

Étude du voilement des plaques rectangulaires perforées

Fatima Zohra KETTAF^{1*}, Soumia BENGUEDIAB², Mohamed BENGUEDIAB¹ et Abdelouahed TOUNSI²

¹Laboratoire des Matériaux et Système Réactifs LMSR, Université Djilali Liabès
Sidi Bel Abbès, Algérie

²Laboratoire des Matériaux et Hydrologie LM&H, Université Djilali Liabès
Sidi Bel Abbès, Algérie

*fz.kettaf@gmail.com

Résumé - L'analyse mécanique du voilement a été réalisée sur des plaques rectangulaires avec des découpes centrales. Les découpes sont soit des trous circulaires ou des trous carrés. La méthode des éléments finis de l'analyse structurelle a été utilisée pour étudier les effets des conditions d'appuis, rapport d'aspect, la géométrie du trou et la taille des trous sur la résistance mécanique au voilement des plaques perforées. En augmentant la taille du trou, des forces critiques du voilement des plaques pourraient augmenter. Pour les mêmes zones de découpage, les forces de voilement de la même taille des plaques avec des trous carrés dépassent généralement ceux des plaques avec des trous circulaires. Les résultats et les illustrations fournissent des informations essentielles pour une conception efficace des différentes structures.

Mots Clés : découpes centrales, voilement, plaques perforées, forces critiques.

Nomenclature

a	coté du trou carré, cm	w	largeur de la plaque, cm
d	diamètre du trou circulaire, cm	x, y	coordonnées cartésiennes
E	module de Young, GPa	<i>Symboles grecs</i>	
G	module de cisaillement, GPa	α	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
L	longueur de la plaque, cm	ν	coefficient de poisson
N_y	charge de compression, N	<i>Indices et exposants</i>	
N_{cr}	charge critique de voilement, N	cr	valeur critique
t	épaisseur de la plaque, cm		

1. Introduction

Dans différentes structures notamment celles de l'aérospatiale, des découpes sont couramment utilisés comme ports d'accès pour les systèmes mécaniques et électriques, ou tout simplement pour réduire le poids. Les panneaux structurels avec découpes subissent souvent des charges de compression qui sont produites soit mécaniquement ou thermiquement, et peuvent entraîner le flambage du panneau. Ainsi, le comportement de flambage de ces panneaux structuraux avec des découpes doit être entièrement compris dans la conception structurelle.

Pour une plaque rectangulaire non perforée sous compression uniforme, les solutions de voilement sont facilement obtenues parce que le champ de contrainte de post-voilement est uniforme partout dans la plaque. Quand une plaque rectangulaire finie est perforée avec une découpe centrale (un trou circulaire ou carrée), cependant, l'analyse de voilement devient extrêmement compliquée parce que le trou présente une frontière sans charge qui provoque un champ de contraintes non uniforme dans la plaque. Par conséquent, les solutions de ce problème sont pratiquement impossible à obtenir, et les diverses méthodes approximatives doivent être mises au point pour analyser ces plaques perforées.

Le voilement des plaques carrées avec des trous circulaires centrales soumises à une compression dans le plan a été étudié théoriquement et expérimentalement par divers auteurs ([1]-[7]). Les méthodes d'analyse théorique utilisées par la plupart des chercheurs ([1]-[3] et [4]) sont la méthode de l'énergie minimum de Rayleigh-Ritz et la méthode de Timochenko [8]. Ainsi, la plupart des solutions antérieures de voilement sont limitées à de petites tailles de trou, et ne sont pas aptes pour étudier les effets de différentes conditions aux limites de la plaque sur les forces de voilement des plaques avec des trous de taille arbitraire.

La plupart des analyses théoriques antérieures des plaques perforées considèrent principalement les plaques carrées simplement appuyées pour minimiser les complexités mathématiques. De même, la plupart des dernières études expérimentales sont sur des plaques ayant les mêmes conditions précédentes raison de la nécessité de comparer les résultats trouvés avec les résultats théoriques existants.

Avec la disponibilité de plusieurs outils puissants, comme les programmes informatiques d'analyse structurelle par éléments finis, il est maintenant possible de calculer les contraintes de poste-voilement et les valeurs propres pour des plaques rectangulaires avec n'importe quel rapport d'aspect, découpes de n'importe quelle formes et tailles, et sous différentes conditions aux limites.

Le présent travail se base sur l'évaluation numérique de la charge critique du voilement d'une plaque rectangulaire perforée en manipulant les dimensions de la plaque ainsi que la taille du trou. L'étude est faite à l'aide du code de calcul Abaqus 6.10.

2. Description du problème :

La géométrie des plaques rectangulaires perforées et les différentes conditions aux limites utilisées dans l'analyse par éléments finis sont décrites comme suit :

a. Géométrie :

La figure 1 montre la géométrie de deux types de plaques rectangulaires perforées de longueur l , largeur w et d'épaisseur t . le trou central est soit un cercle de diamètre d ou un carré de coté a .

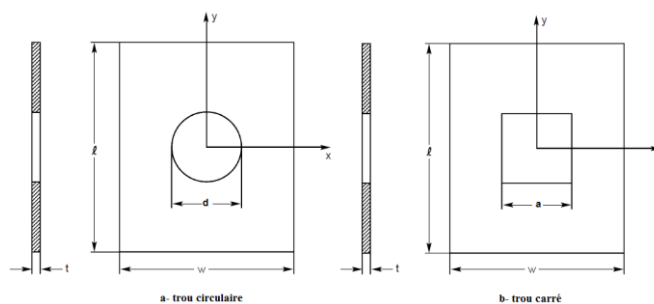


Figure 1 : Plaques rectangulaires avec des découpes centrales.

Le tableau 1 montre les dimensions de diverses plaques rectangulaires perforées analysées. Notant que toutes les plaques ont la même largeur, $w=20\text{ cm}$, et la même épaisseur, $t=0.1\text{ cm}$.

Tableau 1 : Dimensions des plaques perforées

$w, \text{ cm}$	$t, \text{ cm}$	l	d/w	a/w
20	0.1	1.0	0 ~ 0.7	0 ~ 0.7
20	0.1	1.5	0 ~ 0.7	0 ~ 0.7
20	0.1	2.0	0 ~ 0.7	0 ~ 0.7

Dans le tableau précédent, 0 ~ 0.7 signifie 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 et 0.7.

b. Conditions aux limites :

Pour le voilement mécanique (voilement par compression uniaxiale), deux bords de la plaque perforée sont libres et les deux autres sont soit simplement appuyés (fig2) soit encastrés (fig3).

Le chargement se fait suivant les deux bords libres avec une charge de compression N_y .

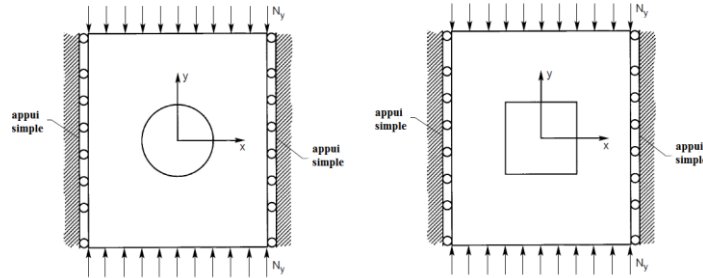


Figure 2 : Plaques rectangulaires simplement appuyées.

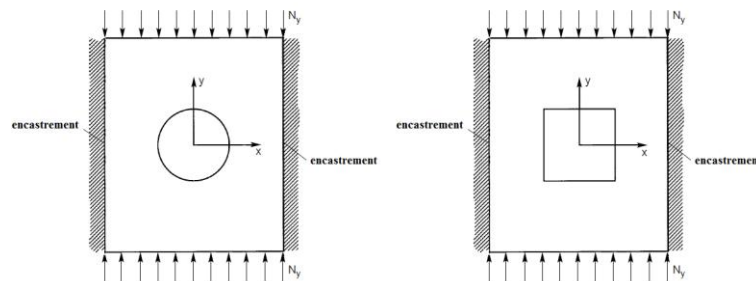


Figure 3 : Plaques rectangulaires encastées.

c. Analyse par éléments finis :

Le calcul est réalisé à l'aide du code de calcul *Abaqus*.

La modélisation s'effectue suivant ces étapes :

- *Géométrie* : réalisation du modèle.
- *Choix du matériau* : Le matériau utilisé est la fonte malléable à cœur noir **NF A32-702**, ces propriétés sont définies dans le tableau suivant :

Tableau 1 : Propriétés du NF A32-702 à température ambiante.

	E (GPa)	G (GPa)	ν	α ($10^{-6} K^{-1}$)
NF A32-702	170	68	0.26	12

- *Création de Step* : Pour cette étape on va choisir linéaire perturbation puis flambement/voilement (*buckle*), puis on choisit le nombre de mode (*on s'intéresse trop dans cette étude au premier mode de voilement*).
- *Choix du maillage* : Les résultats de la simulation sont liés au maillage de la plaque, de ce fait nous avons choisi un maillage spécial très raffiné au niveau du trou :

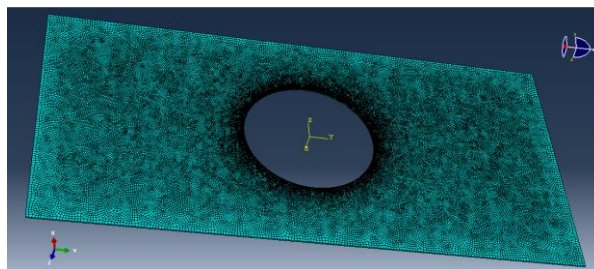


Figure 4 : Plaque avec un trou circulaire maillée.

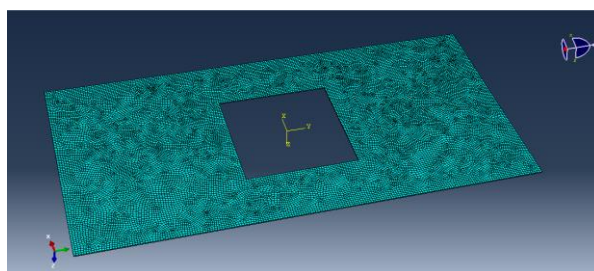


Figure 5 : Plaque avec un trou carré maillée.

- Et puis la dernière étape : analyse et résultats.

3. Résultats :

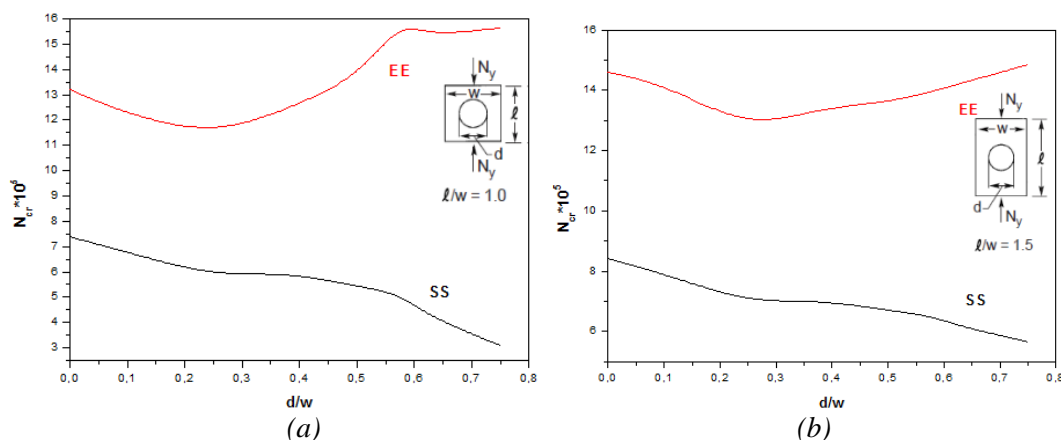
Les sections suivantes présentent les résultats de l'analyse par éléments finis du voilement mécanique des plaques rectangulaires ayant des trous circulaires ou carrés :

a. Plaques avec des trous circulaires :

Les figures 6 a, b et c montrent la charge critique de voilement (N_{cr}) en fonction de la taille du trou d/w pour des plaques rectangulaires avec des trous circulaires.

Pour les plaques simplement appuyées *SS*, la charge critique décroît avec l'augmentation du rapport d/w , contrairement aux plaques encadrées *EE*, où la charge critique décroît pour un premier temps pour atteindre sa plus faible valeur à environ $d/w=2.5$, puis plus la taille du trou augmente plus la charge critique augmente aussi.

On peut aussi noter que plus les dimensions de la plaque augmentent (rapport d'aspect l/w augmente) plus la charge critique croît.



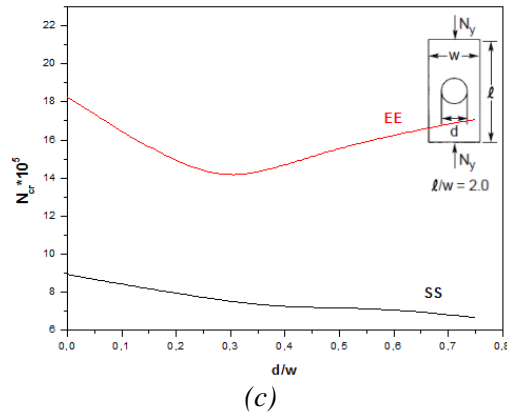
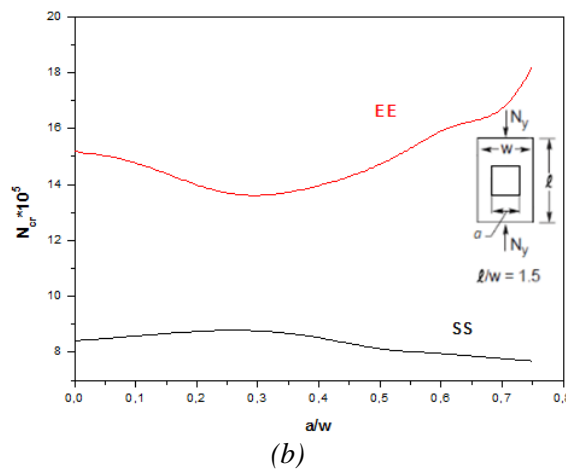
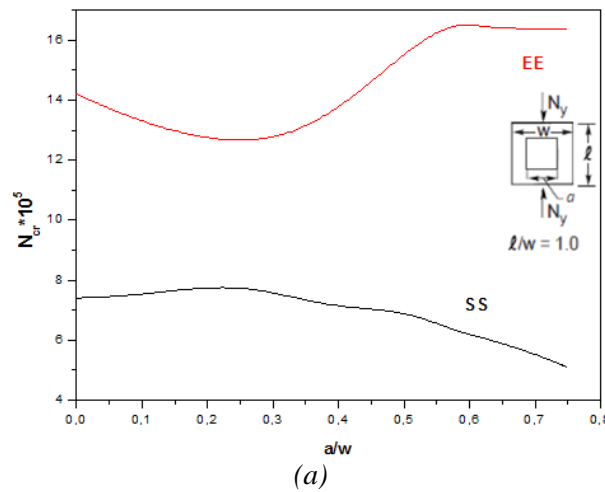


Figure 6 : Charge critique du voilement en fonction de la taille du trou, trous circulaires.

b. Plaques avec des trous carrés :

Les figures 7 a, b et c montrent la variation de la charge critique de voilement (N_{cr}) en fonction de l'augmentation de la taille du trou a/w pour des plaques rectangulaires avec des trous carrés.

Le comportement des plaques rectangulaires avec des trous carrés est similaire à celui des plaques rectangulaires à trous circulaires.



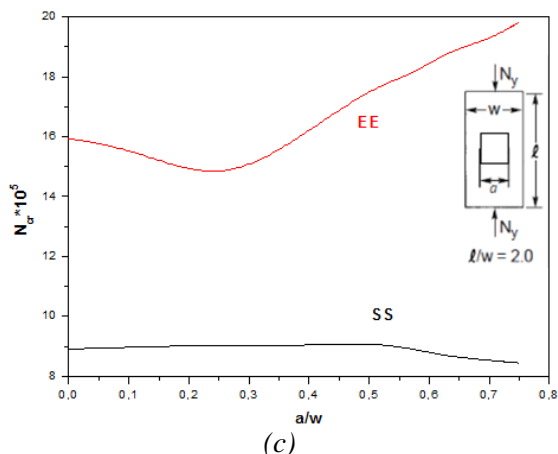


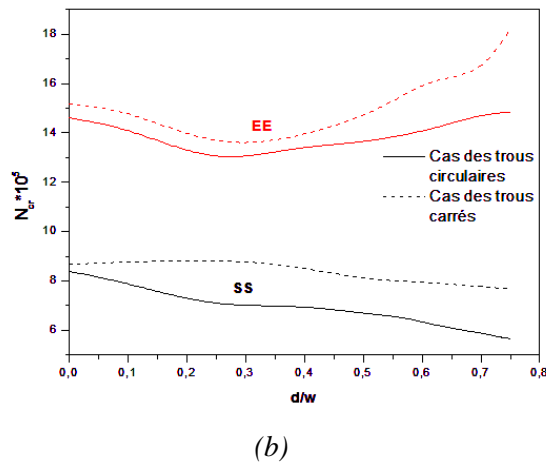
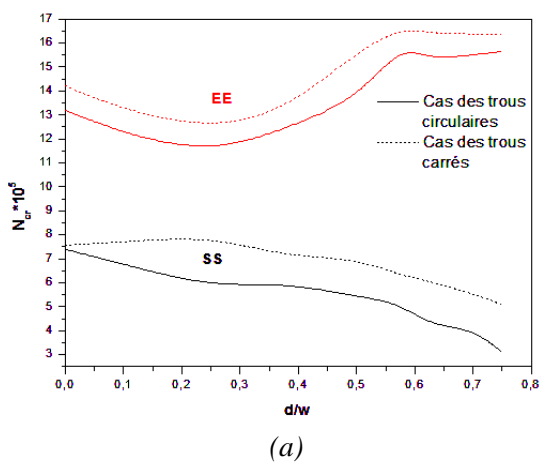
Figure 7 : Charge critique du voilement en fonction de la taille du trou, trous carrés.

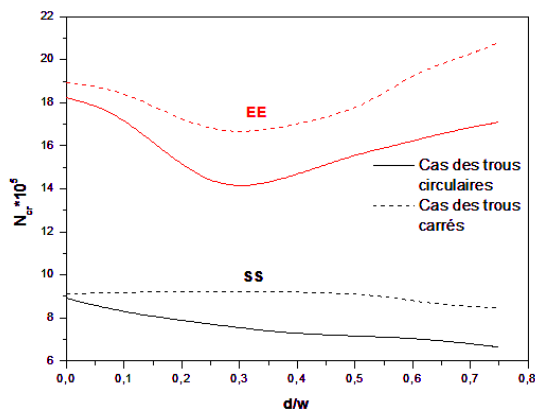
c. Comparaison entre les forces de voilement :

La section présente traite une comparaison entre les forces critiques de voilement des plaques avec des trous circulaires avec ceux des plaques avec des trous carrés dans les mêmes conditions de densité de masse. Par conséquent, pour un rapport de forme donné de plaques perforées, la superficie du trou carré est égale à celui du trou circulaire en ajustant le côté a du trou carré en fonction de la relation suivante :

$$a = \frac{d}{2} \sqrt{\pi} \tag{1}$$

Les figures 8 a, b et c comparent les forces de voilement des deux types de plaques perforées simplement appuyées-libres et encastrées-libres. On remarque que les cas des trous carrés présentent des forces critiques plus élevées que dans le cas des trous circulaires.





(c)

Figure 8 : Comparaison entre les charges critiques des plaques avec trous circulaires et celles des plaques avec trous carrés, pour (a) $l/w=1$, (b) $l/w=1.5$ et (c) $l/w=2$

4. Conclusions et discussion :

L'analyse mécanique du voilement par éléments finis a été réalisée sur des plaques contenant des trous circulaires et carrés. Les effets de rapport d'aspect de la plaque, la géométrie du trou, la taille du trou et les conditions de support de plaque sur les charges critiques du voilement ont été étudiés.

Le comportement de flambement des plaques avec des trous centraux, est un peu particulier, parce que, sous certaines conditions aux limites (l'encastrement) et des rapports d'aspect de la plaque, les résistances mécaniques du voilement des plaques perforées, contrairement à toute attente, augmentent plutôt de diminuer à mesure que la taille des trous augmente. La sagesse conventionnelle veut que, comme l'augmentation de la taille des trous, les plaques perdent plus de matériaux et s'affaiblissent. Par conséquent, les forces de voilement devaient diminuer à mesure que la taille des trous augmente. Ce n'était pas le cas. Un tel phénomène de voilement des plaques perforées peut être expliqué comme suit :

Lorsque la taille du trou devient considérablement grande par rapport à la largeur de la plaque, la majeure partie de la charge de compression est effectuée par les bandes latérales étroites de matériau le long des limites de la plaque. Comme cela est bien connu, une condition limite de plaque plus forte (par exemple, encastrement plutôt qu'appui simple) augmente la résistance au voilement, tandis que la concentration de contrainte plus élevée diminue la résistance au voilement. Ainsi, les effets qui deviennent dominants détermineront l'augmentation ou la diminution des forces de voilement des plaques perforées.

Pour les cas à trous carrés, les étroites bandes latérales porteuses de charge le long des frontières de plaques sont pratiquement sous les champs de contraintes de compression uniformes. Pour les cas de trou circulaire, les étroites bandes latérales sont comprimées sous une concentration de contraintes, ce qui réduit les forces de voilement. Ce fait peut expliquer pourquoi, pour la plupart des cas étudiés, les forces de voilement des plaques avec des trous carrés augmentent pour de grandes tailles de trous plus que les plaques avec des trous circulaires ayant la même densité de poids.

Les principales conclusions de l'analyse sont les suivantes:

- L'augmentation de la taille du trou ne conduit forcément pas à la réduction de la charge critique du voilement d'une plaque rectangulaire perforée. Pour certain rapport d'aspect et conditions aux limites, cette charge augmente lorsque la taille du trou augmente.

- Pour la plupart des cas et sous la même densité, la résistante au voilement des plaques avec des trous carrés est plus élevée que celle des plaques avec des trous circulaires.
- Les plaques encastrees ont une résistante au voilement plus élevées que celle des plaques simplement appuyées.

Références

3. Levy, Samuel, Ruth M. Woolley, and Wilhelmina D. Kroll, "Instability of Simply Supported Square Plate With Reinforced Circular Hole in Edge Compression," *Journal of Research, National Bureau of Standards*, vol. 39, research paper no. RP1849, Dec. 1947, pp. 571–577.
4. Kumai, Toyoji, "Elastic Stability of the Square Plate With a Central Circular Hole Under Edge Thrust," *Proc. Japan Nat. Cong. Appl. Mech.*, 1951, pp. 81–88.
5. Schlack, A. L., Jr., "Elastic Stability of Pierced Square Plates," *Experimental Mechanics*, June 1964, pp. 167–172.
6. Kawai, T. and H. Ohtsubo, "A Method of Solution for the Complicated Buckling Problems of Elastic Plates With Combined Use of Rayleigh-Ritz's Procedure in the Finite Element Method," AFFDLTR- 68-150, 1968.
7. Yu, Wei-Wen and Charles S. Davis, "Cold-Formed Steel Members With Perforated Elements," *J. Structural Division, ASCE*, vol. 99, no. ST10, Oct. 1973, pp. 2061–2077.
8. Ritchie, D. and J. Rhodes, "Buckling and Post-Buckling Behaviour of Plates With Holes," *Aeronautical Quarterly*, vol. 26, Nov. 1975, pp. 281–296.
9. Nemeth, Michael Paul, "Buckling Behavior of Orthotropic Composite Plates With Centrally Located Cutouts," Ph. D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, May 1983.
10. Timoshenko, Stephen P. and James M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, 2nd ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1961.