

# Evaluation du paramètre fréquentiel fondamental des plaques orthotropes CCCC et SSSS en vibration libre par la méthode de Ritz

FATIHA BOUSSALIH<sup>1\*</sup>, TAHAR ZARZA<sup>2\*</sup>, TOUFIK BENMANSOUR<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Construction <sup>2</sup>Laboratoire de mécanique  
Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université Frères Mentouri –  
Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie  
\*Auteur correspondant : taha\_zarza@yahoo.fr

## Résumé

Ce travail fournit une méthodologie d'investigation dynamique, permettant l'accès à des informations relatives à la réponse des éléments stratégiques de types de plaques minces orthotropes d'épaisseur constante supportées et encastrées sur les quatre bords (SSSS et CCCC) en vibration libre.

L'objectif principal de ce travail est de donner une vision globale sur les phénomènes vibratoires libres linéaires afin d'éviter le danger impliqué par le phénomène de résonance.

On espère donc contribuer à combler cette insuffisance, en se basant sur le background et le cumul des investigations dans ce domaine moyennant une approche énergétique de Ritz. La fiabilisation des résultats est basée sur des modèles mathématiques vérifiant uniquement des conditions aux frontières. Pour mieux appréhender le comportement vibratoire de la plaque, une investigation paramétrique fréquentielle en fonctions des conditions aux bords, rapport de dimensions et les rigidités transversales et longitudinales est investie. Le taux de dispersion, qui s'inscrit dans de bonne limite de tolérance.

## Mots Clés

Vibration libre, Paramètres fréquentiels, orthotropie, méthode de Ritz., rigidités.

## Nomenclature

a, b	Dimensions de la plaque	h	Epaisseur de la plaque
$D_x$	Rigidité de flexion par rapport à x	$D_v$	La rigidité de flexion par rapport à y
$D_{xv}$	Rigidité torsionnelle	$G_{xy}$	Le module de cisaillement
$\mu_x, \mu_y, \mu_1, \mu_2$	Coefficients de Poisson	$\omega$	Fréquence de la plaque
$\lambda_R$	Quotient de Rayleigh	$\Omega$	Paramètre Fréquentiel.
$\gamma(x,y)$	Densité de la masse de la plaque .	$w(x,y)$	Fonction de Forme
$E_v, E_v, E_1, E_2$	Modules de Young	$T_{max}$	Energie cinétique maximale de la plaque
$U_{max}$	Energie de déformation maximale de la plaque	$V_{max}$	Energie totale maximale de la plaque

## 1. Introduction

Les vibrations des plaques orthotropes est une thématique actuelle importante, tant d'un point de vue académique qu'industrielle est qui touche de nombreux domaines, tels que le génie mécanique, maritime, aéronautique, civile, et le transport.

Cette large utilisation de telles structures demande une bonne et meilleure investigation du comportement vibratoire libre afin d'éviter le phénomène de résonance de la plaque orthotrope.

Les fréquences propres de vibration d'une structure dépendent des rigidités du matériau constitutif. Toutefois, la recherche systématique des modes n'est pas aisée car la déformée d'une plaque résulte des superpositions des déformées de différents modes. Dans tous les cas, les vibrations mettent en jeu un échange permanent entre l'énergie cinétique et l'énergie de déformation de la plaque. Cette énergie cinétique est associée à la vitesse vibratoire et la masse des plaques déformées. Alors que la déformation est associée aux contraintes dynamiques liées à la rigidité des éléments déformés par le mouvement vibratoires.

Beaucoup de chercheurs se sont investis dans les domaines des vibrations en se basant sur plusieurs méthodes tels que la méthode des différences finis [1], des éléments finis [2], des superpositions [3],

Dans le cas d'une analyse préliminaire de la plaque, il est très recommandé d'utiliser une méthode simple pour le calcul des fréquences modales. On se propose la méthode de Ritz pour le calcul du paramètre fréquentiel des deux plaques orthotropes (SSSS) et (CCCC) en vibration libre. Beaucoup de chercheurs tels Algor [4], Rossi [5] Sakata [6], Chen [7], se sont investis dans le domaine des plaques orthotropes en proposant des solutions pour les plaques en vibration libre et forcée.

## 2. Formulation analytique

On sélectionne une suite de  $m$  équations linéairement indépendantes respectant les conditions aux limites. Le problème étudié consiste à faire la résolution numérique du problème de valeurs propres d'une plaque. Le premier objectif est tout simplement de comparer les valeurs théoriques des fréquences propres obtenues moyennant la méthode de Ritz avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (MEF).

### 2.1 L'énergie de déformation des plaques orthotropes

La détermination en vibration libre des paramètres fréquentiels des deux plaques simplement appuyée SSSS et encastree CCCC sur les quatre côtés. La validation des résultats est confrontée à des références de renommée connue du programme sous le code « Maple ».

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \left[ D_x \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4D_{xy} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)^2 \right] dx dy \quad (1)$$

où  $D_x$  et  $D_y$  sont des rigidités de flexion par rapport aux axes  $y$  et  $x$  respectivement,  $D_{xy}$  la rigidité torsionnelle et  $D_1$  est le coefficient de Poisson réduit tels que

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)}, \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)}, \quad D_{xy} = \frac{G_{xy} h^3}{12}, \quad D_1 = \nu_y D_x = \nu_x D_y \quad (2)$$

$E_x$  et  $E_y$  sont les modules de Young dans les directions de x et y respectivement,  $\nu_x$  et  $\nu_y$  sont les coefficients de Poisson et  $G_{xy}$  le module de cisaillement.

## 2.2 L'énergie cinétique

Elle est associée à la vitesse vibratoire et la masse des éléments déformés.

$$T_{\max} = \frac{\omega^2}{2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \gamma(x, y) w^2(x, y) dx dy \quad (3)$$

$w(x,y)$  est la fonction admissible et  $\omega$  est la fréquence naturelle de la plaque.

L'énergie totale de la vibration de la plaque orthotrope :  $V_{\max} = U_{\max} - T_{\max}$  (4)

Où  $U_{\max}$  et  $T_{\max}$  sont l'énergie de déformation maximale et de l'énergie cinétique maximale respectivement.

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \left[ D_x \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4D_{xy} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)^2 - \frac{\omega^2}{2} \gamma(x, y) w^2(x, y) \right] dx dy \quad (5)$$

## 2.3 Le quotient de Rayleigh

Le quotient de Rayleigh est le rapport de l'énergie de déformation maximale et de l'énergie cinétique maximale. Ce quotient est défini comme suit:  $\lambda_R = \frac{U_{\max}}{T_{\max}}$  (6)

Basé sur le principe de l'énergie potentielle, et appliquant la méthode de Rayleigh –Ritz, équation (6) est minimisée par rapport aux coefficients inconnus  $A_{mn}$  pour donner des séries d'équations

simultanées et homogènes :  $\frac{\partial \lambda_R}{\partial A_{mn}} = \frac{\partial (\omega^2)}{\partial A_{mn}} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots$  (7)

Substituant les fonctions proposées dans l'équation (4.14) nous donne une équation des valeurs propres de la forme :  $[[K] - \omega^2 [M]] \{W\} = \{0\}$  (8)

La résolution du problème de valeurs propres consiste à trouver  $\lambda = \omega^2$  la relation matricielle suscitée. Le paramètre fréquentiel utilisé pour la comparaison des résultats est :

$$\Omega_i = \omega_i a^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D_1}} \quad (9)$$

## 2.4 Equation différentielle de Lekhnitskii des plaques orthotropes

La deuxième contribution, consiste, en l'analyse de la réponse vibratoire libre de deux plaques orthotropes avec différents rapports de rigidité. Enfin, une investigation paramétrique d'étude comparative selon quelques critères sur l'évolution des séquences modales des plaques CCCC, SSSS

sous l'effet des conditions aux bords, les différents rapports de rigidité  $D1/D3=0.5, 1, 2,$

$D_2/D_3=0.5, 1.2$  et le rapport de dimensions de la plaque (b/a) en se basant sur l'équation suivante :

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (10)$$

Avec  $D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}$ ,  $D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}$  et  $D_3 = \nu_2 D_1 + \frac{Gh^3}{6}$  (11)

et le paramètre fréquentiel pour la comparaison des résultats:  $\Omega_i = \omega_i a^2 \sqrt{\rho h / D_1}$  (12)

### 2.5 Les fonctions de forme

Cette méthode est utilisée pour développer le déplacement de la plaque selon des bases sinusoïdales

ou polynomiales:  $w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y)$  (13)

où  $X(x)$  est le n<sup>ème</sup> mode d'une plaque de longueur a.  
 $Y(y)$  est le m<sup>ème</sup> mode d'une plaque de longueur b.

les  $A_{mn}$  représentent l'amplitude du mode (m, n) à déterminer et les fonctions  $X_m$  et  $Y_n$  sont des fonctions formes correspondantes le long des axes x et y qui doivent vérifier individuellement les conditions aux limites mais pas forcément l'équation différentielle du mouvement. Pour identifier la solution fréquentielle, l'état stationnaire est observé par rapport à chaque coefficient modal, la procédure consiste à minimiser le quotient de Rayleigh par rapport au  $A_{mn}$ . Donc le problème peut être résolu en solvant le système linéaire des équations pour les coefficients  $A_{mn}$ ; une fois les coefficients calculés, une réponse approximative de la plaque est calculée.

## 3. Etude paramétrique des plaques orthotropes

### 3.1 Plaque orthotrope simplement appuyée SSSS

Tableau 1 : Le paramètre fréquentiel  $\Omega_i = \omega_i a^2 \sqrt{\rho h / D_1}$ ,  $\nu = 0.3$  d'une plaque orthotrope SSSS

$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$  avec le taux de dispersion du paramètre fréquentiel.

a/b	Mode (m,n)	Solution Exacte	Algor [4]	Rossi [5]	Présent	Taux d'erreur %
1	1-1	16.605	15.605	15.605	15.605	0
	1-2	35.585	35.588	35.585	35.585	0
	2-1	44.686	44.688	44.686	44.686	0
	2-2	62.420	62.431	62.420	62.420	0

Le tableau N°1 nous montre une bonne concordance des résultats de la plaque SSSS, comparée avec ceux de la méthode exacte. On remarque que le taux d'erreur des premiers modes est nul. De plus, les résultats sont fiables, comparativement et respectivement avec ceux Algor [1] et Rossi [2]. Cela montre l'efficacité de la méthode de Ritz pour le calcul de la réponse vibratoire des plaques en vibration libre.

### 3.2 Plaque orthotrope CCCC

Tableau 2 : le paramètre fréquentiel  $\Omega_i = \omega_i a^2 \sqrt{\rho h / D_1}$ ,  $\nu = 0.3$  d'une plaque orthotrope CCCC

$$W(x,y) = A_{mn} (x^2 - ax)^2 (y^2 - by)^2 x^{m-1} y^{n-1} \text{ avec le taux de dispersion du paramètre fréquentiel.}$$

a/b	Mode (m,n)	T Sakata [6]	Algor [4]	Rossi [5]	Présent	Taux d'erreur %
1	1-1	29.979	29.981	29.979	30.002	0.07
	1-2	54.336	54.343	54.337	55.009	1.223
	2-1	67.797	67.803	67.798	68.967	1.696

### 3.3 Validation des résultats

Les résultats obtenus par l'approche énergétique de Ritz en élasticité linéaire nécessitent une confrontation des valeurs des paramètres fréquents obtenus avec d'autres résultats de chercheurs de renommée tels que Algor [4], Rossi [5] et Sakata [6]. La confrontation montre la bonne concordance et la fiabilité de nos résultats moyennant la méthode de Ritz.

Pour la plaque CCCC, le taux d'erreur des modes 1-1 est très acceptable (0,07%) , les modes 1-2 et 2-1 sont respectivement 1.22% et 1.69%, tandis que pour la plaque SSSS , le taux d'erreur des premiers modes est nul.

Enfin, les résultats sont plus fiables et acceptables comparativement et respectivement avec les références suscitées tel que ceux d'Algor moyennant la méthode des éléments finis avec 625 et 2500 éléments. Cela montre l'efficacité de la méthode de Ritz.

### 3.4 Conclusion sur les résultats des plaques SSSS-CCCC

L'objectif principal de ce travail est d'une part, de contribuer à calculer les paramètres fréquents des plaques orthotropes (SSSS-CCCC) en vibration libre moyennant la méthode de Ritz et d'autre part de valoriser nos résultats par rapport à d'autres chercheurs de renommée. Les faibles taux de dispersion pour les plaques orthotropes SSSS et CCCC varient respectivement de 0 à 1.696 %, cela témoigne de l'efficacité et de l'économie de la méthode de Ritz.

## 4. Etude paramétrique des plaques orthotropes en fonction des rapports de rigidités, des dimensions b/a et les conditions aux bords de la plaque rectangulaire avec $\mu = 0.3$

Cette approche semi-analytique de Ritz nous fournit une pratique simple pour déduire les valeurs propres de la plaque orthotrope selon différents rapports de rigidité  $D1/D3 = 0.5, 1, 2$  et  $D2/D3 = 0.5, 1, 2$  entrant dans la formulation des énergies de déformation et cinétique permettant d'appréhender le comportement vibratoire des plaques orthotropes en vibration libre. Pour cela, on a ciblé deux types de plaques orthotropes CCCC et SSSS.

### 4.1 Plaque rectangulaire orthotrope CCCC

Tableau 3 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidités

b/a	CCCC D2/D3 = 0,5 $\Omega^4 = \sqrt{\omega^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	4,177	4,075	2,441	4,857	4,745	2,306	5,706	5,579	2,226
1,5	4,553	4,438	2,526	5,109	4,99	2,329	5,868	5,736	2,249
1	5,304	5,171	2,508	5,684	5,551	2,340	6,272	6,131	2,248
2/3	6,829	6,657	2,519	7,019	6,854	2,351	7,358	7,193	2,242
0,4	10,443	10,188	2,442	10,498	10,252	2,343	10,605	10,366	2,254

$D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 0.5$  et de dimensions b/a.

Tableau 4 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidités ( $D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 1$ ) et de dimensions b/a

b/a	CCCC D2/D3=1 $\Omega^4 = \sqrt{\omega^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	4,199	4,101	2,334	4,871	4,761	2,258	5,715	5,589	2,205
1,5	4,679	4,569	2,351	5,200	5,084	2,231	5,928	5,798	2,193
1	5,684	5,551	2,340	5,999	5,866	2,217	6,513	6,371	2,180
2/3	7,664	7,484	2,349	7,801	7,625	2,256	8,053	7,878	2,173
0,4	12,142	11,863	2,298	12,177	11,904	2,242	12,246	11,977	2,197

Tableau 5 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidité ( $D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 2$ ) et de dimensions b/a.

b/a	CCCC D2/D3=2 $\Omega^4 = \sqrt{\omega^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	4,242	4,147	2,240	4,898	4,791	2,185	5,732	5,608	2,163
1,5	4,905	4,796	2,222	5,369	5,252	2,179	6,044	5,914	2,151
1	6,272	6,131	2,248	6,513	6,371	2,180	6,928	6,779	2,151
2/3	8,802	8,604	2,249	8,893	8,698	2,193	9,067	8,871	2,162
0,4	14,266	13,948	2,229	14,288	13,974	2,198	14,331	14,019	2,177

#### 4.1.1 Interprétation physique sur l'évolution paramétrique fréquentiel

Les tableaux N° 3,4 et 5 nous montrent pour les trois cas d'étude de la plaque CCCC, que les valeurs des paramètres fréquentiel des plaques en fonction des différents rapports de rigidités chutent rapidement dans l'intervalle du rapport a/b (0.4-2/3). Au-delà de cette frontière, les valeurs atténuantes se prononcent en faveur d'un palier de valeurs presque constantes.

### 4.1.2 Evolution de la perte de rigidité de la plaque CCCC :

Pour(  $D_2/ D_3 = 0.5$ ) et(  $D_1/ D_3= 0.5,1,2$  ) c 10.605 → 5.706, 10.498 → 4.857, 10.443 → 4.177

Pour(  $D_2/ D_3 = 1$ ) et(  $D_1/ D_3= 0.5,1,2$  ) 12.246 → 5.715, 12.177 → 4.871, 12.142 → 4.199

Pour(  $D_2/ D_3 = 2$ ) et(  $D_1/ D_3= 0.5,1,2$  ) 14.331 → 5.732, 14.288 → 4.898 , 14.266 → 4.242

On observe pour tout rapport  $D_2/D_3$  constant, toutes les valeurs du rapport(  $D_1/ D_3= 0.5,1,2$  ) diminuent respectivement. Physiquement cela s'explique par une perte de rigidité en faveur de la souplesse de la plaque. Les rapports  $D_2/D_3$  et  $D_1/D_3$  sont des facteurs dominants en orthotropie.

### 4.2 Plaque rectangulaire orthotrope SSSS

Tableau 6 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidité ( $D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 0.5$ ) et de dimensions  $b/a$ .

b/a	SSSS $D_2/D_3 = 0,5$ $\Omega^4 = \sqrt{\omega^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	3,001	2,989	0,400	3,375	3,362	0,385	3,882	3,867	0,386
1,5	3,469	3,455	0,404	3,730	3,715	0,402	4,13	4,113	0,412
1	4,134	4,118	0,387	4,297	4,279	0,419	4,575	4,557	0,393
2/3	5,204	5,183	0,404	5,288	5,267	0,397	5,446	5,424	0,404
0,4	7,502	7,472	0,400	7,531	7,501	0,398	7,587	7,557	0,395

Tableau 7 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidités ( $D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 1$ ) et de dimensions  $b/a$ .

b/a	SSSS $D_2/D_3 = 1$ $\Omega^4 = \sqrt{\omega^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y .Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	3,012	3,000	0,398	3,383	3,370	0,384	3,887	3,872	0,386
1,5	3,525	3,511	0,397	3,775	3,760	0,397	4,164	4,147	0,408
1	4,297	4,279	0,419	4,442	4,425	0,383	4,697	4,678	0,405
2/3	5,595	5,572	0,411	5,663	5,64	0,406	5,793	5,769	0,414
0,4	8,438	8,404	0,403	8,458	8,424	0,402	8,498	8,464	0,400

Tableau 8 : Calcul du paramètre fréquentiel fondamental en fonction des rapports de rigidités ( $D_1/D_3 = 0.5, 1, 2$  et  $D_2/D_3 = 2$ ) et de dimensions  $b/a$ .

b/a	SSSS $D_2/D_3=2$ $\Omega^4 = \sqrt{a^2 \rho h a^4 / D_3}$								
	D1/D3=0.5			D1/D3=1			D1/D3=2		
	Présent	Y.Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y.Chen [7]	Taux d'erreur %	Présent	Y.Chen [7]	Taux d'erreur %
2,5	3,035	3,023	0,395	3,399	3,386	0,382	3,898	3,882	0,410
1,5	3,63	3,616	0,386	3,862	3,846	0,414	4,229	4,212	0,402
1	4,575	4,557	0,393	4,697	4,678	0,405	4,916	4,897	0,386
2/3	6,195	6,170	0,404	6,246	6,220	0,416	6,343	6,318	0,394
0,4	9,706	9,667	0,402	9,719	9,680	0,401	9,746	9,706	0,410

### 5. Conclusion

Notre objectif consiste à résoudre le problème des valeurs propres de deux cas de plaques orthotropes. Le but principal de cette investigation est tout d'abord de valider les résultats de notre étude par rapport à d'autres chercheurs de renommée tels que Sakata, Algor et Rossi, moyennant la méthode de Ritz.

Nos résultats s'avèrent fiables et acceptables avec de faibles taux de dispersion. Cela témoigne de l'efficacité de la méthode utilisée, de l'économie en termes de temps et d'un seul tronçon fondamental des modèles mathématiques utilisés. On remarque que les rapports de rigidités  $[(D_1/D_3 = 0.5, 1, 2, D_2/D_3 = 0.5, 1, 2)]$  nous donnent plusieurs cas de rigidités différentes:

1<sup>er</sup> cas:  $[(D_1/D_3 = 0.5, D_2/D_3 = 0.5), (D_1/D_3 = 1, D_2/D_3 = 1), (D_1/D_3 = 2, D_2/D_3 = 2)] \Rightarrow E_x = E_y$

2<sup>ème</sup> cas:  $[(D_1/D_3 = 1, D_2/D_3 = 0.5), (D_1/D_3 = 2, D_2/D_3 = 1)] \Rightarrow E_x = 2E_y$

3<sup>ème</sup> cas:  $[(D_1/D_3 = 2, D_2/D_3 = 0.5)] \Rightarrow E_x = 4E_y$

4<sup>ème</sup> cas:  $[(D_1/D_3 = 1, D_2/D_3 = 2), (D_1/D_3 = 0.5, D_2/D_3 = 1)] \Rightarrow E_y = 2E_x$

5<sup>ème</sup> cas:  $[(D_1/D_3 = 0.5, D_2/D_3 = 2)] \Rightarrow E_y = 4E_x$

Dans notre étude, nous avons ciblé deux types de plaques orthotropes SSSS et CCCC influencées par trois importants facteurs dominants: la rigidité, les conditions de fixité et le rapport de dimensions  $a/b$ . La réponse vibratoire de chaque plaque dépend des modules d'Young  $E_x$  et  $E_y$  ainsi des conditions de fixité (S: appui simple – C: encastrement) et enfin le rapport de dimensions  $a/b$ .

### References

1. G. Aksu and R. Ali Free vibration analysis of stiffened plates using finite difference method. Journal of sound vibration ( 1976) 48 (1), 15-25.
2. S.J. Lee. Free vibration analysis of stiffened plates using four-node finite element formulated with assumed natural transverse shear strain. Journal of sound vibration ( 2003) 278 (2004), 657-684.

3. R. H.Gutierrez, P.A.A.Laura and C.A.Rossit.Fundamental frequency of transverse vibration of clamped rectangular orthotropic plate with a free edge hole. *Journal of sound vibration* ( 2000) 235 (4), 697-701.
4. ALGOR Professional Mech/E “Linear Stress and Vbration Analysis Processor Reference Manual“. Part Number 6000.401, Revision 2 of Pittsburgh, Pennsylvania
5. R .E . Rossi “A Note on finite Element for Vibration Thin Orthotropic Rectangular Plates“, *Journal of Sound and Vibration* 208 (5) (1997), pp. 864–868
6. T. Sakata and K. Hosokawa, “Vibrations of clamped orthotropic rectangular plate“, *Journal of Sound and Vibration* 125 (1988) (3), pp. 429–439.
- 7 . Y.Z. Chen, “Evaluation of fundamental vibration frequency of an orthotropic bending plate by using an iterative approach“, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 161(1998, pp. 289–296).