

Rôle de la micromécanique dans la prévision de la résistance à la traction monotone des matériaux composites fibreux

Saber BENFERDI¹, Abdelaziz LEKRINE^{2,4}, Mourad AMRANI^{3,4}, Fayçal MILI^{1,4*}

¹Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université des Frères Mentouri – Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

²Département de Génie mécanique. Faculté de Technologie. Université du 20 août 1955 – Skikda. route d'El-Hadaiek, 21000 Skikda, Algérie

³Département Hygiène et Sécurité Industrielle. Université El Hadj Lakhdar - Batna, Algérie

⁴Laboratoire de mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université des Frères Mentouri – Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

*auteur correspondant : mili_faycal@yahoo.fr

Résumé - La prédiction de la résistance des matériaux composites fibreux, par une analyse micromécanique, permet de développer plusieurs modèles mathématiques ésotériques. La plupart de ces modèles représente une intégration de l'observation physique avec une description mécanique du phénomène. On s'intéressera donc à la résistance à la traction monotone et jusqu'à la rupture finale d'un pli composite à fibres de verre-E unidirectionnelles. Cette étude a conduit donc au développement de deux modèles simplifiés qui ne peuvent pas prendre en compte tous les paramètres d'élaboration, dont le premier suppose que les fibres sont à forces égales, et le second qu'elles ont une distribution de puissance. L'établissement d'une comparaison entre le modèle de Rosen et la loi des mélanges montre que les résultats du premier sont proches de l'expression de la seconde approche quand la fraction volumique des fibres est inférieure à 0.7.

Mots Clés : micromécanique, composite, résistance, traction, modèle.

Nomenclature

E	module d'élasticité, $N.m^{-2}$	σ	contrainte, $N.m^{-2}$
G	module de cisaillement, $N.m^{-2}$	$\bar{\sigma}$	contrainte moyenne, $N.m^{-2}$
V	taux volumétrique	τ	contrainte de cisaillement, $N.m^{-2}$
<i>Symboles grecs</i>		<i>Indices et exposants</i>	
β	paramètre statistique dans la distribution de Weibull	c	composite
δ	allongement, m	f	fibre
ε	déformation	m	matrice
ν	coefficient de poisson	ref	résistance à la traction d'une fibre
ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$	1	longitudinal
		2	transversal

1. Introduction

L'utilisation des matériaux composites étant récente et malgré l'effort de recherche entrepris, leur phénomène de résistance soulève de nombreuses questions tant fondamentales que technologiques.

En effet, à cause des hétérogénéités et de leur anisotropie, leurs modes de rupture ainsi que les mécanismes à l'origine de leur apparition et de leur progression sont très différents des mécanismes rencontrés dans les matériaux traditionnels. Ainsi, suivant l'échelle considérée, les endommagements tels que la rupture du renfort, la fissuration matricielle ou encore le délaminage peuvent être à l'origine de la ruine prématurée d'une structure.

On distingue deux approches permettant de prévoir la résistance mécanique des matériaux. La première repose sur les équations de leur comportement macromécanique en se livrant à une caractérisation expérimentale des propriétés [1-3]. La seconde approche, celle qu'on va adopter par la suite, est plus récente et se fonde sur l'exploitation des caractéristiques des constituants à l'échelle microscopique et sur une connaissance pouvant être complète (milieux périodiques) ou partielle (milieux désordonnés) de la distribution spatiale de ceux-ci. Cette approche, qualifiée de micromécanique, a déjà apportée un grand nombre de solutions dans le domaine des matériaux hétérogènes en général [4] mais aussi en ce qui concerne les composites, tant sur le plan de la modélisation mécanique que des phénomènes de transport [5-8]. La nature des équations de comportement ainsi que les propriétés macroscopiques en fonction des données locales se déduisent directement d'un problème théorique posé sur un volume considéré comme une structure à l'échelle microscopique. Cette démarche est valable dès lors qu'un volume élémentaire du point de vue de l'échelle microscopique (ayant une dimension infinitésimale par rapport à la taille caractéristique de la structure) est suffisamment représentatif des hétérogénéités locales. Ainsi la définition d'un volume élémentaire représentatif (v.e.r.) repose sur la condition de séparation des échelles. En revanche, le traitement du comportement d'un matériau dans la littérature est généralement élastique et la partie résistance mécanique est rarement considérée. Cependant, il faut préciser que l'étude micromécanique ne donne généralement que des résultats qualitatifs.

Différentes méthodes de détermination de critères de résistance macroscopiques ont été alors réalisées [9-11] dont les états limites d'un milieu hétérogène sont définis suivant le degré d'anisotropie du matériau. Par contre, la théorie micromécanique permet d'apporter un éclairage sur l'existence d'une contrainte effective responsable de création de fissures frottantes et de la propagation de celles-ci sur le comportement macroscopique. On propose ainsi une confrontation de l'estimation théorique à des modèles micromécaniques en mettant en évidence l'impact majeur du choix du schéma d'homogénéisation sur l'effet du renforcement en montrant notamment que le schéma de Rosen peut fournir des résultats très intéressants.

2. Comportement micromécanique des matériaux composites

La prédiction de la résistance des matériaux composites fibreux par des approches micromécaniques permet de développer plusieurs modèles physiques et mathématiques ésotériques. La plupart des modèles représentent une intégration de l'observation physique avec une description mécanique du phénomène. On s'intéresse durant cette étude à la résistance à la traction d'un pli composite à renforcement unidirectionnel selon le sens des fibres. On utilise alors un modèle qui considère que les fibres sont soumises à la même force, en plus d'un autre dans lequel les fibres ont une distribution de puissance. Ce type d'analyse a occupé l'attention de plusieurs chercheurs [12] comparé aux autres sollicitations telles que la compression et le cisaillement.

Un matériau composite, renforcé par des fibres unidirectionnelles, se déforme en fonction de l'augmentation de charge en suivant quatre étapes, et selon la fragilité relative ou la ductilité des fibres et de la matrice (Figure 1):

Etape 1 : Les deux constituants : fibres et matrice se déforment élastiquement.

Etape 2 ; Les fibres continuent à se déformer élastiquement mais la matrice se déforme d'une manière plastique.

Etape 3 : Les fibres et la matrice se déforment plastiquement.

Etape 4 : La rupture des fibres conduit à la rupture totale du matériau composite

Notons que les fibres sont généralement les plus rigides, plus résistantes et moins ductiles que la matrice. Bien sûr, pour les fibres fragiles, la troisième étape ne pourrait pas être considérée.

De même, une matrice fragile ne pourrait pas atteindre l'une des étapes 2 ou 3. La ruine du matériau composite, se produit lors de la rupture de la fibre ou même de la matrice, selon la ductilité relative des fibres par rapport à la matrice, aussi bien la fraction volumique du renfort.

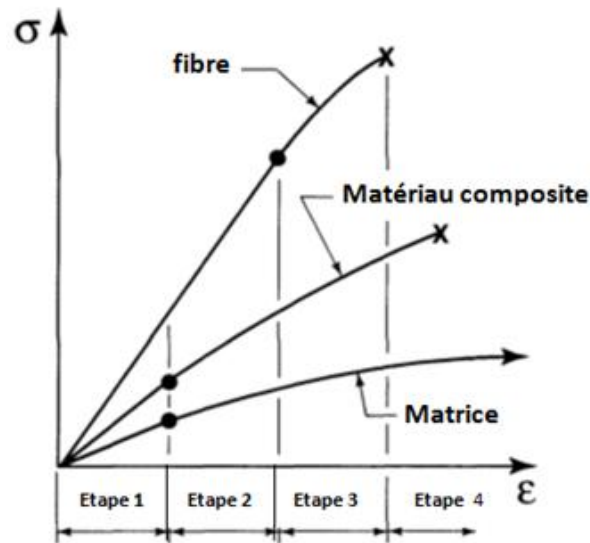


Figure 1 : Différentes étapes de déformation d'un matériau composite fibreux.

La relation la plus simple qui représente le modèle d'homogénéisation du matériau composite est la loi des mélanges :

$$E_c = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad (1)$$

Dans le cas de sollicitations simples, les références [13-16] montrent que l'étude du composite peut se ramener à celui de la cellule élémentaire comprenant au moins une fibre et sur laquelle les contraintes et les déformations sont macroscopiquement uniformes. L'approche mathématique utilisée en micromécanique est une application directe de la méthode de la loi des mélanges. C'est une analyse simplifiée de la distribution des contraintes dans un matériau filamentaire unidirectionnel où l'état de contraintes est donné par :

$$\sigma_1 = \sigma_f V_f + \sigma_m (1 - V_f) \quad (2)$$

où σ_f et σ_m sont respectivement les contraintes dans la fibre et la matrice; V_f est la fraction volumique des fibres.

2.1. Modèles de résistance

Les paramètres de résistance d'un pli unidirectionnel sont beaucoup plus difficiles à prévoir que la détermination des modules élastiques, car les forces sont plus sensibles à la nature du matériau (hétérogénéité), contact fibre-matrice (interface), processus de fabrication et l'environnement. Dans le cas d'une interface faible entre la fibre et la matrice, une défaillance prématurée des composites sous une charge transversale à la traction peut être entraînée avec une croissance de sa résistance longitudinale à la traction. Pour ces raisons de sensibilité, certaines théories et modèles empiriques sont disponibles pour certains paramètres de résistance. Finalement, l'évaluation expérimentale de ces résistances est très importante, car elle est directe et fiable.

2.1.1. Modèles des fibres de force égale

Dans ce cas, les fibres sont considérées par Kelly et Davies [17] avoir la même force et sont relativement fragiles en comparaison à la matrice. De plus, de tels modèles sont valables lorsque les fibres et la matrice sont actives seulement dans le domaine élastique linéaire (étape 1 de la Figure 1). Si le matériau composite possède une certaine fraction volumique minimale de fibres V_f , la résistance ultime est réalisée quand les fibres sont tendues afin d'atteindre en termes de déformation :

$$\varepsilon_{cMax} = \varepsilon_{fMax} \quad (3)$$

Du fait que les fibres sont plus fragiles que la matrice, elles ne peuvent pas s'allonger autant que cette dernière. Ainsi, les fibres représentent la liaison faible dans la chaîne de force, du point de vue de contrainte, lorsque le matériau composite est sous sollicitations. Ainsi, si on présume que la déformation de la fibre est égale à celle du matériau composite dans la direction longitudinale alors la résistance du matériau composite sera :

$$\sigma_{cMax} = \sigma_{fMax} V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}} (1 - V_f) \quad (4)$$

Par conséquent, la fibre renfort entraînera une résistance du matériau composite plus grande que peut être obtenue avec la matrice seule, donc

$$\sigma_{cMax} > \sigma_{mMax} \quad (5)$$

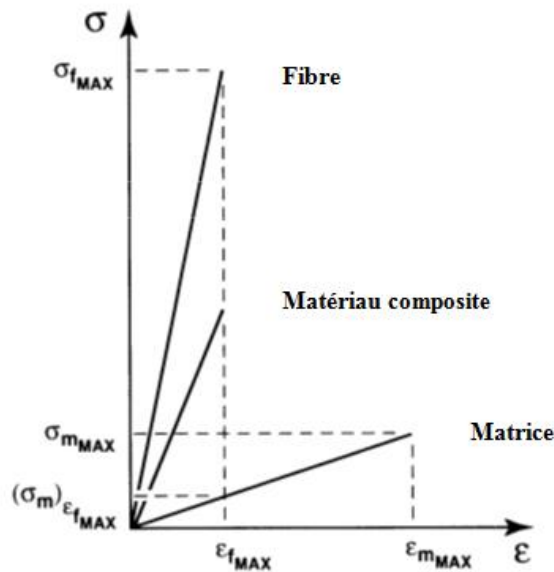


Figure 2 : courbes contraintes-déformations des fibres et de la matrice [18]

Les équations (4) et (5) peuvent être résolues pour le V_f critique qui doit être dépassé pour obtenir le renforcement des fibres du matériau composite :

$$V_{f\text{critique}} = \frac{\sigma_{mMax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}}}{\sigma_{fMax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}}} \quad (6)$$

Si toutes les fibres se cassent à la même contrainte, le matériau composite rompra à moins que la matrice (qui occupe seulement le volume élémentaire représentatif V_m) peut prendre la charge entière imposée sur le matériau composite, cela veut dire :

$$\sigma_{cMax} = \sigma_{mMax} V_m \quad (7)$$

Ainsi, dans ce cas-là, la matrice est le seul constituant qui contribue à la résistance du matériau composite. En fait, le matériau composite agit comme la matrice, de fraction volumique V_m , mais sans fibres de quantité V_f avec ses lacunes. Finalement, le matériau composite entier rompt après la rupture des fibres si :

$$\sigma_{cMax} = \sigma_{fMax} V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}} (1 - V_f) \geq \sigma_{mMax} (1 - V_f) \quad (8)$$

La fraction volumique en renfort minimum V_{fmin} , assurant la validité de l'équation (8), peut être obtenue comme :

$$V_{fmin} = \frac{\sigma_{mMax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}}}{\sigma_{fMax} + \sigma_{mMax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fMax}}} \quad (9)$$

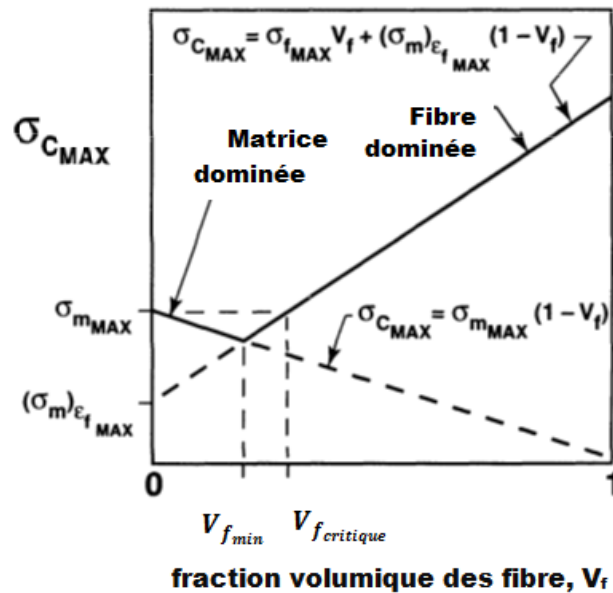


Figure 3 : Evolution de la résistance à la traction du composite en fonction de la fraction volumique des renforts (d'après Kelly et Davies [17])

Les expressions (5) à (9) permettent de limiter dans la figure 3 les valeurs de résistance du matériau composite en fonction de la fraction volumique des fibres. Quand V_f est inférieure à V_{fmin} , la résistance du matériau composite sera contrôlée par la déformation de la matrice et qui est en réalité inférieure à sa propre résistance. Quand V_f est supérieure à V_{fmin} , mais inférieure à $V_{fcritique}$, la résistance de matériau composite sera contrôlée par la déformation des fibres, mais la résistance du matériau composite est encore inférieure à celle de la matrice. mais quand V_f dépasse $V_{fcritique}$, la résistance du matériau composite sera augmentée par le renforcement des fibres et contrôlée par les déformations des fibres parce que V_f est plus grande que V_{fmin} .

2.1.2. Modèles des fibres avec une distribution statistique de résistance

L'analyse précédente est fondée sur le fait que les fibres continues sont de même résistance à la rupture à la même position longitudinale. Cependant, les fibres sous tension n'ont pas tous la même résistance à la rupture et ne se rompent pas à la même position. En raison des imperfections de surface qui varient d'une fibre à une autre, les fibres individuelles ont des résistances à la rupture différentes. Une analyse statistique est alors nécessaire pour rationaliser et définir la résistance d'un matériau composite.

Rosen [19] a analysé la résistance des matériaux composites fibreux avec une distribution statistique de force, par l'utilisation du modèle illustré par la figure 4. Le volume élémentaire représentatif inclut plusieurs fibres intactes et une fibre cassée. Par conséquent, le volume élémentaire représentatif subit des changements de taille pendant le chargement et la rupture de la fibre ultérieure est réalisée lorsque le nombre de fibre rompues dans un volume élémentaire de taille fixe augmente. La fibre cassée a été vraisemblablement soumise à une contrainte assez importante provoquant une rupture due à une imperfection de surface. La fibre cassée cause la redistribution des contraintes autour de la région de rupture. La déformation doit alors passer d'une extrémité de la fibre cassée après la rupture à l'autre extrémité. Le transfert de déformation est réalisé par le développement de contraintes de cisaillement importantes dans la matrice sur une courte distance de la région de rupture de la fibre, comme il est indiqué dans la Figure 4. La déformation longitudinale de la fibre est ainsi augmentée mais, il existe une autre contrainte de résistance σ_f d'une autre fibre dans le matériau composite loin de la région de rupture.

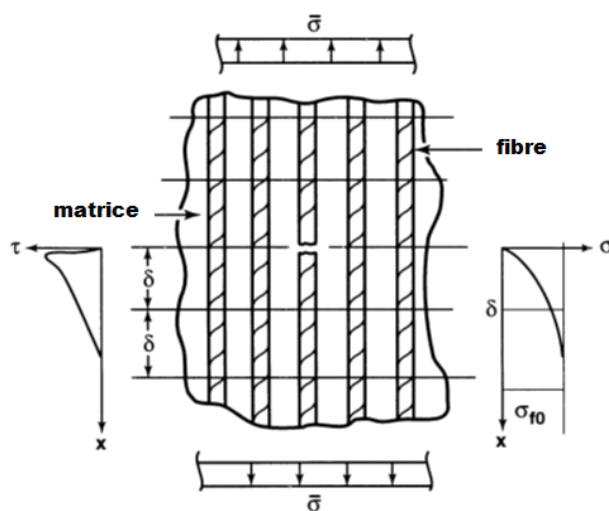


Figure 4 : Modèle de rupture à la traction de Rosen [19]

La rupture du matériau composite peut alors se produire de deux façons différentes:

- La contrainte de cisaillement de la matrice, enveloppant la fibre, pourrait dépasser la contrainte admissible de cisaillement de la matrice. Dans ce cas, le lien entre la fibre et la matrice peut être rompu en raison de la contrainte de cisaillement élevé dans le mécanisme précité pour le transfert de déformation entre les fibres brisées.
- La rupture de la fibre peut se propager à travers la matrice par d'autres fibres, et par conséquent, causer la rupture globale du matériau composite. Si un bon lien est réalisé entre la fibre et la matrice et si la résistance à la rupture de la matrice est importante, les ruptures de la fibre peuvent continuer jusqu'à ce que l'accumulation statistique soit suffisante pour causer la rupture brutale du matériau composite.

Par l'utilisation de l'analyse statistique, Dow et Rosen [18] ont obtenu :

$$\sigma_{c_{max}} = \sigma_{ref} V_f \left[\frac{1-V_f^{1/2}}{V_f^{1/2}} \right]^{-1/(2\beta)} \quad (10)$$

Des travaux de Rosen, concernant les fibres de verre-E, ont montré pour $\beta = 7.7$ que :

$$\sigma_{c_{max}} = \sigma_{ref} V_f \quad (11)$$

Dans laquelle la résistance à la traction de la matrice a été ignorée car elle est très inférieure à la résistance à la traction de la fibre.

3. Confrontation des modèles mathématiques

Le composite considéré durant cette étude est le verre-E/époxyde de fraction volumique $V_f=0.7$ présentant des caractéristiques particulièrement intéressantes pour l'industrie :

Tableau 1 : Propriétés élastiques des constituants du composite : fibre de verre et matrice époxyde

	ρ	E	ν_{12}	G_{12}
Fibre	2500	85×10^9	0.2	35.42×10^9
Matrice	1200	3.4×10^9	0.3	1.308×10^9

Afin de limiter la contrainte maximale que peut supporter le pli composite en fonction du taux de renfort, on représente sur la figure 5 l'évolution de la résistance du matériau composite en fonction de la fraction volumique des fibres. Dus à des imperfections de surface qui varient d'une fibre à une autre, les fibres individuelles ont des résistances à la rupture différentes. Une analyse statistique est alors appliquée pour rationaliser et définir la résistance d'un matériau composite.

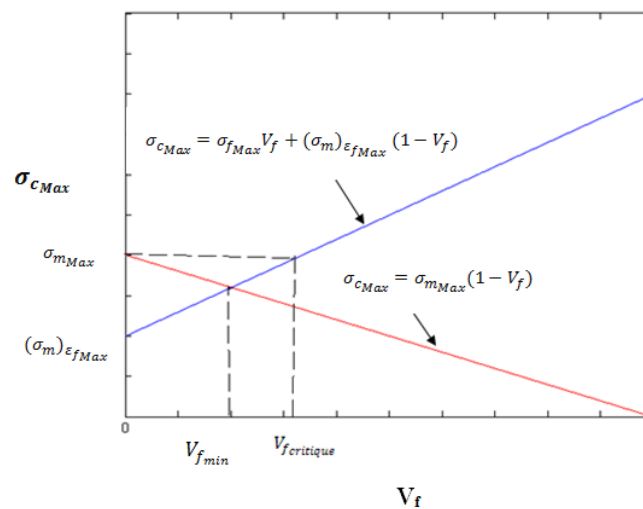


Figure 5 : Evolution de la résistance à la traction du composite en fonction de la fraction volumique des fibres.

Dans ce cas, on considère le modèle de Rosen pour le calcul de la résistance à la traction. On remarque que lorsque V_f est inférieure à $V_{f_{min}}$, la résistance du matériau composite sera contrôlée par la déformation de la matrice et qui est en réalité inférieure à la résistance de la matrice. Quand V_f est supérieure à $V_{f_{min}}$, mais inférieure à $V_{f_{critique}}$, la résistance du matériau composite sera contrôlée par la déformation des fibres mais toujours inférieure à celle de la matrice. En revanche, lorsque V_f dépasse $V_{f_{critique}}$, la résistance du matériau composite sera augmentée par le

renforcement des fibres. De plus, on remarque que $V_{f\text{critique}}$ devient plus petite quand les fibres sous tension n'ont pas tous la même résistance à la rupture et ne se rompent pas à la même position.

Après avoir déterminé la résistance à la traction du pli composite par le modèle de Rosen par rapport à V_f , on effectue sur la figure 6 une comparaison de ce modèle avec l'expression de loi des mélanges. On remarque que les résultats obtenus sont proches de l'analyse théorique quand la fraction volumique des fibres est inférieure à 0.7. Si $V_f \geq 0.7$ alors les résultats présenteront des divergences de l'expression de la loi des mélanges. On peut alors déduire que la résistance à la rupture du matériau composite est supérieure à celle d'une fibre individuelle parce que les résultats obtenus se situent au-dessus de la loi des mélanges. En outre, la capacité d'absorption d'énergie du matériau composite dépasse également celle des fibres.

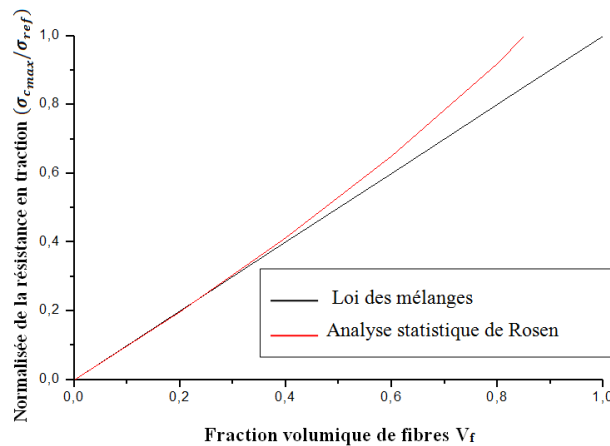


Figure 6 : Comparaison de la résistance à la traction par différentes méthodes

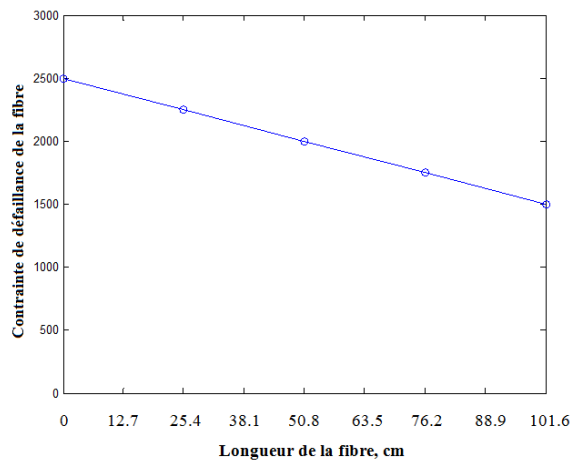


Figure 6 : Résistance à la traction de la fibre de verre-E par rapport à sa longueur

En revanche, la figure 6 représente la variation de la résistance à la traction du composite verre-E/époxyde par rapport à la longueur d'une fibre constituante. On remarque que ces caractéristiques mécaniques découlent de la résistance et de la nature du matériau de la fibre. Sa résistance est alors observée inversement proportionnelle à la longueur des fibres.

4. Conclusion

L'intérêt essentiel de notre étude est de prédire les propriétés mécaniques du matériau composite verre-E/époxyde par des modèles mathématiques basés sur la micromécanique. La résistance à la traction monotone d'un pli composite est traitée par l'utilisation du modèle de rupture de Rosen qui considère que les fibres sont soumises à la même force. Les résultats obtenus montrent que la capacité d'absorption d'énergie du matériau composite est supérieure à celle des fibres composantes. Cette approche mathématique est trouvée intéressante pour les composites fibreux ayant un taux de renfort ne dépassant pas 0.7.

Références

- 1 . M. Bornert, Morphologie microstructurale et comportement mécanique, caractérisations expérimentales, approches par bornes et estimations autocohérentes généralisées, Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (1996).
- 2 J.F. Barthélémy, L. Dormieux, D. Kondo. Détermination du comportement macroscopique d'un milieu à fissures frottantes. C. R. Mécanique, 331 (2003) 77-84.
- 3 J. B. Leblond, Mécanique de la rupture fragile et ductile. Hermès Lavoisier, Paris (2003).
- 4 L. Dormieux, D. Kondo. Approche micromécanique du couplage perméabilité endommagement, C. R. Mécanique, 332 (2004),135-140.
- 5 M. Cho, R.R. Parmerter, Efficient higher order composite plate theory for general lamination configuration. AIAA J., 31(1993), 1299-1306.
- 6 S. Nemat-Nasser and M. Hori. Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials, North-Holland, Amsterdam, The Netherlands (1999).
- 7 J.F. Caron, R.P. Carreira. Interface behaviour in laminates with simplified model. composites Science and Technology, 63(2003), 633-640.
- 8 V. Pensée, D. Kondo, L. Dormieux. Micromechanical analysis of anisotropic damage in brittle materials. Journal of Engineering Mechanics, 128(2002), 889-897.
- 9 A. Jumahat, C. Soutis, F.R. Jones, A. Hodzic. Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading. Composite Structures, 92(2010), 295-305.
- 10 S. Adali, I.U. Cagdas. Failure analysis of curved panels based on first-ply and buckling failures. Procedia Engineering, 10(2011), 1591-1596.
- 11 K.W. Gan, M.R. Wisnom, S.R. Hallett. Effect of high through-thickness compressive stress on fibre direction tensile strength of carbon/epoxy composite laminates. Composites Science and Technology, 90(2014), 1-8.
- 12 E. Lemarchand. Contribution de la micromécanique à l'étude des phénomènes de transport et de couplage poromécanique dans les milieux poreux : Application aux phénomènes de gonement des géomatériaux. Thèse de doctorat, des Ponts et Chaussées, 2001.
- 13 J.M. Berthelot. Matériaux composites-Comportement mécanique et analyse des structures, Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2005.
- 14 D.B. Cussac, F. Hild, G.P. Cabot. Tensile damage in concrete: Analysis of experimental technique. Journal of Engineering Mechanics, 125(1999), 906-913.
- 15 W.A. Curtin. Tensile Strength of Fiber-Reinforced Composites: I. Model and Effects of Local Fiber Geometry. Journal of Composite Materials, 32(1998), 2042-2059.
- 16 D.F. O'Regan, M. Akay, B. Meenan. A Comparaison of young's modulus predictions in fibre-reinforced-polyamide injection mouldings. Composites Science and Technology, 59(1999), 419-427.
- 17 A. Kelly, G.J. Davies. Principles of Fiber Reinforcement of Metals. Met. Reviews, 10:37 (1965).
- 18 R.M. Jones. Mechanics of composite materials. Edit. John wiley & Sons, New york, 1975.
- 19 B.W. Rosen. Mechanics of composite strengthening. Fiber composite materials, American Society for Metals, 1964.