

# CONVECTION FORCEE D'UN NANOFLUIDE DANS UN CANAL REMPLI D'UN MILIEU POREUX ANISOTROPE

I. FERSADOU<sup>1</sup>, H. KAHALERRAS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger-Algérie, brahim04@live.fr

<sup>2</sup>USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger-Algérie, kahalerrashenda@yahoo.fr

## RÉSUMÉ

Dans la présente étude, le problème de convection forcée d'un nanofluide dans un canal à plaques parallèles rempli d'un milieu poreux anisotrope en perméabilité et conductivité thermique est étudié numériquement en tenant compte des effets du mouvement Brownien et thermophorèse. L'écoulement dans le milieu poreux est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, et les équations gouvernantes avec les conditions aux limites associées sont résolues par la méthode des volumes finis. Les résultats font ressortir des cas de figure pour lesquelles l'anisotropie d'un milieu poreux conduit à des améliorations significatives du transfert de chaleur par rapport au cas isotrope.

**Mots Clés:** *Convection Forcée, Nanofluide, Milieu Poreux, Anisotropie*

---

## NOMENCLATURE

### Symboles :

C	coefficient d'inertie
C <sub>p</sub>	capacité calorifique, Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Da	nombre de Darcy
k	conductivité thermique, Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
K*	rapport de perméabilité anisotrope
Le	nombre de Lewis
N <sub>B</sub>	paramètre thermophorèse
N <sub>T</sub>	paramètre du mouvement Brownien
Nu	nombre de Nusselt
P	pression, Nm <sup>-2</sup>
q	densité de flux de chaleur, Wm <sup>-2</sup>
Pr	nombre de Prandtl
Re	nombre de Reynolds
T	température, K

u, v vitesses axiale et transversale, ms<sup>-1</sup>

x, y coordonnées axiale et transversale, m

### Lettres grecques :

λ	rapport de conductivité anisotrope
ρ	masse volumique, kgm <sup>-3</sup>
μ	viscosité, kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
φ	fraction volumique
ε	porosité

### Indices :

e	entrée
eff	effectif
f	fluide de base
m	moyen
p	paroi
s	nanoparticules

---

## 1. INTRODUCTION

Il est généralement connu que le transfert de chaleur peut être amélioré par utilisation de milieux poreux. Dans la plupart des travaux réalisés, le milieu poreux est considéré comme homogène et isotrope, mais dans plusieurs applications pratiques ces matériaux sont anisotropes dans leurs propriétés mécaniques et thermiques.

L'anisotropie, qui est généralement une conséquence d'une orientation préférentielle ou asymétrie géométrique des grains ou des fibres, est en effet rencontrée dans de nombreux systèmes industriels et naturels tels que les matières fibreuses, les sols sédimentaires, les formations rocheuses, et certains matériaux biologiques. A cet effet, un nombre considérable d'études a été mené ces dernières décennies dans ces milieux en tenant compte de l'anisotropie afin d'apporter plus de précisions et une meilleure connaissance des phénomènes de transport qui y prennent place [1-4].

Les nanofluides sont des fluides dans lesquels sont suspendus des nanoparticules nanométriques à très faible concentration. A cause de leurs propriétés thermo-physiques améliorées en comparaison aux fluides conventionnels, notamment la conductivité thermique, ils peuvent être utilisés dans plusieurs applications en ingénierie : l'industrie automotrice, le génie biomédical, le refroidissement des composants microélectroniques, etc. Pour les simulations numériques, deux approches ont été adoptées, le modèle monophasique et le modèle diphasique. Dans le premier, une distribution uniforme des nanoparticules est supposée, alors que dans le second une équation de distribution de la fraction volumique est ajoutée aux autres équations de conservation [5-8].

L'étude des milieux poreux anisotropes saturés de nanofluides présente alors un intérêt certain d'où l'étude proposée dans ce travail qui consiste à examiner numériquement le problème de la convection forcée dans un canal horizontal rempli d'un milieu poreux anisotrope en perméabilité et conductivité thermique et saturé d'un nanofluide avec une distribution non uniforme des nanoparticules causée par les effets du mouvement Brownien et thermophorèse.

## 2. MODELE MATHEMATIQUE

Le domaine physique, représenté sur la figure 1, est constitué de deux plaques planes parallèles de longueur  $\ell$ , distantes de  $2H$  et remplie d'un milieu poreux anisotrope saturé par un nanofluide cuivre-eau entrant à une vitesse  $U_e$ , une température  $T_e$  et fraction volumique  $\phi_e$  uniformes. Les parois supérieure et inférieure sont maintenues à un flux constant  $q$ . A cause des symétries géométrique et physique, la résolution du problème se fera sur la partie supérieure du domaine étudié.

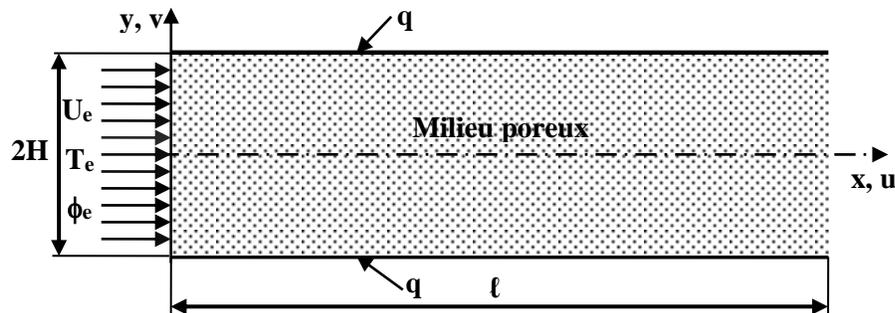


FIGURE 1. Domaine physique étudié

L'écoulement est bidimensionnel, laminaire et stationnaire sans génération interne de chaleur et dissipation visqueuse négligeable. Le nanofluide est Newtonien, incompressible et il est traité comme un mélange non homogène à deux composantes (fluide de base et nanoparticules). Le milieu poreux est supposé homogène mais anisotrope en perméabilité et conductivité thermique. Le fluide de base, les nanoparticules, et le milieu poreux sont en équilibre thermique local avec des propriétés thermophysiques constantes.

Tenant compte des hypothèses citées ci-dessus et en adoptant le modèle de nanofluide proposé par Buongiorno [9] pour tenir compte des effets du mouvement Brownien et thermophorèse, ainsi que le modèle général de

Darcy-Brinkman-Forchheimer pour l'écoulement dans le milieu poreux, les équations de conservation (continuité, mouvement, énergie et fraction volumique) sous forme adimensionnelle s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{K^*}{\text{Re Da}} U - \frac{C\sqrt{K^*}}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re Da}} V - \frac{C}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[ N_B \left( \frac{\partial \varphi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + N_T \left( \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right) \right] \quad (4)$$

$$U \frac{\partial \varphi}{\partial X} + V \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Le Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} \right) + \frac{N_T}{N_B} \frac{1}{\text{Le Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Les variables réduites utilisées pour adimensionner les équations gouvernantes sont :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_e}, V = \frac{v}{U_e}, P = \frac{p}{\rho_{nf} U_e^2}, \theta = \frac{T - T_e}{qH / k_f}, \varphi = \frac{\phi}{\phi_e}$$

Les groupements adimensionnels apparaissant dans les équations de conservation sont définis comme suit :

$$\text{Re} = \frac{U_e H \rho}{\mu}, Da = \frac{K_y}{H^2}, R_\mu = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}, K^* = \frac{K_y}{K_x}, \lambda = \frac{k_y}{k_x}, \text{Pr} = \frac{\mu C_p}{k}, R_k = \frac{k_{effx}}{k_f}$$

$$N_B = \varepsilon D_B \frac{(\rho C_p)_s}{k_f} \phi_e, N_T = \varepsilon \frac{D_T}{T_e} \frac{(\rho C_p)_s}{k_f} \frac{qH}{k_f}, Le = \frac{k_f}{\varepsilon D_B (\rho C_p)_f}$$

Les conditions aux limites associées aux équations de conservation sont :

**Entrée :**  $U = 1, V = 0, \theta = 0$  et  $\varphi = 1$

**Sortie :**  $\partial U / \partial X = 0, V = 0, \partial \theta / \partial X = 0$  et  $\partial \varphi / \partial X = 0$

**Axe de symétrie :**  $\partial U / \partial Y = 0, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 0$  et  $\partial \varphi / \partial Y = 0$

**Paroi supérieure :**  $U = 0, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 1 / (R_k \lambda)$  et  $\partial \varphi / \partial Y = - (N_T / N_B) \partial \theta / \partial Y$

Les nombres de Nusselt local et moyen sont définis par :

$$Nu = \frac{1}{\theta_p}, Nu_m = \frac{1}{L_0} \int Nu dX \quad (6)$$

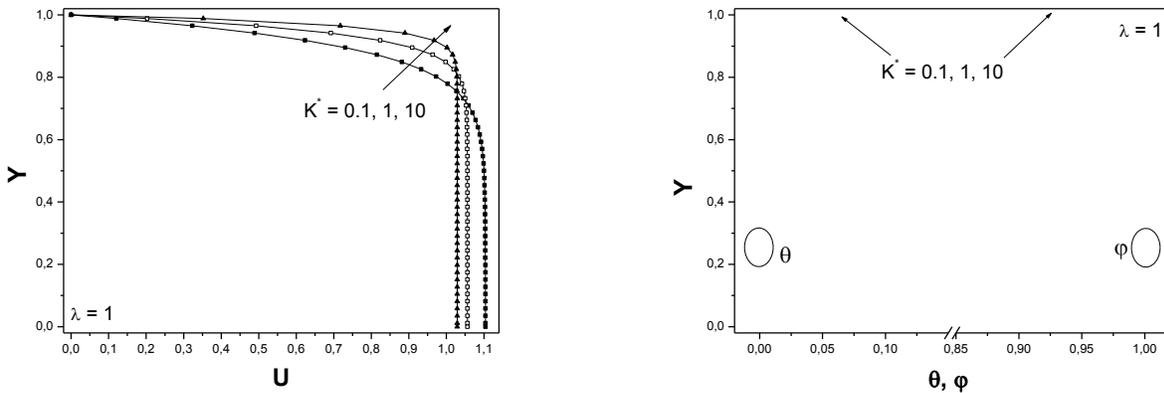
Les équations différentielles établies précédemment avec les conditions aux limites associées ont été résolues par la méthode des volumes finis proposée par Patankar [10]. Un maillage décalé a été utilisé pour assurer le couplage entre la pression et la vitesse, et un schéma en loi de puissance a été adopté pour la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. La méthode de résolution utilisée est la méthode ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode directe TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-

Seidel. Après plusieurs essais, un maillage uniforme typique de  $150 \times 50$  (suivant X et Y respectivement) a été adopté. Le critère de convergence porte sur l'erreur relative de chaque variable qui doit être inférieure à  $10^{-6}$ .

### 3. RESULTATS

En raison du nombre important de paramètres gouvernant le problème étudié, tous les calculs ont été effectués en fixant la longueur du canal ( $L = 30$ ), la porosité du milieu poreux ( $\varepsilon = 0.9$ ), le nombre de Prandtl du fluide de base ( $Pr = 7$ ), le nombre de Reynolds ( $Re = 500$ ), le coefficient inertiel ( $C = 0.1$ ), le rapport des viscosités dynamiques ( $R_\mu = 1$ ), le rapport des conductivités thermiques ( $R_k = 1$ ), le nombre de Lewis ( $Le = 1$ ), le paramètre du mouvement Brownien ( $N_B = 0.3$ ) et le paramètre thermophorèse ( $N_T = 0.3$ ). D'autre part, nous avons fait varier le nombre de Darcy ( $10^{-6} \leq Da \leq 1$ ), le rapport de perméabilité anisotrope ( $0.1 \leq K^* \leq 1$ ), ainsi que le rapport de conductivité thermique anisotrope ( $0.1 \leq \lambda \leq 1$ ).

Sur la figure 2 sont représentés les profils de vitesse, de température et de fraction volumique des nanoparticules pour différentes valeurs de  $K^*$  et  $\lambda$ . Augmenter les valeurs des deux rapports d'anisotropie revient à diminuer la perméabilité axiale  $K_x$  pour  $K^*$  et accroître la conductivité thermique effective transversale  $k_{effy}$  pour  $\lambda$ . Quand  $K^* < 1$  la vitesse dans la région centrale du canal est plus élevée et la couche limite est plus épaisse par rapport à un milieu poreux isotrope correspondant à  $K^* = 1$ . Un comportement inverse est réalisé quand le rapport de perméabilité anisotrope devient supérieur à l'unité où à cause de la faiblesse de la force du mouvement convectif dans la région centrale du canal, nous observons au voisinage des parois du canal une couche limite hydrodynamique mince et une vitesse d'écoulement plus élevée que celle correspondant à  $K^* < 1$  (forts gradients de vitesse).



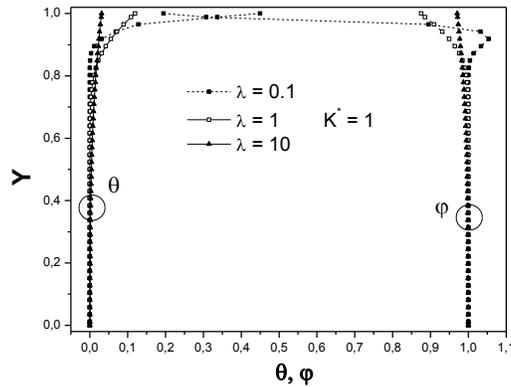


FIGURE 2. Profils de  $U$ ,  $\theta$  et  $\varphi$  à la sortie du canal pour différentes valeurs de  $K^*$  et  $\lambda$  :  $Da = 10^{-1}$

L'effet de l'anisotropie hydrodynamique ( $\lambda = 1$ ) ne se fait ressentir sur les profils de  $\theta$  et  $\varphi$ , qui évoluent dans des sens opposés, que près de la paroi. Dans cette région augmenter  $K^*$  donne naissance à des forts gradients de température et de fraction volumique d'où des couches limites thermique et massique plus minces que le cas isotrope ce qui sera en faveur du transfert de chaleur. Si le milieu est à présent thermiquement anisotrope ( $K^* = 1$ ) et à  $\lambda < 1$ , la distribution de  $\varphi$  est non monotone où on observe une augmentation de la fraction volumique (dépassant la valeur de 1) jusqu'à  $Y \approx 0.9$  pour diminuer ensuite et atteindre une valeur minimale à la paroi. En augmentant  $\lambda$ , les profils de température et de fraction volumique tendent vers des distributions uniformes de valeur 0 et 1 pour  $\theta$  et  $\varphi$  respectivement.

$Nu_m$  diminue avec l'accroissement du nombre de Darcy pour toutes les combinaisons des rapports de perméabilités et de conductivités comme illustré sur la figure 3. Il ressort aussi de cette figure que l'augmentation des rapports d'anisotropie est favorable au transfert de chaleur à cause de la diminution des épaisseurs des couches limites dynamique et thermique (voir figure 2). L'anisotropie thermique a un effet plus important puisque on observe des valeurs rapprochées de  $Nu_m$  pour différents  $K^*$  à  $\lambda$  fixe et des valeurs qui s'étalent sur une large gamme pour les différents  $\lambda$  considérés à  $K^*$  fixe. Les plus grandes valeurs du nombre de Nusselt moyen sont obtenues aux grands rapports des perméabilités et conductivités thermiques ( $K^* = \lambda = 10$ ). Afin de mettre en évidence l'effet de l'anisotropie sur le transfert de chaleur, nous avons aussi représenté l'évolution du rapport  $R_{Num}$  normalisé par par la valeur de  $Nu_m$  dans le cas isotrope ( $K^* = \lambda = 1$ ). Quand le milieu poreux est thermiquement isotrope ( $\lambda = 1$ ), deux situations sont observées selon la valeur du rapport de perméabilité anisotrope ; pour  $K^* < 1$  le milieu poreux isotrope est plus favorable au transfert de chaleur ( $R_{Num} < 1$ ) alors que pour  $K^* > 1$ , un milieu poreux hydrodynamiquement anisotrope est plus bénéfique ( $R_{Num} > 1$ ). Le gain maximal d'environ 350 % a été obtenu avec un milieu poreux à  $Da = 1$  et  $K^* = \lambda = 10$ , alors que la plus grande réduction autour de 80% a été retrouvée à  $Da = 10^{-2}$  et  $K^* = \lambda = 0.1$ .

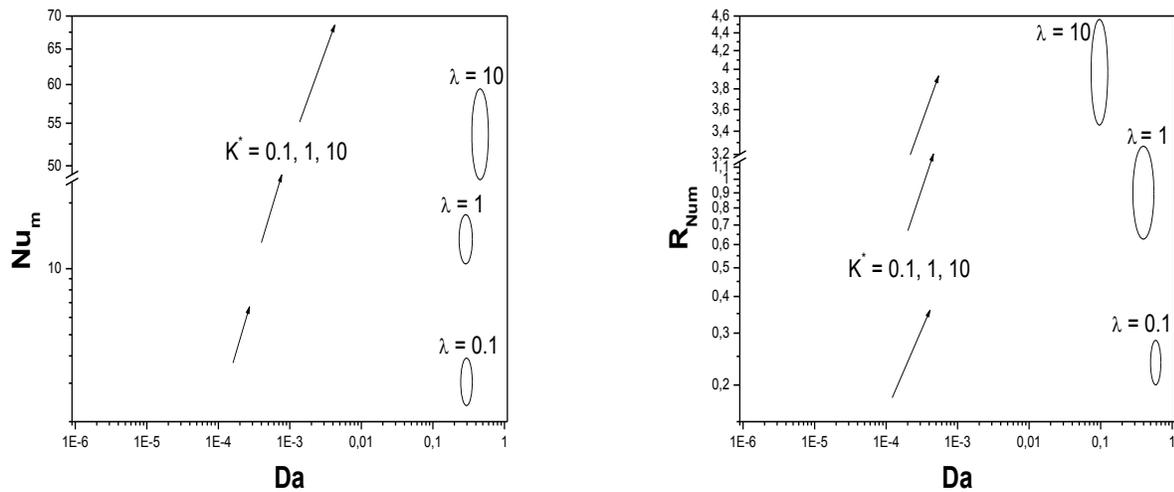


FIGURE 3. Evolution de  $Nu_m$  et  $R_{Num}$  avec  $Da$  pour différentes valeurs de  $K^*$  et  $\lambda$

#### 4. CONCLUSIONS

Le présent travail est une étude numérique du transfert de chaleur par convection forcée d'un nanofluide obéissant au modèle de Buongiorno dans un canal poreux, dont les parois sont maintenues à flux constant. Cette étude a permis de faire ressortir les points suivants :

- Augmenter les rapports d'anisotropie qui revient à réduire la perméabilité suivant la direction axiale X pour  $K^*$  et accroître la conductivité thermique effective du milieu poreux suivant la direction transversale Y pour  $\lambda$ , conduit à une réduction des épaisseurs des couches limites dynamique et thermique et donc améliore le transfert de chaleur.
- La comparaison par rapport au cas isotrope fait ressortir un effet de l'anisotropie thermique plus important que celui de l'anisotropie hydrodynamique avec des gains maximales quand l'anisotropie est totale de l'ordre de 350% pour le transfert de chaleur à  $Da = 1$  et  $K^* = \lambda = 10$ .

#### REFERENCES

- [1] W.J. Chang and C.F. Hsiao, Natural convection in a vertical cylinder filled with anisotropic porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36, 3361-7, 1993.
- [2] P. Nithiarasu, K.S. Sujatha K. Ravindran, T. Sundarajan and K.N. Seethramu, Non-Darcy natural convection in a hydrodynamically and thermally anisotropic porous medium, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 188, 413-30, 2000.
- [3] D. J. Krishna, T. Basak and S.K. Das, Natural convection in a heat generating hydrodynamically and thermally anisotropic non-Darcy porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 4691-703, 2008.
- [4] M. Aly and S.E. Ahmed, An incompressible smoothed particle hydrodynamics method for natural/mixed convection in a non-Darcy anisotropic porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 77, 1155-68, 2014.

- [5] R.S.R. Gorla and A. Chamkha, Natural convective boundary layer flow over a nonisothermal vertical plate embedded in a porous medium saturated with a nanofluid, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, 15, 81-94, 2011.
- [6] M.J. Maghrebi, M. Nazari and T. Armaghani, Forced convection heat transfer of nanofluids in a porous channel, *Transport in Porous Media*, 93, 401-13, 2012.
- [7] M.A Sheremet and I. Pop, Conjugate natural convection in a square porous cavity filled by a nanofluid using Buongiorno's mathematical model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 79, 137-45, 2014.
- [8] M.H Matin and B. Ghanbari, Effects of Brownian motion and thermophoresis on the mixed convection of nanofluid in a porous channel including flow reversal, *Transport in Porous Media*, 101, 115-36, 2014.
- [9] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, *ASME Journal of Heat Transfer*, 128, 240-50, 2006.
- [10] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer*, McGraw Hill, 1980.