

CONVECTION FORCEE D'UN NANOFLUIDE DANS UN CANAL POREUX AVEC DISSIPATION VISQUEUSE

I. FERSADOU¹, H. KAHALERRAS²

¹USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger-Algérie, brahim04@live.fr

² USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger-Algérie, kahalerrashenda@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Dans la présente étude, le problème de convection forcée d'un nanofluide avec prise en considération de la dissipation visqueuse dans un canal à plaques parallèles totalement poreux est étudié numériquement. L'écoulement est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchhiemer, et les équations gouvernantes avec les conditions aux limites associées sont résolues par la méthode des volumes finis. Les résultats ont révélé que l'ajout de nanoparticules de conductivité thermique largement plus importante que celle des fluides usuelles fait accroître le taux de transfert de chaleur dont la valeur est fortement liée à la fraction volumique et au type de nanoparticules. Il a été aussi trouvé que pour des valeurs positives du nombre de Brinkman, il y a inversion du sens du transfert de chaleur. La position de cette inversion est fortement dépendante du type de nanoparticules et des valeurs de ϕ et Br.

Mots Clés: *Convection Forcée, Milieu Poreux, Nanofluide, Dissipation Visqueuse*

NOMENCLATURE

Symboles :

Br	nombre de Brinkman
C	coefficient d'inertie
Cp	capacité calorifique, $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
Da	nombre de Darcy
k	conductivité thermique, $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
Nu	nombre de Nusselt
P	pression, Nm^{-2}
Pr	nombre de Prandtl
Re	nombre de Reynolds
T	température, K
u	vitesse axiale, ms^{-1}
v	vitesse transversale, ms^{-1}
x, y	coordonnées axiale et transversale, m

Lettres grecques :

ρ	masse volumique, kgm^{-3}
Φ	fonction de dissipation visqueuse
μ	viscosité, $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
ϕ	fraction volumique
ε	porosité

Indices :

e	entrée et établissement
eff	effectif
f	fluide de base
m	moyen
nf	nanofluide
p	paroi
s	nanoparticules

1. INTRODUCTION

La dissipation visqueuse, qui est une production locale de l'énergie thermique par le mécanisme de contraintes visqueuses, est souvent négligée dans les études de convection forcée dans les tubes ou canaux. Toutefois, l'effet de la chaleur dégagée par dissipation visqueuse peut devenir pertinent dans certaines situations comme lorsque

des fluides fortement visqueux avec une faible conductivité thermique sont considérés. La dissipation visqueuse peut aussi jouer un rôle important dans le phénomène de lubrification des paliers poreux ou dans les transferts convectifs dans certains dispositifs thermiques tels que les micro et nano-canaux [1-4].

Les investigations actuelles dans le domaine du secteur industriel tels que l'automobile, l'électronique, le stockage thermique, etc. sont axées essentiellement sur l'amélioration des échanges thermiques. Pour cela, de nouvelles voies d'optimisation s'imposent dont une consiste en l'utilisation de nouveaux fluides qui contribuent à l'augmentation des flux échangés. En effet, la suspension de particules nanométriques dans un fluide de base a donné lieu à la naissance d'une nouvelle classe de fluides appelée nanofluides présentant des propriétés thermiques supérieures notamment leur conductivité thermique. Grâce à leurs propriétés améliorées, les nanofluides peuvent être utilisées dans une multitude d'applications en ingénierie : l'industrie automobile, le génie biomédical, le refroidissement des composants électroniques, etc. Ce sujet a donc suscité un grand intérêt ces dernières années [5-8] car il conjugue des aspects fondamentaux (échanges thermiques aux interfaces à petite échelle) et appliqués (amélioration des échanges thermiques).

C'est dans ce contexte qu'a été initié le présent travail dont l'objectif est d'analyser les effets d'utilisation d'un nanofluide et la prise en considération de la dissipation visqueuse sur les caractéristiques du transfert de chaleur dans un canal poreux.

2. MODELE MATHEMATIQUE

Le domaine physique, représenté sur la figure 1, est constitué de deux plaques planes parallèles de longueur ℓ , distantes de $2H$ et remplie d'un milieu poreux saturé par un nanofluide entrant à une vitesse U_e et une température T_e uniformes. Les parois supérieure et inférieure sont maintenues à une température constante T_p . A cause des symétries géométrique et physique, la résolution du problème se fera sur la partie supérieure du domaine étudié.

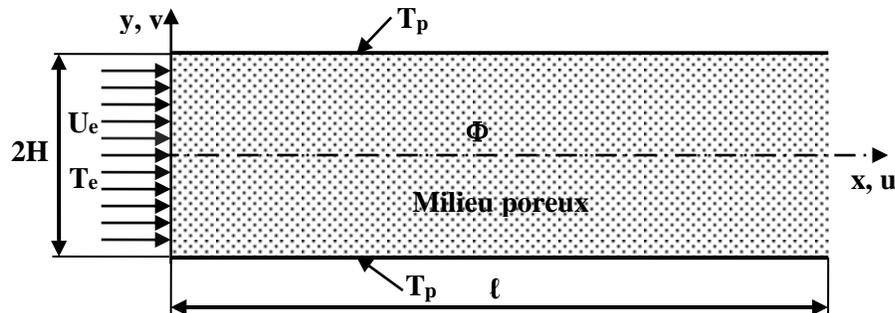


FIGURE 1. Domaine physique étudié

L'écoulement est bidimensionnel, laminaire et stationnaire, sans génération interne de chaleur avec prise en compte de la dissipation visqueuse. Le fluide de base (eau) et les nanoparticules sont en équilibre thermique local et forment un mélange uniforme. Le nanofluide est Newtonien et incompressible, et le milieu poreux supposé homogène et isotrope est en équilibre thermique local avec le nanofluide. Les propriétés thermophysiques du milieu poreux, du fluide de base et des nanoparticules sont considérées comme constantes.

Sous les hypothèses citées ci-dessus et en adoptant le modèle de nanofluide proposé par Tiwari et Das [9] ainsi que le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour incorporer les effets visqueux et d'inertie, les équations de conservation (continuité, mouvement et énergie) sous forme adimensionnelle s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \frac{R_{\mu nf}}{R_{\rho nf}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \frac{R_{\mu nf}}{Da} U - \frac{C}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} U \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \frac{R_{\mu nf}}{R_{\rho nf}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \frac{R_{\mu nf}}{Da} V - \frac{C}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + V^2} V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\text{Re Pr}} \frac{R_{k nf}}{R_{(\rho C_p) nf}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \Phi \quad (4)$$

La fonction de dissipation visqueuse est donnée selon le modèle d'Al-Hadrami [2] :

$$\Phi = GR_1 \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] + GR_2 (U^2 + V^2) + GR_3 \sqrt{U^2 + V^2} (U^2 + V^2) \quad (5)$$

Les variables réduites utilisées pour adimensionner les équations gouvernantes sont :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_e}, V = \frac{v}{U_e}, P = \frac{p}{\rho_{nf} U_e^2}, \theta = \frac{T - T_e}{T_p - T_e}$$

Les groupements adimensionnels apparaissant dans les équations de conservation sont définis comme suit :

$$\text{Re} = \frac{U_e H \rho}{\mu}, Da = \frac{K}{H^2}, R_\mu = \frac{\mu_{eff}}{\mu_{nf}}, R_{\mu nf} = \frac{\mu_{nf}}{\mu}, R_{\rho nf} = \frac{\rho_{nf}}{\rho}, \text{Pr} = \frac{\mu C_p}{k}, R_k = \frac{k_{eff}}{k_{nf}}, R_{k nf} = \frac{k_{nf}}{k}$$

$$R_{(\rho C_p) nf} = \frac{(\rho C_p)_{nf}}{\rho C_p}, Br = \frac{\mu U_e^2}{k(T_p - T_e)}$$

$$GR_1 = \frac{Br R_\mu}{\text{Re Pr}} \frac{R_{\mu nf}}{R_{(\rho C_p) nf}}, GR_2 = \frac{Br}{Da} \frac{R_{\mu nf}}{\text{Re Pr} R_{(\rho C_p) nf}}, GR_3 = \frac{C Br}{\text{Pr} \sqrt{Da}} \frac{R_{\rho nf}}{R_{(\rho C_p) nf}}$$

Les conditions aux limites associées aux équations de conservation sont :

Entrée : $U = 1, V = 0$ et $\theta = 0$; **Sortie :** $\partial U / \partial X = 0, V = 0$ et $\partial \theta / \partial X = 0$

Axe de symétrie : $\partial U / \partial Y = 0, V = 0$ et $\partial \theta / \partial Y = 0$; **Paroi supérieure :** $U = 0, V = 0$ et $\theta = 1$

La masse volumique, la viscosité, la capacité calorifique ainsi que la conductivité thermique des nanofluides sont calculées selon les expressions suivantes :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s, \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}}$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_s, k_{nf} = k_f \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}$$

Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu = R_k R_{k nf} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=1} \quad (6)$$

Les équations différentielles établies précédemment avec les conditions aux limites associées ont été résolues par la méthode des volumes finis proposée par Patankar [10]. Un maillage décalé a été utilisé pour assurer le couplage entre la pression et la vitesse, et un schéma en loi de puissance a été adopté pour la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. La méthode de résolution utilisée est la méthode ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode directe TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-

Seidel. Après plusieurs essais, un maillage uniforme typique de 250×50 (suivant X et Y respectivement) a été adopté. Le critère de convergence porte sur l'erreur relative de chaque variable qui doit être inférieure à 10^{-6} .

3. RESULTATS

En raison du nombre important de paramètres gouvernant le problème étudié, tous les calculs ont été effectués en fixant la longueur du canal ($L = 100$), la porosité du milieu poreux ($\varepsilon = 0.9$), le nombre de Prandtl ($Pr = 7$), le nombre de Reynolds ($Re = 300$), le nombre de Darcy ($Da = 10^{-3}$), le coefficient inertiel ($C = 0.1$), le rapport des viscosités dynamiques ($R_\mu = 1$) et le rapport des conductivités thermiques ($R_k = 1$). D'autre part, nous avons fait varier la fraction volumique ($0 \leq \phi \leq 0.1$) et le type des nanoparticules (Cu, Ag, CuO, Al_2O_3 et TiO_2) et le nombre de Brinkman ($-1 \leq Br \leq +1$). Le tableau 1 résume les propriétés thermophysiques du fluide de base et des différentes nanoparticules considérées.

	Eau	Alumine (Al_2O_3)	Argent (Ag)	Cuivre (Cu)	Oxyde de cuivre (CuO)	Oxyde de Titane (TiO_2)
ρ (kg/m ³)	997	3970	10500	8933	6320	4250
C_p (J/kgK)	4179	765	235	385	532	686
k (W/mK)	0.6	40	429	401	77	9

TABLEAU 1. Propriétés thermophysiques du fluide de base et des nanoparticules

La figure 2 illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen avec la fraction volumique pour différents types de nanoparticules dans le cas de refroidissement du nanofluide, c'est-à-dire le cas où il chauffe les parois du canal dès l'entrée ($T_p < T_e$, $Br = -1$). On observe un accroissement du taux de transfert de chaleur avec ϕ pour toutes les conditions considérées et ceci est dû à l'augmentation de la conductivité thermique du mélange suite à l'ajout de nanoparticules dont la conductivité thermique est largement supérieure à celle du fluide de base comme il apparaît clairement sur le tableau 1. Les valeurs de Nu_m sont les plus élevées pour l'eau chargée en nanoparticules de type Ag et Cu et sont les plus faibles pour les nanoparticules de type TiO_2 . Il est à noter aussi que l'amélioration en transfert de chaleur est plus sensible à la fraction volumique des nanoparticules qu'à leur nature.

Afin de mettre en évidence l'intérêt d'utilisation de nanoparticules pour augmenter les échanges convectifs, nous avons représenté sur la figure 3 l'évolution du rapport des nombres de Nusselt moyens $Nu_m/Nu_{m\phi=0}$ normalisé par la valeur sans nanoparticules ($\phi = 0$) en fonction de la fraction volumique. En examinant les différentes courbes nous pouvons affirmer que la présence des nanoparticules dans le fluide de base est bénéfique puisque ce rapport est toujours supérieur à l'unité et augmente avec l'accroissement de ϕ . Le plus grand taux d'amélioration, de l'ordre de 36%, est obtenu avec les nanoparticules d'argent alors que le plus faible taux, qui est autour de 28%, est retrouvé avec les nanoparticules d'oxyde de Titane.

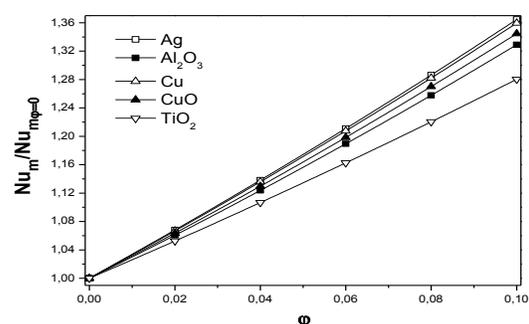
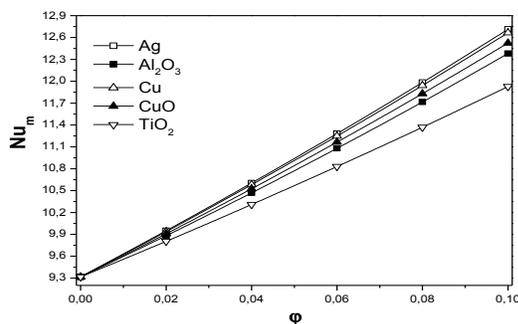


FIGURE 2. Evolution de Nu_m avec ϕ pour $Br = -1$

FIGURE 3. $Nu_m/Nu_{m\phi=0}$ fonction de ϕ pour $Br = -1$

La figure 4 représente l'évolution du nombre de Nusselt local le long du canal pour le cas de nanoparticules de Cu et un nombre de Brinkman positif ($Br = 1$) correspondant à l'échauffement du nanofluide à partir de la paroi à l'entrée du canal ($T_p > T_e$). Plusieurs aspects intéressants apparaissent dans cette figure ; le nombre de Nusselt diminue avec la coordonnée longitudinale X , s'annule, devient négatif, tend vers $-\infty$ ensuite vers $+\infty$, et finalement diminue avec X pour tendre vers une valeur constante. Ce comportement de Nu et les valeurs infinies qu'il prend est une indication d'une inversion du sens du transfert de chaleur qui se produit maintenant du nanofluide vers la paroi. Cette augmentation de la température du nanofluide, qui devient à une certaine distance de l'entrée du canal supérieure à celle de la paroi, est due au fait que l'apport de chaleur par dissipation visqueuse est plus important que celui provenant de la plaque chauffée à température constante. La section où commence l'inversion du sens du transfert de chaleur (i.e. quand $Nu = 0$) se déplace en amont en augmentant la valeur de la fraction volumique en nanoparticules. Ainsi, cette inversion commence à $X \approx 0.4$ pour $\phi = 0$ et à $X \approx 0.22$ pour $\phi = 0.1$.

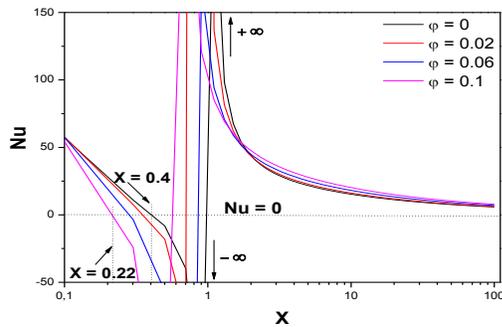


FIGURE 4. Nu le long du canal pour Cu et $Br = 1$

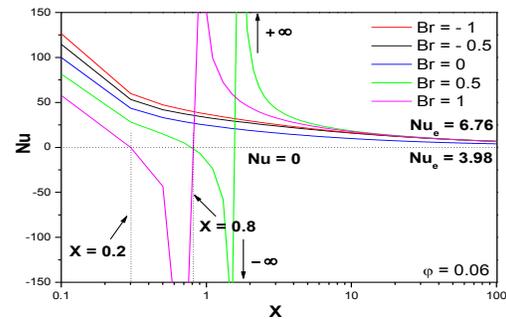


FIGURE 5. Nu le long du canal pour Cu et $\phi = 0.06$

La figure 5 illustre l'évolution du nombre de Nusselt le long du canal pour différentes valeurs du nombre de Brinkman dans le cas de nanoparticules de type Cu. Dans le cas des $Br > 0$, il y a inversion du sens du transfert de chaleur et la section où commence l'inversion se déplace plus en aval en diminuant le nombre de Brinkman. Ainsi, cette inversion commence à $X \approx 0.2$ pour $Br = 1$ et à $X \approx 0.8$ pour $Br = 0.5$. Ce résultat est prévisible, car augmenter la valeur du nombre de Brinkman est synonyme de l'accroissement de la quantité de chaleur dissipée vers le fluide et la température de ce dernier dépassera celle de la paroi plus en amont. Pour les $Br < 0$, le nombre de Nusselt diminue jusqu'à atteindre une valeur asymptotique. Dans ce cas il n'y aura pas d'inversion du sens de transfert de chaleur car à chaque section $T_p < T_m$ d'une part, à cause de la condition thermique à l'entrée et d'autre part, due au chauffage par dissipation visqueuse. Il apparaît aussi sur cette figure que la valeur asymptotique de Nu est indépendante du nombre de Brinkman pour $Br \neq 0$, par contre elle diffère de la valeur trouvée quand la dissipation visqueuse est négligée ($Br = 0$). La prise en compte de la dissipation visqueuse contribue à l'amélioration du transfert de chaleur puisque le Nu_e passe de 3.98 ($Br = 0$) à 6.76 ($Br \neq 0$).

4. CONCLUSIONS

Le présent travail est une étude numérique du transfert de chaleur par convection forcée d'un nanofluide dans un canal poreux, dont les parois sont maintenues à température constante, en tenant compte de la dissipation visqueuse. Le gain en transfert de chaleur par utilisation de nanofluides est beaucoup plus lié à la fraction volumique des nanoparticules qu'à leur nature. Les plus grands taux d'amélioration sont obtenus avec les nanoparticules d'argent, alors que les plus faibles taux sont retrouvés en ajoutant des nanoparticules de dioxyde de titane. Il a été constaté, pour le cas où la température de la paroi est supérieure à celle du fluide ($Br > 0$), une inversion du sens du transfert de chaleur à partir d'une certaine section du canal. La position de cette section varie

avec les différents paramètres considérés dans cette étude ; elle est plus en aval avec la diminution du nombre de Brinkman et la réduction de la fraction volumique en nanoparticules. Il a été observé l'existence d'un point fixe (où tous les nombres de Nusselt établis convergent) pour $Br \neq 0$ indépendant du nombre de Brinkman et qui est la conséquence de l'échauffement du fluide sous l'effet de la dissipation visqueuse. La valeur de ce nombre de Nusselt fixe à l'établissement est différente et supérieure à celle trouvée quand l'effet de la dissipation visqueuse est négligé ($Br = 0$).

REFERENCES

- [1] P.V.S.N. Murthy, Thermal dispersion and viscous dissipation effects on non non-darcy mixed convection in a fluid saturated porous medium, *Heat and Mass Transfer*, 33, 295-300, 1998.
- [2] A.K. Al-Hadrami, L. Elliot and D.B. Ingham, A new model for viscous dissipation across a range of permeability values, *Transport in Porous Media*, 53, 117-22, 2003.
- [3] K. Hooman and H. Gurgenci, Effects of viscous dissipation and boundary conditions on forced convection in a channel occupied by a saturated porous medium, *Transport in Porous Media*, 68, 301-19, 2007.
- [4] M. Mobedi, O. Cekmer and I. pop, Forced convection heat transfer inside an anisotropic porous channel with oblique principal axes: effect of viscous dissipation, *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 1984-93, 2010.
- [5] Y. Xuand and Q. Li, Heat transfer enhancement of nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21, 58-64, 2000.
- [6] T-H. Tsai and R. Chein, Performance analysis of nanofluid-cooled microchannel heat sinks, *Int. J. Heat Fluid Flow, International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28, 1013-26, 2007.
- [7] S. Ahmad and I. Pop, Mixed convection boundary layer flow from a vertical flat plate embedded in a porous medium filled with nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37, 987-91, 2010.
- [8] A.J. Chamkha and M.A. Ismael, Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluids and heated by a triangular thick wall, *International Journal of Thermal Sciences*, 67, 135-51, 2013.
- [9] R.K. Tiwari and M.K. Das, Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 2002-18, 2007.
- [10] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer*, McGraw Hill, 1980.