 T_{sol}(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq s(t), \quad t > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_{liq}(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda_{liq}}{\rho_{liq} \cdot c p_{liq}} \cdot \frac{\partial^2 T_{liq}(x,t)}{\partial x^2}, \quad s(t) \leq x, \quad t > 0 \quad (2)$$

2. Région solide

L'équation de la chaleur dans la phase solide

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}, \quad S(t) \leq x \leq L, \quad t > 0 \quad (3)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = h(T_s(x,t) - T_a), \quad x = L, \quad t > 0 \quad (4)$$

3. Interface solide-liquide

La continuité des flux à l'interface solide-liquide, on posant que la différence entre les deux flux de part et d'autre de l'interface est égale à la quantité de chaleur instantanée libérée ou absorbée sous forme d'enthalpie de changement d'état par la progression du front .

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial x} = \rho_L L_c \frac{\partial S(t)}{\partial t}, \quad x = S(t) \quad (5)$$

$$T_s(x,t) = T_L(x,t) = T_m \quad x = S(t) \quad (6)$$

2.3 Méthode de résolution

Au cours des quinze dernières années, de nombreux travaux de recherches ont été menés afin de développer des méthodes de calcul numérique permettant de traiter les problèmes de changement de phase en absence et en présence de convection naturelle. La résolution du problème de transfert de chaleur avec changement de phase, ainsi défini, appartient à une classe de problèmes dits à frontière mobile, et la solution recherchée consiste à déterminer, au cours du temps, le champ de température dans les deux phases solide et liquide, ainsi que la

position de l'interface S(t). La difficulté réside essentiellement dans le fait que la position de l'une des frontières du domaine de calcul, où sont définies les conditions aux limites, est elle-même une inconnue du problème. Le principal défi posé par ce problème réside dans la non linéarité engendrée par la présence d'une interface dont la forme et la position évoluent dans le temps selon les apports thermiques [10].

2.4. Méthode analytique [9]

La solution analytique donne des solutions exactes pour les problèmes de changement de phases mais pour des cas bien spécifié et simple, Son importance apparaisse dans la résolution de la solidification des PCM pour le problème 1D et des géométries simples (plane cylindrique et sphérique). En 1860, Neumann a proposé une solution analytique pour décrire la distribution transitoire de température dans un produit pur au cours d'un changement de phase liquide-solide dans un système unidimensionnelle .la solution analytique du problème est décrit par les équations 8 à 11 est :

$$T_{sol}(x,t) = \frac{T_m - T(0,t)}{\operatorname{erf}(\delta)} \operatorname{erfc} \left[\frac{x}{2 \cdot \left(\frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} cP_{sol}} t \right)^{\frac{1}{2}}} \right] + T(0,t), \text{ pour } x < s(t) \quad (7)$$

$$\frac{e^{-\delta^2}}{\operatorname{erf}(\delta)} - \frac{\lambda_{sol}}{\lambda_{liq}} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} cP_{sol}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot [T(x,0) - T_m] e^{-\left[\frac{\lambda_{sol} \rho_{liq} cP_{liq}}{\lambda_{liq} \rho_{sol} cP_{sol}} \right] \delta^2}}{\left(\frac{\lambda_{liq}}{\rho_{liq} cP_{liq}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot [T_m - T(0,t)] \operatorname{erfc} \left[\delta \cdot \left(\frac{\lambda_{sol} \rho_{liq} cP_{liq}}{\lambda_{liq} \rho_{sol} cP_{sol}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} = \frac{\delta \sqrt{\pi}}{\operatorname{stef}_{sol}} T = T_F, x=s(t) \quad (8)$$

$$T_{liq}(x,t) = T(x,0) - \frac{T(x,0) - T_m}{\operatorname{erfc} \left[\delta \cdot \left(\frac{\lambda_{sol} \rho_{liq} cP_{liq}}{\lambda_{liq} \rho_{sol} cP_{sol}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] (\delta)} \operatorname{erfc} \left[\frac{x}{2 \cdot \left(\frac{\lambda_{liq}}{\rho_{liq} cP_{liq}} t \right)^{\frac{1}{2}}} \right], \text{ pour } x > s(t) \quad (9)$$

Où : erf et erfc sont la fonction erreur et la fonction erreur complémentaire respectivement, et δ est une constante obtenue à partir de la solution de l'équation suivant :

$$\frac{e^{-\delta^2}}{\operatorname{erf}(\delta)} - \frac{\lambda_{sol}}{\lambda_{liq}} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} cP_{sol}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot [T(x,0) - T_m] e^{-\left[\frac{\lambda_{sol} \rho_{liq} cP_{liq}}{\lambda_{liq} \rho_{sol} cP_{sol}} \right] \delta^2}}{\left(\frac{\lambda_{liq}}{\rho_{liq} cP_{liq}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot [T_m - T(0,t)] \operatorname{erfc} \left[\delta \cdot \left(\frac{\lambda_{sol} \rho_{liq} cP_{liq}}{\lambda_{liq} \rho_{sol} cP_{sol}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} = \frac{\delta \sqrt{\pi}}{\operatorname{stef}_{sol}} \quad (10)$$

Où : a variable adimensionnelle $stef_{sol}$ est appelée - nombre de Stefan - définie par :

$$s(t) = 2 \cdot \delta \left(\frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} c p_{sol}} t \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$stef_{sol} = \frac{c p_{sol} \cdot [T_m - T(0, t)]}{L_C} \quad (12)$$

Le déplacement transitoire du front de solidification S(t) est donnée par :

$$s(t) = 2 \cdot \delta \left(\frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} c p_{sol}} t \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Ce genre de problème se résout facilement en quelques secondes, sans aucune difficulté de convergence, à l'aide du modèle numérique. Pour ce faire, un domaine de longueur $L = 10$ cm est considéré. La résolution des équations du mouvement doit bien sûr être court-circuitée dans ce problème de conduction de chaleur.

2.5. Méthode numérique

Jusqu'à présent, les solutions analytiques disponibles dans la littérature pour résoudre les problèmes de changement de phase ne répondent qu'aux cas les plus simples (géométrie simple, conditions aux limites constantes, propriétés thermiques constantes dans chaque phase, etc.) quand ces solutions deviennent inutilisables, due à la complexité des problèmes réels, les solutions numériques viennent les remplacer.

Il y a deux grandes catégories de solutions numériques pour résoudre le problème de changement de phase : les solutions où la position exacte du front de solidification doit être connu à chaque pas de temps, et les solutions où on n'a pas besoins de être la position exacte de transition de phase. Pour ce travail on a choisi de travailler avec la méthode où le front de solidification doit être connu pour chaque pas de temps. Car la deuxième méthode présente certaines difficultés lors de la modélisation créée par la présence des problèmes de convergence. Après la discrétisation on obtient un système d'équation :

$$A(i, j)T[J]^{N+1} = B(i, j)T[J]^N + D[J] \quad (14)$$

Où A, B : matrice tri diagonale. La résolution du système obtenu à l'aide du schéma de Crank Nickolson en utilisant la méthode de Thomas. On suppose un interface initiale à l'proximité de la frontière inférieure du cylindre. A chaque pas de temps Δt , on fait un test de différence de température ($T(i) - T_w < dT$) en introduisant la condition aux limites à l'interface, et prenant en considération l'effet de la convection dans la phase liquide et solide. On fait la même opération pour chaque pas de temps jusqu'à la convergence où la position du front de solidification atteins le point X (N). Enfin on obtiendra un système linéaire tri diagonal pour le résoudre, on a recours à l'utilisation de la méthode de Thomas (TDMA).

3. RESULTATS

Dans le but de voir l'influence de type de MCP (organique et inorganique), on applique les méthodes de calculs utilisés pour deux matériaux à changement de phase différentes (Paraffine et Erythrol). La Figures (2) et la Figure (3), présentent l'évolution temporelle du front de solidification pour la Paraffine, et l'Erythrol, par la méthode numérique et analytique de Neumann. L'accord est excellent. La solidification se fait complètement aux environ d'un temps pour la Paraffine de 1394 min. Par contre pour l'Erythrol, elle se fait dans un temps de 193 mn, soit sept fois moins de temps que pour le premier matériau. Ce qui nous donne une information sur les applications de ce problème de changement de phase dans le domaine du stockage de l'énergie.

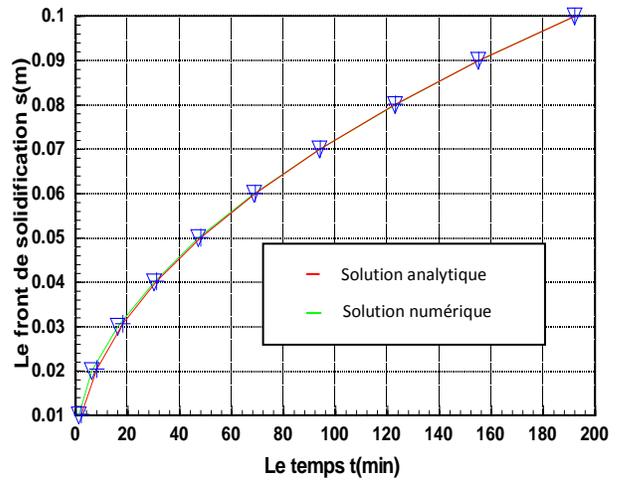
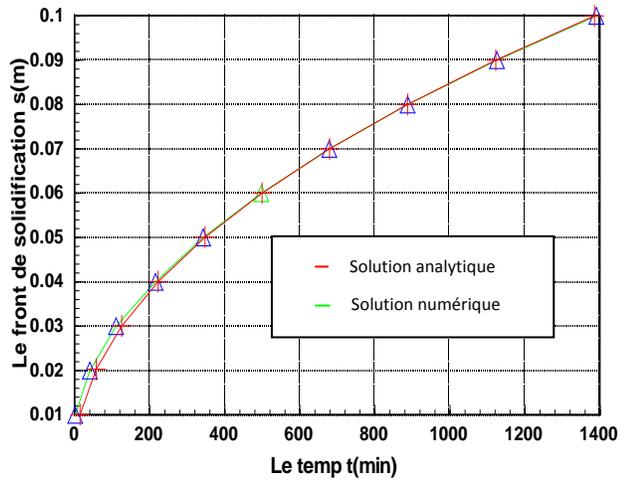


FIGURE. 2. Evolution du front de solidification [paraffine]

FIGURE. 2. Evolution du front de solidification [Erythrol]

Les Figures 4 et 5 montrent l'évolution de la température en fonction du temps. On constate que le refroidissement du Erythrol se fait d'une façon plus rapide que dans le Paraffine. Ce qui montre l'effet de la conductivité thermique et la chaleur latente, qui sont des valeurs significatives dans le cas de l'Erythrol.

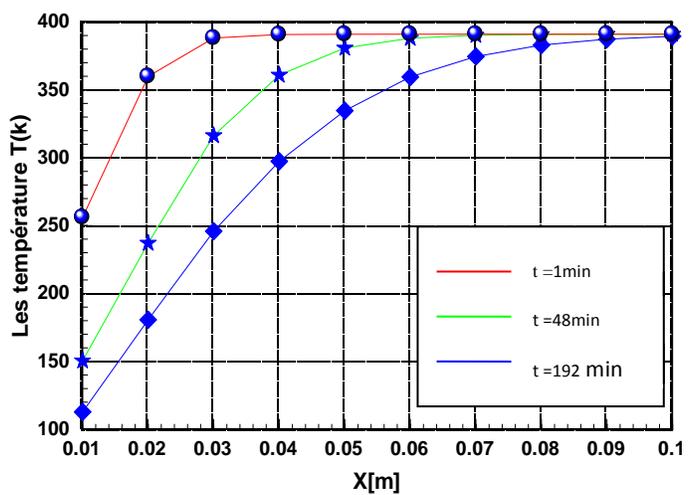
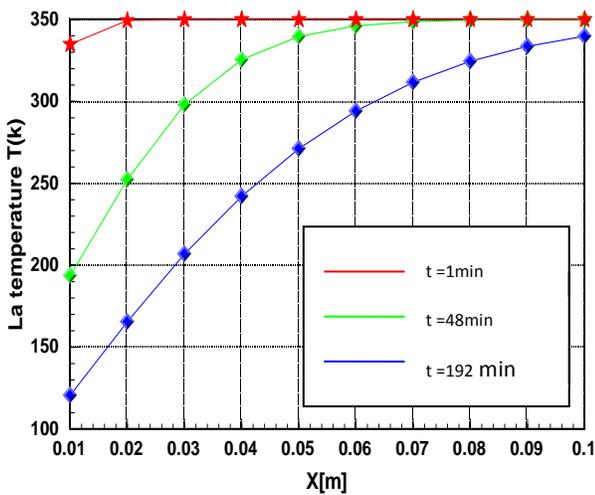


FIGURE 4. variation de la température [paraffine]

Figure .5. Variation de la température Erythrol

Les figure 6 et 7 représentent l'évolution des températures aux noeuds 1, 5 et 10 en fonction du temps. En remarque que le front de solidification de Erythrol se déplace lentement que dans le cas du Paraffine.

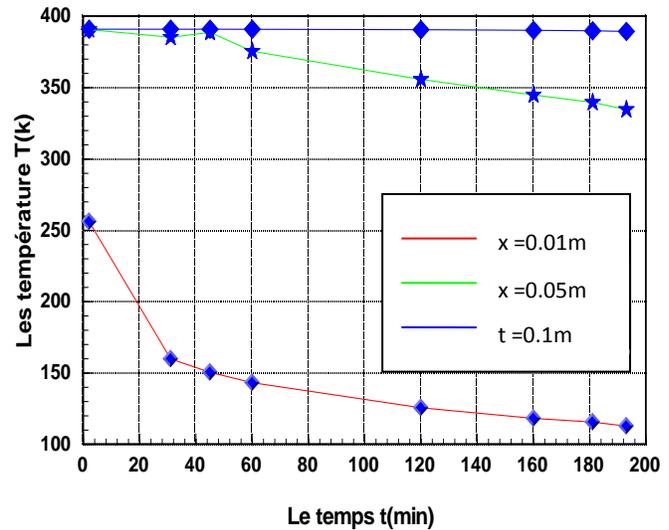
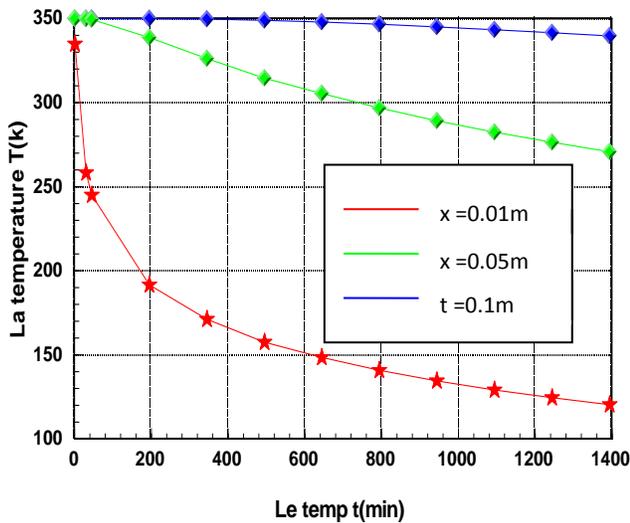


FIGURE.6. Variation de la température [paraffine]

FIGURE.7. Variation de la température [Erythrol]

4. CONCLUSIONS

En comparant les résultats obtenus par la méthode numérique et ceux de la méthode analytique, pour les mêmes conditions, on note que les résultats concordent. Le temps de solidification est fonction des caractéristiques thermo-physiques du MCP tels que, la conductivité thermique et la chaleur latente de fusion qui déterminent les performances de stockage d'énergie des MCP (le temps de charge et décharge) [5]. Alors l'étude de la cinétique de transfert de chaleur lors du changement de phase permet de suivre le front de solidification afin d'optimiser les conditions qui servent soit à accélérer la solidification comme dans les cas où on utilise le matériau à changement de phase (MCP) dans les systèmes de ventilation, bâtiment. Ou à augmenter la capacité thermique de stockage, dont la chaleur est emmagasinée lors de la fusion puis récupérer au moment voulu, lors de sa solidification. Enfin la solidification du PCM dans une géométrie cylindrique peut apporter une évolution concrète dans les applications industrielles. Actuellement des PCM sont introduite dans l'espace annulaire des cylindres coaxiaux pour améliorer le stockage de l'énergie solaire dans les réservoirs de stockage ou dans les tubes absorbeurs des capteurs solaires, notamment le tube absorbeur des capteurs cylindro paraboliques.

REFERENCES

- [1] P.Lamberg, K. Srén, Analytical model for melting in semi-infinite PCM Storage with an internal fin, *material sciences and engineering* 2005.
- [2] Farid M.M., solar energy storage with phase change, *J. Sol Energy Res.4, 11* (1986).
- [3] Kamel Azzouz, modélisation dynamique d'un système frigorifique domestiquer couple a un matériau a changement de phase ,2007.

- [4] Bruno Binet, étude de la fusion dans des enceintes munies de source de chaleur discrètes, *Sherbrooke (Québec), CANADA*, 1998.
- [5] I.Behunek, T. Bachorec, and P. Fiala, Properties and Numerical Simulation of CaCl₂.6H₂O Phase Change material, 2016.
- [6] Medved and Arkar, Correlation between the local climate and the free-cooling potential of latent heat storage, 2011.
- [8] Alain Bricard et Dominique Gobin, transferts de chaleur avec changement d'état solide-liquide, *Techniques de l'Ingénieur* 2000.
- [9] Behunek,P. phase change materials for thermal management of IC packages, 2004.
- [10] P. Dolado, A. Lazaro, Numerical simulation of thermal behaviour of an energy storage unit with phase change material for air conditioning applications between 17° and 40°. *Journal of refrigeration* 24 (2004)
- [11] V.Dubovsky, E. Assis, Study of solidification in vertical shells. *5th European thermal-sciences conference, Netherlands, 2008.*